

Frédéric Mayet

Physique nucléaire appliquée

COURS ET
EXERCICES CORRIGÉS

LMD



de boeck

Frédéric Mayet

Physique nucléaire appliquée

L'auteur propose un ouvrage permettant à des étudiants de niveau master d'acquérir les bases scientifiques indispensables à la compréhension de la gestion de l'énergie nucléaire. L'approche est celle d'un livre de physique appliquée dans lequel la compréhension détaillée des phénomènes physiques a pour objectif l'application à une thématique liée à l'industrie nucléaire.

La gestion de l'énergie nucléaire constitue un enjeu sociétal majeur, de par les défis industriels que sont la gestion des déchets nucléaires, le démantèlement des installations nucléaires ou la sûreté nucléaire. La formation d'ingénieurs spécialisés dans ce domaine est donc indispensable à la prise en compte de ces thématiques scientifiques dans un contexte industriel. Suivant cette finalité, cet ouvrage permet l'acquisition de solides bases en physique nucléaire appliquée. Elles s'inscrivent à la fois dans le cadre de la formation générale des physiciens ou des ingénieurs et constituent des éléments indispensables pour les étudiants se destinant à une carrière dans l'industrie nucléaire.

Cet ouvrage traite les aspects industriels, appliqués ou fondamentaux de la physique nucléaire. Il couvre tous les aspects scientifiques de la physique du noyau, des modèles aux désintégrations, et de ses applications à la production et la gestion de l'énergie nucléaire. Il permet d'acquérir les bases scientifiques nécessaires à la compréhension des thématiques à fort enjeu sociétal que sont les déchets nucléaires ou les différentes filières de réacteurs nucléaires envisagés pour l'avenir.

La philosophie de l'ouvrage est à la fois de proposer une approche formelle de la thématique, mais aussi de présenter systématiquement des exemples tirés de l'industrie nucléaire ou de la recherche en physique nucléaire. Quarante exercices et problèmes corrigés sont également proposés.



Les «plus»

▶ Exemples tirés de l'industrie nucléaire et de la recherche

- ▶ Aborde scientifiquement des thématiques à fort enjeu sociétal
- ▶ Quarante exercices et problèmes corrigés

Frédéric Mayet est maître de conférences à l'Université Joseph Fourier (Grenoble) depuis 2002. Il est responsable du master 1 Ingénierie nucléaire (ITDD) à Valence depuis sa création en 2008.

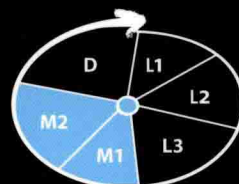
www.debnbeck.com

ISBN 978-2-8041-9073-6



PHYNUCAP

Dans le cadre du nouveau Système Européen de Transfert de Crédits (E.C.T.S.), ce manuel couvre en **France** les niveaux : Master 1 et 2.
En **Belgique** : Master 1 et 2.
En **Suisse** : Master 1 et 2.
Au **Canada** : Master 1 et 2.





Physique nucléaire appliquée

F. Mayet

LMD

Introduction

La gestion de l'énergie nucléaire constitue un enjeu sociétal majeur, de par les défis industriels que sont la gestion des déchets nucléaires, le démantèlement des installations nucléaires ou la sûreté nucléaire. En effet, toute production d'énergie doit être abordée dans une perspective de développement durable. Il ne s'agit pas seulement de générer la puissance électrique nécessaire à la société mais également d'en gérer les conséquences jusqu'aux déchets et la déconstruction des installations en fin de vie. Cette problématique s'inscrit également dans le cadre plus large du débat actuel sur la transition énergétique visant à la définition du *mix énergétique* pour les prochaines décennies, c'est-à-dire la contribution des différentes sources d'énergie (nucléaire, éolien, solaire, ...) à la production totale d'énergie. L'énergie nucléaire fait naturellement partie des options mais les réacteurs nucléaires, actuels ou de nouvelle génération, doivent respecter des contraintes importantes de fiabilité et de sûreté, imposées par le retour d'expérience du fonctionnement, des incidents et des accidents de la filière électronucléaire mondial.

La compréhension de ces thématiques nécessite de solides bases en physique nucléaire appliquée. Elles s'inscrivent à la fois dans le cadre de la formation générale des physiciens ou des ingénieurs et constituent les bases indispensables pour les étudiants se destinant à une carrière dans l'industrie nucléaire. Cet ouvrage s'adresse aux étudiants de niveau master intéressés par les aspects industriels, appliqués ou fondamentaux de la physique nucléaire.

L'ouvrage proposé est issu d'enseignements dispensés dans le cadre du master ITDD (Ingénierie Nucléaire) de l'Université Joseph Fourier à Valence. Ce master est dédié à l'industrie nucléaire et prépare les étudiants à une carrière dans le domaine de la gestion de l'énergie nucléaire (déchets nucléaires, démantèlement des installations nucléaires et sûreté nucléaire).

La philosophie de l'ouvrage est à la fois de proposer une approche formelle du sujet traité mais aussi de présenter systématiquement des exemples tirés de l'industrie nucléaire ou de la recherche en physique nucléaire. Le parti pris est de couvrir tous les aspects scientifiques depuis les modèles nucléaires et les désintégrations jusqu'à l'application à l'énergie nucléaire. Quarante exercices et problèmes corrigés sont également proposés et permettent d'illustrer les notions abordées dans chaque chapitre. Finalement, des annexes présentent les prérequis nécessaires (de niveau licence) à la compréhension détaillée des phénomènes.

Les aspects historiques jouent un rôle important en physique nucléaire. En effet, cette dernière est d'une part au centre de la révolution scientifique du début du XX^{ème} siècle que constitue l'émergence des théories quantique et relativiste en physique. D'autre part, le développement de la physique nucléaire industrielle, visant à la production d'énergie, est intimement liée à celui des applications militaires. Des références historiques sont donc indiquées dans l'ouvrage au cours des chapitres. Pour des informations historiques plus détaillées, le lecteur est renvoyé

au livre de B. Fernandez, *De l'atome au noyau* [1], dont sont tirés les éléments historiques du présent ouvrage.

L'ouvrage comporte huit chapitres couvrant les bases de la physique nucléaire appliquée.

Le premier chapitre présente les propriétés du noyau (masse, rayon, états excités, ...). Il ne vise pas à l'exhaustivité et met l'accent sur les propriétés utiles pour la physique nucléaire appliquée. Le deuxième chapitre présente deux modèles nucléaires : le modèle semi-empirique de la goutte liquide qui permet de comprendre les notions de base du noyau et le modèle en couches nucléoniques, inspiré du modèle en couches électroniques de l'atome, qui constitue une étape décisive dans la compréhension et l'interprétation des phénomènes nucléaires.

Le troisième chapitre traite les désintégrations et les réactions nucléaires en termes de lois de conservation et aborde les aspects cinématiques pour ces deux processus. On insiste en particulier sur les réactions nucléaires impliquant un neutron.

Les désintégrations α et β sont présentées dans les chapitres 4 et 5. La compréhension de ces deux processus est abordée via les théories de Gamow et de Fermi respectivement.

Le sixième chapitre traite de la désexcitation nucléaire et atomique, ces deux phénomènes étant observés en physique nucléaire comme conséquence de la désintégration et de la réaction nucléaire.

Le septième chapitre aborde la fission nucléaire à travers les phénomènes observés et dans l'optique de son application à la production et la gestion de l'énergie nucléaire. On souligne en particulier la différence de fissibilité entre l'uranium 235 et l'uranium 238, qui trouve son origine dans la structure nucléaire de ces noyaux et qui a des conséquences importantes dans les choix techniques et scientifiques pour la production d'énergie nucléaire.

Finalement, le huitième chapitre présente la thématique de la production d'énergie par les réacteurs de fission. On s'intéresse en particulier aux choix technologiques menant à la distinction entre les différentes filières de réacteurs, et en particulier les Réacteurs à Eau Pressurisée (REP) qui constituent actuellement la majorité du parc électronucléaire mondial et la totalité en France et en Belgique. Ce chapitre se termine par une présentation du cycle du combustible des réacteurs REP, c'est-à-dire l'ensemble des processus industriels depuis la mine jusqu'à la gestion des déchets nucléaires.

Propriétés générales du noyau

Ce chapitre décrit les principales propriétés du noyau atomique, sans viser l'exhaustivité mais en se concentrant sur les concepts utiles pour la physique nucléaire appliquée. Des connaissances de base en physique quantique sont utiles et rappelées dans l'annexe C (page 255).

1.1 Introduction

Une représentation classique de l'atome consiste à envisager une structure de type planétaire, telle que présentée sur la figure 1.1 : un noyau de charge électrique positive autour duquel orbitent des électrons de charge négative. Cette structure, inspirée par le système Terre-Soleil, a été proposée en 1901 par J. Perrin, puis vérifiée expérimentalement par H. Rutherford en 1911, en bombardant une cible d'or avec des particules α (noyaux d'hélium) [1]. La diffusion observée est en très bon accord avec le modèle atomique présenté sur la figure 1.1 (gauche). En particulier, on définit le rayon de l'atome de Bohr ($a_0 = 0,529 \times 10^{-10}$ m) comme le rayon de l'orbite électronique de l'atome d'hydrogène. En termes d'ordre de grandeur, précisons que la taille typique de l'atome est de quelques Angström (10^{-10} m) alors que celle du noyau est de quelques Fermi (10^{-15} m). Il s'agit donc d'une charge centrale très petite et d'orbites très lointaines.

Cependant, le concept classique d'orbite électronique révèle rapidement ses limites et doit être abandonné, dans le cadre de la mécanique quantique, au profit de celui d'orbitale¹ et de maximum de probabilité de présence. Ainsi, la figure 1.1 (droite) présente la densité radiale de probabilité de présence de l'électron dans l'atome d'hydrogène. Celle-ci est maximale pour un rayon égal au rayon de l'atome de Bohr, ce qui correspond au modèle planétaire. On constate cependant que la probabilité de trouver l'électron ailleurs que sur cette orbite est non-nulle. En particulier, la probabilité que l'électron passe au cœur du noyau est certes faible mais non-nulle,

¹On trouvera dans l'annexe D (page 267) les éléments de physique atomique nécessaires à la compréhension de la physique nucléaire.

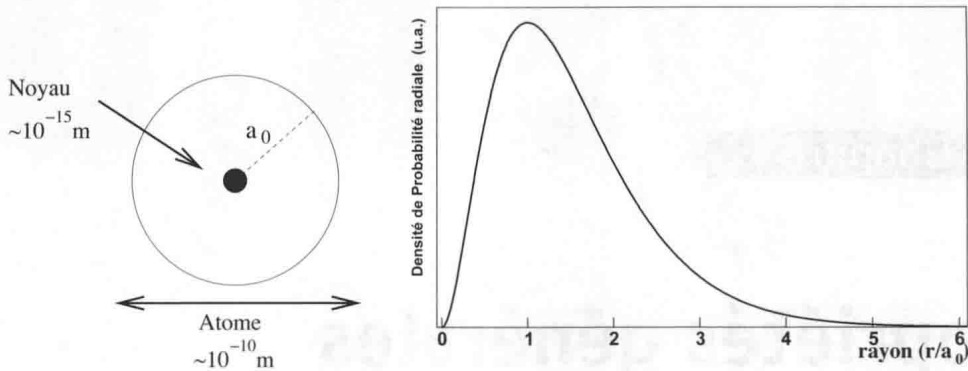


FIG. 1.1 – Gauche : l'atome d'hydrogène dans un modèle planétaire. Le rayon de l'orbite électronique est égal à a_0 (le rayon de l'atome de Bohr). Droite : l'atome d'hydrogène dans un modèle quantique. Densité radiale de probabilité de présence de l'électron (unités arbitraires) en fonction de la distance au centre.

ce qui a d'importantes conséquences en physique nucléaire (cf. page 12).

Dès les débuts de la physique nucléaire, le noyau est envisagé comme une structure composite, *i.e.* possédant une structure interne². Celle-ci demeure néanmoins inconnue jusqu'en 1932 et la découverte du neutron par J. Chadwick, suivie de la proposition par W. Heisenberg d'un noyau composé de protons p (de charge positive) et de neutrons n (neutres de charge). Ces particules sont génériquement appelées des nucléons et sont à bien des égards assez semblables. Le tableau 1.1 résume les propriétés des particules jouant un rôle en physique nucléaire, notamment les différents constituants de l'atome. En ce qui concerne les masses, on remarque que celle du neutron et du proton sont sensiblement de la même valeur, mais que la masse de l'électron est près de 2000 fois plus faible. Contrairement à l'atome qui est neutre, le noyau possède une charge électrique non-nulle. Cette dernière est positive et égale³ au nombre de protons. Schématiquement, on note le noyau de la manière suivante :

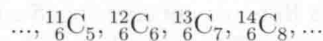


où X est l'espèce chimique, Z le nombre de protons, N le nombre de neutrons et A le nombre de nucléons.

Les nucléons étant soit des protons soit des neutrons, on a de manière évidente :

$$A = Z + N \tag{1.1}$$

Pour une valeur de Z donnée, il existe plusieurs possibilités pour la valeur de A . Par exemple pour le carbone ($Z = 6$), on peut avoir



²Le noyau tel qu'envisagé par H. Rutherford en 1920 était composé de A protons et Z électrons afin de reproduire les masses et charges des noyaux légers.

³en unité de la charge électrique de l'électron : $e = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$

Particule	Symbole	Masse $m(\text{uma})$	Charge $q (e)$	Interaction
Proton	p	1,0072765	+1	forte, faible, électromagnétique
Neutron	n	1,0086649	0	forte, faible
Electron	e^-	0,0005486	-1	faible, électromagnétique
Positon	e^+	0,0005486	+1	faible, électromagnétique
Neutrino	ν	~ 0	0	faible
Antineutrino	$\bar{\nu}$	~ 0	0	faible
Photon	γ	0	0	électromagnétique

TAB. 1.1 – Propriétés des particules jouant un rôle en physique nucléaire. On a précisé leur masse et charge électrique ainsi que les interactions auxquelles elles sont sujettes. La définition de l'unité de masse atomique (uma) est donnée page 27. La charge électrique est indiquée en unité de la valeur absolue de la charge électrique de l'électron ($e = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$).

Toutes les combinaisons ne sont cependant pas possibles. En effet, certaines ne permettent pas de former un état lié et le noyau correspondant n'existe pas. Tous ces noyaux ont $Z = 6$, ce sont des **isotopes** du carbone, la différence résidant dans le nombre de neutrons. Le nombre Z détermine donc l'espèce chimique.

De manière générale, on définit :

- isotopes : noyaux de même Z et de N différents, par exemple ${}^{12}_6\text{C}_6$ et ${}^{13}_6\text{C}_7$
- isotones : noyaux de même N et de Z différents, par exemple ${}^{15}_7\text{N}_8$ et ${}^{16}_8\text{O}_8$
- isobares : noyaux de même A , de Z et N différents, par exemple ${}^{40}_{18}\text{Ar}_{22}$ et ${}^{40}_{20}\text{Ca}_{20}$

Ainsi, deux isotopes présentent des propriétés chimiques très proches (car celles-ci sont principalement déterminées par le nombre d'électrons) alors que deux isobares présentent par exemple des rayons nucléaires très proches (car ils sont déterminés principalement par le nombre de nucléons, cf. page 24).

1.2 Particules et interactions

Cette section traite des particules jouant un rôle en physique nucléaire, ainsi que leurs interactions. Il s'agit d'une brève introduction à la physique des particules, un domaine d'étude qui n'est pas traité dans cet ouvrage mais dont certains éléments sont utiles à la compréhension de la physique du noyau.

1.2.1 Particules de la physique nucléaire

Les nucléons et l'électron appartiennent à deux classes de particules très différentes.

L'électron (e^-) fait partie de la famille des leptons. Il s'agit d'une particule élémentaire, au sens où elle ne possède pas de structure interne : elle n'est pas *a priori* composée d'autres parti-

cules plus petites. Il existe deux autres leptons chargés (μ^- et τ^-) qui ne jouent aucun rôle dans la physique du noyau. Parmi les leptons, on peut également citer les trois neutrinos (ν_e, ν_μ, ν_τ). Seul le ν_e joue un rôle en physique nucléaire et dans la suite, il est noté simplement ν . Il s'agit d'une particule de masse extrêmement faible⁴ et de charge électrique nulle. Il n'interagit quasiment pas avec la matière. Nous reviendrons page 70 sur les raisons qui ont mené W. Pauli à postuler l'existence de cette particule en 1930.

Au contraire, les nucléons sont des particules composites, *i.e.* composées de particules plus petites (les quarks). Il existe 6 quarks (u, d, c, s, b, t) mais seulement 2 sont impliqués dans la composition des nucléons. Les nucléons sont en effet des assemblages de trois quarks, selon :

$$p = uud \text{ et } n = udd$$

On peut noter que le quark u est caractérisé par une charge $q(u) = +2/3$ alors que le quark d a une charge $q(d) = -1/3$. On constate que la charge électrique des nucléons est bien obtenue en additionnant les charges électriques des quarks les constituant :

$$q(p) = 2 \times 2/3 - 1/3 = 1 \text{ et } q(n) = 2/3 - 2 \times 1/3 = 0$$

Il existe d'autres particules composées de quarks, combinaisons à 2 quarks (mésons) ou 3 quarks (baryons) mais celles-ci ne jouent aucun rôle en physique nucléaire.

1.2.2 Antiparticules

La notion d'antiparticule a été proposée par P. A. M. Dirac en 1931 et la première antiparticule⁵ a été découverte en 1932 par C. D. Anderson⁶.

Une antiparticule possède les mêmes propriétés que la particule associée (masse, spin, ...) mais une charge électrique opposée⁷. Ainsi, il existe une antiparticule de l'électron (le positon e^+) de charge $q(e^+) = +1$. On peut noter que l'on ne peut pas confondre le positon avec le proton (lui aussi positif), car sa masse est ~ 2000 fois plus faible. En particulier, le positon joue un rôle très important en physique nucléaire car il est créé lors de la désintégration β^+ . Malgré sa charge électrique nulle, le neutrino également possède une antiparticule appelée l'antineutrino et notée $\bar{\nu}$.

Notons qu'il existe également des antinucléons : l'antiproton \bar{p} , de charge -1 et composé d'antiquarks ($\bar{u}\bar{u}\bar{d}$) ou l'antineutron \bar{n} , de charge nulle et composé de ($\bar{u}\bar{d}\bar{d}$).

Toutes ces particules ont été observées expérimentalement mais seules celles listées dans le tableau 1.1 jouent un rôle en physique nucléaire.

1.2.3 Les quatre interactions fondamentales

On distingue quatre interactions fondamentales qui sont à l'origine des différentes structures de l'Univers, des plus grandes aux plus petites.

⁴On a longtemps cru que leur masse était nulle. Elle est aujourd'hui encore très mal connue. Le résultat le plus récent est : $m(\nu) < 3 \text{ eV}$ [2].

⁵en l'occurrence le positon

⁶Le prix Nobel de Physique leur a été attribué conjointement en 1936.

⁷En fait d'autres nombres quantiques, tel que le nombre leptonique, ont également une valeur opposée dans le cas de l'antiparticule.

a) L'interaction gravitationnelle

Il s'agit de la première interaction découverte⁸. Elle s'exerce entre deux corps massifs (de masse m non nulle), avec une intensité inversement proportionnelle au carré de la distance entre ces deux corps.

$$F_{grav} = G_N \frac{m_1 m_2}{r^2} \quad (1.2)$$

où m_1 et m_2 sont les masses des deux corps en interaction gravitationnelle et $G_N = 6,674 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$ est la constante de gravitation.

b) L'interaction électromagnétique

Cette interaction concerne les particules chargées (de charge électrique q non nulle). Il s'agit, tout comme la gravitation, d'une force à grande portée, donnée par

$$F_{em} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} \quad (1.3)$$

où q_1 et q_2 sont les charges électriques des deux corps en interaction électromagnétique et ϵ_0 est la permittivité du vide. On retient sa valeur en notant l'égalité suivante : $1/(4\pi\epsilon_0) = 9 \times 10^9 \text{ m}^3 \text{ kg}^1 \text{ s}^{-4} \text{ A}^{-2}$.

On peut comparer l'intensité de ces deux forces pour le domaine de la physique nucléaire. Par exemple, dans le cas d'un proton et d'un électron en interaction, le rapport des intensités des deux interactions est donné par

$$F_{grav}/F_{em} = 4\pi\epsilon_0 G_N \frac{m_e m_p}{e^2} \simeq 10^{-40} \quad (1.4)$$

L'interaction gravitationnelle est donc totalement négligeable, lorsque l'on s'intéresse à des noyaux ou des particules.

À ce stade, le noyau peut être vu comme une assemblée de nucléons, *i.e.* un objet à peu près sphérique contenant des particules chargées positivement (les protons) et des particules neutres (les neutrons). Il existe donc une très forte répulsion électromagnétique (coulombienne) qui devrait détruire le noyau. Si l'interaction électromagnétique était la seule mise en jeu dans le noyau, ce dernier ne devrait pas former un état lié. Il existe donc nécessairement une force attractive qui assure la cohésion du noyau et qui joue un rôle opposé à celui de l'interaction électromagnétique.

c) L'interaction forte

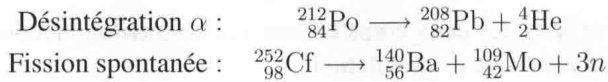
L'interaction forte agit sur les particules composées de quarks, et donc en particulier sur les nucléons. Ses caractéristiques sont les suivantes :

- interaction attractive et indépendante de la charge électrique. Il y a attraction entre deux nucléons dans tous les cas (proton-proton, neutron-neutron ou proton-neutron),
- de très courte portée. Son effet est nul à l'extérieur du noyau. De fait, l'interaction forte est confinée sur des échelles de longueur de l'ordre de la taille du noyau.

⁸Isaac Newton, *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*, 1687

- très intense. L'interaction forte est beaucoup plus intense que l'interaction électromagnétique.

Dans le noyau, il y a donc compétition entre une force attractive qui assure la cohésion du noyau et une force répulsive qui tend à casser le noyau. Cela explique en particulier la désintégration α et la fission spontanée, dont on donne deux exemples ci-après.



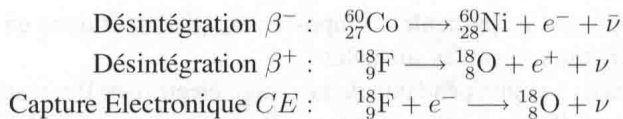
La désintégration α consiste en l'émission spontanée d'un noyau d' ${}^4_2\text{He}$ alors que la fission spontanée conduit à l'émission de fragments de fission (${}^{140}_{56}\text{Ba}$ et ${}^{109}_{42}\text{Mo}$ sur cet exemple) et de quelques neutrons (3, 86 en moyenne pour le ${}^{252}_{98}\text{Cf}$).

Ces deux types de désintégration résultent de la compétition entre l'interaction électromagnétique et l'interaction forte. Le noyau se casse en deux noyaux plus petits. Il y a réarrangement du noyau et les nombres de protons (Z) et de neutrons (N) sont donc deux grandeurs conservées.

Si le monde subatomique se résumait aux interactions forte et électromagnétique, on se retrouverait devant un paradoxe : un noyau composé uniquement de neutrons devrait être particulièrement stable car seule l'interaction forte, attractive, entre en jeu dans ce cas. Or, ce n'est pas ce qui est observé car même le di-neutron ne forme pas un état lié. On peut également noter que la stabilité des noyaux n'augmente pas de manière systématique avec le nombre de neutrons. Tout ceci indique que l'équilibre à l'intérieur du noyau ne dépend pas que des interactions électromagnétique et forte.

d) L'interaction faible

Il existe une quatrième interaction, dont la description est nettement plus complexe. Tout comme l'interaction forte, l'interaction faible est à très courte portée. Son effet est nul à l'extérieur du noyau. Par contre, elle ne s'exprime pas en terme d'attraction/répulsion. Son action se traduit par la transformation d'un proton en neutron (et vice-versa), *i.e.* le changement de nature de l'un des nucléons du noyau. À l'échelle des noyaux⁹, elle garantit un "certain" équilibre¹⁰ entre le nombre de protons et le nombre de neutrons. Elle est en particulier responsable de la désintégration β , lorsque cet équilibre n'est pas énergétiquement favorable. Ce phénomène se manifeste pour trois types de désintégration : β^- , β^+ et capture électronique. Qualitativement, on peut dire qu'il s'agit du mode de désintégration des noyaux trop riches en protons (β^+ ou capture électronique) ou des noyaux trop riches en neutrons (β^-). On donne un exemple de chacune des désintégrations dues à l'interaction faible :



Dans le cas de la capture électronique, le noyau capture un électron de son propre cortège électronique. L'interaction faible étant de très courte portée, cela suppose que l'électron soit

⁹À une échelle plus petite, elle préside à la désintégration de nombreuses particules.

¹⁰ce qui ne signifie pas nécessairement l'égalité.

passé à l'intérieur du noyau et cela souligne la limite du modèle atomique planétaire. En effet, comme nous l'avons vu (fig. 1.1), la probabilité de présence de l'électron¹¹ à l'intérieur du noyau est faible mais non-nulle.

À l'échelle des nucléons, le phénomène qui se produit dans le cas de la désintégration β^- est la transformation d'un neutron en proton selon :



et dans le cas de la désintégration β^+ :



Notons que l'on ne parle pas ici de désintégration du proton ou du neutron, mais de transformation d'un proton en un neutron (et vice-versa) sous l'action de l'interaction faible imposée par tous les nucléons présents dans le noyau. À l'échelle des nucléons, il ne s'agit pas d'un phénomène spontané¹².

Contrairement au cas de la désintégration α , les particules émises ne sont pas pré-existantes dans le noyau mais créées au moment de la désintégration β . Il y a transformation et apparition de nouvelles particules. En particulier, un nucléon change de nature (un neutron devient proton par exemple). Dans le cas des désintégrations dues à l'interaction faible, les nombres de protons (Z) et de neutrons (N) ne sont donc pas des quantités conservées. Notons par contre que le nombre de nucléons (A) et la charge électrique (q) sont bien conservés.

1.3 Stabilité et désintégrations

Un noyau **instable** (ou radioactif) peut se transformer spontanément, se désintégrer, en donnant naissance à un autre noyau. Ce phénomène peut-être dû soit à la compétition entre l'interaction forte et l'interaction électromagnétique (désintégration α et fission spontanée) soit à l'interaction faible (désintégration β^+ , β^- et capture électronique). Par opposition, un noyau qui ne se désintègre pas est qualifié de **stable**.

La figure 1.2 présente les noyaux connus¹³ (~ 3135) dans un diagramme (N, Z) appelé la charte des noyaux. Parmi ceux-ci, on trouve les 266 noyaux stables (sur la ligne de stabilité, en noire), les autres étant instables. On remarque également qu'un grand nombre de combinaisons de nucléons ne correspondent pas à un noyau car elles ne forment pas un état lié, même pendant un instant bref. La figure 1.3 présente la charte des noyaux en vue éclatée en plusieurs cas pour comprendre les modes de désintégration. On remarque sur la figure 1.3.a que les noyaux stables légers ($Z \lesssim 20$) possèdent un nombre égal de protons et de neutrons ($N = Z$), alors que pour les noyaux lourds, la stabilité correspond à $N > Z$. En effet, quand le nombre de protons devient trop important, il faut ajouter un grand nombre de neutrons pour contrebalancer la

¹¹de la couche K

¹²Le neutron libre se désintègre selon (1.5) avec une durée de vie $\tau = 885,7$ s, mais ce phénomène n'est pas à confondre avec la transformation du neutron en proton sous l'effet de l'interaction faible imposée par les nucléons du noyau.

¹³d'après <http://ie.lbl.gov/toi2003/MassSearch.asp>, les données provenant de [3].

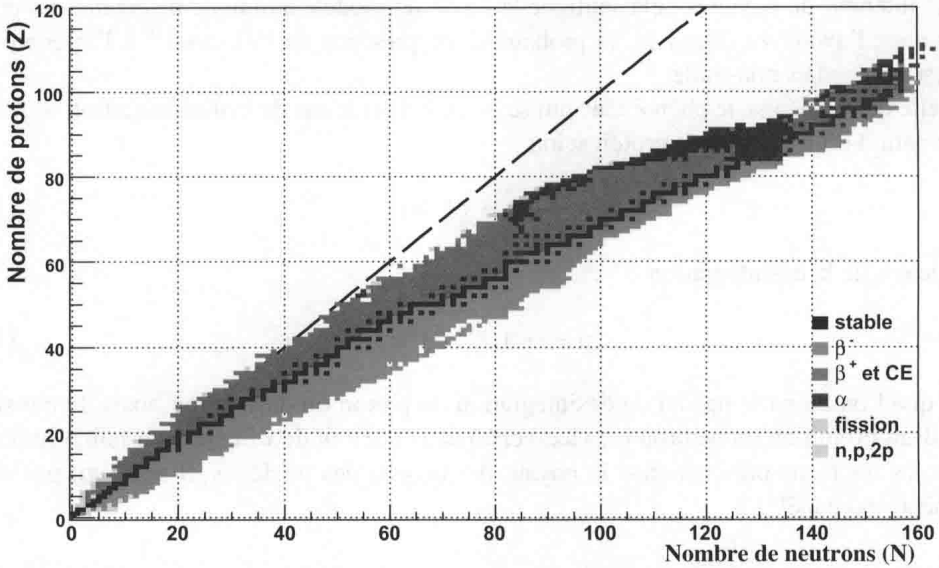


FIG. 1.2 – Charte des noyaux connus : diagramme (N, Z) . Le code de couleur indique le mode de désintégration dominant de chaque noyau.

répulsion électromagnétique. Ainsi le ${}^{208}_{82}\text{Pb}_{126}$ est stable avec un nombre de neutrons $\sim 50\%$ supérieur à celui du nombre de protons.

Les noyaux émetteurs β^+ (fig. 1.3.b) sont des noyaux trop pauvres en neutrons ($Z > N$) par rapport à la stabilité. Ils ont donc tendance à retourner vers la stabilité, en gagnant un neutron et en perdant un proton, soit par désintégration β^+ soit par capture électronique. À l'inverse, les émetteurs β^- (fig. 1.3.c) sont des noyaux trop riches en neutrons ($Z < N$). Ils sont également instables et vont devoir transformer un neutron en proton pour retourner vers la stabilité.

Les noyaux émetteurs α (fig. 1.3.d) sont des noyaux lourds situés typiquement au-delà du plomb, à quelques exceptions près. Pour des noyaux très lourds (fig. 1.3.e), on observe que le mode de désintégration principale est la fission spontanée (par exemple le ${}^{254}_{98}\text{Cf}$).

La figure 1.3.f présente les noyaux dont le mode de désintégration principale est une désintégration rare consistant à émettre directement un nucléon. Il s'agit par exemple de la désintégration proton (resp. neutron) qui consiste à émettre directement un proton (resp. neutron). La désintégration 2 protons a également été observée pour les noyaux très riches en protons, par exemple le ${}^{45}_{26}\text{Fe}_{19}$. Elle correspond à l'émission simultanée de 2 protons par un noyau. Ces types de désintégration s'observent pour des noyaux très loin de la stabilité, en limite de la zone d'existence des noyaux.

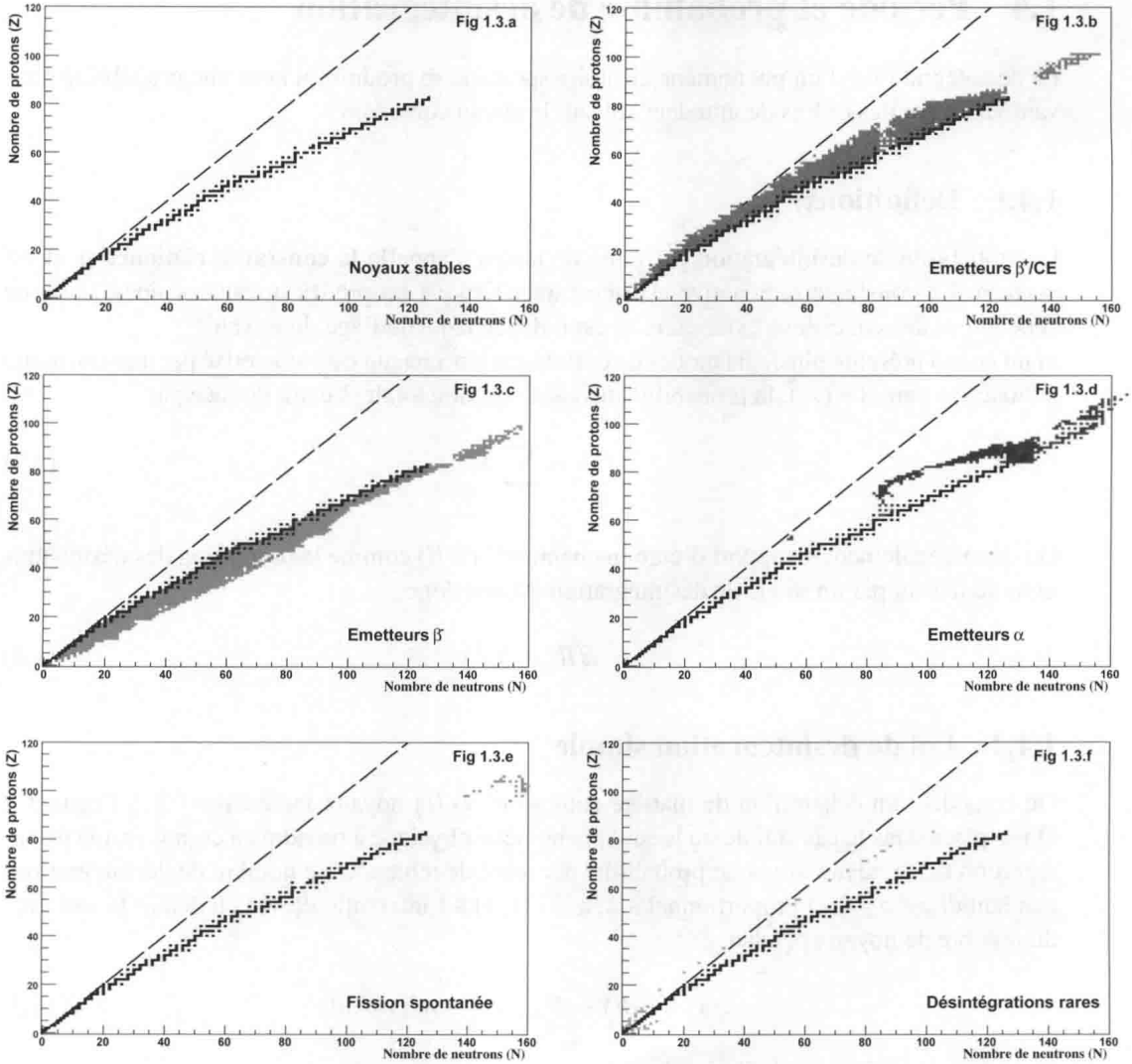


FIG. 1.3 – Charte des noyaux en vue éclatée pour les différents types de désintégration : β^+ et capture électronique (b), β^- (c), α (d), fission spontanée (e) et désintégrations rares (f) telles que l'émission de nucléon (n, p, 2p). Les 266 noyaux stables sont présentés sur la figure (a) et rappelés sur chaque figure pour comparaison.

1.4 Période et probabilité de désintégration

La désintégration est un phénomène aléatoire spontané se produisant avec une probabilité pouvant varier sur des ordres de grandeur suivant le noyau considéré.

1.4.1 Définitions

La probabilité de désintégration par unité de temps s'appelle la **constante radioactive** et est notée λ . La constante radioactive est une caractéristique propre du noyau considéré. Elle ne dépend pas des conditions extérieures et est indépendante de l'âge du noyau¹⁴.

Si un noyau présente plusieurs modes de désintégration, chacun est caractérisé par une constante radioactive partielle (λ_i), la probabilité de désintégration totale λ étant donnée par

$$\lambda = \sum_i \lambda_i \quad (1.7)$$

On définit également le rapport d'embranchement¹⁵ (BR) comme la proportion des désintégrations se faisant par un mode de désintégration i . On a donc

$$BR_i = \lambda_i / \lambda \quad (1.8)$$

1.4.2 Loi de désintégration simple

On considère un échantillon de matière contenant $N_X(t)$ noyaux radioactifs ${}^A X$ à l'instant t . On se place dans le cas simple où le seul phénomène physique à prendre en compte est la désintégration de ce noyau avec une probabilité par unité de temps λ . Le nombre de désintégrations pendant dt est *a priori* proportionnel à λ , à $N_X(t)$ et à l'intervalle dt . On en déduit la variation du nombre de noyaux pendant dt :

$$N_X(t + dt) - N_X(t) = -\lambda N_X(t) dt \quad (1.9)$$

On a donc la variation infinitésimale suivante :

$$\boxed{dN_X = -\lambda N_X dt} \quad (1.10)$$

Après intégration, on trouve la loi de désintégration simple :

$$N_X(t) = N_X^0 e^{-\lambda t} \quad (1.11)$$

avec $N_X(t = 0) = N_X^0$.

Cette loi nous donne l'évolution en fonction du temps du nombre de noyaux radioactifs ${}^A X$ contenus dans un échantillon dans le cas de la désintégration simple. Nous verrons plus loin le cas de désintégrations en chaîne (sec. 1.4.6).

¹⁴Le fait que λ soit constant signifie de fait que le noyau ne vieillit pas.

¹⁵ BR pour *Branching Ratio* en anglais.

1.4.3 Période radioactive

La **période radioactive** T est définie¹⁶ comme le temps au bout duquel la moitié des noyaux initialement présents se sont désintégrés.

$$N_X(T) = N_X^0/2 \quad (1.12)$$

Le nombre de noyaux présents au bout d'un temps $p \times T$ est donc :

$$N_X(pT) = N_X^0/2^p \quad (1.13)$$

La diminution du nombre de noyaux radioactifs est donc très lente et pour avoir une diminution significative, disons 1000 fois moins, il faut environ 10 périodes (car $2^{10} = 1024$).

On peut relier la période radioactive (T) à la constante radioactive (λ), en utilisant (1.11) et (1.12). On trouve :

$$T = \frac{\ln 2}{\lambda} \quad (1.14)$$

Dans le cas où le noyau présente plusieurs modes de désintégration, on définit la période partielle T_i du mode i , telle que $T_i = \ln 2/\lambda_i$. La période totale est alors donnée par :

$$\frac{1}{T} = \sum_i \frac{1}{T_i} \quad (1.15)$$

Notons qu'il existe également la notion de *durée de vie* τ , définie par le temps nécessaire pour diviser par e le nombre de noyaux initialement présents. On a alors

$$N(t) = N_0 e^{-t/\tau}$$

La notion de durée de vie n'est pas ou peu utilisée en physique nucléaire.

1.4.4 Activité d'un échantillon de noyaux radioactifs

L'**activité** d'un échantillon de noyaux radioactifs ${}^A X$, notée $a_X(t)$, est définie comme le nombre de désintégrations par unité de temps.

$$a_X(t) = \frac{|dN_X^{des}|}{dt} \quad (1.16)$$

où dN_X^{des} est la variation de N_X due à la désintégration.

En utilisant (1.10), on en déduit une relation entre l'activité et le nombre de noyaux :

$$\boxed{a_X(t) = \lambda N_X(t)} \quad (1.17)$$

Les relations (1.16) et (1.17) sont valables dans tous les cas. Si on se restreint au cas de la filiation simple et en utilisant (1.11), on montre facilement que la loi suivie par l'activité est :

$$a_X(t) = a_X^0 e^{-\lambda t} \quad (1.18)$$

¹⁶aussi appelée demi-vie et notée $T_{1/2}$.

	Limite inférieure	Limite supérieure
Haute Activité (HA)	1 GBq/g	
Moyenne Activité (MA)	1 MBq/g	1 GBq/g
Faible Activité (FA)	100 Bq/g	1 MBq/g
Très Faible Activité (TFA)		100 Bq/g

TAB. 1.2 – Classification des déchets radioactifs en France.

où $a_X(t = 0) = a_X^0$.

Notons que si le noyau produit lors de la désintégration est lui-même radioactif, l'activité de l'échantillon est égale à la somme des activités des noyaux radioactifs produits.

L'unité SI de l'activité est le Becquerel (Bq), défini par

Définition

1 Bq correspond à 1 désintégration par seconde

À titre d'illustration, considérons un déchet nucléaire composé de noyaux radioactifs de période T . Au bout d'un temps $t = T$, l'activité est divisée seulement par 2. Au bout de 10 périodes, l'activité est divisée par environ 1000 ($2^{10} = 1024$). Ainsi, la classification française des déchets radioactifs distingue les déchets à vie courte (VC) et les déchets à vie longue (VL), car leur stockage est requis sur des échelles de temps très différentes. La limite entre les deux a été choisie égale à 31 ans, soit un peu plus que la période du $^{137}_{55}\text{Cs}$ ($T = 30$ ans).

1.4.5 Activité massique d'un échantillon de matière

On définit l'activité massique a_m d'un échantillon de masse m , comme le rapport de l'activité totale de l'échantillon à sa masse :

$$a_m = \frac{a}{m} \tag{1.19}$$

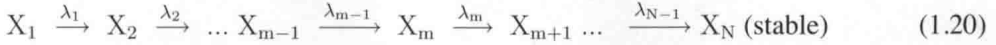
L'unité SI de l'activité massique est le Bq/g.

En France, la classification des déchets radioactifs repose sur deux grandeurs : la période, avec la distinction vie courte/vie longue et l'activité massique. On distingue ainsi 4 niveaux d'activité massique depuis la très faible activité (TFA) à la haute activité (HA), cf. tab. 1.2.

Ces activités massiques induites peuvent être comparées à celle de la radioactivité naturelle. Le corps humain présente par exemple une activité massique moyenne de l'ordre de 100 Bq/kg, provenant principalement du potassium 40 et du carbone 14. L'activité volumique est également utilisée. On mesure ainsi une activité volumique moyenne dans les habitations variant entre ~ 0 et ~ 100 Bq/m³, en fonction des matériaux utilisés et de la roche environnante. Elle provient du radon 222 qui fait partie de la descendance de l'uranium 238 (cf. page 21).

1.4.6 Séries radioactives

Lorsqu'un noyau se désintègre, il se transforme souvent en un noyau lui-même radioactif qui se désintègre à son tour. Cela donne lieu à une chaîne de désintégrations (aussi appelée **série radioactive** ou filiation). De manière générique, celle-ci s'écrit :



a) Équations de Bateman de la filiation simple

On cherche à calculer l'évolution du nombre de noyaux $N_m(t)$ d'une espèce m dans une série radioactive donnée par (1.20). On se place dans le cas où l'échantillon ne contient initialement que des noyaux X_1 , i.e. $N_m(t=0) = 0$, sauf $N_1(t=0) = N_1^0$.

La solution pour le noyau père $m = 1$ est celle vue précédemment (1.11).

Pour le noyau $m = 2$, la variation infinitésimale est donnée par

$$dN_2 = -\lambda_2 N_2 dt + \lambda_1 N_1 dt \quad (1.21)$$

Après intégration, on trouve

$$N_2(t) = N_1^0 \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} \left(e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t} \right) \quad (1.22)$$

On peut généraliser le résultat à tous les noyaux de la chaîne de désintégrations, sauf le dernier. La variation infinitésimale pour le noyau $m < N$ est donnée par

$$dN_m = -\lambda_m N_m dt + \lambda_{m-1} N_{m-1} dt \quad (1.23)$$

On montre par récurrence que l'on a

$$N_m(t) = \frac{N_1^0}{\lambda_m} \sum_{i=1}^m C_i^m e^{-\lambda_i t} \text{ avec } m < N \quad (1.24)$$

où les coefficients C_i^m sont donnés par :

$$C_i^m = \frac{\prod_{j=1}^m \lambda_j}{\prod_{j=1, j \neq i}^m (\lambda_j - \lambda_i)} \text{ avec } m < N \quad (1.25)$$

Ce système d'équations portent le nom d'**équations de Bateman de la filiation simple**. Il permet par exemple de calculer l'évolution en fonction du temps de l'activité d'un fût de déchets radioactifs.

b) Equilibre séculaire

Un cas particulier intéressant est celui où la période du noyau père (T_1) est grande devant les périodes de tous les noyaux fils ($T_m, m \geq 2$). Pour des temps grands devant les périodes des

noyaux fils, au moins jusqu'au rang p ($t \gg T_m, 2 \leq m \leq p$), la série radioactive est dite en équilibre séculaire jusqu'au noyau X_p .

On peut simplifier l'équation (1.24) car tous les termes exponentiels sont petits sauf le premier ($m = 1$). On a alors

$$N_m(t) = N_1^0 C_1^m e^{-\lambda_1 t} \quad 2 \leq m \leq p \quad (1.26)$$

avec

$$C_1^m = \frac{\prod_{j=1}^m \lambda_j}{\prod_{j=2}^m (\lambda_j - \lambda_1)} \simeq \lambda_1 \quad \text{car } \lambda_j \gg \lambda_1 \quad (1.27)$$

On en déduit donc pour $2 \leq m \leq p$:

$$N_m(t) = \frac{\lambda_1 N_1^0}{\lambda_m} e^{-\lambda_1 t} = \frac{a_1(t)}{\lambda_m} \quad (1.28)$$

On constate que les activités de tous les noyaux jusqu'à X_p sont égales à celle du noyau père :

$$a_1(t) = \dots = a_m(t) = \dots = a_p(t) \quad (1.29)$$

Ce résultat est assez intuitif car dans les conditions $t \gg T_m, 2 \leq m \leq p$, on peut considérer que les désintégrations de tous les noyaux jusqu'à X_p , sauf le noyau père, sont instantanées. Ainsi, le taux de désintégration est imposé par le noyau père.

En conséquent, l'activité d'un échantillon en équilibre séculaire est égale à l'activité du noyau père multipliée par le nombre de noyaux en équilibre (p), soit

$$a_{tot}(t) = p \times a_1(t) \quad (1.30)$$

1.4.7 Séries radioactives naturelles

Formellement, il n'existe que quatre séries radioactives. En effet, la désintégration α ne modifie le nombre de nucléons que de 4 unités alors que la désintégration β ne le modifie pas. Ainsi, tous les noyaux dont le A diffère de 4 unités peuvent *a priori* être obtenus par une succession de désintégrations β et α . Une série radioactive se termine lorsque l'un des noyaux fils est stable. Pour les noyaux lourds, la situation est très claire car ces quatre séries radioactives aboutissent chacune sur l'un des isotopes stables du plomb.

Pour être encore présente à l'état naturel, une série doit comporter un noyau dont la période est comparable avec l'âge de la Terre ($\sim 4,5 \times 10^9$ an). Une série radioactive peut également être alimentée de manière artificielle, par exemple en réacteur par capture neutronique sur les noyaux constituant le combustible. De ce fait, les séries radioactives ont un impact sur le fonctionnement du réacteur et la radiotoxicité du combustible utilisé.

a) Série de l'uranium 238 (dite $4n+2$)

La figure 1.4 présente la série radioactive naturelle de l'uranium 238. Il s'agit d'un noyau émetteur α avec une période très longue $T = 4,5 \times 10^9$ an, quasiment égale à l'âge estimé de

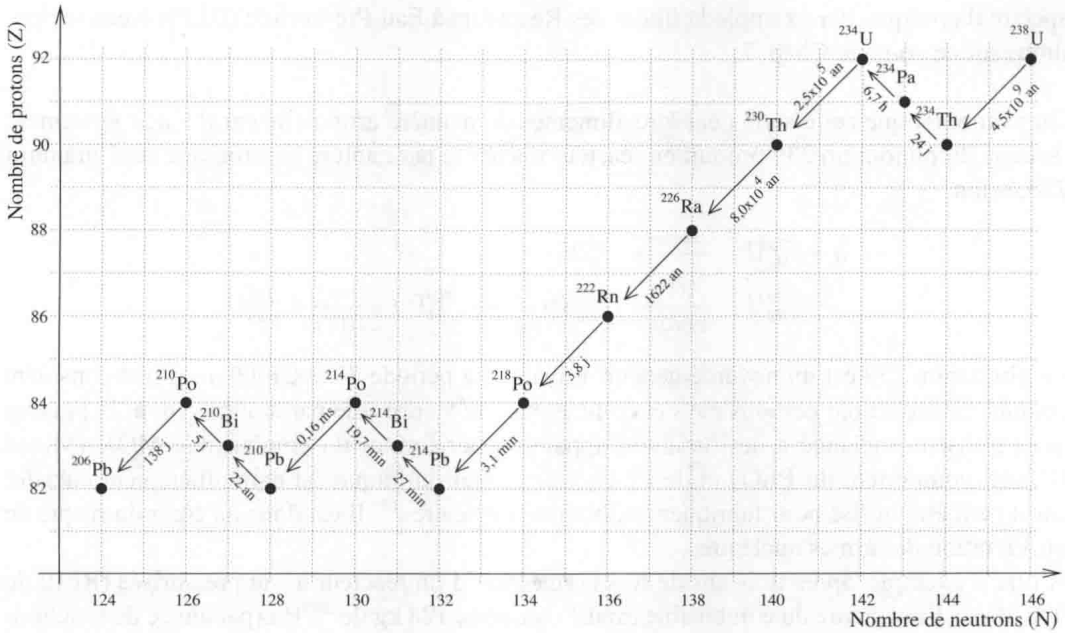


FIG. 1.4 – La série radioactive naturelle de l'uranium 238.

la Terre. Cela explique en particulier son abondance relativement importante sur Terre. L'uranium est en effet beaucoup plus abondant que l'or [4] et les gisements exploités se trouvent au Kazakhstan (36 %), Canada (15 %), Australie (12 %) et Niger (8 %). La production mondiale annuelle des mines d'uranium s'élève à 58000 tonnes en 2012 [5].

Parmi les descendants de l'uranium 238, on peut noter la présence d'uranium 234 de période beaucoup plus courte ($T = 2,5 \times 10^5$ an). Si l'uranium 234 initialement présent sur Terre a disparu depuis longtemps, ce noyau est néanmoins présent à l'état de traces dans l'uranium naturel car il est en équilibre séculaire, pour des temps de l'ordre du million d'années, dans la série radioactive de l'uranium 238. L'abondance relative de l'uranium 234 peut être calculée facilement en utilisant (1.29) :

$$\frac{N(^{234}\text{U})}{N(^{238}\text{U})} = \frac{T(^{238}\text{U})}{T(^{234}\text{U})} = 5,5 \times 10^{-5} \quad (1.31)$$

L'uranium 238 est un noyau qui peut fissionner avec des neutrons ayant une énergie de l'ordre du MeV (neutrons dit rapides). Nous reviendrons sur ce point au Chapitre 7.

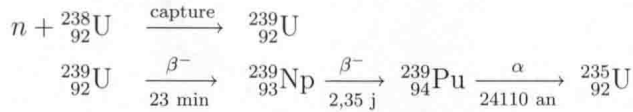
b) Série de l'uranium 235 (dite $4n+3$)

La figure 1.6 présente la série radioactive naturelle de l'uranium 235 qui se termine sur le plomb 207 qui est stable. De période 6 fois inférieure à celle de l'uranium 238, l'uranium 235 est beaucoup moins présent sur Terre. En effet, l'uranium naturel est composé de 99,3 % d'uranium 238 et de 0,7% d'uranium 235.

Contrairement à l'uranium 238, l'uranium 235 est **fissile**, c'est-à-dire qu'il peut fissionner quelle que soit l'énergie du neutron incident. Cela en fait le combustible nucléaire des réacteurs à

spectre thermique, par exemple la filière des Réacteurs à Eau Pressurisée (REP). Nous reviendrons sur ce point au Chap. 7.

On peut noter que cette série peut-être alimentée de manière artificielle car il s'agit également de celle du plutonium 239 produit en réacteur nucléaire par capture neutronique sur l'uranium 238, selon



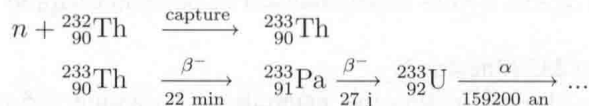
Le plutonium 239 est un noyau émetteur α ayant une période $T \simeq 24000$ an. Il est considéré comme un déchet par certains pays et comme matière valorisable par d'autres (dont la France) qui l'utilisent, mélangé à de l'uranium appauvri pour former du combustible MOX (Mixed OXyde, comportant du PuO_2 et de l' UO_2). Son statut juridique est particulièrement encadré car il peut être utilisé pour fabriquer des bombes nucléaires¹⁷. Il est donc au cœur du risque de prolifération des armes nucléaires.

À titre d'exemple, après trois ans de fonctionnement d'un réacteur à eau pressurisée (REP) de 900 MWe, l'inventaire du combustible irradié comporte 123 kg de ${}^{239}\text{Pu}$ (par année de fonctionnement) [6].

a) Série du thorium 232 (dite 4n)

La figure 1.5 présente la série du thorium 232, dont la période est $T = 14,05 \times 10^9$ an, et qui aboutit au plomb 208, l'un des isotopes stables du plomb. On peut constater que les périodes des 9 noyaux fils sont très courtes devant celle du noyau père. Pour des temps de l'ordre de quelques dizaines d'années, on se trouve exactement dans les conditions de l'équilibre séculaire et les activités des noyaux fils sont égales à celles du père. Ainsi, si l'on considère un échantillon de thorium pur, après une extraction minière par exemple, l'activité massique initiale est égale à 4 kBq/g. L'activité de l'échantillon est ensuite croissante avec le temps, à mesure que les noyaux fils atteignent l'équilibre séculaire. Quelques années après l'extraction, l'activité atteint 10 fois l'activité initiale (car le thorium 232 a 10 descendants dans la série).

Le thorium étant trois fois plus abondant que l'uranium dans la croûte terrestre, on a envisagé depuis les débuts de l'énergie nucléaire d'exploiter les possibilités d'un combustible à base de cet élément. Le thorium naturel est composé à 100% de ${}_{90}^{232}\text{Th}$ et le problème est que celui-ci n'est pas fissile. Lors de la capture d'un neutron, il ne fissionne pas mais se transforme en un noyau plus lourd (${}_{90}^{233}\text{Th}$) qui après deux désintégrations β successives donne le ${}_{92}^{233}\text{U}$ qui lui peut fissionner avec des neutrons thermiques.



Le thorium 232 est dit **fertile** car il peut être transformé en combustible nucléaire après irradiation neutronique. Les réacteurs au thorium font partie des projets envisagés pour le futur de l'énergie nucléaire.

¹⁷par exemple Fatman à Nagasaki

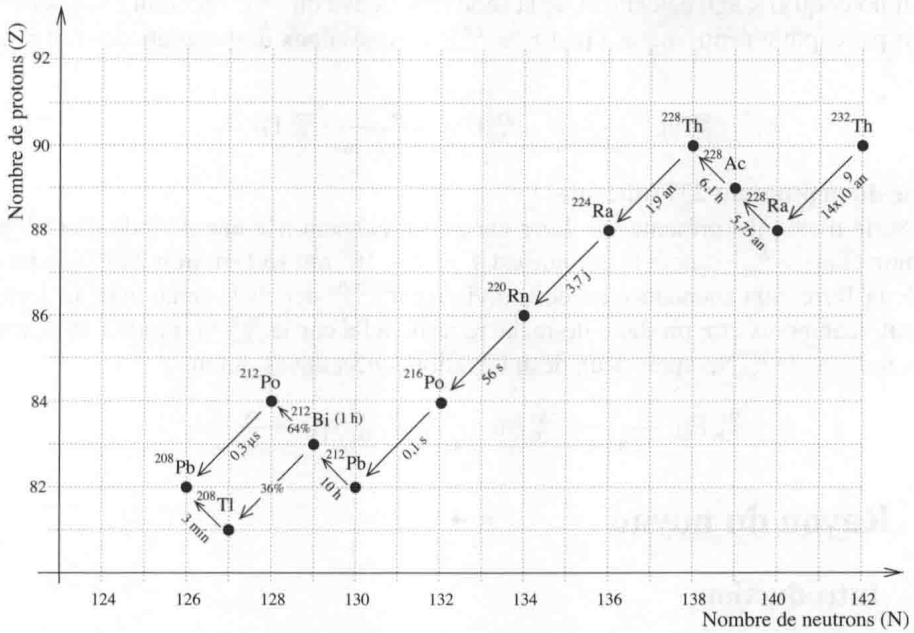


FIG. 1.5 – La série radioactive naturelle du thorium 232.

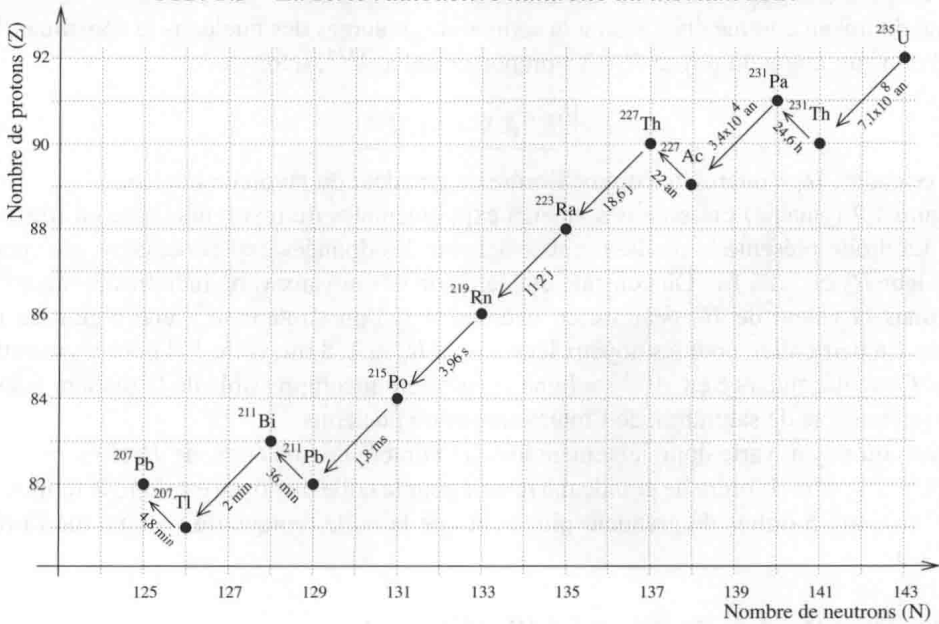
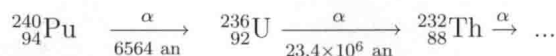


FIG. 1.6 – La série radioactive naturelle de l'uranium 235.

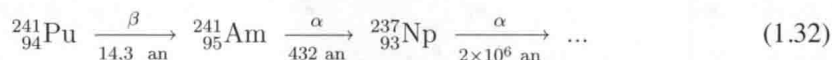
On peut noter qu'il s'agit également de la série radioactive du ^{240}Pu produit artificiellement en réacteur par capture neutronique à partir du ^{239}Pu . Après deux désintégrations α , il redonne le ^{232}Th .



d) Série du neptunium 237 (dite $4n+1$)

Cette série n'est plus présente sur Terre car aucun élément n'a une période assez longue, le maximum étant le $^{237}_{93}\text{Np}$ dont la période est $T = 2 \times 10^6$ an, soit environ 2000 fois moins que l'âge de la Terre. Son abondance est donc divisée par 2^{2000} depuis la création de la Terre.

Elle peut néanmoins être produite de manière artificielle car le $^{241}_{94}\text{Pu}$, produit en réacteur nucléaire, redonne le $^{237}_{93}\text{Np}$ après deux désintégrations successives, selon



1.5 Rayon du noyau

1.5.1 Introduction

Dans la plupart des cas, le noyau dans son état fondamental peut être considéré comme sphérique en première approximation. Un modèle très simple de noyau consiste à considérer le volume du noyau comme étant égal à la somme des volumes des nucléons le constituant¹⁸. On attend donc un rayon du noyau $R(^A X)$ proportionnel à $A^{1/3}$, selon

$$R(^A X) = R_0 A^{1/3} \quad (1.33)$$

Dans ce cadre, R_0 s'interprète comme l'ordre de grandeur du rayon du nucléon.

La figure 1.7 (gauche) présente des valeurs expérimentales de rayon nucléaire en fonction de $A^{1/3}$. La droite présente le meilleur ajustement sur les données expérimentales, qui conduit à une valeur $R_0 \simeq 1,25$ fm. On constate que le rayon des noyaux varie bien linéairement¹⁹ avec $A^{1/3}$ mais la valeur de R_0 peut varier légèrement si l'on s'intéresse à une région de masse donnée. En particulier, pour les noyaux légers on a $R_0 \simeq 1,3$ fm, voire 1,4 pour les noyaux très légers. Cette dépendance en $A^{1/3}$ souligne le caractère incompressible de la matière nucléaire, dû au phénomène de saturation de l'interaction entre nucléons.

Le rayon du noyau varie donc lentement avec le nombre de nucléons, de $R(^4_2\text{He}) \simeq 1,9$ fm à $R(^{235}_{92}\text{U}) \simeq 7,4$ fm. L'ordre de grandeur à retenir pour la taille du noyau est donc le femtomètre²⁰ (10^{-15} m), soit 5 ordres de grandeur plus petit que la taille typique de l'atome (de l'ordre de 10^{-10} m).

1.5.2 Distribution de densité à l'intérieur du noyau

Les expériences de diffusion permettent d'étudier la taille et la forme du noyau. Il faut pour cela disposer de particules dont la longueur d'onde est du même ordre de grandeur que la taille de

¹⁸ce qui est vrai pour une boîte de cubes mais pas pour une sphère contenant des sphères.

¹⁹Notons que les noyaux exotiques s'éloignent nettement de cette tendance.

²⁰aussi appelé le Fermi

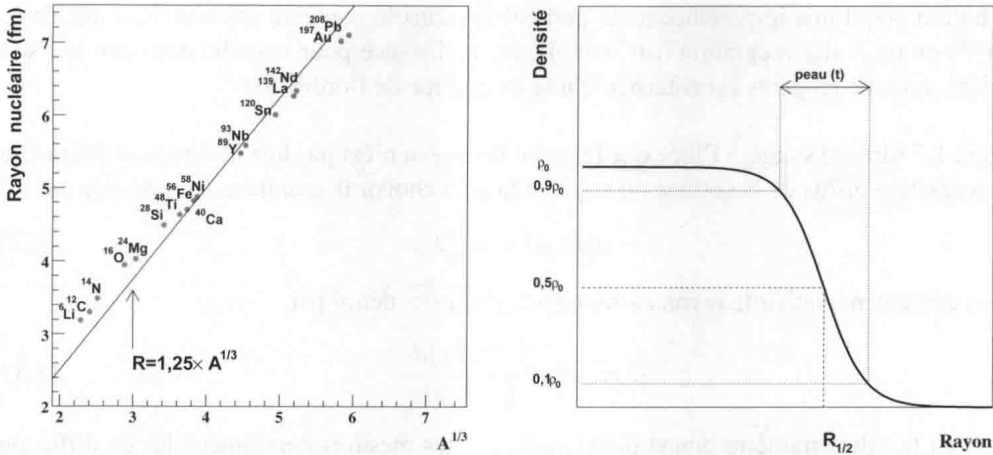


FIG. 1.7 – Gauche : Rayon nucléaire (fm) en fonction de $A^{1/3}$. La droite présente le meilleur ajustement sur les données expérimentales, tirées de [7], qui conduit à une valeur $R_0 \simeq 1,25$ fm. Droite : Densité nucléaire (ρ) en fonction de la distance au centre du noyau. On a précisé la définition de $R_{1/2}$ et de l'épaisseur de peau (t).

ce dernier, soit de l'ordre du Fermi. La dualité onde-corpuscule permet l'utilisation *a priori* de différentes sondes : photon, électron, neutron, α , ...

Le résultat de ces expériences de diffusion permet d'estimer $\rho(r)$, la distribution de densité à l'intérieur du noyau. Notons que l'utilisation d'électrons pour sonder la matière nucléaire permet d'avoir accès uniquement à la distribution des protons dans le noyau, *i.e.* la distribution des charges. Si l'on suppose que les protons et les neutrons ont la même distribution, on peut identifier la densité de charges avec la densité de masses.

Cette distribution présente un caractère commun à tous les noyaux, des plus légers aux plus lourds. Elle est bien décrite par une distribution de Fermi :

$$\rho(r) = \frac{\rho_0}{1 + \exp \frac{(r-R_{1/2})}{a}} \quad (1.34)$$

où ρ_0 est la densité au centre du noyau ($\rho_0 \simeq 0,13$ nucléon/fm³), $R_{1/2}$ est le rayon défini par $\rho(R_{1/2}) = \rho_0/2$ et a le paramètre de diffusivité.

La conclusion la plus importante à en tirer est le fait que le noyau n'est pas une sphère à bord franc (une boule). La densité est certes constante à l'intérieur du noyau (ρ_0), mais elle ne tombe pas brutalement à zéro pour $r = R$. Il existe en fait une zone diffuse d'environ 2,2 fm, de valeur quasiment constante pour tous les noyaux, dans laquelle la densité décroît progressivement. On définit l'**épaisseur de peau** t comme la longueur pour passer de $0,9\rho_0$ à $0,1\rho_0$ (cf. fig. 1.7 droite). On démontre facilement (cf. exercice 1.4) la relation liant l'épaisseur de peau t au paramètre de diffusivité a :

$$t = 4a \ln 3 \quad (1.35)$$

Cette notion prend une importance toute particulière dans le contexte des réactions nucléaires (Chap. 3) ou de la désintégration α (Chap. 4), car la distance pour laquelle deux noyaux sont considérés comme tangents est entachée d'une incertitude de l'ordre de t .

La figure 1.7 (droite) suggère l'idée que le rayon du noyau n'est pas une notion bien définie, du fait du caractère diffus de la surface du noyau. On peut choisir la grandeur $R_{1/2}$ définie par :

$$\rho(R_{1/2}) = \rho_0/2 \quad (1.36)$$

On peut également choisir le rayon carré moyen $\sqrt{\langle r^2 \rangle}$ défini par

$$\langle r^2 \rangle = \frac{\int_V r^2 \rho(r) dv}{\int_V \rho(r) dv} \quad (1.37)$$

Il s'agit en fait du paramètre donné directement par les mesures expérimentales de diffusion. Pour un noyau sphérique, on a

$$\langle r^2 \rangle = \frac{\int_0^\infty r^4 \rho(r) dr}{\int_0^\infty r^2 \rho(r) dr} \quad (1.38)$$

Dans le cas d'un noyau à bord franc de rayon R_{franc} , on trouve

$$\langle r^2 \rangle = \frac{\int_0^{R_{\text{franc}}} r^4 \rho(r) dr}{\int_0^{R_{\text{franc}}} r^2 \rho(r) dr} = \frac{3}{5} R_{\text{franc}}^2$$

Cela nous amène à définir un rayon équivalent :

$$R_{\text{eq}} = \sqrt{\frac{5}{3} \langle r^2 \rangle} \quad (1.39)$$

Cette définition du rayon du noyau est celle retenue pour la figure 1.7 (gauche).

En conclusion, on retiendra que le rayon du noyau peut être estimé de manière satisfaisante pour la plupart des applications avec la formule (1.33) et que le bord du noyau n'est pas franc mais comporte une peau dont l'épaisseur est d'environ 2 fm.

1.6 Masse et énergie de liaison

1.6.1 Masse nucléaire et atomique

Il convient de différencier la masse du noyau et la masse de l'atome correspondant. On note donc M la masse d'un atome et m la masse du noyau. Ces deux grandeurs sont reliées, en première approximation, par la formule suivante :

$$M({}_Z^A X) = m({}_Z^A X) + Z m_e \quad (1.40)$$

La masse d'un atome, composé d'un noyau et de Z électrons, est donc égale à la somme des masses de ses constituants. Cela peut sembler intuitif mais il s'agit en fait d'une approximation consistant à négliger l'énergie de liaison des électrons dans l'atome. Ce type d'approximation ne sera plus possible dans le cas du noyau.

1.6.2 Unités de masse et d'énergie

a) Unité de masse atomique

En physique nucléaire, on utilise l'unité de masse atomique (notée uma), définie comme le douzième de la masse atomique du carbone 12.

$$1 \text{ uma} = \frac{1}{12} M(^{12}\text{C}) \quad (1.41)$$

Par définition, la masse atomique du ^{12}C est donc 12 uma. Cette définition est également liée au nombre d'Avogadro ($N_A = 6,022 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$) qui correspond au nombre d'atomes contenus dans 12 g de ^{12}C pur. On peut en déduire la valeur d'1 uma.

Soit m_u la valeur en kg d'une unité de masse atomique, on a :

$$\begin{aligned} 12 \times 10^{-3} \text{ kg} &= N_A \times 12 \text{ uma} \times m_u \\ \text{soit } m_u &= \frac{10^{-3}}{N_A} = 1,66056 \times 10^{-27} \text{ kg} \end{aligned}$$

On retiendra donc dans la suite la conversion suivante :

$$1 \text{ uma} = 1,66056 \times 10^{-27} \text{ kg} \quad (1.42)$$

On peut noter au passage qu'une bonne approximation de la masse molaire d'un élément ^AX est donnée par :

$$M_{\text{mol}}(^A\text{X}) \simeq A \text{ g mol}^{-1} \quad (1.43)$$

b) Energie de masse correspondant à 1 uma

On peut maintenant évaluer l'énergie de masse correspondant à 1 uma :

$$\begin{aligned} E &= m_u c^2 = 1,66056 \times 10^{-27} \times (3 \times 10^8)^2 \\ &= 1,4924 \times 10^{-10} \text{ J} \end{aligned}$$

On introduit finalement l'unité d'énergie utilisée en physique atomique et subatomique. Par définition un électron-Volt correspond à l'énergie acquise en 1 mètre par un électron dans un champ électrique de 1 V m^{-1} . On montre facilement que la valeur d'un électron-Volt (eV) est :

$$1 \text{ eV} = 1,602 \times 10^{-19} \text{ J}$$

On déduit de ce qui précède la conversion entre uma et MeV/c^2 :

$$\boxed{1 \text{ uma} = 931,5 \text{ MeV}/c^2} \quad (1.44)$$

1.6.3 Energie de liaison

De manière générale, on peut définir l'énergie de liaison comme l'énergie d'interaction entre les constituants d'un système lié. Dans le cas qui nous intéresse, l'énergie de liaison d'un noyau est l'énergie à fournir pour passer du noyau en tant que système lié à un système de nucléons libres.

a) Masse nucléaire et énergie de liaison du noyau

Les données expérimentales indiquent que la masse du noyau est toujours inférieure à la somme des masses des nucléons le constituant. On a :

$$m({}_Z^AX) < Zm_p + Nm_n$$

où m_p (m_n) est la masse du proton (neutron).

En notant Δm le défaut de masse (quantité positive par définition), on peut réécrire

$$m({}_Z^AX) = Zm_p + Nm_n - \Delta m$$

Cette différence (ce défaut de masse) peut sembler difficile à interpréter en termes de masse. Par contre, en termes d'énergie, on peut écrire :

$$\Delta mc^2 = (Zm_p + Nm_n)c^2 - m({}_Z^AX)c^2$$

Il y a donc une différence d'énergie entre l'état "nucléons séparés" et l'état "noyau". Cette différence d'énergie est précisément l'énergie nécessaire pour casser le noyau. Il s'agit donc de l'énergie de liaison²¹ B définie par :

$$B({}_Z^AX_N) = Zm_p c^2 + Nm_n c^2 - m({}_Z^AX_N)c^2 \tag{1.45}$$

b) Masse atomique et énergie de liaison de l'atome

De la même manière, pour évaluer la masse de l'atome, il faut tenir compte des masses des constituants (noyau et électrons) et des énergies de liaison des électrons dans l'atome :

$$M({}_Z^AX)c^2 = m({}_Z^AX)c^2 + Zm_e c^2 - \sum_{i=1}^Z b_i \tag{1.46}$$

où $\sum_{i=1}^Z b_i$ est la somme des énergies de liaison des électrons sur leur couche électronique respective (K, L, M).

Elle est en général négligeable, surtout lorsqu'on calcule des différences de masses entre atomes voisins. L'approximation considérée pour (1.40) est en fait excellente.

1.6.4 Énergie de liaison moyenne par nucléon

Pour avoir un vision plus claire de l'énergie avec laquelle un nucléon est lié au noyau, on introduit l'énergie de liaison moyenne par nucléon, définie par

$$B({}_Z^AX_N)/A \tag{1.47}$$

Cela correspond à considérer que l'énergie de liaison totale est équitablement répartie entre les différents nucléons constituant le noyau. La figure 1.8 présente l'énergie de liaison moyenne par nucléon en fonction du nombre de nucléons (A) pour les noyaux stables ou de période

²¹Binding en anglais

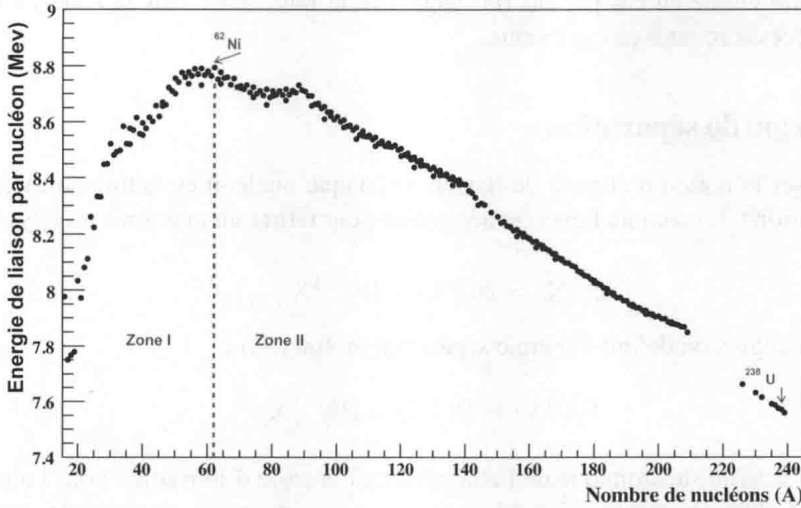


FIG. 1.8 – Énergie de liaison moyenne par nucléon en fonction du nombre de nucléons (A) pour les noyaux stables ou de période très longue. Les données expérimentales sont extraites de [8].

très longue. On remarque tout d'abord que l'énergie de liaison moyenne par nucléon présente un maximum pour $A \simeq 60$. Le noyau qui présente la plus grande énergie de liaison par nucléon est le ^{62}Ni ($B/A = 8,79$ MeV/nucléon). On trouve ensuite le ^{56}Fe pour lequel $B/A = 8,78$ MeV/nucléon.

On peut distinguer deux zones dans la figure 1.8.

– Zone I (avant le maximum du fer et du nickel).

Dans cette région B/A est croissant avec A . Cela signifie qu'il est *a priori* énergétiquement favorable de fusionner deux noyaux légers, peu liés, pour former un noyau plus lourd et plus lié. Les réactions de fusion produisent donc de l'énergie selon :

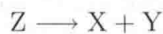


Il s'agit du processus de production d'énergie au cœur des étoiles.

Notons que le fait que le noyau soit dans la zone I ne garantit pas le caractère énergétiquement possible de la fusion. Cela doit être étudié au cas par cas (cf. page 76).

– Zone II (après le maximum du fer et du nickel).

Dans cette région B/A est décroissant avec A . Il est donc *a priori* énergétiquement favorable de fissionner un noyau lourd peu lié pour former deux noyaux plus légers et plus liés. Les réactions de fission produisent de l'énergie selon :



Il s'agit du processus de production d'énergie dans les réacteurs nucléaires, la différence notable étant que dans ce cas la fission est induite par un neutron et donc non spontanée.

Tout comme pour la fusion, le caractère énergétiquement possible pour la fission d'un noyau

lourd doit être étudié au cas par cas (cf. page 76), le fait d'être dans la zone II étant une condition nécessaire mais pas suffisante.

1.6.5 Energie de séparation

On peut préciser la notion d'énergie de liaison de chaque nucléon en définissant l'énergie de séparation neutron (S_n) comme l'énergie nécessaire pour retirer un neutron à un noyau A_ZX . On a donc :

$$S_n({}^A_ZX) = B({}^A_ZX) - B({}^{A-1}_Z X_{N-1}) \quad (1.48)$$

De manière analogue, on définit l'énergie séparation proton (S_p) :

$$S_p({}^A_ZX) = B({}^A_ZX) - B({}^{A-1}_{Z-1} X) \quad (1.49)$$

Il s'agit pour l'échelle subatomique de l'analogie de l'énergie d'ionisation pour l'atome, avec une complexité plus importante puisqu'il y a dans ce cas deux types de particules qui peuvent être retirées au système lié. Le tableau 1.3 résume les énergies de séparation neutron et proton pour quelques noyaux de masse $A \simeq 17$.

Noyau	S_n (MeV)	S_p (MeV)
${}^{16}_8O_8$	15,66	12,13
${}^{17}_8O_9$	4,14	13,78
${}^{17}_9F_8$	16,81	0,8

TAB. 1.3 – Énergies de séparation neutron et proton pour quelques noyaux de masse $A \simeq 17$.

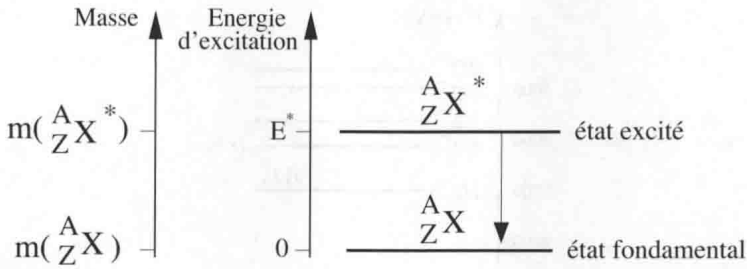
On constate que le neuvième nucléon de chaque espèce est moins lié. La configuration à 8 protons ou 8 neutrons est plus stable que celle à 8 protons et 9 neutrons ou 9 protons et 8 neutrons. Cela constitue une première indication de la structure en couches nucléoniques (une pour chaque espèce) dans le noyau, basée sur une analogie avec la structure en couches électroniques de l'atome, que nous développerons au chapitre 2.

1.7 Les états excités du noyau

1.7.1 Définition

Comme tous les systèmes quantiques composites, l'ensemble des A nucléons qui constitue le noyau A_ZX peut se trouver dans un état excité, noté ${}^A_ZX^*$. L'état ${}^A_ZX^*$ présente une énergie d'excitation E^* par rapport à l'état fondamental A_ZX . La seule énergie mise en jeu ici étant l'énergie de masse, l'état excité a donc une masse plus grande que l'état fondamental, défini comme l'état de plus basse masse. On a donc :

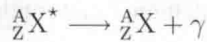
$$m({}^A_ZX^*)c^2 = m({}^A_ZX)c^2 + E^* \quad (1.50)$$

FIG. 1.9 – *Etat excité et état fondamental.*

Par ailleurs, la relation (1.45) nous indique que l'énergie de liaison est liée à la masse. On a donc :

$$m({}^A_Z X^*) > m({}^A_Z X) \implies B({}^A_Z X^*) < B({}^A_Z X)$$

Si l'énergie de liaison est plus faible dans l'état excité, sa désexcitation vers l'état fondamental va être énergétiquement favorable. Elle se fait par émission d'un photon γ qui emporte l'excès d'énergie (cf. fig. 1.9). On a



L'énergie du γ est donnée par

$$E_\gamma = [m({}^A_Z X^*) - m({}^A_Z X)]c^2 \quad (1.51)$$

Il s'agit en fait d'une approximation consistant à négliger le recul du noyau fils. La valeur obtenue est néanmoins très proche de la réalité ($\sim 10^{-4} \%$), cf. exercice 6.1 page 145.

En résumé, on peut donc comprendre l'état excité sous deux aspects :

- il est excité car sa masse est plus grande que celle de l'état fondamental
- il peut se désexciter vers l'état fondamental car son énergie de liaison est moins grande que celle de ce dernier.

1.7.2 Spectre des états excités et état métastable

Un noyau donné possède en général de nombreux états excités qui constituent le spectre des états excités. Ils sont caractérisés par leur énergie, leur moment angulaire total J et leur parité π (cf. sec. 1.8). Ces états excités se désexcitent vers des états d'énergie d'excitation moindre, jusqu'au fondamental. En première approximation, le photon γ emporte la différence d'énergie entre les deux états.

À titre d'exemple, la figure 1.10 présente un spectre typique d'états excités. Comme on peut le constater sur cet exemple, la période typique des états excités est très faible (\sim fs). Cependant, certains états excités présentent une période relativement longue ($> \mu$ s). On parle dans ce cas d'état métastables, noté ${}^A_m X$. La figure 1.11 (gauche) présente le spectre des états excités du technétium 99 (${}^{99}\text{Tc}$) qui présente un état métastable (${}^{99m}\text{Tc}$) dont la durée de vie est remarquablement longue (6 h), ce qui permet son utilisation en médecine nucléaire pour la détection de tumeurs cancéreuses (γ caméra).

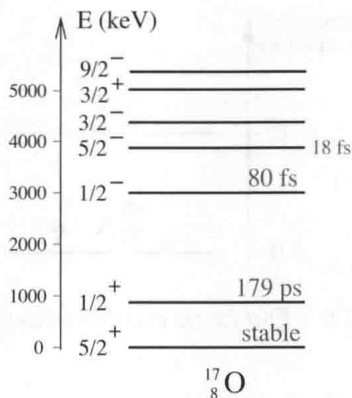


FIG. 1.10 – Spectre des états excités de l’oxygène 17. La valeur de la période de chaque état excité est indiquée.

Il est important de souligner que la période de l’état excité n’est pas nécessairement plus courte que celle de l’état fondamental. En particulier, l’état fondamental n’est pas l’état de plus grande période mais celui de plus petite masse.

Par ailleurs, l’état excité peut lui-même se désintégrer (sans désexcitation préalable), par émission α , β ou par fission, si le processus est énergétiquement possible. Pour un état excité donné, il existe donc une compétition entre la désexcitation et la désintégration. On a donc

$$\lambda = \lambda_{\text{désexcitation}} + \lambda_{\text{désintégration}}$$

Notons cependant que la désexcitation est très souvent beaucoup plus probable, rendant l’observation d’une désintégration d’un état excité de basse énergie relativement atypique.

La figure 1.11 (droite) permet d’illustrer les deux points précédents. L’état fondamental du ^{242}Am présente une période $T = 16$ h. Ce noyau possède un état excité à 48,6 keV dont la période est 141 ans. On peut également observer pour ce noyau la compétition entre la désexcitation et la désintégration de l’état excité (sans passer par le fondamental). Cette compétition est toujours présente mais dans le cas général la désexcitation est beaucoup plus rapide. Ici, la désintégration α de l’état excité devient non-négligeable car la désexcitation est très peu probable.

1.8 Moment angulaire total et parité

Il s’agit ici de propriétés quantiques du noyau, n’ayant pas d’équivalent ni d’interprétation classique. Elles sont définies de manière générale dans l’annexe C. Elles sont d’une grande importance pour la compréhension de la physique du noyau car elles déterminent les règles de sélection gouvernant les probabilités de désintégration.

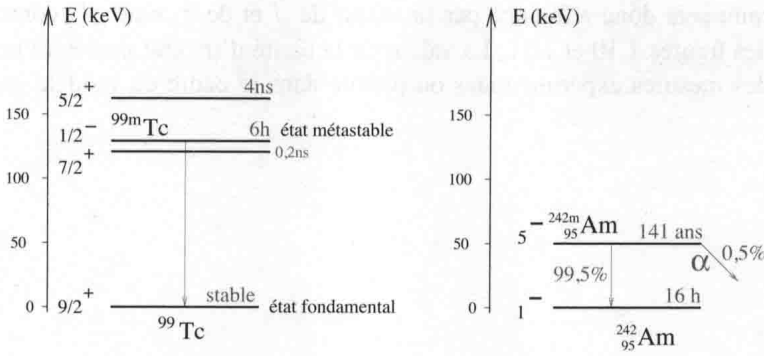


FIG. 1.11 – Spectre des états excités du technétium 99 et de l'américium 242. Pour chaque état, on a indiqué la valeur de l'énergie d'excitation et celle de J^π .

1.8.1 Moment angulaire total du noyau J

Chacun des A nucléons du noyau possède un moment angulaire orbital $\vec{\ell}_i$ et un spin \vec{s}_i et donc un moment angulaire total $\vec{j}_i = \vec{\ell}_i + \vec{s}_i$. Tous ces moments angulaires s'ajoutent pour former le moment angulaire total²² du noyau \vec{J} :

$$\vec{J} = \sum_i^A \vec{j}_i = \sum_i^A (\vec{\ell}_i + \vec{s}_i) \quad (1.52)$$

Cette somme²³ de $2A$ moments angulaires peut bien évidemment donner plusieurs valeurs de J , correspondant aux différents états nucléaires. Un état nucléaire est donc caractérisé par une valeur de l'énergie d'excitation E^* et du moment angulaire total J . Les figures 1.10 et 1.11 présentent le spectre des états excités de plusieurs noyaux. On constate la grande variété des valeurs de J . Par exemple, deux états excités peuvent avoir la même valeur de J . Cela signifie que cette combinaison de moments angulaires des nucléons peut être associée à des énergies d'excitation différentes.

La valeur du moment angulaire peut être déduite des mesures expérimentales ou prédite dans le cadre du modèle en couches (cf. Chap. 2).

1.8.2 La parité du noyau π

Un autre nombre quantique permet de caractériser un état nucléaire. Il s'agit de la parité π , définie page 264. Tout comme pour le moment angulaire total, la parité du noyau est obtenue en combinant la parité π_i des A nucléons le constituant :

$$\pi = \prod_{i=1}^A \pi_i \quad (1.53)$$

²²par abus de langage, le terme "spin du noyau" est parfois utilisé.

²³La règle de composition de moments angulaires est présentée page 263.

Exercices du chapitre 1

Exercice 1.1 : Activité massique de l'uranium naturel

L'uranium naturel est composé de trois isotopes dont les fractions isotopiques sont présentées dans le tableau 1.4.

- En utilisant les données numériques du tableau 1.5, calculer l'activité massique (Bq/g) de l'uranium naturel et chimiquement pur.
- Peut-on négliger la très faible proportion d'uranium 234 ?
- Retrouver la valeur numérique de la fraction isotopique d'uranium 234.
- En utilisant la figure 1.4, calculer l'activité massique d'un minerai d'uranium non-purifié chimiquement. Le radon étant gazeux, on supposera qu'il s'échappe du minerai.

	${}^{234}_{92}\text{U}$	${}^{235}_{92}\text{U}$	${}^{238}_{92}\text{U}$
f	$5,5 \times 10^{-3} \%$	$0,72 \%$	$99,2745 \%$

TAB. 1.4 – Fractions isotopiques de l'uranium naturel.

Exercice 1.2 : Activité massique de l'uranium appauvri

L'uranium appauvri est un sous-produit du processus d'enrichissement de l'uranium. En première approximation, on peut le considérer comme pur en uranium 238 à l'instant de la sortie de l'usine. On s'intéresse à un échantillon de 1 gramme d'uranium appauvri. On utilisera la figure 1.4 qui présente la série radioactive de l'uranium 238.

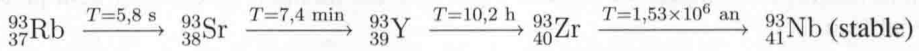
- À l'instant initial, calculer le nombre de noyaux d'uranium 238 (N_0) et l'activité a_0 de l'échantillon d'uranium appauvri. Pour des échelles de temps de l'ordre de l'année, montrer que le nombre de noyaux d'uranium 238 ne varie pas de manière significative.
- Donner la variation infinitésimale du nombre de noyaux de ${}^{234}_{90}\text{Th}$ (dN_T) et de ${}^{234}_{91}\text{Pa}$ (dN_P) pendant un intervalle de temps dt .
- En déduire les expressions littérales $N_T(t)$ et $N_P(t)$.
- Donner l'activité massique de l'échantillon 2 ans après la sortie de l'usine d'enrichissement.
- Expliquer ce résultat *a priori* surprenant et retrouver le sans calcul.
- Pour un temps inférieur au millier d'années, tracer en fonction du temps : l'activité totale de l'échantillon (a_{tot}).

	${}^{238}_{92}\text{U}$	${}^{234}_{90}\text{Th}$	${}^{234}_{91}\text{Pa}$	${}^{234}_{92}\text{U}$	${}^{235}_{92}\text{U}$
T	$4,468 \times 10^9$ an	24,1 jour	6,7 h	$2,455 \times 10^5$ an	$703,8 \times 10^6$ an

TAB. 1.5 – Période de quelques noyaux lourds d'intérêt pour l'exercice 1.1 et 1.2.

Exercice 1.3 : Déchets nucléaires

Le zirconium 93 entre dans la catégorie des produits de fission. Sa production annuelle dans un REP 900 MWe est de l'ordre de 15 kg. Il est produit lors de la chaîne radioactive formée d'émetteurs β^- :



À $t = 0$, on considère un fût fictif de déchets de 10 kg contenant des matériaux contaminés dont 100 mg de rubidium 93. Les énergies cinétiques moyennes des électrons émis sont respectivement : 1,2 MeV pour l'yttrium 93 et 19,2 keV pour le zirconium 93.

Pour l'intervalle de temps $1 \text{ jour} \leq t \leq 3 \text{ an}$, calculer :

- a) la composition du colis de déchets (proportion de chaque élément en nombre de noyaux),
- b) l'activité totale,
- c) la puissance dégagée aux instants $t = 1 \text{ jour}$ et $t = 3 \text{ an}$.
- d) Commenter l'évolution de l'activité et de la puissance dégagée, dans une perspective de stockage de ce fût de déchets.

Exercice 1.4 : Définition de l'épaisseur de peau

L'épaisseur de peau t est définie comme la longueur pour passer de $0,9\rho_0$ à $0,1\rho_0$.

Démontrer la relation (1.35) liant l'épaisseur de peau t à la diffusivité a .

Les modèles nucléaires

Le noyau comporte un nombre de nucléons pouvant être très grand (jusqu'à ~ 250), chacun subissant jusqu'à trois interactions (forte, faible et électromagnétique) imposées par les autres nucléons. La compréhension de la physique du noyau nécessite donc une modélisation dont la validation sera à rechercher dans la comparaison avec les différentes données expérimentales.

2.1 Le modèle de la goutte liquide

Il s'agit du modèle nucléaire le plus simple consistant à considérer le noyau comme une goutte liquide. Il permet d'établir la formule semi-empirique, connue également sous le nom de formule de Bethe-Weizsäcker, qui est utilisée pour prédire la masse des noyaux stables dans leur état fondamental. Ce modèle a été proposé par C. F. Von Weizsäcker en 1935 et reprise par H. Bethe en 1936 dans ces articles sur la structure du noyau [1]. Il est qualifié de semi-empirique car les différents termes proviennent de considérations théoriques, mais les valeurs des coefficients sont déterminées par les résultats expérimentaux. Nous allons procéder par étapes en construisant un modèle réaliste par ajouts successifs.

1) Terme de volume

On utilise tout d'abord le constat tiré de la figure 1.8 : l'énergie de liaison par nucléon (B/A) varie peu en fonction de A . En première approximation, l'énergie de liaison d'un noyau A_ZX peut donc s'écrire :

$$B({}^A_ZX) = a_v A \quad (2.1)$$

où a_v est une constante à déterminer.

Dans cette hypothèse simplificatrice, chaque nucléon subit l'attraction de ses voisins, due à l'interaction forte¹.

¹La dépendance en A peut paraître surprenante car on attendrait une dépendance en $A(A-1)$ si un nucléon donné attire tous les autres nucléons. Cela nous indique qu'en fait un nucléon n'attire que ses voisins immédiats, à

2) Terme de surface

Cependant, le noyau possède un volume limité et les nucléons qui se trouvent à la surface ont donc moins de voisins que ceux situés à l'intérieur du noyau. L'énergie de liaison s'en trouve diminuée. Il faut donc retrancher un terme dépendant de la surface S du noyau (supposé sphérique) qui est proportionnelle à R^2 . En utilisant (1.33), on a donc $S \propto A^{2/3}$. L'énergie de liaison devient donc :

$$B({}_Z^A X) = a_v A - a_s A^{2/3} \quad (2.2)$$

où a_v, a_s sont des constantes à déterminer.

3) Terme coulombien

Cependant, les nucléons ne subissent pas uniquement une force attractive. Les protons se repoussent mutuellement sous l'action de l'interaction électromagnétique. Pour prendre en compte la répulsion des Z protons constituant le noyau, on peut évaluer l'énergie potentielle d'une sphère uniformément chargée. On trouve :

$$E_{coul} = \frac{3e^2 Z(Z-1)}{5 \times 4\pi\epsilon_0 R} = \frac{3}{5} \times \frac{\alpha\hbar c Z(Z-1)}{R_0 A^{1/3}}$$

où α est la constante de structure fine et $\hbar c = 197,3 \text{ MeV}\cdot\text{fm}$.

On constate que chaque proton subit l'interaction des $(Z-1)$ autres protons. On a donc un terme coulombien à retrancher à l'énergie de liaison de la forme : $a_c Z(Z-1)A^{-1/3}$, avec

$$a_c = 3\alpha\hbar c / (5R_0) \quad (2.3)$$

Pour $R_0 = 1,25 \text{ fm}$, l'application numérique donne $a_c = 0,691 \text{ MeV}$. Même si sa valeur peut être calculée explicitement, on conserve néanmoins a_c comme paramètre libre dans la suite.

L'expression de l'énergie de liaison devient donc :

$$B({}_Z^A X) = a_v A - a_s A^{2/3} - a_c \frac{Z(Z-1)}{A^{1/3}} \quad (2.4)$$

4) Terme d'asymétrie

L'expression de l'énergie de liaison (2.4) nous indique que pour une valeur de A donnée, il est énergétiquement favorable, c'est-à-dire que l'on maximise l'énergie de liaison, d'avoir Z le plus petit possible. Le phénomène est observé pour les noyaux lourds pour lesquels un excès de neutrons par rapport aux protons est nécessaire pour contrebalancer la répulsion coulombienne (cf. fig. 1.2). Cependant, pour les noyaux légers ($Z \lesssim 30$), la configuration $N = Z$ est celle qui correspond à la stabilité². Il faut donc ajouter à l'énergie de liaison un terme qui rende compte de cette symétrie. Ce dernier devra favoriser une tendance à avoir $N \simeq Z$ pour les noyaux légers. Le terme suivant reproduit l'effet recherché :

$$E_a = -a_a \frac{(N-Z)^2}{A}$$

cause de la portée très courte de l'interaction forte.

²On peut interpréter cette observation dans un cadre quantique. Pour l'ensemble de fermions que constitue le noyau, le nombre de nucléons identiques que l'on peut placer sur un niveau d'énergie est limité par le principe d'exclusion de Pauli (page 261). Il est donc énergétiquement favorable de répartir les A nucléons équitablement entre protons et neutrons.

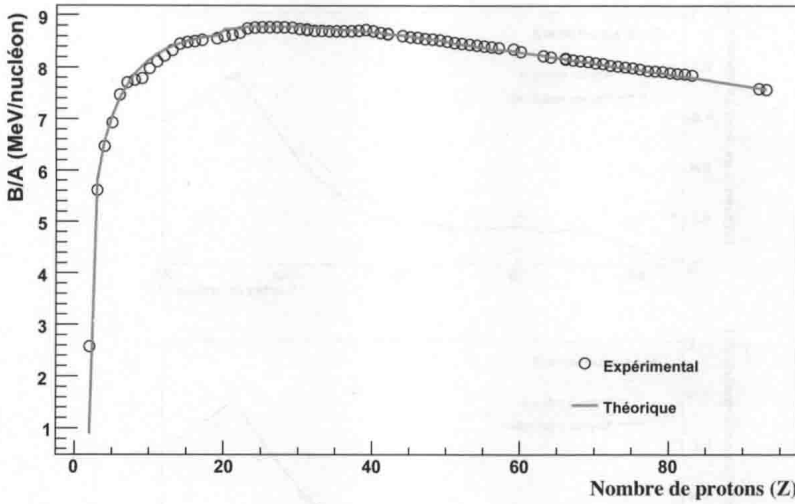


FIG. 2.1 – Comparaison de l'énergie de liaison moyenne par nucléon (B/A) expérimentale et théorique, i.e. calculée avec la formule (2.5) et les coefficients du tableau 2.1.

En effet, un écart même minime à $N = Z$ diminuera l'énergie de liaison pour les noyaux légers et sera réduit pour les noyaux lourds.

L'expression de l'énergie de liaison devient donc :

$$B({}_Z^A X) = a_v A - a_s A^{2/3} - a_c \frac{Z(Z-1)}{A^{1/3}} - a_a \frac{(N-Z)^2}{A} \quad (2.5)$$

La figure 2.1 présente la comparaison³ de l'énergie de liaison moyenne par nucléon (B/A) expérimentale et calculée avec la formule (2.5) et les coefficients du tableau 2.1. On constate que l'accord est qualitativement excellent (de l'ordre de 1 %) sur toute la gamme des valeurs de Z .

5) Terme d'appariement

Le dernier terme provient également d'un constat expérimental : il n'existe que 4 noyaux stables ayant N et Z impairs (${}^2_1\text{H}_1$, ${}^6_3\text{Li}_3$, ${}^{10}_5\text{B}_5$ et ${}^{14}_7\text{N}_7$) alors qu'il existe 167 noyaux stables avec N et Z pairs. On en conclut donc que les nucléons d'une même espèce ont tendance à former des paires dans le noyau. Pour tenir compte de cet effet on ajoute un terme d'appariement (δ) qui aura pour effet de diminuer l'énergie de liaison pour les noyaux impair-impair (un proton et un neutron célibataires) et de l'augmenter pour les noyaux pair-pair. On ajoute donc à la formule de Bethe-Weizsäcker un terme δ tel que :

$$\delta = \begin{cases} a_p A^{-3/4} & \text{pour } Z \text{ et } N \text{ pairs} \\ 0 & \text{pour } Z \text{ ou } N \text{ impair} \\ -a_p A^{-3/4} & \text{pour } Z \text{ et } N \text{ impairs} \end{cases} \quad (2.6)$$

³Pour la lisibilité de la figure, on a considéré un sous-échantillon des noyaux stables : les noyaux impair-pair et ne gardant qu'un noyau par valeur de Z .

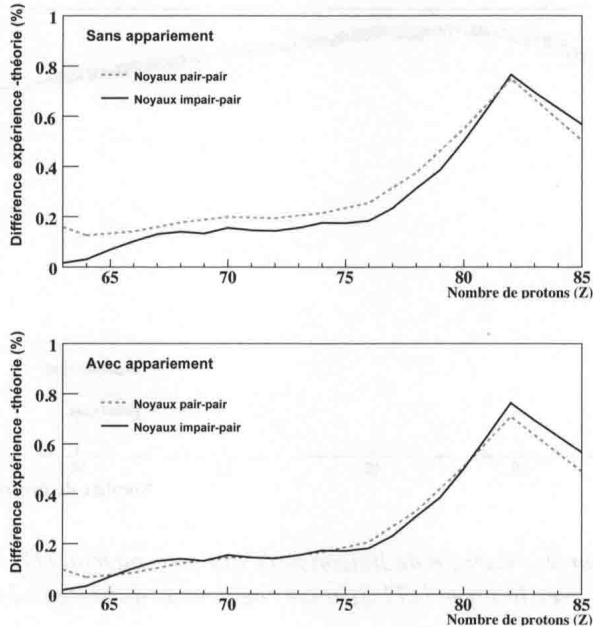


FIG. 2.2 – Valeur moyenne de la différence entre l'énergie de liaison moyenne par nucléon expérimentale et théorique (en %), sans (figure du haut) et avec (figure du bas) le terme d'appariement, en fonction de Z .

La dépendance en $A^{-3/4}$ assure que cet effet est décroissant avec A , l'appariement de deux nucléons ayant moins d'effet pour un noyau lourd.

La figure 2.2 présente l'écart entre la théorie et l'expérience (en %) en fonction de Z , dans la région⁴ $Z \simeq 82$. On constate tout d'abord que l'écart entre la théorie et l'expérience est très faible (moins de 1 %) et que le terme d'appariement présente bien la propriété recherchée. En effet, l'inclusion de ce terme permet d'obtenir un écart moyen théorie-expérience analogue pour les noyaux pair-pair et les noyaux impair-impair. On observe néanmoins un écart théorie-expérience croissant jusqu'à $Z = 82$ qui met en évidence ce nombre magique comme nous le verrons plus loin (cf. sec. 2.2). L'impact de ce terme d'appariement peut sembler faible, nous verrons qu'il permet d'expliquer la différence de fissibilité entre l'uranium 235 et l'uranium 238 (cf. Chap. 7).

6) Conclusion

La formule semi-empirique (dite de Bethe-Weizsäcker) est donnée par

$$B\left(\frac{A}{Z}X\right) = a_v A - a_s A^{2/3} - a_c \frac{Z(Z-1)}{A^{1/3}} - a_a \frac{(N-Z)^2}{A} + \delta \quad (2.7)$$

⁴Cette région n'est pas *a priori* la meilleure car l'effet de l'appariement y est faible. Cependant, elle ne comporte qu'un seul nombre magique ce qui facilite la mise en évidence de cet effet.

avec δ donné par (2.6).

Les valeurs des cinq constantes que nous avons introduites sont déterminées par ajustement sur les valeurs expérimentales des énergies de liaison de tous les noyaux connus. On utilise les valeurs de [9] résumées dans le tableau 2.1. On note que pour a_c , l'accord avec la valeur obtenue avec la formule (2.3) est très bon.

L'accord entre la prédiction de la formule semi-empirique et les données expérimentales est excellent (cf. fig. 2.1). Ce modèle reproduit donc très bien les propriétés du noyau dans son état fondamental, en l'occurrence l'énergie de liaison et les grandeurs qui lui sont associées.

Coefficient	a_v	a_s	a_c	a_a	a_p
Valeur (MeV)	15,4	16,87	0,695	22,4	34

TAB. 2.1 – Valeurs des coefficients de la formule semi-empirique, obtenus par ajustement sur les données expérimentales. Les valeurs sont extraites de [9] sauf a_p .

2.2 Le modèle en couches nucléoniques

Le modèle de la goutte liquide se révèle rapidement insuffisant quant à la description complète du noyau. En particulier, l'existence de nombres magiques demeure inexpliquée dans ce cadre, de même que l'interprétation des états excités.

2.2.1 Preuves expérimentales : existence de nombres magiques

Plusieurs preuves expérimentales suggèrent une analogie entre l'atome et le noyau menant à proposer une structure en couche nucléoniques dans le noyau inspirée de la structure en couches électroniques de l'atome. Ces arguments expérimentaux proviennent principalement de l'observation de **nombres magiques** pour les valeurs de Z et N . Dans la suite, on s'intéresse principalement à l'analogie entre l'énergie d'ionisation, *i.e.* l'énergie nécessaire pour arracher un électron à l'atome, et l'énergie de séparation⁵ $S_{p,n}$, *i.e.* l'énergie nécessaire pour arracher un proton ou un neutron au noyau.

La figure 2.3 (gauche) présente l'énergie d'ionisation atomique des éléments chimiques en fonction de Z . On observe le remplissage progressif des couches électroniques⁶ et les discontinuités soudaines lors du passage d'une couche à la suivante. Pour les métaux alcalins (Li, Na, K, Rb, Cs, ...) l'énergie d'ionisation est nettement plus faible que pour les gaz rares (He, Ne, Ar, Kr, Xe, Rn,...) qui les précèdent dans la classification périodique. En effet, les éléments de la première colonne du tableau de Mendeleïev correspondent à une configuration électronique dans laquelle un électron est seul sur une couche électronique externe, la couche interne étant pleine (cas du gaz rare). Son énergie de liaison est donc moindre et il est moins coûteux en énergie de

⁵cf. définition page 30.

⁶On trouvera une brève introduction à la physique atomique dans l'annexe D.

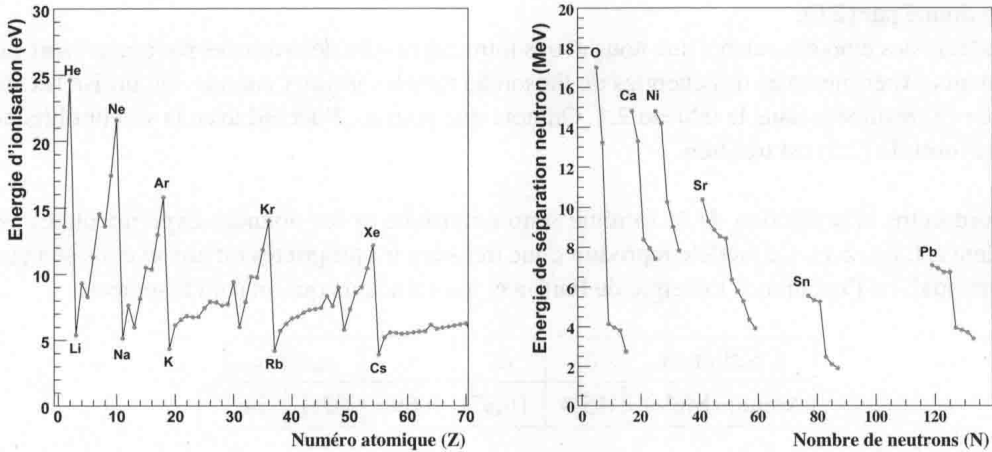


FIG. 2.3 – Gauche : Energie d'ionisation atomique en fonction de Z . Données extraites de [10]. Droite : Energie de séparation neutron en fonction de N pour différentes séries isotopiques (N pair). Données extraites de [11].

l'extraire de l'atome.

Dans le cas du noyau, la figure 2.3 (droite) présente⁷ l'énergie de séparation neutron (cf. page 30), *i.e.* l'énergie nécessaire pour extraire un neutron du noyau. On constate une brusque discontinuité pour les valeurs de $N = 8, 20, 28, 50, 82$ et 126 . Le noyau présentant un neutron de plus que ces **nombre magiques** est caractérisé par une énergie de séparation neutron (S_n) nettement plus faible. Par analogie avec le cas atomique, on en conclut que ces valeurs correspondent à des couches de neutrons pleines. On constate sur la figure 2.4 (gauche) que le phénomène est observé indépendamment de la valeur de Z .

La situation est identique pour les protons, même si l'effet est moins clair à cause de l'augmentation de la répulsion coulombienne qui fait varier fortement l'énergie de séparation proton avec Z . Pour mettre en évidence cet effet, on compare sur la figure 2.4 (droite) les valeurs expérimentales de S_p à leurs prédictions théoriques obtenues avec la formule semi-empirique (2.7). La brusque variation à $Z = 50$ reflète l'existence de ce nombre magique, et ce pour différentes valeurs de N . Ces données expérimentales nous amènent à formuler le constat suivant :

Constat expérimental

Les noyaux ayant Z ou N égal à un nombre magique (2, 8, 20, 28, 50, 82 et 126) présentent une stabilité plus grande que leurs voisins immédiats

Un noyau ayant Z magique (resp. N) correspond à une couche de protons (resp. neutrons) complète. On qualifie de doublement magique les noyaux dont le nombre de protons et de neutrons

⁷On a conservé uniquement les noyaux ayant une valeur de N paire pour s'affranchir de l'effet de l'appariement, cf. exercice 2.1.

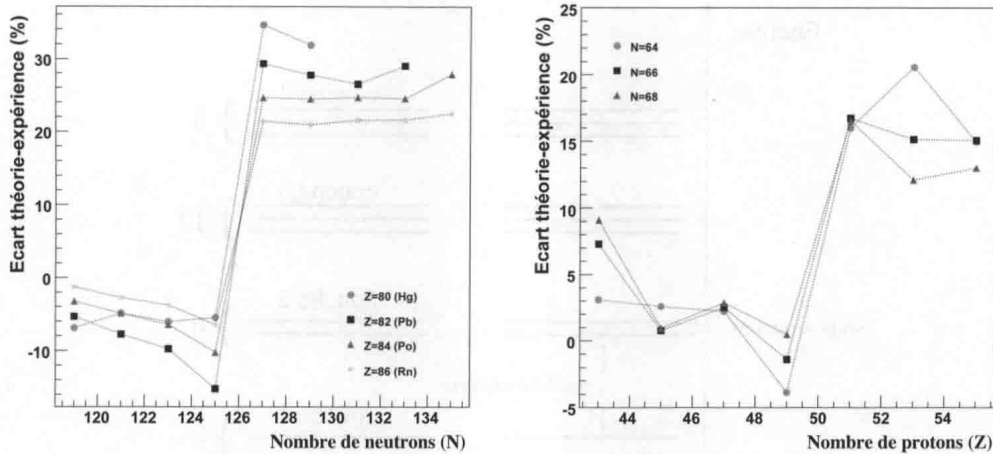


FIG. 2.4 – Écart théorie-expérience sur les valeurs de S_n (gauche) et S_p (droite). La valeur théorique est évaluée avec la formule semi-empirique (2.7). La brusque variation à $N = 126$ et $Z = 50$ reflète l'existence de ces nombres magiques. Données extraites de [11].

sont tous les deux magiques. On peut citer le cas de l' ${}^4_2\text{He}_2$ ou du ${}^{208}_{82}\text{Pb}_{126}$. Il est important de noter que les nombres magiques portent sur Z et N et non sur le nombre total de nucléons A . Cela nous indique que les protons et les neutrons doivent être traités sur des couches séparées, donc des niveaux d'énergie différents.

En conclusion, la structure nucléaire envisagée correspond au schéma présenté sur la figure 2.5. Chaque espèce de nucléons peuple des niveaux d'énergie distincts. Une couche nucléonique correspond à un certain nombre de niveaux proches en énergie (qualifiés de sous-couches). Chaque couche est séparée de la suivante par un important saut en énergie, nettement plus grand que l'écart entre deux sous-couches. La première couche peut recevoir 2 nucléons identiques (2 neutron ou 2 protons), la suivante 6 afin de reproduire le nombre magique 8, etc.

2.2.2 Le modèle en couches sphériques à particules indépendantes

Ce modèle a pour but de décrire les propriétés des noyaux au voisinage de leur état fondamental et dans un premier temps de retrouver les nombres magiques que nous utiliserons comme indicateurs de l'accord entre les valeurs expérimentales et théoriques.

1) Introduction

On fait l'hypothèse que les nucléons sont des particules indépendantes dans un potentiel $V(\vec{r})$ représentant l'interaction avec les autres nucléons. Les étapes à franchir pour la construction du modèle sont :

1. le choix du potentiel $V(\vec{r})$,
2. la résolution de l'équation de Schrödinger afin de déterminer les énergies accessibles,

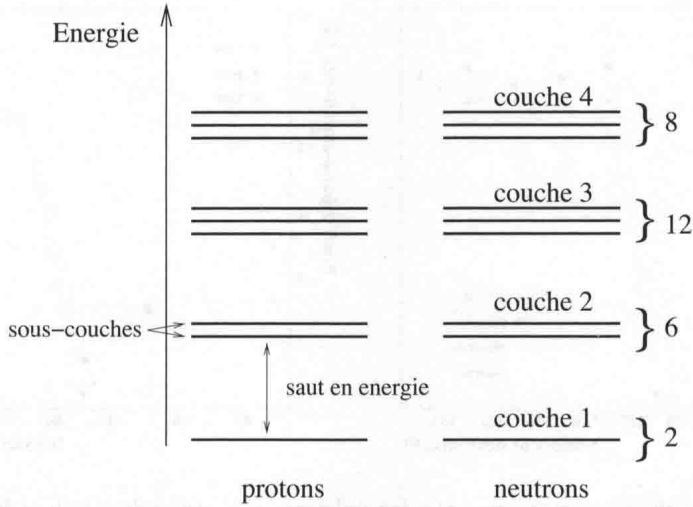


FIG. 2.5 – Schéma de principe du modèle en couches nucléoniques. Le nombre de sous-couches à l’intérieur d’une couche n n’est qu’illustratif sur cette figure. On a indiqué le remplissage total de chaque couche permettant de reproduire les nombres magiques.

3. la comparaison du modèle aux résultats expérimentaux.

Dans le cadre du modèle en couches sphériques, on choisit un potentiel central $V(r)$. On se limite *de facto* aux noyaux sphériques dans la suite. Dans ce cas, la fonction d’onde s’écrit⁸ comme le produit d’une fonction d’onde radiale et d’une fonction d’onde angulaire :

$$\psi(\vec{r}) = \frac{u(r)}{r} Y_{\ell m}(\theta, \phi) \tag{2.8}$$

avec $Y_{\ell m}(\theta, \phi)$ l’harmonique sphérique, représentant la partie angulaire de la fonction d’onde, et $u(r)$ la solution de l’équation radiale de Schrödinger :

$$\left[\frac{-\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dr^2} + \frac{\ell(\ell+1)\hbar^2}{2mr^2} + V(r) \right] u(r) = E \times u(r) \tag{2.9}$$

Les niveaux d’énergie accessibles aux nucléons sont caractérisés par une valeur du moment angulaire orbital (ℓ). Dans la suite, on utilise la notation spectroscopique résumée dans le tableau C.1 (page 262).

Il convient maintenant de choisir un modèle de potentiel $V(r)$ et de vérifier si, dans ce cadre, on retrouve les nombres magiques, ce qui serait l’indication d’un bon accord avec les données expérimentales.

2) Puits sphérique infini

Il s’agit du potentiel le plus simple, associé à la modélisation la plus simple : les nucléons sont

⁸cf. page 256.

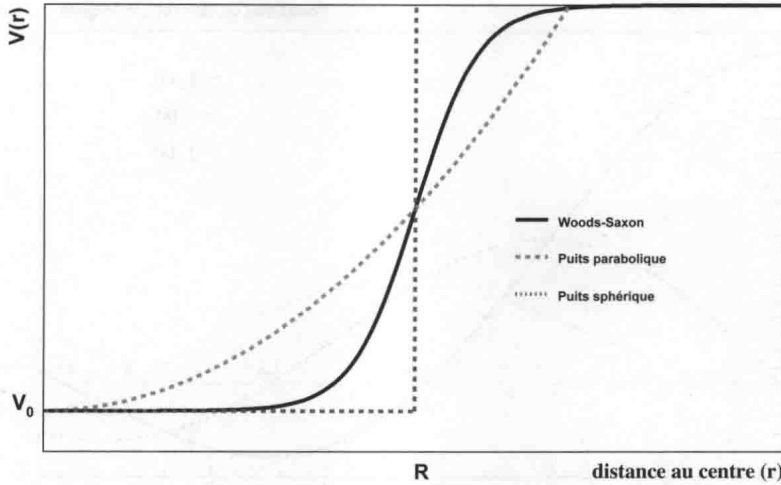


FIG. 2.6 – Représentation des différents puits quantiques considérés dans le cadre du modèle en couches (sphérique infini, parabolique et Wood-Saxons). Dans tous les cas, les nucléons sont piégés dans le puits, seule change la forme du potentiel au voisinage du bord (rayon R du noyau).

considérés sans interaction à l'intérieur du noyau de rayon R dont ils ne peuvent s'échapper. Le potentiel, un puits sphérique infini, s'écrit :

$$V(r) = \begin{cases} V_0 & \text{si } r < R \\ +\infty & \text{si } r \geq R \end{cases}$$

où V_0 est une référence arbitraire que l'on peut prendre égale à zéro.

Les solutions de (2.9) sont des fonctions de Bessel sphériques⁹ j_ℓ . On a donc :

$$u(r) = j_\ell(kr) \quad (2.10)$$

avec ℓ le moment angulaire orbital et k le nombre d'onde défini par

$$k^2 = 2mE/\hbar^2 \quad (2.11)$$

Niveaux d'énergie

La fonction d'onde étant déterminée, il suffit ensuite d'imposer les conditions aux limites. Les nucléons ne pouvant s'échapper du noyau, on impose donc que la probabilité de présence du nucléon à l'extérieur du noyau est nulle. On a donc $\psi(R) = 0$ et donc $u(R) = 0$. Il vient donc

$$j_\ell(kR) = 0 \quad (2.12)$$

⁹Notons que les fonctions de Neumann sphériques n_ℓ sont également solutions de (2.9) pour le puits sphérique infini. Elles sont néanmoins divergentes à l'origine et ne conviennent pas pour le problème étudié.

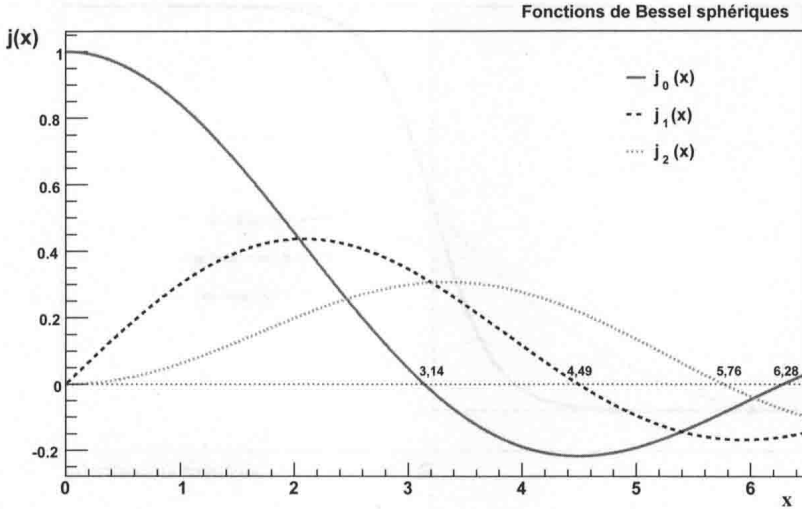


FIG. 2.7 – Fonctions de Bessel sphériques pour $\ell = 0, 1, 2$. On s'intéresse particulièrement aux nœuds de ces fonctions, i.e. les valeurs qui les annulent.

Il faut donc connaître les valeurs kR pour lesquelles les fonctions j_ℓ s'annulent. En utilisant (2.11), on constate que chaque solution de (2.12) correspond à une énergie $E = \hbar^2 k^2 / 2m$. Ainsi, la construction des niveaux d'énergie accessibles aux nucléons nécessite de connaître les valeurs des nœuds (les zéros) des fonctions de Bessel sphériques et de les ranger dans l'ordre croissant.

Pour $\ell = 0$, la fonction de Bessel j_0 est donnée par

$$j_0(kR) = \frac{\sin(kR)}{kR}$$

Elle s'annule en $k_{n0} = n\pi/R$, où n est entier positif non nul, utilisé pour numéroter¹⁰ les solutions correspondant à $\ell = 0$. L'énergie accessible (pour $\ell = 0$) aux nucléons est donc quantifiée selon

$$E_{n0} = \frac{\hbar^2}{2m} \times \left(\frac{n\pi}{R}\right)^2, \quad n > 0$$

La situation est analogue pour les solutions associées à une valeur non nulle de ℓ , à la différence que les solutions ne sont pas analytiques. La figure 2.7 présentent les fonctions de Bessel sphériques pour $\ell = 0, 1, 2$. On constate que les nœuds sont dans l'ordre croissant :

$$(n = 1, \ell = 0), (n = 1, \ell = 1), (n = 1, \ell = 2), (n = 2, \ell = 0), \dots$$

correspondant au spectre des niveaux d'énergie accessibles aux nucléons.

Un niveau d'énergie (n, ℓ) est donc caractérisé par :

¹⁰et ce n'est donc pas le n de la physique atomique (nombre quantique radial).

- ℓ le moment angulaire orbital,
- n qui est utilisé pour numérotter les énergies associées à une valeur de ℓ donnée,
- l'énergie $E_{n\ell}$.

Avec la notation spectroscopique (cf. page 262), les niveaux d'énergie associés au puits sphérique infini sont donc dans l'ordre :

$$1s, 1p, 1d, 2s, \dots$$

Dégénérescence d

Il convient ensuite de déterminer la dégénérescence de chaque niveau (n, ℓ) , *i.e.* le nombre de nucléons d'une même espèce que l'on peut y placer. Le principe d'exclusion de Pauli (cf. page 261) nous indique que deux fermions identiques dans un même état d'énergie ne peuvent être caractérisés par les mêmes nombres quantiques. Ainsi, sur un état d'énergie caractérisé par une valeur de ℓ on peut placer $2 \times (2\ell + 1)$ nucléons identiques, correspondant aux $(2\ell + 1)$ projections de $\vec{\ell}$ sur l'axe Oz et à la dégénérescence de spin (2 projections de \vec{s}). Pour chaque espèce de nucléons, un niveau d'énergie $E_{n\ell}$ est donc caractérisé par la dégénérescence d donnée par :

$$d = 2 \times (2\ell + 1) \quad (2.13)$$

Conclusion

La figure 2.8 présente les niveaux nucléoniques obtenus pour un puits sphérique infini. Les deux premiers niveaux ($1s$ et $1p$) sont situés à des énergies bien séparées. Ils constituent les deux premières couches, comportant respectivement 2 et 6 nucléons. Les deux niveaux suivants ($2s$ et $1d$) sont proches en énergie et bien séparés du niveau suivant $1f$ et du niveau précédent $1p$. Ils constituent la troisième couche de nucléons qui comporte 12 places. On reproduit donc bien le nombre magique 20 qui correspond à la fermeture de la troisième couche. Dans le cadre de ce potentiel, les nombres de nucléons correspondant à des couches fermées sont : 2, 8, 20, 34, 58, ... Ainsi, ce modèle simple permet de retrouver les trois premiers nombres magiques (2, 8, 20), mais pas au-delà.

Notons finalement que le puits infini constitue une excellente illustration du fait que la quantification de l'énergie est générée uniquement par le confinement des nucléons dans le noyau¹¹.

2) Puits parabolique

Pour améliorer le potentiel, on peut tenir compte du fait que le bord du noyau n'est pas franc, mais présente une épaisseur de peau (cf. page 24). Un puits parabolique peut permettre d'avoir un potentiel plus doux au voisinage du rayon du noyau (cf. fig. 2.6). Il est donné par l'expression du potentiel de l'oscillateur harmonique à trois dimensions :

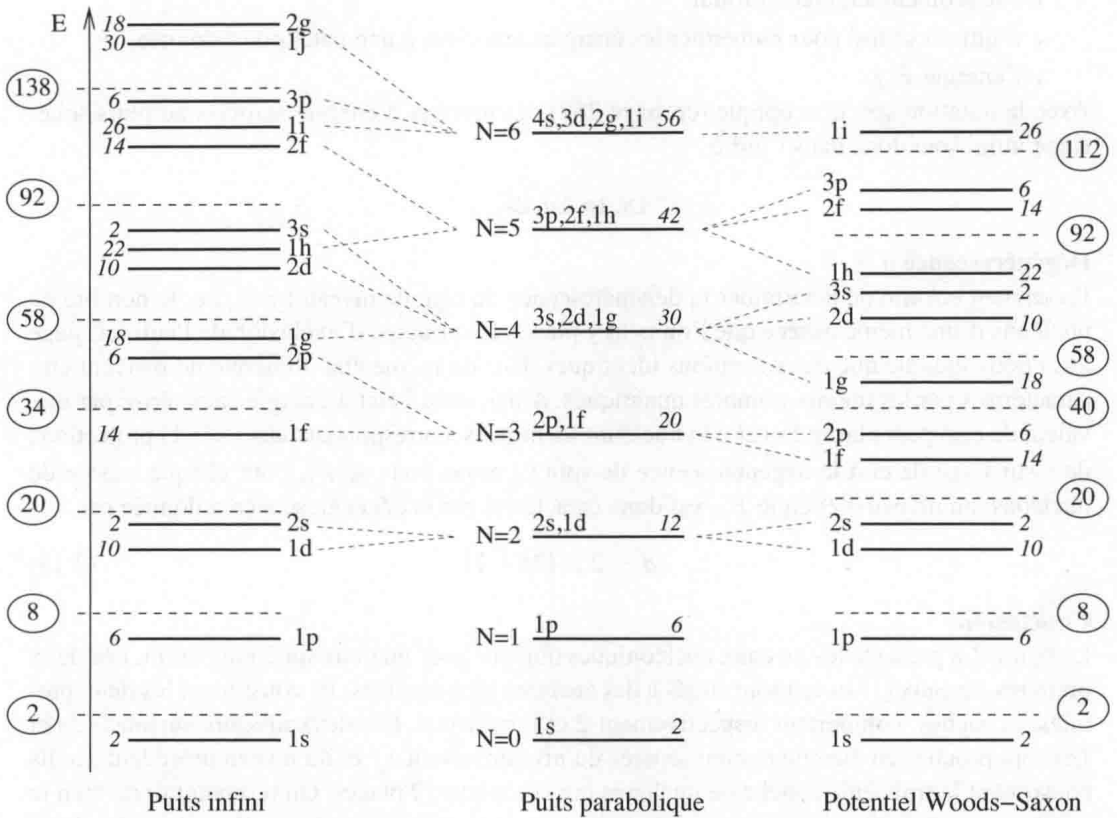
$$V(r) = \frac{1}{2}m\omega^2 r^2 + V_0 \quad (2.14)$$

où ω et V_0 sont des constantes du modèle.

Dans ce cas, les énergies se déduisent de la généralisation du résultat de l'oscillateur harmonique à 1 dimension $E_{n_x} = \hbar\omega(1/2 + n_x)$. On trouve ;

$$E_N = \hbar\omega(n_x + n_y + n_z + 3/2) = \hbar\omega(N + 3/2), \quad (2.15)$$

¹¹et ce lien entre confinement et quantification est en fait très général en mécanique quantique.



où n_x, n_y et n_z sont des entiers positifs ou nuls.

On a posé $N = n_x + n_y + n_z$, appelé le nombre quantique principal.

Dégénérescence

Il convient ensuite de rechercher la dégénérescence d_N des niveaux d'énergie E_N . On cherche donc le nombre de choix de triplets d'entiers positifs ou nuls (n_x, n_y, n_z) donnant le même N et donc la même énergie. On fixe tout d'abord n_x et on a donc :

$$d_N = \sum_{n_x=0}^N d_{n_y, n_z}$$

où d_{n_y, n_z} est nombre de couples (n_y, n_z) tels que $n_y + n_z = N - n_x$.

On trouve facilement $d_{n_y, n_z} = (N - n_x) + 1$. On en déduit :

$$d_N = \sum_{n_x=0}^N (N - n_x) + 1 = (N + 1) \sum_{n_x=0}^N 1 - \sum_{n_x=0}^N n_x = \frac{(N + 1)(N + 2)}{2}$$

En tenant compte de la dégénérescence de spin, chaque niveau N peut donc contenir :

$$(N + 1)(N + 2) \text{ fermions identiques} \quad (2.16)$$

Conclusion

La figure 2.8 présente la structure en couches obtenue avec ce potentiel. On constate tout d'abord que les niveaux d'énergie sont équidistants et caractérisés par une dégénérescence élevée. Des niveaux proches en énergie dans le cadre du potentiel sphérique infini, se retrouvent dégénérés. C'est le cas pour des niveaux ayant la même parité, par exemple $2s$ et $1d$ formant le niveau $N = 2$. Le spectre des niveaux d'énergie est donc donné par E_N , avec une dégénérescence élevée, chaque niveau N pouvant contenir des niveaux de moments angulaires orbitaux différents mais de même parité.

On constate sur la figure 2.8 que les nombres de nucléons correspondant à des couches fermées sont 2, 8, 20, 40, 70, 112. On retrouve à nouveau les trois premiers nombres magiques mais pas au-delà.

3) Potentiel de Woods-Saxon

Le potentiel le plus réaliste, présenté sur la figure 2.6, consiste à reprendre la forme de la distribution des nucléons dans le noyau donnée par la distribution de Fermi (eq. 1.34). Il s'agit d'une distribution de Woods-Saxon :

$$V_{Ws}(r) = \frac{-V_0}{1 + \exp(r - R)/a} \quad (2.17)$$

Les niveaux d'énergie, qui peuvent être trouvés numériquement, sont présentés sur la figure 2.8. Le seul effet notable est la levée de dégénérescence par rapport à l'oscillateur harmonique. On retrouve un spectre proche de celui du puits carré, ce qui est normal la forme du potentiel étant plus proche (fig. 2.6). Cependant, on ne retrouve à nouveau que les trois premiers nombres magiques.

4) Couplage spin-orbite

On constate que tous les modèles envisagés ne donnent pas de résultats satisfaisants au-delà du nombre magique 20. En 1949, Maria Goeppert-Mayer et Hans Jensen¹² montrèrent, dans deux études indépendantes, que l'on peut reproduire tous les nombres magiques en ajoutant au potentiel de Woods-Saxon un terme de couplage spin-orbite ($\propto \vec{\ell} \cdot \vec{s}$), inspiré de la physique atomique.

En physique atomique, ce terme quantique peut être interprété classiquement comme une interaction entre le moment magnétique intrinsèque proportionnel au spin \vec{s} de l'électron et le champ magnétique \vec{B} créé par la rotation de l'électron proportionnelle à $\vec{\ell}$. Il est l'origine de la structure fine des raies spectrales de l'atome.

En physique nucléaire, cette interprétation classique¹³ n'a pas de sens, car les nucléons ne sont pas en rotation autour d'une charge centrale. Ce terme permet néanmoins de reproduire la réalité expérimentale.

Le potentiel est modifié de la manière suivante

$$V(r) = \frac{-V_0}{1 + \exp(r - R)/a)} - C \vec{\ell} \cdot \vec{s} = V_{WS}(r) - C \vec{\ell} \cdot \vec{s} \quad (2.18)$$

où C est une constante positive.

La solution de l'équation de Schrödinger est la même que précédemment (potentiel de Wood-Saxon) avec une correction donnée par :

$$E = E_{WS} - E_{spin-orbite} \quad (2.19)$$

La correction de l'énergie due au terme de couplage spin-orbite ($E_{spin-orbite}$) est évaluée par :

$$C \vec{\ell} \cdot \vec{s} \psi = E_{spin-orbite} \psi \quad (2.20)$$

On introduit ensuite le moment angulaire total \vec{j} d'un nucléon situé dans une couche ℓ :

$$\vec{j} = \vec{\ell} + \vec{s} \quad (2.21)$$

Les nucléons étant des fermions, on a $s = 1/2$. Le couplage du spin au moment angulaire $\ell \neq 0$ donne donc :

$$j = \ell \pm 1/2 \quad (2.22)$$

sauf dans le cas où $\ell = 0$ pour lequel on trouve simplement $j = 1/2$.

Pour évaluer l'action de $\vec{\ell} \cdot \vec{s}$ sur la fonction d'onde, on peut écrire :

$$\vec{j}^2 = (\vec{\ell} + \vec{s})^2 = \vec{\ell}^2 + \vec{s}^2 + 2 \vec{\ell} \cdot \vec{s} \quad (2.23)$$

Soit

$$\vec{\ell} \cdot \vec{s} = \frac{1}{2}(\vec{j}^2 - \vec{\ell}^2 - \vec{s}^2) \quad (2.24)$$

On a donc :

$$\vec{\ell} \cdot \vec{s} \psi = 1/2[j(j+1) - \ell(\ell+1) - 3/4] \hbar^2 \psi$$

¹²Ils ont eu le prix Nobel en 1963 pour cette découverte.

¹³mais les phénomènes quantiques ne doivent pas nécessairement être interprétés classiquement.

Ainsi, on a :

$$E_{spin-orbite} = \begin{cases} -\frac{Ch^2}{2} \times (\ell + 1) & \text{si } j = \ell - \frac{1}{2} \\ +\frac{Ch^2}{2} \times \ell & \text{si } j = \ell + \frac{1}{2} \\ 0 & \text{si } \ell = 0 \end{cases} \quad (2.25)$$

En conclusion, un niveau $(n, \ell \neq 0)$ se trouve séparé en deux niveaux $(n, \ell, j = \ell - 1/2)$ et $(n, \ell, j = \ell + 1/2)$, d'énergies différentes. On a :

$$E = \begin{cases} E_{WS} - \frac{Ch^2}{2} \times \ell & \text{pour } j = \ell + 1/2, \\ E_{WS} + \frac{Ch^2}{2} \times (\ell + 1) & \text{pour } j = \ell - 1/2. \end{cases} \quad (2.26)$$

Un niveau nucléonique est noté : $n\ell_j$. Il est caractérisé par les nombres quantiques suivants :

- ℓ : moment angulaire orbital, avec la notation spectroscopique du tableau C.1.
- j : moment angulaire total de chaque nucléon placé dans cet état.
- n : il s'agit d'un simple numéro indiquant le nombre d'occurrence du nombre quantique ℓ par ordre d'énergie croissante.
- π : parité, donnée par $\pi = (-1)^\ell$

On détermine ensuite la dégénérescence du niveau $n\ell_j$. Celui-ci peut contenir $(2j + 1)$ nucléons identiques, ce qui correspond aux projections possibles de \vec{j} . On a donc

$$d_j = (2j + 1) \quad (2.27)$$

5) Conclusion

La figure 2.9 présente la structure en couches issue d'un potentiel Woods-Saxon et de la prise en compte du terme de spin-orbite. Pour les premiers niveaux $(1p, 1d)$, l'effet du couplage spin-orbite est faible. Le niveau $1p$ est coupé en deux niveaux $(1p_{3/2}$ et $1p_{1/2})$ d'énergie proche qui forment deux sous-couches d'une même couche. Cependant, la différence d'énergie entre les deux niveaux $j = \ell + 1/2$ et $j = \ell - 1/2$ augmente avec la valeur de ℓ . Cela explique la descente du niveau $1f_{7/2}$ qui se trouve nettement séparé de $1f_{5/2}$ et des autres niveaux. Il forme une couche à lui seul et permet de reproduire le nombre magique 28.

Il en est de même pour le nombre magique 50 qui résulte de la séparation entre $1g_{9/2}$ et $1g_{7/2}$. On peut noter que dans cette couche tous les états ont une parité négative, alors que ce nouvel état a une parité positive et une grande valeur de j . Ses propriétés quantiques sont donc très différentes des autres niveaux de la couche. On parle d'intrus de grand j et son rôle est très important dans la compréhension de la structure nucléaire. De même, les états $1h_{11/2}$ et $1i_{13/2}$ permettent de reproduire les nombres magiques 82 et 126 et sont également des intrus de grand j .

L'adjonction du terme $\vec{\ell} \cdot \vec{s}$ dans le potentiel permet ainsi de retrouver les nombres magiques au-delà de 20 et donc de disposer d'un modèle théorique que l'on va pouvoir utiliser pour interpréter les états fondamentaux et excités en termes de configurations nucléoniques.

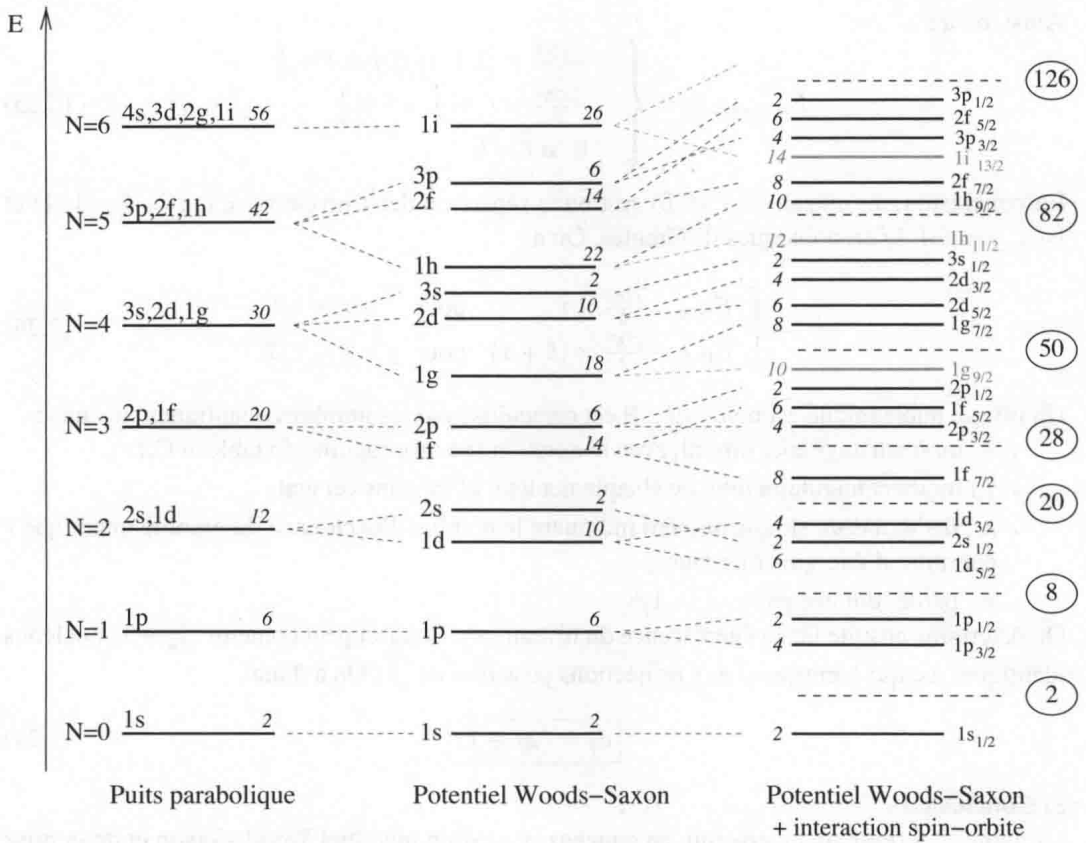


FIG. 2.9 – Structure en couches issue d'un potentiel Woods-Saxon et de la prise en compte du terme de spin-orbite qui permet de retrouver l'ensemble des nombres magiques.

2.2.3 Moment angulaire et parité dans l'état fondamental

Le moment angulaire total correspondant à un état nucléaire est obtenu en additionnant les moments angulaires de chaque nucléon. La parité quant à elle est obtenue comme le produit des parités des A nucléons :

$$\vec{J} = \sum_{i=1}^A \vec{j}_i \quad \text{et} \quad \pi = \prod_{i=1}^A (-1)^{\ell_i} \quad (2.28)$$

1) Règle de remplissage

Pour placer les nucléons sur le niveau d'énergie, on utilise une règle empirique de remplissage¹⁴ des niveaux nucléoniques, liée au terme d'appariement vu dans le modèle semi-empirique (page 37).

Règle de remplissage nucléonique

Les nucléons identiques sur un même niveau d'énergie ont tendance à former une paire $J^\pi = 0^+$

L'expression *ont tendance* signifie que l'appariement correspond à un cas énergétiquement favorable.

2) Cas d'un noyau pair-pair

Tous les nucléons peuvent former une paire avec un nucléon de même espèce situé sur le même niveau d'énergie. En particulier, un niveau nucléonique plein comporte un nombre pair de nucléons identiques. Il en résulte une contribution 0^+ au J^π du noyau. Le modèle en couches permet donc de prédire le J^π dans le cas d'un noyau pair-pair.

Prédiction du modèle

Les noyaux pair-pair sont, dans leur état fondamental, dans un état $J^\pi = 0^+$.

Cette règle ne souffre d'aucune exception expérimentale connue.

Exemple :

Pour l'hélium 4, les deux niveaux (protons et neutrons) sont pleins (fig. 2.10). Ils contribuent toutes les deux à $J^\pi = 0^+$ qui est donc la configuration de l'état fondamental de ce noyau.

3) Cas d'un noyau de A impair

Considérons pour l'exemple, le cas d'un noyau ayant un nombre impair de protons et un nombre pair de neutrons. Ces derniers contribuent à $J^\pi = 0^+$. Pour les protons, toutes les paires contribuent à $J^\pi = 0^+$ et au final le J^π du noyau est déterminé par le proton célibataire. Si celui-ci est situé dans une sous-couche (ℓ_p, j_p) , on aura simplement

$$J = j_p \quad \text{et} \quad \pi = (-1)^{\ell_p}$$

¹⁴On notera la différence avec la règle de Hund pour les niveaux électroniques de l'atome.

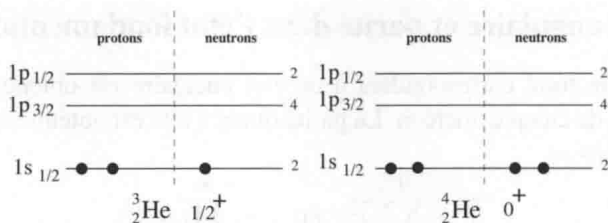


FIG. 2.10 – Configurations nucléoniques de l'hélium 3 et 4 dans le cadre du modèle en couches.

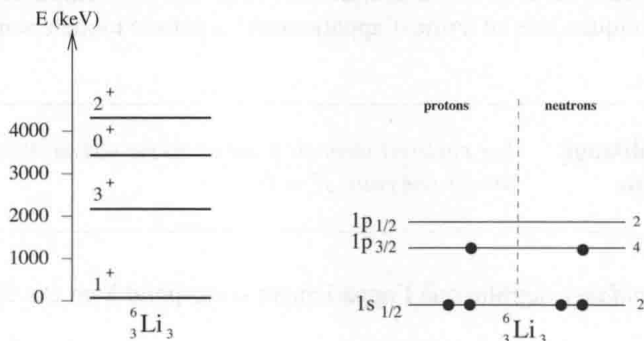


FIG. 2.11 – Gauche : spectre expérimental des états excités du lithium 6. Droite : interprétation des configurations nucléoniques dans le cadre du modèle en couches.

Le traitement est analogue pour un noyau ayant un nombre de neutrons impair et un nombre de protons pair. Le modèle en couches permet donc à nouveau de prédire le J^π dans ce cas.

Prédiction du modèle

Le J^π de l'état fondamental des noyaux de A impair est déterminé par le nucléon célibataire

Exemple :

Pour l'hélium 3 (${}^3_2\text{He}$), le J^π du noyau est déterminé par le neutron célibataire. Celui-ci est situé sur le niveau $1s_{1/2}$, cf. fig. 2.10. On a donc $j = 1/2$ et $\ell = 0$, soit $J^\pi = 1/2^+$, qui est effectivement la valeur déduite expérimentalement.

4) Cas d'un noyau impair-impair

Dans ce cas, il y a deux nucléons célibataires : un proton sur une sous-couche (ℓ_p, j_p) et un neutron sur une sous-couche (ℓ_n, j_n) . On a donc pour le moment angulaire total :

$$\vec{J} = \vec{j}_p + \vec{j}_n \quad (2.29)$$

Le couplage des deux moments angulaires suit la règle présentée page. 263.

Par ailleurs, la parité est donnée par :

$$\pi = (-1)^{\ell_p} \times (-1)^{\ell_n} \quad (2.30)$$

Le modèle en couches permet donc de prédire le J^π dans ce cas.

Prédiction du modèle

Le J^π de l'état fondamental des noyaux de impair-impair est déterminé par le couplage des deux nucléons célibataires

Le modèle en couches prédit donc plusieurs valeurs possibles et donc un état fondamental dégénéré. Seule une confrontation aux résultats expérimentaux peut nous permettre de savoir lequel est effectivement de plus basse énergie.

Exemple :

Pour le lithium 6 : l'état fondamental est caractérisé par la présence de deux nucléons célibataires (fig. 2.11) : un proton célibataire en $1p_{3/2}$ et un neutron célibataire en $1p_{3/2}$. Le couplage des moments angulaires et des parités permet de prédire un état fondamental ayant $J^\pi = 0^+, 1^+, 2^+$ ou 3^+ . Expérimentalement, on constate (fig. 2.11) que l'état fondamental est caractérisé par 1^+ et les 3 premiers états excités sont caractérisés respectivement par $J^\pi = 3^+, 0^+, 2^+$. Cela laisse penser que le modèle théorique prédit bien les différentes possibilités pour le J^π de l'état fondamental, mais ne donne pas d'information sur la levée de dégénérescence observée expérimentalement.

2.2.4 Moment angulaire et parité dans un état excité

Lorsque le noyau est dans un état excité, cela se traduit à l'échelle du noyau, par le fait que la masse de cet état est plus grande que celle de l'état fondamental (et donc son énergie de liaison plus petite). À l'échelle des nucléons, cela correspond au fait que la configuration nucléonique n'est pas celle de plus basse masse, ce qui peut avoir plusieurs causes (promotion d'un nucléon sur un niveau d'énergie supérieure, excitation collective, etc.).

Le modèle en couches permet de prédire les configurations J^π de certains états excités, en particulier à basse énergie.

a) Excitation d'une particule individuelle

Pour les noyaux de A impair, une manière simple d'exciter un noyau consiste à promouvoir un nucléon sur un niveau nucléonique supérieur. Cela peut être le cas d'un nucléon célibataire. L'énergie de l'état excité est alors directement liée à l'énergie nécessaire pour placer le nucléon célibataire sur un niveau nucléonique supérieur. On peut également envisager de briser une paire de nucléons et de déplacer ensuite l'un des deux vers un niveau nucléonique supérieur. Le coût en énergie est *a priori* plus grand et l'état nucléaire obtenu est donc plus excité.

Exemple :

Pour le lithium 7 : l'état fondamental est obtenu en plaçant le proton célibataire sur le niveau d'énergie $1p_{3/2}$ (fig. 2.12). On attend donc un état fondamental ayant $J^\pi = 3/2^-$. Le premier

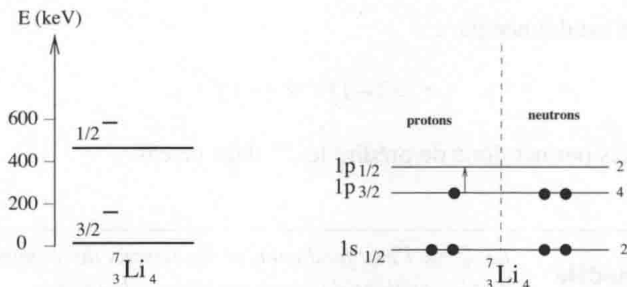


FIG. 2.12 – Gauche : spectre expérimental des états excités du lithium 7. Droite : interprétation des configurations nucléoniques dans le cadre du modèle en couches.

état excité est obtenu en plaçant le proton célibataire en $1p_{1/2}$. Il s'agit *a priori* du moins coûteux en énergie. La prédiction théorique pour le premier état excité est donc $1/2^-$, ce qui est observé expérimentalement (fig. 2.12).

Exemple :

Le baryum 137 (${}^{137}_{56}\text{Ba}_{81}$) constitue un exemple intéressant car il s'agit d'un noyau *magique - 1* en neutrons. Son spectre des états excités est présenté sur la figure 2.13. L'état fondamental $3/2^+$ correspond à un neutron célibataire (et donc un trou) dans le dernier niveau nucléonique de cette couche ($2d_{3/2}$), comme on le constate sur la figure 2.13. Pour exciter ce noyau, on exclut l'idée de déplacer le neutron célibataire sur la couche suivante (au-delà $N = 82$) car cela représente un coût très important en énergie. On peut par contre effectuer la manipulation suivante :

1. casser une paire de neutrons du niveau $3s_{1/2}$, ce qui représente un coût en énergie.
2. faire passer un neutron de $3s_{1/2}$ vers $2d_{3/2}$, ce qui représente un coût en énergie.
3. reformer une paire de neutrons en $2d_{3/2}$, ce qui représente un gain en énergie.

Cela revient donc à déplacer le trou vers les niveaux d'énergie inférieure. On constate sur la figure 2.13 que cette interprétation fonctionne pour tous les états excités. L'énergie d'excitation augmente à mesure que le trou se retrouve sur un niveau nucléonique de plus en plus profond. Notons que l'ordre des niveaux de la figure 2.12 n'est pas celui de la figure 2.9. Nous reviendrons sur ce point en 2.2.5.

b) Cas d'un noyau pair-pair

Dans le cadre du modèle en couches l'excitation d'un noyau pair-pair nécessite de briser une paire de nucléons. En effet, deux nucléons identiques sur un même niveau d'énergie ont tendance à former une paire $J = 0^+$. Cela signifie que les autres valeurs de J possibles sont associées à une énergie d'excitation plus grande et qu'il est énergétiquement favorable de former une paire $J = 0^+$. Ce dernier point est confirmé expérimentalement par le fait que tous les noyaux pair-pair dans leur état fondamental sont caractérisés par un $J^\pi = 0^+$.

Ainsi, on peut envisager un état excité correspondant à deux nucléons identiques sur un même niveau d'énergie (nlj) formant un état $J \neq 0$. Il s'agit de particules d'une même espèce et le principe de Pauli doit être respecté car elles se trouvent sur un même état d'énergie. La règle de

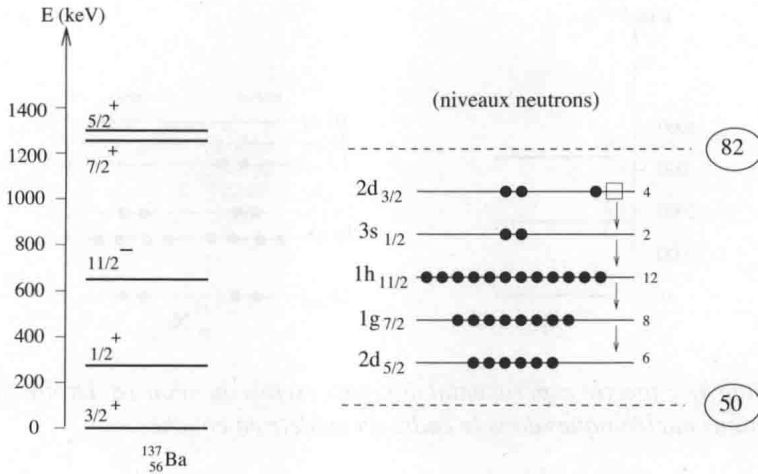


FIG. 2.13 – Gauche : spectre expérimental des états excités du baryum 137. Droite : interprétation des configurations nucléoniques dans le cadre du modèle en couches.

composition des moments angulaires est différente dans ce cas. Elle est donnée par (C.33), cf. page 263. Les valeurs possibles de J sont

$$J = 2j - 1, 2j - 3, 2j - 5, \dots, 0 \quad (2.31)$$

La parité, quant à elle, est nécessairement positive car elle est donnée par le produit des parités $\pi = (-1)^\ell$ de ces deux nucléons situés sur un même niveau $n\ell j$. Les autres nucléons forment toujours des paires $J^\pi = 0^+$.

Exemple :

Pour le néon 18 : l'état fondamental est obtenu en plaçant la dernière paire de protons sur le niveau d'énergie $1d_{5/2}$ (fig. 2.14 droite). Comme attendu pour un noyau pair-pair, l'état fondamental est caractérisé par $J = 0^+$. L'excitation de ce noyau implique nécessairement les protons, car les neutrons sont en nombre magique. L'excitation la moins coûteuse en énergie consiste *a priori* à briser la paire $1d_{5/2}$ tout en laissant ces nucléons sur ce niveau. Il faut donc combiner deux moments angulaires $j = 5/2$ pour des particules indiscernables situées sur un même niveau d'énergie. On suit donc la règle de composition (2.31) et on trouve que les valeurs possibles sont $J^\pi = 0^+, 2^+$ ou 4^+ . Cela correspond à la structure des états excités du néon 18, déduite des mesures expérimentales (fig. 2.14 gauche). On constate en particulier le coût en énergie de la brisure d'une paire $1d_{5/2}$, ce qui justifie *a posteriori* la règle de remplissage des niveaux nucléoniques.

On peut ensuite déplacer l'un des nucléons sur un niveau supérieur $2s_{1/2}$. Les états excités obtenus sont attendus à des énergies plus élevées car il faut briser la paire puis faire passer un nucléon sur le niveau supérieur.

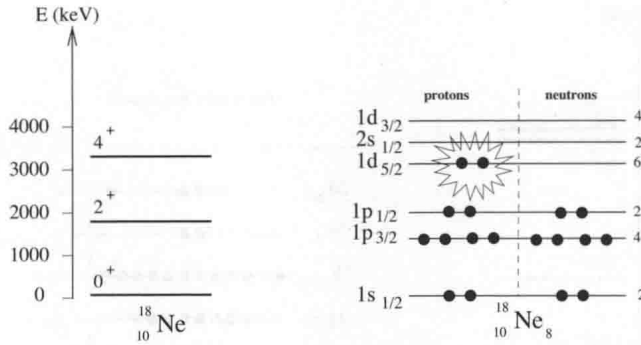


FIG. 2.14 – Gauche : spectre expérimental des états excités du néon 18. Droite : interprétation des configurations nucléoniques dans le cadre du modèle en couches.

2.2.5 Dépendance avec A et Z

Au-delà de $N = 50$ ou $Z = 50$, l'ordre des niveaux dans une couche dépend de A et peut être différent pour les protons et les neutrons, du fait de la répulsion coulombienne par exemple. Il peut néanmoins être déduit des valeurs expérimentales. On peut en effet considérer les niveaux constituant une couche dans la figure 2.9 et fixer leur ordre à partir des énergies d'excitation expérimentales. La figure 2.15 présente les premiers niveaux excités des isotones $N = 81$, à qui il manque un neutron pour avoir N magique. Nous avons vu page 57 que les états excités du baryum 137 peuvent être compris comme des configurations nucléoniques correspondant à un déplacement du trou (ou du neutron célibataire) vers les niveaux inférieurs.

Comme on peut le constater sur la figure 2.15, la structure des états excités de cette série isotonique évolue en fonction de Z mais peuvent tous être expliqués avec le même raisonnement. Pour tous ces noyaux, on constate que les états fondamentaux sont $3/2^+$ jusqu'au $^{143}_{62}\text{Sm}$. Pour Z croissant l'état nucléaire $1/2^+$ se rapproche du $3/2^+$ jusqu'à devenir le fondamental pour le samarium 143. On peut l'interpréter comme la montée du niveau nucléonique $3s_{1/2}$ vers le haut de la couche jusqu'à devenir le dernier niveau (cf. fig. 2.15). De la même façon on constate l'inversion des niveaux nucléoniques $2d_{5/2}$ et $1g_{7/2}$ à partir de $Z = 58$, l'écart en énergie étant ensuite croissant avec Z .

On en conclut que l'ordre des niveaux dans une couche au-delà de $N = 50$ ou $Z = 50$ dépend de A et de Z et peut être fixé par les valeurs expérimentales, en comparant le spectre des états excités aux prédictions du modèle en couches.

2.3 Modèles plus avancés

Le modèle en couches sphériques suppose un potentiel nucléaire central, *i.e.* à symétrie sphérique. Or, on sait que les noyaux dans la région des terres rares ($150 \lesssim A \lesssim 190$) ou celle des actinides ($A \gtrsim 230$) présentent souvent des déformations importantes, et ce même dans leur état fondamental. Il en résulte une modification importante des niveaux nucléoniques et le modèle en couches sphériques ne s'applique pas ici. Il est donc nécessaire de considérer un potentiel déformé pour pouvoir reproduire les propriétés de ces noyaux

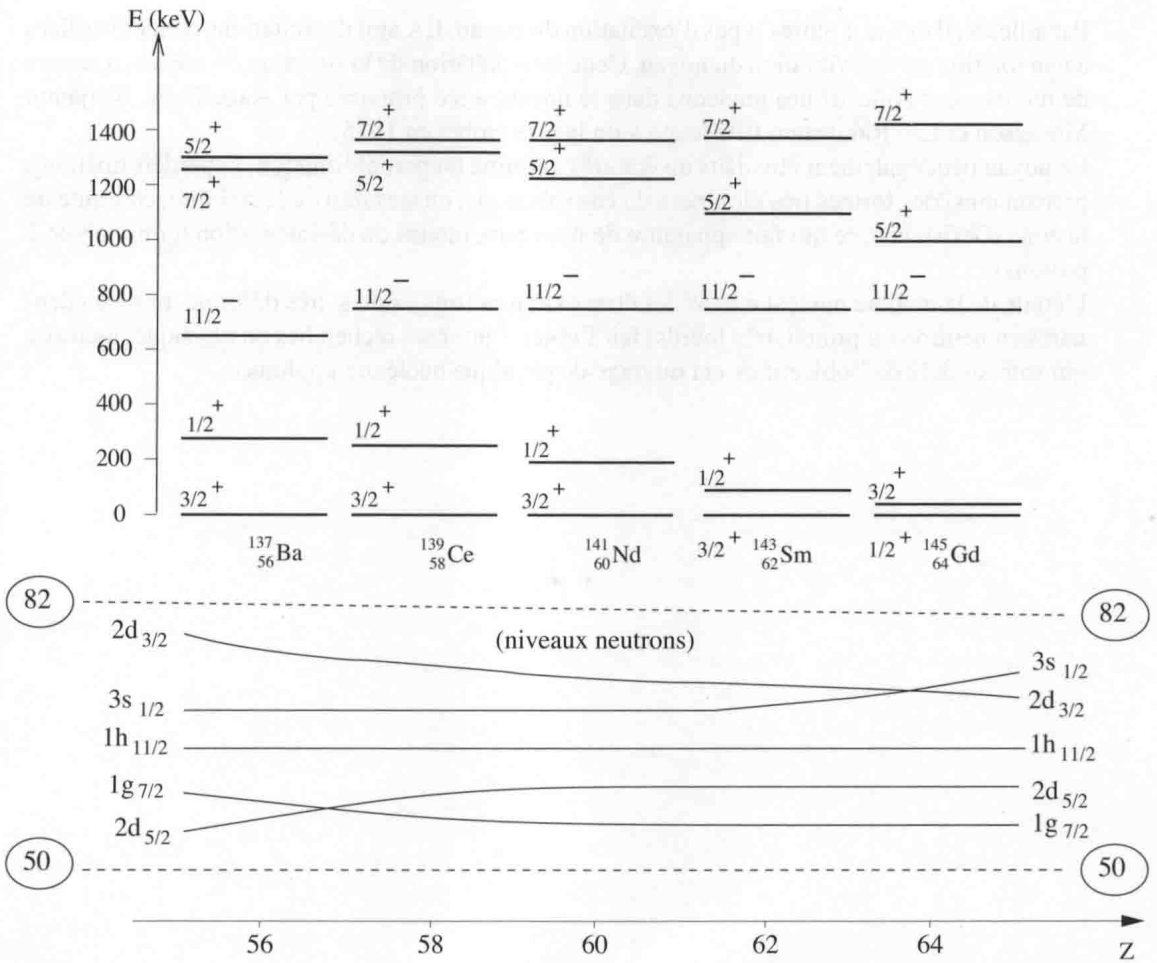


FIG. 2.15 – Haut : États excités de basse énergie de la série d'isotones $N=81$. Bas : Interprétation des états excités en termes de configuration nucléaire. On note que la position des niveaux nucléoniques évolue avec Z .

Par ailleurs, il existe d'autres types d'excitation du noyau. Il s'agit d'excitations collectives liées à une rotation ou une vibration du noyau. Cette interprétation de la structure du noyau en termes de mouvement collectif des nucléons dans le noyau, a été proposée par Aage Bohr, Benjamin Mottelson et Leo Rainwater. Elle leur a valu le prix Nobel en 1975.

Le noyau peut également être dans un état très déformé (superdéformation, hyperdéformation), prenant ainsi des formes très éloignées du cas sphérique, ou très loin de la stabilité, en limite de la zone d'existence, ce qui fait apparaître de nouveaux modes de désintégration (émission de 2 protons).

L'étude de la matière nucléaire dans des états extrêmes (très excités, très déformé, très excédentaires en neutron ou proton, très lourds) fait l'objet d'intenses recherches en physique nucléaire qui sont au-delà de l'objectif de cet ouvrage de physique nucléaire appliquée.

Exercices du chapitre 2

Exercice 2.1 : Mise en évidence de la magicité $N = 82$

L'énergie de séparation neutron (S_n) peut constituer un bon indice en faveur de l'existence de couches de neutrons dans le noyau. Le tableau 2.2 présente les valeurs des masses atomiques (uma) des isotopes du cérium ($Z = 58$).

A	136	137	138	139	140
M (uma)	135,9072	136,9078	137,9060	138,9067	139,9054
A	141	142	143	144	
M (uma)	140,9083	141,9092	142,9124	143,9136	

TAB. 2.2 – Masses atomiques (uma) des isotopes du cérium ($Z = 58$).

- Exprimer l'énergie de séparation neutron S_n en fonction des masses atomiques des noyaux concernés.
- Pour les isotopes impairs du cérium ($Z = 58$), tracer l'évolution de S_n en fonction du nombre de neutrons N . Commenter la brusque variation à $N = 82$.
- Même question pour les isotopes de A pair. Comment peut-on interpréter la différence avec les isotopes de A impair ?

Exercice 2.2 : État fondamental de quelques noyaux

Le tableau 2.3 présente la valeur expérimentale du J^π de l'état fondamental de quelques noyaux légers.

Dans le cadre du modèle en couches, proposer des configurations nucléoniques et vérifier l'accord avec la valeur expérimentale.

Noyau	${}^9_4\text{Be}$	${}^{11}_4\text{Be}$	${}^{11}_5\text{B}$	${}^{14}_7\text{N}$	${}^{15}_7\text{N}$	${}^{15}_8\text{O}$	${}^{17}_9\text{F}$	${}^{21}_{10}\text{Ne}$	${}^{27}_{13}\text{Al}$
J^π	$3/2^-$	$1/2^-$	$3/2^-$	1^+	$1/2^-$	$1/2^-$	$5/2^+$	$3/2^+$	$5/2^+$

TAB. 2.3 – Valeur expérimentale du J^π de l'état fondamental de quelques noyaux légers.

Exercice 2.3 : Configurations nucléoniques d'états excités

Proposer des configurations nucléoniques, dans le cadre du modèle en couches, pour l'état fondamental et pour les états excités des trois noyaux ($^{25}_{12}\text{Mg}$, $^{38}_{18}\text{Ar}$ et $^{37}_{17}\text{Cl}$) de la figure 2.16.

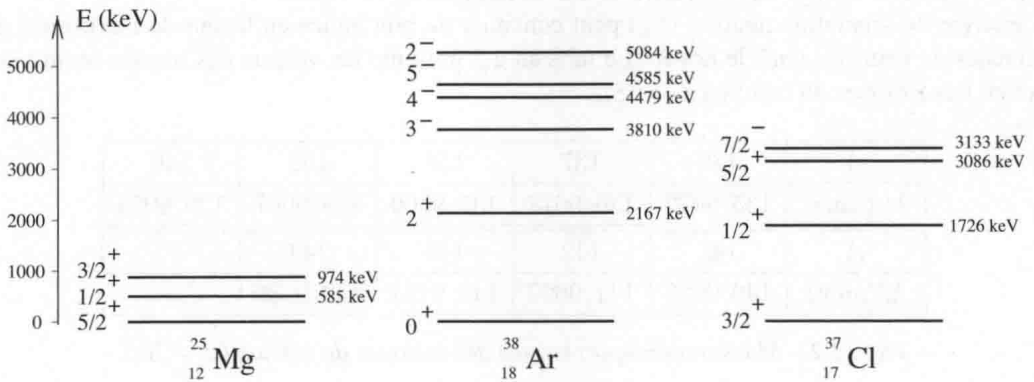


FIG. 2.16 – États excités des noyaux étudiés. Pour $^{38}_{18}\text{Ar}$ certains états ont été omis.

Exercice 2.4 : États excités de l'oxygène 17 et 18

La figure 2.17 présente les premiers états excités de l'oxygène 17 et 18.

- Proposer des configurations nucléoniques pour expliquer le J^π des états excités de $^{17}_8\text{O}$.
- En vous inspirant du résultat précédent, proposer des configurations nucléoniques pour expliquer le J^π des états excités de $^{18}_8\text{O}$.
- À plus haute énergie, on trouve pour l'oxygène 17 les états suivants : $J^\pi = 3/2^-$ à 5379 keV et $J^\pi = 7/2^-$ à 5697 keV. Cela confirme-t-il vos hypothèses ?

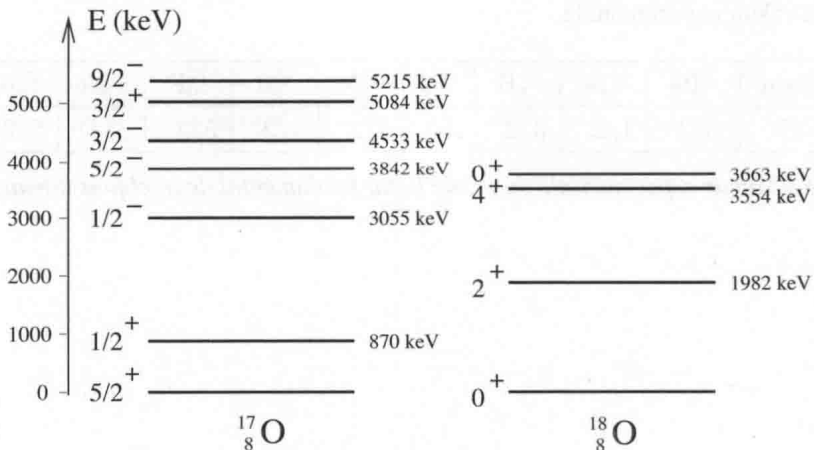


FIG. 2.17 – États excités de l'oxygène 17 et 18.

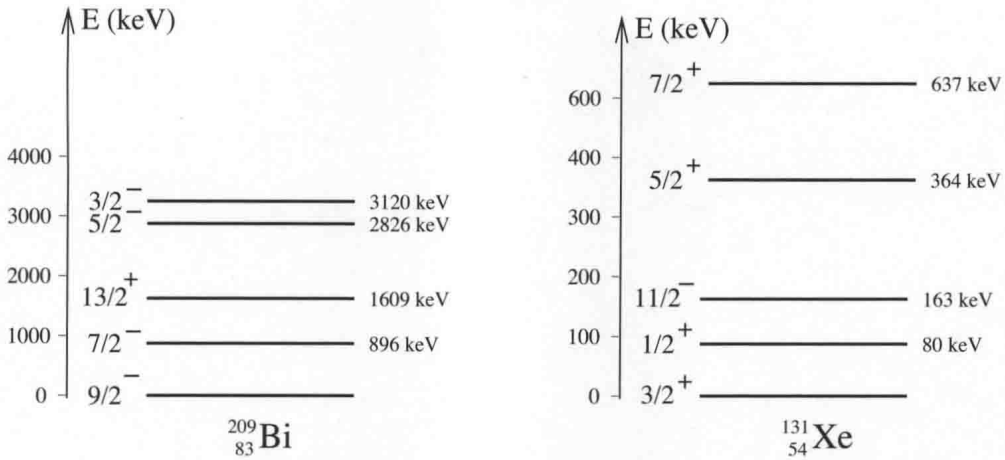


FIG. 2.18 – États excités du xénon 131 et du bismuth 209. Certains états ont été omis. On notera que les échelles en énergie d'excitation sont différentes pour les deux noyaux.

Exercice 2.5 : Détermination de l'ordre des sous-couches pour les noyaux lourds

Au-delà de $N = 50$ ou $Z = 50$, l'ordre des niveaux dans une couche dépend de A et peut être différent pour les protons et les neutrons. Il peut néanmoins être déduit des valeurs expérimentales. La figure 2.18 présente les premiers états excités du $^{209}_{83}\text{Bi}$ et du $^{131}_{54}\text{Xe}$.

- 1) Pour le $^{209}_{83}\text{Bi}$, proposer à la fois un ordre des niveaux du modèle en couches pour les protons et une interprétation du fondamental et des états excités de ce noyau.
- 2) Prédire le J^π de l'état excité situé au-dessus du $3/2^-$.
- 3) Pour le $^{131}_{54}\text{Xe}$, proposer à la fois un ordre des niveaux du modèle en couches pour les neutrons et une interprétation du fondamental et des états excités de ce noyau.

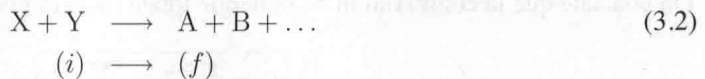
Désintégrations et réactions nucléaires

Ce chapitre introduit les aspects généraux liés à deux processus nucléaires : la **désintégration**, phénomène spontané au cours duquel le noyau se transforme en un noyau plus lié, et la **réaction nucléaire induite**, résultant de la collision d'un projectile (noyau ou particule) sur un noyau cible.

Dans la suite, on traite à la fois la désintégration nucléaire



et la réaction nucléaire induite



3.1 Lois de conservation

Pour tous les processus nucléaires (désintégration ou réaction nucléaire induite), le passage de l'état initial i à l'état final f se fait avec conservation de :

- A , le nombre de nucléons
- q , la charge électrique
- \vec{p} , la quantité de mouvement
- E , l'énergie totale
- \vec{J} , le moment angulaire total
- π , la parité

Parmi ces lois de conservation, celles de l'énergie, de la quantité de mouvement et du moment angulaire total sont liées, via le théorème de Noether, à l'invariance des propriétés physiques respectivement par translation dans le temps, dans l'espace et par rotation. Tout phénomène

physique qui semblerait violer ces lois de conservation est donc *a priori* impossible.

La conservation du nombre de nucléons découle directement de la conservation du nombre baryonique¹ qui a été introduite pour s'assurer que les modèles théoriques prédisent bien la stabilité du proton, en accord avec les valeurs expérimentales². Les conservations de la charge électrique et de la parité sont quant à elles empiriques.

Nous allons voir dans la suite comment sont utilisées ces lois de conservation dans le contexte de la physique nucléaire et les conséquences que l'on peut en tirer.

3.1.1 Conservation de l'énergie : le bilan d'énergie de masse

On cherche un critère indiquant si un processus nucléaire, désintégration (3.1) ou réaction (3.2), est énergétiquement possible, au sens où il respecte la conservation de l'énergie totale. Notons que dans le cas de la désintégration le noyau fils est considéré au repos alors que dans le cas de la réaction nucléaire induite, on peut avoir le cas d'une collision sur cible fixe (X en mouvement et Y au repos) ou de deux faisceaux (X et Y en mouvement).

La conservation de l'énergie totale se traduit par la relation suivante :

$$\sum_i m_i c^2 + \sum_i T_i = \sum_f m_f c^2 + \sum_f T_f \quad (3.3)$$

où m est la masse du noyau considéré et T son énergie cinétique. Les indices i et f font référence à l'état initial et final respectivement.

On définit Q le bilan d'énergie de masse du processus nucléaire :

$$Q = \left[\sum_i m_i - \sum_f m_f \right] \times c^2 \quad (3.4)$$

On constate que la conservation de l'énergie totale (3.3) impose

$$Q = \sum_f T_f - \sum_i T_i \quad (3.5)$$

Notons que la relation (3.4) constitue la définition du bilan d'énergie de masse alors que la relation (3.5) est une propriété découlant de la conservation de l'énergie totale.

On peut ensuite distinguer deux cas, suivant le signe de Q .

a) Processus exoénergétique $Q > 0$

Il y a perte de masse (eq. 3.4) et libération d'énergie (eq. 3.5). Le processus nucléaire résulte en une transformation de masse en énergie. L'énergie libérée se retrouve sous forme d'énergie cinétique ou d'énergie d'excitation des produits de la réaction (A et B). Le processus nucléaire est spontané et donc toujours possible dans le cas $Q > 0$.

¹Les seuls baryons entrant en jeu en physique nucléaire sont les nucléons.

²Sa durée de vie expérimentale est supérieure à 10^{31} ans [2].

b) Processus endoénergétique $Q < 0$

Il y a gain de masse (eq. 3.4) et absorption d'énergie (eq. 3.5), ce qui correspond à une transformation d'énergie en masse. Le processus n'est possible que si l'apport d'énergie est suffisant. La désintégration est donc impossible si $Q < 0$ alors que dans le cas de la réaction nucléaire induite, il faut que le projectile ait une énergie cinétique suffisante.

c) Cas des états excités

Si l'un des noyaux est produit dans un état excité, la valeur du bilan d'énergie de masse est modifiée. Prenons l'exemple où le noyau B est produit dans un état excité B^* , c'est-à-dire



ou



Or, la masse du noyau excité est liée à son énergie d'excitation par

$$m(B^*)c^2 = m(B)c^2 + E^*$$

En utilisant (3.4), on a donc

$$Q^* = \left[\sum_i m_i - \sum_f m_f \right] \times c^2 - E^* \quad (3.8)$$

En conclusion, si l'un des noyaux est produit dans un état excité E^* , le bilan d'énergie de masse Q^* est donné par :

$$Q^* = Q_{\text{fond}} - E^* \quad (3.9)$$

où Q_{fond} est le bilan d'énergie de masse vers l'état fondamental.

Ainsi, lorsque le processus nucléaire conduit à produire un noyau dans un état excité, l'énergie libérée est plus faible que lorsque ce noyau est dans l'état fondamental. En effet, une partie de l'énergie a été utilisée pour produire l'état excité, de masse plus grande que l'état fondamental.

3.1.2 Conservation du moment angulaire et de la parité

Le moment angulaire et la parité se conservent pour tous les processus nucléaires.

Pour le moment angulaire, on a :

$$\sum_i \vec{j}_i = \sum_f \vec{j}_f \quad (3.10)$$

où j_i (resp. j_f) sont les moments angulaires dans l'état initial (resp. final), incluant un éventuel moment angulaire orbital ($\vec{\ell}$) associé à l'émission de particules. Notons que la règle de composition des moments angulaires est présentée page 263.

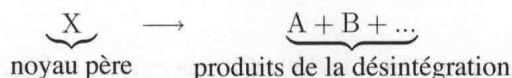
Pour la parité, on a :

$$\prod_i \pi_i = \prod_f \pi_f \quad (3.11)$$

où π_i (resp. π_f) sont les parités dans l'état initial (resp. final), ce qui inclut une éventuelle parité $\pi = (-1)^\ell$ liée au moment angulaire orbital associé à l'émission de particules.

3.2 Désintégrations

Un noyau instable (ou radioactif) peut se désintégrer en se transformant en un noyau plus lié. Une désintégration radioactive est une transformation spontanée qui se produit avec une probabilité par unité de temps λ (cf. page 16). Schématiquement, on a :



A et B sont les produits de la désintégration. Ils peuvent être eux-mêmes des noyaux ou des particules (électrons, positons, neutrinos, etc...), suivant les cas.

3.2.1 Aspects énergétiques

Lors de la désintégration, le noyau est considéré au repos³, l'équation (3.5) se réduit donc à

$$Q = \sum_f T_f \quad (3.12)$$

On en conclut donc que dans le cas d'une désintégration, il est impératif que Q soit positif pour que la conservation de l'énergie soit assurée. Ainsi, une désintégration caractérisée par $Q < 0$ est impossible.

Il faut également assurer la conservation de la quantité de mouvement. Le noyau père étant considéré au repos, on a alors

$$\sum_f \vec{p}_f = \vec{0} \quad (3.13)$$

On distingue ensuite deux cas, suivant qu'il s'agit d'une désintégration à deux corps (désintégration α) ou à trois corps (désintégration β).

3.2.2 Désintégration à deux corps

La désintégration α est l'exemple typique de désintégration à deux corps.



Dans la suite on cherche à évaluer l'énergie cinétique de l' α , notée $T(\alpha)$. Le calcul peut être fait classiquement dans la mesure où $T(\alpha) \ll m(\alpha)c^2$. La conservation de la quantité de mouvement implique :

$$\vec{p}(\alpha) + \vec{p}(Y) = \vec{0} \quad (3.15)$$

Les deux noyaux sont donc émis dos-à-dos (avec un angle de 180° , cf. fig. 3.1) et avec des quantités de mouvement égales en norme. On a donc

$$m(Y)T(Y) = m(\alpha)T(\alpha)$$

³ce qui ne signifie pas que la désintégration d'un noyau en mouvement est impossible. Dans ce cas, on considère le référentiel du centre de masse dans lequel il est justement au repos.

La conservation de l'énergie totale (3.12) implique :

$$Q = T(Y) + T(\alpha) \quad (3.16)$$

On trouve donc :

$$T(\alpha) = \frac{m(Y)Q}{m(\alpha) + m(Y)} \quad \text{et} \quad T(Y) = \frac{m(\alpha)Q}{m(\alpha) + m(Y)} \quad (3.17)$$

Comme le noyau d'hélium est beaucoup plus léger que le noyau fils ${}^A-4\text{Y}$, on constate que la valeur de l'énergie cinétique de l' α est très proche de celle de Q . L' α emporte la quasi totalité de l'énergie disponible. En faisant l'approximation d'une masse nucléaire $m({}^A\text{X}) \simeq A \text{ uma}$, l'énergie cinétique de l' α est donnée avec une très bonne précision par :

$$T(\alpha) = \frac{A-4}{A} \times Q \quad (3.18)$$

La conservation de la quantité de mouvement implique donc que l'énergie cinétique de l' α émis est unique. Cette propriété découle du fait qu'il y a, pour cette désintégration, deux corps dans l'état final.

Notons que si la désintégration aboutit à un état excité E^* , le bilan d'énergie de masse est modifié ($Q^* = Q_{\text{fond}} - E^*$) et par suite l'énergie cinétique de l' α émis est différente. Pour une désintégration vers un état excité E^* , on a donc

$$T(\alpha) = \frac{m(Y^*) (Q_{\text{fond}} - E^*)}{m(\alpha) + m(Y^*)} \quad (3.19)$$

On peut négliger E^* devant la masse des noyaux considérés. On a donc :

$$T(\alpha) \simeq \frac{m(Y) (Q_{\text{fond}} - E^*)}{m(\alpha) + m(Y)} \simeq \frac{A-4}{A} \times (Q_{\text{fond}} - E^*) \quad (3.20)$$

On attend donc une énergie cinétique caractéristique par état excité du noyau fils. Le spectre observé (nombre d'événements en fonction de l'énergie) est donc un **spectre de raies** (fig. 3.1). Cette observation effectuée en 1929 par Salomon Rosenblum constitue la première preuve expérimentale en faveur de l'existence d'états excités du noyau [1].

3.2.3 Désintégration à trois corps

Dans le cas de la désintégration β^+ ou β^- , il y a trois corps dans l'état final : le noyau fils, l'électron (ou le positon) et l'antineutrino (ou le neutrino). On a en résumé :



La conservation de la quantité de mouvement s'écrit

$$\vec{p}(Y) + \vec{p}(e) + \vec{p}(\nu) = \vec{0} \quad (3.21)$$

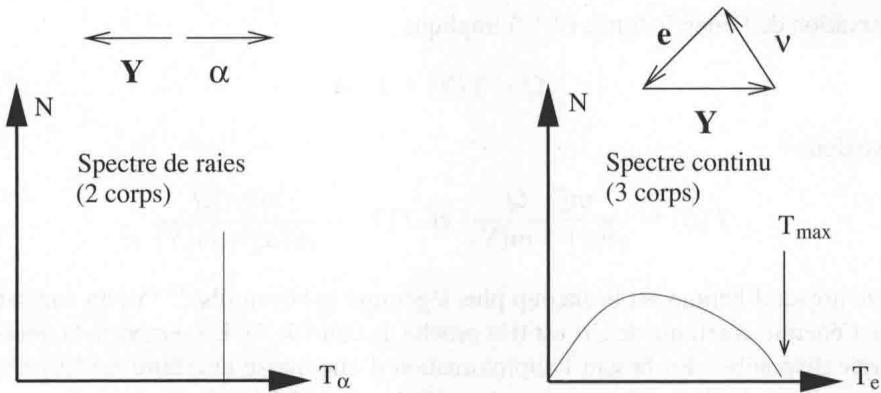


FIG. 3.1 – Schéma de principe de la distribution en énergie cinétique (spectre) des particules émises dans le cas de la désintégration à deux corps (α) et de la désintégration à trois corps (β). On considère ici la désintégration vers un seul état final.

Les trois quantités de mouvement des produits de la désintégration doivent former un vecteur nul (cf. fig. 3.1). Il y a donc une infinité de solutions pour la valeur de $p(e)$, entre les bornes autorisées. On s'attend donc à observer une **distribution continue** des énergies de l'électron (cf. fig. 3.1) ce qui constitue une différence fondamentale avec la désintégration à deux corps.

Le traitement de la cinématique de la désintégration β nécessite en général un traitement relativiste. On peut néanmoins estimer les bornes de la distribution de manière simple.

L'énergie cinétique minimale que peut avoir l'électron est 0, ce qui correspond à émettre le neutrino (ν) et le noyau fils (Y) dos-à-dos avec des quantités de mouvement opposées.

De la même façon, on pourrait *a priori* dire que $T_e^{max} = Q$, ce qui implique que $T(Y) = T_\nu = 0$. On a donc : $p(Y) = p_\nu = 0$, ce qui implique que $p_e = 0$. On se trouve donc devant une contradiction et la conservation de la quantité de mouvement n'est pas assurée.

Cependant, on peut dire que le maximum d'énergie emportée par l'électron est atteint lorsque le neutrino n'emporte pas d'énergie. On a alors : $Q = T(Y) + T_e$, soit

$$T_e^{max} \simeq \frac{m(Y)}{m_e + m(Y)} \times Q \simeq Q \quad (3.22)$$

Avec une très bonne précision, on pourra considérer dans la suite que $T_e^{max} \simeq Q$.

3.2.4 Hypothèse du neutrino

Dans les années 1910, le neutrino était inconnu et la désintégration β était considérée comme une désintégration à deux corps, tout comme la désintégration α . En 1914, James Chadwick publie un article présentant l'observation surprenante d'un spectre continu pour la désintégration β . Les physiciens de l'époque se trouvaient donc devant le problème suivant : soit cette observation indique que la conservation de l'énergie n'est pas une loi générale, ce qui fut défendu par Niels Bohr, soit ce résultat expérimental doit être remis en cause, ce qui fut défendu par Lise Meitner. Après la guerre, ce résultat fut confirmé, par une technique expérimentale différente,

Lettre ouverte au groupe des radioactifs à la réunion du Gauverein à Tübingen

Zurich, le 4 décembre 1930

Chers mesdames et messieurs radioactifs,

Comme le porteur de cette lettre, auquel je vous demande de prêter attention avec bienveillance, vous le dira, je suis tombé sur un **remède désespéré** [...] concernant [...] le **spectre beta continu**, visant à **sauver les lois de conservation** de l'énergie [...]. Il s'agit de la possibilité d'existence dans les noyaux de particules électriquement neutres, que j'appellerai *neutrons*, qui sont de spin $1/2$ et qui obéissent au principe d'exclusion, mais qui se distinguent des photons aussi par le fait qu'elles ne vont pas à la vitesse de la lumière. La masse des neutrons devrait être du même ordre de grandeur que celle des électrons et ne doit en aucun cas excéder 0,01 de la masse du proton. Le spectre bêta serait alors compréhensible si l'on suppose que, pendant la désintégration bêta, est émis avec chaque électron un neutron, de sorte que la somme des énergies du neutron et de l'électron est constante. [...]

Je n'ose pour l'instant pas publier quelque chose sur le sujet, aussi je me tourne plein de confiance vers vous, chers radioactifs, pour vous demander quelles pourraient être les preuves expérimentales d'un tel neutron, si celui-ci avait un pouvoir de pénétration à peu près égal ou peut-être 10 fois plus grand qu'un rayonnement gamma.

J'admets que mon remède puisse paraître invraisemblable, car on aurait dû voir ces neutrons bien plus tôt si réellement ils existaient. Mais seul celui qui ose gagne, et le caractère sérieux de la situation causée par la nature continue du spectre, est éclairé par une remarque de mon honoré prédécesseur, Monsieur Debye, qui me disait récemment à Bruxelles : « Oh ! Il vaut mieux ne pas y penser du tout, comme aux nouveaux impôts ». C'est pourquoi on doit discuter sérieusement toute voie d'issue à la situation. — Alors, cher peuple radioactif, examinez et jugez —. Malheureusement je ne pourrai être moi-même à Tübingen, ma présence étant indispensable à Zürich pour un bal qui aura lieu pendant la nuit du 6 au 7 décembre.

Avec mes salutations amicales à tous, ainsi qu'à Monsieur Beck,
Votre serviteur le plus dévoué,

W. Pauli.

FIG. 3.2 – Traduction de la lettre ouverte de W. Pauli dans laquelle il émet l'hypothèse de l'existence du neutrino pour sauver la loi de conservation de l'énergie. Le neutrino est initialement confondu avec le neutron (inconnu également à l'époque). En effet, Pauli envisage le neutrino (qu'il nomme neutron) en tant que constituant du noyau car il pense régler en même temps le problème du moment angulaire total du noyau (passages omis de la traduction). En effet, le noyau de ${}^6_3\text{Li}$ est connu pour avoir un J entier alors qu'à l'époque on le pensait constitué de 6 protons et 3 électrons, soit un nombre impair de fermions. Pauli a donc d'un même coup inféré l'existence du neutron et du neutrino, sans se douter qu'il s'agissait de particules très différentes. L'erreur sera corrigée par E. Fermi en 1931. On note finalement les précautions prises par W. Pauli qui n'ose pas publier son idée sous la forme d'un article scientifique. La traduction proposée est celle de [12].

par C. Ellis et W. Wooster en 1927, ce qui semblait mettre à mal la conservation de l'énergie, l'un des fondements de la physique.

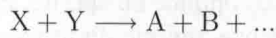
En 1930, Wolfgang Pauli fait l'hypothèse audacieuse de l'existence d'une nouvelle particule émise lors de désintégration β dans l'unique but de préserver la loi de conservation de l'énergie. La figure 3.2 présente une traduction de la lettre originale de W. Pauli. La solution proposée est qualifiée de *désespérée* mais il s'agit de *sauver les lois de conservation de l'énergie*.

En 1931, Enrico Fermi rebaptise cette particule⁴ le **neutrino** afin de le différencier du neutron, constituant du noyau atomique. Il l'intègre ensuite à la théorie de la désintégration β (page 114) qu'il propose en 1934. Dès l'hypothèse de son existence, le neutrino est doté de propriétés *a priori* surprenantes : sa masse est quasi nulle⁵, sa charge électrique est nulle⁶ et son interaction avec la matière est extrêmement faible⁷. L'hypothèse de son existence a été confirmée par sa mise en évidence expérimentale en 1956 par C. Reines et F. Cowan⁸.

On conclut que la distinction fondamentale entre la désintégration à deux et trois corps, basée sur la conservation de la quantité de mouvement, a conduit à postuler l'existence d'une nouvelle particule élémentaire.

3.3 Réactions nucléaires induites

Une réaction nucléaire induite correspond à la collision d'un noyau X, le **projectile** possédant une certaine énergie cinétique, sur un noyau Y, la **cible** en général au repos dans le référentiel du laboratoire. On a donc



On peut citer comme exemple :



Il s'agit de la première réaction nucléaire induite réalisée par E. Rutherford en 1919. L'expérience a consisté à placer une source émettant des α dans une enceinte contenant de l'air. L'observation sur un écran scintillant de traces semblables à celle observées pour des noyaux d'hydrogène indique qu'il y a eu **transmutation** du noyau cible. Les résultats de ces expériences ont été publiés dans un article intitulé sobrement *An anomalous effect in nitrogen* [1].

Une réaction nucléaire du type



où X est le projectile et Y la cible est notée de manière synthétique Y(X, A)B avec A l'éjectile, *i.e.* le corps le plus léger de la voie de sortie. Cette notation permet notamment de préciser dans l'état initial le corps qui est le projectile et celui qui est la cible. Ainsi, une réaction (α, n) sur un noyau ${}^A_Z\text{X}$ consiste à bombarder du ${}^A_Z\text{X}$ avec un α . L'état final est caractérisé par un neutron et un noyau fils que l'on peut identifier facilement avec les lois de conservations (page 87).

⁴petit neutre en italien.

⁵car le bilan d'énergie Q des désintégrations β présente un bon accord théorie/expérience même sans neutrino.

⁶la conservation de la charge électrique est déjà assurée même sans neutrino.

⁷car il est pratiquement indétectable.

⁸En fait, ils ont découvert l'antineutrino électronique.

3.3.1 Cinématique des réactions nucléaires

On s'intéresse à la collision d'un noyau X (ou une particule) sur un noyau Y au repos.



On cherche à calculer l'énergie cinétique minimale de X (T_1^{seuil}) pour que la réaction soit possible. Si Q est positif, la réaction nucléaire est possible quelle que soit l'énergie du projectile, à partir du moment où le projectile et la cible sont en contact (cf. sec. 3.3.2).

Au contraire, si Q est négatif, il faut apporter de l'énergie pour créer de la masse.

Dans la suite, les calculs sont faits dans l'approximation non-relativiste car dans le cas général, les énergies cinétiques mises en jeu sont faibles devant les énergies de masse.

Le minimum d'énergie, le moins coûteux, correspond *a priori* à une production de A et B au repos. Il y a deux possibilités :

- La première idée qui vient à l'esprit est de créer A et B au repos dans le référentiel du laboratoire \mathcal{R} . On a alors $T_3 = T_4 = 0$, d'où $p_3 = p_4 = 0$. On a donc dans l'état final $\sum_f \vec{p} = \vec{0}$.

Or, la somme des quantités de mouvement n'était pas nulle dans l'état initial, il y a donc une contradiction.

- En fait, le minimum d'énergie consiste à créer A et B au repos dans le référentiel du centre de masse \mathcal{R}^* . On a donc $T_3^* = T_4^* = 0$, d'où $p_3^* = p_4^* = 0$ ce qui est en accord avec la définition du référentiel du centre de masse $\sum_f \vec{p}^* = \vec{0}$.

Conclusion

Le minimum d'énergie à fournir correspond à créer les deux noyaux A et B au repos dans le référentiel du centre de masse \mathcal{R}^ .*

On s'intéresse à l'état final f composé des particules A et B. On relie

$$T_f^* = T_3^* + T_4^*,$$

l'énergie cinétique dans \mathcal{R}^* , le référentiel du centre de masse (de A et B), à

$$T_f = T_3 + T_4,$$

l'énergie cinétique dans \mathcal{R} grâce au théorème de König (cf. page 252) appliqué à ce système de particules (A + B). On a donc

$$T_f = T_{CM} + T_f^*$$

où T_{CM} est l'énergie cinétique du point centre de masse G , affecté de la somme des masses du système.

Le terme T_{CM} est donné par :

$$T_{CM} = \frac{1}{2}(m_3 + m_4)v_G^2 \quad \text{avec} \quad \vec{v}_G = \frac{\vec{p}_3 + \vec{p}_4}{m_3 + m_4}$$

Or, par conservation de la quantité de mouvement, on sait que :

$$\vec{p}_1 = \vec{p}_3 + \vec{p}_4$$

On trouve donc :

$$T_{CM} = \frac{1/2 \times p_1^2}{m_3 + m_4} = \frac{m_1 T_1}{m_3 + m_4}$$

L'énergie cinétique pour l'état final dans le référentiel du laboratoire \mathcal{R} est donc donnée par :

$$T_f = \frac{m_1 T_1}{m_3 + m_4} + T_f^*$$

Par ailleurs, le bilan d'énergie de masse nous indique :

$$Q = T_f - T_i$$

Dans le cas où dans l'état initial seul le noyau X est en mouvement ($T_i = T_1$), on en déduit donc

$$T_1 = \frac{m_1 T_1}{m_3 + m_4} + T_f^* - Q$$

Le seuil en énergie (T_1^{seuil}), c'est-à-dire le moins coûteux en énergie, correspond à produire les particules A et B au repos dans leur référentiel du centre de masse, soit $T_f^* = 0$. Le seuil en énergie est donc donné par :

$$T_1^{seuil} = \frac{-Q(m_3 + m_4)}{m_3 + m_4 - m_1} \quad (3.24)$$

Il y a donc deux cas de figure :

- si $Q > 0$ (réaction exoénergétique), la réaction est possible dans tous les cas : $T_1^{seuil} = 0$
- si $Q < 0$ (réaction endoénergétique), il faut une énergie cinétique minimale pour que la réaction soit possible : $T_1 > T_1^{seuil}$, avec T_1^{seuil} donnée par (3.24).

Il s'agit de l'énergie cinétique minimale à fournir au noyau X incident pour que la réaction nucléaire ait lieu. Cependant, il est nécessaire que ces deux noyaux soient en contact car l'interaction forte est à très courte portée.

3.3.2 Barrière coulombienne

Les deux noyaux considérés dans la réaction (3.23) étant chargés positivement, la mise en contact nécessite de vaincre la répulsion électromagnétique, *i.e.* franchir la barrière coulombienne. On considère deux noyaux notés respectivement (A_1, Z_1) et (A_2, Z_2) . On modélise le phénomène en considérant que :

- les noyaux sont en contact⁹ lorsque la distance séparant leur centre respectif est égale à la somme des rayons ($r = R_1 + R_2$)
- les charges électriques sont prises au centre du noyau

Les interactions peuvent être modélisées de la manière suivante :

- si $r > (R_1 + R_2)$, la répulsion électromagnétique est dominante,

⁹Ce faisant, on néglige l'épaisseur de peau, cf. sec. 1.5.

– si $r < (R_1 + R_2)$, l'interaction forte est dominante.

La barrière coulombienne (B_c) est définie par la répulsion électromagnétique lorsque les deux noyaux sont en contact. On a donc :

$$B_c = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0(R_1 + R_2)} \quad (3.25)$$

ce que l'on peut réécrire

$$B_c = \frac{\alpha\hbar c}{R_0} \times \frac{Z_1 \times Z_2}{A_1^{1/3} + A_2^{1/3}} \quad (3.26)$$

avec $\alpha = e^2/(4\pi\epsilon_0\hbar c) = 1/137$ la constante de structure fine et $\hbar c = 197,3 \text{ MeV}\cdot\text{fm}$.

Dans ce cadre, il faut donc que l'énergie cinétique dans le référentiel du centre de masse soit supérieure à la barrière coulombienne pour que les deux noyaux entrent en contact. Notons qu'il s'agit d'une énergie potentielle : l'énergie n'est pas consommée et reste disponible pour la réaction nucléaire.

La condition précédente s'exprime dans le référentiel du centre de masse du système cible-projectile, $T_1^* + T_2^* > B_c$. On utilise à nouveau le théorème de König pour repasser dans le référentiel du laboratoire. On a :

$$T_1 = T_1^* + T_2^* + T_{CM} \quad \text{avec} \quad T_{CM} = \frac{m_1 T_1}{m_1 + m_2}$$

La condition devient donc

$$T_1 > \frac{m_1 + m_2}{m_2} \times B_c \quad (3.27)$$

Pour un projectile léger ($m_1 \ll m_2$), la condition se simplifie en $T_1 > B_c$.

3.3.3 Conclusion

La réaction nucléaire est donc possible si les conditions (3.24) et (3.27) sont vérifiées simultanément. L'énergie minimale T_1^{min} à fournir au projectile pour que la réaction (3.23) ait lieu est donnée par

$$T_1^{min} = \text{Max} \left(\frac{m_1 + m_2}{m_2} B_c, T_1^{seuil} \right) \quad (3.28)$$

avec B_c donnée par (3.26) et T_1^{seuil} donnée par (3.24).

On peut remarquer que ces deux conditions sont indépendantes. Si le franchissement de la barrière coulombienne est possible mais l'énergie n'est pas suffisante pour déclencher la réaction nucléaire, la réaction est une simple diffusion élastique.

À l'inverse, si l'énergie est suffisante pour déclencher la réaction nucléaire mais pas pour franchir la barrière coulombienne, la réaction est impossible d'un point de vue classique, mais elle peut avoir lieu par effet tunnel, avec une probabilité très faible (cf. annexe C.2).

Le neutron constitue un cas particulier du fait de l'absence de charge électrique ce qui lui permet d'entrer en contact avec le noyau, même à très basse énergie. Seule la condition (3.24) doit être remplie, ce qui permet d'effectuer la réaction de fission induite avec des neutrons thermiques, *i.e.* dont l'énergie est $\sim 0,025 \text{ eV}$.

3.3.4 Cas des états excités

Si l'un des noyaux est produit dans un état excité, la valeur du bilan d'énergie est modifiée (cf. eq. 3.9). Comme page 66, prenons l'exemple où B est produit dans un état excité B* d'énergie d'excitation E^* . On a alors

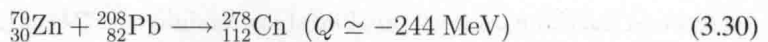
$$T_{seuil}^* = \frac{-(Q_{\text{fond}} - E^*)(m_3 + m_4 + E^*)}{m_3 + m_4 + E^* - m_1} \simeq \frac{-(Q_{\text{fond}} - E^*)(m_3 + m_4)}{m_3 + m_4 - m_1} \quad (3.29)$$

L'approximation est bien justifiée car si la masse du noyau ${}^A X$ est de l'ordre de $A \text{ GeV}/c^2$, la valeur de Q_{fond} et celle de E^* ne valent que quelques MeV au maximum. La valeur de la barrière coulombienne est par contre inchangée.

3.3.5 Applications

Les réactions nucléaires trouvent leur application dans de nombreux domaines. On peut citer la production de

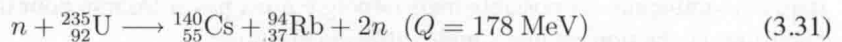
- noyaux radioactifs pour l'**imagerie médicale**. Le ${}^{18}_9\text{F}$ utilisé en tomographie par émission de positons est produit par réaction (p, n) sur ${}^{18}_8\text{O}$.
- noyaux radioactifs pour la **radiothérapie**, par exemple la curiethérapie qui consiste à placer une source radioactive à l'intérieur de la zone à traiter (tumeur). L' ${}^{192}_{77}\text{Ir}$ est un émetteur γ très utilisé dans ce domaine. Il est obtenu par réaction (n, γ) sur ${}^{191}_{77}\text{Ir}$ qui est stable.
- **noyaux super-lourds**. Il s'agit dans ce cas d'une réaction nucléaire endoénergétique consistant à convertir de l'énergie en masse. Par exemple l'élément $Z = 112$ découvert en 1996, et dénommé Copernicium en 2010, a été mis en évidence grâce à la réaction



En termes de production d'énergie, les réactions nucléaires considérées sont soit la fission de noyaux lourds soit la fusion de noyaux légers.

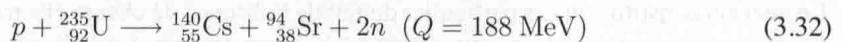
1) Production d'énergie par fission de noyaux lourds

La fission de noyaux lourds est un phénomène exoénergétique qui peut être induit par un neutron incident, par exemple :



Ce type de processus est mis à l'œuvre dans les réacteurs nucléaires (Chap. 7).

Notons que la fission induite par des protons est tout autant exoénergétique, par exemple :

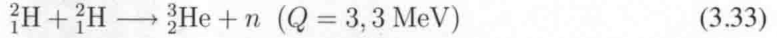


La différence notable est que dans le cas d'un proton incident, la barrière coulombienne est non-nulle ($B_c = 14,6 \text{ MeV}$), ce qui rend la production d'énergie peu rentable. Il faut en effet soit disposer d'un accélérateur de particules, et le taux de réactions est alors très faible, soit

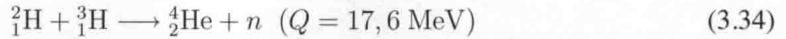
chauffer¹⁰ un gaz d'hydrogène à une température très élevée ($\sim 10^{11}$ K).

2) Production d'énergie par fusion de noyaux légers

La fusion de noyaux légers est également un processus exoénergétique, à l'origine de l'énergie rayonnées par les étoiles et envisagé pour produire de l'énergie sur Terre, en alternative à la fission. Pour les réacteurs à fusion, on peut envisager d'utiliser la réaction suivante (deutérium-deutérium) :



L'énergie libérée n'est pas très importante et on aurait intérêt à produire un noyau ayant une plus grande énergie de liaison, l'hélium 4 par exemple. La fusion deutérium-tritium semble donc bien adaptée :



La difficulté principale pour la production d'énergie avec la fusion est à nouveau le franchissement de la barrière coulombienne : 0,46 MeV pour (3.33) et 0,43 MeV pour (3.34). Cela peut sembler des énergies faibles, cela correspond néanmoins à une température très élevée ($\sim 5 \times 10^9$ K).

3.4 Section efficace

On cherche à définir l'analogie de la constante radioactive λ pour une réaction nucléaire, *i.e.* la probabilité d'interaction par unité de temps. Dans un premier temps, on considère un exemple purement géométrique avant de généraliser au cas de la réaction nucléaire.

3.4.1 Section efficace géométrique

Pour comprendre la notion de section efficace, on considère tout d'abord les collisions au sens de la mécanique, *i.e.* sans interaction à distance et donc à la manière d'un jeu de fléchettes. On s'intéresse à un volume-cible V , d'épaisseur L et de surface S , composé de cibles Y de surface σ_{geo} , cf. fig. 3.3. Il est bombardé par un faisceau de projectiles X perpendiculaire à la surface S . On note Φ le flux incident, *i.e.* le nombre de projectiles incidents par seconde.

Dans un premier temps, on considère une tranche dV d'épaisseur infinitésimale dx . Cette dernière étant infiniment mince, on considère qu'elle est composée d'une seule couche de dN_Y cibles. La probabilité d'interaction dP est donnée par le rapport entre la surface utile ($\sigma_{geo} \times dN_Y$) et la surface S . On a donc

$$dP = \frac{\sigma_{geo} \times dN_Y}{S} = \sigma_{geo} \frac{\rho N_a}{M_{mol}} dx \quad (3.35)$$

où ρ est la masse volumique du matériau constituant le volume-cible.

Le taux de collisions $d\tau_{coll}$ (nombre de collisions par seconde) est donné par :

$$d\tau_{coll} = \Phi \times dP = \Phi \sigma_{geo} \frac{\rho N_a}{M_{mol}} dx \quad (3.36)$$

¹⁰On utilise alors $E = k_B T$, avec k_B la constante de Boltzmann et T la température.

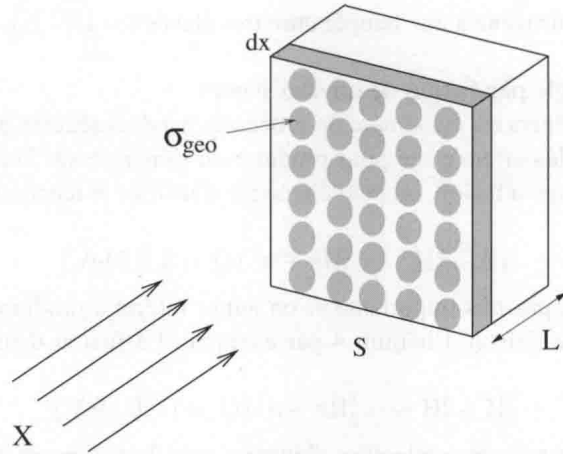


FIG. 3.3 – Définition des grandeurs intervenant dans la notion de section efficace géométrique.

Pour le volume-cible V , le taux de collisions est donc

$$\tau_{coll} = \int_V d\tau_{coll} = \sigma_{geo} \frac{\rho N_a}{M_{mol}} \int_0^L \Phi dx \quad (3.37)$$

Si le flux Φ peut être considéré comme constant sur l'épaisseur L , on a alors

$$\tau_{coll} = \sigma_{geo} \frac{\rho N_a}{M_{mol}} \Phi L \quad (3.38)$$

soit en introduisant N_Y le nombre total de noyaux Y dans le volume V :

$$\tau_{coll} = \frac{\Phi}{S} \times \sigma_{geo} N_Y \quad (3.39)$$

On constate que le taux de collisions τ_{coll} dépend :

- du flux de projectiles X incidents : Φ
- du nombre de cible Y dans la volume-cible : N_Y
- de la surface de la cible Y (σ_{geo}), appelée **section efficace géométrique**.

On retient pour la suite la conclusion relativement intuitive que le taux de collisions est proportionnel à la surface des cibles Y constituant le volume-cible.

3.4.2 Section efficace d'interaction

Pour l'évaluation du nombre de réactions nucléaires par seconde (taux de réactions), on procède par analogie avec le cas géométrique présenté ci-dessus. La grandeur qui représente la probabilité de la réaction nucléaire est appelée **section efficace d'interaction** et notée σ . Il s'agit de l'analogie de la section efficace géométrique (la surface de la cible Y). La différence réside

dans le fait que l'on n'associe pas à la section efficace d'interaction une grandeur géométrique mais une surface fictive qui caractérise la probabilité de l'interaction. Ainsi, pour une réaction nucléaire :



Le taux de réactions τ_{reac} est donné par analogie avec (3.39) :

$$\tau_{reac} = \sigma \times N_Y \times \frac{\Phi}{S} \quad (3.41)$$

soit en introduisant $\varphi = \Phi/S$ la densité de flux¹¹ (en $\text{s}^{-1}\text{cm}^{-2}$)

$$\tau_{reac} = \sigma \times N_Y \times \varphi \quad (3.42)$$

Notons que cette équation est valable dans l'approximation d'une couche mince, c'est-à-dire que le nombre de réactions sur la longueur de la cible est faible, *i.e.* $\sigma L \rho N_A / M_{mol} \ll 1$.

La probabilité d'interaction est donc représentée par une surface fictive, la section efficace σ , dont l'unité SI est le m^2 . En physique subatomique, on utilise souvent comme unité le barn, défini par :

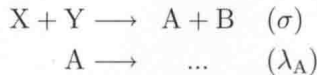
$$1 \text{ barn} = 10^{-28} \text{ m}^2$$

La section efficace d'interaction σ dépend

- de la nature de la particule incidente,
- de son énergie,
- du noyau considéré,
- de la réaction nucléaire considérée.

Production d'un noyau radioactif

On reprend l'exemple (3.40) et on s'intéresse à la production de noyaux A que l'on suppose être instable avec une constante radioactive λ_A .



On note que la désintégration est caractérisée par λ et la réaction nucléaire par σ , même si ces deux grandeurs ne sont pas tout à fait l'analogue l'une de l'autre. En effet, si l'on veut estimer la probabilité d'interaction par unité de temps, il faut considérer la grandeur $\sigma\varphi$.

Pour un intervalle de temps infinitésimal dt , la variation du nombre de noyaux A est due à deux contributions :

- la production par la réaction nucléaire : $dN_A^+ = +\sigma\varphi N_Y dt$, où N_Y est le nombre de noyaux cibles.
- la disparition par la désintégration : $dN_A^- = -\lambda_A N_A dt$.

Au total, la variation infinitésimale du nombre de noyaux A est donnée par

$$dN_A = \sigma\varphi N_Y dt - \lambda_A N_A dt \quad (3.43)$$

L'exercice ?? présente un exemple d'application avec la découverte de la radioactivité artificielle par Frédéric Jolliot et Irène Curie.

¹¹ou flux surfacique

3.5 Réactions nucléaires impliquant un neutron

Les réactions nucléaires impliquant un neutron sont au cœur de la production d'énergie nucléaire : la fission induite par neutron (Chap. 7), la diffusion élastique (sec. 3.5.2) et la capture de neutron (sec. 3.5.3).

3.5.1 Nomenclature des neutrons

La nomenclature des neutrons dépend de leur énergie cinétique. Un neutron est dit :

- thermique, si $T_n \sim 0,025 \text{ eV}$, c'est-à-dire une énergie cinétique égale à l'agitation thermique à température ambiante ($T = 300 \text{ K}$),
- épithermique, si $T_n \sim \mathcal{O}(1 \text{ eV})$,
- lent, si $T_n \sim \mathcal{O}(1 \text{ keV})$,
- rapide, si $T_n \sim \mathcal{O}(1 \text{ MeV})$.

Les neutrons thermiques sont en équilibre thermique avec le milieu dans lequel ils se trouvent. À une température de $T = 300 \text{ K}$, cela correspond à une énergie

$$T_n \simeq k_B T \simeq 25 \text{ meV}$$

avec $k_B = 1,38 \times 10^{-23} \text{ JK}^{-1}$ la constante de Boltzmann.

Les réacteurs à eau pressurisée¹² (REP) nécessitent de **thermaliser** les neutrons, c'est-à-dire de les ralentir jusqu'à ce qu'ils deviennent des neutrons thermiques. Dans un réacteur nucléaire, ce processus est réalisé au sein du **modérateur** par diffusions élastiques successives. Nous abordons dans cette section la diffusion élastique (sec. 3.5.2) et la capture de neutron (sec. 3.5.3) qui constituent des processus clefs pour le choix du modérateur des réacteurs fonctionnant avec des neutrons de très basse énergie.

3.5.2 Diffusion élastique

La diffusion élastique¹³ constitue un cas particulier de la réaction nucléaire car le bilan d'énergie est nul $Q = 0$. Il n'y a pas de transmutation : les mêmes corps se retrouvent dans l'état final, seule leur énergie cinétique a changé. Elle revêt une importance particulière dans le contexte de la modération des neutrons dans les réacteurs REP.

On considère dans la suite la diffusion élastique d'un neutron incident, avec une vitesse v_1 , sur un noyau ${}^A_Z X$ considéré au repos, selon



La conservation de l'énergie (3.3) appliquée à ce cas particulier, se réduit à la conservation de l'énergie cinétique :

$$T_1 = T'_1 + T'_2 \quad (3.45)$$

¹²cf. Chap. 8.

¹³On consultera les rappels et définitions générales de mécanique page 253.

où l'indice 1 fait référence au neutron, l'indice 2 au noyau. Les grandeurs dans l'état final sont notées avec un '.

Pour l'étude de la diffusion élastique, on utilise la vitesse relative

$$\begin{cases} \vec{v}_r = \vec{v}_1 \\ \vec{v}_r' = \vec{v}_1' - \vec{v}_2' \end{cases} \quad (3.46)$$

Comme démontré page 253, le module de la vitesse relative est conservé ($v_r' = v_r = v_1$) et la diffusion élastique est caractérisée par un seul paramètre : l'angle de déflexion θ_C dans le référentiel du centre de masse \mathcal{R}^* , défini par

$$\cos \theta_C = \frac{\vec{v}_r \cdot \vec{v}_r'}{v_r^2} = \frac{\vec{v}_1 \cdot \vec{v}_1'}{v_1^2} \quad (3.47)$$

En utilisant (B.19) pour l'état final, on trouve

$$\begin{cases} \vec{v}_1' = \vec{v}_G + \frac{m_2}{m_1+m_2} \vec{v}_r' \\ \vec{v}_2' = \vec{v}_G - \frac{m_1}{m_1+m_2} \vec{v}_r' \end{cases} \quad (3.48)$$

Pour une diffusion d'un neutron sur une cible fixe, la vitesse du centre de masse est donnée par :

$$\vec{v}_G = \frac{m_1}{m_1 + m_2} \vec{v}_1$$

On trouve donc la vitesse du neutron après le choc :

$$\vec{v}_1' = \frac{m_1}{m_1 + m_2} \vec{v}_1 + \frac{m_2}{m_1 + m_2} \vec{v}_r' \quad (3.50)$$

En prenant le carré scalaire de cette relation, on a

$$v_1'^2 = \left(\frac{m_1}{m_1 + m_2} \right)^2 v_1^2 + \left(\frac{m_2}{m_1 + m_2} \right)^2 v_r'^2 + \frac{2m_1 m_2}{m_1 + m_2} \vec{v}_1 \cdot \vec{v}_r' \quad (3.51)$$

Finalement, en utilisant l'égalité en module $v_r' = v_r = v_1$ et en introduisant l'énergie cinétique, on trouve :

$$\frac{T_1'}{T_1} = \frac{m_1^2 + m_2^2 + 2m_1 m_2 \cos \theta_C}{(m_1 + m_2)^2} \quad (3.52)$$

On simplifie cette relation, en faisant une approximation sur les masses mises en jeu : $m_1 \simeq 1$ uma et $m_2 \simeq A$ uma. On trouve donc l'énergie cinétique du neutron après le choc en fonction de son énergie cinétique initiale, de l'angle de déflexion et du nombre de nucléons du noyau cible :

$$\boxed{\frac{T_1'}{T_1} = \frac{1 + A^2 + 2A \cos \theta_C}{(1 + A)^2}} \quad (3.53)$$

L'énergie cinétique finale est minimale pour $\theta_C = \pi$. On définit ainsi la perte d'énergie maximale α pour un noyau cible de masse A :

$$\boxed{\alpha = \frac{(A - 1)^2}{(1 + A)^2}} \quad (3.54)$$

L'énergie minimale que peut avoir le neutron après le choc est αT_1 alors que l'énergie maximale est T_1 (pas de diffusion).

On constate que α est nul pour un noyau d'hydrogène ($A = 1$). Cela signifie que dans ce cas, le neutron peut perdre toute son énergie en un seul choc élastique. Au contraire, pour un noyau lourd, on a $\alpha \simeq 1$: la diffusion élastique est très peu efficace pour ralentir le neutron.

Par ailleurs, on définit l'angle de diffusion θ_{diff} dans le référentiel du laboratoire \mathcal{R} , comme l'angle entre la vitesse initiale du neutron et sa vitesse après le choc :

$$\cos \theta_{\text{diff}} = \frac{\vec{v}_1' \cdot \vec{v}_1}{v_1 v_1'} \quad (3.55)$$

En projetant (3.50) sur \vec{v}_1 , on trouve

$$v_1 v_1' \cos \theta_{\text{diff}} = \frac{m_1}{m_1 + m_2} v_1^2 + \frac{m_2}{m_1 + m_2} \vec{v}_r' \cdot \vec{v}_1 \quad (3.56)$$

On trouve donc une relation entre θ_{diff} et θ_C :

$$v_1' \cos \theta_{\text{diff}} = \frac{v_1 + A v_1 \cos \theta_C}{A + 1} \quad (3.57)$$

Finalement, en combinant (3.57) et (3.53), on trouve l'expression de l'angle de diffusion en fonction de l'énergie du neutron :

$$\cos \theta_{\text{diff}} = \frac{(A + 1)}{2} \sqrt{\frac{T_1'}{T_1}} - \frac{(A - 1)}{2} \sqrt{\frac{T_1}{T_1'}} \quad (3.58)$$

Il existe donc une relation univoque entre l'énergie du neutron T_1' et l'angle de diffusion θ_{diff} . Tous les neutrons sur un cône d'ouverture θ_{diff} ont la même énergie.

Dans la plupart des cas¹⁴, la diffusion est isotrope dans le référentiel du centre de masse \mathcal{R}^* . La proportion de neutrons diffusés dans l'angle solide $d\Omega$ est donc

$$\frac{d\Omega}{4\pi} = \frac{2\pi \sin \theta_C d\theta_C}{4\pi} = \frac{d \cos \theta_C}{2}$$

Ainsi, la probabilité qu'un neutron ait une énergie entre T_1' et $T_1' + dT_1'$ est égale à $d \cos \theta_C / 2$. En dérivant (3.53), on trouve la densité de probabilité

$$P(T_1') = \frac{(A + 1)^2}{4A} \times \frac{1}{T_1} = \frac{1}{(1 - \alpha) T_1} \quad (3.59)$$

Le neutron d'énergie initiale T_1 subit donc une diffusion élastique qui l'amène avec une probabilité $P(T_1') dT_1'$ à une énergie finale T_1' . On évalue ensuite la perte logarithmique moyenne par choc (ξ) définie par

$$\xi = \int_{\alpha T_1}^{T_1} \ln \left(\frac{T_1}{T_1'} \right) P(T_1') dT_1' = \int_{\alpha T_1}^{T_1} \ln \left(\frac{T_1}{T_1'} \right) \times \frac{1}{1 - \alpha} \frac{dT_1'}{T_1}$$

¹⁴Sauf à haute énergie, typiquement au-delà de 10 MeV.

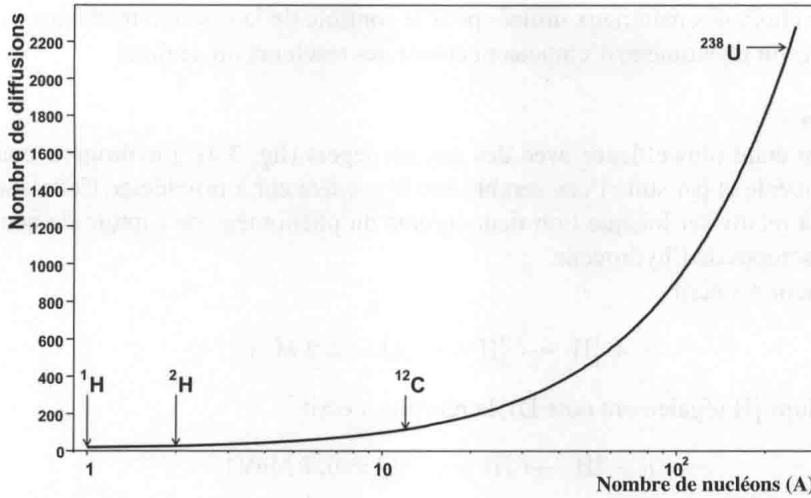


FIG. 3.4 – Nombre moyen de diffusions pour thermaliser un neutron en fonction du nombre de nucléons de la cible.

On trouve

$$\xi = 1 + \frac{\alpha \ln \alpha}{1 - \alpha} \quad (3.61)$$

Dans les réacteurs REP, fonctionnant avec un spectre de neutrons thermiques, il faut ralentir les neutrons produits lors de la fission ($T_1 \simeq 2 \text{ MeV}$) jusqu'à $T_1' \simeq 0,025 \text{ eV}$, ce qui représente une perte logarithmique $\ln(2 \times 10^9/25) \simeq 18,2$. Le nombre moyen de collisions élastiques pour faire passer un neutron de la zone rapide à la zone thermique est donc $N_{\text{diff}} = 18,2/\xi$. On a donc

$$N_{\text{diff}} = \frac{18,2(1 - \alpha)}{1 - \alpha + \alpha \ln \alpha} \quad (3.62)$$

avec α donné par (3.54) la perte maximale d'énergie qui ne dépend que du noyau cible.

On constate sur la figure 3.4 que le nombre moyen de diffusions pour thermaliser un neutron N_{diff} est fortement croissant avec le nombre de nucléons du noyau cible A . On passe de 18 diffusions pour un hydrogène ^1_1H à 25 pour un deutérium ^2_1H et jusqu'à ~ 2200 pour un uranium 238. On conclut donc que l'hydrogène ^1_1H est le choix de cible qui permet la thermalisation la plus efficace, ce qui confère un gros avantage à l'eau H_2O comme modérateur dans les réacteurs nucléaires fonctionnant avec un spectre de neutrons thermiques (cf. page 172).

3.5.3 Capture de neutron

neutron capture La capture de neutron par un noyau est un phénomène très important dans le contexte des réacteurs nucléaires. En effet, la capacité d'un noyau à capturer un neutron :

- fait partie des paramètres à prendre en compte dans le choix du modérateur,

- détermine le choix des matériaux utilisés pour le contrôle de la réaction nucléaire,
- est à l'origine du phénomène d'empoisonnement des réacteurs nucléaires.

a) Modération

La modération étant plus efficace avec des noyaux légers (fig. 3.4), l'hydrogène constitue *a priori* la cible idéale et par suite l'eau semble être le modérateur à privilégier. Cette conclusion est cependant à relativiser lorsque l'on tient compte du phénomène de capture de neutron par les différents isotopes de l'hydrogène.

Pour ${}^1_1\text{H}$, la réaction s'écrit



Pour le deutérium ${}^2_1\text{H}$ (également noté D), la réaction s'écrit



La figure 3.5 présente la section efficace de capture en fonction de l'énergie du neutron pour l'hydrogène et le deutérium. On constate que la section efficace dépend très fortement de l'énergie du neutron. Elle diminue de trois ordres de grandeur lorsque l'on passe des neutrons rapides ($\sim 1 \text{ MeV}$) aux neutrons thermiques ($\sim 10 \text{ meV}$). Cette figure illustre le fait que la capture d'un neutron thermique est environ 1000 fois plus probable pour un noyau ${}^1_1\text{H}$ que pour un ${}^2_1\text{H}$. Cette différence est fondamentale dans le choix du modérateur des réacteurs nucléaires car cela confère un gros désavantage à l'eau légère (H_2O) par rapport à l'eau lourde (D_2O). Les neutrons capturés ne sont en effet plus disponibles pour la fission et le bilan neutronique s'en trouve affecté. C'est l'une des raisons qui motive le choix de l'eau lourde comme modérateur de certains types de réacteurs nucléaires (les CANDU au Canada), cf. page 177.

On note également que le ${}^{12}\text{C}$ présente une section efficace de capture en thermique 100 fois inférieure à celle de ${}^1_1\text{H}$. Il est par contre moins efficace en termes de diffusion (fig. 3.4). Le graphite a été choisi pour la première génération de réacteurs français (UNGG), cf. page 178.

b) Contrôle de la réaction en chaîne

L'idée même d'une réaction nucléaire en chaîne¹⁵ suggère la nécessité de contrôler le processus en disposant de matériaux dits neutrophages, *i.e.* susceptibles d'absorber des neutrons. La figure 3.6 présente la section efficace de capture en fonction de l'énergie du neutron dans la zone thermique et épithermique. On constate que le ${}^{113}_{48}\text{Cd}$ présente une section efficace de capture très importante et très supérieure à la section efficace de fission de l'uranium 235. Cela explique le choix du cadmium, qui comporte 12 % de ${}^{113}_{48}\text{Cd}$ à l'état naturel, comme l'un des métaux constitutifs des barres de contrôle des réacteurs nucléaires. L'insertion ou le retrait de ces barres au sein des assemblages permet de piloter le réacteur en régulant sa puissance. Le réacteur dispose également de barres d'arrêt d'urgence, maintenues en position haute et prêtes à chuter (sous l'effet de la gravité uniquement) en cas d'incident.

On constate également sur la figure 3.6 que le ${}^{10}_5\text{B}$ présente une très grande section efficace de capture. À la différence des captures précédentes, il ne s'agit pas d'une capture radiative mais de la réaction suivante :



¹⁵cf. page 151.

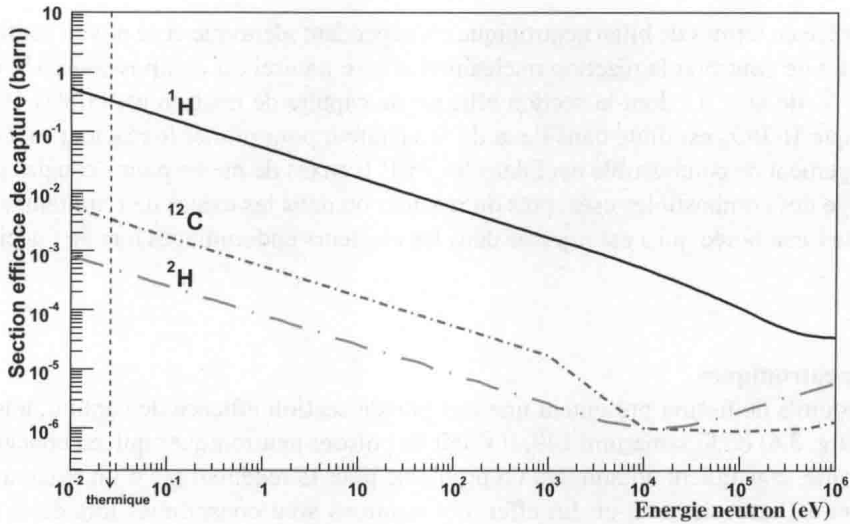


FIG. 3.5 – Section efficace de capture (en barn) en fonction de l'énergie du neutron (en eV) pour l'hydrogène, le deutérium et le carbone 12. Les données proviennent de [8].

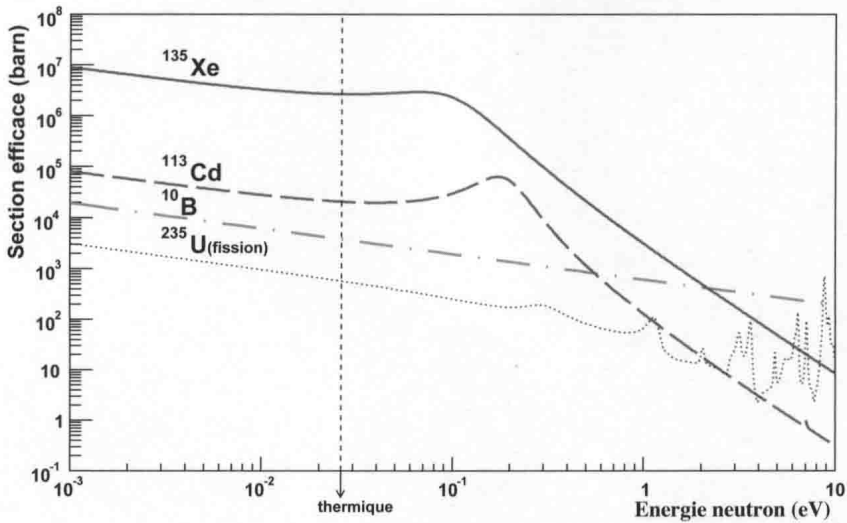


FIG. 3.6 – Section efficace de capture (en barn) en fonction de l'énergie du neutron (en eV) pour des noyaux utilisés pour le contrôle du réacteur ou participant à son empoisonnement. La section efficace de fission de l'uranium 235 est indiquée pour référence. Les données proviennent de [8].

La conséquence en termes de bilan neutronique est cependant identique et ce noyau neutrophage peut permettre de contrôler la réaction nucléaire. Le bore naturel est composé de 20 % de bore 10 (et de 80 % de bore 11 dont la section efficace de capture de neutron est faible). Ainsi, de l'acide borique H_3BO_3 est dilué dans l'eau du modérateur pour piloter le réacteur, notamment lors du chargement de combustible neuf dans les REP. Il en est de même pour l'eau des piscines d'entreposage des combustibles usés, près du réacteur ou dans les usines de retraitement. C'est également de l'eau borée qui a été injectée dans les réacteurs endommagés lors de l'accident de Fukushima.

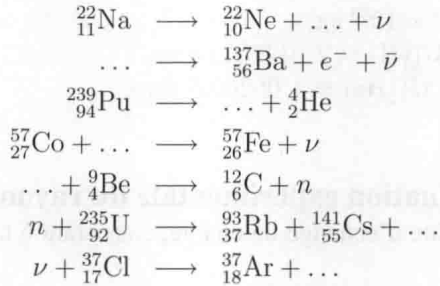
c) Poisons neutroniques

Certains produits de fission présentent une très grande section efficace de capture, tels que le xénon 135 (fig. 3.6) ou le samarium 149. Il s'agit de poisons neutroniques qui, en concentration trop importante, constituent notamment un problème pour le redémarrage d'un réacteur car ils s'accumulent à l'arrêt de celui-ci. En effet, des neutrons sont consommés lors de la capture (par le xénon 135 ou le samarium 149) et non par la fission de l'uranium. Ils ne contribuent donc pas à la réaction en chaîne. Le bilan neutronique s'en trouve affecté et le redémarrage est difficile voire impossible. On parle d'empoisonnement du réacteur et ce phénomène est en partie à l'origine de l'accident de Tchernobyl. L'exercice 3.7 présente une étude détaillée de l'empoisonnement des réacteurs nucléaires.

Exercices du chapitre 3

Exercice 3.1 : Lois de conservation

En utilisant les lois de conservation, compléter les processus nucléaires suivants.



Exercice 3.2 : Conservation de \vec{J} et π lors de la désintégration α

Déterminer les valeurs possibles pour le moment angulaire orbital (ℓ_α) lors de la désintégration α de l'uranium 235, selon :

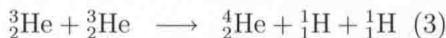
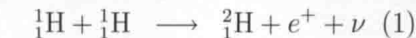


Données numériques :

$$J({}^{235}\text{U}) = 7/2^{-}, J({}^{231}\text{Th}) = 5/2^{+}, J({}^4\text{He}) = 0^{+}.$$

Exercice 3.3 : Fusion des noyaux d'hydrogène dans le Soleil

L'énergie rayonnée par les étoiles trouve son origine dans les transformations nucléaires qui se produisent au cœur des étoiles. Le Soleil est une étoile jeune et peu massive qui est concernée par la chaîne pp correspondant à la conversion d'hydrogène en hélium, par fusion de noyaux légers. La chaîne pp est définie comme l'ensemble des réactions nécessaires pour créer un noyau de ${}^4_2\text{He}$. Elle contient les réactions suivantes :



Pour estimer la durée de vie du Soleil, on le modélise de la manière suivante :

- le Soleil est considéré comme formé initialement exclusivement d'hydrogène (${}_1^1\text{H}$),
- il rayonne une puissance constante $E = 3,83 \times 10^{26} \text{ J}\cdot\text{s}^{-1}$,
- seul 10 % de la masse du Soleil est concerné par la combustion de l'hydrogène (le cœur interne).

- 1) Calculer le bilan énergétique des trois réaction nucléaires.
- 2) Donner l'ensemble des réactions constituant la chaîne *pp*. En déduire pour une chaîne *pp* l'énergie libérée et le nombre de noyaux d'hydrogène consommés.
- 3) Donner une estimation du temps restant avant que le Soleil ne cesse de briller?

Données numériques :

Masse du Soleil : $M_{\text{Soleil}} = 2 \times 10^{30}$ kg,
 $M({}_1^1\text{H}) = 1,0078250$ uma $M({}_1^2\text{H}) = 2,0141018$ uma,
 $M({}_2^3\text{He}) = 3,0160293$ uma $M({}_2^4\text{He}) = 4,0026032$ uma

Exercice 3.4 : Détermination expérimentale du rayon R_0

On considère une réaction dite d'échange de charge, consistant à bombarder une cible de ${}^{13}_6\text{C}$ avec des protons :



Expérimentalement, on constate que la réaction n'est possible que lorsque l'énergie cinétique du proton incident dépasse 3,24 MeV.

Nous allons utiliser ce résultat pour évaluer la valeur de R_0 , de la formule $R({}^AX) = R_0 \times A^{1/3}$.

- 1) Déduire du constat expérimental la valeur numérique de Q pour cette réaction.
- 2) Exprimer Q en fonction des énergies de liaison des noyaux concernés, puis des paramètres de la formule semi-empirique.
- 3) En déduire la valeur de R_0 en fm.

Données numériques :

$m_p = 1,00727646$ uma, $m_n = 1,0086649$ uma, $m({}^{13}\text{N}) = 13,0057386$ uma.

Exercice 3.5 : Production d'indium 111

La production d'indium 111 dans son état fondamental a été obtenue en bombardant une cible de cadmium 111 avec un faisceau de protons de 2,7 MeV (*H. J. Kim and R. L. Robinson, Phys. Rev. 1969*).

- a) Écrire la réaction nucléaire envisagée et déterminer la valeur minimale de l'énergie cinétique du proton incident pour produire de l'indium 111 dans son état fondamental.
- b) Comment est-ce possible?

Données numériques :

$M({}_1^1\text{H}) = 1,0078250$ uma, $M({}_1^2\text{H}) = 2,0141018$ uma
 $M({}_{49}^{111}\text{In}) = 110,9051107$ uma, $M({}_{48}^{111}\text{Cd}) = 110,9041816$ uma

Exercice 3.6 : Découverte de la radioactivité artificielle

En 1934, Irène Curie et Frédéric Joliot réalisèrent la première réaction nucléaire permettant de produire un noyau radioactif (le ${}^{30}_{15}\text{P}$). Ils utilisèrent des α provenant d'une source de polonium

comme projectiles envoyés sur une cible d'aluminium. La réaction est la suivante :



Le phosphore 30 est inconnu dans la nature car sa période est très courte $T_P = 2,5$ min. Il s'agit donc du premier noyau radioactif produit artificiellement. Il se désintègre selon :



On note φ la densité de flux de particules incidentes, σ la section efficace de la réaction (3.67) à l'énergie considérée. On admet que le nombre de noyaux d'aluminium N_0 dans la cible peut être considéré comme constant.

- Donner la variation infinitésimale du nombre de noyaux de ${}^{30}\text{P}$ (dN_P) pendant un intervalle de temps dt .
- Résoudre cette équation différentielle et trouver l'expression littérale $N_P(t)$ et de l'activité $a_P(t)$.
- Tracer l'évolution de l'activité en fonction du temps. Au bout de combien de temps l'activité est-elle égale à la valeur maximale à 10 % près ?

Exercice 3.7 : Empoisonnement des réacteurs nucléaires

La fission des noyaux lourds peut former une grande variété de produits de fission qui demeurent confinés au sein du combustible nucléaire. Ils sont donc soumis à un flux intense de neutrons qu'ils sont susceptibles de capturer. Lorsque la section efficace de capture est importante, elle a pour effet de faire varier notablement la réactivité, on parle **d'empoisonnement**. Le xénon 135 est l'exemple le plus connu de poison pour les réacteurs nucléaires car il conduit à l'effet le plus spectaculaire. L'empoisonnement au samarium 149, plus modeste par son amplitude, est cependant difficile à gérer.

On considère un réacteur REP contenant du combustible enrichi à 3,5 % et initialement neuf, *i.e.* exempt de toutes traces de produits de fission. Par ailleurs, on suppose que la densité de noyaux fissiles N_0 et la densité de flux de neutrons $\varphi = 5 \times 10^{13} \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1}$ demeurent constantes au cours du fonctionnement du réacteur.

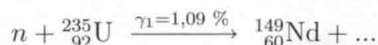
On donne :

- $\sigma_f = 570$ barn : section efficace de fission de ${}^{235}\text{U}$, induite par neutrons thermiques.
- $\rho = 11 \text{ gcm}^{-3}$: masse volumique de l' UO_2 enrichi à 3,5 % en uranium 235.

Le tableau 3.1 résume les sections efficaces de capture de neutrons thermiques pour les noyaux considérés.

Chaîne $A = 149$:

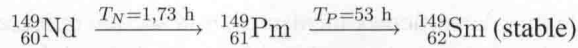
La fission de ${}^{235}_{92}\text{U}$ induite par neutrons thermiques a une probabilité $\gamma_1 = 1,09$ % de conduire à la chaîne de masse $A = 149$:



Noyau	$^{149}_{62}\text{Sm}$	$^{135}_{53}\text{I}$	$^{135}_{54}\text{Xe}$
σ (barn)	$\sigma_S = 65 \times 10^3$	$\sigma_I = 7$	$\sigma_X = 2,7 \times 10^6$

TAB. 3.1 – Sections efficaces de capture de neutrons thermiques pour les noyaux considérés.

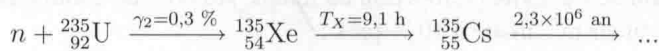
Le noyau de néodymium 149 est un émetteur β qui se désintègre selon la filiation radioactive :



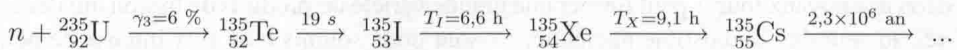
La période du $^{149}_{60}\text{Nd}$ étant très courte (1,73 h) devant celle du $^{149}_{61}\text{Pm}$ ($T_P = 53$ h), on considère dans la suite que ce dernier est formé directement par fission.

Chaîne $A = 135$:

La fission de $^{235}_{92}\text{U}$ induite par neutrons thermiques a une probabilité $\gamma_2 = 0,3\%$ de produire directement le xénon 135, selon :



Le xénon 135 peut également être produit indirectement par filiation, suite à la production du $^{135}_{52}\text{Te}$ avec une probabilité $\gamma_3 = 6\%$:



La période du $^{135}_{52}\text{Te}$ étant très courte (19 s) devant celle du $^{135}_{53}\text{I}$ (6,6 h), on considère dans la suite que ce dernier est formé directement par fission.

1) Calculer le nombre N_0 d'atomes d'uranium 235 par unité de volume.

2) La chaîne $A = 149$ pendant le fonctionnement du réacteur

a) Donner la variation infinitésimale du nombre de noyaux (par unité de volume) de $^{149}_{61}\text{Pm}$ (notée dN_P). Résoudre cette équation différentielle et calculer le nombre de noyaux (par unité de volume) à l'équilibre N_P^{eq} .

b) Donner la variation infinitésimale du nombre de noyaux (par unité de volume) de $^{149}_{62}\text{Sm}$ (notée dN_S). Calculer le nombre de noyaux (par unité de volume) à l'équilibre N_S^{eq} , sans résoudre l'équation différentielle.

3) La chaîne $A = 135$ pendant le fonctionnement du réacteur

a) Donner la variation infinitésimale du nombre de noyaux (par unité de volume) de $^{135}_{53}\text{I}$ (notée dN_I). Résoudre cette équation différentielle et calculer le nombre de noyaux (par unité de volume) à l'équilibre N_I^{eq} .

b) Donner la variation infinitésimale du nombre de noyaux (par unité de volume) de $^{135}_{54}\text{Xe}$ (notée dN_X). Calculer le nombre de noyaux (par unité de volume) à l'équilibre N_X^{eq} , sans résoudre l'équation différentielle.

Arrêt du réacteur ($\varphi = 0$)

Après une très longue période de fonctionnement on peut considérer que tous les noyaux des chaînes de masse $A = 149$ et $A = 135$ ont atteint leur concentration d'équilibre. On arrête brusquement le réacteur à un instant que l'on prendra comme nouvelle origine des temps $t = 0$.

4) La chaîne A=149 après l'arrêt du réacteur

- Donner la variation infinitésimale de $N_P(t)$ et $N_S(t)$ à partir de cet instant.
- En déduire les expressions de $N_P(t)$ et $N_S(t)$ en fonction de N_P^{eq} et N_S^{eq} .
- Tracer l'allure de la courbe d'évolution de $N_S(t)$ après l'arrêt du réacteur.

5) La chaîne A=135 après l'arrêt du réacteur

- Donner la variation infinitésimale de $N_I(t)$ et $N_X(t)$ à partir de cet instant.
- En déduire $N_I(t)$ et $N_X(t)$ en fonction de N_X^{eq} et N_I^{eq} .
- Calculer le temps t_{max} au bout duquel $N_X(t)$ est maximum. En déduire l'augmentation maximale de la concentration en xénon 135.
- Tracer l'allure de la courbe d'évolution de $N_X(t)$ après l'arrêt du réacteur.

6) Empoisonnement

- En quoi la présence de xénon 135 et de samarium 149 est-elle un problème pour le redémarrage du réacteur ?
- Comparer les empoisonnements au xénon 135 et au samarium 149.

La désintégration α

Ce chapitre est consacré à la désintégration α par ses aspects phénoménologiques. Nous développerons un modèle quantique (théorie de Gamow) permettant d'en comprendre les mécanismes. Notons que les aspects cinématiques de la désintégration α ont été traités en 3.2.2.

4.1 Propriétés générales de l'émission α

La désintégration α a été découverte par H. Becquerel en 1896 en étudiant des sels d'uranium. Elle consiste en l'émission spontanée d'une particule α (un noyau d'hélium 4), selon



Cette désintégration concerne les noyaux lourds ayant typiquement $A \gtrsim 150$. Elle résulte des effets antagonistes des interactions forte et électromagnétique. En effet, l'énergie de liaison d'un noyau est, au premier ordre, proportionnelle à son nombre de nucléons A tandis que la répulsion coulombienne interne, qui s'oppose à sa cohésion, est proportionnelle à Z^2 (cf. sec. 2.1). Il peut donc être énergétiquement favorable pour les noyaux lourds de diminuer leur charge en émettant des particules chargées.

4.1.1 Pourquoi émettre un α ?

On peut tout d'abord se demander pourquoi émettre une particule α plutôt qu'un proton par exemple. Dans les deux cas, on aura une diminution de la répulsion coulombienne interne due à la diminution du nombre de protons. Pour répondre à cette question, on peut envisager la désintégration d'un noyau lourd X par émission d'un noyau léger, pouvant être par exemple ${}^1\text{H}$, ${}^2\text{H}$, ${}^3\text{H}$, ${}^3\text{He}$, ${}^4\text{He}$, ...



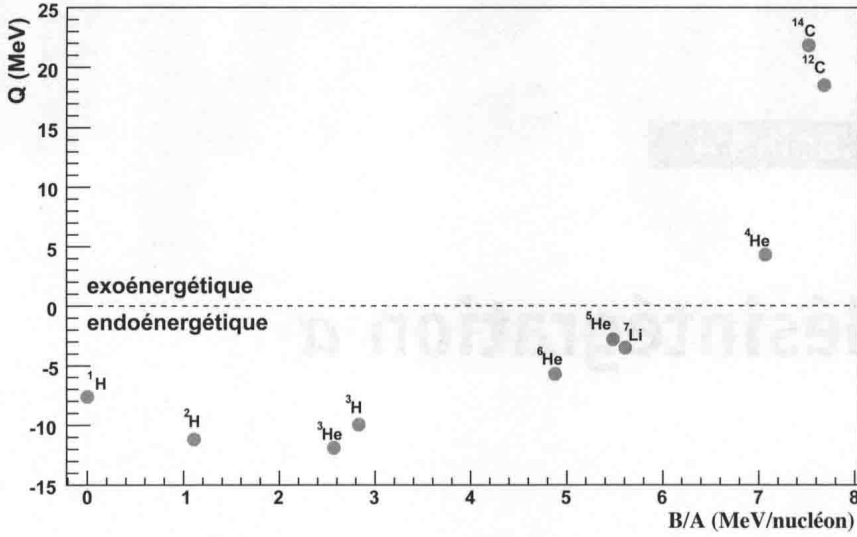


FIG. 4.1 – Valeur de Q pour la désintégration de l'uranium 238 en fonction de la valeur de B/A du noyau léger émis. Les valeurs numériques sont extraites de [11].

Si l'objectif est bien la diminution de la répulsion coulombienne, le pré-requis pour que cette désintégration ait lieu est que Q soit positif. Il suffit de calculer le bilan énergétique :

$$Q = B(Y) + B(\text{noyau léger}) - B(X) \quad (4.3)$$

À titre d'exemple, on traite le cas de la désintégration de l'uranium 238 par émission d'un noyau léger (^1H , ^2H , ...), selon (4.2). La figure 4.1 présente la valeur de Q pour ces désintégrations en fonction de la valeur de B/A du noyau léger émis. On constate que l' α est le noyau le plus léger dont l'émission est énergétiquement possible, ceci étant dû au fait que ce noyau est très fortement lié (*i.e.* grande valeur de B/A). En général, seul le noyau d'hélium 4 possède une énergie de liaison suffisamment grande pour que la désintégration devienne exoénergétique ($Q > 0$).

Dans le cas de l'uranium 238, on trouve que l'émission d'un noyau de ^{12}C ou de ^{14}C est également énergétiquement possible ($Q > 0$). Cependant, nous verrons plus loin que la théorie de la désintégration α nous montre que ces types de désintégration sont infiniment moins probables.

4.1.2 Systématique des émetteurs α

Grâce à une étude systématique, H. Geiger et J. M. Nuttall ont montré en 1911 qu'il existait, pour les émetteurs α , une très forte corrélation entre la valeur de Q_α et celle de T_α , la période de désintégration du noyau. Plus l'énergie cinétique de la particule α ($\sim Q_\alpha$) est grande plus la période T_α de l'émetteur est courte. La figure 4.2 présente la période (T_α) des isotopes pairs du thorium, uranium et plutonium en fonction de la valeur de Q_α . Il s'agit de la période de désintégration α vers le fondamental du noyau fils, *i.e.* corrigée du rapport d'embranchement. On

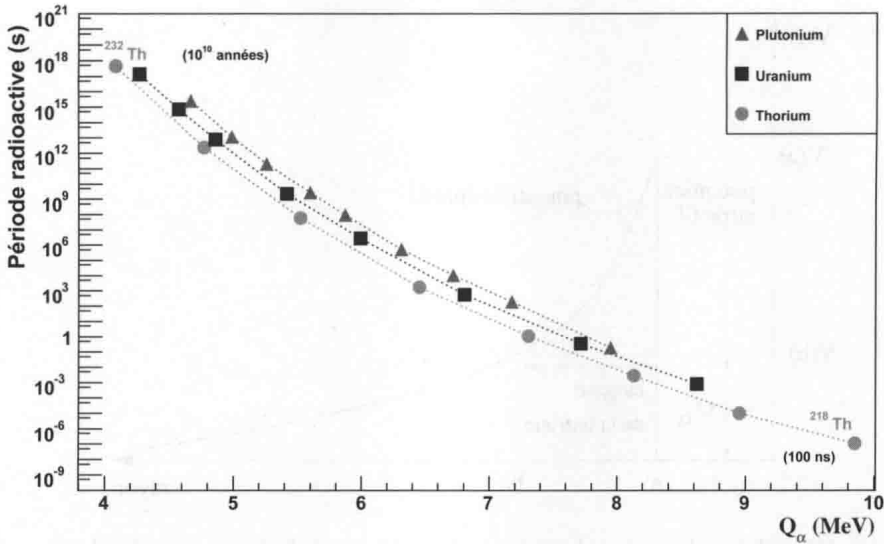


FIG. 4.2 – Période (T_α en secondes) des isotopes pairs du thorium, uranium et plutonium en fonction de la valeur de Q_α (MeV). Il s'agit de la période de désintégration α vers le fondamental du noyau fils, i.e. corrigée du rapport d'embranchement. Les lignes pointillées lient les noyaux d'une série isotopique pour guider l'oeil.

constate que la période T_α varie sur environ 24 ordres de grandeur alors que l'énergie cinétique de l' α ne varie que d'un facteur environ 2. Pour se donner un aperçu quantitatif, on considère les deux extrémités de la série isotopique du thorium :

$$^{232}\text{Th} : Q_\alpha = 4,08 \text{ MeV} \quad \text{et} \quad T_\alpha = 4,4 \times 10^{17} \text{ s} \simeq 10^{10} \text{ ans}$$

$$^{218}\text{Th} : Q_\alpha = 9,85 \text{ MeV} \quad \text{et} \quad T_\alpha = 1,1 \times 10^{-7} \text{ s} = 0,1 \mu\text{s}$$

Le phénomène est identique pour la série isotopique de l'uranium et du plutonium (fig. 4.2), ainsi que pour tous les noyaux émetteurs α (radium, radon, ainsi que les transuraniens). Cette propriété remarquable implique que la période de désintégration α est gouvernée par la valeur de Q_α et qu'une infime variation de cette dernière induit une variation de T_α sur des ordres de grandeur.

4.2 Modèle quantique de l'émission α

L'effet observé par Geiger et Nuttall demeura une énigme pendant près de 20 ans avant l'interprétation proposée en 1928 par G. Gamow et indépendamment par R. Gurney et E. Condon [1]. Celle-ci repose sur la mécanique quantique dont le formalisme se met en place à la même époque. La confrontation de la prédiction théorique avec les observations expérimentales constitue de fait le premier grand succès de la mécanique quantique.

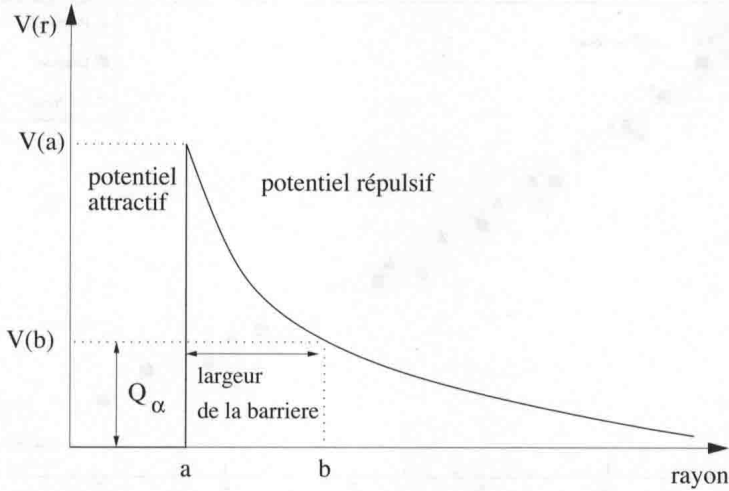


FIG. 4.3 – Modèle schématique de l'émission α par effet tunnel. Notons que l'échelle en rayon n'est pas respectée car $b \gg a$, cf. tab. 4.1.

4.2.1 Contexte général

On cherche à modéliser la désintégration α dans le but de comprendre l'effet observé par Geiger et Nuttall et de reproduire les valeurs expérimentales de période radioactive T_α . On fait les hypothèses suivantes :

- la particule α est préformée dans le noyau père ${}^A_Z X$ avant son émission et se situe dans un potentiel $V(r)$ généré par le noyau fils ${}^{A-4}_{Z-2} Y$.
- on se place dans le cas où $\ell_\alpha = 0$ (pas de moment angulaire associé à l'émission α).
- on considère un problème à symétrie sphérique décrit par un potentiel central $V(r)$.

Il faut ensuite modéliser l'interaction de l' α avec le noyau fils, sachant que les interactions forte et électromagnétique entrent en jeu ici. On peut considérer que tant que l' α est à l'intérieur du noyau il ne subit que l'interaction forte, car celle-ci est beaucoup plus intense que l'interaction électromagnétique. Il s'agit d'une interaction attractive qui piège l' α à l'intérieur du noyau fils. Dès que l' α et le noyau fils ne sont plus en contact, l'interaction électromagnétique est dominante car l'interaction forte est à très courte portée. La limite entre les deux est donnée par la distance a correspondant aux noyaux ${}^{A-4}_{Z-2} Y$ et α tangents¹ :

$$a = R(A-4Y) + R(\alpha) = R_0(A-4)^{1/3} + R_0 \times 4^{1/3} \quad (4.4)$$

Pour $r < a$, on a donc un potentiel attractif et l'on peut choisir $V(r) = 0$.

Pour $r > a$, seule l'interaction électromagnétique intervient et on a donc

$$V(r) = \frac{2(Z-2)e^2}{4\pi\epsilon_0 r} \quad \text{pour } r > a \quad (4.5)$$

La figure 4.3 présente le potentiel $V(r)$ considéré dans le cadre de cette modélisation. On constate que si la particule α ne dispose pas d'une énergie suffisante, elle se trouve piégée

¹en négligeant l'épaisseur de peau.

Noyau	a (fm)	$V(a)$ (MeV)	Q_α (MeV)	b (fm)
${}^{232}_{90}\text{Th}$	9, 2	27, 4	4, 1	62, 1
${}^{220}_{90}\text{Th}$	9, 1	27, 8	8, 9	28, 3
${}^{238}_{92}\text{U}$	9, 3	27, 9	4, 3	60, 7
${}^{238}_{94}\text{Pu}$	9, 3	28, 5	5, 6	47, 4

TAB. 4.1 – Caractéristiques du puits quantique pour certains émetteurs α : rayon du puits a , hauteur de la barrière $V(a)$, bilan d'énergie de masse Q_α et l'extrémité de la barrière b .

dans le puits de potentiel. La hauteur de la barrière de potentiel correspond à une énergie $V(a)$ telle que :

$$V(a) = \frac{2(Z-2)e^2}{4\pi\epsilon_0 a} \quad (4.6)$$

L'énergie dont dispose la particule α pour sortir du puits est celle libérée lors de la désintégration, c'est-à-dire² Q_α . Si $Q_\alpha < V(a)$, l'émission est impossible d'un point de vue classique. Le tableau 4.1 présente les caractéristiques du puits quantique pour certains émetteurs α . On constate que le rayon du puits a et la hauteur de la barrière $V(a)$ varient peu d'un noyau à l'autre. En particulier, on a $V(a) \simeq 30$ MeV alors que la valeur de Q_α pour tous les émetteurs α est telle que $4 \lesssim Q_\alpha \lesssim 9$ MeV, cf. fig 4.2. Classiquement, la particule α ne peut donc pas s'échapper du noyau. Quantiquement, ceci est possible par **effet tunnel** (cf. page 257) avec une probabilité certes très faible mais non nulle. Durant la traversée de la barrière, de largeur $(b-a)$, la conservation de l'énergie n'est pas assurée. Le point b est défini par la condition $V(b) = Q_\alpha$:

$$b = \frac{2(Z-2)e^2}{4\pi\epsilon_0 Q_\alpha} \quad (4.7)$$

En effet, au-delà de $r = b$, on se retrouve à nouveau dans le cadre classique avec $Q_\alpha > V(r)$. La largeur de la barrière joue donc un rôle important dans la suite car elle détermine la probabilité de franchissement.

On peut d'ores et déjà tirer de la figure 4.3 la constatation qualitative que la largeur de la barrière $(b-a)$ diminue avec Q_α croissant. Comme présenté page 257, la probabilité de franchissement par effet tunnel est d'autant plus petite que la largeur de la barrière est grande, avec une variation exponentiellement décroissante. La période T_α diminue donc très fortement avec Q_α croissant, ce qui explique la constatation faite par Geiger et Nuttall.

4.2.2 Estimation de la période de désintégration α

Le calcul de la probabilité de franchissement d'une barrière de potentiel $V(r)$ à symétrie sphérique est présenté page 257. Dans le cas qui nous intéresse, le potentiel à l'extérieur du puits est donné par (4.5) et la probabilité P est donnée par

$$P = e^{-2G} \text{ avec } G = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2}} \int_a^b \sqrt{\left(\frac{2(Z-2)e^2}{4\pi\epsilon_0 r} - Q_\alpha\right)} dr \quad (4.8)$$

²en fait un peu moins cf. sec. 3.2.2, mais l'approximation est très bonne.

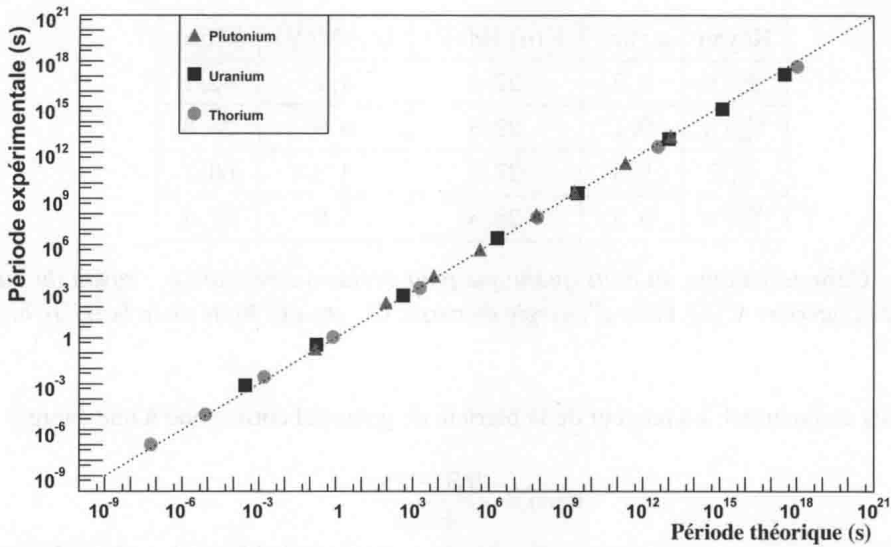


FIG. 4.4 – Comparaison des périodes théoriques, calculées avec (4.14), et expérimentales des isotopes pairs du thorium, uranium et plutonium.

où Q_α est l'énergie libérée lors de la désintégration α .

Il reste donc à calculer l'intégrale suivante :

$$G = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2}} \sqrt{\frac{2(Z-2)e^2}{4\pi\epsilon_0}} \int_a^b \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{b}\right)^{1/2} dr \quad (4.9)$$

où on a utilisé la définition de b donnée par (4.7).

On pose ensuite $\cos^2\phi = r/b$ et $\cos^2\phi_0 = a/b$. On trouve :

$$\int_a^b \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{b}\right)^{1/2} dr = \sqrt{b} \left(\phi_0 - \frac{1}{2} \sin 2\phi_0\right) \quad (4.10)$$

Soit

$$G = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2}} \times \frac{1}{\sqrt{Q_\alpha}} \times \frac{2(Z-2)e^2}{4\pi\epsilon_0} \times \left(\arccos \sqrt{X} - \sqrt{X(1-X)} \right) \quad (4.11)$$

avec

$$X = \frac{a}{b} = \frac{Q_\alpha}{V(a)} \quad (4.12)$$

On peut finalement modéliser la constante radioactive λ du noyau comme étant égale au produit de la probabilité de franchissement P par la fréquence³ $f = v/2a$ avec laquelle la particule heurte la barrière :

$$\lambda = f \times P = \frac{v}{2a} \times e^{-2G} = \frac{1}{2a} \times \sqrt{\frac{2Q_\alpha}{m}} \times e^{-2G} \quad (4.13)$$

³On considère un α de vitesse $v = \sqrt{2Q_\alpha/m}$ parcourant le noyau de diamètre $2a$.

Finalement, on en déduit une estimation de la période du noyau :

$$T_\alpha = \frac{\ln 2}{\lambda} = 2a \ln 2 \sqrt{\frac{m}{2Q_\alpha}} e^{2G} \quad (4.14)$$

avec G donné par (4.11).

On peut calculer explicitement les différents termes de cette expression. On obtient :

$$\begin{cases} T_\alpha &= C \times e^{2G} \\ C &= 2 \times 10^{-22} \times \frac{a(fm)}{\sqrt{Q_\alpha(MeV)}} \\ G &= 1,26 \times \frac{Z-2}{\sqrt{Q_\alpha(MeV)}} \times f(X) \\ f(X) &= \arccos \sqrt{X} - \sqrt{X(1-X)} \\ X &= 0,348 \times \frac{aQ_\alpha}{Z-2} \end{cases}$$

où T_α est en seconde, a en fm et Q_α en MeV.

Pour une désintégration α , la connaissance de Z , Q_α et a permet donc d'estimer la période théorique du noyau.

La figure 4.4 permet de comparer la prédiction théorique obtenue dans le cadre de la théorie de Gamow aux valeurs expérimentales. On constate que cette formule permet de rendre compte de la variation des périodes des émetteurs α sur plus de 20 ordres de grandeur, ce qui est tout à fait remarquable. L'accord est qualitativement excellent et permet de comprendre l'observation de Geiger et Nuttall : la valeur de Q_α gouverne celle de la période de désintégration α .

La figure 4.2 nous indique qu'il existe également un effet très net en fonction de la valeur de Z . Pour une même valeur de Q_α , la période augmente sensiblement avec Z . Cela s'interprète facilement en notant que b est proportionnel à Z (cf. eq. 4.7). Ainsi plus la charge du noyau père est importante, pour une même valeur de Q_α , plus la largeur de la barrière est grande et donc plus la probabilité d'émission α est faible.

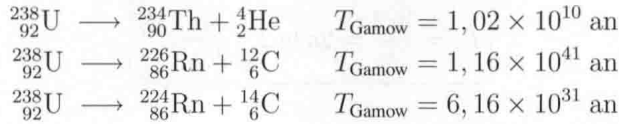
Il ne s'agit évidemment pas d'une estimation précise de la période des émetteurs α , qui nécessiterait la prise en compte des fonctions d'ondes initiale et finale, de l'épaisseur de peau du noyau (sec. 1.5) ainsi que de l'écart à la sphéricité de certains noyaux.

Historiquement, il s'agit à la fois du premier grand succès de la mécanique quantique, en tant que modèle confronté à des résultats expérimentaux, et de la preuve éclatante de la réalité de l'effet tunnel.

4.2.3 Emission de noyaux plus lourds que l'hélium

Comme souligné en 4.1.1, l'émission de noyaux plus lourds que l'hélium 4 est parfois énergétiquement possible. Dans le cas de l'uranium 238, nous avons vu que c'est le cas pour l'émission d'un noyau de ^{12}C ou de ^{14}C . L'application de la formule de Gamow (4.14) nous permet d'éva-

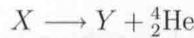
luer les probabilités relatives de chaque type d'émission :



L'émission d'un noyau plus lourd que l'hélium est donc hautement improbable, étant défavorisée par des dizaines d'ordres de grandeur par rapport à l'émission α . Plusieurs paramètres participent à ce résultat. Tout d'abord, l'effet tunnel dépend fortement de la masse de la particule émise, avec une forte décroissance de la probabilité d'émission avec la valeur de celle-ci. Ensuite, la hauteur de la barrière coulombienne augmente avec le Z du noyau émis, pour les noyaux légers, ce qui augmente la largeur de la barrière et diminue donc la probabilité d'émission. D'un point de vue expérimental, l'émission de fragments lourds (${}_{6}^{12}\text{C}$, voire plus lourd) est en effet observée comme une désintégration exotique, avec une probabilité extrêmement faible mais plus importante que prédite par la formule de Gamow, ce qui en souligne les limites.

4.2.4 Conservation du moment angulaire et de la parité

On considère la désintégration α suivante :



avec $J_i^{\pi_i}$ et $J_f^{\pi_f}$ les moments angulaires totaux (et parités) des deux noyaux. L' ${}_{2}^4\text{He}$ étant un noyau pair-pair, son moment angulaire total est $J^\pi = 0^+$ et il ne contribue pas à la règle de conservation. Par contre, il faut tenir compte du **moment angulaire orbital** ($\vec{\ell}_\alpha$) associé à l'émission de la particule α .

La conservation du moment angulaire impose :

$$\vec{J}_i = \vec{J}_f + \vec{\ell}_\alpha \quad (4.15)$$

On a donc

$$\vec{\ell}_\alpha = \vec{J}_i - \vec{J}_f \quad (4.16)$$

et la règle de composition des moments angulaire (cf. page 263) nous indique que

$$|J_i - J_f| \leq \ell_\alpha \leq J_i + J_f \quad (4.17)$$

Par ailleurs, la conservation de la parité impose :

$$\pi_i = \pi_f (-1)^{\ell_\alpha} \implies (-1)^{\ell_\alpha} = \pi_i \pi_f \quad (4.18)$$

Si la parité change entre l'état initial et l'état final, ℓ_α doit nécessairement être impair. À l'inverse, si la parité ne change pas, ℓ_α doit être pair.

Ainsi, la conservation de la parité et du moment angulaire total impose que seules certaines valeurs de ℓ_α sont possibles. Nous allons voir que les probabilités ne sont pas identiques et que les valeurs les plus faibles sont favorisées.

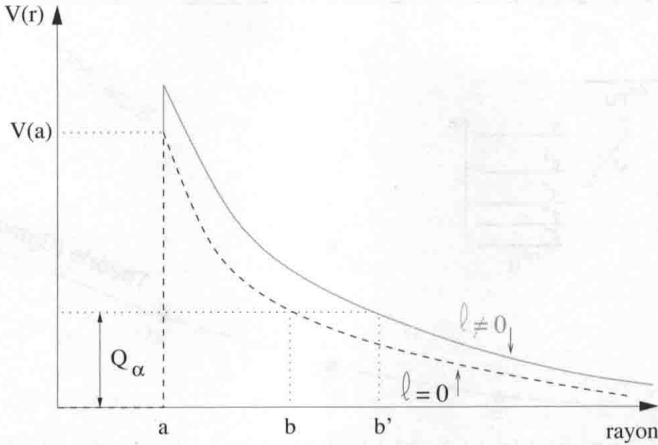


FIG. 4.5 – Modèle schématique de l'émission α par effet tunnel, avec prise en compte du moment angulaire par l'ajout d'une barrière centrifuge.

4.2.5 Effet du moment angulaire de l' α

La théorie de Gamow présentée page 99 concerne les noyaux pair-pair dans leur état fondamental. Il s'agit donc d'une désintégration α d'un état 0^+ vers un état 0^+ , caractérisée par un moment angulaire orbital ℓ_α nul. Pour prendre en compte le cas d'un moment angulaire orbital non-nul, on utilise l'expression de l'énergie potentielle associée à un moment angulaire L . En physique classique, l'énergie potentielle centrifuge d'une particule de masse m est donnée par :

$$E_p(r) = \frac{L^2}{2mr^2}$$

L'expression quantique correspondante est obtenue en remplaçant L^2 par la valeur de la norme carrée du vecteur moment angulaire, c'est-à-dire $\ell_\alpha(\ell_\alpha + 1)\hbar^2$. Dans le cas $\ell_\alpha \neq 0$, le potentiel $V(r)$ devient donc

$$V(r) = \frac{2(Z-2)e^2}{4\pi\epsilon_0 r} + \frac{\ell_\alpha(\ell_\alpha + 1)\hbar^2}{2mr^2} \quad (4.19)$$

Le deuxième terme est qualifié de **barrière centrifuge** en référence à la physique classique. Comme on peut le constater sur la figure 4.5, la prise en compte d'un moment angulaire non-nul revient à augmenter la valeur de $V(r)$. On a donc une barrière plus haute et surtout plus large, ce qui diminue la probabilité de franchissement. En conséquence, pour la désintégration α , les faibles valeurs de moment angulaire sont favorisées, *i.e.* plus probables.

On peut faire une estimation qualitative de cet effet. Pour $\ell_\alpha \neq 0$, la largeur de la barrière est $(b' - a)$. Le point b' est défini par la condition $V(b') = Q_\alpha$, soit :

$$Q_\alpha = \frac{2(Z-2)e^2}{4\pi\epsilon_0 b'} + \frac{\ell_\alpha(\ell_\alpha + 1)\hbar^2}{2mb'^2}$$

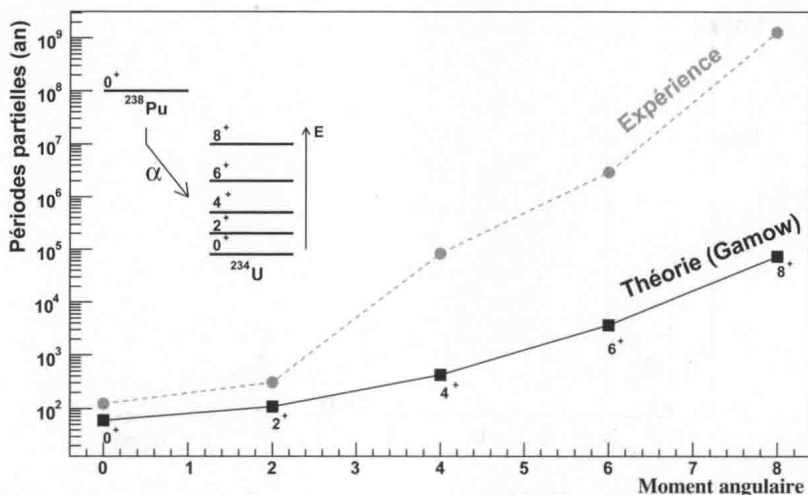


FIG. 4.6 – Périodes partielles de désintégration α du plutonium 238 vers les premiers états excités de l'uranium 234 en fonction de la valeur de ℓ_α . L'écart croissant entre les valeurs expérimentales et théoriques, calculées avec la formule (4.14) et pour $\ell_\alpha = 0$, permet d'estimer la diminution de la probabilité d'émission α due à la barrière centrifuge.

En résolvant cette équation, on trouve :

$$b' = \frac{b}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{b^2 + 4 \times \frac{\ell_\alpha(\ell_\alpha + 1)\hbar^2}{2mQ_\alpha}} \quad (4.20)$$

avec b donné par (4.7).

A titre d'illustration, considérons le cas du plutonium 238 (cf. tab. 4.1). Avec $Q_\alpha = 5,6$ MeV, on trouve pour $\ell_\alpha = 6$ une augmentation de la largeur de la barrière de 1 fm par rapport au cas $\ell_\alpha = 0$. La variation peut paraître faible mais elle engendre une diminution très importante de λ_α . L'effet est le même que de diminuer Q_α de 0,3 MeV. La hauteur de la barrière est également augmentée. En $r = a$, on a

$$V(a) = \frac{2(Z-2)e^2}{4\pi\epsilon_0 a} + \frac{\ell_\alpha(\ell_\alpha + 1)\hbar^2}{2ma^2} = 30,8 \text{ MeV} \text{ pour } a = 9,3 \text{ fm}$$

Cela correspond, pour le plutonium 238 à nouveau, à une augmentation de la barrière de 2,4 MeV qui fait également diminuer la probabilité d'émission α .

Une estimation quantitative de l'effet d'un moment angulaire orbital non-nul nécessite de calculer le facteur de Gamow G avec le potentiel (4.19). Le résultat n'étant pas analytique, on estime cet effet directement à partir des valeurs expérimentales. Pour le plutonium 238, on compare sur la figure 4.6 les périodes partielles expérimentales vers les premiers états excités de l'uranium 234 aux valeurs obtenues avec la formule (4.14), pour $\ell_\alpha = 0$. Les résultats sont présentés

en fonction du moment angulaire qui est égal au J de l'état final car l'état initial est un état 0^+ . On constate que les périodes théoriques sont croissantes avec l'énergie d'excitation, ce qui correspond à la diminution de la valeur de Q . L'accord avec la valeur expérimentale est bon à petites valeurs de l_α et le désaccord est grandissant avec l'augmentation de la valeur de l_α . En attribuant la totalité⁴ de ce désaccord à l'effet du moment angulaire, on estime la diminution de la probabilité d'émission α à un facteur 100 pour $l_\alpha = 4$ et à un facteur 10^4 pour $l_\alpha = 8$.

En conclusion, la prise en compte d'un moment angulaire orbital $l_\alpha \neq 0$ nécessite l'ajout d'une barrière centrifuge dont l'effet est d'augmenter à la fois la hauteur et la largeur de la barrière de potentiel. *In fine*, l'effet peut être estimé qualitativement : une augmentation de l_α de 2 unités engendre une diminution de la probabilité d'émission d'un facteur 10 environ, pour les petites valeurs de l_α . La diminution est ensuite de plus en plus importante quand l_α augmente car la barrière centrifuge varie comme $l_\alpha(l_\alpha + 1)$.

4.3 Conclusion

La probabilité de désintégration α dépend principalement de deux paramètres : le moment angulaire l_α et la valeur du bilan d'énergie de masse Q_α (et donc l'énergie d'excitation de l'état nucléaire fils) :

- Le moment angulaire l_α influe sur la barrière de potentiel en augmentant sa hauteur et sa largeur par l'ajout d'une barrière centrifuge. Quand l_α augmente, la probabilité de désintégration α diminue fortement.
- La valeur du Q_α de la réaction influe également sur la probabilité de désintégration α . Quand Q_α augmente, la largeur de la barrière à traverser est plus faible et la probabilité de désintégration α augmente.

⁴On néglige l'effet de déformation du noyau.

Exercices du chapitre 4

Exercice 4.1 : Désintégration α de l'uranium 238

L'uranium 238 se désintègre à presque 100 % par désintégration α . L'étude expérimentale d'un échantillon d'uranium 238 a permis de mettre en évidence : trois raies α et deux raies γ .

T_α (keV)	I_α (%)	E_γ (keV)	I_γ (%)
4198	77,54	49,55	22,46
4151	22,33	113,5	0,13
4038	0,13		

TAB. 4.2 – Energies et intensités (pour 100 désintégrations) des α et γ observés lors de la désintégration du $^{238}_{92}\text{U}$.

- 1) En utilisant les données expérimentales, proposer un schéma de désintégration de l'uranium 238 vers l'état fondamental et les deux premiers états excités du thorium 234.
- 2) Confirmer les valeurs des énergies d'excitation à partir des énergies cinétiques des α .

Données numériques :

$$M(^{238}_{92}\text{U}) = 238,0507826 \text{ uma}, \quad M(^{234}_{90}\text{Th}) = 234,0435955 \text{ uma}, \quad M(^4\text{He}) = 4,0026032 \text{ uma}$$

Exercice 4.2 : Désintégration α d'un état métastable

L'américium 242 présente un état métastable $^{242m}_{95}\text{Am}$ tout à fait remarquable :

- sa période est très longue (141 ans), plus que celle de l'état fondamental (16 h).
- il peut se désintégrer directement vers un état excité du $^{238}_{93}\text{Np}$ avec un rapport d'embranchement, certes faible, mais non négligeable ($BR = 0,5\%$).

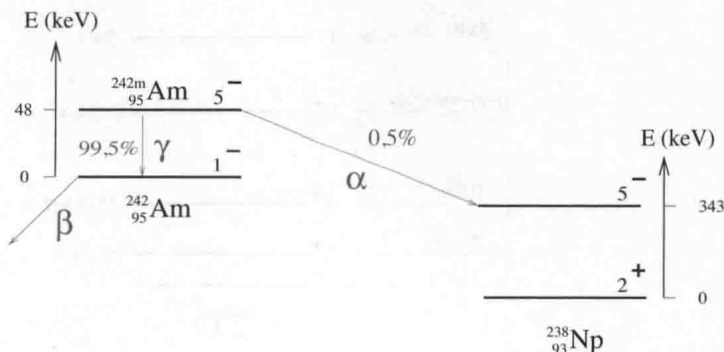


FIG. 4.7 – Désintégration α de l'américium 242 métastable.

– il est émetteur α alors que l'état fondamental est émetteur β .
 La figure 4.7 présente le schéma de désintégration de cet état métastable.

- 1) Calculer l'énergie cinétique de l' α issu de la désintégration de l'état métastable.
- 2) Pourquoi le $^{242m}_{95}\text{Am}$ ne se désintègre pas vers l'état fondamental du $^{238}_{93}\text{Np}$?
- 3) Calculer l'activité massique α d'un échantillon d'américium 242 pur.

Données numériques :

$M(^{242}_{95}\text{Am}) = 242,0595430 \text{ uma}$, $M(^{238}_{93}\text{Th}) = 238,0509405 \text{ uma}$, $M(^4\text{He}) = 4,0026032 \text{ uma}$

Exercice 4.3 : Désintégration α de l'uranium 234

L'uranium naturel contient une infime fraction d'uranium 234 qui contribue pourtant à 50 % de son activité massique. La figure 4.8 présente le schéma de désintégration de l' $^{234}_{92}\text{U}$.

- 1) Donner la valeur du moment angulaire orbital ℓ_α pour chaque désintégration α .
- 2) Commenter l'évolution du rapport d'embranchement vers les trois premiers états.
- 3) Pourquoi les états 0^+ et 2^+ à grande énergie d'excitation sont-ils moins alimentés que ceux de basse énergie ?
- 4) Pourquoi trois transitions n'ont pas été observées ?

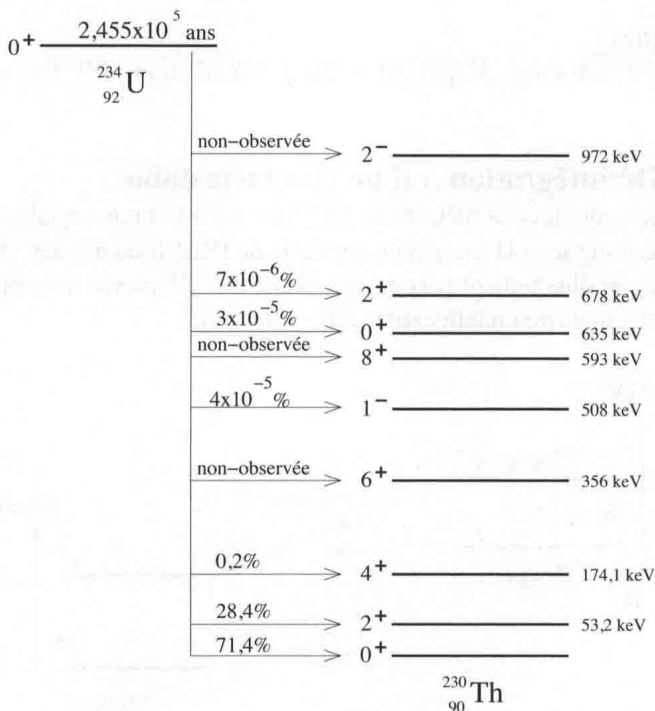


FIG. 4.8 – Schéma de désintégration de l'uranium 234.

Exercice 4.4 : Désintégration α de l'astate 214

La figure 4.9 présente le spectre des états excités de l'astate 214, du bismuth 210 et du thallium 206. Par soucis de simplicité certains états ont été omis.

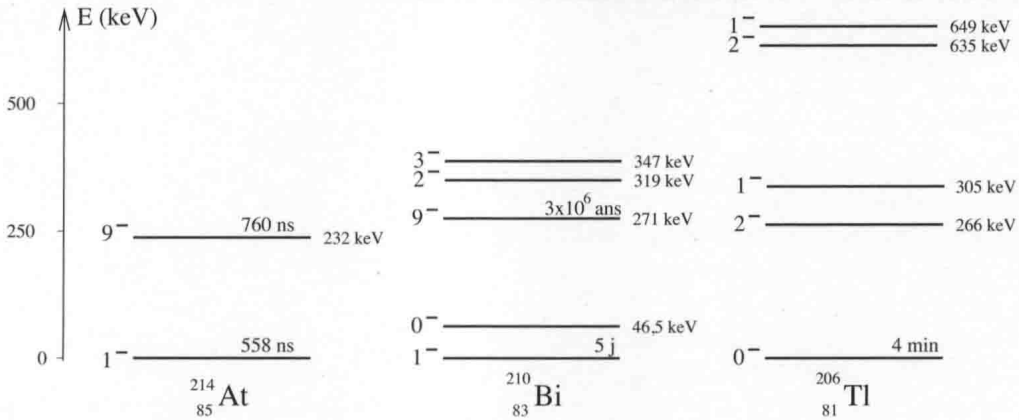


FIG. 4.9 – Spectre des états excités de l'astate 214, du bismuth 210 et du thallium 206

1) Astate 214

Ce noyau de période courte (558 ns) présente un état métastable de période comparable (760 ns).

- Vers quel état du bismuth 210 se désintègre *a priori* préférentiellement l'état fondamental de l'astate 214 ?
- La désexcitation de l'état 9^- vers le fondamental est très peu probable. Cet état excité va se désintégrer directement vers l'un des états excités du bismuth 210. Lequel est *a priori* préférentiellement alimenté ?
- Pourquoi les périodes de ces deux états sont-elles aussi proches ?

2) Bismuth 210

L'état fondamental du bismuth 210 est un émetteur β . Tout comme pour l'astate 214, l'état excité 9^- va effectuer une désintégration α plutôt qu'une désexcitation.

- Vers quel état du thallium 206 se désintègre *a priori* préférentiellement l'état 9^- du bismuth 210 ?
- Pourquoi la période est-elle aussi longue ?

Exercice 4.5 : Période du plutonium 238

Le plutonium 238 ($^{238}_{94}\text{Pu}$) est un émetteur α présentant une période expérimentale $T_{exp} = 87,7$ an. Expérimentalement, on observe 70,9 % des désintégrations vers l'état fondamental de l'uranium 234 ($^{234}_{92}\text{U}$) avec une valeur de $Q = 5,59$ MeV.

- Dans le cadre de la théorie de Gamow, calculer la valeur théorique de la période partielle de désintégration du plutonium 238 vers le fondamental de l'uranium 234. Comparer à la valeur

expérimentale.

2) Les états les plus excités de l'uranium 234 sont peuplés avec un rapport d'embranchement très faible. Par exemple, l'état 8^+ à $E = 497$ keV présente un rapport d'embranchement $BR = 6,8 \times 10^{-8}$. Calculer la valeur théorique de la période partielle vers l'état 8^+ dans le cadre de la théorie de Gamow. Comparer à la valeur expérimentale.

La désintégration β

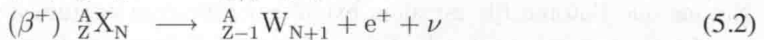
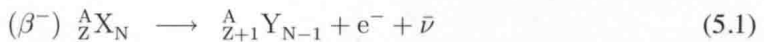
Après avoir décrit les aspects phénoménologiques de la désintégration β , nous développerons un modèle quantique (la théorie de Fermi) permettant d'en comprendre les mécanismes. Notons que les aspects cinématiques de la désintégration β ont été traités page 69.

5.1 Introduction

La désintégration β correspond à une transformation d'un proton en neutron (ou l'inverse) à l'intérieur du noyau. Un nucléon change de nature sous l'action de l'interaction faible imposée par les autres nucléons. Ce phénomène est à l'origine de trois types de désintégration : β^- , β^+ et capture électronique. Qualitativement, on peut dire qu'il s'agit du mode de désintégration des noyaux trop riches en protons (β^+ ou capture électronique) ou des noyaux trop riches en neutrons (β^-). Nous verrons néanmoins que cette interprétation ne permet pas de comprendre tous les phénomènes liés à la désintégration β .

5.1.1 Désintégrations β^\pm

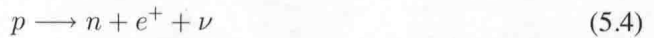
Dans le cas de la désintégration β^- , le noyau ${}^A_Z X_N$ se transforme en un noyau ${}^A_{Z+1} Y_{N-1}$ comportant un proton de plus et un neutron de moins. Le phénomène s'accompagne de l'émission d'un électron e^- et d'un antineutrino $\bar{\nu}$. Au contraire, dans le cas de la désintégration β^+ le noyau ${}^A_Z X_N$ se transforme en un noyau ${}^A_{Z-1} W_{N+1}$ avec émission d'un positon e^+ et d'un neutrino ν . En résumé, on a :



À l'échelle des nucléons, le phénomène qui se produit dans le cas de la désintégration β^- est :



et dans le cas de la désintégration β^+ :

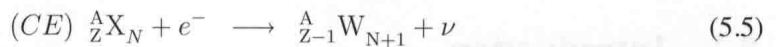


Notons qu'il ne s'agit pas ici de désintégration du proton ou du neutron, mais de transformation d'un proton en un neutron (et vice-versa) sous l'action de l'interaction faible imposée par tous les nucléons présents dans le noyau. En effet, à l'échelle des nucléons il ne s'agit pas d'un phénomène spontané.

Contrairement au cas de la désintégration α , les particules émises ne sont pas pré-existantes dans le noyau mais créées au moment de la désintégration β . De plus, le phénomène qui gouverne la probabilité de désintégration n'est pas le franchissement d'une barrière de potentiel car l'interaction forte n'est pas mise en jeu. Il n'y a donc pas de potentiel attractif limité à la dimension du noyau comme pour la désintégration α .

5.1.2 Capture électronique

Sous certaines conditions, le noyau peut capturer un électron de son propre cortège électronique (de la couche K le plus souvent), selon



Bien qu'il y ait deux corps dans l'état initial, il s'agit d'une désintégration car cette transformation du noyau est spontanée.

Le résultat de la capture électronique (notée CE) est le même que celui de la désintégration β^+ : diminuer le nombre de protons et augmenter le nombre de neutrons pour se rapprocher de la stabilité. Ces deux processus aboutissent au même noyau fils et sont donc systématiquement en concurrence. Nous reviendrons sur les probabilités relatives à la section 5.7.3.

À l'échelle des nucléons, le phénomène qui se produit est :



Comme souligné page 13, la capture électronique constitue une indication des limites du modèle atomique planétaire. En effet l'électron et le proton doivent être en contact car l'interaction faible est à très courte portée. Ainsi, seuls les électrons situés sur des couches électroniques ayant une probabilité de présence non nulle à l'origine sont concernés par la capture électronique (cf. page 269).

Notons que l'atome fils est alors excité car l'électron capturé a laissé une lacune dans une couche électronique profonde. Le nombre total d'électrons du noyau fils est bien égal à celui du nombre de protons. Cependant, leur répartition n'étant pas celle de l'atome dans son état fondamental, ce qui va conduire à un réarrangement du cortège électronique (cf. Chap. 6).

5.2 Bilans énergétiques

5.2.1 Désintégrations β^\pm

Le bilan énergétique de la désintégration β^- s'écrit à partir des masses des noyaux :

$$Q_{\beta^-} = [m({}_Z^A X) - m({}_{Z+1}^A Y) - m_e - m_{\bar{\nu}}] c^2 \quad (5.7)$$

Pour trouver l'expression en fonction des masses atomiques M , on utilise (1.46) :

$$Q_{\beta^-} = [M({}_Z^A X) - M({}_{Z+1}^A Y)] c^2 + \sum_{i=1}^Z b_i({}_Z^A X) - \sum_{i=1}^{Z+1} b_i({}_{Z+1}^A Y)$$

où $b_i({}_Z^A X)$ et $b_i({}_{Z+1}^A Y)$ sont respectivement les énergies de liaison des électrons dans l'atome ${}_Z^A X$ et ${}_{Z+1}^A Y$. L'énergie de liaison des électrons variant peu lorsque que l'on passe de l'atome ${}_Z X$ à l'atome ${}_{Z+1} Y$, on peut simplifier la différence des deux derniers termes. Il ne reste donc que l'énergie de liaison de l'électron le moins lié de l'atome ${}_{Z+1} Y$. On le néglige dans la suite, ce qui revient à utiliser l'approximation (1.40). On a donc

$$Q_{\beta^-} = [M({}_Z^A X) - M({}_{Z+1}^A Y)] c^2 \quad (5.8)$$

La désintégration β^- est donc énergétiquement possible si la masse de l'atome fils est plus grande que celle de l'atome père.

De la même manière, on trouve l'expression du bilan énergétique de la désintégration β^+ :

$$Q_{\beta^+} = [M({}_Z^A X) - M({}_{Z-1}^A W) - 2m_e] c^2 = [\Delta M - 2m_e] c^2 \quad (5.9)$$

où ΔM est la différence de masse atomique entre le noyau père et le noyau fils.

Il faut donc que les masses des atomes père et fils diffèrent d'au moins $2m_e c^2$ pour que la désintégration β^+ soit énergétiquement possible.

5.2.2 Capture électronique

La capture électronique concerne des électrons appartenant au cortège électronique de l'atome. Ils sont donc liés à l'atome. Pour les capturer, il faut payer l'énergie de liaison b_e , ce qui va diminuer d'autant l'énergie libérée. Le bilan d'énergie s'écrit donc :

$$Q_{CE} = [m({}_Z^A X) + m_e - m({}_{Z-1}^A W)] c^2 - b_e \quad (5.10)$$

L'énergie de liaison de l'électron capturé dépend de la couche électronique impliquée ($b_e = b_K, b_L, b_M, \dots$). La capture se faisant principalement sur les couches internes, l'énergie de liaison électronique n'est *a priori* pas négligeable (cf. fig. D.3). En termes de masses atomiques, on a :

$$Q_{CE} = [M({}_Z^A X) - M({}_{Z-1}^A W)] c^2 - b_e = \Delta M c^2 - b_e \quad (5.11)$$

où ΔM est la différence de masse atomique entre le noyau père et le noyau fils.

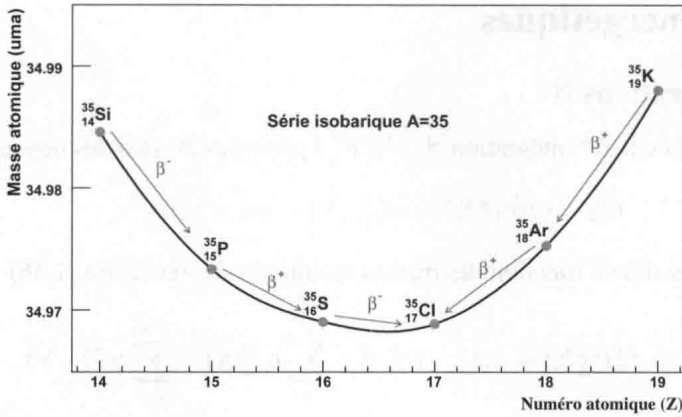


FIG. 5.1 – Parabole de masse de la série isobarique $A = 35$. Les valeurs expérimentales sont extraites de [8].

En comparant les équations (5.9) et (5.11) on constate que si $Q_{\beta^+} > 0$, alors $\Delta Mc^2 > 1022 \text{ keV}$. Sachant que l'énergie de liaison d'un électron K dans les atomes les plus lourds ne dépasse pas 150 keV (cf. fig. D.3), on en déduit que si la désintégration β^+ est énergétiquement possible, la capture électronique l'est aussi¹. Cela souligne à nouveau le fait que la désintégration β^+ est systématiquement en concurrence avec la capture électronique.

Notons finalement que la capture électronique n'est possible que si Q_{CE} est positif (l'électron n'apporte pas d'énergie). Ainsi, si ΔMc^2 est plus petit que l'énergie de liaison b_K alors la capture d'un électron K est impossible. La capture d'un électron L demeure possible tant que $\Delta Mc^2 > b_L$. C'est par exemple le cas du plomb 205 pour lequel on a :

$$b_K = 88 \text{ keV}, b_L = 15,86 \text{ keV} \text{ et } \Delta Mc^2 = 30 \text{ keV}$$

5.3 Séries isobariques

La désintégration β , incluant β^\pm et capture électronique, modifie la nature de l'un des nucléons mais ne change pas leur nombre total (A). On a donc systématiquement affaire à une série isobarique, par exemple :

$$\dots, {}^A_{Z-1}W, {}^A_ZX, {}^A_{Z+1}Y, \dots$$

Si l'un des noyaux de la série isobarique a une masse plus petite que celle de ces voisins immédiats, il est alors nécessairement stable vis-à-vis de la désintégration β . En effet, en utilisant les équations (5.8), (5.9) et (5.11), on constate que si $M({}^A_ZX) \leq M({}^A_{Z+1}Y)$ et $M({}^A_ZX) \leq M({}^A_{Z-1}W)$, les valeurs de Q sont négatives pour les trois types de désintégration β . Le noyau A_ZX ne peut donc pas se désintégrer par désintégration β^\pm ou par capture électronique. Il est donc stable. Il y a ensuite deux cas selon que la série isobarique est de A pair ou de A impair.

¹La réciproque n'est évidemment pas vraie.

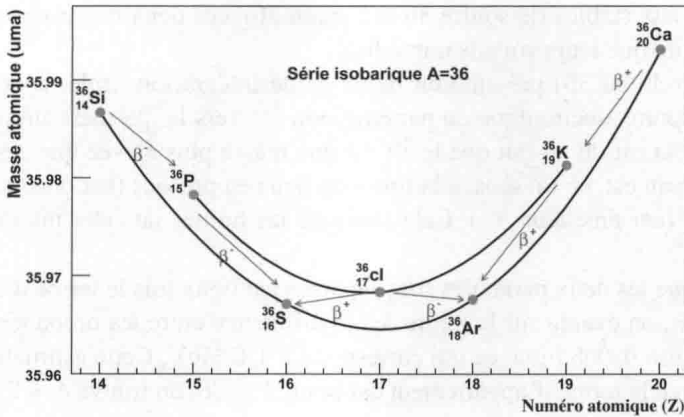


FIG. 5.2 – Double parabole de masse de la série isobarique $A = 36$. Les valeurs expérimentales sont extraites de [8].

5.3.1 Série isobarique A impair

La figure 5.1 présente la parabole de masse de la série isobarique $A = 35$, obtenue à partir des valeurs expérimentales des masses atomiques. Cette caractéristique est commune à toutes les séries isobariques de A impair. On constate que le noyau avec la masse atomique la plus petite est stable. En effet, dans le cas du chlore 35, aucune désintégration β n'est énergétiquement possible car Q est négatif pour les trois processus (β^\pm et CE). La notion de vallée de la stabilité est clairement visible sur cette figure : les noyaux situés loin de la stabilité (le chlore 35 dans ce cas) ont tendance à s'en rapprocher par désintégrations β successives :

- les noyaux de Z plus petit que le noyau stable sont des émetteurs β^- : ils sont trop pauvres en protons par rapport à la stabilité.
- les noyaux de Z plus grand que le noyau stable sont des émetteurs β^+/CE : ils sont trop riches en protons par rapport à la stabilité.

Cette parabole est facilement reproduite en utilisant la formule semi-empirique (2.7). On montre en effet que l'on peut réécrire la masse atomique comme :

$$M(Z, A)c^2 = C_1 + C_2Z + C_3Z^2 \quad (5.12)$$

où C_1, C_2, C_3 sont des constantes dépendant de A et des différents paramètres de la formule semi-empirique.

5.3.2 Série isobarique A pair

La figure 5.2 présente les différents noyaux de la série isobarique $A = 36$ dans un diagramme $M = f(Z)$. On constate qu'il existe deux paraboles : celle des noyaux pair-pair et celle des noyaux impair-impair. Il s'agit de la double parabole de masse des séries isobariques de A pair. On observe plusieurs particularités :

- Il existe deux noyaux stables (le soufre 36 et l'argon 36), ces deux noyaux ayant une masse atomique plus petite que leurs voisins immédiats.
- L'un des noyaux (chlore 36) présente un mode de désintégration triple. Il peut en effet se désintégrer par capture électronique ou par émission β^+ vers le $^{36}_{16}\text{S}$ mais aussi par émission β^- vers l' $^{36}_{18}\text{Ar}$. Ceci est dû au fait que le $^{36}_{17}\text{Cl}$ a une masse plus élevée que ses deux voisins immédiats. Ce noyau est, en un sens, à la fois trop riche en protons (car émetteur β^+) et trop riche en neutrons (car émetteur β^-). Cela souligne les limites de cette interprétation de la désintégration β .

Notons finalement que les deux paraboles sont séparées par deux fois le terme d'appariement δ (cf. eq. 2.7). En effet, on évalue sur la figure 5.2 la différence entre les ordonnées des minima des paraboles à environ 0,005 uma, ce qui correspond à 4,6 MeV. Cette estimation qualitative est en bon accord avec le terme d'appariement car pour $A = 36$, on trouve $\delta = 2,3$ MeV.

5.4 Théorie de Fermi de la désintégration β

On présente dans cette section un modèle quantique de la désintégration β qui permet d'en comprendre les mécanismes mais également de faire des estimations quantitatives concernant par exemple la période des noyaux émetteurs β . Dans un premier temps, on se limite au cas des désintégrations β^\pm . Le cas de la capture électronique sera traité à part (sec. 5.7).

5.4.1 Introduction

En 1934, E. Fermi propose une théorie quantique de la désintégration β fondée sur l'existence du neutrino, supposée par W. Pauli en 1931 (cf. page 70). Elle permet d'évaluer $d\lambda$ la probabilité infinitésimale de désintégration β^\pm par unité de temps, *i.e.* la probabilité d'émettre un électron ayant une quantité de mouvement comprise en p et $p + dp$. *In fine*, on en déduira la probabilité de désintégration β :

$$\lambda = \int_0^{p_{max}} d\lambda$$

La désintégration β , due à l'interaction faible, conduit à transformer le noyau (en changeant la nature d'un nucléon) et à créer deux nouvelles particules, selon



L'interaction faible, représentée par l'opérateur \mathcal{O}_p , permet donc de passer du noyau père caractérisé par sa fonction d'onde (Ψ_i) aux trois corps de l'état final : l'état nucléaire final (Ψ_f), l'électron (ψ_e) et le neutrino (ψ_ν).

$$\Psi_i \xrightarrow{\mathcal{O}_p} \Psi_f \times \psi_e \times \psi_\nu \tag{5.14}$$

La probabilité d'un tel phénomène est évaluée grâce au terme

$$V_{fi} = G_F \int \Psi_f^* \psi_e^* \psi_\nu^* \mathcal{O}_p \Psi_i dv \tag{5.15}$$

où $G_F = 8,96 \times 10^{-5} \text{ MeV} \cdot \text{fm}^3$ est la constante de couplage de Fermi. Elle joue le même rôle pour l'interaction faible que la constante de structure fine α pour l'électromagnétisme. La probabilité infinitésimale de désintégration β est donnée par la règle d'or de Fermi² :

$$d\lambda(p) = \frac{2\pi}{\hbar} |V_{fi}|^2 \times \frac{dn_\nu dn_e}{cdq} \quad (5.16)$$

où dn_ν (resp. dn_e) représente la densité d'états accessibles au neutrino (resp. électron) de quantité de mouvement q (resp. p).

Dans un premier temps, ces deux particules sont considérées comme libres (sans interaction). Elles sont donc décrites par des fonctions d'onde planes (cf. page 256) :

$$\psi_e(\vec{r}) = \frac{1}{\sqrt{\mathcal{V}}} e^{i\vec{p} \cdot \vec{r} / \hbar} \quad (5.17)$$

$$\psi_\nu(\vec{r}) = \frac{1}{\sqrt{\mathcal{V}}} e^{i\vec{q} \cdot \vec{r} / \hbar} \quad (5.18)$$

où \mathcal{V} est un volume arbitraire qui permet de normaliser les fonctions d'onde et \vec{p} et \vec{q} sont respectivement les quantités de mouvement de l'électron et du neutrino.

La fonction d'onde plane constitue une très bonne approximation pour la description du neutrino car il n'interagit pas en quittant l'atome, ce qui n'est pas tout à fait le cas pour l'électron pour lequel il faudrait prendre en compte l'interaction électromagnétique avec le noyau. Nous reviendrons sur ce point en 5.6.

Pour un électron ayant une énergie cinétique de l'ordre de 1 MeV, la quantité pr/\hbar est très petite devant 1 dans le volume nucléaire. En effet :

$$pc = \sqrt{E^2 - m_e^2 c^4} = \sqrt{1,5^2 - 0,5^2} \simeq 1,4 \text{ MeV} \quad (5.19)$$

$$\frac{p}{\hbar} = \frac{pc}{\hbar c} \simeq \frac{1,4}{197,3} \simeq 0,007 \text{ fm}^{-1} \quad (5.20)$$

Dans le volume nucléaire de l'ordre de quelques fm^3 , on a donc

$$pr/\hbar \ll 1 \quad (5.21)$$

Cette approximation est encore plus justifiée pour le neutrino. On peut donc développer les fonctions d'onde sous la forme :

$$\begin{aligned} \psi_e(\vec{r}) &= \frac{1}{\sqrt{\mathcal{V}}} \left(1 + i\vec{p} \cdot \vec{r} / \hbar + \dots \right) \simeq \frac{1}{\sqrt{\mathcal{V}}} \\ \psi_\nu(\vec{r}) &= \frac{1}{\sqrt{\mathcal{V}}} \left(1 + i\vec{q} \cdot \vec{r} / \hbar + \dots \right) \simeq \frac{1}{\sqrt{\mathcal{V}}} \end{aligned}$$

²La démonstration de cette formule est au-delà des objectifs de cet ouvrage. On consultera [13].

L'approximation des **transitions permises** correspond à ne conserver que l'ordre 0 du développement limité. Dans ce cadre, on a

$$V_{fi} = \frac{G_F}{\mathcal{V}} \int \Psi_f^* \mathcal{O}_p \Psi_i dv = \frac{G_F}{\mathcal{V}} M_{fi} \quad (5.22)$$

où on a posé

$$M_{fi} = \int \Psi_f^* \mathcal{O}_p \Psi_i dv \quad (5.23)$$

Il s'agit d'un élément de matrice purement nucléaire ne contenant aucune variable liée à l'électron et au neutrino. Il décrit la probabilité de passer d'un état nucléaire Ψ_i à un état nucléaire Ψ_f sous l'action de l'opérateur \mathcal{O}_p décrivant l'interaction faible. Dans cette approximation, on a donc :

$$d\lambda(p) = \frac{2\pi G_F^2}{\hbar \mathcal{V}^2} |M_{fi}|^2 \times \frac{dn_\nu dn_e}{cdq} \quad (5.24)$$

5.4.2 Spectre en énergie des électrons émis

On s'intéresse au spectre en énergie des électrons émis

$$N(p) = \frac{d\lambda}{dp} \quad (5.25)$$

On peut tout d'abord évaluer le nombre d'états accessibles à un électron (dans un volume \mathcal{V} , ayant une quantité de mouvement comprise entre p et $p + dp$). Il est donné³ par :

$$dn_e = \frac{4\pi p^2 dp \mathcal{V}}{h^3} \quad (5.26)$$

avec une expression analogue pour le neutrino. Ainsi, on a

$$\frac{dn_\nu dn_e}{cdq} = \frac{1}{cdq} \times \frac{4\pi p^2 dp \mathcal{V}}{h^3} \times \frac{4\pi q^2 dq \mathcal{V}}{h^3} \quad (5.27)$$

En utilisant (5.24), on a donc :

$$N(p) = \frac{d\lambda}{dp} = \frac{G_F^2}{2\pi^3 \hbar^7 c} |M_{fi}|^2 p^2 q^2 \quad (5.28)$$

Par ailleurs, le bilan d'énergie Q_β est donné par :

$$Q_\beta = T_e + T_\nu + T_{noyau} \simeq T_e + T_\nu = T_e + qc \quad (5.29)$$

où on a négligé le recul du noyau fils.

On en déduit une relation entre la quantité de mouvement du neutrino et l'énergie cinétique de l'électron.

$$q^2 = \frac{(Q_\beta - T_e)^2}{c^2} \quad (5.30)$$

³Cette formule est démontrée page 257.

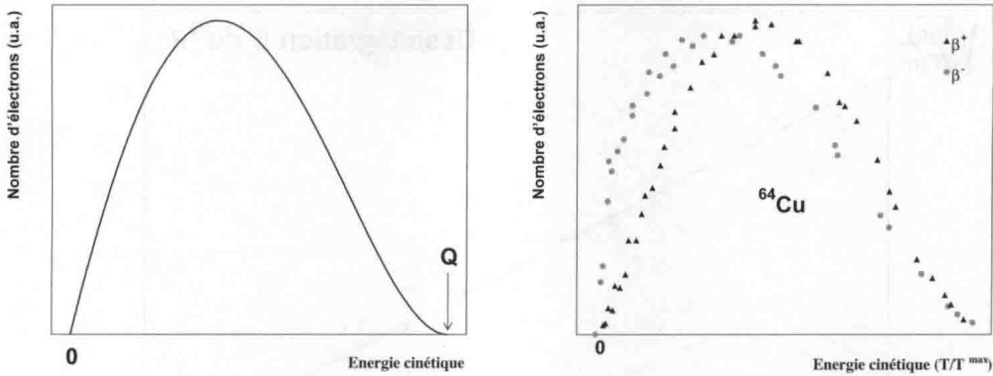


FIG. 5.3 – Gauche : distribution théorique en énergie cinétique des électrons émis lors de la désintégration β . La courbe est obtenue avec la formule (5.31). Droite : distributions expérimentales pour les e^+ et les e^- émis par le ${}^{64}_{29}\text{Cu}$. L'axe des abscisses est normalisé pour que le maximum T^{max} soit le même pour les deux types de particules.

On obtient donc la distribution en quantité de mouvement des électrons émis :

$$N(p) = \frac{G_F^2}{2\pi^3 \hbar^7 c^3} |M_{fi}|^2 p^2 (Q_\beta - T_e)^2 \quad (5.31)$$

On note que T_e est elle-même une fonction de p , via l'expression relativiste :

$$T_e = \sqrt{p^2 c^2 + m_e^2 c^4} - m_e c^2 \quad (5.32)$$

La formule (5.31) nous indique donc que la distribution des électrons est continue et qu'elle s'annule en $T_e = 0$ (en $p = 0$) et en $T_e = Q_\beta$. Cela correspond aux conclusions⁴ de l'étude cinématique des désintégrations à trois corps (page 69). On peut aller un pas plus loin et comparer avec les résultats expérimentaux. La figure 5.3 (gauche) présente la distribution théorique obtenue avec la formule (5.31). Dans un premier temps, on peut la comparer à la figure 5.3 (droite) qui présente les mesures expérimentales pour le ${}^{64}\text{Cu}$ et conclure que l'accord est qualitativement excellent. Il faut néanmoins aller plus loin dans la comparaison. Le noyau choisi (${}^{64}_{29}\text{Cu}$) est émetteur β^+ et β^- , ce qui est le cas pour certains noyaux impair-impair⁵. Il est donc possible de comparer directement le spectre des e^+ et des e^- , la seule différence étant la valeur de $T_e^{max} = Q$. On constate sur la figure 5.3 (droite) une différence dans les deux spectres : celui des e^+ est sensiblement décalé vers les plus hautes énergies. La théorie présentée ci-dessus ne prévoit cependant pas de différence entre e^+ et e^- . Il est donc nécessaire de la compléter.

Classiquement, cet effet peut être interprété comme la répulsion électromagnétique du positon par le noyau, ce qui décale la distribution vers des valeurs d'énergie cinétique plus élevées. On

⁴On peut remarquer que l'on a négligé le recul du noyau fils, ce qui explique que l'on trouve $T_e^{max} = Q_\beta$, alors que le maximum est très légèrement inférieur, cf. page 69.

⁵comme nous l'avons vu page 113.

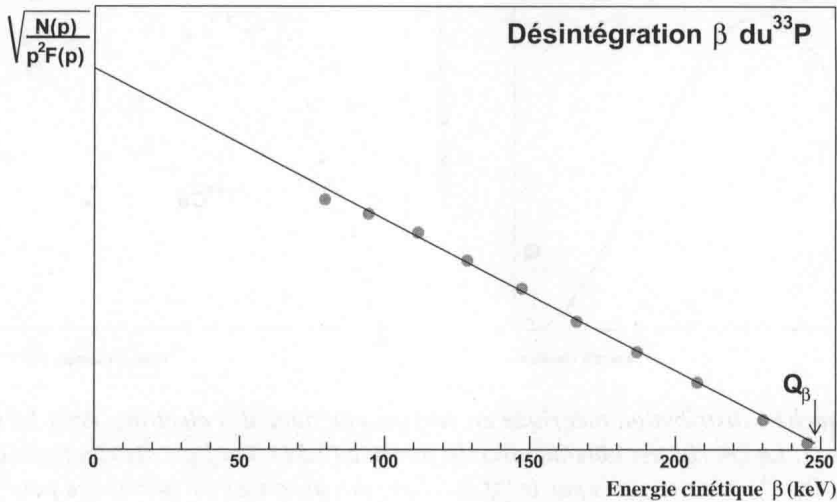


FIG. 5.4 – Droite de Fermi-Kurie pour la désintégration β^- du ^{33}P . $\sqrt{\frac{N(p)}{p^2F(p)}}$ en fonction de l'énergie cinétique du β (en keV). Données expérimentales extraites de [14].

observe l'effet inverse dans le cas de l'émission β^- . On en conclut donc que l'interaction de l'électron et du noyau ne peut pas être négligée.

Cet effet est pris en compte par une fonction dite **fonction de Fermi** $F(Z', p)$ où Z' est le numéro atomique du noyau fils et p la quantité de mouvement de l'électron :

$$N(p) = \frac{G_F^2}{2\pi^3\hbar^7c^3} |M_{fi}|^2 p^2 (Q_\beta - T_e)^2 F(Z', p) \tag{5.33}$$

La pertinence de cette correction doit être vérifiée sur les données expérimentales. À cette fin, on trace la quantité $\sqrt{N(p)/p^2F(Z', p)}$ qui doit être une fonction linéaire de T_e d'après (5.33) :

$$\sqrt{\frac{N(p)}{p^2F(Z', p)}} \propto Q_\beta - T_e \tag{5.34}$$

La figure 5.4 présente pour la désintégration β du ^{33}P la droite, dite de de Fermi-Kurie, qui coupe l'axe des abscisses en $T_e = Q_\beta$. L'accord entre la théorie et l'expérience est remarquable sur cet exemple.

5.4.3 Probabilité de désintégration et période

La probabilité totale de désintégration est obtenue en intégrant sur toutes les valeurs possibles de p . On a donc

$$\lambda = \int_0^{p_{max}} d\lambda = \int_0^{p_{max}} N(p) dp$$

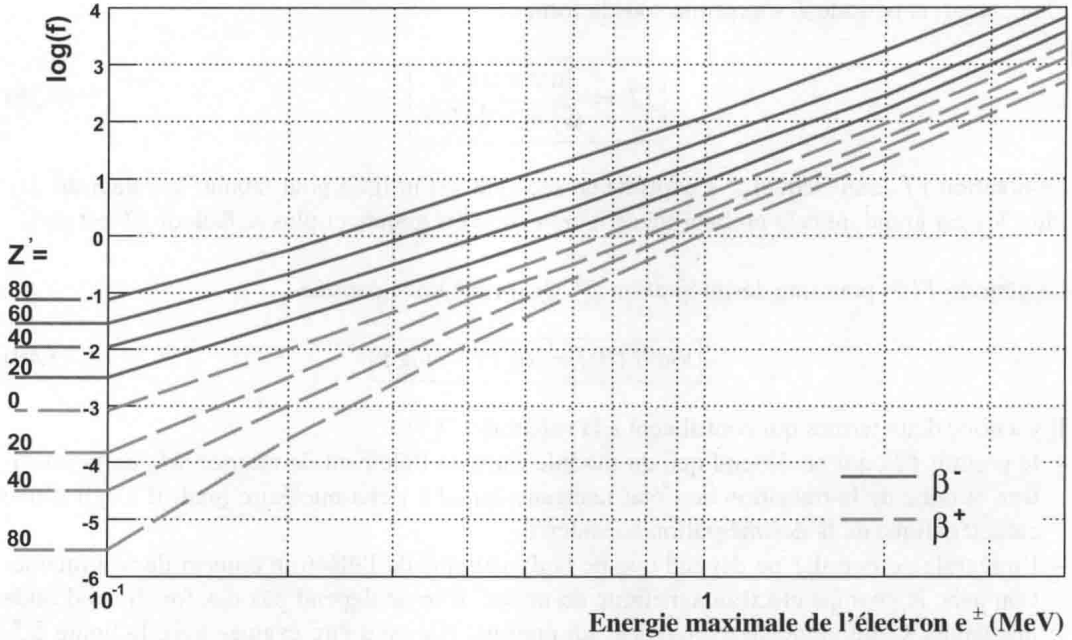


FIG. 5.5 – Logarithme de l'intégrale de Fermi $\log f$, définie par l'équation (5.37) en fonction de l'énergie maximale de l'électron (traits pleins bleus) ou du positon (tirets rouges) pour différentes valeurs de Z' . Figure adaptée de [15].

avec $N(p)$ donné par (5.33). La borne supérieure de l'intégrale correspond à la quantité de mouvement maximale p_{max} . Elle est reliée à l'énergie cinétique maximale de l'électron par :

$$T_e^{max} = \sqrt{p_{max}^2 c^2 + m_e^2 c^4} - m_e c^2 \simeq Q_\beta \quad (5.35)$$

On a donc

$$\lambda = \frac{G_F^2}{2\pi^3 \hbar^7 c^3} |M_{fi}|^2 \int_0^{p_{max}} p^2 F(Z', p) (Q_\beta - T_e)^2 dp \quad (5.36)$$

Le résultat de l'intégration ne dépend que de Z' et de T_e^{max} (ou Q_β). On définit alors l'**intégrale de Fermi** :

$$f(Z', Q_\beta) = \frac{1}{m_e^5 c^7} \int_0^{p_{max}} p^2 F(Z', p) (Q_\beta - T_e)^2 dp \quad (5.37)$$

le facteur $1/m_e^5 c^7$ est introduit pour que l'intégrale de Fermi $f(Z', Q_\beta)$ soit sans dimension. Cette fonction est tracée sur la figure 5.5 en fonction de $T_e^{max} = Q_\beta$ pour différentes valeurs de Z' .

On en déduit

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T} = \frac{G_F^2}{2\pi^3 \hbar^7} |M_{fi}|^2 m_e^5 c^4 f(Z', Q_\beta) \quad (5.38)$$

Finalement, la période T s'exprime sous la forme :

$$fT = \frac{\ln 2 \times 2\pi^3 \hbar^7}{G_F^2 m_e^5 c^4 |M_{fi}|^2} \quad (5.39)$$

La notation fT , dans lequel T s'exprime en seconde, est utilisée pour tabuler la valeur de M_{fi} . Plus M_{fi} est grand, plus la probabilité de la transition est grande et plus le facteur fT est petit.

La période $T(\beta)$ pour une désintégration β^\pm s'exprime donc comme

$$\log(T(\beta)) = \log fT - \log f \quad (5.40)$$

Il y a donc deux termes qui contribuent à la valeur de $T(\beta)$:

- le produit fT , qui ne dépend que du module carré de l'élément de matrice M_{fi} de la transition et donc de la transition de l'état nucléaire initial à l'état nucléaire final. Il s'agit d'une caractéristique de la désintégration considérée.
- l'intégrale de Fermi f ne dépend que de la dynamique de l'électron émis et de son interaction avec le champs électromagnétique du noyau. Elle ne dépend pas des fonctions d'onde nucléaires. Cette grandeur est tabulée. En pratique elle peut être évaluée avec la figure 5.5, connaissant la valeur de $T_e^{max} = Q_\beta$ et Z' .

Le terme $\log fT$ peut être soit évalué théoriquement, lorsque le calcul de l'expression (5.23) est possible, ou évalué grâce à la connaissance de $\log f$ et de la valeur expérimentale de la période $T(\beta)$.

5.5 Conservation du moment angulaire et de la parité

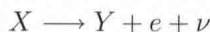
À la différence de la désintégration α , la désintégration β donne lieu à l'émission de deux particules de spin non-nul : l'électron (ou le positon) et l'antineutrino (ou le neutrino). Il s'agit de particules de spin 1/2 et la composition de leurs spins (cf. page 263) peut donc conduire à un spin total $S = 0$ ou $S = 1$. On distingue donc deux types de transition β :

- les transitions de Fermi lorsque $S = 0$: les particules sont émises avec des spins antiparallèles,
- les transitions de Gamow-Teller lorsque $S = 1$: les spins des particules émises sont alors parallèles.

Il est également possible qu'une transition soit mixte lorsque les transitions de Fermi et de Gamow-Teller sont simultanément possibles.

La figure 5.6 (droite) présente la distribution des valeurs expérimentales de $\log fT$ pour ~ 2500 transitions permises de type Gamow-Teller et mixte. On constate qu'il n'y a pas d'effet systématique et on en conclut que le type de la transition (Fermi, Gamow-Teller ou mixte) n'influe pas sur la valeur de $\log fT$ et donc sur la probabilité de la transition.

On considère la désintégration β :



avec $J_i^{\pi_i}$ et $J_f^{\pi_f}$ les moments angulaires et parités des deux noyaux.

La conservation du moment angulaire total impose :

$$\vec{J}_i = \vec{J}_f + \vec{L} + \vec{S} \quad (5.41)$$

où L et S sont les moments angulaires, resp. orbital et de spin, du couple (e, ν) .

On pose $\Delta \vec{J} = \vec{J}_i - \vec{J}_f$ et la règle de composition des moments angulaires (cf. page 263) nous indique que

$$|J_i - J_f| \leq \Delta J \leq J_i + J_f \quad (5.42)$$

On peut ensuite déterminer les valeurs possibles de L pour chaque type de transition ($S = 0$ ou $S = 1$), en notant que l'on a

$$\vec{L} = \Delta \vec{J} - \vec{S} \quad (5.43)$$

On a donc deux possibilités suivant le type de la transition

$$\begin{cases} \text{si } S = 0, & \text{alors } |J_i - J_f| \leq L \leq J_i + J_f \\ \text{si } S = 1, & \text{alors } |J_i - J_f| - 1 \leq L \leq J_i + J_f + 1 \quad J_i \neq J_f \\ \text{si } S = 1, & \text{alors } 0 \leq L \leq J_i + J_f + 1 \quad \text{si } J_i = J_f \end{cases}$$

ce qui conduit à un intervalle de valeurs possibles pour L , dépendant de la valeur de S et du type de la transition.

Par ailleurs, la parité se conserve. On a donc :

$$\pi_i = \pi_f (-1)^L \implies (-1)^L = \pi_i \pi_f \quad (5.44)$$

Si la parité change entre l'état initial et l'état final, L doit nécessairement être impair. À l'inverse, si la parité ne change pas, L doit être pair.

Ainsi, la conservation de la parité et du moment angulaire total impose que seules certaines valeurs de L sont possibles. Nous allons voir que les probabilités ne sont pas identiques et que les valeurs de L les plus faibles sont favorisées.

5.6 Transitions permises et interdites

5.6.1 Classification des transitions β

Les valeurs possibles de L sont fixées par les règles de sélection imposées par la conservation du moment angulaire et de la parité. Elles déterminent le **degré d'interdiction** de la transition β , avec la nomenclature suivante :

- une transition **permise** correspond à $L = 0$,
- une transition **une fois interdite** correspond à $L = 1$,
- une transition **n fois interdite** correspond à $L = n$,

La dénomination transition **interdite** est trompeuse car cette transition n'est pas interdite (au sens impossible) mais seulement beaucoup moins probable.

La comparaison des probabilités de ces transitions s'effectue à partir des valeurs de $\log fT$. En

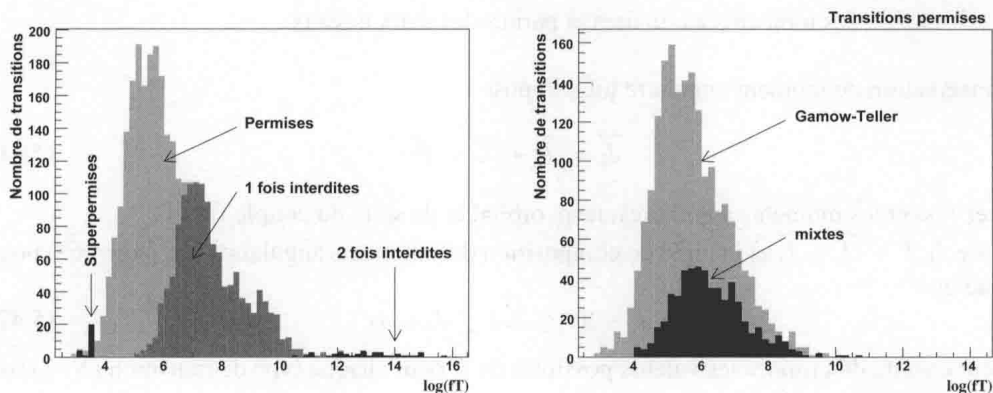


FIG. 5.6 – Gauche : distribution des valeurs expérimentales de $\log fT$ pour ~ 3800 transitions superpermises, permises et interdites. Droite : distribution des valeurs expérimentales de $\log fT$ pour les ~ 2500 transitions permises de type Gamow-Teller et mixte. Les valeurs expérimentales sont extraites de [16].

effet, en utilisant (5.40), on constate que pour deux transitions identiques par ailleurs (même Q , même noyau fils), la valeur de T est déterminée par celle de $\log fT$. Ainsi, plus $\log fT$ est grand, plus la probabilité de la transition est faible.

Le figure 5.6 (gauche) résume les valeurs expérimentales de $\log fT$ pour 3800 transitions β . On constate que globalement la valeur de $\log fT$ augmente avec le degré d'interdiction. Augmenter le degré d'interdiction d'une unité revient en moyenne à augmenter la valeur de $\log fT$ de plusieurs unités, ce qui implique que la probabilité de transition est réduite par plusieurs ordres de grandeur.

On constate cependant que, pour un même degré d'interdiction, les valeurs de $\log fT$ s'étalent sur un intervalle relativement large : entre 4 et 8 pour les transitions permises et entre 6 et 10 pour les transitions une fois interdites. On peut ainsi trouver des transitions une fois interdites qui sont plus probables que des transitions permises. La plage de valeurs possibles pour les transitions d'un degré d'interdiction donné s'explique par exemple par le recouvrement des fonctions d'onde nucléaires initiale et finale qui peut être plus ou moins bon selon la transition considérée.

Sur la figure 5.6 (gauche) on constate la présence d'un pic à $\log fT = 3, 5$. Ce groupe de transitions constitue un cas particulier, le plus favorable en termes de probabilité. Ces transitions sont dénommées **superpermises** et correspondent à une transition entre deux états nucléaires très proches en termes de structure nucléaire.

En conclusion, la connaissance du degré d'interdiction permet d'estimer qualitativement la probabilité de la transition. Ainsi, pour une transition donnée la valeur de L la plus faible est systématiquement favorisée. Si la valeur la plus faible possible correspond à un degré d'interdiction élevé, on peut alors prédire une période *a priori* très longue pour cette désintégration.

5.6.2 Lien entre le degré d'interdiction et le moment angulaire L

La relation entre le degré d'interdiction et le moment angulaire L se comprend dans le cadre du développement limité de l'onde plane décrivant les deux particules émises (cf. eq. 5.22). Si on ne se restreint pas au terme d'ordre 0, on a alors :

$$e^{i(\vec{p}+\vec{q})\cdot\vec{r}/\hbar} = 1 + i\frac{(\vec{p}+\vec{q})\cdot\vec{r}}{\hbar} + \dots \quad (5.45)$$

La calcul de V_{fi} nous donne donc :

$$V_{fi} = g \int \Psi_f^* \mathcal{O}_p \Psi_i dv + ig \int \Psi_f^* \frac{(\vec{p}+\vec{q})\cdot\vec{r}}{\hbar} \mathcal{O}_p \Psi_i dv + \dots \quad (5.46)$$

Le premier terme correspond aux transitions β permises et jusqu'à présent, nous nous sommes limités à cet ordre du développement. Le second terme est évidemment beaucoup plus faible, de même que le suivant. Il se peut cependant que, dans certains cas, le terme d'ordre 0 soit nul. Le cas se présente par exemple si Ψ_i et Ψ_f ont des parités opposées. Dans la mesure où \mathcal{O}_p n'a pas d'effet sur la partie spatiale de la fonction d'onde (son action est d'échanger un proton et un neutron), la première intégrale est nulle si Ψ_i et Ψ_f ont des parités opposées. Il faut alors considérer le deuxième terme du développement limité, qui est beaucoup plus faible. Il vient donc que l'élément de matrice nucléaire M_{fi} est plus faible et la valeur de $\log fT$ plus grande, cf. (5.39). Cette transition, moins probable que la transition β permise, est dite **interdite**. Le degré d'interdiction correspond en fait à l'ordre du développement limité : ordre 0 pour les transitions permises, ordre 1 pour les transitions une fois interdite, ...

Par ailleurs, on sait⁶ que l'on peut développer une onde plane sphérique sur la base des fonctions de Bessel sphériques j_L :

$$e^{ikr} = \sum_{L=0}^{\infty} a_L j_L(kr) \quad (5.47)$$

où $k = (p+q)/\hbar$, L est le moment angulaire orbital du couple.

Une onde plane sphérique (de quantité de mouvement donnée) est donc la superposition de tous les moments angulaires orbitaux possibles.

Pour les énergies mises en jeu et dans le volume nucléaire de l'ordre de quelques fm³, on se trouve dans l'approximation $kr = (p+q)r/\hbar \ll 1$ (cf. page 115). On s'intéresse donc au comportement à l'origine des fonctions de Bessel sphériques. On a

$$j_L(kr) \simeq (kr)^L \text{ quand } kr \ll 1 \quad (5.48)$$

On a donc, pour $kr = (p+q)r/\hbar \ll 1$:

$$e^{ikr} \simeq \sum_{L=0}^{\infty} C_L (kr)^L$$

On a donc une correspondance univoque⁷ entre l'ordre du développement limité (et donc le degré d'interdiction) et la valeur du moment angulaire orbital du couple électron-neutrino (L).

⁶par exemple Mécanique Quantique vol 2, Cohen-Tannoudji, Diu et Laloë, page 937

⁷car les fonctions de Bessel sphériques forment une base, elles sont donc orthogonales

5.6.3 Conclusion

La théorie de Fermi permet de calculer la probabilité de désintégration vers un état nucléaire final (et donc la période partielle), connaissant la valeur de Q et la valeur de $\log fT$. On utilise la figure de Fermi (fig. 5.5) et la relation⁸

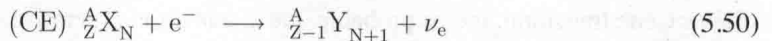
$$\log(T(\beta)) = \log fT - \log f \quad (5.49)$$

On rappelle que $\log fT$ dépend de la transition de l'état nucléaire initial à l'état nucléaire final. Plus le degré d'interdiction est grand, plus la valeur de $\log fT$ est grande. Celle-ci peut cependant varier de plusieurs unités pour un même degré d'interdiction, en fonction de la transition considérée.

Par ailleurs, l'intégrale de Fermi f ne dépend que de la dynamique de l'électron émis et de son interaction avec le champs coulombien du noyau. Elle est tabulée par la figure 5.5.

5.7 Théorie de Fermi pour la capture électronique

Le traitement de la capture électronique est différent de celui de la désintégration β^\pm car il n'y a que deux corps dans l'état final.



On reprend le calcul à partir de la règle d'or de Fermi. La probabilité d'émettre un neutrino de quantité de mouvement q est donnée par

$$\lambda(q) = \frac{2\pi}{\hbar} |V_{fi}|^2 \frac{dn_\nu}{cdq} \quad (5.51)$$

où

$$V_{fi} = G_F \int \Psi_f^* \psi_\nu^* \mathcal{O}_p \Psi_i \psi_e dv$$

où \mathcal{O}_p est l'opérateur représentant l'interaction faible, ψ_ν la fonction d'onde du neutrino émis, ψ_e celle de l'électron capturé, Ψ_f et Ψ_i respectivement la fonction d'onde de l'état nucléaire final (initial).

La densité d'états accessibles au neutrino est donnée par (cf. Annexe C) :

$$\frac{dn_\nu}{dq} = \frac{4\pi q^2 \mathcal{V}}{h^3}$$

La fonction d'onde du neutrino est donnée avec une excellente approximation par une onde plane car celui-ci est considéré sans interaction.

$$\psi_\nu(\vec{r}) = \frac{1}{\sqrt{\mathcal{V}}} e^{i\vec{q} \cdot \vec{r}/\hbar} \simeq \frac{1}{\sqrt{\mathcal{V}}} \quad (\text{transition permise})$$

On se limite dans la suite au cas des transitions permises en ne gardant que l'ordre 0 du développement limité.

⁸même si cette dernière n'est valable strictement que dans le cas d'une transition permise.

Pour la fonction d'onde de l'électron ψ_e , on peut ne considérer que sa valeur en $r = 0$ car l'interaction faible, responsable de la capture, est à très courte portée. En pratique, il faut que l'électron soit à l'intérieur du noyau, ce qui à l'échelle de l'atome correspond à $r = 0$ car la taille du noyau est négligeable vis-à-vis de la taille de l'orbite électronique. Ainsi, seules les sous-couches électroniques présentant une fonction d'onde ayant une valeur non nulle à l'origine sont concernées par la capture électronique, en l'occurrence les sous-couches K et L_1 (cf. sec. D.2).

En notant que $E_\nu = qc$, on en déduit

$$\lambda = \frac{G_F^2 E_\nu^2}{\pi \hbar^4 c^3} \times |\psi_e(r=0)|^2 \times \left| \int \Psi_f^* \mathcal{O}_p \Psi_i dv \right|^2$$

Comme pour le cas de la désintégration β^\pm , on introduit

$$M_{fi} = \int \Psi_f^* \mathcal{O}_p \Psi_i dv$$

Cet élément de matrice représente la transition de l'état nucléaire initial à l'état nucléaire final. La valeur est la même qu'il s'agisse d'une capture électronique ou d'une désintégration β^\pm .

Finalement, on a donc :

$$\lambda(CE) = \frac{G_F^2 E_\nu^2}{\pi \hbar^4 c^3} \times |M_{fi}|^2 \times |\psi_e(r=0)|^2 \quad (5.52)$$

On constate que la probabilité de capture électronique dépend directement de la probabilité de présence de l'électron atomique à l'intérieur du noyau.

5.7.1 Capture électronique d'un électron K

Pour aller plus loin, il faut connaître une expression analytique de la fonction d'onde de l'électron capturé, tout au moins de sa valeur au niveau du noyau, en $r = 0$. Dans l'approximation d'un atome hydrogénoïde (cf. page 269), la valeur de la fonction d'onde d'un électron K en $r = 0$ est donnée par :

$$\psi_e^K(r=0) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{Z}{a_0} \right)^{3/2} \quad (5.53)$$

avec $a_0 = 0,529 \times 10^5$ fm, le rayon de l'atome de Bohr.

En utilisant (5.52), on trouve :

$$\lambda^K(CE) = \frac{E_\nu^2}{\hbar^4 \pi^2 c^3} \times \frac{G_F^2}{a_0^3} \times |M_{fi}|^2 \times Z^3$$

Rappelons que l'élément de matrice M_{fi} est tabulé avec la valeur de fT , cf. (5.39). La période pour une capture électronique (couche K) est donc donnée par :

$$\log(T_{CE}^K) = \log \left[\frac{(m_e c^2)^5 a_0^3}{2\pi (\hbar c)^3} \right] - 3 \log Z - 2 \log E_\nu(\text{MeV}) + \log(fT) \quad (5.54)$$

On peut donc estimer facilement la période d'un noyau se désintégrant par capture électronique :

$$\boxed{\log(T_{CE}^K) = 5,03 - 3 \log Z - 2 \log E_\nu(\text{MeV}) + \log(fT)} \quad (5.55)$$

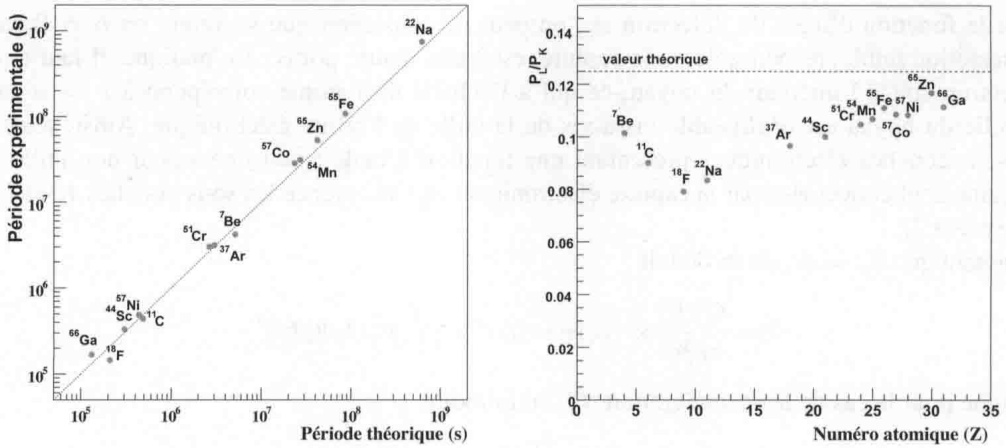


FIG. 5.7 – Gauche : valeur théorique T_{CE}^K , obtenue avec (5.55), en fonction de la valeur expérimentale [17] pour quelques captures électroniques permises. Droite : rapport P^L/P^K en fonction du numéro atomique pour les mêmes noyaux. Les valeurs expérimentales sont indiquées ainsi que la valeur théorique (0,125 en négligeant l'énergie de liaison électronique).

La figure 5.7 (gauche) présente la valeur théorique T_{CE}^K , obtenue avec (5.55), en fonction de la valeur expérimentale [17] pour quelques captures électroniques permises. L'accord est très bon et ce sur 4 ordres de grandeur en période. Pour ces exemples, l'écart maximal entre la théorie et l'expérience ne dépasse pas 30 %. Cela permet de conclure que la modélisation de la capture électronique est satisfaisante, mais également que l'estimation de la fonction électronique K en 0 est correcte.

5.7.2 Capture électronique d'un électron L

La capture électronique peut se faire *a priori* sur les différentes couches électroniques de l'atome (K, L, M, \dots). On peut faire une première estimation qualitative en utilisant le modèle planétaire atomique. Dans ce cadre, plus l'orbite électronique est lointaine, plus la probabilité de présence au cœur du noyau est faible et donc plus la probabilité de capture est faible⁹. On s'attend donc à avoir qualitativement :

$$P_K > P_L > P_M$$

En connaissant la valeur de la fonction d'onde électronique à l'origine, on peut faire une estimation quantitative des probabilités de capture.

Pour la capture d'un électron d'une couche L , seule la sous-couche L_1 contribue car les sous-couches L_2 et L_3 sont caractérisées par des fonctions d'onde s'annulant à l'origine (cf. page 269). Dans l'approximation d'un atome hydrogénoïde, la valeur de la fonction d'onde d'un électron

⁹On néglige l'effet de l'énergie de liaison.

L_1 en $r = 0$ est donnée par :

$$\psi_e^{L_1}(r = 0) = \left(\frac{Z}{a_0}\right)^{3/2} \times \frac{1}{2\sqrt{2\pi}} \quad (5.56)$$

Dans le cas où l'on néglige l'énergie de liaison atomique, on a $\lambda \propto |\Psi_e(0)|^2$ dans le cadre des transitions permises. On en déduit donc :

$$\frac{T_{CE}^L}{T_{CE}^K} = \frac{|\Psi_e^K(0)|^2}{|\Psi_e^L(0)|^2} = 8$$

En termes de probabilité de capture, on a donc :

$$\frac{P^L(CE)}{P^K(CE)} = 1/8 \quad (5.57)$$

soit en négligeant la capture d'électrons M : 89 % de captures K et 11 % de captures L .

La figure 5.7 (droite) présente le rapport P^L/P^K en fonction du numéro atomique. On constate que l'accord entre la valeur théorique (0,125) et les valeurs expérimentales (entre 0,08 et 0,12) est bon. À la fois la modélisation (théorie de Fermi) et l'estimation des fonctions électroniques en 0 permettent de retrouver le bon ordre de grandeur.

On peut noter que ce paramètre ne dépend que du rapport des fonctions d'onde K et L au centre de l'atome et le désaccord théorie/expérience (au maximum $\sim 30\%$) est dû principalement à l'approximation de l'atome hydrogénoïde qui ne correspond évidemment pas à la réalité pour un atome ayant Z électrons.

L'étude des captures électroniques, et de ce paramètre en particulier, est une méthode unique d'exploration des fonctions d'onde électroniques des couches internes de l'atome, tout à fait complémentaire de la chimie qui étudie les propriétés des électrons périphériques. On peut en effet retourner l'argument et utiliser la figure 5.7 (droite) pour évaluer le rapport des fonctions d'ondes K et L_1 en 0.

5.7.3 Capture électronique et désintégration β^+

Lorsqu'ils sont tous deux énergétiquement possibles, la capture électronique et la désintégration β^+ sont toujours en compétition car le bilan est le même en termes d'évolution vers la stabilité. L'utilisation des expressions (5.40) et (5.55) permet d'évaluer $\lambda(CE)/\lambda(\beta^+)$. On trouve

$$\log \frac{\lambda(CE)}{\lambda(\beta^+)} = -5,03 + 3 \log(Z) + \log(Q^2/f)$$

On constate tout d'abord que le rapport $\lambda(CE)/\lambda(\beta^+)$ ne dépend¹⁰ que de Z et Q . En particulier, il n'y a pas de dépendance avec $\log fT$ et donc avec M_{β^+} . Cela s'explique par le fait que la capture électronique et la désintégration β^+ assurent la transition du même état nucléaire initial au même état nucléaire final.

¹⁰car f ne dépend lui-même que de ces deux grandeurs

On constate sur la figure 5.5, que f dépend de Q plus rapidement qu'une loi quadratique, soit $f \propto Q^\alpha(Z', Q)$, avec $\alpha > 2$. On en déduit donc :

$$\log \frac{\lambda(CE)}{\lambda(\beta^+)} = -5,03 + 3 \log(Z) - (\alpha - 2) \log(Q) \quad (5.58)$$

avec $\alpha > 2$.

L'expression (5.58) ne permet pas d'évaluer numériquement le rapport, mais de constater que la capture électronique est favorisée :

- pour les transitions de faible énergie (Q petit),
- pour les noyaux de Z élevé, essentiellement parce que les rayons des orbites électroniques sont plus petits. La probabilité pour qu'un électron soit à l'intérieur du noyau est donc plus grande. Ceci explique l'absence quasi totale d'émission de positons pour les noyaux lourds.

Exercices du chapitre 5

Exercice 5.1 : Désintégration du chlore 36

Le chlore 36 présente la particularité d'avoir un mode de désintégration triple (β^\pm et CE). Le tableau 5.1 présente les énergies de liaison des noyaux impliqués dans ces désintégrations. Calculer les bilans d'énergie de masse Q pour chacun des modes de désintégration, en négligeant l'énergie de liaison électronique.

	${}^{36}_{16}\text{S}$	${}^{36}_{17}\text{Cl}$	${}^{36}_{18}\text{Ar}$
B (keV)	308713,925	306789,499	306715,699

TAB. 5.1 – Énergies de liaison des noyaux impliqués dans la désintégration du chlore 36.

Exercice 5.2 : Un noyau de période exceptionnellement longue

L'indium 115 (${}^{115}_{49}\text{In}$) est un noyau dont la période est exceptionnellement longue : $T = 4,4 \times 10^{14}$ an. Malgré le fait qu'il ne soit pas stable, il constitue 95,7 % de l'indium naturel. L'état fondamental de ${}^{115}_{49}\text{In}$ est caractérisé par $J^\pi = 9/2^+$. Il se désintègre à 100 % vers le fondamental du ${}^{115}_{50}\text{Sn}$, caractérisé par $J^\pi = 1/2^+$. Le tableau 5.2 présente les masses atomiques des noyaux impliqués dans les désintégrations de l'indium 115.

- Montrer que la désintégration β^+ de l'indium 115 est impossible.
- Donner la nature (Fermi, Gamow-Teller ou mixte) et le degré d'interdiction de la désintégration β^- de l'indium 115.
- Justifier qualitativement cette période particulièrement longue.

	${}^{115}_{48}\text{Cd}$	${}^{115}_{49}\text{In}$	${}^{115}_{50}\text{Sn}$
M (uma)	114,9054306	114,9038783	114,9033460

TAB. 5.2 – Masse atomique des noyaux impliqués dans la désintégration de l'indium 115.

Exercice 5.3 : Désintégration de l'oxygène 14

La figure 5.8 résume le schéma de désintégration de l'oxygène 14 et notamment la valeur de $\log(ft)$ pour chaque transition.

- Déterminer le degré d'interdiction et le type des deux transitions β .
- Sachant que la contribution de la capture électronique est négligeable dans ce cas, calculer la période de l'oxygène 14 ainsi que les rapports d'embranchement vers l'état fondamental et le premier état excité.

Données numériques : $M(^{14}_8\text{O}) = 14,0085953 \text{ uma}$, $M(^{14}_7\text{N}) = 14,0030740 \text{ uma}$

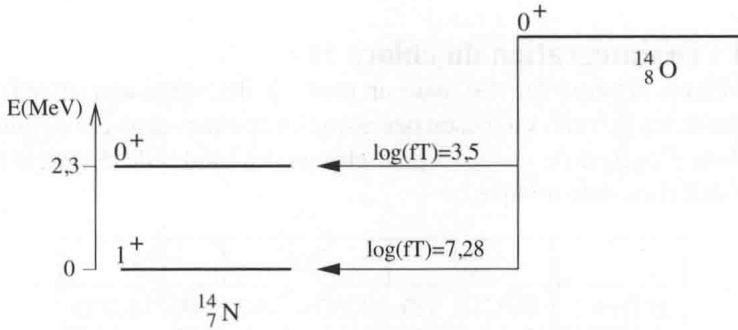


FIG. 5.8 – Désintégration β^+ de l'Oxygène 14

Exercice 5.4 : Désintégration β du $^{137}_{55}\text{Cs}$

La figure 5.9 présente le schéma de désintégration du $^{137}_{55}\text{Cs}$.

- Donner la nature (Fermi, Gamow Teller, mixte) et le degré d'interdiction des transitions β . Interpréter qualitativement les rapports d'embranchement.
- Donner une estimation numérique de la période du $^{137}_{55}\text{Cs}$ et des 3 rapports d'embranchement.

Données numériques : $M(^{137}_{55}\text{Cs}) = 136,9070835 \text{ uma}$, $M(^{137}_{56}\text{Ba}) = 136,9058214 \text{ uma}$

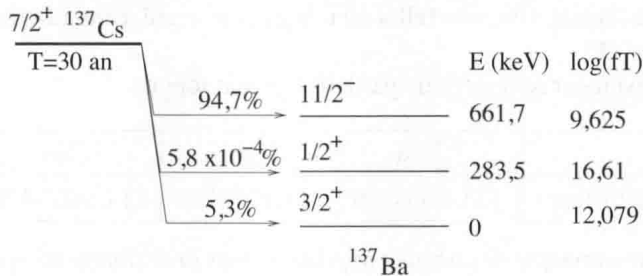


FIG. 5.9 – Schéma de désintégration du césium 137.

Exercice 5.5 : Étude des neutrons retardés

Les neutrons retardés jouent un rôle particulièrement important en physique des réacteurs car ils sont utilisés pour contrôler le réacteur nucléaire et alimenter la réaction en chaîne.

Dans cet exercice nous allons étudier le mécanisme de production de neutrons retardés dans le cas particulier du rubidium 93 qui fait partie des produits de fission de l'uranium 235.

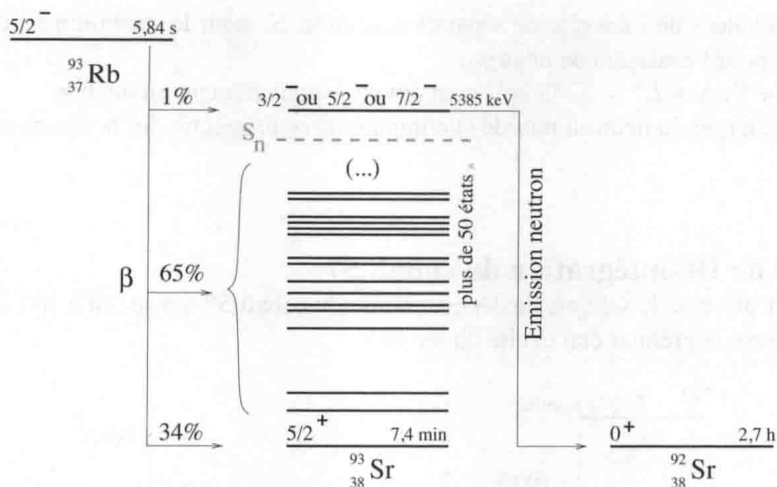


FIG. 5.10 – Schéma de désintégration simplifié du rubidium 93.

Données numériques :

	${}^{92}_{37}\text{Rb}$	${}^{93}_{37}\text{Rb}$	${}^{92}_{38}\text{Sr}$	${}^{93}_{38}\text{Sr}$
M (uma)	91,9197254	92,9220328	91,9110299	92,9140224

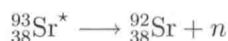
TAB. 5.3 – Masse atomique (uma) pour les noyaux du problème.

1) Désintégration β^- du rubidium 93

- Calculer la valeur de Q pour la désintégration β^- vers le fondamental du strontium 93.
- Donner la nature et le degré d'interdiction de cette transition.
- Qualitativement comment les valeurs de l'énergie d'excitation E^* et du degré d'interdiction influencent-elles la valeur du rapport d'embranchement (BR) vers les états excités ?
- L'état excité à 5385 keV présente un rapport d'embranchement non négligeable (1 %). Son J^π est incertain et les tables donnent $J^\pi = 3/2^-$ ou $5/2^-$ ou $7/2^-$. Pourquoi pense-t-on que ces valeurs sont possibles ?
- Calculer la valeur de Q pour la désintégration β^- vers l'état excité $E^* = 5385$ keV.
- En déduire une estimation de la valeur de $\log(ft)$ pour cette transition. Commentaire.

2) Emission de neutron

L'état excité $E^* = 5385$ keV peut *a priori* émettre spontanément un neutron, selon



Lorsque ce phénomène est énergétiquement possible, il est en général dominant sur tous les autres modes de désexcitation/désintégration.

- Calculer la valeur de l'énergie de séparation neutron S_n pour le strontium 93 et relier cette grandeur à Q pour l'émission de neutron.
- Prouver que l'état à $E^* = 5385$ keV peut émettre spontanément un neutron.
- Calculer l'énergie du neutron retardé et comparer avec le spectre des neutrons prompts.

Exercice 5.6 : Désintégration du cobalt 57

La figure 5.11 présente le schéma de désintégration du cobalt 57 qui se fait à 100 % par capture électronique vers le premier état excité du fer 57.

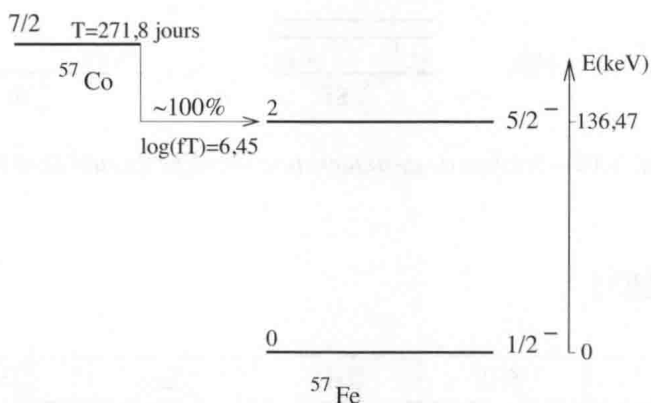


FIG. 5.11 – Schéma de désintégration du cobalt 57.

- Pourquoi la capture électronique est possible pour le $^{57}_{27}\text{Co}$ vers l'état excité $5/2^+$ du $^{57}_{26}\text{Fe}$ alors que la désintégration β^+ ne l'est pas ?
- En ne considérant que les captures de la couche K ($b_K = 7,11$ keV), calculer la période théorique du $^{57}_{27}\text{Co}$ et comparer avec la valeur expérimentale ($T_{\text{exp}} = 271,8$ jour).
- Estimer la probabilité de capture d'un électron L . En déduire une nouvelle évaluation de la période.
- Comment peut-on s'assurer que l'on a bien observé cette désintégration par capture électronique ?

Données numériques : $M(^{57}_{27}\text{Co}) = 56,9362962$ uma, $M(^{57}_{26}\text{Fe}) = 56,9353987$ uma

Désexcitation nucléaire et atomique

Dans ce chapitre, on s'intéresse à la désexcitation du noyau (sec. 6.1) dans un premier temps et à celle de l'atome (sec. 6.2) dans un second temps. Il s'agit de deux phénomènes qui présentent des similitudes et qui sont observés en physique nucléaire comme conséquence de la désintégration.

6.1 Désexcitation du noyau

On s'intéresse à la désexcitation d'un état excité de basse énergie ($E^* < S_{n,p}$). Celui-ci peut être créé lors d'une désintégration α ou β . Cela peut également être le cas pour les réactions nucléaires (capture radiative, diffusion inélastique, fission, ...). L'état excité rejoint son état fondamental par désexcitations successives (cf. page 30). Il est en effet énergétiquement favorable pour un noyau dans un état excité E_I de se désexciter vers un état final d'énergie moindre $E_F < E_I$. Le surplus d'énergie $E_I - E_F$ doit être évacué, ce qui peut se faire en émettant (cf. fig. 6.1) :

- un photon, noté γ . Il s'agit du processus de **désexcitation** γ .
- un électron du cortège atomique qui est expulsé. Il s'agit du processus de **conversion interne**.

6.1.1 Désexcitation γ

L'émission d'un photon γ constitue l'un des modes de désexcitation du noyau. Notons que le terme photon γ est réservé aux photons provenant d'une désexcitation nucléaire, quelle que soit leur énergie. Le terme *désintégration* γ est parfois utilisé de manière inappropriée car il n'y a pas ici transformation du noyau mais uniquement désexcitation. On utilisera dans la suite le terme **désexcitation** γ .

Soit un état excité X^* dont l'énergie d'excitation est E^* . Considérons le cas où celui-ci se

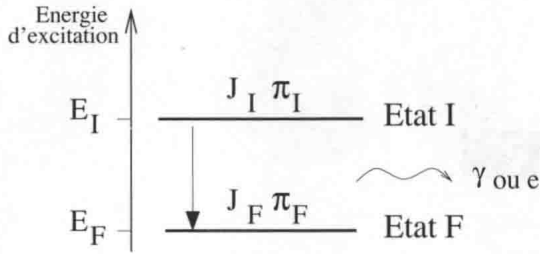


FIG. 6.1 – Désexcitation nucléaire par émission d'un γ ou d'un électron de conversion.

désexcite directement vers le fondamental.



En première approximation le photon γ emporte l'excès d'énergie, c'est-à-dire E^* dans ce cas. On a donc :

$$E_\gamma = m({}_Z^AX^*)c^2 - m({}_Z^AX)c^2 \quad (6.1)$$

Cependant, dans cette approximation la quantité de mouvement n'est pas conservée car il faut également tenir compte du recul du noyau fils, ce qui diminue légèrement l'énergie du γ . Cette approximation est néanmoins excellente¹, avec une correction de l'ordre de 10^{-4} % pour un noyau de $A \simeq 100$ et un γ d'énergie ~ 1 MeV. La formule (6.1) peut donc être utilisée pour calculer la valeur de l'énergie du γ .

Si on reprend l'exemple de la figure 6.1 et que l'on considère la désexcitation d'un état excité E_I vers un état d'énergie moindre $E_F < E_I$, l'énergie du γ est alors

$$E_\gamma = E_I - E_F \quad (6.2)$$

6.1.2 Classification des transitions γ

Classiquement, l'émission γ peut être vue comme le rayonnement électromagnétique émis par une distribution de charges, le noyau en l'occurrence. Ce rayonnement est caractérisé par son ordre multipolaire ℓ et son type : électrique (E) ou magnétique (M). En effet, le rayonnement d'un dipôle électrique² ($\ell = 1$) est à distinguer de celui d'un dipôle magnétique³ ($\ell = 1$ également).

D'un point de vue quantique, il s'agit de l'émission d'un photon γ ayant une énergie E_γ et un moment angulaire ℓ_γ . L'ordre multipolaire ℓ peut être interprété comme la valeur du moment angulaire⁴ du photon émis. Ce moment angulaire doit en particulier permettre d'assurer la conservation de moment angulaire total lors de l'émission du γ .

Les transitions γ sont donc caractérisées par leur ordre multipolaire ℓ et leur type (E ou M).

¹cf. exercice 6.1

²Par exemple, un couple de charges de signe opposé séparées par une longueur non nulle.

³Par exemple, une spire parcourue par un courant.

⁴Il s'agit du moment angulaire total du photon.

Elles sont notées $E\ell$ ou $M\ell$.

Il est important de remarquer que les transitions $\ell = 0$ sont **impossibles**. Classiquement cela correspond à l'émission d'un monopôle magnétique (qui n'existe pas dans la nature) ou d'un monopôle électrique (une charge électrique élémentaire qui donc ne rayonne pas). En pratique, aucune émission γ de type $E0$ ou $M0$ n'a jamais été observée.

En conclusion, les transitions γ peuvent être de type

$$E1, E2, E3, \dots \text{ ou } M1, M2, M3, \dots$$

a) Estimations de Weisskopf

Les probabilités associées aux différents types de transitions γ peuvent être évaluées grâce aux estimations de Weisskopf. Ces dernières ne constituent pas un cadre théorique dont on cherche à comparer les prédictions aux valeurs expérimentales. Elles sont néanmoins utilisées comme guides pour comparer les probabilités de transition et comprendre la phénoménologie de la désexcitation γ .

Les estimations de Weisskopf indiquent les valeurs des constantes radioactives $\lambda_\gamma(E\ell)$ et $\lambda_\gamma(M\ell)$. On a, pour les transitions électriques,

$$\lambda_\gamma(E\ell) = C_\ell(E) \times A^{2\ell/3} E_\gamma^{2\ell+1} \quad (6.3)$$

et pour les transitions magnétiques,

$$\lambda_\gamma(M\ell) = C_\ell(M) \times A^{(2\ell-2)/3} E_\gamma^{2\ell+1} \quad (6.4)$$

où ℓ est l'ordre multipolaire, A le nombre de masse du noyau, E_γ l'énergie du γ en MeV et λ la probabilité de transition par unité de temps (en s^{-1} dans cette formule). Les valeurs des coefficients $C_\ell(E)$ et $C_\ell(M)$ sont résumées dans le tableau 6.1.

ℓ	1	2	3	4	5
$C_\ell(E)$	10^{14}	$7,3 \times 10^7$	34	$1,1 \times 10^{-5}$	$2,4 \times 10^{-12}$
$C_\ell(M)$	$5,6 \times 10^{13}$	$3,5 \times 10^7$	16	$4,5 \times 10^{-6}$	714×10^{-13}

TAB. 6.1 – Valeurs des coefficients des formules de Weisskopf pour les transitions γ .

Un examen attentif des formules (6.3) et (6.4) permet de tirer les conclusions suivantes :

- λ_γ est fortement croissant avec E_γ , et ce d'autant plus que ℓ est grand. Toutes choses égales par ailleurs, les transitions γ de grande énergie sont donc plus probables.
- les coefficients $C_\ell(E)$ et $C_\ell(M)$ sont fortement décroissants avec ℓ . Les multipolarités les plus faibles sont donc fortement favorisées.

La figure 6.2 présente à titre d'illustration, les valeurs de λ_γ , estimées avec (6.3) et (6.4), en fonction de E_γ pour un noyau $A = 100$. Il apparaît clairement que les faibles valeurs de ℓ sont les plus probables. On peut retenir que lorsque l'on passe de ℓ à $\ell + 1$, la probabilité de transition est diminuée par 5 à 6 ordres de grandeur. Ainsi, si pour une désexcitation donnée plusieurs valeurs de ℓ sont possibles, la plus petite d'entre elles sera très largement dominante.

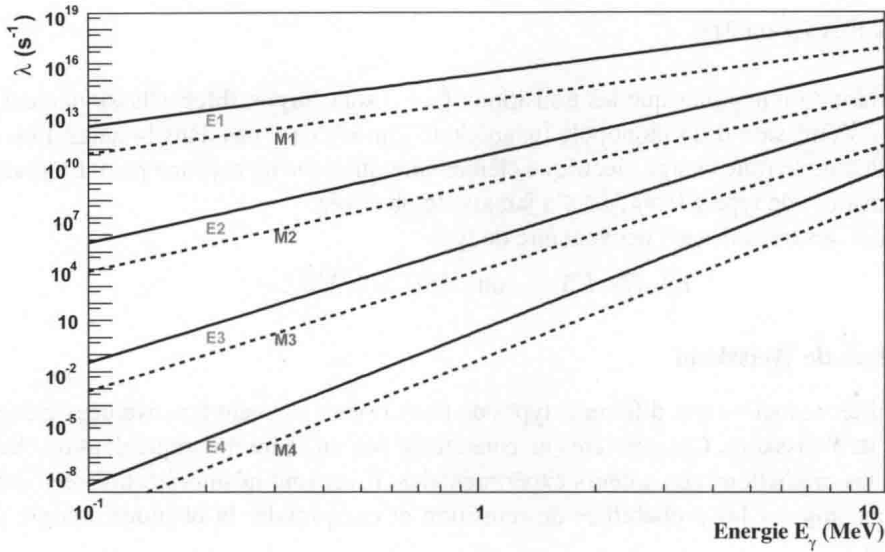


FIG. 6.2 – Probabilité de transition γ (en s^{-1}) pour un noyau $A = 100$ en fonction de l'énergie de la transition en MeV.

b) Conservation du moment angulaire et de la parité

Le photon γ émis lors de la désexcitation γ est caractérisé par un moment angulaire ℓ . L'émission γ doit respecter la conservation du moment angulaire total. On note J_I (resp J_F) le moment angulaire de l'état initial (resp. final), cf. fig. 6.1. On a donc

$$\vec{J}_i = \vec{J}_f + \vec{\ell} \tag{6.5}$$

En utilisant la règle de composition de moments angulaires (page 263), on trouve

$$|J_i - J_f| \leq \ell \leq J_i + J_f \tag{6.6}$$

Pour une transition donnée, plusieurs valeurs de ℓ permettent d'assurer la conservation du moment angulaire total. **La plus petite valeur non-nulle de ℓ est dominante** et constitue, en première approximation, la valeur du moment angulaire de la quasi-totalité des photons émis.

L'émission γ doit également respecter la conservation de la parité. Il existe dans ce cas une distinction entre les transitions E et les transitions M . Elle est basée sur le fait que le vecteur \vec{E} est un vecteur alors que le vecteur \vec{B} est un pseudo-vecteur. Leur comportement sous l'action de l'opérateur parité sont opposés. C'est la raison pour laquelle les parités associées aux émissions E et M sont différentes. Lors d'une transition γ d'un état de parité π_I à un état de parité π_F , la

conservation de la parité s'écrit :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{pour une transition } E\ell \quad \pi_i = \pi_f \times (-1)^\ell \\ \text{pour une transition } M\ell \quad \pi_i = \pi_f \times (-1)^{\ell+1} \end{array} \right. \quad (6.7)$$

Les deux conditions de (6.7) ne peuvent être remplies simultanément pour une même valeur de ℓ . Ainsi, une transition E n'est jamais en concurrence avec une transition M de même ordre multipolaire. On note sur la figure 6.2 qu'une transition $E1$ est toujours plus probable qu'une transition $M1$. Elles ne peuvent cependant pas exister simultanément pour une même transition. La transition $E1$ est éventuellement en concurrence avec la transition $M2$ qui est encore moins probable.

La méthode pour étudier une transition γ est donc la suivante

- la conservation du moment angulaire total (6.5) permet d'estimer la valeur de ℓ dominante, *i.e.* la plus petite des valeurs non-nulles autorisées,
- la conservation de la parité (6.7) permet d'établir le type de la transition (E ou M)
- les estimations de Weisskopf (6.4) et (6.4) permettent finalement d'évaluer la probabilité de transition par unité de temps λ_γ .

Notons que si les états initial et final sont tous deux caractérisés par $J^\pi = 0^+$, il ne peut pas y avoir émission γ car la transition $\ell = 0$ est impossible. Dans ce cas, la seule possibilité est une désexcitation par le processus de conversion interne, consistant à éjecter un électron du cortège atomique.

6.1.3 Conversion interne

La conversion interne constitue l'un des modes de désexcitation du noyau. Ce phénomène est en général en compétition avec la désexcitation γ . La classification des transitions par conversion interne est celle de la transition γ associée ($E\ell, M\ell$).

Il s'agit d'un processus au cours duquel un noyau dans un état excité E_I se désexcite vers un état final d'énergie E_F en transférant l'excès d'énergie ($E_I - E_F$) à un électron de son cortège électronique qui est expulsé de la couche électronique d'énergie de liaison b_e . On parle d'**électron de conversion**, noté e^C . Il emporte une énergie cinétique

$$T(e^C) = E_I - E_F - b_e \quad (6.8)$$

Il est important de souligner qu'il ne s'agit pas d'un effet photoélectrique interne, au cours duquel le photon γ expulserait un électron atomique mais au contraire d'une interaction électromagnétique entre le noyau et l'électron.

a) Transition monopolaire $E0$

L'observation de la transition monopolaire $E0$ par conversion interne est la meilleure preuve du fait que la conversion interne ne peut être assimilée à un effet photoélectrique interne car dans

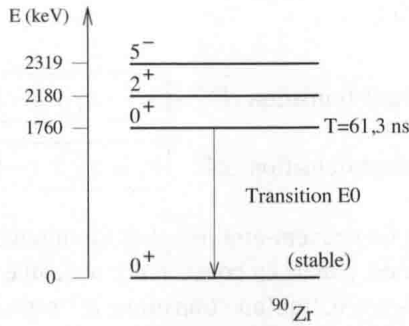


FIG. 6.3 – Désexcitation du premier état excité du ^{90}Zr par conversion interne.

ce cas il n'y a pas d'émission de photon γ .

À titre d'exemple, la figure 6.3 présente les premiers états excités du zirconium 90. La désexcitation du premier excité (0^+) vers le fondamental (0^+) ne peut se faire que par une transition $E0$, qui correspond à une émission γ avec $\ell = 0$ ce qui est impossible. La désexcitation est pourtant possible et la période est même courte (61,3 ns). Elle se fait par émission d'un électron de conversion caractérisé par une énergie cinétique égale à 1742 keV, ce qui correspond à l'énergie de la transition moins l'énergie de liaison de la couche K pour cet atome (18 keV).

b) Coefficients de conversion interne

La probabilité de transition par unité de temps, de l'état E_I vers l'état E_F , est donnée par

$$\lambda = \lambda_\gamma + \lambda_C \quad (6.9)$$

où λ_γ et λ_C représentent respectivement les probabilités par unité de temps de désexcitation par émission γ et par émission d'électron de conversion.

En termes de période, on a :

$$\frac{1}{T} = \frac{1}{T_\gamma} + \frac{1}{T_C} \quad (6.10)$$

où T est la période totale et T_γ, T_C les périodes partielles pour chaque mode de désexcitation.

On introduit le coefficient de conversion interne α défini par :

$$\alpha = \frac{\lambda_C}{\lambda_\gamma} = \frac{I_e}{I_\gamma} \quad (6.11)$$

où I_e et I_γ sont les intensités d'émission d'électrons et de γ lors de cette désexcitation. Le coefficient de conversion α est une caractéristique de la transition considérée (type et énergie), du noyau (Z) et de la couche atomique impliquée.

On a :

$$\lambda = (1 + \alpha)\lambda_\gamma \quad (6.12)$$

Ainsi, l'évaluation de la période T d'un état excité nécessite de connaître λ_γ , donné par les estimations de Weisskopf, (6.3) et 6.4), ainsi qu' α , dont la valeur peut-être expérimentale ou

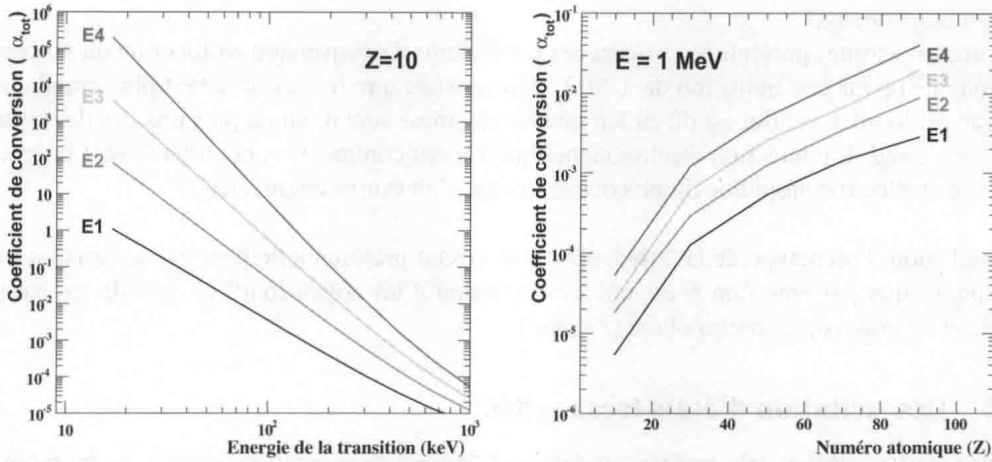


FIG. 6.4 – Gauche : coefficients de conversion total pour les transitions électriques d'un noyau $Z = 10$ en fonction de l'énergie de la transition. Droite : coefficients de conversion total pour les transitions électriques et pour une transition de 1 MeV en fonction du numéro atomique Z . Il s'agit de valeurs issues d'un modèle numérique [11]. On peut également utiliser [18].

calculée avec [18]. La période T d'un état excité est donné par

$$T = \frac{\ln 2}{(1 + \alpha)\lambda_\gamma} \quad (6.13)$$

Cette relation permet d'estimer la valeur de la période d'un état excité. Notons que la période des états excités peut varier sur des ordres de grandeur (cf. page 30) en fonction de l'état considéré et de ses possibilités de désexcitation.

Lors du processus de conversion interne, l'électron émis peut provenir de l'une ou l'autre des couches électroniques⁵ (K, L, M), avec des probabilités décroissantes. On introduit donc les coefficients de conversion partiels ($\alpha_K, \alpha_L, \alpha_M$) relatifs à chaque couche. On a donc un coefficient de conversion total α_{tot} :

$$\alpha_{tot} = \alpha_K + \alpha_L + \alpha_M + \dots \quad (6.14)$$

Le potentiel coulombien étant décroissant en $1/r$, la probabilité de conversion d'un électron de la couche K est supérieure à celle d'un électron de la couche L , elle même supérieure à celle d'un électron M . On s'attend donc à avoir : $\alpha_K > \alpha_L > \alpha_M$.

La figure 6.4 (gauche) présente les valeurs des coefficients de conversion pour $Z = 10$, en fonction de l'énergie de la transition et pour différentes transitions E ($E1$ à $E4$). On constate que α_{tot} est d'autant plus grand que la transition est de basse énergie et que l'ordre multipolaire est élevé, ce qui correspond aux cas défavorisés pour la désexcitation γ . La situation est analogue

⁵On consultera l'annexe D pour une introduction à la physique atomique.

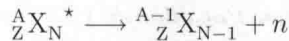
pour les transitions M .

La figure 6.4 (droite) présente les valeurs des coefficients de conversion en fonction du numéro atomique (Z) pour une transition de 1 MeV. On constate que α_{tot} est d'autant plus grand que le noyau est lourd. Cet effet est dû au fait que les électrons sont d'autant plus proches du noyau que Z est grand. L'interaction électromagnétique variant comme $1/r$, la probabilité d'interaction avec un électron atomique d'une couche interne s'en trouve augmentée.

En conclusion, l'archétype de la désexcitation se faisant préférentiellement par conversion interne plutôt que par émission γ est une désexcitation d'un noyau lourd (Z grand), de basse énergie et de grand ordre multipolaire (ℓ grand).

6.1.4 Désexcitation d'états très excités

Pour les états nucléaires très excités, au-delà de l'énergie de séparation neutron S_n ou proton S_p , le processus de désexcitation (γ ou e^c) est en compétition avec l'émission de proton (si $E^* > S_p$) ou de neutron (si $E^* > S_n$). Le processus est le suivant :



On peut évaluer le bilan d'énergie de masse pour l'émission de neutron :

$$Q_n = m({}^A_Z X)c^2 + E^* - m({}^A_{Z-1} X)c^2 - m_n c^2 = -S_n + E^* \quad (6.15)$$

Ainsi, dès que l'énergie d'excitation E^* dépasse la valeur de l'énergie de séparation de ce noyau, l'émission de particule (proton ou neutron suivant le cas) est énergétiquement possible. Ce phénomène est notamment à l'origine de l'émission de neutrons dits retardés par les produits de fission, cf. page 166.

Les états très excités jouent également un rôle important dans la compréhension de la fission induite. En effet, le noyau composé, formé suite à la capture d'un neutron, se trouve en général dans un état très excité. Il peut soit se désexciter par émission γ (il s'agit alors d'une capture radiative) soit fissionner. Ce dernier processus est énergétiquement possible lorsque l'énergie d'excitation E^* dépasse l'énergie d'activation E_a , cf. page 155.

6.2 Désexcitation de l'atome

La désexcitation de l'atome, *i.e.* le réarrangement du cortège électronique, joue un rôle important en physique nucléaire car ce phénomène accompagne la désintégration ou la désexcitation du noyau. Tout comme dans le cas du noyau, l'atome est dans un état excité lorsque sa masse est plus grande que l'état fondamental (ou son énergie de liaison plus petite) ce qui se traduit par le fait qu'il existe une lacune dans l'une des couches électroniques internes. On trouvera un bref rappel concernant la physique atomique dans l'annexe D.

6.2.1 Réarrangement du cortège électronique

À la suite d'une capture électronique ou de l'émission d'un électron de conversion, l'atome est laissé dans un état ionisé, *i.e.* avec une lacune dans l'une des couches électronique internes.

Le réarrangement du cortège s'effectue de la manière suivante : un électron d'une couche supérieure (d'énergie de liaison plus faible) passe sur la couche présentant une lacune. L'excès d'énergie est évacué par deux processus en compétition :

- **émission d'un photon X**. Il s'agit de l'analogue à l'échelle atomique de l'émission γ à l'échelle nucléaire.
- **émission d'un électron Auger** (e^A). Il s'agit de l'analogue à l'échelle atomique de la conversion interne à l'échelle nucléaire.

Dans la suite, on s'intéresse uniquement à une lacune dans la couche K , car les énergies mises en jeu sont les plus proches de celles des phénomènes de la physique nucléaire.

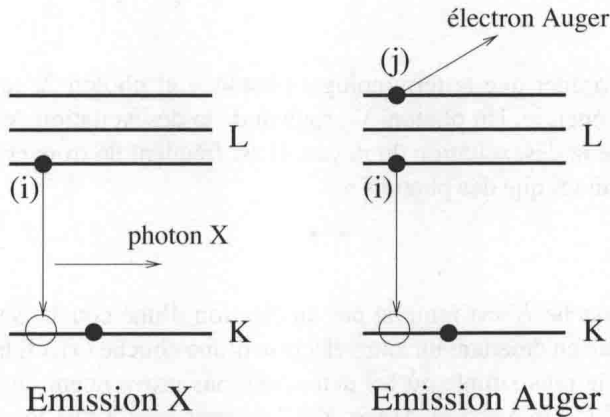


FIG. 6.5 – Principe de l'émission X et Auger lors de la désexcitation atomique.

a) Émission X

La lacune dans la couche K peut être comblée par un électron d'une couche supérieure $i = L, M, \dots$, dans laquelle l'électron est moins lié (cf. fig. 6.5). Le photon X emporte une énergie :

$$E(X) = b(K) - b_i \quad (6.16)$$

où $b(K)$ et b_i sont les énergies de liaison sur la couche K et i respectivement. En ne considérant que la couche L comme couche supérieure, on peut donc avoir *a priori* trois types de photon X , notés XKL .

$$XKL_1, XKL_2 \text{ et } XKL_3$$

La transition $L_1 \rightarrow K$ est en fait impossible car elle implique un photon de moment angulaire nul $\ell = 0$. Ceci est impossible pour les mêmes raisons que pour la désexcitation γ . Au final, il n'y a donc que deux énergies possibles pour les photons XKL :

$$\begin{cases} E(XKL_2) = b(K) - b(L_2) \\ E(XKL_3) = b(K) - b(L_3) \end{cases} \quad (6.17)$$

La notation utilisée dans cet ouvrage est celle dite IUPAC⁶ construite selon la logique suivante : un photon X est noté KL_i , où la première lettre indique la lacune et la seconde la couche électronique de l'électron qui a comblé la lacune. Le tableau 6.2 résume la correspondance avec la notation dite de Siegbahn, moins pratique mais plus usitée.

IUPAC	KL_3	KL_2	KM_3	KM_2	KN_3	KN_2	...
Siegbahn	$K\alpha_1$	$K\alpha_2$	$K\beta_1$	$K\beta_3$	$K\beta'_2$	$K\beta''_2$...

TAB. 6.2 – Correspondance entre les notations Siegbahn et IUPAC pour la nomenclature des photons X .

On rappelle pour terminer que la terminologie photon γ et photon X renvoie à l'origine du photon et non à son énergie. Un photon X provient de la désexcitation de l'atome alors qu'un photon γ provient de la désexcitation du noyau. Il est fréquent de trouver des photons X avec des énergies plus grandes que des photons γ .

b) Émission Auger

La lacune dans la couche K est remplie par un électron d'une couche supérieure (i), l'excès d'énergie étant évacué en émettant un autre électron d'une couche (j), cf. fig. 6.5. On considère dans la suite le cas le plus simple où les deux électrons proviennent de la couche L , ce que l'on note Auger KLL . Un électron Auger KL_iL_j correspond à une lacune dans une couche K , comblée par un électron d'une couche L_i avec un émission d'un électron (Auger) d'une couche L_j . Les couches électroniques i et j peuvent être l'une ou l'autre des 3 sous-couches L (L_1, L_2, L_3) et on a donc *a priori* 9 cas possibles⁷ :

$$KL_1L_1, KL_1L_2, KL_1L_3, KL_2L_1, KL_2L_2, KL_2L_3, KL_3L_1, KL_3L_2, KL_3L_3$$

L'électron Auger (noté e^A) émis emporte une énergie cinétique :

$$T(e^{AK}) = b(K) - b(L_i) - b(L_j) \quad (6.18)$$

On peut noter qu'un électron Auger KL_2L_1 est indiscernable d'un électron Auger KL_1L_2 : l'électron émis à la même énergie et l'atome est laissé dans le même état (lacunes identiques). De manière plus générale, pour $i \neq j$ les configurations KL_iL_j et KL_jL_i ne sont pas discernables. Il n'y a donc que 6 énergies différentes pour les électrons Auger :

$$KL_1L_1, KL_1L_2, KL_1L_3, KL_2L_2, KL_2L_3, KL_3L_3$$

En général, ces 6 groupes d'électrons ne sont pas résolus expérimentalement et on ne donne que le nombre total d'électrons Auger K émis et l'intervalle d'énergie :

$$\begin{cases} T^{min}(e^{AK}) = b(K) - 2b(L_1) \\ T^{max}(e^{AK}) = b(K) - 2b(L_3) \end{cases} \quad (6.19)$$

⁶International Union of Pure and Applied Chemistry

⁷En supposant toutes ces couches pleines, ce qui n'est pas le cas pour un atome léger.

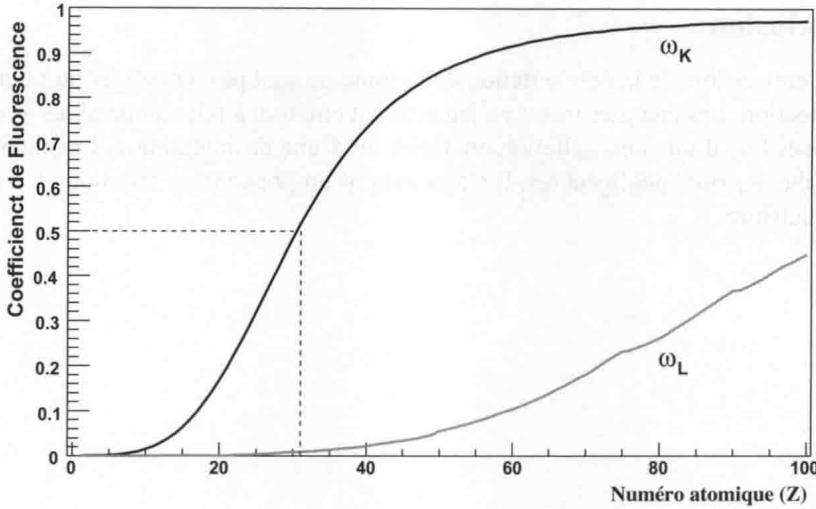


FIG. 6.6 – Coefficient de fluorescence (couche K et L) en fonction du numéro atomique (Z). Données extraites de [11].

Bien évidemment le même phénomène se produit pour la couche L . Cependant la structure en trois sous-couches de L rend la complexité bien supérieure. De plus les énergies mises en jeu sont très faibles, ce qui limite l'intérêt en physique nucléaire.

6.2.2 Coefficient de fluorescence

La grandeur caractéristique de la probabilité d'émission X est le coefficient de fluorescence (ω). Il dépend de la valeur de Z et de la couche électronique considérée. Par exemple, pour une lacune K :

- ω_K est la probabilité d'émission d'un photon X
- $(1-\omega_K)$ est la probabilité d'émission d'un électron Auger.

De même, on définit un coefficient de fluorescence pour les couches L et M : $\omega_L, \omega_M, \dots$

La figure 6.6 présente le coefficient de fluorescence (couche K et L) en fonction du numéro atomique Z . On constate que le coefficient de fluorescence de la couche K (ω_K) augmente avec Z . Il est presque nul pour les atomes légers et tend vers 1 pour les atomes lourds : on passe donc d'une émission d'Auger majoritaire pour Z petit et à une émission de photon X majoritaire pour Z grand. La limite $\omega_K = 0,5$ se situe à $Z \sim 30$. En fait, pour les atomes lourds, l'énergie de liaison de la couche L devient importante (jusqu'à ~ 30 keV, cf. fig. D.3 page 271) et il devient donc moins rentable d'arracher deux électrons (émission Auger) plutôt qu'un seul (émission X).

Pour la couche L , on constate que ω_L reste proche de 0 (indiquant une émission Auger majoritaire) et que même les atomes lourds présentent $\omega_L < 0,5$.

6.2.3 Conclusion

Les particules émises lors de la désexcitation de l'atome ne sont pas à négliger du point de vue de la radioprotection. Les énergies mises en jeu peuvent être tout à fait comparables à celles des particules émises lors d'une désexcitation nucléaire ou d'une désintégration. Les intensités ne sont pas non plus *a priori* négligeables. Il s'agit donc d'un phénomène atomique à considérer en physique nucléaire.

Exercices du chapitre 6

Exercice 6.1 : Énergie du γ de désexcitation

Considérer que le γ emporte l'excès d'énergie lors de la désexcitation d'un état excité est une approximation qui ne permet pas d'assurer les lois de conservation.

Pour illustrer ce point, on considère à titre d'exemple la désexcitation de l'état métastable $^{89}_{39}\text{Y}^*$ qui se désexcite vers le fondamental de $^{89}_{39}\text{Y}$ selon



- 1) Calculer l'énergie du photon γ (notée E_0) dans cette approximation. Quelle grandeur n'est pas conservée ?
- 2) Sans faire cette approximation, donner l'expression de l'énergie du γ notée E_1 en fonction de $\Delta E = [m(\text{Y}^*) - m(\text{Y})]c^2$.
- 3) Sachant que la différence d'énergie de masse ΔE est très faible devant l'énergie de masse du noyau $^{89}_{39}\text{Y}$, montrer que l'approximation donne un résultat extrêmement précis.

Données numériques :

$m(\text{Y}^*) = 88,9037013 \text{ uma}$ et $m(\text{Y}) = 88,9027212 \text{ uma}$.

Exercice 6.2 : Désexcitation nucléaire

L'état excité 4^+ à $E^* = 2,5 \text{ MeV}$ du $^{60}_{27}\text{Co}$ est alimenté par la désintégration β du $^{60}_{28}\text{Ni}$.

Donner les énergies et les intensités des principaux γ observés lors de cette désexcitation.

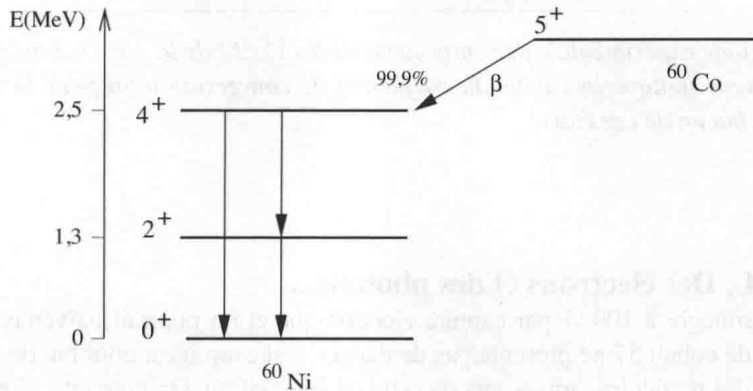


FIG. 6.7 – Désexcitation γ de l'état excité 4^+ à $E^* = 2,5 \text{ MeV}$ du $^{60}_{27}\text{Co}$.

Exercice 6.3 : États métastables de la série isotopique du xénon

Certains isotopes impairs du xénon présentent de manière systématique un état métastable $11/2^-$ de basse énergie, comme on peut le constater sur la figure 6.8.

- 1) Donner le type de la transition γ dominante pour la désexcitation de ces états.
- 2) Calculer la période théorique de ces états avec l'estimation de Weisskopf.
- 3) Interpréter la présence de ces états dans le cadre du modèle en couches.

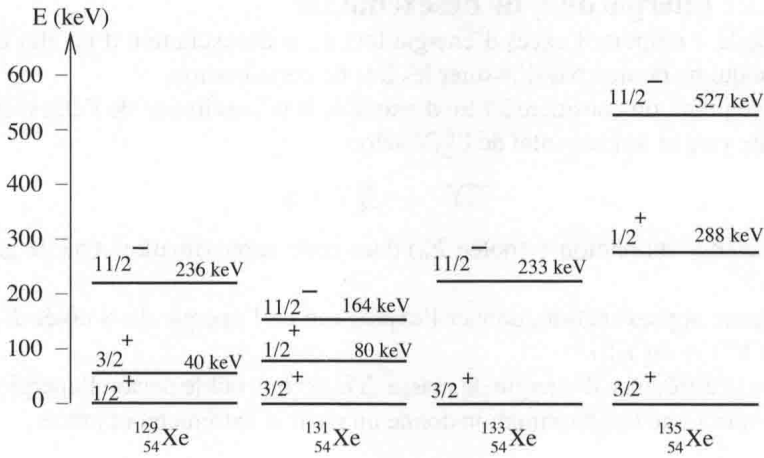


FIG. 6.8 – Spectre des états excités de la série isotopique du xénon pour $129 \leq A \leq 135$.

Noyau	$^{129m}_{54}\text{Xe}$	$^{131m}_{54}\text{Xe}$	$^{133m}_{54}\text{Xe}$	$^{135m}_{54}\text{Xe}$
T_{exp}	8, 9 jour	11, 8 jour	2, 2 jour	15, 3 min
α_{tot}	20, 3	50, 5	8, 84	0, 237

TAB. 6.3 – Période expérimentale des états métastables $11/2^-$ de la série isotopique du xénon. La deuxième ligne indique la valeur du coefficient de conversion total pour la désexcitation dominante de chacun de ces états.

Exercice 6.4 : Des électrons et des photons...

Le $^{57}_{27}\text{Co}$ se désintègre à 100 % par capture électronique et on pourrait naïvement en déduire qu'une source de cobalt 57 ne présente pas de danger. Cet exercice a pour but de faire l'inventaire exhaustif des particules émises lors de cette désintégration. On note intensité I le nombre de particules (d'une espèce, à une énergie) émises pour 100 désintégrations du $^{57}_{27}\text{Co}$. Les données numériques sont présentées page 147.

- 1) Donner la multipolarité des transitions γ . Justifier qualitativement les intensités observées.
- 2)a) Donner la liste des photons γ émis (énergie et intensité).
- b) Donner la liste des électrons (e^{cK} , e^{cL} , e^{cM}) émis par conversion interne (énergie et intensité).
- 4) Donner la liste des photon X et des électrons Auger de la couche K (énergie et intensité).

b (keV)	$^{57}_{26}\text{Fe}$	$^{57}_{27}\text{Co}$
K	7,1120	7,7089
L_1	0,8461	0,9256
L_2	0,7211	0,7936
L_3	0,7081	0,7786
M_i	~ 0	~ 0
ω_K	0,352	0,388

TAB. 6.4 – Propriétés des atomes de Fe et de Co : énergies de liaison électroniques et coefficients de fluorescence ω_K .

Transition	α_K	α_L	α_M
$3/2^- \rightarrow 1/2^-$	7,69	0,782	0,113
$5/2^- \rightarrow 3/2^-$	0,0212	~ 0	~ 0
$5/2^- \rightarrow 1/2^-$	0,133	~ 0	~ 0

TAB. 6.5 – Coefficients de conversion interne du $^{57}_{26}\text{Fe}$.

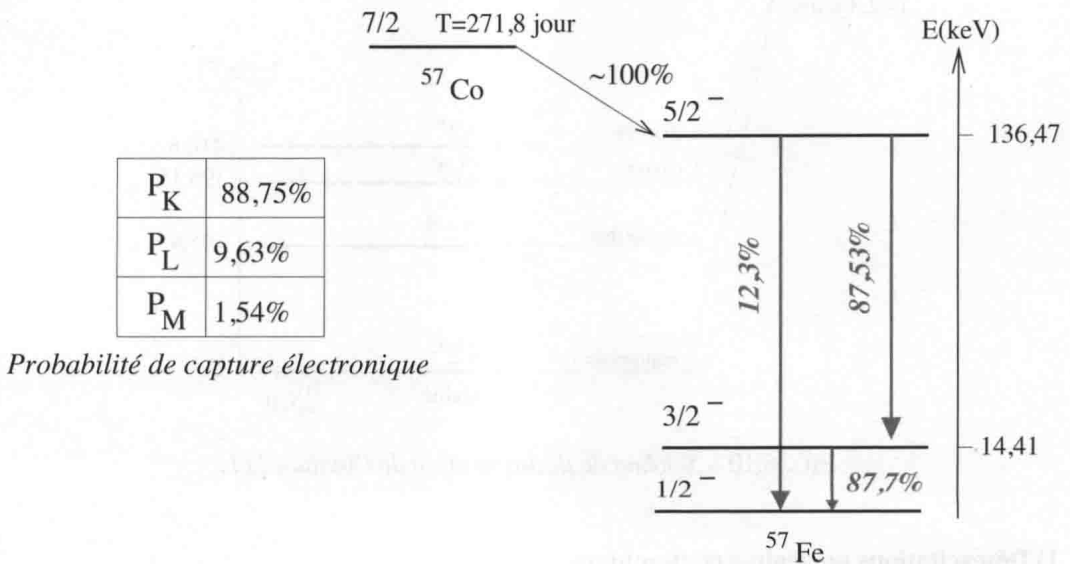


FIG. 6.9 – Schéma de désintégration du cobalt 57. On a précisé les probabilités de capture électronique pour les différentes couches électroniques, ainsi que les transitions observées pour 100 désintégrations du $^{57}_{27}\text{Co}$.

Exercice 6.5 : Perte "momentanée" d'un flacon d'indium 111

Lu sur le site de l'Autorité de Sûreté Nucléaire :

Paris, le 24 Septembre 2009

Avis d'incident - Autorité de Sûreté Nucléaire

L'ASN a été informée le 10 septembre 2009 de la détection d'un flacon d'indium 111 dans une benne de déchets du centre de transfert d'ordures ménagères de la Capelette à Marseille. (...) Le flacon vide (provenant d'un service de médecine nucléaire) a été jeté dans une poubelle ne devant recevoir que des déchets de type ménager au lieu d'être envoyé vers la filière de gestion des déchets radioactifs. Le flacon a été retrouvé au moyen d'un portique de détection de la radioactivité dans le centre de transfert des déchets. En raison de la perte momentanée d'un radionucléide et de son évacuation vers une filière inappropriée, cet incident est classé au niveau 1 de l'échelle INES.

Le but de cet exercice est d'évaluer la radioactivité de l'indium 111 afin d'estimer la dangerosité de ce flacon. On supposera dans la suite que le flacon en question contenait de l'indium 111 pur à l'état de traces. La figure 6.10 présente le schéma de désintégration de l'indium 111. Dans la suite, on note intensité I le nombre de particules (d'une espèce, à une énergie) émises pour 100 désintégrations.

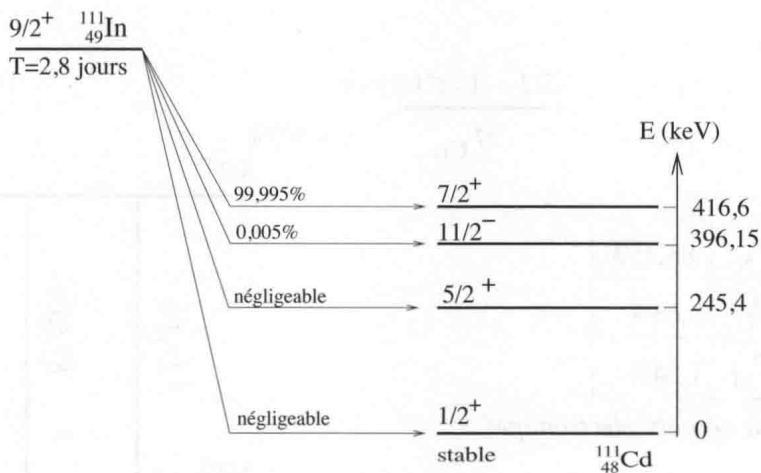


FIG. 6.10 – Schéma de désintégration de l'indium 111.

1) Désexcitations nucléaires et atomiques

On cherche à faire un bilan des particules émises lors de cette désintégration. On se limite aux particules dont l'intensité est supérieure à 3 %.

a) Donner la multipolarité et le type de toutes les désexcitations nucléaires que l'on observera à la suite de cette désintégration. Pour chaque niveau excité, indiquer la transition *a priori* dominante. On ne retiendra que celles-ci pour la suite.

b) En justifiant les approximations effectuées, donner la liste des photons γ et des électrons de

conversion observés lors de cette désintégration. On précisera les intensités et les énergies.

c) En justifiant les approximations effectuées, donner la liste des photons XK et des électrons Auger e^{AK} . On précisera les intensités et les énergies.

2) Étude du flacon égaré

a) On suppose que l'activité mesurée est 30 MBq. Calculer la masse d'indium 111 pur contenue dans le flacon.

b) Commenter la dangerosité potentielle du flacon d'indium 111.

	$^{111}_{48}\text{Cd}$	$^{111}_{49}\text{In}$
M (uma)	110,9041816	110,9051107
ω_K	0,842	0,851

TAB. 6.6 – Masse atomique et coefficient de fluorescence de la couche K pour les noyaux du problème.

Transition	$\log(fT)$	Proba capture électronique		
		P_K	P_L	P_M
$9/2^+ \rightarrow 7/2^+$	5	85,15 %	11,835 %	2,989 %
$9/2^+ \rightarrow 11/2^-$	9	85,24 %	11,79 %	2,975 %

TAB. 6.7 – Désintégration de l'indium 111 : valeurs de $\log(fT)$ et probabilité de capture électronique pour les deux transitions principales.

Transition	α_K	α_L	α_M
$11/2^- \rightarrow 5/2^+$	1,45	0,673	0,137
$7/2^+ \rightarrow 5/2^+$	0,0897	0,0113	0,00217
$5/2^+ \rightarrow 1/2^+$	0,0524	0,00818	0,00159

TAB. 6.8 – Coefficients de conversion interne pour les désexcitations du cadmium 111.

	$^{111}_{48}\text{Cd}$	$^{111}_{49}\text{In}$
K	26,71	27,94
L_1	4,02	4,24
L_2	3,73	3,94
L_3	3,54	3,73

TAB. 6.9 – Energies de liaison atomique du cadmium 111 et l'indium 111. On ne tient pas compte des couches supérieures (M, N).

Exercice 6.6 : Découverte de la capture électronique

La capture électronique a été observée expérimentalement par Luis Alvarez en 1937, grâce à l'étude de la désintégration du vanadium 48. *A priori*, il s'agit d'une mesure expérimentale difficile car la capture électronique ne présente pas d'émission caractéristique (à part le neutrino !). Ce noyau de désintègre par émission β^+ et par capture électronique (couche K ou L), avec les rapports d'embranchement théoriques suivants :

$$BR(\beta^+) = 45,8 \%, \quad BR^K(CE) = 48,2 \% \text{ et } BR^L(CE) = 6 \%$$

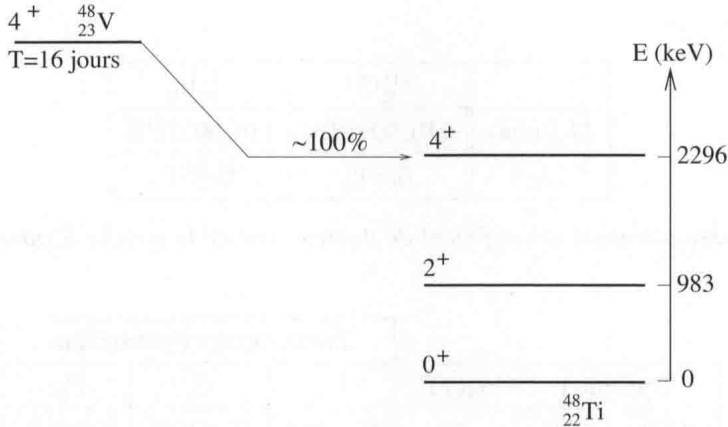


FIG. 6.11 – Schéma de désintégration du vanadium 48 ($^{48}_{23}\text{V}$).

- 1) Donner l'énergie et l'intensité des photons γ observés.
- 2) Donner l'énergie et l'intensité des photons XK et des électrons Auger e^{AK} .
- 3) Quelles valeurs expérimentales mesurées peuvent constituer une preuve concluante de l'observation du phénomène de capture d'électrons K dans le cas du vanadium 48 ? Donner deux arguments que vous utiliseriez si vous aviez fait cette découverte.

Propriétés atomiques de Ti et de V		
b (keV)	$^{48}_{22}\text{Ti}$	$^{48}_{23}\text{V}$
K	4,9664	5,4651
L_1	0,5637	0,6282
L_2	0,4615	0,5205
L_3	0,4555	0,5129
ω_K	0,226	0,256

Coefficients de conversion interne			
Transition	α_K	α_L	α_M
$4^+ \rightarrow 0^+$	0,359	0,0385	0,0048
$4^+ \rightarrow 2^+$	$5,88 \times 10^{-5}$	$5,25 \times 10^{-6}$	~ 0
$2^+ \rightarrow 0^+$	$1,146 \times 10^{-4}$	$1,027 \times 10^{-5}$	~ 0

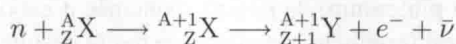
Fission induite

Ce chapitre présente les aspects généraux de la fission induite. Les phénomènes sont en particulier interprétés dans le contexte de la structure nucléaire (modèles et désintégrations) vue dans les chapitres précédents, et dans l'optique de l'utilisation de la fission induite pour la production d'énergie (chap. 8).

7.1 Introduction

7.1.1 Introduction historique

Dès l'annonce de la découverte de la radioactivité artificielle par Frédéric Joliot et Irène Curie en 1934, Enrico Fermi envisage de faire de même en utilisant comme projectile¹ le neutron découvert deux ans plus tôt par James Chadwick. L'idée consiste à bombarder un noyau stable A_ZX (ou de période très longue) pour produire un noyau excédentaire en neutrons ${}^{A+1}_ZX$ qui va ensuite se désintégrer par émission β^- , ce qui permet de diminuer le nombre de neutrons. Le noyau créé possède donc un proton de plus (${}^{A+1}_{Z+1}Y$). En résumé, on a :



Cette méthode a obtenu un grand succès et a permis la production de dizaines de noyaux radioactifs². Elle a cependant suscité un mystère lorsque le bombardement de l'uranium a été réalisé par E. Fermi :



L'uranium étant le noyau ayant le Z le plus grand à l'état naturel (cf. page 20), le noyau ${}^{239}_{93}\text{?}$ est donc inconnu. De fait, la conclusion est inévitable : si la réaction a bien eu lieu, elle conduit à

¹Pour ce faire, il utilisa une source de Ra/Be dans laquelle le radium émet un α qui est utilisé pour arracher un neutron au béryllium.

²Enrico Fermi obtint le prix Nobel 1938 pour ses travaux sur les réactions nucléaires induites par les neutrons.

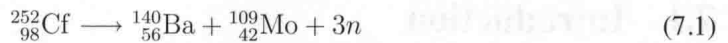
produire un élément transurannique (au-delà de l'uranium, *i.e.* $Z > 92$). La preuve chimique n'a cependant pu être apportée par Fermi, qui a néanmoins pu montrer que le noyau produit n'est pas de l'uranium ni la plupart des noyaux proches de celui-ci³.

Ce mystère a conduit de nombreux physiciens à étudier ce phénomène (Irène Curie à Paris, ainsi que Lise Meitner, Otto Hahn et Fritz Strassmann à Berlin). En janvier 1939, O. Hahn et F. Strassmann publièrent un article dans lequel ils mettent en évidence, par une analyse chimique, la présence de baryum ($Z = 56$), dans les produits de la réaction. En février 1939, le phénomène fut compris par Lise Meitner et Otto Frisch qui proposèrent que le noyau créé par bombardement de neutrons est très instable et qu'il se sépare en deux parties plus ou moins égales : **il fissionne**⁴. L'histoire se poursuit ensuite avec l'utilisation du concept de réaction en chaîne, proposé en 1933 par Leo Szilard, pour la production d'énergie à but militaire, avec le projet Manhattan menant aux bombes Fatman et Little Boy utilisées respectivement à Nagasaki et Hiroshima. Dans ce cadre, E. Fermi et son équipe ont réalisé, à l'université de Chicago, la construction du premier réacteur nucléaire qui a été mis en route le 2 décembre 1942.

7.1.2 Introduction physique

La fission peut être **spontanée** ou **induite**, les deux processus ayant ceci de commun qu'il y a production de noyaux légers (dits produits ou fragments de fission) et de quelques neutrons⁵.

La **fission spontanée** constitue l'un des processus de désintégration des noyaux très lourds. Elle n'est pas unique et peut mener, avec différentes valeurs de rapport d'embranchement (BR), à plusieurs produits de fission et un nombre variable de neutrons. On peut par exemple avoir :



Le nombre moyen de neutrons produits dans le cas du ${}_{98}^{252}\text{Cf}$ est $\bar{\nu} = 3,86$. Le fragment lourd peut avoir un nombre de masse A compris entre ~ 130 et ~ 150 avec une valeur moyenne proche de 140.

Tout comme la désintégration α , la fission spontanée trouve son origine dans la compétition entre l'interaction forte et l'interaction électromagnétique. Dans les deux cas, si le processus est possible d'un point de vue énergétique, cela est dû au gain obtenu grâce à la diminution de la répulsion coulombienne (cf. exercice 7.2 page 167).

On constate avec les valeurs expérimentales du tableau 7.1 que pour les noyaux d'intérêt pour les applications (uranium et plutonium), la fission spontanée n'est pas le processus de désintégration préférentiel car elle est fortement concurrencée par la désintégration α . Certains noyaux très lourds ($A \gtrsim 250$), présentent cependant une désintégration par fission spontanée dominante. C'est par exemple le cas du ${}_{98}^{254}\text{Cf}$ (cf. tab. 7.1). Notons également que pour certains noyaux lourds la désintégration β peut également être énergétiquement possible (si $Q_\beta > 0$). Dans ce cas, les désintégrations α , β et fission spontanée sont en concurrence. L'uranium 239 est par exemple un émetteur β avec une période $T = 23,45$ min.

³La véritable découverte du Neptunium (${}_{93}\text{Np}$) ne sera faite qu'en 1940 par E. McMillan et P. Abelson.

⁴Le terme fut emprunté à la biologie cellulaire

⁵de 0 à 3, avec une valeur moyenne qui dépend du noyau fissionnant et de l'énergie du neutron dans le cas de la fission induite.

noyau	T (an)	BR fission (%)	$BR \alpha$ (%)
${}_{92}^{235}\text{U}$	$7,4 \times 10^8$	2×10^{-7}	~ 100
${}_{92}^{238}\text{U}$	$4,47 \times 10^9$	$5,4 \times 10^{-5}$	~ 100
${}_{94}^{240}\text{Pu}$	6,569	5×10^{-6}	~ 100
${}_{98}^{252}\text{Cf}$	2,638	3,1	97,9
${}_{98}^{254}\text{Cf}$	0,164	99,7	0,3

TAB. 7.1 – Périodes et fractions de désintégration par fission spontanée et émission α pour quelques noyaux lourds.

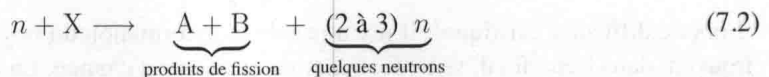
Il est important de noter que la très faible fraction de produits de fission émis par les isotopes de l'uranium et du plutonium ne peut pas être négligée du point de vue de la radioprotection, du fait de leur très grande dangerosité.

La **fission induite** résulte de l'absorption d'un neutron, d'un photon (il s'agit alors de photo-fission) ou même d'un ion, qui permet de provoquer la fission. Ce processus est traité dans la suite du chapitre.

7.2 Fission induite

7.2.1 Introduction

La fission induite consiste à bombarder un noyau lourd X avec un neutron pour provoquer la fission. On profite ainsi de l'absence de barrière coulombienne, due à la neutralité de la particule incidente (cf. page 76), qui permet d'envisager cette réaction pour des neutrons de toutes énergies, même très faibles. Schématiquement, la fission induite se résume à



La fission induite conduit à la production de deux noyaux plus légers (les **produits de fission**) et quelques⁶ neutrons prompts (2 à 3). L'idée de l'utilisation de la fission induite pour la production d'énergie repose sur deux points.

- La fission est exoénergétique, avec une énergie libérée de l'ordre de 200 MeV. Celle-ci est disponible en énergie cinétique des produits de fission et des neutrons. Elle peut *a priori* être utilisée comme source chaude d'une machine à vapeur.
- Les neutrons produits peuvent être *a priori* utilisés pour induire d'autres fissions. Il s'agit du concept de réaction en chaîne, proposé par Leo Szilard en 1933.

Nous verrons au chapitre 8 que la mise en pratique de ces concepts simples pose des problèmes au niveau technique et industriel.

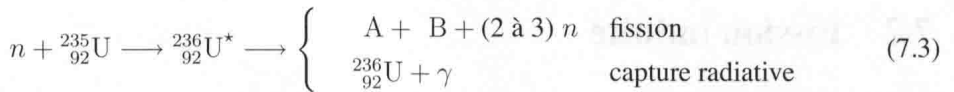
⁶Le nombre moyen de neutrons émis dépend du noyau fissionnant, cf. page 162.

T_n	σ_{tot} (barn)	Fission	Capture	Diffusion
25 meV	698	84 %	14 %	2 %
1 MeV	6,8	17 %	1,5 %	82,5 %

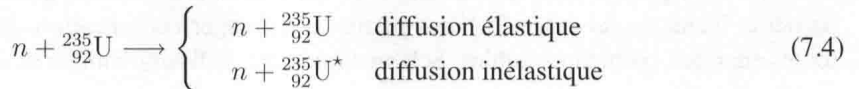
TAB. 7.2 – Section efficace totale et contributions des différents processus (fission, capture radiative et diffusion). Les valeurs, extraites de [8], sont données pour l’uranium 235 et pour un neutron thermique (25 meV) et rapide (1 MeV).

La plupart des noyaux lourds (à partir des actinides) peuvent être fissionnés avec des neutrons d’énergie suffisante (de l’ordre du MeV). La section efficace de ces réactions est cependant faible ce qui en limite l’intérêt d’un point de vue applicatif. Parmi les noyaux existants à l’état naturel, seul l’uranium 235 ($^{235}_{92}\text{U}$) présente la propriété de fissionner avec des neutrons quelle que soit l’énergie de ce dernier. Il est dit **fissile**. La section efficace de fission étant beaucoup plus importante à basse énergie (facteur ~ 500), cela explique le choix d’un réacteur fonctionnant avec des neutrons thermiques (par exemple les REP) et utilisant donc l’uranium 235 comme combustible.

Lors du bombardement d’un noyau lourd par un neutron, la fission induite est en compétition avec la capture radiative. Dans les deux cas, on peut interpréter le phénomène par la création d’un noyau composé excité qui peut soit se désexciter, soit fissionner.



À ces deux processus s’ajoute la diffusion élastique voire inélastique. Par exemple, pour l’uranium 235 on peut avoir :



Lors de diffusion élastique⁷, il n’y a pas de transformation du noyau. Les mêmes corps se retrouvent dans l’état final, seule leur énergie cinétique a changé. La diffusion inélastique constitue un cas particulier pour lequel le noyau se retrouve dans un état excité ${}^A\text{X}^*$. Elle nécessite une énergie cinétique minimale (égale à l’énergie du premier état excité) et ne constitue donc pas un processus énergétiquement possible pour un neutron thermique.

Tous ces processus contribuent à la section efficace totale σ_{tot} dont le tableau 7.2 résume les valeurs pour des neutrons thermique et rapide interagissant sur un uranium 235. On constate que pour les neutrons thermiques la section efficace totale est élevée et que la plupart des réactions mènent à la fission. Au contraire, pour des neutrons rapides (ici 1 MeV), la section efficace totale est près de 100 fois plus faible, avec une grande majorité de réactions menant à une diffusion du neutron (élastique ou inélastique). Cela explique le choix d’utiliser des neutrons thermiques plutôt que des neutrons rapides dans les réacteurs à eau pressurisée (REP) par exemple.

⁷cf. page 80

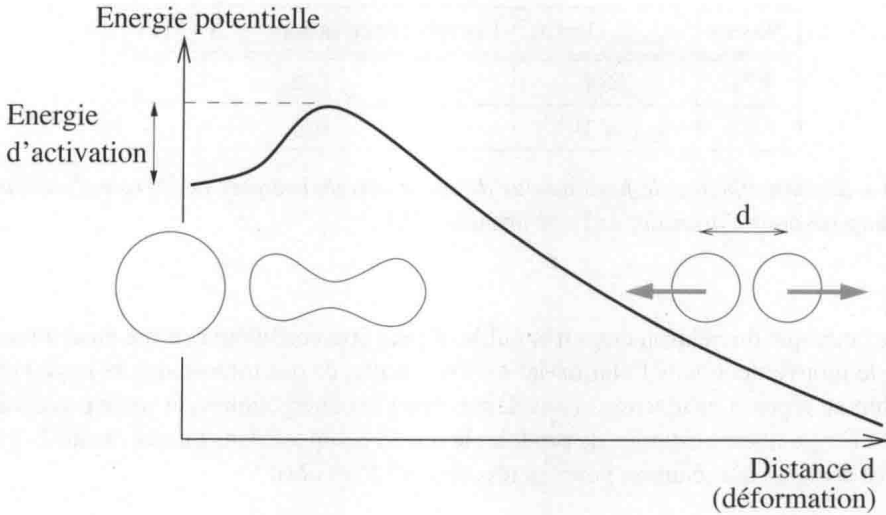


FIG. 7.1 – Schéma de principe de la barrière de fission précisant la définition de l'énergie d'activation.

7.2.2 Énergie d'activation

Les noyaux lourds sont caractérisés par une barrière de potentiel (appelée barrière de fission) qu'il faut franchir pour réaliser la fission, cf fig. 7.1. Un noyau situé dans un état d'énergie d'excitation supérieure à la barrière de fission n'est pas lié et est susceptible de fissionner dans un temps extrêmement bref. Dans le cas général, celle-ci peut être franchie soit par effet tunnel (fission spontanée), soit grâce à l'apport d'énergie du neutron (fission induite). On appelle **énergie d'activation**, notée E_a , l'énergie nécessaire pour franchir la barrière de fission de manière classique, sans effet tunnel (fig. 7.1). Pour l'étude de la fission induite d'un noyau ${}^A X$, le paramètre à prendre en compte est donc l'énergie d'activation du noyau composé ${}^{A+1}X$.

Alors que les énergies d'activation du noyau composé sont comparables, la section efficace de fission induite pour des neutrons thermiques est bien plus importante dans le cas de l'uranium 235 que dans celui de l'uranium 238 (cf. tab. 7.3). Pour ce dernier, elle peut être considérée comme nulle. Cette différence importante s'explique dans un premier temps par la valeur de l'énergie d'excitation du noyau composé (sec. 7.2.3) et trouve son origine dans la structure nucléaire de ces noyaux (sec. 7.2.4).

7.2.3 Franchissement de la barrière de fission

On considère ci-après la fission induite de ${}^{235}\text{U}$ et de ${}^{238}\text{U}$ avec des neutrons thermiques ($T(n) \simeq 25 \text{ meV}$) :



Noyau	σ_{fission} (barn)	Energie d'activation $A+1X$ (MeV)
^{235}U	584	6,2
^{238}U	$1,7 \times 10^{-5}$	6,6

TAB. 7.3 – Section efficace de fission pour des neutrons thermiques et énergie d'activation du noyau composé pour l'uranium 235 et l'uranium 238.

L'énergie cinétique du neutron étant très faible, il peut être considéré comme étant au repos. La quantité de mouvement dans l'état initial est donc nulle, ce qui impose que la noyau composé soit produit au repos. Les réactions considérées étant exoénergétiques, la seule possibilité pour évacuer l'énergie libérée est donc de produire le noyau composé dans un état excité E^* . On peut évaluer les énergies d'excitation pour les réactions (7.5) et (7.6) :

$$E^*(^{239}\text{U}) = [m_n + m(^{238}\text{U}) - m(^{239}\text{U})]c^2 = 4,8 \text{ MeV} \quad (7.7)$$

$$E^*(^{236}\text{U}) = [m_n + m(^{235}\text{U}) - m(^{236}\text{U})]c^2 = 6,5 \text{ MeV} \quad (7.8)$$

Lorsque l'on compare ces valeurs aux énergies d'activation du noyau composé (tab. 7.3), on constate que l'apport d'énergie permet juste de franchir la barrière coulombienne dans le cas de ^{235}U mais pas dans celui de ^{238}U . L'uranium 235 peut donc fissionner avec des neutrons de toutes énergies, alors que pour l'uranium 238, le neutron incident doit apporter l'énergie manquante (au minimum 1,8 MeV). La figure 7.2 présente la section efficace pour l'uranium 235 et 238 en fonction de l'énergie du neutron incident. Pour des neutrons thermiques, seul l'uranium 235 peut fissionner, avec une section efficace très grande (584 barn). Pour des neutrons rapides, la section efficace est comparable pour les deux noyaux mais très faible par rapport à la section efficace de fission de l'uranium 235 pour des neutrons thermiques. Pour l'uranium 238, on observe un effet de seuil. La fission est possible lorsque le neutron apporte $\sim 1,8$ MeV, *i.e.* l'énergie d'activation. Elle est cependant possible pour des énergies légèrement inférieures grâce à l'effet tunnel. On observe également pour l'uranium 235 les résonances de la section efficace pour des neutrons d'énergie intermédiaire.

7.2.4 Effet de l'appariement δ

Le terme d'appariement δ de la formule semi-empirique (page 37) joue un rôle fondamental pour comprendre le caractère fissile des isotopes de l'uranium. En effet, on peut écrire l'énergie de liaison en utilisant la formule de Bethe-Weisäcker (page 40) :

$$B(A, Z) = a_v A - a_s A^{2/3} - a_c \frac{Z(Z-1)}{A^{1/3}} - a_a \frac{(N-Z)^2}{A} + \delta = f(A, Z) + \delta$$

La valeur absolue du terme d'appariement ne dépend que très faiblement de A . Pour des noyaux d'uranium ($A \simeq 238$), on trouve $\delta = 34 \times A^{-3/4} \simeq 0,6$ MeV. Ce terme est positif pour les noyaux pair-pair, nul pour les noyaux impair-pair et négatif pour les noyaux impair-impair.

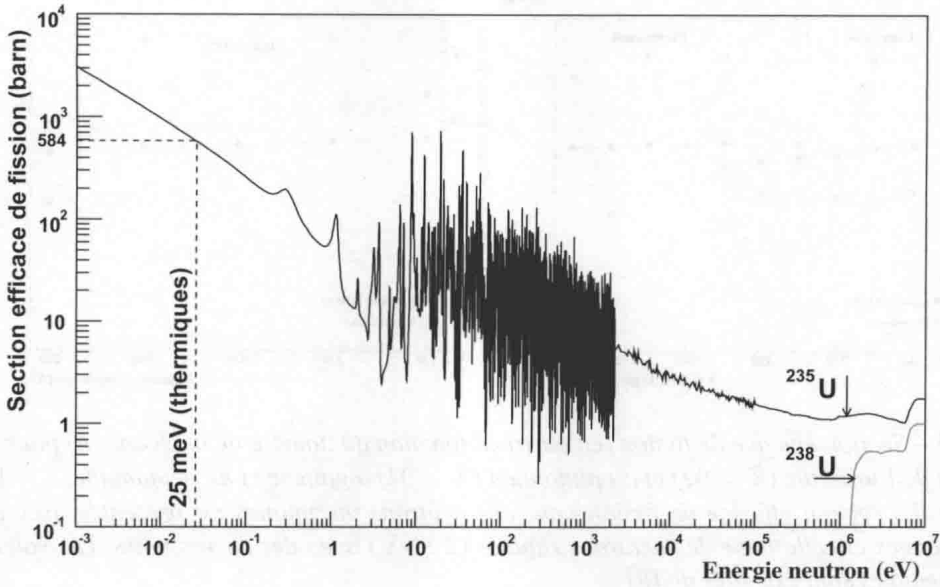


FIG. 7.2 – Section efficace de fission (en barn) pour l' ^{238}U et l' ^{235}U en fonction de l'énergie du neutron incident. Pour des neutrons rapides, on peut noter que la section efficace est comparable pour les 2 noyaux mais très faible par rapport à la section efficace de fission pour des neutrons thermiques. Les données expérimentales proviennent de [8].

En utilisant les valeurs des coefficients données page 37, on peut exprimer à nouveau les énergies d'excitation. On conserve le terme δ à part pour comprendre son rôle. On a :

$$E^*(^{239}\text{U}) = B(^{239}\text{U}) - B(^{238}\text{U}) = 1809,8 - 1804,0 - \delta = 5,8 - \delta$$

$$E^*(^{236}\text{U}) = B(^{236}\text{U}) - B(^{235}\text{U}) = 1791,9 + \delta - 1785,8 = 6,1 + \delta$$

On constate que le terme d'appariement vient s'ajouter à l'énergie d'excitation dans le cas de l'uranium 235 et se retrancher dans le cas de l'uranium 238. En effet dans le premier cas, on passe d'un noyau impair-pair à un noyau pair-pair, ce qui correspond à un gain de stabilité. On constate également que cette estimation théorique donne des énergies d'excitation proches de celles évaluées expérimentalement par (7.7) et (7.8) :

$$E^*(^{239}\text{U}) = 5,2 \text{ MeV}$$

$$E^*(^{236}\text{U}) = 6,7 \text{ MeV}$$

Le terme d'appariement δ est à l'origine de la plus grande partie de la différence observée entre l'uranium 235 et l'uranium 238. Pour la série isotopique de l'uranium, la prédiction théorique pour la section efficace de fission avec des neutrons thermiques est donc :

$$\sigma_{\text{fission}}(\text{A impair}) \gg \sigma_{\text{fission}}(\text{A pair})$$

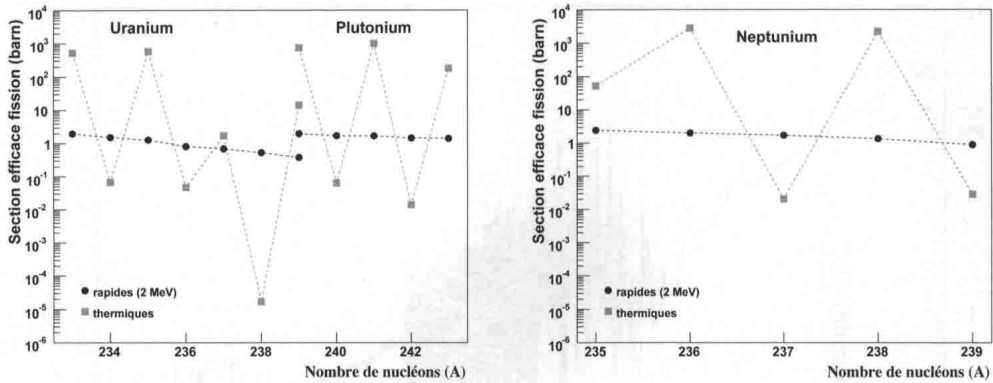


FIG. 7.3 – Section efficace de fission (en barn) en fonction du nombre de nucléons (A) pour les isotopes de l'uranium ($Z = 92$) et du plutonium ($Z = 94$) à gauche et du neptunium ($Z = 93$) à droite. La section efficace de fission pour des neutrons thermiques est présentée avec des points rouges et celle pour des neutrons rapides (2 MeV) avec des carrés noirs. Les valeurs expérimentales sont extraites de [8].

La figure 7.3 présente la section efficace de fission en fonction du nombre de nucléons (A) pour les isotopes de l'uranium ($Z = 92$), du neptunium ($Z = 93$) et du plutonium ($Z = 94$). On constate tout d'abord que la section efficace de fission pour des neutrons rapides (2 MeV) varie peu en fonction de A ou de la parité de Z . On retiendra qu'elle est de l'ordre du barn.

Pour la fission avec des neutrons thermiques, la section efficace est forte (10^2 à 10^3 barn) :

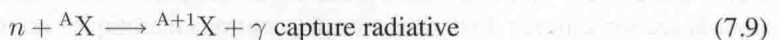
- pour les noyaux de A pair dans les séries isotopiques de Z pair (uranium, plutonium),
- pour les noyaux de A impair dans les séries isotopiques de Z impair (neptunium).

Ce phénomène, observé sur les valeurs expérimentales, est directement lié à l'appariement des nucléons d'une même espèce. Ainsi, les noyaux présentant une grande section efficace de fission pour des neutrons thermiques sont ceux qui ont un nombre impair de neutrons. La capture d'un neutron est alors énergétiquement favorable ce qui permet de fournir l'énergie nécessaire.

7.2.5 Noyaux fissiles et fertiles

Les noyaux **fissiles** sont définis comme ceux susceptibles de fissionner avec un neutron thermique. L'uranium 235 est le seul noyau fissile disponible à l'état naturel, en faible proportion (0, 7 %) dans l'uranium présent sur Terre. Parmi les noyaux fissiles, citons l'uranium 233 ou le plutonium 239 qui peuvent être produits en réacteur nucléaire.

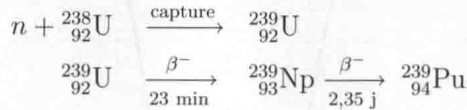
Pour les noyaux ${}^A\text{X}$ qui ne sont pas fissiles, la capture radiative conduit à la production d'un noyau instable qui va donner naissance à une chaîne de désintégrations.



En utilisant l'interprétation du caractère fissile en termes d'appariement (sec. 7.2.4), on en déduit que le noyau ${}^{A+1}\text{X}$, produit lors de la capture, est *a priori* un noyau fissile. Dans ce cas,

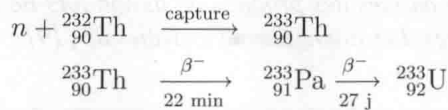
le noyau père est dit **fertile** car il peut être transformé en noyau fissile après irradiation neutronique. Le terme est cependant réservé aux noyaux produisant *in fine* un noyau présentant à la fois une section efficace de fission importante et une période relativement longue.

Ainsi, l'uranium 238 est un noyau fertile car il permet de produire après irradiation et désintégrations β successives du plutonium 239 ($T = 24110$ an), selon



Cette production de plutonium 239 peut être utilisée à des fins civiles (combustible MOX, surgénération) ou militaires (armements nucléaires).

Le thorium 232 est également un noyau fertile potentiellement intéressant pour la production d'énergie. En effet, l'irradiation neutronique du thorium 232 conduit à la production d'uranium 233 dont la section efficace de fission est comparable à celle de l'uranium 235 (cf. fig. 7.3). Sa période est de plus très longue ($\sim 160 \times 10^3$ an). Le mécanisme de production est le suivant



Quelques réacteurs nucléaires, de recherche ou de faible puissance, utilisent le thorium comme combustible, principalement en Inde qui dispose de près du tiers de la réserve mondiale de thorium. En France, des réacteurs au thorium font partie des projets envisagés pour la future génération de réacteurs.

7.3 Caractéristiques de la fission induite

Cette section décrit les caractéristiques de la fission induite, en termes de produits de fission, d'énergie libérée et d'émission de neutrons. On se concentre sur le cas de l'uranium 235 dans le contexte de la filière de réacteurs REP.

7.3.1 Distribution en masse des produits de fission

En règle générale, la fission induite produit deux noyaux fils (produits de fission) et deux à trois neutrons. On peut donner l'exemple suivant :



Il est important de noter que la fission induite de l'uranium 235 (et des autres noyaux lourds) n'est pas unique, mais peut donner toute une série de produits de fission différents, avec différentes probabilités (appelées rendements de fission). La figure 7.4 présente la distribution en masse des produits de fission lors de la fission de l'uranium 235 par un neutron thermique. On constate que fission est en général asymétrique, avec un produit de fission plus lourd que l'autre. On peut retenir que le produit de fission léger est caractérisé par $A \simeq 95$ alors que l'autre a une masse $A \simeq 140$. La fission symétrique, en deux noyaux de même taille, est très peu probable

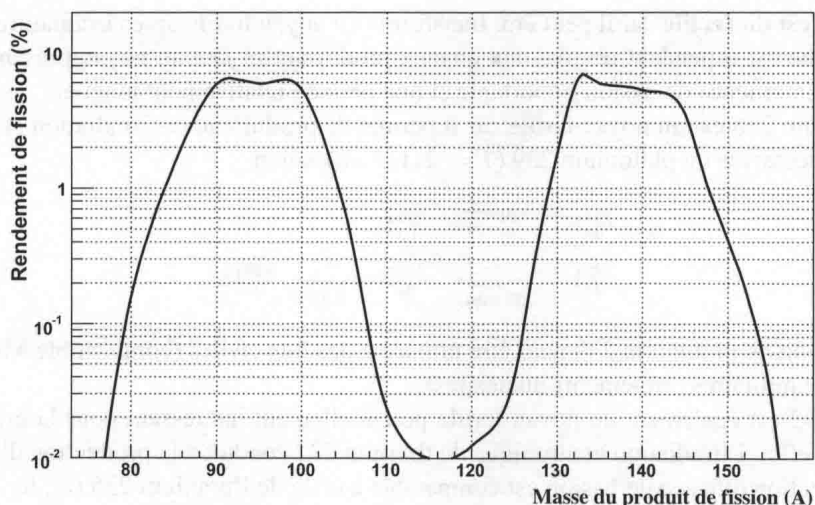


FIG. 7.4 – Distribution des masses des produits de fission lors de la fission de l'uranium 235 avec des neutrons thermiques. Les données sont extraites de [19].

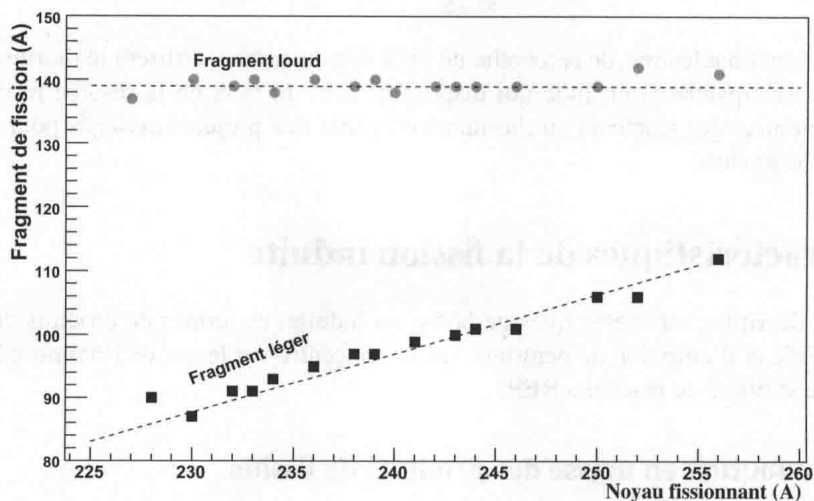


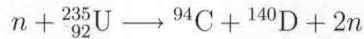
FIG. 7.5 – Valeur moyenne du nombre de nucléons des fragments de fission (lourd et léger) en fonction du nombre de nucléons du noyau fissionnant. Les données sont extraites de [20].

pour la fission de l'uranium 235 avec des neutrons thermiques.

La fission asymétrique trouve une interprétation dans le cadre du modèle en couches. En effet, dans la région $A \simeq 120$, correspondant à la fission symétrique d'un noyau ayant ~ 240 nucléons, on trouve la configuration doublement magique du ${}^{132}_{50}\text{Sn}_{82}$ qui est donc favorisée. En tenant compte de l'excès de neutrons du noyau fissionnant, cela conduit à une valeur de A proche de 140 pour le fragment lourd. En pratique, on observe sur les données expérimentales (cf. fig. 7.5) que le fragment lourd a toujours en moyenne $A \simeq 140$, quelle que soit la masse du noyau fissionnant. Le nombre moyen de nucléons du fragment léger est fixé par la conservation de A . On observe ainsi sur la figure 7.5 une valeur moyenne du nombre de nucléons du fragment léger croissante avec le nombre de nucléons du noyau fissionnant.

7.3.2 Energie libérée lors de la fission

On s'intéresse maintenant à l'énergie libérée lors de la fission induite de l'uranium 235. Typiquement, on a



où les deux produits de fission sont notés génériquement C et D, leur nombre de masse n'étant qu'indicatif des cas les plus probables (cf. fig. 7.4). Le cas considéré pour cet exemple est celui d'une fission avec deux neutrons prompts⁸.

Pour cette réaction nucléaire, le bilan d'énergie de masse est donné par :

$$Q_{\text{fission}} = B(\text{C}) + B(\text{D}) - B({}^{235}_{92}\text{U}) \quad (7.10)$$

En utilisant la figure 1.8 (page 29), on peut estimer la valeur typique de l'énergie de liaison moyenne par nucléon. L'uranium 235 est caractérisé par une énergie de liaison par nucléon d'environ 7,6 MeV/nucléon. Pour $A \simeq 95$, elle vaut $\sim 8,6$ MeV/nucléon, alors que pour $A \simeq 140$, elle diminue légèrement pour atteindre $\sim 8,4$ MeV/nucléon. Ainsi, on peut estimer la valeur typique de l'énergie libérée lors de la fission

$$Q_{\text{fission}} = 140 \times 8,4 + 95 \times 8,6 - 235 \times 7,6 \simeq 200 \text{ MeV} \quad (7.11)$$

La valeur dépend évidemment des noyaux formant l'état final et du nombre de nucléons prompts mais on peut retenir que l'énergie libérée lors de la fission est de l'ordre de 200 MeV. Cette énergie est partagée en énergie cinétique et/ou d'excitation des différents noyaux et particules produits lors de la fission. La fission induite étant un processus à plus de deux corps dans l'état final, l'énergie cinétique de chaque corps n'est donc pas unique. Elle se répartit de manière inégale entre les noyaux et neutrons produits lors de la fission.

On peut faire un bilan des particules émises, ce qui inclut celles produites directement lors de la fission (**émission prompte**) et celles provenant des désintégrations ultérieures des produits de fission (**émission retardée**), cf. fig. 7.6. Les produits de fission emportent la plus grande partie de l'énergie libérée ~ 75 %. Les neutrons prompts, émis au moment de la fission, emportent environ 5 MeV ($\sim 2,5$ %) car il y a $\sim 2,5$ neutrons par fission, chacun ayant une énergie cinétique ~ 2 MeV. L'émission prompte est également caractérisée par des photons γ prompts

⁸Le nombre moyen de neutrons prompts est proche de 2,5 pour ${}^{235}_{92}\text{U}$, cf. tab. 7.4

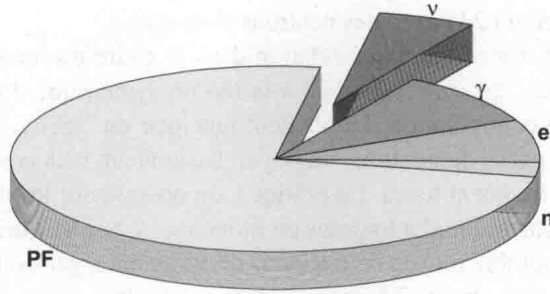


FIG. 7.6 – Répartition de l'énergie libérée lors de la fission entre les produits de fission (PF) et les particules (e, n, γ, ν) promptes et retardées.

(~ 8 MeV). Les désintégrations β successives des produits de fission sont caractérisées par l'émission d'électrons, de photons γ et de neutrinos. Notons que l'énergie emportée par ces différentes particules dépend fortement du produit de fission considéré. La figure 7.6 ne donne donc qu'une information qualitative et moyennée sur les différents produits de fission.

Ces corps vont tous s'arrêter dans le combustible, déposer leur énergie et provoquer l'échauffement de ce dernier. Seule l'énergie emportée par les neutrinos (~ 12 MeV) n'est pas récupérée sous forme de chaleur dans le réacteur, ce qui fait de la réaction nucléaire un processus très efficace du point de vue énergétique.

7.3.3 Émission de neutrons lors de la fission

a) Évaporation de neutrons prompts

Les produits de fission sont des noyaux très riches en neutrons. Il s'agit d'une conséquence du fait que les noyaux lourds stables sont caractérisés par une forte proportion de neutrons (cf. fig. 1.2 page 14). Or, le rapport N/A est conservé lors de la fission car l'interaction faible n'est pas concernée, le phénomène résultant de la compétition entre l'interaction électromagnétique et l'interaction forte.

On peut illustrer cet excès de neutrons sur un exemple. Considérons la fission induite de l'uranium 235 et partageons les neutrons initialement présents au *pro rata* du nombre de protons constituant les produits de fission. On devrait avoir la fission suivante :



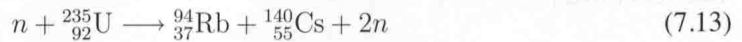
Le rapport N/A vaut $143/235 \simeq 61\%$ pour les noyaux dans la région de l'uranium 235. Cette proportion de neutrons se retrouve ainsi dans les produits de fission alors que pour des noyaux

Noyau	^{233}U	^{235}U	^{239}Pu
$\bar{\nu}$	2,48	2,42	2,86

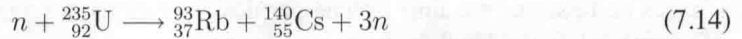
TAB. 7.4 – Valeur moyenne du nombre de neutrons prompts émis lors de la fission par des neutrons thermiques, pour les principaux noyaux fissiles.

de $Z = 37$, le rapport N/A correspondant à la stabilité⁹ vaut 56 % et 58 % pour les noyaux¹⁰ de $Z = 55$. Cela représente donc 7 à 11 de neutrons en excès par rapport à la stabilité. Les produits de fission envisagés dans l'équation (7.12) sont donc très loin de la stabilité. Pour diminuer rapidement le nombre de neutrons, les fragments de fission expulsent de manière quasi-immédiate quelques neutrons, *i.e.* dans un temps extrêmement court après la fission ($\sim 10^{-16}$ s). Ce phénomène est dû au fait que les fragments de fission sont produits dans un état très excité, au-delà de S_n , ce qui rend l'émission de neutron énergétiquement favorable (cf. page 140). L'émission γ est également possible, ce qui justifie les photons γ prompts évoqués précédemment.

En résumé, les neutrons émis lors de la fission sont qualifiés de **neutrons prompts** ou évaporés. Leur énergie est de l'ordre du MeV. La fission induite se fait donc avec émission de quelques neutrons **prompts et rapides** et on a typiquement



ou encore



Le nombre moyen de neutrons prompts émis, noté $\bar{\nu}$, dépend du noyau et de l'énergie du neutron incident. Les valeurs de $\bar{\nu}$ pour des neutrons thermiques sont résumées dans le tableau 7.4.

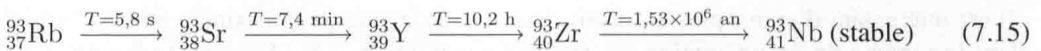
On retiendra les propriétés suivantes pour les neutrons émis lors de la fission :

Neutron prompt

- Énergie : de l'ordre du MeV,
 - Temps caractéristique : de l'ordre de $\sim 10^{-16}$ s,
 - Nombre par fission : $\bar{\nu} = 2$ à 3, cf. tab. 7.4
-

b) Produits de fission émetteurs β^-

Même avec quelques neutrons évaporés lors de la fission, les produits de fission demeurent très riches en neutrons. Ils sont donc instables et émetteurs β^- . Pour illustrer le phénomène, on considère la fission (7.14) qui produit du ${}^{93}_{37}\text{Rb}$, un émetteur β^- ayant une période $T \simeq 6$ s. Il se désintègre vers le ${}^{93}_{38}\text{Sr}$ et forme une série radioactive jusqu'au ${}^{93}_{41}\text{Nb}$ qui est stable :



⁹Le ${}^{85}_{37}\text{Rb}$ est stable.

¹⁰Le ${}^{133}_{55}\text{Cs}$ est stable.

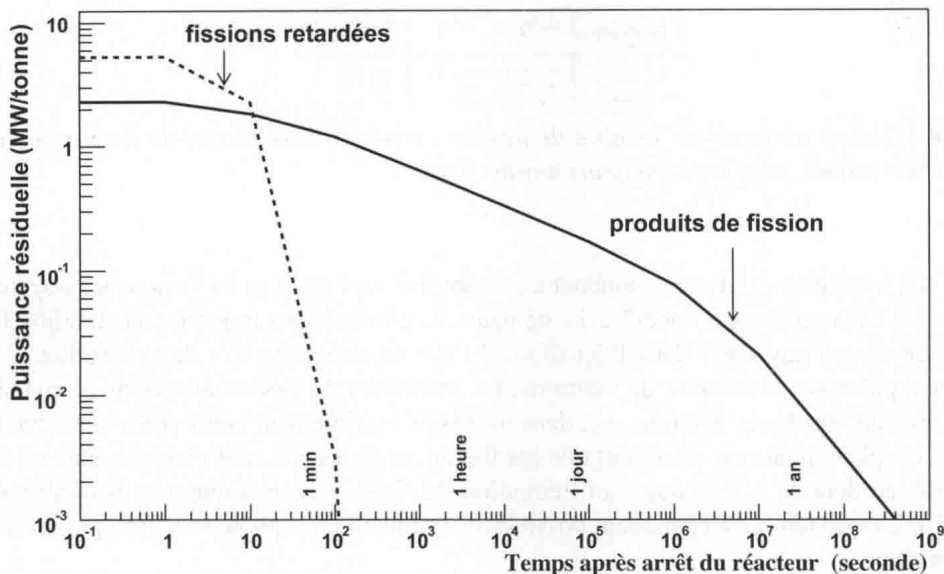


FIG. 7.7 – Puissance résiduelle (MW/tonne) en fonction du temps après l’arrêt du réacteur, pour un combustible UOX enrichi à 3,5 % et pour un taux de combustion de 33 GWj/tonne. Données extraites de [21].

L’excès de neutrons est ainsi évacué par désintégrations β^- successives. L’exercice 1.3 (page 36) propose l’étude détaillée de cette série radioactive.

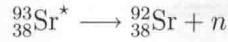
Une conséquence de la production de noyaux instables lors de la fission est l’existence d’une puissance résiduelle non négligeable après l’arrêt du réacteur nucléaire. En effet, lors de leur désintégration ces noyaux émetteurs β^- vont libérer une énergie, dont la valeur dépend de la désintégration considérée (de quelques keV à quelques MeV). Le noyau fils et l’électron sont arrêtés dans le combustible et déposent leur énergie. Seul le neutrino échappe au réacteur. Les constantes de temps peuvent être assez longues en fonction des périodes des noyaux produits. La figure 7.7 présente la puissance résiduelle (MW/tonne) en fonction du temps après l’arrêt du réacteur. On constate que la puissance résiduelle immédiatement après l’arrêt est relativement importante (2,3 MW/tonne), ce qui représente $\sim 6\%$ de la puissance nominale. Cette puissance résiduelle est due presque exclusivement à la décroissance des produits de fission ($\sim 94\%$). Elle est divisée par 10 au bout d’un jour et par 100 au bout d’un an. Elle constitue un paramètre à prendre en compte en termes de sûreté et de radioprotection, en particulier pour des aspects thermiques et radiologiques.

c) Neutrons retardés

Il est intéressant d’entrer plus en détail dans le mécanisme de la désintégration β^- du $^{93}_{37}\text{Rb}$, dont le schéma de désintégration est présenté sur la figure 7.8. On constate que 98,6 % des

désintégrations mènent à l'état fondamental ou à un état excité se désexcitant *in fine* sur le fondamental. On se retrouve bien dans le cas de la série radioactive (7.15).

Cependant, pour 1,4 % des désintégrations l'état nucléaire final est très excité, avec une énergie d'excitation supérieure à l'énergie de séparation neutron ($E^* > S_n$). Pour ces états, la désexcitation s'effectue par un processus consistant à émettre directement un neutron, selon



Lorsque ce phénomène est énergétiquement possible, il est en général dominant sur tous les autres modes de désexcitation/désintégration. Il est dû à la structure nucléaire de ces noyaux (J^π) et aux caractéristiques de la désintégration β (degré d'interdiction). La plupart des noyaux émetteurs β^- n'alimentent pas d'états au-delà de S_n et ne sont donc pas émetteurs (indirects) de neutron.

Au total, 1,4 % des désintégrations du ${}^{93}_{37}\text{Rb}$ conduisent à l'émission d'un neutron. La constante de temps de ces derniers est celle du noyau précurseur (~ 6 s dans ce cas). On parle alors de **neutrons retardés** et leurs caractéristiques sont très différentes de celle des neutrons prompts. En particulier, il s'agit de neutrons plus lents, avec une énergie cinétique de l'ordre de 400 keV. On retiendra les propriétés suivantes pour les neutrons retardés :

Neutron retardé

- Énergie : de l'ordre de 400 keV,
 - Temps caractéristique : de l'ordre de la seconde,
 - Nombre par noyau précurseur : de l'ordre du %.
-

L'exercice 5.5 (page 130) propose l'étude détaillée du mécanisme de production de neutrons retardés du ${}^{93}_{37}\text{Rb}$, et en particulier son interprétation en termes de mécanisme de la désintégration β . Sur la figure 7.7, on constate que pour des temps très courts, la puissance résiduelle est dominée par les fissions retardées générées par ces neutrons. Cela illustre bien la notion de décalage en temps pour cette population de neutrons.

Il existe une grande variété de noyaux précurseurs (par exemple ${}^{87,88,89}\text{Br}$, ${}^{93,94}\text{Rb}$ ou ${}^{137\text{ à }140}\text{I}$), caractérisés par leur période, leur fraction de neutrons retardés et l'énergie de ces derniers. Au total, pour l' ${}^{235}\text{U}$ la fraction de neutrons retardés¹¹ est $\beta = 0,64$ % avec un temps caractéristique moyen $t_r = 12,5$ s et une énergie moyenne ~ 400 keV.

Les neutrons retardés jouent un rôle décisif pour le contrôle du réacteur nucléaire. En effet, sans neutrons retardés, la cinétique du réacteur est gouvernée par le temps de génération prompt t_p , définie comme le temps nécessaire pour qu'un neutron prompt génère une nouvelle fission. Pour un REP, sa valeur est $t_p \sim 100$ μs . La prise en compte des neutrons retardés revient à évaluer un temps de génération effective t_{eff} défini comme la moyenne pondérée des temps caractéristiques des deux populations de neutrons.

$$t_{eff} = (1 - \beta)t_p + \beta(t_p + t_r) \simeq \beta t_r \simeq 80 \text{ ms} \quad (7.16)$$

¹¹Il y a β neutrons retardés et $1 - \beta$ prompts.

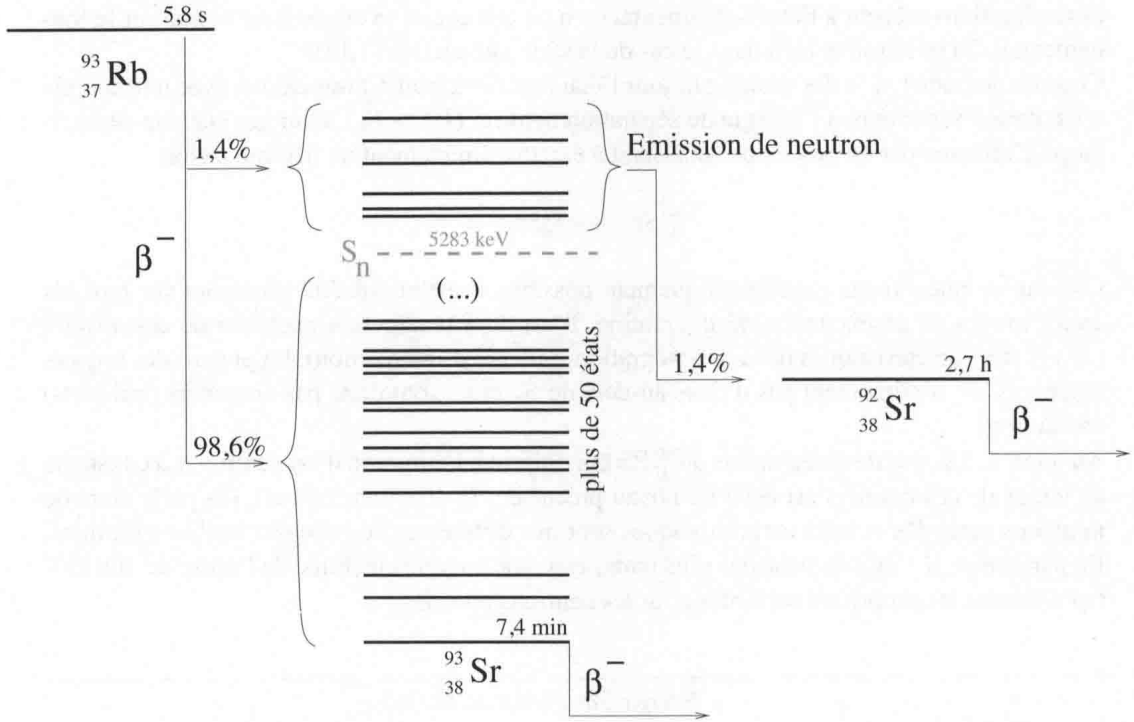


FIG. 7.8 – Schéma de désintégration du $^{93}_{37}\text{Rb}$ indiquant le mécanisme de production de neutron retardé.

Ainsi, le temps de génération effective est 800 fois plus long que le temps de génération prompt, ce qui rend la réaction en chaîne contrôlable par des systèmes mécaniques. En effet, si k est le facteur de multiplication des neutrons d'une génération à l'autre, cela signifie que la population neutronique est multipliée par k pendant t_{eff} . Pour un réacteur légèrement surcritique, *i.e.* ayant un léger excès de neutrons, par exemple $k = 1,001$, le nombre de neutrons augmente de 1,2 % par seconde. Si on utilise, la valeur de $t_p = 100 \mu s$, on trouve que le nombre de neutrons (et donc la puissance du réacteur) augmente de 2×10^6 % en une seconde.

Exercices du chapitre 7

Exercice 7.1 : Isotopes fissiles du plutonium

Tout comme l'uranium, le plutonium présente des isotopes fissiles, *i.e.* susceptibles de fissionner avec des neutrons thermiques.

Le tableau 7.5 présente les propriétés des principaux isotopes du plutonium.

Noyau fissionnant	${}^{239}_{94}\text{Pu}$	${}^{240}_{94}\text{Pu}$	${}^{241}_{94}\text{Pu}$	${}^{242}_{94}\text{Pu}$
E_a (MeV)	6,0	6,3	6,0	6,2
σ_{th} (barn)	742	0,08	1010	0,2

TAB. 7.5 – Section efficace de fission pour des neutrons thermiques pour les isotopes du plutonium et énergie d'activation (du noyau composé $A+1X$).

1) Lors de la capture exoénergétique d'un neutron thermique la réaction qui a lieu est :



a) Pour un neutron thermique $T_n \simeq 0,025$ eV, montrer que le noyau fils $A+1X$ est nécessairement créé dans un état excité (E^*).

b) Exprimer l'énergie d'excitation E^* en fonction des énergies de liaison des noyaux considérés.

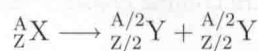
2) Pour les isotopes du plutonium présentés dans le tableau 7.5, calculer l'énergie d'excitation à partir de la formule semi-empirique (cf. page 40).

3)a) Conclure sur le caractère fissile des différents isotopes du plutonium.

b) Quel est le rôle joué par le terme d'appariement δ et la parité de A ?

Exercice 7.2 : Contributions antagonistes à la fission

On s'intéresse à la fission *symétrique* d'un noyau lourd :



Il s'agit d'un cas de figure très improbable (cf. figure 7.4) mais qui permet néanmoins de comprendre le mécanisme de la fission.

1) En utilisant la formule semi-empirique, exprimer Q pour la fission symétrique. On négligera le terme d'appariement.

2) Montrer qu'il existe deux contributions antagonistes à la fission.

3) En supposant que, au premier ordre $Z \simeq A/2$, vérifier qu'en dessous d'une certaine valeur de A la fission n'est plus exo-énergétique, donner une estimation de cette valeur de A .

Exercice 7.3 : Production d'uranium 233 dans les réacteurs au thorium

Le thorium 232 ($^{232}_{90}\text{Th}$) fait partie des noyaux fertiles envisagés comme combustible nucléaire. Lors de la capture d'un neutron, il ne fissionne pas mais se transforme en un noyau plus lourd ($^{233}_{90}\text{Th}$) qui après désintégrations β successives donne le $^{233}_{92}\text{U}$ qui est fissile.

Par ailleurs, les noyaux $^{232}_{90}\text{Th}$, $^{233}_{91}\text{Pa}$ et $^{233}_{92}\text{U}$ présentent la propriété de capturer un neutron thermique. On parle de capture stérile et on note σ^C la section efficace correspondante. Seul $^{233}_{92}\text{U}$ est fissile et on note σ^F sa section efficace de fission en thermiques. Le tableau 7.6 résume les propriétés des différents noyaux.

Noyau	T	σ^F (barn)	σ^C (barn)
$^{232}_{90}\text{Th}$	14×10^9 an	0	1,4
$^{233}_{90}\text{Th}$	22 min	0	négligeable
$^{233}_{91}\text{Pa}$	27 jour	0	43
$^{233}_{92}\text{U}$	$1,6 \times 10^6$ an	50	6

TAB. 7.6 – Périodes et sections efficaces de capture de neutron thermique. On distingue la capture stérile σ^C et la capture menant à une fission σ^F .

En première approximation, on considère un combustible composé de ThO_2 avec une masse volumique $\rho = 9,85 \text{ gcm}^{-3}$. Initialement, il est supposé pur en thorium, *i.e.* exempt de traces de protactinium et d'uranium. La densité de flux de neutrons thermiques est supposée constante et on prendra la valeur $\varphi = 3 \times 10^{13} \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1}$.

On notera les quantités relatives au $^{232}_{90}\text{Th}$, $^{233}_{91}\text{Pa}$ et $^{233}_{92}\text{U}$ respectivement avec un indice T, P et U. Étant donnée la valeur de la période du thorium 233, tout se passe comme si le protactinium 233 était produit directement par la capture. On fera cette approximation dans la suite.

Partie I : Fonctionnement du réacteur

1) Le thorium 232 ($^{232}_{90}\text{Th}$) pendant le fonctionnement du réacteur

- a) Calculer le nombre initial (N_0) d'atomes de thorium par unité de volume.
- b) Montrer que N_0 peut être considéré comme constant sur une échelle de temps de l'ordre de l'année.

2) Le protactinium 233 ($^{233}_{91}\text{Pa}$) pendant le fonctionnement du réacteur

- a) Donner la variation infinitésimale du nombre de noyaux (par unité de volume) de $^{233}_{91}\text{Pa}$ (notée dN_P) pendant un intervalle de temps dt .
- b) Résoudre cette équation différentielle et trouver l'expression littérale $N_P(t)$.
- c) Calculer le nombre de noyaux de protactinium 233 (par unité de volume) au bout d'un an de fonctionnement. On le notera N_P^{eq} .

3) L'uranium 233 ($^{233}_{92}\text{U}$) pendant le fonctionnement du réacteur

- a) Donner la variation infinitésimale du nombre de noyaux (par unité de volume) de $^{233}_{92}\text{U}$ (notée dN_U) pendant un intervalle de temps dt .

- b) Résoudre cette équation différentielle et trouver l'expression littérale $N_U(t)$.
- c) Calculer le nombre de noyaux d'uranium 233 (par unité de volume) au bout d'un an de fonctionnement. On le notera N_U^{eq}

Partie II : Arrêt du réacteur

Après un an de fonctionnement, on arrête brusquement le réacteur. Dans la suite, on considère l'instant d'arrêt du réacteur comme la nouvelle origine des temps $t = 0$.

- 4)a) Quelles sont les équations différentielles auxquelles obéissent $N_P(t)$ et $N_U(t)$ à partir de cet instant ?
- b) Trouver les expressions littérales $N_P(t)$ et $N_U(t)$.
- c) Pour un temps suffisamment long, quelle est, en %, l'augmentation de la concentration en uranium 233 ?

Énergie nucléaire

Ce chapitre constitue une introduction à la thématique de la production d'énergie par les réacteurs de fission. On s'intéresse en particulier aux choix technologiques (sec. 8.1) définissant les différentes filières de réacteurs (sec. 8.2). Un accent particulier est mis sur les REP (Réacteurs à Eau Pressurisée) qui constituent actuellement la majorité du parc électronucléaire mondial et la totalité en France et en Belgique. On présente finalement (sec. 8.3) le cycle du combustible des réacteurs REP, c'est-à-dire l'ensemble des processus industriels depuis la mine jusqu'à la gestion des déchets nucléaires.

8.1 Choix technologiques

La production d'énergie dans une centrale nucléaire repose sur l'utilisation de l'énergie libérée lors de la fission (~ 200 MeV/fission) dans le cœur du réacteur. Ce dernier renferme le **combustible** nucléaire pour lequel la question principale est l'enrichissement (proportion d'uranium 235) et éventuellement l'adjonction de $^{239}_{94}\text{Pu}$ (combustible MOX). Le cœur du réacteur est couplé à la partie conventionnelle de la centrale via le circuit primaire qui permet au caloporteur de transporter la chaleur. Le fonctionnement de la partie production d'électricité de la centrale nucléaire n'est pas différent de celui des centrales thermiques utilisant un combustible fossile (pétrole, charbon, ...). Il n'est pas traité dans cet ouvrage.

Une filière de réacteurs nucléaires est définie par le choix de quatre éléments : le spectre neutronique (sec. 8.1.1), le combustible (sec. 8.1.2), le modérateur (sec. 8.1.3) et le caloporteur (sec. 8.1.4).

8.1.1 Choix du spectre neutronique

Le terme spectre neutronique fait référence à l'énergie cinétique des neutrons utilisés pour la fission. Le spectre neutronique est dit **thermique** lorsque les neutrons ont été ralentis jusqu'à

une énergie correspondant à l'agitation thermique (~ 25 meV). Le choix d'un spectre thermique permet de profiter de la grande section efficace de fission de l'uranium 235 à cette énergie (584 barn). L'inconvénient est qu'il faut ralentir les neutrons issus de la fission dont l'énergie typique est de l'ordre du MeV, ce qui requiert l'utilisation d'un **modérateur**.

L'alternative est l'utilisation d'un spectre neutronique **rapide**, *i.e.* des neutrons ayant conservé l'énergie à laquelle ils ont été produits par fission (~ 2 MeV). Ce choix permet de s'affranchir du modérateur au prix de sections efficaces de fission beaucoup plus faibles dans cette gamme d'énergie, cf. fig. 7.2 page 157.

Les réacteurs thermiques, *i.e.* utilisant un spectre neutronique thermique, constituent la quasi totalité du parc électronucléaire mondial. Les réacteurs à neutrons rapides (RNR, cf. sec. 8.2.4) sont étudiés pour la future génération de réacteurs dans le cadre du forum¹ Génération IV.

8.1.2 Choix du combustible

Le choix d'un spectre de neutrons thermiques (~ 25 meV) nécessite d'utiliser comme combustible un noyau susceptible de fissionner avec des neutrons de cette énergie. À l'état naturel, seul l'uranium 235 présente cette propriété (il est dit fissile). Sa fraction isotopique dans l'uranium naturel est cependant très faible (0,71 %). Une possibilité consiste à enrichir le combustible en augmentant la proportion de noyaux d'²³⁵U. On définit donc l'enrichissement x comme

$$x = \frac{N_{235}}{N_{235} + N_{238}} \quad (8.1)$$

L'uranium naturel est caractérisé par $x = 0,71$ %, alors que le combustible des REP est enrichi à des valeurs typiques de 3 % à 5 % selon les réacteurs. L'uranium dit de qualité militaire, utilisable pour l'armement nucléaire, est enrichi à hauteur de 80 à 90 %.

La section efficace de fission n'est cependant pas le seul paramètre à prendre en compte car la capture stérile de neutrons joue un rôle important dans le bilan neutronique. La qualité d'un combustible nucléaire se mesure en évaluant le facteur de reproduction η , défini comme le nombre de neutrons produits par neutron absorbé dans le combustible. Il dépend de $\bar{\nu}$, le nombre moyen de neutrons émis par fission, des sections efficaces de capture σ^c et de fission σ^f des deux isotopes de l'uranium et de l'enrichissement x . Pour un combustible UO₂ enrichi en ²³⁵U, il est donné par

$$\eta = \bar{\nu} \times \frac{x\sigma_{235}^f}{x(\sigma_{235}^f + \sigma_{235}^c) + (1-x)\sigma_{238}^c}$$

On constate sur la figure 8.1 que le facteur de reproduction η évolue rapidement avec l'enrichissement. Même un faible enrichissement (3 %), permet d'améliorer sensiblement le bilan neutronique par rapport à l'uranium naturel. Pour ce dernier, la valeur de η est tout juste supérieure à 1. L'utilisation de l'uranium naturel comme combustible va donc nécessiter de limiter au maximum les pertes neutroniques, par exemple dans le modérateur.

8.1.3 Choix du modérateur

Le rôle du modérateur est de ralentir les neutrons rapides produits lors de la fission jusqu'à une énergie dite thermique (25 meV). Il faut donc disposer dans le réacteur d'un élément qui

¹ <https://www.gen-4.org/>

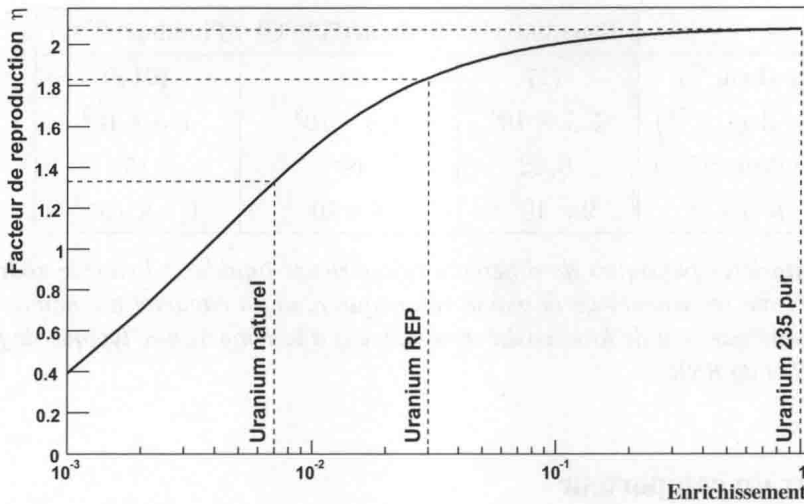


FIG. 8.1 – Facteur de reproduction η en fonction de l'enrichissement du combustible en ^{235}U , calculé à partir de (8.1), avec $\bar{\nu} = 2,42$.

permette la diffusion élastique des neutrons. La physique du modérateur a été présentée dans le chapitre 3. Les processus principaux sont la diffusion élastique (page 83) et la capture (page 85). On reprend ici les conclusions principales de cette étude.

Le meilleur choix du point de vue de la diffusion élastique est une cible légère (cf. fig. 3.4). En effet, le nombre moyen de diffusions pour thermaliser des neutrons, *i.e.* les ralentir de 2 MeV à 25 meV est 18 pour ^1H , 25 pour ^2H et 112 pour le ^{12}C . L'eau légère H_2O est donc, selon ce critère, un meilleur modérateur que l'eau lourde (D_2O) et que le graphite.

Cependant, la capture de neutrons est un phénomène à prendre en compte car il grève le bilan neutronique. Comme présenté page 85, la capture d'un neutron thermique est environ 1000 fois plus probable pour un noyau ^1H que pour un noyau ^2H . Le carbone naturel (composé à 99 % de ^{12}C) présente une section efficace de capture de neutron thermique 100 fois plus faible que le ^1H . Du point de vue de la capture neutronique, l'eau légère (H_2O) est donc très défavorisée par rapport à l'eau lourde (D_2O) et au graphite.

Le choix du modérateur est lié à celui du combustible. En effet, l'uranium naturel est caractérisé par un facteur η proche de 1. Au sein même du combustible, le bilan neutronique est donc tout juste suffisant pour entretenir une réaction en chaîne. Il faut de plus y ajouter les fuites (qui dépendent de la géométrie du réacteur) et les captures dans le modérateur. Dans ce cadre, les seuls modérateurs envisageables pour un combustible composé d'uranium naturel sont l'eau lourde et le graphite. Ce choix permet de s'affranchir du processus d'enrichissement qui est particulièrement coûteux et difficile d'un point de vue technique. A l'inverse, un enrichissement même faible ($\sim 3\%$), permet d'augmenter sensiblement la valeur de η (fig. 8.1), ce qui ouvre la possibilité d'utiliser l'eau légère comme modérateur.

	Eau (300 °C)	Sodium (700 °C)	Plomb (700 °C)
ρ (kgm ⁻³)	717	780	10140
C (Jkg ⁻¹ K ⁻¹)	$5,7 \times 10^3$	$1,3 \times 10^3$	$1,5 \times 10^2$
λ (Wm ⁻¹ K ⁻¹)	0,52	60	15
μ (Pa.s)	9×10^{-5}	$1,8 \times 10^{-4}$	$1,4 \times 10^{-3}$

TAB. 8.1 – Propriétés physiques de différents caloporteurs liquides : l'eau, le sodium et le plomb. On présente les valeurs de la masse volumique ρ , de la capacité thermique C , de la conductivité thermique λ et de la viscosité dynamique μ à la température typique de fonctionnement du REP et du RNR.

8.1.4 Choix du caloporteur

Le rôle du caloporteur est d'évacuer la puissance thermique générée à l'intérieur du crayon de combustible. Il est choisi principalement sur des critères liés à ses propriétés relatives au transfert thermique, mais aussi à des aspects de neutronique. Il s'agit d'un fluide (liquide ou gaz) qui circule dans le circuit primaire, en général au contact direct du crayon de combustible. Le contact thermique avec le combustible lui-même se fait par conduction à travers la gaine.

Le caloporteur assure le transfert thermique par deux processus : la conduction et la convection. *In fine*, le paramètre qui gouverne le transfert thermique du caloporteur est le coefficient de transfert conducto-convectif (h). Il indique la puissance thermique évacuée par unité de surface et de température. Il tient compte de la conductivité thermique (λ), de la viscosité (μ) mais aussi de la géométrie de l'écoulement (par exemple la surface d'écoulement entre les crayons de combustible). Ainsi, la qualité du transfert thermique ne dépend pas que du fluide choisi mais également de la configuration géométrique et donc du réacteur considéré.

En situation normale, l'écoulement est forcé par des pompes imposant un débit de caloporteur très important (dans un REP : de l'ordre de 18×10^3 kg/s, soit ~ 26 m³/s). En cas d'incident, une mauvaise évacuation de la chaleur générée dans le crayon de combustible peut conduire à son échauffement. Cette augmentation de la température entraîne une dégradation du combustible pouvant induire une rupture de la gaine et donc de la première barrière de confinement. Cela peut notamment se produire en cas de dénoyage du cœur suite à une perte ou une vaporisation de l'eau du circuit primaire. Le combustible n'est alors plus immergé et le transfert thermique se fait au contact de l'air dont la conductivité est ~ 20 fois plus faible que celle de l'eau liquide. Si de plus la convection n'est plus forcée (avarie des pompes), l'évacuation de la chaleur devient difficile ce qui peut mener à un accident de fusion du cœur.

L'eau est choisie comme caloporteur pour de nombreuses filières de réacteurs, en raison de son coût et de ses propriétés thermiques (très bonne conductivité et très faible viscosité). Dans le cas des REP, le même fluide joue le rôle de modérateur et de caloporteur.

Dans le cas des RNR, on souhaite éviter les propriétés de modération et de capture de l'eau qui ne constitue donc pas un bon caloporteur dans ce cas. Le sodium liquide est un excellent conducteur thermique (λ grand) qui présente d'excellentes qualités neutroniques (peu de cap-

Filière	Combustible	Modérateur	Caloporteur
REP	uranium enrichi (~ 3 %)	H ₂ O	H ₂ O
CANDU	uranium naturel	D ₂ O	D ₂ O
UNGG	uranium naturel	graphite	CO ₂
RNR	uranium/plutonium		sodium

TAB. 8.2 – Principales filières de réacteurs nucléaires.

tures et de modération). De plus, sa viscosité est proche de celle de l'eau, ce qui en fait un excellent caloporteur. L'inconvénient principal du sodium liquide est son caractère explosif à l'eau et inflammable à l'air.

Il est également possible d'utiliser du plomb liquide comme caloporteur, ce qui permet de s'affranchir de ce problème. Par contre, le plomb liquide présente des propriétés assez médiocres du point de vue transfert thermique ($\lambda_{Pb} < \lambda_{Na}$). Il est de plus beaucoup plus visqueux que le sodium liquide (facteur 10), ce qui en fait un moins bon caloporteur. Ajoutons que sa température de fusion est assez élevée, ce qui est problématique en cas d'accident (bouchage d'un circuit).

Le tableau 8.1 résume les propriétés physiques de ces trois caloporteurs.

8.2 Filières de réacteurs

Comme nous l'avons vu, une filière de réacteurs nucléaires est définie par le choix du spectre neutronique, du combustible, du modérateur et du caloporteur. Peu de combinaisons se sont avérées intéressantes à la fois du point de vue de la sûreté nucléaire, de la fiabilité et de la rentabilité économique. Dans la suite, on détaille certaines filières (tab. 8.2) ayant fait l'objet d'une exploitation commerciale, sans viser l'exhaustivité mais en essayant d'illustrer les différences principales par rapport à la filière REP.

8.2.1 REP

La filière des réacteurs REP (Réacteurs à Eau Pressurisée) constitue actuellement la totalité du parc électronucléaire français (58 réacteurs en fonctionnement) et belge (7 réacteurs en fonctionnement dans 2 centrales). Le premier réacteur REP construit en Europe est le réacteur BR-3 à Mol en Belgique (1962). Ce réacteur de faible puissance (11 MWe) a été arrêté en 1987 et désigné projet-pilote pour le démantèlement des REP par la commission européenne. En France, la filière REP a été développée sous licence américaine (Westinghouse) à la suite de l'abandon de la filière UNGG (sec. 8.2.3). Le premier réacteur REP français est Chooz A (310 MWe), arrêté en 1991, actuellement en démantèlement. Le parc français comporte trois paliers, correspondant à des évolutions successives de la génération II de réacteurs : le palier 900 MWe (34 réacteurs), le palier 1300 MWe (20 réacteurs) et le palier 1450 MWe (2 réacteurs). Les réacteurs EPR, en construction à Flamanville en France, à Olkiluoto en Finlande ou à Taishan en Chine, constituent la génération dite III correspondant à une évolution de la génération II, en termes de

sûreté principalement.

Les réacteurs REP utilisent comme combustible de l'uranium enrichi à environ 3 %. La valeur élevée du facteur de reproduction η permet d'utiliser l'eau légère (H_2O) comme caloporteur. Le même circuit d'eau fait office de modérateur et de caloporteur. Il s'agit du circuit primaire, la centrale en comportant trois au total.

Le cœur du réacteur est composé d'assemblages comportant des crayons dans lesquels sont empilées les pastilles cylindriques de combustible composées de ~ 8 g de dioxyde d'uranium UO_2 et éventuellement de MOX (Mixed Oxyde, *i.e.* un mélange d' UO_2 et de PuO_2) pour les réacteurs susceptibles d'utiliser ce combustible. Chaque crayon comporte une gaine métallique en zircaloy (un alliage de zirconium) qui doit assurer l'étanchéité de ce dernier. Elle constitue la première des trois barrières de confinement. Le matériau constitutif de la gaine est choisi à la fois pour ses propriétés physiques (résistance à la corrosion et aux hautes températures), neutroniques (transparence) et thermiques (excellent conducteur). L'assemblage constitue un réseau carré de pas $e = 12,6$ mm (cf. fig. 8.2) qui permet d'optimiser le contact thermique entre le crayon et le fluide caloporteur circulant dans le cœur. Un cœur de REP 1450 MWe comporte 205 assemblages, chacun contenant 264 crayons, ce qui correspond à une masse de 110 tonnes d'uranium.

Le circuit primaire est constitué d'eau légère maintenue sous une pression élevée (~ 155 bar), ce qui permet de demeurer en phase liquide jusqu'à une température élevée (environ $310^\circ C$). Cette caractéristique donne son nom à cette filière de réacteurs. Trois à quatre pompes permettent d'assurer un débit d'eau important (18×10^3 kg/s) qui permet de maximiser le transfert thermique par convection forcée. Le circuit primaire est en contact thermique avec le circuit secondaire au niveau des générateurs de vapeur. L'eau du circuit secondaire est vaporisée dans le générateur de vapeur puis utilisée pour faire tourner une turbine qui entraîne un turbo-alternateur utilisé pour produire de l'électricité. Cette vapeur d'eau redevient liquide dans le condenseur grâce au contact thermique avec l'eau froide du circuit tertiaire (de refroidissement) qui constitue la source froide de ce cycle thermodynamique. L'eau de ce dernier circuit est rejetée directement à la source (fleuve ou mer) ou refroidie grâce à des tours aéroréfrigérantes. Notons que ces dernières constituent pour le grand public l'image typique de la centrale nucléaire, alors que certaines n'en sont pas équipées (lorsque le débit d'eau du fleuve est suffisant) et que des centrales thermiques à combustible conventionnel en possèdent également, pour les mêmes raisons.

Le combustible des REP demeure environ quatre ans dans le cœur du réacteur. Pendant cette période, la composition du combustible évolue². En particulier, la proportion d'uranium 235 diminue (suite aux fissions et captures) et de nombreux produits de fission apparaissent, dont certains sont des poisons neutroniques notoires³. Les assemblages combustibles doivent donc être changés régulièrement. Pour un REP, l'opération s'effectue tous les 12 à 18 mois, lors d'arrêts programmés du réacteur. Il s'agit d'un renouvellement par tiers et le combustible demeure donc environ quatre ans dans le réacteur, cf. page 187

²cf. exercice 8.1.

³cf. exercice 3.7.

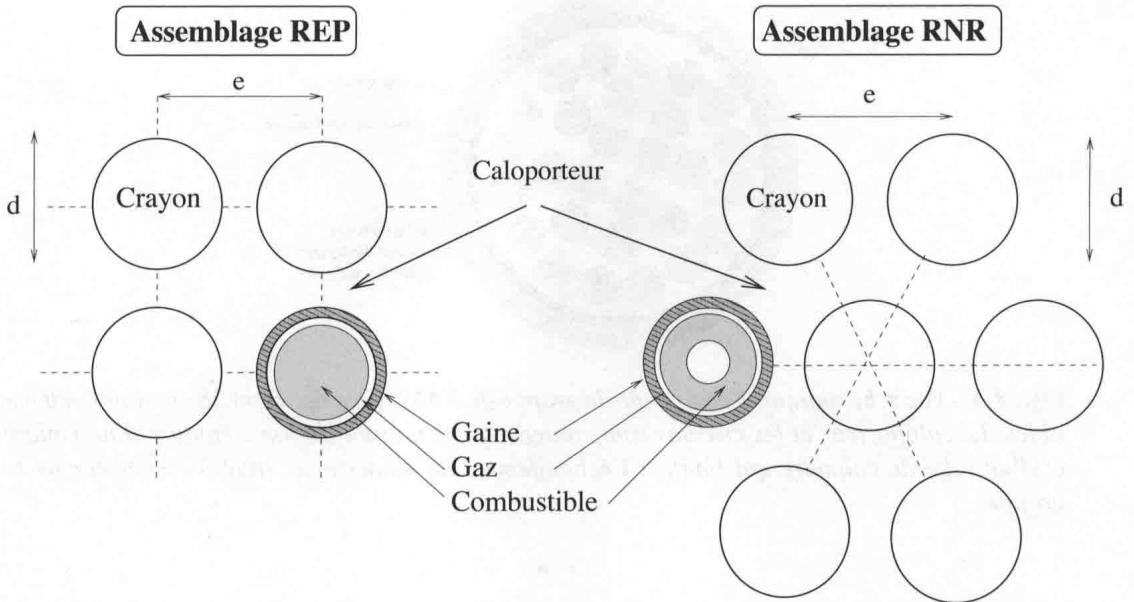


FIG. 8.2 – Réseau de l'assemblage des réacteurs de type REP (à gauche) et RNR (à droite). Pour le REP, le réseau est carré avec un pas typique $e = 12,6$ mm et un diamètre externe de crayon $d = 9,5$ mm. Pour un RNR (cas de Superphénix), le réseau est hexagonal avec un pas typique $e = 9,8$ mm et un diamètre de crayon $d = 9,5$ mm. On présente également la structure d'un crayon de combustible contenant un cylindre (UO₂), une zone interstitielle initialement emplie d'hélium sous pression (cf. page 186) et une gaine en zircaloy ou en acier. Le cylindre de combustible peut être évidé ce qui limite l'échauffement au centre.

8.2.2 CANDU

La particularité de la filière CANDU (Canada Deuterium-uranium) développée au Canada est l'utilisation de l'uranium naturel comme combustible. Cela est rendu possible par le choix de l'eau lourde D₂O comme modérateur. Son bilan neutronique favorable (peu de captures) permet en effet de compenser le faible facteur de reproduction η de l'uranium naturel. Cependant, le deutérium est également caractérisé par un pouvoir modérateur plus faible que l'hydrogène (cf. fig. 3.4). La modération est donc moins efficace, ce qui nécessite de disposer d'un grand volume de modérateur. Ainsi, le cœur d'un réacteur CANDU est-il nettement plus volumineux que celui d'un REP (modéré à l'eau légère). Une conséquence de la taille du cœur du CANDU est la difficulté à maintenir une pression élevée dans une cuve de grande dimension. La pression dans le circuit primaire d'un CANDU est ainsi maintenue à ~ 100 bar contre ~ 150 bar dans un REP. Le problème est résolu en disposant de tubes de force contenant le combustible et le caloporteur. Comme on peut le constater sur la figure 8.3, le modérateur et le caloporteur se trouvent ainsi séparés, physiquement par le tube de force et thermiquement par un isolant et un tube de calandre. Le modérateur n'est donc pas nécessairement de même nature que le caloporteur, même si le choix de ce dernier doit également respecter les contraintes neutroniques.

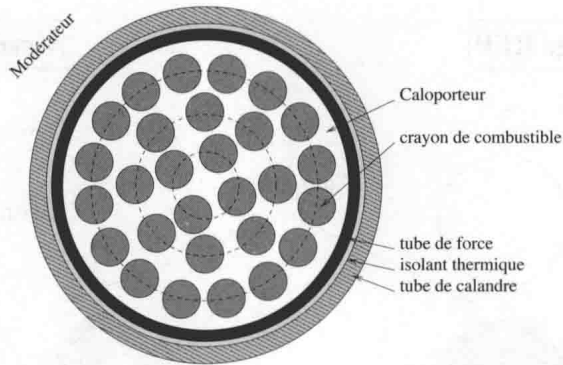


FIG. 8.3 – Vue schématique d’une coupe de grappe de CANDU comportant 28 crayons combustibles. Le caloporteur et les crayons sont contenus dans un tube de force entouré d’un isolant et d’un tube de calandre qui limitent l’échauffement du modérateur situé à l’extérieur de la grappe.

L’utilisation de l’uranium naturel implique une gestion du combustible différente de celle des réacteurs à uranium enrichi. En effet, il est nécessaire de recharger très régulièrement le cœur en combustible car la densité de matière fissile tombe rapidement en dessous de la valeur limite. En pratique cela nécessite des opérations de chargement/déchargement en ligne, *i.e.* tout au long du cycle de fonctionnement. Une machine de rechargement permet de retirer les éléments combustibles à une extrémité de la grappe et de les remplacer à l’autre extrémité. L’étanchéité du couplage réacteur/machine de rechargement est un élément important de la sûreté de ces réacteurs.

La filière CANDU présente l’avantage de s’affranchir de l’étape de l’enrichissement dans le cycle du combustible dont le coût est important. *A contrario*, les inconvénients principaux sont le coût de l’eau lourde et la nécessité de recharger le combustible en ligne. Le Canada dispose de 18 réacteurs CANDU en fonctionnement. Une dizaine d’autres sont en fonctionnement dans d’autres pays (Inde, Roumanie, Chine, Corée du Sud, ...).

8.2.3 UNGG

Les réacteurs UNGG (Uranium Naturel Graphite Gaz) constituent la première génération de réacteurs développée en France, dans le but de produire du plutonium à des fins militaires dans un premier temps, puis pour la production d’électricité. Neuf réacteurs français ont été construits, trois à but militaire (G1, G2 et G3 au CEA Marcoule) et six exploités par EDF dans les centrales de Chinon, de Saint-Laurent des Eaux et de Bugey. Cette filière a été abandonnée en 1969 au profit de la filière REP développée sous licence américaine. Le dernier réacteur UNGG français a été arrêté en 1992.

Les réacteurs UNGG utilisent de l’uranium naturel sous forme métallique, à la différence des CANDU qui utilisent du dioxyde d’uranium UO_2 . Le modérateur est du graphite, ce qui permet de profiter des propriétés du carbone 12 comme modérateur (peu de captures mais diffusion élastique peu efficace). Le carbone 12 ayant un pouvoir modérateur encore plus faible que le

deutérium (cf. fig. 3.4), le volume de modérateur des UNGG est encore plus important que celui des CANDU. L'utilisation de l'uranium naturel comme combustible nécessite tout comme pour les CANDU, un rechargement en ligne.

Deux accidents majeurs, classés 4 sur l'échelle INES⁴, ont eu lieu en France. Il s'agit d'une fusion partielle du cœur à la centrale de Saint Laurent des Eaux en 1969 et 1980. Le plus ancien des deux, survenu lors d'une opération de chargement, et à l'origine de l'abandon de la filière UNGG. Tous les réacteurs français de la filière UNGG sont actuellement en démantèlement.

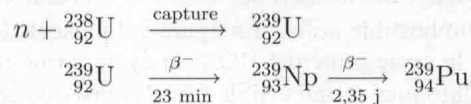
8.2.4 RNR

Cette filière de réacteurs est envisagée pour la quatrième génération de réacteurs nucléaires. En France, elle a été développée dans les années 1970 à 1990, avec la mise en service de Phénix en 1973 et de Superphénix en 1986. Ces deux réacteurs ont été définitivement arrêtés respectivement en 2010 et en 1998.

La caractéristique principale est l'utilisation d'un spectre de neutrons rapides ce qui explique l'absence de modérateur. Le caloporteur choisi pour Phénix/Superphénix est le sodium liquide qui présente d'excellentes propriétés (cf. sec. 8.1.4) du point de vue du transfert thermique et de la neutronique. L'inconvénient principal du sodium liquide est lié à des impératifs de sûreté car il est explosif à l'eau et inflammable à l'air. Il est donc indispensable d'assurer une étanchéité absolue du circuit primaire et de gérer un éventuel contact avec l'eau du circuit de la centrale. A cette fin, les RNR au sodium liquide disposent de quatre circuits, au lieu de trois pour un REP. Un circuit secondaire de sodium liquide est interposé entre le circuit primaire (sodium liquide en contact avec le cœur) et le circuit tertiaire (eau-vapeur). Le but est d'éviter qu'à la suite d'une éventuelle défaillance, un accident sodium, résultant d'une interaction sodium-eau, ne dégénère en accident nucléaire. Les éventuels accidents chimique et radiologique sont ainsi géographiquement séparés.

Comme présenté sur la figure 8.2, l'assemblage de Superphénix présente un réseau hexagonal de pas $e = 9,8$ mm. Le crayon de combustible typique présente un diamètre externe (gaine) de $9,5$ mm. L'assemblage est donc plus compact que celui d'un REP afin de minimiser les interactions neutroniques dans le sodium (choisi notamment pour sa transparence aux neutrons).

L'intérêt principal d'un réacteur RNR est de maximiser l'utilisation du combustible. Il permet également de fonctionner en mode surgénérateur dans lequel la production de matière fissile est supérieure à la consommation. Le plutonium 239 peut en effet être produit par capture neutronique sur l'uranium 238 puis deux désintégrations β^- successives, selon



Pour que le réacteur puisse être surgénérateur, il est nécessaire que le facteur de reproduction η soit supérieur à 2. Ainsi, il reste un neutron pour une nouvelle fission et un autre pour une capture fertile. Le plutonium 239 est un noyau fissile intéressant dans ce cadre car le nombre

⁴L'échelle INES (International Nuclear Event Scale) est utilisée pour classer les événements nucléaires (incident ou accident). Elle comporte 8 niveaux, depuis les incidents les moins graves (niveau 0 correspondant à un écart) jusqu'aux accidents les plus graves (niveau 7 : accident majeur) tels que les accidents de Fukushima et Tchernobyl.

Filière	$\bar{\nu}$	Fissions	Captures fertiles	Captures stériles		Fuites du cœur
				noyaux fissiles	autres	
REP	2,46	100	70	30	45	5
RNR	~ 3	100	100	20	20	60

TAB. 8.3 – Bilan neutronique pour la matière fissile d'un REP ($^{235}_{92}\text{U}$) et d'un RNR ($^{239}_{94}\text{Pu}$). Les valeurs sont données pour 100 fissions. Les captures fertiles indiquent les captures sur l' $^{238}_{92}\text{U}$ menant in fine à la production de $^{239}_{94}\text{Pu}$ et les captures stériles celles sur la matière fissile d'une part et sur les matériaux de structure et les produits de fission d'autre part.

moyen de neutrons par fission est plus élevé ($\bar{\nu} \simeq 3$).

Les réacteurs RNR permettraient de valoriser l'uranium appauvri, issu de l'étape d'enrichissement de l'aval du cycle (sec. 8.3.1), et l'uranium de retraitement, issu de l'étape de retraitement de l'aval du cycle (sec. 8.3.2).

Le tableau 8.3 présente le bilan neutronique pour la matière fissile d'un REP ($^{235}_{92}\text{U}$) et d'un RNR ($^{239}_{94}\text{Pu}$). On remarque que dans le cas d'un RNR :

- le nombre moyen de neutrons par fission est plus important $\bar{\nu} \sim 3$
- le nombre de captures fertiles sur l' $^{238}_{92}\text{U}$, menant à la production de $^{239}_{94}\text{Pu}$, est plus important
- le nombre de neutrons de fuite est plus important également.

On constate avec les données du tableau 8.3 que le bilan neutronique du cœur lui-même permet tout juste d'assurer l'égalité entre la consommation et la production de matière fissile (le cas est dit isogénérateur). L'utilisation de couvertures fertiles (en $^{238}_{92}\text{U}$) entourant le cœur permet de profiter du grand nombre de neutrons de fuite pour produire de la matière fissile (cf. exercice 8.4).

8.3 Cycle du combustible des REP

Le cycle du combustible décrit l'ensemble des activités industrielles relatives au combustible nucléaire, de la mine au stockage des déchets nucléaires. Il est caractéristique d'une filière de réacteurs, en particulier du combustible utilisé. La figure 8.4 présente les grandes étapes du cycle du combustible des REP : le cycle principal UOX, le cycle fermé résultant de l'utilisation de l'uranium appauvri et du plutonium (combustible MOX) ainsi que celui de l'uranium de retraitement (URT). Les volumes annuels ne sont cependant pas les mêmes. Le parc électronucléaire français utilise chaque année ~ 1000 tonnes de combustible UOX, ~ 80 tonnes de combustible URT (uranium de retraitement) et ~ 120 tonnes de combustible MOX (uranium appauvri et plutonium).

On distingue deux parties dans le cycle du combustible : l'amont (sec. 8.3.1), de l'extraction minière à la fabrication du combustible, et l'aval (sec. 8.3.2), du déchargement du cœur au stockage des déchets nucléaires.

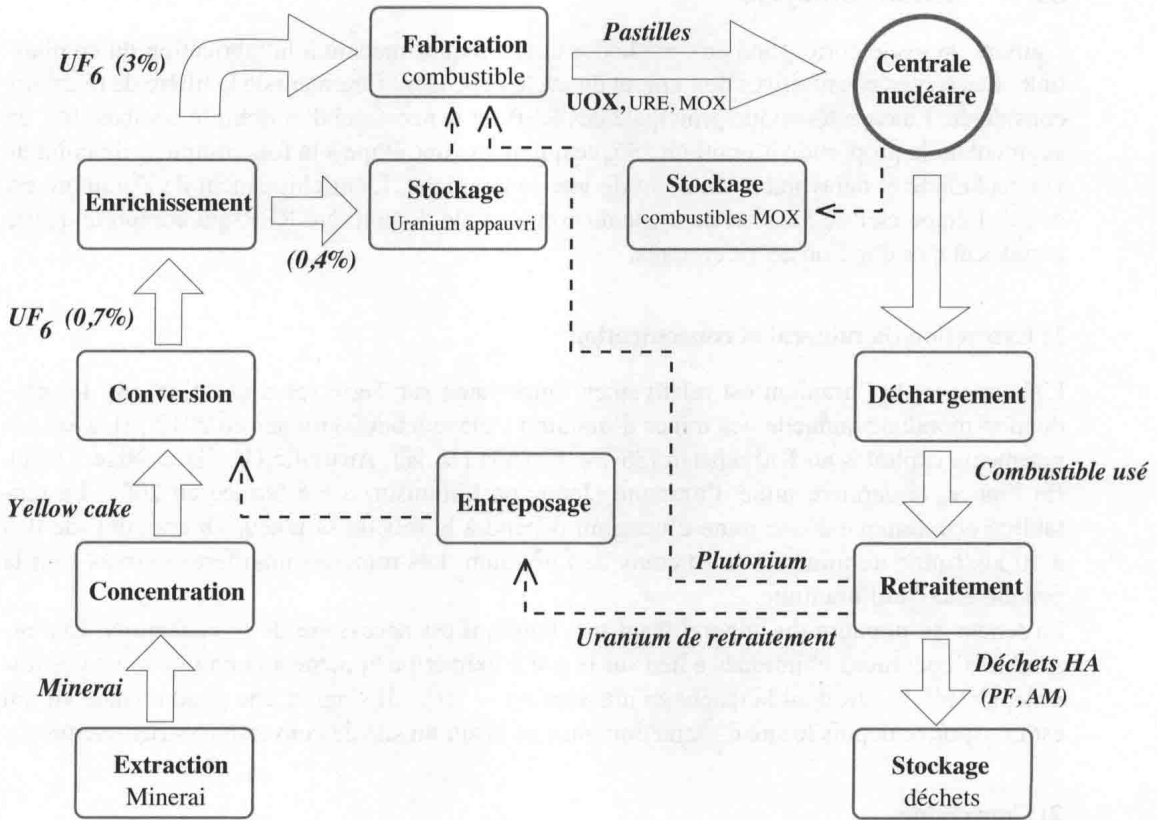


FIG. 8.4 – Cycle du combustible des REP. Les flèches épaisses présentent le cycle principal et les flèches en traits pointillés présentent le cycle fermé résultant de l'utilisation de l'uranium appauvri et du plutonium (combustible MOX) et de l'uranium de retraitement. Les volumes annuels ne sont pas les mêmes : ~ 1000 tonnes de combustible UOX, ~ 80 tonnes de combustible URE (uranium de retraitement) et ~ 120 tonnes de combustible MOX (uranium appauvri et plutonium). Cas du parc électronucléaire français.

8.3.1 Amont du cycle

L'amont du cycle correspond aux méthodes et techniques menant à la fabrication du combustible. Les étapes constitutives de l'amont du cycle dépendent fortement de la filière de réacteurs considérée. La caractéristique principale des REP est la nécessité d'enrichir le combustible, en augmentant la proportion d'uranium 235, ce qui ajoute une étape à la fois complexe du point de vue technique et défavorable du point de vue économique. L'enrichissement de l'uranium est de fait l'étape clef de l'amont du cycle du combustible de la filière REP, qui comporte quatre grandes étapes que l'on décrit ci-après.

1) Extraction du minerai et concentration

L'abondance de l'uranium est relativement importante sur Terre (plus que l'or) [4]. La production mondiale annuelle des mines d'uranium s'élève à 58000 tonnes en 2012 [5], avec des gisements exploités au Kazakhstan (36 %), Canada (15 %), Australie (12 %) et Niger (8 %). En France, la dernière mine d'uranium (Jouac en Limousin) a été fermée en 2001. La rentabilité économique d'une mine d'uranium dépend à la fois de sa teneur en uranium (de 0,5 à 10 kg/tonne de minerai) et du cours de l'uranium. Les minerais uranifères extraits sont la *penchblende*⁵ et l'uraninite.

La teneur en uranium du minerai étant très faible, il est nécessaire de le concentrer. Cet ensemble d'opérations chimiques a lieu sur le site d'extraction et mène à la production de *yellow cake*, $(\text{NH}_4)_2\text{U}_2\text{O}_7$, dont la teneur en uranium est $\sim 70\%$. Il s'agit d'une poudre jaune vif qui est transportée depuis le site d'extraction minière jusqu'au site de conversion/enrichissement.

2) Conversion

L'étape d'enrichissement nécessite de disposer d'uranium sous forme gazeuse. C'est l'objet de l'étape de conversion qui mène à la production d'hexafluorure d'uranium UF_6 . Ce composé chimique présente la particularité d'être caractérisé par un point triple dans le diagramme de phases (cf. fig. 8.5) situé très haut en pression (1,5 atm et 64 °C). Ainsi, à pression atmosphérique, il est possible de sublimer l' UF_6 solide par une élévation isobare de la température. En pratique, dans des conditions normales de température et de pression, l' UF_6 est solide. À pression atmosphérique, il passe en phase gazeuse à partir de 55 °C. L' UF_6 peut donc être stocké sous phase solide et préchauffé avant son utilisation dans l'étape d'enrichissement. Il s'agit d'un produit chimique très toxique, réagissant violemment avec l'eau et corrosif pour la plupart des métaux.

3) Enrichissement

L'enrichissement consiste à augmenter la proportion d'uranium 235 dans le combustible, ce qui nécessite de séparer les atomes d'uranium 238 de ceux d'uranium 235. Leurs propriétés chimiques étant identiques (ce sont des isotopes), seule la légère différence de masse atomique (1,3 %) peut être utilisée pour réaliser la séparation. Il s'agit donc d'une propriété dynamique qui nécessite de manipuler de l'uranium en phase gazeuse (UF_6 en l'occurrence)

⁵Il s'agit du minerai qui a été étudié par Marie Curie et qui a mené à la découverte de la radioactivité.

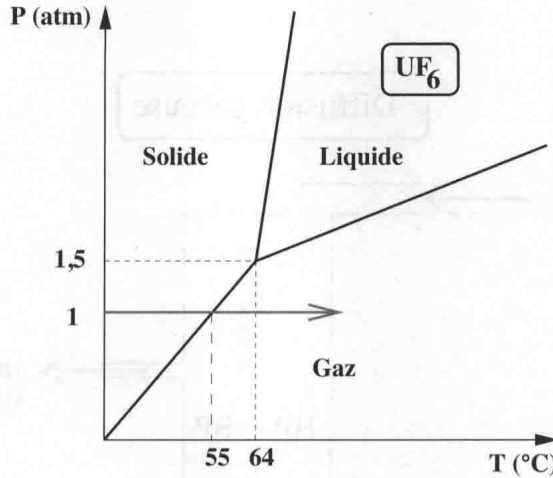


FIG. 8.5 – Diagramme de phases de l'UF₆. On observe qu'une augmentation de température à pression atmosphérique permet de sublimer l'UF₆ solide à partir de 55 °C.

ce qui justifie l'étape précédente de conversion. L'hexafluorure utilisé pour l'étape d'enrichissement est un mélange composé de molécules ²³⁵UF₆ et ²³⁸UF₆ de masse molaire respective $M_5 = 349 \text{ gmol}^{-1}$ et $M_8 = 352 \text{ gmol}^{-1}$. La différence de masse est encore plus faible (0,8 %) que pour les atomes d'uranium. L'enjeu de l'enrichissement est de pouvoir augmenter le titre isotopique x du mélange gazeux défini par (8.1).

Il existe deux méthodes industrielles d'enrichissement dont nous présentons les grandes lignes ci-après.

a) Diffusion gazeuse

La diffusion gazeuse consiste à augmenter le titre isotopique du mélange gazeux par diffusion à travers une succession de parois poreuses. L'écoulement du gaz doit se faire dans les conditions de l'écoulement moléculaire pour lequel il n'y a pas de collision entre molécules, le libre parcours moyen étant supérieur au diamètre de la canalisation. En pratique, cela correspond à des diamètres d'écoulement très faibles ($\sim 200 \text{ \AA}$) et des pressions pas trop importantes ($\lesssim 6 \text{ bar}$). Dans ce cadre, chacune des composantes du gaz (²³⁵UF₆ et ²³⁸UF₆) peut être considérée en équilibre thermique à la température T . Il en résulte que les énergies cinétiques sont égales et que la molécule la plus légère (²³⁵UF₆) est celle qui a la plus grande vitesse. La probabilité de passage de la molécule rapide à travers la paroi (composée de pores de diamètre $\sim 200 \text{ \AA}$) est légèrement plus grande car elle heurte plus souvent la paroi. La proportion de molécules ²³⁵UF₆ augmente légèrement après le passage de la paroi poreuse (la barrière de diffusion). Le rapport des débits après la paroi est donné par

$$\frac{d_5}{d_8} \propto \sqrt{\frac{M_8}{M_5}} \quad (8.2)$$

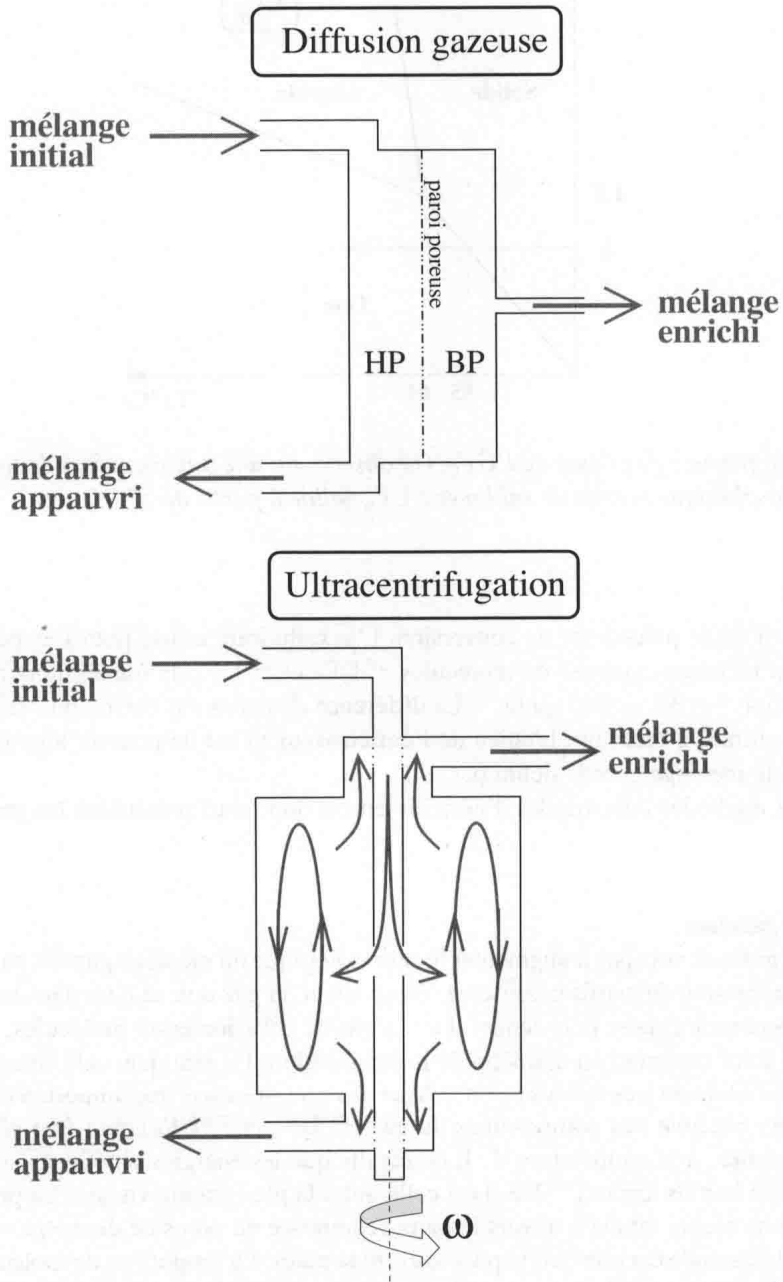


FIG. 8.6 – Schéma de principe de l'enrichissement par diffusion gazeuse et par ultracentrifugation.

On définit la facteur de séparation α par

$$\alpha = \sqrt{\frac{M_8}{M_5}} = 1,0043 \quad (8.3)$$

On peut montrer que l'augmentation relative du titre isotopique après une unique barrière de diffusion vaut

$$\frac{\Delta x}{x} \simeq \frac{(\alpha - 1)}{2} \simeq 0,215 \% \quad (8.4)$$

L'enrichissement après le passage à travers un diffuseur est donc très faible.

La figure 8.6 présente le schéma de principe d'un diffuseur. Il est constitué d'une barrière de diffusion (paroi poreuse) avec une différence de pression amont/aval favorisant la circulation du gaz. Le diffuseur fournit en aval de la barrière un mélange gazeux légèrement enrichi et en amont un mélange gazeux légèrement appauvri. La sortie enrichie est connectée à l'entrée du diffuseur suivant. Les diffuseurs sont ainsi montés en série avec un nombre d'étages très important afin d'obtenir l'enrichissement souhaité. On peut estimer qualitativement le nombre de barrières de diffusion nécessaires pour faire passer l'enrichissement de $x_0 = 0,7 \%$ à $x_N = 3 \%$:

$$N \simeq \frac{2}{(1 - \alpha)} \ln \frac{x_N}{x_0} \simeq 680 \quad (8.5)$$

Ainsi, l'enrichissement en uranium 235 augmente à mesure que le gaz progresse dans les étages. Après quelques étages de diffuseurs, la sortie appauvrie d'un diffuseur présente un enrichissement notablement supérieur à celui du mélange injecté à l'entrée des diffuseurs précédents. Elle est donc utilisée pour alimenter le diffuseur précédent. Il s'agit donc d'un montage de diffuseurs en cascade.

La taille gigantesque des usines d'enrichissement utilisant la diffusion gazeuse s'explique donc par le très faible enrichissement d'un diffuseur unique (faible valeur de α) et la nécessité d'utiliser un nombre d'étages de l'ordre du millier. Notons également que le processus est très énergivore du fait de l'utilisation de compresseurs pour assurer un débit suffisant.

En France, la diffusion gazeuse a longtemps été la méthode utilisée pour l'enrichissement du combustible des REP. Elle était effectuée à l'usine du Tricastin (Georges Besse I) alimentée par trois des quatre tranches de la centrale du Tricastin. L'usine a été fermée en 2012 et remplacée par une nouvelle usine d'enrichissement (Georges Besse II) basée sur la méthode de l'ultracentrifugation.

b) Ultracentrifugation

L'ultracentrifugation consiste à mettre en rotation à des vitesses très élevées un gaz d'hexafluorure d'uranium, comportant des molécules $^{235}\text{UF}_6$ de masse molaire M_5 et des molécules $^{238}\text{UF}_6$ de masse molaire M_8 . On considère un cylindre de gaz de rayon a en rotation à la vitesse angulaire ω . La force subie par une molécule de masse m se trouvant à la distance r de l'axe du cylindre est :

$$F(r) = mr\omega^2 \quad (8.6)$$

ce qui correspond à une énergie potentielle

$$U(r) = - \int_0^r F(r) dr = -m\omega^2 r^2/2 \quad (8.7)$$

On utilise ensuite la loi de distribution des vitesses de Maxwell qui nous indique que le nombre de molécules de l'espèce i à la distance r est donnée par :

$$N_i(r) \propto \exp \left[\frac{M_i \omega^2 r^2}{2RT} \right] \quad (8.8)$$

On constate que la population de molécules $N_i(r)$ à la distance r de l'axe de rotation dépend fortement de la masse molaire M_i . Ainsi, le rapport des densités entre $r = 0$ et $r = a$ est donné par

$$\frac{N_i(a)}{N_i(0)} = \exp \left[\frac{M_i \omega^2 a^2}{2RT} \right] \quad (8.9)$$

Pour le mélange gazeux considéré, on a donc

$$\frac{N_5(0)}{N_8(0)} = \exp \left[\frac{(M_8 - M_5) \omega^2 a^2}{2RT} \right] \times \frac{N_5(a)}{N_8(a)} \quad (8.10)$$

Le facteur de séparation α vaut donc

$$\alpha = \exp \left[\frac{(M_8 - M_5) \omega^2 a^2}{2RT} \right] \quad (8.11)$$

L'enrichissement dépend donc fortement de la vitesse périphérique $a\omega$. Pour des valeurs typiques (300 ms^{-1}) et à une température de 60°C légèrement supérieure à celle de la sublimation de l' UF_6 à pression atmosphérique, on obtient :

$$\alpha = 1,05 \quad (8.12)$$

soit un enrichissement pour un unique étage dix fois supérieur à celui de la diffusion gazeuse. Cela diminue donc le nombre d'étages et la consommation d'énergie (par un facteur environ 60).

La figure 8.6 présente le schéma de principe d'une centrifugeuse. Le mélange gazeux est plus riche en uranium 235 au centre qu'à la périphérie. Pour en tirer profit, il faut pouvoir extraire le gaz se trouvant près de l'axe de rotation. Pour cela, on crée un gradient de température axial qui induit un courant de convection tel que décrit sur la figure 8.6. Le gaz enrichi est récupéré dans la partie supérieure de la centrifugeuse et le gaz appauvri dans la partie inférieure. Le principe est ensuite le même que pour la diffusion gazeuse avec un montage des centrifugeuses en série et en cascade.

L'usine Georges Besse II qui permet la production industrielle d'uranium enrichi par ultracentrifugation a été mise en fonctionnement en 2011. Elle remplace l'usine basée sur le principe de diffusion gazeuse, actuellement en démantèlement.

4) Fabrication du combustible

La fabrication du combustible comporte une première étape consistant en la conversion de l' UF_6 précédemment enrichi, en dioxyde d'uranium UO_2 (solide). Celui-ci est ensuite comprimé sous forme de pastilles (de $\sim 8 \text{ mm}$ de diamètre) qui sont empilées pour former le crayon de combustible. D'une hauteur d'environ 4 m , ces derniers sont remplis d'hélium (un gaz inerte) sous pression (25 à 30 bar). Cela permet de limiter le gonflement de la pastille de combustible et

de confiner les produits de fission. Cela favorise également la tenue mécanique de la gaine en limitant le différentiel de pression entre l'intérieur (30 bar) et l'extérieur (155 bar). Ils sont finalement fermés aux extrémités par un bouchon étanche. Ils sont rassemblés pour former un assemblage de crayons qui sera placé dans le cœur du réacteur.

Un cœur de REP 1300 MWe comporte ainsi 193 assemblages, chacun contenant 264 crayons, ce qui correspond à 16 millions de pastilles, soit une masse de 104 tonnes d'uranium.

8.3.2 Aval du cycle

L'aval du cycle décrit l'ensemble des activités industrielles situées après le fonctionnement du réacteur. Cette thématique s'inscrit depuis quelques années dans une problématique de développement durable, au sens où il ne s'agit pas seulement de produire de l'énergie mais également d'en gérer les conséquences jusqu'aux déchets nucléaires et la déconstruction des installations.

1) Déchargement du combustible

Le combustible des REP demeure environ quatre ans dans le cœur du réacteur. Au cours de cette période sa composition évolue comme on peut le constater dans le tableau 8.4. La quantité d' $^{235}_{92}\text{U}$ diminue⁶ suite aux réactions de fission et de capture (qui créent de l' $^{236}_{92}\text{U}$ de période $T = 23 \times 10^6$ an). La proportion d'uranium 235 devient insuffisante pour assurer la réaction en chaîne. En effet, le facteur de reproduction η est alors décroissant avec le temps (cf. fig. 8.1) et se rapproche de la valeur de l'uranium naturel. Or, un combustible avec une valeur de η trop proche de 1 ne peut pas fonctionner avec l'eau légère comme modérateur. Il faut donc changer le combustible.

La quantité d'uranium 238 diminue également suite aux quelques fissions en rapides et surtout aux captures radiatives qui créent *in fine* du plutonium 239. La quantité de plutonium 239 augmente pendant la période de fonctionnement du réacteur, alors que la quantité d'uranium 235 diminue pendant le même temps. À partir de ~ 2 ans, moins de la moitié des fissions sont dues à l'uranium 235, cf. exercice 8.1.

Les captures neutroniques successives sur les isotopes de l'uranium composant le combustible ($^{235,238}\text{U}$), puis sur les noyaux lourds produits ($^{236,237}\text{U}$, 236 à ^{238}Np , 235 à ^{242}Pu , ...) mènent à la production d'actinides mineurs (^{237}Np , $^{241,243,\dots}\text{Am}$, $^{243,244,\dots}\text{Cm}$) de périodes très variables. L'adjectif *mineur* fait référence au fait qu'ils sont en quantité minoritaire dans le combustible utilisé. Après la période d'utilisation, le combustible contient également une grande quantité ($\sim 4\%$) de produits de fission, dont certains sont des poisons neutroniques.

Dans les REP, les assemblages combustibles sont changés au bout d'environ quatre ans, avec un renouvellement par tiers tous les 12 à 18 mois. L'opération de déchargement/chargement s'effectue sous eau lors d'arrêts programmés (1 à 2 mois). Elle consiste à remplacer les assemblages les plus anciens par des assemblages neufs et à réarranger les autres assemblages afin d'optimiser la gestion du réacteur. Les assemblages retirés sont entreposés en piscine de désactivation pendant un à deux ans, ce qui permet d'assurer la diminution de la puissance résiduelle (cf. fig. 7.7) et la diminution de l'activité. Ils sont ensuite transportés à l'usine de retraitement.

⁶cf. exercice 8.1.

Combustible	$^{234}_{92}\text{U}$	$^{235}_{92}\text{U}$	$^{236}_{92}\text{U}$	$^{238}_{92}\text{U}$	Plutonium	Actinides mineurs	Produits de Fission
neuf	0,02 %	3,5 %		96,48 %			
usé	0,02 %	1 %	0,5 %	94 %	1 %	0,08 %	3,4 %

TAB. 8.4 – Inventaire de matière au déchargement d'un réacteur REP 900 MWe, initialement enrichi à 3,5 % et avec un taux de combustion 33 GWj/t. Données extraite de [6].

2) Retraitement du combustible

Le retraitement a pour objectif de récupérer le plutonium et l'uranium contenus dans le combustible usé des REP pour une nouvelle utilisation dans le cycle du combustible. Il comporte une succession de processus, chimiques principalement. L'assemblage est tout d'abord cisailé puis dissout à l'acide nitrique ce qui permet de séparer les coques métalliques de la solution contenant l'uranium et le plutonium mais aussi les actinides mineurs et les produits de fission. Plusieurs extractions chimiques permettent ensuite de disposer en sortie du processus d'une solution d'uranium, une autre de plutonium et enfin une dernière contenant les actinides mineurs et les produits de fission.

Le procédé industriel utilisé en France à l'usine de retraitement de la Hague est le procédé PUREX⁷ initialement développé dans le cadre du projet Manhattan pour la production militaire de plutonium. Le fait que le procédé PUREX produise séparément une solution de plutonium présente un risque du point de vue de la prolifération, ce dernier pouvant être utilisé pour un usage militaire.

Le premier objectif du retraitement est de proposer un cycle du combustible fermé, ou en partie fermé, par la réutilisation d'une partie du combustible usé. Le plutonium peut ainsi être valorisé par la fabrication de MOX ($\text{UO}_2 + \text{PuO}_2$) et l'uranium dit de retraitement (URT) par la fabrication de combustible ré-enrichi (URE), cf. figure 8.4. En France, les volumes sont cependant modestes ($\sim 12\%$ de MOX et $\sim 8\%$ d'URE) et ces combustibles ne sont pour l'instant utilisés qu'une seule fois. L'intérêt économique de ces combustibles recyclés dépend fortement du cours de l'uranium naturel. La difficulté principale réside dans leur radiotoxicité qui est plus importante que celle du combustible provenant de l'uranium naturel.

Le plutonium extrait du procédé de retraitement nécessite des précautions particulières du fait de la présence d'émetteurs gamma, notamment l' $^{241}_{95}\text{Am}$ résultant de la désintégration α du $^{241}_{94}\text{Pu}$ ($\sim 15\%$ du plutonium retraité) de période très courte ($T = 14,3$ an).

L'uranium de retraitement présente une composition isotopique différente de l'uranium naturel suite à l'irradiation neutronique dans le cœur du réacteur. Le tableau 8.4 résume la composition du combustible au déchargement. On note en particulier la présence des isotopes 234 et 236 de l'uranium, des périodes beaucoup plus courtes que les isotopes 235 et 238. Ils contribuent donc très fortement à l'activité massique de l'uranium de retraitement. L'activité massique de l'uranium de retraitement est près de 3 fois supérieure⁸ à celle de l'uranium naturel chimiquement

⁷Plutonium and Uranium Refining by EXtraction

⁸cf. exercice 8.3.

pur. L'uranium de retraitement (URT) doit être enrichi à nouveau pour être utilisable en REP. Il est alors nommé uranium de retraitement enrichi (URE). Le combustible URE est utilisé en France dans deux réacteurs du palier 900 MWe, au CNPE de Cruas (réacteurs 3 et 4).

Le second objectif du retraitement est la réduction de la radiotoxicité des déchets nucléaires ultimes qui ne contiennent plus que des actinides mineurs et des produits de fission. Pour évaluer la gestion à long terme du colis de déchets, on peut utiliser de manière indicative le temps nécessaire pour retrouver l'activité massique de l'uranium naturel ($2,58 \times 10^4$ Bq/g). Le retrait du plutonium permet de réduire ce temps par un facteur 20 par rapport au colis de déchets comportant du plutonium. Ce temps demeure néanmoins très long (10^4 années). Une séparation poussée, permettant de retirer les actinides mineurs et de ne conserver que les produits de fission, permettrait de réduire ce temps par un facteur 50 par rapport à celui du colis de déchets comportant un mélange d'actinides mineurs et de produits de fission.

3) Gestion des déchets nucléaires

Le cycle du combustible génère des déchets radioactifs à chacune de ses étapes. La différence principale entre l'amont et l'aval du cycle en termes de déchets réside dans le fait que le combustible a été irradié durant le séjour en réacteur. Les déchets de l'amont du cycle sont des résidus de l'extraction minière, avec des activités massiques au plus égales à celle de l'uranium naturel. Ceux de l'aval du cycle comportent en plus des produits de fission et d'activation. À ces déchets du cycle du combustible, s'ajoutent les déchets radioactifs provenant d'autres activités industrielles ou médicales. Le démantèlement des installations nucléaires (réacteurs, usines, laboratoires de recherche) est en particulier un gros producteur de déchets radioactifs. Au total⁹, le volume de déchets radioactifs stockés en France s'élève en 2010 à $1,3 \times 10^6$ m³.

La classification des déchets radioactifs en France repose sur deux propriétés physiques : l'activité massique (Bq/g) et la période. On distingue ainsi, suivant la valeur de l'activité massique, les déchets TFA (Très Faible Activité), FA (Faible Activité), MA (Moyenne Activité) et HA (Haute Activité). La valeur de la période permet de distinguer les déchets à vie courte (VC) et les déchets à vie longue (VL), car leur stockage est requis sur des échelles de temps très différentes. La limite entre les deux a été choisie égale à 31 ans, soit un peu plus que la période du $^{137}_{55}\text{Cs}$ ($T = 30$ an). Un déchet ayant cette période voit son activité diminuer par un facteur 1000 en 300 ans, ce qui est considéré comme une échelle de temps dite *humaine* pour le stockage des déchets par opposition aux temps *géologiques* nécessaires pour les déchets VL. Le tableau 8.5 présente la classification des déchets radioactifs en France. Le stockage des déchets radioactifs est géré par l'ANDRA (Agence Nationale pour la Gestion des Déchets Radioactifs) [22]. On détaille ci-après les différentes catégories de déchets.

• Déchets TFA (Très Faible Activité)

Il s'agit de déchets provenant d'installations nucléaires (centrales, usines, laboratoires) en démantèlement (gravats, terres) ou en fonctionnement (combinaisons, petit matériel, ...). Le volume de déchets TFA est très important (27 % des déchets radioactifs français) mais ils représentent une part négligeable de la radioactivité des déchets radioactifs. De fait, la limite supé-

⁹Tous les chiffres cités dans cette section proviennent de [22].

rière fixée à 100 Bq/g est très basse. Elle correspond à l'ordre de grandeur de la radioactivité naturelle de certains minerais (granite par exemple) contenant de l'uranium. On note l'absence de seuil inférieur : un déchet provenant de l'industrie nucléaire est donc au minimum considéré comme déchet TFA, le déclassement en déchet conventionnel étant *a priori* impossible.

En France, le stockage des déchets TFA est effectué en surface au centre de stockage de CIRE¹⁰, géré par l'ANDRA, qui en reçoit chaque année 20000 à 30000 m³.

• Déchets FMA-VC (Faible-Moyenne Activité, Vie Courte)

Ils proviennent pour l'essentiel de la même source que les déchets TFA (installations nucléaires en fonctionnement ou en démantèlement). Les déchets FMA-VC représentent la majorité (63 %) des déchets radioactifs stockés en France mais ne contribuent que de manière négligeable à la radioactivité de ces derniers. Ils contiennent des noyaux de période courte tels que le ⁹⁰Sr ($T = 28$ an) ou le ¹³⁷Cs ($T = 30$ an). Ces deux noyaux sont par exemple produits à un taux annuel de 35 kg/an dans un REP 900 MWe [6].

En France, le stockage des déchets FMA-VC est effectué en surface au Centre de Stockage de l'Aube (CSA), géré par l'ANDRA, dont la capacité de stockage est d'un million de m³. Chaque année, plus de 10⁴ m³ de déchets FMA-VC sont stockés dans ce centre. Notons qu'il existe également un autre centre de stockage FMA-VC (CSM : Centre de stockage de la Manche). Il a atteint sa capacité de stockage (environ 5 × 10⁵ m³) et est actuellement en phase de surveillance pour 300 ans.

• Déchets FA-VL (Faible Activité, Vie Longue)

Il s'agit de déchets provenant d'une part du fonctionnement puis du démantèlement de la filière UNGG. Dans ces réacteurs, l'irradiation du ¹²C contenu dans le graphite, utilisé comme modérateur, a généré par captures neutroniques successives du carbone 14 de période $T = 5700$ an. D'autre part, on y trouve des déchets dits radifères, *i.e.* contenant du ²²⁶Ra de période $T = 1600$ ans. Ils proviennent d'anciennes utilisations industrielles du radium (paratonnerre, détecteurs de fumée) voire commerciales (aiguilles de montre, etc..). Ces déchets représentent 7 % du volume de déchets radioactifs stockés. Ils sont pour l'instant entreposés dans l'attente d'une solution de stockage.

• Déchets MA-VL (Moyenne Activité)

Ils sont composés principalement de résidus des opérations de retraitement du combustible usé (cf. page 188), en particulier les résidus métalliques (coques et embouts) provenant du cisailage de l'assemblage, ainsi que des effluents liquides issus de ce processus. Ils peuvent également provenir du démantèlement de réacteurs nucléaires. En France, ils représentent 4 % du volume de déchets radioactifs et 3 % de l'activité de ces derniers. Avec une période typique très longue (au-delà de 31 ans et jusqu'à plusieurs milliers d'années), ils nécessitent un stockage dit géologique, en profondeur et sur des échelles de temps très longues. Ce dernier est à l'étude dans le cadre du projet Cigéo¹¹.

• Déchets HA (Haute Activité)

Il s'agit principalement du combustible usé provenant du parc électronucléaire. Après l'opé-

¹⁰Centre Industriel de Regroupement, d'Entreposage et de Stockage, situé dans l'Aube.

¹¹<http://www.cigeo.com/>

Type	Activité massique (Bq/g)	Vie Courte (VC) $T < 31$ an	Vie Longue (VL) $T > 31$ an
TFA	$a_m < 100$	<u>TFA</u> Volume : 27 % Radioactivité : 0,01 % Stockage : en surface	
FA	$100 < a_m < 10^6$	<u>FMA-VC</u> Volume : 63 % Radioactivité : 0,02 % Stockage : en surface	<u>FA-VL</u> Volume : 7 % Radioactivité : 0,01 % Stockage : entreposage
MA	$10^6 < a_m < 10^9$		<u>MA-VL</u> Volume : 3 % Radioactivité : 4 % Stockage : géologique
HA	$a_m > 10^9$	<u>HA</u> Volume : 0,2 % Radioactivité : 96 % Stockage : géologique	

TAB. 8.5 – Classification des déchets radioactifs en France. Données extraites de [22].

ration de retraitement, la solution de résidus ne contient plus que des produits de fission, d'activation ou des actinides mineurs. Ces déchets sont vitrifiés, *i.e.* incorporés à la structure du verre, ce qui permet de bénéficier de la bonne tenue de ce matériau en termes d'irradiation et de lessivage à l'eau. Les déchets HA représentent 96 % de la radioactivité des déchets radioactifs français, mais seulement 0,4 % de leur volume (2700 m³ en 2010). Pour ces déchets, il n'y a pas de distinction entre Vie Courte et Vie Longue et le cas le plus pénalisant (déchets HA-VL) est retenu pour leur gestion.

Le stockage des déchets HA est requis sur des échelles de temps géologiques et envisagé dans le cadre du projet Cigéo. Ces déchets radioactifs doivent donc être placés dans un environnement stable pour des milliers d'années. Le stockage profond sur des échelles de temps très longues soulèvent de nombreuses questions : la sûreté du stockage à très longs termes, l'éventuelle mobilité des radionucléides dans la nappe phréatique, la réversibilité et la transmission de la connaissance.

Exercices du chapitre 8

Exercice 8.1 : Fissions en REP

Au cours de la période du fonctionnement du réacteur, le nombre de noyaux d'uranium 235 diminue, ce qui nécessite *a priori* de recharger le cœur de ce dernier. Par ailleurs, la capture neutronique sur l'uranium 238 crée du plutonium 239 qui est un noyau fissile.

On considère un réacteur de type REP, utilisant de l'uranium enrichi à 3,5 % et fonctionnant avec une densité de flux neutronique supposée constante $\varphi = 5 \times 10^{13} \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1}$. On donne $\rho = 11 \text{ gcm}^{-3}$, la masse volumique de l' UO_2 enrichi. Le tableau 8.6 présente les propriétés des noyaux impliqués dans le phénomène.

	T	Mode	σ^F	σ^C	σ^D
${}_{92}^{235}\text{U}$	$7,0 \times 10^8 \text{ an}$	α	584	99	15
${}_{92}^{238}\text{U}$	$4,5 \times 10^9 \text{ an}$	α	~ 0	2,7	9,3
${}_{92}^{239}\text{U}$	23,4 min	β^-	14	21	11
${}_{93}^{239}\text{Np}$	2,4 jour	β^-	~ 0	37	10
${}_{94}^{239}\text{Pu}$	$2,4 \times 10^4 \text{ an}$	α	747	270	8

TAB. 8.6 – Propriétés de quelques noyaux lourds : période, mode de désintégration et sections efficaces (en barn) en neutron thermique pour la : fission σ^F , capture radiative σ^C et diffusion élastique σ^D .

1) Uranium 238

- Calculer N_8^0 , le nombre de noyaux d'uranium 238 par unité de volume dans un combustible enrichi à 3,5%.
- Pour un temps de fonctionnement de l'ordre de l'année, montrer que celui-ci peut être considéré comme constant.

2) Uranium 235

- Donner l'équation d'évolution du nombre de noyaux d'uranium 235 par unité de volume.
- Au bout de combien de temps un combustible initialement enrichi à 3,5 % est-il retombé à une proportion de 0,7 % d'uranium 235 ?
- Pour l'uranium 235, calculer le taux de fission par unité de volume au bout de 2 ans de fonctionnement.

3) Plutonium 239

- Donner l'équation d'évolution du nombre de noyaux de plutonium 239 par unité de volume.
- Pour le plutonium 239, calculer le taux de fission par unité de volume au bout de 2 ans de fonctionnement.

4) Taux de fission

Tracer la fraction de fissions dues à l'uranium 235 en fonction du temps.

Exercice 8.2 : Évolution du combustible REP

Le combustible des REP demeure environ quatre ans dans le cœur du réacteur. Au cours de cette période sa composition évolue suite aux réactions induites par des neutrons. On observe en particulier l'apparition d'actinides mineurs (Np, Pu, Am) et d'isotopes de l'uranium. Cette évolution est causée par les réactions de capture de neutrons (n, γ) et les désintégrations (β, α) des noyaux de périodes courtes.

On considère un combustible REP enrichi à 3,5 % et séjournant ~ 2 ans en réacteur. Il est soumis à une densité de flux neutronique $\varphi = 3,5 \times 10^{13} \text{ s}^{-1} \text{ cm}^{-2}$. On néglige la contribution des neutrons rapides à l'évolution du combustible. Le tableau 8.7 présente les propriétés des principaux actinides.

a) En comparant pour chaque noyau les probabilités par unité de temps de désintégration et de capture de neutron, déterminer les chaînes d'évolution de l'uranium 235 et 238 en réacteurs thermiques, c'est-à-dire l'ensemble des noyaux produits de manière significative par capture ou par désintégration. On pourra présenter le résultat dans un diagramme (N, Z).

b) Déterminer les noyaux qui font partie de l'inventaire au déchargement, *i.e.* qui sont présents en quantité significative après ~ 2 ans de fonctionnement.

$Z = 92$	${}^{235}_{92}\text{U}$	${}^{236}_{92}\text{U}$	${}^{237}_{92}\text{U}$	${}^{238}_{92}\text{U}$	${}^{239}_{92}\text{U}$	
T	$7 \times 10^8 \text{ an}$	$2,3 \times 10^7 \text{ an}$	6,7 jour	$4,5 \times 10^9$	23,4 min	
Mode	α	α	β^-	α	β^-	
$\sigma_{n\gamma}$ (barn)	98,7	5,1	475	2,7	20,6	
$Z = 93$	${}^{236}_{93}\text{Np}$	${}^{237}_{93}\text{Np}$	${}^{238}_{93}\text{Np}$	${}^{239}_{93}\text{Np}$		
T	$1,5 \times 10^5 \text{ an}$	$2 \times 10^6 \text{ an}$	2,1 jour	2,4 jour		
Mode	$\beta + (88\%) - (12\%)$	α	β^-	β^-		
$\sigma_{n\gamma}$ (barn)	126	162	450	77		
$Z = 94$	${}^{238}_{94}\text{Pu}$	${}^{239}_{94}\text{Pu}$	${}^{240}_{94}\text{Pu}$	${}^{241}_{94}\text{Pu}$	${}^{242}_{94}\text{Pu}$	${}^{243}_{94}\text{Pu}$
T	87,7 an	$2,4 \times 10^4 \text{ an}$	$6,6 \times 10^3 \text{ an}$	14,3 an	$3,7 \times 10^5 \text{ an}$	5 h
Mode	α	α	α	β^-	α	β^-
$\sigma_{n\gamma}$ (barn)	562	271	288	363	19	80

TAB. 8.7 – Propriétés des principaux actinides. On a précisé les périodes, le mode de désintégration et les sections efficaces de capture radiative (n, γ) en neutrons thermiques.

Exercice 8.3 : Uranium de retraitement

L'uranium de retraitement (URT) est extrait du combustible utilisé grâce au procédé PUREX. Il présente une composition isotopique (cf. tab. 8.8) différente de celle l'uranium naturel.

1) Comparer l'activité massique de l'uranium de retraitement à celle de l'uranium naturel (cf. exercice 1.1, page 35).

2) La fraction isotopique d'uranium 234 dans l'uranium de retraitement est près de 4 fois supérieure à celle de l'uranium naturel. La figure 8.7 résume les différents modes de production d'uranium 234 que l'on peut envisager. On considère dans la suite un combustible enrichi à 3,5 % et séjournant ~ 2 ans dans un réacteur à neutrons thermiques.

a) Indiquer pour chaque processus de production envisageable s'il est possible, négligeable, ...

b) Qu'en est-il des modes de destruction de l' ${}^{234}_{92}\text{U}$ lors de son séjour en réacteur ?

c) Finalement, d'où provient cette augmentation de la fraction isotopique en ${}^{234}_{92}\text{U}$?

	${}^{234}_{92}\text{U}$	${}^{235}_{92}\text{U}$	${}^{236}_{92}\text{U}$	${}^{238}_{92}\text{U}$
f (%)	0,02	0,98	0,5	98,5
T (an)	$2,455 \times 10^5$	$7,04 \times 10^8$	$2,342 \times 10^7$	$4,468 \times 10^9$
M (uma)	234,0409456	235,0439231	236,0455619	238,0507826
σ (barn)	103	98,7	5,1	2,7

TAB. 8.8 – Fractions isotopiques de l'uranium de retraitement pour un combustible initialement enrichi à 3,5 %. On a également précisé les périodes, les masses atomiques et les sections efficaces de capture radiative (n, γ) en neutrons thermiques.

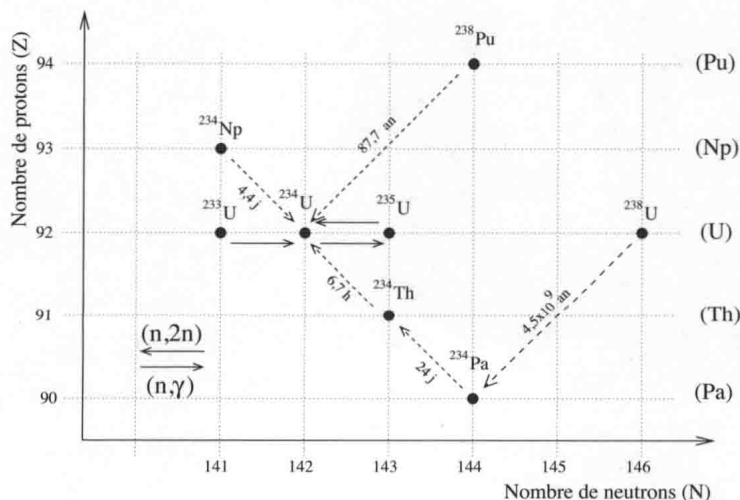


FIG. 8.7 – Modes de production envisageables pour l'uranium 234 en réacteur.

Exercice 8.4 : Surgénération

Le tableau 8.3 (page 180) présente le bilan neutronique pour la matière fissile d'un RNR de type Superphénix. On s'intéresse en particulier aux neutrons de fuite dont $\sim 85\%$ subissent une capture fertile dans les couvertures, dites fertiles, entourant le cœur du réacteur.

Le taux de régénération τ_r est défini comme le rapport du nombre de noyaux fissiles produits par capture fertile au nombre de noyaux fissiles détruits.

Calculer τ_r dans le cas de Superphénix et conclure sur l'utilité des couvertures.

État	Nombre de neutrons	Nombre de noyaux fissiles
Neutrons de fuite	10^6	10^6
Neutrons capturés dans les couvertures fertiles	85×10^6	10^6
Neutrons capturés dans le cœur	10^6	10^6
Neutrons perdus	10^6	10^6
Total	10^6	10^6

physique

Correction des exercices

Corrections des exercices du chapitre 1

Correction 1.1 : Activité massique de l'uranium naturel

a) L'activité massique (pour 1 gramme) est donnée par :

$$a_m = \frac{\ln 2 \times N_a}{T M_{mol}}$$

Pour les différents isotopes de l'uranium, on trouve :

	$^{234}_{92}\text{U}$	$^{235}_{92}\text{U}$	$^{238}_{92}\text{U}$
a_m (Bq/g)	$2,3 \times 10^8$	8×10^4	$1,24 \times 10^4$
	50 %	2 %	48 %

TAB. 1.6 – *Activité massique des différents isotopes constituant l'uranium naturel.*

Soit pour l'uranium naturel, on prenant en compte la composition isotopique indiquée :

$$a_m(\text{U}_{\text{nat}}) = 2,6 \times 10^4 \text{ Bq/g}$$

b) Malgré sa faible proportion dans l'uranium naturel, l'uranium 234 contribue à près de 50 % de son activité massique (contre 48 % pour l'uranium 238). En termes d'activité, cet isotope n'est donc pas à négliger. On peut par contre négliger la contribution (2 %) de l'uranium 235.

c) Vue la période de l'uranium 234, cet isotope provient uniquement de la chaîne de désintégration de l'uranium 238. Pour des temps longs ($\sim 10^6$ an), on se trouve directement dans le cas de l'équilibre séculaire. On a donc

$$a(^{234}_{92}\text{U}) = a(^{238}_{92}\text{U}) \implies \frac{N(^{234}\text{U})}{N(^{238}\text{U})} = \frac{T(^{238}\text{U})}{T(^{234}\text{U})} = 5,5 \times 10^{-5}$$

d) Pour un échantillon non-purifié chimiquement, on trouve tous les descendants de l'uranium 238 jusqu'au radon supposé s'échapper de l'échantillon. Tous les isotopes sont en équilibre séculaire avec l'uranium 238. L'activité est donc égale à l'activité d'un gramme d'uranium 238 multipliée par le nombre de noyaux en équilibre (6 dans ce cas). On a donc :

$$a_{\text{mineral}} = 6 \times a(^{238}_{92}\text{U}) = 7,44 \times 10^4 \text{ Bq/g}$$

On a donc une activité environ trois fois supérieure à celle de l'échantillon chimiquement pur.

Correction 1.2 : Activité massique de l'uranium appauvri

a) À l'instant initial, on a

$$N_0 = \frac{N_a}{M_{mol}} = 2,5 \times 10^{21} \text{ noyaux}$$

et

$$a_0 = \lambda_U \times N_0 = 1,24 \times 10^4 \text{ Bq}$$

Vue la période de l'uranium 238, la variation du nombre de noyaux d'uranium 238 est négligeable pour un temps de l'ordre de l'année. Dans la suite, on prendra $N_U(t) = N_0$.

b) On a

$$dN_T = +\lambda_U N_0 dt - \lambda_T N_T dt \quad (1.13)$$

et

$$dN_P = +\lambda_T N_T dt - \lambda_P N_P dt \quad (1.14)$$

c) On résout tout d'abord (1.13). On trouve

$$N_T(t) = \frac{\lambda_U N_0}{\lambda_T} (1 - e^{-\lambda_T t})$$

On injecte ce résultat dans (1.14). On a donc

$$\frac{dN_P}{dt} + \lambda_P N_P = \lambda_U N_0 (1 - e^{-\lambda_T t}) \quad (1.15)$$

On résout cette équation en utilisant la méthode de Laplace, dite méthode de variation de la constante.

On trouve tout d'abord la solution générale de l'équation homogène :

$$N_P^{(1)} = C e^{-\lambda_P t}$$

On trouve ensuite la solution particulière de l'équation (1.15), donnée par

$$N_P^{(2)} = g(t) N_P^{(1)}$$

La solution générale de (1.15) est donc donnée par

$$N_P(t) = N_P^{(1)} + N_P^{(2)} = (g(t) + 1) C e^{-\lambda_P t} = f(t) e^{-\lambda_P t}$$

On trouve $f(t)$ en notant que $f(t) e^{-\lambda_P t}$ est solution de (1.15). Il vient donc

$$\frac{df}{dt} = \lambda_U N_0 (e^{\lambda_P t} - e^{(\lambda_P - \lambda_T)t})$$

Après intégration, on trouve donc

$$N_P(t) = \lambda_U N_0 \left(\frac{1}{\lambda_P} - \frac{e^{-\lambda_T t}}{(\lambda_P - \lambda_T)} \right) + K e^{-\lambda_P t}$$

On notant que $N_P(0) = 0$, on a donc

$$N_P(t) = \frac{\lambda_U N_0}{\lambda_P} (1 - e^{-\lambda_P t}) - \frac{\lambda_U N_0}{\lambda_P - \lambda_T} (e^{-\lambda_T t} - e^{-\lambda_P t})$$

d) Vue la période de l'uranium 234, il n'y a pas lieu de considérer sa désintégration pour des temps à l'échelle de l'année. On a donc :

$$a_{tot}(2 \text{ an}) = a_U(2 \text{ an}) + a_T(2 \text{ an}) + a_P(2 \text{ an}) = 3,72 \times 10^4 \text{ Bq}$$

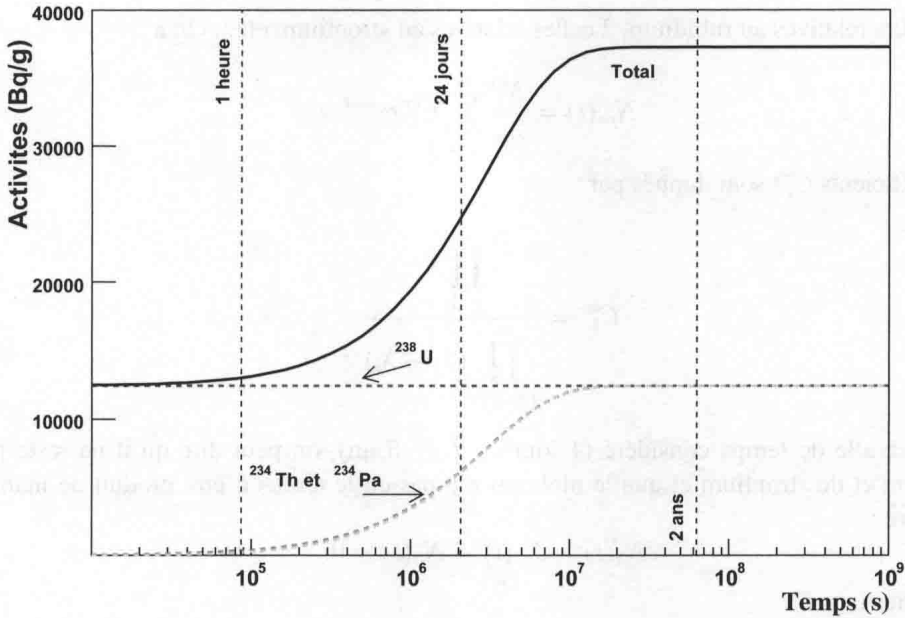


FIG. 1.12 – Activité massique de l'échantillon d'uranium appauvri en fonction du temps.

e) On constate que l'activité de l'échantillon augmente au cours du temps, ce qui est *a priori* contre-intuitif.

Si l'on considère l'activité en uranium 238 (nombre de noyaux d'uranium 238 qui se désintègrent), elle décroît très doucement avec le temps, et peut être considérée comme constante sur cette échelle de temps.

Cependant, on parle ici de l'activité de l'échantillon, c'est-à-dire du nombre total de désintégrations. À partir d'un temps grand devant la période du thorium 234 (une centaine de jours) les contributions à l'activité des 3 premiers noyaux sont identiques ($a_U = a_T = a_P$), car chaque désintégration d'un uranium est suivie quasi-instantanément par la désintégration d'un thorium 234 et d'un protactinium 234. Il s'agit d'un **équilibre séculaire**.

On peut donc dire directement, que pour des temps grands devant 100 jours, on a

$$a_{tot}(t) = 3 \times a_U(t)$$

f) La figure 1.12 présente l'activité totale a_{tot} (Bq/g) en fonction du temps. Par rapport à l'activité initiale, l'augmentation est de 5 % au bout d'un jour et de 50 % au bout de 10 jours. L'activité a triplé au bout de 2 ans. Cette évolution au cours du temps est due à la production de noyaux à période courte dont l'activité vient s'ajouter à l'activité initiale de l'uranium 238 pur.

Correction 1.3 : Déchets nucléaires

a) On utilise les équations de Bateman de la filiation simple qui permettent de calculer l'évolution du nombre de noyaux d'une espèce m dans une série radioactive. On note avec un indice 1

les grandeurs relatives au rubidium, 2 celles relatives au strontium, etc... On a :

$$N_m(t) = \frac{N_1^0}{\lambda_m} \sum_{i=1}^m C_i^m e^{-\lambda_i t}$$

où les coefficients C_i^m sont donnés par :

$$C_i^m = \frac{\prod_{j=1}^m \lambda_j}{\prod_{j=1, j \neq i}^m (\lambda_j - \lambda_i)}$$

Pour l'intervalle de temps considéré (1 jour $\leq t \leq 3$ an), on peut dire qu'il ne reste plus de rubidium et de strontium et que le niobium n'a pas eu le temps d'être produit de manière significative :

$$N_1(t) = N_2(t) = N_5(t) = 0$$

Pour l'yttrium, on a :

$$N_3(t) = \frac{N_1^0}{\lambda_3} \times \left(C_1^3 e^{-\lambda_1 t} + C_2^3 e^{-\lambda_2 t} + C_3^3 e^{-\lambda_3 t} \right)$$

Au vu des périodes mises en jeu, on peut d'emblée négliger les termes en $e^{-\lambda_1 t}$ et $e^{-\lambda_2 t}$. On a donc :

$$f_3(t) = N_3(t)/N_1^0 = \frac{\lambda_1 \lambda_2}{(\lambda_1 - \lambda_3)(\lambda_2 - \lambda_3)} \times e^{-\lambda_3 t}$$

On note au passage que comme $\lambda_1 \gg \lambda_2 \gg \lambda_3$, on trouve $N_3(t) \simeq N_1^0 e^{-\lambda_3 t}$, que l'on aurait pu intuitiver dès le départ.

L'activité est donnée par : $a_3(t) = \lambda_3 \times N_3(t) = \lambda_3 \times N_1^0 \times f_3(t)$.

Pour le zirconium, on a : $f_4(t) = 1 - f_3(t)$ et $a_4(t) = \lambda_4 \times N_0^1 \times f_4(t)$.

Applications numériques :

On a :

$$N_1^0 = \frac{0,1}{93} \times 6,02 \times 10^{23} = 6,5 \times 10^{20} \text{ noyaux}$$

Le tableau 1.7 résume les résultats numériques obtenus.

b) L'activité totale est la somme des activités $a_{tot} = a_3 + a_4$. L'activité massique est donnée par $a_m = a/m$, où m est la masse du fût. Le tableau 1.8 résume les résultats numériques obtenus.

c) La puissance moyenne dégagée est donnée par $P = aE$, où E est l'énergie moyenne de la particule émise. Le tableau 1.8 résume les résultats numériques obtenus.

d) On remarque qu'au bout d'un jour, l'activité est dominée par la décroissance de l'yttrium. L'activité est très grande et les électrons émis sont énergétiques. La puissance dégagée est relativement importante. Le fût sera stocké en piscine pendant quelques années (typiquement 3

	$t = 1 \text{ jour}$		$t = 3 \text{ an}$	
	$f_i (\%)$	$a_i (\text{Bq})$	$f_i (\%)$	$a_i (\text{Bq})$
Yttrium	19,82 %	$2,42 \times 10^{15}$	0	0
Zirconium	80,18 %	$7,45 \times 10^6$	100 %	$9,3 \times 10^6$

TAB. 1.7 – Fractions et activités du fût de déchets au bout d'un jour et de 3 ans

	$t = 1 \text{ jour}$	$t = 3 \text{ an}$
$a_{tot} (\text{Bq})$	$2,42 \times 10^{15}$	$7,45 \times 10^6$
$P_{tot} (\text{W})$	460	$2,8 \times 10^{-8}$
$a_m (\text{Bq/g})$	$2,4 \times 10^{11}$	$9,3 \times 10^2$

TAB. 1.8 – Puissance et activité massique au bout d'un jour et de 3 ans

ans) afin de permettre la décroissance et l'élimination de la puissance résiduelle.

Au bout de 3 ans, la puissance émise est quasi nulle et l'activité a chuté : il n'y a plus d'yttrium et l'activité est dominée par la décroissance du zirconium dont la période est très longue.

Correction 1.4 : Définition de l'épaisseur de peau

On note R_9 et R_1 les rayons correspondant respectivement à $0,9\rho_0$ et $0,1\rho_0$. On a donc par définition $t = R_1 - R_9$. On utilise l'expression de la distribution de Fermi (1.34) pour ces deux rayons :

$$\begin{cases} 0,9\rho_0 = \rho_0 \times \left(1 + \exp(R_9 - R_{1/2})a\right)^{-1} \\ 0,1\rho_0 = \rho_0 \times \left(1 + \exp(R_1 - R_{1/2})a\right)^{-1} \end{cases}$$

On en déduit

$$\begin{cases} R_9 - R_{1/2} = -a \ln 9 \\ R_1 - R_{1/2} = a \ln 9 \end{cases}$$

Il vient donc

$$t = R_1 - R_9 = 4a \ln 3$$

L'épaisseur de peau t vaut environ 2,2 fm pour tous les noyaux. Cela correspond donc à un paramètre de diffusivité $a \simeq 0,5 \text{ fm}^{-1}$.

Corrections des exercices du chapitre 2

Correction 2.1 : Mise en évidence de la magieité $N = 82$

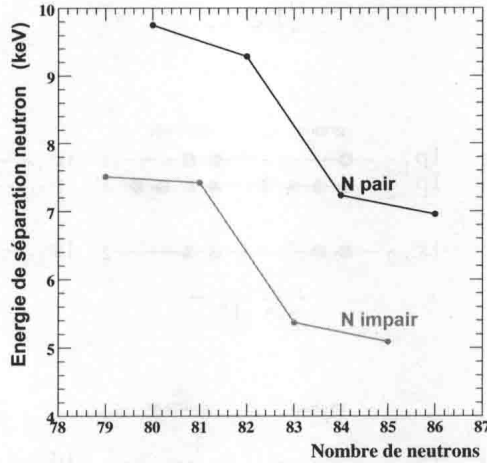


FIG. 2.19 – Énergie de séparation neutron pour les isotopes du cérium en fonction de N .

a) On exprime S_n en fonction des masses atomiques :

$$\begin{aligned} S_n({}^A_Z X) &= B({}^A_Z X) - B({}^{A-1}_Z X_{N-1}) \\ &= m_n c^2 + M({}^{A-1}_Z X_{N-1}) c^2 - M({}^A_Z X) c^2 \end{aligned} \quad (2.16)$$

b) La figure 2.19 résume les valeurs calculées pour les isotopes impairs du cérium ($Z = 58$). On constate que le 83^{ième} neutron est moins lié que le 81^{ième}. Si S_n diminue subitement pour une valeur de N , cela signifie que la couche de neutrons est pleine et que le dernier neutron est placé sur une couche externe moins liée.

c) On observe en fait le même effet, l'énergie de séparation étant plus grande car il faut également casser une paire. Il s'agit de l'énergie d'appariement.

Les 2 courbes sont séparées par la quantité 2δ , où $\delta = 34A^{-3/4}$. Pour des noyaux de $A \simeq 140$, on trouve $\delta \simeq 0,83$ MeV, ce qui est cohérent avec ce que l'on observe sur la figure 2.19.

Correction 2.2 : État fondamental de quelques noyaux

Les configurations nucléoniques sont obtenues en considérant l'ordre des niveaux de la figure 2.9 et la dégénérescence $2j + 1$ pour chaque niveau $n\ell_j$ (cf. page 51). Le résultat est présenté sur la figure 2.20.

Pour les noyaux de A impair, on constate que le J^π du noyau est bien déterminé par le j et la parité $\pi = (-1)^\ell$ du nucléon célibataire.

L'azote 14 est un noyau impair-impair et le J^π est donné par le couplage des deux nucléons célibataires. La prédiction théorique est donc : 0^+ ou 1^+ . Le modèle en couches ne nous permet

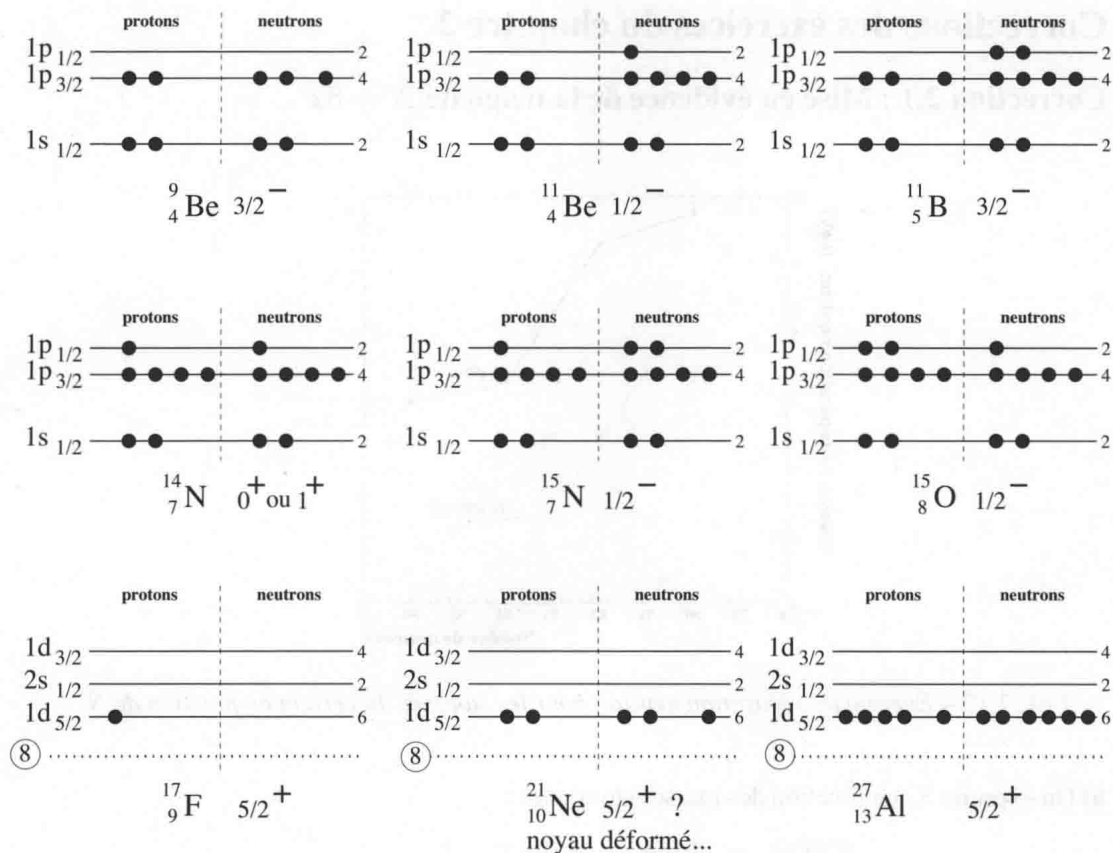


FIG. 2.20 – Configurations nucléoniques de l'état fondamental de quelques noyaux légers.

cependant pas de savoir laquelle sera le fondamental. On constate qu'expérimentalement la valeur de plus basse énergie est l'état 1^+ . Notons que le premier état excité de l'azote est un état 0^+ observé expérimentalement à 2, 3 MeV.

Pour le néon 21, la prédiction du modèle en couches n'est pas bonne. En fait il s'agit d'un noyau déformé, donc non-sphérique. Le modèle en couches étant basé sur un potentiel central, *i.e.* à symétrie sphérique, il n'est pas étonnant que la prédiction soit fautive.

Correction 2.3 : Configurations nucléoniques d'états excités

1) L'état fondamental du $^{24}_{12}\text{Mg}$ est obtenu en plaçant 5 neutrons au niveau nucléonique $1d_{5/2}$. Il y a donc un neutron célibataire sur un niveau $j = 5/2, \ell = 2$ et avec une parité $\pi = (-1)^2 = +1$. Le modèle prédit donc un état fondamental $J^\pi = 5/2^+$. Les états excités sont obtenus par la promotion du neutron célibataire sur les niveaux $2s_{1/2}$ et $1d_{3/2}$, donnant respectivement $J^\pi = 1/2^+$ et $J^\pi = 3/2^+$. La figure 2.21 résume la situation.

2) L'argon 38 est un noyau pair-pair. Son état fondamental est donc $J^\pi = 0^+$. Il y a deux types d'excitation possibles (cf. fig. 2.21). On peut briser la paire de protons située en $1d_{3/2}$ et laisser ces nucléons sur ce niveau d'énergie. La combinaison de deux moments angulaires $j = 3/2$

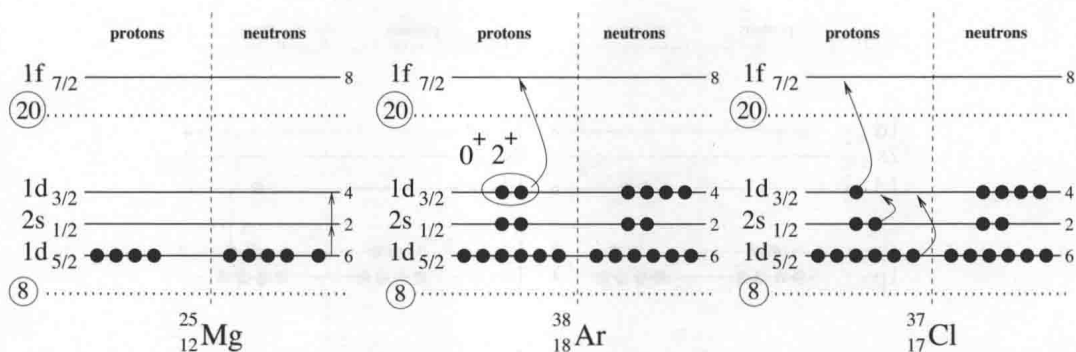


FIG. 2.21 – Propositions de configurations nucléoniques expliquant les états excités des noyaux considérés dans le cadre du modèle en couches.

pour des nucléons identiques situés sur un même niveau en énergie donne

$$J^\pi = 0^+, 2^+$$

On peut également casser la paire et promouvoir l'un des nucléons sur le niveau $1f_{7/2}$, ce qui a un coût important en énergie (4 MeV). On combine alors $j_1 = 7/2$ et $j_2 = 3/2$ pour deux nucléons identiques sur deux niveaux en énergie différents. On a donc :

$$J^\pi = 2^-, 3^-, 4^-, 5^-$$

On constate que tous ces états d'énergie sont observés dans le spectre des états excités.

3) L'état fondamental du $^{37}_{17}\text{Cl}$ est obtenu en plaçant 1 proton célibataire au niveau nucléonique $1d_{3/2}$. Il y a donc un proton célibataire sur un niveau $j = 3/2$, $\ell = 2$ et avec une parité positive $\pi = (-1)^2$. On attend donc un état fondamental $J^\pi = 3/2^+$.

Les états excités peuvent être obtenus (cf. fig. 2.21) :

- en cassant une paire du niveau $2s_{1/2}$ (resp. $1d_{5/2}$) et en faisant passer un proton sur le niveau $1d_{3/2}$. Le célibataire se retrouve donc sur le niveau $2s_{1/2}$ (resp. $1d_{5/2}$), ce qui explique les états $J^\pi = 1/2^+$ (resp. $J^\pi = 5/2^+$).
- en faisant passer le nucléon célibataire sur le niveau $1f_{7/2}$, ce qui a un coût en énergie important.

Correction 2.4 : États excités de l'oxygène 17 et 18

a) Le noyau d'oxygène 18 étant magique en protons, le J^π est imposé par la paire de neutrons située en $1d_{5/2}$. La combinaison de deux moments angulaires $j = 5/2$ pour des nucléons identiques situés sur un même niveau en énergie donne

$$J^\pi = 0^+, 2^+, 4^+$$

Comme attendu, l'état fondamental est caractérisé par 0^+ .

L'état excité 0^+ peut être interprété comme le passage de la paire de neutrons en $2s_{1/2}$.

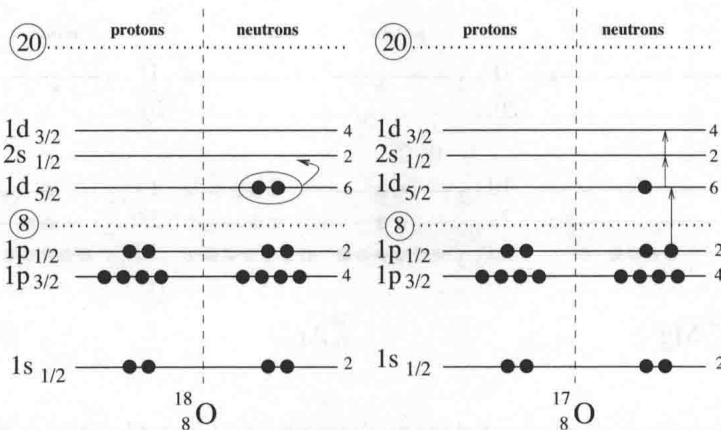


FIG. 2.22 – Propositions de configurations nucléoniques expliquant les états excités de ces deux isotopes de l'oxygène.

On pourrait également envisager de briser la paire et de placer un neutron en $2s_{1/2}$. Dans ce cas, la combinaison de $j = 5/2$ et $j = 1/2$ permet de former des états 2^+ et 3^+ .

b) L'état fondamental est obtenu en plaçant le neutron célibataire en $1d_{5/2}$.

Un premier type d'excitation consiste à déplacer le neutron célibataire vers les niveaux $2s_{1/2}$ et $1d_{3/2}$. On note que l'état $J^\pi = 3/2^+$ est à une énergie anormalement élevée.

Un deuxième type d'excitation consiste à briser une paire en $1p_{1/2}$ et à reformer une paire en $1d_{5/2}$, ce qui génère un état $J^\pi = 1/2^-$. En fait, la combinaison de deux moments angulaires $j = 5/2$ pour des nucléons identiques situés sur un même niveau en énergie donne

$$J^\pi = 0^+, 2^+, 4^+$$

avec le nucléon célibataire en $1p_{1/2}$, on obtient :

$$J^\pi = 1/2^-, 3/2^-, 5/2^-, 7/2^-, 9/2^-$$

ce qui semble correspondre aux états excités. On note que le modèle prédit également un deuxième état $3/2^-$ et un état $7/2^-$.

c) Il s'agit *a priori* des états prédits par le modèle en couches.

Correction 2.5 : Détermination de l'ordre des sous-couches pour les noyaux lourds

1)a) Le bismuth 209 est un noyau magique en neutrons. Il possède 1 proton de plus que le nombre magique $Z = 82$. Le J^π va donc être déterminé par le proton célibataire. Pour $82 \leq Z \leq 126$, les niveaux concernés sont :

$$1h_{9/2}, 2f_{7/2}, 3p_{3/2}, 3p_{1/2}, 1i_{13/2}, 2f_{5/2}$$

Le niveau fondamental correspond à placer le proton célibataire sur le niveau le plus bas. Le fait que le fondamental soit $9/2^-$ nous indique que le niveau le plus bas est $1h_{9/2}$. Les états excités

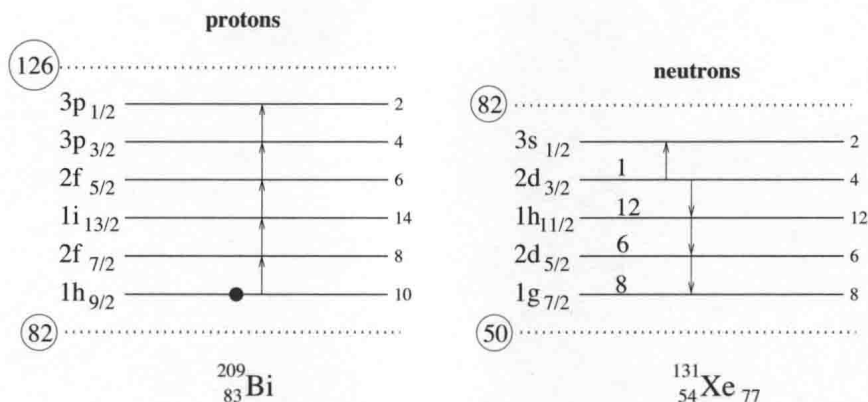


FIG. 2.23 – Configurations nucléoniques permettant d'interpréter les états excités du bismuth 209 (gauche) et du xénon 131 (droite).

sont obtenus en déplaçant le proton célibataire sur des niveaux de plus en plus élevés. On peut donc lire directement l'ordre des niveaux des protons en observant l'ordre des états excités. Le résultat est présenté sur la figure 2.23 (gauche).

b) Le niveau $3p_{1/2}$ devrait se trouver au-dessus du niveau $3p_{3/2}$ est ainsi fermer la couche $N = 126$. On s'attend dans ce cadre à observer un état excité $1/2^-$ au-dessus de l'état $3/2^-$ (3, 14 MeV) dans le spectre des états excités du bismuth 209. Expérimentalement, on observe effectivement un état $1/2^-$ à 3, 6 MeV.

2) Le xénon 131 présente 27 neutrons au-delà du nombre magique $N = 50$. Pour $50 \leq N \leq 82$, les niveaux concernés sont

$$1g_{7/2}, 2d_{5/2}, 1h_{11/2}, 2d_{3/2}, 3s_{1/2}$$

L'état fondamental étant $3/2^+$, on peut envisager que le neutron célibataire se trouve sur le niveau $2d_{3/2}$ et que tous les niveaux en-dessous sont pleins (26 neutrons). Les niveaux pleins sont donc $1g_{7/2}$ (8 neutrons), $1h_{11/2}$ (12 neutrons) et $2d_{5/2}$ (6 neutrons). Le niveau $3s_{1/2}$ est donc *a priori* situé au-dessus de $2d_{3/2}$, ce qui est cohérent avec le fait que le premier état excité est caractérisé par $J^\pi = 1/2^+$.

Pour les autres états excités, la configuration nucléonique correspond à un trou dans une sous-couche interne de plus en plus profonde (cf. page 57). À nouveau, l'ordre des états excités nous indique l'ordre des sous-couches (mais vers le bas car il s'agit d'une excitation trou).

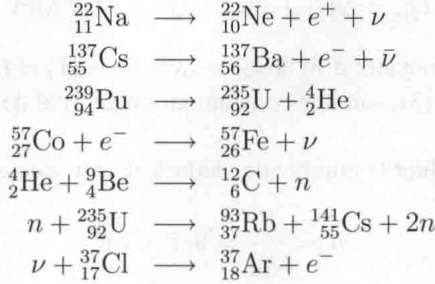
Le résultat est présenté sur la figure 2.23 (droite).

3) Ces états sont dus aux sous-couches $1h_{11/2}$ et $1i_{13/2}$ qui sont caractérisées par une valeur de j plus grande et une parité opposée à celles des autres sous-couches de cette couche. Cet effet provient du terme de couplage spin-orbite qui fait descendre la sous-couche $1h_{11/2}$ (et $1i_{13/2}$) du niveau supérieur de l'oscillateur harmonique, qui permet de reproduire les nombres magiques 50, 82 et 126. Il s'agit d'intrus de grand j .

Corrections des exercices du chapitre 3

Correction 3.1 : Lois de conservation

En respectant la conservation du nombre de nucléons A et de la charge électrique q , on trouve



Correction 3.2 : Conservation de \vec{J} et π lors de la désintégration α

La conservation du moment angulaire total impose :

$$\overrightarrow{J(\text{U})} = \vec{\ell}_\alpha + \overrightarrow{J(\text{Th})} + \overrightarrow{J(\text{He})}$$

Comme $J(\text{He}) = 0$, on a

$$\vec{\ell}_\alpha = \overrightarrow{J(\text{U})} - \overrightarrow{J(\text{Th})}$$

Les valeurs possibles de ℓ sont fixées par la règle de composition des moments angulaires (cf. page 263) :

$$|J(\text{U}) - J(\text{Th})| \leq \ell_\alpha \leq J(\text{U}) + J(\text{Th})$$

Les valeurs possibles sont donc $\ell_\alpha = 1, 2, 3, 4, 5, 6$.

Il faut également assurer la conservation de la parité. On a donc

$$\pi(\text{U}) = \pi(\text{Th}) \times \pi(\text{He}) \times (-1)^{\ell_\alpha}$$

où $(-1)^{\ell_\alpha}$ est la parité associée au fait que la particule α est émise dans un état de moment angulaire orbital ℓ_α .

On a donc : $-1 = +1 \times (-1)^{\ell_\alpha}$.

Seules les valeurs impaires de ℓ_α sont autorisées, soit : $\ell_\alpha = 1, 3$ ou 5 .

Nous verrons au chapitre 4 que ces trois valeurs sont associées à des probabilités de désintégration très différentes.

Correction 3.3 : Fusion des noyaux d'hydrogène dans le Soleil

1) On calcule les bilans d'énergie de masse :

$$Q_1 = [2M({}_1^1\text{H}) - M({}_1^2\text{H}) - 2m_e]c^2 = 0,42 \text{ MeV} \quad (3.17)$$

$$Q_2 = [M({}_1^2\text{H}) + M({}_1^1\text{H}) - M({}_2^3\text{He})]c^2 = 5,49 \text{ MeV} \quad (3.18)$$

$$Q_3 = [2M({}_2^3\text{He}) - M({}_2^4\text{He}) - 2M({}_1^1\text{H})]c^2 = 12,86 \text{ MeV} \quad (3.19)$$

2) Pour former un noyau d' ${}^4_2\text{He}$, il faut 2 noyaux d' ${}^3_2\text{He}$, donc 2 noyaux d' ${}^2_1\text{H}$. Sachant qu'il n'y a pas au départ de ${}^2\text{H}$ ni de ${}^3\text{He}$, on en conclut que la chaîne pp nécessite la séquence de réactions nucléaires suivante : $2 \times (1) + 2 \times (2) + (3)$.

L'énergie libérée au total est donc

$$Q_{pp} = 2Q_1 + 2Q_2 + Q_3 = 24,7 \text{ MeV}$$

Il y a donc utilisation de 6 noyaux d'hydrogène (réactions (1) et (2)), et création de 2 noyaux d'hydrogène par la réaction (3), soit une consommation au total de 4 protons.

3) On peut tout d'abord évaluer le nombre de chaînes pp par seconde :

$$n = \frac{E}{Q_{pp}} = 9,7 \times 10^{37}$$

La masse de protons consommée par seconde est donc :

$$M = 4 \times m(\text{H}) \times n = 3,9 \times 10^{38} \text{ uma} = 6,5 \times 10^{11} \text{ kg}$$

Le temps restant avec que le soleil n'ait consommé cette masse est donc :

$$t = \frac{10}{100} \times \frac{M_{\text{soleil}}}{M} = 3,23 \times 10^{17} \text{ s} \simeq 10^{10} \text{ an}$$

soit 10 milliards d'années, ce qui est l'ordre de grandeur obtenu avec des modèles plus raffinés.

Correction 3.4 : Détermination expérimentale du rayon R_0

1) Il y a deux conditions à vérifier pour qu'une réaction nucléaire soit possible :

-franchissement de la barrière coulombienne :

L'énergie cinétique du projectile doit permettre de franchir la barrière coulombienne. On calcule

$$B_c = \frac{\alpha \hbar c}{R_0} \times \frac{6}{1 + 13^{1/3}} = 2,06 \text{ MeV}$$

Il faut donc que l'énergie cinétique soit supérieure à $14/13 \times B_c = 2,20 \text{ MeV}$.

La valeur est inférieure à ce qui est observé expérimentalement. C'est donc la seconde condition qui est limitante.

-seuil de la réaction nucléaire :

$$T_{\text{seuil}} = \frac{-Q(m_n + m(N))}{m_n + m(N) - m_p} = 3,24 \text{ MeV}$$

Cela permet de calculer $Q = -3,24 \text{ MeV}$.

Il s'agit d'une réaction endoénergétique, qui nécessite que l'énergie cinétique du projectile soit supérieure à 3,24 MeV.

2)3) On a

$$Q = [m_p + m(C) - m_n - m(N)]c^2 = B(^{13}\text{N}) - B(^{13}\text{C}) = \frac{-12a_c}{A^{1/3}}$$

Le carbone 13 et l'azote 13 sont de noyaux *miroirs* : ils correspondent à un échange du nombre de protons et de neutrons. Ainsi, du point de vue de l'énergie de liaison, le seul point qui les différencie est l'énergie coulombienne, ce qui justifie le choix de deux noyaux ayant cette particularité.

4) On a

$$a_c = \frac{3\alpha\hbar c}{5R_0}$$

d'où

$$R_0 = \frac{-1}{Q} \times \frac{12}{13^{1/3}} \times \frac{3}{5} \times \hbar c \times \alpha = 1,46 \text{ fm}$$

La valeur de R_0 généralement retenue est 1,25 fm. Cependant, comme discuté page 24, une valeur 1,4 fm est plus adaptée pour les noyaux légers ce qui est le cas ici.

Correction 3.5 : Production d'indium 111

a) La réaction nucléaire est la suivante :



On calcule tout d'abord le bilan d'énergie de masse

$$Q = \left[M({}^1_1\text{H}) + M({}^{111}_{48}\text{Cd}) - M({}^{111}_{49}\text{In}) \right] \times c^2 = -1,65 \text{ MeV}$$

L'énergie cinétique minimale (du proton) pour déclencher la réaction nucléaire est donc

$$T_{\text{seuil}} = -Q \times \frac{m({}^{111}_{49}\text{In}) + m_n}{m({}^{111}_{49}\text{In}) + m_n - m_p} \simeq -Q \times \frac{112}{111} = 1,66 \text{ MeV}$$

Pour déclencher la réaction nucléaire, il faut donc que l'énergie cinétique du proton soit supérieure à 1,66 MeV.

On calcule ensuite la valeur de la barrière coulombienne¹²

$$B_c = \frac{\alpha\hbar c}{R_0} \times \frac{8}{1 + 111^{1/3}} = 9,53 \text{ MeV}$$

Pour franchir la barrière coulombienne, il faut donc que l'énergie cinétique du proton vérifie la condition

$$T_1 > \frac{112}{111} \times B_c \text{ soit } T_1 > 9,61 \text{ MeV}$$

b) Avec un faisceau de protons de 2,7 MeV, l'énergie est suffisante pour effectuer la réaction nucléaire mais pas pour franchir la barrière coulombienne. La production est néanmoins possible par effet tunnel, ce qui implique une probabilité de franchissement faible (compensée par le fait que l'intensité du faisceau de protons peut être très importante).

Correction 3.6 : Découverte de la radioactivité artificielle

a) La variation du nombre de noyaux de ${}^{30}_{15}\text{P}$ comporte deux contributions :

¹²On prend $R_0 = 1,25 \text{ fm}$.

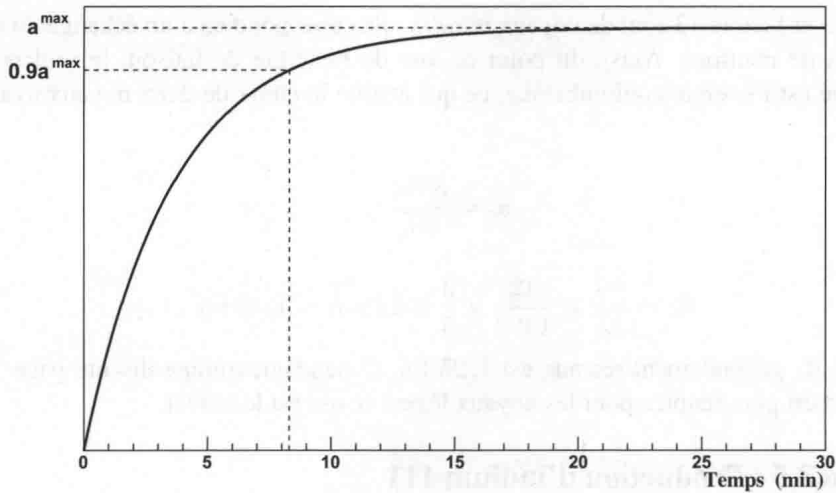


FIG. 3.7 – *Activité en fonction du temps pour l'expérience des Joliot-Curie.*

- une diminution due à la désintégration
- une augmentation due à la création lors de la réaction nucléaire.

On a donc

$$dN_P = \sigma\varphi N_0 dt - \lambda_P N_P dt$$

où N_0 est le nombre de noyaux d' $^{27}_{13}\text{Al}$, considéré comme constant.

On en déduit l'équation différentielle à résoudre :

$$\frac{dN_P}{dt} + \lambda_P N_P = \sigma\varphi N_0 \quad (3.20)$$

b) On résout (3.20), en notant que $\sigma\varphi N_0$ est une constante. On trouve :

$$N_P(t) = \frac{\sigma\varphi N_0}{\lambda_P} (1 - e^{-\lambda_P t})$$

Soit pour l'activité :

$$a_P(t) = \lambda_P N_P(t) = \sigma\varphi N_0 (1 - e^{-\lambda_P t})$$

c) La figure 3.7 présente l'évolution de l'activité en fonction du temps. L'activité est égale à 90 % de a^{\max} pour $t_{90} = \ln 10 / \ln 2 \times T_P \simeq 8,3$ min.

Correction 3.7 : Empoisonnement des réacteurs nucléaires

1) La masse molaire du mélange isotopique est :

$$M_{mol} \simeq 235 \times 0,035 + 238 \times 0,965 = 237,9 \text{ g.mol}^{-1}$$

On en déduit

$$N_0 = \frac{3,5\% \times \rho N_A}{M_{mol}} = 9,74 \times 10^{20} \text{ cm}^{-3}$$

2)a) On a

$$dN_P = -\lambda_P N_P dt + \gamma_1 \sigma_f \varphi N_0 dt$$

On trouve facilement :

$$N_P(t) = \frac{\gamma_1 \sigma_f \varphi N_0}{\lambda_P} \left(1 - e^{-\lambda_P t}\right)$$

À l'équilibre on a donc :

$$N_P^{eq} = \frac{\gamma_1 \sigma_f \varphi N_0}{\lambda_P} = 8,33 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3}$$

2)b) On a

$$dN_S = +\lambda_P N_P dt - \sigma_S \varphi N_S dt$$

N_S obéit donc à l'équation différentielle suivante

$$\frac{dN_S}{dt} + \sigma_S \varphi N_S = \lambda_P N_P^{eq} \times \left(1 - e^{-\lambda_P t}\right) \quad (3.21)$$

À l'équilibre, on a $dN_S/dt = 0$. On en déduit donc

$$N_S^{eq} = \frac{\lambda_P N_P^{eq}}{\sigma_S \varphi} = \frac{\gamma_1 \sigma_f \varphi N_0}{\sigma_S} = 9,31 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3}$$

3)a) La variation du nombre N_I de noyaux d'iode pendant dt est donnée par :

$$dN_I = \gamma_3 \sigma_f \varphi N_0 dt - \lambda_I N_I dt - \sigma_I \varphi N_I dt$$

On en déduit l'équation différentielle

$$\frac{dN_I}{dt} + (\lambda_I + \sigma_I \varphi) N_I = \gamma_3 \sigma_f \varphi N_0 \quad (3.22)$$

qui a pour solution :

$$N_I(t) = \frac{\gamma_3 \sigma_f \varphi N_0}{\lambda_I + \sigma_I \varphi} \times [1 - \exp(-(\lambda_I + \sigma_I \varphi)t)] \quad (3.23)$$

la concentration d'équilibre N_I^{eq} est donnée par

$$N_I^{eq} = \frac{\gamma_3 \sigma_f \varphi N_0}{\lambda_I + \sigma_I \varphi} = 5,71 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3}$$

3)b) La variation du nombre N_X de noyaux de xénon pendant dt est donnée par :

$$dN_X = \gamma_2 N_0 \sigma_f \varphi dt + \lambda_I N_I dt - \lambda_X N_X dt - N_X \sigma_X \varphi dt$$

On en déduit l'équation différentielle

$$\frac{dN_X}{dt} + (\lambda_X + \sigma_X \varphi) N_X = \gamma_2 \sigma_f \varphi N_0 + \lambda_I N_I(t)$$

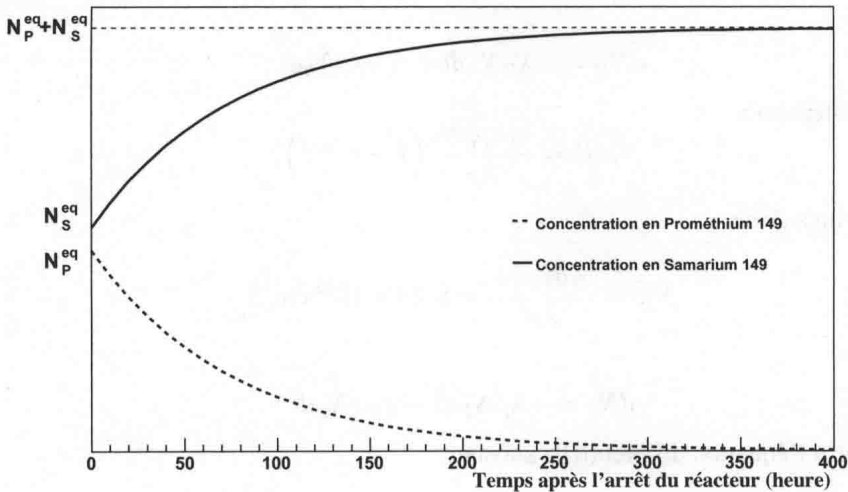


FIG. 3.8 – Concentration en prométhium 149 et en samarium 149 en fonction du temps écoulé après l'arrêt du réacteur.

A l'équilibre, on a $dN_X/dt = 0$ et $N_I = N_I^{eq}$. On en déduit donc

$$N_X^{eq} = \frac{\gamma_2 \sigma_f \varphi N_0 + \lambda_I N_I^{eq}}{\lambda_X + \sigma_X \varphi} = 1,12 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3}$$

4)a) A $t = 0$, on a $\varphi = 0$: il n'y a plus ni production de prométhium par fission ni capture de neutron. À l'arrêt du réacteur, on a donc :

$$dN_P(t) = -\lambda_P N_P dt \text{ et } dN_S(t) = +\lambda_P N_P dt$$

4)b) On trouve facilement :

$$N_P(t) = N_P^{eq} e^{-\lambda_P t}$$

et

$$N_S(t) = N_P^{eq} (1 - e^{-\lambda_P t}) + N_S^{eq}$$

4)c) La figure 3.8 présente l'évolution en fonction du temps de la concentration en prométhium 149 et en samarium 149 après l'arrêt du réacteur. La quantité de samarium ne fait qu'augmenter et tend vers $N_P^{eq} + N_S^{eq}$, ce qui correspond au fait que la totalité du prométhium s'est désintégrée en samarium.

5)a) Comme pour le cas du samarium, l'arrêt du réacteur signifie l'arrêt des fissions et des captures. On a donc :

$$dN_I(t) = -\lambda_I N_I dt \text{ et } dN_X(t) = +\lambda_I N_I dt - \lambda_X N_X dt$$

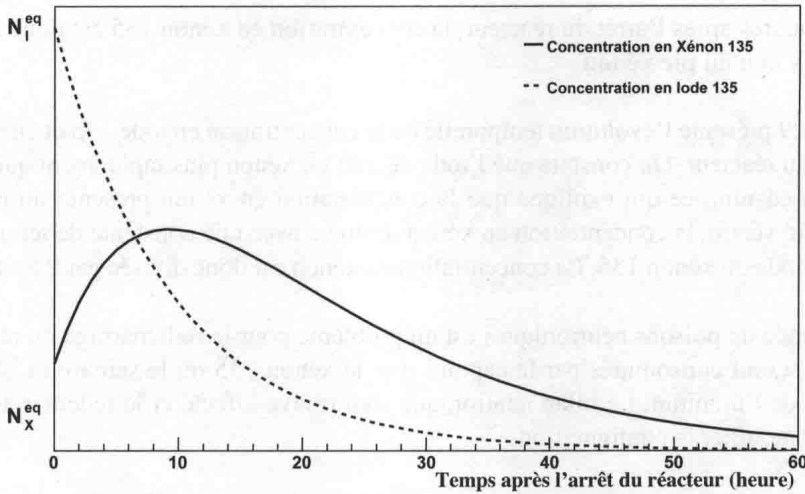


FIG. 3.9 – Concentration en xénon 135 et iode 135 (cm^{-3}) en fonction du temps écoulé après l'arrêt du réacteur.

5)b) Le nombre de noyaux d'iode décroît donc selon la loi :

$$N_I(t) = N_I^{eq} e^{-\lambda_I t}$$

Le nombre de noyaux de xénon obéit à l'équation :

$$\frac{dN_X}{dt} + \lambda_X N_X = \lambda_I N_I^{eq} e^{-\lambda_I t} \quad (3.24)$$

En utilisant la méthode¹³ de variation de la constante (Laplace), on trouve :

$$N_X(t) = N_X^{eq} e^{-\lambda_X t} + \frac{\lambda_I N_I^{eq}}{\lambda_X - \lambda_I} (e^{-\lambda_I t} - e^{-\lambda_X t})$$

5)c) Le maximum correspond à une valeur nulle de la dérivée de $N_X(t)$. On a donc

$$-\lambda_X N_X^{eq} e^{-\lambda_X t_{max}} + \frac{\lambda_I N_I^{eq}}{\lambda_X - \lambda_I} (-\lambda_I e^{-\lambda_I t_{max}} + \lambda_X e^{-\lambda_X t_{max}}) = 0$$

On en déduit

$$t_{max} = \frac{1}{\lambda_I - \lambda_X} \ln \left(\frac{\lambda_I}{\lambda_X} \left[\frac{\lambda_I N_I^{eq}}{\lambda_I N_I^{eq} + (\lambda_I - \lambda_X) N_X^{eq}} \right] \right) \simeq 3,34 \times 10^4 \text{ s} \simeq 9,31 \text{ h}$$

Pour calculer la valeur de N_X au maximum, on utilise l'équation (3.24). On trouve :

$$N_X(t_{max}) = \frac{\lambda_I N_I^{eq} e^{-\lambda_I t_{max}}}{\lambda_X} = 3 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3} \simeq 2,6 N_X^{eq}$$

¹³Cette méthode est détaillée page 199.

Environ dix heures après l'arrêt du réacteur, la concentration en xénon 135 est donc multipliée par $\sim 2,5$. Il s'agit du **pic xénon**.

d) La figure 3.9 présente l'évolution temporelle de la concentration en iode 135 et en xénon 135 après l'arrêt du réacteur. On constate que l'iode décroît en xénon plus rapidement que le xénon ne décroît en césium, ce qui explique que la concentration en xénon présente un maximum. Au-delà du pic xénon, la concentration en xénon diminue avec une constante de temps gouvernée par la période du xénon 135. La concentration en xénon est donc divisée par 2 toutes les 9 h.

6)a) La présence de poisons neutroniques est un problème pour le redémarrage du réacteur car des neutrons seront consommés par la capture (par le xénon 135 ou le samarium 149) et non par la fission de l'uranium. Le bilan neutronique s'en trouve affecté et le redémarrage est impossible sans modifier la configuration.

6)b) Dans le cas de l'empoisonnement au xénon 135, celui-ci est radioactif et la quantité de poison va finir par diminuer (avec une constante de temps d'environ 9 h). Par contre, pour l'empoisonnement au samarium, la situation empire avec le temps. Les deux problèmes d'empoisonnement nécessitent donc des solutions complètement contradictoires.

L'empoisonnement au samarium 149, bien que plus modeste par son amplitude, est cependant *in fine* plus difficile à gérer. Il faut donc que ce problème soit pris en compte dès la conception du réacteur, en ajoutant d'autres poisons qui pourront être retirés au moment du démarrage.

Notons que l'empoisonnement au xénon est en partie à l'origine de l'accident de Tchernobyl. Dans les grandes lignes, cet accident trouve son origine dans une erreur humaine consistant à une tentative de démarrage du réacteur dans le pic de xénon (10 h après l'arrêt) sur un ordre extérieur. Cela a nécessité un retrait des barres de contrôle (en carbure de bore), qui servent à piloter le réacteur, au-delà des limites de sécurité autorisées. Les événements s'enchaînent ensuite de manière inexorable jusqu'à la fusion du cœur du réacteur et le dégagement massif de radionucléides dans l'environnement.

Corrections des exercices du chapitre 4

Correction 4.1 : Désintégration α de l'uranium 238

1) On note tout d'abord que $I_\alpha^1 + I_\alpha^2 + I_\alpha^3 = 100$, ce qui indique que la désintégration α alimente 3 états seulement (le fondamental et deux états excités).

Par ailleurs, on a également que $I_\alpha^2 + I_\alpha^3 = I_\gamma^1$ et $I_\alpha^3 = I_\gamma^2$, ce qui semble indiquer que le γ_1 provient de la désexcitation du premier état excité ($E = 49,55$ keV) vers le fondamental et le γ_2 provient de la désexcitation du deuxième état excité ($E = 49,55 + 113,5 = 163$ keV) vers le premier état excité.

Cela semble de plus cohérent avec le fait que l'énergie cinétique de l' α émis diminue avec l'augmentation de l'énergie d'excitation du noyau fils. On peut donc proposer le schéma de désintégration suivant :

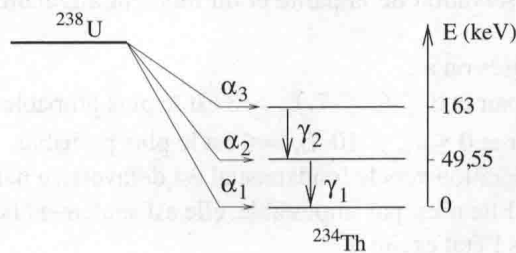


FIG. 4.10 – Schéma de désintégration de l'uranium 238, d'après les données expérimentales.

2) Pour l'état fondamental, on a :

$$Q = [M(U) - M(Th) - M(He)] \times c^2 = 4270 \text{ keV}$$

et

$$T_\alpha^1 \simeq \frac{234}{238} \times Q = 4198 \text{ keV}$$

ce qui est cohérent avec les données expérimentales.

3) Pour les états excités, on a :

$$Q^* = Q - E^*$$

et

$$T_\alpha^* \simeq \frac{234 \times (Q - E^*)}{238}$$

On a donc :

$$E^* \simeq \frac{-238T_\alpha^*}{234} + Q$$

Application numérique :

$$E_1^* = 48 \text{ keV} \text{ et } E_2^* = 163 \text{ keV}$$

L'accord avec les résultats précédents est donc très bon.

Correction 4.2 : Désintégration α d'un état métastable

1) Il faut tenir compte du fait que l'état qui se désintègre est excité $E^*(^{242}\text{Am})$ et que le noyau fils est lui-même excité $E^*(^{238}\text{Np})$. On a donc

$$Q = [M(^{242}_{94}\text{Am}) - M(^{234}_{90}\text{Th}) - M(^4\text{He})]c^2 + E^*(^{242}\text{Am}) - E^*(^{238}\text{Np}) = 5,293 \text{ MeV}$$

On en déduit l'énergie cinétique de l' α

$$T_\alpha \simeq \frac{238}{242}Q = 5,205 \text{ MeV}$$

2) On ne peut pas expliquer cela avec la conservation de l'énergie car si la désintégration est énergétiquement possible vers l'état excité 5^- , elle l'est aussi vers l'état fondamental. Il faut donc s'intéresser à la conservation de la parité et du moment angulaire total. On consultera la méthode page 211.

Pour les deux états proposés on a :

- $5^- \rightarrow 2^+$: l_α impair et $3 \leq l_\alpha \leq 7$. $l_\alpha = 3$ est le plus probable.
- $5^- \rightarrow 5^-$: l_α pair et $0 \leq l_\alpha \leq 10$. $l_\alpha = 0$ est le plus probable.

En conclusion, la désintégration vers le fondamental est défavorisée par une barrière centrifuge relativement importante. Elle n'est pas impossible, elle est seulement beaucoup moins probable que la désintégration vers l'état excité 5^- .

3) L'activité massique α est donnée par

$$a_m^\alpha = \frac{0,5\% \ln 2}{T} \times \frac{N_a}{M_{mol}} = 1,9 \text{ GBq/g}$$

Correction 4.3 : Désintégration α de l'uranium 234

1) On utilise les lois de conservation de la parité et du moment angulaire total. On consultera la méthode page 211.

Dans le cas l'uranium 234, on a $J_i = 0$ et le moment angulaire orbital l_α est donné par

$$l_\alpha = J_f$$

La conservation de la parité impose

$$(-1)^{l_\alpha} = \pi_f$$

où π_f est la parité de l'état final.

Le tableau 4.3 résume la valeur du moment angulaire orbital l_α pour chaque désintégration α . On note que la transition vers l'état 2^- est impossible car elle ne permet pas d'assurer la conservation du moment angulaire et de la parité.

2) On constate que le rapport d'embranchement est fortement décroissant pour les trois premiers états. Cela correspond à la présence d'une barrière centrifuge pour les transitions $l_\alpha \neq 0$. La barrière centrifuge est proportionnelle à $l_\alpha(l_\alpha + 1)$. Ainsi, quand l_α augmente, la probabilité de transition diminue. À cela s'ajoute le fait que la valeur de Q_α diminue avec l'énergie d'excitation de l'état final. La probabilité de transition s'en trouve donc diminuée, même si l'effet

État final	0 ⁺	2 ⁺	4 ⁺	6 ⁺	8 ⁺	1 ⁻	2 ⁻
l_α	0	2	4	6	8	1	impossible

TAB. 4.3 – Valeurs du moment angulaire orbital l_α pour la désintégration α de l'uranium 234.

n'est pas dominant ici.

3) Dans ce cas, la barrière centrifuge est la même (elle ne dépend que l_α). Par contre la valeur de Q_α diminue avec l'énergie d'excitation de l'état final. La barrière est donc plus large et la probabilité de franchissement plus faible (cf. fig. 4.3).

4) En ce qui concerne les transitions vers l'état 8⁺ et 6⁺, elles ne sont pas observées car elles sont très peu probables. On note qu'elles sont à une énergie proche d'une transition associée à un l_α beaucoup plus faible : $l_\alpha = 0$ pour la transition vers l'état 0⁺ à 635 keV et $l_\alpha = 1$ pour la transition vers l'état 1⁻ à 356 keV. Ces transitions sont donc beaucoup plus probables. En ce qui concerne la transition vers l'état 2⁻, elle est impossible car elle ne permet pas d'assurer la conservation du moment angulaire et de la parité.

Correction 4.4 : Désintégration α de l'astate 214

1) Astate 214

a) La désintégration de l'état fondamental de l'astate 214 se fait directement vers le fondamental du bismuth 210 car cette désintégration est caractérisée par $l_\alpha = 0$. Comme il s'agit du fondamental, la valeur de Q_α est maximale.

b) On étudie les désintégrations vers les différents états excités du bismuth 210 :

- $9^- \rightarrow 1^-$: l_α pair et $8 \leq l_\alpha \leq 10$. $l_\alpha = 8$ est le plus probable.
- $9^- \rightarrow 0^-$: l_α pair et $l_\alpha = 9$. impossible
- $9^- \rightarrow 9^-$: l_α pair et $0 \leq l_\alpha \leq 18$. $l_\alpha = 0$ est le plus probable.
- $9^- \rightarrow 2^-$: l_α pair et $2 \leq l_\alpha \leq 11$. $l_\alpha = 2$ est le plus probable.
- $9^- \rightarrow 3^-$: l_α pair et $6 \leq l_\alpha \leq 12$. $l_\alpha = 6$ est le plus probable.

La désintégration vers l'état 9⁻ est donc la plus probable car la valeur de l_α est la plus faible et l'énergie d'excitation n'est pas très élevée.

c) Dans les deux cas il s'agit d'une désintégration avec $l_\alpha = 0$. Les valeurs de Q_α sont de plus très proches (40 keV de différence).

2) Bismuth 210

a) On étudie les désintégrations vers les différents états excités du thallium 206 :

- $9^- \rightarrow 1^-$: l_α pair et $8 \leq l_\alpha \leq 10$. $l_\alpha = 8$ est le plus probable.
- $9^- \rightarrow 2^-$: l_α pair et $8 \leq l_\alpha \leq 10$. $l_\alpha = 8$ est le plus probable.
- $9^- \rightarrow 0^-$: l_α pair et $l_\alpha = 9$. impossible

La désintégration se fait préférentiellement sur les états 2⁻ et 1⁻ à 266 keV et 305 keV. Ils ont des valeurs de Q_α très proches et plus grandes que l'autre couple d'états 2⁻ et 1⁻.

- b) Deux effets contribuent à la valeur particulièrement grande de la période de cet état excité :
- ℓ_α est très grand. Il y a donc une barrière centrifuge qui diminue très fortement la probabilité d'émission.
 - Q est relativement faible (5 MeV). La barrière de potentiel est donc particulièrement large.

Correction 4.5 : Période du plutonium 238

1) On utilise la formule de Gamow (page 99), avec $Q = 5,59$ MeV, $Z = 94$ et $a = 9,3$ fm. On trouve : $T_{\text{theo}} = 60,2$ an. Pour comparer à la valeur expérimentale, il faut tenir compte du rapport d'embranchement. La période partielle expérimentale est donc $T_{\text{exp}} = 125$ an. L'accord est bon, au niveau de l'ordre de grandeur et en tenant compte de la très grande plage sur laquelle peuvent varier les périodes des émetteurs α .

2) Pour la formule de Gamow, le seul paramètre qui change est la valeur du bilan d'énergie de masse. Pour cet état excité, on a $Q^* = 5,1$ MeV. On trouve $T_{\text{theo}}(8^+) = 7,4 \times 10^4$ an, alors que la valeur expérimentale est $T_{\text{exp}}(8^+) = 1,3 \times 10^9$ an. Cela correspond à un désaccord par un facteur 10^4 , dû au fait que le calcul de Gamow ne tient pas compte de la barrière centrifuge. Le moment angulaire de l'alpha est dans ce cas $\ell_\alpha = 8$. On mesure ici la diminution de la probabilité due à la grande valeur de ℓ_α par rapport au cas $\ell_\alpha = 0$.

Corrections des exercices du chapitre 5

Correction 5.1 : Désintégration du chlore 36

On exprime tout d'abord Q en fonction des énergies de liaison pour les trois modes de désintégration.

$$\begin{cases} Q(\beta^-) &= B_{18}^{(36}\text{Ar}) - B_{17}^{(36}\text{Cl}) + (m_n - m_p - m_e)c^2 \\ Q(\beta^+) &= B_{16}^{(36}\text{S}) - B_{17}^{(36}\text{Cl}) + (m_p - m_n - m_e)c^2 \\ Q(CE) &= B_{17}^{(36}\text{S}) - B_{17}^{(36}\text{Cl}) + (m_p - m_n + m_e)c^2 \end{cases} \quad (5.25)$$

En utilisant les données du tableau 5.1 et les masses des particules (p , n et e) données page 247, on trouve les résultats présentés dans le tableau 5.4. On constate que les trois modes de désintégration sont énergétiquement possibles.

	β^-	β^+	CE
Q (MeV)	0,708	0,120	1,142

TAB. 5.4 – Bilan d'énergie de masse pour les trois désintégrations du chlore 36.

Correction 5.2 : Un noyau de période exceptionnellement longue

a) On reprend les formules de Q en fonction des masses atomiques. La différence de masse atomique entre l' $^{115}_{49}\text{In}$ et le $^{115}_{48}\text{Cd}$ est négative. On en conclut donc que la capture électronique est énergétiquement impossible, *a fortiori* la désintégration β^+ . Seule la désintégration β^- est énergétiquement possible ($Q(\beta^-) = 49,6$ keV).

b) On utilise la méthode présentée page 121.

La conservation de la parité impose un moment angulaire orbital L pair.

La composition des moments angulaires du noyau pair et du noyau fils implique $4 \leq \Delta J \leq 5$.

Le résultat dépend ensuite de la valeur de S .

– si $S = 0$ alors $4 \leq L \leq 5$, seule la valeur $L = 4$ est possible.

– si $S = 1$ alors $3 \leq L \leq 6$, $L = 4$ est la plus petite valeur possible.

En conclusion, il s'agit d'une transition de **mixte quatre fois interdite**.

c) Il s'agit d'un degré d'interdiction très élevé. La seule possibilité de désintégration est donc une transition β^- extrêmement peu probable, ce qui correspond à une période extrêmement longue.

Correction 5.3 : Désintégration de l'oxygène 14

1) On cherche à évaluer le degré d'interdiction et le type des deux transitions.

• Transition $0^+ \rightarrow 0^+$

La conservation de la parité implique que L est pair.

La conservation du moment angulaire implique que la seule valeur possible est $\Delta J = 0$.

– si $S = 0$ alors $L = 0$.

Transition	Q_β (MeV)	$\log f$	$\log(fT)$	$\log T$	T (s)
$0^+ \longrightarrow 1^+$	1,8	1,7	3,5	1,8	63
$0^+ \longrightarrow 0^+$	4,1	3,2	7,28	4,1	12×10^3

TAB. 5.5 – Estimation des périodes partielles de l'oxygène 14.

– si $S = 1$ alors $L = 1$, ce qui est impossible car L doit être pair.

Il s'agit d'une transition permise de type Fermi. Vu la valeur de $\log(fT)$, on peut ajouter qu'il s'agit d'une transition superpermise.

• Transition $0^+ \longrightarrow 1^+$

La conservation de la parité implique que L est impair.

La conservation du moment angulaire implique que la seule valeur possible est $\Delta J = 1$.

– si $S = 0$ alors $L = 0$, ce qui est impossible car L doit être impair,

– si $S = 1$ alors $L = 1$.

Il s'agit d'une transition une fois interdite de type Gamow-Teller.

En conclusion, la transition vers l'état excité est *a priori* dominante, du fait d'un degré d'interdiction plus faible.

2) Pour calculer les périodes partielles vers le fondamental (T_1) et le premier état excité (T_2), on évalue les bilans d'énergie de masse pour ces deux désintégrations et on en déduit la valeur de $\log f$ à l'aide de la figure 5.5. La période partielle est ensuite obtenue avec la formule suivante

$$\log(T(\beta)) = \log fT - \log f$$

Le tableau 5.5 résume les valeurs obtenues. La période T est obtenue en combinant les périodes partielles.

$$\frac{1}{T} = \frac{1}{T_1} + \frac{1}{T_2}$$

On obtient $T = 62,7$ s ce qui est en très bon accord avec la valeur expérimentale de référence (70 s).

Les rapports d'embranchement sont donnés par

$$BR_1 = \frac{T}{T_1} = 0,5 \% \text{ et } BR_2 = \frac{T}{T_2} = 99,5 \%$$

L'accord avec les valeurs expérimentales de référence est à nouveau très bon.

Correction 5.4 : Désintégrations β du $^{137}_{55}\text{Cs}$

a) On procède de la même manière que pour les exercices 5.2 et 5.3 et on trouve

- Transition $7/2^+ \longrightarrow 3/2^+$: mixte deux fois interdite.
- Transition $7/2^+ \longrightarrow 1/2^+$: Gamow-Teller deux fois interdite.
- Transition $7/2^+ \longrightarrow 11/2^-$: Gamow-Teller une fois interdite.

Qualitativement, la transition de degré d'interdiction le plus faible est la plus probable, ce qui est cohérent. Par contre, on pourrait penser que les deux transitions 2 fois interdites auraient un

BR du même ordre de grandeur. En fait, c'est la valeur de Q qui joue, comme nous allons le voir dans la question suivante.

b) On calcule pour chaque transition la valeur de Q . À l'aide de la figure de Fermi (page 119), on peut estimer la valeur de l'intégrale de Fermi $\log f$ et en déduire la valeur de T . Le tableau 5.6 résume les résultats obtenus.

Transition	Q^* (MeV)	$\log fT$	$\log f$	$\log T$	T (s)
$7/2^+ \rightarrow 11/2^-$	0,514	9,625	0,6	9,025	$1,06 \times 10^9$
$7/2^+ \rightarrow 1/2^+$	0,892	16,61	1,4	15,21	$1,625 \times 10^{15}$
$7/2^+ \rightarrow 3/2^+$	1,176	12,079	1,9	10,179	$1,5 \times 10^{10}$

TAB. 5.6 – Calcul des périodes partielles du césium 137 à partir de l'intégrale de Fermi.

On note T la période totale et T_i les périodes partielles. On en déduit la période totale :

$$\frac{1}{T} = \frac{1}{T_1} + \frac{1}{T_2} + \frac{1}{T_3}$$

Soit $T \simeq 9,9 \times 10^8 = 31,4$ ans, en très bon accord avec la valeur expérimentale.

On en déduit également les rapports d'embranchement (tab. 5.7), avec

$$BR_i = \frac{\lambda_i}{\lambda} = \frac{T}{T_i}$$

L'accord entre la théorie et l'expérience est encore très bon.

Transition	BR (théorique)	BR (exp.)
$7/2^+ \rightarrow 11/2^-$	93,4 %	94,7 %
$7/2^+ \rightarrow 1/2^+$	$6,1 \times 10^{-5}$ %	$5,8 \times 10^{-4}$ %
$7/2^+ \rightarrow 3/2^+$	6,5 %	5,3 %

TAB. 5.7 – Rapports d'embranchement du césium 137.

Correction 5.5 : Étude des neutrons retardés

1) Désintégration β^- du Rubidium 93

a) On a

$$Q(\beta^-) = \left[M(^{93}_{37}\text{Rb}) - M(^{93}_{38}\text{Sr}) \right] c^2 = 7,46 \text{ MeV}$$

b) La conservation de la parité impose L impair. On a par ailleurs : $0 \leq \Delta J \leq 5$.

– si $S = 0$ alors $0 \leq L \leq 5$. $L = 1$ est le plus probable.

– si $S = 1$ alors $0 \leq L \leq 6$. $L = 1$ est le plus probable.

Il s'agit donc d'une transition **mixte une fois interdite**.

c) La valeur de la période est donnée par la relation

$$\log(T(\beta)) = \log fT - \log f \quad (5.26)$$

Or, on sait que la valeur de Q diminue lorsque l'énergie d'excitation E^* augmente. Comme on sait par ailleurs que $\log f$ est croissant avec Q croissant, on en conclut que $\log f$ est décroissant avec E^* croissant. Toutes choses égales par ailleurs, on s'attend donc à ce que le rapport d'embranchement diminue avec E^* croissant.

Le deuxième paramètre est la valeur de $\log(fT)$. On sait que $\log(fT)$ est croissant avec le degré d'interdiction. On en conclut que le rapport d'embranchement est décroissant avec le degré d'interdiction croissant.

d) Dans ces trois cas, on a une transition permise, ce qui explique que l'on ait un rapport d'embranchement non-négligeable malgré une énergie d'excitation très élevée, ce qui est très défavorable.

e) On a

$$Q^*(\beta^-) = Q(\beta^-) - E^* = 2,08 \text{ MeV}$$

f) On utilise la relation (5.26). On estime tout d'abord la valeur de $\log(f)$ à l'aide de la figure de Fermi $\log(f) = 2,3$.

On utilise ensuite la valeur de la période $T = 5,84 \text{ s}$ et du rapport d'embranchement $BR = 1\%$ pour estimer la période partielle vers cet état $T^* = 584 \text{ s}$. On en déduit

$$\log(fT) = \log T^* + \log f = 5 \quad (5.27)$$

La valeur obtenue est typique de ce que l'on attend pour une désintégration permise.

2) Emission de neutron

a) On a

$$\begin{aligned} S_n(^{93}_{38}\text{Sr}) &= B(^{93}_{38}\text{Sr}) - B(^{92}_{38}\text{Sr}) \\ &= m_n c^2 + M(^{92}_{38}\text{Sr})c^2 - M(^{93}_{38}\text{Sr})c^2 = 5,283 \text{ MeV} \end{aligned}$$

On peut évaluer Q pour ce processus :

$$Q = M(^{93}_{38}\text{Sr})c^2 + E^* - m_n c^2 - M(^{92}_{38}\text{Sr})c^2 = S_n - E^*$$

Le processus est énergétiquement possible si $Q > 0$, soit $S_n > E^*$.

b) Dans ce cas, on a $Q = 100 \text{ keV}$. L'état à $E^* = 5385 \text{ keV}$ peut donc émettre un neutron.

c) Il s'agit d'un processus à 2 corps et l'énergie cinétique du neutron est donnée par

$$T_n = \frac{m(^{93}_{38}\text{Sr})}{m(^{93}_{38}\text{Sr}) + m_n} \times Q \simeq \frac{93}{94} \times Q \simeq 100 \text{ keV}$$

Les neutrons retardés sont donc caractérisés par :

- un temps caractéristique long (seconde) devant celui des neutrons prompts (10^{-16} s)
- une énergie plus faible (100keV) que les neutrons prompts (MeV).

Notons qu'il s'agit d'un exemple illustratif avec un seul état excité au-delà de S_n . En pratique, il y a plusieurs états excités concernés et l'énergie moyenne est en général environ 400 keV.

Correction 5.6 : Désintégration du cobalt 57

a) On calcule les valeurs de Q :

$$Q_{\beta^+} = [M(\text{Co}) - M(\text{Fe}) - 2m_e] c^2 = -185 \text{ keV} \quad (5.28)$$

$$Q_{CE} = [M(\text{Co}) - M(\text{Fe})] c^2 - b_K = 829 \text{ keV} \quad (5.29)$$

La désintégration β^+ est donc énergétiquement impossible, même vers l'état fondamental.

Pour la capture électronique, on vérifie que Q est positif dans les deux cas.

b) On utilise la formule (5.55). L'énergie du neutrino est donnée avec une très bonne précision par la valeur de Q (on néglige alors le recul du noyau). On prend soin de considérer la valeur de Q vers l'état excité, soit $Q = 0,693 \text{ MeV}$. Avec $Z = 27$, on trouve :

$$\log(T_{CE}) = 7,5 \quad \text{soit} \quad T_{CE} = 367 \text{ jour}$$

c) Le rapport des probabilités de capture est $P_L/P_K = 1/8$. On a donc $T^L = 8T^K$. On en déduit

$$\frac{1}{T} = \frac{1}{T^L} + \frac{1}{T^K} = \frac{9}{8T^K}$$

soit $T = 326$ jours.

L'accord avec la valeur expérimentale est remarquable ($T_{exp} = 271,8$ jours).

d) La désintégration en elle-même ne produit pas de rayonnement caractéristique (à part le neutrino qui n'est pas détectable facilement). Par contre, on sait que $\sim 89\%$ des désintégrations créent une lacune dans la couche K . On connaît donc *a priori* le nombre de désexcitations atomiques que l'on va observer. Nous reviendrons sur ce point dans l'exercice 6.6.

Corrections des exercices du chapitre 6

Correction 6.1 : Énergie du γ de désexcitation

1) Si le photon γ emporte la totalité de l'excès d'énergie, on a :

$$E_0 = [m(Y^*) - m(Y)]c^2 = 9,8 \times 10^{-4} \text{ uma} \times c^2 = 913 \text{ keV}$$

On constate que si le photon emporte toute l'énergie, le noyau Y est nécessairement au repos. Au niveau de la quantité de mouvement, on a donc dans l'état final une quantité de mouvement non-nulle (celle du photon) alors que la quantité de mouvement est nulle dans l'état initial (noyau Y^* au repos). La quantité de mouvement n'est donc pas conservée, à cause de l'approximation. Il faut donc dans la suite considérer le recul du noyau Y.

2) On fait le bilan d'énergie totale et de quantité de mouvement :

$$m(Y^*)c^2 = m(Y)c^2 + E_\gamma + T(Y) \quad (6.30)$$

$$\vec{0} = \vec{p}_\gamma + \vec{p}(Y) \quad (6.31)$$

De l'équation (6.31), on déduit que l'angle entre le photon et le noyau Y est 180° et que

$$p(Y) = p_\gamma = E_\gamma/c$$

En notant que $T(Y) = p^2(Y)/2m(Y)$, l'équation (6.30) peut alors se réécrire :

$$\Delta E = E_\gamma + \frac{E_\gamma^2}{2m(Y) \times c^2}$$

Il s'agit d'une équation du deuxième degré dont l'inconnue est E_γ . On trouve deux solutions :

$$E_1 = -m(Y)c^2 + m(Y)c^2 \times \sqrt{1 + \frac{2\Delta E}{m(Y)c^2}}$$

$$E_2 = -m(Y)c^2 - m(Y)c^2 \times \sqrt{1 + \frac{2\Delta E}{m(Y)c^2}}$$

La solution physiquement acceptable pour l'énergie du γ est E_1 car E_2 est négative.

3) Si $\Delta E \ll m(Y)c^2$, on peut effectuer un développement limité. On trouve :

$$E_1 = \Delta E - \frac{\Delta E^2}{2m(Y)c^2} \quad (6.32)$$

La correction relative entre la valeur $E_0 = \Delta E$ et E_1 est donnée par :

$$\frac{E_1 - E_0}{E_0} = -\frac{\Delta E}{2m(Y)c^2} = -5,5 \times 10^{-6}$$

On peut noter que la correction est très faible, l'approximation initiale était donc excellente.

La valeur est négative. En effet à cause du recul du noyau, le photon emporte un peu moins d'énergie que dans la première approximation.

Correction 6.2 : Désexcitation d'un état excité

L'état 4^+ peut se désexciter vers le fondamental ou le premier état excité. On utilise la conservation du moment angulaire total et de la parité pour déterminer l'ordre multipolaire dominant (ℓ) et le type (E ou M).

- $4^+ \rightarrow 0^+$. La seule valeur possible est $\ell = 4$. Il n'y a pas de changement de parité. Il s'agit donc d'une transition $E4$.
- $4^+ \rightarrow 2^+$. Les valeurs possibles sont $\ell = 2, 3, 4, 5, 6$. La valeur $\ell = 2$ est fortement favorisée. Il s'agit donc d'une transition $E2$.

A priori la transition $4^+ \rightarrow 0^+$ est nettement moins probable que la transition $4^+ \rightarrow 2^+$. On peut néanmoins s'en assurer en évaluant λ avec les estimations de Weisskopf. On trouve

- $\lambda(E4) = 2,3 \times 10^3 \text{ s}^{-1}$
- $\lambda(E2) = 6,4 \times 10^{10} \text{ s}^{-1}$

On peut donc considérer que la transition se fait à 100 % sur l'état 2^+ . Celui-ci se désexcite ensuite vers le fondamental par une transition $E2$ de 1,2 MeV.

On s'attend donc à observer 2 photons γ de 1,3 et 1,2 MeV avec des intensités proches de 100 %.

Correction 6.3 : États métastables de la série isotopique du Xénon

1) La transition $11/2^- \rightarrow 3/2^+$ est une transition $M4$ alors que la transition $11/2^- \rightarrow 1/2^+$ est une transition $E5$. La transition $M4$ est dominante dans tous les cas présentés car l'ordre multipolaire le plus bas est favorisé.

Dans le cas du $^{129\text{m}}_{54}\text{Xe}$, l'énergie de la transition $E5$ est légèrement plus grande que celle de la transition $M4$. La différence n'est cependant pas suffisante pour compenser l'effet de l'ordre multipolaire. On peut s'en assurer en calculant les valeurs de λ avec l'estimation de Weisskopf. On trouve un facteur 10^5 en faveur de la transition $M4$.

2) On ne retient que la transition dominante. La valeur de λ est donnée par

$$\lambda = (1 + \alpha_{tot})\lambda_{\gamma}(M4)$$

avec α_{tot} le coefficient de conversion interne et $\lambda_{\gamma}(M4)$ donné par l'estimation de Weisskopf, cf. page 135.

Noyau	$^{129\text{m}}_{54}\text{Xe}$	$^{131\text{m}}_{54}\text{Xe}$	$^{133\text{m}}_{54}\text{Xe}$	$^{135\text{m}}_{54}\text{Xe}$
T_{exp}	8,9 jour	11,8 jour	2,2 jour	15,3 min
E_{γ} (MeV)	0,196	0,164	0,233	0,527
λ_{γ}	$3,2 \times 10^{-8}$	$6,6 \times 10^{-9}$	$1,6 \times 10^{-7}$	$2,57 \times 10^{-4}$
T	11,8 j	23,5 j	5,1 j	36,3 min

TAB. 6.11 – Comparaison de la valeur de la période expérimentale (T_{exp}) et théorique (T) calculée avec l'estimation de Weisskopf et la valeur du coefficient de conversion total.

Le tableau 6.11 résume les résultats pour les différents isotopes du xénon. On note que l'accord avec la valeur expérimentale est remarquable (facteur 2), surtout lorsque l'on considère la très grande échelle de temps des périodes des états excités.

3) Il s'agit d'états nucléaires bâtis sur des intrus de grand j . Leurs caractéristiques quantiques sont différentes des autres états excités (grand J et parité opposée), ce qui explique leur difficulté à se désexciter.

Correction 6.4 : Des électrons et des photons...

Il s'agit d'une capture électronique et la seule particule émise est un neutrino qui emporte toute l'énergie, si on néglige le recul du noyau. Naïvement, on pourrait croire que ce type de désintégration ne présente pas de danger...

1) La conservation du moment angulaire et de la parité permet de déterminer le type de chaque transition.

- Transition $3/2^- \rightarrow 1/2^-$: $\ell = 1$ ou 2 . pas de changement de parité. Transition $M1$.
- Transition $5/2^- \rightarrow 3/2^-$: $\ell = 1, 2, 3$ ou 4 . pas de changement de parité. Transition $M1$.
- Transition $5/2^- \rightarrow 1/2^-$: $\ell = 2$ ou 3 . pas de changement de parité. Transition $E2$.

Pour la désexcitation de l'état $5/2^-$, on constate que la transition $M1$ est plus probable que la transition $E2$.

2)a)b) Il y a trois transitions, donc trois photons γ et trois groupes d'électrons de conversion. Pour les photons γ , l'énergie est la différence des énergies des deux états nucléaires impliqués dans la transition. L'intensité I_γ est liée à l'intensité totale I (donnée sur le schéma de désintégration) par

$$I_\gamma = \frac{I}{\alpha_{tot} + 1}$$

où $\alpha_{tot} = \alpha_K + \alpha_L + \alpha_M + \dots$ est le coefficient de conversion interne total pour la transition concernée.

Pour les électrons de conversion, l'énergie est donnée par

$$T(e^C) = E_\gamma - b$$

où E_γ est l'énergie du γ correspondant et b l'énergie de liaison de l'électron expulsé.

L'intensité pour un électron d'une couche b_i est donnée par

$$I_{ec} = \frac{\alpha_i}{\alpha_{tot} + 1} \times I$$

Le tableau 6.12 résume les photons γ et les électrons de conversion observés lors de la désintégration du cobalt 57.

3) Il faut compter les lacunes dans la couche K . Elles proviennent des :

- captures électroniques de la couche K
- conversions internes (couche K) de la transition $3/2^- \rightarrow 1/2^-$
- conversions internes (couche K) de la transition $5/2^- \rightarrow 1/2^-$
- conversions internes (couche K) de la transition $5/2^- \rightarrow 3/2^-$

On a donc un nombre de lacunes dans la couche K (n_K) :

$$n_K = 88,75 + 70,4 + 1,8 + 1,42 = 162,3$$

On peut ensuite calculer les intensités :

Transition	Energie (keV)	Intensité	Type
	5,4 – 5,69	105,2	e^{AK}
	$\sim 6,4$	57,1	X
$3/2^- \rightarrow 1/2^-$	7,3	70,3	e^{cK}
$3/2^- \rightarrow 1/2^-$	13,57 – 13,7	7,1	e^{cL}
$3/2^- \rightarrow 1/2^-$	$\sim 14,41$	1,03	e^{cM}
$3/2^- \rightarrow 1/2^-$	14,41	9,15	γ
$5/2^- \rightarrow 3/2^-$	115	1,817	e^{cK}
$5/2^- \rightarrow 3/2^-$	122,06	85,71	γ
$5/2^- \rightarrow 1/2^-$	129,3	1,44	e^{cK}
$5/2^- \rightarrow 1/2^-$	136,47	10,86	γ

TAB. 6.12 – Particules (X, γ, e^C ou e^A) observées lors de la désintégration du cobalt 57.

– photons X : $I(XK) = \omega_K n_K = 57,1$

– électrons Auger K : $I(e^{AK}) = (1 - \omega_K)n_K = 105,2$

Les énergies des X sont donnés par $E(XK) = b_K - b_i$. On a donc :

– KL_3 : $E(XK) = 6,4039$ keV

– KL_2 : $E(XK) = 6,3909$ keV

– KL_1 : interdit car cela correspond à une transition $\ell = 0$ (comme pour la désexcitation γ).

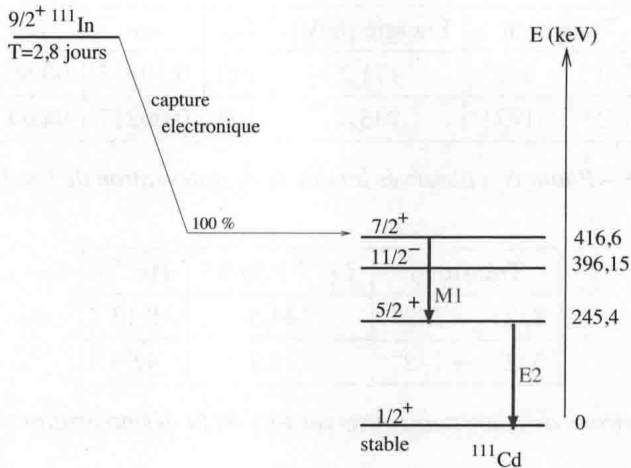
Les énergies des électrons Auger sont donnés par $E(KLL) = b_K - b_i - b_j$. On a donc :

– min KL_1L_1 : $E(e^{AK}) = b_K - 2b_{L1} = 5,4198$ keV

– max : KL_3L_3 : $E(e^{AK}) = b_K - 2b_{L3} = 5,6958$ keV

Le tableau 6.12 résume toutes les particules émises lors de la désintégration du cobalt 57.

Comme on peut le constater, on est très loin du cas où la seule particule émise est un neutrino. Il y a en fait une grande quantité de photons et d'électrons émis qui rendent une source de cobalt 57 finalement assez dangereuse.


 FIG. 6.12 – Transitions γ dominantes pour chaque état excité.

Correction 6.5 : Perte "momentanée" d'un flacon d'indium 111

1) Désexcitations nucléaires et atomiques

a) $7/2^+ \rightarrow 11/2^-$

on a $2 \leq \ell \leq 9$. On retient la plus faible valeur de ℓ : $\ell = 2$.

Par ailleurs, il y a changement de parité, il s'agit donc d'une **transition M2**.

• $7/2^+ \rightarrow 5/2^+$

on a $1 \leq \ell \leq 6$. On retient la plus faible valeur de ℓ : $\ell = 1$.

Par ailleurs, il n'y a pas changement de parité, il s'agit donc d'une **transition M1**.

• $7/2^+ \rightarrow 1/2^+$

on a $3 \leq \ell \leq 4$. On retient la plus faible valeur de ℓ : $\ell = 3$.

Par ailleurs, il n'y a pas changement de parité, il s'agit donc d'une **transition M3**.

• $5/2^+ \rightarrow 1/2^+$

on a $2 \leq \ell \leq 3$. On retient la plus faible valeur de ℓ : $\ell = 2$.

Par ailleurs, il n'y a pas changement de parité, il s'agit donc d'une **transition E2**.

La figure 6.12 résume les transitions a priori dominantes pour chaque niveau excité. On a retenu la plus faible valeur de ℓ pour chaque niveau.

b) Le tableau 6.13 résume les γ observés. Les intensités sont données par :

$$I_\gamma = \frac{I_{tot}}{\alpha_T + 1}$$

avec α_T le coefficient de conversion interne total.

Transition	Énergie (keV)	I_{tot}	α_T	I_γ
$7/2^+ \rightarrow 5/2^+$	171,2	100	0,10317	90,66
$5/2^+ \rightarrow 1/2^+$	245,4	100	0,06217	94,34

TAB. 6.13 – Photons γ observés lors de la désintégration de l'indium 111.

Transition	$T(e^{cK})$ (keV)	$I(e^{cK})$
$7/2^+ \rightarrow 5/2^+$	144,5	8,13
$5/2^+ \rightarrow 1/2^+$	218,7	4,94

TAB. 6.14 – Electrons de conversion observés lors de la désintégration de l'indium 111.

Le tableau 6.14 résume les électrons de conversion K observés. Les intensités sont données par :

$$I(e^{cK}) = \frac{\alpha_K \times I_{tot}}{\alpha_T + 1}$$

avec α_K le coefficient de conversion interne de la couche K .

Les énergies cinétiques sont données par :

$$T(e^{cK}) = E_\gamma - b_K$$

On néglige les électrons de conversion L , la plus grande intensité étant de l'ordre de 1% (pour la transition $7/2^+ \rightarrow 5/2^+$).

c) Il faut tout d'abord évaluer le nombre de lacunes dans la couche K , noté n_K .

$$n_K = 85, 15 + 8, 13 + 4, 94 = 98, 22$$

On a tenu compte de tous les électrons de conversion K mais également des captures électroniques.

Le nombre de photons X est donc :

$$I(XK) = \omega_K \times n_K = 82, 7$$

et les énergies :

$$E(XKL_2) = 22, 98 \text{ keV}, \quad E(XKL_3) = 23, 17 \text{ keV}$$

On notera que la transition atomique KL_1 est interdite car elle implique un photon de $\ell = 0$, cf. cours.

Le nombre total d'électrons Auger K observés est donné par :

$$I(e^{AK}) = (1 - \omega_K) \times n_K = 15, 51$$

et les énergies (minimum et maximum) :

$$E(KL_1L_1) = 18, 67 \text{ keV} \quad E(KL_3L_3) = 19, 63 \text{ keV}$$

Particule	E (keV)	I (%)
X (Cd)	22,98 – 23,17	82,7
γ	171,1	90,66
γ	245,4	94,34
e^{AK}	18,67 – 19,63	15,5
e^{CK}	144,5	8,13
e^{CK}	218,7	4,94

TAB. 6.15 – Particules observées pour 100 désintégrations de l'indium 111.

2) Étude du flacon égaré

a) On trouve

$$m(\text{In}) = \frac{M_{\text{mol}} \times aT}{N_a \ln 2} \simeq 2 \times 10^{-9} \text{ g}$$

b) Le tableau 6.15 résume les particules observées lors de cette désintégration.

On a donc un nombre important de photons (de basse énergie certes), dans le cadre d'une source dont l'activité est conséquente, on peut dire que la dangerosité n'est pas à négliger. On peut ajouter le risque de dissémination (nappe phréatique) dans le contexte de cet échantillon jeté à la décharge.

Correction 6.6 : Découverte de la capture électronique

1) La désexcitation du 4^+ se fait par une $E2$ vers le 2^+ et une $E4$ vers le 0^+ . La transition $E2$ est a priori la plus probable.

La désexcitation du 2^+ se fait par une $E2$ vers le fondamental.

2) La liste des photons γ est résumée dans le tableau 8.3.2.

Pour le calcul des intensités on a négligé les électrons de conversion (α très faible pour ces transitions de haute énergie). On n'oublie pas d'ajouter le γ de 511 keV provenant de l'annihilation du positon émis.

Transition	Type	E_γ (keV)	I_γ (%)
$4^+ \longrightarrow 2^+$	$E2$	1313	100
$2^+ \longrightarrow 0^+$	$E2$	983	100
annihilation	/	511	45,8

3) On commence par compter les lacunes dans la couche K . Cela correspond au nombre de captures électroniques sur la couche K : $n_K = 48,1$. Avec le coefficient de fluorescence $\omega_K = 0,226$, on trouve $I(XK) = n_K \omega_K = 10,9$ et $I(e^{AK}) = n_K(1 - \omega_K) = 37,2$.

L'énergie des X est donnée par :

$$E(XKL_2) = 4,50 \text{ keV} , E(XKL_3) = 4,51 \text{ keV}$$

L'énergie des e^A est comprise dans l'intervalle :

$$T_{min} = T(KL_1L_1) = 3,84 \text{ keV} , T_{max} = T(KL_3L_3) = 4,05 \text{ keV}$$

4) Le premier argument est la comparaison de l'intensité du γ de 1313 keV (désexcitation du 4^+) avec celle du nombre de γ de 511 keV. On constate un rapport ~ 2 . Cela indique que dans 50 % des cas l'état 4^+ est alimenté par un autre processus. Comme les états d'énergie supérieure ne sont pas alimentés par la désintégration β^+ , la seule possibilité est qu'un autre processus de désintégration mène directement à l'état 4^+ , et ce sans émission de particule (détectable).

Le deuxième argument est la présence de photons X de ~ 5 keV. Cela indique nécessairement qu'il y a création de lacunes dans la couche K de l'atome de titane. Notons qu'il n'y a pas d'ambiguïté avec le phénomène d'électrons de conversion (absent ici pour des transitions de grande énergie). Cela implique nécessairement que le nouveau processus a créé des lacunes K . Il s'agit donc d'un processus, sans émission de particules détectables, créant une lacune dans la couche K et menant au titane 48. Il s'agit bien de la capture électronique.

Corrections des exercices du chapitre 7

Correction 7.1 : Isotopes fissiles du plutonium

1)a) L'énergie cinétique du neutron étant très faible, on peut le considérer au repos. La quantité de mouvement totale est donc nulle dans l'état initial. La conservation de la quantité de mouvement impose donc que le noyau fils soit produit au repos. Or, la réaction nucléaire libère une énergie $Q > 0$. La seule possibilité est donc que l'énergie soit disponible en énergie d'excitation du noyau ${}^{A+1}_Z X$ ($E^* = Q$).

b) Le bilan de la réaction s'écrit :

$$Q = E^* = \left[m_n + m({}^A_Z X) - m({}^{A+1}_Z X) \right] c^2 = B(A, Z) - B(A-1, Z)$$

2) On peut calculer les énergies de liaison avec la formule semi-empirique, ou consulter les valeurs expérimentales (par exemple : <http://atom.kaeri.re.kr/>).

Les valeurs sont résumées dans le tableau 7.8.

	${}^{239}_{94}\text{Pu}$	${}^{240}_{94}\text{Pu}$	${}^{241}_{94}\text{Pu}$	${}^{242}_{94}\text{Pu}$
E_a (MeV)	6,0	6,3	6,0	6,2
σ_{th} (barn)	742	0,08	1010	0,2
B_{th} (MeV)	1808,1	1815,0	1820,7	1827,3
E_{th}^* (MeV)	6,9	5,7	6,6	
B_{exp} (MeV)	1806,9	1813,4	1818,7	1825,0
E_{exp}^* (MeV)	6,5	5,3	6,3	

TAB. 7.8 – Énergies de liaison et énergies d'excitation du noyau composé (théoriques et expérimentales).

On constate que la formule semi-empirique donne des résultats en très bon accord avec les valeurs expérimentales.

3)a) Seuls les isotopes impairs présentent une valeur de l'énergie d'excitation du noyau composé E^* supérieure à celle de l'énergie d'activation. Cela explique qu'ils puissent fissionner avec des neutrons thermiques, comme en témoignent les valeurs des sections efficaces de fission.

b) Le terme d'appariement δ vaut environ 0,56 MeV. Il contribue positivement à l'énergie de liaison des isotopes pair-pair. Sans ce terme, les énergies d'excitation des trois isotopes sont semblables (6,1 à 6,3). Il joue un rôle décisif et permet d'expliquer le fait que seuls les isotopes impairs du plutonium sont fissiles.

Il est également possible de comprendre le phénomène de manière qualitative : lors de la capture d'un neutron par un plutonium de A pair, on passe d'un noyau pair-pair à un noyau impair-pair,

ce qui est défavorable du point de vue énergétique. La valeur de Q s'en trouve diminuée de la quantité δ .

Correction 7.2 : Énergie libérée lors de la fission

1) Le bilan de la réaction de fission s'écrit :

$$Q = [m({}_Z^AX) - 2m({}_{Z/2}^{A/2}Y)]c^2 = 2B({}_{Z/2}^{A/2}Y) - B({}_Z^AX)$$

Les termes de volume se simplifient, il reste :

$$Q = a_s \left[A^{2/3} - 2 \frac{A^{2/3}}{2^{2/3}} \right] + a_c \left[\frac{Z(Z-1)}{A^{1/3}} - 2 \times \frac{Z/2(Z/2-1)}{(A/2)^{1/3}} \right] + a_a \left[\frac{(A-2Z)^2}{A} - 2 \frac{(A/2-Z)^2}{(A/2)} \right]$$

On remarque que les termes d'asymétrie se simplifient également. Pour un noyau lourd, on peut négliger les termes en Z devant ceux en Z^2 , il reste finalement :

$$Q = a_s A^{2/3} [1 - 2^{1/3}] + a_c \frac{Z^2}{A^{1/3}} [1 - 2^{-2/3}] = -4,4A^{2/3} + 0,257 \frac{Z^2}{A^{1/3}}$$

2) Les deux seuls termes (en dehors de l'appariement) contribuant à l'énergie libérée lors de la fission sont :

- Le terme de surface, qui a une contribution négative car en divisant le noyau en deux on augmente la surface totale
- Le terme coulombien, qui a une contribution positive car en divisant le noyau en deux on diminue la répulsion coulombienne

3) La fission est exoénergétique tant que $Q > 0$ soit :

$$-4,4A^{2/3} + 0,257 \frac{Z^2}{A^{1/3}} > 0$$

En faisant l'approximation $Z \simeq 1/2$, on trouve :

$$-4,4A^{2/3} + \frac{0,257}{4} A^{5/3} > 0$$

d'où

$$A \gtrsim 63$$

On remarque que cette valeur de A n'est pas très éloignée du maximum de stabilité de la courbe d'Aston (page 39) situé autour de $A \simeq 60$.

Correction 7.3 : Production d'uranium 233 dans les réacteurs au thorium

1) Le thorium 232 (${}_{90}^{232}\text{Th}$) pendant le fonctionnement du réacteur

a) a) On a : $N_0 = \rho / M_{mol} \times N_A = 2,25 \times 10^{22} \text{ cm}^{-3}$.

Pour la masse molaire, on n'oublie pas de tenir compte du fait qu'il s'agit d'une molécule de ThO_2 : $M_{mol}(\text{ThO}_2) \simeq 232 + 2 \times 16 = 264 \text{ gmol}^{-1}$.

b) Vue la valeur de la période, seule la capture est à prendre en compte. On trouve facilement :

$$N_T(t) = N_0 e^{-\sigma_T \varphi t} \simeq N_0 \text{ pour des temps de l'ordre de l'année}$$

2) Le protactinium 233 (${}^{233}_{91}\text{Pa}$) pendant le fonctionnement du réacteur

a) $dN_P = -(\sigma_P\varphi + \lambda_P)N_P dt + \sigma_T\varphi N_0$.

b) On trouve facilement :

$$N_P(t) = \frac{\sigma_T\varphi N_0}{\sigma_P\varphi + \lambda_P} \left(1 - e^{-(\sigma_P\varphi + \lambda_P)t}\right)$$

On peut trouver une expression simplifiée en calculant la valeur numérique de ces 2 termes :

$$\lambda_P = 2,97 \times 10^{-7} \text{ s}^{-1} \quad \text{et} \quad \sigma_P\varphi = 1,3 \times 10^{-9} \text{ s}^{-1}$$

On constate que l'on peut négliger le terme de capture. On en déduit une expression simplifiée :

$$N_P(t) = \frac{\sigma_T\varphi N_0}{\lambda_P} \left(1 - e^{-\lambda_P t}\right)$$

c) On trouve $N_P^{eq} = 3,15 \times 10^{18} \text{ cm}^{-3}$

3) L'uranium 233 (${}^{233}_{92}\text{U}$) pendant le fonctionnement du réacteur

Il faut ici tenir compte à la fois de la fission et de la capture stérile. On a donc $\sigma_U = \sigma_U^C + \sigma_U^F = 56 \text{ barn}$.

La période de l'Uranium 233 est telle que l'on peut négliger la désintégration de l'uranium 233.

a) $dN_U = -\sigma_U\varphi N_U dt + \lambda_P N_P dt$.

b) En utilisant la méthode de Laplace, on trouve :

$$N_U(t) = \frac{\sigma_T N_0}{\sigma_U} \left(1 - e^{-\sigma_U\varphi t}\right) - \frac{\sigma_T\varphi N_0}{\sigma_U\varphi - \lambda_P} \left(e^{-\lambda_P t} - e^{-\sigma_U\varphi t}\right)$$

c) On trouve $N_U^{eq} = 2,59 \times 10^{19} \text{ cm}^{-3}$.

4)a) Le seul phénomène à prendre en compte est la désintégration du protactinium 233. On a

$$dN_P = -\lambda_P N_P dt \quad \text{et} \quad dN_U = +\lambda_P N_P dt$$

b) En notant qu'à l'arrêt du réacteur, on a $N_P(0) = N_P^{eq}$ et $N_U(0) = N_U^{eq}$, on trouve :

$$N_P(t) = N_P^{eq} e^{-\lambda_P t} \quad \text{et} \quad N_U(t) = N_U^{eq} + N_P^{eq} (1 - e^{-\lambda_P t})$$

c) Pour des temps longs, la concentration tend vers $N_U^{eq} + N_P^{eq}$, soit une augmentation de 11 % de la concentration en uranium 233 après l'arrêt du réacteur.

Notons que la gestion de la criticité de cet échantillon est problématique du fait de son augmentation relativement rapide au cours du temps (avec une constante de temps de l'ordre du mois).

Corrections des exercices du chapitre 8

Correction 8.1 : Fissions en REP

Dans la suite, on note $\sigma^A = \sigma^F + \sigma^C$ la section efficace d'absorption de neutron, menant soit à la fission, soit à la capture radiative. On note avec un indice 5 (resp. 8, 9) les données relatives au ${}^{235}_{92}\text{U}$ (resp. ${}^{238}_{92}\text{U}$ et ${}^{239}_{94}\text{Pu}$).

1) Uranium 238

a) La masse molaire du mélange isotopique est :

$$M_{mol} \simeq 235 \times 0,035 + 238 \times 0,965 = 237,9 \text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$$

On en déduit

$$N_8^0 = \frac{96,5\% \times \rho N_A}{M_{mol}} = 2,68 \times 10^{22} \text{ cm}^{-3}$$

b) À l'échelle de l'année, on peut considérer que le nombre de désintégrations est négligeable. On peut estimer le nombre de captures par unité de volume pendant 1 an : $\sigma_8^C \varphi N_8^0 = 0,4\% N_8^0$. En conséquence, on peut considérer que le nombre de noyaux d'uranium 238 (N_8) par unité de volume demeure constant.

2) Uranium 235

a) Pour une échelle de temps de l'ordre de l'année (typique de la durée de fonctionnement d'un réacteur), il n'y a pas lieu de considérer la désintégration de l'uranium 235. Les seuls processus qui font diminuer le nombre de noyaux d'uranium 235 (N_5) sont la fission et la capture radiative. La diffusion quant à elle ne fait pas varier le nombre de noyaux.

On a donc

$$dN_5 = -\sigma_5^A \varphi N_5 dt$$

On a donc

$$N_5(t) = N_5^0 e^{-\sigma_5^A \varphi t} = \frac{3,5 \times N_8^0}{96,5} e^{-\sigma_5^A \varphi t}$$

b) Durant ce laps de temps, le nombre de noyaux d'uranium 238 est considéré comme constant. Cela correspond à une diminution du nombre de noyaux d'uranium 235 par un facteur 5. On a donc

$$t = \frac{\ln 5}{\sigma_5^A \varphi} \simeq 1,5 \text{ ans}$$

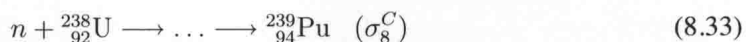
c) Le taux de fissions par unité de volume est donné par

$$\tau_5(t) = \sigma_5^F \varphi \times N_5(t)$$

Pour $t = 2$ ans, on trouve $\tau_5(2 \text{ ans}) = 3,3 \times 10^{12} \text{ s}^{-1} \text{ cm}^{-3}$.

2) Plutonium 239

a) Pour un temps de l'ordre de l'année, on peut négliger les périodes de l' ${}^{239}_{92}\text{U}$ et du ${}^{239}_{93}\text{Np}$ et considérer que le ${}^{239}_{94}\text{Pu}$ est produit directement lors de la capture radiative. On a donc



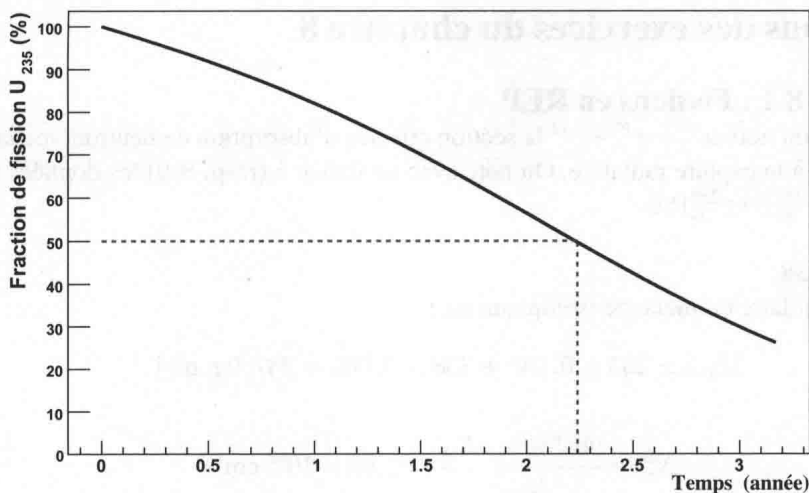
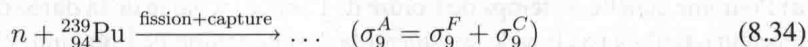


FIG. 8.8 – Fraction de fissions thermiques dues à l'uranium 235 dans un REP initialement enrichi à 3,5 % en fonction de temps.

Le plutonium 239 est un noyau fissile et qui peut capturer un neutron



La variation infinitésimale du nombre de noyaux de plutonium 239 (N_9) est donnée par

$$dN_9 = \sigma_8^C \varphi N_8^0 dt - \sigma_9^A \varphi N_9 dt \quad (8.35)$$

On a donc

$$N_9 = \frac{\sigma_8^C N_8}{\sigma_9^A} \times \left(1 - e^{-\sigma_9^A \varphi t}\right) \quad (8.36)$$

b) Le taux de fissions par unité de volume est donné par

$$\tau_9(t) = \sigma_9^F \varphi \times N_9(t)$$

Pour $t = 2$ ans, on trouve $\tau_9(2 \text{ ans}) = 2,56 \times 10^{12} \text{ s}^{-1} \text{ cm}^{-3}$.

On remarque que 44 % des fissions thermiques sont dues au plutonium 239 au bout de 2 ans de fonctionnement.

4) Taux de fissions

La fraction de fissions dues à l'uranium 235 est donnée par :

$$f_5(t) = \frac{\tau_5}{\tau_5 + \tau_9} = \frac{\sigma_5^F N_5(t)}{\sigma_5^F N_5(t) + \sigma_9^F N_9(t)}$$

La figure 8.8 présente la fraction de fissions thermiques dues à l'uranium 235 dans un REP initialement enrichi à 3,5 % en fonction de temps. On note qu'à partir de 2,2 ans de fonctionnement, moins de la moitié des fissions sont dues à l'uranium 235.

Correction 8.2 : Évolution du combustible REP

- a) Pour chaque noyau A_ZX , il y a deux processus possibles :
- la désintégration β^- qui mène au noyau ${}^A_{Z+1}Y$ ou α qui mène au noyau ${}^{A-4}_{Z-2}Y$. Ce processus est caractérisé par λ , *i.e.* la probabilité de désintégration par unité de temps.
 - la capture de neutron (n, γ) au noyau ${}^{A+1}_ZX$. Ce processus est caractérisé par $\sigma\varphi$, *i.e.* la probabilité de capture par unité de temps.

Ainsi, la quantité $x = \sigma\varphi / (\lambda + \sigma\varphi)$ indique la fraction de disparitions dues à la capture, le reste $(1 - x)$ étant dû à la désintégration. Le tableau présente les valeurs calculées de x pour les différents actinides. Il ne reste plus qu'à reconstruire le devenir des deux noyaux présents dans l'uranium naturel (${}^{235}_{92}\text{U}$ et ${}^{238}_{92}\text{U}$). La figure 8.9 présente les chaînes d'évolution des noyaux ${}^{235}_{92}\text{U}$ et ${}^{238}_{92}\text{U}$.

$Z = 92$	${}^{235}_{92}\text{U}$	${}^{236}_{92}\text{U}$	${}^{237}_{92}\text{U}$	${}^{238}_{92}\text{U}$	${}^{239}_{92}\text{U}$	
x (%)	100	100	2	100	0	
$Z = 93$	${}^{236}_{93}\text{Np}$	${}^{237}_{93}\text{Np}$	${}^{238}_{93}\text{Np}$	${}^{239}_{93}\text{Np}$	${}^{240}_{93}\text{Np}$	
x (%)	100	100	1	0	0	
$Z = 94$	${}^{238}_{94}\text{Pu}$	${}^{239}_{94}\text{Pu}$	${}^{240}_{94}\text{Pu}$	${}^{241}_{94}\text{Pu}$	${}^{242}_{94}\text{Pu}$	${}^{243}_{94}\text{Pu}$
x (%)	99	100	100	92	100	0

TAB. 8.9 – Fraction de captures (x) des principaux actinides.

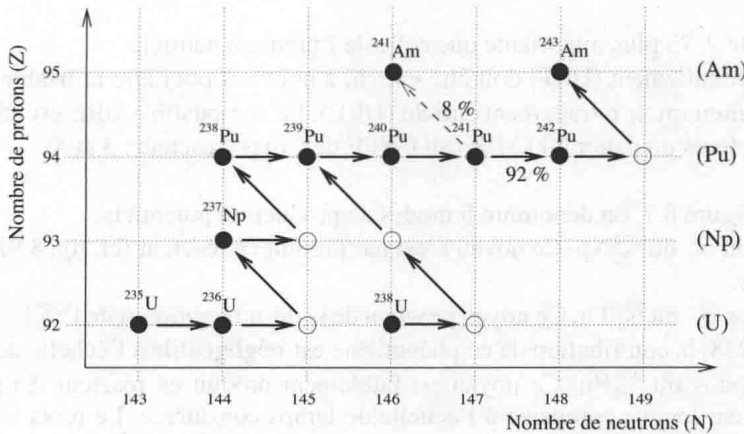


FIG. 8.9 – Chaînes d'évolution de l'uranium 235 et 238 en réacteurs thermiques. Les noyaux en quantité significative au déchargement sont indiqués par des ●.

- b) Un noyau est considéré comme *en quantité significative* s'il fait partie de la chaîne d'évolution et si sa période n'est pas négligeable devant le temps de séjour en réacteur. En conclusion, l'inventaire au déchargement comporte :

- les isotopes 235, 236 et 238 de l'uranium,
- l'isotope 237 du neptunium,
- les isotopes 238 à 242 du plutonium,
- les isotopes 241 et 243 de l'américium, qui ont des périodes longues et sont produits par décroissance des isotopes 241 et 243 du plutonium.

Correction 8.3 : Uranium de retraitement

1) Pour un noyau A_ZX de période T , l'activité massique a_m est donnée par

$$a_m = \frac{\ln 2 N_a}{AT}$$

Le tableau 8.10 résume les valeurs obtenues pour les différents isotopes composant l'uranium de retraitement.

	${}^{234}_{92}\text{U}$	${}^{235}_{92}\text{U}$	${}^{236}_{92}\text{U}$	${}^{238}_{92}\text{U}$
a_m (Bq/g)	$2,3 \times 10^8$	8×10^4	$2,4 \times 10^6$	$1,24 \times 10^4$

TAB. 8.10 – Activités massiques des différents isotopes composant l'uranium de retraitement.

En tenant compte des fractions isotopiques, cela correspond à une activité massique pour 1 gramme d'uranium de retraitement :

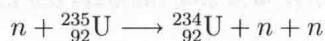
$$a_m(\text{URT}) = 7,1 \times 10^4 \text{ Bq/g}$$

soit une activité 2,75 plus importante que celle de l'uranium naturel.

L'uranium de retraitement (URT) doit être enrichi à nouveau pour être utilisable en REP. Il est alors nommé uranium de retraitement enrichi (URE). Le combustible URE est utilisé en France dans deux réacteurs du palier 900 MWe au CNPE de Cruas (réacteurs 3 et 4).

2) D'après la figure 8.7, on dénombre 5 modes de production potentiels.

- Désintégration β^+ du ${}^{234}_{93}\text{Np}$. Ce noyau n'est pas produit en réacteur (cf. fig. 8.9). Le processus est **impossible**.
- Désintégration β^- du ${}^{234}_{91}\text{Th}$. Ce noyau provient de la désintégration α de l' ${}^{238}_{92}\text{U}$. Vu la période de l'uranium 238, la contribution de ce phénomène est **négligeable** à l'échelle de l'année.
- Désintégration α du ${}^{238}_{92}\text{Pu}$. Ce noyau est faiblement produit en réacteur. Sa période est de plus relativement longue comparée à l'échelle de temps considérée. Le processus est **a priori possible mais négligeable**.
- Réaction $(n, 2n)$ sur l'uranium 235. Il s'agit de la réaction suivante



On peut évaluer la valeur de Q à partir des masses atomiques

$$Q = \left(M({}^{235}_{92}\text{U}) - M({}^{234}_{92}\text{U}) - m_n \right) c^2 = -5,3 \text{ MeV}$$

La réaction est endoénergétique. Elle est donc **énergétiquement impossible** pour des neutrons thermiques.

• Réaction (n, γ) sur l'uranium 233. Ce noyau n'est ni présent dans l'uranium naturel, ni produit au cours du séjour en réacteur (cf. fig. 8.9). Le processus est **impossible**.

Aucun des modes de production ne semble réaliste. On en conclut que l'uranium 234 n'est pas produit en réacteur à neutrons thermiques.

b) On note que la section efficace de capture radiative de l'uranium 234 est non-négligeable. Au cours du séjour en réacteur, il se transforme donc en uranium 235, ce qui régénère un peu la quantité de matière fissile. Du fait de l'irradiation neutronique, la quantité d'uranium 234 diminue donc lors de son séjour en réacteur.

c) Cette augmentation de la fraction isotopique en $^{234}_{92}\text{U}$ résulte du processus d'enrichissement du combustible. En effet, ce dernier consiste à sélectionner les isotopes les plus légers (contenus dans les molécules UF_6 les plus rapides). La faible fraction isotopique d'uranium 234 de l'uranium naturel s'en trouve augmentée pour le combustible enrichi neuf. Au cours de l'irradiation, on peut penser que celle-ci diminue du fait de la capture radiative.

On remarque que le facteur d'enrichissement de l' $^{234}_{92}\text{U}$ est même meilleur que celui de $^{235}_{92}\text{U}$. En prenant la valeur de l'uranium 235 ($3,5/0,7 = 5$), on peut faire une estimation basse de la fraction isotopique en $^{234}_{92}\text{U}$ après enrichissement : $\sim 0,027\%$.

Correction 8.4 : Surgénération

Le bilan en l'absence de couvertures fertiles est donné par

$$\tau_r = \frac{100}{100 + 20} \simeq 0,83$$

Malgré la forte production de noyaux fissiles, le réacteur n'atteint pas le régime surgénérateur. Avec les couvertures fertiles, on a

$$\tau_r = \frac{100 + 60 \times 0,85}{100 + 20} \simeq 1,26$$

Les couvertures fertiles permettent donc de passer en mode surgénérateur, en utilisant une partie des neutrons de fuite, perdus pour la fission, pour produire du plutonium 239.

Données numériques

1) Le système international d'unités

Les unités du Système International (SI) sont présentées dans le tableau A.1. En physique nucléaire, des unités spécifiques sont utilisées (cf. tab. A.2), en raison notamment des ordres de grandeur mis en jeu à cette échelle.

Quantité Physique	Nom unité	Symbole	Dimension
Longueur	mètre	m	L
Masse	kilogramme	kg	M
Temps	seconde	s	T
Courant électrique	ampère	A	I
Température	kelvin	K	θ

TAB. A.1 – Unités de base du système international.

Unité	Symbole	Facteur de conversion
Angström	Å	$1 \text{ Å} = 10^{-10} \text{ m}$
Fermi	fm	$1 \text{ fm} = 10^{-15} \text{ m}$
Barn	barn	$1 \text{ barn} = 10^{-28} \text{ m}^2$
Unité de masse atomique	uma	$1 \text{ uma} = 1,66 \times 10^{-27} \text{ kg}$
Electron-Volt	eV	$1 \text{ eV} = 1,602 \times 10^{-19} \text{ J}$

TAB. A.2 – Unités spécifiques utilisées en physique nucléaire.

3) Constantes de la Physique

Le tableau A.3 résume les principales constantes de la physique.

Quantité	Symbole	Valeur
Vitesse de la lumière	c	$2,998 \times 10^8 \text{ ms}^{-1}$
Constante de Gravitation	G_N	$6,674 \times 10^{-11} \text{ m}^3\text{kg}^{-1}\text{s}^{-2}$
Constante de Boltzmann	k_B	$1,38 \times 10^{-23} \text{ JK}^{-1}$
Constante de Planck	h	$6,626 \times 10^{-34} \text{ Js}$
Constante de Fermi	G_F	$8,96 \times 10^{-5} \text{ MeV}\cdot\text{fm}^3$
Constante de structure fine	α	$e^2/(4\pi\epsilon_0\hbar c) = 1/137$
Rayon de l'atome de Bohr	a_0	$0,529 \times 10^{-10} \text{ m}$
Nombre d'Avogadro	N_A	$6,022 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$
Charge de l'électron	e	$1,602 \times 10^{-19} \text{ C}$
Masse de l'électron	m_e	$0,0005486 \text{ uma}$
Masse du proton	m_p	$1,0072765 \text{ uma}$
Masse du neutron	m_n	$1,0086649 \text{ uma}$

TAB. A.3 – Constantes de la Physique. Valeurs extraites de [2].

4) Facteurs de conversion

Différents facteurs de conversion permettent de simplifier les applications numériques en évitant de repasser par les unités du système international.

Il s'agit par exemple du facteur $\hbar c$ qui permet de lier une énergie à une longueur :

$$\hbar c = 197,3 \text{ MeV}\cdot\text{fm}$$

La valeur numérique $1\text{uma} \times c^2$ permet de lier une énergie et une masse. Elle est donnée par :

$$1\text{uma} \times c^2 = 931,5 \text{ MeV}$$

Rappels de mécanique classique et relativiste

On présente ici deux notions essentielles à la compréhension de la physique nucléaire. Tout d'abord, l'équivalence énergie-masse qui prend tout son sens dans le contexte de la production d'énergie. On présente ensuite les relations liant les grandeurs dynamiques dans le référentiel du centre de masse à celles évaluées dans le référentiel du laboratoire. On démontre en particulier le théorème de König, utilisé dans le calcul de l'énergie seuil d'une réaction nucléaire (sec. 3.3.1). Le cas particulier du système à deux corps est présenté à la section B.2.4.

B.1 Equivalence énergie-masse

Une particule (ou un noyau) de masse m au repos possède une **énergie de masse** égale à mc^2 . L'**énergie totale** E d'une particule en mouvement est donc la somme de son **énergie cinétique** T et de son énergie de masse :

$$E = T + mc^2 \quad (\text{B.1})$$

où $c = 3 \times 10^8 \text{ ms}^{-1}$ est la vitesse de la lumière.

Notons que la relation (B.1) est valable dans tous les cas (relativiste ou classique). D'un point de vue pratique, la mécanique classique et la mécanique relativiste diffèrent par les expressions liant l'énergie cinétique et la quantité de mouvement.

En mécanique classique, on a :

$$T = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{p^2}{2m}, \quad (\text{B.2})$$

où $p = mv$ est la quantité de mouvement.

En mécanique relativiste, la relation reliant l'énergie totale (E) et la quantité de mouvement est donnée par

$$E^2 - p^2c^2 = m^2c^4 \quad (\text{B.3})$$

En utilisant (B.1), on trouve

$$p = \frac{1}{c} \times \sqrt{T^2 + 2Tmc^2} \quad (\text{B.4})$$

qui est l'analogie de (B.2) en mécanique relativiste.

Il est nécessaire d'utiliser la formulation relativiste à partir du moment où l'énergie cinétique (T) est du même ordre de grandeur que l'énergie de masse (mc^2). Autrement dit, la mécanique classique est une approximation valable quand $T \ll mc^2$, *i.e.* à basse énergie. On peut s'en convaincre facilement en écrivant :

$$p^2 = \frac{1}{c^2} \times (T^2 + 2Tmc^2) = \frac{m^2c^4}{c^2} \times \left(\frac{T^2}{m^2c^4} + \frac{2T}{mc^2} \right) \simeq 2mT \text{ si } T \ll mc^2$$

En physique nucléaire, l'approximation non-relativiste est souvent suffisante car les énergies mises en jeu sont faibles devant les énergies de masse. Cela ne signifie pas pour autant qu'il faut négliger l'énergie de masse. La relation $E = T + mc^2$ demeure valable, mais pour calculer l'énergie cinétique on utilise l'expression classique $T = p^2/2m$.

Il convient donc de comparer l'énergie cinétique de la particule considérée à son énergie de masse :

- Pour une particule α issue de la désintégration α : l'énergie cinétique est typiquement de l'ordre du MeV, alors que son énergie de masse est $m(\text{He})c^2 \simeq 4 \text{ GeV}$. L'approximation non-relativiste est justifiée.
- Pour un électron issu de la désintégration β : l'énergie cinétique peut varier entre le ~ 0 et quelques MeV, alors que son énergie de masse est $m_e c^2 = 511 \text{ keV}$. Il n'est donc en général pas justifié d'utiliser l'approximation non-relativiste.
- Le photon constitue un cas particulier ($m = 0$). En utilisant (B.3), on constate que pour une particule de masse nulle (photon) ou négligeable (neutrino), on a

$$E = pc \quad (\text{B.5})$$

Cette relation constitue le cas ultra-relativiste.

Finalement, on peut noter que l'équivalence formelle entre la masse et l'énergie laisse entrevoir la possibilité de convertir de la masse en énergie (et vice-versa). Cela constitue le fondement des applications principales de la physique nucléaire, tout comme l'équivalence chaleur-travail énoncée par James Prescott Joule qui formalisa les bases scientifiques des machines à vapeur.

B.2 Rappels de mécanique du point

On trouvera ici un bref rappel de mécanique du point (non-relativiste) concernant les changements de référentiel. On définit le référentiel du laboratoire (noté \mathcal{R}), centré en O , et le référentiel du centre de masse d'un système de particules (noté \mathcal{R}^*), centré au point G défini comme le centre de masse. Les grandeurs relatives à ce référentiel sont notées avec une $*$ dans la suite.

B.2.1 Définitions

On considère un système constitué de n particules de masse m_i . Le centre de masse est défini comme le point G , tel que :

$$\overrightarrow{OG} = \frac{\sum_i m_i \overrightarrow{OM}_i}{\sum_i m_i} \quad \forall O \quad (\text{B.6})$$

On peut remarquer que pour $O = G$, on trouve :

$$\frac{\sum_i m_i \overrightarrow{GM}_i}{\sum_i m_i} = \vec{0}$$

Soit en dérivant :

$$\sum_i m_i \frac{d\overrightarrow{GM}_i}{dt} = \sum_i \vec{p}_i^* = \vec{0} \quad (\text{B.7})$$

où \vec{p}_i^* est la quantité de mouvement de la particule i dans le référentiel du centre de masse (\mathcal{R}^*), centré en G .

On trouve donc une autre définition du référentiel du centre de masse.

Définition

Le référentiel du centre de masse d'un système de particules est celui dans lequel la somme des quantités de mouvement du système est nulle

B.2.2 Composition des vitesses

Pour une particule donnée, on cherche à relier sa vitesse dans \mathcal{R} à celle dans \mathcal{R}^* .

Dans la suite, on considère deux particules, mais cela n'enlève rien à la généralité des résultats.

On peut dans un premier temps utiliser la relation de Chasles :

$$\overrightarrow{OM}_1 = \overrightarrow{OG} + \overrightarrow{GM}_1 \quad (\text{B.8})$$

Soit en dérivant :

$$\vec{v}_1 = \vec{v}_G + \vec{v}_1^*$$

La connaissance de la vitesse de G dans le référentiel du laboratoire permet donc de passer de \vec{v}_1 à \vec{v}_1^* . On trouve facilement la vitesse du centre de masse en dérivant (B.6) :

$$\vec{v}_G = \frac{m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2}{m_1 + m_2} = \frac{\vec{p}_1 + \vec{p}_2}{m_1 + m_2} \quad (\text{B.10})$$

On généralise facilement au cas du système à n particules de masse m_i .

$$\boxed{\vec{v}_G = \frac{\sum_i \vec{p}_i}{\sum_i m_i}} \quad (\text{B.11})$$

En utilisant la relation fondamentale de la dynamique appliquée à ce système de particules, on en déduit que la vitesse du centre de masse est proportionnelle à la force extérieure appliquée au système :

$$\left(\sum_i m_i\right)\vec{v}_G = \vec{F}_{\text{ext}} \quad (\text{B.12})$$

On en déduit la propriété suivante pour un système isolé, *i.e.* ne subissant pas de force extérieure :

Propriété *Pour un système isolé, la vitesse du centre de masse demeure constante.*

B.2.3 Théorème de König

De la même façon que l'on a lié la vitesse dans \mathcal{R}^* à celle dans \mathcal{R} , il est important de pouvoir faire de même pour les énergies cinétiques. En effet, seule l'énergie cinétique dans le référentiel du centre de masse (T^*) est disponible pour la réaction nucléaire.

Cependant, on ne peut pas établir cette relation pour chaque particule individuellement mais pour le système de particules dans son ensemble. Dans la suite on considère un système constitué de deux particules, mais cela n'enlève rien à la généralité de la démonstration. On cherche à relier l'énergie cinétique dans \mathcal{R} , donnée par

$$T = T_1 + T_2 = \frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2$$

à celle dans \mathcal{R}^* , donnée par

$$T^* = T_1^* + T_2^* = \frac{1}{2}m_1v_1^{*2} + \frac{1}{2}m_2v_2^{*2}$$

On utilise (B.9) :

$$T = \frac{1}{2}m_1(\vec{v}_G + \vec{v}_1^*)^2 + \frac{1}{2}m_2(\vec{v}_G + \vec{v}_2^*)^2$$

On développe et on trouve :

$$T = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)v_G^2 + \frac{1}{2}m_1v_1^{*2} + \frac{1}{2}m_2v_2^{*2} + \vec{v}_G \cdot (m_1\vec{v}_1^* + m_2\vec{v}_2^*)$$

Le dernier terme peut être simplifié en utilisant la relation (B.7) qui nous indique que la quantité de mouvement totale est nulle dans le référentiel du centre de masse. On a donc :

$$T = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)v_G^2 + \frac{1}{2}m_1v_1^{*2} + \frac{1}{2}m_2v_2^{*2}$$

ce que l'on peut résumer par l'expression du théorème de König dans le cas du système à deux particules

$$T_1 + T_2 = T_{CM} + T_1^* + T_2^* \quad (\text{B.13})$$

Le terme $T_{CM} = (m_1 + m_2)V_G^2$ peut s'interpréter comme l'énergie cinétique du point G , affecté de la somme des masses du système.

Si on généralise au cas d'un système à n particules de masses m_i , le théorème de König s'écrit

$$\boxed{\sum_i T_i = T_{CM} + \sum_i T_i^* \text{ avec } T_{CM} = \left(\sum_i m_i\right)v_G^2} \quad (\text{B.14})$$

B.2.4 Système à deux corps

On considère un système composé de deux corps de masse m_1 et m_2 et repérés respectivement par le point M_1 et M_2 . On définit la position relative

$$\vec{r} = \overrightarrow{M_2 M_1} \quad (\text{B.15})$$

et la vitesse relative

$$\vec{v}_r = \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{v}_1 - \vec{v}_2 \quad (\text{B.16})$$

On utilise la définition du centre de masse G (B.6) appliquée en M_1 et en M_2 . On trouve

$$\begin{cases} \overrightarrow{GM_1} = \frac{m_2}{m_1+m_2} \times \overrightarrow{M_2 M_1} \\ \overrightarrow{GM_2} = \frac{-m_1}{m_1+m_2} \times \overrightarrow{M_2 M_1} \end{cases} \quad (\text{B.17})$$

En dérivant, on trouve une relation liant les vitesses dans \mathcal{R}^* à la vitesse relative v_r :

$$\begin{cases} \vec{v}_1^* = \frac{m_2}{m_1+m_2} \times \vec{v}_r \\ \vec{v}_2^* = \frac{-m_1}{m_1+m_2} \times \vec{v}_r \end{cases} \quad (\text{B.18})$$

Avec la composition des vitesses (B.9), on établit une relation liant la vitesse relative aux vitesses dans \mathcal{R} :

$$\begin{cases} \vec{v}_1 = \vec{v}_G + \frac{m_2}{m_1+m_2} \times \vec{v}_r \\ \vec{v}_2 = \vec{v}_G - \frac{m_1}{m_1+m_2} \times \vec{v}_r \end{cases} \quad (\text{B.19})$$

où \vec{v}_G est la vitesse du centre de masse, donnée par (B.10).

Finalement, on peut exprimer le théorème de König en faisant intervenir v_r . En utilisant (B.13) et (B.18), on trouve

$$T_1 + T_2 = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)v_G^2 + \frac{1}{2} \times \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} v_r^2 \quad (\text{B.20})$$

Cas particulier

On considère un système de particules isolé au sein duquel le seul processus mis en jeu est la diffusion élastique :

$$(1) + (2) \longrightarrow (1) + (2) \quad (\text{B.21})$$

Dans ce cas particulier, il y a conservation de l'énergie cinétique totale car la masse est conservée de même que l'identité des particules impliquées. L'application du théorème de König (B.20) au système de particules, avant et après la diffusion élastique, permet de tirer une information intéressante. En effet, la somme des énergies cinétiques étant inchangée au cours de la diffusion, de même que la vitesse du centre de masse, on en tire la propriété suivante :

Propriété

Pour une diffusion élastique, la vitesse relative se conserve en module.

La vitesse relative étant fixée par l'état initial¹, la diffusion élastique est caractérisée par un seul paramètre : l'angle de déflexion θ_C dans le référentiel du centre de masse \mathcal{R}^* , défini comme l'angle entre \vec{v}_r et \vec{v}_r' , les vecteurs vitesses relatives avant et après la diffusion. On a donc

$$\cos \theta_C = \frac{\vec{v}_r \cdot \vec{v}_r'}{v_r^2} \quad (\text{B.22})$$

¹Par exemple, pour une collision d'un projectile sur cible fixe, elle est égale à la vitesse du projectile.

Éléments de physique quantique

Dans cette annexe, on présente les éléments de physique quantique nécessaires à l'étude de la physique nucléaire.

C.1 Fonction d'onde

La fonction d'onde ψ d'une particule ou d'un système de particules constitue un concept fondamental de la physique quantique. Dans une interprétation probabiliste de la fonction d'onde, la quantité $|\psi|^2$ représente la densité de probabilité de présence d'une particule. Pour un problème à une dimension, $|\psi|^2 dx$ est la probabilité de trouver la particule entre x et $x + dx$. Ainsi la probabilité P de trouver une particule entre x_1 et x_2 est donnée par

$$P = \int_{x_1}^{x_2} |\psi(x)|^2 dx$$

La fonction d'onde doit être normalisée de manière à ce que la probabilité totale soit égale à 1. Une propriété fondamentale de la fonction d'onde est qu'elle doit être continue, de même que sa dérivée, même au franchissement d'une interface entre deux milieux. Cela garantit en particulier la continuité de propriétés physiques.

L'interprétation probabiliste étendue à un système de particules permet de conclure que la fonction d'onde $\psi_{1,2,\dots,n}$ est donnée par le produit des fonctions d'onde individuelles ψ_i :

$$\psi_{1,2,\dots,n} = \prod_{i=1} \psi_i \quad (\text{C.1})$$

La fonction d'onde obéit à l'équation de Schrödinger, qui pour un problème à une dimension s'écrit :

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\psi}{dx^2} + V(x)\psi(x) = E\psi(x) \quad (\text{C.2})$$

où m est la masse de la particule concernée et $V(x)$ le potentiel auquel elle est soumise. La solution complète inclut une dépendance en temps. Pour une solution stationnaire, on a

$$\Phi(x, t) = \psi(x)e^{-iEt/\hbar}$$

Dans le cas à trois dimensions, l'équation de Schrödinger s'écrit :

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta + V(\vec{r}) \right] \psi(\vec{r}) = E\psi(\vec{r}) \quad (\text{C.3})$$

où Δ est le Laplacien.

Pour un potentiel central $V(r)$, *i.e.* ne dépendant que de la coordonnée r , la fonction d'onde s'écrit comme le produit d'une fonction d'onde radiale et d'une fonction d'onde angulaire :

$$\psi(\vec{r}) = \frac{u(r)}{r} Y_{\ell m}(\theta, \phi) \quad (\text{C.4})$$

avec $Y_{\ell m}(\theta, \phi)$ l'harmonique sphérique, représentant la partie spatiale de la fonction d'onde, et $u(r)$ la solution de l'équation radiale :

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dr^2} + \frac{\ell(\ell+1)\hbar^2}{2mr^2} + V(r) \right] u(r) = E u(r) \quad (\text{C.5})$$

où ℓ est le moment angulaire orbital.

On peut noter que pour $\ell = 0$ la solution du problème à trois dimensions (C.5) est la même que celui du problème à une dimension (C.2).

C.1.1 Cas de la particule libre

La particule libre, *i.e.* sans interaction, constitue un exemple intéressant. On considère tout d'abord le cas à une dimension. Si la particule est sans interaction, on a $V(x) = 0$ et l'équation de Schrödinger se réduit à

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\psi}{dx^2} = E\psi(x) \quad (\text{C.6})$$

On note que la quantité de mouvement est donnée par $p = \sqrt{2mE}$. La solution est donc

$$\psi(x) = Ae^{-ipx/\hbar} + Be^{+ipx/\hbar} \quad (\text{C.7})$$

La deuxième partie de la solution diverge à l'infini, on prend donc $B = 0$.

On peut généraliser au cas à trois dimensions, et on trouve l'expression de l'onde plane :

$$\psi(\vec{r}) = Ae^{i\vec{p}\cdot\vec{r}/\hbar} \quad (\text{C.8})$$

Pour normaliser la fonction d'onde, on considère une particule libre dans un volume \mathcal{V} fictif. On a donc

$$\int_{\mathcal{V}} |\psi(\vec{r})|^2 dv = 1$$

On en déduit donc

$$\psi(\vec{r}) = \frac{1}{\sqrt{\mathcal{V}}} \times e^{i\vec{p}\cdot\vec{r}/\hbar} \quad (\text{C.9})$$

C.1.2 Cas de la particule confinée

On cherche le nombre d'états accessibles à une particule contenue dans un volume \mathcal{V} et ayant une quantité de mouvement comprise entre p et $p + dp$. Considérons une boîte cubique de côté a . La fonction d'onde solution de l'équation de Schrödinger doit vérifier les conditions aux limites. Dans le cas d'une particule confinée, la fonction d'onde doit donc s'annuler aux bords de la boîte, *i.e.* en $x = 0$ ou $x = a$ (idem pour y et z).

La fonction d'onde est donc de la forme :

$$\psi(x, y, z) = C \sin(k_x x) \sin(k_y y) \sin(k_z z) \quad (\text{C.10})$$

avec $k_x a = n_x \pi$, $k_y a = n_y \pi$, $k_z a = n_z \pi$ où n_x , n_y et n_z sont des entiers positifs¹. Chaque triplet (n_x, n_y, n_z) définit une solution et donc une énergie :

$$E = \frac{\hbar^2}{2m} (k_x^2 + k_y^2 + k_z^2) = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} \quad (\text{C.11})$$

On peut noter que k est le nombre d'onde, lié à la quantité de mouvement par $p = \hbar k$.

Dans l'espace (k_x, k_y, k_z) , il n'y a qu'une seule solution par cube de côté π/a . Les états accessibles à une particule ayant un nombre d'onde compris entre k et $k + dk$ sont donc situés dans une portion de couronne sphérique de rayon compris entre k et $k + dk$. Le volume de cette dernière est $1/8 \times 4\pi k^2 dk$, le facteur $1/8$ provenant du fait que seuls $k_x > 0$, $k_y > 0$, $k_z > 0$ sont considérés. Ainsi, le nombre d'états accessibles est donc :

$$dn(k) = \frac{4\pi k^2 dk}{8} \times \frac{1}{(\pi/a)^3} \quad (\text{C.12})$$

Soit encore, en introduisant le volume \mathcal{V} de la boîte :

$$dn(k) = \frac{\mathcal{V}}{(2\pi)^3} 4\pi k^2 dk$$

On peut réécrire cette relation en fonction de la variable $p = \hbar k$.

En conclusion, le nombre d'états accessibles à une particule contenue dans un volume \mathcal{V} et ayant une quantité de mouvement comprise entre p et $p + dp$ est donné par :

$$\boxed{dn(p) = \frac{\mathcal{V} \times 4\pi p^2 dp}{h^3}} \quad (\text{C.13})$$

C.2 Effet tunnel

L'effet tunnel est un phénomène purement quantique qui permet de comprendre la désintégration α , dans le cadre de la théorie de Gamow (cf. page 95).

Le problème se pose de manière générale lorsqu'une particule est confrontée à une barrière de potentiel de hauteur V_0 . Classiquement, si elle ne dispose pas d'une énergie suffisante ($E < V_0$),

¹ car les valeurs négatives redonnent les mêmes fonctions d'onde à une phase près.

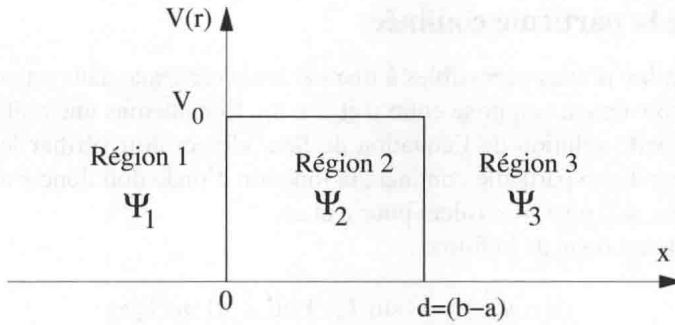


FIG. C.1 – Barrière rectangulaire à une dimension de hauteur V_0 et de largeur $d = (b - a)$.

le franchissement est strictement impossible. Quantiquement, le franchissement est possible² avec une probabilité, certes très faible, mais non-nulle. Intuitivement, on conçoit que plus la barrière est large, plus la probabilité de franchissement est faible. Nous allons montrer ci-après que cette probabilité décroît exponentiellement avec la largeur de la barrière.

C.2.1 Cas d'une barrière rectangulaire

On considère une barrière de potentiel rectangulaire de largeur d et de hauteur V_0 , telle que présentée sur la figure C.1. Le problème est considéré à une dimension mais cela n'enlève rien à la généralité de la démonstration comme nous le verrons plus loin. On s'intéresse à des états stationnaires $\Phi(x, t) = \psi(x)e^{-i\omega t}$ d'énergie $E < V_0$. Il s'agit donc de résoudre l'équation de Schrödinger :

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\psi}{dx^2} + V(x)\psi(x) = E\psi(x)$$

On note ψ_1 , ψ_2 et ψ_3 les fonctions d'onde de la particule d'énergie E respectivement avant, à l'intérieur et après la barrière.

Région 1 : $V(x) = 0$

On a donc :

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\psi}{dx^2} = E\psi(x)$$

En posant $k_1 = \sqrt{2mE}/\hbar$, la solution s'écrit :

$$\psi_1(x) = A_1 e^{ik_1 x} + B_1 e^{-ik_1 x} \tag{C.14}$$

où A_1 et B_1 sont des constantes à déterminer.

Région 2 : $V(x) = V_0$

On a donc :

$$+\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\psi}{dx^2} - (V_0 - E)\psi(x) = 0$$

²Cela signifie que la conservation de l'énergie n'est pas assurée pendant la traversée de la barrière. La quatrième relation d'incertitude d'Heisenberg ($\Delta t \Delta E \simeq \hbar$) impose néanmoins que le temps de traversée soit très bref ($\hbar/\Delta E$). Pour $\Delta E \simeq 1$ MeV, on trouve $\Delta t \simeq 10^{-22}$ s.

En posant $k_2 = \sqrt{2m(V_0 - E)}/\hbar$, la solution s'écrit :

$$\psi_2(x) = A_2 e^{k_2 x} + B_2 e^{-k_2 x} \quad (\text{C.15})$$

où A_2 et B_2 sont des constantes à déterminer.

Région 3 : $V(x) = 0$

La solution est la même que dans la région 1 :

$$\psi_3(x) = A_3 e^{ik_1 x} + B_3 e^{-ik_1 x} \quad (\text{C.16})$$

La fonction d'onde à l'extérieur de la barrière comporte donc une onde se propageant vers la droite (A_3), qui correspond à une particule ayant franchi la barrière. Le deuxième terme (B_3) correspond à une onde se propageant vers la gauche (entrant dans la barrière) et on peut prendre $B_3 = 0$ dans la suite.

On constate tout d'abord que si A_2 et B_2 , sont non nuls la probabilité de trouver la particule dans la région 2 (*i.e.* dans la barrière) est non-nulle. Si $A_3 \neq 0$, la particule a traversé la barrière. Les conditions de continuité de la fonction d'onde et de sa dérivée en $x = 0$ et $x = d$ permettent de déterminer les A_i et B_i . On a en effet :

$$\begin{cases} A_1 + B_1 = A_2 + B_2 \\ ik_1(A_1 - B_1) = k_2(A_2 - B_2) \\ A_2 e^{k_2 d} + B_2 e^{-k_2 d} = A_3 e^{ik_1 d} \\ k_2(A_2 e^{k_2 d} - B_2 e^{-k_2 d}) = ik_1 A_3 e^{ik_1 d} \end{cases} \quad (\text{C.17})$$

Dans la suite, on ne s'intéresse qu'à la probabilité de traverser la barrière, *i.e.* la transmission définie par :

$$P = \left| \frac{A_3}{A_1} \right|^2 \quad (\text{C.18})$$

En combinant les équations de (C.17), on trouve :

$$P = \frac{1}{1 + \frac{V_0^2}{4E(V_0 - E)} \times \text{sh}^2(k_2 d)} \quad (\text{C.19})$$

Dans le cas d'une barrière épaisse ($k_2 d \gg 1$), c'est-à-dire que la longueur d'onde de la particule émise est faible³ devant d , on trouve :

$$P = \frac{16E(V_0 - E)}{V_0^2} e^{-2k_2 d} \quad (\text{C.20})$$

Dans le cas de la désintégration α , le terme devant l'exponentiel est de l'ordre de l'unité et on le néglige dans la suite.

En conclusion, pour une particule d'énergie E , la probabilité de franchissement d'une barrière de potentiel de largeur d et de hauteur $V_0 > E$ est donnée par

$$P = e^{-2k_2 d} \quad \text{avec} \quad k_2 = \sqrt{2m(V_0 - E)}/\hbar \quad (\text{C.21})$$

³Pour un alpha de 4 à 9 MeV, la longueur d'onde de de Broglie associée est de l'ordre de quelques Fermi.

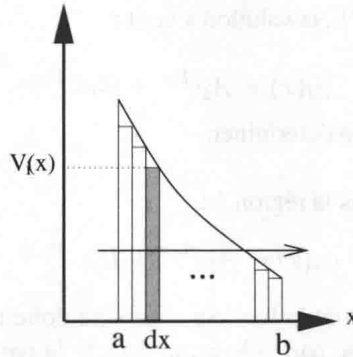


FIG. C.2 – Décomposition d’une barrière quelconque en barrières rectangulaires élémentaires.

C.2.2 Cas d’une barrière quelconque

On s’intéresse maintenant à une barrière de forme quelconque $V(x)$. On la décompose en barrières rectangulaires infinitésimales de largeur dx , de hauteur $V(x)$ et auxquelles sont associées des probabilités de franchissement $P(x)$, données par (C.21).

La probabilité de franchissement de la barrière dans son ensemble est donnée par le produit des probabilités P_i . On a donc

$$P = \exp\left(-\frac{2}{\hbar} \int_a^b \sqrt{2m(V(x) - E)} dx\right) \quad (C.22)$$

La probabilité de franchissement d’une barrière quelconque par une particule d’énergie E est donc donnée par :

$$P = e^{-2G} \quad (C.23)$$

où G est appelé le **facteur de Gamow** donné par

$$G = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2}} \int_a^b \sqrt{(V(x) - E)} dx \quad (C.24)$$

On généralise ensuite au cas à trois dimension. Pour un potentiel central $V(r)$, on sait que l’équation de Schrödinger radiale pour $\ell_\alpha = 0$ est la même que celle du problème à une dimension (page 256). Les solutions sont donc les mêmes et la probabilité de franchissement pour $\ell = 0$ est donnée par :

$$P = e^{-2G} \text{ avec } G = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2}} \int_a^b \sqrt{(V(r) - E)} dr \quad (C.25)$$

Cette équation est utilisée pour évaluer la probabilité de désintégration α (page 97).

C.3 Principe d'exclusion de Pauli

Le principe d'exclusion a été proposé par W. Pauli en 1925 pour expliquer la structure des atomes légers (couches électroniques). Initialement proposé pour les électrons, ce principe s'applique à tous les fermions (électrons, protons, neutrons, cf. page 262). Il se démontre à partir des principes fondamentaux de la mécanique quantique. Dans sa forme la plus simple, il s'énonce de la manière suivante.

Principe d'exclusion de Pauli

Deux fermions dans un même état d'énergie ne peuvent être dans un même état quantique, i.e. être caractérisés par les mêmes nombres quantiques.

Le principe ne s'applique pas aux bosons (particules de spin entier) et concerne uniquement les fermions sur un même état d'énergie. La conséquence du principe de Pauli est donc qu'il existe un nombre limité de fermions que l'on peut placer sur un niveau d'énergie donné. On parle de dégénérescence du niveau d'énergie en question, ce qui a des implications importantes pour la structure électronique de l'atome (page 267) et la structure nucléonique du noyau (page 41).

C.4 Moment angulaire orbital, spin et parité

En physique classique le moment angulaire (ou moment cinétique) $\vec{L} = \vec{r} \wedge \vec{p}$ joue un rôle particulièrement important, notamment à cause du théorème⁴ du moment cinétique obtenu directement à partir de l'équation fondamentale de la dynamique.

Le moment angulaire est l'analogue de la quantité de mouvement pour les rotations. Il s'agit en fait du *moment* de la quantité de mouvement. On peut noter qu'il est homogène à une énergie que multiplie un temps. Il a donc la même dimension que le quantum d'action \hbar .

Il joue également un rôle très important en mécanique quantique.

C.4.1 Moment angulaire orbital ℓ en mécanique quantique

En mécanique quantique, le moment angulaire est quantifié, au sens où il ne peut prendre que des valeurs discrètes. Cette quantification est à rapprocher de celle de l'énergie des états liés d'un système (cf. page 45). En effet, dans les deux cas la quantification résulte du confinement. Tout comme l'énergie d'une particule confinée dans un puits est quantifiée, le moment angulaire l'est aussi du fait que les variables angulaires varient sur un intervalle fini.

On note $\vec{\ell}$ le moment angulaire orbital. Il s'agit d'un opérateur agissant sur la fonction d'onde de la particule. Les valeurs et fonctions propres de l'opérateur de vecteur $\vec{\ell}^2$ sont :

$$\vec{\ell}^2 Y_{\ell m}(\theta, \phi) = \ell(\ell + 1)\hbar^2 \times Y_{\ell m}(\theta, \phi) \quad (\text{C.26})$$

⁴ $\frac{d}{dt} \vec{L} = \vec{r} \wedge \vec{F}$

où $Y_{\ell m}(\theta, \phi)$ sont les harmoniques sphériques.

Les valeurs possibles pour la projection de $\vec{\ell}$ sur l'axe oz sont également quantifiées :

$$\ell_z Y_{\ell m}(\theta, \phi) = m_\ell \hbar \times Y_{\ell m}(\theta, \phi) \quad (\text{C.27})$$

La projection de $\vec{\ell}$ sur l'axe oz ne peut prendre que les valeurs suivantes

$$-\ell \leq m_\ell \leq \ell \text{ par saut d'une unité} \quad (\text{C.28})$$

Par exemple, si $\ell = 1$, la norme de $\vec{\ell}$ vaut $\sqrt{\ell(\ell+1)}\hbar = \sqrt{2}\hbar$ et sa projection sur l'axe oz peut prendre les valeurs $-\hbar, 0$ ou \hbar .

Dans la suite, on omettra souvent \hbar et on notera $\ell_z = -1, 0, 1$. Il ne faut cependant pas l'oublier pour les applications numériques.

Le moment angulaire orbital joue un rôle très important en physique nucléaire et en physique atomique. La tableau C.1 présente la notation spectroscopique utilisée pour désigner les états quantiques caractérisés par une valeur de ℓ .

ℓ	0	1	2	3	4	5	6
Notation spectroscopique	<i>s</i>	<i>p</i>	<i>d</i>	<i>f</i>	<i>g</i>	<i>h</i>	<i>i</i>

TAB. C.1 – Notation spectroscopique utilisée en physique nucléaire et en physique atomique.

C.4.2 Moment angulaire intrinsèque s : le spin

Une image classique, mais fautive, consiste à se représenter le spin \vec{s} comme la rotation propre de la particule. Cela n'a pas de sens pour une particule élémentaire donc ponctuelle, telle que l'électron. Le spin est un nombre quantique intrinsèque à la particule considérée, de même que la charge électrique par exemple.

De même que pour le moment angulaire orbital, on a :

$$\vec{s}^2 \psi_s = s(s+1)\hbar^2 \times \psi_s \text{ et } s_z \psi_s = m_s \hbar \times \psi_s$$

avec

$$-s \leq m_s \leq s \text{ par saut d'une unité}$$

Les particules connues se répartissent en deux catégories :

- les fermions de spin demi-entier, tels que l'électron, le proton, le neutron qui sont tous caractérisés par $s = 1/2$
- les bosons de spin entier, tels que le photon ($s = 1$).

C.4.3 Moment angulaire total j

Pour une particule caractérisée par un moment angulaire $\vec{\ell}$ et un spin \vec{s} , on introduit le moment angulaire total \vec{j} défini par

$$\vec{j} = \vec{\ell} + \vec{s} \quad (\text{C.29})$$

m_1 / m_2	-1/2	1/2
-1/2	-1	0
1/2	0	1

m_1 / m_2	-3/2	-1/2	1/2	3/2
-3/2	-3	-2	-1	0
-1/2	-2	-1	0	1
1/2	-1	0	1	2
3/2	0	1	2	3

TAB. C.2 – Valeurs possibles de M issues de la composition de 2 moments angulaires : ($j_1 = 1/2, j_2 = 1/2$) à gauche et ($j_1 = 3/2, j_2 = 3/2$) à droite.

Ce moment angulaire est également quantifié obéit aux mêmes règles, *i.e.* (C.26), (C.27) et (C.28)

C.4.4 Composition des moments angulaires

La composition des moments angulaires suit une règle définie par la mécanique quantique⁵. Soit \vec{j}_1 et \vec{j}_2 deux moments angulaires. Notons qu'il peut s'agir *a priori* de moments angulaires orbitaux, intrinsèques ou totaux. Le moment angulaire somme \vec{J} est défini par

$$\vec{J} = \vec{j}_1 + \vec{j}_2 \quad (\text{C.30})$$

et sa projection sur l'axe z

$$J_z = j_{1z} + j_{2z} \quad (\text{C.31})$$

1) Cas général

On considère le cas général de deux particules différentes, ou deux particules identiques sur des niveaux d'énergie différents. Comme j_{1z} et j_{2z} peuvent prendre respectivement $2j_1 + 1$ et $2j_2 + 1$ valeurs, *i.e.* $m_1 = -j_1, \dots, +j_1$ et $m_2 = -j_2, \dots, +j_2$. J_z peut prendre $(2j_1 + 1) \times (2j_2 + 1)$ valeurs, notées $M = -J, \dots, +J$.

Les valeurs possibles de J possibles sont définies par la règle de composition :

$$|j_1 - j_2| \leq J \leq j_1 + j_2 \quad \text{par saut d'une unité} \quad (\text{C.32})$$

On peut traiter deux exemples simples à titre d'illustration.

Exemple 1 : $j_1 = 1/2, j_2 = 1/2$

Les valeurs possibles de J sont 0 ou 1. On constate dans le tableau C.2 que toutes les valeurs de la projection $J_z (M)$ sont bien obtenues avec les projections m_1 et m_2 . Il y a ici deux possibilités : les moments angulaires \vec{j}_1 et \vec{j}_2 pouvant être parallèles ou anti-parallèles.

Exemple 2 : $j_1 = 3/2, j_2 = 3/2$

Les valeurs possibles de J sont 0, 1, 2 ou 3. On constate également dans le tableau C.2 que toutes les valeurs de la projection $J_z (M)$ sont bien obtenues avec les projections m_1 et m_2 .

⁵cf. E. Belorizky *Les phénomènes quantiques*, Nathan Université, page 98 ou de manière plus formelle Cohen-Tannoudji, Diu et Laloë, *Mécanique Quantique vol. 2* page 987

m_1 / m_2	$-1/2$	$1/2$
$-1/2$	/	0
$1/2$	/	/

m_1 / m_2	$-3/2$	$-1/2$	$1/2$	$3/2$
$-3/2$	/	-2	-1	0
$-1/2$	/	/	0	1
$1/2$	/	/	/	2
$3/2$	/	/	/	/

TAB. C.3 – Valeurs possibles de M issues de la composition de deux moments angulaires portés par des particules identiques sur un même niveau d'énergie : ($j_1 = 1/2, j_2 = 1/2$) à gauche et ($j_1 = 3/2, j_2 = 3/2$) à droite.

2) Cas particulier

Le cas de deux fermions⁶ identiques situées sur un même niveau d'énergie (défini par j) constitue un cas particulier important car les particules doivent respecter le principe de Pauli. Celui-ci indique que deux fermions ne peuvent être caractérisés par un même jeu de nombres quantiques.

Exemple 1 : $j_1 = 1/2, j_2 = 1/2$

Dans cet exemple, on ne peut pas avoir la combinaison ($m_1 = 1/2, m_2 = 1/2$) ou ($m_1 = -1/2, m_2 = -1/2$). Comme les particules sont indiscernables, les combinaisons ($m_1 = 1/2, m_2 = -1/2$) et ($m_1 = -1/2, m_2 = 1/2$) sont identiques et une seule à un sens physique. Au final, on ne peut donc avoir que $M = 0$ et la seule valeur possible de J est 0.

Exemple 2 : $j_1 = 3/2, j_2 = 3/2$

Les valeurs possibles de M sont résumées dans le tableau C.3. On constate qu'en respectant le principe de Pauli, on ne peut former dans ce cas que $J = 0$ et $J = 2$.

En conclusion, dans le cas particulier de fermions identiques situés sur un même niveau d'énergie, la règle de composition (C.32) doit être modifiée pour tenir compte du principe de Pauli. Dans ce cas, les valeurs possibles de J sont données par

$$J = j_1 + j_2 - 1, j_1 + j_2 - 3, j_1 + j_2 - 5, \dots, 0 \tag{C.33}$$

C.4.5 La parité π

Un autre nombre quantique permet de caractériser un état nucléaire. Il s'agit de la parité π liée à l'opération parité consistant en une symétrie par rapport à l'origine $\vec{r} \longrightarrow -\vec{r}$.

La parité π d'une fonction d'onde ψ est définie par

$$\psi(-\vec{r}) = \pi\psi(\vec{r})$$

Si l'on considère que les propriétés physiques sont invariantes sous l'action de la parité, cela se traduit par

$$|\psi(-\vec{r})|^2 = |\psi(\vec{r})|^2$$

⁶Les bosons ne sont pas soumis au principe de Pauli

On en conclut donc que la fonction d'onde doit vérifier

$$\psi(-\vec{r}) = \pm \psi(\vec{r})$$

On distingue ainsi les fonctions d'onde paires ($\pi = +1$) et les fonctions d'onde impaires ($\pi = -1$).

La parité est un **nombre quantique multiplicatif**. On peut s'en convaincre facilement en notant que la fonction d'onde d'un système de particules est donnée par le produit des fonctions d'onde.

$$\psi_{1,2,\dots,n} = \prod_{i=1} \psi_i$$

En notant π_i la parité de la fonction d'onde ψ_i et π celle de $\psi_{1,2,\dots,n}$, on a donc

$$\boxed{\pi = \prod_{i=1} \pi_i} \quad (\text{C.34})$$

Cette relation nous indique notamment que la parité du noyau est donnée par le produit des parités des nucléons le constituant (page 33).

Finalement notons⁷ que la parité de l'harmonique sphérique $Y_{\ell m}$ est donnée par $(-1)^\ell$. On en conclut donc qu'à une particule (ou un noyau) de moment angulaire orbital ℓ et associée une parité $\pi = (-1)^\ell$.

⁷cf. Cohen-Tannoudji, Diu et Laloë, *Mécanique Quantique vol. 1* page 691

physique

Éléments de physique atomique

La physique atomique constitue un domaine qui diffère de la physique nucléaire par les ordres de grandeur mis en jeu (énergie, distance) et par les applications que l'on peut en faire. Cependant, l'atome et le noyau partagent des concepts physiques communs car ils constituent tous deux un cadre dans lequel la physique quantique prend toute son importance. De plus, certains aspects de la physique atomique sont nécessaires à la compréhension des phénomènes se produisant en physique nucléaire, par exemple la capture électronique (page 124), la désexcitation du noyau par expulsion d'un électron atomique (page 137) ou encore la désexcitation atomique (page 140) comme conséquence de la désintégration ou de la désexcitation nucléaire.

Dans cette annexe, on présente les éléments de physique atomique nécessaires à l'étude de la physique nucléaire : structure en couches électroniques, fonctions d'onde et énergie de liaison.

D.1 Couches électroniques

L'observation du tableau de Mendeleïev (tab. D.1) suggère la structure en couches électroniques de l'atome. La dernière colonne correspond aux gaz rares (He, Ne, Ar, Kr, Xe, Rn) pour lesquels la dernière couche électronique est pleine. Pour les atomes situés juste après un gaz rare ($Z + 1$), les métaux alcalins de la première colonne (Li, Na, K, Rb, Cs, ...), la configuration électronique correspond à un électron seul sur une couche électronique externe. Ainsi la couche K correspond à la première ligne du tableau de Mendeleïev (2 électrons) et la couche L à la seconde (6 électrons). Au-delà, le remplissage ne se fait pas uniquement par couche et suit la règle de Klechkowski.

Les niveaux d'énergie accessibles aux électrons de l'atome sont caractérisés par la valeur du moment angulaire orbital (ℓ). Le principe de Pauli nous indique que deux fermions dans un même état d'énergie ne peuvent être dans un même état quantique, *i.e.* être caractérisés par les

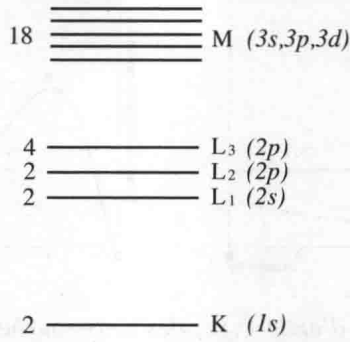


FIG. D.1 – Caractéristiques quantiques des couches électroniques K , L et M . On a précisé pour chaque sous-couche le nombre d'électrons qu'elle peut contenir (la dégénérescence).

mêmes nombres quantiques. Ainsi, sur un niveau d'énergie caractérisé par une valeur donnée de ℓ on peut placer $2 \times (2\ell + 1)$ électrons, ce qui correspond aux $(2\ell + 1)$ projections de $\vec{\ell}$ sur l'axe des z et à la dégénérescence de spin (2 projections de \vec{s}). Un niveau s ($\ell = 0$) contient donc 2 électrons, un niveau p ($\ell = 1$) contient 6 électrons, ...

Les couches électroniques sont caractérisées par le nombre quantique principal n et constituées de niveaux d'énergie proches (qualifiés alors de sous-couches). La couche électronique K contient uniquement le niveau $1s$. La couche électronique L contient les niveaux d'énergie $2s$ et $2p$. Cela correspond en fait à 3 sous-couches électroniques (L_1, L_2, L_3), car le niveau $2p$ présente une levée de dégénérescence due au couplage spin-orbite (structure fine de l'atome). La couche M présente une complexité plus importante (5 sous-couches et 18 électrons). Elle a un intérêt limité en physique nucléaire car les énergies mises en jeu sont très faibles, même pour les atomes lourds. La figure D.1 résume les caractéristiques quantiques des différentes couches internes de l'atome.

D.2 Fonctions d'onde électroniques

La connaissance de l'expression analytique des fonctions d'onde électroniques $\psi_e(r)$ est importante en physique nucléaire. En effet, la probabilité de présence de l'électron dans le noyau, donnée par $|\psi_e(r=0)|^2$, intervient dans l'évaluation de la probabilité de capture électronique (cf. page 124).

Pour les atomes à plusieurs électrons, l'obtention des fonctions d'onde électroniques est un problème complexe. Une expression analytique peut être obtenue en considérant un atome hydrogénoïde, *i.e.* à un seul électron. Ce n'est certes pas le cas général mais cela constitue une bonne approximation. Dans ce cadre, les fonctions d'onde électroniques des couches internes d'un atome de nombre atomique Z sont données par :

$$\begin{cases} \psi_e^K(r) &= \frac{1}{\sqrt{\pi}} \times \left(\frac{Z}{a_0}\right)^{3/2} \times e^{-Zr/a_0} \\ \psi_e^{L_1}(r) &= \frac{1}{4\sqrt{2\pi}} \times \left(\frac{Z}{a_0}\right)^{3/2} \times (2 - Zr/a_0) \times e^{-Zr/2a_0} \\ \psi_e^{L_2}(r) &= \frac{1}{4\sqrt{2\pi}} \times \left(\frac{Z}{a_0}\right)^{5/2} \times r \times e^{-Zr/2a_0} \end{cases} \quad (\text{D.1})$$

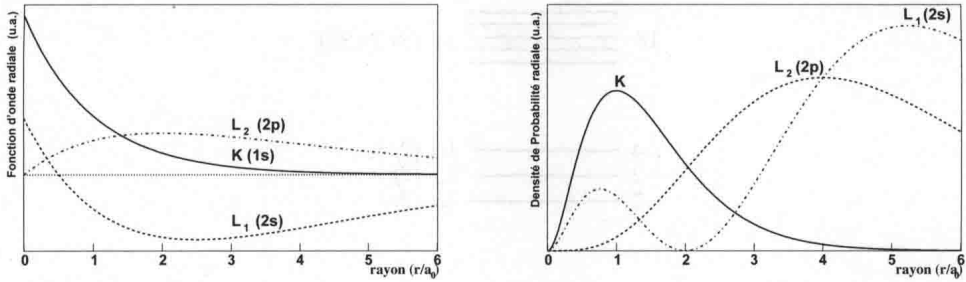


FIG. D.2 – Gauche : fonction d'onde $\psi_e(r)$ des sous-couches K, L_1 et L_2 de l'atome dans l'approximation hydrogénoïde. Droite : densité radiale de probabilité de présence $P(r)$ pour les trois couches internes de l'atome d'hydrogène.

avec $a_0 = \hbar c / (\alpha m_e c^2) = 0,529 \times 10^5$ fm le rayon de l'atome de Bohr.

On notera que la fonction d'onde $\psi_e^{L_2}$ n'est pas sphérique et que l'on a négligé dans cette expression la dépendance angulaire. Par ailleurs, la fonction d'onde de L_3 est identique à celle de L_2 , les deux ne différant que par le couplage spin-orbite.

La figure D.2 (gauche) présente les fonctions d'onde $\psi_e(r)$ de ces trois couches internes de l'atome. On constate tout d'abord que pour la couche K (et la couche L_1), la densité de probabilité de présence est maximale au centre de l'atome, donc à l'intérieur du noyau¹. À l'inverse, la densité de probabilité de présence de l'électron de la couche L_2 s'annule en $r = 0$: cet électron a une probabilité nulle d'être dans le noyau (et donc d'être capturé).

La densité radiale de probabilité de présence $P(r)$ indique la probabilité qu'un électron soit entre r et $r + dr$, et qui permet donc de faire le lien avec le modèle atomique planétaire. Elle est donnée par

$$P(r) = |\psi_e(r)|^2 \times 4\pi r^2 \quad (D.2)$$

La figure D.2 (droite) présente les densités radiales de probabilité de présence $P(r)$ pour les trois couches internes de l'atome d'hydrogène. On constate que pour la couche K, la probabilité de présence est maximale en $r = a_0$, ce qui est en accord avec le modèle planétaire. Pour les couches L, la probabilité de présence est maximale en $r = 4a_0$ et en $r = 5a_0$, ce qui correspond à l'image classique d'une orbite plus lointaine pour ces couches électroniques.

En conclusion, on retiendra les deux points suivants :

- le modèle planétaire ne permet pas de rendre complètement compte de la physique de l'atome. Cependant, on peut conserver l'idée que les couches électroniques K, L, M correspondent à des orbites de plus en plus lointaines, en notant que l'on parle ici de maximum de probabilité de présence uniquement.
- dans l'approximation d'un atome hydrogénoïde, les fonctions d'onde électroniques des couches internes de l'atome sont données par (D.1). On les utilisera notamment pour estimer la probabilité de capture électronique.

¹ce qui peut sembler en fort désaccord avec le modèle planétaire.

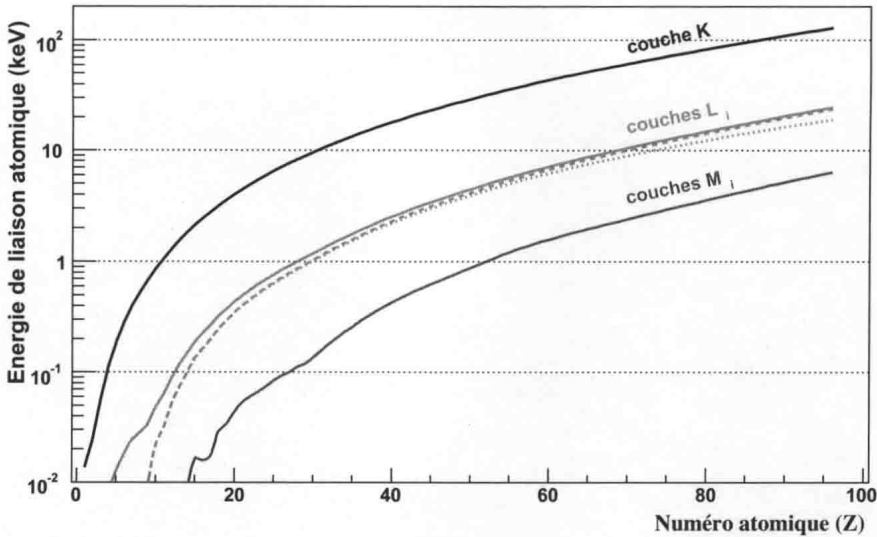


FIG. D.3 – Énergie de liaison atomique (couches K , L_i et M_i) en fonction du numéro atomique (Z). Données extraites de [11].

D.3 Énergie de liaison électronique

L'énergie de liaison de l'électron dans l'atome est un paramètre clef de la compréhension des mécanismes à cette échelle. Qualitativement, on peut dire que l'énergie de liaison est fortement décroissante avec la couche électronique : plus l'orbite est lointaine, plus l'énergie de liaison est faible. On peut retenir que l'énergie de liaison diminue d'un ordre de grandeur lorsque l'on passe de la couche K à L et encore d'un ordre de grandeur lorsque l'on passe à la couche M . À l'intérieur d'une couche, les sous-couches sont caractérisées par des énergies de liaison très proches.

La figure D.3 présente l'énergie de liaison atomique (couches K , L_i et M_i) en fonction du numéro atomique (Z). On constate que l'énergie de liaison électronique varie très fortement avec l'énergie. Pour la couche K , elle vaut 13,6 eV pour l'hydrogène et atteint la centaine de keV pour les atomes lourds. Ainsi la désexcitation d'un atome lourd présentant une lacune dans la couche K sera caractérisée par une énergie de l'ordre de 100 keV ce qui en fait un phénomène à prendre en compte en physique nucléaire, notamment en terme de radioprotection. Pour la couche L , l'énergie de liaison électronique ne devient significative que pour les atomes lourds. Par contre, l'énergie de liaison électronique de la couche M peut toujours être considérée comme négligeable pour des phénomènes nucléaires.

Bibliographie

- [1] Bernard Fernandez, *De l'atome au noyau*, Editions Ellipses, 2006
- [2] J. Beringer *et al.* (Particle Data Group), Phys. Rev. D **86** (2012) 010001
- [3] G. Audi *et al.*, Nuclear Physics A **729** (2003) 337-676
- [4] <http://education.jlab.org/itselemental/>
- [5] <http://www.world-nuclear.org>
- [6] S. Sala, thèse de l'Université de Provence, 26 juin 1995
- [7] I. Angeli, Atomic Data and Nuclear Data Tables **87** (2004) 185-206
- [8] <http://atom.kaeri.re.kr/>
- [9] P. R. Chowdhury and D. N. Basu, Acta Phys. Polon. B **37** (2006) 1833
- [10] <http://physics.nist.gov>
- [11] <http://ie.lbl.gov/>
- [12] <http://www.bibnum.education.fr/sites/default/files/texte-76.pdf>
- [13] C. Aslangul, *Mécanique Quantique 2*, Ed. De Boeck 2008
- [14] R. T. Nichols and E. N. Jensen, Phys. Rev **94** (1954) 369
- [15] R. D. Evans, *The atomic nucleus*, New York, McGraw Hill, 1955
- [16] B. Singh *et al.*, Nuclear Data Sheets **84** (1998) 487
- [17] <http://www.nucleide.org>
- [18] <http://bricc.anu.edu.au/>
- [19] G. J. Dilorio, *Direct physical measurement of mass yields in thermal fission of uranium 235*, New York, Garland, 1979
- [20] K. F. Flynn *et al.*, Phys. Rev. C **5** (1972) 1725
- [21] J.-C. Nimal, Sûreté et Puissance résiduelle, Clefs CEA **45** (2001) 48
- [22] <http://www.andra.fr/>

Index

A

- activation
 - énergie d', 155
- activité, 17
 - définition, 17
 - massique, 18
 - unité, 18
- antineutrino, 9
- antiparticule, 10
- atome
 - énergie de liaison, 28
 - masse, 26
 - modèle de Bohr, 8
 - modèle planétaire, 7, 8
 - rappels, 267
- Auger
 - émission d'électron, 142

B

- barn
 - définition, 79
- barrière
 - centrifuge, 101
 - coulombienne, 74, 88
 - de fission, 155
- Bateman
 - équations de, 19, 36
- Becquerel
 - unité, 18
- Bethe-Weizsäcker
 - formule de, 40
- bilan d'énergie de masse, 66
- Bohr
 - atome de, 7
- boson, 262

C

- caloporteur, 174
- CANDU, 84, 177

capture

- de neutron, 83, 172
- électronique, 12, 13, 15, 111
 - d'un électron K, 125
 - d'un électron L, 126
 - découverte, 150
 - modèle quantique, 124
 - radiative, 154
- centre de masse, 250
- centrifuge
 - barrière, 101
- chaîne de désintégrations, 19
- coefficient
 - de conversion interne, 138
 - de fluorescence, 143
- combustible nucléaire, 172
 - cycle du, 180
 - déchargement, 187
 - enrichissement, 182
 - évolution en REP, 194
 - fabrication, 186
 - retraitement, 188
- conservation
 - de la quantité de mouvement, 65, 68–71
 - du nombre de nucléons, 65, 87
 - de l'énergie, 65, 66, 68–71
 - de la charge électrique, 65, 87
 - de la parité, 65, 87
 - dans la désexcitation γ , 136
 - dans la désintégration α , 100
 - dans la désintégration β , 120
 - du moment angulaire, 65, 87
 - dans la désexcitation γ , 136
 - dans la désintégration α , 100
 - dans la désintégration β , 120
 - lois de, 65, 87
- constante radioactive, 16
- conversion interne

- coefficient de, 138
- définition, 137
- couches
 - électroniques, 42, 267
 - nucléoniques, 30, 41–44, 63
- coulombienne
 - barrière, 74, 88
- couplage
 - spin-orbite, 50
- cycle du combustible des REP, 180
 - amont, 182
 - concentration, 182
 - conversion, 182
 - diffusion gazeuse, 183, 184
 - enrichissement, 182, 184
 - extraction, 182
 - fabrication, 186
 - ultracentrifugation, 184, 185
 - aval, 187
 - déchargement, 187
 - gestion des déchets, 189
 - retraitement, 188

D

- déchets radioactifs, 36
 - à vie courte, 18
 - à vie longue, 18
 - classification, 18, 191
 - FA, 18
 - FMA-VC, 190
 - FMA-VL, 190
 - gestion, 189
 - HA, 18, 190
 - MA, 18
 - MA-VL, 190
 - TFA, 18, 189
- défaut de masse, 28
- désexcitation
 - atomique, 140
 - par émission X , 141
 - par émission Auger, 142
 - nucléaire, 31, 133
 - d'un état très excité, 140
 - par émission γ , 133
 - par conversion interne, 137

- désintégration, 65
 - α , 12, 13, 15, 65, 68, 93
 - modèle quantique, 95
 - β , 69
 - modèle quantique, 114
 - β^+ , 12, 13, 15, 111
 - β^- , 12, 13, 15, 111
 - 2 protons, 13, 15
 - à deux corps, 65, 68
 - à trois corps, 69
 - définition, 68
 - loi de, 16
 - neutron, 13, 15
 - probabilité de, 16
 - proton, 13, 15
- degré d'interdiction, 121, 123
- demi-vie, 17
- diffusion
 - élastique, 80, 154, 253
 - gazeuse, 183, 184
 - inélastique, 154
- durée de vie, 17

E

- effet tunnel, 96, 97, 257
- électron, 7, 9
- émission
 - α , 13, 15, 68
 - β , 13, 15, 69
 - de 2 protons, 13, 15
 - de neutron, 13, 15
 - de nucléon, 13, 15
 - de proton, 13, 15
 - prompte, 161, 162
 - retardée, 161, 164
- empoisonnement, 86
 - au samarium 149, 89
 - au xénon 135, 89
- énergie
 - conservation de l', 65, 66, 68–71
 - d'activation, 155
 - d'ionisation, 41, 42
 - de liaison
 - électronique, 271
 - atomique, 28

- définition générale, 27
 - moyenne par nucléon, 28
 - nucléaire, 28
 - de masse, 249
 - de séparation, 30, 42
 - seuil en, 74, 88
 - totale, 249
 - enrichissement
 - du combustible nucléaire, 182
 - épaisseur de peau, 25, 36
 - équation
 - de Schrödinger, 256
 - équilibre séculaire, 19
 - état
 - excité, 30, 55, 62, 67
 - fondamental, 30, 53, 61
 - métastable, 31, 105, 129
- F**
- facteur de reproduction, 172, 173
 - Fermi
 - distribution de, 25
 - figure de, 119
 - fonction de, 118
 - intégrale de, 119
 - prix nobel, 151
 - théorie de, 114, 116
 - transition de, 120
 - unité, 24
 - Fermi-Kurie
 - droite de, 118
 - fermion, 262
 - fertile, 22, 158
 - filière de réacteurs nucléaires, 175
 - filiation, 19
 - fissile, 21, 154, 158, 167
 - fission, 29
 - aspects historiques, 151
 - barrière, 155
 - induite, 76, 151, 153
 - produits de, 153, 159
 - spontanée, 12, 13, 15, 152
 - fluorescence
 - coefficient de, 143
 - fonction d'onde
- définition, 255
 - électronique, 269
 - formule
 - de Bethe-Weizsäcker, 40
 - semi-empirique, 40
 - fusion, 29, 77
 - cycle pp, 87
- G**
- Gamow
 - facteur de, 260
 - modèle de, 95
 - Gamow-Teller
 - transition de, 120
 - Geiger et Nuttall
 - systématique des émetteurs α , 94, 95
- I**
- interaction
 - électromagnétique, 11
 - faible, 12
 - forte, 11
 - gravitationnelle, 11
 - isobares, 9, 112
 - isotones, 9
 - isotopes, 9
- K**
- König
 - théorème, 252
- L**
- loi
 - de conservation, 65, 87
 - de désintégration, 16
- M**
- magiques
 - nombres, 41, 61
 - Manhattan
 - projet, 152
 - masse
 - atomique, 26
 - défaut de, 28
 - nucléaire, 26
 - Mendeleïev
 - table de, 267

- métastable
 - état, 31, 105, 129, 145
 - modérateur, 83, 172
 - modération, 84
 - modérer, 80
 - modèle
 - de Bethe-Weizsäcker, 41
 - de Bohr, 8
 - de Fermi
 - de la capture électronique, 124
 - de la désintégration β , 114, 116
 - de Gamow, 95
 - de la goutte liquide, 41
 - en couches nucléoniques, 41, 43
 - planétaire, 7, 8
 - quantique
 - de la capture électronique, 124
 - de la désintégration α , 95
 - de la désintégration β , 114, 116
 - semi-empirique, 41
 - moment angulaire
 - composition, 263
 - conservation, 65, 67, 87
 - dans la désexcitation γ , 136
 - dans la désintégration α , 100
 - dans la désintégration β , 120
 - de spin
 - définition, 262
 - orbital
 - définition, 261
 - total
 - définition, 262
 - du noyau, 33, 53
- N**
- neutrino, 9
 - hypothèse du, 70
 - neutron, 9
 - épithermique, 80
 - évaporation, 162
 - prompt, 153, 162, 163
 - rapide, 80, 172, 179
 - retardé, 130, 164–166
 - thermique, 80, 172
 - neutrophage, 84
 - nombre magique, 41, 61
 - notation spectroscopique, 262
 - noyau, 13, 15
 - charte des, 13, 15
 - fertile, 22, 158
 - fissile, 21, 154, 158, 167
 - instable, 13
 - masse, 26
 - radioactif, 13
 - rayon, 24, 88
 - stable, 13
 - nucléon, 8, 10
- O**
- orbitale, 7
 - ordre multipolaire, 134
- P**
- parité
 - conservation, 65, 67, 87
 - dans la désexcitation γ , 136
 - dans la désintégration α , 100
 - dans la désintégration β , 120
 - définition, 264
 - du noyau, 33, 53
 - particule
 - confinée, 257
 - libre, 256
 - Pauli
 - lettre de, 71
 - principe d'exclusion de, 261
 - peau
 - épaisseur de, 25, 36
 - période radioactive, 17
 - photon, 9
 - poison neutronique, 86, 89
 - positon, 9, 10
 - principe d'exclusion de Pauli, 261
 - probabilité de désintégration, 16
 - processus
 - endoénergétique, 67
 - exoénergétique, 66
 - nucléaire, 65
 - produits de fission, 153, 159
 - projet Manhattan, 152
 - prompt

- neutron, 153, 162, 163
- prompte
 - émission, 161
- proton, 9
- puissance
 - résiduelle, 164
- Q**
- quantité de mouvement
 - conservation de la, 65, 68–71
- quarks, 10
- R**
- radioactivité
 - artificielle, 88, 151
 - naturelle, 18, 190
- rapport d'embranchement, 16
- rayon, 24, 88
- réacteur nucléaire
 - CANDU, 177
 - filière, 175
 - REP, 175
 - RNR, 179
 - UNGG, 178
- réaction nucléaire
 - à seuil, 74, 88
 - cinématique, 73
 - définition, 72
 - induite, 65
- référentiel du centre de masse, 250
- REP, 175
- reproduction
 - facteur de, 172, 173
- résiduelle
 - puissance, 164
- retardé
 - neutron, 164–166
- retardée
 - émission, 161
- RNR, 179
- S**
- séculaire
 - équilibre, 19
- série
 - isobarique, 112
- série radioactive, 19
 - $4n$, 22
 - $4n + 1$, 24
 - $4n + 2$, 20
 - $4n + 3$, 21
 - artificielle, 20
 - naturelle, 20
- Schrödinger
 - équation, 256
- section efficace
 - d'interaction, 78
 - définition, 77
 - de fission, 156
 - géométrique, 77
- semi-empirique
 - formule, 40
- seuil en énergie, 74, 88
- spectre
 - continu, 70
 - de raies, 69, 70
 - des électrons émis, 70, 116, 117
 - des états excités, 31
 - neutronique, 171
- spin, 262
- spin-orbite
 - couplage, 50
- surgénération, 196
- T**
- thermaliser, 80
- transition β
 - classification, 121
 - de Fermi, 120
 - de Gamow-Teller, 120
 - interdite, 121
 - permise, 121
 - superpermise, 122
- transition γ , 133
 - classification, 134
 - monopolaire, 137
- transmutation, 72
- tunnel
 - effet, 96, 97, 257
- U**
- ultracentrifugation, 184, 185

UNGG, 84, 178

unité de masse atomique, 27

uranium

appauvri, 35, 182, 184

de retraitement, 181, 188, 195

enrichi, 172, 173, 182, 184

naturel, 35

ré-enrichi, 188

V

vie

durée de, 17

W

Weisskopf

estimations de, 135

Table des matières

1 Propriétés générales du noyau	7
1.1 Introduction	7
1.2 Particules et interactions	9
1.3 Stabilité et désintégrations	13
1.4 Période et probabilité de désintégration	16
1.5 Rayon du noyau	24
1.6 Masse et énergie de liaison	26
1.7 Les états excités du noyau	30
1.8 Moment angulaire total et parité	32
Exercices	35
2 Les modèles nucléaires	37
2.1 Le modèle de la goutte liquide	37
2.2 Le modèle en couches nucléoniques	41
2.3 Modèles plus avancés	58
Exercices	61
3 Désintégrations et réactions nucléaires	65
3.1 Lois de conservation	65
3.2 Désintégrations	68
3.3 Réactions nucléaires induites	72
3.4 Section efficace	77
3.5 Réactions nucléaires impliquant un neutron	80
Exercices	87
4 La désintégration α	93
4.1 Propriétés générales de l'émission α	93
4.2 Modèle quantique de l'émission α	95
4.3 Conclusion	103
Exercices	104
5 La désintégration β	109
5.1 Introduction	109
5.2 Bilans énergétiques	111
5.3 Séries isobariques	112
5.4 Théorie de Fermi de la désintégration β	114

5.5	Conservation du moment angulaire et de la parité	120
5.6	Transitions permises et interdites	121
5.7	Théorie de Fermi pour la capture électronique	124
	Exercices	129
6	Désexcitation nucléaire et atomique	133
6.1	Désexcitation du noyau	133
6.2	Désexcitation de l'atome	140
	Exercices	145
7	Fission induite	151
7.1	Introduction	151
7.2	Fission induite	153
7.3	Caractéristiques de la fission induite	159
	Exercices	167
8	Énergie nucléaire	171
8.1	Choix technologiques	171
8.2	Filières de réacteurs	175
8.3	Cycle du combustible des REP	180
	Exercices	193
	Correction des exercices	199
	Corrections du chapitre 1	199
	Corrections du chapitre 2	205
	Corrections du chapitre 3	211
	Corrections du chapitre 4	219
	Corrections du chapitre 5	223
	Corrections du chapitre 6	229
	Corrections du chapitre 7	237
	Corrections du chapitre 8	241
A	Données numériques	247
B	Rappels de mécanique classique et relativiste	249
B.1	Equivalence énergie-masse	249
B.2	Rappels de mécanique du point	250
C	Éléments de physique quantique	255
C.1	Fonction d'onde	255
C.2	Effet tunnel	257
C.3	Principe d'exclusion de Pauli	261
C.4	Moment angulaire orbital, spin et parité	261

D	Éléments de physique atomique	267
D.1	Couches électroniques	267
D.2	Fonctions d'onde électroniques	269
D.3	Énergie de liaison électronique	271
Index		275

