MATHÉMATIQUES

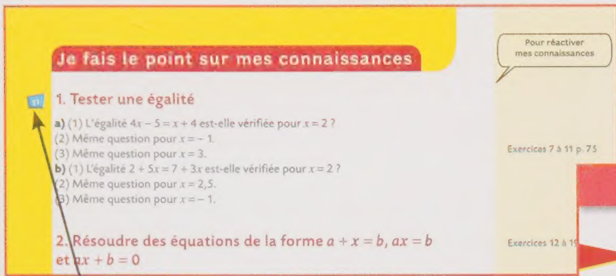
TRIANGLE

Gisèle Chapiron
Michel Mante
René Mulet-Marquis
Catherine Pérotin

4e

Hatier

Comment travailler avec ce manuel ?



Je fais le point sur mes connaissances

Pour réactiver mes connaissances

1. Tester une égalité

a) (1) L'égalité $4x - 5 = x + 4$ est-elle vérifiée pour $x = 2$?
(2) Même question pour $x = -1$.
(3) Même question pour $x = 3$.
b) (1) L'égalité $2 + 5x = 7 + 3x$ est-elle vérifiée pour $x = 2$?
(2) Même question pour $x = 2,5$.
(3) Même question pour $x = -1$.

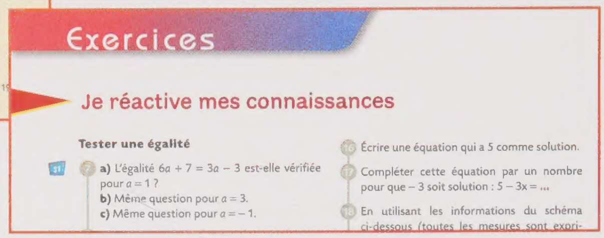
Exercices 7 à 11 p. 75

2. Résoudre des équations de la forme $a + x = b$, $ax = b$ et $ax + b = 0$

Exercices 12 à 1…

Repère pour le socle commun

Je fais le point sur les connaissances indispensables pour aborder le chapitre et, si nécessaire, je peux réactiver mes connaissances.



Exercices

Je réactive mes connaissances

Tester une égalité

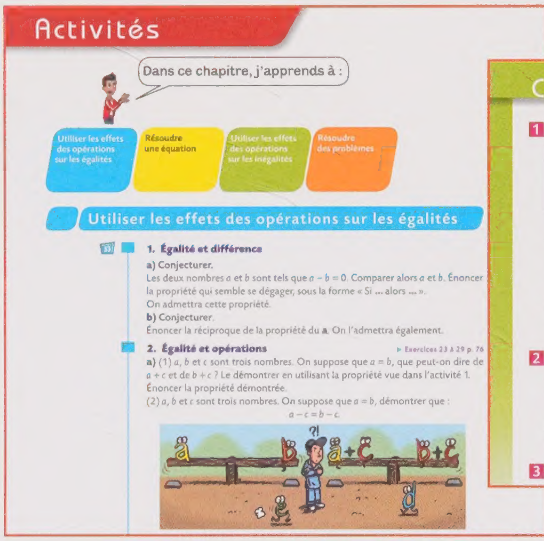
a) L'égalité $6a + 7 = 3a - 3$ est-elle vérifiée pour $a = 1$?
b) Même question pour $a = 3$.
c) Même question pour $a = -1$.

Écrire une équation qui a 5 comme solution.

Compléter cette équation par un nombre pour que -3 soit solution : $5 - 3x = ...$

En utilisant les informations du schéma ci-dessous (toutes les mesures sont expri-…

Grâce à des activités je découvre de nouvelles notions, repérées par une même couleur dans les exercices.



Activités

Dans ce chapitre, j'apprends à :

Utiliser les effets des opérations sur les égalités | Résoudre une équation | Utiliser les effets des opérations sur les inégalités | Résoudre des problèmes

Utiliser les effets des opérations sur les égalités

1. Égalité et différence

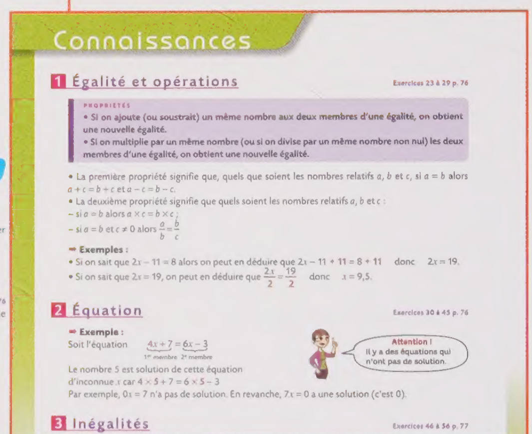
a) Conjecturer.
Les deux nombres a et b sont tels que $a - b = 0$. Comparer alors a et b. Énoncer la propriété qui semble se dégager, sous la forme « Si ... alors ... ».
On admettra cette propriété.
b) Conjecturer.
Énoncer la réciproque de la propriété du a. On l'admettra également.

2. Égalité et opérations

Exercices 23 à 29 p. 76

a) (1) a, b et c sont trois nombres. On suppose que $a = b$, que peut-on dire de $a + c$ et de $b + c$? Le démontrer en utilisant la propriété vue dans l'activité 1.
Énoncer la propriété démontrée.
(2) a, b et c sont trois nombres. On suppose que $a = b$, démontrer que :
$a - c = b - c$.

Je mémorise les connaissances associées à ces notions.



Connaissances

1 Égalité et opérations

Exercices 23 à 29 p. 76

PROPRIÉTÉS
• Si on ajoute (ou soustrait) un même nombre aux deux membres d'une égalité, on obtient une nouvelle égalité.
• Si on multiplie par un même nombre (ou si on divise par un même nombre non nul) les deux membres d'une égalité, on obtient une nouvelle égalité.

• La première propriété signifie que, quels que soient les nombres relatifs a, b et c, si $a = b$ alors $a + c = b + c$ et $a - c = b - c$.
• La deuxième propriété signifie que quels soient les nombres relatifs a, b et c :
– si $a = b$ alors $a \times c = b \times c$;
– si $a = b$ et $c \neq 0$ alors $\frac{a}{c} = \frac{b}{c}$

Exemples :
• Si on sait que $2x - 11 = 8$ alors on peut en déduire que $2x - 11 + 11 = 8 + 11$ donc $2x = 19$.
• Si on sait que $2x = 19$, on peut en déduire que $\frac{2x}{2} = \frac{19}{2}$ donc $x = 9,5$.

2 Équation

Exercices 30 à 45 p. 76

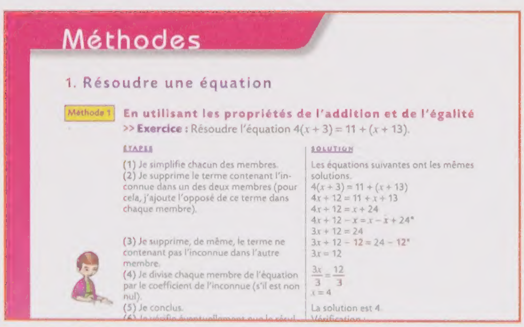
Exemple :
Soit l'équation $4x + 7 = 6x - 3$
Le nombre 5 est solution de cette équation d'inconnue x car $4 \times 5 + 7 = 6 \times 5 - 3$
Par exemple, $0x = 7$ n'a pas de solution. En revanche, $7x = 0$ a une solution (c'est 0).

Attention ! Il y a des équations qui n'ont pas de solution.

3 Inégalités

Exercices 46 à 56 p. 77

J'apprends à mettre en pratique ces connaissances grâce aux méthodes et aux exercices.

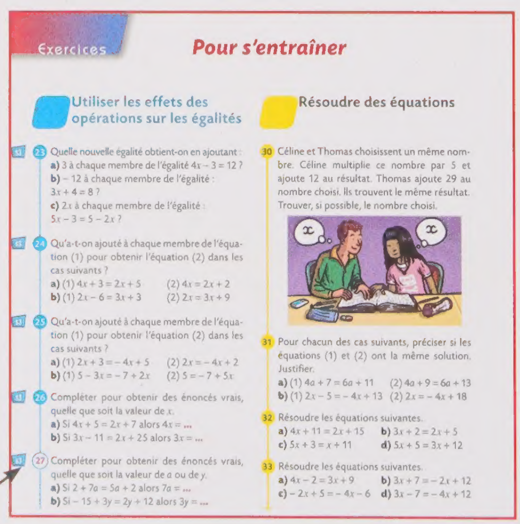


Méthodes

1. Résoudre une équation

Méthode 1 En utilisant les propriétés de l'addition et de l'égalité
>> Exercice : Résoudre l'équation $4(x + 3) = 11 + (x + 13)$.

ÉTAPES	SOLUTION
(1) Je simplifie chacun des membres. (2) Je supprime le terme contenant l'inconnue dans un des deux membres (pour cela, j'ajoute l'opposé de ce terme dans chaque membre).	Les équations suivantes ont les mêmes solutions. $4(x + 3) = 11 + (x + 13)$ $4x + 12 = 11 + x + 13$ $4x + 12 = x + 24$ $4x + 12 - x = x - x + 24$ $3x + 12 = 24$
(3) Je supprime, de même, le terme ne contenant pas l'inconnue dans l'autre membre. (4) Je divise chaque membre de l'équation par le coefficient de l'inconnue (s'il est non nul). (5) Je conclus.	$3x + 12 - 12 = 24 - 12$ $3x = 12$ $\frac{3x}{3} = \frac{12}{3}$ $x = 4$ La solution est 4.



Exercices

Pour s'entraîner

Utiliser les effets des opérations sur les égalités

23 Quelle nouvelle égalité obtient-on en ajoutant :
a) 3 à chaque membre de l'égalité $4x - 3 = 12$?
b) -12 à chaque membre de l'égalité : $3x + 4 = 8$?
c) $2x$ à chaque membre de l'égalité : $5x - 3 = 5 - 2x$?

24 Qu'a-t-on ajouté à chaque membre de l'équation (1) pour obtenir l'équation (2) dans les cas suivants ?
a) (1) $4x + 3 = 2x + 5$ (2) $4x = 2x + 2$
b) (1) $2x - 6 = 3x + 3$ (2) $2x = 3x + 9$

25 Qu'a-t-on ajouté à chaque membre de l'équation (1) pour obtenir l'équation (2) dans les cas suivants ?
a) (1) $2x + 3 = -4x + 5$ (2) $2x = -4x + 2$
b) (1) $5 - 3x = -7 + 2x$ (2) $5 = -7 + 5x$

26 Compléter pour obtenir des énoncés vrais, quelle que soit la valeur de x.
a) Si $4x + 5 = 2x + 7$ alors $4x = ...$
b) Si $3x - 11 = 2x + 25$ alors $3x = ...$

27 Compléter pour obtenir des énoncés vrais, quelle que soit la valeur de a ou de y.
a) Si $2 + 7a = 5a + 2$ alors $7a = ...$
b) Si $-15 + 3y = 2y + 12$ alors $3y = ...$

Résoudre des équations

30 Céline et Thomas choisissent un même nombre. Céline multiplie ce nombre par 5 et ajoute 12 au résultat. Thomas ajoute 29 au nombre choisi. Ils trouvent le même résultat. Trouver, si possible, le nombre choisi.

31 Pour chacun des cas suivants, préciser si les équations (1) et (2) ont la même solution. Justifier.
a) (1) $4a + 7 = 6a + 11$ (2) $4a + 9 = 6a + 13$
b) (1) $2x - 5 = -4x + 13$ (2) $2x = -4x + 18$

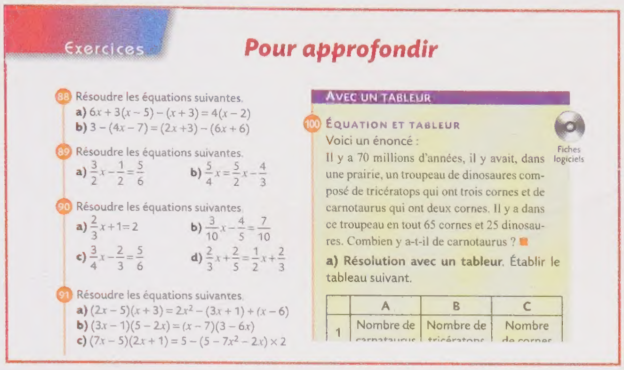
32 Résoudre les équations suivantes.
a) $4x + 11 = 2x + 15$ b) $3x + 2 = 2x + 5$
c) $5x + 3 = x + 11$ d) $5x + 5 = 3x + 12$

33 Résoudre les équations suivantes.
a) $4x - 2 = 3x + 9$ b) $3x + 7 = -2x + 12$
c) $-2x + 5 = -4x - 6$ d) $3x - 7 = -4x + 12$

Exercice corrigé en fin d'ouvrage pour m'entraîner seul.

Je peux encore :

- approfondir mes connaissances, résoudre des problèmes de Recherche et créativité, et faire des Devoirs maison donnés par le professeur.



Exercices — **Pour approfondir**

88 Résoudre les équations suivantes.
a) $6x + 3(x - 5) - (x + 3) = 4(x - 2)$
b) $3 - (4x - 7) = (2x + 3) - (6x + 6)$

89 Résoudre les équations suivantes.
a) $\frac{3}{2}x - \frac{1}{2} = \frac{5}{6}$ b) $\frac{5}{4}x = \frac{5}{2}x - \frac{4}{3}$

90 Résoudre les équations suivantes.
a) $\frac{2}{3}x + 1 = 2$ b) $\frac{3}{10}x - \frac{4}{5} = \frac{7}{10}$
c) $\frac{3}{4}x - \frac{2}{3} = \frac{5}{6}$ d) $\frac{2}{3}x + \frac{2}{5} = \frac{1}{2}x + \frac{2}{3}$

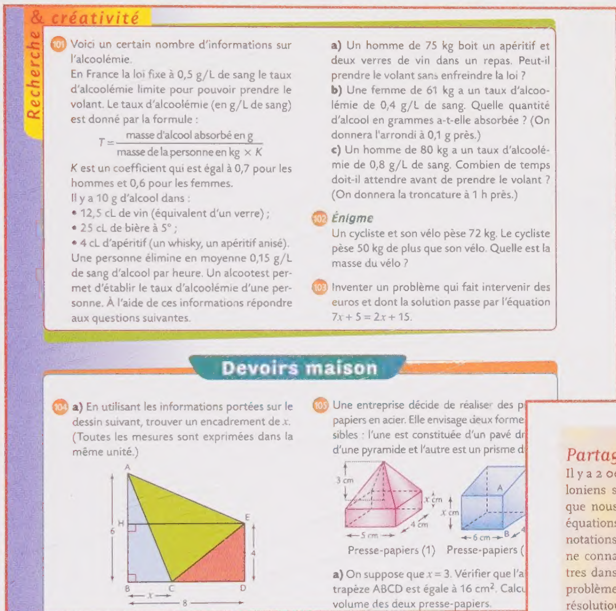
91 Résoudre les équations suivantes.
a) $(2x - 5)(x + 3) = 2x^2 - (3x + 1) + (x - 6)$
b) $(3x - 1)(5 - 2x) = (x - 7)(3 - 6x)$
c) $(7x - 5)(2x + 1) = 5 - (5 - 7x^2 - 2x) \times 2$

AVEC UN TABLEUR

100 ÉQUATION ET TABLEUR
Voici un énoncé :
Il y a 70 millions d'années, il y avait, dans une prairie, un troupeau de dinosaures composé de tricératops qui ont trois cornes et de carnotaurus qui ont deux cornes. Il y a dans ce troupeau en tout 65 cornes et 25 dinosaures. Combien y a-t-il de carnotaurus ?
a) Résolution avec un tableur. Établir le tableau suivant.

Fiches logiciels

	A	B	C
1	Nombre de	Nombre de	Nombre



Recherche & créativité

101 Voici un certain nombre d'informations sur l'alcoolémie.
En France la loi fixe à 0,5 g/L de sang le taux d'alcoolémie limite pour pouvoir prendre le volant. Le taux d'alcoolémie (en g/L de sang) est donné par la formule :
$T = \frac{\text{masse d'alcool absorbé en g}}{\text{masse de la personne en kg} \times K}$
K est un coefficient qui est égal à 0,7 pour les hommes et 0,6 pour les femmes.
Il y a 10 g d'alcool dans :
• 12,5 cL de vin (équivalent d'un verre) ;
• 25 cL de bière à 5° ;
• 4 cL d'apéritif (un whisky, un apéritif anisé).
Une personne élimine en moyenne 0,15 g/L de sang d'alcool par heure. Un alcootest permet d'établir le taux d'alcoolémie d'une personne. À l'aide de ces informations répondre aux questions suivantes.
a) Un homme de 75 kg boit un apéritif et deux verres de vin dans un repas. Peut-il prendre le volant sans enfreindre la loi ?
b) Une femme de 61 kg a un taux d'alcoolémie de 0,4 g/L de sang. Quelle quantité d'alcool en grammes a-t-elle absorbée ? (On donnera l'arrondi à 0,1 g près.)
c) Un homme de 80 kg a un taux d'alcoolémie de 0,8 g/L de sang. Combien de temps doit-il attendre avant de prendre le volant ? (On donnera la troncature à 1 h près.)

102 *Énigme*
Un cycliste et son vélo pèse 72 kg. Le cycliste pèse 50 kg de plus que son vélo. Quelle est la masse du vélo ?

103 Inventer un problème qui fait intervenir des euros et dont la solution passe par l'équation $7x + 5 = 2x + 15$.

Devoirs maison

104 a) En utilisant les informations portées sur le dessin suivant, trouver un encadrement de x.
(Toutes les mesures sont exprimées dans la même unité.)

105 Une entreprise décide de réaliser des p… papiers en acier. Elle envisage deux forme… sibles : l'une est constituée d'un pavé d… d'une pyramide et l'autre est un prisme d…

Presse-papiers (1) Presse-papiers (…

a) On suppose que $x = 3$. Vérifier que l'a… trapèze ABCD est égale à 16 cm². Calc… volume des deux presse-papiers.

- lire Triangle info magazine ou Triangle info histoire des arts. ➤➤

TRIANGLE INFO magazine

Partage de récoltes

Il y a 2 000 ans, les Égyptiens et les Babyloniens savaient résoudre des problèmes que nous résolvons maintenant avec des équations. Mais ils ne disposaient pas des notations algébriques (en particulier, ils ne connaissaient pas l'utilisation des lettres dans les calculs). Aussi pour chaque problème ils décrivaient la méthode de résolution.

Scène d'agriculture, tombe des Nobles, Louxor-Thèbes.

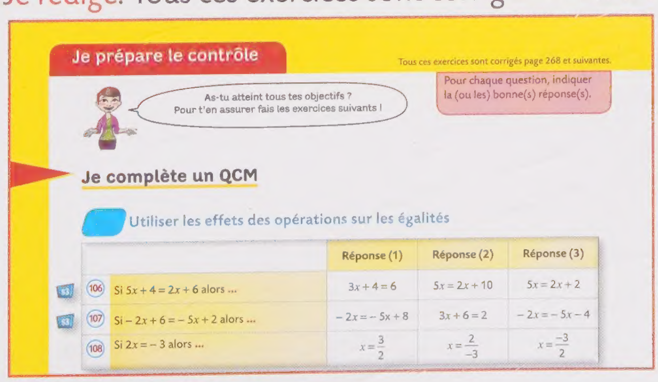
Le socle commun de connaissances et de compétences

Le socle commun des connaissances et compétences rassemble les connaissances et compétences qui doivent être acquises en fin de 3^e. Certaines sont liées au programme de 4^e.

S1 SOCLE : signalent un exercice qui permet de travailler une connaissance du socle.

LIVRET DE COMPÉTENCES : permet de relier le chapitre avec le livret personnel de compétences.

En fin de chapitre, je prépare le contrôle : je complète un QCM, avant de faire les exercices de Je rédige. Tous ces exercices sont corrigés en fin d'ouvrage.



Je prépare le contrôle

Tous ces exercices sont corrigés page 268 et suivantes.

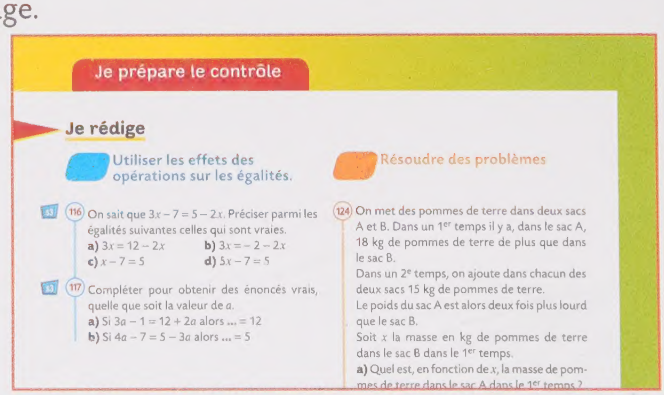
As-tu atteint tous tes objectifs ? Pour t'en assurer fais les exercices suivants !

Pour chaque question, indiquer la (ou les) bonne(s) réponse(s).

Je complète un QCM

Utiliser les effets des opérations sur les égalités

		Réponse (1)	Réponse (2)	Réponse (3)
S1 106	Si $5x + 4 = 2x + 6$ alors ...	$3x + 4 = 6$	$5x = 2x + 10$	$5x = 2x + 2$
S1 107	Si $-2x + 6 = -5x + 2$ alors ...	$-2x = -5x + 8$	$3x + 6 = 2$	$-2x = -5x - 4$
108	Si $2x = -3$ alors ...	$x = \frac{3}{2}$	$x = \frac{2}{-3}$	$x = \frac{-3}{2}$



Je prépare le contrôle

Je rédige

Utiliser les effets des opérations sur les égalités.

S1 116 On sait que $3x - 7 = 5 - 2x$. Préciser parmi les égalités suivantes celles qui sont vraies.
a) $3x = 12 - 2x$ b) $3x = -2 - 2x$
c) $x - 7 = 5$ d) $5x - 7 = 5$

S1 117 Compléter pour obtenir des énoncés vrais, quelle que soit la valeur de a.
a) Si $3a - 1 = 12 + 2a$ alors ... = 12
b) Si $4a - 7 = 5 - 3a$ alors ... = 5

Résoudre des problèmes

124 On met des pommes de terre dans deux sacs A et B. Dans un 1er temps il y a, dans le sac A, 18 kg de pommes de terre de plus que dans le sac B.
Dans un 2^e temps, on ajoute dans chacun des deux sacs 15 kg de pommes de terre.
Le poids du sac A est alors deux fois plus lourd que le sac B.
Soit x la masse en kg de pommes de terre dans le sac B dans le 1er temps.
a) Quel est, en fonction de x, la masse de pommes de terre dans le sac A dans le 1er temps ?

Pénélope Coumau 4°8

Collection TRIANGLE

MATHÉMATIQUES

4e

Programme 2008

Gisèle CHAPIRON
Michel MANTE
René MULET-MARQUIS
Catherine PÉROTIN

Académie de Lyon

Les auteurs remercient chaleureusement
Monique et René JAFFARD pour leur contribution.

Hatier

Édition : Claire-Marie La Sade
Création maquette : Christian Scheibling - Graphismes
Mise en page : MCP
Illustrations : Sébastien Azzi et Pierre Braillon
Schémas : Thomas Winock
Iconographie : Pierre Philippon - Hatier illustration

Les auteurs remercient tous les enseignants qui ont rencontré les délégués pédagogiques et qui ont contribué, par leurs remarques pertinentes, à l'amélioration de cet ouvrage.

Table des illustrations

09	Coll. ChristopheL
15	ph © Collection Centre Pompidou, Dist. RMN / Philippe Migeat / ADAGP, Paris 2011
21	ph © Richard Jones / Sinopix-REA
22	ph © Denis Bringard / Sunset
23	ph © Artothek / La Collection
27	SPL / Phanie
35	ph © Franck Guiziou / Hemis / Corbis
36	ph © Alfred Pasieka / SPL / Cosmos
47	ph © The British Museum, Londres, Dist. RMN / The Trustees of the British Museum
48	ph © Christine Osborne / Corbis
62	ph © Hervé Champollion / Gamma-Rapho
67	ph © Hubert Raguet / Look at Sciences
71	ph © G. Danger / Urba Images Server
74	ph © Antoine Lorgnier / Onlyfrance.fr
81	ph © Hervé Lewandowski / Musée d'Orsay / RMN
83	ph © Marthelot / Leemage
87	ph © R. Jay Gabany / Novapix
88	© Sala / D.R.
97	ph © Jean Becker / PhotoPQR / L'Alsace / Maxppp
99	ph © Yves Lefèvre / Bios Photo
100	ph © Imagebroker.net / Sunset
101	ph © Stéphanie Mulet-Marquis
104	© Nasa
105	ph © Erich Lessing / Akg-Images / ADAGP, Paris 2011
106	ph © Richard Damoret / REA
107	ph © Gilles Rolle / REA
109	ph © Animals-Animals / Sunset
114	ph © JB Autissier / Panoramic
115	ph © Creativ Studio Heinem / Age Fotosock
118	ph © F1Online / Masterfile
124	ph © Aflo Sport / Masterfile
125	ph © Pascal Sittler / REA
131	ph © Justin Tallis / Report Digital / REA
132	ph © Akg-Images / ADAGP, Paris 2011
136	ph © ImagesSource / REA
138	ph © Jock Fistick / Reporters -REA
142	ph © Albert Olive / EPA / Corbis
143	ph © De Agostini / Leemage
157	ph © Aisa / Leemage
161	ph © De Agostini / Leemage
166	ph © Jean Brooks / Getty-Images
168	ph © Google Earth / D. R.
179	ph © Photothèque R. Magritte - ADAGP, Paris 2011
188	ph © Thierry Beauvir / ANA
188-hd	Coll. Dagli Orti / Picture Desk
188-bd	ph © Bertrand Gardel / hemis.fr
190	ph © Franck Raux / RMN
192	ph © Bruno Morandi / hemis.fr
192-g	ph © Christian Heeb / hemis.fr
193-g	ph © Gérard Sioen/Gamma - Rapho
194	ph © Pierre Philippon
197	ph © SuperStock / Leemage / ADAGP, Paris 2011
217	ph © Marge / Sunset
229	© Sébastien Kito / ADAGP, Paris 2011
230	ph © Stéphane Compoint / Onlyword.net
234	ph © Philippe Benoist / Look at Sciences
239	© Corinna Schlecht
255-bd	ph © Destinations / Corbis
255-g	ph © Bruno Gautier / KRimages presse
255-hd	ph © Hardy / Altopress / Andia

ISBN 978-2-218-94610-3

Avant-propos

Cinq principes sont à la base de la conception de cet ouvrage :

Cultiver le plaisir de faire des mathématiques à travers la résolution de problèmes, présents en nombre dans chaque chapitre (rubriques « Résoudre des problèmes » et « Recherche et créativité »).
Ce plaisir suppose l'acquisition de connaissances et d'automatismes grâce à de nombreux exercices gradués, dans chaque chapitre, pour chaque objectif.

Gérer l'hétérogénéité des classes par la prise en compte des différences chez les élèves :
– dans leurs prérequis (rubriques « Je fais le point sur mes connaissances » en début de chapitre et « Je réactive mes connaissances »),
– dans leur vitesse d'acquisition des savoir-faire (présence d'exercices de difficulté graduée et corrigés en fin d'ouvrage).

Permettre aux élèves de dépasser les erreurs classiques par des activités d'introduction construites à cet effet et accessibles à tous.

Favoriser l'autonomie des élèves en leur permettant de s'approprier les objectifs d'apprentissage repérés par un code couleur, et de s'auto-évaluer en fin de chapitre.

Aider les élèves à acquérir les connaissances et compétences du socle en lien avec le programme de 4e et le livret personnel de compétences par des exercices clairement identifiés.

SOCLE S1 S2 S3 S4 S5

Triangle est aussi un environnement de travail.

Des outils pour accompagner
la préparation d'un cours,
sa mise en œuvre et son évaluation.

Les auteurs vous en souhaitent bon usage !

Sommaire

Avant-propos 3
Programme 6

Nombres et calculs

1. Opérations sur les nombres relatifs 9
Multiplier et diviser des nombres relatifs 11
Conduire un calcul 13
Calculer une expression littérale 13
Résoudre des problèmes 13
Connaissances et méthodes 14
Exercices 17
Je prépare le contrôle 25

2. Calcul littéral et initiation à la démonstration 27
Réduire une expression littérale 29
Développer avec la distributivité 29
Développer avec la double distributivité 30
Résoudre des problèmes 30
Connaissances et méthodes 31
Exercices 35
Je prépare le contrôle 45

3. Écritures fractionnaires 47
Comparer des nombres relatifs en écriture fractionnaire 49
Additionner et soustraire 50
Multiplier et diviser 50
Conduire un calcul 51
Résoudre des problèmes 51
Connaissances et méthodes 52
Exercices 55
Je prépare le contrôle 65

4. Équations – Inégalités 67
Utiliser les effets des opérations sur les égalités 69
Résoudre une équation 69
Utiliser les effets des opérations sur les inégalités 70
Résoudre des problèmes 71
Connaissances et méthodes 72
Exercices 75
Je prépare le contrôle 85

5. Puissances 87
Calculer avec des puissances 89
Simplifier des expressions comportant des puissances 90
Calculer avec des puissances de 10 91
Résoudre des problèmes 91
Connaissances et méthodes 92
Exercices 95
Je prépare le contrôle 103

Organisation et gestion de données. Fonctions

6. Proportionnalité – Vitesse Agrandissement – Réduction 105
Déterminer une quatrième proportionnelle 107
Lier proportionnalité et représentation graphique 107
Agrandir ou réduire une figure 108
Utiliser la formule $d = vt$ et convertir des unités de vitesse 109
Résoudre des problèmes 109
Connaissances et méthodes 110
Exercices 115
Je prépare le contrôle 123

7. Traitement de données Pourcentages – Moyenne 125
Déterminer le pourcentage lors d'un regroupement 127
Calculer la moyenne d'une série statistique 127
Calculer une moyenne pondérée 128
Résoudre des problèmes 128
Connaissances et méthodes 130
Exercices 132
Je prépare le contrôle 141

Géométrie. Grandeurs et mesures

8. Géométrie et initiation à la démonstration 143

Utiliser des propriétés de géométrie 145
Démontrer que des droites sont parallèles.... 145
Démontrer que des droites sont perpendiculaires....146
Connaissances et méthodes....147
Exercices 150
Je prépare le contrôle....155

9. Triangle rectangle et théorème de Pythagore 157

Calculer des longueurs avec le théorème de Pythagore....159
Démontrer que deux droites sont perpendiculaires....160
Résoudre des problèmes....161
Connaissances et méthodes 162
Exercices 165
Je prépare le contrôle....177

10. Pyramides et cônes 179

Reconnaître et représenter en perspective une pyramide, un cône....181
Reconnaître et tracer le patron d'une pyramide 181
Calculer le volume d'une pyramide, d'un cône....182
Résoudre des problèmes....182
Connaissances et méthodes 183
Exercices 186
Je prépare le contrôle....195

11. Triangle rectangle, cercle et bissectrice....197

Utiliser les propriétés reliant triangle rectangle et cercle....199
Utiliser la distance d'un point à une droite....200
Résoudre des problèmes....201
Connaissances et méthodes 202
Exercices....207
Je prépare le contrôle....215

12. Triangle et droites parallèles 217

Utiliser les propriétés des milieux et des droites parallèles dans un triangle 219
Utiliser le théorème de Thalès dans le triangle....220
Résoudre des problèmes 221
Connaissances et méthodes 222
Exercices....227
Je prépare le contrôle....237

13. Triangle rectangle et cosinus d'un angle aigu....239

Écrire le cosinus d'un angle aigu d'un triangle rectangle....241
Calculer une longueur en utilisant le cosinus 241
Calculer un angle en utilisant le cosinus 242
Résoudre des problèmes....242
Connaissances et méthodes 243
Exercices....246
Je prépare le contrôle....253

14. Socle commun : SOCLE connaissances et compétences ..255

Correction des exercices 268
Rappels.... 289
Fiches méthodes logiciels 301
Propriétés 302
Fiches méthodes....304
Index....en fin d'ouvrage
Formulaire.... en fin d'ouvrage

Programme de la classe de quatrième

Note : Les points du programme (connaissances, capacités et exemples) qui ne sont pas exigibles pour le socle sont écrits en italiques. Si la phrase en italiques est précédée d'un astérisque l'item sera exigible pour le socle dans une année ultérieure. Dire que l'exigibilité pour le socle est différée ne veut pas dire que la capacité ne doit pas être travaillée – bien au contraire ! – mais que les élèves pourront bénéficier de plus de temps pour la maîtriser.

1. Organisation et gestion de données. Fonctions

Objectifs
La résolution de problèmes a pour objectifs : • de consolider et d'enrichir les raisonnements pour traiter des situations de proportionnalité, pour produire ou interpréter des résumés statistiques (moyennes, graphiques), pour analyser la pertinence d'un graphique au regard de la situation étudiée, • d'organiser des calculs ou créer un graphique avec un tableur.

Connaissances	Capacités
1.1 Utilisation de la proportionnalité Quatrième proportionnelle.	– Déterminer une quatrième proportionnelle.
Calculs faisant intervenir des pourcentages. [Thèmes de convergence]	– *Déterminer le pourcentage relatif à un caractère d'un groupe constitué de la réunion de deux groupes dont les effectifs et les pourcentages relatifs à ce caractère sont connus.*
1.2. Proportionnalité * *Représentations graphiques.* [Thèmes de convergence]	– * *Utiliser dans le plan muni d'un repère, la caractérisation de la proportionnalité par l'alignement de points avec l'origine.*
1.3 Traitement des données	– Calculer la moyenne d'une série de données.
Moyennes pondérées. [Thèmes de convergence]	– Créer, modifier une feuille de calcul, insérer une formule. – Créer un graphique à partir des données d'une feuille de calcul.

2. Nombres et calculs

Objectifs
La résolution de problèmes a pour objectifs : • d'entretenir et d'enrichir la pratique du calcul mental, du calcul à la main et l'utilisation raisonnée des calculatrices ; • d'assurer la maîtrise des calculs sur les nombres relatifs et les expressions numériques ; • de conduire les raisonnements permettant de traiter diverses situations (issues de la vie courante, des différents champs des mathématiques et des autres disciplines, notamment scientifiques) à l'aide de calculs numériques, d'équations ou d'expressions littérales ; • de savoir choisir l'écriture appropriée d'un nombre ou d'une expression littérale suivant la situation.

Connaissances	Capacités
2.1 Calcul numérique Opérations (+, –, ×, :) sur les nombres relatifs en écriture décimale.	– Calculer le produit de nombres relatifs simples.
Produit de nombres positifs en écriture fractionnaire.	– Déterminer une valeur approchée du quotient de deux nombres décimaux (positifs ou négatifs).
* *Opérations (+, –, ×) sur les nombres relatifs en écriture fractionnaire (non nécessairement simplifiée).*	– * *Multiplier, additionner et soustraire des nombre relatifs en écriture fractionnaire.*
Division de deux nombres relatifs en écriture fractionnaire.	– *Diviser des nombres relatifs en écriture fractionnaire.*
Enchaînement d'opérations.	– *Connaître et utiliser l'égalité :* $\frac{a}{b} = a \times \frac{1}{b}$ – *Sur des exemples numériques, écrire en utilisant correctement des parenthèses, des programmes de calcul portant sur des sommes ou des produits de nombres relatifs.* – *Organiser et effectuer à la main ou à la calculatrice les séquences de calcul correspondantes.*
Puissances d'exposant entier relatif.	– Comprendre les notations an et $a - n$ et savoir les utiliser sur des exemples numériques, pour des exposants très simples et pour des égalités telles que : $a^2 \times a^2 = a^5$; $(ab)^2 = a^2b^2$; $a^2/a^5 = a^{-3}$, où a et b sont des nombres relatifs non nuls.
[Thèmes de convergence]	– Utiliser sur des exemples numériques les égalités : $10^m \times 10^n = 10^{m+n}$; $1/10^n = 10 - {}^n$; $(10^m)n = 10m \times n$ où m et n sont des entiers relatifs.
Notation scientifique.	– *Sur des exemples numériques, écrire et interpréter un nombre décimal sous différentes formes faisant intervenir des puissances de 10.*
[Thèmes de convergence]	– *Utiliser la notation scientifique pour obtenir un encadrement ou un ordre de grandeur du résultat d'un calcul.*
2.2 Calcul littéral Développement.	– Calculer la valeur d'une expression littérale en donnant aux variables des valeurs numériques. – *Réduire une expression littérale à une variable, du type :* $3x - (4x - 2)$, $2x2 - 3x + x^2$… – *Développer une expression de la forme* $(a + b)(c + d)$.
Comparaison de deux nombres relatifs.	– Comparer deux nombres relatifs en écriture décimale ou fractionnaire, en particulier connaître et utiliser : • *l'équivalence entre $a/b = c/d$ et $ad = bc$ (b et d étant non nuls) ;* • *l'équivalence entre $a \geqslant b$ et $a - b \geqslant 0$;* • *l'équivalence entre $a > b$ et $a - b > 0$.* – Utiliser le fait que des nombres relatifs de l'une des deux formes suivantes sont rangées dans le même ordre que a et b : $a + c$ et $b + c$; $a - c$ et $b - c$. – *Utiliser le fait que des nombres relatifs de la forme ac et bc sont dans le même ordre (respectivement l'ordre inverse) que a et b si c est strictement positif (respectivement négatif).* – *Écrire des encadrements résultant de la troncature ou de l'arrondi à un rang donné d'un nombre positif en écriture décimale ou provenant de l'affichage d'un résultat sur une calculatrice (quotient …).*
Résolution de problèmes conduisant à une équation du premier degré à une inconnue.	– *Mettre en équation et résoudre un problème conduisant à une équation du premier degré à une inconnue.*

3. Géométrie

Objectifs
La résolution de problèmes a pour objectifs : • de connaître les objets usuels du plan et de l'espace et d'utiliser leurs propriétés géométriques et les relations métriques associées ; • de développer les capacités heuristiques et de conduire sans formalisme des raisonnements géométriques simples utilisant les propriétés des figures usuelles, les symétries, les relations métriques, les angles ou les aires ; • d'entretenir en l'enrichissant la pratique des constructions géométriques (aux instruments et à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique) et des raisonnements sous-jacents ; • d'initier les élèves à la démonstration ; • de poursuivre la familiarisation avec les représentations planes des solides de l'espace ; • de s'initier aux propriétés laissées invariantes par un agrandissement ou une réduction de figure.

Connaissances	Capacités
3.1 Figures planes Triangle : milieux et parallèles.	– Connaître et utiliser les théorèmes relatifs aux milieux de deux côtés d'un triangle.
** Triangles déterminés par deux parallèles coupant deux demi droites de même origine.*	*– *Connaître et utiliser la proportionnalité des longueurs pour les côtés des deux triangles déterminés par deux parallèles coupant deux demi droites de même origine.*
Triangle rectangle : théorème de Pythagore.	– Caractériser le triangle rectangle par l'égalité de Pythagore. – Calculer la longueur d'un côté d'un triangle rectangle à partir de celles des deux autres.
Triangle rectangle : cosinus d'un angle.	*– Utiliser dans un triangle rectangle la relation entre le cosinus d'un angle aigu et les longueurs des côtés adjacents.* *– Utiliser la calculatrice pour déterminer une valeur approchée :* *– du cosinus d'un angle aigu donné ;* *– de l'angle aigu dont le cosinus est donné.*
Triangle rectangle : cercle circonscrit.	*– Caractériser le triangle rectangle par son inscription dans un demi-cercle dont le diamètre est un côté du triangle.* *– Caractériser les points d'un cercle de diamètre donné par la propriété de l'angle droit.*
Distance d'un point à une droite.	*– Savoir que le point d'une droite le plus proche d'un point donné est le pied de la perpendiculaire menée du point à la droite.*
Tangente à un cercle.	*– Construire la tangente à un cercle en l'un de ses points.*
Bissectrice d'un angle.	– Connaître et utiliser la définition de la bissectrice.
[reprise des programmes antérieurs]	*– Utiliser différentes méthodes pour tracer :* *– la médiatrice d'un segment ;* *– la bissectrice d'un angle.*
Bissectrices et cercle inscrit.	*– Caractériser les points de la bissectrice d'un angle donnée par la propriété d'équidistance aux deux côtés de l'angle.* *– Construire le cercle inscrit dans un triangle.*
3.2 Configurations dans l'espace *Pyramide et cône de révolution.*	*– Réaliser le patron d'une pyramide de dimensions données.*
3.3 Agrandissement et réduction	*– * Agrandir ou réduire une figure en utilisant la conservation des angles et la proportionnalité entre les longueurs de la figure initiale et de celles de la figure à obtenir.*

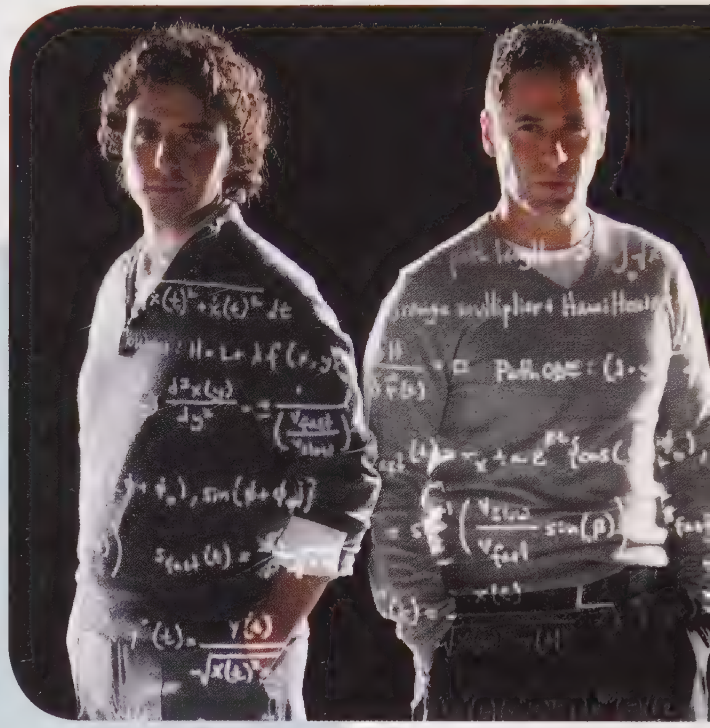
4. Grandeurs et mesures

Objectifs
La résolution de problèmes a pour objectifs • d'initier les élèves à des grandeurs quotient, • de compléter les connaissances et consolider les raisonnements permettant de calculer les grandeurs travaillées antérieurement (longueurs, angles, aires, volumes), • de savoir choisir les unités adaptées et d'effectuer les changements d'unités.

Connaissances	Capacités
4.1 Aires et volumes Calculs d'aires et volumes.	– Calculer le volume d'une pyramide et d'un cône de révolution à l'aide de la formule $V = \frac{Bh}{3}$.
4.2 Grandeurs quotients courantes Vitesse moyenne. [Thèmes de convergence]	*– * Calculer des distances parcourues, des vitesses moyennes et des durées de parcours en utilisant l'égalité* d = vt. *– * Changer d'unités de vitesse (mètre par seconde et kilomètre par heure).*

Chapitre 1

Opérations sur les nombres relatifs



Les nombres à la télévision
Numbers est une série télévisée qui retrace les enquêtes criminelles d'un agent du FBI et de son frère. Ce dernier est un génie des mathématiques qui, grâce aux nombres, analyse les crimes, tente de prévoir des comportements, ce qui lui permet de résoudre des enquêtes très complexes. Au Québec, cette série s'appelle *La Loi des nombres*.

PRÉREQUIS

1 Utiliser le vocabulaire : *somme, produit, termes, facteurs, distance à zéro.*
2 Conduire un calcul sur les décimaux positifs en respectant les règles de priorité **(S1)**.
3 Additionner et soustraire des décimaux relatifs **(S2)**.
4 Conduire un calcul sur les décimaux relatifs comportant des additions, des soustractions et des parenthèses.
5 Calculer une expression littérale simple pour des valeurs positives de la variable **(S3)**.

OBJECTIFS

OBJECTIFS	Socle commun
1 Multiplier et diviser des décimaux relatifs avec ou sans calculatrice.	S4
2 Conduire un calcul sur les décimaux relatifs en respectant les règles de priorité avec ou sans calculatrice.	
3 Calculer une expression littérale contenant éventuellement des carrés pour des nombres relatifs, avec ou sans calculatrice.	S5
4 Résoudre des problèmes faisant intervenir des décimaux relatifs.	

LIVRET DE COMPÉTENCES

Compétences travaillées
- *Nombres et calculs.*
- Rechercher, extraire et organiser l'information utile (voir exercices 108 et 114).
- Raisonner, argumenter, pratiquer une démarche expérimentale ou technologique, démontrer (voir exercices 88 et 91).

Je fais le point sur mes connaissances

Pour réactiver mes connaissances

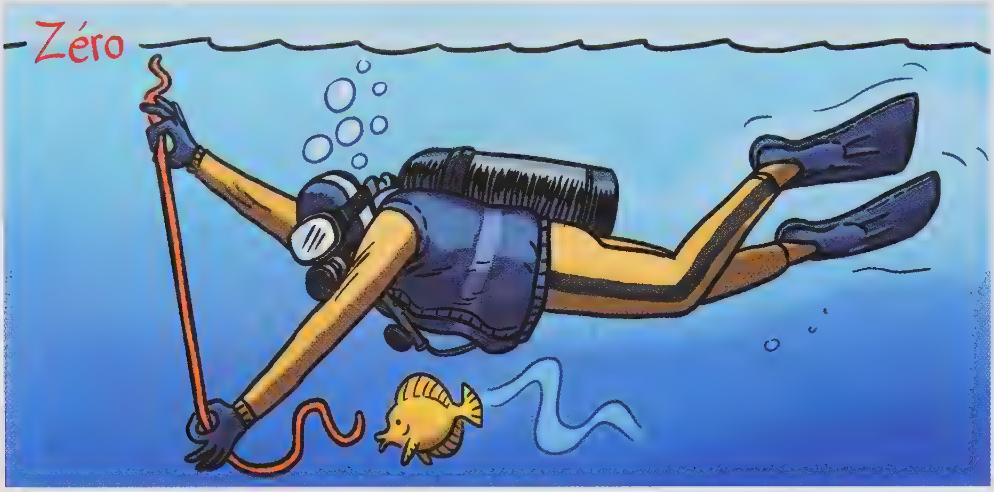
1. Utiliser le vocabulaire

Exercice 13 p. 17

a) Dans les calculs (1) et (2) suivants, citer : une somme, un produit, un terme, un facteur, un nombre positif, un nombre négatif.

(1) $(-3)+(+8)=(+5)$ (2) $6\times 7=42$

b) Quelle est la distance à zéro de -4 ? de $+9$?



2. Respecter les priorités

Exercices 14 à 16 p. 17

Rappel 3 p. 289 et suivantes

Effectuer les calculs suivants.

$A=5+3\times 6$ $B=7\times 8-3\times 5$ $C=6\times 8+12$

$D=12+8\div 2$ $E=5\times(3+9)$ $F=(3+4\times 5)\times 2$

3. Effectuer des additions et des soustractions

Exercices 17 à 23 p. 17
Rappels 1 et 2 p. 289 et suivantes

Effectuer les calculs suivants.

a) $A=(+6)+(-8)$ $B=(+11)+(-7)$ $C=(-6)+(-8)$

b) $D=(+8)-(+12)$ $E=(+5)-(-9)$ $F=(-7)-(-4)$

c) $G=-5-3$ $H=-6+4$ $I=+8-12$

d) $J=(-6)+(+12)+(+4)+(-8)$ $K=(-7)-(-4)+(-6)-(+8)+(+5)$

e) $L=15-8+2$ $M=-9-8-6$ $N=-23+79+23-16+12-79$

4. Conduire un calcul

Exercices 24 à 27 p. 17

Rappel 3 p. 289 et suivantes

Effectuer les calculs suivants.

$P=-7+(-6+10)$

$Q=+8-(-4+10)$

$R=-4+(6-14)-3$

Attention aux priorités et aux signes !

5. Calculer une expression littérale

Exercices 28 et 29 p. 17

Rappel 4 p. 289 et suivantes

Pour $a=3$, calculer :

a) $3a$; **b)** $a+5$; **c)** $5+4a$; **d)** a^2.

Activités

Multiplier et diviser des nombres relatifs	Conduire un calcul	Calculer une expression littérale	Résoudre des problèmes

Multiplier et diviser des nombres relatifs

1. Multiplication de deux nombres relatifs

► Exercices 30-35 p. 18

a) Voici une copie d'élève corrigée par un professeur :

$(-5) \times (-2) = \cancel{-10}$	faux	$(+7) \times (-2) = -14$	juste
$(-4) \times (-3) = +12$	juste	$(+8) \times (-3) = \cancel{+24}$	faux
$(-7) \times (+2) = -14$	juste	$(+3) \times (+5) = +15$	juste

En observant les calculs ci-dessus, compléter les phrases suivantes.

Pour multiplier deux nombres relatifs,

- on détermine le signe du produit :
  – si on multiplie deux nombres de même signe, le produit est **...** ;
  – si on multiplie deux nombres de signes différents, le produit est **...** ;
- on **...** leurs distances à zéro.

Activités mentales
Exercices rituels

b) Effectuer les calculs suivants.

$A = (-5) \times (-2)$ $\quad B = (+8) \times (-4)$

$C = (-7) \times (+3)$ $\quad D = (+4) \times (+7)$

c) Effectuer les calculs suivants.

Connaissance 1
p. 14

$E = -6 \times 5$ $\quad F = 4 \times (-7)$

$G = -5 \times 8$ $\quad H = 9 \times (-4)$

2. Multiplication et addition

► Exercices 36-41 p. 18

Effectuer les opérations suivantes.

a) $A = (-6) \times (-3)$ $\quad B = (-6) + (-3)$ $\quad C = (+7) \times (-3)$ $\quad D = (+7) + (-3)$

$E = (-8) \times (+2)$ $\quad F = (-8) + (+2)$ $\quad G = (+5) \times (+4)$ $\quad H = (+5) + (+4)$

b) $I = -7 - 4$ $\quad J = -7 \times (-4)$ $\quad K = -4 + 9$ $\quad L = -4 \times 9$

$M = 3 - 8$ $\quad N = 3 \times (-8)$ $\quad P = 7 + 8$ $\quad Q = 7 \times 8$

Activités mentales
Exercices rituels

3. Carré d'un nombre relatif

▶ Exercices 42-44 p. 18

Calculer -4^2 et $(-4)^2$.

4. Multiplication de plusieurs nombres relatifs

▶ Exercice 45 p. 18

a) Léa a effacé les distances à zéro ou les signes de quelques nombres et a oublié de les récrire. Trouver, si possible, le signe du résultat de chaque calcul.

A = (– 3) × (– 4) × (+ ...)
B = 5 × (– ...) × (+ 7)
C = (– 2) × (– ...) × (– 7)
D = (+ 6) × (... 5) × (– 3)
E = (– ...) × (– ...) × (+ ...) × (– ...) × (– ...).

b) Dans un produit il y a des facteurs (non nuls) positifs et des facteurs (non nuls) négatifs.
Peut-on prévoir, dans chacun des cas suivants, le signe du résultat ?
(1) Il y a trois facteurs positifs et sept facteurs négatifs.
(2) Il y a trois facteurs positifs et six facteurs négatifs.
(3) Il y a onze facteurs négatifs et des facteurs positifs.
(4) Il y a onze facteurs positifs et des facteurs négatifs.

Connaissance 2 p. 14

→ Méthode 1 p. 16

c) Effectuer les calculs suivants.

$A = (-3) \times (-4) \times (+5) \times (+2)$ $\quad B = (-10) \times (-2) \times (-4) \times (+6)$

$C = 3 \times 2 \times (-4) \times 10$ $\quad D = -5 \times (-32) \times (-2) \times (-10)$

5. Division de nombres relatifs

▶ Exercices 46-57 p. 18

a) Voici un devoir corrigé par un professeur.

$(-6) \div (-2) = \cancel{(-3)}$	faux	$(-8) \div (+4) = (-2)$	juste
$(+12) \div (+2) = (+6)$	juste	$(-15) \div (-3) = (+5)$	juste
$(-2) \div (+4) = \cancel{(+0{,}5)}$	faux	$(+2) \div (-10) = \cancel{(+0{,}2)}$	faux
$(+10) \div (-5) = (-2)$	juste	$(+10) \div (+2) = \cancel{(-5)}$	faux

Activités mentales
Exercices rituels

Après avoir étudié les résultats et les appréciations du professeur, énoncer une méthode expliquant comment diviser deux nombres relatifs.

Connaissance 3 p. 15

b) Effectuer les calculs suivants.

$A = (-9) \div (-3)$ $\quad B = (-12) \div (+6)$

$C = (+24) \div (+6)$ $\quad D = 36 \div (-9)$

Conduire un calcul

6. Avec la calculatrice

▸ Exercices 58 et 59 p. 19

a) (1) De tête, trouver le signe du résultat de chacun des calculs suivants.

$A = (-85) \times (-28)$

$B = (-32) \times (+3\,125)$

$C = (-128) \times (+625) \times (-16)$

(2) Avec la calculatrice, effectuer les calculs du **a)**

b) Avec la calculatrice, effectuer : $D = -125^2$; $E = (-125)^2$.

7. Respecter les priorités

▸ Exercices 60 à 64 p. 19

a) Effectuer les calculs suivants.

(1) $A = (-4) + (-2) \times (-6)$ $\quad B = (-4) \times (+7) + (+11)$

$C = (+18) \div (-3) + (+3)$ $\quad D = (+10) - (+30) \div (-5)$

(2) $E = -8 + 2 \times (-7)$ $\quad F = -8 - 6 \times (-4)$

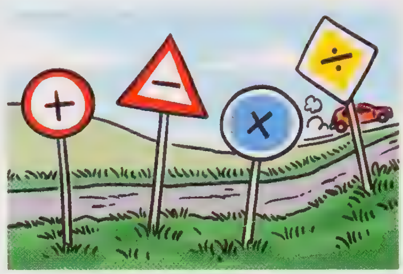
$G = 12 - (-6 - 2)$ $\quad H = 45 - (4 - 3 \times 5)$

b) Avec la calculatrice, effectuer :

$F = 160 \times (-110 + 135)$

$G = -160 + 28 \times (-25)$

$H = 12 \times (-25)^2$



Activités mentales
Exercices rituels

Connaissance 4 p. 15
→ Méthode 2 p. 16

8. Priorités et carrés

▸ Exercices 65 et 66 p. 19

Effectuer les calculs suivants.

a) $A = 3 + 4^2$ $\quad B = 3 \times 4^2$

b) $C = 7 - 3^2$ $\quad D = 7 - (-3)^2$ $\quad E = 7 + 2 \times 3^2$

Activités mentales
Exercices rituels

Calculer une expression littérale

9. Lettres et opérations

▸ Exercices 67 à 69 p. 20

a) Recopier le tableau suivant et marquer, dans chaque case, le calcul à effectuer et son résultat.

	$-2a$	$15 + a$	$15 - a$
$a = -4$			

b) Calculer a^2 pour $a = 5$ puis pour $a = -3$.

10. Lettres et priorité

▸ Exercices 70 à 80 p. 20

a) Calculer $7 - 3b$ pour $b = 4$ puis pour $b = -6$.

b) (1) Calculer $a^2 + 4a + 5$ pour $a = 2$. Faire de même pour $a = -3$.

(2) Calculer $-2a^2 + 6a - 4$ pour $a = 3$. Faire de même pour $a = -5$.

Résoudre des problèmes

11. Problèmes

▸ Exercices 85 à 100 p. 21

1 Multiplication de deux nombres relatifs

Exercices 30 à 44 p. 18

PROPRIÉTÉ

Pour multiplier deux nombres relatifs,
- on détermine le signe du produit :
  - si les deux nombres sont du **même signe**, le produit est **positif** ;
  - si les deux nombres sont de **signes différents**, le produit est **négatif** ;
- on multiplie leurs distances à zéro.

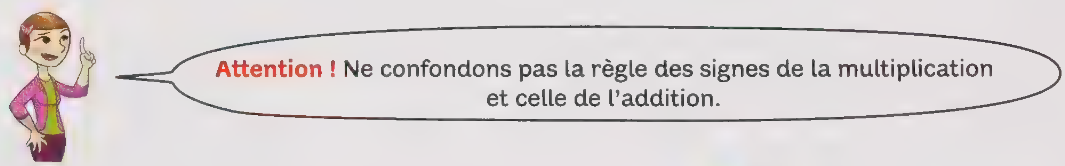
➡ **Exemples :**

- $(-2) \times (-6) = (+12)$ et $(+5) \times (+4) = (+20)$

Produit de deux nombres de même signe. Le produit est positif.

- $(-4) \times (+8) = (-32)$ et $(+5) \times (-3) = (-15)$

Produit de deux nombres de signes différents. Le produit est négatif.



$(-2) \times (-6) = (+12)$ mais $(-2) + (-6) = (-8)$.
$(-5)^2 = (-5) \times (-5) = +25$ mais $-5^2 = -5 \times 5 = -25$

2 Signe d'un produit de plusieurs nombres relatifs

Exercice 45 p. 18

PROPRIÉTÉ

Quand on multiplie plusieurs nombres relatifs différents de zéro :
- si le nombre de facteurs négatifs est pair, le produit est positif ;
- si le nombre de facteurs négatifs est impair, le produit est négatif.

➡ **Exemples :**

$(-3) \times (-4) \times (+2) \times (-2) \times (-5) = (+240)$.
Il y a quatre facteurs négatifs, le produit est donc positif.
$(-2) \times (+3) \times (+2) \times (-5) \times (-2) = (-120)$.
Il y a trois facteurs négatifs, le produit est donc négatif.

PROPRIÉTÉ

Multiplier plusieurs nombres relatifs peut se faire dans n'importe quel ordre.

➡ **Exemple :**

$(-50) \times (-47) \times (-2) = (-4\,700)$.
Il y a trois facteurs négatifs, le produit est négatif.
On peut effectuer ce produit mentalement en commençant par $(-50) \times (-2)$.

3 Division de deux nombres relatifs

Exercices 46 à 57 p. 18

PROPRIÉTÉ

Pour diviser deux nombres relatifs (le diviseur n'étant pas nul) :
– on détermine le signe du quotient en appliquant la règle des signes de la multiplication ;
– on divise leurs distances à zéro.

➡ **Exemples :**

$(-6) \div (-3) = (+2)$ Quotient de deux nombres de même signe. Le quotient est positif.

$(+10) \div (-5) = (-2)$ Quotient de deux nombres de signes différents. Le quotient est négatif.

4 Priorité

Exercices 58 à 66 p. 19

PROPRIÉTÉ

Si un calcul comporte des opérations entre parenthèses, on effectue d'abord ces opérations.

➡ **Exemple :**

$A = (-5) - (3 - 7)$
$A = (-5) - (-4)$
$A = (-5) + (+4)$
$A = (-1)$.

Attention !

$7 - 5 \times (-3) = 7 + 15 = 22$.

PROPRIÉTÉ

Si un calcul ne comporte pas d'opérations entre parenthèses, on effectue en priorité les carrés puis les multiplications et les divisions, et enfin les additions et les soustractions.

➡ **Exemple :**

$B = 2 \times 5^2 - 3 \times 2 - 3^2$
$B = 2 \times 25 - 3 \times 2 - 9$
$B = 50 - 6 - 9$
$B = 44 - 9$
$B = 35$.

Art et nombres

TRIANGLE INFO *histoire des arts*

Roman Opalka, artiste français d'origine polonaise, est né en 1931. Il peint depuis 1965, sans interruption, des nombres de couleur blanche sur des toiles de fond noir. Il a commencé avec le chiffre 1 en haut à gauche de sa première toile. Il peint les nombres dans l'ordre croissant de gauche à droite et de haut en bas. En 2004 il est arrivé à 5 486 028. Il peint 380 nombres par jour.

Méthodes

1. Conduire un calcul

Méthode 1 **Avec un produit de plusieurs nombres relatifs**

>> Exercice : Calculer $A = (-2) \times (+5) \times (-3) \times (+4) \times (-1)$.

ÉTAPES	SOLUTION
(1) Je m'assure qu'il n'y a que des multiplications.	$A = (-2) \times (+5) \times (-3) \times (+4) \times (-1)$
(2) Je compte le nombre de facteurs négatifs.	
(3) J'effectue le produit des distances à zéro.	$A = (-120)$

Méthode 2 **Avec des parenthèses**

>> Exercice : Calculer $A = -24 - (10 - 4 \times 3)$.

ÉTAPES	SOLUTION
(1) Je repère les parenthèses encadrant un calcul.	$A = -24 - (10 - 4 \times 3)$
(2) J'effectue les calculs à l'intérieur des parenthèses en commençant par le calcul prioritaire.	$A = -24 - (10 - 12)$ $A = -24 - (-2)$ $A = -24 + 2$
(3) Je termine le calcul.	$A = -22$

EXERCICES D'APPLICATION

1. Calculer $A = (-2) \times (+3) \times (-1) \times (-4) \times (+2)$.
2. Calculer $B = (+2) \times (-5) \times (+2) \times (-3) \times (+1)$.
3. Calculer $C = (-5) \times (-1) \times (+2) \times (-5) \times (-2)$.
4. Calculer $D = (-2) \times (-3) \times (-1) \times (-4) \times (-2)$.
5. Calculer $E = -22 - (14 - 3 \times 6)$.
6. Calculer $F = -28 - (16 - 2 \times 5)$.
7. Calculer $G = 32 + (-12 - 6 \times 5)$.
8. Calculer $H = 36 + (5 \times 4 - 3 \times 5)$.

2. Calculer la valeur d'une expression littérale

Méthode **>> Exercice :** Calculer $A = 2x^2 - 6x + 10$ pour $x = -5$.

ÉTAPES	SOLUTION
(1) J'attribue à x la valeur donnée en rétablissant les signes « $\times$ » sous-entendus.	$A = 2 \times (-5)^2 - 6 \times (-5) + 10$
(2) J'applique les règles de priorité.	$A = 2 \times 25 - 6 \times (-5) + 10$ $A = 50 + 30 + 10$
(3) J'achève le calcul.	$A = 90$

EXERCICES D'APPLICATION

9. Calculer $I = 3x^2 - 5x + 8$ pour $x = 4$.
10. Calculer $J = 4x^2 + 3x + 4$ pour $x = -6$.
11. Calculer $K = -10x^2 - 5x + 7$ pour $x = -2$.
12. Calculer $L = 6x^2 - 2x - 9$ pour $x = -3$.

Je réactive mes connaissances

Utiliser le vocabulaire

a) Calculer :
(1) le produit de six par sept ;
(2) la somme du nombre positif de distance à zéro 9 et du nombre négatif de distance à zéro 4.
b) Dans les calculs ci-dessus, citer un terme puis un facteur.

S1 Respecter les priorités

Effectuer les calculs suivants.

$A = 7 + 2 \times 4$ $\quad B = 4 \times 8 - 3 \times 5$
$C = 5 \times 8 + 10$ $\quad D = 17 - 8 \div 2$
$E = 4 \times (18 - 3)$ $\quad F = (9 + 2 \times 4) \times 10$

Concours et rallyes
Combien vaut $20 \div 10 + 20 \times 10$?
a) 201 **b)** 202 **c)** 400 **d)** 2 002 **e)** 2 010

D'après Kangourou cadets 2010

16 Effectuer les calculs suivants.

$G = 17 + 3 \times 6$ $\quad H = 2 \times 14 - 4 \times 3$
$I = 7 \times 9 + 2$ $\quad J = 26 - 6 \div 3$
$K = 7 \times (16 - 3 \times 3)$ $\quad L = (11 + 9 \times 4) \times 0{,}1$

S2 Effectuer des additions et des soustractions

Calculer.

$A = (-8) + (+12)$ $\quad B = (-17) + (-9)$
$C = (+16) + (-20)$ $\quad D = (+5) + (+13)$
$E = (-14) + (+5)$ $\quad F = (+15) + (-8)$

18 Calculer.

$G = (-11) + (+4)$ $\quad H = (-9) + (-9)$
$I = (+23) + (-13)$ $\quad J = (+15) + (+19)$
$K = (-2) + (+12)$ $\quad L = (+22) + (-12)$

Calculer.

$M = (+4) - (+8)$ $\quad N = (-7) - (-9)$
$P = (+7) - (-3)$ $\quad Q = (-8) - (-3)$
$R = (-8) - (+10)$ $\quad S = (+6) - (+2)$

20 Calculer.

$T = (+12) - (+2)$ $\quad U = (-11) - (-9)$
$V = (+24) - (-4)$ $\quad W = (-17) - (-13)$
$Y = (-8) - (+18)$ $\quad Z = (+13) - (+7)$

Calculer.

$A = -4 - 8$ $\quad B = -7 + 3$
$C = 10 + 12$ $\quad D = -2 + 7$
$E = 6 - 9$ $\quad F = 8 - 2$

22 Calculer.

$G = 23 - 7$ $\quad H = -12 + 8$
$I = 16 + 6$ $\quad J = -16 + 4$
$K = -7 - 17$ $\quad L = 17 - 3$

Calculer et trouver les calculs donnant le même résultat.

Ⓐ $7 - 15$ Ⓓ $16 - 5$ Ⓑ $-3 - 5$
Ⓒ $3 + 8$ Ⓔ $-6 + 17$ Ⓕ $-2 - 6$

Conduire un calcul

Effectuer les calculs.

$A = (+12) + (-4) - (+7) - (-5) + (-6)$
$B = (-36) + (+27) - (-36) + (-21) - (-32)$

Effectuer les calculs.

$C = -8 + 6 - 4 - 10 + 6 - 3$
$D = 7 + 3 - 9 + 5 - 4 - 8$
$E = -21 + 134 - 45 - 134 + 28 + 45$
$F = 37 - 74 - 18 + 74 - 37 + 40$

Effectuer les calculs.

$A = 18 - (10 - 14)$
$B = -14 + (-8 + 17)$
$C = 24 - (-6 + 12) + (12 - 9)$

27 Effectuer les calculs.

$D = (21 - 9) - (23 - 13)$
$E = -8 + (-11 + 9)$
$F = 13 - (-4 + 16) + (11 - 5)$

Calculer une expression littérale S3

a) Pour $x = 4$, calculer $2x$; $x + 6$; $3 + 5x$; x^2.
b) Pour $c = 10$, calculer $8c$; $c + 8$; $2c + 7$; c^2.

29 **a)** Pour $x = 9$, calculer $3x$; $x + 7$; $4 + 8x$; x^2.
b) Pour $b = 7$, calculer $6b$; $b + 9$; $4b + 2$; b^2.

Pour s'entraîner

Multiplier et diviser des nombres relatifs

30 Calculer.
$A=(-4)\times(-5)$ $B=(-3)\times(+7)$
$C=(+8)\times(-2)$ $D=(+4)\times(+5)$
$E=(-7)\times(+4)$ $F=(+9)\times(+3)$

31 **a)** Calculer.
$G=(-2)\times(+5)$ $H=(-2)\times(+3{,}5)$
$I=(-2)\times(+2)$ $J=(+2)\times(-0{,}5)$
$K=(+2)\times(+1)$ $L=(-5)\times(-1)$
b) Si les résultats ci-dessus sont une liste de nombres rangés par ordre croissant de trois en trois, bravo ! Sinon, vérifier les calculs.

32 Calculer.
$M=(-18)\times(+20)$ $N=(+12)\times(+16)$
$P=(-14)\times(-16)$ $Q=(+28)\times(-15)$
$R=(-20)\times(+16)$ $S=(+13)\times(-11)$

33 Calculer.
$A=6\times(-2)$ $B=-7\times(-3)$
$C=-4\times3$ $D=-1\times6$
$E=-8\times4$ $F=9\times(-1)$

34 **a)** Calculer.
$G=9\times(-3)$ $H=-9\times(-5)$
$I=-6\times4$ $J=-1\times8$
$K=-7\times5$ $L=6\times(-1)$
b) Parmi les nombres suivants, ne fait pas partie des résultats ci-dessus. Lequel ?
-8 ; -35 ; -6 ; $+27$; -24 ; $+45$; -27

35 Calculer.
$T=4{,}5\times(-0{,}4)$ $U=-0{,}01\times640$
$V=-7{,}4\times(-1{,}5)$ $W=1\,000\times(-0{,}54)$

36 Calculer.
$A=(-7)\times(-4)$ $B=(-7)+(-4)$
$C=(+8)\times(-2)$ $D=(+8)+(-2)$
$E=(-6)\times(+4)$ $F=(-6)+(+4)$
$G=(+5)\times(+4)$ $H=(+5)+(+4)$

37 **a)** Calculer.
$I=(+2)\times(-10)$ $J=(+10)+(-25)$
$K=(-2)\times(+5)$ $L=(-2)+(-3)$
$M=(-7)+(+7)$ $N=(-1)\times(-5)$
$P=(+6)+(+4)$ $Q=(+5)\times(+3)$
b) Si les résultats ci-dessus sont une liste de nombres rangés par ordre croissant de cinq en cinq : bravo ! Sinon, vérifier les calculs.

38 Calculer.
$R=(+6)\times(-10)$ $S=(+6)+(-10)$
$T=(-4)\times(+7)$ $U=(-4)+(+7)$
$V=(-7)\times(-3)$ $W=(-7)+(-3)$
$X=(+6)\times(+3)$ $Y=(+6)+(+3)$

39 Calculer.
$A=-8\times(-6)$ $B=-8+(-6)$
$C=-8-(-6)$ $D=6\times(-4)$
$E=6+(-4)$ $F=6-4$

40 Calculer.
$G=-6-4$ $H=-5\times(-3)$ $I=-5\times2$
$J=6-(-9)$ $K=6\times(-3)$ $L=7\times(-5)$

41 Calculer.
$M=-7{,}8-2{,}8$ $N=-0{,}6\times(-0{,}5)$
$P=3{,}75-(-0{,}75)$ $R=-40{,}2\times0{,}2$

42 Calculer.
$A=4^2$ $B=-4^2$ $C=(-4)^2$
$D=5^2$ $E=(-5)^2$ $F=-5^2$

43 Calculer.
$G=-1^2$ $H=(-1)^2$ $I=-10^2$

44 Calculer.
$L=(-7)^2$ $M=-8^2$ $N=-9^2$

45 Effectuer les calculs suivants.
$A=(-2)\times(+1)\times(-3)\times(+2)\times(-1)$
$B=(-3)\times(+1)\times(-4)\times(+2)\times(+1)$
$C=(-1)\times(-3)\times(-2)\times(-2)\times(-4)$
$D=(-4)\times(-1)\times(+2)\times(-4)\times(-1)$

46 Calculer.
$A=(-12)\div(+3)$ $B=(+15)\div(-3)$
$C=(-60)\div(-10)$ $D=(+18)\div(+3)$
$E=(-16)\div(-4)$ $F=(-45)\div(+9)$

47 **a)** Calculer.
$G=(-35)\div(-7)$ $H=(+24)\div(+3)$
$I=(-12)\div(+4)$ $J=(-28)\div(-4)$
$K=(-18)\div(+2)$ $L=(+20)\div(-4)$
b) Parmi les nombres suivants, un seul ne fait pas partie des résultats ci-dessus. Lequel ?
-3 ; $+7$; $+5$; -7 ; $+8$; -9 ; -5.

48 Calculer.

$M = (-16) \div (+2)$ $N = (+24) \div (-6)$

$P = (-16) \div (-8)$ $Q = (+26) \div (-13)$

$R = (-54) \div (-9)$ $S = (+21) \div (+3)$

49 Calculer.

$A = 28 \div (-10)$ $B = -15 \div (-5)$

$C = -45 \div 9$ $D = -40 \div (-8)$

$E = 2{,}8 \div (-100)$ $F = -32 \div (-4)$

50 Calculer.

$G = 36 \div (-10)$ $H = -48 \div (-100)$

$I = -26 \div 1\,000$ $J = -32 \div (-10)$

$K = 4{,}9 \div (-100)$ $L = -12 \div (-100)$

51 Calculer.

$M = 36 \div (-0{,}1)$ $N = -8{,}5 \div (-5)$

$R = 4{,}8 \div (-0{,}12)$ $S = -32{,}4 \div 80$

52 Calculer.

$A = (-12) - (-4)$ $B = (-12) + (-4)$

$C = (-12) \div (-4)$ $D = (-12) \times (-4)$

53 Calculer.

$E = (-8) - (+10)$ $F = (-8) + (+10)$

$G = (-12) \times (+10)$ $H = (-12) \div (+10)$

54 Calculer.

$I = (-20) + (+4)$ $J = (-20) + (-4)$

$K = (-20) \div (+4)$ $L = (-20) \times (+4)$

$M = (-14) + (-10)$ $N = (-14) - (-10)$

$P = (-14) \div (-10)$ $Q = (-14) \times (-10)$

55 Calculer.

$A = -12 - 3$ $B = -12 \div (-3)$

$C = -12 \times (-3)$ $D = -12 + 3$

56 Calculer.

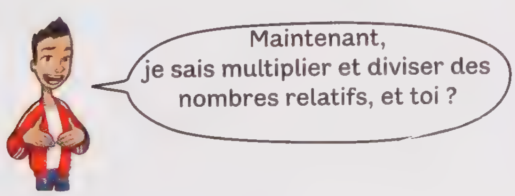
$E = 15 \div (-3)$ $F = -8 \times 3$

$G = 17 - 9$ $H = 8 - 12$

57 Calculer.

$I = -6 - 9$ $J = -14 \div (-2)$

$K = 5 \times (-4)$ $L = -7 + 10$



Conduire un calcul

58 Effectuer avec la calculatrice.

$A = -4{,}35 \times 0{,}58$

$B = -0{,}07 \times (-359)$

$C = 0{,}23 \times (-1) \times 2\,010$

$D = -5{,}5 \times (-100) \times (-4{,}5)$

59 Effectuer avec la calculatrice.

$E = -24^2$ $F = (-36)^2$ $G = -41^2$

60 Effectuer les calculs suivants.

$H = -6 + 2 \times (-4)$ $I = -5 \times (-2) - 7$

$J = 16 \div (-2) + 10$ $K = -12 + 8 \div (-2)$

61 **a)** Effectuer les calculs suivants.

$L = 7 - 4 \times 3$ $M = -9 + 12 \div 4$

$N = -10 + 6 \times 3$ $P = -18 \div 2 - 10$

b) Parmi les cinq nombres suivants, un seul ne fait pas partie des résultats ci-dessus. Lequel ?

$9\,;\,-19\,;\,+8\,;\,-5\,;\,-6.$

62 Effectuer les calculs suivants.

$R = -6 \times 4 + 9$ $S = 12 - 18 \div 3$

$T = -8 - 4 \times 3$ $U = -15 \div (-5) - 3$

63 Effectuer les calculs suivants.

$V = (3 - 7) \times (5 + 2)$ $W = (-3 - 6) \times (6 - 8)$

$X = 5 - (2 \times 7 - 13)$ $Y = 30 - (7 - 2 \times 8)$

64 Effectuer avec la calculatrice.

$A = 18 \times (-15)^2$

$B = 26 - 12^2$

$C = -4 \times 20^2 + 8 \times (-25)$

65 Effectuer les calculs suivants.

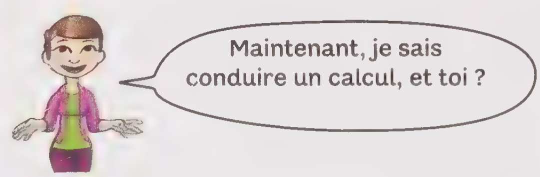
$D = 5 + 3^2$; $E = 3^2 + 4$; $F = 6 \times 2^2$; $G = 7 \times 3^2$;

$H = 3 \times 4^2 + 5 \times 4 + 2$; $I = 2 \times 5^2 + 3 \times 5 + 35$.

66 Effectuer les calculs suivants.

$J = 16 - 3^2$ $K = 20 - 5^2$ $L = (-4)^2 - 8$

$M = 8 + 2 \times (-5)^2$ $N = 28 - 4 \times 3^2$



Calculer une expression littérale

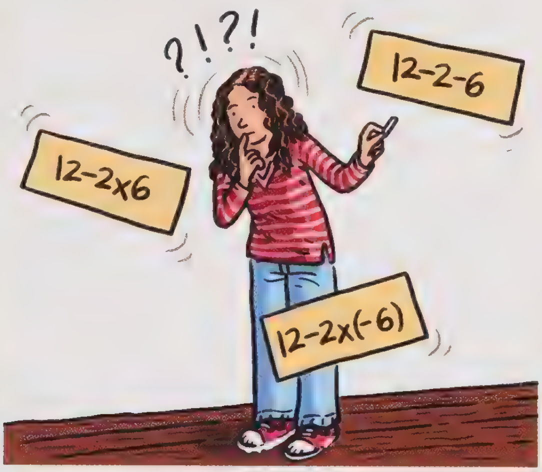
67 Pour calculer $8 - a$ avec $a = -4$, lequel des calculs suivants faut-il faire ?

$8 - 4$ $\quad$ $8 - (-4)$ $\quad$ $8 + (-4)$

68 Calculer $10 - b$:
a) pour $b = -7$; **b)** pour $b = -13$.

69 Pour calculer x^2 avec $x = -6$, lequel des calculs suivants faut-il faire ?
a) -6^2 **b)** $(-6)^2$ **c)** $-(-6)^2$ **d)** $-(6^2)$

70 Pour calculer $12 - 2a$ avec $a = -6$, lequel des calculs suivants faut-il faire ?



71 Calculer $18 - 5c$:
a) pour $c = -3$; **b)** pour $c = +4$.

72 Pour $a = -4$, $b = 5$ et $c = 2$, calculer :
a) $ab + c$ **b)** $a - bc$
c) $a \times (b + c)$ **d)** $a \times (b - c)$

73 Pour $r = -6$, $s = -12$ et $t = 4$, calculer :
a) $rs + t$ **b)** $r + s \div t$ **c)** $(r - s) \div t$

74 Pour $m = 6$, $k = -18$ et $p = -3$, calculer :
a) $(m + k) \div p$ **b)** $p \times (m - k)$ **c)** $pm - pk$

75 Pour $a = -5$, calculer :
a) a^2 **b)** $-a^2$ **c)** $2a^2$ **d)** $-4a^2$

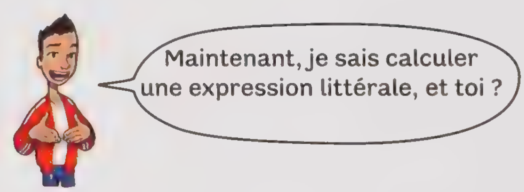
76 Pour $b = -8$, calculer :
a) b^2 **b)** $-b^2$ **c)** $3b^2$ **d)** $-2b^2$

77 Pour $c = -6$, calculer :
a) c^2 **b)** $-c^2$ **c)** $4c^2$ **d)** $-5c^2$

78 Pour $a = 2$, calculer $3a^2 + 4a + 5$.

79 Pour $b = -3$, calculer $5b^2 - 2b + 4$.

80 **a)** Pour $c = -4$, calculer $-2c^2 + 3c - 4$.
b) Pour $d = -5$, calculer $3d^2 - 5d + 6$.
c) Pour $e = 0{,}1$, calculer $-100e^2 - 10e - 10$.



Calcul mental

81 Calculer.
$A = -2 \times 0{,}27 \times (-50)$
$B = 50 \times 4{,}5 \times (-2)$
$C = -0{,}25 \times 5 \times (-4) \times 2 \times 3{,}6$
$D = 37 \times (-20) \times 7{,}8 \times 0 \times (-28)$

82 Calculer.
$E = 4 \times 0{,}5 \times (-25)$
$F = -5 \times 7{,}5 \times (-2)$
$G = 0{,}25 \times 25 \times (-4) \times 4 \times (-7)$
$H = 56 \times (-1) \times 0{,}5 \times 0 \times (-9)$

83 Calculer.
$K = -2 \times 100 \times (-5) \times (-1)$
$L = -2 \times 0{,}5 \times (-50)$
$M = -0{,}1 \times 5 \times (-10) \times 2$
$N = 0{,}1 \times (-100) \times (-9) \times (-1)$

84 **a)** Calculer $4^2 + 5$; $2 + 5^2$.
b) Pour $a = -2$, calculer $10a + 3$.
c) Pour $b = -3$, calculer $b^2 + 10$.
d) Pour $c = -5$, calculer $4c^2 - 100$.

Résoudre des problèmes

85 Sur les ballons suivants, trouver :
a) deux nombres dont le produit est – 18 ;
b) deux nombres dont la somme est + 7 ;
c) deux nombres dont le produit est + 20 ;
d) deux nombres dont la somme est – 5.
Il reste un seul nombre, lequel ?

86 **VRAI OU FAUX ?**
a) $80 \div (-10) = -4 \times (-2)$
b) $-2 \times 3 = 24 \div (-4)$
c) $-35 \div (-100) = 0{,}7 \times 0{,}5$
d) $3 \times (-4) = -36 \div (-3)$

87 Effectuer :
a) le produit de 1 999 par – 1 ;
b) le produit de 1 999 facteurs tous égaux à – 1 ;
c) le produit de 2 000 facteurs tous égaux à – 1 ;
d) la somme de 1 999 termes tous égaux à – 1 ;
e) la somme de 2 000 termes tous égaux à – 1.

88 **a)** Compléter le tableau suivant.

a	b	c	$a(b+c)$	$ab+ac$
– 4	+ 6	– 2		
+ 7	– 2	+ 5		
– 8	+ 3	– 6		

b) La propriété de distributivité par rapport à l'addition semble-t-elle encore vraie pour les nombres relatifs ?

89 On remplit les cases en respectant la règle suivante :

a	b
ab	

Compléter les cases vides.

– 2	+ 3		
	– 3		
	+ 6		

Pavillon chinois de l'Exposition universelle, Shanghai 2010.

90 Voici quatre calculs :
$A = -7^2$; $B = 4 + 3^2$; $C = 3 \times 2^2$; $D = 4 \times 3^2$.
Parmi les nombres suivants, un seul ne fait pas partie des résultas précédents. Lequel ?
36 12 13 49 – 49

91 **VRAI OU FAUX ?**
Les phrases suivantes sont-elles vraies quel que soit le nombre x ?
a) $-x$ est toujours négatif.
b) x^2 est toujours positif.
c) Le produit $-4 \times x$ est toujours d'un signe opposé à x.

92 **VRAI OU FAUX ?**
Les phrases suivantes sont-elles vraies quel que soit le nombre x ?
a) Lorsqu'on multiplie un nombre x par (– 1), le résultat est toujours plus petit que x.
b) Lorsqu'on multiplie un nombre x par 4, le résultat est toujours plus grand que x.

93 **a)** Prouver que A et B ont la même valeur pour $a = -2$.
$A = a^2 - 3a + 4$ $B = -a^2 + 2a + 22$
b) Trouver, si possible, une valeur de a pour laquelle $A \neq B$.

94 **a)** Prouver que E et F ont la même valeur pour $b = -3$.

$E = b^2 + b - 6$ $\qquad$ $F = -2b^2 - 5b + 3$

b) Trouver, si possible, une valeur de b pour laquelle $E \neq F$.

95 ***Sciences de la vie et de la Terre***

a) Pour un vent de 40 km/h la température ressentie T se calcule en fonction de la température réelle t par la formule : $T = 1{,}5t - 16$.
Calculer la température ressentie pour :
$t = 30$ °C $\quad t = 10$ °C $\quad t = -10$ °C $\quad t = -2$ °C

b) Pourquoi la météo annonce-t-elle les températures réelles et ressenties ?

Différentes températures

TRIANGLE INFO *magazine*

On s'est rendu compte que lorsque le vent souffle, on ressent le froid comme si la température était plus basse. La météo annonce la température **réelle** (celle indiquée par le thermomètre) et la température **ressentie**.
Par exemple, avec une température réelle de 0 °C, et par grand vent, on peut se refroidir comme s'il faisait – 16 °C. On dit alors que la température ressentie est de – 16 °C.

96 ***Sécurité***

Entre le moment où un automobiliste voit un obstacle et le moment où sa voiture s'arrête, il parcourt une certaine distance : c'est la distance d'arrêt. On peut calculer une valeur approximative de la distance d'arrêt sur une route sèche par l'expression :

$$d_A = 0{,}006\,4v^2 + 0{,}5v$$

où d_A est la distance d'arrêt en m et v la vitesse en km/h.
Calculer la distance d'arrêt sur route sèche à 50 km/h, à 90 km/h et à 130 km/h.

Distance d'arrêt

TRIANGLE INFO *magazine*

Attention ! Aussi bien en moto qu'en voiture, il faut toujours penser qu'il y a un délai entre le moment où on voit un obstacle et celui où le véhicule s'arrête.
Ce délai se traduit en une distance d'arrêt que l'on peut décomposer en :
– distance de perception-réaction liée à l'état du conducteur ;
– distance de freinage liée à différents facteurs comme la vitesse initiale du véhicule, la pente, les frottements, etc.
Cette distance d'arrêt augmente encore sur route mouillée.

97 ***Cuisine***

Madame Bongoût s'apprête à mettre à cuire un poulet pour le repas. Elle applique une formule qui lui permet d'estimer la durée de cuisson du poulet en fonction de son poids :

$$t = 45P + 30$$

où t est la durée de cuisson en minutes et P le poids du poulet en kg.
Sachant que le poulet pèse 1,8 kg et que Madame Bongoût souhaite qu'il soit cuit pour 12 h 30 min, à quelle heure doit-elle le mettre au four ?

98 **ÉNIGME**

Nous sommes deux nombres relatifs. Notre somme est – 3, notre produit est – 28.
Qui sommes-nous ?

99 **CONCOURS ET RALLYES**

Le produit de 4 nombres entiers positifs différents est 100. Quelle est leur somme ?

a) 10 $\quad$ **b)** 12 $\quad$ **c)** 15 $\quad$ **d)** 18 $\quad$ **e)** 20

Kangourou cadets 2009

100 **QU'EST-CE QUE J'AI APPRIS**

Les phrases suivantes sont-elles vraies ou fausses ? Justifier la réponse.

a) Si on multiplie plusieurs nombres négatifs, le résultat est toujours positif.

b) Si on multiplie un nombre par un nombre positif, le résultat peut être négatif.

c) Si on multiplie un nombre par (– 1), on trouve l'opposé du nombre.

d) Si on divise un nombre par (– 2), le résultat est toujours plus petit que ce nombre.

Pour approfondir

101 **a)** Effectuer les quatre calculs suivants.
$A = 160 - (3 \times 5^2 - 3 \times 5)$
$B = 142 - (50 - 3 \times 6^2)$
$C = 2 \times 10^2 - 4 \times (5 - 5^2) + 20$
$D = 4^2 \times (1 + 8 + 4^2)$
b) Si les résultats du **a** sont des multiples de 100 successifs : bravo ! Sinon, contrôler les calculs.

102 Lucienne et Camille disposent de ces cartes :
- cartes de Lucienne : + 2 ; + 3 ; – 6 ; – 5 ;
- cartes de Camille : + 8 ; + 4 ; – 6 ; – 5.

Elles doivent poser, si possible chacune à leur tour, une carte pour rendre juste l'un des calculs suivants. La première qui ne peut plus poser de cartes a perdu.

$(...) + (-6) = (+2)$ $\qquad (-4) \times (...) = (-12)$
$(-4) - (...) = (-8)$ $\qquad (+7) \times (...) = (-28)$
$(-6) \times (...) = (-12)$ $\qquad (+18) \div (...) = (-3)$
$(-7) + (...) = (-13)$ $\qquad (...) \times (-3) = (+15)$

a) Poser sur le jeu les deux premières cartes de Lucienne et de Camille.
b) Que doit faire Lucienne quand elle rejoue pour être sûre de gagner ?

Arts et jeux

TRIANGLE INFO *histoire des arts*

Mathieu Le Nain, *Soldats jouant aux cartes*, vers 1650, huile sur toile (Birmingham).

103 Trouver une formule simple à utiliser pour calculer les nombres y de la 2e ligne en fonction des nombres x de la 1re ligne ?

x	– 4	– 1	0	2	5
y	– 7	2	5	11	20

104 Calculer.
$A = (18 - 4 \times 5) \times (6 \times 3 - 10) \times (-3^2)$
$B = (7 - 4^2) \times (18 \div 3 - 12) \times (2 \times 3^2 - 20)$

105 Les nombres a et b sont différents de zéro. Trouver leur signe dans chacun des cas suivants.
a) Le produit de a et b est positif, et leur somme est négative.
b) Le produit de a et b est positif, et leur somme est positive.
c) Le produit de a et b est négatif, et a est supérieur à b.
d) La somme de a et b est nulle, et b est supérieur à a.

AVEC UN TABLEUR

106 Voici un programme de calcul :
Soit un nombre x. Le multiplier par (– 5) puis ajouter 10 au résultat.
- Écrire la formule associée à ce programme dans une feuille de calcul.
- Faire exécuter le programme pour $x = 3$ et $x = -4$.

Stéphanie a exécuté ce programme. Elle a trouvé : 10 ; 45 ; 7,5 et – 2,5. Pour quelles valeurs de x a-t-elle effectué le calcul ?

107 En France, on mesure la température en degrés Celsius. Dans d'autres pays, elle se mesure en degrés Fahrenheit. La température F en degrés Fahrenheit se calcule quand on connaît la température C en degrés Celsius par la formule : $F = 1{,}8C + 32$.
- En utilisant une feuille de calcul de tableur, afficher dans une colonne les degrés Celsius de 1 en 1 de – 40 °C à 40 °C.
- Dans une deuxième colonne, entrer la formule donnée et faire afficher les températures correspondantes en degrés Fahrenheit.

a) Quelle est la température en degrés Fahrenheit correspondant aux températures suivantes en degrés Celsius ?
10 ; – 10 ; – 15 ; – 20 ; – 40.
b) À quelle température, en degrés Celsius, correspondent 32 °F et 212 °F ?

Recherche & créativité

108 **Problème ouvert**

On a 1 000 000 = $1\,000^2$.

On a aussi 1 000 000 = 100^3.

Trouver d'autres nombres qui, comme 1 000 000, sont à la fois un carré et un cube.

109 **Problème ouvert**

On a $5^2 = 4^2 + 3^2$. On dit que 5^2 peut s'écrire sous la forme de la somme de deux carrés.

a) Écrire 7^2 sous la forme d'une somme de trois carrés.

b) Écrire 9^2 sous la forme d'une somme de trois carrés.

c) De plus en plus fort : écrire 9^2 sous la forme d'une somme de quatre carrés.

110 **Concours et rallyes**

Dans l'égalité :

$$K + A + N + G + A + R + O + O = 56$$

chaque lettre remplace un chiffre (une seule lettre par chiffre et un seul chiffre par lettre).
Combien vaut A + O ?

a) 18 **b)** 17 **c)** 16 **d)** 15

e) il y a plusieurs réponses possibles

Kangourou cadets 2009

111 **Concours et rallyes**

On raconte que le mathématicien Augustus de Morgan, le jour de son anniversaire, s'est exclamé : « Comme c'est curieux, nous sommes dans l'année x^2 et j'ai x ans ! »

Sachant que De Morgan est mort en 1899, en quelle année est-il né ?

a) 1806 **b)** 1848

c) 1849 **d)** 1899

e) une autre réponse

Kangourou cadets 2008

Devoirs maison

112 **a)** Effectuer chaque calcul du tableau.

b) Ranger les résultats par ordre croissant.

c) Recopier ensuite sous chaque résultat la lettre correspondante puis lire le message.

Calcul	Lettre
$(-8) + (-4)$	S
$(-7) \times (-3)$	O
$(+18) \div (-6)$	N
$(+7) - (+5)$	H
$5 \times (-2)$	U
$-8 - 9$	E
$-16 \div 4$	U
$-4 \times (-5)$	I
$(-2) \times (-5) \times (+1) \times (-3) \times (+2)$	J
$(-2) + (-5) + (+1) + (-3) + (+2)$	I
$-3 + 4 \times 8$	N
$7 + 6 \times (-2)$	S
$(-200 - 70) \div (-30)$	M
$-10 + 4^2$	A
$38 - 5^2$	P
$(-3)^2 - 5 \times 3 + 4$	C

113 **a)** Placer dans un repère les points A(1 ; 1), B(2 ; 3), C(3 ; 2) et D(3 ; 1).

b) Multiplier par − 2 les coordonnées des points A, B, C. Placer ces points A′, B′, C′.

c) Expliquer comment passer des points A, B, C aux points A′, B′, C′ par un tracé. Sans faire de calcul, placer D′.

d) Multiplier par 3 les coordonnées des points A, B, C. Placer ces points A″, B″, C″.

e) Expliquer comment passer des points A, B, C aux points A″, B″, C″ par un tracé. Sans faire de calcul placer D″.

114 Soit $A = x^2$ et $B = 3x + 6$. On calcule A pour une valeur donnée à x puis on calcule B en donnant à x la valeur du résultat du calcul de A.

a) Vérifier qu'en choisissant au départ la valeur 2, on trouve comme résultat final 18.

b) On fait de même en commençant par le calcul de B. Vérifier que, pour $x = 2$, le résultat final est 144.

c) Léa dit : « J'ai trouvé un nombre x tel que l'on trouve le même résultat si l'on commence par A ou si l'on commence par B. »

Quel nombre Léa a-t-elle trouvé ?

Tous ces exercices sont corrigés page 268 et suivantes.

As-tu atteint tous les objectifs ?
Pour t'en assurer, fais les exercices suivants !

Pour chaque question, indiquer la (ou les) bonne(s) réponse(s).

Je complète un QCM

Multiplier et diviser des nombres relatifs

		Réponse (1)	Réponse (2)	Réponse (3)
115	$-6 \times (-5) = \dots$	-11	30	-30
116	$-7 \times 3 = \dots$	-4	21	-21
117	$(-8) \div (-2) = \dots$	-4	4	16
118	$-45 \div 100 = \dots$	-450	55	$-0{,}45$

Conduire un calcul

		Réponse (1)	Réponse (2)	Réponse (3)
119	**a)** $6^2 = \dots$ **b)** $(-6)^2 = \dots$ **c)** $-6^2 = \dots$	12 -12 36	36 12 -36	62 36 -62
120	$(-8) - (-4) \times (+5) = \dots$	$-8 + 20$	12	-20
121	$-9 \times (-3 + 7) = \dots$	$-9 \times (-10)$	-36	$-9 / 4$
122	$9 - 4^2 = \dots$	25	1	-7
123	$6 + (-3)^2 = \dots$	15	9	-3

Calculer une expression littérale

		Réponse (1)	Réponse (2)	Réponse (3)
124	Pour $x = -5$: **a)** $15 - x = \dots$ **b)** $-4x = \dots$ **c)** $x^2 = \dots$	10 20 -25	-10 -9 25	20 -20 -10
125	Pour $b = -3$: $-3b^2 + 2b - 5 = \dots$	$27 - 6 - 5$	$-27 - 6 - 5$	$-27 + 6 - 5$

Je rédige

Multiplier et diviser des nombres relatifs

126 Calculer.
$A = (-3) \times (-5)$
$B = (-2) \times (+6)$
$C = (+7) \times (-2)$
$D = (+4) \times (+6)$
$E = (-9) \times (+4)$
$F = (+8) \times (-10)$

127 Calculer.
$A = 5 \times (-2)$ $B = -7 \times (-2)$ $C = -6 \times 3$
$D = -1 \times 8$ $E = -5 \times 4$ $F = 6 \times (-1)$

128 Calculer.
$A = (-16) \div (+2)$
$B = (+21) \div (-3)$
$C = (-80) \div (-10)$
$D = (+12) \div (+6)$
$E = -14 \div (-7)$
$F = -55 \div 11$

Conduire un calcul

129 Calculer.
a) $A = (-8) \times (-2)$ $B = (-8) + (-2)$
$C = (-8) - (-2)$ $D = (-8) \div (-2)$
b) $E = 12 \times (-3)$ $F = 12 - 3$
$G = 12 - (-3)$ $H = 12 \div (-3)$

130 Effectuer.
$A = 4^2$ $B = (-4)^2$ $C = -4^2$

131 Effectuer.
$A = (-2) \times (+3) \times (-1) \times (+5) \times (-2)$
$B = (-2) + (+3) + (-1) + (+5) + (-2)$

132 Effectuer.
$A = -6 - 4 \times (+5)$ $B = 6 \times (-3) + 8$
$C = 7 \times 2 - 3 \times 4 - 8$ $D = -4 \times (-5 + 7)$

133 Effectuer.
a) $D = 5 + 6^2$ $E = 5 \times 2^2$
b) $F = 12 - 3^2$ $G = 16 + (-4)^2$

Calculer une expression littérale

134 Calculer, pour $a = -5$,
a) $M = 7 - a$ **b)** $N = 7a$

135 Calculer a^2 pour $a = 7$ puis pour $a = -5$.

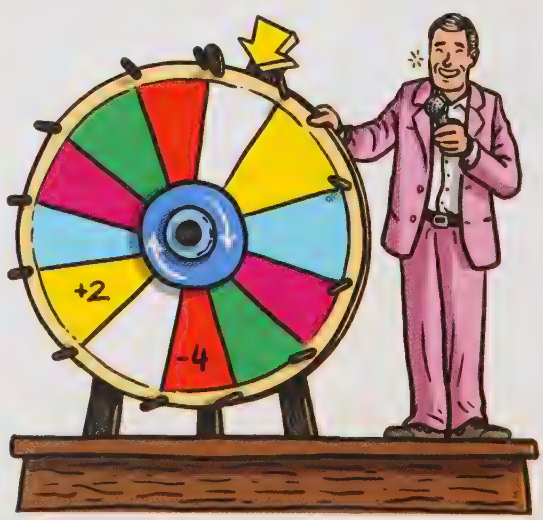
136 Calculer, pour $c = -8$,
a) $P = 7 \times (c + 3)$
b) $R = -5 \times (4c - 3)$

137 **a)** Calculer $2b^2$ pour $b = 3$ puis pour $b = -3$.
b) Calculer $3b^2 + 5b + 4$ pour $b = 2$.
c) Calculer $-2c^2 + 3c - 6$ pour $c = -3$.

Résoudre des problèmes

138 **a)** Prouver que E et F ont la même valeur pour $x = 3$.
$E = 4x^2 - 3x + 5$ $F = -3x^2 + 8x + 35$
b) Trouver, si possible, une valeur de x pour laquelle $E \neq F$.

139 Le produit de trois nombres entiers écrits sur des secteurs consécutifs de la roue de la loterie vaut toujours -24. Compléter la roue pour trouver le nombre gagnant (celui qui est en face de la flèche).



Chapitre 2

Calcul littéral et initiation à la démonstration

Les **images de synthèse** que l'on retrouve aujourd'hui, aussi bien au cinéma que dans les jeux vidéos, sont fabriquées à partir de formules mathématiques très complexes. La création assistée par ordinateur d'images et encore plus de films nécessite l'usage de puissants moyens de calcul informatique. C'est pourquoi elle ne s'est développée qu'assez récemment.

PRÉREQUIS

1 Écrire en fonction de x.
2 Utiliser les règles du débat mathématique :
– un énoncé est soit vrai, soit faux ;
– des exemples ne suffisent pas pour prouver qu'un énoncé est vrai ou faux ;
– un exemple qui ne vérifie pas un énoncé suffit pour prouver qu'un énoncé est faux. Cet exemple est appelé « contre-exemple ».
3 Identifier des expressions littérales égales.
4 Simplifier une expression littérale en utilisant la distributivité.

OBJECTIFS

1 Réduire, si possible, des sommes ou des produits.
2 Développer des expressions en utilisant la distributivité et réduire des expressions.
3 Développer et réduire des expressions en utilisant la double distributivité.
4 Résoudre des problèmes.

LIVRET DE COMPÉTENCES

Compétences travaillées
Dans le programme de mathématiques, la seule capacité visée est l'utilisation d'expressions littérales donnant lieu à des calculs numériques. Cette capacité est travaillée dans le chapitre 1

Je fais le point sur mes connaissances

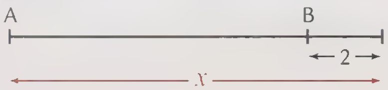
Pour réactiver mes connaissances

1. Écrire en fonction de x

Exercices 11 à 15, p. 35

a) Dans chaque cas, écrire, le plus simplement possible, la longueur AB en fonction de x.

(1)



(2)

b) Lio a acheté 3 stylos coûtant x euros l'un et un cahier coûtant 4 euros. Écrire la dépense de Lio en fonction de x.

2. Utiliser les règles du débat mathématique

Exercice 16, p. 35

Cette phrase est-elle vraie ou fausse ? Justifier.

« Dans l'expression $\frac{60}{x}+x$, si on remplace x par un entier (1 ; 2...) on obtient toujours, comme résultat, un nombre entier. »

3. Identifier des expressions égales

Animation

Exercices 17 et 18 p. 35

Les égalités suivantes sont elles vraies ? Justifier les réponses.

a) $7 + 3a = 10a$
b) $3 \times (5 + b) = 15 + b$
c) $4 \times (3 + c) = 12 + 4c$
d) $8d + 6d = 14d$

→Rappels 5 et 6 p. 289 et suivantes

4. Simplifier en utilisant la distributivité

Animation

Exercices 19 à 20 p. 35

a) Transformer les expressions suivantes en utilisant la distributivité.
$A = 3 \times (x + 6)$
$B = (x + 4) \times 3$

→Rappel 4 p. 289 et suivantes

b) Simplifier les expressions suivantes.
$C = 4 \times (x + 5) + 30$
$D = 9 \times (5 + x) + x$

Dans ce chapitre, j'apprends à :

- Réduire une expression littérale
- Développer avec la distributivité
- Développer avec la double distributivité
- Résoudre des problèmes

Réduire une expression littérale

1. Réduire une somme

▶ Exercices 21 à 37 p. 36

Activités mentales Exercices rituels

Connaissance 1 p. 31

a) Réduire, si possible, les expressions suivantes.

$A = 6 + 4x^2$ $\quad B = 6x^2 + 2x^2$ $\quad C = 6x + x^2$ $\quad D = 4x^2 - x^2$

b) Réduire, si possible, les expressions suivantes.

(1) $E = -8x + 5x$ $\quad F = -4x - 3x$ $\quad G = 4x + 3x$ $\quad H = 8x - x$

(2) $I = -3x^2 + 7x^2$ $\quad J = 6x^2 - 2x$ $\quad K = -3x^2 - 5x^2$ $\quad L = 5 + 3x^2$

c) Réduire, si possible, les expressions suivantes.

(1) $M = 5x - 7x + 3$ $\quad N = 15 - 5x + 9x$ $\quad P = -4x - 2x + 8x$

(2) $Q = 6x + 3x^2 + 2x - 8$ $\quad R = 5x + 3 + 4x^2$ $\quad S = -6x^2 + 7 + 9x^2 - 11$

d) Les expressions T et U sont-elles égales ?

$T = 5x^2 + 4x + 7 + 9x + 4x^2 + 3$ $\quad U = -3x + 17 + 12x^2 + 16x - 3x^2 - 7$

2. Réduire un produit

▶ Exercices 38 à 48 p. 37

Activités mentales Exercices rituels

Connaissance 2 p. 31

a) Réduire, si possible, l'expression suivante : $A = 6x \times 2x$

b) Même question pour : $B = 6 \times 2x$ $\quad C = 6 \times 2x^2$ $\quad D = 6x \times 2$

c) Réduire, si possible, les expressions suivantes.

$E = -2 \times 4x$ $\quad F = 6x \times (-3x)$ $\quad G = 3 \times (-7x)$ $\quad H = 3x \times 4x$

$I = 3 \times 4x^2$ $\quad J = -2x^2 \times 4$ $\quad K = -3 \times (-5x^2)$ $\quad L = 2x^2 \times (-7)$

Développer avec la distributivité

3. Distributivité et nombres relatifs

▶ Exercices 49 à 58 p. 38

Activités mentales Exercices rituels

Connaissance 3 p. 31

→ Méthode 1 p. 33

Lire Connaissance 3, p. 31, puis répondre aux questions suivantes.

a) On a commencé à développer les expressions suivantes. Compléter par les signes qui semblent convenir.

(1) $3(-5x + 4) = \ldots 15x \ldots 12$ $\quad$ (2) $(-5x - 4) \times 3 = \ldots 15x \ldots 12$

(3) $-3(5x - 4) = \ldots 15x \ldots 12$ $\quad$ (4) $-3(-5x + 4) = \ldots 15x \ldots 12$

b) Développer les expressions suivantes.

$A = -5(-2x + 4)$ $\quad B = -3(-6 - 4x)$

$C = -4(7 - 5x)$ $\quad D = (-5x + 4) \times 2$

$E = (2 - 3x) \times 3x$ $\quad F = -2x(3x + 5)$

$G = -4x(-3x + 6)$ $\quad H = 5x(-4 + 2x)$

4. Suppression des parenthèses

▶ Exercices 59 à 63 p. 38

a) Réduire $A = (7x + 3) + (-3x + 4)$.

b) (1) Pour $x = 2$, calculer $B = (9x + 4) - (5x + 1)$.

(2) Simplifier B puis calculer l'expression obtenue pour $x = 2$.

Comparer au résultat trouvé en (1).

c) Énoncer une règle pour supprimer les parenthèses précédées du signe « + », puis une règle pour supprimer les parenthèses précédées du signe « – ».

Connaissance 4 p. 32

Développer avec la double distributivité

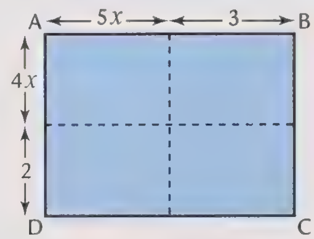
5. Découvrir une formule

▶ Exercices 64 à 74 p. 39

a) (1) Pour $x = 1$ calculer $A = (5x + 3)(4x + 2)$.

(2) Développer A. Calculer l'expression obtenue pour $x = 1$.

b) Écrire de deux façons différentes, une fois avec des parenthèses, une fois sans parenthèses, l'aire du rectangle ABCD en fonction de x.



c) Développer puis réduire les expressions suivantes.

(1) $B = (3x + 5)(2x + 4)$	$C = (6x + 3)(2 + 7x)$	$D = (4x + 3)^2$
(2) $E = (3x + 5)(2x - 4)$	$F = (3x - 5)(-2x - 4)$	$G = (4x - 3)^2$

Activités mentales
Exercices rituels

Connaissance 5 p. 32

→ Méthode 2 p. 33

Résoudre des problèmes

6. Établir une formule

▶ Exercices 75 à 87 p. 40

Pour fabriquer la lettre C, un carreleur travaille sur des quadrillages carrés comme ci-contre en utilisant des carreaux blancs et des carreaux de couleur.

a) S'il utilise un carré qui a 7 carreaux sur un côté, combien de carreaux seront de couleur ?

b) Ses clients lui demandent des lettres C de tailles très différentes. Il veut pouvoir calculer très vite le nombre de carreaux de couleur, dès qu'un client lui indique le nombre de carreaux dans un côté du carré. Trouver une formule qui permet de calculer ce nombre.

7. Démontrer une conjecture sur les nombres

▶ Exercices 88 à 102 p. 41

Voici un **programme de calcul** :

Choisir un nombre. Lui ajouter 5. Multiplier le résultat par 4. Soustraire 20 au dernier résultat obtenu. ■

a) Montrer que si l'on choisit 6, on trouve 24.

b) Choisir deux autres nombres et appliquer le programme de calcul

c) Quelle conjecture peut-on faire sur le résultat par rapport au nombre choisi ? Prouver cette conjecture.

1 Réduire une somme

Exercices 21 à 37 p. 36

Pour réduire certaines sommes, on peut utiliser la propriété de distributivité sous la forme expliquée ci-dessous.

PROPRIÉTÉ
Quels que soient les nombres relatifs a, b et c, on a : $ba + ca = (b + c)a$

➡ **Exemple :** $6x^2 + 2x^2 = (6 + 2)x^2$
donc $6x^2 + 2x^2 = 8x^2$

➡ **Exemple :** Exemple : $4 + 6x$ ou $4x + 5x^2$ ne peuvent pas être réduites.

2 Réduire un produit

Exercices 38 à 48 p. 37

Pour réduire un produit, on peut utiliser la propriété suivante.

PROPRIÉTÉ
Multiplier plusieurs facteurs peut se faire dans n'importe quel ordre.

➡ **Exemple :** $4x \times 2x = 4 \times 2 \times x \times x = 8x^2$

PROPRIÉTÉ
Quel que soit le nombre relatif a, on a : $-1 \times a = -a$

➡ **Exemple :** $4x - x = 3x$ car $4x - x$ peut s'écrire $4x - 1 \times x$

3 Développer en utilisant la distributivité

Exercices 49 à 58 p. 38

nimation

CONVENTION D'ÉCRITURE
$a(b + c)$ signifie $a \times (b + c)$

PROPRIÉTÉ
Quels que soient les nombres relatifs a, b et c, on a : $a(b + c) = ab + ac$

Quand on remplace une expression $a(b + c)$ par $ab + ac$, on dit que l'on **développe** cette expression.

➡ **Exemple 1 :** Développer $A = 5\,(-2x + 8)$

➡ **Exemple 2 :** Développer $B = -5x(2x - 4)$

$A = 5(-2x + 8)$	On reconnaît $a(b + c)$	$B = -5x(2x - 4)$
$A = 5(-2x) + 5 \times 8$	On remplace par $ab + ac$ en plaçant les signes de multiplication nécessaires	$B = -5x \times 2x - (-5x) \times 4$
$A = -10x + 40$	On réduit les produits	$B = -10x^2 + 20x$

4 Suppression de parenthèses

Exercices 59 à 63 p. 38

a) Addition et parenthèses

PROPRIÉTÉ

Quand les parenthèses sont précédées du signe « + » et qu'elles ne sont pas suivies de « × » ou de « ÷ », on peut supprimer les parenthèses.

➡ **Exemples :**

- $2x + (3x + 5) = 2x + 3x + 5$
- $4x + (-5 + 3x) = 4x - 5 + 3x$
- $8 + (5x - 6 + 2x) = 8 + 5x - 6 + 2x$

$5 + (2x + 3) \times 3$ n'est pas égal à $5 + 2x + 3 \times 3$ car les parenthèses sont suivies de « × ».

b) Soustraction et parenthèses

PROPRIÉTÉ

Quels que soient les nombres relatifs *a* et *b* on a :

$$-(a+b) = -1 \times (a+b) = -a-b$$

Cette propriété permet de supprimer les parenthèses précédées du signe « – ».

➡ **Exemple :** Simplifier l'expression $3x - (5 - 8x)$.

$$3x\underbrace{-(5-8x)}_{-1\times(5-8x)} = 3x-5+8x$$

5 Développer en utilisant la double distributivité

Exercices 64 à 74 p. 39

PROPRIÉTÉ

Quels que soient les nombres relatifs *a, b c et d,* on a :

$$(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$$

➡ **Exemple :** Développer et réduire si possible $B = (3x - 5)(-2x + 4)$.

On utilise la double distributivité en appliquant la règle des signes du produit :

$B = (3x - 5) \times (-2x + 4)$

$B = 3x \times (-2x) + 3x \times (+4) - 5 \times (-2x) - 5 \times (+4)$

$B = -6x^2 + 12x + 10x - 20$

On réduit l'expression :

$B = -6x^2 + 22x - 20$.

1. Développer et réduire

Méthode 1 À l'aide de la distributivité simple

>> **Exercice** : Développer et réduire $A = -3x(2x-4)$.

ÉTAPES	SOLUTION
(1) Je développe en utilisant la distributivité	$A = -3x(2x-4)$ $A = -3x \times 2x - (-3x) \times 4$ *
(2) Je réduis les produits.	$A = -6x^2 + 12x$

Méthode 2 À l'aide de la double distributivité

>> **Exercice** : Développer et réduire $B = (4x-5)(3x+2)$.

ÉTAPES	SOLUTION
(1) Je développe en utilisant la double distributivité	$B = (4x-5)(3x+2)$ $B = 4x \times 3x + 4x \times 2 - 5 \times 3x - 5 \times 2$ *
(2) Je réduis les produits.	$B = 12x^2 + 8x - 15x - 10$
(3) Je réduis, si possible, les sommes.	$B = 12x^2 - 7x - 10$

* On n'écrit pas forcément cette ligne, on l'effectue de tête en appliquant les règles de signe du produit.

EXERCICES D'APPLICATION

1. Développer et réduire $A = -3x(4x-2)$ et $B = 5(-3x+7)$
2. Développer et réduire $C = (2x-5) \times 6$ et $D = -3(-4x+3)$
3. Développer et réduire $E = 2(-3x+4)$ et $F = (5x-8) \times (-3x)$
4. Développer et réduire $G = -5x(2x+6)$ et $H = -6(5x-7)$
5. Développer et réduire $I = (3x-8)(4x+5)$
6. Développer et réduire $J = (5x-2)(6x-5)$
7. Développer et réduire $K = (-3x+5)(3x-4)$
8. Développer et réduire $L = (5-8x)(-3x+3)$

2. Démontrer une conjecture sur les nombres

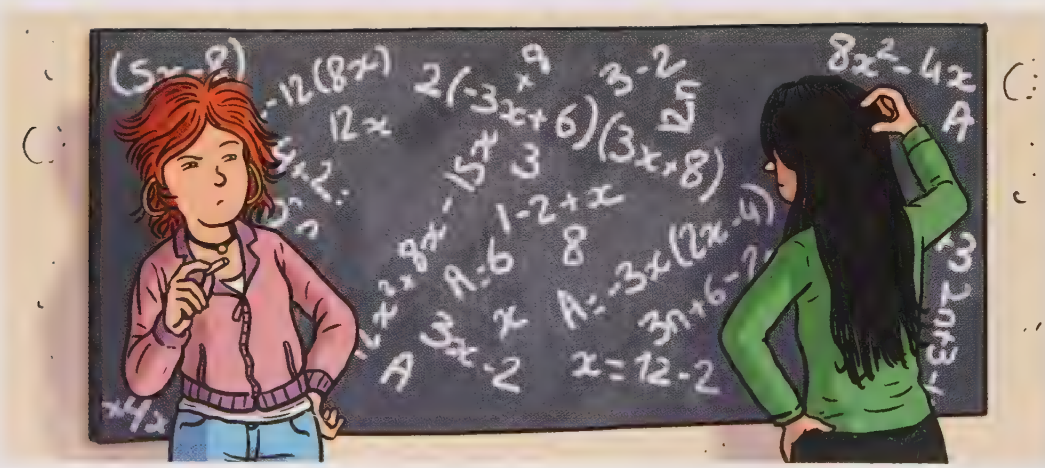
Méthode

En utilisant le calcul littéral

>> Exercice : Choisir un nombre, ajouter 3 à ce nombre, multiplier le résultat par 2 et enfin retrancher le double du nombre choisi au départ.
Démontrer que l'on obtient toujours 6 comme résultat final quel que soit le nombre choisi au départ.

ÉTAPES	SOLUTION
(1) Je désigne le nombre choisi par une lettre.	Soit n le nombre choisi.
(2) Je traduis le texte de l'énoncé par une expression mathématique.	On ajoute 3 à ce nombre : $n + 3$ * On multiplie le résultat par 2 : $2(n + 3)$ * On retranche le double du nombre choisi au départ : $2(n + 3) - 2n$
(3) Je développe puis je réduis l'expression littérale trouvée.	Le résultat du calcul est : $A = 2(n + 3) - 2n$ $A = 2n + 6 - 2n$ $A = 6$
(4) Je conclus.	Donc quel que soit le nombre choisi, on obtient toujours 6 comme résultat.

* Il n'est pas indispensable d'écrire ces phrases.



EXERCICES D'APPLICATION

9 Choisir un nombre, ajouter 6 à ce nombre, multiplier le résultat par 2 et enfin retrancher le double du nombre choisi au départ.
Démontrer que l'on obtient toujours 12 comme résultat final.

10 Choisir un nombre entier puis :

a) calculer le produit de l'entier qui le précède par l'entier qui le suit ;

b) calculer le carré du nombre choisi et lui soustraire 1 ;

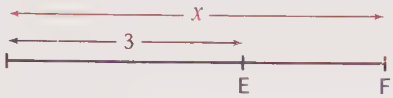
c) quelle remarque peut-on faire ?

Démontrer que c'est vrai quel que soit le nombre entier choisi.

Je réactive mes connaissances

Écrire, dans chaque cas, la longueur EF en fonction de x.

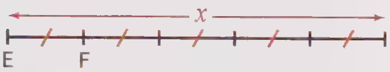
a)



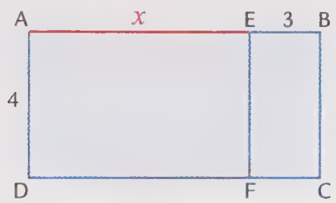
b)

c)

d)



Écrire de deux façons différentes l'aire du rectangle ABCD en fonction de x. Une fois avec des parenthèses, une fois sans parenthèses.



a) Quelle égalité traduit la phrase :
« a est cinq fois plus grand que b » ?
(1) $a = 5b$ (2) $b = 5a$

b) Traduire par une phrase en français :
(1) $m = 3p$ (2) $4c = d$

Hugo a acheté un DVD à 15 euros et trois CD à x euros l'un.
Écrire la dépense d'Hugo en fonction de x.

Armand a acheté pour chacun de ses trois enfants un stylo coûtant x euros et un carnet coûtant 4 euros.
Écrire la dépense d'Armand en fonction de x :
a) avec une expression sans parenthèses ;
b) avec une expression comportant des parenthèses.

a) Calculer $A = x^2 - 7x + 14$ pour $x = 3$ puis pour $x = 4$.
b) Maelis affirme : « Quelle que soit la valeur choisie pour x, on a $A = 2$. »
Est-ce vrai ?

Réduire, si possible, les expressions ci-dessous.

$A = 6x + 4x$ $B = 9 + 8x$
$C = 4x + x$ $D = 3x + 7$
$E = x + 6x$ $F = 6x + 8x$

TRIANGLE INFO *magazine*

Origine d'« algèbre »

Vers l'an 830, Al-Khwarizmi, mathématicien perse de langue arabe, décrit dans son *Précis sur le calcul d'al-djabr et d'al-muqabala* des méthodes pour résoudre des équations. Le mot « jabr » désigne la transformation effectuée, par exemple, quand on transforme $x + 5 = a$ en $x = a - 5$.
Al-Khwarizmi n'utilisait pas encore l'écriture des équations avec des lettres mais les décrivait avec des phrases.

VRAI OU FAUX ?
Les égalités suivantes sont-elles vraies ?
Justifier les réponses.
a) $5 \times (a + 7) = 5a + 35$
b) $8 + 12a = 20a$
c) $6 \times (4 + a) = 24 + a$
d) $9a + 3a = 12a$

Transformer les expressions ci-dessous en utilisant la distributivité.

$A = 5 \times (x + 6)$ $B = (x + 7) \times 3$
$C = 8 \times (x + 5)$ $D = (x + 9) \times 4$

Simplifier les expressions ci-dessous.

$E = 6 \times (x + 7) + 58$ $F = 4 \times (x + 8) + 6x$
$G = 18 + 4 \times (x + 8)$ $H = 12x + 3 \times (x + 7)$

Pour s'entraîner

Réduire une expression littérale

21 Réduire, si possible, les expressions suivantes.
$A = 9x^2 + 3x^2$ $B = 5 + 2x^2$ $C = 7x^2 + 5x^2$
$D = 8x^2 + x^2$ $E = 4x^2 + 9$ $F = x^2 + 5x^2$

22 Réduire, si possible, les expressions suivantes.
$G = 5a^2 + 3a^2$ $H = 7 + 3a^2$ $I = 8a^2 + 9a^2$
$J = 6a^2 + 3a^2$ $K = a + 4a^2$ $L = 6a^2 + a^2$

23 Réduire, si possible, les expressions suivantes.
$M = 15a^2 + 8a^2$ $N = 7a^2 + 3a^2$
$P = a^2 + 9a^2$ $Q = 6 + 4a^2$
$R = 5a^2 + 25a^2$ $S = 3a + 5a^2$

24 Réduire, si possible, les expressions suivantes.
$A = 8x - 3x$ $B = -8x - 3x$ $C = -8x + 3x$
$D = 8x + 3x$ $E = -8 + 3x$ $F = -x + 8x$

25 **a)** Réduire, si possible.
$G = -9x + 4x$ $H = 7x - 4x$ $I = 6x - 9x$
$J = 9x + 4x$ $K = -8x - 5x$ $L = 6x - x$
b) Si les résultats ci-dessus peuvent être groupés par couple d'expressions opposées, bravo !
Sinon, vérifier les calculs.

26 Compléter avec l'expression qui convient.
a) $-4x + ... = 10x$
b) $-2x - ... = -8x$
c) $6x - ... = 5x$
d) $8x - ... = -12x$

27 Réduire, si possible, les expressions suivantes.
$A = 7a^2 - 10a^2$ $B = 5a + 8a^2$
$C = -4a^2 - 9a^2$ $D = 6 + 4a^2$
$E = -7a^2 + 12a^2$ $F = -15a^2 + a^2$

28 Réduire, si possible, les expressions suivantes.
$G = -8b^2 - 3b^2$ $H = -3b^2 + 7b^2$
$I = -10b^2 + 4b^2$ $J = 6b^2 - b^2$
$K = 5 + 4b^2$ $L = -4b^2 - 5b^2$

29 Réduire, si possible, les expressions suivantes.
$M = -8c^2 + 12c^2$ $N = 7 + 3c^2$
$P = 5c^2 - 15c^2$ $Q = 4c + 5c^2$
$R = -c^2 + 12c^2$ $S = 6c^2 - 9c^2$

Art et mathématiques

TRIANGLE INFO *histoire des arts*

Les fractales sont des outils mathématiques dont l'inventeur est le mathématicien Benoît Mandelbrot (1924-2010). Il s'est intéressé à des phénomènes très variés : les crues du Nil, la forme des nuages, celle des côtes de Bretagne... et même les cours de la Bourse. Ses travaux sont non seulement utiles mais ils ont permis de créer des images de synthèse souvent très belles.

30 **Vrai ou Faux ?**
Voici une page du cahier de Laure. Quelles sont les égalités vraies quel que soit x ?

a) $7 + 5x = 12x$	b) $-3x + 7x = -10x$
c) $4x + 5x = 9x$	d) $-2x + 8x = 6x$
e) $5x - x = 5$	f) $8x + x = 9x$
g) $8x^2 + 5x = 13x^2$	h) $7x^2 - x^2 = 6x^2$

31 Réduire, si possible, les expressions suivantes.
$A = 7x + 5x + 4 + 2x$
$B = 8x + 10x - 6x + 4x$
$C = -4x - 2x - 3 + 7x$
$D = -4x + 5 + x - 6x$

32 L'une des expressions suivantes n'est pas égale aux autres. Laquelle ?
$A = -7x + 5x - x$ $B = -x - 7x + 5x$
$C = -5x + 7x - x$ $D = -7x - x + 5x$
$E = -x + 5x - 7x$ $F = 5x - x - 7x$

33 Mettre les signes qui conviennent pour que les trois expressions suivantes soient égales.
$A = 3x^2 - 2 - 5x$ $B = ...\ 2\ ...\ 3x^2\ ...\ 5x$
$C = ...\ 5x\ ...\ 2\ ...\ 3x^2$

Le mot « réduire »

TRIANGLE INFO *magazine*

Dans la vie courante, « réduire » a de nombreux sens, par exemple :
– en cuisine, réduire une sauce, c'est la concentrer ;
– en médecine, réduire une fracture, c'est remettre à sa place un os fracturé.
Il a plusieurs sens en mathématiques :
– réduire une somme, un produit;
– réduire un dessin, c'est le reproduire à une échelle plus petite ;
– réduire deux fractions au même dénominateur, c'est les transformer pour qu'elles aient le même dénominateur.

34 Le carré suivant est-il magique ?

$2c-3$	$3c-4$	$-2c+1$
$-3c+2$	$c-2$	$5c-6$
$4c-5$	$-c$	-1

35 Réduire, si possible, les expressions suivantes.
$E = 8x^2 - 10x + 6x - 5$ $F = 5x^2 - 5 - 4x + 3x^2$
$G = -5 - 4x + 8x^2$ $H = 8x^2 - 3 - 4x - 2$
$I = -2x^2 - 6x - 8 + 10x^2 + 2x + 3$
$J = 13x^2 - 2x + 7 - 5x^2 - 2x - 12$
b) Si les six expressions trouvées ci-dessus sont égales, bravo ! Sinon vérifier les calculs.

36 Réduire, si possible, les expressions suivantes.
$K = 5x^2 + 3x + 8 + 2x^2 + 5x + 4$
$L = 12x^2 - 9x + 5 - 8x^2 - 3x - 15$
$M = -6x^2 + 4x - 7 + 10x^2 - 7x + 3$
$N = 4x^2 - 8x + 13 - 6x^2 + 15x - 6$

37 Réduire, si possible, les expressions suivantes.
$P = 4x^2 + 5x + 8 + 6x + 2x^2 + 4$
$Q = -9x^2 + 10 - 7x - 13 + 3x^2 + 10x$
$R = -4x^2 + 5x - 2x^2 + 6 - 14x + 8$
$S = -3x - 8 - 7x^2 - 9x - 7x - 2$

38 Réduire, si possible, les expressions suivantes.
$A = 5x \times 4x$ $B = 7 \times 3x$ $C = 4 \times 2x^2$
$D = 4x \times 3$ $E = 5x^2 \times 2$ $F = 6x \times 3x$

39 Réduire, si possible, les expressions suivantes.
$G = 7 \times 2x^2$ $H = 8x \times 5$ $I = 7 \times 4x$
$J = 8x \times 4$ $K = 9x \times 6x$ $L = 9x^2 \times 5$

40 Réduire, si possible, les expressions suivantes.
$A = -3 \times 5x^2$ $B = 4x \times (-3x)$
$C = 5 \times (-4x^2)$ $D = -5 \times (-2x^2)$
$E = -6x \times (-4x)$ $F = 4x^2 \times (-8)$

41 Réduire, si possible, les expressions suivantes.
$G = -5x \times (-8x)$ $H = -2 \times (-4x^2)$
$I = 8 \times (-6x^2)$ $J = 5x^2 \times (-4)$
$K = -7x \times 3 \times (-4x)$ $L = 7 \times 3x \times (-10x)$

42 Réduire, si possible, les expressions suivantes.
$M = -5 \times (9x^2)$ $N = 7x \times (-6x)$
$P = -8 \times (-4x^2)$ $Q = -7x \times (-2x)$
$R = 8x \times (-3)$ $S = -4x^2 \times (+5)$

43 Réduire, si possible, les expressions suivantes.
$A = 6x \times 3x$ $B = 6x + 3x$ $C = 6 + 3x$
$D = 6 \times 3x$ $E = -6x \times 8x$ $F = -6x + 8x$

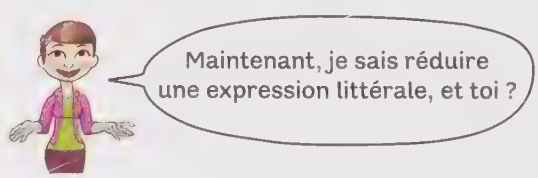
44 Réduire, si possible, les expressions suivantes.
$G = 7 - 4x^2$ $H = 7 \times (-4x^2)$
$I = -6x - 3x$ $J = 7x^2 - 10x^2$
$K = -4x \times (-2x)$ $L = 5x \times (-6x)$

45 Réduire, si possible, les expressions suivantes.
$M = -8x + 10x$ $N = -8x \times (10x)$
$P = 4 \times (-8x^2)$ $Q = -6x - 7x$
$R = -6x \times (-5x)$ $S = -8x^2 \times 9$

46 Compléter avec l'expression qui convient.
a) $-3a + \dots = 10a$ **b)** $5a \times (\dots) = -15a$
c) $\dots - 5a = -12a$ **d)** $-7a \times (\dots) = -21a^2$
e) $6 \times (\dots) = -30a^2$ **f)** $\dots - 8a = 12a$

47 Réduire, si possible, les expressions suivantes.
$A = 2 \times 5x + 4 \times 2x$ $B = -3x \times 7x + 2 \times 3x^2$
$C = 4 \times 3x^2 + 5x \times 2x$ $D = 5 \times 5x - 6 \times 2x$
$E = 5 \times 3x + 2 \times 4x^2 + 4 \times 2x + 6 \times 3x^2$

48 Réduire, si possible, les expressions suivantes.
$K = 8 \times 3x - 4 \times 2x$ $L = 5 \times 7x^2 - 6x \times 5x$
$M = -3 \times 2x - 2 \times 2x$
$N = -7x \times 4x + 9 \times 2x^2$
$P = 5 \times 2x^2 - 6x \times 3x - 4 \times 7x^2 - 3 \times 4x$



Développer avec la distributivité

49 Compléter.

a) $5(x-6) = 5x$ ...

b) $(-x+7) \times 3 =$ ... $+ 21$

c) $-8(x+5) = -8x$ ...

d) $(-x+9) \times 4 =$ ... $+ 36$

50 Développer les expressions suivantes.

$A = 8(5x-4)$ $B = -6(-2x+3)$

$C = x(-4+3x)$ $D = -2x(5+7x)$

51 Développer les expressions suivantes.

$E = -8(3x-4)$ $F = (4x-7) \times 5x$

$G = x(-5x+6)$ $H = 6x(-4x-7)$

52 Développer les expressions suivantes.

$I = 7(4x-8)$ $J = (-4+3x) \times 3$

$K = x(-6x+5)$ $L = -9x(2x-5)$

53 Développer puis réduire.

$A = -31 + 18(x+2)$ $B = (6x+4) \times 3 - 7$

$C = 17 - 6(-3x+2)$ $D = (9x-2) \times 2 + 9$

54 **a)** Développer puis réduire.

$E = 5x + 3(2x+4)$ $F = (3x+2) \times 4 + 5$

$G = 7(3x+2) - 8x$ $H = (7x-3) \times 2 + 21$

b) Si les quatre expressions trouvées forment une suite logique, bravo ! Sinon vérifier les calculs.

55 Développer puis réduire.

$I = 3 + 2(8x+5)$ $J = 18x + 2(4x-6)$

$K = (6x+4) \times 5 - 20$ $L = (8+5x) \times 4 - 8x$

56 Développer puis réduire, si possible.

$A = 6(2a+5) + 2(4a+10)$

$B = 5(2b-7) - 4(3b-8)$

$C = c(5-2c) - c(-5c+4)$

$D = -2d(4d+8) + 5d(7+2d)$

57 Développer puis réduire, si possible.

$E = -4(x+3) + 5(6+x)$

$F = (8+2x) \times 3 + 7(3x+7)$

$G = 4x(-2x+3) + 2x(3x-6)$

$H = 5x(6-7x) - x(8+2x)$

58 Développer puis réduire, si possible.

$I = 6x(3x+4) + 4(5x+3)$

$J = -3x(-2x+6) + x(4x-2)$

$K = -4(6+5x) + 9x(2x-3)$

$L = 7x(3x-2) - x(-6+x)$

Le mot « développer »

TRIANGLE INFO *magazine*

« Développer » a plusieurs sens. En voici quelques-uns :

– développer une entreprise, c'est accroître sa production, son nombre d'employés ;

– développer une idée, c'est l'exposer dans tous ses détails ;

– en cyclisme, développer un braquet de 52 × 13 signifie qu'on a placé la chaîne sur un plateau de 52 dents et un pignon de 13 dents.

59 Simplifier les expressions suivantes.

$A = (8x+5) - (6x+2)$

$B = (7x-3) - (3x-2)$

$C = (9x-6) + (-4x+7)$

$D = -4x - (3x^2 - 2x + 8)$

$E = 8x - (3x+5) \times 2$

60 Simplifier les expressions suivantes.

$F = (8x+9) - (-3x+4)$

$G = (-3x+7) - (8x-2)$

$H = (8x-2) + (6x+4)$

$I = 6x^2 - (4x^2 - 3x + 5)$

$J = 5x - (8x+6) \times 3$

61 Simplifier les expressions suivantes.

$K = (4x+9) - (2x-1)$

$L = (-8x-2) - (3x-8)$

$M = (2x-8) + (9x+5)$

$N = 7x^2 - 4 - (2x^2 - 4x + 6)$

$P = 6x^2 - (3x+8) \times 5$

62 Simplifier les expressions suivantes.

a) $6x + (8x+3)$ **b)** $2x \times (4x+7)$

c) $(5x+3) + 3x$ **d)** $(2x+5) \times 4x$

e) $8x - (5x+4)$ **f)** $3x \times (2x-3)$

g) $(6x+7) + 5x$ **h)** $(6x-8) \times 2x$

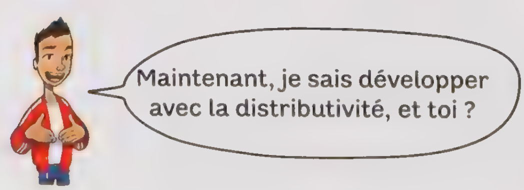
63 Simplifier les expressions suivantes.

a) $2 \times (3x+2) - (4x+5)$

b) $5 \times (2x-4) - (3x-6)$

c) $(4x+3) \times 6 - (2x+4)$

d) $(3x-6) \times 4 - 2 \times (3x-5)$



Développer avec la double distributivité

64 Recopier et compléter.

a) $(5x+3)(2x+6) = 10x^2 + \dots + 6x + \dots$

b) $(4x+8)(3x+5) = \dots + 20x + \dots + 40$

c) $(4+5x)(5x+3) = 20x + \dots + \dots + 15x$

d) $(5+8x)(2+3x) = 10 + \dots + 16x + \dots$

65 Développer puis réduire, si possible.

$A = (6x+4)(3x+2)$ $B = (5x+3)(2x+5)$

$C = (2+5x)(4x+3)$ $D = (4+2x)^2$

66 **a)** Développer puis réduire, si possible.

$E = (6x+6)(4x+5)$ $F = (2x+2)(15+12x)$

$G = (3+3x)(8x+10)$ $H = (30+24x)(1+x)$

b) Si les 4 expressions trouvées ci-dessus sont égales, bravo ! Sinon vérifier les calculs.

67 Développer puis réduire, si possible.

$I = (4x+2)(3x+4)$ $J = (9x+3)(5+2x)$

$K = (8+5x)(3+2x)$ $L = (x+7)(2x+5)$

68 Compléter le tableau suivant.

$\times$	$x-1$	x	$x+1$
$x-1$			
x			
$x+1$			

69 Développer puis réduire, si possible.

$A = (6x-4)(3x+5)$

$B = (-2x+7)(4x-3)$

$C = (-3+4x)(-2x-4)$

$D = (5x-2)^2$

70 **a)** Développer puis réduire, si possible.

$E = (9x-9)(4x-4)$ $F = (3x-3)(12x-12)$

$G = (-6x+6)(-6x+6)$ $H = (6x-6)^2$

b) Si les 4 expressions trouvées ci-dessus sont égales, bravo ! Sinon vérifier les calculs.

71 Développer puis réduire.

$I = (8x-6)(6x-2)$

$J = (-3x+7)(-5x+4)$

$K = (7x-2)(-4+8x)$

$L = (3x-4)^2$

72 **a)** Développer puis réduire, si possible.

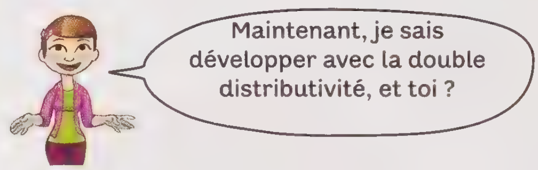
$A = -2 + x(-5x+7)$

$B = (x-1)(-5x+2)$

$C = x(-5x+5) + 2(x-1)$

$D = -5x(x-2) - (3x+2)$

b) Si les quatre expressions trouvées ci-dessus sont égales, bravo ! Sinon vérifier les calculs.



Calcul mental

73 Théo a effectué mentalement ces calculs. Faire de même pour les contrôler.

a) $6(3x+2) + 4(2x+3) = 26x + 5$

b) $4x(3x-2) - x(-5+x) = 11x^2 - 3x$

c) $(-8x-2) - (3x-8) = -11x + 6$

d) $(2x-8) + (9x+5) = 11x - 13$

74 Compléter.

a) $(3x+2)(3x+5) = 9x^2 + \dots x + 10$

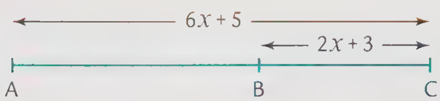
b) $(6x+3)(5+3x) = 18x^2 + \dots x + 15$

c) $(5+5x)(2+2x) = 10x^2 + \dots x + 10$

d) $(x+6)(3x+5) = 3x^2 + \dots x + 30$

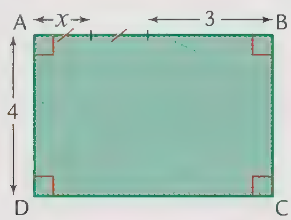
Résoudre des problèmes

75



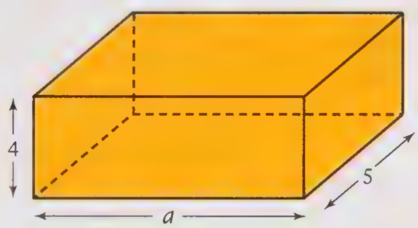
a) Pour $x = 2$, calculer AC, BC puis AB.
b) Écrire en fonction de x la longueur AB. Simplifier l'expression trouvée.
c) Calculer, pour $x = 2$, la valeur de cette expression. Comparer au résultat trouvé au **a**.

76 **a)** Écrire, le plus simplement possible, le périmètre et l'aire de ABCD en fonction de x.



b) Calculer le périmètre pour $x = 1,5$.

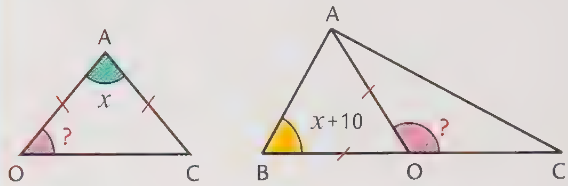
77 **a)** Écrire en fonction de a le volume du pavé.
b) Écrire en fonction de a la longueur totale des arêtes du pavé.
c) Écrire en fonction de a l'aire totale du pavé.



78 Sur un vitrail, on place des carreaux de couleur en bordure comme sur ce pavage 5×5 :

a) Combien y a-t-il de carreaux de couleur sur le vitrail ci-dessus ?
b) Écrire, en fonction de n, le nombre de carreaux de couleur sur un pavage $n \times n$.
c) Combien y a-t-il de carreaux de couleur sur un vitrail 10×10 ?

79 Déterminer, dans chaque cas, la mesure en degrés de l'angle $\widehat{AOC}$ en fonction de x.

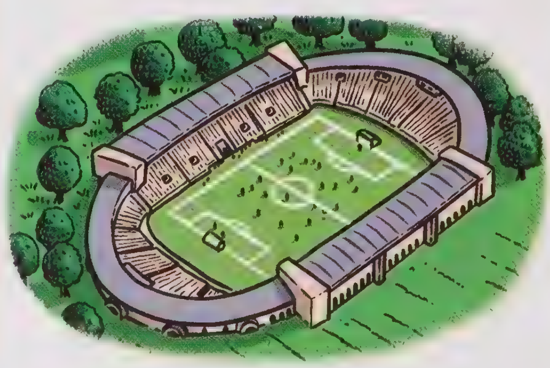


80 Dans son porte-monnaie, Julie a des billets de 5 € et des billets de 10 €. Elle a 3 fois plus de billets de 5 € que de billets de 10 €. Soit n le nombre de billets de 10 €. Que représente chacune des expressions suivantes ?
(1) $10n$ (2) $3n$ (3) $3n \times 5$ (4) $25n$

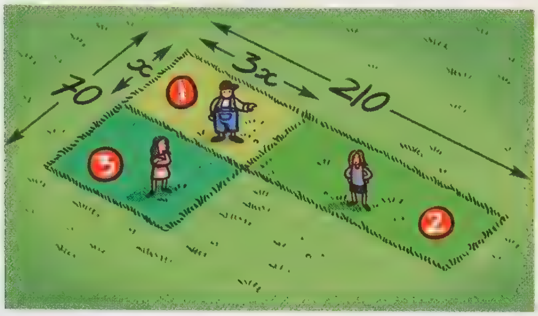
81 Pascal achète 7 pains au chocolat et 4 croissants. Un croissant coûte x €. Un pain au chocolat coûte 0,20 € de plus qu'un croissant.
a) Écrire, en fonction de x, la dépense de Pascal. Développer et réduire l'expression trouvée.
b) Si un croissant coûte 0,80 €, quelle est la dépense de Pascal ?

82 Le stade du parc des Cygnes peut contenir 15 000 places. Il y a x places en virage, les autres en tribune. Les places en virage coûtent 10 €, les places en tribune coûtent 13 €. Aujourd'hui, le stade est plein.
a) Que représentent ces trois expressions ?
- $10x$
- $15\,000 - x$
- $(15\,000 - x) \times 13$

b) Écrire en fonction de x le montant total de la recette.
c) Calculer la recette si $x = 6\,500$.



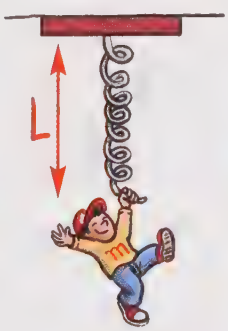
83 Monsieur Euclide possède une parcelle de terrain formée de 3 rectangles. Il décide de la partager. Il conserve la partie (1), donne la partie (2) à sa fille Marie-Claire et la partie (3) à sa fille Mireille.



a) Écrire en fonction de x l'aire de chacune des trois parties.
b) Prouver que le partage entre Mireille et Marie-Claire est équitable.

84 Au cours d'un jeu sur Internet, deux équipes, A et B, de trois joueurs, s'affrontent. À la fin du jeu, dans l'équipe A, Théo a deux fois plus de points que Léa, et Julie a 100 points de plus que Théo. Soit x le nombre de points de Léa.
a) Écrire en fonction de x le nombre de points de chaque joueur de l'équipe A.
b) Écrire en fonction de x le nombre total de points de l'équipe A.
c) L'équipe B a obtenu 600 points. Quelle est l'équipe gagnante dans chacun des cas suivants :
(1) Léa a marqué 90 points ;
(2) Léa a marqué 100 points ;
(3) Léa a marqué 110 points.

85 ***Physique***
On suspend une masse à un ressort.
Pour chaque masse suspendue, on a mesuré la longueur totale du ressort et on a noté les mesures dans le tableau suivant.



Masse m (en kg)	0	1	3	5
Longueur L (en cm)	18	20	24	28

a) Quelle formule permet de calculer la longueur L du ressort en fonction de la masse m suspendue au ressort ?
b) Si la masse suspendue au ressort est de 4 kg, quelle est la longueur du ressort ?

86 On a les deux expression suivantes.
$A = 4(2x+2) + 3(2x+6)$
$B = (5x-4) - (-9x-30)$.
Démontrer que $A = B$.

87 Tracer un segment [AB] tel que $AB = 6$ cm.
Placer un point M sur [AB].
Tracer un triangle équilatéral ACM et un triangle équilatéral MDB.
Démontrer que, quelle que soit la place de M sur le segment [AB], la somme des périmètres des deux triangles est égale à 18.

88 On sait que $2x + 5 = 485$.
On augmente x de 5.
Combien vaut alors $2x + 5$?

89 Soit $A = 3x + 8$.
a) Calculer A pour $x = 5$ puis pour $x = 15$.
b) Calculer A pour $x = 8$ puis pour $x = 18$.
c) Quand on augmente x de 10, quelle conjecture peut-on faire sur le résultat du calcul ? La prouver.

90 On sait que $10n = 99{,}75$.
En déduire la valeur de $10(n + 10)$.

91 On sait que $2n + 5 = 4\,985$.
En déduire la valeur de $2(n + 10) + 5$.

92 **AU BREVET**
a) Développer $(x-1)(x+1)$.
b) Justifier que $99 \times 101 = 9\,999$ en utilisant le développement précédent.

Centres étrangers juin 2009

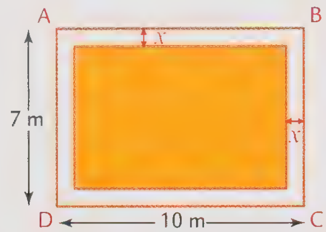
93 **AU BREVET**
a) Développer $(x-1)^2$.
b) Justifier que $99^2 = 9\,801$ en utilisant le développement précédent.

Centres étrangers juin 2009

94 **a)** Développer et réduire $(x-2)(x+2)$.
b) Utiliser l'égalité établie ci-dessus pour calculer mentalement 98×102.

95 $A = (-2x + 5)(3x + 4) + 2x(3x + 1,5) - 20$.
Calculer A pour $x = 391,2$.

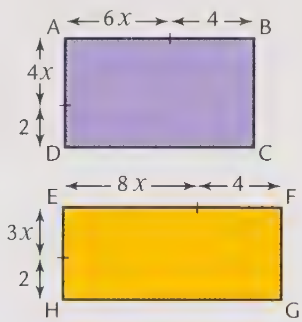
96 Erin dirige une entreprise de stockage de données informatiques. Dans une pièce rectangulaire ABCD de 10 m sur 7 m, il installe un plancher anti-vibrations (en orangé sur le dessin) et prévoit une zone de circulation de largeur x.



a) Exprimer l'aire du plancher anti-vibrations en fonction de x.
b) Utiliser la formule trouvée ci-dessus pour calculer l'aire du plancher quand la zone de circulation a une largeur de 0,75 m.

97 $A = (3x + 4)(5x - 2) - (20x - 12)$
$B = 4 - 3x(2 - 5x)$
Démontrer que A = B.

98 Prouver que, quelle que soit la valeur de x, les rectangles ABCD et EFGH ont la même aire.



99 **Au brevet**
On considère le programme de calcul ci-dessous :
Choisir un nombre de départ.
Multiplier ce nombre par – 2.
Ajouter 5 au produit.
Multiplier le résultat par 5.
Écrire le résultat obtenu.
a) (1) Vérifier que lorsque le nombre de départ est 2, on obtient 5.
(2) Lorsque le nombre de départ est 3, quel résultat obtient-on ?
b) Quel nombre faut-il choisir au départ pour que le résultat obtenu soit 0 ?
c) Arthur prétend que, pour n'importe quel nombre de départ x, l'expression $(x - 5)^2 - x^2$ permet d'obtenir le résultat du programme de calcul.
A-t-il raison ?

100 Voici deux programmes de calcul :
(1) Choisir un nombre. Additionner son carré, son quadruple et 4.
(2) Choisir un nombre. Lui ajouter 2 et calculer le carré du résultat obtenu.
a) Si le nombre choisi est 8, quel est le résultat de chacun des calculs ci-dessus ?
Que constate-t-on ?
b) Démontrer que la remarque ci-dessus est vraie quelle que soit la valeur choisie.

101 ***Énergie***
Les consommations de deux voitures A et B sont données par les formules :
$$C_A = \frac{v^2}{2000} + 4,6 \quad \text{et} \quad C_B = \frac{v^2}{3200} + 6.$$
Dans ces formules, la vitesse v est exprimée en kilomètres par heure et la consommation C en litres pour 100 km.
a) Calculer la consommation de chaque véhicule à 20 km/h ; 40 km/h ; 60 km/h ; 80 km/h ; 100 km/h ; 120 km/h.
b) Tracer dans un même graphique la courbe de consommation de chaque véhicule. On mettra en abscisse la vitesse, et en ordonnée la consommation.
c) Observer les courbes. Laquelle des deux voitures consomme le moins ?

102 **Qu'est-ce que j'ai appris ?**
a) Parmi ces expressions, quelles sont celles que l'on peut réduire ?
$7 + 5x$; $-3x + 8x$; $4x^2 + 5x$; $8x^2 - 5x^2$.
b) Parmi ces expressions, quelles sont celles pour lesquelles on peut utiliser la distributivité pour développer ?
$8(2x + 5)$; $8 + (2x \times 5)$; $(6x - 5) \times 7$.
c) Parmi ces expressions, quelles sont celles pour lesquelles on peut utiliser la double distributivité pour développer ?
$(8x \times 5) + (4x \times 3)$; $(6 + 4x)(2x - 4)$;
$(9x + 5) \times 6x + 3$.

Pour approfondir

103 Développer puis réduire, si possible, les expressions suivantes.

$E = (3x + 5)(2x + 4) + (4x + 2)(3x + 5)$

$F = (4x + 8)(3x - 2) + (4 - 2x)(5 + 4x)$

$G = (5x - 3)(2x + 6) - (6x + 5)(4x + 2)$

$H = (4 - 5x)(-2x + 7) - (2x - 4)(5x - 3)$

104 Jérôme a 15 ans, Lionel a 18 ans et leur père Joël a 40 ans.

a) Écrire l'âge de Jérôme, Lionel et Joël dans x années en fonction de x.

b) Quelle sera la somme de leurs âges dans x années ?

c) Dans combien d'années cette somme sera-t-elle égale à 100 ans ?

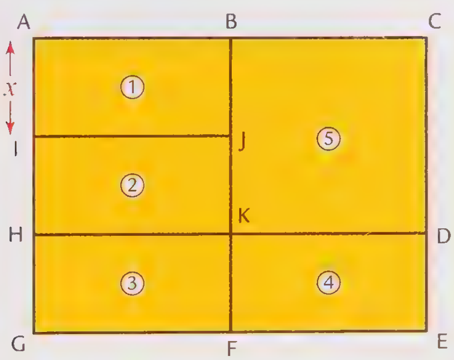
105 La figure suivante est formée de quatre rectangles identiques et d'un carré BCDK.

a) Écrire en fonction de x la longueur AG.

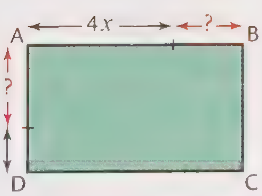
b) Écrire en fonction de x la largeur AC.

c) Écrire en fonction de x le périmètre de ACEG.

d) Écrire en fonction de x l'aire de ACEG.



106 **a)** Compléter les dimensions manquantes pour que l'aire du rectangle ABCD soit égale à :



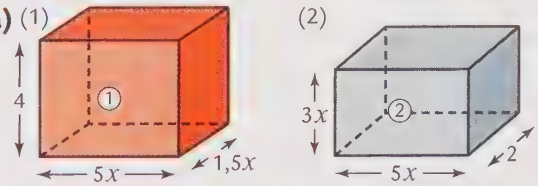
$$8x^2 + 22x + 15.$$

b) Même question pour que l'aire soit égale à :

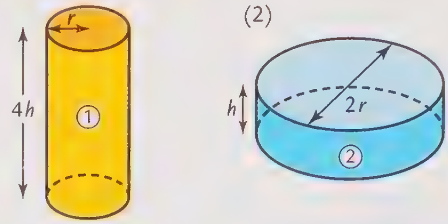
$$12x^2 + 18x + 6.$$

107 Démontrer, dans chacun des cas suivants, que les objets 1 et 2 ont le même volume.

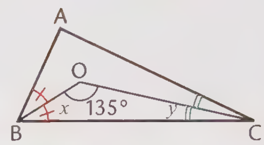
a) (1) (2)



b) (1) (2)



108 Démontrer que l'angle $\widehat{BAC}$ ne dépend pas des valeurs x et y.



Avec un tableur

Fiches logiciels

109 Roberto a choisi un nombre et lui a ajouté 5. Il a ensuite calculé le carré du résultat obtenu. Sandro a choisi le même nombre que Roberto, lui a ajouté 10 puis il a multiplié le résultat obtenu par le nombre choisi au départ et a ajouté 25.

a) Entrer dans la colonne A d'une feuille de calcul les nombres de 1 à 15.

b) Entrer dans la colonne B la formule qui permet de calculer les résultats trouvés par Roberto s'il choisit les valeurs de la colonne A.

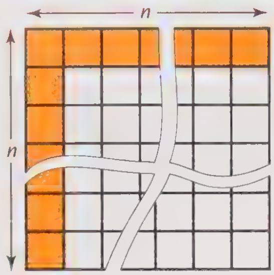
c) Entrer dans la colonne C la formule qui permet de calculer les résultats trouvés par Sandro s'il choisit les valeurs de la colonne A.

d) En comparant les résultats trouvés par Roberto et Sandro, quelle conjecture peut-on faire ? Prouver qu'elle est vérifiée quel que soit le nombre choisi.

Recherche & créativité

110 Le professeur a proposé aux élèves le défi suivant :

« Décrire une méthode pour hachurer $2n - 1$ carreaux sur un carré de n carreaux de côté. »



Voici la réponse d'Ada :

« On peut hachurer la première ligne et la première colonne. »

a) La réponse d'Ada est-elle juste ? Expliquer.

b) Trouver d'autres méthodes possibles.

111 Voici un programme de calcul :

Choisir un nombre. Lui ajouter 1.
Multiplier le résultat par 2.
Ajouter le nombre choisi au départ.
Ajouter 3. ■

Inventer d'autres programmes de calcul qui donnent le même résultat quel que soit le nombre choisi au départ.

112 Trouver quatre nombres tels que :
$6x^2 + 23x + 20 = (\dots x + \dots)(\dots x + \dots)$.

113 Trouver quatre nombres tels que :
$48x^2 + 8x - 8 = (\dots x + \dots)(\dots x + \dots)$.

Devoirs maison

114 **Énigme**

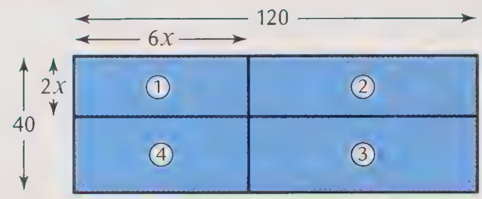
Il s'agit de trouver le nom d'un personnage.
À chaque expression de la colonne de gauche, associer l'expression de la colonne de droite qui lui est égale.

C	$6x - 7 + 9x + 4$	$14x - 2$	N
O	$4x^2 - 3x + 7 + 6x + 5x^2 + 2$	$10x^2 + 14x - 12$	S
N	$2(3x + 5) + 4(2x - 3)$	$-8x^2 + 48x - 29$	N
Q	$2x(5x + 3) - (8x^2 - 2)$	$-5x^2 + 3x - 6$	I
U	$4x^2 - 2 - (9x^2 - 3x + 4)$	$-8x^2 + 24x - 8$	H
E	$(5x - 3)(2x + 4)$	$15x - 3$	G
R	$4x - 2(3x - 5)$	$2x^2 + 6x + 2$	G
A	$(3x - 2)(-6x + 4) + 10x^2$	$-2x + 10$	K
N	$5x + (3 - 2x)(2 + 5x) + 4$	$9x^2 + 3x + 9$	E
T	$(4 - 5x)(2x - 8) + 2x^2 + 3$	$-10x^2 + 16x + 10$	A

Utiliser les lettres trouvées pour remplir le tableau ci-dessous et découvrir le personnage.

C	O	N	Q	U	E	R	A	N	T

115 Monsieur Équitable souhaite partager la parcelle de terrain suivante. Il conserve les parties ① et③ et donne la partie ② à sa fille Leïla et la partie ④ à sa fille Maureen.
Toutes les mesures sont en mètres.



a) Prouver que le partage entre Leïla et Maureen est équitable.

b) Le géomètre chargé de mesurer le terrain constate que x vaut exactement 10 m. Il se dit : « Monsieur Équitable a conservé exactement 50 % de son terrain. » Est-ce vrai ? Justifier la réponse.

116 Chez *Fleurs Bleues* on prépare trois sortes de bouquets : les bouquets « tradition » avec x roses ; les bouquets « rêverie » avec trois roses de plus que les bouquets « tradition » ; les bouquets « passion » avec trois fois plus de roses que les bouquets « rêverie ».

a) Écrire en fonction de x le nombre de roses des bouquets « passion ».

b) La présidente d'un club cycliste achète un bouquet de chaque sorte. Écrire en fonction de x le nombre de fleurs achetées. Développer et réduire l'expression trouvée.

c) Sachant que x égale 7 et qu'une rose coûte 1,20 €, quelle est la dépense du club ?

Tous ces exercices sont corrigés page 268 et suivantes.

As-tu atteint tous les objectifs ?
Pour t'en assurer, fais les exercices suivants !

Pour chaque question, indiquer la (ou les) bonne(s) réponse(s).

Je complète un QCM

Réduire une expression littérale

		Réponse (1)	Réponse (2)	Réponse (3)
117	$-4x+7x=$ ...	$-11x$	$-3x$	$3x$
118	$-5x-8x=$ ...	$-13x$	$-3x$	$3x$
119	$4(-9x^2)=$ ...	$-5x^2$	$-36x^2$	$36x^2$
120	$-5x(-8x)=$ ...	$40x^2$	$-13x$	$40x$
121	$-6x\times 4x+9\times 3x^2+2\times 3x$	$-51x^2+6x$	$3x^2+6x$	$-18x+27x^2$

Développer avec la distributivité

		Réponse (1)	Réponse (2)	Réponse (3)
122	$9(4x-5)=$ ...	$36x-5$	$36x-45$	$-180x$
123	$(-2+5x)\times 4=$ ...	$-8+20x$	$-28x$	$-8+5x$
124	$-7x(3x-6)=$ ...	$-21x^2+42x$	$-21x^2-42x$	$126x^2$
125	$8x(2x+5)+5(4x+2)=$ ...	$16x^2+60x+10$	$76x+10$	$16x^2+20x+50$
126	$(8x+5)-(3x+2)=$ ...	$11x+7$	$5x+7$	$5x+3$
127	$12-2(3x+1)=$ ...	$30x+10$	$30x+1$	$-6x+10$

Développer avec la double distributivité

		Réponse (1)	Réponse (2)	Réponse (3)
128	$(5x+6)(3x+2)=$ ...	$15x^2+12$	$15x^2+28x+12$	$43x+12$
129	$(-4x+7)(-2x+6)=$ ...	$-30x+42$	$8x^2+42$	$8x^2-38x+42$
130	$(6x-2)(6x+2)=$ ...	$36x^2-4$	$36x^2-24x-4$	$36x^2+24x-4$

Je rédige

Réduire une expression littérale

131 Réduire, si possible, les expressions suivantes.

$A = -7x(10x)$ $\quad$ $B = -7x + 10x$

$C = 6(-8x^2)$ $\quad$ $D = -2x - 12x$

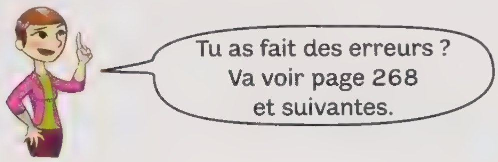
$E = -6x^2 \times 5$ $\quad$ $F = -3x(-8x)$

132 Réduire, si possible, les expressions suivantes.

$G = 8 \times 3x - 9 \times 3x$ $\quad$ $H = -4 \times 9x - 7 \times 2x$

$I = 3 \times 9x^2 - 6x \times 3x$ $\quad$ $J = -8x \times 6x + 6 \times 3x^2$

$K = 6 \times 6x^2 - 6x \times 3x + 5 \times 7x^2 - 3 \times 5x$



Développer avec la distributivité

133 Développer les expressions suivantes.

$A = 6(4x + 7)$ $\quad$ $B = 7(-4 + 3x)$

$C = (-6x + 5) \times 4$ $\quad$ $D = -9x(2x - 5)$

134 Développer et réduire, si possible, les expressions suivantes.

$E = 5(2x + 4) + 4(3 + 6x)$

$F = 3x(-4x + 2) - 2x(4x - 3)$

$G = -7(6 + 2x) + 8x(4x - 3)$

$H = 2x(3x - 2) - (x - 7)$

$I = (2x + 1) \times 14 - 4$

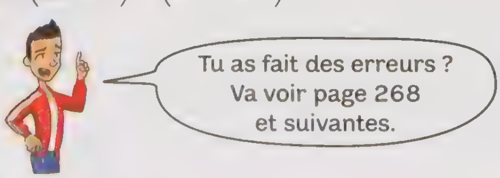
135 Réduire les expressions suivantes.

$J = (6x + 4) + (3x - 7)$

$K = (8x + 5) - (2x + 3)$

$L = (-4x - 8) + (7x + 2)$

$M = (2x - 8) - (-3x + 9)$

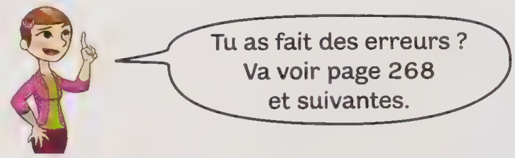


Développer avec la double distributivité

136 Développer puis réduire les expressions suivantes.

$A = (6x + 2)(3x + 5)$ $\quad$ $B = (-5x + 3)(-2x + 4)$

$C = (5x + 4)(5x - 4)$ $\quad$ $D = (5x + 3)^2$



Résoudre des problèmes

137 **a)** Au théâtre, une place coûte x €. Si l'on achète une carte d'abonnement coûtant 15 €, on bénéficie d'une réduction de 2 € par spectacle. Écrire, en fonction de x, la dépense totale pour un abonné qui a vu 10 spectacles.

b) Le prix de la place est de 15 €. Utiliser la formule trouvée au **a** pour calculer la dépense d'un abonné qui a vu 10 spectacles.

138 Voici un programme de calcul :

Choisir un nombre, ajouter 5 à ce nombre, multiplier le résultat par 2 puis retrancher 10. ■

a) Vérifier que si l'on choisit 7 au départ on trouve 14.

b) Effectuer, pour d'autres valeurs, la suite de calculs ci-dessus.

c) Comparer le nombre choisi et le résultat final. Que remarque-t-on ?

La remarque est-elle vraie quel que soit le nombre choisi au départ ?

139 Un rectangle a pour largeur $x + 3$.

Sa longueur est le double de sa largeur.

a) Écrire en fonction de x le périmètre du rectangle.

b) Démontrer que son périmètre est le triple de sa longueur.

Chapitre 3

Écritures fractionnaires

Fractions dans l'Antiquité
Les Babyloniens, il y a 4 000 ans environ, utilisaient déjà des fractions d'unité. On retrouve des fractions (le plus souvent de numérateur 1) sur les hiéroglyphes des Égyptiens, à la même époque. Ces fractions donnaient lieu à des problèmes, comme par exemple, celui retrouvé sur le papyrus de Rhind (–1650) :
« Une quantité, son quart lui est ajouté, elle devient 15. Quelle est cette quantité ? »

PRÉREQUIS

1 Calculer le quotient de deux nombres décimaux positifs en posant la division (socle 5^{e}).
2 Comparer deux fractions, en particulier vérifier si deux fractions sont égales (socle 5^{e}).
3 Multiplier deux fractions (S1).
4 Additionner ou soustraire des fractions de même dénominateur (socle 5^{e}) ou des fractions dont les dénominateurs sont des multiples (S2).

OBJECTIFS

Socle commun

1 Comparer deux nombres relatifs en écriture fractionnaire, en particulier savoir utiliser la propriété suivante et sa réciproque : « si $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ alors $ad = bc$ (b et d non nuls) ». S3
2 Additionner et soustraire des nombres relatifs en écriture fractionnaire.
3 Multiplier et diviser des nombres relatifs en écriture fractionnaire ; savoir que $\frac{a}{b} = a \times \frac{1}{b}$.
4 Conduire un calcul avec des nombres relatifs en respectant les règles de priorité, avec ou sans calculatrice.
5 Résoudre des problèmes où interviennent des calculs sur les fractions.

LIVRET DE COMPÉTENCES

Compétences travaillées
- *Nombres et calculs*
- Raisonner, argumenter, pratiquer une démarche expérimentale ou technologique, démontrer (voir exercices 130, 136, 137)

Je fais le point sur mes connaissances

Pour réactiver mes connaissances

SOCLE

1. Calculer le quotient de deux nombres décimaux positifs en posant la division

Exercices 7 à 16 p. 55

→ Rappel 7 p. 289 et suivantes

a) Poser et effectuer la division 61,65 ÷ 9.

b) (1) Donner la troncature au dixième, l'arrondi au dixième, la troncature au centième, l'arrondi au centième de $\frac{59}{7}$.

(2) Encadrer au dixième $\frac{59}{7}$.

2. Comparer deux fractions

Exercices 17 à 23 p. 55

→ Rappel 8 p. 289 et suivantes

SOCLE

a) Compléter avec = ou ≠.

(1) $\frac{3}{4} \ldots \frac{6}{8}$ (2) $\frac{20}{15} \ldots \frac{4}{3}$ (3) $\frac{12}{6} \ldots \frac{3}{8}$ (4) $\frac{15}{18} \ldots \frac{5}{8}$

b) Compléter avec < ou >.

(1) $\frac{5}{9} \ldots \frac{8}{9}$ (2) $\frac{13}{12} \ldots \frac{13}{15}$ (3) $\frac{4}{5} \ldots \frac{7}{15}$ (4) $\frac{45}{52} \ldots \frac{88}{73}$

3. Multiplier deux fractions

Exercices 24 à 30 p. 56

→ Rappel 9 p. 289 et suivantes

Calculer.

$A = \frac{5}{7} \times \frac{3}{7}$ $B = \frac{2}{3} \times \frac{8}{6}$ $C = 7 \times \frac{4}{3}$ $D = 3 \times \frac{1}{3}$ $E = \frac{5}{6} \times \frac{0}{2}$

4. Savoir additionner ou soustraire des fractions de même dénominateur ou des fractions dont les dénominateurs sont des multiples

Exercices 31 à 37 p. 56

→ Rappel 10 p. 289 et suivantes

Calculer.

a) $M = \frac{7}{2} + \frac{3}{2}$ $N = \frac{16}{5} - \frac{2}{5}$

b) $P = \frac{3}{4} + \frac{5}{8}$ $Q = 1 - \frac{3}{4}$ $R = \frac{5}{18} + \frac{5}{6}$

TRIANGLE INFO *magazine*

Œil d'Horus (fractions égyptiennes)

Horus, le dieu faucon, fils d'Isis et d'Osiris, est un dieu vénéré en Égypte. C'est le dieu de l'azur, des espaces célestes. Le soleil et la lune sont ses yeux.

Les Égyptiens avaient attribué des valeurs à chaque partie de l'œil d'Horus.

La cornée valait $\frac{1}{2}$, l'iris $\frac{1}{4}$, le sourcil $\frac{1}{8}$, la partie gauche de la cornée $\frac{1}{16}$, la partie oblique $\frac{1}{32}$ et la partie verticale $\frac{1}{64}$.

Dans ce chapitre, j'apprends à :

- Comparer des nombres relatifs en écriture fractionnaire
- Additionner et soustraire des nombres relatifs en écriture fractionnaire
- Multiplier et diviser des nombres relatifs en écriture fractionnaire
- Conduire un calcul
- Résoudre des problèmes

Comparer des nombres relatifs en écriture fractionnaire

1. Donner un signe

▶ Exercices 38 à 40 p. 57

a) Quel est le signe des nombres suivants ?

$\dfrac{-14}{-8}$ $\qquad \dfrac{-14}{8}$ $\qquad \dfrac{14}{-8}$ $\qquad \dfrac{14}{8}$

b) Donner, si possible, le plus grand des trois nombres :

$\dfrac{-3}{5}$ $\qquad -\dfrac{3}{5}$ $\qquad \dfrac{3}{-5}$

Connaissance 1 p. 52

2. Comparer

▶ Exercices 41 à 48 p. 57

a) Comparer $-\dfrac{2}{5}$ et $\dfrac{1}{5}$; $\dfrac{-5}{-2}$ et $\dfrac{3}{2}$; $-\dfrac{2}{3}$ et $-\dfrac{4}{3}$

b) (1) Écrire l'arrondi au centième de $-\dfrac{35}{12}$.

(2) Comparer $-\dfrac{35}{12}$ et $-2{,}92$.

(3) Écrire l'encadrement au dixième de $-\dfrac{35}{12}$.

3. Fractions égales

▶ Exercices 49 à 52 p. 57

a) Dans chacun des cas suivants, les fractions sont-elles égales ?

(1) $\dfrac{3}{4}$ et $\dfrac{6}{8}$ $\qquad$ (2) $\dfrac{4}{5}$ et $\dfrac{2}{3}$ $\qquad$ (3) $\dfrac{21}{36}$ et $\dfrac{7}{12}$

b) Dans chacun des cas de la question **a**, écrire et effectuer les produits « en croix » associés aux deux fractions.

Soit deux fractions : $\longrightarrow \dfrac{a}{b} \times \dfrac{c}{d}$

On leur associe deux produits $\quad b \times c \quad$ et $\quad a \times d$
appelés produits « en croix ».

c) Quelle propriété semble être vérifiée ?

d) Énoncer la réciproque de cette propriété et la tester sur quelques exemples.

e) En utilisant la propriété de l'égalité des produits en croix, dire si les égalités suivantes sont exactes.

(1) $\dfrac{4}{7} = \dfrac{5}{8}$? $\qquad$ (2) $\dfrac{2}{3} = \dfrac{34}{31}$? $\qquad$ (3) $\dfrac{12}{18} = \dfrac{14}{21}$? $\qquad$ (4) $\dfrac{1567}{8\,842} = \dfrac{4\,328}{19\,343}$?

Connaissance 1 p. 52

Additionner et soustraire des nombres relatifs en écriture fractionnaire

4. Somme et différence de fractions

▸ Exercices 53 à 67 p. 58

a) (1) Calculer et donner le résultat sous forme fractionnaire : $A = \frac{32}{25} + \frac{3}{10}$

(2) Vérifier votre résultat en utilisant la méthode de votre choix.

b) Effectuer les calculs suivants : $B = \frac{7}{4} + \frac{5}{6}$ $\quad C = \frac{4}{5} + \frac{3}{7}$

c) Effectuer les calculs suivants.

$D = \frac{7}{5} - \frac{9}{5}$ $\quad E = \frac{-7}{8} + \frac{11}{8}$ $\quad F = \frac{1}{9} - \frac{10}{3}$ $\quad G = \frac{-5}{6} + \frac{2}{9}$

d) Effectuer les calculs suivants en utilisant une calculatrice.

$H = \frac{80}{65} - \frac{72}{39}$ $\quad I = \frac{92}{55} + \frac{29}{45}$ $\quad J = -\frac{1}{39} - \frac{5}{26}$

Connaissance 2 p. 52
Méthode 1 p. 54

Multiplier et diviser des nombres relatifs en écriture fractionnaire

5. Produit de fractions

▸ Exercices 68 à 77 p. 59

a) Trouver le signe du produit suivant sans l'effectuer.

$A = -\frac{11}{7} \times \frac{4}{-5} \times \frac{-3}{-41}$

b) Effectuer les calculs suivants : $B = \frac{-5}{7} \times \frac{3}{7}$ $\quad C = \frac{3}{-4} \times \frac{-9}{5}$

c) Effectuer le calcul suivant en utilisant une calculatrice : $D = \frac{-38}{70} \times \frac{25}{-39}$

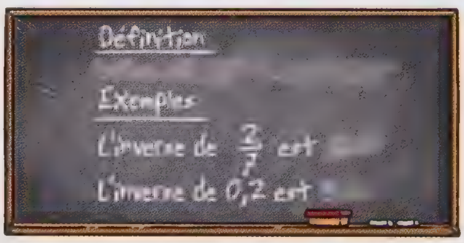
Connaissance 3 p. 52
Méthode 2 p. 54

6. Nombres inverses

▸ Exercices 78 à 81 p. 59

a) Lire la définition de l'inverse d'un nombre (Connaissance 4 p. 53) puis écrire l'inverse des nombres :

$\frac{2}{7}$ $\quad 0{,}2$ $\quad \frac{-4}{3}$ $\quad \frac{1}{3}$



b) Compléter.

(1) $\frac{5}{8} = \square \times \frac{1}{\square}$; $\frac{5}{8}$ est le produit de ... par l'inverse de ....

(2) a et b sont deux nombres ($b \neq 0$). $\frac{a}{b} = \square \times \frac{1}{\square}$; $\frac{a}{b}$ est le produit de ... par l'inverse de ....

Connaissance 4 p. 53

7. Quotient de fractions

▸ Exercices 82 à 90 p. 59

a) Compléter par un nombre entier puis calculer les quotients.

(1) $5 \div 2 = \frac{5}{2} = \square \times \frac{1}{\square}$ $\quad$ (2) $7 \div 4 = \square \times \frac{\square}{\square}$ $\quad$ (3) $\frac{3}{5} \div 2 = \frac{3}{5} \times \frac{\square}{\square}$

(4) $\frac{7}{5} \div 2 = \frac{\square}{\square} \times \frac{\square}{\square}$ $\quad$ (5) $\frac{5}{4} \div \frac{2}{5} = \frac{\square}{\square} \times \frac{\square}{\square}$

b) Énoncer une méthode pour calculer le quotient de deux fractions.

c) Effectuer les calculs suivants. Vérifier les réponses avec une calculatrice.

(1) $A=\frac{5}{3}\div\frac{1}{2}$ $\quad B=15\div\frac{3}{2}$ $\quad C=\frac{4}{5}\div 7$ $\quad D=\dfrac{\frac{1}{2}}{\frac{4}{3}}$

(2) $E=\frac{-1}{4}\div\frac{3}{2}$ $\quad F=\frac{11}{10}\div\left(-\frac{5}{8}\right)$ $\quad G=\frac{-7}{10}\div\frac{-3}{6}$

Conduire un calcul

8. Respecter les priorités

► Exercices 91 à 98 p. 60

a) Effectuer les calculs suivants sans calculatrice.

$A=\frac{11}{4}-\frac{5}{2}+\frac{7}{2}$ $\quad B=\frac{1}{2}+\frac{5}{2}\times\frac{1}{4}$ $\quad C=\left(\frac{4}{5}-\frac{1}{5}\right)\times\left(\frac{3}{4}+\frac{1}{2}\right)$ $\quad D=\dfrac{\frac{1}{2}+\frac{5}{2}}{\frac{2}{5}+\frac{8}{5}}$

b) Vérifier les résultats avec une calculatrice.

Résoudre des problèmes

9. Quelle opération ?

► Exercices 107 à 131 p. 61

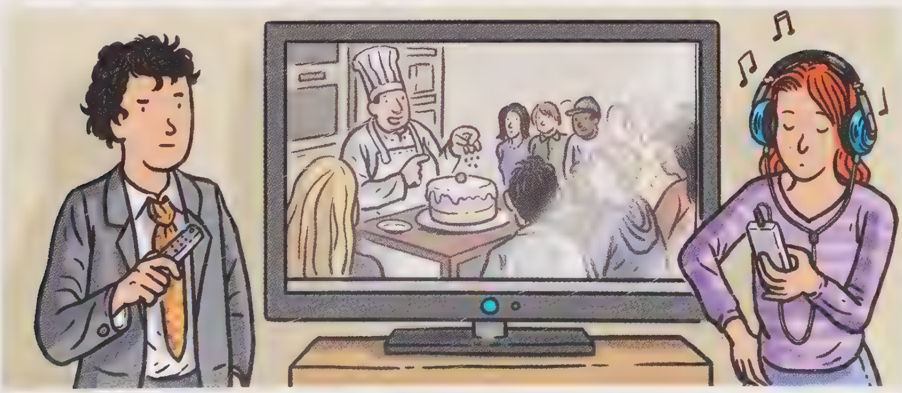
a) Justine a regardé les $\frac{2}{3}$ d'un reportage sur les chevaux de $\frac{3}{4}$ h. Pendant combien de temps a-t-elle regardé ce reportage ? Donner le résultat sous la forme d'une fraction d'heure.

b) Les chansons françaises occupent $\frac{7}{12}$ de la mémoire du lecteur MP3 d'Ève. Les chansons étrangères représentent $\frac{3}{10}$ de la mémoire de ce lecteur. Quelle fraction de la mémoire du lecteur d'Ève est occupée par des chansons ?

c) Pour faire un gâteau, il faut $\frac{2}{3}$ kg de farine. Combien de gâteaux Babette peut-elle faire avec 36 kg de farine ?

d) Colin, célèbre journaliste, réalise une émission de $\frac{3}{4}$ h composée exclusivement de reportages de $\frac{1}{12}$ h chacun. Combien de reportages sont présentés dans cette émission ?

e) Les $\frac{2}{5}$ des élèves du cours de cuisine de pâtisserie de chef Hervé sont des filles. Quelle est la proportion de garçons dans ce cours de cuisine ?



1 Quotients égaux

Exercices 38 à 52 p. 57

PROPRIÉTÉ

Quels que soient les nombres a et b ($b \neq 0$), on a : $\dfrac{-a}{-b}=\dfrac{a}{b}$ et $\dfrac{a}{-b}=\dfrac{-a}{b}=-\dfrac{a}{b}$

PROPRIÉTÉ DU PRODUIT « EN CROIX »

Quels que soient les nombres a, b, c et d ($b \neq 0$ et $d \neq 0$) :

- si $\dfrac{a}{b}=\dfrac{c}{d}$ alors $a \times d = b \times c$
- si $a \times d = b \times c$ alors $\dfrac{a}{b}=\dfrac{c}{d}$

➡ **Exemple :**

$$\frac{26}{39}=\frac{4}{6} \qquad 39 \times 4 = 26 \times 6 = 156$$

$$\frac{23}{45}\neq\frac{1}{2} \qquad 1 \times 45 \neq 2 \times 23$$

2 Somme et différence de deux nombres en écriture fractionnaire

Exercices 53 à 67 p. 58

PROPRIÉTÉ

Pour calculer la somme ou la différence de deux nombres en écriture fractionnaire de même dénominateur :
- on additionne ou on soustrait les numérateurs,
- on garde le dénominateur commun.

Quels que soient les nombres relatifs a, b et c $(c \neq 0)$, on a :

$\dfrac{a}{c}+\dfrac{b}{c}=\dfrac{a+b}{c}$ et $\dfrac{a}{c}-\dfrac{b}{c}=\dfrac{a-b}{c}$

Remarque : Si les fractions n'ont pas le même dénominateur, on écrit des fractions égales à ces deux fractions et de même dénominateur. Voir méthode 1 p. 54.

3 Produit de deux nombres en écriture fractionnaire

Exercices 68 à 77 p. 59

PROPRIÉTÉ

Pour calculer le produit de deux nombres en écriture fractionnaire :
- on multiplie les numérateurs entre eux,
- on multiplie les dénominateurs entre eux.

Quels que soient les nombres relatifs a, b, c et d $(c \neq 0$ et $d \neq 0)$, on a :

$\dfrac{a}{c}\times\dfrac{b}{d}=\dfrac{a \times b}{c \times d}$

➡ **Exemple :** $\dfrac{7}{4}\times\left(\dfrac{-5}{3}\right)=-\dfrac{7\times5}{4\times3}=-\dfrac{35}{12}$

Remarque : Pour trouver le signe d'un produit, on applique la règle des signes du produit.

4 Quotient de deux nombres en écriture fractionnaire

Exercices 78 à 90 p. 59

DÉFINITION

Deux nombres non nuls sont inverses l'un de l'autre si leur produit est égal à 1.

Quels que soient les nombres relatifs a et b $(a \neq 0$ et $b \neq 0)$:

- **l'inverse de a est $\frac{1}{a}$ car $a \times \frac{1}{a} = 1$**
- **l'inverse de $\frac{a}{b}$ est $\frac{b}{a}$ car $\frac{a}{b} \times \frac{b}{a} = 1$**

➡ **Exemples :**

- L'inverse de 2 est $\frac{1}{2}$ car $2 \times \frac{1}{2} = 1$.
- L'inverse de $-\frac{4}{5}$ est $-\frac{5}{4}$ car $-\frac{4}{5} \times \left(-\frac{5}{4}\right) = 1$.

PROPRIÉTÉ

Diviser par un nombre non nul, c'est multiplier par l'inverse de ce nombre.

Quels que soient les nombres relatifs a, b, c et d $(b \neq 0\,;\, c \neq 0$ et $d \neq 0)$ on a :

$$\frac{a}{b} = a \div b = a \times \underbrace{\frac{1}{b}}_{\text{inverse}} \quad \text{et} \quad \frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \underbrace{\frac{d}{c}}_{\text{inverse}}$$

➡ **Exemples :**

- $\frac{3}{4} = 3 \times \frac{1}{4}$
- $-\frac{5}{6} = (-5) \times \frac{1}{6}$
- $\frac{5}{3} \div \frac{7}{2} = \frac{5}{3} \times \frac{2}{7} = \frac{10}{21}$
- $\frac{2}{5} \div \left(\frac{-7}{3}\right) = -\frac{2}{5} \times \frac{3}{7} = -\frac{6}{35}$

5 Priorités

Exercices 91 à 98 p. 60

Les règles des priorités s'appliquent aux calculs comportant des fractions.

➡ **Exemple :**

$$D = \frac{4}{5} - \left(\frac{1}{2} + \frac{5}{2} \times \frac{1}{4}\right)$$

Lorsque le calcul comporte des parenthèses, on effectue d'abord les calculs entre parenthèses en veillant aux priorités.

$$D = \frac{4}{5} - \left(\frac{1}{2} + \frac{5}{8}\right)$$

$$D = \frac{4}{5} - \frac{9}{8}$$

Lorsque le calcul ne comporte pas de parenthèses, on effectue en priorité divisions et multiplications puis les additions et soustractions.

$$D = \frac{13}{40}$$

Remarque : On effectue donc d'abord les calculs au numérateur et au dénominateur avant de diviser.

Par exemple, $\dfrac{1+\frac{1}{2}}{3+\frac{4}{5}} = \left(1+\frac{1}{2}\right) \div \left(3+\frac{4}{5}\right)$

Méthodes

1. Additionner ou soustraire deux fractions de dénominateurs différents

Méthode **>> Exercice :** Calculer $A = \frac{8}{25} + \frac{4}{15}$.

ÉTAPES	SOLUTION
(1) Je cherche un multiple commun aux deux dénominateurs en écrivant leurs premiers multiples.	Multiples de 25 : 25 ; 50 ; 75 ; 100. Multiples de 15 : 15 ; 30 ; 45 ; 60 ; 75. $75 = 3 \times 25$ et $75 = 5 \times 15$ $A = \frac{8}{25} + \frac{4}{15}$
(2) Je réduis les fractions au même dénominateur. C'est-à-dire que j'écris des fractions de même dénominateur égales aux fractions données.	$A = \frac{8 \times 3}{25 \times 3} + \frac{4 \times 5}{15 \times 5}$
(3) J'achève le calcul.	$A = \frac{24 + 20}{75}$ donc $A = \frac{44}{75}$

EXERCICES D'APPLICATION

1. Calculer : $A = \frac{1}{9} + \frac{1}{6}$ $B = \frac{1}{12} + \frac{1}{30}$ $C = 3 + \frac{5}{6}$ $M = \frac{7}{10} + \frac{1}{8}$
2. Calculer : $D = \frac{11}{12} + \frac{7}{4}$ $E = \frac{5}{21} + \frac{1}{14}$ $F = \frac{5}{4} - \frac{1}{6}$ $G = \frac{3}{8} - \frac{1}{5}$
3. Calculer : $A = \frac{5}{18} + \frac{-5}{8}$ $B = \frac{7}{12} - \frac{5}{9}$ $C = \frac{2}{15} + \frac{-6}{25}$ $M = \frac{1}{6} + \frac{3}{5}$
4. Calculer : $D = 1 - \frac{7}{5}$ $E = \frac{11}{45} + \frac{7}{30}$ $F = \frac{2}{15} - \frac{1}{6}$ $G = 5 + \frac{1}{3}$

2. Diviser deux fractions

Méthode **>> Exercice :** Calculer $C = \frac{-5}{7} \div \frac{2}{3}$.

ÉTAPES	SOLUTION
(1) Je cherche le signe du quotient.	$C = \frac{-5}{7} \div \frac{2}{3}$ Le quotient est négatif.
(2) Je remplace la division par une « multiplication par l'inverse ».	$C = \frac{-5}{7} \times \frac{3}{2}$
(3) J'achève le calcul.	$C = -\frac{15}{14}$

EXERCICES D'APPLICATION

5. Calculer : $A = \frac{5}{9} \div \frac{7}{2}$ $B = \frac{4}{5} \div \frac{7}{3}$ $C = 4 \div \frac{5}{3}$ $D = -\frac{6}{5} \div 2$
6. Calculer : $A = -\frac{3}{5} \div \left(-\frac{3}{10}\right)$ $B = \frac{8}{5} \div \left(-\frac{16}{15}\right)$ $C = \frac{-1}{4} \div (-4)$ $D = \frac{24}{7} \div \frac{48}{35}$

Je réactive mes connaissances

Calculer le quotient de deux nombres décimaux positifs en posant la division

SOCLE Poser et effectuer les divisions suivantes.

a) $9{,}8 \div 2$ **b)** $45{,}6 \div 5$
c) $9{,}87 \div 8$ **d)** $9{,}6 \div 12$

SOCLE Calculer.

a) $\frac{8{,}7}{3}$ **b)** $\frac{75{,}45}{5}$ **c)** $\frac{62{,}65}{7}$ **d)** $\frac{7{,}65}{9}$

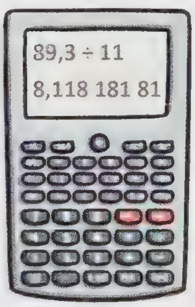
Poser et effectuer les divisions suivantes.

a) $124 \div 0{,}25$ **b)** $1\,024 \div 3{,}2$
c) $88{,}32 \div 2{,}3$ **d)** $3{,}75 \div 7{,}5$

10 Calculer.

a) $\frac{5{,}4}{4{,}5}$ **b)** $\frac{32{,}43}{9{,}4}$ **c)** $\frac{508{,}5}{7{,}5}$ **d)** $\frac{40{,}5}{45}$

Voici ce qu'affiche l'écran de la calculatrice de Zohra :



a) Écrire la troncature au dixième de $\frac{89{,}3}{11}$.

b) Écrire l'arrondi au dixième de $\frac{89{,}3}{11}$.

c) Écrire la troncature au centième de $\frac{89{,}3}{11}$.

d) Écrire l'arrondi au centième de $\frac{89{,}3}{11}$.

Quel prix va annoncer le boucher à son client ?

13 Voici cinq nombres :

$\frac{22}{7}$ $\frac{355}{113}$ $\frac{256}{81}$ $\frac{223}{71}$ π

Parmi ces nombres, quels sont ceux qui ont :

a) les mêmes troncatures au dixième ?

b) les mêmes arrondis au centième ?

c) les mêmes troncatures au millième ?

a) Écrire l'encadrement au dixième de $\frac{8}{7}$.

b) Écrire l'encadrement au centième de $\frac{89{,}6}{3}$.

a) Avec une calculatrice, calculer l'aire d'un carré de 2,95 m de côté.

b) Écrire l'encadrement au dixième de m² de cette aire.

c) Écrire l'encadrement au centième de m² de cette aire.

Compléter chaque encadrement par l'une des fractions pour qu'ils soient tous les trois exacts.

$\frac{1}{7}$ $\frac{1}{8{,}5}$ $\frac{1}{9}$

a) $0{,}11 < \ldots < 0{,}12$

b) $0{,}111 < \ldots < 0{,}112$

c) $0{,}1 < \ldots < 0{,}1$

Comparer deux fractions

Les fractions suivantes sont-elles égales ? SOCLE

$\frac{12}{10}$ et $\frac{6}{4}$ $\frac{7}{100}$ et $\frac{7}{10}$ $\frac{4}{3}$ et $\frac{16}{9}$

Les fractions suivantes sont-elles égales ? SOCLE

a) $\frac{3 \times 5 \times 7}{4 \times 5}$ et $\frac{3 \times 7}{4}$ **b)** $\frac{3 \times 3 \times 3}{3 \times 3 \times 3 \times 3}$ et $\frac{1}{3}$

Compléter avec $<$ ou $>$.

a) $\frac{4}{11} \ldots \frac{8}{11}$ **b)** $\frac{7}{13} \ldots \frac{5}{13}$ **c)** $\frac{8}{21} \ldots \frac{9}{21}$

d) $\frac{1}{2} \ldots \frac{1}{3}$ **e)** $\frac{1}{5} \ldots \frac{1}{4}$ **f)** $\frac{1}{11} \ldots \frac{1}{13}$

S3 Qui a raison ? Justifier.

S3 Compléter par < ou >.

a) $\frac{2}{5} \ldots \frac{5}{2}$ **b)** $\frac{8}{2} \ldots \frac{9}{11}$ **c)** $\frac{5}{7} \ldots \frac{9}{6}$

d) $\frac{4}{3} \ldots \frac{5}{6}$ **e)** $\frac{2}{15} \ldots \frac{3}{5}$ **f)** $\frac{11}{12} \ldots \frac{14}{13}$

S3 **22** Compléter avec < ou >.

a) $\frac{7}{13} \ldots \frac{9}{13}$ **b)** $\frac{12}{17} \ldots \frac{12}{9}$ **c)** $\frac{4}{3} \ldots \frac{10}{9}$

d) $\frac{73}{26} \ldots \frac{98}{99}$ **e)** $\frac{3}{5} \ldots \frac{7}{15}$ **f)** $\frac{11}{5} \ldots \frac{11}{3}$

S3 Ranger par ordre croissant.

$\frac{4}{5}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{7}{10}$ $\frac{5}{2}$

S1 Multiplier deux fractions

Pour les exercices 24 à 30, calculer les résultats sous forme fractionnaire.

$A = \frac{3}{4} \times \frac{7}{4}$ $B = \frac{5}{11} \times \frac{2}{3}$ $C = 8 \times \frac{3}{7}$

$D = \frac{6}{5} \times \frac{1}{3}$ $E = \frac{7}{2} \times \frac{5}{3}$ $F = \frac{7}{5} \times \frac{3}{4}$

$G = \frac{3}{7} \times \frac{7}{2}$ $H = \frac{5}{13} \times \frac{9}{5}$ $I = \frac{2}{11} \times \frac{11}{3}$

$J = \frac{5}{4} \times \frac{4}{5}$ $K = \frac{6}{9} \times \frac{1}{2}$ $L = \frac{14}{2} \times \frac{1}{7}$

$M = \frac{4}{5} \times \frac{4}{5}$ $N = \frac{3}{5} \times \frac{5}{8}$ $P = \frac{2}{9} \times \frac{18}{5}$

Compléter le tableau de proportionnalité.

$\frac{2}{5}$	$\frac{7}{10}$	$\frac{9}{5}$	$\frac{6}{11}$	$\times \frac{3}{4}$

$P = \frac{5}{2} \times \frac{8}{5} \times \frac{2}{7}$ $R = \frac{3}{11} \times \frac{5}{3} \times \frac{1}{5}$

Savoir additionner ou soustraire des fractions de même dénominateur ou dont les dénominateurs sont des multiples S2

Pour les exercices 31 à 35, calculer et donner les résultats sous forme fractionnaire.

$A = \frac{5}{3} + \frac{8}{3}$ $B = \frac{7}{11} - \frac{4}{11}$ $C = \frac{9}{13} + \frac{3}{13}$

$T = \frac{5}{6} + \frac{2}{6}$ $U = \frac{9}{7} - \frac{5}{7}$ $V = \frac{7}{13} + \frac{5}{13}$

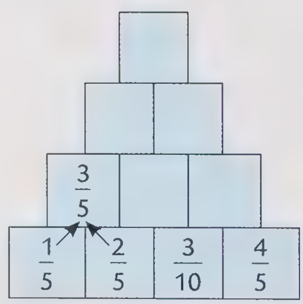
$D = \frac{1}{4} + \frac{1}{2}$ $E = \frac{2}{3} - \frac{2}{9}$ $F = \frac{5}{6} - \frac{10}{12}$

$G = 1 + \frac{4}{5}$ $H = 2 - \frac{1}{2}$ $I = \frac{1}{6} + 5$

35 $J = \frac{6}{7} + \frac{3}{7}$ $K = \frac{1}{4} + \frac{5}{2}$ $L = \frac{2}{5} - \frac{1}{15}$

$M = 1 + \frac{1}{2}$ $N = \frac{13}{17} - \frac{9}{17}$ $P = \frac{4}{21} + \frac{1}{3}$

Compléter cette pyramide. Pour cela, additionner les nombres de deux cases voisines et noter le résultat sur la case du dessus.



Calculer et donner les résultats sous forme fractionnaire.

$M = \frac{4}{5} \times \frac{7}{5}$ $N = \frac{11}{6} + \frac{7}{12}$ $P = \frac{11}{5} - \frac{7}{5}$

$R = 1 + \frac{1}{3}$ $S = \frac{7}{6} \times \frac{2}{5}$ $T = \frac{17}{8} - \frac{3}{2}$

Pour s'entraîner

Comparer des nombres relatifs en écriture fractionnaire

38 Quel est le signe de chacun de ces nombres ?

$-\frac{5}{2}$; $-\frac{9}{4}$; $\frac{-4}{8}$; $\frac{12}{-6}$; $\frac{-21}{-7}$; $\frac{0}{-5}$; $\frac{-1}{-4}$.

39 $\frac{91}{14} = 6{,}5$. En déduire l'écriture décimale des nombres suivants.

$x = \frac{-91}{14}$ $\quad y = \frac{91}{-14}$ $\quad z = \frac{-91}{-14}$

40 Avec une calculatrice, donner l'écriture décimale des nombres :

$x = -\frac{8\,704}{1024}$ $\quad y = \frac{748}{-88}$ $\quad z = -\frac{639{,}2}{75{,}2}$

41 Comparer les nombres suivants.

a) $0{,}2$ et $\frac{21}{10}$ **b)** $\frac{-5}{6}$ et -1 **c)** $-\frac{1}{2}$ et $0{,}5$

d) $\frac{-4}{5}$ et $\frac{4}{5}$ **e)** $-\frac{7}{10}$ et $\frac{8}{-10}$ **f)** $-\frac{3}{5}$ et $\frac{-4}{5}$

42 Comparer les nombres suivants.

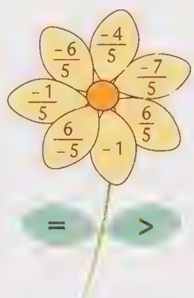
a) $\frac{1}{2}$ et $\frac{-1}{2}$ **b)** $-\frac{1}{2}$ et $-\frac{1}{3}$ **c)** $\frac{-5}{6}$ et $\frac{1}{6}$

d) $\frac{-15}{5}$ et -3 **e)** $\frac{-7}{-4}$ et $\frac{-7}{4}$ **f)** $-\frac{6}{7}$ et $-\frac{5}{7}$

43 Parmi ces nombres, quels sont ceux qui sont :

a) égaux à $-\frac{6}{5}$?

b) supérieurs à $-\frac{6}{5}$?



44 Ranger par ordre croissant.

a) $\frac{17}{15}$ $\quad \frac{-11}{15}$ $\quad -\frac{13}{15}$

b) $-\frac{5}{7}$ $\quad \frac{-5}{5}$ $\quad \frac{5}{-2}$

45 Compléter par <, = ou >.

$\frac{57}{7}$ ... $8{,}2$; $-\frac{8{,}9}{4}$ ... $-2{,}2$; $\frac{-55{,}5}{3}$ ... $-18{,}5$.

46 Parmi les nombres ci-contre, quels sont ceux qui peuvent remplacer □ dans cet encadrement ?

$-\frac{4}{7} < \square < \frac{4}{7}$

0 ; $\frac{1}{7}$; $-\frac{1}{7}$; $-\frac{5}{7}$; -1 ; $\frac{5}{7}$

47 **a)** Écrire l'encadrement à l'unité de $-\frac{12}{7}$.

b) Écrire l'encadrement au dixième de $-\frac{12}{7}$.

48 Ranger par ordre décroissant.

$-\frac{4}{5}$; $\frac{-1}{5}$; $\frac{5}{2}$; $\frac{0}{2}$; $-\frac{4}{2}$; $\frac{-1}{-5}$.

49 Les fractions suivantes sont-elles égales ?

$-\frac{55}{33}$ et $-\frac{5}{3}$ $\quad \frac{8}{3}$ et $\frac{-16}{6}$ $\quad \frac{-24}{-16}$ et $\frac{3}{2}$

50 **a)** Vérifier que $12 \times 35 = 21 \times 20$.

b) En utilisant l'égalité du **a**, écrire une fraction égale à chacune des fractions :

$\frac{12}{21}$ $\quad \frac{35}{21}$ $\quad -\frac{20}{35}$ $\quad -\frac{20}{12}$

51 Les fractions suivantes sont-elles égales ?

a) $\frac{15}{20}$ et $\frac{6}{8}$ **b)** $\frac{2}{3}$ et $\frac{4}{9}$

c) $\frac{24}{96}$ et $\frac{9}{36}$ **d)** $\frac{1428}{597}$ et $\frac{304}{127}$

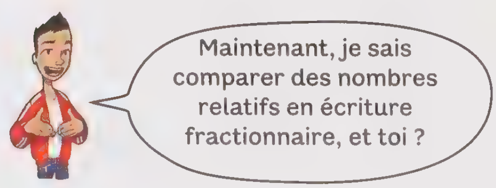
e) $\frac{458}{235}$ et $\frac{328}{415}$ **f)** $\frac{56}{14}$ et $\frac{72}{18}$

52 Compléter avec = ou ≠.

a) $\frac{45}{27}$ ... $\frac{5}{3}$ **b)** $\frac{17}{56}$ ... $\frac{3}{10}$

c) $\frac{2\,345}{1456}$ ... $\frac{1611}{1000}$ **d)** $\frac{132}{21}$ ... $\frac{308}{49}$

e) $\frac{75}{10}$ ... $\frac{15}{2}$ **f)** $\frac{56}{6}$ ... $\frac{7}{57}$



Additionner et soustraire des nombres relatifs en écriture fractionnaire

53 Quelle est la bonne réponse ? La justifier.

54 **a)** Écrire les multiples de 8 et de 10 jusqu'au premier multiple commun.

b) Réduire $\frac{3}{8}$ et $\frac{7}{10}$ au même dénominateur.

c) Calculer $\frac{3}{8}+\frac{7}{10}$.

55 Calculer (résultat sous forme fractionnaire).

a) $\frac{5}{6}+\frac{1}{8}$ **b)** $\frac{3}{5}+\frac{2}{11}$ **c)** $\frac{7}{25}+\frac{11}{15}$

d) $\frac{1}{10}+\frac{1}{8}$ **e)** $\frac{3}{20}+\frac{1}{15}$ **f)** $\frac{4}{7}+\frac{3}{4}$

56 Calculer (résultat sous forme fractionnaire).

a) $\frac{1}{14}+\frac{5}{21}$ **b)** $\frac{8}{55}+\frac{7}{44}$ **c)** $\frac{5}{36}+\frac{11}{9}$

d) $\frac{2}{3}+\frac{3}{4}$ **e)** $\frac{9}{8}+\frac{5}{12}$ **f)** $\frac{5}{12}+\frac{3}{10}$

57 Calculer (résultat sous forme fractionnaire).

a) $\frac{7}{5}+\frac{6}{8}$ **b)** $\frac{5}{42}+\frac{7}{30}$ **c)** $\frac{3}{16}+\frac{5}{12}$

d) $\frac{1}{12}+\frac{7}{15}$ **e)** $\frac{3}{14}+\frac{1}{28}$ **f)** $\frac{1}{8}+\frac{1}{10}$

58 Calculer (résultat sous forme fractionnaire).

$R=\frac{5}{2}+\frac{3}{4}+\frac{6}{2}$ $S=\frac{1}{3}+\frac{1}{6}+\frac{2}{9}$

59 Recopier et compléter cette table d'addition.

$+$	$\frac{5}{4}$	$-\frac{1}{8}$
$-\frac{3}{4}$		
		$\frac{1}{2}$

60 Calculer (résultat sous forme fractionnaire).

a) $\frac{-1}{12}+\frac{7}{12}$ **b)** $\frac{7}{10}+\frac{-11}{10}$ **c)** $\frac{-1}{6}+\frac{-5}{6}$

d) $\frac{5}{4}+\frac{-3}{8}$ **e)** $\frac{2}{3}+\frac{-11}{9}$ **f)** $\frac{-1}{35}+\frac{-5}{7}$

61 Calculer.

a) $\frac{-1}{15}+\frac{1}{20}$ **b)** $\frac{3}{7}+\left(-\frac{1}{5}\right)$ **c)** $\frac{-5}{12}+\frac{4}{15}$

d) $\frac{-1}{28}+\left(-\frac{-3}{20}\right)$ **e)** $\frac{-3}{20}+\frac{7}{12}$ **f)** $\frac{-2}{11}+\frac{-5}{33}$

62 Les résultats des calculs vont par paire sauf un, lequel ?

$A=\frac{4}{3}-\frac{5}{9}$ $B=\frac{1}{25}-\frac{7}{20}$ $C=-\frac{21}{100}-\frac{1}{10}$

$D=\frac{5}{8}-\frac{5}{6}$ $E=-\frac{20}{63}+\frac{33}{63}$ $F=-\frac{1}{18}+\frac{5}{6}$

$G=\frac{1}{15}-\frac{1}{12}$ $H=\frac{5}{12}-\frac{5}{8}$ $I=\frac{1}{9}+\frac{2}{21}$

63 **SUITE LOGIQUE**

a) Calculer.

$A=\frac{1}{2}-1$ $B=\frac{1}{4}-\frac{1}{2}$ $C=\frac{1}{8}-\frac{1}{4}$ $D=\frac{1}{16}-\frac{1}{8}$

b) Continuer cette suite logique de calculs en posant et en effectuant les 3 calculs E, F et G.

64 Calculer.

a) $\frac{1}{8}+\frac{7}{12}$ **b)** $\frac{5}{4}-\frac{3}{5}$ **c)** $\frac{7}{5}-\left(-\frac{9}{5}\right)$

d) $\frac{8}{24}+\left(\frac{-7}{3}\right)$ **e)** $\frac{3}{4}-\frac{7}{9}$ **f)** $\frac{4}{7}-\frac{(-2)}{3}$

65 Calculer.

a) $-\frac{1}{8}+\frac{3}{10}$ **b)** $\frac{-3}{8}-\frac{7}{5}$ **c)** $\frac{5}{6}-\frac{5}{8}$

d) $-\frac{5}{9}-\frac{1}{12}$ **e)** $\frac{5}{7}-\frac{6}{7}$ **f)** $\frac{4}{15}-\frac{3}{18}$

66 Avec une calculatrice, calculer :

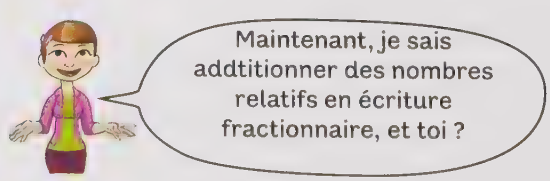
a) $-\frac{12}{15}+\frac{34}{45}$ **b)** $\frac{56}{27}-\frac{55}{72}$ **c)** $\frac{1}{45}-\frac{1}{42}$

67 Avec une calculatrice, calculer :

$A=\frac{51}{620}+\frac{27}{930}$ $B=-\frac{71}{124}+\frac{453}{310}$

$C=\frac{12}{141}-\frac{85}{94}$ $D=-\frac{101}{470}-\left(-\frac{8}{235}\right)$

$A+B$ $C+D$ $A+B+C+D$



Multiplier et diviser des nombres relatifs en écriture fractionnaire

68 Sans effectuer les produits, déterminer le signe du résultat des calculs suivants.

$A = -1 \times \frac{1}{-2} \times \frac{-1}{2}$ $\qquad B = -\frac{-2}{3} \times \left(-\frac{2}{3}\right) \times \frac{-2}{-3}$

69 Calculer.

$A = -\frac{4}{5} \times \left(-\frac{2}{3}\right)$; $B = \frac{7}{5} \times \left(-\frac{3}{4}\right)$; $C = \frac{31}{5} \times \frac{-1}{2}$

$D = (-1) \times \left(-\frac{5}{3}\right)$; $E = \frac{-2}{3} \times \left(-\frac{3}{2}\right)$; $F = \frac{-5}{7} \times \frac{3}{5}$.

70 Calculer.

$A = \frac{1}{2} \times \left(-\frac{2}{3}\right)$ $\qquad B = \frac{-2}{6} \times \frac{21}{5}$

$C = \frac{-4}{5} \times \left(-\frac{7}{2}\right)$ $\qquad D = \left(-\frac{5}{7}\right)^2$

71 Calculer.

$A = \frac{-3}{4} \times \frac{1}{5} \times \left(-\frac{7}{2}\right)$ $\qquad B = -\frac{2}{3} \times \frac{6}{5} \times \left(-\frac{1}{2}\right)$

$C = \left(-\frac{1}{4}\right) \times \frac{2}{3} \times \left(-\frac{1}{3}\right)$ $\qquad D = \frac{3}{4} \times \left(-\frac{1}{2}\right) \times \frac{3}{5}$

72 Calculer.

$A = -\frac{3}{7} \times \frac{5}{6}$; $B = \frac{25}{12} \times \left(-\frac{1}{3}\right)$; $C = \left(-\frac{4}{9}\right)^2$;

$D = \left(-\frac{1}{2}\right) \times \frac{3}{4} \times \frac{(-5)}{2}$; $E = \frac{-5}{3} \times \frac{-7}{9}$.

73 SUITE LOGIQUE

a) Calculer.

$A = -1 \times \left(-\frac{1}{2}\right)$ $\qquad B = \left(-\frac{1}{2}\right) \times \frac{4}{3}$

$C = \left(-\frac{1}{3}\right) \times \left(-\frac{9}{4}\right)$ $\qquad D = \left(-\frac{1}{4}\right) \times \frac{16}{5}$

b) Continuer cette suite logique de calculs en posant et en effectuant les cinq calculs suivants : E, F, G, H et I.

c) Effectuer le produit des neuf nombres A, B, C, D, E, F, G, H et I.

74 Avec une calculatrice, calculer :

$A = \frac{14}{51} \times \frac{34}{21}$ $\qquad B = \frac{-42}{25} \times (-45)$

$C = \frac{27}{26} \times \left(-\frac{13}{18}\right)$ $\qquad D = \frac{14}{9} \times \frac{-49}{7} \times \left(-\frac{18}{343}\right)$

75 Calculer.

$A = \frac{1}{4} - \frac{1}{5}$; $B = \frac{1}{4} \times \left(-\frac{1}{5}\right)$; $C = \frac{5}{7} + \left(-\frac{6}{7}\right)$

$D = -\frac{3}{4} + \frac{5}{8}$; $E = \left(-\frac{5}{6}\right) \times \left(-\frac{1}{6}\right)$; $F = \left(-\frac{5}{4}\right) - \frac{3}{4}$

76 Calculer.

$A = \frac{5}{2} - \frac{7}{2}$; $B = \frac{6}{7} \times \frac{-8}{5}$; $C = \frac{7}{10} + \frac{5}{12}$.

$D = -\left(-\frac{3}{4}\right)^2$; $E = \frac{-1}{3} + \frac{-1}{4}$; $F = \frac{-5}{3} - \left(-\frac{1}{6}\right)$.

77 **a)** Pour $a = -\frac{1}{6}$ et $b = \frac{1}{2}$ calculer :

(1) $a + b$; (2) $a - b$; (3) $a \times b$.

b) Même question pour $a = -\frac{1}{10}$ et $b = -\frac{5}{8}$.

78 Écrire les inverses des nombres suivants.

$\frac{3}{2}$ $\quad \frac{-2}{5}$ $\quad \frac{1}{4}$ $\quad -\frac{1}{4}$ $\quad 4$ $\quad 1$ $\quad -1$

79 Compléter, si possible, par un nombre en écriture fractionnaire.

$\frac{2}{3} \times \square = 1$ $\qquad \frac{-5}{6} \times \square = 1$ $\qquad \frac{0}{2} \times \square = 1$

80 Qui a raison ?

81 Compléter les égalités suivantes.

$\frac{6}{7} = \square \times \frac{1}{\square}$ $\qquad -\frac{5}{9} = \square \times \frac{1}{\square}$ $\qquad \frac{\square}{8} = -3 \times \frac{1}{\square}$

82 Compléter $\frac{3}{4} \div \frac{5}{7} = ... \times ...$ puis calculer.

83 Calculer (résultat sous forme fractionnaire).

a) $\frac{4}{5} \div \frac{3}{7}$ $\qquad$ **b)** $\frac{7}{10} \div \frac{4}{9}$ $\qquad$ **c)** $-\frac{13}{30} \div \left(-\frac{1}{11}\right)$

d) $\frac{-4}{5} \div \frac{3}{4}$ $\qquad$ **e)** $8 \div \frac{9}{5}$ $\qquad$ **f)** $12 \div \frac{3}{7}$

84 Calculer (résultat sous forme fractionnaire).

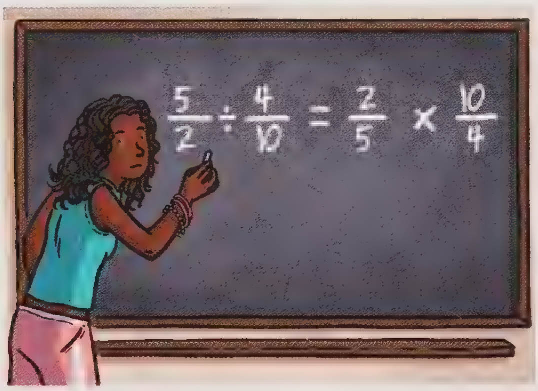
a) $\frac{2}{3} \div \frac{5}{6}$ **b)** $\left(-\frac{2}{5}\right) \div \frac{4}{15}$ **c)** $\frac{-3}{8} \div \left(\frac{-4}{5}\right)$

85 Calculer (résultat sous forme fractionnaire).

$\left(-\frac{12}{5}\right) \div \frac{7}{3}$; $\frac{4}{11} \div \left(-\frac{3}{2}\right)$; $\frac{-5}{14} \div (-3)$;

$\frac{-1}{12} \div \frac{2}{5}$; $(-5) \div \frac{2}{3}$; $-\frac{1}{2} \div \frac{5}{11}$.

86 Est-ce exact ? Sinon convaincre Nadia qu'elle se trompe et corriger.



87 Avec une calculatrice, calculer.

$A = \frac{15}{77} \div \frac{30}{91}$ $B = \frac{52}{14} \div (-13)$

$C = \frac{25}{2} \div \frac{35}{4}$ $D = \frac{4}{25} \div \left(\frac{-81}{15}\right)$

88 Calculer (résultat sous forme fractionnaire).

$A = \dfrac{\frac{3}{4}}{\frac{7}{4}}$ $B = \dfrac{\frac{25}{100}}{2}$ $C = \dfrac{5}{\frac{4}{3}}$

89 Calculer (résultat sous forme fractionnaire).

$A = \frac{8}{5} - \frac{3}{4}$; $B = \frac{-5}{2} + \frac{1}{3}$; $C = \frac{4}{5} \div \frac{5}{6}$;

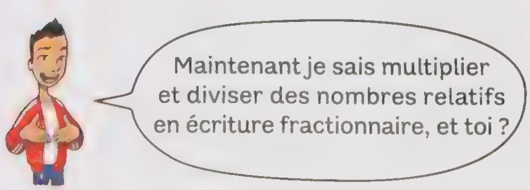
$D = \frac{-4}{3} \times \left(-\frac{1}{5}\right)$; $E = \frac{4}{9} + \frac{2}{15}$; $F = \frac{4}{3} \div 2$.

90 Calculer (résultat sous forme fractionnaire).

(1) $A + B$ (2) $A - B$ (3) $A \times B$ (4) $A \div B$

a) pour $A = \frac{1}{8}$ et $B = -\frac{5}{12}$;

b) pour $A = (-3)$ et $B = \frac{5}{3}$.



Conduire un calcul avec des nombres relatifs en écriture fractionnaire

91 Calculer (résultat sous forme fractionnaire).

$A = -\frac{1}{4} + \frac{3}{4} - \frac{5}{4}$; $B = \frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{3}{4}$;

$C = \frac{10}{9} - \frac{2}{9} + \frac{8}{9}$; $D = \frac{3}{5} - \frac{5}{2} - \frac{1}{3}$.

92 Calculer (résultat sous forme fractionnaire).

$A = \frac{3}{8} - \frac{5}{2} + \frac{1}{6}$; $B = \frac{5}{3} + 1 - \frac{1}{2}$;

$C = \frac{6}{7} + \frac{3}{7} \times \frac{1}{2}$; $D = \frac{4}{3} \div \frac{1}{5} + \frac{4}{5}$;

93 Calculer.

$A = \frac{5}{2} + \frac{7}{2} \div \frac{2}{3}$; $B = \frac{3}{2} \times \frac{1}{4} + \frac{3}{8}$;

$C = \frac{5}{2} - \frac{1}{2} \div 3$; $D = \frac{4}{6} - \frac{1}{6} \times \frac{5}{2}$.

94 Calculer (résultat sous forme fractionnaire).

$A = \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{8}\right) \times \frac{1}{2}$; $B = \left(\frac{1}{6} - \frac{1}{3}\right) \times \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{3}\right)$;

$C = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4}\right) \div \frac{3}{5}$; $D = \left(-\frac{1}{5} + \frac{3}{5}\right) \div \left(\frac{1}{4} + \frac{5}{2}\right)$.

95 Calculer (résultat sous forme fractionnaire).

$A = \frac{1}{15} + \frac{2}{15} \times 3$; $B = \left(\frac{1}{7} - \frac{3}{14}\right) \times \left(5 - \frac{1}{2}\right)$;

$C = \left(\frac{1}{6} + \frac{11}{15}\right) \div 5$; $D = 3 + 5 \times \frac{-6}{7}$.

96 Calculer (résultat sous forme fractionnaire).

$A = \frac{7}{9} - \frac{1}{9} \times \frac{3}{2}$; $B = \frac{5}{2} \div \left(\frac{7}{4} + \frac{9}{2}\right)$;

$C = \left(\frac{1}{5} - 1\right) \times \left(\frac{5}{6} + \frac{1}{12}\right)$; $D = \frac{5}{4} \div \left(\frac{3}{2} - \frac{1}{8}\right)$.

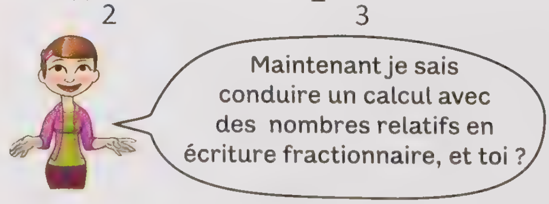
97 Calculer (résultat sous forme fractionnaire).

$A = \frac{5}{7} + \frac{2}{7} \div \frac{3}{4}$ $B = \frac{7}{4} - \frac{3}{4} \times \frac{8}{9}$

$C = \frac{3}{8} + \frac{5}{4} \times \frac{7}{10}$ $D = \left(1 - \frac{2}{3}\right) \div \left(1 + \frac{2}{3}\right)$

98 Calculer (résultat sous forme fractionnaire).

$A = \dfrac{\frac{4}{3} + \frac{1}{3}}{1 + \frac{1}{2}}$ $B = \dfrac{\frac{3}{4} + \frac{1}{3}}{2 - \frac{7}{3}}$



Calcul mental

99 Calculer.

a) $\frac{2}{7}+\frac{4}{7}$ b) $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}$ c) $\frac{1}{5}+\frac{1}{3}$

d) $\frac{3}{4}+\frac{1}{6}$ e) $\frac{4}{3}+\frac{1}{5}$ f) $\frac{1}{6}+\frac{5}{2}$

100 Calculer.

a) $1+\frac{1}{2}$ b) $1-\frac{1}{2}$ c) $2+\frac{1}{3}$

d) $1-\frac{3}{4}$ e) $10+\frac{5}{6}$ f) $5-\frac{5}{3}$

101 Calculer.

a) $\frac{4}{5}\times\left(-\frac{2}{3}\right)$ b) $\left(-\frac{2}{7}\right)\times\left(-\frac{5}{3}\right)$ c) $\frac{3}{2}\times\frac{-3}{2}$

d) $\left(\frac{2}{3}\right)^2$ e) $\frac{5}{6}\times\frac{3}{2}$ f) $(2)\times\frac{1}{3}$

102 Calculer.

a) $\frac{1}{3}+\frac{4}{3}$ b) $\frac{1}{3}\times\frac{4}{3}$ c) $\frac{1}{3}-\frac{4}{3}$

d) $-\frac{3}{5}\times\left(-\frac{1}{5}\right)$ e) $-\frac{3}{5}-\frac{1}{5}$ f) $-\frac{3}{5}-\left(-\frac{1}{5}\right)$

103 Sachant que $\frac{1}{5}=0{,}2$, calculer :

$\frac{2}{5}$ $\frac{11}{5}$ $-\frac{7}{5}$ $-\frac{8}{5}$

104 Calculer.

a) $\frac{3}{4}\div\frac{2}{5}$ b) $\frac{2}{3}\div\frac{4}{7}$ c) $\frac{1}{2}\div\frac{1}{3}$

d) $\left(-\frac{2}{5}\right)\div\frac{3}{4}$ e) $\frac{2}{3}\div\left(-\frac{1}{5}\right)$ f) $\frac{5}{7}\div\left(-\frac{5}{7}\right)$.

105 Calculer.

a) $\frac{3}{2}\times\frac{7}{5}$ b) $\frac{3}{2}\div\frac{7}{5}$ c) $\frac{5}{4}\times3$

d) $\frac{5}{4}\div3$ e) $\frac{1}{2}\div\frac{3}{7}$ f) $\frac{1}{2}\times\frac{3}{4}$

106 Calculer.

a) $\frac{4}{2}-\frac{5}{2}$ b) $\left(-\frac{3}{4}\right)\times\frac{1}{5}$ c) $-\frac{1}{4}+\frac{3}{8}$

d) $\frac{5}{6}\div\frac{1}{6}$ e) $\frac{4}{5}\times\frac{-5}{3}$ f) $\frac{1}{2}+\frac{1}{5}$

Résoudre des problèmes

107 Dans un sac de jetons, les $\frac{3}{4}$ des jetons sont carrés et les $\frac{4}{5}$ des jetons carrés sont rouges. Quelle est la proportion de jetons à la fois carrés et rouges dans le sac ?

108 Dans un verre, il y a $\frac{1}{6}$ L d'eau et $\frac{4}{9}$ L de jus de fruits.
Quelle est la quantité de liquide contenue dans le verre (en L) ?

109 Les $\frac{3}{4}$ des films d'un cinéaste sont des comédies et la moitié de ces comédies se déroulent en France. Quelle fraction des films de ce cinéaste représentent les comédies qui se déroulent en France ?

110 Un flacon de savon d'un tiers de litre est aux trois quarts plein. Combien de litres contient ce flacon ?

111 Combien de bouteilles de $\frac{3}{4}$ L peut-on remplir avec 180 L d'eau ?

112 Selon une enquête, les $\frac{3}{5}$ des publicités s'adressent aux enfants et $\frac{4}{5}$ de ces publicités vantent des produits gras et sucrés.

a) Quelle fraction des publicités sont des publicités pour enfants qui vantent des produits gras et sucrés ?

b) Quel pourcentage des publicités cela représente-t-il ?

c) Que penses-tu de la situation décrite dans cet exercice ?

TRIANGLE INFO *magazine*

Chaque année, nous consommons environ 80 kg de papier par personne, ce qui nécessite de couper des arbres, d'utiliser de l'eau (il faut 60 L d'eau pour fabriquer 1 kg de papier) et de l'énergie.

113 Lu sur un site : « $\frac{1}{6}$ des feuilles imprimées sur le lieu de travail ne sont jamais utilisées. »

a) Quelle est la fraction des feuille imprimées utilisées ?

b) Et toi, que fais-tu pour économiser le papier ?

114 Avec l'accord de leurs parents, Clovis et Micha mettent en commun leur argent pour acheter une console de jeu. Clovis possède les $\frac{3}{5}$ du prix de la console, et Micha les $\frac{13}{35}$. Ont-ils assez d'argent ?

115 Léo distribue les trois quarts des cartes d'un jeu à 4 joueurs. Chaque joueur a le même nombre de cartes. Quelle fraction du nombre de cartes du jeu chaque joueur a-t-il ?

116 Barbara a 30 €. Elle dépense le tiers pour l'achat d'un CD puis $\frac{3}{4}$ de ce qu'il lui reste pour l'achat d'un policier.
À quelles questions les calculs suivants permettent-ils de répondre ?

a) $\frac{1}{3}\times 30$ **b)** $1-\frac{1}{3}$ **c)** $\frac{2}{3}\times 30$

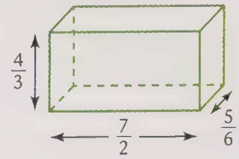
d) $\frac{3}{4}\times\left(1-\frac{1}{3}\right)$ **e)** $\frac{1}{4}\times\frac{2}{3}$

117 **a)** Vérifier que $\frac{22}{7}$ et π ont le même arrondi au centième.

b) Calculer le périmètre d'un disque de $\frac{7}{10}$ cm de rayon. (On prendra $\pi \simeq \frac{22}{7}$.)

118 Calculer le périmètre d'un rectangle de $\frac{2}{5}$ m de largeur et de $\frac{3}{10}$ m de longueur.

119 Calculer le volume de ce parallélépipède rectangle (les dimensions sont données en dm).



120 ABC est un triangle dont les dimensions (en dm) sont : $AB = 1$; $BC = \frac{4}{3}$; $AC = \frac{5}{3}$.

a) Démontrer que le triangle est rectangle.

b) Calculer l'aire et le périmètre de ce triangle.

121 Un rectangle a une aire de $\frac{45}{2}$ m² et une longueur de $\frac{17}{7}$ m. Quelle est sa largeur ?

122 Une enquête réalisée à la sortie du collège donne les résultats suivants : au cours de la journée, parmi les élèves, $\frac{3}{10}$ n'ont envoyé aucun texto, $\frac{2}{5}$ ont envoyé un seul texto. Quelle fraction des élèves ont envoyé 2 textos et plus ce jour là ?

123 ***Géographie***
Lu sur un site : « Selon le rapport sur la pauvreté rurale 2011 du Fonds international de développement agricole (FIDA), 1,4 milliard de personnes continuent à vivre dans l'extrême pauvreté, dont plus de 70 % dans les zones rurales des pays en développement. »
Sachant qu'il y a environ 6,3 milliards de personnes sur Terre :
– quelle fraction de personnes vivent sur Terre dans l'extrême pauvreté ?
– quelle fraction de personnes vivent sur Terre dans l'extrême pauvreté et en milieu rural ?

124 **QU'EST-CE QUE J'AI APPRIS**
Ces phrases sont-elles vraies ou fausses ?

a) Une fraction dont le numérateur et le dénominateur sont négatifs est positive.

b) Effectuer un produit « en croix » sert à démontrer si des fractions sont égales ou non.

c) Il existe toujours un dénominateur commun à deux fractions.

d) Pour multiplier deux fractions, il est nécessaire de les réduire au même dénominateur

e) Pour diviser deux fractions, il faut multiplier leurs inverses.

Pour approfondir

125 **Vrai ou faux ?**

$\frac{a}{b}$ est une écriture fractionnaire ($b \neq 0$).

a) Si $a = b$ alors $\frac{a}{b} = 1$.

b) Si $a > b$ alors $\frac{a}{b} > 1$.

126 L'opposé de l'inverse d'un nombre est-il égal à l'inverse de l'opposé de ce nombre ?

127 **Calcul littéral**

Calculer $A = \frac{5}{2}x$; $B = \frac{1}{2}x$; $C = A + B$ pour :

a) $x = 1$; **b)** $x = \frac{4}{3}$; **c)** $x = \frac{3}{2}$.

128 **Calcul littéral**

Calculer $M = \frac{3}{4}a - \frac{1}{12}$ pour $a = \frac{-2}{3}$.

129 **Calcul littéral**

Simplifier si possible.

$A = \frac{2}{5}x + \frac{7}{5}x$ $B = \frac{12}{7}y - \frac{4}{7}y$ $C = \frac{3}{4}x \times \frac{1}{5}x$

130 **Calcul littéral**

a) Calculer $A = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$ pour $n = 2$; $n = 3$; $n = 4$.

b) (1) Conjecturer la valeur de A pour $n = 100$.

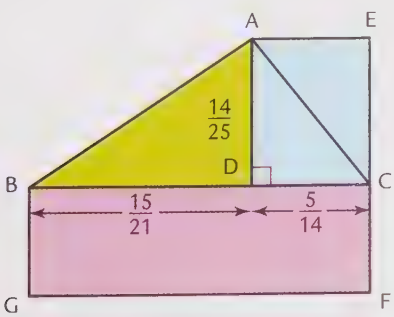
(2) Vérifier cette conjecture.

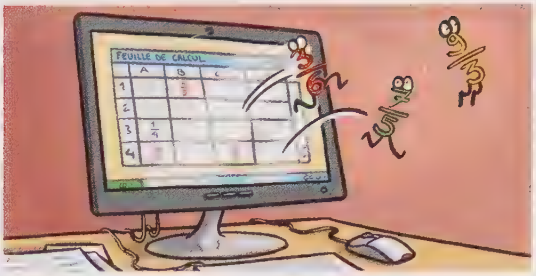
131 **a)** En utilisant les informations portées sur la figure, calculer l'aire (en m^2) du rectangle AECD et du triangle ABC. (Toutes les données sont exprimées en m.)

b) L'aire du rectangle BCFG est $\frac{3}{2}$ m^2.

Calculer CF.

c) Calculer BF. (Donner l'arrondi au dixième de mètre.)





Avec un tableur

→ Fiche méthode logiciel 1 p. 301

132 **a)** Paramétrer le tableur pour travailler avec des fractions.

b) Reproduire la feuille ci-dessous.

	A	B	C	D
1	1/5	1/6		
2	- 1/2	1/4		
3	- 1/6	- 1/3		
4	4/5	1/5		
5	11/13	5/13		
6				
7				

c) Dans la colonne C afficher la somme des fractions écrites dans les colonnes A et B.

d) Dans la colonne D afficher la différence des fractions écrites dans les colonnes A et B.

e) Dans la colonne E afficher le produit des fractions écrites dans les colonnes A et B.

f) Dans la colonne D afficher le quotient des fractions écrites dans les colonnes A et B.

g) Avec cet outil vérifier les résultats des exercices 76 et 89.

133 **a)** Paramétrer le tableur pour travailler avec des fractions.

b) Dans la colonne A entrer les nombres entiers de 1 à 30.

c) (1) Entrer A1 + 1 dans la cellule B1.

(2) Entrer A1 × (A1+1) dans la cellule C1.

(3) Entrer l'inverse de B1 dans la cellule D1.

(4) Entrer l'inverse de C1 dans la cellule E1.

(5) Entrer la somme des cellules D1 et E1 dans la cellule F1.

d) Effectuer les mêmes calculs sur toutes les lignes du tableau.

e) Quelle constatation peut-on faire ?

Recherche & créativité

134 Calculer la somme des fractions égyptiennes de l'œil d'Horus (voir le *Triangle Info*, page 48). Expliquer pourquoi l'œil d'Horus était considéré comme presque parfait.

135 **Énigme**

$A = \left(3 \blacklozenge \frac{3}{4}\right) \blacklozenge \frac{5}{8}$.

Par quel signe d'opération faut-il remplacer ◆ pour trouver :

a) $\frac{13}{8}$? **b)** $\frac{45}{32}$? **c)** $\frac{35}{8}$? **d)** $\frac{32}{5}$?

136 **Raconter sa recherche**

Voici un énoncé.

Écrire les 5 fractions suivantes au crayon à papier :

$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{8}$

Choisir deux fractions, les effacer avec une gomme et les remplacer par leur somme diminuée de $\frac{1}{8}$.

Recommencer jusqu'à ce qu'il ne reste qu'un seul nombre. Tous les élèves de la classe vont-ils trouver le même nombre ? Justifier la réponse. ■

Pour cet exercice, il est demandé de raconter en détail la recherche : décrire ses essais, ce que l'on a pensé, même si cela n'a pas conduit à la solution correcte.

137 **Problème ouvert**

a) Vérifier les égalités suivantes.

(1) $\frac{1}{1} - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

(2) $\frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{1}{3} + \frac{1}{4}$

(3) $\frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} = \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6}$

b) Trouver quatre nombres fractionnaires dont la somme est égale à :

$\frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \frac{1}{7} - \frac{1}{8}$

Devoirs maison

138 ABCD est un losange de centre O tel que :

$$AO = \frac{7}{15} \text{ cm} \quad \text{et} \quad OB = \frac{8}{5} \text{ cm.}$$

a) Démontrer que le triangle AOB est rectangle en O.

b) Calculer AB. (On donnera sa valeur exacte.)

c) Calculer le périmètre du losange ABCD. (On donnera sa valeur exacte et sa valeur approchée au dixième.)

d) (1) Calculer l'aire du triangle AOB. (On donnera sa valeur exacte.)

(2) Calculer l'aire du losange ABCD. (On donnera sa valeur exacte.)

e) La perpendiculaire à (AB) passant par O coupe (AB) en H, calculer OH. (On donnera sa valeur exacte.)

139 **Sudoku**

a) Remplacer dans la grille de ce « mini-sudoku » chaque symbole par le nombre à 1 chiffre qui correspond aux définitions suivantes :

♠ : numérateur de la plus petite des deux fractions $\frac{1}{-5}$ et $\frac{4}{-5}$

♣ : somme de $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ et $\frac{1}{6}$

♥ : dénominateur de $3 \div \frac{2}{7}$

♦ : chiffre des centièmes de la troncature au centième de $-1 + \frac{18}{11}$.

♣			
		♥	
	♠		
			♦

b) Compléter la grille de sudoku.

Tous ces exercices sont corrigés page 268 et suivantes.

Pour chaque question, indiquer la (ou les) bonne(s) réponse(s).

Je complète un QCM

Comparer des nombres relatifs en écriture fractionnaire

		Réponse (1)	Réponse (2)	Réponse (3)
140	Il est exact que ...	$\frac{-1}{2} < \frac{1}{-2}$	$-\frac{9}{6} = \frac{-3}{2}$	$\frac{13}{8} = \frac{8}{5}$

Additionner et soustraire des nombres relatifs en écriture fractionnaire

		Réponse (1)	Réponse (2)	Réponse (3)
141	$\frac{1}{12} - \frac{5}{6} = \dots$	$-\frac{4}{6}$	$\frac{-9}{12}$	$\frac{9}{12}$
142	$\frac{7}{10} + \frac{1}{15} = \dots$	$\frac{23}{15}$	$\frac{23}{30}$	$\frac{8}{25}$

Multiplier et diviser des nombres relatifs en écriture fractionnaire

		Réponse (1)	Réponse (2)	Réponse (3)
143	$\frac{1}{5} \times \frac{3}{5} = \dots$	$\frac{3}{5}$	$\frac{3}{25}$	$\frac{3}{10}$
144	L'inverse de $\frac{-3}{5}$ est ...	$\frac{3}{-5}$	$\frac{3}{5}$	$-\frac{5}{3}$
145	$\frac{4}{5} \div \frac{3}{7} = \dots$	$\frac{12}{35}$	$\frac{28}{15}$	$\frac{15}{28}$

Conduire un calcul avec des nombres relatifs en écriture fractionnaire

		Réponse (1)	Réponse (2)	Réponse (3)
146	$\frac{1}{5} + \frac{2}{5} \times \frac{1}{3} = \dots$	$\frac{3}{5} \times \frac{1}{3}$	$\frac{1}{5} + \frac{2}{15}$	$\frac{3+6\times5}{15}$
147	$-\frac{2}{5} + \frac{3}{5} \times \frac{1}{2} = \dots$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{10}$	$-\frac{1}{10}$
148	$\frac{8}{3} - \frac{1}{6} + \frac{4}{6} = \dots$	$\frac{8}{3} - \frac{5}{6}$	$\frac{15}{6} + \frac{4}{6}$	$\frac{19}{6}$

Je rédige

Comparer des nombres relatifs en écriture fractionnaire

149 Les fractions suivantes sont-elles égales ?

a) $\frac{4}{5}$ et $\frac{12}{15}$ **b)** $\frac{3}{10}$ et $\frac{15}{5}$

c) $\frac{-5}{3}$ et $\frac{5}{-3}$ **d)** $\frac{124}{45}$ et $\frac{75}{27}$

150 **a)** Comparer.

(1) $\frac{-2}{3}$ et $\frac{2}{3}$

(2) $-\frac{3}{5}$ et $-\frac{4}{5}$

b) Donner l'arrondi au dixième de $\frac{46{,}1}{7}$.

Additionner et soustraire des nombres relatifs en écriture fractionnaire

151 **a)** $A=\frac{15}{24}+\frac{7}{12}$ $B=\frac{3}{2}-\frac{5}{6}$

b) $D=\frac{5}{42}-\left(-\frac{7}{12}\right)$ $E=\frac{3}{5}+\frac{5}{12}+\frac{1}{15}$

Multiplier et diviser des nombres relatifs en écriture fractionnaire

152 Calculer.

a) $M=\frac{3}{5}\times\frac{2}{7}$ $N=\frac{5}{4}\times\frac{6}{7}$

b) $A=\left(-\frac{3}{5}\right)\times\frac{2}{7}$ $B=\left(-\frac{5}{4}\right)\times\frac{-6}{7}$

$C=\frac{4}{3}\times(-2)$ $D=\frac{1}{2}\div\frac{1}{4}$

$E=\left(-\frac{7}{13}\right)\div\frac{2}{3}$ $F=5\div\frac{3}{2}$

$G=\dfrac{\frac{-72}{15}}{\frac{4}{3}}$ $H=\dfrac{-\frac{3}{15}}{5}$ $I=\frac{3}{4}\times\left(-\frac{5}{2}\right)\times\frac{11}{7}$

Conduire un calcul avec des nombres relatifs en écriture fractionnaire

153 Calculer.

$A=\frac{8}{5}+\frac{2}{5}\times\frac{1}{2}$ $B=\frac{3}{5}\times\frac{2}{5}+\frac{7}{10}$

$C=\frac{1}{2}-\frac{6}{10}\times\frac{3}{2}-\frac{1}{7}$ $D=\frac{4}{25}-\left(\frac{12}{30}+\frac{1}{5}\right)$

$E=\frac{4}{15}-\frac{7}{10}+\frac{2}{5}$ $F=\dfrac{2-\frac{7}{6}}{3-\frac{7}{6}}$

154 Avec une calculatrice, effectuer les calculs suivants.

$M=\dfrac{\frac{5}{12}-\frac{7}{16}}{-\frac{5}{8}+\frac{1}{32}}$ et $N=-\frac{45}{36}+\frac{25}{36}\times\left(-\frac{9}{5}\right)$

Résoudre des problèmes

155 Sur le parking d'un stade, $\frac{1}{3}$ des voitures sont rouges et $\frac{1}{4}$ sont blanches.
Quelle est la fraction des voitures de ce parking qui ne sont ni rouges, ni blanches ?

156 Nora a utilisé les $\frac{4}{5}$ de son forfait de téléphone. Les $\frac{2}{3}$ du temps utilisé ont servi à appeler son amie Rachel.
Quelle fraction de son forfait Nora a-t-elle utilisé pour téléphoner à Rachel ?

157 Les trois quarts d'un terrain rectangulaire sont partagés en 5 parties de même aire. Quelle fraction de l'aire du terrain représente l'aire de chaque partie ?

158 Nolwenn a 24 L de jus d'orange avec lesquels elle veut remplir des bouteilles de $\frac{3}{4}$ L.
Combien de bouteilles peut-elle remplir ?

Chapitre 4

Équations – Inégalités

Un outil très performant
Beaucoup de problèmes (en mathématiques, en physique, chimie, en biologie, en économie, etc.) se résolvent en faisant appel aux équations. Dans ce chapitre nous allons apprendre à résoudre des équations appelées « équations du 1^er^ degré à une inconnue ».

PRÉREQUIS

1 Tester si une égalité, comportant un ou deux nombres indéterminés, est vraie lorsqu'on leur attribue des valeurs numériques (S1).
2 Connaissant les nombres a, b et c, savoir déterminer la valeur de x tel que $ax = b$ ou $a + x = b$ ou $ax + b = c$ (cas simples, aucune technique n'est exigée).
3 Comparer deux nombres relatifs (S2).

OBJECTIFS

Objectifs	Socle commun
1 Utiliser les effets de l'addition et de la multiplication par un nombre sur les égalités, pour comparer des nombres.	S3
2 Résoudre une équation du premier degré à une inconnue.	
3 Utiliser les effets de l'addition et de la multiplication sur l'ordre, pour comparer des nombres.	S4
4 Mettre un problème en équation et le résoudre.	

LIVRET DE COMPÉTENCES **Compétences travaillées**
Rechercher, extraire et organiser l'information utile : plus particulièrement avec l'exercice 103.

Pour réactiver mes connaissances

1. Tester une égalité

a) (1) L'égalité $4x - 5 = x + 4$ est-elle vérifiée pour $x = 2$?
(2) Même question pour $x = -1$.
(3) Même question pour $x = 3$.
b) (1) L'égalité $2 + 5x = 7 + 3x$ est-elle vérifiée pour $x = 2$?
(2) Même question pour $x = 2{,}5$.
(3) Même question pour $x = -1$.

Exercices 7 à 11 p. 75

2. Résoudre des équations de la forme $a + x = b$, $ax = b$ et $ax + b = 0$

Exercices 12 à 19 p. 75

a) Trouver x dans les cas suivants.
(1) $4 + x = 12$ (2) $15 = 6 + x$ (3) $8 + x = 5$
b) Trouver x dans les cas suivants.
(1) $5x = 30$ (2) $3 = 2x$ (3) $3x = 7$
c) Résoudre les équations suivantes.
(1) $7x + 4 = 18$ (2) $2x + 5 = 5$ (3) $4x + 5 = 17$

3. Comparer des nombres

a) Compléter avec $<$ ou $>$.
(1) -5 ... 12 (2) 5 ... -1 (3) -5 ... -2 (4) -7 ... 0
(5) $3{,}25$ ... $3{,}9$ (6) $-2{,}5$ ... $-2{,}34$ (7) $-3{,}45$ ... $-4{,}2$
b) a et b sont deux nombres décimaux positifs et c un nombre décimal négatif, compléter, si possible, avec $<$ ou $>$.
(1) a ... 0 (2) c ... 0 (3) a ... c (4) a ... b
c) Ranger dans un ordre croissant.
-5 7 -12 0 11 $-0{,}15$

Exercices 20 à 22 p. 75

→ Rappel 11 p. 289 et suivantes

Activités

Dans ce chapitre, j'apprends à :

- Utiliser les effets des opérations sur les égalités
- Résoudre une équation
- Utiliser les effets des opérations sur les inégalités
- Résoudre des problèmes

Utiliser les effets des opérations sur les égalités

1. Égalité et différence

a) Conjecturer.
Les deux nombres a et b sont tels que $a - b = 0$. Comparer alors a et b. Énoncer la propriété qui semble se dégager, sous la forme « Si ... alors ... ».
On admettra cette propriété.

b) Conjecturer.
Énoncer la réciproque de la propriété du **a**. On l'admettra également.

2. Égalité et opérations

▶ Exercices 23 à 29 p. 76

a) (1) a, b et c sont trois nombres. On suppose que $a = b$, que peut-on dire de $a + c$ et de $b + c$? Le démontrer en utilisant la propriété vue dans l'activité 1.
Énoncer la propriété démontrée.

(2) a, b et c sont trois nombres. On suppose que $a = b$, démontrer que :

$$a - c = b - c.$$

b) (1) a, b et c sont trois nombres. On suppose que $a = b$, que peut-on dire de $a \times c$ et de $b \times c$? Le démontrer.

(2) a, b et c sont trois nombres avec c différent de 0. On suppose que $a = b$, que peut-on dire de $\frac{a}{c}$ et de $\frac{b}{c}$? Le démontrer.

Connaissance 1 p. 72

Résoudre une équation

3. Le nombre inconnu

▶ Exercice 30 p. 76

a) Jérôme et Gaëlle choisissent un même nombre. Jérôme ajoute 4 à ce nombre et multiplie le résultat par 3. Gaëlle ajoute 14 au nombre choisi.
Ils trouvent le même résultat. Trouver, si possible, le nombre choisi au départ.

Connaissance 2 p. 72

b) Muriel et Christophe choisissent également un même nombre. Muriel ajoute 2 à ce nombre et multiplie le résultat par 5. Christophe double le nombre choisi et ajoute 26.
Ils trouvent le même résultat. Trouver, si possible, le nombre choisi au départ.

4. Avoir même solution ou non ?

Exercice 31 p. 76

Dans chacun des cas suivants, préciser comment transformer l'équation (1) pour obtenir l'équation (2). Puis, sans les résoudre, préciser si les deux équations ont les mêmes solutions.

a) (1) $3x+2=4x+11$ (2) $3x+6=4x+15$
b) (1) $6x+2=4x-3$ (2) $6x=4x-5$
c) (1) $3x-12=2x+3$ (2) $x-12=3$
d) (1) $7-5x=-2x+3$ (2) $7-3x=3$
e) (1) $3x=7$ (2) $x=\frac{7}{3}$

5. Résolution d'équations

Exercices 32 à 42 p. 76

→ Méthode 1 p. 73

Résoudre les équations suivantes.

a) $7x+5=2x+15$ **b)** $-2+11x=8x-5$ **c)** $3x-5=x+7$
d) $-2x-4=8-6x$ **e)** $3x+4-2x=5+(2x-3)$ **f)** $4(x-5)=4-(2x-5)$

6. Équations et fractions

Exercices 43 à 45 p. 77

→ Méthode 2 p. 73

Résoudre les équations suivantes.

a) $\frac{x}{7}=\frac{4}{7}$ **b)** $\frac{x}{7}=\frac{6}{5}$ **c)** $\frac{5}{4}x=\frac{2}{3}$ **d)** $\frac{5x}{2}=3$

Utiliser les effets des opérations sur les inégalités

7. Ordre et signe de la différence

Exercices 46 et 47 p. 77

a) Conjecturer.
Les deux nombres a et b sont tels que $a-b<0$. Comparer a et b. Énoncer la propriété qui semble se dégager. On admettra cette propriété.

b) Conjecturer.
Énoncer la réciproque de la propriété du **a**. On admettra cette propriété.

c) Appliquer.

Connaissance 3.a p. 72

Comparer $\frac{104\,348}{33\,215}$ et π.

π est-il égal à une fraction ?

TRIANGLE INFO *magazine*

Le mathématicien français Johann Heinrich Lambert (1728-1777) démontra, au milieu du XVIIIe siècle, que le nombre π ne peut pas être égal à une fraction.

8. Ordre, addition et soustraction

▶ Exercice 48 p. 77

a) Démontrer.

L'énoncé suivant est-il vrai ? Démontrer la réponse.

« Quels que soient les nombres a, b et c, si $a < b$ alors $a + c < b + c$. »

b) Démontrer.

L'énoncé suivant est-il vrai ? Démontrer la réponse.

« Quels que soient les nombres a, b et c, si $a < b$ alors $a - c < b - c$. »

c) Appliquer.

Les deux nombres a et b sont tels que $a < b$. Compléter, si possible, par $<$ ou $>$.

Connaissance 3.b p. 72

(1) $a + 5 \dots b + 5$ (2) $a - 7 \dots b - 7$

(3) $b - 3 \dots a - 3$ (4) $a + 3 \dots b + 4$

9. Ordre, multiplication et division

▶ Exercices 49 à 56 p. 77

a) Démontrer.

L'énoncé suivant est-il vrai ? Démontrer votre réponse.

« Quels que soient les nombres a, b et c, si $a < b$ alors $a \times c < b \times c$. »

b) Démontrer.

Quelle condition ajouter sur le nombre c pour que l'énoncé ci-dessus soit vrai ? Démontrer cet énoncé.

c) Appliquer.

Les deux nombres m et p sont tels que $m < p$. Compléter, si possible, par $<$ ou $>$.

Connaissance 3.b p. 72

(1) $5m \dots 5p$ (2) $-4m \dots -4p$ (3) $\frac{m}{4} \dots \frac{p}{4}$ (4) $\frac{m}{-3} \dots \frac{p}{-3}$

Résoudre des problèmes

10. Mettre un problème en équation

▶ Exercices 62 à 87 p. 78

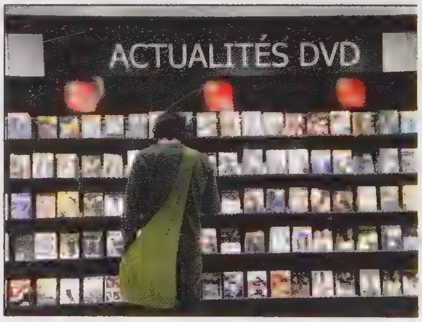
Voici un énoncé de problème :

Jules achète des DVD à 12 € l'un. Jim achète 2 DVD de plus que Jules. Les DVD de Jim coûtent 10 € l'un. Jules et Jim payent la même somme. Soit x le nombre de DVD achetés par Jules.

a) Calculer, en fonction de x,
- la dépense de Jules ;
- le nombre de DVD achetés par Jim ;
- la dépense de Jim.

b) Trouver le nombre de DVD achetés par Jules.

→ Méthode 2 p. 74



11. Utiliser une formule

Voici un énoncé :

Un triangle ABC a une aire de 12 cm². On sait que BC = 4 cm. Calculer la hauteur issue de A.

a) Soit h la hauteur cherchée. Écrire en fonction de h l'aire du triangle ABC.

b) Écrire une équation et calculer h.

1 Égalité et opérations

Exercices 23 à 29 p. 76

PROPRIÉTÉS

• Si on ajoute (ou soustrait) un même nombre aux deux membres d'une égalité, on obtient une nouvelle égalité.
• Si on multiplie par un même nombre (ou si on divise par un même nombre non nul) les deux membres d'une égalité, on obtient une nouvelle égalité.

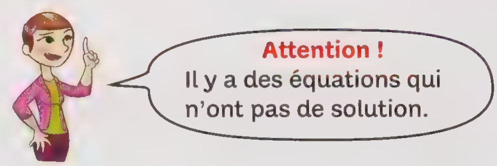
• La première propriété signifie que, quels que soient les nombres relatifs a, b et c, si $a = b$ alors $a + c = b + c$ et $a - c = b - c$.
• La deuxième propriété signifie que quels soient les nombres relatifs a, b et c :
– si $a = b$ alors $a \times c = b \times c$;
– si $a = b$ et $c \neq 0$ alors $\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$

➡ **Exemples :**
• Si on sait que $2x - 11 = 8$ alors on peut en déduire que $2x - 11 + 11 = 8 + 11$ donc $2x = 19$.
• Si on sait que $2x = 19$, on peut en déduire que $\frac{2x}{2} = \frac{19}{2}$ donc $x = 9{,}5$.

2 Équation

Exercices 30 à 45 p. 76

➡ **Exemple :**
Soit l'équation $\underbrace{4x + 7}_{1^{\text{er}}\text{ membre}} = \underbrace{6x - 3}_{2^{\text{e}}\text{ membre}}$



Le nombre 5 est solution de cette équation d'inconnue x car $4 \times 5 + 7 = 6 \times 5 - 3$
Par exemple, $0x = 7$ n'a pas de solution. En revanche, $7x = 0$ a une solution (c'est 0).

3 Inégalités

Exercices 46 à 56 p. 77

a) Inégalité, addition et soustraction

PROPRIÉTÉ

Si on ajoute (ou soustrait) un même nombre aux deux membres d'une inégalité, on ne change pas le sens de l'inégalité.

➡ **Exemple :**
Si $m < 5$ alors $m + 7 < 12$ (on a ajouté 7 aux deux membres de l'inégalité).

b) Inégalité, multiplication et division

PROPRIÉTÉ

Si on multiplie (ou divise) les deux membres d'une inégalité par un même nombre **positif, on ne change pas le sens de l'inégalité.**
Si on multiplie (ou divise) les deux membres d'une inégalité par un même nombre **négatif, on change le sens de l'inégalité.**

➡ **Exemples :**
• Si $m < 5$ alors $2m < 10$ (on a multiplié les deux membres par 2 qui est positif).
• Si $p < 7$ alors $-3p > -21$ (on a multiplié les deux membres par -3, on inverse le sens de l'inégalité).

Méthodes

1. Résoudre une équation

Méthode 1 **En utilisant les propriétés de l'addition et de l'égalité**

>> Exercice : Résoudre l'équation $4(x+3)=11+(x+13)$.

ÉTAPES	SOLUTION
	Les équations suivantes ont les mêmes solutions.
(1) Je simplifie chacun des membres.	$4(x+3)=11+(x+13)$ $4x+12=11+x+13$ $4x+12=x+24$
(2) Je supprime le terme contenant l'inconnue dans un des deux membres (pour cela, j'ajoute l'opposé de ce terme dans chaque membre).	$4x+12-x=x-x+24$* $3x+12=24$
(3) Je supprime, de même, le terme ne contenant pas l'inconnue dans l'autre membre.	$3x+12-12=24-12$* $3x=12$
(4) Je divise chaque membre de l'équation par le coefficient de l'inconnue (s'il est non nul).	$\frac{3x}{3}=\frac{12}{3}$ $x=4$
(5) Je conclus.	La solution est 4.
(6) Je vérifie éventuellement que le résultat trouvé est solution de l'équation.	Vérification : $4(4+3)=28$ et $11+(4+13)=28$.

* Il n'est pas indispensable d'écrire cette expression.

EXERCICES D'APPLICATION

1 Résoudre les équations d'inconnue x.

a) $3(x-5)=5+(2x+3)$

b) $4x-7=5-(3-2x)$

2 Résoudre les équations d'inconnue a.

a) $(2a+3)+(4a-6)=(2a-5)-3a$

b) $7a+2(4a+2)=5-(4a-2)$

Méthode 2 **En utilisant la propriété du produit en croix**

>> Exercice : Résoudre l'équation $\frac{5x}{6}=\frac{2}{7}$.

ÉTAPES	SOLUTION
	Les équations suivantes ont les mêmes solutions :
(1) J'applique la règle du produit en croix.	$\frac{5x}{6}=\frac{2}{7}$ et $5x\times7=2\times6$.
(2) Je résous l'équation obtenue.	D'où $35x=12$.
(3) Je conclus.	Donc la solution est $\frac{12}{35}$.

EXERCICE D'APPLICATION

3 Résoudre les équations suivantes.

a) $\frac{x}{2}=\frac{4}{3}$ **b)** $\frac{x}{10}=\frac{4}{5}$ **c)** $\frac{3}{4}=\frac{x}{12}$ **d)** $\frac{3x}{5}=\frac{4}{7}$

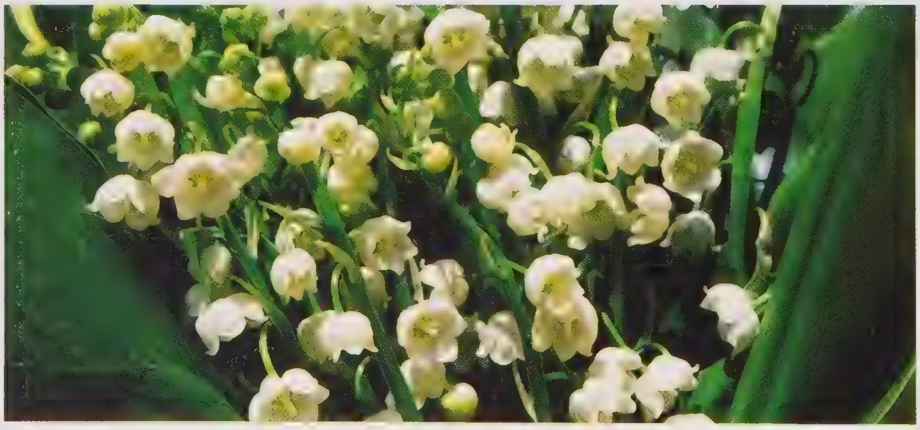
2. Résoudre un problème en le mettant en équation

Méthode

>> Exercice : Amélie et Julien vendent du muguet le 1er mai et comptent l'argent qu'ils ont gagné.
Amélie a gagné 15 € en pièces et le reste uniquement en billets de 10 €. Julien, lui, a gagné 75 € en pièces et le reste en billets de 5 €. Surprise : ils ont gagné la même somme et chacun a le même nombre de billets !
Combien Amélie a-t-elle de billets de 10 € ?

ÉTAPES	SOLUTION
(1) Je choisis l'inconnue et j'écris ce qu'elle représente. Généralement, c'est le nombre cherché.	Soit x le nombre de billets de 10 € d'Amélie. x est un nombre entier.
(2) Je traduis toutes les informations de l'énoncé en fonction de x.	Nombre de billets de 5 € de Julien : x. Somme gagnée par Amélie : $15 + 10x$. Somme gagnée par Julien : $75 + 5x$.
(3) J'écris une équation en trouvant dans le texte ce qui traduit une égalité.	Amélie et Julien ont gagné la même somme donc $15 + 10x = 75 + 5x$.
(4) Je résous l'équation.	$15 + 10x - 5x = 75 + 5x - 5x$ $15 + 5x = 75$ $15 - 15 + 5x = 75 - 15$ $5x = 60$ $x = 12$
(5) Je conclus.	Amélie a donc 12 billets de 10 €.
(6) Je vérifie que la solution de l'équation est bien la solution possible du problème *.	

* Par exemple ici c'est bien un nombre entier.



EXERCICES D'APPLICATION

4. Trois enfants se partagent 1 200 €. Étienne touche 150 € de plus qu'Aurélien, et Aurélien touche le double d'Ingrid. Combien touche Ingrid ?
5. Gaëlle a acheté 3 kg de courgettes et 0,5 kg de tomates. 1 kg de tomates vaut 0,40 € de plus que 1 kg de courgettes. Lionel a acheté 1 kg de courgettes et 2 kg de tomates chez le même commerçant. Il a payé la même somme que Gaëlle. Combien coûte 1 kg de courgettes ?
6. L'âge de Thomas est le triple de l'âge d'Aziza. L'an prochain la somme de leurs âges sera de 18 ans. Quel est l'âge d'Aziza ?

Je réactive mes connaissances

Tester une égalité

a) L'égalité $6a + 7 = 3a - 3$ est-elle vérifiée pour $a = 1$?
b) Même question pour $a = 3$.
c) Même question pour $a = -1$.

8 a) L'égalité $3(x - 5) = 4 + (x + 2)$ est-elle vérifiée pour $x = 5$?
b) Même question pour $x = -2$.
c) Même question pour $x = 10{,}5$.

Vrai ou faux ?
Adrien dit « l'égalité $3x - 7 = 6 - (2x + 3)$ est vérifiée pour une seule de ces valeurs : -2 ; 1 ; 2 ».
Vrai ou faux, justifier.

Trouver une égalité contenant x qui est vérifiée pour $x = 3$.

Attention de ne pas confondre les deux questions : « cette égalité est-elle vérifiée pour $x = …$? » et « cette égalité est-elle vraie ? ».

a) L'égalité $4x + 11 = 2x + 15$ est-elle vérifiée pour $x = 2$?
b) L'égalité $4x + 11 = 2x + 15$ est-elle vraie ?

Résoudre des équations de la forme $a + x = b$, $ax = b$ et $ax + b = 0$

Dans chacun des cas, trouver a.
a) $a + 5 = 7$ b) $a + 12 = 15$ c) $3 + a = 5$
d) $4 = 12 - a$ e) $3 = -10 + a$ f) $a - 5 = 2$

Dans chacun des cas, trouver x.
a) $8x = 32$ b) $10x = 2$ c) $7 = 2x$

14 Dans chacun des cas, trouver b.
a) $5b + 7 = 12$ b) $8 + 4b = 20$
c) $31 = 3 + 7b$ d) $2b + 11 = 11$

Dans chacun des cas, trouver x.
a) $2(4 + 2x) = 12$ b) $(2x - 5) - x - 7 = 2$

Écrire une équation qui a 5 comme solution.

Compléter cette équation par un nombre pour que -3 soit solution : $5 - 3x = …$

En utilisant les informations du schéma ci-dessous (toutes les mesures sont exprimées dans la même unité) :
a) écrire AB en fonction de x ;
b) calculer x.

$$A \underbrace{\longleftarrow x \longrightarrow}_{} \longleftarrow x+1 \longrightarrow \longleftarrow x+2 \longrightarrow B, \quad AB = 27$$

Chloé a acheté x BD à 8 € l'unité et 2 livres à 12 € l'unité. Elle paie en tout 80 €.
a) Trouver en fonction de x la dépense de Chloé.
b) Trouver le nombre de BD achetées par Chloé.

Comparer des nombres

Compléter avec $<$ ou $>$.
a) $(-2) … (-7)$ b) $31 … (-42)$
c) $(-5) … 11$ d) $(-18) … 12$
e) $12 … (-24)$ f) $(-34) … (-26)$

Compléter avec $<$ ou $>$.
a) $2{,}5 … 2{,}14$ b) $(-3{,}2) … (-4{,}1)$
c) $(-6{,}7) … 1$ d) $(-1{,}9) … (-1{,}68)$
e) $1{,}2 … (-3{,}99)$ f) $(-18{,}5) … (-18{,}39)$

Ranger dans l'ordre croissant les nombres suivants.
$(-2{,}5)$ (-3) 5 0 $3{,}8$ $(-2{,}19)$ $3{,}75$

Pour s'entraîner

Utiliser les effets des opérations sur les égalités

23 Quelle nouvelle égalité obtient-on en ajoutant :
a) 3 à chaque membre de l'égalité $4x - 3 = 12$?
b) -12 à chaque membre de l'égalité :
$3x + 4 = 8$?
c) $2x$ à chaque membre de l'égalité :
$5x - 3 = 5 - 2x$?

24 Qu'a-t-on ajouté à chaque membre de l'équation (1) pour obtenir l'équation (2) dans les cas suivants ?
a) (1) $4x + 3 = 2x + 5$ (2) $4x = 2x + 2$
b) (1) $2x - 6 = 3x + 3$ (2) $2x = 3x + 9$

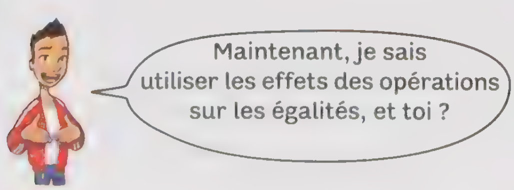
25 Qu'a-t-on ajouté à chaque membre de l'équation (1) pour obtenir l'équation (2) dans les cas suivants ?
a) (1) $2x + 3 = -4x + 5$ (2) $2x = -4x + 2$
b) (1) $5 - 3x = -7 + 2x$ (2) $5 = -7 + 5x$

26 Compléter pour obtenir des énoncés vrais, quelle que soit la valeur de x.
a) Si $4x + 5 = 2x + 7$ alors $4x = ...$
b) Si $3x - 11 = 2x + 25$ alors $3x = ...$

27 Compléter pour obtenir des énoncés vrais, quelle que soit la valeur de a ou de y.
a) Si $2 + 7a = 5a + 2$ alors $7a = ...$
b) Si $-15 + 3y = 2y + 12$ alors $3y = ...$

28 Compléter pour obtenir des énoncés vrais, quelle que soit la valeur de x, a ou R.
a) Si $3x = 7$ alors $x = ...$
b) Si $5R = -3$ alors $R = ...$
c) Si $-2a = 6$ alors $a = ...$
d) Si $-4a = -12$ alors $a = ...$

29 Compléter pour obtenir des énoncés vrais, quelle que soit la valeur de x.
a) Si $-2x = 8$ alors $x = ...$
b) Si $-2 + x = 8$ alors $x = ...$



Résoudre des équations

30 Céline et Thomas choisissent un même nombre. Céline multiplie ce nombre par 5 et ajoute 12 au résultat. Thomas ajoute 29 au nombre choisi. Ils trouvent le même résultat. Trouver, si possible, le nombre choisi.

31 Pour chacun des cas suivants, préciser si les équations (1) et (2) ont la même solution. Justifier.
a) (1) $4a + 7 = 6a + 11$ (2) $4a + 9 = 6a + 13$
b) (1) $2x - 5 = -4x + 13$ (2) $2x = -4x + 18$

32 Résoudre les équations suivantes.
a) $4x + 11 = 2x + 15$ **b)** $3x + 2 = 2x + 5$
c) $5x + 3 = x + 11$ **d)** $5x + 5 = 3x + 12$

33 Résoudre les équations suivantes.
a) $4x - 2 = 3x + 9$ **b)** $3x + 7 = -2x + 12$
c) $-2x + 5 = -4x - 6$ **d)** $3x - 7 = -4x + 12$

34 Résoudre les équations suivantes.
a) $3a - 11 = a + 15$ **b)** $2 - 4b = -3b - 5$
c) $-5a - 3 = a - 15$ **d)** $7x - 5 = -3x + 2$
e) $5x + 6 = 3x + 6$ **f)** $3x - 5 = 3x + 7$

35 Résoudre les équations suivantes.
a) $7x + 11 = 4x + 15$ **b)** $9x - 2 = 2x - 7$
c) $-3 = x - 5$ **d)** $5 - 7x = -3x + 2$

36 Ces trois équations ont une particularité, laquelle ? **a)** $3x + 5 = 2x + 7$
b) $5x + 7 = 3x + 11$ **c)** $-2c + 7 = -5c + 13$

37 **a)** Quelle sera la 4[e] équation qui suivra cette suite logique de 3 équations ?
(1) $3x + 7 = 2x + 1$ (2) $4x + 6 = 3x$
(3) $5x + 5 = 4x - 1$?
b) Résoudre cette 4[e] équation.

38 Résoudre les équations suivantes.

a) $4x + 2 + 3x = 5 + 2x + 12$

b) $5 + (x + 2) = (4x + 1) + 2$

c) $3(x + 2) = 4(x + 3)$

d) $(3x + 4) + (x + 1) = 2(x + 2)$

39 Résoudre les équations suivantes.

a) $2(x - 5) = 3(-x + 5)$

b) $-(-a + 3) = 5(3 - a) + 2$

c) $m - (5 - 2m) = 3m + 4$

40 Résoudre les équations suivantes.

a) $6 + 2(x - 5) = 2(-x + 4)$

b) $13 - 3(-a + 3) = 5(3 - a) + 2$

c) $2m - 3(5 - 3m) = 3m - 15$

41 Résoudre les équations suivantes.

a) $-3(x + 5) = 1 - 2(x + 1)$

b) $x - (7x - 2) = 5(2 - x)$

c) $1 - (5 - 2x) = 3 - (2x - 5)$

42 **AU BREVET**

On donne le programme de calcul suivant :

Choisis un nombre. Multiplie ce nombre par 6.
Ajoute 6. Écris le résultat.

a) Calculer la valeur exacte du résultat obtenu :

(1) quand le nombre choisi est 1,2 ;

(2) quand le nombre choisi est x.

b) Quel nombre doit-on choisir pour que le résultat soit égal à 1,5 ?

Brevet Amérique du Nord, juin 2009.

43 Résoudre les équations suivantes.

a) $\frac{x}{2} = \frac{7}{2}$ **b)** $\frac{x}{7} = \frac{3}{14}$ **c)** $\frac{4x}{5} = 2$ **d)** $2x = \frac{15}{7}$

44 Résoudre les équations suivantes.

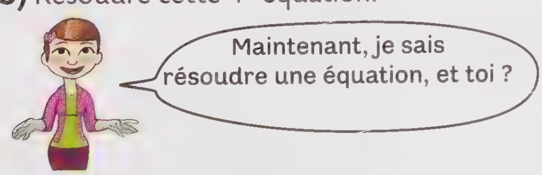
a) $\frac{2x}{5} = \frac{1}{3}$ **b)** $\frac{4x}{7} = \frac{3}{21}$

c) $\frac{6x}{11} = \frac{4}{3}$ **d)** $\frac{11x}{3} = -\frac{2}{5}$

45 **a)** Quelle sera la 4^e équation qui suivra cette suite logique de trois équations ?

(1) $\frac{4x}{7} = \frac{2}{3}$ (2) $\frac{5x}{6} = \frac{3}{4}$ (3) $\frac{6x}{5} = \frac{4}{5}$

b) Résoudre cette 4^e équation.



Utiliser les effets des opérations sur les inégalités

46 Comparer $\frac{103\,993}{33\,102}$ et π.

47 En utilisant la calculatrice et sans rien écrire sur le cahier, comparer les nombres A et B suivants.

$A = 12\,486 \times (11\,457 - 5\,345)$

$B = 12\,487 \times (11\,458 - 5\,346)$

48 On sait que $m < p$, compléter, si possible, par $<$ ou $>$.

a) $m + 5 \ldots p + 5$ **b)** $p - 7 \ldots m - 7$

c) $12 + m \ldots p + 12$ **d)** $m + 15 \ldots p + 17$

e) $m - 12 \ldots p - 10$ **f)** $m + 6 \ldots p + 5$

49 On sait que $a < b$, compléter, si possible, par $<$ ou $>$.

a) $4a \ldots 4b$

b) $0{,}5b \ldots 0{,}5a$

c) $-2a \ldots -2b$

d) $-5a \ldots -5b$

e) $\frac{a}{3} \ldots \frac{b}{3}$

f) $3b \ldots 3a$

50 On sait que $a < b$, compléter, si possible, par $>$ ou $<$.

a) $3a + 4 \ldots 3b + 4$ **b)** $-2a + 5 \ldots -2b + 5$

c) $3b - 5 \ldots 3a - 5$ **d)** $-2a - 4 \ldots -2b - 4$

51 **a)** On suppose que $x + 1 < 4$ donc $x < \ldots$.

b) On suppose que $a - 5 > 4$ donc $a > \ldots$.

c) On suppose que $3b > 1$, que dire de b ?

d) On suppose que $-5b < 6$, que dire de b ?

52 **a)** On suppose que $x - 5 < 4$, donc $x < \ldots$.

b) On suppose que $5 + b > 4$, que dire de b ?

c) On suppose que $-b > 1$, que dire de b ?

d) On suppose que $-7b < 7$, que dire de b ?

e) On suppose que $12 < 2R$, que dire de R ?

53 On suppose que $5 < b < 12$. Que dire de :

a) $3b$? **b)** $b + 7$? **c)** $b - 4$?

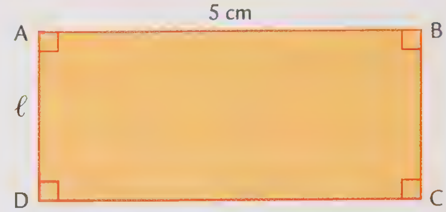
d) $b - 7$? **e)** $-2b$?

54 On sait que $3 < \pi < 4$. Que peut-on dire du périmètre d'un cercle de rayon 2 cm ?

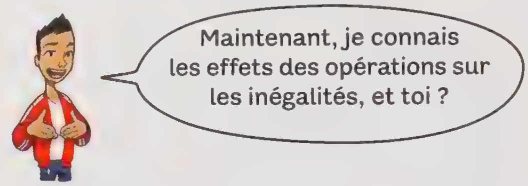
55 On suppose que $5 < b < 12$. Que dire de :

a) $2b$? **b)** $-b$?
c) $b - 14$? **d)** $-3b$?

56 On sait que $2{,}1 \text{ cm} < \ell < 2{,}2 \text{ cm}$.



a) Encadrer le périmètre de ABCD.
b) Encadrer l'aire de ce rectangle.



Calcul mental

57 **a)** 1 est-il solution de l'équation $2x + 5 = x + 6$?
b) 2 est-il solution de l'équation $-2x + 5 = x - 1$?
c) -1 est-il solution de l'équation $2x + 5 = 3x + 5$?

58 Résoudre les équations suivantes.
a) $5x = 0$ **b)** $5 + x = 0$
c) $5 - x = 0$ **d)** $5x = 1$
e) $5 + x = 1$ **f)** $5 - x = 1$

59 Résoudre les équations suivantes.
a) $-3 + x = 0$ **b)** $x - 3 = 0$
c) $3x = -1$ **d)** $\frac{1}{3}x = -1$

60 Résoudre les équations suivantes.
a) $3x + 1 = 2x$ **b)** $5x + 2 = 4x + 3$
c) $6x = 4x + 12$ **d)** $7x - 2 = 6x + 1$

61 Résoudre les équations suivantes.
a) $\frac{x}{4} = \frac{5}{3}$ **b)** $\frac{x}{5} = \frac{2}{7}$ **c)** $\frac{x}{2} = \frac{3}{7}$

Résoudre des problèmes

62 Voici un énoncé de problème :
Cédric et Pierre collectionnent les cartes du jeu Magic's. Cédric a 36 cartes de plus que Pierre et il a trois fois plus de cartes que Pierre.
Combien Pierre a-t-il de cartes ? ■
a) Nommer x le nombre de cartes de Pierre. Écrire les informations de l'énoncé en fonction de la lettre choisie : exprimer en fonction de cette lettre le nombre de cartes de Cédric de deux façons différentes.
b) Écrire une équation avec les informations données par l'énoncé.
c) Résoudre cette équation.
d) Trouver le nombre de cartes de Pierre. Conclure.

63 Voici un énoncé de problème :
Astrid a dans son portefeuille uniquement des billets de 5 € et des billets de 20 €. Elle a trois billets de 5 € de plus que de billets de 20 €. En tout elle a 165 €.
Combien a-t-elle de billets de 20 € ? ■
a) Choisir l'inconnue : désigner par une lettre le nombre recherché.
b) Écrire les informations de l'énoncé en fonction de la lettre choisie. Exprimer en fonction de cette lettre :

– la somme d'argent que possède Astrid en billets de 20 € ;
– le nombre de billets de 5 € ;
– la somme d'argent que possède Astrid en billets de 5 € ;
– la somme totale que possède Astrid.

c) Écrire une équation avec les informations données par l'énoncé.

d) Résoudre cette équation et conclure.

64 Un grossiste livre 88 plantes à un fleuriste. Cette livraison se compose de cyclamens, d'azalées et d'hortensias.
Il y a 12 cyclamens de plus que d'hortensias et 3 fois plus d'azalées que de cyclamens. Combien le grossiste a-t-il livré d'hortensias ?

65 Estelle a 43 DVD. Elle a des films policiers, des comédies et des films de science-fiction. Elle a 5 films de comédie de plus que de films policiers et elle a deux fois plus de films de science-fiction que de comédies.
Combien a-t-elle de films policiers ?

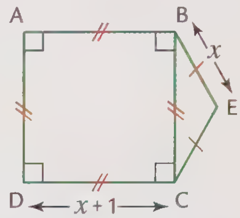
66 Rachel fait une randonnée de trois jours. Le 1er jour elle fait 10 km de plus que le 2e jour, et le 3e jour elle fait deux fois plus de kilomètres que le 1er jour. En tout elle fait 70 km.
Quelle distance a-t-elle parcourue le 1er jour ?

67 Thomas a dans son portefeuille uniquement des billets de 5 € et des billets de 20 €. Il a trois billets de 5 € de plus que de billets de 20 €. En tout il a 65 €.
Combien a-t-il de billets de 20 € ?

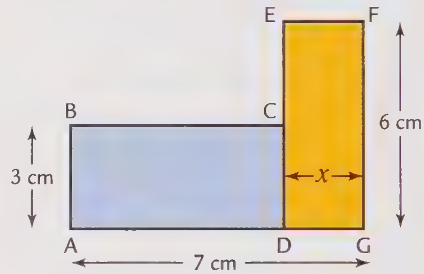
68 Pierre a dans son porte monnaie des billets de 5 € et 10 pièces de 2 €. Rachid a des billets de 10 €. Ils ont le même nombre de billets et la même somme d'argent.
Combien ont-ils de billets chacun ?

69 Christina et Carole suivent de près leur temps de communication sur leur portable. Au cours du mois de janvier, elles ont téléphoné pendant le même nombre de minutes. À la fin du mois de février, Christina a doublé son temps de téléphone par rapport au mois précédent et Carole a augmenté son temps de téléphone de 50 min. Elles arrivent encore au même nombre de minutes de téléphone.
Combien de minutes ont-elles téléphoné en janvier ?

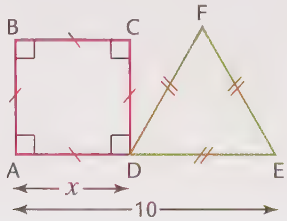
70 Déterminer, si possible, la longueur x en cm pour que le périmètre du carré ABCD soit égal au périmètre du triangle BEC.



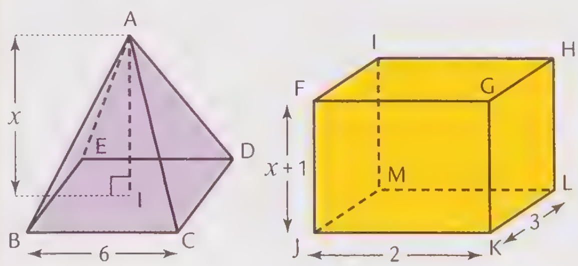
71 Trouver x sachant que l'aire du rectangle ABCD est égale à l'aire du rectangle EFGD.



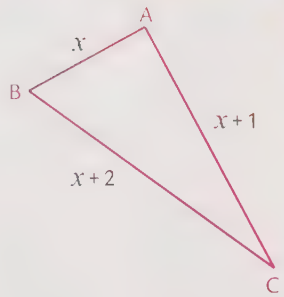
72 Calculer x pour que le périmètre du triangle équilatéral DEF soit égal au périmètre du carré ABCD. (Dans la figure, les mesures sont exprimées dans la même unité.)



73 Trouver x pour que les volumes des deux solides ci-dessous soient égaux.



74 Le triangle ABC ci-contre a un périmètre de 12 cm. Démontrer que ce triangle est rectangle.



75 ***Physique***

En France et dans beaucoup de pays européens, on utilise le degré Celsius comme unité de température. Dans les pays anglo-saxons, on utilise le degré Fahrenheit. Voici la formule qui lie ces deux unités de température :

$$F = 1{,}8C + 32$$

où F est la température en degrés Fahrenheit et C la température en degrés Celsius.

a) Compléter le tableau suivant.

C (en degrés Celsius)	15			
F (en degrés Fahrenheit)		77	0	451

b) À quoi correspond 0 °C ? 100 °C ? Pour savoir à quoi correspond 0 °F, lire le *Triangle Info* ci-dessous.

TRIANGLE INFO *magazine*

Fahrenheit 451

Le degré Fahrenheit est une unité inventée en 1724 par un physicien allemand Daniel Gabriel Fahrenheit. Le zéro degré Fahrenheit correspond à la température la plus basse qu'il ait mesurée dans sa ville de Dantzig durant l'hiver 1708-1709.

Dans le célèbre livre de science-fiction, *Fahrenheit 451*, Ray Bradbury décrit une société où les pompiers brûlent les livres, 451 °F étant la température à laquelle les livres se consument.

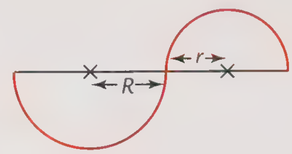
76 La formule de l'aire d'un trapèze est rappelée dans le formulaire (dernier rabat). Un trapèze a une aire de 55 m², sa grande base B mesure 15 m et sa petite base b mesure 7 m. Calculer sa hauteur h.

77 Une pyramide a une base qui est un rectangle de dimensions 5 cm et 4 cm.

Calculer sa hauteur sachant que son volume est de 20 cm³.

78 **a)** Calculer, en fonction de R et r, la longueur L de la ligne rouge. On prendra 3,1 comme valeur approchée de π.

b) Sachant que $R = 5$ cm et que la longueur de la ligne rouge est de 24,8 cm calculer r.



79 Voici un énoncé de problème :

Stéphane invite des amis durant un après-midi. Au début, il y a un garçon de plus que de filles. Vers 16 h, deux filles s'en vont et deux garçons arrivent. Il y a alors deux fois plus de garçons que de filles. Combien y a-t-il de garçons en début d'après-midi ? ■

Pour résoudre ce problème, passer par les étapes suivantes.

a) Désigner par une lettre le nombre cherché.

b) Dans cet énoncé, quelle est la phrase qui va servir à établir l'équation ?

c) En utilisant la lettre choisie, compléter le tableau suivant.

	Nombre de garçons	Nombre de filles
Au début		
À 16 h		

d) Finir la résolution du problème.

80 Voici un énoncé de problème :

Adèle a 37 ans et sa fille a 12 ans. Dans combien d'années l'âge de la mère sera-t-il le double de l'âge de sa fille ? ■

Pour résoudre ce problème on peut appeler x le nombre d'années cherché et compléter le tableau suivant.

	Âge de la mère	Âge de la fille
Actuellement		
Dans x années		

Écrire ensuite l'équation, la résoudre et conclure.

81 Un grand-père a 54 ans et son petit-fils a 2 ans. Dans combien d'années l'âge du grand père sera-t-il le triple de l'âge du petit-fils ?

82 ***Sciences de la vie et de la Terre***

128 hirondelles se regroupent sur deux fils électriques avant de partir en direction de l'Afrique. 22 hirondelles qui se trouvaient sur le fil du haut vont se poser sur le fil du bas. Il y a alors trois fois plus d'hirondelles en bas qu'en haut. Combien y avait-il d'hirondelles sur le fil du haut au départ ?

Migration des hirondelles

TRIANGLE INFO *magazine*

Depuis quelques années, des ornithologues (chercheurs qui étudient les oiseaux) ont constaté que des hirondelles ne migraient plus et restaient dans le sud de la France et le long de la côte Atlantique. Les chercheurs pensent que c'est une conséquence du réchauffement climatique.

a) Dans une classe de 4^e, 10 élèves font de l'espagnol, ce qui représente $\frac{2}{5}$ des élèves. Combien y a-t-il d'élèves dans la classe ?

b) Dans cette classe, $\frac{1}{5}$ des élèves font de l'anglais, combien cela représente-t-il d'élèves ?

a) Si x est un entier, écrire en fonction de x l'entier suivant.

b) J'ajoute trois entiers consécutifs et j'obtiens 6 252. Quels sont ces trois entiers ?

c) Pourquoi Karine a-t-elle raison ?

Soient trois nombres entiers consécutifs. Si j'ajoute le double du premier et le triple du deuxième, j'obtiens le quadruple du troisième. Quels sont ces nombres ?

Art

Une exposition est organisée sur les peintres impressionnistes. Il y a des tableaux de Monet, Bazille, Renoir et Sisley. Il y a 8 tableaux de Renoir qui représentent deux cinquièmes des tableaux de cette exposition. Combien cette exposition comporte-t-elle de tableaux ?

L'impressionnisme

TRIANGLE INFO *histoire des arts*

C'est un courant de peinture né vers 1860. L'impressionnisme a mis plus de 30 ans avant de s'imposer contre la peinture académique de l'époque. Dans cette peinture il n'y a plus de dessin « contour », l'obtention de la forme et du volume se fait par des touches de couleur.

Claude Monet, *Le Bassin aux nymphéas, harmonie rose*, 1920, huile sur toile (musée d'Orsay, Paris).

QU'EST-CE QUE J'AI APPRIS ?

Dire si les phrases suivantes sont vraies ou fausses.

a) En ajoutant un même nombre aux deux membres d'une égalité on obtient toujours une nouvelle égalité.

b) En multipliant par un même nombre les deux membres d'une égalité on obtient toujours une nouvelle égalité.

c) Si on multiplie les deux membres d'une inégalité par un nombre négatif il faut inverser le sens de l'inégalité pour qu'elle soit vraie.

d) Pour des problèmes dans lesquels il faut chercher un nombre il est souvent possible d'utiliser les équations pour trouver ce nombre.

Pour approfondir

88 Résoudre les équations suivantes.

a) $6x + 3(x-5) - (x+3) = 4(x-2)$

b) $3 - (4x-7) = (2x+3) - (6x+6)$

89 Résoudre les équations suivantes.

a) $\frac{3}{2}x - \frac{1}{2} = \frac{5}{6}$ **b)** $\frac{5}{4}x = \frac{5}{2}x - \frac{4}{3}$

90 Résoudre les équations suivantes.

a) $\frac{2}{3}x + 1 = 2$ **b)** $\frac{3}{10}x - \frac{4}{5} = \frac{7}{10}$

c) $\frac{3}{4}x - \frac{2}{3} = \frac{5}{6}$ **d)** $\frac{2}{3}x + \frac{2}{5} = \frac{1}{2}x + \frac{2}{3}$

91 Résoudre les équations suivantes.

a) $(2x-5)(x+3) = 2x^2 - (3x+1) + (x-6)$

b) $(3x-1)(5-2x) = (x-7)(3-6x)$

c) $(7x-5)(2x+1) = 5 - (5 - 7x^2 - 2x) \times 2$

92 **a)** Démontrer que, quels que soient les nombres a, b, c et d, si $a < b$ et $c < d$ alors $a + c < b + d$.

b) On sait que la largeur ℓ en m d'un terrain rectangulaire vérifie $15 < \ell < 16$ et que sa longueur L (en m) vérifie $34 < L < 35$.
Trouver un encadrement du périmètre de ce terrain.

93 Soit :

$$A = 3 + \cfrac{1}{7 + \cfrac{1}{16 + \cfrac{1}{2\,310}}}$$

Comparer A et π.

94 **Au brevet**

On considère le programme de calcul :

Choisir un nombre de départ. Ajouter 1. Calculer le carré du résultat obtenu. Lui soustraire le carré du nombre de départ.
Écrire le résultat final.

a) (1) Vérifier que lorsque le nombre de départ est 1, on obtient 3 au résultat final.

(2) Lorsque le nombre de départ est 2, quel résultat final obtient-on ?

(3) Le nombre de départ étant x, exprimer le résultat final en fonction de x.

b) On considère $P = (x+1)^2 - x^2$. Développer et réduire P.

c) Quel nombre de départ doit-on choisir pour obtenir un résultat final égal à 15 ?

Nouvelle-Calédonie 2009

95 Jérôme possède des CD. $\frac{1}{3}$ sont des CD de variété et, parmi eux, $\frac{2}{5}$ sont des CD de variété française, ce qui représente 12 CD. Combien a-t-il de CD au total ?

96 Un groupe d'amis organise une randonnée sur trois jours. Le 1er jour, ils envisagent de faire la moitié de la randonnée et, le 2e jour, $\frac{2}{5}$ de la randonnée. Jérôme, membre de ce groupe, calcule alors qu'au bout de deux jours, ils auront parcouru 63 km. Quelle est la longueur totale de la randonnée ?

97 Deux nombres ont pour somme 440. L'un est égal aux $\frac{3}{5}$ de l'autre. Quels sont ces deux nombres ?

98 ***Histoire***

Voici un problème classique de partage de récolte que les Égyptiens savaient résoudre :

Sur un tas de blé de 21 mesures, un paysan doit donner une part égale au cinquième de sa part au pharaon.
Combien de mesures va-t-il lui rester ?

a) Résoudre ce problème en appelant x le nombre de mesures qui lui restent.

b) Voici la méthode utilisée par les Égyptiens.

La part du paysan et son cinquième font 21. La somme de 5 et 1 fait 6. Pour passer de 6 à 21, il faut ajouter à 6 son double et sa moitié.
On aura donc 5 et son double 10 et sa moitié 2,5. La part du paysan est donc de 17,5 mesures.
Appliquer cette méthode pour une récolte de 15 mesures et vérifier votre résultat en mettant le problème en équation.

c) Voici un autre problème de partage :

Sur un tas de blé de 24 mesures, un paysan doit donner une part égale au septième de sa part au pharaon.
Combien de mesures va-t-il lui rester ?

(1) Résoudre ce problème en utilisant une équation.
(2) Adapter la méthode des Égyptiens à ce problème.

TRIANGLE INFO *magazine*

Partage de récoltes

Il y a 2 000 ans, les Égyptiens et les Babyloniens savaient résoudre des problèmes que nous résolvons maintenant avec des équations. Mais ils ne disposaient pas des notations algébriques (en particulier, ils ne connaissaient pas l'utilisation des lettres dans les calculs). Aussi pour chaque problème ils décrivaient la méthode de résolution.

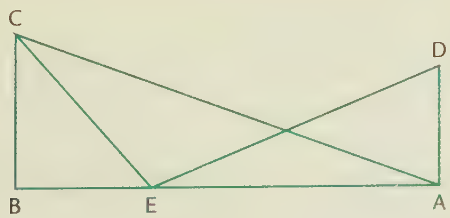
Scène d'agriculture, tombe des Nobles, Louxor-Thèbes.

Avec un logiciel de géométrie

99 **Conjecturer et prouver**

Fiches logiciels

a) Avec un logiciel de géométrie, reproduire la figure, sachant que BC = 5,6 cm, AB = 9 cm et AC = 10,6 cm. Les droites (CB) et (AD) sont parallèles et AD = 2,8 cm. E est un point quelconque du segment [AB].



b) Avec le logiciel afficher la mesure des angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{BAD}$.
c) Démontrer que (CB) $\perp$ (AB) et que (AD) $\perp$ (AB).

d) (1) Avec le logiciel afficher l'aire des triangles BCE et ADE et la longueur BE.
(2) Pour quelle valeur de BE semble-t-il y avoir égalité entre les aires de CDE et ADE ?
e) Calculer la valeur exacte pour laquelle les aires de CBE et ADE sont égales. Pour cela on peut poser BE = x.

Avec un tableur

100 **Équation et tableur**

Fiches logiciels

Voici un énoncé :
Il y a 70 millions d'années, il y avait, dans une prairie, un troupeau de dinosaures composé de tricératops qui ont trois cornes et de carnotaurus qui ont deux cornes. Il y a dans ce troupeau en tout 65 cornes et 25 dinosaures. Combien y a-t-il de carnotaurus ?

a) Résolution avec un tableur. Établir le tableau suivant.

	A	B	C
1	Nombre de carnotaurus	Nombre de tricératops	Nombre de cornes
2	1		
3	2		
4	3		
5	...		

(1) Dans la colonne A entrer les nombres de 1 à 25.
(2) Dans la cellule B2 quelle formule rentrer pour obtenir le nombre de tricératops ? Coller cette formule dans les cellules B3 à B26.
(3) Dans la cellule C2 quelle formule rentrer pour obtenir le nombre de cornes ? Coller cette formule dans les cellules C3 à C26.
(4) Répondre à la question du problème ci-dessus.

b) Résolution avec une équation.
(1) Appeler x le nombre de carnotaurus. Quel est, en fonction de x, le nombre de tricératops ?
(2) Calculer, en fonction de x, le nombre de cornes.
(3) Répondre à la question du problème ci-dessus.

Recherche & créativité

101 Voici un certain nombre d'informations sur l'alcoolémie.
En France la loi fixe à 0,5 g/L de sang le taux d'alcoolémie limite pour pouvoir prendre le volant. Le taux d'alcoolémie (en g/L de sang) est donné par la formule :

$$T = \frac{\text{masse d'alcool absorbé en g}}{\text{masse de la personne en kg} \times K}$$

K est un coefficient qui est égal à 0,7 pour les hommes et 0,6 pour les femmes.
Il y a 10 g d'alcool dans :
- 12,5 cL de vin (équivalent d'un verre) ;
- 25 cL de bière à 5° ;
- 4 cL d'apéritif (un whisky, un apéritif anisé).

Une personne élimine en moyenne 0,15 g/L de sang d'alcool par heure. Un alcootest permet d'établir le taux d'alcoolémie d'une personne. À l'aide de ces informations répondre aux questions suivantes.

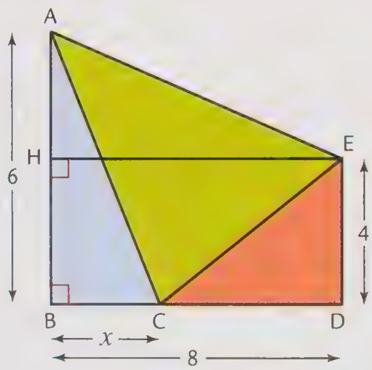
a) Un homme de 75 kg boit un apéritif et deux verres de vin dans un repas. Peut-il prendre le volant sans enfreindre la loi ?
b) Une femme de 61 kg a un taux d'alcoolémie de 0,4 g/L de sang. Quelle quantité d'alcool en grammes a-t-elle absorbée ? (On donnera l'arrondi à 0,1 g près.)
c) Un homme de 80 kg a un taux d'alcoolémie de 0,8 g/L de sang. Combien de temps doit-il attendre avant de prendre le volant ? (On donnera la troncature à 1 h près.)

102 ***Énigme***
Un cycliste et son vélo pèse 72 kg. Le cycliste pèse 50 kg de plus que son vélo. Quelle est la masse du vélo ?

103 Inventer un problème qui fait intervenir des euros et dont la solution passe par l'équation $7x + 5 = 2x + 15$.

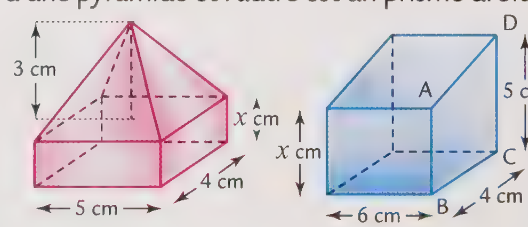
Devoirs maison

104 **a)** En utilisant les informations portées sur le dessin suivant, trouver un encadrement de x. (Toutes les mesures sont exprimées dans la même unité.)



b) Calculer AE^2.
c) (1) Déterminer la valeur de x pour laquelle l'aire de ABC est égale à l'aire de CDE.
(2) Pour cette valeur, le triangle ACE est-il rectangle ?
d) Calculer en fonction de x l'aire de ACE.
e) Peut-on trouver une valeur de x pour laquelle les aires des triangles ABC, ACE et CDE sont égales ?

105 Une entreprise décide de réaliser des presse-papiers en acier. Elle envisage deux formes possibles : l'une est constituée d'un pavé droit et d'une pyramide et l'autre est un prisme droit.

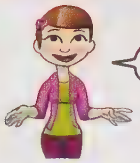


Presse-papiers (1) Presse-papiers (2)

a) On suppose que $x = 3$. Vérifier que l'aire du trapèze ABCD est égale à 16 cm². Calculer le volume des deux presse-papiers.
b) On ne suppose plus que $x = 3$.
(1) Démontrer que l'aire de ABCD en cm² est $10 + 2x$.
(2) Démontrer que le volume du 1^er^ presse-papiers est $20x + 20$.
(3) Calculer en fonction de x le volume du 2^e^ presse-papiers.
(4) Pour quelle valeur de x les volumes de ces deux presse-papiers sont-ils égaux ?

Je prépare le contrôle

Tous ces exercices sont corrigés page 268 et suivantes.



As-tu atteint tous les objectifs ?
Pour t'en assurer fais les exercices suivants !

Pour chaque question, indiquer la (ou les) bonne(s) réponse(s).

Je complète un QCM

Utiliser les effets des opérations sur les égalités

		Réponse (1)	Réponse (2)	Réponse (3)
106	Si $5x + 4 = 2x + 6$ alors ...	$3x + 4 = 6$	$5x = 2x + 10$	$5x = 2x + 2$
107	Si $-2x + 6 = -5x + 2$ alors ...	$-2x = -5x + 8$	$3x + 6 = 2$	$-2x = -5x - 4$
108	Si $2x = -3$ alors ...	$x = \frac{3}{2}$	$x = \frac{2}{-3}$	$x = \frac{-3}{2}$

Résoudre une équation

		Réponse (1)	Réponse (2)	Réponse (3)
109	L'équation $7x - 2 = 4x + 7$ a pour solution ...	$\frac{5}{3}$	3	$\frac{9}{11}$
110	L'équation $3x - 3 = -x + 3$ a pour solution ...	$-\frac{1}{2}$	$\frac{5}{2}$	$\frac{3}{2}$
111	L'équation $3(x - 7) = 5 - (x + 1)$ a pour solution ...	$-\frac{16}{4}$	$\frac{25}{2}$	$\frac{25}{4}$
112	L'équation $\frac{3x}{7} = \frac{2}{3}$ a pour solution ...	$\frac{14}{9}$	$-\frac{14}{9}$	$\frac{6}{21}$

Utiliser les effets des opérations sur les inégalités

		Réponse (1)	Réponse (2)	Réponse (3)
113	On sait que $a > b$ donc ...	$a + 5 > b + 5$	$a - 3 < b - 3$	$a - 10 > b - 10$
114	On sait que $m < n$ donc ...	$2m < 2n$	$\frac{m}{3} > \frac{n}{3}$	$-2m > -2n$
115	On sait que $x < -3$ donc ...	$2x > -6$	$-4x > 12$	$\frac{x}{3} < -1$

Je rédige

Utiliser les effets des opérations sur les égalités.

S3 **116** On sait que $3x - 7 = 5 - 2x$. Préciser parmi les égalités suivantes celles qui sont vraies.

a) $3x = 12 - 2x$ **b)** $3x = -2 - 2x$

c) $x - 7 = 5$ **d)** $5x - 7 = 5$

S3 **117** Compléter pour obtenir des énoncés vrais, quelle que soit la valeur de a.

a) Si $3a - 1 = 12 + 2a$ alors **...** $= 12$

b) Si $4a - 7 = 5 - 3a$ alors **...** $= 5$

Résoudre des équations

118 Résoudre les équations suivantes.

a) $3x + 7 = x + 2$ **b)** $4a - 7 = -2a + 1$

c) $3x + 4 = -2x + 4$ **d)** $3x - 5 = 4x + 3$

119 Résoudre les équations suivantes.

a) $3(x - 1) - (4x - 2) = -3x + 5$

b) $(2R + 3) - (4R + 7) = 5 + 2(4R + 1)$

c) $(4a + 7) - (5 - 3a) = 6(3a - 5)$

120 Résoudre les équations suivantes.

a) $\frac{4}{5}x = \frac{6}{7}$ **b)** $\frac{3}{4}x - 5 = \frac{7}{5}$

Utiliser les effets des opérations sur les inégalités

121 On sait que $x < y$. Compléter, si possible, par $<$ ou $>$.

a) $3x$ **...** $3y$ **b)** $x - 5$ **...** $y - 5$

c) $3y + 7$ **...** $3x + 7$ **d)** $-2x$ **...** $-2y$

122 On sait que $-2 < x < 3$. Compléter.

a) **...** $< x + 5 <$ **...** **b)** **...** $< 2x <$ **...**

c) **...** $< x - 3 <$ **...** **d)** **...** $< -3x <$ **...**

123 **a)** On suppose que $x - 7 < -2$, que dire de x ?

b) On suppose que $11 + b > 2$, que dire de b ?

c) On suppose que $-3b > 3$, que dire de b ?

Résoudre des problèmes

124 On met des pommes de terre dans deux sacs A et B. Dans un 1er temps il y a, dans le sac A, 18 kg de pommes de terre de plus que dans le sac B.

Dans un 2e temps, on ajoute dans chacun des deux sacs 15 kg de pommes de terre.

Le poids du sac A est alors deux fois plus lourd que le sac B.

Soit x la masse en kg de pommes de terre dans le sac B dans le 1er temps.

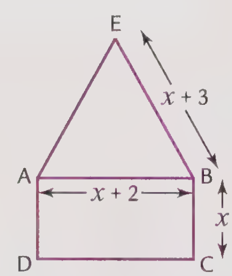
a) Quel est, en fonction de x, la masse de pommes de terre dans le sac A dans le 1er temps ?

b) Quel est, en fonction de x, la masse de pommes de terre dans le sac B dans le 2e temps ?

c) Quel est, en fonction de x, la masse de pommes de terre dans le sac A dans le 2e temps ?

d) Calculer x.

125 Pour la figure ci-contre, calculer x pour que le périmètre du rectangle ABCD soit le même que celui du triangle ABE isocèle en E.



126 Laura a enregistré trois émissions sur un DVD. La totalité des trois émissions correspond à 280 min.

La deuxième émission dure 30 min de plus que la première, et la troisième est deux fois plus longue que la deuxième.

Quelle est la durée de la deuxième émission ?

127 Aurélie a 37 ans et sa fille a 12 ans.

Dans combien d'années l'âge de la mère sera le double de l'âge de sa fille ?

128 Deux élèves sur trois sont demi-pensionnaires dans un collège, cela représente 150 élèves.

Combien y a-t-il d'élèves dans ce collège ?

Chapitre

5 Puissances

Dans de nombreux domaines scientifiques, on utilise soit de très grands nombres, par exemple en astronomie, soit de très petits nombres, par exemple en physique, chimie ou SVT. Pour écrire ces nombres on fait appel aux puissances.
Par exemple, la distance nous séparant de la galaxie d'Andromède est considérable. Pour l'exprimer, on utilise les puissances et la notation scientifique étudiées dans ce chapitre.

PRÉREQUIS

1 Effectuer les multiplications par 10 ; 100 ; 1 000 ; et par 0,1 ; 0,01 ; 0,001 **(socle 5ᵉ)**.

2 Effectuer les divisions par 10 ; 100 ; 1 000 et par 0,1 ; 0,01 ; 0,001 **(socle 5ᵉ)**.

OBJECTIFS

Objectifs	Socle commun
1 Effectuer des calculs avec des puissances d'un nombre.	S1
2 Simplifier, sur des exemples numériques, des expressions de la forme : $a^2 \times a^3 = a^5$; $(ab)^2 = a^2b^2$; $\frac{a^2}{a^5} = a^{-3}$. où a et b sont des nombres relatifs non nuls.	S2
3 Calculer avec des puissances de 10.	S3
4 Résoudre des problèmes utilisant des nombres écrits avec la notation puissance.	

LIVRET DE COMPÉTENCES

Compétences travaillées
Nombres et calculs.
• Connaître et utiliser les nombres entiers, décimaux (et fractionnaires).
• Mener à bien un calcul : mental, à la main, à la calculatrice, avec un ordinateur.

Je fais le point sur mes connaissances

Pour réactiver mes connaissances

Exercices 3 à 12 p 95

Rappels 17 et 19 p. 289 et suivantes

SOCLE

1. Effectuer les multiplications par 10 ; 100 ; 1 000 ; par 0,1 ; 0,01 ; 0,001

a) Effectuer mentalement les multiplications suivantes.

(1) $43,5 \times 1\,000$ (2) $0,05 \times 100$
(3) $1\,000 \times 0,0029$ (4) $124,56 \times 0,01$
(5) $4,56 \times 0,1$ (6) $0,001 \times 34,78$.

b) Compléter les égalités suivantes.

(1) $3,546 \times ... = 354,6$ (2) $0,005 \times ... = 50$
(3) $12,57 \times ... = 125,7$ (4) $145,6 \times ... = 1,456$
(5) $89,4 \times ... = 0,089\,4$ (6) $12\,300 \times ... = 0,123$

Attention ! Vérifie de combien de rangs tu as décalé la virgule.

SOCLE

2. Effectuer les divisions par 10 ; 100 ; 1 000 ; par 0,1 ; 0,01 ; 0,001

Exercices 13 à 21 p. 95

Rappels 18 et 20 p. 289 et suivantes

a) Effectuer mentalement les divisions suivantes.

(1) $123 \div 10$ (2) $15,47 \div 100$
(3) $34,5 \div 1\,000$ (4) $39,8 \div 0,1$
(5) $15,67 \div 0,001$ (6) $0,98 \div 0,01$

b) Compléter les égalités suivantes.

(1) $34,78 \div ... = 0,347\,8$ (2) $0,05 \div ... = 0,005$
(3) $45\,600 \div ... = 45,6$ (4) $0,98 \div ... = 980$
(5) $5,76 \div ... = 57,6$ (6) $0,006 \div ... = 60$

Ce tableau fait partie d'une série de 1 000 peintures de l'artiste zurichoise Sala, *Onethousandpaintings*, représentant respectivement les nombres de 1 à 1 000.

Dans ce chapitre, j'apprends à :

- Calculer avec des puissances
- Simplifier des expressions comportant des puissances
- Calculer avec des puissances de 10
- Résoudre des problèmes utilisant des nombres écrits avec la notation puissance

Calculer avec des puissances

1. Un nouveau codage

▶ Exercice 22 p. 96

Stéphane vient d'apprendre à 10 h la sortie d'une nouvelle console de jeu. Aussitôt, il envoie un SMS à 5 amis pour les informer. Une heure plus tard, chacun des 5 amis envoie un SMS à cinq nouvelles personnes. La diffusion de l'information se poursuit de la même manière : dès qu'une personne est informée, elle l'apprend à 5 autres, une heure plus tard. Aucune personne n'est informée deux fois.

a) Combien de personnes apprennent l'information à 12 h ? à 13 h ? à 15 h ?

b) Écrire, sans l'effectuer, le calcul permettant de trouver le nombre de personnes apprenant l'information à 23 h.

Connaissance 1.a p. 92

c) Proposer un codage pour écrire le calcul du **b** de manière plus courte.

2. Utiliser le nouveau codage

▶ Exercices 23 à 30 p. 96

a) Compléter, si possible, par l'entier qui convient.

(1) $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^{\square}$ $\quad 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 = 5^{\square}$

$0,5 \times 0,5 \times 0,5 = 0,5^{\square}$ $\quad (-3) \times (-3) = (-3)^{\square}$

(2) $5 + 5 + 5 = 5^{\square}$ $\quad 2 \times 2 \times 2 \times 2 + 2 = 2^{\square}$

(3) $36 = 6^{\square}$ $\quad 27 = 3^{\square}$ $\quad 10\,000 = 10^{\square}$

b) Calculer :

(1) 2^3 $\quad 5^2$ $\quad 3^4$ $\quad 10^5$ $\quad 1^9$ $\quad 0^{51}$ $\quad 125^1$

(2) $\left(\dfrac{2}{3}\right)^3$ $\quad \left(\dfrac{4}{5}\right)^2$ $\quad$ (3) $2,3^2$ $\quad 0,1^3$ $\quad 1,2^2$

(4) $(-2)^3$ $\quad (-5)^2$ $\quad (-10)^5$ $\quad (-1)^6$ $\quad (-1)^9$

c) (1) Chercher sur votre calculatrice la touche qui permet de calculer les puissances d'un nombre.

(2) Effectuer avec cette touche les calculs suivants.

5^6 $\quad 3^{10}$ $\quad 4^7$ $\quad (-2)^{12}$ $\quad (-7)^{11}$ $\quad 0,8^6$

(3) Calculer avec la calculatrice 2^0 ; 3^0 ; 4^0. Quelle conjecture peut-on faire sur la valeur de a^0 ?

3. Puissances et opérations

▶ Exercices 31 à 39 p. 96

a) Lire la règle de priorité p. 92.

b) Effectuer les calculs suivants.

(1) $A = 3 + 5^2$ $\quad B = 3 \times 5^2$ $\quad C = (3 \times 5)^2$ $\quad D = 3^3 + 3$

(2) $E = 4^2 + 3 \times 4$ $\quad F = 3 \times 2^2 - 3 \times 4 + 5$ $\quad G = (2+3)^2$ $\quad H = 2 \times (6 + 3 \times 2^2)$

(3) $I = -3^2$ $\quad J = (-3)^2$ $\quad K = 12 - 3^2$ $\quad L = 12 - (-3)^2$

c) (1) Effectuer mentalement les calculs suivants.

$A=4^2+6$ $\quad B=\dfrac{11+3^2}{2}$ $\quad C=\dfrac{22}{2+3^2}$

(2) Avec une calculatrice et en utilisant, entre autres, la touche « puissance », effectuer les calculs ci-dessus, comparer vos résultats avec ceux trouvés à la question **c.** 1.

4. Puissances d'exposant négatif

▶ Exercices 40 à 42 p. 97

a) (1) Calculer avec la calculatrice 2^{-2}.

(2) Si ce n'est pas déjà fait, écrire le résultat sous forme de fraction.

(3) Quel est le lien entre 2^{-2} et 2^2 ?

b) (1) Faire un pronostic : comment compléter $2^{-3}=\dfrac{1}{2^{\square}}$?

Connaissance 1.b
p. 92

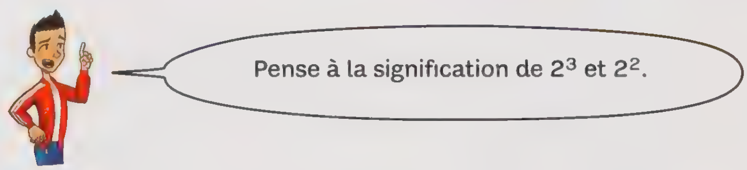
(2) Vérifier votre pronostic à la calculatrice.

Simplifier des expressions comportant des puissances

5. Compléter avec l'exposant qui convient

▶ Exercices 43 à 52 p. 97

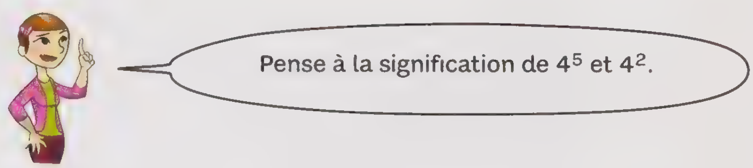
a) (1) Compléter : $3^3 \times 3^4 = 3^{\square}$



(2) Compléter.

$2^3 \times 2^4 = 2^{\square}$ $\quad 5^4 \times 5^2 = 5^{\square}$ $\quad 3^4 \times 3 = 3^{\square}$

b) (1) Compléter : $\dfrac{4^5}{4^2}=4^{\square}$



(2) Compléter.

$\dfrac{2^5}{2^2}=\dots$ $\quad \dfrac{3^4}{3^2}=\dots$ $\quad \dfrac{5^6}{5}=\dots$ $\quad \dfrac{7^3}{7^3}=\dots$ $\quad \dfrac{2^3}{2^5}=\dots$

c) (1) Soit $A = 4^3 \times 5^3$. On a demandé à trois élèves d'écrire une expression égale à A. Voici leurs propositions :

Elsa :	$4^3 \times 5^3 = 20^9$
Chimène :	$4^3 \times 5^3 = 20^3$
Ester :	$4^3 \times 5^3 = 20^6$

Ces propositions sont-elles justes ou fausses ? Justifier.

(2) Écrire, sous forme a^n, les expressions suivantes.

$B=2^3 \times 4^3$ $\quad C=3^4 \times 5^4$ $\quad D=4^5 \times 6^5$

Calculer avec des puissances de 10

6. Calcul d'une puissance de 10

▶ Exercices 53 à 58 p. 98

a) Conjecturer.

(1) Igor dit : « J'ai une méthode pour trouver très rapidement le résultat de 10^n, où n est un entier. » Trouver une méthode pour effectuer ces calculs.

Connaissance 2.a p. 92

(2) Gaspard dit: « J'ai une méthode pour trouver très rapidement le résultat d'une expression de la forme 10^{-n}, où n est un entier. »

Trouver une méthode pour effectuer ces calculs.

b) Appliquer. Calculer les expressions suivantes.

(1) 10^2 (2) 10^4 (3) 10^7 (4) 10^{-2} (5) 10^{-4} (6) 10^{-7}

7. Produit par une puissance de 10

▶ Exercices 59 à 62 p. 98

a) Calculer.

(1) $3{,}5 \times 10^3$ (2) $0{,}05 \times 10^4$ (3) $423{,}5 \times 10^{-2}$ (4) $3{,}5 \times 10^{-3}$

b) Conjecturer une règle permettant de multiplier un nombre décimal par une puissance de 10.

Connaissance 2.c p. 93

c) Appliquer. Calculer en utilisant la règle ci-dessus.

(1) $75{,}2 \times 10^6$ (2) $0{,}078 \times 10^8$ (3) $0{,}028 \times 10^{-4}$ (4) $0{,}032 \times 10^{-7}$

8. Puissances de puissances

▶ Exercice 63 p. 98

a) Calculer le volume d'un cube de 10^4 mm de côté.

Connaissance 2.b p. 93

b) Compléter : $(10^2)^3 = 10^{\square}$ $(10^4)^3 = 10^{\square}$ $(10^3)^5 = 10^{\square}$

c) Compléter : $(10^{-2})^3 = 10^{\square}$ $(10^3)^{-2} = 10^{\square}$ $(10^{-3})^{-2} = 10^{\square}$

9. Notation scientifique

▶ Exercices 64 à 70 p. 98

a) En astronomie, on utilise une unité appelée **unité astronomique**, notée **U.A.**, qui est la distance Terre-Soleil (1 u.a. $= 1{,}5 \times 10^8$ km). En utilisant une calculatrice calculer la distance, en kilomètres, correspondant à 700 000 U.A. Que signifie le résultat affiché par la calculatrice ? Pourquoi affiche-t-elle ce résultat ?

b) En physique, on utilise une unité appelée **nanomètre**, notée **nm** (1 nm = 0,000 000 001 m). En utilisant une calculatrice calculer la distance, en mètres, correspondant à 0,000 04 nm. Que signifie le résultat affiché par la calculatrice ? Pourquoi affiche-t-elle ce résultat ?

Connaissance 3 p. 93

c) Exécuter le calcul suivant avec la calculatrice : $623\,452 \times 786\,549$. Que signifie le résultat affiché par la calculatrice ? Pourquoi affiche-t-elle ce résultat ?

d) Les nombres affichés, suite aux calculs ci-dessus, sont dits « en notation scientifique ». Parmi les nombres suivants, seuls D, E et F sont écrits en notation scientifique. Proposer une définition de la notation scientifique.

$D = 1{,}23 \times 10^3$ $E = 9{,}23 \times 10^{-5}$ $F = 5{,}23 \times 10^3$

$G = 0{,}23 \times 10^7$ $H = 10{,}23 \times 10^{-5}$ $I = 123{,}23 \times 10^{12}$

e) Écrire les nombres suivants en notation scientifique.

$J = 320\,000$ $K = 123{,}5$ $L = 0{,}23$ $M = 0{,}002\,65$ $N = 10{,}23$

Résoudre des problèmes

10. Problèmes

Exercices 74 à 92 p. 99

1 Puissance d'un nombre

a) Puissance d'exposant positif

Exercices 22 à 30 p. 96

DÉFINITION

Quel que soit le nombre a et quel que soit l'entier n supérieur à 1 :

$$a^n = \underbrace{a \times a \times a \times \ldots \times a \times a \times a}_{n \text{ facteurs}}$$

a^n est une puissance de a et se lit « a exposant n ».

De plus :

$$a^1 = a \quad \text{et} \quad a^0 = 1 \quad (a \neq 0)$$

➡ **Exemples :**

- $2^5 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$
- $2\,000^1 = 2\,000$
- $1999^0 = 1$

Remarques :

a^2 se lit également « a carré » et a^3 se lit « a au cube ».

b) Puissance d'exposant négatif

Exercices 40 à 42 p. 97

DÉFINITION

Quel que soit le nombre a non nul et quel que soit l'entier n :

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

En particulier, $a^{-1} = \frac{1}{a}$ et $a^{-2} = \frac{1}{a^2}$

➡ **Exemples :**

- $2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8} = 0{,}125$
- $2^{-1} = \frac{1}{2} = 0{,}5$

c) Puissances et règle de priorité

Exercices 31 à 39 p. 96

RÈGLE DE PRIORITÉ

- En l'absence de parenthèses, on calcule les puissances avant d'effectuer les autres opérations ($\times$, $\div$, $+$ et $-$).
- En présence de parenthèses, on effectue d'abord les calculs entre parenthèses.

➡ **Exemples :**

- $5 \times 3^2 = 5 \times 9 = 45$
- $(5 + 3)^2 = 8^2 = 64$

2 Cas particulier : les puissances de 10

a) Calcul d'une puissance de 10

Exercices 53 à 58 p. 98

PRIORIÉTÉ

Quel que soit l'entier positif n :

$$10^n = 1\underbrace{0\ldots\ldots\ldots\ldots0}_{n \text{ zéros}} \quad \text{et} \quad 10^{-n} = \underbrace{0{,}0\ldots\ldots\ldots\ldots0}_{n \text{ zéros}}1$$

➡ **Exemples :**

- $10^5 = \underbrace{100\,000}_{\text{1 suivi de 5 zéros}}$
- $10^{-5} = \underbrace{0{,}000\,01}_{\text{5 zéros précédant le 1 (sans oublier la virgule)}}$

b) Puissance de puissance de 10

Exercice 36 p. 98

PRIORIÉTÉ

Quels que soient les entiers relatifs n et m, $(10^n)^m = 10^{n \times m}$

➡ **Exemple :**

- $(10^3)^5 = 10^{3 \times 5} = 10^{15}$

c) Produit par une puissance de 10

Exercices 59 à 62 p. 98

PRIORIÉTÉ

- **Pour multiplier un nombre décimal par 10^n (n est un entier positif), on déplace la virgule de n rangs vers la droite.**
- **Pour multiplier un nombre décimal par 10^{-n} (n est un entier positif), on déplace la virgule de n rangs vers la gauche.**

➡ **Exemples :**

- $25{,}1 \times 10^5 = 2\,510\,000$ La virgule est décalée de 5 rangs vers la droite.
- $25{,}1 \times 10^{-5} = 0{,}000\,251$ La virgule est décalée de 5 rangs vers la gauche.

3 La notation scientifique

Exercices 64 à 70 p. 98

Les calculatrices, lorsque le résultat d'un calcul dépasse leur capacité d'affichage, donnent une valeur approchée du résultat en **notation scientifique**.

DÉFINITION

Un nombre positif est écrit en notation scientifique quand il est écrit sous la forme :

$$a \times 10^n$$

où :

- **a est un nombre décimal tel que $1 \leqslant a < 10$ (c'est-à-dire que a s'écrit avec un seul chiffre autre que zéro avant la virgule),**
- **n est un nombre entier relatif.**

➡ **Exemples :**

- $G = 7{,}45 \times 10^3$ G est écrit en notation scientifique.
- $H = 0{,}38 \times 10^4$ H n'est pas écrit en notation scientifique car le chiffre avant la virgule est zéro.
- $I = 8{,}257 \times 5^2$ I n'est pas écrit en notation scientifique car le deuxième facteur n'est pas une puissance de 10.

Remarque :

On peut donner un ordre de grandeur en écrivant un encadrement entre deux puissances de 10 d'un nombre écrit en notation scientifique.

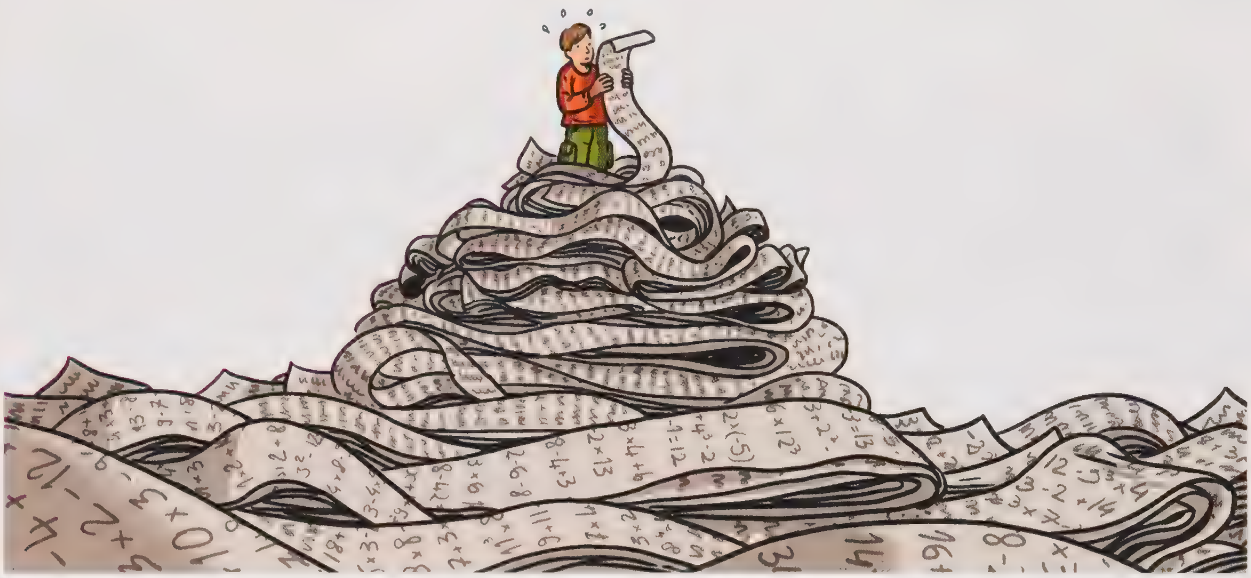
➡ **Exemples :**

- $10^4 < 6{,}28 \times 10^4 < 10^5$
- $10^{-4} < 3{,}25 \times 10^{-4} \times 10^{-3}$

Conduire un calcul contenant des puissances

Méthode **>> Exercice** : Calculer $A = 5 \times (-4)^2 - 3 \times 5 + 8$.

ÉTAPES	SOLUTION
(1) J'effectue les puissances en priorité.	$A = 5 \times (-4)^2 - 3 \times 5 + 8$
(2) J'effectue les produits.	$A = 5 \times 16 - 3 \times 5 + 8$
(3) J'achève le calcul.	$A = 80 - 15 + 8$
	$A = 65 + 8$
	$A = 73$



EXERCICES D'APPLICATION

1 Calculer.

a) $A = 4^2 + 5$ $\qquad B = 7 + 3^2$

b) $C = 12 - 5^2$ $\qquad D = 8^2 - 24$

c) $E = 5 \times 2^2$ $\qquad F = 3^2 \times 2$

d) $G = -3 \times 3^2$ $\qquad H = 2 \times (-4)^2$

e) $I = 2^3 + 12$ $\qquad J = 2 \times 3^3$

f) $K = 28 - 2^3$ $\qquad L = 2 \times (-3)^3$

2 Calculer.

$A = 5 \times 2^2 + 3 \times 4 + 3$

$B = 4 \times 3^2 + 2 \times 5 - 14$

$C = 10 + 3 \times 4 + 2 \times 3^2$

$D = 2 \times (-5)^2 + 4 \times 5 - 12$

$E = -4 \times 2^2 + 2 \times 8 - 12$

$F = 14 - 4 \times 7 - 5 \times 3^2$

$G = 3^3 + 3^2 + 5$

$H = 3 \times 2^3 + 2 \times 3^2 + 10$

$I = 2 \times 3^3 - 4 \times 2^2 + 12$

Je réactive mes connaissances

Effectuer les multiplications par 10 ; 100 ; 1 000 ; par 0,1 ; 0,01 ; 0,001

SOCLE

Effectuer les opérations suivantes.
a) $7{,}28 \times 1\,000$ **b)** $0{,}7 \times 100$
c) $0{,}54 \times 10$ **d)** $35{,}67 \times 1\,000$

Effectuer les opérations suivantes.
a) $6{,}58 \times 1\,000$ **b)** $0{,}67 \times 100$
c) $0{,}21 \times 10$ **d)** $3{,}675 \times 1\,000$

5 Effectuer les opérations suivantes.
a) $5{,}67 \times 1\,000$ **b)** $97{,}5 \times 100$
c) $0{,}045 \times 100$ **d)** $0{,}987 \times 10$

Effectuer les opérations suivantes.
a) $657 \times 0{,}01$ **b)** $85{,}9 \times 0{,}1$
c) $0{,}47 \times 0{,}01$ **d)** $628\,645 \times 0{,}001$

Effectuer les opérations suivantes.
a) $241 \times 0{,}01$ **b)** $76{,}9 \times 0{,}1$
c) $3{,}7 \times 0{,}01$ **d)** $12\,567 \times 0{,}001$

8 Effectuer les opérations suivantes.
a) $78{,}97 \times 0{,}01$ **b)** $0{,}87 \times 0{,}1$
c) $7{,}98 \times 0{,}001$ **d)** $0{,}56 \times 0{,}01$

Compléter les égalités.
a) $76{,}58 \times \ldots = 7\,658$ **b)** $5\,600 \times \ldots = 56$
c) $4{,}56 \times \ldots = 0{,}456$ **d)** $67{,}79 \times \ldots = 6\,779$

Compléter les égalités.
a) $\ldots \times 10 = 780$ **b)** $\ldots \times 0{,}01 = 46{,}75$
c) $\ldots \times 1\,000 = 4\,350$ **d)** $\ldots \times 0{,}1 = 0{,}982$

Vrai ou faux ?
a) $23{,}67 \times 1\,000 = 236{,}7 \times 100$
b) $45 \times 100 = 4{,}5 \times 100$
c) $25\,000 \times 0{,}01 = 2{,}5 \times 100$
d) $0{,}36 \times 0{,}01 = 3{,}6 \times 10$

Effectuer les opérations suivantes.
$A = 6{,}75 \times 0{,}1$ $B = 6{,}75 \times 1\,000$
$C = 0{,}7 \times 0{,}01$ $D = 0{,}067 \times 100$
$E = 43 \times 0{,}001$ $F = 43 \times 1\,000$.

Effectuer les divisions par 10 ; 100 ; 1 000 ; par 0,1 ; 0,01 ; 0,001

SOCLE

Effectuer les opérations suivantes.
a) $413{,}8 \div 10$ **b)** $478{,}2 \div 100$
c) $345{,}5 \div 1\,000$ **d)** $2{,}3 \div 10$

Effectuer les opérations suivantes.
a) $0{,}25 \div 10$ **b)** $13{,}8 \div 10$
c) $48{,}2 \div 100$ **d)** $455 \div 1\,000$

15 Effectuer les opérations suivantes.
a) $0{,}36 \div 10$ **b)** $214{,}6 \div 10$
c) $3{,}7 \div 100$ **d)** $987 \div 1\,000$

Effectuer les opérations suivantes.
a) $41{,}5 \div 0{,}1$ **b)** $18{,}34 \div 0{,}001$
c) $123{,}2 \div 0{,}01$ **d)** $0{,}31 \div 0{,}1$

Effectuer les opérations suivantes.
a) $12{,}24 \div 0{,}01$ **b)** $0{,}28 \div 0{,}1$
c) $123 \div 0{,}001$ **d)** $5{,}67 \div 0{,}01$

18 Effectuer les opérations suivantes.
a) $25{,}36 \div 0{,}01$ **b)** $0{,}87 \div 0{,}1$
c) $786 \div 0{,}001$ **d)** $4{,}94 \div 0{,}01$

Voici la copie de Chirine. Mettre un point par réponse juste. Quelle est la note de Chirine ?

a) 75 x 100 = 7 500
b) 4,36 x 1 000 = 436 000
c) 0,455 x 10 = 4,5
d) 360 ÷ 100 = 3,6
e) 45,2 ÷ 1 000 = 0,045 2
f) 85 x 0,1 = 8,5
g) 5,64 x 0,01 = 0,056 4
h) 0,56 x 0,1 = 0,056
i) 146 ÷ 0,1 = 1 460
j) 67,4 ÷ 0,001 = 0,0674

Effectuer les opérations suivantes.
$A = 18 \div 1\,000$ $B = 0{,}54 \div 100$
$C = 100 \div 0{,}1$ $D = 23{,}67 \div 0{,}01$

Effectuer les opérations suivantes.
$A = 5{,}89 \div 100$ $B = 0{,}05 \times 0{,}1$
$C = 0{,}078 \times 1\,000$ $D = 8{,}6 \div 0{,}1$

S1 Calculer avec des puissances

22 Madame Geek a détecté un virus informatique. Le 1^er^ avril, elle envoie un courriel à trois amis pour les informer. Le 2 avril, chacune des trois personnes envoie un courriel à trois nouvelles personnes.
La diffusion de l'information se poursuit de la même manière : dès qu'une personne est informée, elle l'apprend à trois nouvelles personnes dès le lendemain.
a) Combien de personnes apprennent l'information le 2 avril ? le 3 avril ? le 4 avril ?
b) Écrire, sous forme d'une puissance, le calcul permettant de trouver le nombre de personnes apprenant l'information le 15 avril.

23 Remplacer, si possible, dans chaque cas, la lettre n par le nombre entier qui convient.
a) $3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^n$
b) $6 + 6 + 6 = 6^n$
c) $2{,}3 \times 2{,}3 \times 2{,}3 \times 2{,}3 \times 2{,}3 \times 2{,}3 = 2{,}3^n$
d) $3 + 3 + 3 + 3 = 3^n$
e) $7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 = 7^n$

24 Remplacer, si possible, dans chaque cas, la lettre n par le nombre entier qui convient.
a) $27 = 3^n$ **b)** $81 = 3^n$
c) $125 = n^3$ **d)** $81 = n^2$

25 Calculer.
a) 2^3 et 2×3 **b)** 5^2 et 5×2
c) 3^3 et 3×3 **d)** 4^2 et 4×2
e) 1^5 et 1×5 **f)** 0^3 et 0×3

26 **Vrai ou faux ?**
a) 2^4 est le double de 2^3.
b) 3^2 est la moitié de 3^4.
c) 2^3 et 3^2 sont égaux.
d) 2^4 et 2×4 sont égaux.

27 Calculer.
a) $\left(\dfrac{2}{5}\right)^2$ **b)** $\left(\dfrac{3}{2}\right)^3$ **c)** $\left(\dfrac{5}{4}\right)^3$

28 Calculer.
a) $0{,}2^2$ **b)** $0{,}4^2$ **c)** $1{,}2^2$ **d)** $1{,}3^2$

29 Calculer.
a) $(-6)^2$ **b)** $(-10)^4$ **c)** $(-5)^3$ **d)** $(-1)^{10}$
e) $(-7)^2$ **f)** $(-1)^7$ **g)** $(-10)^7$ **h)** $(-4)^3$

30 En utilisant une calculatrice, calculer.
a) 13^8 **b)** $(-12)^7$ **c)** $(-0{,}6)^5$ **d)** 125^0

31 Effectuer les calculs suivants.
$A = 4 + 6^2$ $B = 2 \times 5^2$
$C = 8^2 + 36$ $D = -9 + 6^2$

32 Effectuer les calculs suivants.
$F = 3 \times 2^2 + 8$ $G = 4 \times 2^2 - 10$
$H = 6 \times 3^2 - 4 \times 3 + 6$ $I = 20 - 3^0 + 2 \times 2^3$

33 Effectuer les calculs suivants.
$J = (6 + 4)^2$ $K = 3^2 \times (5 + 2)^2$
$L = 4 \times (6 + 3^2)$ $M = 2 \times (7 + 3 \times 2^2)$

34 Effectuer les calculs suivants.
a) -4^2 **b)** $(-4)^2$ **c)** $15 - 4^2$

35 **Calcul littéral**
Calculer $A = x^3$ et $B = 2x^3 - 3x^2 + 5$ pour :
a) $x = 4$; **b)** $x = -2$; **c)** $x = \dfrac{5}{2}$.

36 **Calcul littéral**
Calculer $A = 2x^3 + 3x^2 + 4x + 5$
et $B = -3x^3 + 2x^2 - 5x + 3$
a) pour $x = 2$; **b)** pour $x = -2$;
c) pour $x = 3$; **d)** pour $x = -3$.

37 Calculer.
a) $\left(\dfrac{2}{5}\right)^2$ **b)** $\dfrac{2^2}{5}$ **c)** $\left(\dfrac{-5}{3}\right)^2$ **d)** $\dfrac{-5^2}{3}$

38 **a)** Effectuer ces calculs sans calculatrice.

$$A = \frac{6^2 + 4}{2^3} \quad \text{et} \quad B = \frac{45}{5^2 - 5 \times 3}$$

b) Calculer A et B avec une calculatrice. Comparer avec les résultats du **a**.

TRIANGLE INFO *magazine*

Le mot « puissance »

Le mot « puissance » a de nombreux sens : en mathématiques, la « puissance » d'un nombre ; en mécanique, la « puissance » d'un moteur ; en géographie, les « grandes puissances » ; en optique, la « puissance » d'une loupe.

La locomotive *Plénitude*, destinée à la Chine, a été construite par Alstom. Elle peut tracter jusqu'à 8 000 t de convoi grâce à une puissance de 9 600 kW. En 2010, c'est la locomotive la plus puissante du monde.

39 **a)** Calculer sans calculatrice.

$$A = \frac{16}{4^2} + 5^2 \quad \text{et} \quad B = \frac{80}{3^2 - 4} + \frac{2^3}{4}$$

b) Calculer A et B avec une calculatrice. Comparer avec les résultats du **a**.

40 Écire sous forme de fraction.

a) 5^{-4} **b)** 2^{-8} **c)** 3^{-5} **d)** 6^{-3}

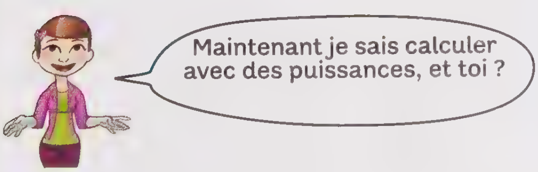
41 Compléter.

a) $\frac{1}{25} = 5^{\square}$ **b)** $64 = 2^{\square}$ **c)** $0{,}01 = 10^{\square}$

d) $\frac{1}{8} = 2^{\square}$ **e)** $27 = 3^{\square}$ **f)** $0{,}001 = 10^{\square}$

42 Calculer.

a) 2^{-1} **b)** 5^{-1} **c)** 4^{-1} **d)** 10^{-2} **e)** 10^{-4}



Simplifier des expressions comportant des puissances

S2

43 Écrire sous la forme a^n.

a) $6^2 \times 6^3$ **b)** $7^2 \times 7^4$ **c)** $4^3 \times 4^8$

d) 5×5^3 **e)** $6^2 \times 6^4$ **f)** $9^6 \times 9$

44 Trouver le nombre manquant.

a) $3^2 \times 3^{\square} = 3^6$ **b)** $2^2 \times 2^{\square} = 2^8$

c) $5^{\square} \times 5^4 = 5^6$ **d)** $6^2 \times 6^{\square} = 6^{10}$

45 Écrire sous la forme a^n.

a) $8^2 \times 8^3$ **b)** $10^5 \times 10$

c) $9^7 \times 9^6$ **d)** $12^5 \times 12^3$

46 Écrire sous la forme a^n.

a) $\frac{5^7}{5^4}$ **b)** $\frac{6^8}{6^3}$ **c)** $\frac{4^6}{4^5}$ **d)** $\frac{3^4}{3}$ **e)** $\frac{5^2}{5^0}$ **f)** $\frac{9^7}{9^6}$

47 Trouver le nombre manquant.

a) $\frac{5^8}{5^{\square}} = 5^6$ **b)** $\frac{6^{\square}}{6^3} = 6^{10}$ **c)** $\frac{4^7}{4^{\square}} = 4^3$

48 Écrire sous la forme a^n.

a) $\frac{7^{10}}{7^4}$ **b)** $\frac{11^8}{11^3}$ **c)** $\frac{2^{12}}{2^{11}}$ **d)** $\frac{8^9}{8}$ **e)** $\frac{10^6}{10^4}$ **f)** $\frac{15^7}{15^7}$

49 Écrire sous la forme a^n.

a) $2^3 \times 5^3$ **b)** $4^5 \times 5^5$ **c)** $3^2 \times 7^2$

d) $25^4 \times 4^4$ **e)** $2^3 \times 2^3$ **f)** $4^6 \times 9^6$

50 Écrire sous la forme a^n.

a) $3^4 \times 3^2$ **b)** $\frac{4^5}{4^3}$ **c)** $5^2 \times 3^2$

d) $4^3 \times 4^2$ **e)** $2^5 \times 5^5$ **f)** $\frac{5^6}{5^3}$

51 Écrire sous la forme a^n.

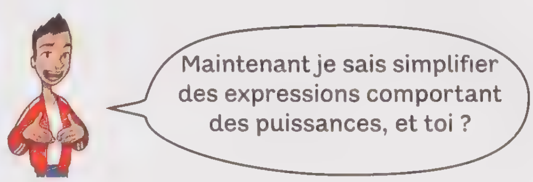
a) $5^4 \times 5^2$ **b)** $\frac{3^5}{3^3}$ **c)** $4^3 \times 3^3$

d) $4^3 \times 4$ **e)** $4^6 \times 5^6$ **f)** $\frac{7^6}{7^2}$

52 Écrire sous la forme a^n.

a) $4^4 \times 4$ **b)** $\frac{6^5}{6^4}$ **c)** $7^3 \times 3^3$

d) $8^4 \times 8^2$ **e)** $2^4 \times 5^4$ **f)** $\frac{5^4}{5^3}$



Calculer avec des puissances de 10

53 Calculer.
a) 10^3 **b)** 10^1 **c)** 10^6 **d)** 10^{-2}
e) 10^{-4} **f)** 10^{-1} **g)** 10^{-6} **h)** 10^9

54 Écrire sous la forme d'une puissance de 10.
a) 100 **b)** 0,001 **c)** $\frac{1}{10\,000}$ **d)** $\frac{1}{100}$
e) un million **f)** un milliard **g)** un millième
h) un millionième **i)** un dixième.

55 Écrire sous la forme 10^n.
a) $10^2 \times 10^5$ **b)** $10^4 \times 10^{-8}$
c) $10^{-3} \times 10^{-7}$ **d)** $10^2 \times 10$
e) $10^3 \times 10^5 \times 10^{-2}$ **f)** $10^{-2} \times 10^2$

56 Écrire sous la forme 10^n.
a) $\frac{10^8}{10^2}$ **b)** $\frac{10^5}{10^8}$ **c)** $\frac{10^{-3}}{10^5}$ **d)** $\frac{10^{-73}}{10^{-3}}$ **e)** $\frac{10^4}{10^{-4}}$

57 Écrire sous la forme 10^n.
a) $A = 10^2 \times 10^5$; $B = 10^3 \times 10^{-5}$;
$C = 10^{-2} \times 10^8$.
b) $E = \frac{10^6}{10^2}$ $F = \frac{10^6}{10^{-2}}$ $G = \frac{10^{-6}}{10^2}$.
$H = \frac{10^{-6}}{10^{-2}}$ $I = \frac{10^{-2}}{10^{-6}}$ $J = \frac{10^6}{10^6}$.

58 Écrire sous la forme 10^n.
a) $\frac{10^3 \times 10^4}{10^2}$ **b)** $\frac{10^5 \times 10^3}{10^{-2}}$ **c)** $\frac{10^2 \times 10^{-6}}{10^3 \times 10^{-5}}$

59 Calculer.
a) $4{,}5 \times 10^2$ **b)** 27×10^4 **c)** $0{,}072 \times 10^5$
d) 350×10^{-2} **e)** 12×10^{-4} **f)** $0{,}045 \times 10^{-2}$

60 Compléter.
a) $87\,000 = 8{,}7 \times 10^{\square}$
b) $1\,540 = 1{,}54 \times 10^{\square}$
c) $670\,000 = 6{,}7 \times 10^{\square}$
d) $920\,000 = 9{,}2 \times 10^{\square}$

61 Compléter.
a) $0{,}038 = 3{,}8 \times 10^{\square}$
b) $0{,}001\,59 = 1{,}59 \times 10^{\square}$
c) $0{,}000\,035 = 3{,}5 \times 10^{\square}$
d) $0{,}043\,2 = 4{,}32 \times 10^{\square}$

62 Écrire sous la forme 10^n.
a) $(10^2)^4$ **b)** $(10^3)^2$ **c)** $(10^4)^5$
d) $(10^3)^{-2}$ **e)** $10^5 \times (10^2)^3$ **f)** $10^{-8} \times (10^3)^2$

63 Compléter.
a) $0{,}000\,45 = 4{,}5 \times 10^{\square}$
b) $0{,}78 = 7{,}8 \times 10^{\square}$
c) $5\,457\,000 = 5{,}457 \times 10^{\square}$
d) $0{,}000\,5 = 5 \times 10^{\square}$

64 Écrire sous la forme 10^n.
$A = 10^4 \times 10^2$ $B = \frac{10^5}{10^2}$ $C = (10^3)^4$
$D = 10^{-2} \times 10^6$ $E = (10^4)^{-2}$ $F = \frac{10^3}{10^5}$

65 Parmi les nombres suivants, quels sont ceux qui sont écrits en notation scientifique ?
$A = 3{,}8 \times 10^5$ $B = 0{,}54 \times 10^{-4}$
$C = 5{,}9 \times 4^{10}$ $D = 6{,}92 \times 10^{-5}$
$E = 34 \times 10^5$ $F = 0{,}6 \times 10^5$

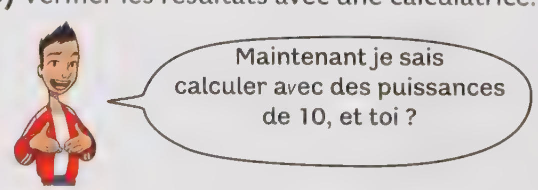
66 Écrire les nombres suivants en notation scientifique.
$H = 45\,000$ $K = 654\,000\,000$
$L = 0{,}000\,073$ $M = 0{,}000\,000\,745$
$N = 0{,}67$ $P = 456{,}78$

67 Écrire les nombres suivants en notation scientifique.
$A = 23 \times 10^4$ $B = 666 \times 10^{-3}$
$C = 0{,}067\,8 \times 10^4$ $D = 0{,}056 \times 10^5$
$E = 56\,780 \times 10^{-6}$ $F = 4{,}76 \times 10^{-1}$

68 Écrire les nombres suivants en notation scientifique.
$F = 47\,000 \times 10^5$ $E = 0{,}052 \times 10^4$
$R = 73\,000\,000 \times 10^{-3}$ $S = 456{,}78 \times 10^5$

69 Écrire les nombres suivants en notation scientifique.
$T = 654 \times 10^{21}$ $R = 769 \times 10^{-13}$
$E = 0{,}000\,8 \times 10^{18}$ $S = 5\,780\,000 \times 10^{-8}$
$H = 876{,}678 \times 10^{15}$ $F = 43{,}679 \times 10^{-24}$

70 **a)** Effectuer sans calculatrice les calculs suivants et donner l'écriture scientifique du résultat.
$$A = 2 \times 10^{-3} \times 25 \times (10^2)^2$$
$$B = 50 \times 10^5 \times 25 \times 10^{-3}.$$
b) Vérifier les résultats avec une calculatrice.



Calcul mental

71 Calculer astucieusement.

$F = 2^4 \times 0{,}07 \times 5^4$ $\quad G = 4^2 \times 9{,}57 \times 25^2$

$H = 0{,}4^3 \times 2{,}5^3 \times 2\,007$ $\quad I = 2^3 \times 2\,453 \times 5^3$

72 Effectuer les calculs suivants.

a) $7 + 3^2$ **b)** $2 + 5^2 \times 4$

c) $2 \times 5^2 + 4$ **d)** $5^2 + 3 \times 5$

e) 6×3^2 **f)** $(4 \times 5)^2$

g) 7×2^3 **h)** $34 - 24 \div 2^2$ **i)** $4^2 + 6^2$

73 Effectuer les calculs suivants.

a) $(4 + 5)^2$ **b)** $(6 - 7)^5$

c) $(25 - 5 \times 3)^4$ **d)** $5 + (3 - 7)^2$

e) $(6 \times 5 - 25)^2$ **f)** $(3 + 7)^5$

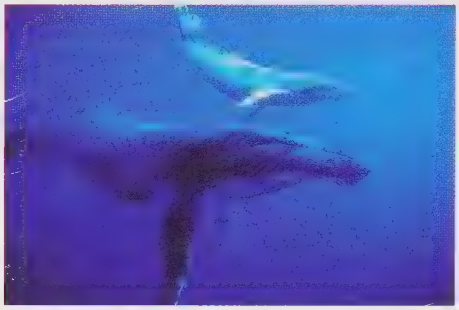
Résoudre des problèmes

74 **a)** (1) Soit $A = 2{,}5 \times 10^5$.
Trouver un entier n tel que :
$10^n < A < 10^{n+1}$
(2) Soit $B = 3{,}56 \times 10^{-7}$.
Trouver un entier n tel que :
$10^{-n} < B < 10^{-n+1}$
b) Soit $C = 5 \times (10^3)^5 \times 12 \times 10^{-7}$
Trouver un entier n tel que :
$10^n < C < 10^{n+1}$.

75 **a)** Soit $A = 5{,}6 \times 10^7$.
Trouver un entier n tel que :
$10^n < A < 10^{n+1}$
b) Soit $B = 6{,}78 \times 10^{-3}$.
Trouver un entier n tel que :
$10^{-n} < B < 10^{-n+1}$

76 ***Physique***
Le son se propage environ à $3{,}4 \times 10^4$ cm/s dans l'air. Quelle distance parcourt-il en une minute quarante secondes ?

77 ***Physique***
Le son se déplace dans l'eau à environ $1{,}5 \times 10^3$ mètres par seconde. Une baleine appelle son petit qui entend le son 50 s après. À quelle distance de la baleine se trouve le petit ? Donner la réponse en kilomètres.



78 ***Physique***
Un orage éclate à 3 km.
a) Sachant que la foudre se déplace à la vitesse de la lumière, c'est-à-dire 3×10^5 km/s, combien de temps s'écoule-t-il avant de voir l'éclair ?
b) Sachant que le bruit du tonnerre se déplace à la vitesse du son, c'est-à-dire 340 m/s, combien de temps s'écoule-t-il avant d'entendre le tonnerre ?

79 ***Physique***
Trois amies sont dans la même région mais à des endroits différents. Un orage éclate et les trois amies voient tomber la foudre. Elles notent chacune le nombre de secondes qui s'écoulent avant qu'elles n'entendent le tonnerre :
a) Amélie attend 12 s ;
b) Béatrice attend 17 s ;
c) Gaëlle attend 24 s.
Calculer, en utilisant la méthode de *Triangle-Info* ci-après, la distance approximative qui sépare chacune du lieu où est tombée la foudre.

TRIANGLE INFO magazine

Son et lumière

Un calcul tout simple : quand on est au centre d'un orage, on compte le nombre de secondes qui séparent l'instant où on voit tomber la foudre et celui où on entend le tonnerre, on divise par 3 et on obtient approximativement la distance, en kilomètres, qui nous sépare de l'orage.

80 Arsène Poirot jubile ! Il a en face de lui un coffre-fort d'un ancien modèle : il n'y a que 4 chiffres sur chacun des 8 boutons.

a) Combien de combinaisons différentes peuvent être affichées sur ce coffre ?

b) Arsène met 10 secondes pour afficher une combinaison. Combien de temps lui faut-il pour les essayer toutes ? Le pourra-t-il en une nuit de 8 heures ?

81 Écrire sous la forme a^n.

a) $\dfrac{14^4}{7^4}$ **b)** $\dfrac{33^8}{11^8}$ **c)** $\dfrac{27^6}{9^6}$

d) $\dfrac{12^6}{2^6}$ **e)** $\dfrac{100^3}{10^3}$ **f)** $\dfrac{45^9}{15^9}$

82 **a)** Calculer avec une calculatrice :

$$A = 5^2 + 6 \qquad B = \frac{10^5}{10^3}$$

b) Effectuer, de tête, les deux calculs ci-dessus.

c) Si les résultats trouvés en **a** et **b** ne correspondent pas, chercher l'erreur !

83 **a)** Trouver le plus grand nombre entier n tel que $2^n < 1\,000\,000\,000$.

b) Trouver le plus grand nombre entier n tel que $3^n < 10^{25}$.

84 Un rectangle a pour aire 5^8 cm^2 et pour longueur 5^6 cm. Quelle est sa largeur ?

85 Un carré a pour côté 2^4 cm. Donner, sous la forme 2^n, son périmètre puis son aire.

86 Un cube a pour arête 10^2 cm.
Donner son volume sous la forme 10^n.

87 Le triangle ABC est-il rectangle ?
(Les longueurs sont toutes en centimètres.)
$AB = 2^5$ $AC = 2^5$ $BC^2 = 2^{11}$

88 Le triangle ABC est-il rectangle ?
(Les longueurs sont toutes en centimètres.)
$AB = 2^3$ $AC = 2^3$ $BC^2 = 2^8$

89 Le triangle ABC est-il rectangle ?
(Les longueurs sont toutes en centimètres.)
$AB = 2^4$ $AC = 2^4$ $BC^2 = 2^9$

90 **AU BREVET**

On donne l'expression numérique :

$$A = 2\times10^2 + 10^1 + 10^{-1} + 2\times10^{-2}.$$

a) Donner l'écriture décimale de A.

b) Donner l'écriture scientifique de A.

c) Écrire A sous la forme d'un produit d'un nombre entier par une puissance de 10.

D'après Brevet Liban 2009

91 ***SVT***

Il y a environ $2{,}025 \times 10^{13}$ globules rouges dans 4,5 litres de sang humain. Combien de globules rouges y a-t-il dans 3 litres de sang ?

92 **QU'EST-CE-QUE J'AI APPRIS ?**

Les phrases suivantes sont-elles vraies ou fausses ?

a) 2^{10} est le double de 2^5.

b) 2^{10} est le double de 2^9.

c) $6{,}24 \times 5^3$ est une écriture scientifique.

d) 10^{-2} est un nombre négatif.

e) 10^{-3} et 10^3 sont des nombres inverses.

Pour approfondir

93 ***Physique***

On lit dans une revue : « La masse du Soleil est environ 300 000 fois plus grande que celle de la Terre », est-ce exact ?

On sait que la masse de la Terre est d'environ 6×10^{21} tonnes et celle du Soleil est d'environ 2×10^{27} tonnes.

94 ***Chimie***

La matière est formée d'atomes très petits. En chimie, pour simplifier les calculs, on les groupe souvent par paquets de $6{,}022 \times 10^{23}$ atomes : les chimistes appellent cela une mole.

Sachant qu'un atome de carbone a une masse d'environ $1{,}99 \times 10^{-23}$ grammes, quelle est la masse d'une mole de carbone ?

95 ***Géographie***

L'aire de surface de la Terre est d'environ 510×10^{6} kilomètres carrés. Combien faudrait-il de territoires de même aire que la France pour recouvrir totalement la Terre sachant que l'aire de la surface de la France est d'environ 550 000 kilomètres carrés ?

96 La Terre met environ $3{,}155\,76 \times 10^{7}$ secondes pour faire un tour autour du Soleil.

Combien de jours cela fait-il ?

97 ***Physique***

Le son se propage à environ $1{,}5 \times 10^{3}$ mètres par seconde dans l'eau.

Le sondeur d'un navire envoie une onde sonore. Il reçoit son écho 0,4 seconde plus tard. (C'est le temps nécessaire à l'onde pour aller se réfléchir sur le fond de la mer et revenir au navire.)

Quelle est la profondeur de l'eau sous le navire ?

98 ***Physique***

Lors d'un tremblement de terre, deux types de vibrations sont émises à partir du lieu où il se produit (l'épicentre) :

– les ondes primaires se déplacent à 6×10^{3} mètres par seconde ;

– les ondes secondaires se déplacent à 4×10^{3} mètres par seconde.

Lors d'un tremblement de terre, Stéphanie a ressenti une première secousse puis une deuxième 2,5 secondes plus tard.

À quelle distance se trouve-t-elle de l'épicentre ?

Photo : Stéphanie Mulet-Marquis
Christchurch, Nouvelle-Zélande, 04/09/2010

Avec un tableur

Fiches logiciels

99 Ada s'intéresse au chiffre de gauche dans l'écriture décimale du nombre 2^{n}. Par exemple 2^{5} valant 32, son écriture décimale commence par un 3. Au bout d'un certain temps de recherche elle annonce : « J'ai trouvé des puissances de 2 qui commencent par 1, par 2, par 3, etc. jusqu'à 9. »

Sauriez-vous en faire autant en utilisant la feuille de calcul d'un tableur ?

100 On considère un carré de côté x cm, et un rectangle de longueur $(x + 24)$ cm et de largeur $(x - 18)$ cm.

En faisant afficher les aires de ces deux figures dans une feuille de calcul de tableur, trouver pour quelle valeur de x ces deux aires sont égales.

Recherche & créativité

101 Donner sous la forme a^n :
a) la moitié de 2^4
b) le double de 2^4
c) le triple de 3^3
d) le tiers de 3^3
e) le double de 2^n
f) le tiers de 3^n

102 **Problème ouvert**
Par quel chiffre se termine 2^{50} ?

103 **Énigme**
Je suis un nombre différent de zéro. Je suis le carré d'un nombre entier. Mon double est le cube d'un nombre entier. Qui suis-je ?

104 Combien de termes égaux à 10^{-2} faut-il ajouter pour que leur somme soit égale à 10^2 ?

105 **Concours et rallyes**
Sur la calculatrice de Kangourou, une touche s'appelle *millécube*. Le *millécube* de 1 est 1 001, le *millécube* de 3 est 3 027, le *millécube* de 5 est 5 125. Quel est le *millécube* de 2 ?
a) 208 **b)** 218 **c)** 2 018
d) 2 008 **e)** 8 000

Kangourou cadets 2008

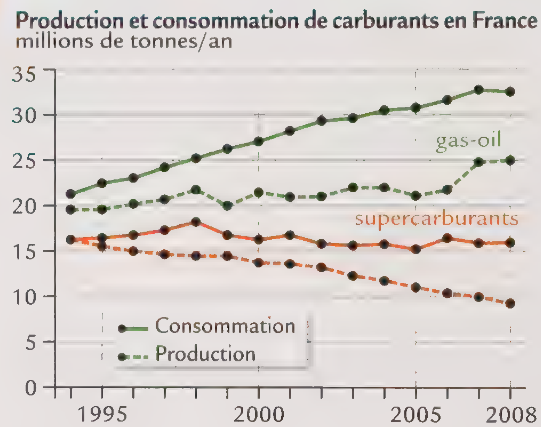
Devoirs maison

106 ***Physique***
Une bille métallique tombant en chute libre parcourt pendant le temps t (exprimé en secondes) la distance d (exprimée en mètres) telle que :

$$d = \frac{9{,}81 \times t^2}{2}$$

a) Quelle distance parcourt la bille en 1 s ? en 2 s ? en 3 s ? en 4 s ? en 5 s ? en 6 s ?
b) Tracer la courbe représentant la distance en fonction du temps. On prendra comme échelle :
– 2 cm pour 1 s, en abscisse ;
– 1 cm pour 10 m, en ordonnée.
c) La distance est-elle proportionnelle au temps ? Justifier la réponse.
d) Utiliser le graphique pour répondre à la question suivante : « Combien de temps met une bille métallique qui tombe du sommet de la Tour de la Part-Dieu à Lyon (hauteur 165 m) ? »
e) Calculer le temps mis par une bille métallique qui tombe du sommet de la Tour Eiffel à Paris (hauteur 320 m).

107



a) Donner en tonnes (écriture scientifique), pour l'année 2000 :
– la production de gas-oil et de supercarburants ;
– la consommation de gas-oil et de supercarburants.
b) Mêmes questions pour l'année 2008.
c) Comparer l'évolution des consommations de gas-oil et de supercarburants entre 1994 et 2008.

Je prépare le contrôle

Tous ces exercices sont corrigés page 268 et suivantes.

As-tu atteint tous les objectifs ?
Pour t'en assurer, fais les exercices suivants !

Pour chaque question, indiquer la (ou les) bonne(s) réponse(s).

Je complète un QCM

Calculer avec des puissances

		Réponse (1)	Réponse (2)	Réponse (3)
108	$5^3 = ...$	8	15	125
109	$1\,515^1 = ...$	1 515	1 516	0
110	$1\,789^0 = ...$	0	1 789	1
111	$2 + 8^2 = ...$	100	66	18
112	$-4^2 = ...$	16	-8	-16
113	$2^{-2} = ...$	-4	0,25	$\frac{1}{4}$

Simplifier des expressions comportant des puissances

		Réponse (1)	Réponse (2)	Réponse (3)
114	$5^2 \times 5^4 = ...$	5^6	5^8	25^8
115	$\frac{5^6}{5^2} = ...$	5^3	5^4	1^3
116	$5^3 \times 4^3 = ...$	20^9	20^6	20^3

Calculer avec des puissances de 10

		Réponse (1)	Réponse (2)	Réponse (3)
117	$10^4 = ...$	100 000	10 000	40
118	$10^{-3} = ...$	0,001	$-1\,000$	$\frac{1}{1000}$
119	$6 \times 10^{-3} = ...$	0,006	6 000	$\frac{-6}{1000}$
120	L'écriture scientifique de 0,003 5 est ...	$3,5 \times 10^{-3}$	$3,5 \times 10^3$	35×10^{-4}

Je rédige

Calculer avec des puissances

S1

121 Calculer.
a) 6^2 **b)** 3^3 **c)** 561^1
d) $5\,890^0$ **e)** 1^4 **f)** 9^2

122 Calculer.
$A = 8 + 3^2$ $B = 12 - 2^2$
$C = 4 \times 2^2$ $D = 5^2 + 5 \times 2$
$E = 4 \times 2^3 - 2 \times 3 + 8$

123 Calculer.
$E = \dfrac{5^3 - 5}{6}$ $F = \dfrac{45}{6 + 3^2}$.

124 Calculer.
$A = 2^{-2}$ $B = 5^{-1}$

125 Calculer avec une calculatrice
a) $2^7 + 3$ **b)** -3^4 **c)** $0{,}9^5$ **d)** 5^{-3}

Simplifier des expressions comportant des puissances

S2

126 Écrire sous la forme a^n.
a) $7^6 \times 7^4$ **b)** $6^6 \times 5^6$ **c)** $8^9 \times 8$
d) $\dfrac{9^6}{9^2}$ **e)** $\dfrac{7^{10}}{7^8}$

Calculer avec des puissances de 10

S3
127 Calculer.
a) 10^8 **b)** 10^6 **c)** 10^7
d) 10^{-4} **e)** 10^{-7} **f)** 10^0

S3
128 Calculer.
a) $67{,}89 \times 10^3$ **b)** $3\,458 \times 10^3$
c) $0{,}000\,654 \times 10^5$ **d)** $2\,000\,000 \times 10^{-7}$
e) $0{,}012 \times 10^6$ **f)** $0{,}000\,004 \times 10^6$

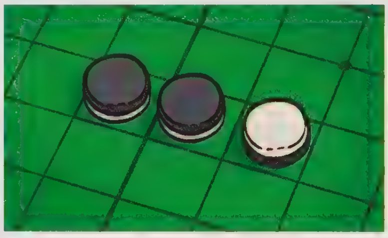
S3
129 Écrire sous la forme 10^n.
a) $(10^5)^3$; **b)** $(10^{-7})^2$; **c)** $(10^6)^{-2}$; **d)** $(10^{-4})^3$.

130 Écrire en notation scientifique.
a) 2 345 000 **b)** 0,000 056
c) 45 670 **d)** 0,005 78.

131 Écrire en notation scientifique.
a) $4\,567 \times 10$ **b)** $0{,}078\,9 \times 10^9$
c) $5{,}78 \times 10^{-3}$ **d)** $0{,}65 \times 10^{-2}$

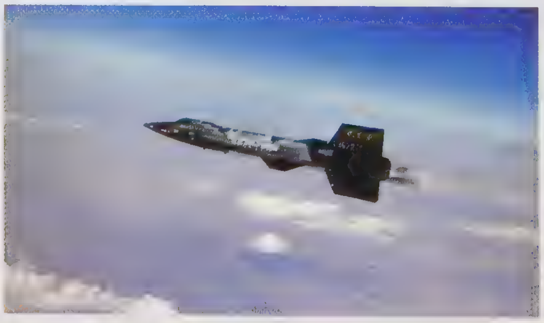
Résoudre des problèmes

132 On dispose de trois jetons identiques d'un jeu qui sont blancs d'un côté et noirs de l'autre. On les aligne comme ci-dessous, soit côté blanc, soit côté noir. Par exemple :



a) De combien de façons peut-on les disposer ?
b) Même question si on aligne six jetons
c) Même question si on aligne n jetons (donner la réponse en fonction de n).

133 Le son se déplace dans l'air à 340 mètres par seconde environ.
a) Quelle distance parcourt le son en 20 s ? Donner la réponse en écriture scientifique.
b) La vitesse des avions se mesure en mach. Mach 1 correspond à la vitesse du son ; mach 2 à deux fois la vitesse du son... L'avion le plus rapide du monde avec pilote est le X-15 qui a volé à mach 6,7. Quelle est sa vitesse en km/h ? Donner le résultat en écriture scientifique.



Chapitre 6

Proportionnalité Agrandissement Réduction – Vitesse

Victor Vasarely, peintre et designer français d'origine hongroise, est le père de l'Art optique ou Op art. Vasarely commence par étudier la médecine, formation qu'il abandonne pour s'inscrire aux Beaux-arts, puis au Bauhaus de Budapest. La première exposition individuelle de Vasarely se déroule à Budapest en 1930, année où il s'installe à Paris.
Pour créer ses tableaux, Vasarely a utilisé des formes géométriques, des couleurs et des « illusions d'optique » et parfois de la proportionnalité comme dans ce tableau *Vonal-Stri*.

PRÉREQUIS

1 Reconnaître une situation de proportionnalité, qu'elle soit représentée sous forme d'énoncé ou de tableau **(socle 5^e^)**.
2 Utiliser la proportionnalité **(socle 5^e^)**.
3 Transformer les unités de temps **(socle 5^e^)**.

OBJECTIFS

OBJECTIFS	Socle commun
1 Déterminer une quatrième proportionnelle par le « produit en croix ».	S1
2 Lier proportionnalité et représentation graphique.	
3 Agrandir ou réduire une figure en utilisant la proportionnalité.	
4 Utiliser la formule $d = vt$ pour calculer des distances parcourues, des vitesses moyennes et des durées de parcours et convertir des unités de vitesse (essentiellement en m/s et km/h).	
5 Résoudre des problèmes où intervient la proportionnalité (entre autres vitesse, réduction, agrandissement).	

LIVRET DE COMPÉTENCES

Compétences travaillées

• *Organisation et gestion de données :*
Reconnaître des situations de proportionnalité ; utiliser des pourcentages, des tableaux, des graphiques.
• Rechercher, extraire et organiser l'information utile (voir exercices 83 et 84).

Je fais le point sur mes connaissances

Pour réactiver mes connaissances

SOCLE

1. Reconnaître une situation de proportionnalité

Rappel 12 p. 289 et suivantes
Exercices 14 à 18 p. 115

a) (1) Grégory a 7 ans et son père a 32 ans. Quel sera l'âge du père lorsque Grégory aura 14 ans ? L'âge de Grégory et l'âge de son père sont-ils proportionnels ? Justifier la réponse.
(2) Le périmètre d'un losange est-il proportionnel à la mesure de son côté ? Justifier la réponse.
(3) L'aire d'un carré est-elle proportionnelle à la mesure de son côté ? Justifier la réponse.
b) La piscine municipale propose les tarifs suivants.

Nombre d'entrées	2	5	7	10
Prix (en €)	3	7	9	13

D'après les données du tableau, le prix payé est-il proportionnel au nombre d'entrées à la piscine ? Justifier la réponse.

SOCLE

2. Utiliser la proportionnalité

Exercices 19 à 22 p. 115
Rappel 12 p. p. 289 et suivantes

a) Compléter le tableau de proportionnalité suivant affiché chez un commerçant.

Quantité de pommes (en kg)	3	5	8	9	1
Prix (en €)	5,40	9			

b) Une carte est à l'échelle 1/200 000.
(1) Quelle distance réelle représente un segment de 2,5 cm sur la carte ?
(2) Par quelle longueur de segment est représentée une distance réelle de 12 km ?

SOCLE

3. Transformer les unités de temps

Exercices 23 et 24 p. 115
Rappel 13 p. p. 289 et suivantes

a) Vrai ou faux ?
(1) 1 h 30 min = 1,3 h
(2) 3,5 h = 3 h 50 min
b) (1) Convertir 4,5 h et 3,2 h en heures et minutes.
(2) Convertir 2 h 24 min en heures.
(3) Convertir 1,6 h en secondes.

Activités

Dans ce chapitre, j'apprends à :

Déterminer une quatrième proportionnelle	Lier proportionnalité et représentation graphique	Agrandir ou réduire une figure	Utiliser la formule $d = vt$ et convertir des unités de vitesse	Résoudre des problèmes

Déterminer une quatrième proportionnelle

1. Une nouvelle méthode

▶ Exercices 25 à 30 p. 116

a) Le tableau ci-dessous est un tableau de proportionnalité.

12	1,5	3	1,2	11
36	4,5	9	3,6	33

En utilisant les nombres de ce tableau, écrire des quotients égaux à $\frac{12}{36}$.

b) Dans chacun des cas :

– en utilisant les nombres de chacun des tableaux de proportionnalité suivants, écrire des quotients égaux ;

– utiliser le produit en croix pour trouver x.

Connaissance 1.a p. 110

(1)

25	10
15	x

(2)

x	13
14	72,8

Lier proportionnalité et représentation graphique

2. Représentation graphique

▶ Exercices 31 à 37 p. 116

a) Compléter les trois tableaux suivants.

(1) **Périmètre d'un carré**

Côté x (en cm)	2	3	4	5	6
Périmètre y (en cm)					

(2) **Aire d'un carré**

Côté x (en cm)	2	3	4	5	6
Aire y (en cm^2)					

(3) **Prix d'une course en taxi**

Un chauffeur de taxi fait payer une prise en charge de 6 € plus 1,50 € par kilomètre.

Distance parcourue x (en km)	2	3	4	5	6
Prix payé y (en €)					

b) Dans chaque situation de la question **a**, y a-t-il proportionnalité entre les deux grandeurs ?

c) Représenter graphiquement par une courbe ces trois situations dans trois repères différents. (Mettre x en abscisse et y en ordonnée.)

d) Comment semble être caractérisée la représentation graphique d'une situation de proportionnalité ?

Connaissance 1.b p. 110

e) Écrire y en fonction de x dans chaque situation (1), (2) et (3).

Agrandir ou réduire une figure

3. Longueurs et agrandissement

▶ Exercices 38 à 40 p. 117

a) (1) Tracer un triangle ABC tel que AB = 4 cm, BC = 5 cm et AC = 3 cm.

(2) Démontrer que le triangle ABC est rectangle.

b) On agrandit à la photocopieuse le triangle ABC de telle sorte que le côté correspondant à AB mesure alors 6 cm.

(1) Calculer AC et BC.

(2) Tracer le nouveau triangle A′B′C′ avec les mesures trouvées précédemment.

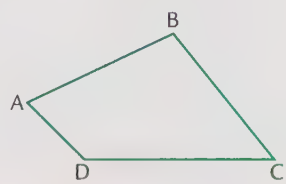
Connaissance 2 p. 111

c) Le triangle A′B′C′ est-il un agrandissement de ABC ?

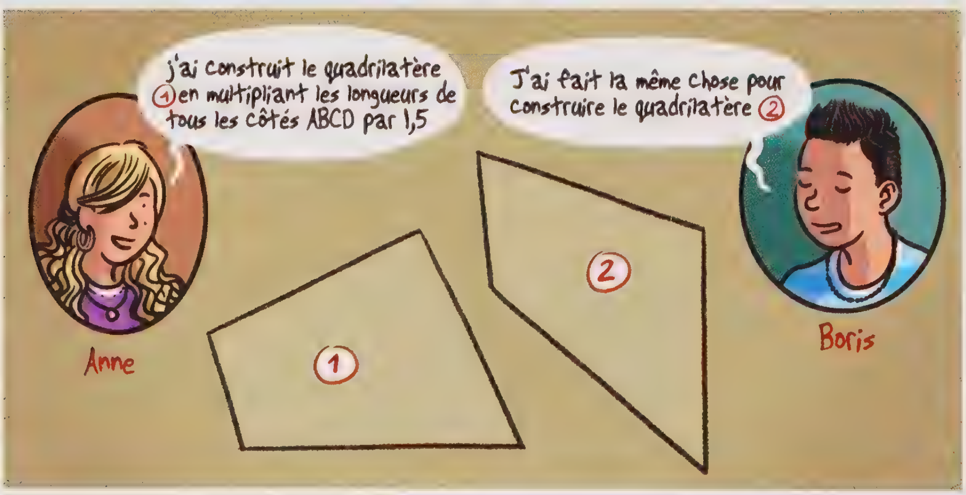
4. Polygones et agrandissement

▶ Exercices 41 à 43 p. 117

Voici un quadrilatère ABCD.



a) Anne et Boris ont-ils raison ? Justifier la réponse.



Connaissance 2 p. 111

b) Les quadrilatères ① et ② sont-ils des agrandissements du quadrilatère ABCD ? Justifier la réponse.

→ Méthode 1 p. 112

c) Si oui, quelle est alors l'échelle qui permet de passer de l'un à l'autre ?

Utiliser la formule $d = vt$

5. Formule

▶ Exercices 44 à 53 p. 118

a) Un automobiliste roule à une vitesse moyenne de 80 km/h.
(1) Quelle distance parcourt-il en roulant toujours à cette vitesse pendant 3 h ?
(2) Cet automobiliste parcourt une distance d (en km) pendant une durée t (en h). Écrire d en fonction de t.
b) Si un véhicule se déplace à une vitesse v constante pendant une durée t, écrire la distance d parcourue en fonction de v et t.
c) En utilisant la formule trouvée au **b**, répondre aux questions suivantes.
(1) Une voiture roule à une vitesse moyenne de 75 km/h pendant 3 h 48 min. Quelle distance parcourt-elle ?
(2) Un cycliste roule à une vitesse moyenne de 15 km/h et parcourt 37,5 km. Combien de temps a-t-il roulé ?
(3) Un piéton parcourt 12,5 km en 2 h 30 min. Quelle est sa vitesse moyenne ?

Connaissance 3 p. 111
→ Méthode 2 p. 113

6. Conversion d'une unité de vitesse

▶ Exercices 54 à 56 p. 118

Une antilope court à une vitesse de 24,5 m/s, un lion à une vitesse de 80 km/h. Le lion pourra-t-il rattraper l'antilope ? Faire un pronostic et le vérifier ensuite par un calcul.

→ Méthode 2 p. 113

Résoudre des problèmes

7. Vitesse moyenne

▶ Exercice 61 p. 119

Un cycliste part du village de Triangle pour aller au village de Pentagone à une distance de 24 km. La route monte pour aller à Pentagone. À l'aller, le cycliste roule à une vitesse moyenne de 12 km/h. Le retour par la même route se fait à la vitesse moyenne de 48 km/h.
a) Calculer la vitesse moyenne de ce cycliste sur la totalité du parcours.
b) Si cela n'a pas déjà été fait au **a**, calculer le temps mis pour l'aller, puis pour le retour. Calculer ensuite le temps total. En déduire la vitesse moyenne sur la totalité du parcours.

8. Autres problèmes

▶ Exercices 62 à 69 p. 119

1 Proportionnalité

Exercices 25 à 37 p. 116

a) Quatrième proportionnelle

PROPRIÉTÉ

Si le tableau ci-contre représente une situation de proportionnalité,

alors $ad = bc$ $\left(\text{car } \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \text{ avec } b \text{ et } d \text{ non nuls}\right)$.

a	c
b	d

Cette propriété, appelée **égalité des produits en croix**, permet de calculer une des valeurs a, b, c ou d connaissant les trois autres.

➡ **Exemple :**

Compléter le tableau de proportionnalité ci-contre. Soit x le nombre cherché.

15	21
x	35

On sait que $21x = 15 \times 35$ d'où $x = \frac{15 \times 35}{21} = \frac{525}{21} = 25$.

Le nombre cherché est donc 25.

b) Représentation graphique

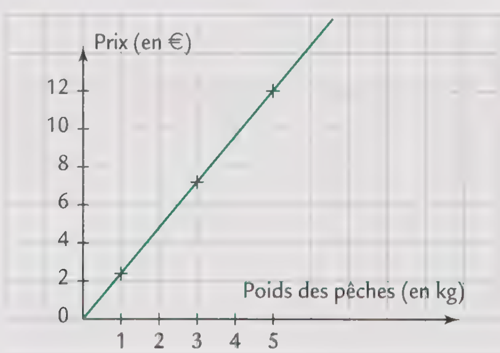
PROPRIÉTÉ

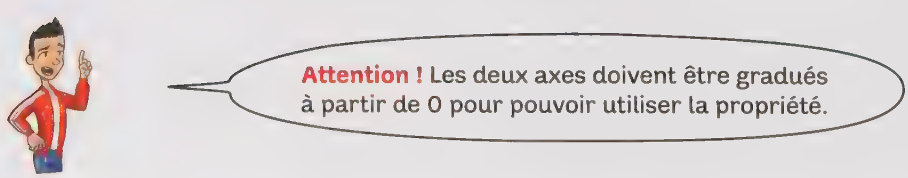
Une situation de proportionnalité est représentée graphiquement par des points alignés sur une droite qui passe par l'origine du repère.

➡ **Exemple :** Voici un tableau de proportionnalité représentant le prix de différentes quantités de pêches.

Quantité de pêches (en kg)	1	3	5
Prix (en €)	2,40	7,20	12

Les points sont alignés sur une droite qui passe par l'origine du repère.





La lecture d'une valeur sur un graphique ne donne qu'un ordre de grandeur. Seul un calcul donne, avec certitude, la valeur exacte.

2 Agrandissement – Réduction

Exercices 38 à 43 p. 117

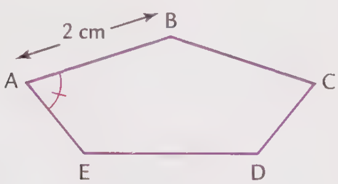
DÉFINITION

Lorsqu'on a agrandi ou réduit une figure, les dimensions de la figure obtenue sont proportionnelles à celles de la figure de départ et les mesures des angles sont conservées.
Si le coefficient de proportionnalité est supérieur à 1, c'est un agrandissement.
Si le coefficient de proportionnalité est inférieur à 1, c'est une réduction.

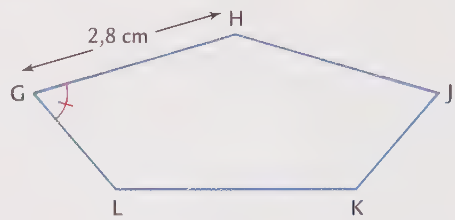
➡ **Exemple :**

Dans la figure ci-dessous, le coefficient de proportionnalité est 1,4.
Chaque longueur des côtés de ABCDE est multiplié par 1,4 pour obtenir les longueurs des côtés de GHJKL. Les mesures des angles sont conservées. Par exemple, $\widehat{A} = \widehat{G} = 70°$.

Remarque : Le polygone ② est un agrandissement du polygone ①.
Le polygone ① est une réduction du polygone ②.



Polygone ①



Polygone ②

3 Vitesse

Exercices 44 à 56 p. 118

DÉFINITION

La vitesse moyenne v d'un mobile est le quotient de la distance parcourue d par la durée t de ce parcours : $v = \frac{d}{t}$.
Conséquence : $d = vt$.

Remarque : En pratique, dans les exercices où on parle de vitesse moyenne, on considère qu'il y a proportionnalité entre la distance parcourue et la durée du trajet.

➡ **Exemple :**

Durée t (en h)	1	1,5	2
Distance d (en km)	90	135	180

PROPRIÉTÉ

Si la distance d est en kilomètres et la durée t en heures alors la vitesse s'exprime en kilomètres par heure noté km/h ou km · h^{-1}.

Dans l'exemple précédent, $v = 90$ km/h car d est exprimée en kilomètres et t en heures.

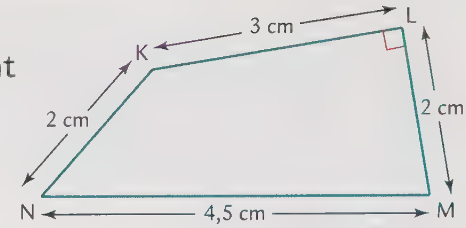
Remarque : La vitesse moyenne correspond à la distance parcourue en moyenne pendant l'unité de temps.

➡ **Exemple :** Une vitesse moyenne de 90 km/h signifie que le véhicule a parcouru une distance de 90 km en une heure.

Méthodes

1. Agrandir ou réduire un quadrilatère

>> Exercice : Réduire le quadrilatère KLMN en K'L'M'N' tel que K'L' = 2,4 cm, [K'L'] étant une réduction de [KL].



Méthode 1 En utilisant des côtés et un angle

ÉTAPES	SOLUTION
(1) Je mesure les côtés du quadrilatère.	KL = 3 cm, LM = 2 cm, MN = 4,5 cm et NK = 2 cm.
(2) Je calcule le coefficient de proportionnalité.	$\frac{K'L'}{KL} = 2{,}4 \div 3 = 0{,}8$
(3) J'applique le coefficient à toutes les longueurs de côtés.	Le coefficient de proportionnalité est 0,8 donc L'M' = 1,6 cm, M'N' = 3,6 cm (car $4{,}5 \times 0{,}8 = 3{,}6$) N'K' = 1,6 cm (car $2 \times 0{,}8 = 1{,}6$)
(4) Je mesure un angle du quadrilatère. Cet angle est conservé.	$\widehat{KLM} = 90°$ donc $\widehat{K'L'M'} = 90°$.
(5) Je trace le quadrilatère réduit.	

Méthode 2 En utilisant les longueurs des côtés et une diagonale

ÉTAPES	SOLUTION
(1) Je mesure les côtés du quadrilatère et une diagonale.	KL = 3 cm, LM = 2 cm, MN = 4,5 cm NK = 2 cm et la diagonale KM = 3,5 cm.
(2) Je calcule le coefficient de proportionnalité.	$\frac{K'L'}{KL} = 2{,}4 \div 3 = 0{,}8$ Le coefficient de proportionnalité est 0,8.
(3) J'applique le coefficient à tous les côtés et à une diagonale.	Donc L'M' = 1,6 cm, M'N' = 3,6 cm, N'K' = 1,6 cm et K'M' = 2,8 cm.
(4) Je trace le quadrilatère réduit.	

EXERCICES D'APPLICATION

1. Soit un quadrilatère ABCD tel que AB = 3 cm, AD = 2,5 cm, $\widehat{DAB} = 85°$, CD = 4 cm, BC = 3,5 cm. Tracer un agrandissement A'B'C'D' de ABCD tel que A'B' = 4,2 cm.
2. Soit un quadrilatère EFGH tel que EF = 6 cm, FG = 4,5 cm, EG = 6,5 cm, EH = 3,5 cm et HG = 7,5 cm.
Tracer une réduction E'F'G'H' de EFGH tel que E'F' = 3,6 cm.

2. Utiliser la formule $d = vt$

Méthode 1

Pour calculer une distance d

>> Exercice : Une voiture roule à une vitesse moyenne de 65 km/h pendant 3 h 15 min. Quelle est la distance parcourue ?

ÉTAPES	SOLUTION
(1) J'écris la formule à utiliser.	$d = vt$
(2) Je remplace dans cette formule les lettres par les valeurs connues. (Attention aux unités.)	$d = 65 \times 3{,}25$ (3 h 15 min = 3,25 h)
(3) J'effectue le calcul.	$d = 211{,}25$
(4) Je conclus avec la bonne unité.	La distance parcourue est de : 211,25 km.

Méthode 2

Pour calculer une vitesse v

>> Exercice : Une voiture roule pendant 2 h 30 min et parcourt 200 km. Quelle est sa vitesse moyenne ?

ÉTAPES	SOLUTION
(1) J'écris la formule à utiliser.	$d = vt$
(2) Je remplace dans cette formule les lettres par les valeurs connues. (Attention aux unités.)	$200 = v \times 2{,}5$ (car 2 h 30 min = 2,5 h)
(3) Je résous l'équation pour obtenir v.	$v = \dfrac{200}{2{,}5}$ soit $v = 80$
(4) Je conclus avec la bonne unité.	La vitesse est de 80 km/h.

Méthode 3

Pour calculer une durée t

>> Exercice : Une voiture roule à une vitesse moyenne de 75 km/h et parcourt 262,5 km. Quelle est la durée du parcours ?

ÉTAPES	SOLUTION
(1) J'écris la formule à utiliser.	$d = vt$
(2) Je remplace dans cette formule les lettres par les valeurs connues. Attention aux unités.	$262{,}5 = 75 \times t$
(3) Je résous l'équation pour obtenir t.	$t = \dfrac{262{,}5}{75} = 3{,}5$
(4) Je conclus avec la bonne unité.	La durée est de 3,5 h ou 3 h 30 min.

EXERCICES D'APPLICATION

3. Un cycliste roule pendant 2 h 45 min à la vitesse moyenne de 13 km/h. Quelle distance a-t-il parcourue ?
4. Un piéton marche pendant 4 h et parcourt 18 km. Quelle est sa vitesse moyenne ?
5. Un routier parcourt 325 km à la vitesse moyenne de 65 km/h. Quel temps met-il ?
6. Un aigle vole à une vitesse de 160 km/h. Quel temps met-il pour parcourir 64 km ?
7. Un boa met 30 min pour se déplacer de 175 m. Quelle est sa vitesse en km/h ?
8. Une autruche se déplace à une vitesse de 50 km/h. Quelle distance parcourt-elle en 1 h 36 min ?

3. Convertir des unités de vitesse

Méthode

En effectuant les conversions en deux étapes

>> Exercice 1 : Convertir 72 km/h en m/s.

ÉTAPES	SOLUTION
(1) Je convertis les unités de longueur.	72 km = 72 000 m
(2) Je convertis les unités de temps.	1 h = 3 600 s
(3) J'exprime par une phrase ce que je viens de convertir.	Je parcours 72 000 m en 3 600 s.
(4) Je calcule la distance parcourue en 1 s.	$v = \dfrac{72\,000}{3\,600} = 20$
(5) Je conclus.	La vitesse est de 20 m/s.

>> Exercice 2 : Convertir 13 m/s en km/h.

ÉTAPES	SOLUTION
(1) Je convertis les unités de longueur.	13 m = 0,013 km
(2) Je convertis les unités de temps.	1 h = 3 600 s
(3) J'exprime par une phrase ce que je viens de convertir.	Je parcours 0,013 km en 1 s.
(4) Je calcule la distance parcourue en 1 h.	$v = 0{,}013 \times 3\,600 = 46{,}8$
(5) Je conclus.	La vitesse est de 46,8 km/h.

EXERCICES D'APPLICATION

9. Convertir 18 km/h en m/s.

10. Convertir 25 m/s en km/h.

11. Convertir 4 m/s en km/h.

12. Un lièvre court à la vitesse de 19,5 m/s et un kangourou à la vitesse de 72 km/h.
Quel est le plus rapide ?

13. Une limace et un escargot font une course. L'escargot se déplace à la vitesse de 0,083 m/min et la limace à la vitesse de 2 m/h.
Qui arrivera en tête ?

Je réactive mes connaissances

Reconnaître une situation de proportionnalité

14 Sur une pompe à essence, le prix affiché est de 1,23 € le litre. Y a-t-il proportionnalité entre la quantité d'essence et le prix à payer ?

15 Dimitri a 14 ans et il mesure 1,65 m. L'âge de Dimitri et sa taille sont-ils proportionnels ? Justifier la réponse.

16 Le prix des poires est-il proportionnel à leur quantité ? Justifier la réponse.

Quantité de poires (en kg)	3	5	8	6
Prix (en €)	6,45	10,75	17,20	12,90

17 Le tableau suivant représente-t-il une situation de proportionnalité ? Justifier la réponse.

13	14	15	16
26	27	28	29

18 Voici des tarifs de location de DVD proposés sur internet.
Y a-t-il proportionnalité entre le prix et le nombre de DVD ? Justifier la réponse.

Nombre de DVD	2	4	6	8
Prix (en €)	7,50	14	19	24

Compléter un tableau de proportionnalité

19 Compléter ce tableau de proportionnalité.

Quantité de tomates (en kg)	2	5	7	10	
Prix (en €)	4,10	10,25			24,60

20 Compléter ce tableau de proportionnalité (échelle 1/1 000 000).

Distance réelle (en km)	45	14	5		
Distance sur la carte (en cm)				3	5,5

21 Une loupe binoculaire affiche un grossissement de × 8.
a) Combien mesure un insecte dont la taille réelle est 1,5 cm ?
b) Quelle est la taille réelle d'un insecte qui mesure 9 cm à la loupe ?

22 Compléter ce tableau de proportionnalité.

Prix (en euro)	100	20		134
Prix (en franc suisse)	134		6,70	

TRIANGLE INFO *magazine*

La zone « euro »

En Europe, certains pays se sont réunis dans l'« Union européenne » et, à l'intérieur de cette union, certains pays font partie de la « zone euro » (pays qui utilisent l'euro comme monnaie). La Suisse est en Europe mais ne fait ni partie de l'Union européenne, ni de la zone euro.

Transformer des unités de temps

23 Transformer en heures et minutes.
a) 2,5 h **b)** 1,4 h **c)** 0,7 h
d) 4,1 h **e)** 3,6 h **f)** 0,75 h

24 Transformer en heures.
a) 1 h 30 min **b)** 2 h 12 min
c) 3 h 36 min **d)** 48 min

Pour s'entraîner

31 Déterminer une 4^e proportionnelle

25 Compléter les tableaux de proportionnalité ci-dessous en utilisant le produit en croix.

a)

14	63
19	

b)

1,8	
2,7	39

26 Compléter les tableaux de proportionnalité ci-dessous en utilisant la méthode la plus appropriée.

a)

3,25	6,5
42	

b)

560	7
	40

c)

	55
3	16,5

27 Compléter ce tableau de proportionnalité en utilisant la méthode la plus appropriée.

2,5	5	7,5			1
36			18	54	

28 Compléter ce tableau de proportionnalité en utilisant la méthode la plus appropriée.

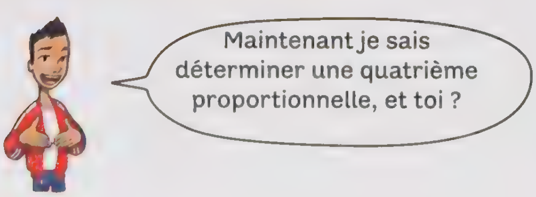
Fichier (en Mo)	4,4	22
Durée de téléchargement (en min)	8	

29 Compléter ce tableau de proportionnalité en utilisant la méthode la plus appropriée.

Nombre de spectateurs	250	100
Recette du stade (en €)	2 100	

30 Compléter ce tableau de proportionnalité donnant la masse d'un objet en fer en fonction de son volume.

Volume (en cm^3)	5	11
Masse (en g)	38	



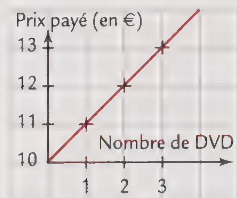
Lier proportionnalité et représentation graphique

31 À la médiathèque, on paye 10 € par an, et 1 € par DVD emprunté.

a) Compléter le tableau ci-dessous.

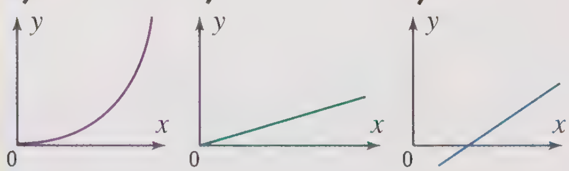
Nombre de DVD	0	1	2	3
Prix payé (en €)				

b) Lia a représenté sur le graphique les données du **a**. Elle conclut qu'il y a proportionnalité. A-t-elle raison ? Justifier la réponse.



32 Quel(s) graphique(s) représente(nt) une situation de proportionnalité ? Justifier.

a) **b)** **c)**



33 Douze kilos de pommes coûtent 10,80 €. Sachant que le prix y des pommes (en €) est proportionnel à leur quantité x (en kg), écrire y en fonction de x.

Comment rester en bonne santé ?

TRIANGLE INFO *magazine*

Pour rester en bonne santé, il faut avoir une alimentation équilibrée. Pour cette raison, il est recommandé de manger 5 fruits ou légumes par jour. Autre conseil : faire du sport.

34 Le prix d'une corde pour alpiniste est proportionnel à sa longueur. Alexis a trouvé, sur Internet, 30 m de corde pour 45 €.

a) Représenter graphiquement le prix de la corde en fonction de sa longueur. (Longueur en abscisse et prix en ordonnée.)

b) Avec la précision du graphique, lire :
(1) le prix de 40 m de corde ;
(2) le prix de 70 m de corde ;
(3) la longueur de corde achetée pour 90 €.

c) Retrouver les résultats du **b** par des calculs.

35 Sur une page de livre imprimée, Julie constate que la hauteur de 4 lignes est de 2,2 cm.

a) Représenter graphiquement la hauteur en fonction du nombre de lignes. (Nombre de lignes en abscisse et hauteur en ordonnée.)

b) Lire sur le graphique la hauteur approximative de 10 lignes puis de 25 lignes.

c) Trouver les résultats du **b** par des calculs.

36 Anna achète du tissu pour faire des rideaux. Le prix proportionnel à la longueur est de 31 € pour 4 m.

a) Représenter graphiquement le prix à payer en fonction du métrage de tissu.

b) Lire sur le graphique :
(1) le prix approximatif de 6,40 m de tissu ;
(2) la longueur approximative de tissu correspondant à 71,30 €.

c) Trouver les résultats du **b** par le calcul.

37 CALCUL LITTÉRAL

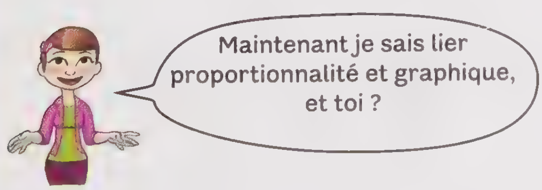
Un triangle a un côté de 9 cm. La hauteur correspondant à ce côté mesure h (en cm).

a) Écrire l'aire A de ce triangle en fonction de h. Y a-t-il proportionnalité entre A et h ?

b) Faire une représentation graphique de A en fonction de h. (Hauteur en abscisse et aire en ordonnée.)

c) Lire sur le graphique, la valeur approximative :
(1) de A si $h = 10$ cm ; (2) de h si $A = 13{,}5$ cm^2 ;
(3) de h si $A = 22{,}5$ cm^2.

d) Trouver les résultats de **c** par le calcul.



Agrandir ou réduire une figure

38 Tracer un agrandissement du triangle ROC tel que RO = 5 cm, OC = 3,5 cm et RC = 6 cm, sachant que le côté correspondant à RO mesure alors 8 cm.

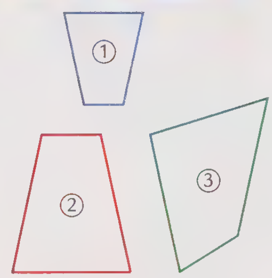
39 Tracer un losange EFGH de diagonales 3 cm et 5 cm. Les losanges suivants sont-ils des réductions du losange EFGH ? Si oui, donner le coefficient de réduction.

a) ABCD de diagonales 2 cm et 4 cm.

b) KLMN de diagonales 2,7 cm et 4,5 cm.

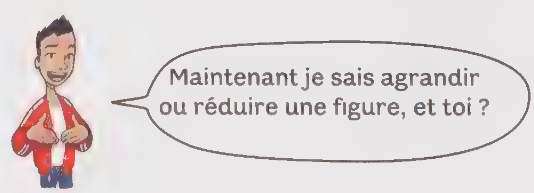
40 Aline a 5 poupées russes. La plus petite mesure 4 cm de hauteur, la deuxième 5 cm. On passe de l'une à l'autre avec le même agrandissement. Quelles sont les hauteurs, au mm près, des 3 autres poupées russes ?

41 Un des polygones ② ou ③ est-il un agrandissement du polygone ① ? Justifier la réponse.



42 Tracer un agrandissement K'L'M'N' du parallélogramme KLMN tel que KL = 2 cm, LM = 3 cm et $\widehat{KLM} = 40°$, sachant que le côté correspondant à KL mesure alors 4,6 cm.

43 Tracer une réduction M'N'P'R' du losange MNPR tel que MN = 8 cm et $\widehat{MNP} = 75°$, sachant que le côté correspondant à MN mesure alors 4,8 cm.



Utiliser la formule $d = vt$

44 Calculer la distance parcourue par :
a) un véhicule qui roule pendant 3 h à la vitesse moyenne de 85 km/h ;
b) un véhicule qui roule pendant 1 h 30 min à la vitesse moyenne de 65 km/h ;
c) un véhicule qui roule pendant 2 h 12 min à la vitesse moyenne de 70 km/h.

45 Calculer la distance parcourue par :
a) une moto qui roule pendant 2,5 h à la vitesse moyenne de 65 km/h ;
b) un vélo qui roule pendant 1 h 24 min à la vitesse moyenne de 15 km/h ;
c) un piéton qui marche pendant 1 h 36 min à la vitesse moyenne de 4,5 km/h.

46 Calculer la vitesse moyenne du piéton dans chaque cas.
a) Le piéton met 2 h pour parcourir 9,5 km.
b) Le piéton met 3 h 30 min pour parcourir 14 km.
c) Le piéton met 1 h 48 min pour parcourir 9 km.

47 Calculer la vitesse moyenne de la voiture dans chaque cas.
a) La voiture parcourt 96 km en 1,5 h.
b) La voiture parcourt 205 km en 2 h 30 min.
c) La voiture parcourt 76,5 km en 54 min.

48 Pour traverser les États-Unis, un camion se déplace de New York à Los Angeles.
a) Faire un pronostic sur la durée de son parcours en choisissant parmi les trois réponses suivantes.
(1) 12 h (2) 56 h (3) 84 h
b) Effectuer les calculs nécessaires sachant que la distance entre les deux villes est de 4 500 km et que le camion se déplace à une vitesse moyenne de 80 km/h.
c) Comparer le pronostic et la réponse trouvée.

49 Calculer la durée de parcours du cycliste dans chaque cas.
a) Le cycliste roule à une vitesse moyenne de 17,5 km/h et parcourt 87,5 km.
b) Le cycliste roule à une vitesse moyenne de 18 km/h et parcourt 63 km.
c) Le cycliste roule à une vitesse moyenne de 20 km/h et parcourt 52 km.

50 Calculer la durée de parcours du camion dans chaque cas.
a) Le camion roule à une vitesse moyenne de 75,5 km/h et parcourt 181,2 km.
b) Le camion roule à une vitesse moyenne de 83 km/h et parcourt 149,4 km.
c) Le camion roule à une vitesse moyenne de 72,5 km/h et parcourt 43,5 km.

51 Un chat court en moyenne à 40 km/h pendant 45 s. Quelle distance parcourt-il ?

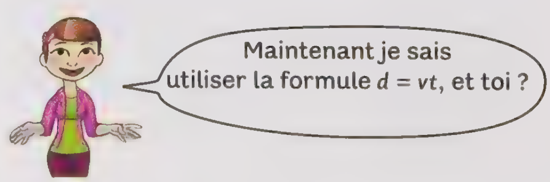
52 Un dauphin parcourt en moyenne 18 km en 18 min. Quelle est sa vitesse moyenne ?

53 Un boomerang peut atteindre au retour une vitesse de 80 km/h. Combien de temps (en secondes) mettra-t-il à cette vitesse pour parcourir 20 m ?

54 Quel est l'animal le plus rapide ?
- le cheval : 70 km/h
- le cerf : 21 m/s

55 Les ranger du plus rapide au plus lent :
– l'hirondelle : 9,8 m/s ;
– la libellule : 1,3 km/min ;
– le vautour : 0,041 km/s ;
– l'autruche : 50 km/h.

56 Les ranger du plus lent au plus rapide :
– la carpe : 3,3 m/s ;
– la baleine : 0,8 km/min ;
– le saumon : 40 km/h ;
– le dauphin : 0,016 km/s.



Calcul mental

57 Compléter ces tableaux de proportionnalité en utilisant le produit en croix.

a)

1,2	3
	10

b)

0,1	
2,7	270

58 Compléter ces tableaux de proportionnalité en utilisant le produit en croix.

a)

3,5	70
5	

b)

	100
0,9	45

59 Un rectangle a pour longueur 12 cm et pour largeur 8 cm.

a) On fait un agrandissement du rectangle et la longueur est alors 36 cm.
Quelle est la largeur ?

b) On fait une réduction du rectangle et la largeur est alors 2 cm.
Quelle est la longueur ?

60 **a)** Une voiture roule pendant 30 min à la vitesse moyenne de 84 km/h.
Quelle distance parcourt-elle ?

b) Un piéton parcourt 1,2 km en 15 min.
Quelle est sa vitesse en km/h ?

c) Une moto parcourt 36 km à la vitesse moyenne de 60 km/h.
Quelle est la durée du parcours ?

Résoudre des problèmes

61 Sur un parcours équestre de 10 km, Alexia parcourt les huit premiers kilomètres à la vitesse moyenne de 8 km/h. Alexia pense pouvoir aller assez vite sur les deux derniers kilomètres pour avoir une moyenne de 10 km/h sur l'ensemble du circuit.
Est-ce possible ? Justifier la réponse.

62 **Au brevet**

Une compagnie de transport maritime met à disposition deux bateaux appelés *Catamaran Express* et *Ferry Vogue* pour une traversée inter-îles de 17 km.

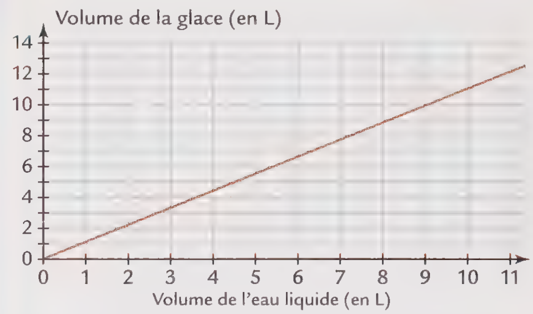
a) Le premier départ de *Catamaran Express* est à 5 h 45 min pour une arrivée à 6 h 15 min.
Calculer sa vitesse moyenne en km/h.

b) La vitesse moyenne de *Ferry Vogue* est de 20 km/h.
À quelle heure est prévue son arrivée s'il quitte le quai à 6 h ?

Brevet 2010, Polynésie française

63 **Au brevet**

L'eau en gelant augmente de volume. Le segment de droite ci-dessous représente le volume de glace (en litres) obtenu à partir d'un volume d'eau liquide (en litres).



a) En utilisant le graphique, répondre.
(1) Quel est le volume de glace obtenu à partir de 6 litres de liquide ?
(2) Quel volume d'eau liquide faut-il mettre à geler pour obtenir 10 litres de glace ?

b) Le volume de glace est-il proportionnel au volume d'eau liquide ? Justifier.

c) On admet que 10 litres d'eau donnent 10,8 litres de glace. De quel pourcentage ce volume d'eau augmente-t-il en gelant ?

Brevet 2010

64 ***Physique***

On chauffe de l'eau et on relève sa température toutes les deux minutes.

Durée (en min)	0	2	4	6	8	10	12
Température (en °C)	20	40	60	80	100	100	100

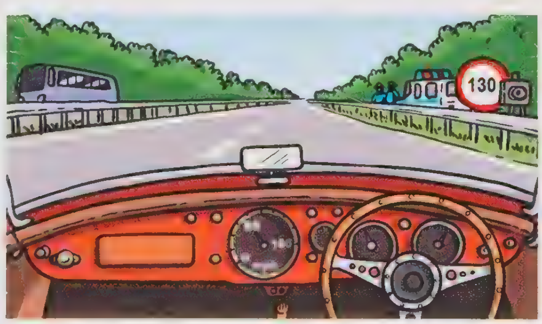
a) Représenter graphiquement la température en fonction du temps. Choisir comme graduation 1 cm pour 20 °C (en ordonnées) et 1 cm pour 2 min (en abscisses).
b) Y a-t-il proportionnalité entre température de l'eau et temps de chauffage ? Justifier.
c) En lisant sur le graphique, répondre aux questions suivantes.
(1) La température se stabilise à un certain moment. À quoi cela correspond-il ?
(2) Quelle est la température de l'eau après 3 min de chauffage ?

65 Un automobiliste parcourt 150 m en 5 s.
a) Si la limitation de vitesse est de 90 km/h, cet automobiliste est-il en infraction ?
b) Pour faire exactement 90 km/h, quel temps devrait-il mettre pour parcourir 150 m ?

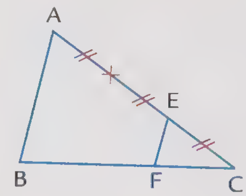
66 Le mile est une mesure de longueur anglaise :

1 mile = 1 609,344 m

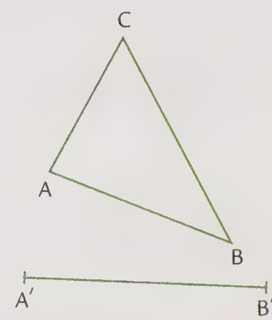
Le mile par heure se traduit en anglais par *mile per hour* et se note mph.
a) Comparer les deux limitations de vitesse : 90 km/h, France ; 60 mph, Angleterre.
b) Écrire en mph la vitesse de 80 km/h.
c) Dans l'illustration ci-dessous, la voiture anglaise qui roule sur une autoroute française fait-elle un excès de vitesse ?



67 Dans la figure ci-dessous (EF) et (AB) sont parallèles.
Démontrer que le triangle ABC est un agrandissement du triangle EFC (sans mesurer !).



68 On veut construire un agrandissement du triangle ABC tel que, dans cet agrandissement, le côté correspondant à [AB] ait la même longueur que le segment [A′B′]. Effectuer cette construction sans instrument de mesure. Décrire et justifier la construction.



69 **Qu'est-ce que j'ai appris ?**

Dire si chacune des phrases suivantes est vraie ou fausse.
a) Dans un tableau de proportionnalité de 4 cases, si je connais trois nombres, pour calculer le quatrième, je peux faire une multiplication et une division.
b) Pour agrandir un rectangle, si je multiplie la largeur par 2, alors la longueur est multipliée par 4.
c) Dans une réduction de quadrilatère, les angles sont aussi réduits.
d) Dans un agrandissement, les longueurs sont agrandies mais pas les angles.
e) Sur un même trajet, si je vais deux fois plus vite, je mets deux fois plus de temps.
f) À la même vitesse, si je roule trois fois plus longtemps, je parcours une distance trois fois plus grande.

Pour approfondir

70 Si une voiture parcourt 26 km en un quart d'heure, le conducteur respecte-t-il la limitation de vitesse à 90 km/h ? Justifier.

71 Deux footballeurs sont distants de 10 m. Ils se passent le ballon qui met 0,7 s pour passer d'un joueur à l'autre. Quelle est la vitesse du ballon en m/s ? en km/h ?

72 ***Météorologie***
À l'observatoire du mont Aigoual dans le massif des Cévennes, en France, il a été relevé une vitesse record du vent à 335 km/h.
Quelle distance le vent parcourt-il en 1 s ?

73 Le métro roule en moyenne à 50 km/h. Luc monte dans le métro à 8 h 45 min pour aller à une station distante de 4 km. Il sait qu'avant la station où il doit s'arrêter, il y a deux arrêts de 30 s chacun. À quelle heure arrivera-t-il ?

Développement durable

TRIANGLE INFO *magazine*

D'une part, il est préférable d'utiliser les transports en commun en ville plutôt que la voiture pour économiser l'énergie et diminuer la pollution. D'autre part, la vitesse dans les métros est aussi volontairement fixée à un maximum de 70 km/h par souci d'économie d'énergie et de baisse du niveau sonore à l'intérieur des rames de métro.

74 Le son se déplace à la vitesse de 330 m/s.
a) Si on entend le tonnerre 6 s après avoir vu un éclair, à quelle distance se situe l'orage ?
b) Anne se trouve à 6 km d'un orage. Elle voit un éclair. Combien de temps se passera-t-il avant qu'elle n'entende le tonnerre ?

75 ***Sécurité***
La distance de sécurité entre deux voitures est donnée par la formule :

$$D = 8 + 0{,}2v + 0{,}003v^2$$

(Distance D en m et vitesse v en km/h.)
Calculer la distance à respecter pour une voiture roulant à 50 km/h.

76 **AU BREVET**
On admet qu'un morceau de musique représente 3 Mo de mémoire (1 Mo = 1 mégaoctet).
a) Combien de morceaux de musique peut-on télécharger sur une clé USB d'une capacité de stockage de 256 Mo ?
b) La vitesse de téléchargement d'un morceau de musique sur le site est de 10 Mo/s (mégaoctets par seconde).
Combien de morceaux peut-on télécharger en deux minutes ?

Brevet Pondichéry 2010

AVEC UN TABLEUR

77 Le mile est une mesure de longueur anglaise :

Fiches logiciels

1 mile = 1 609,344 m

Le mile par heure se traduit en anglais par *mile per hour* et se note mph.
Avant de partir aux USA avec sa voiture française, l'un des amis de vos parents vous demande de lui fabriquer, avec un tableur, les correspondances entre les vitesses en « km/h » et celles en « mph ».
Réaliser ce tableau entre 0 et 130 km/h.

AVEC UN LOGICIEL DE GÉOMÉTRIE

Fiches logiciels

78 Tracer une droite (d). Placer sur (d) deux points A et B tels que AB = 3 cm. Placer les points C et D tels que ABCD soit un losange avec $\widehat{ABC} = 100°$. Sur le même dessin, tracer :
a) $AB_1C_1D_1$, réduction de ABCD avec un coefficient de proportionnalité de 0,5 et B_1 sur (d) ;
b) $AB_2C_2D_2$, agrandissement de ABCD avec un coefficient de proportionnalité de 1,5 et B_2 sur (d) ;
c) $AB_3C_3D_3$, agrandissement de ABCD avec un coefficient de proportionnalité de 2 et B_3 sur (d).

Recherche & créativité

79 **Concours et rallyes**

Il faut 18 minutes à Vulcain pour fabriquer une chaîne en reliant trois chaînettes entre elles. Quel temps mettra-t-il pour fabriquer une chaîne en reliant six chaînettes entre elles ?

a) 27 min **b)** 30 min **c)** 36 min
d) 45 min **e)** 60 min

D'après Kangourou cadets 2010

80 **Créativité et TICE**

Avec un logiciel de géométrie tracer un quadrilatère. Tracer des réductions et des agrandissements de ce quadrilatère de manière à obtenir un beau dessin. Colorer ce dessin avec le logiciel.

81 **Concours et rallyes**

Kader doit voyager et prévoit d'aller à une certaine vitesse. Il remarque que s'il augmentait cette vitesse de 5 km/h, il arriverait 5 h plus tôt et s'il l'augmentait de 10 km/h, il arriverait 8 h plus tôt. Quelle est la vitesse initialement prévue ?

a) 10 km/h **b)** 15 km/h **c)** 20 km/h
d) 25 km/h **e)** c'est impossible à déterminer

D'après Kangourou 2005

82 **Énigme**

Une voiture roule la moitié d'un trajet à 80 km/h et l'autre moitié à 20 km/h.
Quelle est sa vitesse moyenne sur le trajet entier ?

Devoirs maison

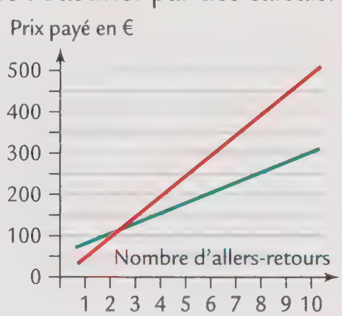
83 Pour faire le trajet de Lyon à Genève, la compagnie des chemins de fer propose 2 tarifs.

- Tarif A : 49,20 € l'aller et retour.
- Tarif B : une carte de 56 € par an et 24,60 € l'aller et retour.

a) Guillaume pense faire 2 allers et retours en une année. Quel tarif choisira-t-il ? Justifier par des calculs.

b) Éva pense faire 5 allers et retours. Quel tarif choisira-t-elle ? Justifier par des calculs.

c) Sur le graphique à quelle droite correspond chaque tarif ?



d) En lisant sur le graphique :
(1) Approximativement, quel est le prix payé pour 10 allers et retours avec le tarif A ?
(2) À combien d'allers et retours correspond approximativement 252,80 € avec le tarif B ?
(3) Suivant le nombre d'allers et retours, quel est le tarif le plus avantageux ?

e) Répondre à la question **d** par des calculs.

84 Un club multisports propose à sa clientèle de choisir entre les trois formules suivantes.

- Formule A : 12 € par séance.
- Formule B : un forfait annuel de 150 € et une participation de 4 € par séance.
- Formule C : un forfait annuel de 500 € permettant un accès illimité aux séances.

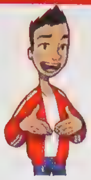
a) En une année, Kévin décide de suivre une séance par mois, Naïma une séance par semaine et Perrine deux séances par semaine.
Sachant qu'une année compte 52 semaines :
(1) calculer le prix à payer par chacun et par an ;
(2) quelle est la formule la plus avantageuse pour chacun ?

b) On appelle x le nombre de séances suivies par une personne pendant une année. Soit p_A le prix à payer (en €) pour une année avec la formule A et p_B avec la formule B.
Exprimer p_A et p_B en fonction de x.

c) Calculer x lorsque $p_A = p_B$.

d) Calculer le prix à payer pour 10, 20, 30, 40, 50 séances avec la formule A puis avec la formule B. Représenter sur le même graphique les deux tarifs p_A et p_B (en abscisse : nombre de séances). Lire sur le graphique la valeur de x demandée au **c**.

Tous ces exercices sont corrigés page 268 et suivantes.



As-tu atteint tous les objectifs ?
Pour t'en assurer fais les exercices suivants !

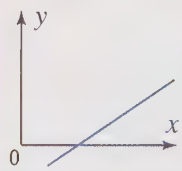
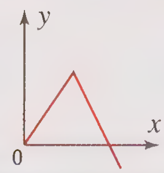
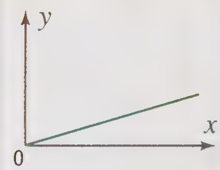
Pour chaque question, indiquer la (ou les) bonne(s) réponse(s).

Je complète un QCM

Déterminer une quatrième proportionnelle

	Réponse (1)	Réponse (2)	Réponse (3)
85 Dans le tableau de proportionnalité, on peut remplacer x par ... x | 4,5 4 | 3,6	4,05	3,2	5

Lier proportionnalité et représentation graphique

	Réponse (1)	Réponse (2)	Réponse (3)
86 Quel(s) graphique(s) représente(nt) une situation de proportionnalité ?			

Agrandir ou réduire une figure

	Réponse (1)	Réponse (2)	Réponse (3)
87 Un rectangle de longueur $L = 5$ cm et de largeur $\ell = 2,5$ cm est agrandi. Quels rectangles sont des agrandissements ?	$L = 6$ cm $\ell = 3,5$ cm	$L = 7$ cm $\ell = 3,5$ cm	$L = 10$ cm $\ell = 5$ cm

Utiliser la formule $d = vt$

	Réponse (1)	Réponse (2)	Réponse (3)
88 Un train de marchandises parcourt 270 km en 5 h 24 min. Sa vitesse moyenne sur ce trajet est de ...	45 km/h	50 km/h	environ 51,5 km/h
89 Sarah sait qu'elle court à une vitesse moyenne de 8 km/h. Pour faire un circuit de 3,8 km, elle mettra ...	0,475 h	30,4 min	28,5 min
90 90 km/h est égal à ...	90 m/s	1,5 km/min	25 m/s
91 4 m/s est égal à ...	14,4 km/h	4 km/h	240 m/min

Je rédige

Déterminer une quatrième proportionnelle

92 Compléter les tableaux de proportionnalité suivants en utilisant le produit en croix.

a)

12	18
	15

b)

3,5	
42	60

c)

	39
0,3	0,18

93 Compléter le tableau de proportionnalité en utilisant pour chaque nombre manquant la méthode la plus appropriée.

3	4	7	12		1
4,2	5,6			56	

Lier proportionnalité et représentation graphique

94 Dans une station-service, M. Dupont prend 48 L d'essence et il paie 64,80 €.
a) Représenter graphiquement le prix payé à cette station en fonction de la quantité d'essence achetée.
(Mettre la quantité en abscisse et le prix payé en ordonnée.)
b) Lire sur le graphique :
(1) le prix approximatif de 35 L d'essence ;
(2) la quantité approximative d'essence correspondant à 69,39 €.
c) Touver les résultats du **b** par des calculs.

Agrandir ou réduire une figure

95 Tracer une réduction d'un parallélogramme HJKL tel que HK = 8 cm, HL = 6 cm et $\widehat{KHL} = 90°$ sachant que la mesure correspondant à HK est alors de 6 cm.

Utiliser la formule $d = vt$

96 Une voiture roule à une vitesse moyenne de 66 km/h pendant 1 h 06 min.
Quelle distance a été parcourue ?

97 Un train parcourt 273 km en 2 h 36 min.
Quelle est sa vitesse moyenne pendant ce trajet ?

98 Un piéton parcourt 10,5 km à la vitesse moyenne de 4,2 km/h.
Quelle est la durée de son trajet ?

99 Qui est le plus rapide en marchant : Arthur à 4,8 km/h ou Alexandre à 1,4 m/s ?

Résoudre des problèmes

100 En rollers, Émilienne parcourt 4 km à la vitesse moyenne de 10 km/h, puis 0,5 km à la vitesse moyenne de 5 km/h. Quelle est sa vitesse moyenne sur la totalité du trajet ?

101 L'écran d'un appareil photo numérique est un rectangle de largeur 2,4 cm et de longueur 3,6 cm. La photo, une fois tirée sur papier, a pour longueur 15 cm.
a) Quel est le coefficient d'agrandissement ?
b) Quelle est la largeur de la photo ?
c) Calculer les aires N (écran) et P (photo).
d) Est-ce que l'on passe de N à P par le même coefficient d'agrandissement ?

Chapitre 7

Traitements de données Pourcentages Moyenne

Mathématiques au quotidien
Dans ce chapitre, on aborde des notions très présentes dans la vie courante : les pourcentages dont l'étude a commencé en 5^{e} et que l'on voit affichés, par exemple, dans les vitrines au moment des soldes. Les moyennes sont également des paramètres familiers pour les élèves.
Enfin les statistiques sont indispensables pour faire des bilans et prendre des décisions.

PRÉREQUIS

1 Appliquer un pourcentage (socle 6^{e}).
2 Calculer un pourcentage (S1).
3 Présenter une série statistique sous forme d'un tableau et la représenter sous forme d'un graphique (socle 5^{e}).

OBJECTIFS

Objectifs	Socle commun
1 Déterminer le pourcentage relatif à un caractère d'un groupe constitué de la réunion de deux groupes.	
2 Calculer la moyenne d'une série statistique.	S2
3 Calculer une moyenne pondérée.	
4 Résoudre des problèmes où interviennent des pourcentages, des moyennes et des interprétations de graphiques.	

LIVRET DE COMPÉTENCES

Compétences travaillées
- *Organisation et gestion de données.*
- Raisonner, argumenter, pratiquer une démarche expérimentale ou technologique, démontrer (voir exercices 65 et 68).
- Rechercher, extraire et organiser l'information utile (voir exercice 70).

Je fais le point sur mes connaissances

Pour réactiver mes connaissances

SOCLE

1. Appliquer un pourcentage

Exercices 3 à 7 p. 132
Rappel 14 p. 289 et suivantes

Dans une classe de 25 élèves, 20 % sont demi-pensionnaires.
Combien y a-t-il de demi-pensionnaires dans cette classe ?

2. Calculer un pourcentage

Exercices 8 à 11 p. 132
Rappel 15 p. 289 et suivantes

a) Dans un collège de 500 élèves, il y a 300 garçons.
Quel est le pourcentage de garçons dans ce collège ?

b) Dans un groupe de 125 adolescents, il y a une proportion de 4 adolescents sur 5 qui aiment le chocolat.
Quel est le pourcentage d'adolescents qui aiment le chocolat dans ce groupe ?

c) Dans un autre groupe, il y a 3 personnes sur 5 qui aiment les glaces.
Quel est le pourcentage de personnes qui aiment les glaces dans ce groupe ?

SOCLE

3. Présenter des données dans un tableau et faire des graphiques

Exercices 12 à 14 p. 132
Rappel 16 p. 289 et suivantes

a) Les différentes notes sur 20 mises par un professeur lors du dernier devoir à la maison ont été regroupées ci-dessous.

8,5	12	13,5	9	12	5	14	15,5	12	9
14	11	10,5	12	14	9	13,5	5	8	15,5
13,5	12	9	11	11	13,5	14	9	12	18

(1) Présenter dans un tableau le nombre d'apparitions de chaque note.
(2) Représenter les données du tableau de la question (1) par un diagramme en bâtons en mettant en abscisse les notes et en ordonnée les nombres d'apparitions de ces notes.

b) Les différents modes pour se déplacer en ville en France en 2008 ont été regroupés dans le tableau ci-dessous.

Mode de déplacement	Marche ou vélo	Véhicule particulier à moteur	Transport en commun
Fréquence (en %)	32	56	12

(1) Représenter les données du tableau ci-dessus par un diagramme circulaire.
(2) Calculer le nombre de personnes pour chaque catégorie dans une ville où 500 000 personnes se déplacent.

c) Avec un tableur
Le nombre d'enfants par famille en France en 2007 est analysé dans le tableau ci-dessous.

Nombre d'enfants	0	1	2	3	4 ou plus
Fréquence (en %)	47,4	22 ,5	20,3	7,4	2,5

Source : INSEE 2008, Familles avec enfants âgés de moins de 25 ans.

Fiches logiciels

(1) Entrer ces données sur une feuille de calcul. :
(2) Construire un diagramme circulaire à partir de ces données.
(3) Construire un diagramme en bâtons avec ces mêmes données.
(4) Quelle information voit-on immédiatement sur l'une des deux représentations qu'on ne voit pas sur l'autre ?

Activités

Dans ce chapitre, j'apprends à :

- Déterminer le pourcentage lors d'un regroupement
- Calculer la moyenne d'une série statistique
- Calculer une moyenne pondérée
- Résoudre des problèmes

Déterminer le pourcentage lors d'un regroupement

1. Regroupement et pourcentage

▶ Exercices 15 à 17 p. 134

a) Dans une classe de 20 élèves, il y a 10 % de filles. Dans une autre classe de 30 élèves, il y a 20 % de filles. On réunit les deux classes.

(1) Quel est le pourcentage de filles dans le groupe formé par les deux classes ?

(2) Si vous ne l'avez pas déjà fait au (1), calculez le nombre de filles dans la première classe, puis dans la deuxième classe, et enfin au total. En déduire le pourcentage de filles dans le groupe. Comparer au résultat trouvé en (1).

b) Dans un groupe de 25 adolescents, il y a 80 % de garçons. Dans un autre groupe de 40 adolescents, il y a 60 % de garçons.

(1) Quel est le pourcentage de garçons dans les deux groupes réunis ?

(2) Si vous ne l'avez pas déjà fait au (1), calculez le nombre de garçons dans le premier groupe, puis dans le deuxième groupe, et enfin au total. En déduire le pourcentage de garçons dans les deux groupes réunis.

→ Méthode p. 131

Calculer la moyenne d'une série statistique

2. Calcul et contrôle

▶ Exercices 18 à 20 p. 134

Le tableau ci-dessous présente un relevé de températures.

Jour	Lundi	Mardi	Mercredi	Jeudi	Vendredi	Samedi	Dimanche
Température (en °C)	11	9	10	9	10,5	11	11,5

a) Calculer la moyenne des températures de la semaine.

b) Lucas a calculé cette moyenne. Il trouve 8,5 °C. Sans faire de calcul, Magalie lui dit qu'il s'est trompé. Qui a raison ? Pourquoi ? Justifier la réponse.

Connaissance 1 p. 130

3. Avec un tableur

▶ Exercice 21 p. 134

Voici les notes sur 20 du dernier devoir de mathématiques dans une classe :

7	12	14	6	17	3	16	15	13	19	7	18	9
11	13	12	10	10	16	8	5	12	14	10	9	

Voir fiche méthode logiciel 2 p. 301

a) Entrer ces notes sur une feuille de calcul.

b) Entrer la formule permettant de calculer la moyenne de ces notes.

c) On se propose de remplacer la première note « 7 » par « 11 ».
(1) Faire un pronostic sur l'évolution de la moyenne des notes.
(2) Effectuer ce changement. Le pronostic était-il exact ?
d) On se propose de remplacer la première note « 7 » par « 3 ».
(1) Faire un pronostic sur l'évolution de la moyenne des notes.
(2) Effectuer ce changement. Le pronostic était-il exact ?

4. Vrai ou faux ?

▶ Exercice 22 p. 134

Les phrases suivantes sont-elles vraies ou fausses ? Justifier la réponse.
a) La moyenne d'une série de valeurs est toujours égale à l'une des valeurs.
b) Il y a toujours autant de valeurs inférieures à la moyenne que de valeurs supérieures à la moyenne.
c) La moyenne est toujours égale à la moyenne des deux valeurs extrêmes.

Calculer une moyenne pondérée

5. Moyenne pondérée

▶ Exercices 23 à 29 p. 135

a) Un professeur de mathématiques met les coefficients suivants au travail demandé :
- coefficient 1 pour les devoirs maison ;
- coefficient 2 pour les mini-tests en classe ;
- coefficient 3 pour les devoirs en classe.

Matéo a eu 12 et 14 en devoirs maison ; 15, 10, 13 et 11 en mini-tests ; 9, 12 et 7 en devoirs en classe. Calculer la moyenne de Matéo.
b) À un examen, Sarah a obtenu 8 en français, 12 en mathématiques et 11 en anglais. Pour être reçus à l'examen, les candidats doivent avoir au moins 10 de moyenne.
(1) Sarah pense être reçue à son examen. A-t-elle raison ?
(2) Sarah n'avait pas lu les consignes de l'examen correctement. Les notes sont affectées de coefficients : 5 pour le français, 3 pour les mathématiques et 2 pour l'anglais. Avec ces coefficients, Sarah est-elle reçue à son examen ?
(3) Sarah aurait-elle la même moyenne qu'au **b** si les coefficients de mathématiques et de français étaient inversés ? Justifier la réponse.

Connaissance 2 p. 130

Résoudre des problèmes

6. Moyenne de l'année

▶ Exercice 32 p. 136

Voici les notes de Théo en français durant l'année scolaire :
- 1er trimestre : 2 ; 8 ; 5 ; 6 ; 10 ; 8 ;
- 2^{e} trimestre : 10 ; 11 ; 13 ; 10 ;
- 3^{e} trimestre : 16 ; 14 ; 15.

Théo a fait sa moyenne pour chacun des trimestres, puis il fait la moyenne des trois trimestres. Sa mère a fait la moyenne des 13 notes de l'année.
a) Ont-ils obtenu la même moyenne ? Faire un pronostic et le vérifier par des calculs.
b) Sur le bulletin, est écrite la moyenne de l'année. Habituellement est-ce la moyenne calculée par Théo ou celle calculée par sa mère ?

7. Utilisation de la moyenne

▶ Exercices 33 à 44 p. 136

a) Olivier : « J'ai 7 notes ce trimestre en mathématiques. La moyenne de mes 7 notes est 11. Peut-on connaître la somme de mes 7 notes ? Si oui, quelle est cette somme ? »

b) Clara : « J'ai 12 de moyenne avec les 5 premières notes du trimestre. Au sixième devoir, j'ai eu 15. Quelle est ma nouvelle moyenne ? »

c) Hugo : « J'ai un petit emploi sur le marché pour me faire de l'argent de poche. En 6 jours de travail, j'ai gagné 9 € par jour. Il me faut 10 € de moyenne par jour sur les 7 jours. Combien dois-je gagner le septième jour pour atteindre cette moyenne ? »

8. Interprétation d'une moyenne

▶ Exercice 45 p. 136

Deux classes A et B de quatrième ont le même nombre d'élèves. La moyenne d'âge dans la classe A est de 13,2 ans et dans la classe B de 13,6 ans.

a) Répondre, si possible, aux questions suivantes.

(1) Dans quelle classe y a-t-il le plus d'élèves qui ont moins de 13 ans ?

(2) Dans quelle classe se trouve l'élève le plus âgé ?

b) Le tableau suivant donne la répartition des élèves des deux classes.

Calculer la moyenne des âges dans chaque classe, puis vérifier les réponses de la question **a**.

Âge (en années)	12	13	14	15
Effectif de la classe A	2	17	5	1
Effectif de la classe B	3	4	18	0

c) Finalement, peut-on répondre aux questions du **a** de façon certaine ?

9. Autres problèmes

▶ Exercices 46 à 59 p. 137

1 Moyenne

Exercices 18 à 22 p. 134

DÉFINITION

La moyenne d'une série de valeurs est le nombre obtenu en additionnant ces valeurs et en divisant par le nombre de valeurs.

➡ **Exemple :** Calculer la moyenne des valeurs suivantes : 7 ; 4 ; 12 ; 17 ; 15 ; 8.

$$7 + 4 + 12 + 17 + 15 + 8 = 63$$

Le nombre de valeurs est 6.

On a $\frac{63}{6} = 10{,}5$.

La moyenne est donc 10,5.

➡ **Conséquence :** La somme des valeurs d'une série est égale au produit de la moyenne par le nombre de valeurs.

Attention !
- La moyenne n'est pas nécessairement égale à une valeur de la série.
- La moyenne est rarement égale à la moyenne des valeurs extrêmes.
- La moyenne est forcément comprise entre les deux valeurs extrêmes.

2 Moyenne pondérée

Exercices 23 à 29 p. 135

Lorsqu'on donne un coefficient à chaque valeur, on peut alors calculer la moyenne pondérée.

DÉFINITION

La moyenne pondérée d'une série de valeurs est le nombre obtenu en additionnant les produits de chaque valeur par son coefficient et en divisant le résultat par la somme des coefficients.

➡ **Exemple :** À un concours, les mathématiques ont un coefficient 5, la physique un coefficient 3 et la géologie un coefficient 2.
Carine a eu 11 en mathématiques, 9 en physique et 12 en géologie. Quelle est sa moyenne ?
Somme des produits de chaque valeur par son coefficient :

$$11 \times 5 + 9 \times 3 + 12 \times 2 = 106.$$

La somme des coefficients est :

$$5 + 3 + 2 = 10.$$

On a $\frac{106}{10} = 10{,}6$.

La moyenne de Carine est donc 10,6.

TRIANGLE INFO *magazine*

Moyenne

Le médium, doigt au milieu de la main, vient du latin *medius* qui a donné l'adjectif *medianus* (qui tient le milieu). Au Moyen Âge, cet adjectif devient successivement : *meianus*, *meien*, puis *moien*. L'écriture savante le transforma en « moyen » d'où est sorti le mot « moyenne ».

Calculer un pourcentage lors d'un regroupement

Méthode

>> Exercice : Dans un collège, parmi les 250 élèves de 6^e et 5^e, 20 % viennent en vélo au collège et, parmi les 300 élèves de 4^e et 3^e, 70 % des élèves arrivent en vélo au collège.
Quel est le pourcentage des élèves qui viennent à vélo dans ce collège ?

ÉTAPES	SOLUTION
(1) Je calcule l'effectif du premier groupe en appliquant le pourcentage.	$250 \times 0{,}20 = 50$ En 6^e et 5^e, 50 élèves viennent à vélo.
(2) Je calcule l'effectif du deuxième groupe en appliquant le pourcentage.	$300 \times 0{,}70 = 210$ En 4^e et 3^e, 210 élèves viennent à vélo.
(3) J'ajoute les effectifs de chaque groupe.	$50 + 210 = 260$ Au total, 260 élèves viennent à vélo.
(4) Je calcule l'effectif total.	$250 + 300 = 550$ Il y a 550 élèves dans ce collège.
(5) Je calcule le pourcentage demandé.	$260 \div 550 \simeq 0{,}47$
(6) Je conclus.	Il y a environ 47 % des élèves qui viennent à vélo dans ce collège.

Attention !
Lorsqu'on réunit deux groupes, pour calculer un pourcentage, on ne peut pas, en général, additionner les pourcentages. De même, pour calculer une moyenne, on ne peut pas additionner les moyennes.

EXERCICES D'APPLICATION

1. Dans une colonie de 130 fourmis, il y a 80 % d'ouvrières. Dans une autre colonie de 90 fourmis, une épidémie a fait des ravages et il ne reste que 10 % d'ouvrières.
Quel est le pourcentage d'ouvrières dans les deux colonies réunies ?

2. Hugo a 12 stylos feutres dont 75 % sont de couleur rouge. Manon a 24 feutres dont 25 % sont de couleur rouge.
Si les deux amis rassemblent leurs stylos feutres, quel sera le pourcentage de ceux qui sont de couleur rouge ?

Je réactive mes connaissances

SOCLE Appliquer un pourcentage

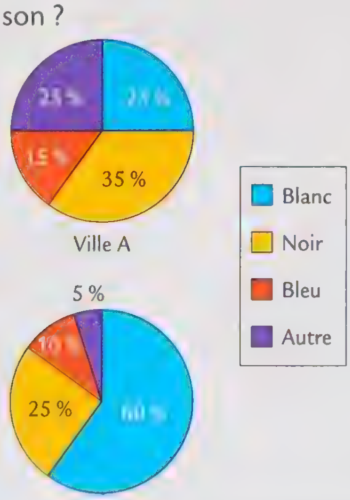
Dans un club sportif, 35 % des 180 adhérents font du karaté.
Quel est le nombre de personnes pratiquant le karaté dans ce club ?

Louise achète un pullover qui coûte 30 €, elle bénéficie d'une remise de 5 %.
a) Quel est le montant de la remise ?
b) Combien Louise va-t-elle payer son pull-over ?

Un commerçant a mis en vente 80 kg de pommes. Dans ces pommes, 20 % sont rouges.
Quelle quantité de pommes rouges y a-t-il en vente chez ce commerçant ?

À cet instant, il y a 75 personnes au musée. Il y a alors 60 % d'adultes.
a) Combien y a-t-il d'adultes au musée ?
b) Combien y a-t-il d'enfants au musée ?

7 **Au brevet**
La ville A compte 60 000 voitures et la ville B compte 18 000 voitures. Les diagrammes circulaires ci-dessous représentent la répartition des voitures selon leurs couleurs, dans les villes A et B. On demande à un élève ce qu'il constate. Voici ce qu'il a répondu : « On peut dire qu'il y a plus de voitures blanches dans la ville B que dans la ville A. »
A t-il raison ?



Brevet
Polynésie française 2009

Calculer un pourcentage S1

Dans un collège, il y a 180 élèves de 4^{e}. Parmi ces élèves de 4^{e}, il y a :
- 9 élèves de 13 ans ;
- 117 élèves de 14 ans ;
- 54 élèves de 15 ans.

Quels sont les pourcentages d'élèves de chaque catégorie d'âge ?

Quel est le plus fort pourcentage de hausse :
a) 9 € sur 60 € ?
b) 7 € sur 50 € ?
c) 17,20 € sur 120 € ?
d) 21 € sur 150 € ?

Dans une galerie de peinture, il y a 25 tableaux. Parmi ces tableaux, 18 sont des tableaux de peinture cubiste.
Quel est le pourcentage de tableaux de peinture cubiste dans cette galerie ?

TRIANGLE INFO *histoire des arts*

Cubisme

Ce mouvement artistique se développe de 1907 à 1914, à l'initiative des peintres Georges Braque et Pablo Picasso.
Le terme « cubisme » provient d'une réflexion d'Henri Matisse, qui, pour décrire un tableau de Braque, parla de « petits cubes ».

Georges Braque (1882-1963),
Nature morte à la mandoline et au métronome, 1909,
huile sur toile, 0,81 × 0,54 m, coll. privée.

11 *Géographie*

Le tableau ci-dessous indique des grandeurs physiques et démographiques des pays et territoires constituant la Mélanésie en 2005.

Pays et territoires de Mélanésie	Superficie terrestre (en km^2)	Densité en 2005 (nombre d'habitants par km^2)
Iles Fidji	18 272	45
Iles Salomon	28 370	17
Nouvelle-Calédonie	18 576	13
Papouasie Nouvelle-Guinée	462 840	13
Vanuatu	12 290	18

Source : Institut de la statistique et des études économiques.

a) Quelle est la superficie terrestre totale de la Mélanésie ?

b) Quel pourcentage de la superficie totale représente la superficie de la Nouvelle-Calédonie ? Donner le pourcentage obtenu arrondi au dixième près.

c) Calculer le nombre d'habitants en Nouvelle-Calédonie en 2005.

Brevet Nouvelle-Calédonie mars 2009

SOCLE

Présenter des données dans un tableau et faire des graphiques

Voici les résultats d'un sondage effectué dans une classe de troisième concernant les moyens de transport utilisés par ces élèves pour venir au collège.

a) Recopier et compléter le tableau suivant.

b) Faire un diagramme circulaire de 3 cm de rayon pour représenter ces données.

	Voiture	Bus	À pied	Booster	Total
Fréquence	45 %	25 %	20 %	10 %	
Angle					

Le tableau ci-dessous présente les quantités (en pourcentage) des déchets ménagers recyclés en Europe en 2005.

Pays	Pourcentage des déchets recyclés
Allemagne	60
Autriche	59
Belgique	57
Espagne	39
France	30
Italie	34
Pays-Bas	65
Pologne	7
Royaume-Uni	27

Source : Eurostat Cewep Snide, *Le Monde*, 9/10/2008

Construire un diagramme en bâtons représentant ces données.

AVEC UN TABLEUR

Développement durable

Fiches logiciels

Lors d'une enquête faite en 2008 auprès de 13 000 personnes de 17 pays, la question posée était :

« Quels sont les sujets environnementaux qui vous concernent le plus ? » Le tableau ci-dessous en présente les résultats.

Sujets environnementaux	Pourcentages
Déforestation	19
Pollution de l'air	28
Déchets toxiques	10
Déchets nucléaires	16
Pollution de l'eau	15
Surdéveloppement	6
Autres	3
Aucun	3

a) Entrer ces données sur une feuille de calcul.

b) Construire un diagramme en bâtons représentant ces données.

c) Construire un diagramme circulaire représentant ces données.

Source : TNS Sofrès, *Le Monde*, 1/4/2009

Pour s'entraîner

Déterminer un pourcentage lors d'un regroupement

15 Un congrès de scientifiques s'est divisé en deux commissions. Dans la première commission de 20 personnes, il y a 15 % de femmes. Dans la deuxième commission de 60 personnes, il y a 25 % de femmes.
Quel est le pourcentage de femmes dans ce congrès ?

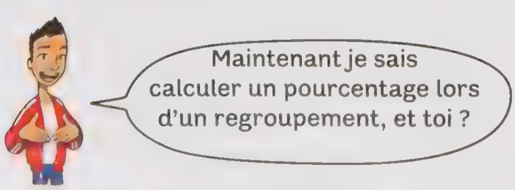
TRIANGLE INFO *magazine*

Pas assez de femmes dans les carrières scientifiques

En Europe, les femmes ne représentent que 30 % des chercheurs. Le fait que les femmes restent sous-représentées dans les professions scientifiques est inquiétant. Cette inégalité entre les hommes et les femmes constitue un gaspillage d'opportunités et de talents que l'Europe ne peut se permettre.

16 ***Chimie***
On mélange dans un tube a essai 1 L d'air qui contient 20 % de dioxygène et 1,5 L qui en contient 25 %.
Quel est le pourcentage de dioxygène contenu dans le mélange ?

17 Léo et Siméon vont passer une soirée chez un ami commun.
Léo a 30 morceaux de musique, parmi lesquels il y a 60 % de rap.
Siméon a 45 morceaux de musique dont 40 % de rap.
Ils rassemblent leurs morceaux de musique.
Quel est le pourcentage de morceaux de rap dans les deux groupes réunis ?



Calculer une moyenne

18 Calculer la moyenne de chaque série.
a) 80 ; 34 ; 4 ; 56 ; 78 ; 104 ; 43 ; 5.
b) 340 ; 65 ; 680 ; 350 ; 24 ; 45.

19 Voici les quantités de pommes achetées par un grossiste chez différents producteurs :
42,3 kg ; 64,7 kg ; 37,5 kg ; 59,1 kg ; 38,4 kg.
Carole a trouvé une moyenne de 37,48 kg. Sans faire de calcul, Justine lui dit qu'elle s'est trompée. Qui a raison ? Justifier la réponse.

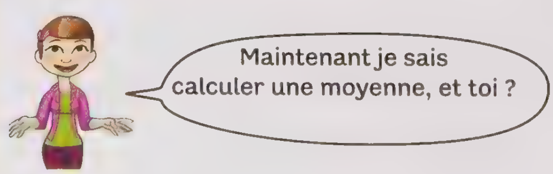
20 ***Météorologie***
Amandine a relevé les températures à 7 h du matin durant une semaine en mars à Lyon.

Jour	Lun	Mar	Mer	Jeu	Ven	Sam	Dim
Température (en °C)	– 2	2	– 3	0	1	– 4	2

Quelle est la température moyenne à 7 h ?

21 **a)** En utilisant **une calculatrice ou un tableur**, calculer la moyenne des quantités d'essence (en L) vendues dans une station-service.
25,5 ; 60,7 ; 54,6 ; 10 ; 34,7 ; 45,9 ; 53,5 ; 20 ; 38,7 ; 41,2 ; 64,7 ; 29 ; 46,7 ; 58,3 ; 43,8 ; 62,6 ; 45,6 ; 23,9 ; 50,6 ; 35,8.
b) On ajoute 42,29 L dans la liste du **a**. Comment évolue la moyenne ? Justifier.
c) On ajoute les valeurs 30 L et 54,58 L dans la liste du **a**. Comment évolue la moyenne ? Justifier.

22 **VRAI OU FAUX ?**
« Si j'ai 10 de moyenne alors j'ai autant de notes au-dessus de 10 qu'en dessous de 10. »
a) Cette phrase est-elle vraie ou fausse ? Justifier la réponse.
b) Écrire la réciproque de cette phrase. La réciproque est-elle vraie ou fausse ? Justifier la réponse.



Calculer une moyenne pondérée

23 Calculer la moyenne des notes de Régis qui a eu 12 en EPS, coefficient 2 ; 8 en mathématiques, coefficient 3 ; 10,5 en SVT, coefficient 2 ; 9 en anglais, coefficient 1.

24 Dans un concours, les mathématiques ont 3 comme coefficient, le français 4, et l'anglais 2. Anne a 12 en mathématiques, 8 en français et 9,5 en anglais. Quelle est sa moyenne ?

25 À un examen, les mathématiques ont 4 comme coefficient, le français 3, et l'anglais 2. Isabelle a 12 en mathématiques, 8 en français et 9,5 en anglais. Quelle est sa moyenne ?

26 Calculer la moyenne des notes mises par un professeur dans une classe.

Notes	7	8	9	12	13	14	17
Nombre de notes	4	6	5	3	1	7	4

27 En France, les familles ont en moyenne 2 enfants. Malo fait une enquête dans sa classe à ce sujet. Voici les résultats.

Nombre d'enfants par famille	0	1	2	3	4	5
Effectif	1	12	3	6	3	3

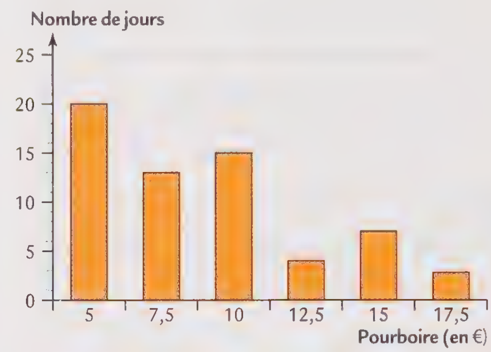
La classe de Malo correspond-elle à la moyenne nationale ?

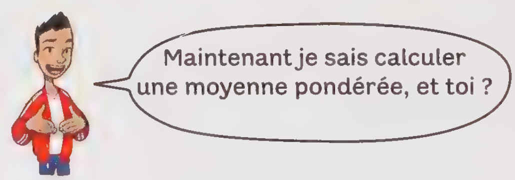
28 À un examen, les coefficients sont les suivants :
- français : 5 ;
- mathématiques : 3 ;
- histoire-géographie : 2.

Les candidats doivent obtenir une moyenne au moins égale à 10 pour être reçus. Qui a été reçu parmi les candidats répertoriés dans le tableau ?

	Français	Mathématiques	Histoire-Géographie
Gaëlle	9	12	11
Annabelle	8	15	8
Jonathan	13	7	6,5

29 Un serveur dans un bar fait le bilan des pourboires qu'il a gagnés chaque jour. Calculer la moyenne journalière de ses pourboires.





Calcul mental

30 Calculer la moyenne des valeurs de chaque série.

a) 5 ; 5 ; 5 ; 5 ; 5.
b) 7 ; 5 ; 5 ; 5 ; 5 ; 3 ; 5.
c) 7 ; 4 ; 7 ; 10 ; 7.
d) 250 ; 750 ; 300 ; 700.
e) 0,5 ; 9,5 ; 3,5 ; 4,5 ; 6,5 ; 5,5.
f) 0,25 ; 0,1 ; 0,75 ; 3,5 ; 0,9 ; 6,5.
g) 23 ; 71 ; 89 ; 98 ; 11 ; 2 ; 77 ; 29.

31 Trouver, si possible, le total des valeurs dans chacun des cas suivants.

a) Il y a 8 valeurs et la moyenne des 8 valeurs est 11.
b) Il y a 10 valeurs et les deux valeurs extrêmes sont 4 et 16.
c) Il y a 6 valeurs et la moyenne de ces 6 valeurs est 9.
d) Il y a 7 valeurs, chacune égale à 8.

Résoudre des problèmes

32 Éva a obtenu les notes suivantes sur 20 en anglais au cours de l'année scolaire.
1er trimestre : 5 ; 12 ; 14 ; 8 ; 7 ; 11 ; 13 ; 9.
2^{e} trimestre : 14 ; 16 ; 18 ; 15 ; 12 ; 10.
3^{e} trimestre : 15 ; 12 ; 8 ; 6.
a) Calculer la moyenne d'Éva pour chaque trimestre.
b) Calculer la moyenne de l'année, en utilisant les moyennes de chaque trimestre.
c) Calculer la moyenne de l'année, en utilisant l'ensemble des notes.
d) Quelle est la moyenne la plus avantageuse pour Éva ?

33 Trouver plusieurs séries de sept valeurs dont la moyenne est 12.

34 Trouver au moins quatre triangles dont la moyenne des longueurs des trois côtés est 4 cm.

35 Maxime a 10,5 de moyenne avec les 6 premières notes du trimestre. Au septième devoir, il a eu 14,5.
Quelle est sa nouvelle moyenne ?

36 Clara a 13,5 de moyenne avec les 4 premières notes du trimestre. Au cinquième devoir, elle a eu 11 et au sixième devoir, elle a eu 9.
Quelle est sa nouvelle moyenne ?

37 Émilie joue au scrabble. Elle avait une moyenne de 13 points pour les 5 premiers tours joués et elle a une moyenne de 9 points pour les 3 derniers tours joués.
Calculer sa moyenne de points sur les 8 tours joués.

38 Mélissa fait une randonnée sur plusieurs jours. Elle a parcouru 19,5 km de moyenne par jour durant les 8 premiers jours de randonnée.
Quelle distance doit-elle parcourir le neuvième jour pour avoir 20 km de moyenne sur la totalité de la randonnée ?

39 Arnaud a 8 de moyenne avec les 5 premières notes du trimestre. Il sait qu'il aura encore 2 devoirs à faire.
Pour qu'Arnaud ait 10 de moyenne, quelles notes doit-il avoir aux deux derniers devoirs ? Donner deux possibilités.

40 Luc a été connecté à Internet en moyenne 1 h 15 min par jour pendant 7 jours. Le dernier jour, il est resté connecté durant 2 h 30 min.
Combien de temps est-il resté connecté, en moyenne, durant chacun des six premiers jours ?

41 CALCUL LITTÉRAL
Voici une série de valeurs :
$$25 ; 26 ; 20 ; 27 ; 18 ; x.$$
La moyenne est 23. Quelle est la valeur de x ?

42 CALCUL LITTÉRAL
Voici une série de valeurs :
$$x ; 31 ; 34 ; 36 ; 37 ; 39 ; 40 ; x + 1.$$
La moyenne est 36. Quelle est la valeur de x ?

43 Un groupe de six personnes monte dans un ascenseur, la moyenne de leur poids est de 65 kg. Trois personnes arrivent, la moyenne de leur poids est de 84 kg. L'ascenseur affiche un maximum de 650 kg.
Les neuf personnes peuvent-elles prendre l'ascenseur en même temps ?

44 Justin a choisi un abonnement mensuel de 20 h pour son téléphone portable. Sur les 20 premiers jours, il a une moyenne de durée de consommation de 0,75 h par jour.
Pour les 10 derniers jours du mois, combien de temps peut-il en moyenne utiliser son téléphone, sans dépasser les 20 h d'abonnement ?

45 **Au brevet**

Hiti et Kalu sont deux entreprises de cent personnes qui ont fait paraître les informations ci-dessous.

Salaire moyen en francs	Entreprise Hiti	Entreprise Kalu
Hommes	168 000	180 000
Femmes	120 000	132 000

Effectif hommes/femmes	Entreprise Hiti	Entreprise Kalu
Hommes	50	20
Femmes	50	80

Kévin dit à sa sœur : « En moyenne, on est mieux payé chez Kalu. » Qu'en pensez-vous ?

Brevet Polynésie française, 2010

46 Dans un groupe, 30 % des personnes portent des chaussures de sport. Il y a 75 personnes qui ont des chaussures de sport.
Quel est l'effectif de ce groupe ?

47 Dans une classe, il y a 15 élèves qui étudient l'allemand. Ces 15 élèves représentent 60 % des élèves de la classe.
Combien y a-t-il d'élèves dans la classe ?

48 ***Arts***

Deux chorales décident de se rassembler pour un concert de Noël. Dans la 1[re] chorale il y a 48 chanteurs dont 25 % de ténors et dans la 2[e] chorale il y a 50 chanteurs dont 30 % de ténors.
Quel est le pourcentage de ténors lorsque les deux chorales sont rassemblées ?

Les différentes voix d'une chorale

TRIANGLE INFO *histoire des arts*

Les membres d'une chorale peuvent être répartis en plusieurs groupes, appelés pupitres ou voix. Par exemple, une chorale mixte comprend, le plus souvent, quatre pupitres : deux pupitres féminins – *soprano* et *alto* – et deux pupitres masculins – *ténor* et *basse.*

49 **Calcul littéral**

a) Un article coûtait y euros. Son prix augmente de 14 %. Exprimer son nouveau prix en fonction de y.

b) Un article coûte, après une augmentation de 14 %, 342 €. Quel était son prix avant l'augmentation ?

50 Un rectangle a une longueur de 6 cm et une largeur de 4 cm. On augmente sa longueur de 10 % et sa largeur de 10 %.

a) De quel pourcentage augmente son périmètre ?

b) De quel pourcentage augmente son aire ?

51 Une grande entreprise a quatre usines. Lors des élections pour désigner le représentant du personnel, plusieurs candidats se sont présentés. Monsieur Martin, candidat le mieux placé, a obtenu les pourcentages suivants.

- **Usine (1)** : 70 % pour 350 votants.
- **Usine (2)** : 38 % pour 1 200 votants.
- **Usine (3)** : 55 % pour 520 votants.
- **Usine (4)** : 48 % pour 450 votants.

Pour être élu au premier tour, le pourcentage obtenu doit être supérieur à 50 %. Monsieur Martin est-il élu au premier tour ? Justifier la réponse.

52 **a)** Placer les deux valeurs 8 et 15 sur une droite graduée.

b) Faire un pronostic pour dire où se situera la moyenne de ces deux valeurs sur la droite graduée.

c) Vérifier le pronostic en calculant la moyenne des deux valeurs et en la plaçant sur la droite graduée.

53 **a)** Dans un repère placer les deux points A(4 ; 6) et B(1 ; 7).

b) Faire un pronostic pour dire où se trouvera le point M ayant pour abscisse la moyenne des abscisses de A et de B, et pour ordonnée la moyenne des ordonnées de A et de B.

c) Vérifier le pronostic en calculant les coordonnées de M et en plaçant le point M dans le repère.

54 Dans un concours, il y a deux épreuves : français et mathématiques. Le coefficient en mathématiques est 3 et celui du français 2.

a) Marie a 8 en français et sa moyenne est 11. Quelle est sa note en mathématiques ?

b) Tristan a 8 en mathématiques et sa moyenne est 11. Quelle est sa note en français ?

55 **AU BREVET**

En une semaine, Nicolas, le chocolatier, a vendu toutes ses boîtes. Le tableau ci-après indique la répartition des ventes pour chaque jour de la semaine.

Jours de la semaine	lundi	mardi	mercredi	jeudi	vendredi	samedi	dimanche
Nombre de boîtes vendues	13	32	60	54	61	63	32

a) (1) Représenter la répartition des ventes pour chaque jour de la semaine à l'aide d'un diagramme en bâtons.

(2) Quel est le nombre total de boîtes vendues durant la semaine ?

(3) Calculer le pourcentage de boîtes vendues durant le week-end (samedi et dimanche). Arrondir le résultat à l'unité.

(4) Calculer le nombre moyen de boîtes vendues par jour.

b) Nicolas a vendu 315 boîtes dans la semaine. Chaque boîte contient 19 chocolats.

Une boîte vide coûte 200 F (il s'agit du « franc Pacifique »).

(1) En supposant qu'un chocolat coûte 100 F, calculer le prix d'une boîte de chocolats. En déduire combien rapporte la vente des 315 boîtes durant la semaine.

(2) Quel devrait être le prix d'un chocolat si le chocolatier voulait vendre sa boîte 2 290 F ?

Extrait du brevet Nouvelle-Calédonie 2009

56 Dans deux concours différents, il y a deux épreuves : français et mathématiques. Antoine et Léa ont la même moyenne : 11, et les mêmes notes : 13 en mathématiques et 7 en français. Les coefficients sont différents.

a) Pour Antoine, le coefficient de mathématiques est 4.
Quel est le coefficient en français ?

b) Pour Léa, le coefficient de français est 3.
Quel est le coefficient en mathématiques ?

57 À un concours, le coefficient de français est 3, le coefficient de mathématiques 4. Quatre candidats ont exactement 12 de moyenne à ce concours.

a) Émile a 15 en français.
Quelle est sa note en mathématiques ?

b) Anna a 15 en mathématiques.
Quelle est sa note en français ?

c) Aline a les deux mêmes notes.
Quelles sont ses notes ?

d) Gaël a 7 points de moins en mathématiques qu'en français.
Quelles sont ses deux notes ?

58 À un examen où figurent deux épreuves, anglais et espagnol, Olivier a eu 13,2 de moyenne. Il a 12 en anglais et 14 en espagnol.

a) Olivier croit se souvenir que le coefficient en anglais est 4.
Quel est alors le coefficient en espagnol ?

b) Son ami Grégoire pense que le coefficient en espagnol est 3.
Quel est alors le coefficient en anglais ?

59 **QU'EST-CE QUE J'AI APPRIS**

Dire si chacune des phrases suivantes est vraie ou fausse.

a) Si on réunit deux groupes, on ajoute les pourcentages de chacun pour obtenir le pourcentage de l'ensemble.

b) La moyenne d'une série peut être une valeur qui ne figure pas dans la série.

c) Dans une série, il y a autant de valeurs en dessous de la moyenne qu'au-dessus.

d) Si une série a 7 valeurs, alors la somme de ces valeurs est égale au produit de la moyenne par 7.

Pour approfondir

60 Le cours de mathématiques a commencé à 10 h. Lucas regarde l'heure, il est 10 h 35 min. « Tiens, dit-il, il y a déjà 70 % du cours qui est passé ! ». À quelle heure finira le cours de mathématiques ?

61 À la fin de la première mi-temps du match de football Sochaux-Lyon, la possession de balle était : 64 % pour Lyon et 36 % pour Sochaux. Durant les 20 premières minutes de la deuxième mi-temps, cette possession de balle a été de 55 % pour Sochaux et 45 % pour Lyon.
Quels sont les pourcentages de possession de balle pour les 2 équipes au bout des 65 premières minutes du match ? On rappelle qu'une mi-temps de football dure 45 min.

AVEC UN TABLEUR

→ Fiche méthode logiciel 2 p. 301

62 ***Développement durable***

Fiches logiciels

Voici les superficies forestières perdues en Amazonie de 1989 et 2009 en milliers de kilomètres carrés.

1989	1990	1991	1992	1993	1994	1995
18	13	11	14	15	15	28
1996	**1997**	**1998**	**1999**	**2000**	**2001**	**2002**
18	13	17	17	18	18	22
2003	**2004**	**2005**	**2006**	**2007**	**2008**	**2009**
25	27	19	14	12	13	7,5

a) Entrer ces données sur une feuille de calcul.
b) Construire un diagramme en bâtons représentant ces données.
c) Calculer la superficie totale perdue entre 1989 et 2009.
d) Calculer la moyenne de la superficie perdue par an.
e) L'objectif fixé est de ramener le niveau de déforestation en dessous de 6 500 km^2 en moyenne par an en 2015. Ce projet est-il en bonne voie ?

Source : Institut national de recherches spatiales, *Le Monde*, 8/05/2010

63 Un professeur de français a donné le même devoir à ses deux classes de 4^e. Voici les notes de chaque classe.

Fiches logiciels

4^e A

10	7	8	9	13	14	10	10	12	14
18	16	9	7	5	19	6	2	12	7
9	8	15	16	17	10	11	6	8	

4^e B

7	12	13	15	13	8	7	11	15
16	4	12	10	12	6	8	9	3
11	10	18	4	8	9	11	10	

a) Entrer ces données dans une feuille de calcul.
b) Calculer la moyenne de chaque classe.
c) Calculer la moyenne de l'ensemble formé par les deux classes.
d) En changeant une seule note dans une seule classe, trouver la différence maximale qui puisse exister entre les moyennes des deux classes.
e) Même question qu'au **d** avec une différence minimale.

64 Le tableau ci-dessous présente la production des pays exportateurs de pétrole en 2008 (millions de barils par jour).

Fiches logiciels

Arabie saoudite	10,8	Mexique	3,1
Émirats arabes unis	2,9	Nigeria	2,1
Irak	2,4	Norvège	2,4
Iran	4,3	Russie	9,9
Koweït	2,8	Venezuela	2,5

a) Entrer ces données sur une feuille de calcul.
b) Utiliser la fonction « tri » pour écrire ces données dans l'ordre décroissant de la production.
c) Construire un diagramme en bâtons représentant ces données.
d) Calculer la production moyenne en millions de barils par jour. Quel est le pays dont la production se rapproche le plus de cette moyenne ?

Source : BP Statistical Review, *Le Monde*, 11/12/2009

Recherche & créativité

65 Malo dispose de 4 bandes de papier de longueurs différentes. Il veut former une bande ayant comme longueur la moyenne des 4 longueurs. Il n'a aucun instrument de mesure. Décrire comment il peut procéder.

66 **Énigme**
Dix marins sont dans un bateau. L'âge moyen est de 25 ans. Le capitaine monte à bord. L'âge moyen de l'équipage augmente de 2 ans. Quel est l'âge du capitaine ?

67 **Concours et rallyes**
En plaçant un carré de 6 cm de côté sur un triangle, on peut couvrir jusqu'à 60 % de la surface du triangle. En plaçant le triangle sur le carré, on peut couvrir jusqu'à deux tiers du carré. Quelle est l'aire du triangle ?
a) 60 cm² **b)** 40 cm²
c) 36 cm² **d)** 24 cm²
e) cela dépend de la forme du triangle
Kangourou cadets 2009

68 **a)** Julie a trouvé une nouvelle méthode pour calculer la moyenne des deux notes qu'elle a. Elle divise chaque note par 2 et elle ajoute les deux résultats trouvés.
A-t-elle raison ? Justifier la réponse.
b) Clément a trois notes. Il s'inspire de la méthode de Julie pour calculer la moyenne des trois notes. Imaginer ce que Clément a fait et vérifier le résultat.

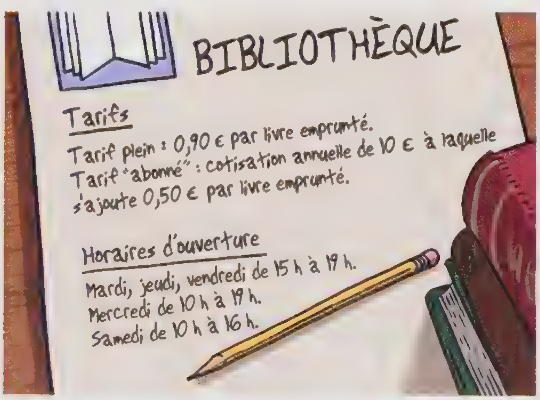
Devoirs maison

69 Le tableau ci-dessous reprend les notes d'un devoir de mathématiques dans une classe.

Note	5	7	8	9	11	13	15	17	18
Effectif	2	4	3	5	1	6	4	3	1

a) Calculer la moyenne de ces notes.
b) Quel pourcentage d'élèves a une note supérieure à cette moyenne ?
c) Quel pourcentage d'élèves a une note inférieure à cette moyenne ?
d) Éric dit : « Je pensais que les deux pourcentages étaient identiques. » Trouver, si possible, la note qui vérifie cette égalité.

70 Voici une série d'informations relatives à une bibliothèque.



Voici les **emprunts de livres**, semaine 19 :

Jour	Mardi	Mercredi	Jeudi	Vendredi	Samedi
Nombre de livres prêtés	61	121	42	59	82

Avec ces informations répondre, si possible, aux questions suivantes.
a) (1) Calculer le pourcentage de livres empruntés le mercredi par rapport à la semaine entière. Arrondir le résultat à l'unité.
(2) Le bibliothécaire dit : « Le mercredi, nous prêtons le quart des livres de cette semaine. » Est-ce exact ?
(3) Pourquoi, selon vous, cette bibliothèque prête-t-elle plus de livres le mercredi ?
b) Rachel veut s'inscrire dans cette bibliothèque mais elle ne sait pas quel tarif choisir.
(1) Un de ces deux tarifs est-il plus économique que l'autre, quel que soit le nombre de livres empruntés ?
(2) Pour quel nombre de livres empruntés les deux tarifs sont-ils identiques ?

Je prépare le contrôle

Tous ces exercices sont corrigés page 268 et suivantes.

As-tu atteint tous les objectifs ?
Pour t'en assurer, fais les exercices suivants !

Pour chaque question, indiquer la (ou les) bonne(s) réponse(s).

Je complète un QCM

Déterminer un pourcentage lors d'un regroupement

		Réponse (1)	Réponse (2)	Réponse (3)
71	Dans un groupe de 40 adolescents, 5 % aiment le rap. Dans un autre groupe de 60 adolescents, 10 % aiment le rap. Le pourcentage d'adolescents qui aiment le rap dans les deux groupes réunis est de ...	15 %	7,5 %	8 %

Calculer une moyenne

		Réponse (1)	Réponse (2)	Réponse (3)
72	Pierre a eu les notes suivantes ce trimestre : 10 ; 3 ; 15 ; 1 ; 7 ; 8 ; 10,5 ; 13,5. Sa moyenne est de ...	8	8,5	10
73	La moyenne d'une série est 9. C'est vrai pour la série ...	6 ; 9 ; 12 ; 9	1 ; 5 ; 17 ; 13	9 ; 9 ; 8 ; 9

Calculer une moyenne pondérée

		Réponse (1)	Réponse (2)	Réponse (3)
74	À un examen, le coefficient de physique est 6, celui de mathématiques est 4 et celui d'italien est 2. Armel a eu 10,5 en physique, 9 en mathématiques et 18 en italien. Sa moyenne est ...	12,5	10,5	11,25

Résoudre des problèmes

		Réponse (1)	Réponse (2)	Réponse (3)
75	Arthur a une moyenne de 12 avec les 4 premiers devoirs. Il a eu 9 au cinquième devoir. Sa nouvelle moyenne est de ...	10,5	11	11,4
76	Claire a une moyenne de 9,5 avec les 7 premiers devoirs. Pour avoir 10 de moyenne, elle doit avoir au huitième devoir ...	13,5	10,5	15

Je rédige

Déterminer un pourcentage lors d'un regroupement

77 Dans la classe de 4^e avec option natation, tous les élèves passent un test de plongée. Dans cette classe, il y a 15 filles et 12 garçons. Il y a 60 % des filles et 75 % des garçons qui réussissent le test. Quel pourcentage des élèves de cette classe a réussi le test ? Arrondir au dixième.

Calculer une moyenne

S1

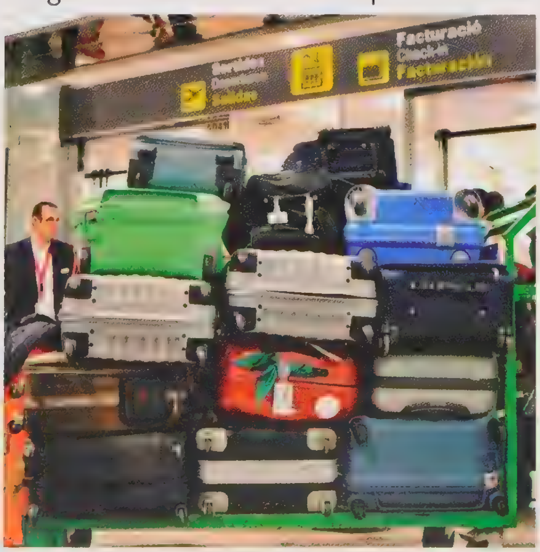
78 Calculer la moyenne des valeurs suivantes :
45 ; 67 ; 23 ; 108 ; 35 ; 45 ; 60 ; 42.

79 Trouver trois séries de cinq nombres dont la moyenne est 24.

80 Dans un petit avion, on charge les bagages des passagers d'un groupe dans la soute. Voici le poids (en kilos) de chacun de ces bagages :

31	14	25	19	15	28	22	13
26	18	12	23	21	10	16	21

En moyenne, les bagages ne doivent pas dépasser 20 kg pour la sécurité de l'avion. Le chargement de cet avion est-il possible ?



Calculer une moyenne pondérée

81 À un examen, les coefficients sont les suivants.
- Arts plastiques : 5.
- Histoire : 3.
- Anglais : 2..

Romain a 12 en arts plastiques, 8 en histoire et 9 en anglais. Pour réussir l'examen, il faut une moyenne au moins égale à 10. Romain a-t-il réussi son examen ?

Résoudre des problèmes

82 Trois nombres ont pour moyenne 11 et sept autres nombres ont pour moyenne 15.
Quelle est la moyenne des dix nombres ?

83 Ernest a une moyenne de 11 en SVT pour ses cinq premiers devoirs. Quelle note doit-il avoir au sixième devoir pour avoir 12 de moyenne sur les 6 devoirs ?

84 Cet hiver, une épidémie de grippe a vidé les classes. En 4^e A, seuls 18 élèves sont présents. Arnaud fait remarquer qu'il y a 75 % d'élèves présents.
Quel est l'effectif complet de la classe ?

85 Samy est un as du basket. Le tableau montre le palmarès du nombre de ses paniers réussis au cours des matchs déjà joués.

Nombre de paniers	8	10	12	20
Nombre de matchs	3	5	7	4

Il reste un match à jouer. Samy aimerait bien obtenir une moyenne de 13 paniers par match. Combien de paniers doit-il réussir à ce dernier match ?

86 Dans un concours, Line a une moyenne de 11 en ayant 10 en EPS et 13,5 en SVT. Le coefficient de SVT est 2. Quel est le coefficient en EPS ?

Chapitre 8

Géométrie et initiation à la démonstration

Euclide, un des fondateurs de la démonstration

Comment savoir si ce que l'on affirme est vrai ? Depuis toujours, les hommes se posent cette question. En physique, en sciences de la vie et de la Terre, en chimie, ce sont les expériences qui valident les théories des chercheurs. En mathématiques, on utilise un type de preuve particulier qui s'appelle la démonstration. La démonstration a été mise en place au Ve siècle avant J.-C. avec un livre fondateur : *Les Éléments d'Euclide*. Euclide est un mathématicien grec né vers – 325. Il travaille au musée d'Alexandrie et à l'école de mathématiques. Entouré de ses disciples, il mène de nombreux travaux de recherche.

PRÉREQUIS

1. Reconnaître les principales configurations de géométrie du programme de 5e dans une figure complexe **(socle 5e)**.
2. Exécuter un programme de tracé utilisant le vocabulaire et les propriétés de géométrie étudiées en 5e avec des instruments ou un logiciel de géométrie **(socle 5e)**.
3. Connaître les principales règles du débat mathématique.
4. Distinguer une propriété de la forme « Si... alors... » de sa réciproque.
5. Connaître les principales propriétés de géométrie de 5e et justifier une affirmation en utilisant une propriété **(socle 5e)**.

OBJECTIFS

OBJECTIFS	Socle commun
1 Utiliser des propriétés de géométrie pour tirer des conclusions.	
2 Démontrer que deux droites sont parallèles.	S1
3 Démontrer que deux droites sont perpendiculaires.	S2

LIVRET DE COMPÉTENCES

Compétences travaillées

Savoir raisonner, argumenter, démontrer avec les exercices des rubriques « Démontrer que deux droites sont parallèles » et « Démontrer que deux droites sont perpendiculaires ».

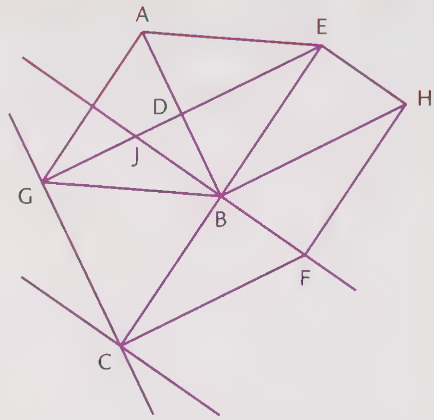
Je fais le point sur mes connaissances

Pour réactiver mes connaissances

SOCLE

1. Reconnaître des figures géométriques

Exercices 1 à 3 p. 150



a) En utilisant les points de la figure ci-contre, reconnaître à vue d'œil et nommer :
(1) une droite qui semble être une médiatrice ;
(2) un quadrilatère qui semble être un rectangle ;
(3) trois quadrilatères qui semblent être des losanges ;
(4) un quadrilatère qui semble être un parallélogramme qui n'est ni un losange ni un rectangle.

→ Voir les propriétés des quadrilatères p. 30

b) Contrôler les réponses en utilisant des instruments. Citer chaque fois la propriété utilisée pour effectuer cette reconnaissance.

SOCLE

2. Tracer des figures géométriques

Exercices 4 à 10 p. 150

a) Tracer un triangle ABC tel que AB = 5,5 cm, BC = 7 cm et AC = 8 cm. Tracer la hauteur issue de C. Tracer la parallèle à (BC) qui passe par A et la parallèle à (AB) qui passe par C. Ces deux droites se coupent en D. Tracer la médiatrice de [AC], elle coupe (AC) en L. Placer le point K symétrique du point D par rapport à L.
Quelle remarque peut-on faire ?

→ Rappel 22 p 289 et suivantes

b) Tracer un losange ABCD tel que AC = 4 cm et AB = 3 cm.
c) Tracer un losange EFGH tel que EG = 6 cm et FH = 4 cm.
d) Placer trois points A, B et C. Placer le point D tel que ABCD soit un parallélogramme. Faire cet exercice trois fois en utilisant chaque fois une méthode différente pour placer D.

→ Rappel 24 p 289 et suivantes

e) Avec un logiciel de géométrie tracer les figures des questions **a**, **b**, **c** et **d**.

3. Connaître les règles du débat mathématique

Exercices 25 p. 151

a) Tracer un rectangle ABCD tel que AB = 10 cm et BC = 8 cm. Tracer la diagonale [BD]. Placer sur cette diagonale un point M. Tracer la perpendiculaire à (AB) qui passe par M ; elle coupe (AB) en E et (DC) en F. Tracer la droite perpendiculaire à (AD) qui passe par M ; elle coupe (AD) en G et (BC) en H.

→ Rappel 25 p 289 et suivantes

Des deux rectangles AEMG et MHCF, quel est celui qui a la plus grande aire ?
b) Pour chacune des phrases suivantes, préciser si elle est vraie ou fausse. Justifier la réponse.
(1) Quel que soit l'entier choisi, s'il est inférieur à 135 alors il est inférieur à 133.
(2) Quelle que soit la droite choisie, si elle est la médiatrice d'un segment [AB], alors elle est perpendiculaire à (AB).

4. Distinguer une propriété de sa réciproque

Exercices 14 à 19 p. 151

→ Rappel 26 p 289 et suivantes

Énoncer les réciproques des phrases (1) et (2) et préciser si elles sont vraies ou fausses.

SOCLE

5. Justifier une affirmation en géométrie

Exercices 20 à 23 p. 15

On sait que la droite (AB) est parallèle à (CD) et que (CD) est parallèle à (MN).
Que peut-on dire de (AB) et (MN) ? Quelle propriété permet de le justifier ?

Activités

Dans ce chapitre, j'apprends à :

- Utiliser des propriétés de géométrie
- Démontrer que des droites sont parallèles
- Démontrer que des droites sont perpendiculaires

Utiliser des propriétés de géométrie

1. Tirer des conclusions

▶ Exercices 24 à 26 p. 152

a) On sait que (GH) // (KL) et (KL) // (AF). Quelle conclusion peut-on tirer ?
b) On sait que (EF) ⊥ (KL) et que (IJ) // (EF). Quelle conclusion peut-on tirer ?
c) On sait que IJKL est un losange. Quelles conclusions peut-on tirer ?

2. Compléter des chaînons déductifs

▶ Exercices 27 à 32 p. 152

Compléter les chaînons déductifs suivants à l'aide d'une propriété.

a) On sait que (AB) ⊥ (CD) et (EF) ⊥ (CD)
...
Donc (AB) // (EF).

b) On sait que [AC] et [BD] ont le même milieu et que (AC) ⊥ (BD).
...
Donc ABCD est un losange.

c) On sait que I est le milieu de [AC] et [BD].
...
Donc ABCD est un parallélogramme.

Démontrer que deux droites sont parallèles

S1

3. Ma première démonstration

EFGH est un losange. Soit (*d*) la droite perpendiculaire à (EG) qui passe par E.
Les droites (*d*) et (FH) sont-elles toujours parallèles quel que soit le losange tracé au départ ? Justifier la réponse ; on pourra, pour cela, utiliser certaines propriétés rappelées ci-dessous.

D1 : Si deux droites sont parallèles à une même troisième alors elles sont parallèles entre elles.
D2 : Si deux droites sont perpendiculaires à une même troisième alors elles sont parallèles entre elles.
L1 : Si un quadrilatère a ses quatre côtés de même longueur alors c'est un losange.
L2 : Si un quadrilatère est un losange alors ses côtés opposés sont parallèles deux à deux et ses quatre côtés sont de même longueur.
L3 : Si un quadrilatère a ses diagonales qui ont même milieu et qui sont perpendiculaires alors c'est un losange.

Connaissance p. 147

4. Contrôler la rédaction d'une démonstration

Exercice 33 p. 152

Soit ANC un triangle, soit K le milieu de [AC] et M un point de [NC]. Soit L le symétrique de M par rapport à K.

a) Démontrer que les droites (AM) et (LC) sont parallèles.

b) Quatre élèves ont effectué cette démonstration. Préciser pour chacun de ces élèves ce qui est faux et/ou ce qui manque.

Éléonor

J'ai vérifié avec ma règle et mon équerre que les droites (AM) et (LC) sont parallèles

Adrien

(AM) et (LC) sont parallèles car AMCL est un parallélogramme.

Farida

• On sait que K est le milieu de [AC] (donnée) et K milieu de [LM] (car L est le symétrique de M par rapport à K).
Si un quadrilatère a ses diagonales qui ont le même milieu alors c'est un parallélogramme.
Donc AMCL est un parallélogramme.
• Si un quadrilatère est un parallélogramme alors ses côtés opposés sont parallèles deux à deux.
Donc (AM) et (LC) sont parallèles.

Ryan

On sait que K est le milieu de [AC] et de [LM] donc AMCL est un parallélogramme donc (AM) et (LC) sont parallèles.

S1

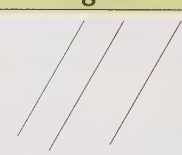
5. Une fiche méthode

Exercices 35 à 38 p. 153

Recopier et compléter le tableau suivant en utilisant les propriétés de 5^{e} qui permettent de démontrer que deux droites sont parallèles.

Pour démontrer que deux droites sont parallèles, on peut utiliser les propriétés suivantes :

→ Méthode p. 148

Propriétés	Conditions	Figure
Si deux droites sont parallèles à une même troisième alors elles sont parallèles entre elles.	Avoir deux droites parallèles à une même troisième.	
...	...	...

Démontrer que deux droites sont perpendiculaires

S2

6. Une nouvelle fiche méthode

Exercices 39 à 43 p. 153

Faire une fiche analogue à la fiche de l'activité 5 avec les propriétés qui permettent de démontrer que deux droites sont perpendiculaires.

La démonstration en géométrie

Exercices 33 à 43 p. 152

On ne peut pas prouver qu'un énoncé de géométrie est vrai en faisant uniquement des constatations sur un dessin ou des mesures. Des constatations, des mesures permettent uniquement d'établir des conjectures. Une **conjecture** est un énoncé qui semble vrai alors qu'on ne l'a pas encore prouvé.

Pour prouver que des énoncés de géométrie sont vrais, il faut effectuer des démonstrations. Une **démonstration**, en géométrie, est une succession de **chaînons déductifs** qui partent des données et arrivent à la conclusion. Un chaînon déductif est un enchaînement de phrases qui peut se présenter sous la forme analysée ci-dessous.

On sait que .... (donnée)

Si .... (condition) alors .... (conclusion) — propriété[1]

Donc .... (conclusion du chaînon)

Chaînon déductif[1]

➡ Exemple de chaînon déductif :

On sait que ABCD est un losange (donnée)

Si Un quadrilatère est un losange (condition) alors il a quatre côtés de la même longueur (conclusion) — propriété

Donc AB=BC=CD=DA (conclusion du chaînon)

Une démonstration utilise donc des propriétés. Vous trouverez p. 302 les propriétés de géométrie que vous devez connaître en début de 4e pour effectuer des démonstrations.

1. Suivant le niveau de familiarité avec les propriétés il est possible de ne pas les citer.

Chercher et rédiger une démonstration

Pour chercher une démonstration, on peut partir des données et essayer d'en déduire des conséquences à partir de propriétés, mais souvent il est utile d'appliquer le schéma suivant qui **part** de la conclusion.

Que faut-il démontrer ?

↓

Quelles propriétés permettent de démontrer cette conclusion ?

↓

Quelle propriété choisir[1] ?

↓

A-t-on les conditions de la propriété choisie ?

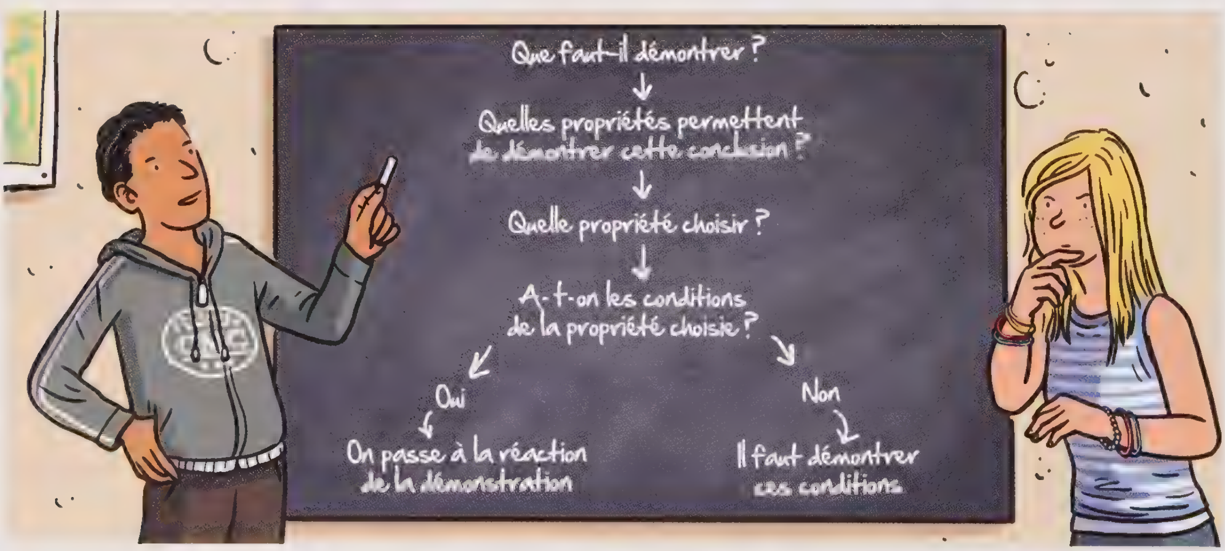
Oui → On passe à la rédaction de la démonstration.

Non → Il faut démontrer ces conditions[2]. → Que faut-il démontrer ?

Pour contrôler une démonstration, il faut se poser deux questions :

• Chaque fois qu'on utilise une propriété, est-ce bien la (les) condition(s) de cette propriété et la conclusion de cette même propriété que l'on cite ?

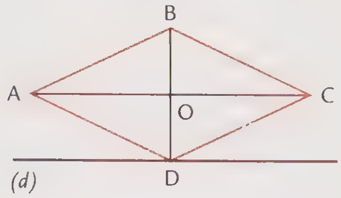
• Quand on cite les conditions d'une propriété, est-ce que ces conditions sont données ou ont-elles été démontrées précédemment ?



1. Le choix de la propriété à utiliser se fait généralement à partir de la (ou des) condition(s) d'utilisation de cette propriété et de l'observation de la figure qui lui est associée.
2. Si on n'arrive pas à démontrer ces conditions, il faut changer de propriété.

Méthode

>> **Exercice :** ABCD est un losange de centre O.
Soit (d) la droite parallèle à (AC) qui passe par D. Démontrer que (d) et (BD) sont perpendiculaires.



ÉTAPES

a) Je cherche

(1) Que faut-il démontrer ?

▶ *Que deux droites sont perpendiculaires.*

(2) Quelle propriété puis-je utiliser ?

▶ *La propriété des diagonales du losange ; la propriété de deux droites parallèles et d'une 3e perpendiculaire à l'une.*

(3) Laquelle choisir ?

▶ *On ne peut pas utiliser la 1re propriété car (d) n'est pas une diagonale d'un losange. Par contre on peut peut-être utiliser la seconde car (AC) et (d) sont parallèles et (BD) semble perpendiculaire à (AC).*

(4) A-t-on les conditions de la propriété choisie ?

▶ *Non, on ne sait pas si (AC) et (BD) sont perpendiculaires.*

(5) Il faut démontrer cette condition.

▶ *On peut utiliser la propriété des diagonales du losange car ABCD est un losange et [AC] et [BD] sont ses diagonales.*

b) Je rédige. Il y a donc deux chaînons. Pour chaque chaînon :
(1) j'écris ce que je sais pour utiliser la propriété ;
(2) j'écris la propriété[1].

SOLUTION

On sait que ABCD est un losange.

Si un quadrilatère est un losange alors ses diagonales sont perpendiculaires et se coupent en leur milieu.
Donc (AC) et (BD) sont perpendiculaires.
On sait que (AC) et (BD) sont perpendiculaires et que (d) et (AC) sont parallèles. Si deux droites sont parallèles et qu'une troisième droite est perpendiculaire à l'une alors elle est perpendiculaire à l'autre.
Donc (d) et (BD) sont perpendiculaires.

(3) Je conclus.
La dernière conclusion correspond à ce qu'on demande de démontrer.

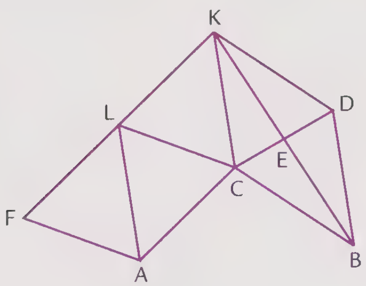
Attention !
Chaque fois que tu utilises une propriété il faut bien citer les conditions et la conclusion de la propriété.

1. Cela dépend des exigences du professeur.

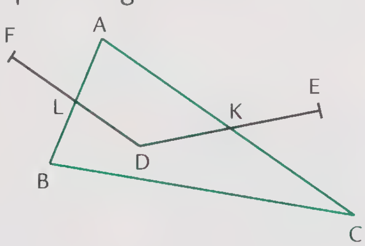
Je réactive mes connaissances

SOCLE Reconnaître des figures géométriques

a) En utilisant les points de la figure, reconnaître à vue d'œil et nommer :
(1) une droite qui semble être une médiatrice ;
(2) deux quadrilatères qui semblent être des losanges ;
(3) un quadrilatère qui semble être un parallélogramme et qui n'est pas un losange.
b) Vérifier avec des instruments.



2 Nommer, à vue d'œil, à l'aide des points de la figure, tous les quadrilatères qui semblent être des parallélogrammes.



Tracer un cercle de centre O de rayon 4 cm. Soit [OA] un rayon de ce cercle. Soit (d) la médiatrice de [OA] ; elle coupe le cercle en E et F. Soit (d') la droite perpendiculaire à (OA) qui passe par A. (OE) coupe (d') en G et le cercle en H ; (OF) coupe (d') en I et le cercle en J.
Avec les points de cette figure :
a) nommer un quadrilatère qui semble être un losange ;
b) nommer un quadrilatère qui semble être un rectangle ;
c) nommer deux quadrilatères qui semblent être des parallélogrammes (sans être des losanges ou des rectangles).

Tracer des figures géométriques SOCLE

Tracer un triangle ABC tel que :
AB = 5 cm, AC = 6 cm et BC = 7 cm.
Tracer la hauteur issue de A, elle coupe (BC) en K. Tracer la droite (d) perpendiculaire à (BC) qui passe par C. Tracer la droite parallèle à (AC) qui passe par K, elle coupe (d) en M. Placer le point I milieu de [KC]. Tracer le point N symétrique de A par rapport à I.
Quelle remarque peut-on faire ?

Tracer un losange MNOP de centre A tel que :
AN = 2 cm et OP = 3 cm.

6 Tracer un losange EFGH tel que :
EF = 2,5 cm et EG = 4 cm.
Tracer le symétrique K de E par rapport à H.
Tracer le symétrique L de E par rapport à F.
Tracer la droite perpendiculaire à (EG) qui passe par G.

Tracer un parallélogramme GTDP tel que :
GT = 3 cm, GP = 2 cm et GD = 4 cm.
Placer le point K tel que GTKD soit un parallélogramme.
Placer le point L tel que GDPL soit un parallélogramme.
Placer le point I tel que TDGI soit un parallélogramme.

Avec un logiciel de géométrie

Fiches logiciels

a) Tracer un triangle ABC. Placer le point I milieu de [AB] et le point J milieu de [AC]. Tracer la perpendiculaire à (AB) qui passe par I. Tracer la perpendiculaire à (AC) qui passe par J. Soit K l'intersection de ces deux perpendiculaires. Tracer le cercle de centre K passant par A.
b) Quelle remarque peut-on faire ?
c) Cette remarque semble-t-elle encore vraie si on déplace les sommets du triangle ?

a) Tracer un losange ABCD tel que AC = 6 cm et BD = 4 cm. Tracer la droite parallèle à (AC) qui passe par B, elle coupe (DC) en E. Placer E.
b) Quelle conjecture peut-on faire concernant les droites (BE) et (BD) ?
c) Tester la conjecture avec le logiciel.

a) Placer trois points A, B et C non alignés. Placer le point D tel que ABCD soit un parallélogramme. Soit I le centre de ce parallélogramme. Placer le point J milieu de [BC]. Tracer (IJ).
b) Quelle conjecture peut-on faire concernant les droites (IJ) et (AB) ?
c) Tester la conjecture avec le logiciel.

Connaître les règles du débat mathématique

Pour les exercices 11 à 13, préciser si la phrase est vraie ou fausse, justifier.

Quel que soit le nombre entier choisi, s'il est inférieur à 92 alors il est inférieur à 94.

Quel que soit le nombre entier choisi, s'il est divisible par 5 alors son chiffre des unités est 5.

Quelle que soit la droite choisie, si c'est la médiatrice d'un segment alors elle coupe le segment en son milieu.

Distinguer une propriété de sa réciproque

Pour les exercices 14 à 17 :
a) préciser si la phrase est vraie au fausse ;
b) énoncer la réciproque et préciser si elle est vraie ou fausse.

Quel que soit le nombre entier choisi, s'il est inférieur à 56 alors il est inférieur à 58.

Quel que soit le quadrilatère choisi, s'il a des diagonales qui sont perpendiculaires alors c'est un losange.

Quels que soient les trois points A, B et C choisis, si A est un point du segment [BC] alors les trois points sont alignés.

Quel que soit le quadrilatère choisi, si c'est un parallélogramme alors ses côtés opposés sont parallèles deux à deux.

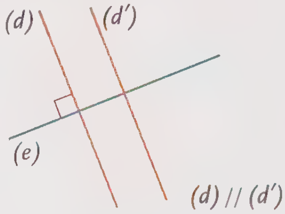
Compléter chacun de ces deux énoncés pour qu'ils soient vrais.
a) Si deux droites sont perpendiculaires à une même 3^{e} alors ....
b) Si deux droites sont parallèles et si une ... alors elle est perpendiculaire ....

Compléter chacun de ces deux énoncés pour qu'ils soient vrais.
a) Quel que soit le quadrilatère choisi, si ses diagonales ont le même milieu alors ....
b) Quel que soit le quadrilatère choisi, si c'est un losange alors ....

Justifier une affirmation en géométrie

SOCLE

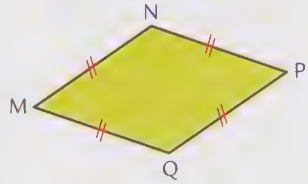
En utilisant les informations portées sur le dessin, prouver que $(e) \perp (d')$.



On sait que $(AB) \perp (KL)$ et que $(EF) \perp (KL)$.
Que peut-on dire de (AB) et (EF) ?
Le prouver.

On sait que (MN) // (EF) et que (ME) // (NF).
Que peut-on dire du quadrilatère MNFE ?
Le prouver.

En utilisant les informations du schéma, que dire du quadrilatère MNPQ ? Justifier.



Pour s'entraîner

Utiliser des propriétés de géométrie

24 On sait que ABCD est un parallélogramme. Quelle conclusion peut-on tirer ? Justifier.

25 On sait que I est le milieu de [AB] et [CD]. Quelle conclusion peut-on tirer ? Justifier.

26 On sait que L est le milieu de [EK] et de [TP], et que (EK) $\perp$ (TP). Quelle conclusion peut-on tirer ? Justifier.

Compléter les chaînons déductifs (27 à 30).

27 On sait que (MN) // (PQ) et (RS) $\perp$ (MN).
Si ... alors ....
Donc ....

28 On sait que ABCD est un parallélogramme.
Si ... alors ....
Donc (AD) // (BC).

29 On sait que (AB) // (CD) et (AC) // (BD).
Si ... alors ....
Donc ABDC est un parallélogramme.

30 On sait que ....
Si un quadrilatère est un losange alors ses côtés sont de même longueur.
Donc KL = LM = MN = NK.

Pour 31 et 32, quand il y a des erreurs dans les chaînons déductifs, préciser lesquelles (elles peuvent porter sur la propriété ou la conclusion).

31 On sait que (EF) // (GH) et (EF) // (IJ).
Si deux droites sont perpendiculaires à la même troisième alors elles sont parallèles entre elles.
Donc (GH) et (IJ) sont parallèles.

32 On sait que (PS) et (QT) sont parallèles.
Si un quadrilatère a des côtés opposés parallèles deux à deux alors c'est un parallélogramme.
Donc PSQT est un parallélogramme.

Démontrer que deux droites sont parallèles

33 Voici un énoncé de problème :
Soit [MN] un segment et (*d*) sa médiatrice. Soit I le point d'intersection de (*d*) et de [MN]. Soit P un point de (*d*) et Q son symétrique par rapport à I.
Démontrer que (MP) et (NQ) sont parallèles.

a) Effectuer cette démonstration.

b) Quatre élèves ont effectué cette démonstration. Préciser ce qui va, ce qui ne va pas.

Véronique : *J'ai vérifié avec ma règle et mon équerre que les droites (MP) et (NQ) sont bien parallèles.*

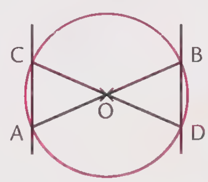
Jules : *On sait que (d) est la médiatrice de [MN], donc I est le milieu de [MN], de plus I est le milieu de [PQ], donc le quadrilatère MPNQ est un parallélogramme, donc (MP) et (NQ) sont bien parallèles.*

Audrey : *On sait que I est le milieu de [MN] et de [PQ].*
Si un quadrilatère est un parallélogramme, alors ses diagonales ont le même milieu. Donc MPNQ est un parallélogramme.
Donc les droites (MP) et (NQ) sont bien parallèles.

34 Voici des données.
a) (KL) ⊥ (LM) et (KL) ⊥ (PQ).
b) (EF) // (GH) et (EF) // (IJ).
c) ABCD est un parallélogramme.
d) I est le milieu de [EF] et [GH].
Voici des propriétés.
(1) Si deux droites sont perpendiculaires à la même troisième alors elles sont parallèles.
(2) Si un quadrilatère est un parallélogramme alors ses côtés opposés sont parallèles 2 à 2.
(3) Si un quadrilatère a des côtés opposés parallèles deux à deux alors c'est un parallélogramme.
(4) Si deux droites sont parallèles à la même 3^e alors elles sont parallèles entre elles.
(5) Si un quadrilatère a des diagonales qui ont le même milieu, alors c'est un parallélogramme.
Associer à chaque donnée la propriété qui peut être utilisée et écrire la conclusion qui peut être tirée. Attention, une de ces propriétés ne sera pas utilisée.

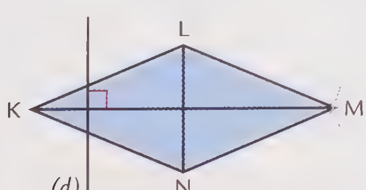
35 ABC est un triangle rectangle en B, (*d*) est la médiatrice de [BC].
Démontrer que (*d*) et (AB) sont parallèles.

36 En utilisant les informations du dessin, démontrer que (AC) // (BD).
(O : centre du cercle.)

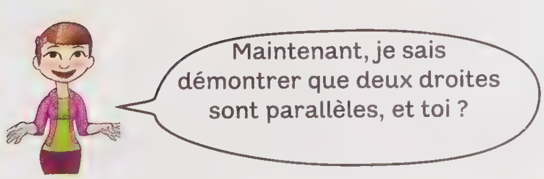


37 Soit [FG] un segment de milieu I. Soit K un point non aligné avec F et G. Soit R le symétrique de K par rapport à I.
Démontrer que (FK) // (GR).

38 En utilisant les informations portées sur le dessin, démontrer que (LN) // (*d*).



KLMN losange

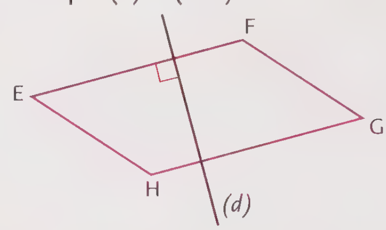


Démontrer que deux droites sont perpendiculaires

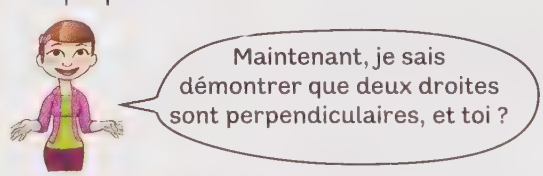
39 Le texte suivant est la rédaction incomplète d'une démonstration :
• On sait que ABCD est un losange *(donnée)*.
Si ... alors ....
Donc (AC) est perpendiculaire à (BD).
• On sait que (KD) est parallèle à (AC) *(donnée)* et (AC) perpendiculaire à (BD).
Si ... alors ....
Donc (KD) est perpendiculaire à (BD).
a) Recopier et compléter ce texte.
b) Rédiger l'énoncé correspondant à cette démonstration, sachant que K est sur (BC).

40 ABC et ABD sont des triangles équilatéraux.
Démontrer que (AB) ⊥ (DC).

41 En utilisant les informations portées sur le dessin et le fait que EFGH est un parallélogramme, démontrer que (*d*) ⊥ (GH).



42 Soit (𝒞) un cercle de centre F. Placer un point H sur ce cercle, tracer le cercle (𝒞') de centre H qui passe par F ; il coupe le cercle (𝒞) en E et G.
a) Démontrer que EFGH est un losange.
b) Démontrer que les droites (EG) et (FH) sont perpendiculaires.

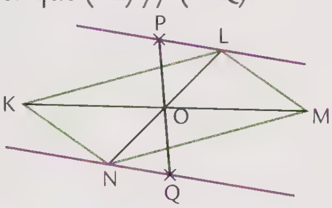


43 QU'EST-CE QUE J'AI APPRIS ?
Préciser si les phrases ci-dessous sont vraies ou fausses.
(1) Faire plusieurs figures permet de prouver qu'un énoncé de géométrie est vrai.
(2) Seule la démonstration permet de prouver qu'un énoncé de géométrie est vrai.
(3) Pour effectuer une démonstration il faut utiliser des propriétés ou des définitions.

Pour approfondir

44 Tracer un triangle ABC tel que AB = 4 cm, BC = 6 cm et AC = 5 cm. Soit I le milieu de [AB], placer D symétrique de C par rapport à I. Tracer la hauteur issue de A du triangle ABC, elle coupe (BC) en H. Tracer la droite perpendiculaire à (BC) qui passe par C, elle coupe (AD) en E.
a) Démontrer que (AD) // (BC).
b) Démontrer que (EC) // (AH).
c) Démontrer que (AH) ⊥ (AD).

45 Sachant que KLMN est un parallélogramme de centre O et que O est le milieu de [PQ], démontrer que (PL) // (NQ).



Avec un logiciel de géométrie

Fiches logiciels

46 **a)** Construire
Tracer un triangle EFG et placer I milieu de [EF]. Soit H le symétrique de G par rapport à I. Tracer [HE]. Tracer la droite (d), perpendiculaire à (FG) qui passe par E. Placer le point K, intersection de (FG) et de (d).
b) Conjecturer
Quelle conjecture peut-on faire concernant les droites (HE) et (EK) ?
c) Démontrer
(1) Démontrer que EHFG est un parallélogramme.
(2) Démontrer que (d) est perpendiculaire à (HE) quel que soit le triangle EFG choisi au départ

Recherche & créativité

47 Inventer un énoncé de démonstration qui utilise les deux propriétés suivantes :
– si un quadrilatère a quatre côtés de même longueur alors c'est un losange ;
– si un quadrilatère est un losange alors ses diagonales sont perpendiculaires.

48 Inventer un énoncé de démonstration qui utilise les deux propriétés suivantes :
– si un quadrilatère est un parallélogramme alors ses côtés opposés sont parallèles 2 à 2 ;
– si un quadrilatère a des diagonales qui ont le même milieu alors c'est un parallélogramme.

Devoirs maison

49 ABC est un triangle rectangle en A. Soit K un point de [AC]. La droite parallèle à (AB) qui passe par K coupe (BC) en J. Soit I le milieu de [JC] et L le symétrique de K par rapport à I.
Démontrer que (KJ) // (CL) et (CL) ⊥ (AC).

50 Tracer un losange EFGH tel que EF = 3 cm et EG = 5 cm. Tracer la droite parallèle à (FH) qui passe par E, elle coupe (GH) en I. Tracer la droite perpendiculaire à (EG) qui passe par G, elle coupe (EF) en J.
a) Démontrer que (EI) ⊥ (EG) .
b) Démontrer que (GJ) // (FH) et (EI) // (GJ).

51 **a)** Tracer un triangle PQR rectangle en R tel que PR = 3 cm et PQ = 6 cm. Tracer, uniquement avec le compas et la règle, la médiatrice de [QR], elle coupe (QR) en I et (QP) en J. Tracer le symétrique S de P par rapport à I.
b) Démontrer que PQSR est un parallélogramme.
c) Démontrer que (QS) ⊥ (QR).
d) Placer sur la demi-droite [IJ) un point T tel que PT = 4 cm. Placer le point U symétrique de T par rapport à I.
e) Démontrer que RUQT est un losange.

Je prépare le contrôle

Tous ces exercices sont corrigés page 268 et suivantes.

As-tu atteint tous les objectifs ?
Pour t'en assurer, fais les exercices suivants !

Pour chaque question, indiquer la (ou les) bonne(s) réponse(s).

Je complète un QCM

Compléter des chaînons déductifs

	Réponse (1)	Réponse (2)	Réponse (3)
52 On sait que ABCD est un losange. Si un quadrilatère est un losange alors ses diagonales sont perpendiculaires. Donc ...	(AC) ⊥ (BD)	(AB) ⊥ (AD)	AB = DC = BC = AD
53 On sait que (PQ) ⊥ (RS) et que ... Si deux droites sont parallèles et qu'une troisième droite est perpendiculaire à l'une alors elle est perpendiculaire à l'autre. Donc (PQ) ⊥ (AB). Quelle donnée faut-il pour compléter ce chaînon déductif ?	(RS) ⊥ (AB)	(PQ) // (AB)	(RS) // (AB)

Démontrer que deux droites sont parallèles

	Réponse (1)	Réponse (2)	Réponse (3)
54 Pour démontrer que deux droites sont parallèles on peut utiliser la propriété ...	Si un quadrilatère est un parallélogramme alors ses côtés opposés sont parallèles.	Si un quadrilatère a des côtés opposés parallèles 2 à 2 alors c'est un parallélogramme.	Si deux droites sont parallèles et qu'une 3e est perpendiculaire à l'une alors elle est perpendiculaire à l'autre.

Démontrer que deux droites sont perpendiculaires

	Réponse (1)	Réponse (2)	Réponse (3)
55 Pour démontrer que deux droites sont perpendiculaires, on peut utiliser les propriétés ...	Si 2 droites sont parallèles et qu'une 3e droite est perpendiculaire à l'une alors elle est perpendiculaire à l'autre.	Si un quadrilatère est un losange alors ses diagonales se coupent en leur milieu et sont perpendiculaires.	Si un quadrilatère a des diagonales qui ont même milieu et qui sont perpendiculaires alors c'est un losange.

Je rédige

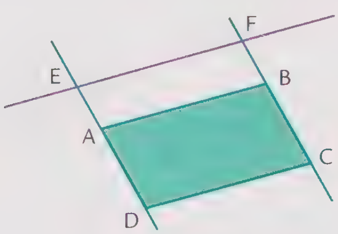
Compléter des chaînons déductifs

56 Compléter les chaînons déductifs suivants.
a) On sait que AB = BC = CD = DA.
Si **...** alors **....** Donc **....**
b) On sait que (EF) // (DG) et (KC) ⊥ (EF).
Si **...** alors **....** Donc **....**
c) On sait que **....**
Si un quadrilatère a des diagonales qui ont le même milieu alors c'est un parallélogramme.
Donc EKFL est un parallélogramme.

57 S'il y a des erreurs dans les chaînons déductifs, préciser lesquelles (les erreurs peuvent porter sur la propriété ou la conclusion).
a) On sait que ABCD est un losange.
Si un quadrilatère est un losange alors ses diagonales ont le même milieu et sont perpendiculaires.
Donc (AC) ⊥ (BD).
b) On sait que ABCD est un parallélogramme.
Si un quadrilatère a des côtés opposés parallèles 2 à 2 alors c'est un parallélogramme.
Donc (AB) // (CD).

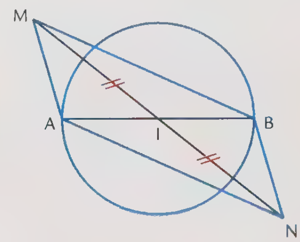
Démontrer que deux droites sont parallèles

58 Dans la figure ci-dessous, ABCD est un parallélogramme et (EF) est parallèle à (AB).
Démontrer que (EF) est parallèle à (DC).



59 ABC est un triangle et I le milieu de [BC]. Soit D le symétrique de A par rapport à I.
Démontrer que (AB) // (CD).

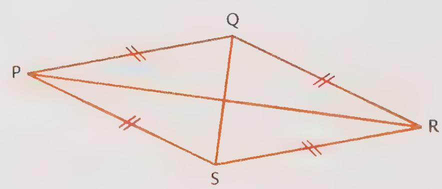
60 En utilisant les informations portées sur le dessin ci-dessous, démontrer que (AM) est parallèle à (BN). (I : centre du cercle.)



61 ABCD et CDEF sont deux parallélogrammes.
Démontrer que (AB) // (EF).

Démontrer que deux droites sont perpendiculaires

62 En utilisant les informations portées sur le dessin, prouver que (PR) ⊥ (QS).



63 ABC est un triangle rectangle en A, soit K un point de [AC].
Soit (d) la droite qui passe par K et qui est parallèle à (AB), elle coupe (BC) en J.
Démontrer que (d) est perpendiculaire à (AC).

64 Soit (d) la médiatrice de [AB]. Soit (e) la droite parallèle à (d) qui passe par A.
Démontrer que (e) ⊥ (AB).

Chapitre 9

Triangle rectangle et théorème de Pythagore

On a appris en 5^e à calculer la mesure du troisième angle quand on connaît les mesures de deux angles d'un triangle. Quand on connait les longueurs de deux côtés sait-on calculer la longueur du 3^e côté ? Dans ce chapitre, on va apprendre une formule qui permet de résoudre ce problème dans un triangle rectangle.
Cette formule est attribuée au mathématicien Pythagore qui a vécu vers 530 av. J.-C., mais elle était connue depuis plus de 1 000 ans avant.
En effet, sur une tablette d'argile babylonienne datant de – 1 800 ans, sont notées des longueurs de côtés de triangles rectangles qui montrent que cette formule était déjà connue.

PRÉREQUIS

1 Tracer des triangles **(socle 5^e)**.
2 Justifier que deux droites sont perpendiculaires **(socle 6^e)**.
3 Calculer une longueur **(socle 5^e)**.
4 Utiliser un logiciel de géométrie pour tracer des figures **(socle 6^e)**, afficher des mesures et effectuer des calculs.

OBJECTIFS

OBJECTIFS	Socle commun
1 Calculer la longueur d'un côté d'un triangle rectangle à partir des deux autres	S1
2 Démontrer que des droites sont perpendiculaires.	S2
3 Résoudre des problèmes qui utilisent le théorème de Pythagore.	

LIVRET DE COMPÉTENCES

Compétences travaillées

• *Géométrie* : Connaître et représenter des figures géométriques et des objets de l'espace. Utiliser leurs propriétés.

• Raisonner, argumenter, pratiquer une démarche expérimentale ou technologique, démontrer (voir exercices 85, 98 et 104).

Je fais le point sur mes connaissances

Pour réactiver mes connaissances

SOCLE

1. Tracer des triangles

Exercices 10 à 12 p. 165

Tracer si possible :

a) un triangle XYZ tel que XY = 11 cm, YZ = 9 cm et XZ = 8 cm ;

b) un triangle ABC rectangle en A tel que CB = 12 cm et AB = 7 cm.

Animation

SOCLE

2. Démontrer que deux droites sont perpendiculaires

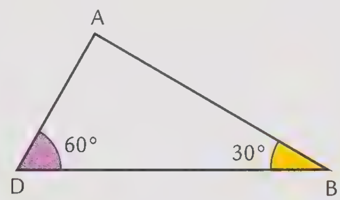
Exercices 13 et 14 p. 165

Dans chacun des cas, énoncer la propriété qui permet de justifier que (AB) et (AD) sont perpendiculaires.

a) ABCD est un rectangle.

b) EBDC est un carré de centre A.

c)



Exercices 15 à 18 p. 165

SOCLE

3. Calculer une longueur

Dans chacun des cas, déterminer AB. Justifier.

a) ABXR est un parallélogramme et RX = 5 cm.

b) ARBX est un rectangle et RX = 6 cm.

c) A est un point de la médiatrice de [BC] et AC = 3 cm.

d)

CMAB est un rectangle de 24,3 cm² d'aire

4. Utiliser un logiciel de géométrie

Exercices 19 à 22 p. 165

a) Avec un logiciel de géométrie :

SOCLE (1) tracer un triangle ABC tel que AB = 6 cm, AC = 3,5 cm et BC = 7 cm ;

SOCLE (2) tracer la hauteur [AH] sachant que H est un point de la droite (BC). Afficher la longueur AH ;

(3) afficher l'aire du triangle ABC ;

(4) afficher le résultat du calcul BC × AH.

Fiches logiciels

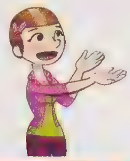
SOCLE **b)** Tracer un rectangle ABCD tel que AB = 8 cm et AD = 10 cm.

Afficher la longueur AC.

SOCLE **c)** Tracer un carré EFGH de 6 cm de diagonale.

Afficher la longueur EF.

Activités



Dans ce chapitre, j'apprends à :

- Calculer des longueurs avec le théorème de Pythagore
- Démontrer que deux droites sont perpendiculaires avec le théorème de Pythagore
- Résoudre des problèmes

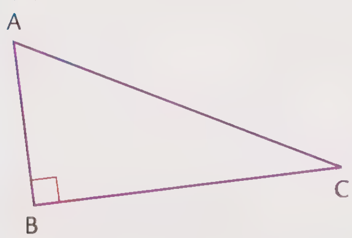
Calculer des longueurs avec le théorème de Pythagore

1. Hypoténuse et côtés de l'angle droit

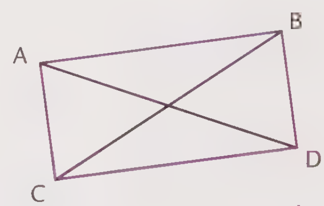
► Exercices 23 à 26 p. 166

a) Lire Connaissance 1, page 162 puis nommer l'hypoténuse du triangle ABC dans chacun des cas suivants.

(1)



(2)

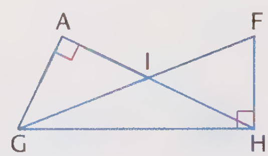


ABCD est un rectangle

b) Recopier et compléter, si possible, les phrases suivantes avec les expressions : « l'hypoténuse » ou « un côté de l'angle droit ».

(1) [GH] est **...** du triangle GHF.
(2) [GH] est **...** du triangle GHI.
(3) [GH] est **...** du triangle AGH.

Connaissance 1
p. 162



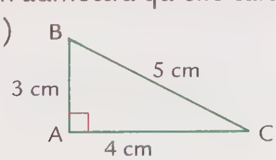
2. Théorème de Pythagore

► Exercices 27, 28 et 30 p. 166

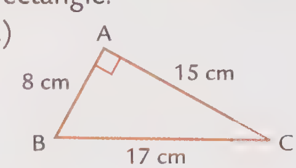
a) Conjecturer

À partir des triangles rectangles suivants, conjecturer la formule qui relie les longueurs des côtés d'un triangle rectangle.
Cette formule peut être démontrée de plusieurs manières (voir exercice 99).
On admettra qu'elle caractérise le triangle rectangle.

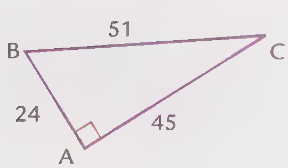
(1)



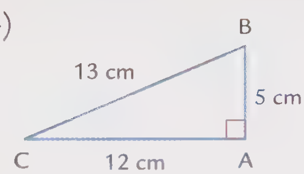
(2)



(3)

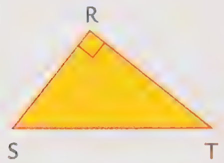


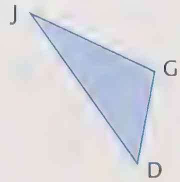
(4)

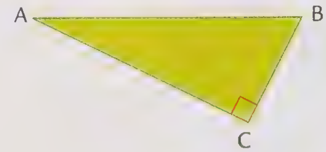


b) Appliquer

À partir des informations notées sur les dessins, écrire, si possible, les égalités de Pythagore dans chacun des triangles suivants.

(1) 

(2) 

(3) 

3. Calculer la longueur d'un côté

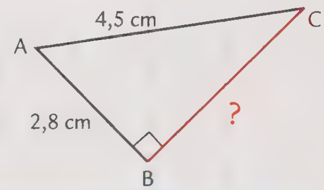
▸ Exercices 29, 31 à 49 p. 166

a) Tracer un triangle ABC rectangle en A tel que AB = 2,4 cm et AC = 3,2 cm.
Calculer BC. Contrôler la vraisemblance du résultat sur le dessin.

b) Tracer un triangle RST rectangle en R tel que RS = 2 cm et RT = 3 cm.
Calculer ST. Le résultat (en centimètres) est-il un nombre entier ?
Sinon, trouver l'arrondi de ST au dixième de centimètre près.
Contrôler la vraisemblance du résultat sur le dessin.

c) Sonia a fait l'exercice suivant.

Calculer, si possible, BC



Sonia Justine

(1) Justine a raison. Comment a-t-elle procédé mentalement ?

(2) Calculer BC. Donner l'arrondi au dixième de centimètre près.

Connaissance 2.a p. 162

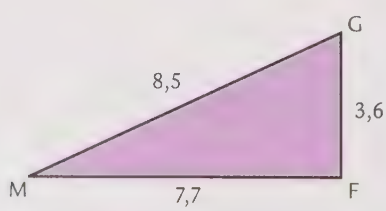
Méthode 1 p. 163

Démontrer que deux droites sont perpendiculaires

4. Démontrer qu'un triangle est rectangle

▸ Exercices 50 à 54 p. 169

Démontrer que le triangle MGF est rectangle (les longueurs sont données en centimètres).



Connaissance 2.b p. 162

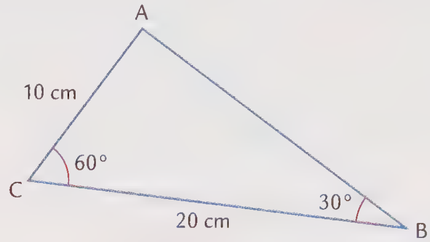
Méthode 2 p. 164

Résoudre des problèmes

5. À quelles conditions ?

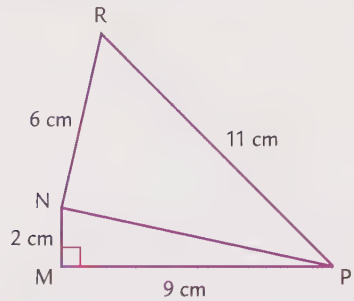
▶ Exercices 55 à 65 p. 169

À partir des informations notées sur le dessin, calculer AB si possible.



6. Précision des calculs intermédiaires

▶ Exercices 66 à 70 p. 170



a) Calculer l'arrondi de NP au dixième de centimètre près.
b) Le triangle NPR est-il rectangle ?

7. Autres problèmes

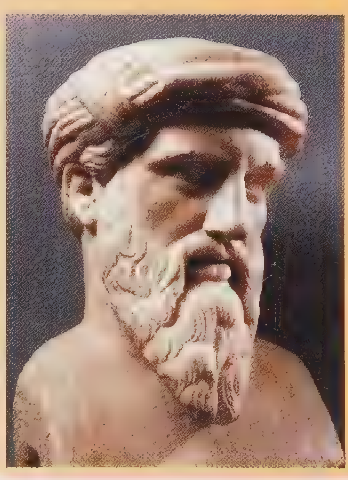
▶ Exercices 71 à 90 p. 170

TRIANGLE INFO *magazine*

Qui était Pythagore ?

Pythagore est né à Samos, en Grèce, il y a plus de 2 500 ans. À 18 ans, il remporte toutes les compétitions de pugilat aux jeux Olympiques. Il voyage pendant près de 40 ans en Syrie, au Liban, en Égypte, à Babylone... C'est au cours de ces voyages qu'il apprend les mathématiques.

Il fonde une école de type à la fois philosophique, scientifique, politique... à Crotone en Italie. Il s'intéresse à l'arithmétique, à la musique, à la mécanique, à l'astronomie. Pour lui et ses disciples, les nombres sont comme des divinités et ils organisent le monde.

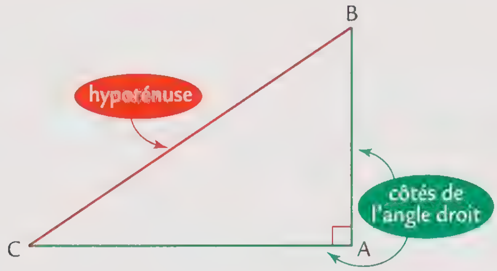


1 Vocabulaire

DÉFINITION

Dans un triangle rectangle, l'hypoténuse est le côté opposé à l'angle droit.

➡ **Exemple :** Sur le dessin ci-dessous :
- le triangle ABC est rectangle en A,
- le côté [BC] est l'hypoténuse du triangle ABC.



2 Théorème de Pythagore

Exercices 23 à 26 p. 166

THÉORÈME DE PYTHAGORE

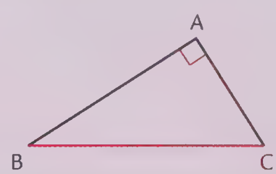
Dans un triangle rectangle, le carré de la longueur de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés.

a) Propriété pour calculer une longueur

Exercices 29 à 49 p. 166

Dans un triangle rectangle, le théorème de Pythagore permet de calculer la longueur d'un côté connaissant les longueurs des deux autres côtés.

Si ABC est un triangle rectangle en A alors $BC^2 = AB^2 + AC^2$.



Remarque : L'hypoténuse est le plus grand des trois côtés.

Attention ! Le théorème de Pythagore ne s'applique qu'aux triangles rectangles.

b) Propriété pour démontrer que des droites sont perpendiculaires

Exercices 50 à 54 p. 169

Le théorème de Pythagore permet de démontrer qu'un triangle est rectangle donc que deux droites sont perpendiculaires.

Si, dans un triangle ABC, on a $BC^2 = AB^2 + AC^2$ alors le triangle ABC est rectangle en A.

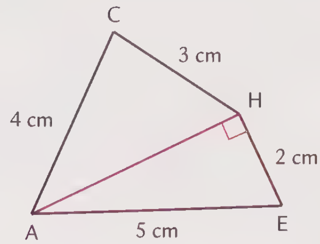
Méthodes

1. Calculer la longueur d'un segment

Méthode

En utilisant le théorème de Pythagore

>> Exercice : En utilisant les informations portées sur le dessin, donner un arrondi de AH au dixième de centimètre près.



ÉTAPES

a) Je cherche

(1) Que faut-il que je calcule ?

► *Une longueur.*

(2) Quelles propriétés puis-je utiliser ?

► *Voir p. 302.*

(3) Laquelle choisir ?

► *Il y a un triangle rectangle et des longueurs donc le théorème de Pythagore.*

(4) Ai-je les conditions de cette propriété ?

► *Oui, dans le triangle AHE rectangle en H, les longueurs de deux côtés sont connues.*

b) Je rédige

(1) J'écris ce que je sais pour utiliser la propriété.
(2) J'écris ou je nomme la propriété.
(3) J'écris les égalités avec les lettres.
(4) Je remplace les lettres par les longueurs connues.
(5) Je calcule la longueur cherchée.
Si nécessaire j'utilise la touche « racine carrée » de la calculatrice.

SOLUTION

On sait que AHE est un triangle rectangle en H.
D'après le théorème de Pythagore :
$AE^2 = EH^2 + AH^2$
$5^2 = 2^2 + AH^2$
$25 = 4 + AH^2$
$AH^2 = 25 - 4$
$AH^2 = 21$
$AH \simeq 4,6$ cm

c) Je contrôle

Je contrôle la vraisemblance de mon résultat.

On trouve bien le côté AH plus petit que l'hypoténuse BC.

EXERCICES D'APPLICATION

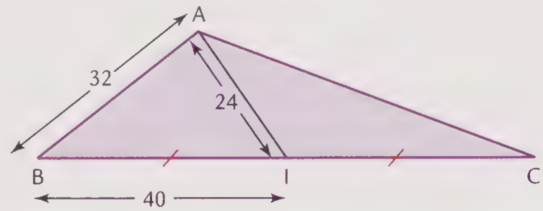
1. ABC est un triangle rectangle en A tel que AB = 5,7 cm et AC = 7,6 cm. Calculer BC.
2. MNP est un triangle rectangle en M tel que MN = 4,2 cm et MP = 5,6 cm. Calculer NP.
3. PLK est un triangle rectangle en L tel que PL = 5,1 cm et PK = 8,5 cm. Calculer LK.
4. DEF est un triangle rectangle en D tel que DE = 5 cm et DF = 6 cm. Calculer EF.
On donnera l'arrondi au dixième de centimètre près.
5. HIJ est un triangle rectangle en H tel que HI = 6 cm et IJ = 8 cm. Calculer HJ.
On donnera l'arrondi au dixième de centimètre près.

2. Démontrer que deux droites sont perpendiculaires

Méthode

En utilisant le théorème de Pythagore

>> Exercice : En utilisant les informations portées sur le dessin, démontrer que les droites (AI) et (AB) sont perpendiculaires.



ÉTAPES

a) Je cherche

(1) Que faut-il que je démontre ?

► *Que deux droites sont perpendiculaires.*

(2) Quelles propriétés puis-je utiliser ?

► *Voir p. 302.*

(3) Laquelle choisir ?

► *Il y a des triangles et des longueurs donc peut-être le théorème de Pythagore.*

(4) Ai-je les conditions de cette propriété ?

► *Oui, dans le triangle ABI, les longueurs des trois côtés sont connues.*

b) Je rédige

(1) J'écris ce que je sais pour utiliser la propriété.
(2) Je repère le plus grand côté et je calcule d'une part le carré de la longueur du plus grand côté, et d'autre part la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés.
(3) Je vérifie qu'il y a égalité.
(4) J'écris ou je nomme la propriété.
(5) Je conclus.

SOLUTION

Dans le triangle ABI, on a :
$AB = 32$, $AI = 24$ et $BI = 40$.

$BI^2 = 40^2$	$AB^2 + AI^2 = 32^2 + 24^2$
$BI^2 = 1\,600$	$AB^2 + AI^2 = 1\,600$

On a donc $BI^2 = AB^2 + AI^2$.
D'après le théorème de Pythagore, le triangle ABI est rectangle en A.
Les droites (AI) et (AB) sont perpendiculaires.

EXERCICES D'APPLICATION

6 ABC est un triangle tel que $AB = 21$ mm, $BC = 28$ mm et $AC = 35$ mm.
Démontrer que les droites (AB) et (BC) sont perpendiculaires.

7 MNP est un triangle tel que $MN = 4{,}2$ cm, $MP = 4$ cm et $PN = 5{,}8$ cm.
Démontrer que les droites (MN) et (MP) sont perpendiculaires.

8 ART est un triangle tel que $AR = 6$ cm, $AT = 10$ cm et $RT = 8$ cm.
Démontrer que les droites (AR) et (RT) sont perpendiculaires.

9 DEF est un triangle tel que $DE = 13$ mm, $EF = 84$ mm et $DF = 85$ mm.
Démontrer que les droites (ED) et (EF) sont perpendiculaires.

Je réactive mes connaissances

Tracer des triangles

Tracer, si possible,
a) le triangle ABC tel que :
AB = 6 cm, AC = 4 cm et BC = 5 cm ;
b) le triangle DEF tel que :
DE = 4 cm, EF = 3 cm et DF = 7 cm.

Tracer, si possible,
a) le triangle RDF rectangle en R tel que :
RD = 2,4 cm et RF = 3,2 cm ;
b) le triangle UJN rectangle en J tel que :
UN = 5,2 cm et UJ = 4,8 cm.

Tracer, si possible,
a) le triangle FOX isocèle en F tel que :
FO = 6 cm et OX = 4 cm.
c) le triangle LMN équilatéral tel que :
LM = 4 cm.

Justifier que deux droites sont perpendiculaires

a) On sait que UKLM est un losange. Nommer les droites perpendiculaires.
b) On sait que ERTG est un carré. Nommer les droites perpendiculaires.

Dans chacun des triangles ABC a-t-on (AB) ⊥ (AC) ?
a) $\widehat{ABC} = 25°$ et $\widehat{ACB} = 65°$
b) $\widehat{ABC} = 57°$ et $\widehat{ACB} = 43°$

Calculer une longueur

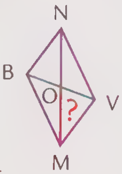
ABCD est un rectangle de centre O tel que :
AB = 4 cm et AC = 6 cm.
Déterminer **a)** CD ; **b)** BD ; **c)** OD.
Justifier.

MNPS est un losange de centre O tel que :
MN = 4 cm et OP = 1,5 cm.
Déterminer **a)** NP ; **b)** NS.
Justifier.

IJKL est un carré de centre A tel que LJ = 6 cm.
Déterminer AI. Justifier.

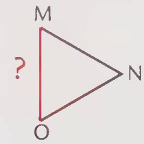
Dans chacun des cas, calculer MO. Justifier.

a)



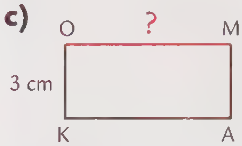
MN = 6 cm
BNVM parallélogramme

b)



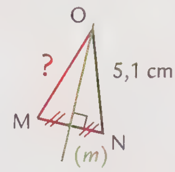
OMN triangle équilatéral : périmètrede 12 cm

c)



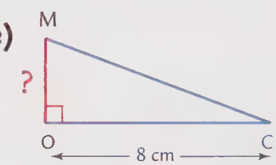
rectangle OMAK : périmètre de 24 cm

d)



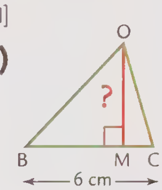
(*m*) est la médiatrice de [MN]

e)



Le triangle MOC a une aire de 16 cm²

f)



Aire de OBC : 9 cm²

Utiliser un logiciel de géométrie

Fiches logiciels

Sur une même feuille de travail, tracer :
a) le triangle ABC tel que AB = 6 cm ; BC = 8 cm et AC = 10 cm. Marquer l'angle $\hat{B}$;
b) le triangle DEF, isocèle en D tel que DE = 5 cm et EF = 3 cm. Afficher DF ;
c) le triangle GHI équilatéral de 15 cm de périmètre. Marquer $\widehat{IHG}$ et afficher sa mesure.

Sur une même feuille de travail, tracer :
a) un triangle ABC rectangle en A tel que AB = 4,5 cm et AC = 6 cm. Afficher BC ;
b) un triangle GHI rectangle en I tel que IG = 4 cm, GH = 8,5 cm. Afficher Aire (GHI).

Sur une même feuille de travail, tracer :
a) un losange ABCD tel que AB = 5 cm ;
b) un losange EFGH tel que EG = 8 cm et FH = 8,4 cm. Afficher EF et $\widehat{HGF}$.

Sur une même feuille de travail, tracer :
a) un rectangle ABCD tel que AB = 2,7 cm et AD = 3,6 cm. Afficher AC ;
b) un rectangle EFGH tel que EG = 6 cm ;
c) un carré IJKL de 4 cm de côté.

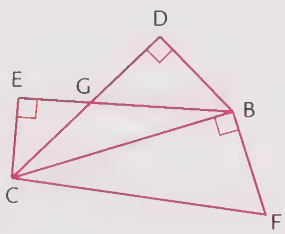
Pour s'entraîner

Calculer des longueurs avec le théorème de Pythagore

23 Nommer l'hypoténuse des triangles ART et BUS.
a) ART est rectangle en A.
b) [BU] et [SB] sont les côtés de l'angle droit du triangle BUS.

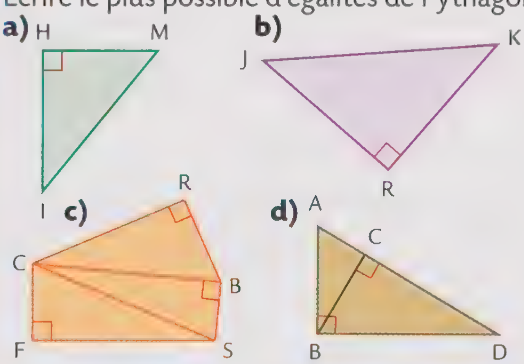
24 Il n'est pas possible de tracer l'un de ces triangles. Sans les tracer, dire lequel et pourquoi.
(1) ABC dont un côté de l'angle droit mesure 4 cm et dont l'hypoténuse mesure 7 cm.
(2) MNP dont un côté de l'angle droit mesure 7 cm et dont l'hypoténuse mesure 4 cm.

25 Nommer tous les triangles rectangles de la figure et, pour chacun, nommer son hypoténuse.



26 Tracer à main levée un carré EFGH de centre O. Nommer tous les triangles rectangles de la figure et, pour chacun, nommer son hypoténuse.

27 Écrire le plus possible d'égalités de Pythagore.



28 Dans chacun des cas, dessiner à main levée le triangle rectangle auquel s'applique l'égalité de Pythagore.
a) $AB^2 = AC^2 + BC^2$
b) $BC^2 = AB^2 + AC^2$
c) $AC^2 = AB^2 + BC^2$

29 HIL est un triangle rectangle en I tel que $IL = 2{,}8$ cm et $IH = 4{,}5$ cm. Calculer HL.

30 **a)** Tracer à main levée un carré ABCD et ses diagonales qui se coupent en O.
b) Dans quels triangles peut on appliquer le théorème de Pythagore ?
c) Écrire, pour chacun de ces triangles, les égalités de Pythagore.

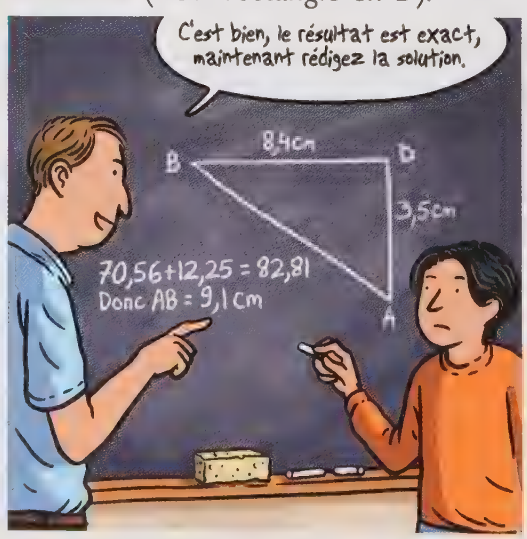
31 **a)** Tracer un triangle ABC rectangle en A tel que $AB = 4{,}8$ cm et $AC = 6{,}4$ cm.
b) Calculer BC puis vérifier la vraisemblance du résultat sur la figure.

32 Quelle est la longueur de l'escalier ?

33 Le raisonnement de Laura est-il exact ?

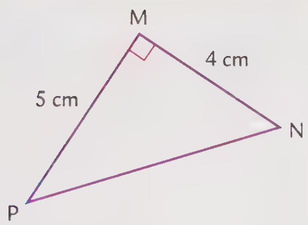
ABC est un triangle rectangle en A donc,
d'après le théorème de Pythagore,
$BC^2 = AB^2 + AC^2$
donc $BC = AB + AC$
$AB = 6$ cm et $AC = 8$ cm
donc $BC = 14$ cm.

34 Calculer AB (ABD rectangle en D).



35 Est-il possible de poster cette lettre rectangulaire sans la plier ?

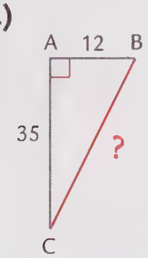
36



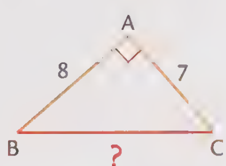
Calculer NP. Donner l'arrondi au dixième de cm près du résultat.

37 Calculer BC dans chacun des triangles suivants.
Donner la valeur exacte ou l'arrondi au dixième. L'unité est le centimètre.

a)



b)

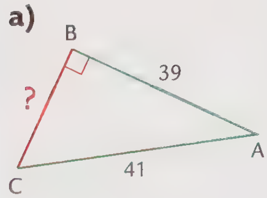


38

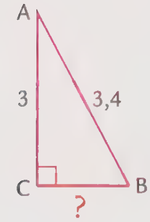
Quelle est la longueur de l'écran de ce téléviseur ?

39 Calculer BC dans chacun des triangles suivants. On donnera la valeur exacte ou l'arrondi au dixième près. L'unité est le centimètre.

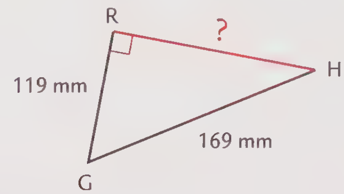
a)



b)



40 **a)** DFT est un triangle rectangle en D tel que DF = 20 cm et FT = 29 cm. Calculer DT.
b) Calculer RH pour le triangle ci-dessous.



c) UJK est un triangle rectangle en U tel que UJ = 696 cm et JK = 985 cm. Calculer UK.
d) Dans ces trois calculs ci-dessus, les côtés de l'angle droit ont une particularité. Laquelle ?

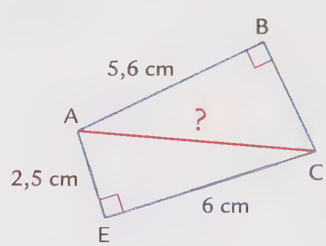
41 AMB est un triangle rectangle en M.
a) Compléter le tableau suivant. (Les longueurs sont en centimètres.)

Triangle	AB	AM	MB
(1)		8	1,8
(2)	7,8	7,2	
(3)	7,5		6

b) Dans chacun des cas, calculer le périmètre du triangle AMB.
Si vous trouvez trois fois le même périmètre, bravo ! Sinon, vérifiez vos calculs.

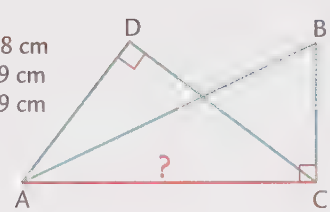
42 À partir des informations portées sur les dessins, calculer AC.

a)

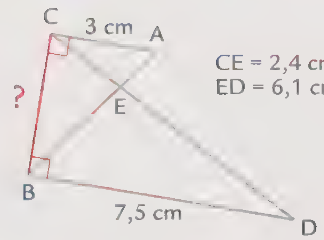


b)

AD = 4,8 cm
AB = 8,9 cm
BC = 3,9 cm



43



CE = 2,4 cm
ED = 6,1 cm

Calculer BC.

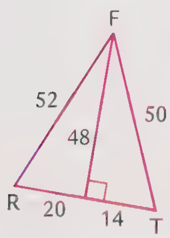
44 TSV est un triangle rectangle en T. Dans chacun des cas suivants, une seule réponse est exacte pour SV.

a) La trouver sans faire de calcul.

b) Vérifier la réponse en calculant. (Les longueurs sont en cm.)

Triangle	TS	TV	SV		
(1)	2,8	4,5	4,3	5,3	4,45
(2)	3,6	4,8	6	3,6	4,7
(3)	30	72	56	78	71,99

45



$48^2 = 2\,304$
$52^2 = 2\,704$
$14^2 = 196$
$20^2 = 400$
$50^2 = 2\,500$

Les longueurs sont données dans la même unité. À l'aide des informations ci-dessous, donner le résultat des calculs suivants, sans les effectuer.

a) $48^2 + 20^2$ **b)** $50^2 - 14^2$

c) $52^2 - 48^2$ **d)** $50^2 - 48^2$

46 Dans chacun des cas suivants, calculer AB et justifier la réponse.

a) B est un point de la médiatrice de [AC] et BC = 6 cm.

b) ABCD est un rectangle d'aire 12 cm^2 et BC = 5 cm.

c) ABC est un triangle rectangle en C tel que AC = 3,3 cm et BC = 5,6 cm.

d) ABCD est un carré et CD = 6 cm.

47 Dans chacun des cas suivants, calculer AB et justifier la réponse :

a) ACBD est un carré et AC = 3 cm.

b) ABC est un triangle rectangle en A de 20 cm^2 d'aire et AC = 5 cm.

c) ACBD est un rectangle et CD = 6 cm.

d) ABM est un triangle rectangle en A, AM = 4,8 cm et MB = 7,3 cm.

48 Dans chacun des cas suivants, calculer AB et justifier la réponse.

a) ABCD est un losange et AD = 5 cm.

b) ABC est un triangle équilatéral de périmètre 9 cm.

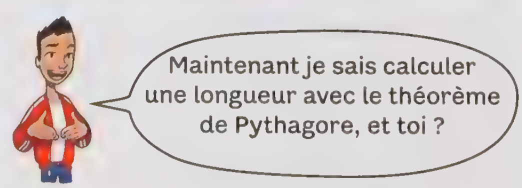
c) ABC est un triangle rectangle en A tel que AC = 7,2 cm et BC = 9 cm.

49 ***Géographie***

Pour se rendre du Consulat général de France jusqu'à Hunter College, à New York, il faut marcher sur 540 m sur la 5^e avenue puis tourner à gauche à angle droit sur la 67^e rue et marcher sur 470 m, comme indiqué sur la vue ci-dessous.

À quelle distance à vol d'oiseau se trouve le consulat général de France de Hunter College ?

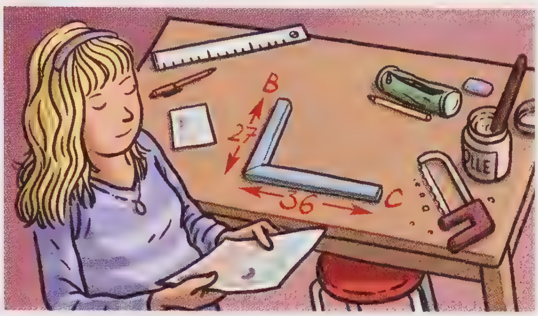
Remarque. Vous pouvez vérifier votre calcul avec le logiciel Google Earth.



Démontrer que deux droites sont perpendiculaires

50 Démontrer que Le triangle HIJ tel que HI = 14,4 cm, IJ = 14,5 cm et HJ = 1,7 cm est rectangle.
Précisez quels sont les côtés perpendiculaires.

51

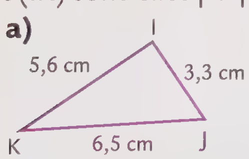


Nora fabrique un cadre. Elle a collé deux baguettes et vérifie qu'elles sont bien perpendiculaires en mesurant la distance entre les deux extrémités. Elle trouve BC = 45 cm et elle est satisfaite.
A-t-elle raison ? Justifier la réponse.

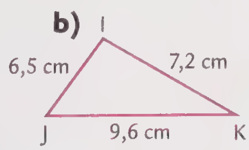
52 Ces triangles sont-ils des triangles rectangles ? Si oui, préciser les côtés perpendiculaires.
a) Le triangle RST est tel que :
RS = 5,4 cm, ST = 7,2 cm et RT = 9,1 cm.
b) Le triangle UHV est tel que :
UH = 20 cm, HV = 4,5 cm et UV = 20,5 cm.

53 Dans chacun des cas suivants, les droites (IJ) et (IK) sont-elles perpendiculaires ?

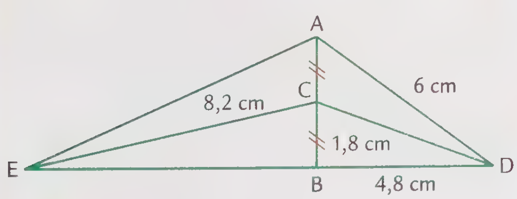
a)

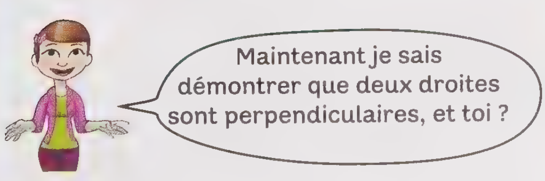


b)



54 Démontrer que les droites (AB) et (DE) sont perpendiculaires.





Résoudre des problèmes

55 Voici un énoncé :
ABCD est un losange de centre O tel que :
OA = 2,8 cm et OB = 4,5 cm.
Calculer AB.
a) Faire l'exercice.
b) Corriger les réponses de Xavier, Gaëlle et Nicolas en précisant ce qui est faux et/ou ce qui manque.

Xavier
$AB^2 = 7,84 + 20,25$ $\quad AB^2 = 28,09$
D'où AB = 5,3 cm.

Gaëlle
D'après le théorème de Pythagore :
$AB^2 = OA^2 + OB^2$ $\quad AB^2 = 28,09$
Donc AB = 5,3 cm.

Nicolas
ABCD est un losange de centre O. Ses diagonales sont donc perpendiculaires et donc le triangle AOB est rectangle en O. On peut donc appliquer le théorème de Pythagore dans ce triangle :
$AB^2 = OA^2 + OB^2$ $\quad AB^2 = 28,09$
Donc AB = 5,3 cm.

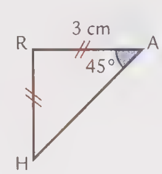
56 **a)** Tracer un rectangle ABCD tel que AC = 3,4 cm et AD = 1,6 cm.
b) Calculer CD.
c) Vérifier la vraisemblance du résultat sur le dessin.

57 Calculer la longueur d'une diagonale d'un carré de 4 cm de côté. Donner l'arrondi au dixième de centimètre.

58 MNPQ est un losange de centre O tel que MN = 13 cm et MO = 5 cm. Calculer ON.

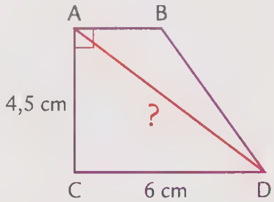
59 Tracer un segment [AB] de longueur 5,6 cm. Tracer sa médiatrice (*m*) ; elle coupe [AB] en I. Placer un point C sur (*m*) tel que AC = 5,3 cm. Calculer CI.

60 À partir des informations portées sur le dessin, calculer AH. (Donner l'arrondi au dixième de cm.)

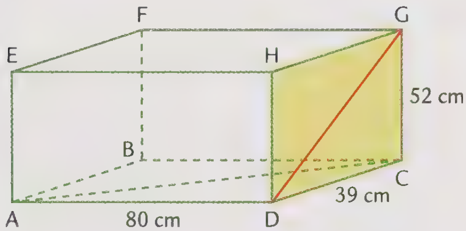


61 ABC est un triangle de hauteur [AH] tel que : AH = 6 cm, BH = 2,5 cm et AC = 6,8 cm.
Calculer AB et CH.

62 Calculer AD.
On a (AB) // (CD).

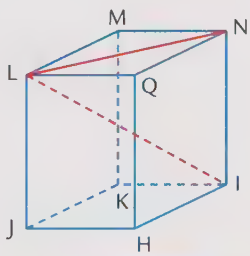


63 ABCDEFGH est un parallélépipède rectangle.

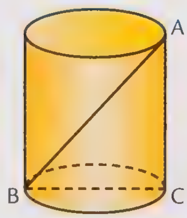


a) (1) Quelle est la nature de la face DCGH ?
(2) Calculer DG.
b) Calculer AC.

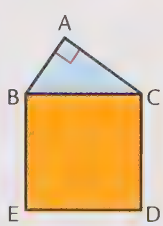
64 Sur ce parallélépipède rectangle :
MN = 52 mm,
LM = 39 mm,
NI = 72 mm.
a) Calculer LN.
b) Calculer LI.



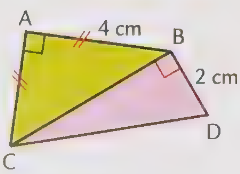
65 Une cuve cylindrique de récupération d'eau de pluie est enterrée. Son diamètre est de 1,20 m. Une baguette [AB] de 2 m est placée comme ci-contre.
Quelle est la hauteur du cylindre ?



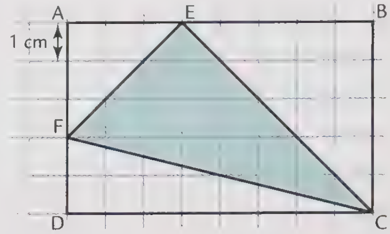
66 Sur la figure ci-contre :
AB = 2 cm et AC = 3 cm.
Calculer l'aire de BCDE.



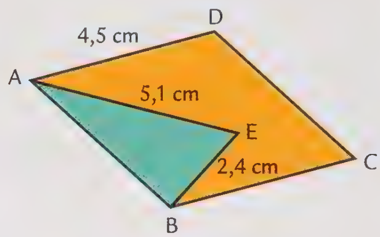
67 À partir des indications portées sur la figure ci-contre, calculer CD.



68 **a)** Calculer EF, EC et FC. (Donner l'arrondi au dixième de centimètre près.)
b) Le triangle EFC est-il un triangle rectangle ?

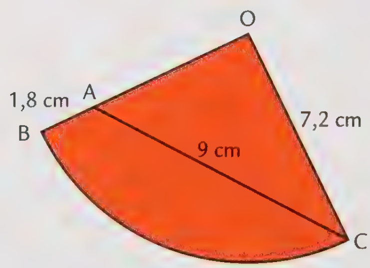


69 Sur la figure ci-dessous, ABCD est un losange.



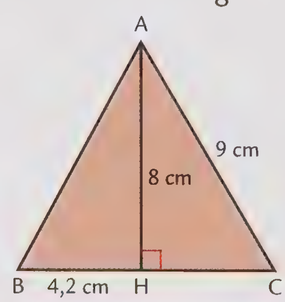
Démontrer que le triangle ABE est rectangle.
Quels sont les côtés perpendiculaires ?

70

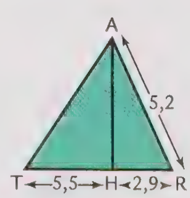


À partir des informations portées sur cette partie d'un disque de centre O, démontrer que les droites (OB) et (OC) sont perpendiculaires.

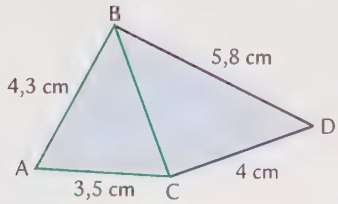
71 Le triangle ABC est-il un triangle isocèle en A ?



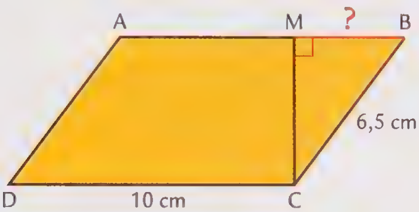
72 Sur la figure ci-contre, [AH] est une hauteur du triangle ATR. Calculer l'aire du triangle ATR. (Les longueurs sont en cm.)



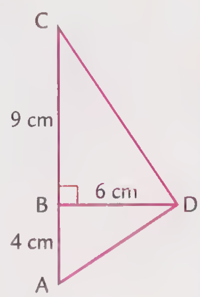
73 Sur la figure, ABC est un triangle de 12 cm de périmètre.
a) Calculer BC.
b) Démontrer que les droites (BC) et (CD) sont perpendiculaires.



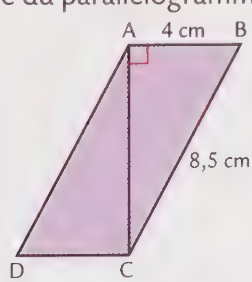
74 Sur la figure ci-dessous, ABCD est un parallélogramme de 52 cm^2 d'aire. Calculer MB.



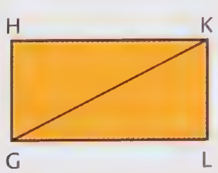
75 En utilisant les informations données sur la figure :
a) calculer l'arrondi au dixième de cm près de AD et CD ;
b) démontrer que les droites (AD) et (DC) sont perpendiculaires.



76 À partir des informations données sur la figure, calculer l'aire du parallélogramme ABCD.

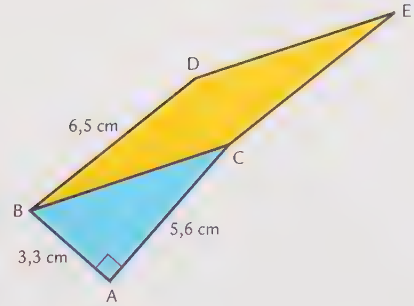


77 Calculer l'aire du rectangle HKLG.

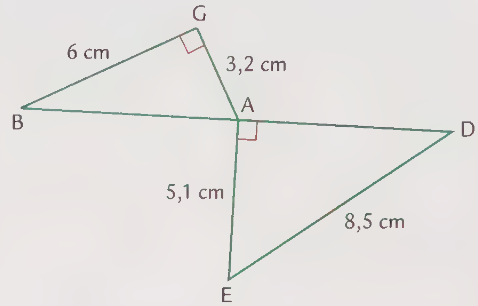


HKLG est un rectangle
HK = 7 cm et GK = 8 cm

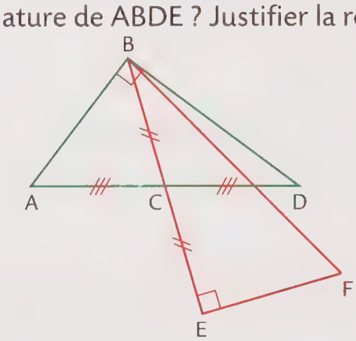
78 À partir des indications données sur la figure ci-après, déterminer la nature du parallélogramme BDEC. Justifier.



79 Les points D, A et B sont alignés. À partir des informations données sur le dessin, démontrer que A est le milieu de [BD].

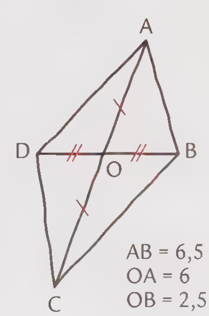


80 Sur la figure ci-dessous, AB = 4,5 cm, BD = 6 cm, EF = 4 cm et BF = 8,5 cm. Quelle est la nature de ABDE ? Justifier la réponse.



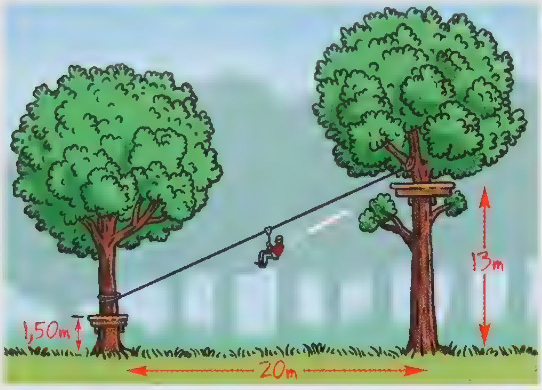
81 Tracer un parallélogramme ABCD tel que AB = 8 cm, AD = 3,9 cm et DB = 8,9 cm. Quelle semble être sa nature ? Démontrer la réponse.

82 À partir des informations données sur ce dessin à main levée, trouver la nature du quadrilatère ABCD (mesures en cm).

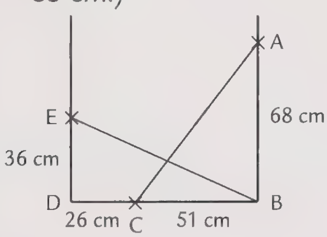


83 **a)** Construire un triangle ABC tel que : AB = 4,8 cm, AC = 6,4 cm et BC = 8 cm.
b) Calculer l'aire du triangle ABC.

84 Dans un parcours d'aventure, un câble est tendu entre deux arbres selon le dessin ci-dessous. Calculer l'arrondi de la longueur du câble à 0,1 m près.



85 À partir des informations portées sur le dessin, démontrer que les deux côtés (AB) et (ED) de ce placard sont parallèles. (BE = AC = 85 cm.)

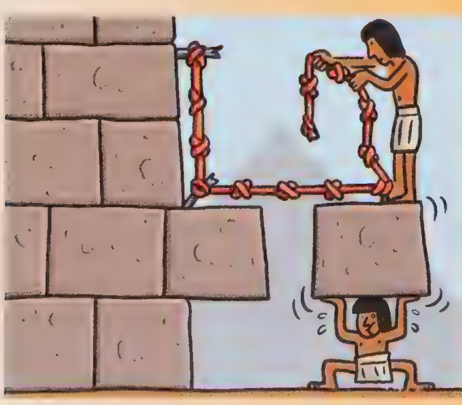


86 Lire le *Triangle Info* suivant et expliquer pourquoi on peut vérifier qu'un angle est droit à l'aide d'une corde à 13 nœuds.

TRIANGLE INFO *magazine*

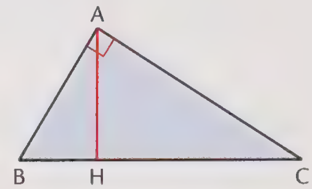
La corde à 13 nœuds.

Les Égyptiens savaient vérifier que des angles étaient droits grâce à une corde à 13 nœuds régulièrement espacés.



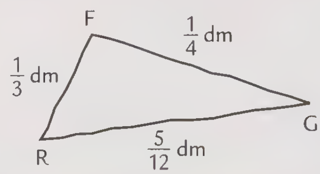
87 La taille des écrans se calcule en mesurant la diagonale de l'écran exprimée en pouces. Un pouce équivaut à environ 2,54 cm. Louise veut connaître la taille de l'écran de son ordinateur. Elle le mesure et trouve 33,7 cm de longueur et 27,3 cm de largeur.
Quelle est la taille de son écran :
a) 15 pouces ? **b)** 17 pouces ? **c)** 19 pouces ?

88 On donne
AB = 6 cm,
BH = 3 cm.
[AH] est la hauteur issue de A.



a) Calculer AH en utilisant le théorème de Pythagore (on donnera le résultat à 0,1 cm près).
b) Sachant que HC est le triple de BH, calculer BC.
c) Calculer l'aire du triangle ABC.
d) Reproduire le dessin à l'échelle 1 ; on se donne O milieu de [BC]. Construire le point A', symétrique de A par rapport à O.
e) Quelle est la nature du quadrilatère ABA'C ?

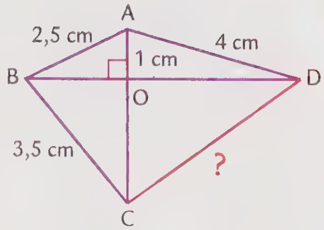
89 Démontrer que les droites (RF) et (FG) sont perpendiculaires.



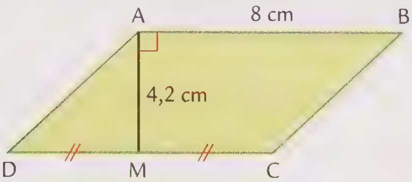
90 **QU'EST-CE QUE J'AI APPRIS ?**
Ces proprositions sont-elles vraies ou fausses ?
a) Pour utiliser le théorème de Pythagore il faut avoir un triangle rectangle et connaître la longueur d'un côté.
b) Quand je connais les longueurs de deux côtés d'un triangle je sais calculer la longueur du 3e côté avec le théorème de Pythagore.
c) Quand je connais les longueurs des 3 côtés d'un triangle, je peux savoir si ce triangle est rectangle.
d) Le triangle dont les côtés mesurent 3 cm, 4 cm et 5 cm a un angle droit.

Pour approfondir

91 En utilisant les informations portées sur la figure suivante, calculer CD. (Donner l'arrondi au dixième de centimètre près.)



92 Sur la figure, ABCD est un parallélogramme. Calculer l'aire et le périmètre de ABCD.

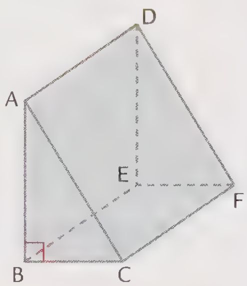


93 ABCDEF est un prisme droit.
ABC est un triangle rectangle en B de $10{,}14\ cm^2$ d'aire et $AB = 5{,}2$ cm.

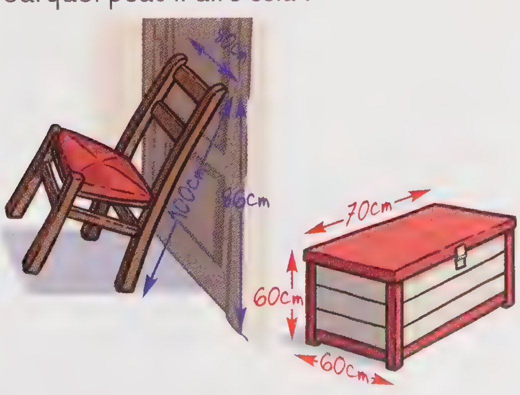
a) Calculer BC et AC.

b) L'aire de ADFC est $46{,}8\ cm^2$.
Calculer AD.

c) Calculer l'aire du triangle ABE.



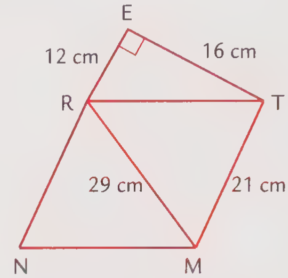
94 Des biens précieux placés dans un coffre ont été volés dans une villa. L'inspecteur interroge le propriétaire. « La porte était bloquée par un fauteuil. Je suis donc entré par la fenêtre. Le coffre était entre la chaise et la porte... vide ! » L'inspecteur Lacolombe fait un schéma des lieux, sort un mètre de la poche de son imperméable, marque les mesures sur le schéma. « Vous mentez », dit-il.
Pourquoi peut-il dire cela ?



95 À partir des informations portées sur la figure ci-dessous (qui n'est pas à l'échelle) :

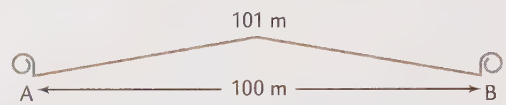
a) démontrer que les droites (RT) et (TM) sont perpendiculaires ;

b) calculer NT.



RNTM est un parallélogramme

96 Voici un énoncé :
Julien a tendu au sol entre deux poteaux A et B une ficelle de 100 m. Guillaume a une ficelle de 101 m. Il l'attache en A et B et la soulève au milieu. Julien parviendra-t-il à passer sous la ficelle de Guillaume sans se mettre à quatre pattes ?

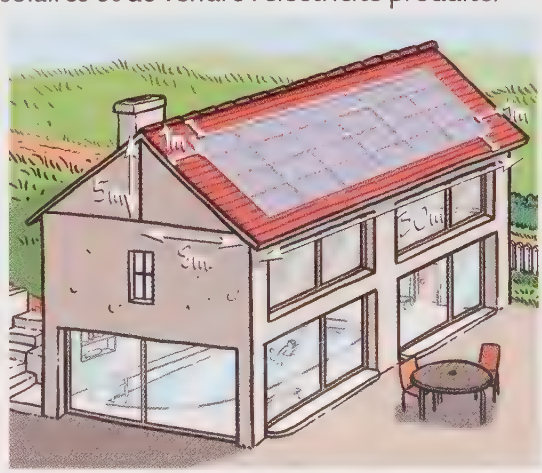


a) Faire un pronostic.

b) Faire le calcul.

97 Un rectangle a une aire de $29{,}52\ cm^2$ et un côté de 8 cm de long.
Calculer la longueur de ses diagonales.

98 ***Développement durable***
Sur un pan du toit de la piscine d'hiver, une municipalité envisage de mettre des panneaux solaires et de vendre l'électricité produite.



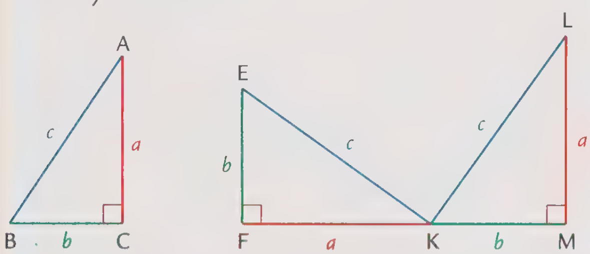
a) Quelle sera environ l'aire des panneaux solaires ?

b) Le toit de la salle des fêtes, qui a la même orientation et la même inclinaison, est équipé de 500 m^2 de panneaux solaires. Il a produit 48 678 kWh en un an, ce qui a rapporté à la mairie : 24 400 €.

(1) Quelle quantité d'électricité (en kWh) produiront, en un an, les panneaux solaires du toit de la piscine ?

(2) Combien rapportera, au même tarif, la vente de cette électricité ?

99 Cet exercice propose une démonstration du théorème de Pythagore. La figure 2 est composée de 2 triangles EFK et KLM identiques au triangle ABC rectangle en C de la figure 1. Les points F, K, M sont alignés.
(Les mesures sont données dans la même unité.)



a) Démontrer que $\widehat{EKL}$ est un angle droit.

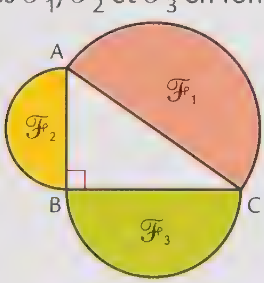
b) Écrire, en fonction de a, b et c, l'aire des triangles EFK, KLM et EKL.

c) Démontrer que les droites (EF) et (LM) sont parallèles. Quelle est la nature de EFML ?

d) Calculer l'aire de EFML, de deux façons différentes.

e) Conclure.

100 **a)** Calculer l'aire A_1, A_2 et A_3 des demi-disques $\mathcal{F}_1$, $\mathcal{F}_2$ et $\mathcal{F}_3$ en fonction de π.



b) Quelle relation existe-t-il entre A_1, A_2 et A_3 ?

Avec un tableur

Fiches logiciels

101 Ouvrir une feuille de calcul et la compléter de la manière suivante :

	A	B	C	D	E	F	G
1	6	2	40	24	32	1600	1600
2	Choisir				Le carré de A1		
3	un nombre		Le carré de A1				
4			plus		moins		Le carré
5			le carré de B1		le carré de B1		de D1
6		Choisir					plus
7						Le carré	le carré
8		un nombre		Le produit de		de C1	de E1
9		inférieur à A1		A1 par B1 par 2			

b) En utilisant ce tableau trouver un triangle rectangle dont la longueur de l'hypoténuse est 40.

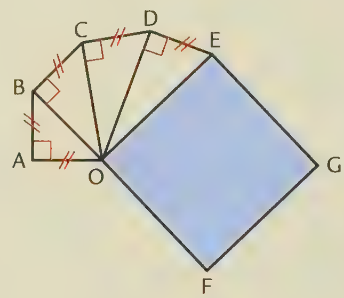
c) Réaliser un tableau identique de 100 lignes en mettant dans la colonne B les nombres entiers de 1 à 100 et, dans la colonne A, les nombres obtenus en ajoutant 1 aux nombres correspondants de la colonne B.

d) Avec ce tableau, trouver des triangles rectangles dont les longueurs de deux côtés sont des entiers successifs.

Avec un logiciel de géométrie

Fiches logiciels

102 **a)** Avec un logiciel de géométrie, réaliser cette figure avec AO = 1 cm.



b) Calculer OB^2, OC^2, OD^2.

c) Calculer l'aire du carré OEGF.

d) Vérifier votre calcul en affichant l'aire du carré à l'aide du logiciel.

e) En poursuivant la construction, tracer un carré de 10 cm^2 d'aire.

103 Sur le mur peint d'un immeuble, il faut corriger un défaut et faire une retouche entre les 2e et 3e étages. Le peintre dispose d'une échelle de 8,5 m. Comment peut-il savoir exactement à quelle hauteur se trouve le défaut à corriger ?

104 **Raconter sa recherche**

Voici un énoncé :

ABC est un triangle de 70 cm de périmètre. BC = 29 cm et les mesures de AB et de AC sont deux entiers consécutifs.

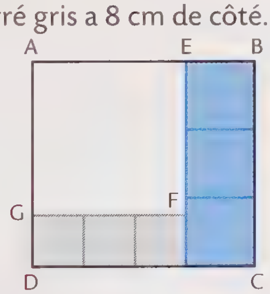
Calculer l'aire de ce triangle.

Pour cet exercice, il est demandé de raconter en détail la recherche : décrire ses essais, ce que l'on a pensé, même si cela n'a pas conduit à la solution correcte.

105 ***Énigme***

Le rectangle ABCD est partagé en 7 carrés.

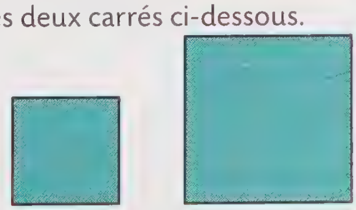
Chaque carré gris a 8 cm de côté.



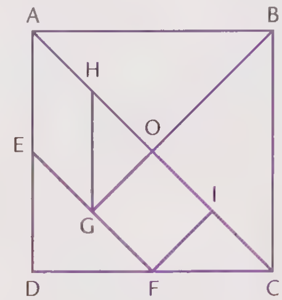
a) Déterminer le côté du carré AEFG.

b) Déterminer EG, EC et GC. (Donner l'arrondi au dixième de centimètre près.)

106 Avec une équerre non graduée (on ne peut donc pas mesurer) et un compas, tracer un carré dont l'aire est égale à la somme des aires des deux carrés ci-dessous.



107 **a)** Avec un logiciel de géométrie, réaliser un Tangram dans un carré ABCD de 8 cm de côté et de centre O. E et F sont les milieux des côtés [AD] et [CD]. H et I sont les milieux de [AO] et de [OC]. G est le milieu de [EF].

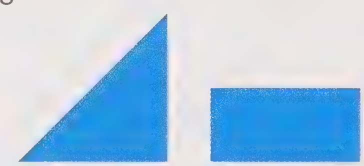


Calculer et donner la valeur approchée au dixième de centimètre près de AC, AO et EF.

b) Vérifier les résultats précédents en affichant ces longueurs avec le logiciel.

c) Imprimer la figure et les mesures.

d) Imprimer un tangram et découper les sept morceaux. Avec les morceaux, réaliser les deux figures ci-dessous.



e) Calculer l'aire et le périmètre du triangle et du carré.

TRIANGLE INFO *magazine*

Tangram

La légende veut qu'il y a très longtemps, un empereur chinois laissa tomber un superbe carreau de faïence qui se brisa en 7 morceaux. Il chercha à reconstituer le carreau. Il n'y parvint jamais mais il créa à la place des milliers de figures différentes. Cela devint un casse tête appelé Tangram. La règle est simple : il faut reproduire une figure donnée en utilisant toujours toutes les pièces qui doivent être posées à plat et ne pas se superposer.

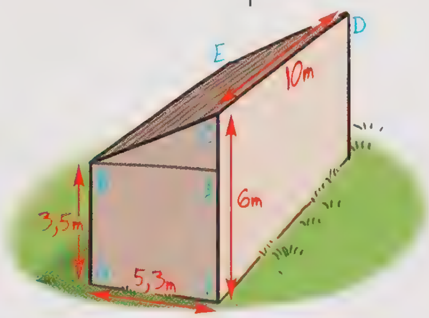
Devoirs maison

108 **Développement durable**

L'eau qui tombe sur le toit de cette maison située à Lyon est récupérée dans une cuve de 3 000 L.

a) Quelle est la surface du toit ?

b) Le tableau donne les moyennes mensuelles des précipitations du site météo de la ville de Lyon. La quantité de pluie tombée en octobre suffit-elle à remplir la cuve ?



Précipitations mensuelles	
Janvier	38,2 mm
Février	34,3 mm
Mars	33,1 mm
Avril	59,7 mm
Mai	59,5 mm
Juin	50,8 mm
Juillet	45,3 mm
Août	50,3 mm
Septembre	65,2 mm
Octobre	82,9 mm
Novembre	67,8 mm
Décembre	43,3 mm

c) Si toute l'eau de pluie tombée sur le toit est récupérée et utilisée, quelle quantité d'eau cette famille économise-t-elle ?

d) Sachant que l'eau du robinet est facturée 2,33 € le m^3, quelle économie est réalisée en 1 an ?

e) Avec un tableur, représenter sur un graphique la courbe des précipitations moyennes sur une année.

f) Chercher sur internet les précipitations moyennes sur un an à New York et à Calcutta.

g) Représenter sur un même graphique les trois courbes de précipitations. Commenter ce graphique.

109 **a)** Tracer un triangle ABC rectangle en A tel que AB = 4,2 cm et AC = 5,6 cm.

b) Calculer BC.

c) Calculer l'aire du triangle ABC.

d) Tracer la hauteur issue de A, elle coupe [BC] en H. Pour déterminer AH :
(1) calculer l'aire de ABC en fonction de AH ;
(2) en déduire AH.

e) Calculer HC.

f) Placer un point M sur [AH) tel que :

$$HM = \frac{4}{3}HA.$$

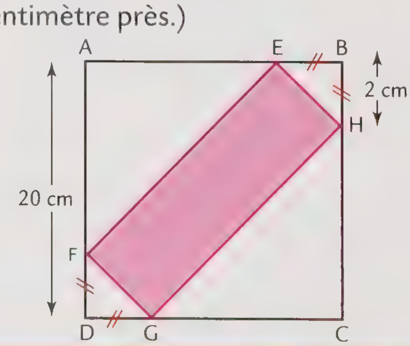
Quelle est la nature du triangle HCM ?

g) Déterminer $\widehat{HCM}$ et $\widehat{HMC}$.

h) Tracer la parallèle à la droite (AM) passant par B, elle coupe la droite (CM) en D. Déterminer $\widehat{BDC}$.

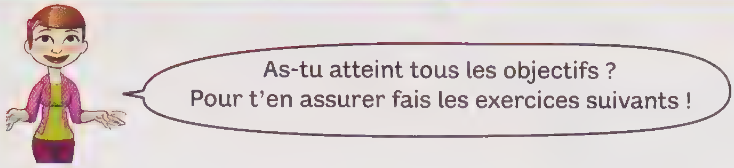
i) Calculer BD et calculer l'arrondi au centimètre près de CD.

110 ABCD est un carré. On sait que BH = 2 cm. Calculer FH. (Donner la troncature au dixième de centimètre près.)



Je prépare le contrôle

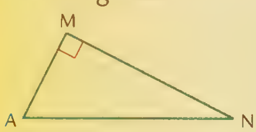
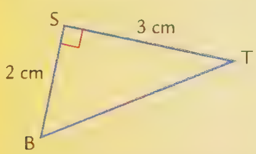
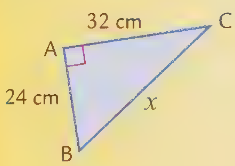
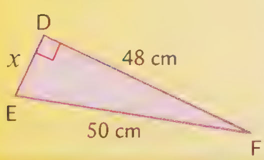
Tous ces exercices sont corrigés p. 268 et suivantes.



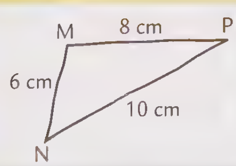
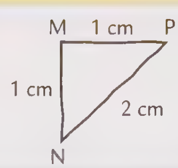
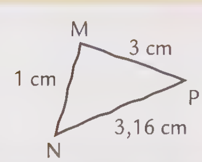
Pour chaque question, indiquer la (ou les) bonne(s) réponse(s).

Je complète un QCM

Calculer des longueurs avec le théorème de Pythagore

	Réponse (1)	Réponse (2)	Réponse (3)
111 Dans ce triangle ... **a)** 	$MN^2 = MA^2 + AN^2$	$MA^2 = MN^2 + AN^2$	$AN^2 = MA^2 + MN^2$
b) 	$TB^2 = 5^2$	$TB^2 = 13$	$TB \approx 6{,}5$ cm
112 Calculer x. **a)** 	$x = 56$ cm	$x = 40$ cm	$x \approx 25$ cm
b) 	$x \approx 69{,}3$ cm	$x = 2$ cm	$x = 14$ cm

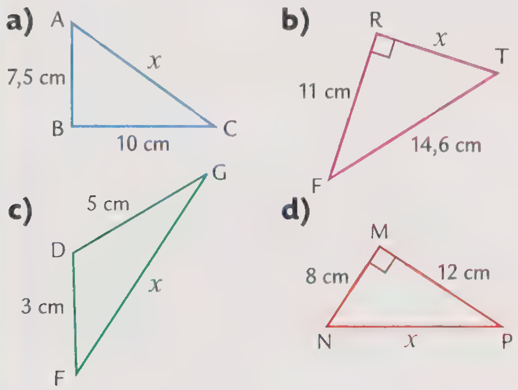
Démontrer que deux droites sont perpendiculaires

	Réponse (1)	Réponse (2)	Réponse (3)
113 (Les figures ne sont pas à l'échelle.) Dans quel(s) cas les droites (MN) et (MP) sont perpendiculaires ?			

Je rédige

Calculer des longueurs avec le théorème de Pythagore

114 Calculer, si possible, la longueur x dans chacun des cas suivants. Donner la valeur exacte ou l'arrondi au dixième de centimètre près.



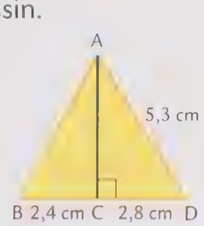
115 **a)** Tracer un triangle RTF rectangle en F tel que RT = 7,4 cm et FR = 2,4 cm.
b) Calculer TF et vérifier la vraisemblance du résultat sur le dessin.

Démontrer que deux droites sont perpendiculaires

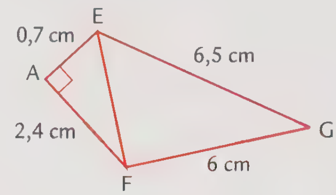
116 Déterminer si les droites (AB) et (AC) sont perpendiculaires.
AB = 720 mm AC = 76 mm BC = 724 mm

Résoudre des problèmes

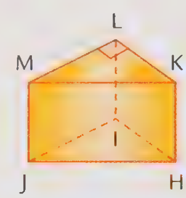
117 Calculer AB en utilisant les informations portées sur le dessin.



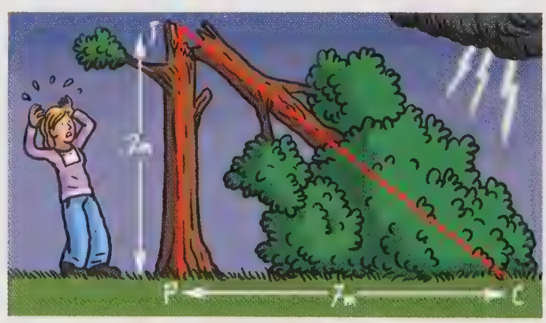
118 À partir des indications portées sur le dessin suivant, démontrer que les droites (EF) et (FG) sont perpendiculaires.



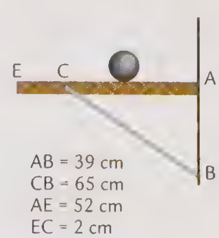
119 MLKJIH est un prisme droit. MLK est un triangle rectangle en L.
ML = 2,1 cm, LI = 3 cm et MK = 7,5 cm.
a) Calculer KL.
b) Calculer KI.



120 Julia constate que la foudre a cassé son arbre préféré à 2 m du sol. La cime touche le sol à 7 m du pied de l'arbre. Quelle était la hauteur de l'arbre, avant l'orage, à 0,1 m près ?



121 Élise a posé une étagère sur un mur vertical. Le ballon qu'elle place dessus va-t-il rouler ?



Chapitre

10 Pyramides et cônes

Peinture et architecture
L'étude des pyramides et des cônes complète celle des solides vus en 6^e et 5^e. On retrouve ces solides en architecture tout au long des siècles et ils sont donc fréquemment représentés en perspective sur des tableaux.
Le tableau de Magritte jouant sur les perspectives et les illusions d'optique s'appelle d'ailleurs *La Promenade d'Euclide*.

PRÉREQUIS

1 Reconnaître dans une représentation en perspective cavalière d'un parallélépipède rectangle, d'un prisme : les arêtes de même longueur, les angles droits, les arêtes, les faces parallèles ou perpendiculaires **(socle 5^e)**.
2 Dessiner à main levée une représentation en perspective cavalière d'un parallélépipède rectangle, d'un prisme droit, d'un cylindre **(socle 5^e)**.
3 Reconnaître et construire le patron d'un prisme droit, d'un cylindre.
4 Effectuer des conversions d'unités **(socle 5^e)**.
5 Calculer le volume d'un parallélépipède rectangle **(socle 5^e)**, d'un prisme droit, d'un cylindre ainsi que les aires de solides.

OBJECTIFS

	Socle commun
1 Reconnaître et représenter en perspective une pyramide, un cône de révolution.	
2 Réaliser le patron d'une pyramide de dimensions données.	
3 Déterminer le volume d'une pyramide, d'un cône de révolution à l'aide de la formule $\mathcal{V} = \frac{1}{3}\mathcal{B}h$.	S1
4 Résoudre des problèmes faisant intervenir, entre autres, le volume d'une pyramide, d'un cône.	

LIVRET DE COMPÉTENCES

Compétences travaillées
• *Géométrie*.
• Réaliser, manipuler, mesurer, calculer, appliquer des consignes (voir exercices 43, 48, 58).
• Raisonner, argumenter, pratiquer une démarche expérimentale ou technologique, démontrer (voir exercices 74, 75).

Je fais le point sur mes connaissances

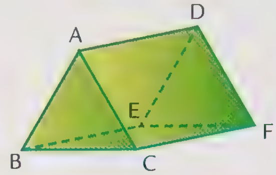
Pour réactiver mes connaissances

SOCLE

1. Connaître et utiliser les propriétés des arêtes et des faces d'un solide représenté en perspective

Exercice 4 p. 186

Observer le prisme droit représenté sur le dessin en perspective cavalière et dire quelles sont les affirmations exactes.



a) Les arêtes (AD) et (BE) sont parallèles.
b) Les arêtes (AB) et (BC) sont perpendiculaires.
c) Les arêtes (AB) et (BE) sont perpendiculaires.
d) Les faces ABC et BEFC sont perpendiculaires.
e) Les faces ABC et (DEF) sont parallèles.
f) Les faces ADEB et ADFC sont perpendiculaires.

SOCLE

2. Représenter en perspective un prisme droit, un cylindre

Exercices 5 et 6 p. 186

a) Représenter en perspective un prisme droit dont la base est un triangle.
b) Représenter en perspective un cylindre de rayon 2 cm et de hauteur 5 cm.

3. Construire le patron d'un prisme droit, d'un cylindre

Exercices 7 à 9 p. 186

a) Construire le patron d'un prisme droit de hauteur 5 cm et dont la base est un triangle de côtés 4 cm, 5,5 cm et 6 cm.
b) Construire le patron d'un cylindre de hauteur 4 cm et de diamètre 3 cm.

SOCLE

4. Effectuer des conversions d'unités

Exercices 10 à 12 p. 186

a) Compléter.

(1) 4,5 m = **...** cm	(2) 3 452 m = **...** km	(3) 25,4 m^2 = **...** cm^2
(4) 1 234 cm^2 = **...** m^2	(5) 2 300 000 cm^3 = **...** m^3	(6) 4,57 dm^3 = **...** cm^3
(7) 4,5 cm^3 = **...** mm^3	(8) 500 cm^3 = **...** dm^3	(9) 9 500 mm^3 = **...** cm^3

b) Compléter.

(1) 304,3 cL = **...** L	(2) 5,64 L = **...** cL	(3) 0,56 L = **...** mL

c) Compléter.

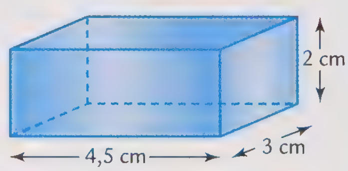
(1) 2,3 L = **...** dm^3	(2) 750 cm^3 = **...** L	(3) 3,4 cL = **...** cm^3

SOCLE

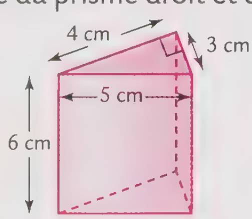
5. Calculer des volumes et des aires

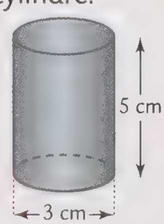
Exercices 13 à 15 p. 186

a) (1) Calculer le volume de ce parallélépipède rectangle.
(2) Calculer son aire totale.



b) (1) Calculer le volume du prisme droit et du cylindre.
(2) Calculer l'aire latérale du prisme droit et du cylindre.





Activités

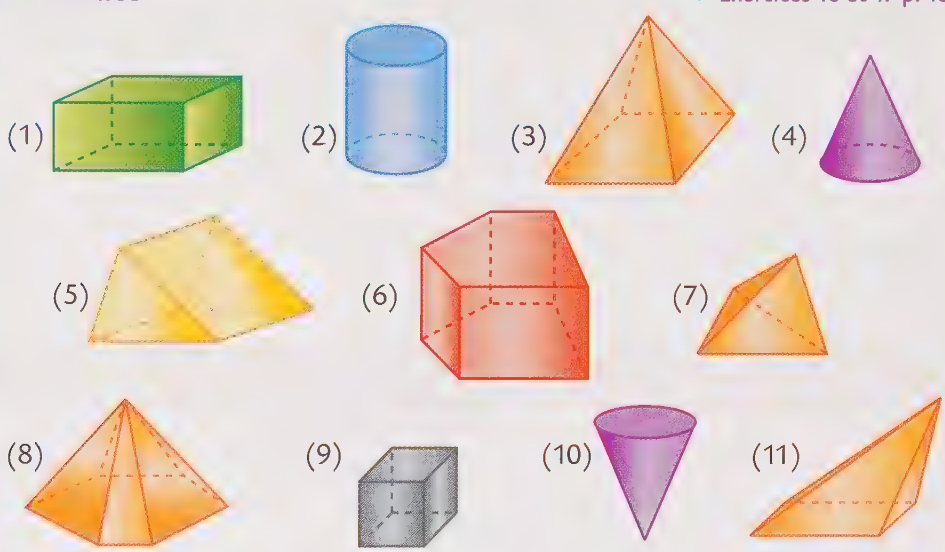
Dans ce chapitre, j'apprends à :

- Reconnaître et représenter en perspective une pyramide, un cône
- Reconnaître et tracer le patron d'une pyramide
- Calculer le volume d'une pyramide, d'un cône
- Résoudre des problèmes

Reconnaître et représenter en perspective une pyramide, un cône

1 Solides

▶ Exercices 16 et 17 p. 187



a) Les solides (3), (7), (8) et (11) sont appelés pyramides. Proposer une définition d'une pyramide.

b) Les solides (4) et (10) sont appelés cônes (de révolution). Citer des objets de la vie courante qui sont des cônes.

Connaissances 1 et 2 p. 183

2 Tracés en perspective

▶ Exercices 18 et 19 p. 187

a) Représenter en perspective une pyramide à base carrée.

b) Représenter en perspective un cône de hauteur 4 cm et dont la base est un disque de diamètre 3 cm.

Reconnaître et tracer le patron d'une pyramide

3 Réaliser le patron d'une pyramide

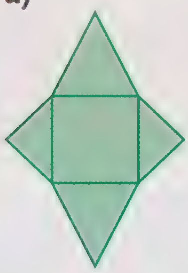
▶ Exercices 20 à 24 p. 187

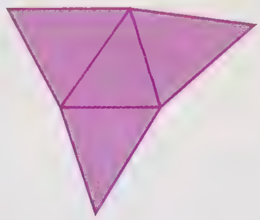
a) Prendre une feuille qui sera découpée par la suite. Tracer sur cette feuille un patron d'une pyramide de sommet S. Sa base est un carré de 7 cm de côté. Ses faces latérales, toutes identiques, sont des triangles isocèles dont chaque hauteur issue de S mesure 4 cm.

b) Faire un pronostic sur la hauteur de la pyramide.
c) Vérifier ce pronostic en découpant le patron fait au **a** et en construisant la pyramide.

4 Reconnaître le patron d'une pyramide

Parmi les dessins suivants, préciser ceux qui sont des patrons de pyramides. Justifier les réponses.

a) 

b) 

c) 

Calculer le volume d'une pyramide, d'un cône

5 Volumes de pyramides et de cônes

▶ Exercices 25 à 37 p. 187

a) Lire la propriété de Connaissance 3, p. 184.
b) Déterminer le volume d'une pyramide à base carrée de 3 cm de côté et de 5 cm de hauteur.
c) Calculer l'arrondi à 0,1 cm^3 près du volume d'un cône de rayon 4 cm et de hauteur 5 cm.

Connaissance 3 p. 184

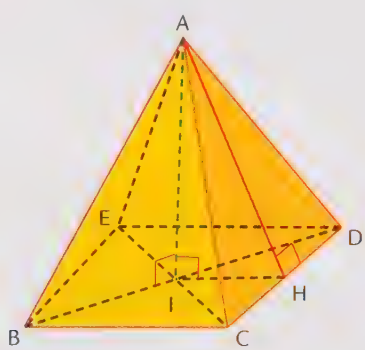
Résoudre des problèmes

6 Volume et hauteur

▶ Exercices 38 à 58 p. 189

a) Calculer la hauteur d'une pyramide qui a un volume de 18 cm^3 et dont la base est un carré de 3 cm de côté.
b) Sur la pyramide ci-dessous :
- BC = 9 cm, AH = 7,5 cm et IH = 4,5 cm ;
- toutes les faces latérales sont des triangles isocèles ;
- la base est carrée.

Calculer le volume de cette pyramide.



Méthode 1 p. 185

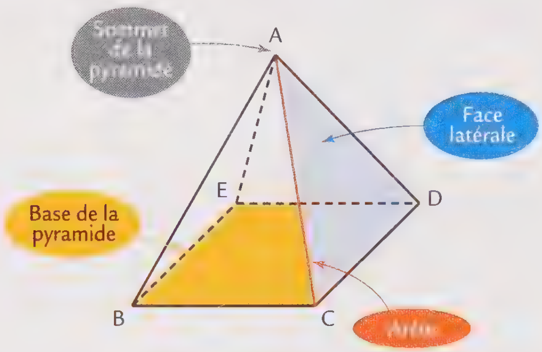
1 Pyramide

Exercices 16 et 17, 20 à 24 p. 187

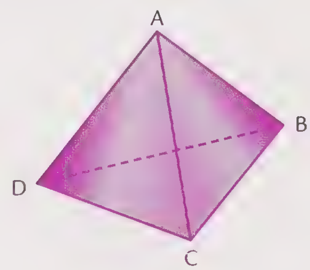
DÉFINITION

Une pyramide est un solide dont :
- une face est un polygone appelé **base,**
- toutes les autres faces sont des triangles qui ont un sommet commun appelé **sommet** de la pyramide (ces faces sont appelées **faces latérales** de la pyramide) ;
- la distance entre le sommet de la pyramide et sa base est appelée **hauteur de la** pyramide.

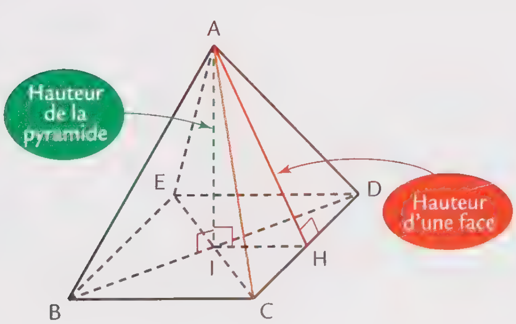
➡ **Exemple :** La pyramide ABCDE est une pyramide à base carrée BCDE, de sommet A.

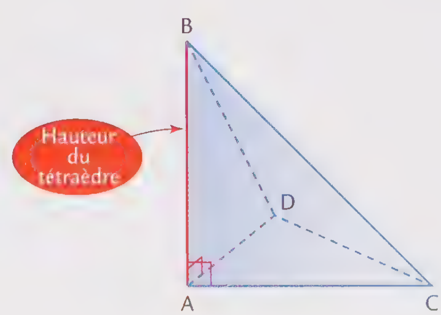


➡ **Cas particulier :** Une pyramide dont la base est un triangle est un **tétraèdre**.



Attention !
Dans une pyramide, ne pas confondre la hauteur de la pyramide et la hauteur des triangles formant les faces latérales.



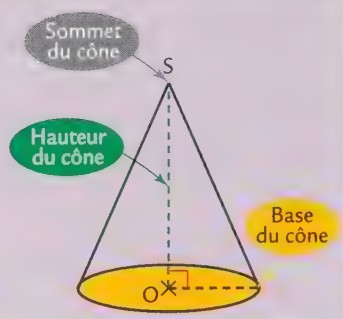


2 Cône

Exercice 18 p. 187

DÉFINITION

Dans un cône de révolution, la droite qui passe par le **sommet** du cône et par le centre du disque de **base** est perpendiculaire à la base.
La distance entre le sommet du cône et le centre du disque de base est la **hauteur** du cône.



3 Volume

Exercices 25 à 37 p. 188

PROPRIÉTÉ

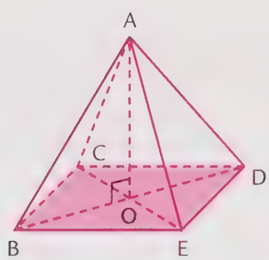
Une même formule permet de calculer le volume $\mathcal{V}$ d'une pyramide et celui d'un cône :

$$\mathcal{V} = \frac{1}{3}\mathcal{B}h$$

où $\mathcal{B}$ est l'aire de la base et h la hauteur du solide.

➡ **Exemples :**

• Calculer l'arrondi à 0,1 cm^3 près du volume d'une pyramide à base carrée de côté 4 cm et de hauteur 5 cm.

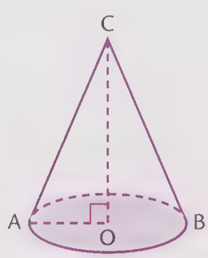


Aire de la base (en cm^2) : $\mathcal{B} = 16$ (car $4 \times 4 = 16$).

$\mathcal{V} = \frac{1}{3} \times 16 \times 5$ donc $\mathcal{V} \approx 26{,}7$ cm^3.

L'arrondi à 0,1 cm^3 près du volume de la pyramide est 26,7 cm^3.

• Calculer la troncature à 0,1 cm^3 près du volume d'un cône de rayon 3 cm et de hauteur 4 cm.



Aire de la base (en cm^2) : $\mathcal{B} = 3 \times 3 \times \pi = 9\pi$.

$\mathcal{V} = \frac{1}{3} \times 9\pi \times 4$ donc $\mathcal{V} \approx 37{,}6$ cm^3.

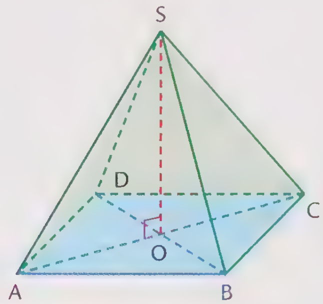
La troncature à 0,1 cm^3 près du volume de ce cône est 37,6 cm^3.

Calculer la longueur d'un segment dans l'espace

Méthode

En utilisant le théorème de Pythagore

>> Exercice : La pyramide ci-dessous a une base carrée ABCD et pour hauteur [SO]. On sait que SO = 6 cm et OB = 4 cm.
Calculer SB. Donner la troncature à 0,1 cm près.



ÉTAPES

a) Je cherche

(1) Que faut-il que je calcule ? ▶ *Une longueur de segment.*

(2) Quelles propriétés puis-je utiliser ? ▶ *Voir p. 302.*

(3) Laquelle choisir ? ▶ *Il y a un triangle rectangle, donc peut-être le théorème de Pythagore !*

(4) Ai-je les conditions d'utilisation de cette propriété ? ▶ *Oui car, dans le triangle SOB rectangle en O, on connaît deux mesures de côtés.*

b) Je rédige

SOLUTION

(1) J'écris ce que je connais pour pouvoir utiliser la propriété.

On sait que le triangle SOB est rectangle en O (car [SO] est la hauteur de la pyramide).

(2) Je cite la propriété.

D'après le théorème de Pythagore dans le triangle SOB :
$SB^2 = OS^2 + OB^2$
$SB^2 = 6^2 + 4^2$
$SB^2 = 36 + 16$
$SB^2 = 52$

(3) Je conclus.

Donc SB ≈ 7,2 cm.

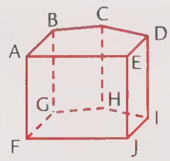
EXERCICES D'APPLICATION

1. Utiliser la même figure que l'exercice de la méthode ci-dessus avec AC = 8 cm et SC = 9 cm.
Calculer SO. Donner l'arrondi à 0,1 cm près.
2. Un cône de sommet S a pour base un disque de centre O et de rayon OA = 5 cm. On sait que SA = 8 cm.
Calculer SO. Donner l'arrondi à 0,1 cm près.
3. Un cône de sommet H a pour base un disque de centre I et de rayon IJ = 4 cm. On connaît la hauteur HI qui mesure 6 cm.
Calculer HJ. Donner l'arrondi à 0,1 cm près.

Je réactive mes connaissances

Connaître et utiliser les propriétés des arêtes et des faces d'un solide représenté en perspective

Nommer :



a) une face perpendiculaire à ABGF ;
b) une face parallèle à FGHIJ ;
c) les arêtes perpendiculaires à l'arête [AF] ;
d) les arêtes parallèles à l'arête [AF] ;
e) les arêtes de même longueur que [AB] ;
f) les arêtes de même longueur que [BG].

Représenter en perspective un prisme droit, un cylindre

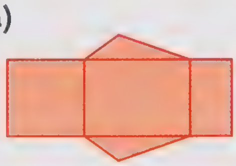
a) Tracer, à main levée, en perspective, un prisme droit dont la base est un triangle rectangle.
b) Tracer, à main levée, en perspective, un cylindre de diamètre de base 2 cm et de hauteur 3 cm.

Tracer en perspective cavalière un prisme droit dont la base est un rectangle. Quel est l'autre nom de ce prisme ?

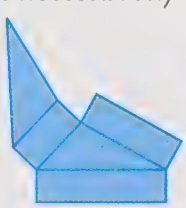
Construire le patron d'un prisme droit, d'un cylindre

Ces dessins sont-ils les patrons de prismes droits ? (Prendre les mesures nécessaires.)

a)

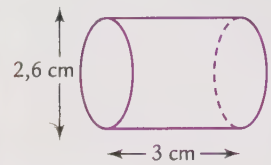


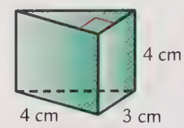
b)



Les dessins ci-dessous sont-ils les patrons de cylindres ? (Prendre les mesures nécessaires.)

Tracer en vraie grandeur les patrons de ces solides.





Effectuer des conversions d'unités de volume et de capacité

Compléter.
a) 4,5 cm = **...** m **b)** 36,4 m = **...** mm
c) 5,7 cm^2 = **...** mm^2 **d)** 2,5 m^2 = **...** cm^2
e) 45 m^3 = **...** dm^3 **f)** 53 000 cm^3 = **...** m^3

Compléter.
a) 7,60 cm^3 = **...** mm^3 **b)** 76,6 dm^3 = **...** cm^3
c) 176,5 m^3 = **...** dm^3 **d)** 146 600 m^3 = **...** cm^3
e) 36,5 L = **...** cL **f)** 0,456 L = **...** mL
g) 25 cL = **...** L **h)** 3,6 hL = **...** L

Compléter.
a) 45 dm^3 = **...** L **b)** 3 m^3 = **...** L
c) 4,67 L = **...** cm^3 **d)** 4 hL = **...** dm^3
e) 0,056 m^3 = **...** hL **f)** 320 daL = **...** m^3

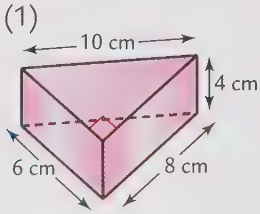
Calculer des volumes et des aires

Calculer le volume d'un parallélépipède rectangle de dimensions 5 cm, 3 cm et 2,4 cm.

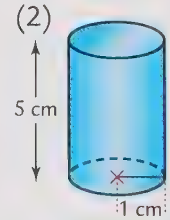
a) Calculer le volume d'un prisme droit de 5 cm de hauteur et dont la base est un carré de 30 cm² d'aire.
b) Calculer le volume d'un cylindre de 5 cm de hauteur et dont la base est un disque de 30 cm² d'aire.

a) Calculer le volume du prisme et du cylindre.

(1)



(2)

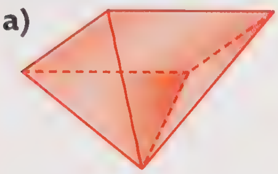


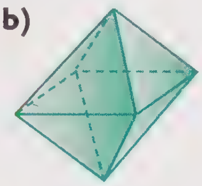
b) Calculer l'aire latérale et l'aire totale de ces solides.

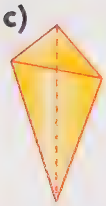
Pour s'entraîner

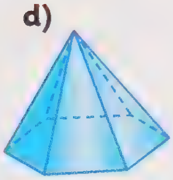
Reconnaître et représenter en perspective une pyramide, un cône

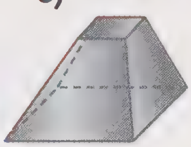
16 Repérer quelles sont les pyramides parmi les solides suivants. Préciser si leur base est un triangle, un quadrilatère ou un autre polygone et trouver le nombre de faces latérales, le nombre d'arêtes et le nombre de sommets de chaque pyramide.

a)


b)


c)


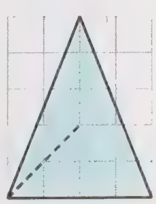
d)


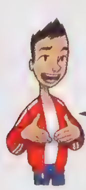
e)


17 Une pyramide a 4 faces.
a) Quelle est la nature de sa base ?
b) Combien a-t-elle d'arêtes ?

18 **a)** Tracer à main levée et en perspective une pyramide à base carrée.
b) Tracer à main levée et en perspective un cône.

19 **a)** Reproduire deux fois le dessin ci-contre sur papier quadrillé.
b) Compléter le premier dessin pour obtenir le tracé en perspective cavalière d'une pyramide à base triangulaire.
c) Compléter le deuxième dessin pour obtenir le tracé en perspective cavalière d'une pyramide à base rectangulaire.

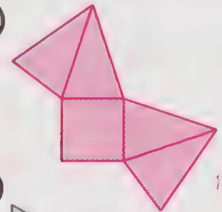


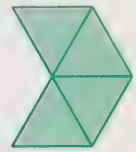


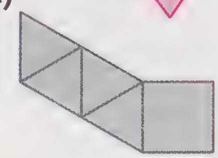
Maintenant je sais reconnaître et représenter en perspective une pyramide, un cône, et toi ?

Reconnaître et tracer le patron d'une pyramide

20 Quels dessins sont des patrons de pyramides ?

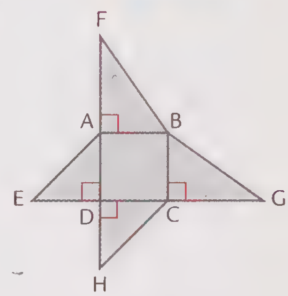
a)


b)


c)


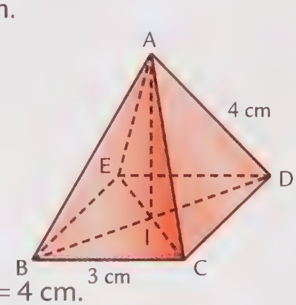
d)


21 ABCD est un carré ; AB = ED = 6 cm. Ce patron est-il celui d'une pyramide ? Si oui, quelle est sa hauteur ?

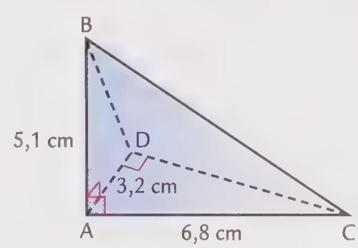


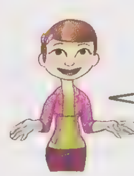
22 Tracer un patron d'une pyramide dont la base est un triangle équilatéral de 3 cm de côté. Les faces latérales sont des triangles isocèles superposables dont les côtés de même longueur mesurent 5 cm.

23 Tracer un patron de la pyramide.
BCDE est un carré de 3 cm de côté.
[AI] est la hauteur de la pyramide.
AE = AB = AC = AD = 4 cm.



24 Tracer en vraie grandeur le patron de cette pyramide.





Maintenant je sais reconnaître et tracer le patron d'une pyramide, et toi ?

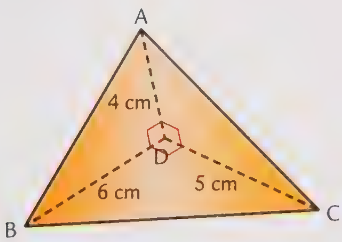
Calculer le volume d'une pyramide, d'un cône

25 ***Histoire***

Comme cela se faisait très souvent chez les Égyptiens, Ramose, maître des scribes, a intégré une petite pyramide dans sa tombe. Elle est en calcaire. Sa hauteur est égale à 0,70 m et sa base est un carré de 0,39 m de côté.
Quel est son volume ?

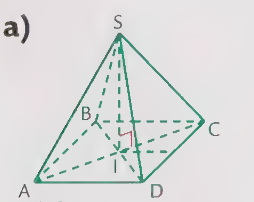
26 Calculer le volume d'une pyramide de hauteur 6 cm et dont la base est un losange de diagonales 5 cm et 7 cm.

27 Calculer le volume de la pyramide représentée ci-dessous.



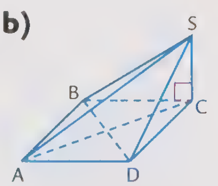
28 Comparer les volumes de chacune de ces pyramides dont la base est un carré de 3 cm de côté.

a)



[SI] hauteur de la pyramide
SI = 4 cm

b)



[SC] hauteur de la pyramide
SC = 4 cm

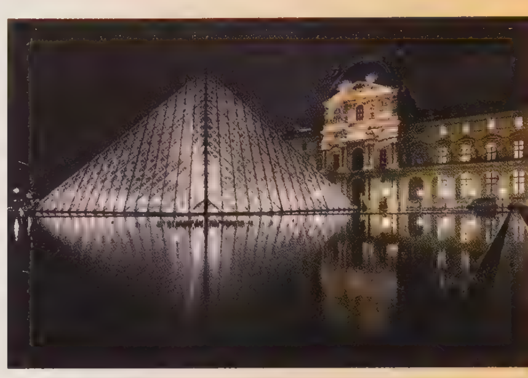
29 Calculer le volume d'une pyramide de hauteur 10 cm, et dont la base est un triangle ABC tel que AB = 4 cm et la hauteur issue de C mesure 3 cm.

30 Calculer le volume d'un cône de rayon 3 cm et de hauteur 5 cm.
Donner l'arrondi à 0,01 cm^3 près.

31 Calculer le volume de la pyramide du Louvre (lire *le Triangle Info*).

La pyramide du Louvre

TRIANGLE INFO *magazine*



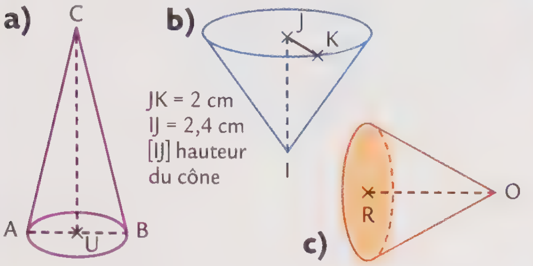
La pyramide du Louvre à Paris, construite en 1988, est une pyramide de hauteur égale à environ 22 m et dont la base est un carré d'environ 36 m de côté. Les faces latérales sont des triangles isocèles superposables.

32 Soit un cône de sommet S. Le diamètre [FG] du disque de base de centre O mesure 8 cm et SO = 3 cm.
a) Représenter ce cône en perspective.
b) Calculer son volume. Donner l'arrondi au cm^3 près.

33 ***Sciences de la vie et de la Terre***

Le Licancabur est un volcan d'Amérique du Sud, à la frontière du Chili et de la Bolivie. Il se présente sous la forme d'un cône pratiquement parfait d'environ 1 500 m de haut pour 9 km de diamètre.
Quel est son volume ?
Donner l'arrondi au km^3 près.

34 Calculer le volume de ces cônes.
Donner l'arrondi à 0,01 cm^3 près.



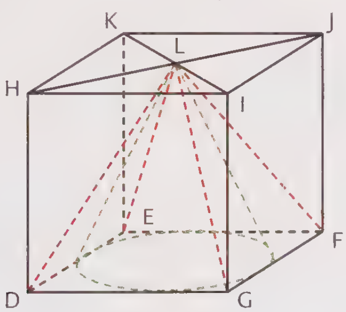
a) AB = 4 cm
CU = 8 cm
[CU] hauteur du cône

b) JK = 2 cm
IJ = 2,4 cm
[IJ] hauteur du cône

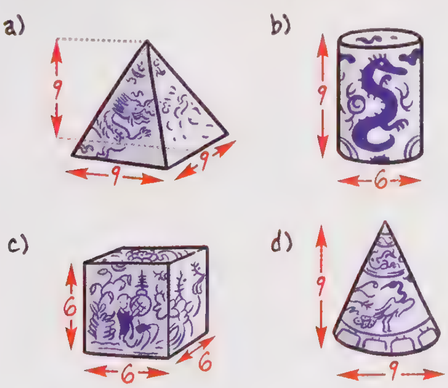
c) OR = 5,4 cm
Aire de la base = 6,2 cm^2
[OR] hauteur du cône

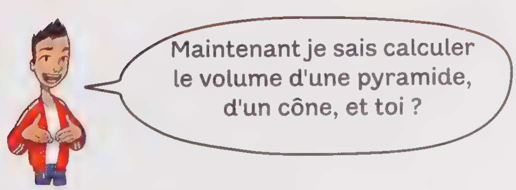
35 Lionel a un seau cylindrique de 10 cm de rayon et de 15 cm de hauteur. Arnaud a un seau conique de 10 cm de rayon de base et de 15 cm de hauteur.
Combien Arnaud doit-il verser de seaux coniques pour remplir le seau de Lionel ?

36 DEFGHKJI est un cube de 9 cm de côté, comparer le volume de la pyramide LDEFG et du cône (en vert sur le dessin).



37 Calculer le volume de chacune de ces boîtes.
(Toutes les mesures sont en centimètres.)





Résoudre des problèmes

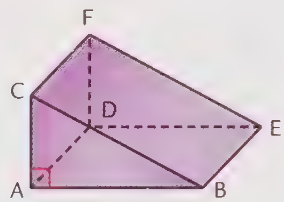
38 Une pyramide a un volume de 20 cm^3. Sa base est un rectangle de dimensions 6 cm et 4 cm.
Quelle est la hauteur de cette pyramide ?

39 Une pyramide a un volume de 20 cm^3. Sa base est un losange dont les diagonales mesurent 6 cm et 4 cm.
Quelle est la hauteur de cette pyramide ?

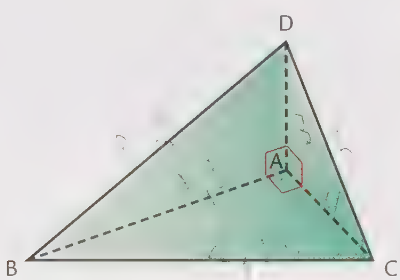
40 Un cône a une aire de base A de 45 cm^2 et un volume V de 90 cm^3. Quelle est sa hauteur ?

41 Un cône a un volume de 36 cm^3. Le disque de base a un rayon de 4 cm. En prenant 3 comme approximation de π, calculer la hauteur de ce cône.

42 ABCDEF est un prisme droit dont la base est un triangle rectangle. AB = 4,2 cm. AC = 2,5 cm. le volume de ABCDEF est 23,1 cm^3.
a) Calculer AD.
b) Calculer le volume de la pyramide CADEB.



43 ABCD est une pyramide de hauteur [AD]. ABC est un triangle rectangle en A.
AD = 3 cm, DC= 5 cm et DB = 7,8 cm.
a) Quelle est la nature des triangles ABD et ACD ?
b) Calculer AB et AC.
c) Calculer le volume de la pyramide.
d) Tracer un patron de cette pyramide.



44 SABCD est une pyramide de sommet S et de base carrée ABCD. I est le centre de ce carré. (SI) est la hauteur de la pyramide. On sait que AB = 5 cm et SB = 10 cm.
a) Calculer IB.
b) Calculer SI et donner la troncature à 0,001 cm près.
c) Calculer le volume de la pyramide.

45 On considère un cône de révolution de sommet A, ayant O comme centre du disque de base et [OB] un rayon. On a AO = 2 cm et BO = 3 cm.
Calculer la longueur AB. Donner en cm la valeur arrondie au dixième.

46 ***Histoire***
Les documents qui nous renseignent sur les événements du temps des Sumériens sont les inscriptions sur des statues, stèles, cônes, cylindres, vases et tablettes. Le cône d'Enmetena (roi de Legash vers 2 400 av. J.-C.) raconte l'histoire d'un tracé de frontière entre deux villes.

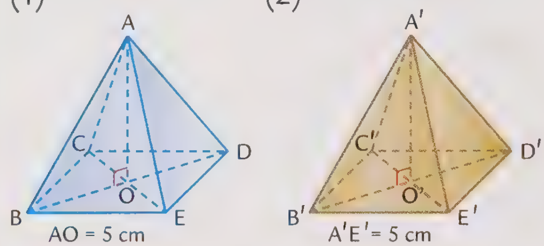
Les dimensions approximatives de ce «cône» sont : hauteur de 27 cm et diamètre de sa base de 12,7 cm.
Quel est son volume ?

47 Pour les fêtes de fin d'année, un chocolatier a fabriqué un cône plein tout en chocolat. Il offre un macaron à tous ceux qui trouvent la hauteur du cône.
Quelle réponse faut-il donner pour gagner un macaron ?

48 Soit un cône de sommet S. Le diamètre [FG] du disque de base de centre O mesure 10 cm et SF = 13 cm.
a) Représenter ce cône en perspective.
b) Calculer son volume. Donner l'arrondi de ce volume au cm^3 près.

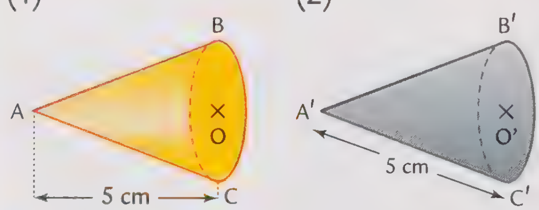
49 Deux pyramides à base carrée de 3 cm de côté sont représentées ci-dessous. Les faces de chacune de ces pyramides sont des triangles isocèles superposables.
a) Ces deux pyramides ont-elles le même volume ? Sinon, quelle est celle qui a le plus grand volume ?
b) Calculer le volume des deux pyramides.

(1) (2)

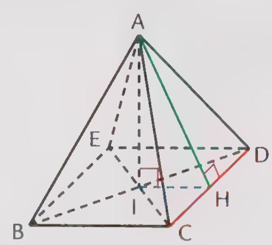


50 Les cônes représentés ci-dessous ont le même rayon de 1 cm.
a) Ont-ils le même volume ? Sinon quel est celui qui a le plus grand volume ? Faire un pronostic.
b) Calculer le volume des deux cônes. Donner l'arrondi à 0,01 cm^3 près.

(1) (2)



51 Dans la pyramide ci-dessous, de hauteur [AI] et de base carrée, on sait que CD = 5 cm, IH = 2,5 cm et AH = 7 cm.

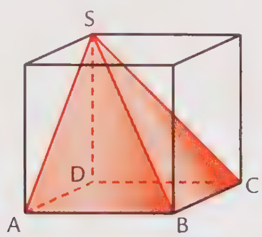


Calculer le volume de la pyramide ABCDE. Donner l'arrondi à 0,01 cm^3 près.

52 SKLMN est une pyramide de sommet S dont la base est un rectangle KLMN de centre O. (SO) est la hauteur de la pyramide. On sait que KL = 8 cm, LM = 6 cm et SL = 9 cm.
Calculer le volume de cette pyramide et en donner l'arrondi à 0,01 cm^{3}près.

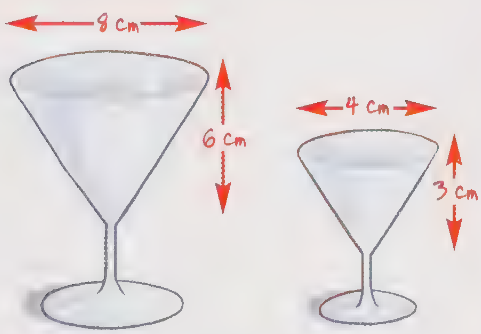
53 La pyramide ci-dessous est contenue dans un cube de 6 cm d'arête.

a) Calculer DB.
b) Calculer SB.
c) Tracer le patron de cette pyramide.



54 Arnaud veut comparer les volumes de deux verres coniques.

a) Arnaud pense que le petit verre a un volume égal à la moitié du volume du grand verre.
b) Arnaud a-t-il raison ? Sans faire de calcul, faire un pronostic puis vérifier par un calcul.



55 **CALCUL LITTÉRAL**

Soit x le nombre de côtés de la base d'une pyramide. Écrire, en fonction de x, le nombre de sommets, le nombre d'arêtes et le nombre de faces de cette pyramide.

56 **CALCUL LITTÉRAL**

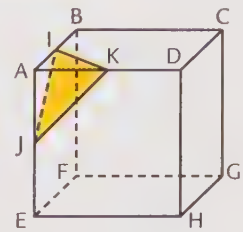
On considère des pyramides à base carrée qui ont toutes 5 cm de hauteur. Écrire en fonction de la longueur c du côté le volume de ces pyramides.

57 **CALCUL LITTÉRAL**

On considère des pyramides dont l'aire de base est 25 cm². Écrire en fonction de la hauteur h le volume de ces pyramides.

58 **AU BREVET**

ABCDEFGH est un cube d'arête AB = 12 cm.
I est le milieu du segment [AB] ;
J est le milieu du segment [AE] ;
K est le milieu du segment [AD].



a) Calculer l'aire du triangle AIK.

b) Calculer le volume de la pyramide AIKJ de base AKI.

c) Quelle fraction du volume du cube représente le volume de la pyramide AIKJ ? Écrire le résultat sous forme d'une fraction de numérateur 1.

d) Tracer un patron de la pyramide AIKJ.

Brevet Liban 2010

59 **QU'EST-CE QUE J'AI APPRIS ?**

Vérifier si chacune de ces affirmations est vraie ou fausse.

a) Dans un patron de pyramide, il y a toujours des triangles.
b) La hauteur d'une pyramide est la hauteur d'une face triangulaire.
c) Sur une pyramide, il y a autant d'arêtes qui partent du sommet que de faces.
d) La hauteur d'un cône est toujours supérieure au rayon du disque de base.
e) Le volume d'un cône est égale au tiers du volume d'un cylindre de même base et de même hauteur.
f) Le volume d'un cône est égal au tiers de la hauteur multiplié par le périmètre du disque de base.
g) Pour calculer le volume d'un parallélépipède rectangle, d'un prisme, d'un cylindre, d'un cône, d'une pyramide, il faut toujours calculer l'aire d'une base.

60 ***Histoire***

Qui a prononcé cette phrase célèbre : « Du haut de ces pyramides, quarante siècles vous contemplent » et dans quelles circonstances ?

61 ***Géographie***

Qu'appelle-t-on une pyramide des âges ?

62 Un verre conique a un volume de 7,2 cL. Quelle est sa profondeur sachant que son diamètre est 6 cm ? Prendre $\pi \approx 3$.

63 Le tipi est l'habitation traditionnelle des Amérindiens. C'est une habitation confortable, fraîche en été, chaude en hiver. Elle s'adapte à toutes les saisons. Le chef sioux Élan noir disait : « Tout ce que fait un Indien il le fait dans un cercle... Ainsi nos tentes étaient rondes comme les nids des oiseaux et toujours disposées en cercle. »

Le tableau présente différents modèles proposés par une fabrique de tipis.

Modèles	Diamètre (en m)	Nombre de personnes	Prix
Petits tipis	3,65	2	365 $
Moyens tipis	4,90	5	585 $
Grands tipis	6,10	9	800 $

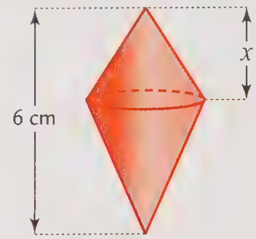
a) La hauteur du tipi est égale au diamètre au sol.
Quel est le volume de chacun des tipis ?

b) Le nombre de personnes est-il proportionnel au volume ?

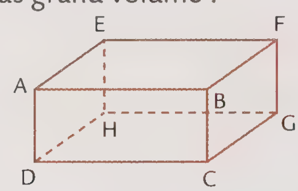
c) Le prix est-il proportionnel au volume ?

64 CALCUL LITTÉRAL

Le solide ci-contre est formé de deux cônes de même rayon 2 cm. (On l'appelle bicône). Démontrer que le volume du bicône ne dépend pas de x.



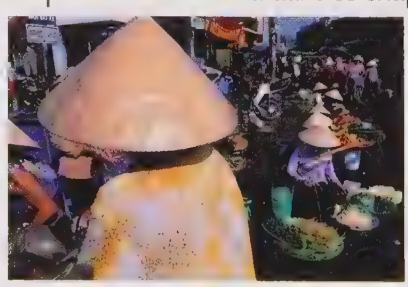
65 ABCDEFGH est un parallélépipède rectangle de dimensions AB = 5 cm, BC = 3 cm et AE = 4 cm. On considère toutes les pyramides qui ont comme sommet un des sommets de ABFEDCGH et comme base une des faces rectangulaires de ABFEDCGH.
Parmi toutes ces pyramides, quelle est celle qui a le plus grand volume ?



66 Ce chapeau vietnamien en paille tressée à la main a un diamètre de 41 cm et une hauteur de 25 cm. On le remplit de riz.

a) Quel est le volume de riz dans ce chapeau ?

b) 1 kg de riz tient dans une boîte qui est un parallélépipède rectangle de dimensions : 4,5 cm, 14,5 cm et 15,5 cm.
Combien pèse le riz contenu dans ce chapeau ?



67 **a)** Lire le *Triangle info* ci-après. On considère que la pyramide est pleine. Si l'on construisait un mur de 30 cm de large et de 1 m de haut avec les matériaux de la pyramide, quelle serait la longueur de ce mur ? (On prendra 147 m comme hauteur de la pyramide.)

Pourrait-il faire le tour de la France comme l'affirmait Napoléon Bonaparte lors de sa campagne d'Égypte ? (Le périmètre de la France est d'environ 5 670 km.)

b) Calculer de tête le poids moyen d'un bloc.

Pyramides d'Égypte

TRIANGLE INFO *magazine*

De nombreuses pyramides furent construites en Égypte à partir de 2700 av. J.-C. La pyramide de Khéops est la plus grande de toutes. Elle a une base carrée de 230 m environ et sa hauteur atteignait à l'origine 147 m. Actuellement, elle ne mesure plus que 138 m de haut car elle est privée de son sommet appelé pyramidion. Constituée de plus de 2 300 000 blocs de pierre, elle pèse environ 6 millions de tonnes.

AVEC UN LOGICIEL DE GÉOMÉTRIE

68 **CONSTRUCTION**
Dessiner, en perspective cavalière, une pyramide dont la base est un carré.

69 **CONSTRUCTION**
Dessiner le patron d'une pyramide dont la base est un carré de 8 cm de côté et de 3 cm de hauteur.

AVEC UN TABLEUR

70 Noah a de nombreux calculs de volume à faire sur une pyramide à base carrée. Pour cela il utilise un tableur.

Fiches logiciels

	A	B	C	D
1	Côté x du carré (en cm)	5	5,1	5,2
2	Hauteur h (en cm)	12	12	12
3	Volume (en cm^3)			

a) Recopier le tableau sur une feuille de calcul.

b) Quelle formule faut-il entrer en B3 ?

c) Compléter le tableau en augmentant de 0,1, pour des valeurs de x de 5 à 17, le côté du carré sans changer la hauteur de la base.

d) Pour quelle valeur de x le volume est-il égal à 225 cm^3 ?

e) Transformer le tableau de la question **c** en diminuant de 0,1 la hauteur.

	A	B	C	D
1	Côté x du carré (en cm)	5	5,1	5,2
2	Hauteur h (en cm)	12	11,9	11,8
3	Volume (en cm^3)			

f) Pour quelles valeurs de x et de h le volume est-il le plus grand ?

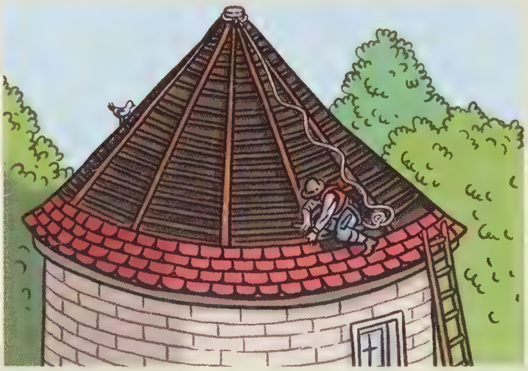
71 Pour couvrir d'ardoises un toit en forme de cône, on dispose les ardoises en rangs successifs en partant du bas. Le couvreur compte le nombre d'ardoises de chaque rang :

– le 1er rang, 215 ardoises ;
– le 2^{e} rang, 210 ardoises ;
– le 3^{e} rang, 205 ardoises ;
– le 4^{e} rang, 200 ardoises ;
– et ainsi de suite.

a) Combien y a-t-il d'ardoises au 5^{e} rang ?

b) Utiliser un tableur pour répondre aux questions suivantes :

(1) combien y a-t-il d'ardoises au 25^{e} rang ?
(2) il y a 5 ardoises au dernier rang, combien y a-t-il de rangs ?
(3) combien de tuiles le couvreur a-t-il posé sur ce toit ?



Recherche & créativité

Origami

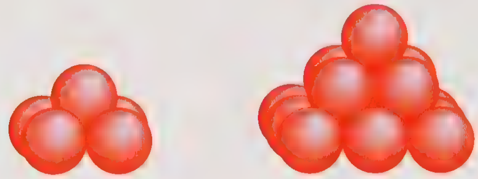
TRIANGLE INFO *magazine*

L'origami est l'art du pliage de papier. Le mot vient du japonais *oru* qui veut dire « plier », et *kami* qui veut dire « papier ». L'origami traditionnel permet, à l'aide d'une simple feuille de papier, de réaliser une succession de plis aboutissant, sans couper ni coller, à une représentation, figurative ou non, de toutes sortes de modèles dans de multiples variations : animaux, fleurs, personnages, avions, bateaux, voitures, boîtes, masques, etc.

72 Réaliser une pyramide en origami.

73 **Énigme**
Comment tracer quatre triangles équilatéraux avec 6 allumettes sans les casser ?

74 **Problème ouvert**
On empile des billes en formant des « pyramides » comme ci-dessous. Combien faut-il de billes pour réaliser une pyramide à 10 niveaux ?



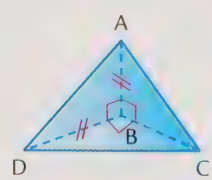
75 **Raconter sa recherche**
Voici un énoncé :
Tracer un carré ABCD de 6 cm de côté. Où placer un point E sur [AB] et un point F sur [AD] pour obtenir un patron d'une pyramide ?
Pour cet exercice, il est demandé de raconter en détail la recherche : décrire ses essais, ce que l'on a pensé, même si cela n'a pas conduit à la solution correcte. C'est la persévérance dans la recherche et la précision avec laquelle elle est décrite qui seront appréciées.

76 **Arts**
Décrire le tableau de Magritte qui figure sur la première page du chapitre (p. 179) en indiquant ce qui fait sa caractéristique.

Devoirs maison

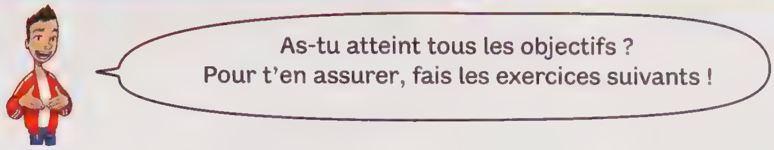
77 On considère une pyramide DABC dont les quatre faces sont des triangles rectangles :
– le triangle ABC rectangle en B ;
– le triangle ADC rectangle en A ;
– le triangle BCD rectangle en B ;
– le triangle ADB rectangle en A.
On sait que AB = 5 cm, BC = 6 cm et AD = 3 cm.
a) Représenter en perspective cette pyramide.
b) Si on prend le triangle ABC comme base, quelle est alors la hauteur de la pyramide DABC ?
c) Tracer un patron de la pyramide DABC.
d) Calculer le volume de DABC.
e) Calculer l'aire totale de DABC.
f) Calculer CD.

78 Soit un tétraèdre ABCD tel que AB = 5,7 cm. On sait que le volume de ce tétraèdre est de 41,154 cm^3.
a) Calculer l'aire de DBC.
b) Calculer BC.
c) Calculer DC.
d) Calculer le volume en utilisant une autre face et une autre hauteur.



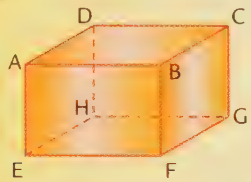
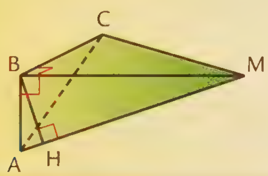
Tous ces exercices sont corrigés page 268 et suivantes.

Pour chaque question, indiquer la (ou les) bonne(s) réponse(s).

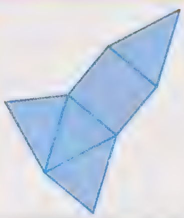
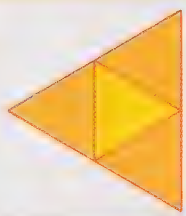
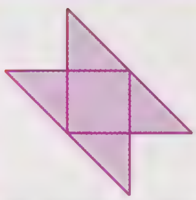


Je complète un QCM

Reconnaître et représenter en perspective une pyramide, un cône

		Réponse (1)	Réponse (2)	Réponse (3)
79	ABCDEFGH est un parallélépipède rectangle. 	AEFDH est une pyramide	DEHGF est une pyramide	BEFG est une pyramide
80	La hauteur de la pyramide MABC est ... 	[BH]	[MB]	[AC]

Reconnaître et tracer le patron d'une pyramide

		Réponse (1)	Réponse (2)	Réponse (3)
81	Quels sont les patrons de pyramides ?			

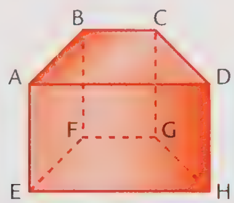
Calculer le volume d'une pyramide, d'un cône

		Réponse (1)	Réponse (2)	Réponse (3)
82	Le volume d'une pyramide de hauteur 4 cm et dont la base est un rectangle de 5 cm sur 3 cm est ...	60 cm^3	20 cm^3	$\frac{4}{3}\times 15\,\text{cm}^3$
83	Un cône de révolution a une hauteur de 6cm et un disque de base de 4 cm de rayon. Son volume est ... (Prendre $\pi \approx 3$.)	288 cm^3	72 cm^3	96 cm^3

Je rédige

Reconnaître et représenter en perspective une pyramide, un cône

84 ABCDEFGH est un prisme droit. Déterminer la nature (pyramide, prisme...) et les caractéristiques (nature des faces, nombre de faces, de sommets, d'arêtes) des solides suivants :
a) BEFG
b) BCDHA
c) ABCEFG



85 **a)** Représenter en perspective une pyramide de hauteur 4 cm et dont la base est un rectangle de 5 cm sur 3 cm.
b) Représenter en perspective un cône de hauteur 4 cm et dont la base est un disque de rayon 2 cm.

Reconnaître et tracer le patron d'une pyramide

86 Le dessin ci-dessous est-il le patron d'une pyramide ? Si oui, quelle est la nature de sa base ?

87 Tracer un patron d'une pyramide dont la base est un losange RSTU tel que RT = 4 cm et SU = 6 cm, et dont les faces latérales sont des triangles équilatéraux.

Calculer le volume d'une pyramide, d'un cône S1

88 Calculer le volume d'une pyramide de hauteur 9 cm et dont la base est un carré de 5 cm de côté.

89 Calculer le volume d'un cône de 8 cm de hauteur et de rayon 6 cm.
Donner l' arrondi à 0,1 cm^3 près.

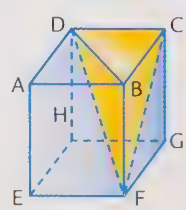
90 Calculer le volume d'un cône de 12 cm de hauteur et de diamètre 6 cm.
Donner l' arrondi à 0,1 cm^3 près.

Résoudre des problèmes

91 Calculer la hauteur d'une pyramide qui a un volume de 88 cm^3 et dont la base est un triangle rectangle dont les deux côtés de l'angle droit mesurent 6 cm et 4 cm.

92 Un cône de sommet F a un disque de base de centre O et de rayon OH = 5 cm. FH = 8 cm. Calculer le volume de ce cône. Donner le résultat à 0,1 cm^3 près.

93 ABCDEFGH est un parallélépipède rectangle tel que ABCD est un carré de côté 4 cm et BF = 5 cm.
a) Calculer le volume de la pyramide FDBC. Donner un arrondi à 0,1 cm^3 près.
b) Tracer un patron de la pyramide FDBC.



Chapitre 11

Triangle rectangle, cercle et bissectrice

Art et géométrie
Dans le programme de 4e, on étudie tout particulièrement les propriétés du triangle rectangle. On a vu le théorème de Pythagore qui met en évidence une relation entre les longueurs des côtés. Dans ce chapitre, on abordera d'autres propriétés qui relient le cercle et le triangle rectangle.
Dans la peinture abstraite, les figures géométriques sont souvent présentes, c'est en particulier le cas des triangles et cercles comme dans les tableaux d'Auguste Herbin. Après avoir travaillé avec les cubistes, ce peintre français (1898-1960) décide de se lancer, à partir de 1931, dans une peinture essentiellement constituée de figures géométriques comme dans le tableau ci-contre.

PRÉREQUIS

1 Reconnaître et tracer dans un triangle une médiane, une médiatrice, le cercle circonscrit **(socle 5e)**.
2 Reconnaître et tracer la bissectrice d'un angle **(socle 5e)**.
3 Utiliser un logiciel de géométrie pour tracer des angles de mesures données, des bissectrices, médiatrices et cercles circonscrits **(socle 5e)**.

OBJECTIFS

1 Utiliser les propriétés reliant triangle rectangle et cercle.
2 Utiliser la distance d'un point à une droite pour :
– caractériser des points d'une bissectrice ;
– construire la tangente à un cercle en l'un de ses points ;
– construire le cercle inscrit dans un triangle.
3 Résoudre des problèmes.

LIVRET DE COMPÉTENCES

Compétences travaillées
Aucune compétence en rapport avec ce chapitre ne fait partie du socle commun de 4e.

Je fais le point sur mes connaissances

Pour réactiver mes connaissances

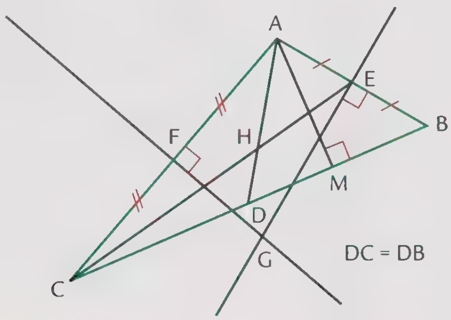
SOCLE

1. Reconnaître et tracer une médiane, une médiatrice, le cercle circonscrit d'un triangle

Rappel 21 p. 289 et suivantes

Exercices 6 à 11 p. 207

a) À partir des informations portées sur la figure, dire si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses.
Dans le triangle ABC :
(1) (FG) est une médiane ;
(2) (AD) est une médiane ;
(3) (CE) est une médiatrice ;
(4) (GE) est une médiatrice.



b) À partir des informations portées sur la figure, dire, si possible, quel est le centre du cercle circonscrit au triangle ABC ci-dessus.

Rappel 28 p. 289 et suivantes

c) (1) Tracer un triangle XYZ tel que $\widehat{XYZ} = 130°$, XZ = 4 cm et XY = 3 cm.
(2) Tracer en bleu la médiane issue de X ; elle coupe [YZ] en M.
(3) Tracer en rouge la médiatrice du côté [YZ].
(4) Tracer le cercle circonscrit au triangle XYZ.

SOCLE

2. Tracer la bissectrice d'un angle

Exercices 12 à 15 p. 207

Rappel 27 p. 289 et suivantes

a) (1) Tracer un angle $\widehat{xOy}$ de mesure 67°.
(2) Tracer la bissectrice de cet angle en utilisant le rapporteur.
b) (1) Tracer un angle $\widehat{tAz}$ de mesure 137°.
(2) Tracer la bissectrice de cet angle sans utiliser le rapporteur.

SOCLE

3. Avec un logiciel de géométrie

Exercices 16 et 17 p. 20

Fiches logiciels

a) Placer deux points A et B. Tracer la demi-droite [AB).
Placer un point C tel que $\widehat{CAB} = 65°$.
Placer un point D tel que $\widehat{DAB} = 137°$.
Marquer l'angle $\widehat{CAD}$ et marquer sa mesure à l'aide du logiciel.
b) Sur une nouvelle feuille de travail tracer un segment [EF] tel que EF = 7 cm.
Placer un point G tel que $\widehat{FEG} = 70°$ et $\widehat{GFE} = 50°$.
Tracer la bissectrice de l'angle $\widehat{FEG}$.
Tracer la médiatrice de [EF].
c) Tracer un triangle ABC. Placer un point D sur [AB].
Tracer le cercle circonscrit au triangle ABC.
Tracer le cercle circonscrit au triangle ACD. Construire le centre O du cercle circonscrit au triangle ACD.

Activités

Dans ce chapitre, j'apprends à :

- Utiliser les propriétés reliant triangle rectangle et cercle
- Utiliser la distance d'un point à une droite
- Résoudre des problèmes

Utiliser les propriétés reliant triangle rectangle et cercle

1. Cercle circonscrit à un triangle rectangle

▶ Exercices 18 à 27 p. 208

a) Conjecturer.

(1) Effectuer plusieurs fois la construction suivante :
Tracer un triangle rectangle. Construire le cercle circonscrit à ce triangle.

(2) Quelle conjecture peut-on faire concernant le centre du cercle ?

(3) Énoncer la conjecture sous la forme « Si ... alors ... ».

b) Démontrer. Tracer un triangle EFG rectangle en E. Soit O le milieu de [FG] et E′ le symétrique de E par rapport à O.

(1) Démontrer que EFE′G est un rectangle.

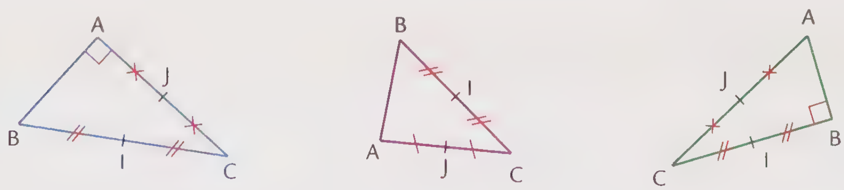
(2) Démontrer que le point O est le centre du cercle circonscrit à EFG.

c) Quelle autre propriété concernant la longueur de la médiane issue de l'angle droit d'un triangle rectangle peut-on déduire de **b** ?

d) Appliquer.

Connaissance 1a et b p. 202

(1) Pour chacune de ces figures, déterminer, si possible, le centre du cercle circonscrit au triangle ABC.



(2) Pour chacune de ces figures, calculer, si possible AI.

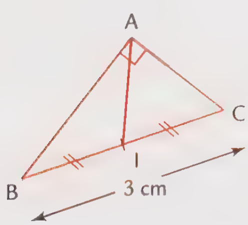


Figure 1

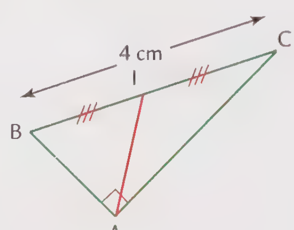


Figure 2

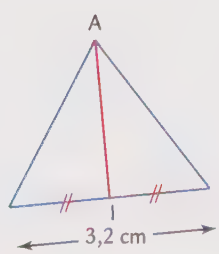


Figure 3

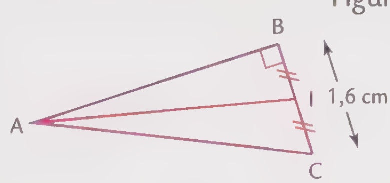


Figure 4

→ Méthode 1 p. 204

Activités mentales
Exercices rituels

2. Triangle, cercle et diamètre

▶ Exercices 29 à 38 p. 209

a) Conjecturer.

(1) Effectuer plusieurs fois la construction suivante :
Tracer un cercle de centre O et tracer un diamètre [AB].
Placer un point M sur le cercle (autre que A et B).

(2) Quelle conjecture peut-on faire concernant les triangles ABM ?

(3) Énoncer la conjecture sous la forme « Si ... alors ... ».

b) Démontrer.

Sur l'un des cercles tracés à la question **a** placer le point P tel que [MP] soit un diamètre du cercle.

(1) Démontrer que AMBP est un rectangle.

(2) Que peut-on encore conclure pour le triangle AMB ?

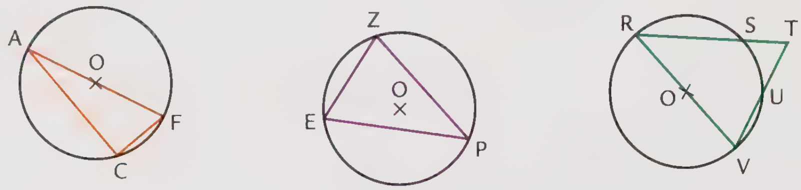
Connaissance 1c et d p. 202

c) Compléter la propriété « Si, dans un triangle, la longueur de la médiane issue d'un sommet est ... alors ... ».

→ Méthodes 2 et 3 p. 205

d) Appliquer.

(1) Nommer les triangles rectangles à l'aide des points marqués sur les figures. (Tous les côtés des triangles à repérer ne sont pas forcément tracés.)
Dans chaque figure le centre du cercle est le point O.



(2) Dans chaque figure, indiquer si le triangle ABC est rectangle.

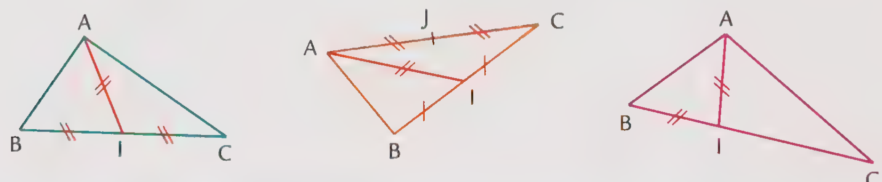


Figure 1 Figure 2 Figure 3

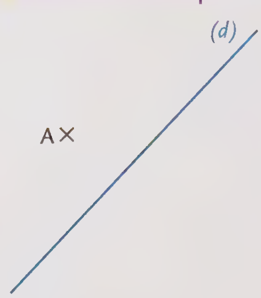
Utiliser la distance d'un point à une droite

3. Le plus court chemin

▶ Exercices 39 à 41 p. 210

a) Conjecturer.

Tracer une droite (d) et placer un point A comme ci-contre.
Placer un point M sur (d) tel que la distance AM soit la plus petite possible.
Quelle conjecture peut-on faire au sujet de la droite (AM) ?



b) Démontrer.

Soit un point A et une droite (d) qui ne passe pas par A. La perpendiculaire à (d) passant par A coupe (d) en M. Placer un point R sur (d). Justifier que $AM < AR$.

Voir Fiche logiciel 3 p. 301

c) Avec un logiciel de géométrie.

(1) Placer deux points A et B. Tracer la droite (AB). Placer un point C non situé sur (AB). En utilisant le logiciel, afficher la distance de C à (AB).

(2) Tracer la droite perpendiculaire à (AB) qui passe par C, elle coupe (AB) en D. Tracer le segment [CD]. Vérifier que CD correspond bien à la distance de C à (AB).

Connaissance 2 p. 202

4. Distance et bissectrice

▸ Exercices 42 et 43 p. 210

a) Conjecturer.

(1) Tracer un angle $\widehat{xOy}$ et tracer la bissectrice de cet angle. Placer un point M sur cette bissectrice. Comparer la distance de M à chacun des côtés de l'angle. Refaire le même travail avec d'autres points de cette bissectrice.

(2) Énoncer une conjecture concernant la distance d'un point de la bissectrice aux côtés de l'angle. Cette conjecture sera admise.

b) Réciproquement.

(1) Tracer deux demi-droites de même origine. Placer tous les points situés à égale distance de ces deux demi-droites.

(2) Énoncer une conjecture concernant tous les points situés à égale distance de deux demi-droites de même origine. Cette conjecture sera admise.

Connaissance 3 p. 203

5. Distance et triangle

▸ Exercice 44 p. 210

a) Conjecturer.

(1) Effectuer plusieurs fois la construction suivante :
Tracer un triangle et les bissectrices des trois angles.

(2) Quelle conjecture peut-on faire ?

b) Démontrer.

(1) Tracer un triangle BTS. Tracer les bissectrices des angles $\hat{B}$ et $\hat{T}$ du triangle BTS. Elles se coupent en I.

(2) Démontrer que I est à égale distance des côtés [SB] et [ST] du triangle.

(3) Démontrer que [SI) est la bissectrice de l'angle $\hat{S}$ du triangle BTS.

6. Tangente à un cercle

▸ Exercices 45 et 46 p. 210

a) (1) Combien de points d'intersection peut-il y avoir entre un cercle ($\mathscr{C}$) de centre O et une droite (d) ? Faire une figure pour illustrer chaque situation.

(2) Dans chaque cas, que peut-on dire de la distance de O à la droite (d) ?

b) Tracer un cercle de centre O, placer un point M sur ce cercle. Trouver une méthode pour tracer la droite qui a le point M pour seul point commun avec le cercle.

c) Avec un logiciel de géométrie.

(1) Tracer un cercle de centre O. Placer un point M sur ce cercle. Tracer la tangente au cercle en M.

(2) Tracer (OM). Vérifier que la tangente tracée par le logiciel est bien perpendiculaire à (OM).

Connaissance 4.a p. 203

7. Cercle inscrit

▸ Exercices 47 à 52 p. 210

Connaissance 4.b p. 203

Tracer un triangle MNP tel que MN = 7 cm, NP = 6 cm et MP = 5 cm.
Tracer le cercle tel que chaque côté du triangle soit tangent au cercle.

Résoudre des problèmes

8. Problèmes

▸ Exercices 53 à 73 p. 211

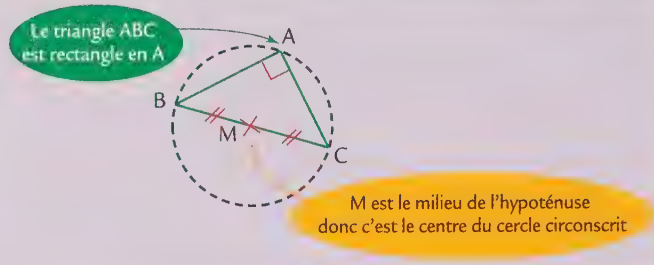
1 Triangle rectangle, cercle circonscrit et médiane

Exercices 18 et 19 p. 208

a) Triangle rectangle et centre du cercle circonscrit

PROPRIÉTÉ

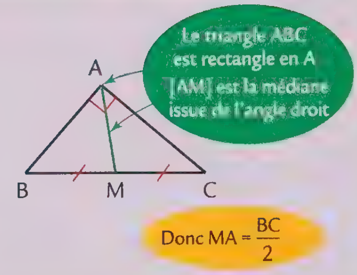
Si un triangle est rectangle alors le centre du cercle circonscrit à ce triangle est le milieu de l'hypoténuse.



b) Conséquence

PROPRIÉTÉ

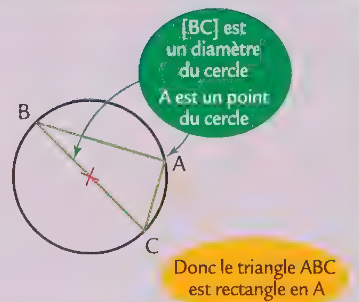
Si un triangle est rectangle alors la longueur de la médiane issue de l'angle droit est égale à la moitié de la longueur de l'hypoténuse.



c) Triangle inscrit dans un demi-cercle

PROPRIÉTÉ

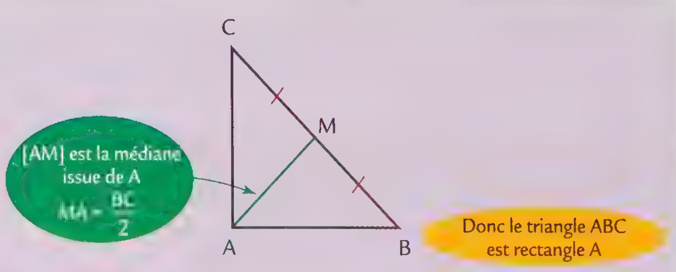
Si, dans un cercle, un triangle a pour sommets les extrémités d'un diamètre et un point du cercle, alors ce triangle est rectangle en ce point.



d) Conséquence

PROPRIÉTÉ

Si, dans un triangle, la médiane issue d'un sommet a une longueur égale à la moitié de la longueur du côté opposé, alors le triangle est rectangle en ce sommet.

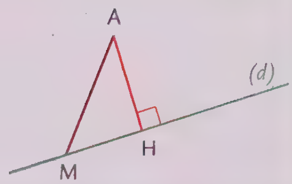


2 Distance d'un point à une droite

Exercices 39 à 42 p. 210

DÉFINITION

Soit une droite (d) et un point A qui n'appartient pas à (d). Le point de (d) le plus proche de A est le point H tel que la droite (AH) est perpendiculaire à (d).
AH est appelée la **distance** du point A à la droite (d).
Pour tout point M non confondu avec H, on a $AH < AM$.



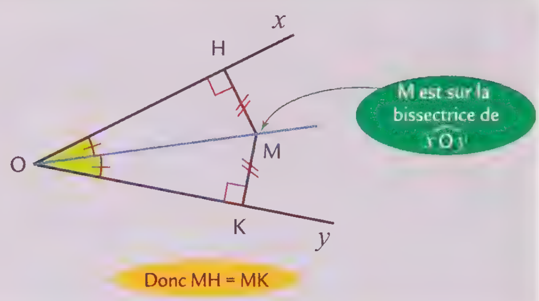
3 Points d'une bissectrice

Exercice 43 p. 210

a) Propriété d'une bissectrice

PROPRIÉTÉ

Si un point est sur la bissectrice d'un angle, alors il est équidistant des côtés de cet angle.



b) Réciproque

PROPRIÉTÉ

Si un point M est équidistant des côtés d'un angle de sommet O alors [OM) est la bissectrice de cet angle.

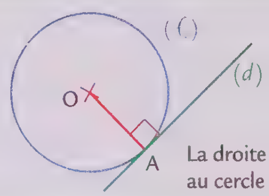
4 Cercle et tangente

Exercices 45 et 46 p. 210

a) Tangente à un cercle en un point

DÉFINITION

La tangente à un cercle en un point est la droite qui est perpendiculaire au rayon qui passe par ce point.

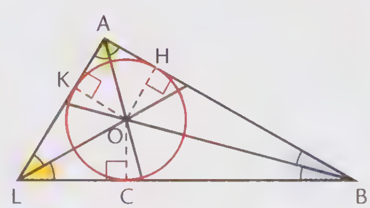


La droite (d) est tangente au cercle $(\mathscr{C})$ en A

Remarque : La tangente à un cercle coupe ce cercle en un seul point.

b) Cercle inscrit dans un triangle

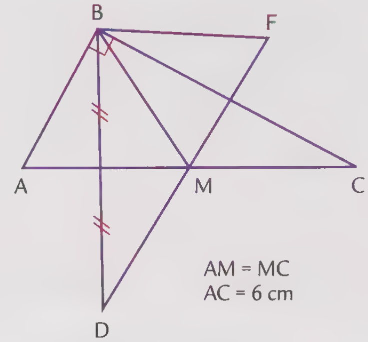
Dans tout triangle, les bissectrices des trois angles sont concourantes. Leur point d'intersection est le centre du cercle tangent aux trois côtés du triangle.
Ce cercle est appelé **cercle inscrit dans le triangle**.



1. Calculer la longueur d'un segment

Méthode **En utilisant la propriété de la médiane du triangle rectangle**

>> Exercice : À partir des informations portées sur la figure, calculer BM.



ÉTAPES

a) Je cherche

(1) Que faut-il que je calcule ?

► *Une longueur.*

(2) Quelles propriétés puis-je utiliser ?

► *Voir p. 302-303.*

(3) Laquelle choisir ?

► *Il y a une médiane, un angle droit donc peut-être la propriété de la médiane dans un triangle rectangle.*

(4) Ai-je les conditions d'utilisation de cette propriété ?

► *Oui, dans le triangle ABC rectangle en B, [BM] est la médiane issue de B et on connaît AC.*

b) Je rédige

SOLUTION

(1) J'écris ce que je sais pour pouvoir utiliser la propriété.

On sait que ABC est un triangle rectangle en B. M est le milieu de [AC] et AC = 6 cm.

(2) J'écris la propriété.

Si un triangle est rectangle alors la longueur de la médiane issue de l'angle droit est égale à la moitié de la longueur de l'hypoténuse.

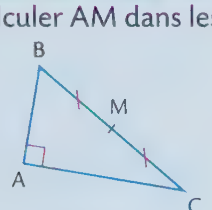
(3) Je conclus.

Donc, en cm, $BM = \dfrac{AC}{2} = 3$.

EXERCICES D'APPLICATION

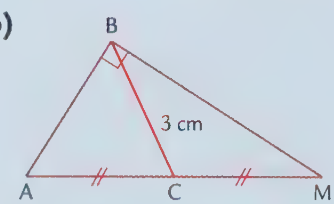
1 Calculer AM dans les cas suivants.

a)

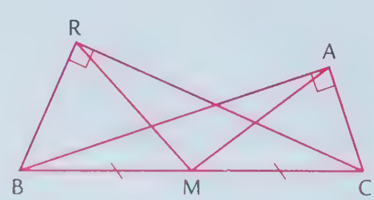


BC = 8 cm

b)



2 Calculer BC et AM.

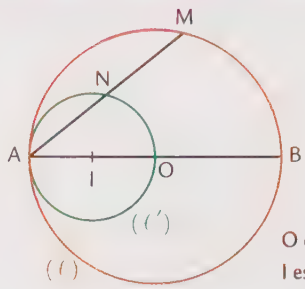


RM = 3,2 cm

2. Démontrer que deux droites sont perpendiculaires

Méthode 1 **En utilisant une propriété du cercle circonscrit**

>> Exercice : À partir des informations portées sur la figure, démontrer que les droites (AM) et (ON) sont perpendiculaires.



O est le centre du cercle (𝒞)
I est le centre du cercle (𝒞′)

ÉTAPES

a)Je cherche

(1) Que faut-il que je démontre ?
► *Que des droites sont perpendiculaires.*

(2) Quelles propriétés puis-je utiliser ?
► *Voir p 302-303.*

(3) Laquelle choisir ?
► *Il y a des cercles, des diamètres et des points sur le cercle donc peut-être la propriété du triangle inscrit dans un demi-cercle.*

(4) Ai-je les conditions d'utilisation de cette propriété ?
► *Oui, car [AO] est un diamètre du cercle (𝒞′) et N un point de ce cercle.*

b) Je rédige

SOLUTION

(1) J'écris ce que je sais pour pouvoir utiliser la propriété.
On sait que N est un point du cercle de diamètre [AO].

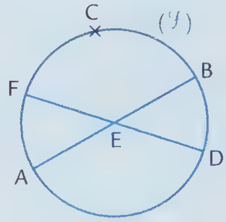
(2) J'écris la propriété.
Si, dans un cercle, un triangle a pour sommets les extrémités d'un diamètre et un point du cercle alors ce triangle est rectangle en ce point.

(3) Je conclus.
Donc le triangle ANO est rectangle en N. Les droites (AN) et (ON) sont perpendiculaires donc les droites (AM) et (ON) sont perpendiculaires.

EXERCICES D'APPLICATION

3 Démontrer que :

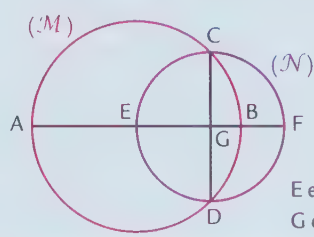
a) (BF) est perpendiculaire à (AF) et à (BD) ;
b) (CA) est perpendiculaire à (CB).



E centre du cercle (ℒ)

4 Démontrer que :

a) (AC) est perpendiculaire à (CB) ;
b) (ED) est perpendiculaire à (DF).

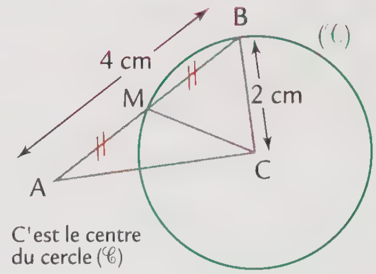


E est le centre du cercle (ℳ)
G est le centre du cercle (𝒩)

Méthode 2

En utilisant la propriété de la médiane du triangle rectangle

>> Exercice : À partir des informations portées sur la figure, démontrer que les droites (AC) et (CB) sont perpendiculaires.



ÉTAPES

a) Je cherche

(1) Que faut-il que je démontre ?

▶ *Que des droites sont perpendiculaires.*

(2) Quelles propriétés puis-je utiliser ?

▶ *Voir p. 302-303.*

(3) Laquelle choisir ?

▶ *Il y a une médiane et des longueurs, peut-être la propriété de la longueur de la médiane.*

(4) Ai-je les conditions d'utilisation de cette propriété ?

▶ *Oui, dans le triangle ABC, [MC] est une médiane. On connaît MC et AB.*

b) Je rédige

SOLUTION

(1) J'écris ce que je sais pour pouvoir utiliser la propriété.

M est le milieu de [AB] donc [CM] est la médiane du triangle ABC issue de C. M est un point du cercle de centre C et de rayon 2 cm donc CM = 2 cm.

De plus, AB = 4 cm donc $CM = \frac{AB}{2}$.

(2) J'écris la propriété.

Si, dans un triangle, la médiane issue d'un sommet a une longueur égale à la moitié de la longueur du côté opposé alors le triangle est rectangle en ce sommet.

(3) Je conclus.

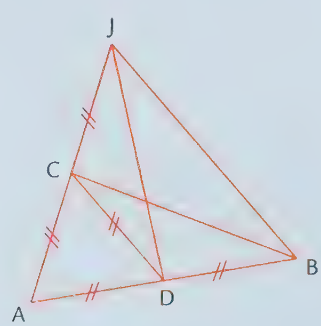
Donc le triangle ABC est rectangle en C. Les droites (AC) et (CB) sont perpendiculaires.

EXERCICE D'APPLICATION

5 Démontrer que :

a) les droites (AC) et (CB) sont perpendiculaires ;

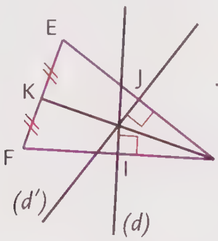
b) les droites (AD) et (DJ) sont perpendiculaires.



Je réactive mes connaissances

Reconnaître et tracer une médiane, une médiatrice, un cercle circonscrit

En utilisant les informations portées sur la figure, nommer des médianes et des médiatrices du triangle EFG.

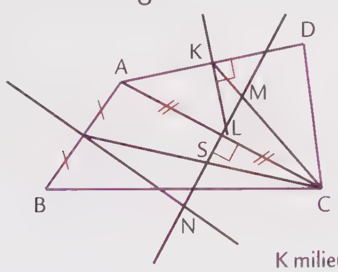


J milieu de [EG]
I milieu de [FG]

Tracer un triangle ABC tel que AB = 6 cm, BC = 5 cm et AC = 4 cm.
a) Tracer la médiane issue de A.
b) Tracer la médiatrice de [BC].
c) Tracer le cercle circonscrit au triangle ABC.

Tracer un triangle EFG tel que EF = 8 cm, EG = 5 cm et FG = 4 cm.
a) Tracer les trois médianes du triangle.
b) Tracer les trois médiatrices.

En utilisant les informations portées sur la figure, nommer le centre du cercle circonscrit au triangle ABC et le centre du cercle circonscrit au triangle ADC.



K milieu de [AD]

Tracer le cercle circonscrit au triangle RST tel que RS = 5 cm, TR = 6 cm et ST = 7 cm.

11 Tracer le cercle circonscrit au triangle EFG tel que EF = 6 cm, EG = 4 cm et FG = 3 cm.

Tracer la bissectrice d'un angle

Dans chacun des cas suivants, tracer l'angle et sa bissectrice (utiliser le compas).
a) $\widehat{xOy} = 60°$ **b)** $\widehat{tAz} = 90°$ **c)** $\widehat{uBv} = 137°$.

13 Dans chacun des cas suivants, tracer l'angle et sa bissectrice (utiliser le compas).
a) $\widehat{xOy} = 75°$ **b)** $\widehat{tAz} = 45°$ **c)** $\widehat{uBv} = 149°$.

a) Tracer un triangle KLM tel que KL = 6 cm, LM = 5,5 cm et KM = 4 cm.
b) Tracer les bissectrices des angles $\widehat{K}$ et $\widehat{M}$ de ce triangle, elles se coupent en N.
c) Mesurer l'angle $\widehat{KNM}$.

a) Tracer un triangle ABC tel que AB = 9 cm, AC = 3 cm et BC = 7 cm.
b) Tracer la bissectrice issue de A, elle coupe (BC) en F.
c) Tracer la médiane issue de A, elle coupe [BC] en D.

Savoir utiliser un logiciel de géométrie

AVEC UN LOGICIEL DE GÉOMÉTRIE

Fiches logiciels

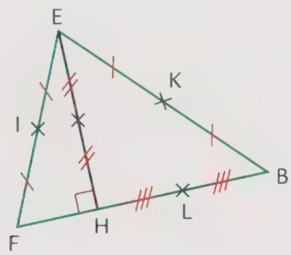
a) Tracer un triangle ABC tel que AB = 8 cm, $\widehat{BAC} = 50°$ et $\widehat{ABC} = 30°$.
b) Tracer la médiane de ce triangle issue de A, elle coupe [BC] en D.
c) Tracer la hauteur issue de B, elle coupe (AD) en E.
d) Tracer la bissectrice de l'angle $\widehat{C}$, elle coupe (AB) en F.
e) Mesurer l'angle $\widehat{FDB}$.

a) Tracer un triangle.
b) Tracer deux médiatrices de ce triangle. Elles se coupent en I.
c) Tracer deux médianes de ce triangle. Elles se coupent en G.
d) Tracer deux hauteurs de ce triangle, elles se coupent en H.
d) Conjecture : Que peut-on dire des points I, G et H ? Le vérifier avec le logiciel.
e) Cette conjecture semble-t-elle encore vérifiée en déplaçant les sommets du triangle ?

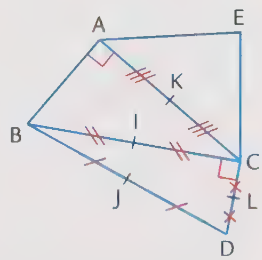
Pour s'entraîner

Utiliser les propriétés reliant triangle rectangle et cercle

18 **a)** Quel est le centre du cercle circonscrit au triangle EFH ? Justifier.
b) Quel est le centre du cercle circonscrit au triangle EHB ? Justifier.

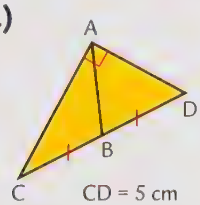


19 Indiquer, si possible, le centre du cercle circonscrit à chacun des triangles ABC, BCD et ACE. Justifier.

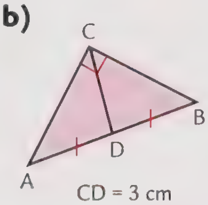


20 Dans chacun des cas suivants, calculer AB. Justifier votre réponse.

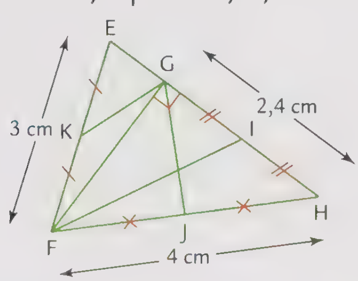
a)



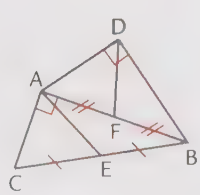
b)



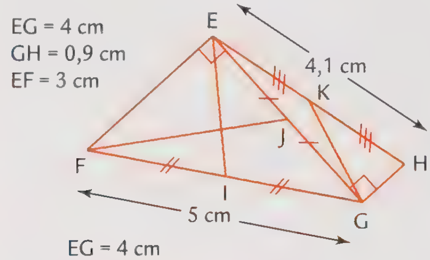
21 En utilisant les informations portées sur le dessin, calculer, si possible, FI, GJ et GK.



22 Sur la figure, AD = 2,7 cm, AB = 4,5 cm, et AE = 2,55 cm.
Calculer DF et BC.



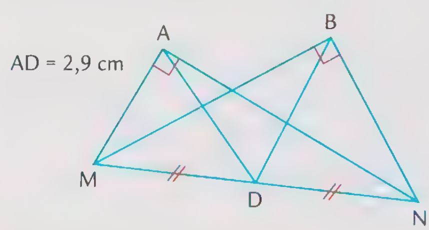
23 En utilisant les informations portées sur la figure calculer, si possible, EI, FJ, HJ et GK.



24 On sait que GHI est un triangle rectangle en G et que J est le milieu de [HI]. On sait également que HI = 6 cm.
Que peut-on déduire ?

25 Compléter le chaînon déductif suivant.
On sait que RAS est un triangle rectangle en S, que I est le milieu de [RA] et que RA = 10 cm.
Si ... alors ....
Donc IS = ...

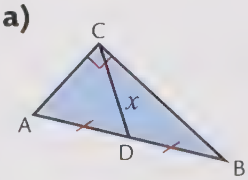
26 À partir des informations portées sur la figure, calculer MN et BD.



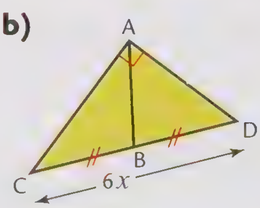
27 CALCUL LITTÉRAL

Dans chacun des cas suivants, exprimer AB en fonction de x.
(Les mesures sont exprimées dans la même unité.)

a)

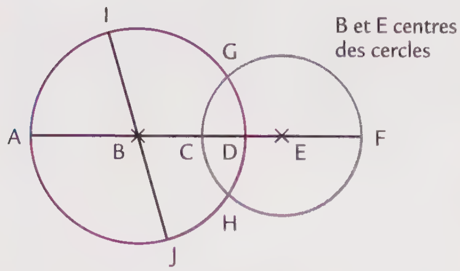


b)

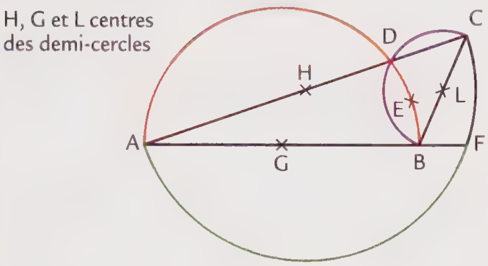


Pour les exercices 28 et 29, nommer tous les triangles rectangles possibles dont les sommets sont des points de la figure.

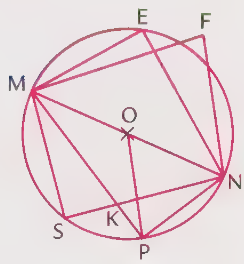
28



29



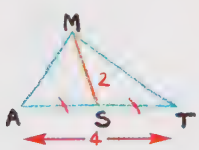
30 En utilisant les points de cette figure, nommer des triangles rectangles.



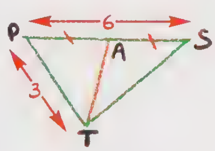
31 Compléter le chaînon déductif suivant.
On sait que P est un point du cercle ($\mathscr{C}$) et que [GH] est un diamètre de ce cercle.
Si ... alors ....
Donc ....

32 Parmi les triangles suivants dont on a fait un croquis à main levée, certains sont rectangles. Lesquels ? Justifier votre réponse.

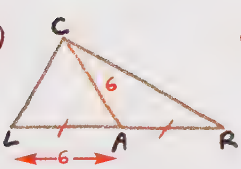
a)



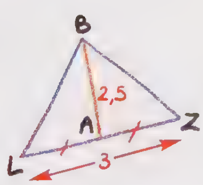
b)



c)

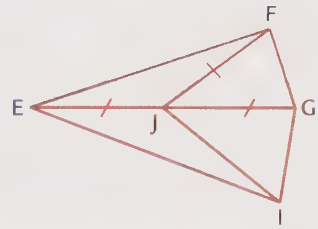


d)

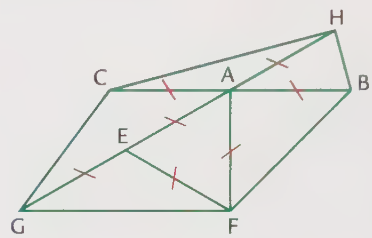


33 P est un point d'un cercle de diamètre [AB]. Que peut-on en déduire ?

34 Nommer le (les) triangle(s) rectangle(s) de la figure. Justifier.



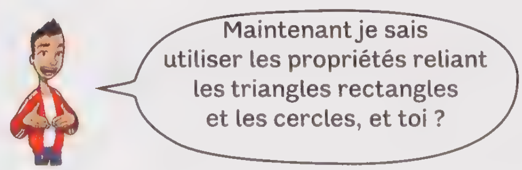
35 Nommer les triangles rectangles à l'aide des points marqués sur la figure (tous les côtés du triangle ne sont pas forcément tracés). Justifier.



36 ABC est un triangle dont la médiane issue de A a une longueur égale à la moitié de BC.
Que peut-on dire de ce triangle ?

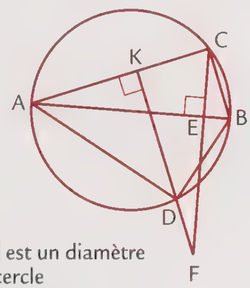
37 Compléter le chaînon déductif suivant.
On sait que LOI est un triangle, que M est le milieu de [LO], que MI = 4 cm et que LO = 8 cm.
Si ... alors ....
Donc ....

38 **a)** Tracer un triangle équilatéral FCB.
Construire les points suivants :
– A symétrique de B par rapport à C ;
– M symétrique de C par rapport à B.
b) Nommer tous les triangles rectangles qui ont pour sommets des points de la figure.



Utiliser la distance d'un point à une droite

39 Compléter d'après la figure :
a) FK est la distance de ... à la droite ... ;
b) ... est la distance de C à la droite (AB) ;
c) DB est la distance de ... à la droite ... ;
d) ... est la distance de F à la droite (AB) ;
e) DA est la distance de ... à la droite ... ;
f) ... est la distance de E à la droite (AB).

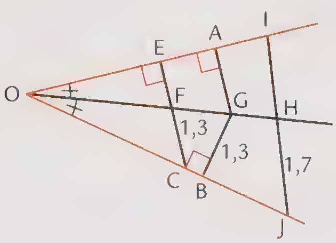


[AB] est un diamètre du cercle

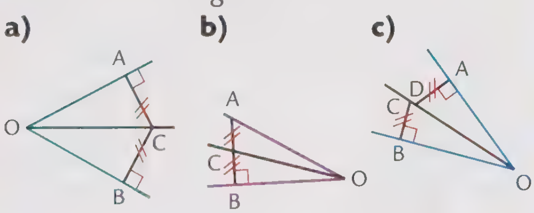
40 Tracer un triangle ABC tel que AB = 6 cm, AC = 4 cm et BC = 3 cm.
a) Mesurer la distance de A à la droite (BC).
b) Mesurer la distance de B à la droite (AC).

41 Tracer une droite (d). Placer un point A situé à 3 cm de (d). Placer un point B situé à 4 cm de (d). Placer un point C situé à 2 cm de (d).

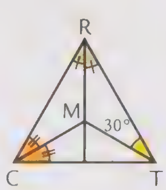
42 En utilisant les informations portées sur la figure, déterminer, si possible, EF, AG, HI.



43 Dans chacun de ces cas préciser si [OC) est la bissectrice de l'angle $\widehat{AOB}$.



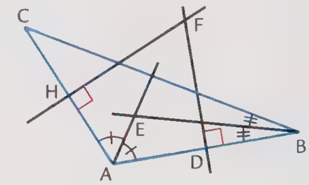
44 À partir des indications données sur la figure, déterminer $\widehat{MTC}$. Justifier la réponse.



45 Tracer un cercle de centre O. Placer trois points A, B et C sur ce cercle. Tracer les tangentes à ce cercle en A, en B et en C.

46 Tracer un triangle RAF tel que RA = 3,5 cm, RF = 4 cm et AF = 3 cm. Tracer le cercle circonscrit à ce triangle. Tracer la tangente à ce cercle en R, puis en A puis en F.

47 D est le milieu de [AB] et H est le milieu de [AC].



Quel est le centre du cercle inscrit dans le triangle ABC et celui du cercle circonscrit ?

48 Tracer un triangle MNP tel que MN = 5 cm, $\widehat{PMN} = 55°$ et $\widehat{PNM} = 80°$.
Tracer le cercle inscrit dans ce triangle.

Avec un logiciel de géométrie

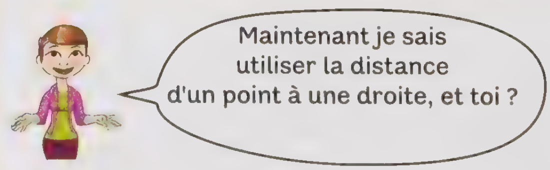
→ Fiche méthode logiciel 3 p. 301

49 Tracer une droite (d). Placer un point K non situé sur (d). Afficher la distance de K à (d). Placer un point J tel que la distance de J à (d) soit de 4 cm.

50 Tracer une droite (d). Placer 10 points situés à 4 cm de (d). Sur quelle(s) droite(s) semblent être placés ces points ? Vérifier avec le logiciel.

51 **a)** Tracer un triangle équilatéral ABC. Tracer le cercle circonscrit à ce triangle. Tracer les tangentes au cercle en A, B et C. Tracer le triangle EDF dont les sommets sont les points d'intersection des tangentes.
b) Quelle relation semble lier l'aire de EDF et l'aire de ABC ? Reste-t-elle vraie si on déplace les sommets du triangle ABC ?

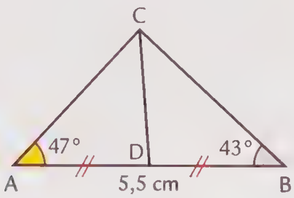
52 Tracer un triangle ABC. Tracer le cercle inscrit à ce triangle.



Résoudre des problèmes

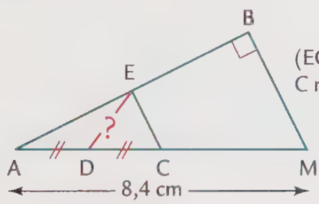
53 Tracer un triangle CAP tel que CP = 13 cm, CA = 5 cm et AP = 12 cm. Placer I milieu de [CP]. Démontrer que le point I est le centre du cercle circonscrit au triangle CAP.

54 À partir des indications portées sur la figure, déterminer CD.



55 PRS est un triangle tel que :
PR = 3 cm, RS = 7,8 cm et PS = 7,2 cm.
Soit I le milieu de [RS]. Calculer PI.

56 À partir des informations portées sur la figure, calculer ED.

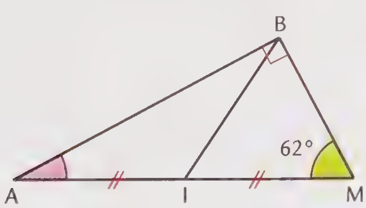


(EC) // (BM)
C milieu de [AM]

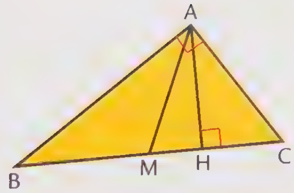
57 ABCD est un losange de centre O tel que AB = 4 cm.
Soit I le milieu de [AB]. Calculer OI.

58 THE est un triangle rectangle en T tel que TH = 2,8 cm et TE = 9,6 cm.
Soit M le milieu de [HE]. Calculer TM.

59 À partir des informations portées sur la figure, calculer $\widehat{BAM}$, $\widehat{ABI}$, $\widehat{MBI}$, $\widehat{AIB}$ et $\widehat{BIM}$.

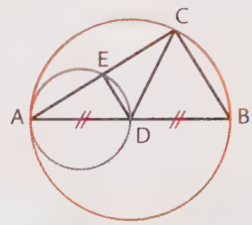


60 Dans un triangle ABC rectangle en A, la hauteur issue de A coupe [BC] en H et la médiane issue de A coupe [BC] en M. On sait que AM = 3 cm et AH = 2,5 cm.
Calculer l'aire du triangle ABC.

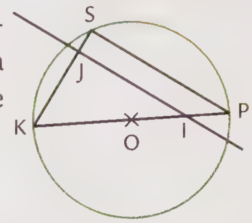


61 **a)** Tracer un cercle de centre O et de rayon 3 cm ainsi qu'un diamètre [AB] de ce cercle. Placer un point M sur ce cercle tel que AM = 4,8 cm.
b) Calculer MB.
c) Vérifier la vraisemblance du résultat sur le dessin.

62 En utilisant les informations portées sur la figure, démontrer que les droites (ED) et (CB) sont parallèles.

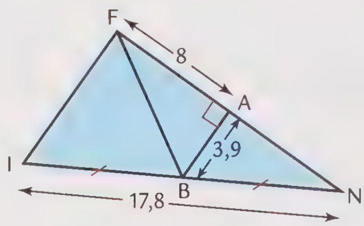


63 En utilisant les informations portées sur la figure, démontrer que (IJ) ⊥ (KS).

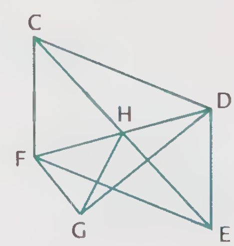


(IJ) // (PS) et O centre du cercle

64 Démontrer que le triangle FIN est rectangle.

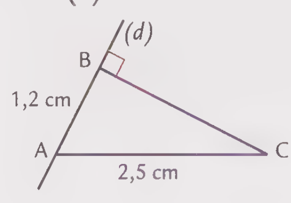


65 Démontrer que le triangle FGD est rectangle en G.

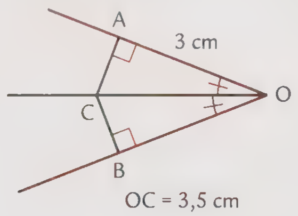


CDEF est un parallélogramme
HF = HG

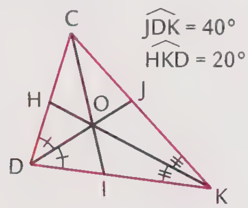
66 Calculer l'arrondi à 0,1 cm près de la distance de C à la droite (*d*).



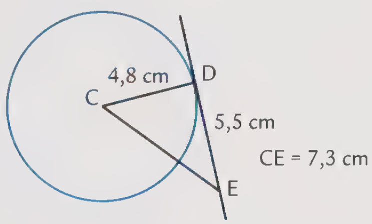
67 En utilisant les informations portées sur la figure, calculer un arrondi à 0,1 cm près de CB.



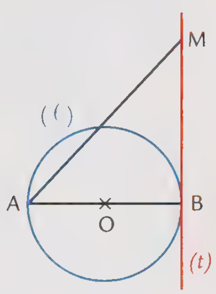
68 En utilisant les informations portées sur le dessin, calculer $\widehat{DCI}$.



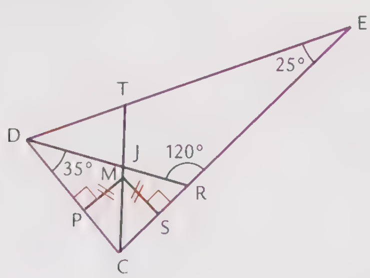
69 Démontrer que (DE) est la tangente au cercle de centre C.



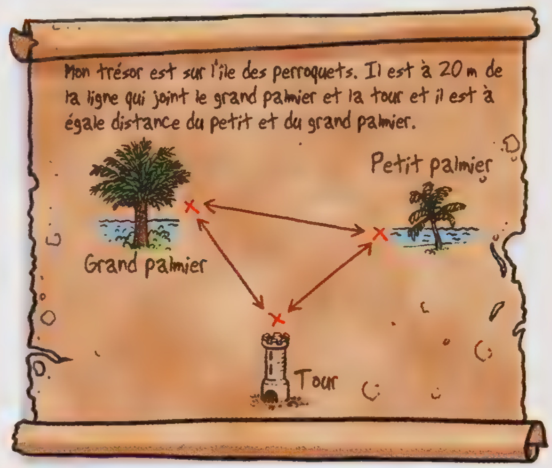
70 ($\mathscr{C}$) est un cercle de centre O et de rayon 2 cm. La droite (t) est tangente au cercle ($\mathscr{C}$) en B et BM = 4,2 cm. Calculer AM.



71 Démontrer que J est le centre du cercle inscrit dans le triangle CDE.



72 Un vieux pirate donne à son fils, avant de mourir, le parchemin ci-après.



Pour trouver ce trésor, son fils se rend sur l'île avec du papier, des instruments de géométrie (compas et double décimètre) et une grande corde à nœuds. Les nœuds sont espacés de 1 m. Arrivé sur l'île, il mesure les côtés du triangle formé par les deux palmiers et la tour pour pouvoir compléter la carte. Voici les mesures trouvées :

– grand palmier-petit palmier, 70 m ;
– grand palmier-tour, 50 m ;
– tour-petit palmier, 56 m.

a) Réaliser un plan à l'échelle 1/1000.

b) Construire sur ce plan l'emplacement du trésor.

c) Comment, sur le terrain, le fils du pirate peut-il savoir où creuser pour trouver le trésor ?

73 QU'EST-CE QUE J'AI APPRIS

a) Citer les propriétés de ce chapitre liant cercle, triangle rectangle, médiane en précisant ce qu'elles permettent de démontrer ou de calculer.

b) Vrai ou faux ?

(1) Le centre du cercle circonscrit à un triangle rectangle est le milieu d'un côté.

(2) Si un triangle a ses trois sommets sur un même cercle, alors c'est un triangle rectangle.

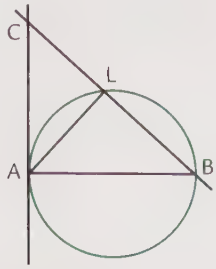
(3) Le cercle inscrit dans un triangle passe par les sommets de ce triangle.

(4) Le centre du cercle circonscrit est le point d'intersection des bissectrices.

(5) Quand on a tracé deux bissectrices d'un triangle on peut tracer la 3^e avec une règle non graduée et un crayon.

Pour approfondir

74 Sur la figure suivante, (CA) est tangente au cercle de diamètre [AB] en A.
Démontrer que $AB \times AC = AL \times BC$.



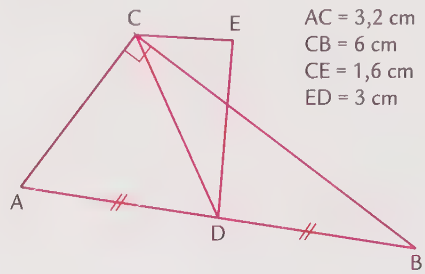
75 Tracer un triangle ABC tel que AB = 7 cm, AC = 5 cm et CB = 4 cm.
a) Placer le point M tel que M soit à égale distance de (AC) et de (AB), et que (CM) soit perpendiculaire à (AB).
b) Placer le point N tel que N soit à égale distance de (CA) et de (CB), et à égale distance des points A et C.

76 **a)** Tracer un segment [RT] de longueur de 6 cm. Tracer un demi-cercle ($\mathscr{C}$) de diamètre [RT]. La médiatrice de [RT] coupe ($\mathscr{C}$) en A.
(1) Démontrer que le triangle ART est rectangle et isocèle.
(2) Calculer AR. Donner l'arrondi au dixième de centimètre près.
b) (1) Placer le point M, symétrique de R par rapport à A.
(2) Calculer RM. Donner l'arrondi au dixième de centimètre près.
(3) Calculer MT.
c) Quelle est la nature du triangle RMT ?
d) Calculer $\widehat{ATM}$ et $\widehat{ATR}$.
e) (1) Tracer la bissectrice de l'angle $\widehat{RMT}$, elle coupe [TA) en B.
(2) Calculer $\widehat{BRT}$.
(3) Quel est le centre du cercle inscrit dans le triangle RMT ?
(4) Quel est le centre du cercle circonscrit au triangle RMT ?

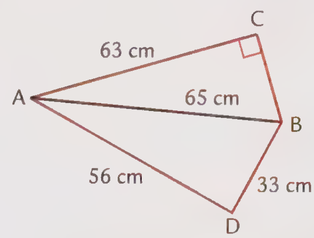
77 Soit EFG un triangle rectangle en G tel que EF = 2GF. Soit J le milieu de [EF] et I le symétrique de J par rapport à G.
Démontrer que les droites (EF) et (IF) sont perpendiculaires.

78 Un triangle MNP rectangle en M est tel que la mesure de l'angle $\hat{P}$ est le double de celle de l'angle $\hat{N}$.
Démontrer que PN = 2MP.

79 À partir des informations portées sur la figure, démontrer que le triangle ECD est rectangle en E.



80 O est le milieu de [AB]. Montrer que OC = OD.



Avec un logiciel de géométrie

→ Fiche méthode logiciel 3 p. 301

81 **a)** Tracer une droite(d). Placer un point A situé à 3 cm de (d). Tracer la droite parallèle à (d) qui passe par A. Placer un point B situé sur (d). Afficher la distance de B à (d).
b) Conjecturer. Déplacer B sur la droite (d). La distance reste-t-elle la même ?
c) Prouver la conjecture.

82 **a)** Tracer un segment [AB]. Tracer la droite (d) perpendiculaire à (AB) en A. Placer le point C sur (d) tel que AC = 2AB. Soit D le milieu de [AC] et E le symétrique de D par rapport à A.
b) Conjecturer. Quelle conjecture peut-on faire concernant les droites (BD) et (EB) ? Cette conjecture reste-t-elle vérifiée quand on déplace A, B ou C ?
c) Démontrer cette conjecture.

Recherche & créativité

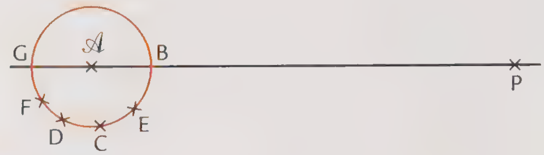
83 **Énigme**
Tracer un cercle ($\mathscr{C}$) de centre A et de rayon 2 cm. Placer un point P tel que AP = 10 cm. Comment, en utilisant uniquement une règle et un compas, tracer une tangente au cercle ($\mathscr{C}$) passant par P ?

TRIANGLE INFO *magazine*

Lancer de disque

Le lancer de disque est un sport pratiqué depuis l'Antiquité. Le disque a un poids de 2 kg pour les hommes. Les athlètes font un tour et demi sur eux-mêmes et lancent le disque. Le record du monde est un lancer de 74,08 m.
Une des difficultés techniques est de lâcher le disque au bon moment dans sa trajectoire circulaire pour qu'il retombe le plus loin possible et dans la zone autorisée.

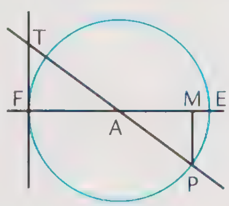
84 **a)** Lire le *Triangle Info.*
b) Imaginons la situation suivante : l'athlète $\mathscr{A}$ tourne sur lui-même et lance le disque qui tombe en P. De quel point F, D, C, ou E diriez-vous qu'il a été lancé ?



85 **Problème ouvert**
Soit ABC un triangle rectangle en A. Soit I un point de [BC]. Tracer la droite perpendiculaire à [AB] qui passe par I. Elle coupe [AB] en M. De même, tracer la perpendiculaire à [AC] qui passe par I. Elle coupe [AC] en N.
Où faut-il placer le point I pour que la longueur MN soit la plus petite possible ? Faire des essais. Conjecturer et démontrer.
On peut éventuellement utiliser un logiciel de géométrie pour faire des essais.

Devoirs maison

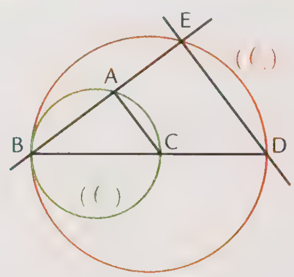
86 **Au brevet**
On considère un cercle de centre A et de rayon 5 cm. Soit [EF] un de ses diamètres. De plus AM = 4 cm et MP = 3 cm.



a) Démontrer que le triangle AMP est rectangle en M.
b) On trace la tangente au cercle en F ; cette droite coupe la droite (AP) en T. Démontrer que les droites (FT) et (MP) sont parallèles.

Brevet septembre 2008

87 **Au brevet**
On considère le cercle ($\mathscr{C}_1$), de diamètre [BC] et le cercle ($\mathscr{C}_2$) de diamètre [BD]. A est un point de ($\mathscr{C}_1$), et la droite (AB) coupe le cercle ($\mathscr{C}_2$) au point E.
On donne BA = 4, BC = 5 et BD = 9.

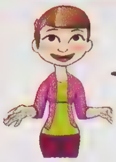


a) Parmi les deux propriétés suivantes, indiquer la propriété qui permet de démontrer ce résultat, dans cet exercice.
« Les bissectrices d'un triangle sont concourantes en un point qui est le centre du cercle inscrit dans ce triangle. » « Si un triangle est inscrit dans un cercle et que l'un de ses côtés est un diamètre de ce cercle, alors ce triangle est rectangle. »
b) Dans ABC rectangle en A, calculer AC.
c) En vous aidant du résultat donné à la question **a**, montrer que les droites (AC) et (ED) sont parallèles.

Brevet juin 2008 Polynésie française

Je prépare le contrôle

Tous ces exercices sont corrigés p. 268 et suivantes.

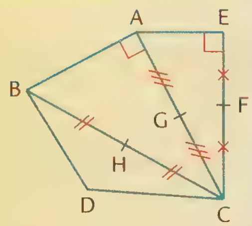
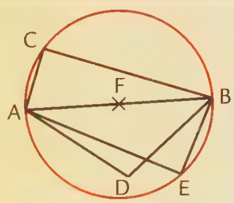


As-tu atteint tous les objectifs ?
Pour t'en assurer fais les exercices suivants !

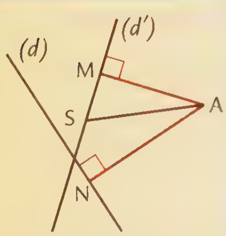
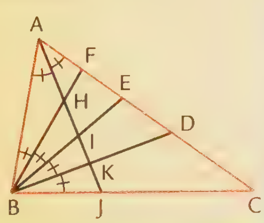
Pour chaque question, indiquer la (ou les) bonne(s) réponse(s).

Je complète un QCM

Utiliser les propriétés reliant triangle rectangle et cercle

		Réponse (1)	Réponse (2)	Réponse (3)
88	Sur la figure ci-contre ... 	le centre du cercle circonscrit au triangle ABC est G	le centre du cercle circonscrit à BDC est H	le centre du cercle circonscrit au triangle AEC est G
89	En utilisant les informations portées sur la figure ci-dessus et le fait que AC = 4 cm et BC = 6 cm, on peut affirmer que ...	AF = 2 cm	AH = 3 cm	EG = 2 cm
90	En utilisant les informations portées sur la figure, on peut affirmer que ... 	ABC est un triangle rectangle	AEB est un triangle rectangle	ADB est un triangle rectangle

Utiliser la distance d'un point à une droite

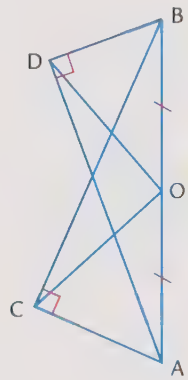
		Réponse (1)	Réponse (2)	Réponse (3)
91	En utilisant les informations portées sur la figure, on peut affirmer que ... 	la distance de A à (d') est AS	la distance de A à (d) est AN	la distance de A à (d') est AM
92	En utilisant les informations portées sur la figure, on peut affirmer que ... 	le centre du cercle inscrit au triangle ABC est I	le centre du cercle inscrit au triangle ABE est H	le centre du cercle inscrit au triangle BEC est K

Je rédige

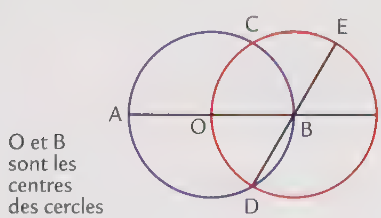
Utiliser les propriétés reliant triangle rectangle et cercle

93 ABC est un triangle rectangle en A tel que AB = 48 cm et AC = 64 cm.
Soit O le milieu de [BC]. Calculer AO.

94 Sur la figure, OC = 2 cm.
Calculer AB et OD.

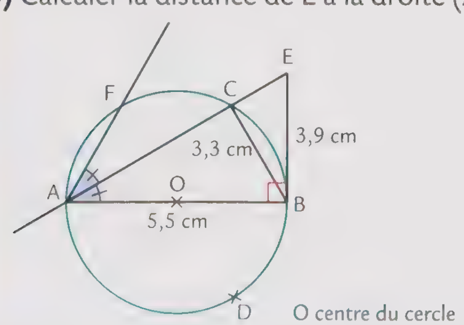


95 Nommer tous les triangles rectangles qui ont pour sommets des points de la figure.
Justifier.



Utiliser la distance d'un point à une droite

96 **a)** D'après les informations portées sur la figure, calculer la distance de B à la droite (AE).
b) Calculer la distance de E à la droite (AF).

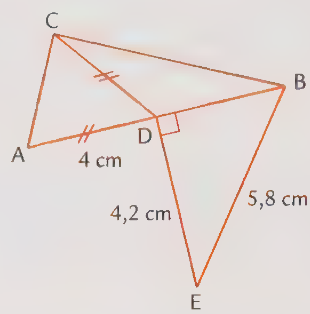


97 Soit un cercle de diamètre [AB] et de centre O. Tracer la droite (*d*) tangente au cercle en A et la droite (*d'*) tangente au cercle en B. Démontrer que (*d*) et (*d'*) sont parallèles.

98 Tracer un triangle RTD rectangle en R tel que RT = 6 cm et RD = 8 cm. Tracer le cercle inscrit dans le triangle RTD.

Résoudre des problèmes

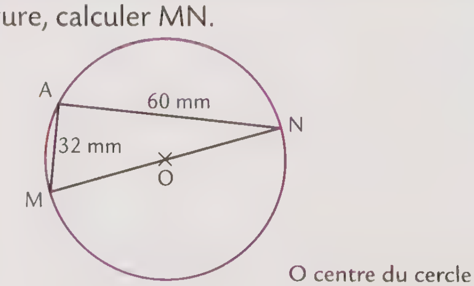
99 À partir des informations portées sur la figure, démontrer que les droites (AC) et (CB) sont perpendiculaires.



100 Soit ABC un triangle rectangle en A et M le milieu de [BC]. Placer le point N tel que AMCN soit un parallélogramme. Démontrer que AMCN est un losange.

101 THG est un triangle tel que TH = 54 mm, TG = 90 mm et HG = 72 mm. Calculer la longueur de la médiane issue de H.

102 À partir des informations portées sur la figure, calculer MN.



Chapitre 12

Triangle et droites parallèles

Le **viaduc de Garabit** est un ouvrage ferroviaire situé en France dans le Cantal. Entièrement métallique, il fut construit par la société Gustave Eiffel, il a été achevé en 1884, mais la mise en service de la ligne n'eut lieu qu'en 1888.
Ses structures verticales, parallèles entre elles, font penser à une configuration de Thalès.

PRÉREQUIS

1 Utiliser les propriétés de 5^e qui permettent de démontrer qu'un point est le milieu d'un segment (socle 5^e).

2 Démontrer que deux droites sont parallèles en utilisant les propriétés des angles (S1).

3 Résoudre des équations du type $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$.

OBJECTIFS

	Socle commun
1 Utiliser les propriétés directes de la droite des milieux et la réciproque de la droite des milieux.	S2
2 Utiliser le théorème de Thalès.	
3 Résoudre des problèmes qui utilisent les propriétés du chapitre.	

LIVRET DE COMPÉTENCES

Compétences travaillées

- *Géométrie.*
- Raisonner, argumenter, pratiquer une démarche expérimentale ou technologique, démontrer (voir exercices 36, 37, 39, 40, 43, 44 p. 231).

Je fais le point sur mes connaissances

Pour réactiver mes connaissances

SOCLE

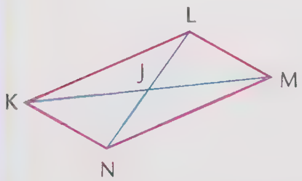
1. Utiliser des propriétés pour démontrer qu'un point est le milieu d'un segment

→ Fiches Méthodes p. 304

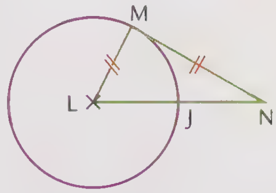
Exercices 6 à 8 p. 227

a) En utilisant les informations portées sur les figures, démontrer que J est le milieu de [LN].

(1)

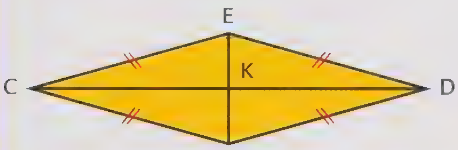


(2)

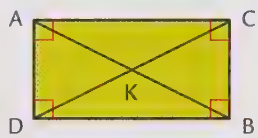


b) En utilisant les informations portées sur les figures, démontrer que K est le milieu de [CD].

(1)



(2)



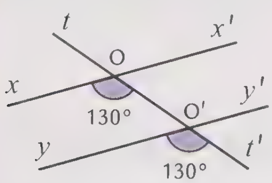
2. Démontrer que deux droites sont parallèles en utilisant les propriétés des angles

→ Fiches Méthodes p. 304

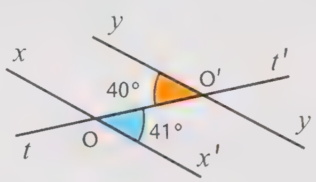
Exercices 9 à 11 p. 22

Préciser, pour chacun des cas suivants, si (xx') et (yy') sont parallèles. Justifier.

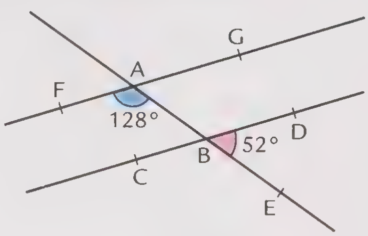
a)



b)



c) Préciser si (FG) et (CD) sont parallèles. Justifier.



3. Résoudre des équations du type $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$

Exercices 12 à 14 p. 2

Pour chacun des cas, calculer AB.

a) $\frac{AB}{6}=\frac{10}{15}$ **b)** $\frac{5}{11}=\frac{15}{AB}$ **c)** $\frac{2}{AB}=\frac{4}{11}$

Dans ce chapitre, j'apprends à :

Utiliser les propriétés des milieux et des droites parallèles dans un triangle

Utiliser le théorème de Thalès dans le triangle

Résoudre des problèmes

Utiliser les propriétés des milieux et des droites parallèles dans un triangle

1. Un triangle et deux milieux

▶ Exercices 15 à 22 p. 228

a) Conjecturer.

(1) Effectuer plusieurs fois la construction suivante :

- tracer un triangle ABC ;
- placer le milieu I de [AB] ;
- placer le milieu J de [AC] ;
- tracer (IJ).

(2) Quelle conjecture peut-on faire à partir de ces figures concernant la droite (IJ) ?

(3) Quelle conjecture peut-on faire à partir de ces figures concernant la longueur du segment [IJ] ?

b) Démontrer.

Voir exercice 64 p. 233.

c) Appliquer.

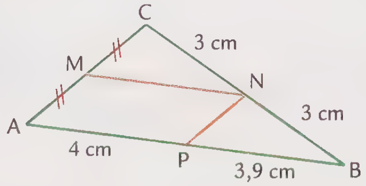
(1) En utilisant les informations portées sur la figure ci-dessous, citer des droites parallèles. Justifier.

(2) Calculer, si possible, MN et NP.

Activité TICE alternative

Connaissance 1 p. 222

→ Méthodes 1 et 2 p. 223-224



2. Un triangle, un milieu, une parallèle

▶ Exercices 23 et 24 p. 229

a) Conjecturer.

(1) Effectuer plusieurs fois la construction suivante :

– tracer un triangle ABC ;

– placer le milieu I de [AB] ;

– tracer la droite (*d*) parallèle à (BC) et passant par I, elle coupe (AC) en K.

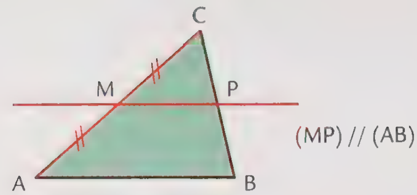
(2) Quelle conjecture peut-on faire concernant le point K ?

b) Démontrer. Voir exercice 65 p. 234.

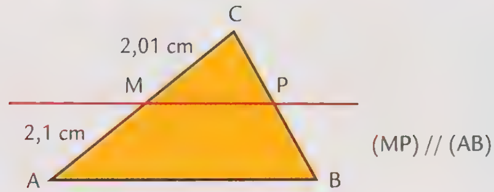
c) Appliquer. En utilisant les informations portées sur les figures, à la page suivante, le point P est-il le milieu de [BC] ? Justifier.

Activité TICE alternative

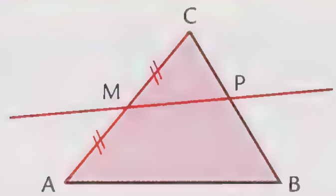
(1)



(2)



(3)



Connaissance 1 p. 222

–› Méthode 3 p. 226

Utiliser le théorème de Thalès dans le triangle

3. Un triangle et une parallèle

▶ Exercices 25 à 27 p. 229

Activité TICE alternative

a) Conjecturer.

(1) En prenant les mesures nécessaires sur les dessins, compléter le tableau. (On donnera l'arrondi des rapports à 0,1 près.)

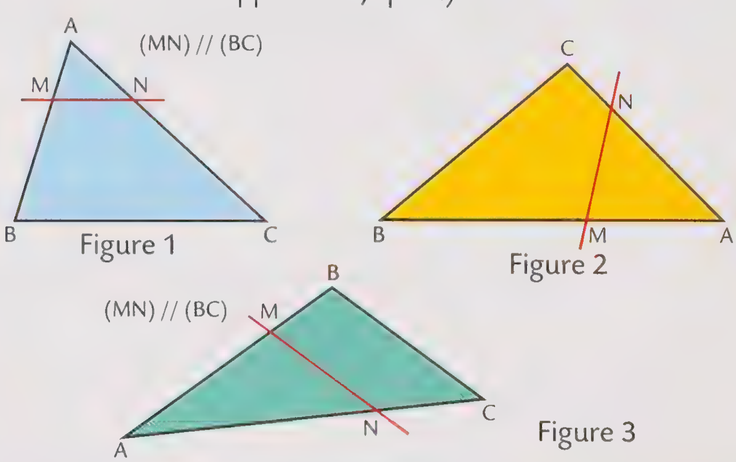
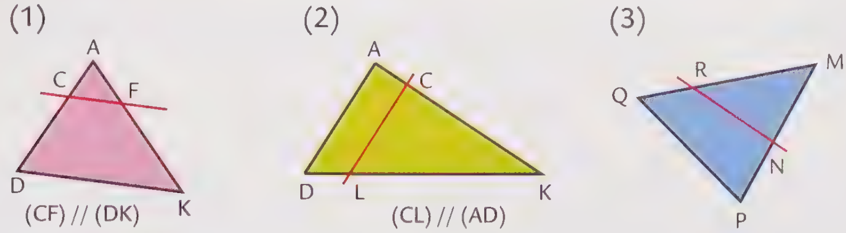


Figure 1 Figure 2 Figure 3

Rapports de longueurs	$\frac{AM}{AB}$	$\frac{AN}{AC}$	$\frac{MN}{BC}$
Figure 1			
Figure 2			
Figure 3			

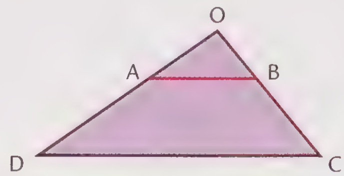
(2) Quelle conjecture peut-on faire ? On admettra cette conjecture qui s'appelle (en France) le théorème de Thalès.

b) Dans chacun des cas suivants écrire, si possible, avec les lettres du dessin, des rapports égaux.



c) Appliquer.

(1) Reproduire le dessin ci-dessous en respectant les informations indiquées.



(AB) // (DC)
OA = 2 cm
OD = 5 cm
AB = 3 cm

Connaissance 2 p. 222
→ Méthode 2 p. 225

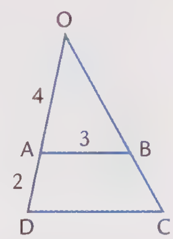
(2) Calculer DC.

(3) Vérifier la vraisemblance du résultat en prenant les mesures sur le dessin.

4. Contrôler les résultats

▶ Exercices 28 à 35 p. 229

Nicolas, Gaëlle et Arnaud ont à résoudre le problème suivant : « Sur la figure ci-contre, les droites (AB) et (DC) sont parallèles et les longueurs sont données en centimètres. Calculer DC ».



Voici leurs trois résultats :

Nicolas : DC = 1,5 cm ; **Gaëlle :** DC = 4,5 cm ; **Arnaud :** DC = 2 cm.

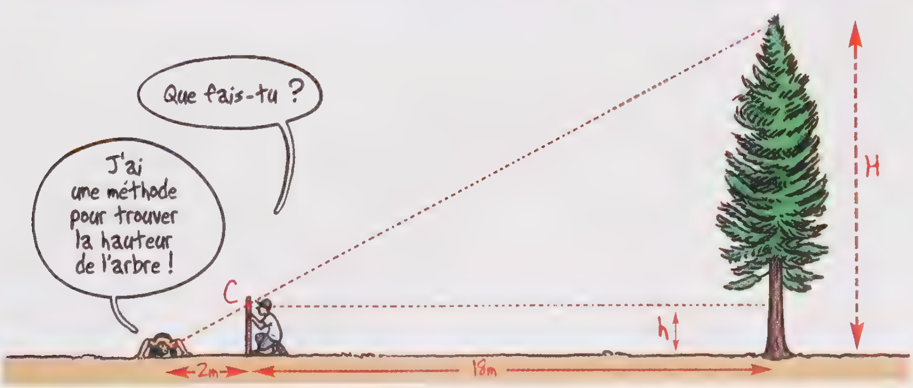
a) Sans effectuer de calculs et sans prendre de mesures sur le dessin, Carole affirme que deux réponses sur trois sont forcément fausses. Expliquer comment elle a procédé.

b) Calculer DC.

Résoudre des problèmes

5. Problèmes

▶ Exercices 36 à 67 p. 231

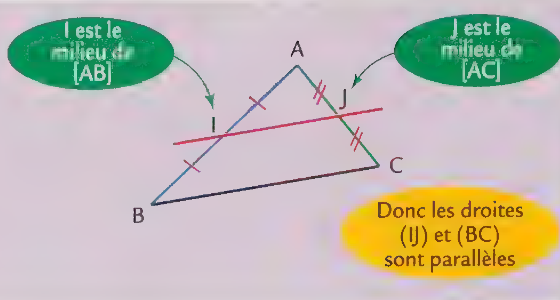


1 Milieux et droites parallèles dans un triangle

Exercices 15 à 24 p. 228

PROPRIÉTÉ

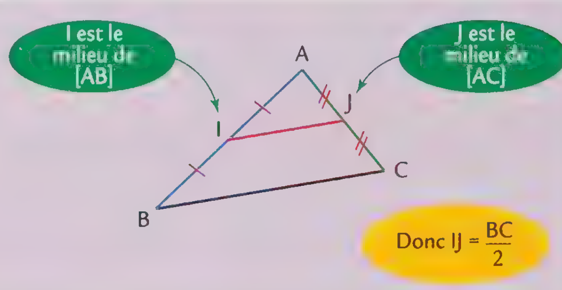
Si une droite passe par les milieux des deux côtés d'un triangle, alors elle est parallèle au troisième côté.



Cette propriété permet de démontrer que deux droites sont parallèles.

PROPRIÉTÉ

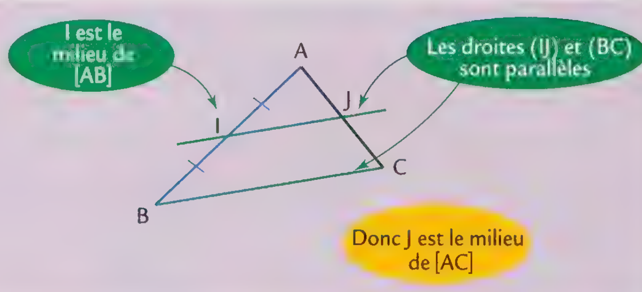
Si un segment joint les milieux de deux côtés d'un triangle alors sa longueur est égale à la moitié de la longueur du troisième côté.



Cette propriété permet de calculer la longueur d'un segment.

PROPRIÉTÉ

Si une droite passe par le milieu d'un côté dans un triangle et est parallèle à un deuxième côté alors elle coupe le troisième côté en son milieu.



Cette propriété permet de démontrer qu'un point est le milieu d'un segment.

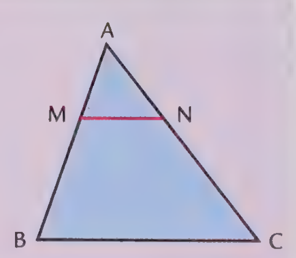
2 Théorème de Thalès dans le triangle

Exercices 25 à 35 p. 229

THÉORÈME

Dans un triangle ABC, où M est un point du côté [AB] et N un point du côté [AC], si les droites (MN) et (BC) sont parallèles alors :

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$



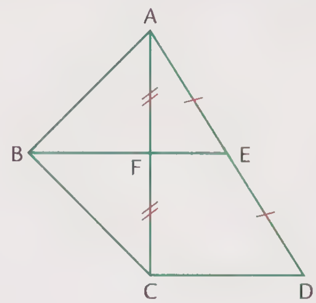
Cette propriété permet de calculer la longueur d'un segment.

1. Démontrer que deux droites sont parallèles

Méthode

En utilisant la propriété de la droite qui passe par les milieux de deux côtés d'un triangle

>> Exercice : En utilisant les informations portées sur la figure, démontrer que (EF) et (DC) sont parallèles.



ÉTAPES

a) Je cherche

(1) Que faut-il que je démontre ?
► *Que deux droites sont parallèles.*

(2) Quelle propriété puis-je utiliser ?
► *Voir p. 302-303.*

(3) Laquelle choisir ?
► *Il y a des milieux donc c'est peut-être la propriété de la droite des milieux.*

(4) Ai-je les conditions de cette propriété ?
► *Oui, dans le triangle ACD, F et E sont les milieux de deux côtés.*

b) Je rédige

SOLUTION

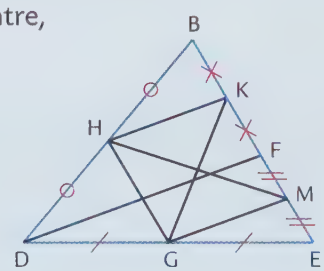
(1) J'écris ce que je sais pour utiliser la propriété.
Dans le triangle ACD, on sait que F est le milieu de [AC] et E est le milieu de [AD].

(2) J'écris la propriété.
Si une droite passe par le milieu de deux côtés d'un triangle alors elle est parallèle au troisième côté.

(3) Je conclus.
Donc (EF) est parallèle à (CD).

EXERCICE D'APPLICATION

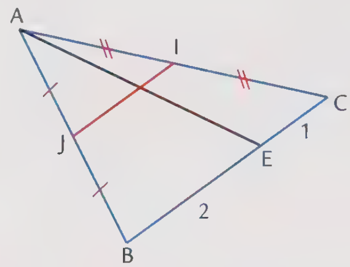
1 En utilisant les informations portées sur la figure ci-contre, démontrer que :
a) (KH) // (FD)
b) (MG) // (FD)
c) (HG) // (BE)



2. Calculer la longueur d'un segment

Méthode 1 En utilisant la propriété du segment qui joint les milieux de deux côtés d'un triangle

>> Exercice : En utilisant les informations portées sur la figure, calculer IJ. (Les mesures sont données en centimètres.)



ÉTAPES

a) Je cherche

(1) Que faut-il que je calcule ?

▶ *Une longueur.*

(2) Quelle propriété puis-je utiliser ?

▶ *Voir p. 302–303.*

(3) Laquelle choisir ?

▶ *Il y a des milieux donc peut-être la propriété du segment joignant les milieux de deux côtés d'un triangle.*

(4) Ai-je les conditions de cette propriété ?

▶ *Oui. Dans le triangle ABC, les points I et J sont les milieux de deux côtés et je connais la mesure du troisième.*

b) Je rédige

SOLUTION

(1) J'écris ce que je sais pour utiliser la propriété.

On sait que, dans le triangle ABC, I est le milieu de [AC] et J est le milieu de [AB].

(2) J'écris la propriété.

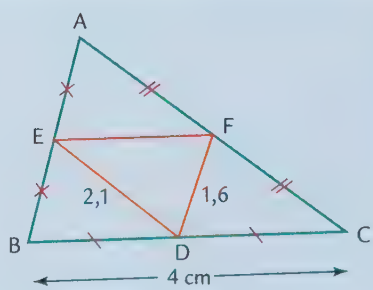
Si, dans un triangle, un segment joint les milieux de deux côtés, alors sa longueur est égale à la moitié de la longueur du troisième côté.

(3) Je conclus.

Donc $IJ = \dfrac{BC}{2}$, or $BC = 2 + 1 = 3$ cm
donc $IJ = 1{,}5$ cm.

EXERCICE D'APPLICATION

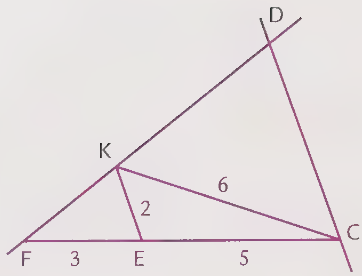
2 En utilisant les informations portées sur la figure ci-contre, calculer EF, AB et AC.
(Les mesures sont exprimées en centimètres.)



Méthode 2

En utilisant le théorème de Thalès dans le triangle

>> Exercice : En utilisant les informations portées sur la figure ci-contre et le fait que les droites (KE) et (DC) sont parallèles, calculer DC. (Les mesures sont exprimées en centimètres.)



ÉTAPES

a) Je cherche

(1) Que faut-il que je calcule ?

▶ *Une longueur.*

(2) Quelle propriété puis-je utiliser ?

▶ *Voir p. 302–303.*

(3) Laquelle choisir ?

▶ *Il y a deux droites parallèles et des longueurs donc peut-être le théorème de Thalès.*

(4) Ai-je les conditions de cette propriété ?

▶ *Oui. Dans le triangle FDC, il y a une parallèle à un côté et trois longueurs qui conviennent.*

b) Je rédige

(1) J'écris ce que je sais pour utiliser la propriété.

SOLUTION

Dans le triangle FDC, on sait que (KE) et (DC) sont parallèles. Donc, d'après le théorème de Thalès, on a :

(2) J'écris les rapports égaux.

$$\frac{FK}{FD} = \frac{FE}{FC} = \frac{KE}{DC}$$

(3) Je remplace les lettres par des mesures connues.

(4) Je calcule la longueur cherchée et contrôle la vraisemblance du résultat.

$$\text{donc } \frac{3}{8} = \frac{2}{DC} \text{ donc } 3DC = 16$$

(5) Je conclus.

$$\text{donc } DC = \frac{16}{3} \approx 5{,}3 \text{ (en cm).}$$

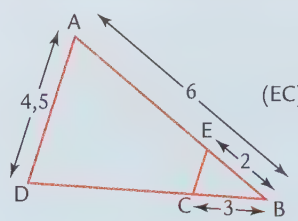
EXERCICES D'APPLICATION

3 En utilisant les informations portées sur la figure ci-contre, calculer :

a) BD

b) EC

(Les mesures sont exprimées en centimètres.)



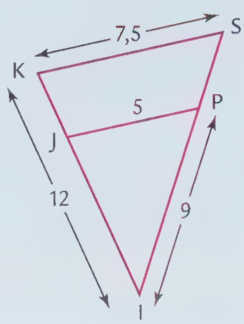
(EC) // (AD)

4 En utilisant les informations portées sur la figure ci-contre, calculer :

a) IS

b) IJ

(Les mesures sont exprimées en centimètres.)

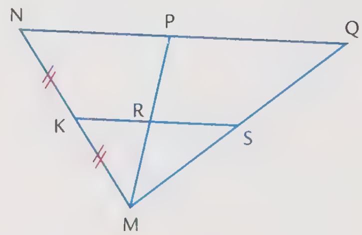


(KS) // (JP)

3. Démontrer qu'un point est le milieu d'un segment

Méthode

>> **Exercice :** En utilisant les informations portées sur la figure et le fait que (KR) et (NP) sont parallèles, démontrer que R est le milieu de [MP]. P est un point de [NQ].



ÉTAPES

a) Je cherche

(1) Que faut-il que je démontre ?

▶ *Qu'un point est le milieu d'un segment.*

(2) Quelle propriété puis-je utiliser ?

▶ *Voir p. 302–303.*

(3) Laquelle choisir ?

▶ *Il y a un milieu et une droite parallèle donc peut-être la propriété de la droite qui passe par le milieu d'un côté d'un triangle et est parallèle à un deuxième côté.*

(4) Ai-je les conditions de cette propriété ?

▶ *Oui. Dans le triangle MNP on a le milieu d'un côté et une parallèle à un deuxième côté.*

b) Je rédige

SOLUTION

(1) J'écris ce que je sais pour utiliser la propriété.

Dans le triangle MNP, on a K milieu de [MN] et (KR) qui est parallèle à (NP).

(2) J'écris la propriété.

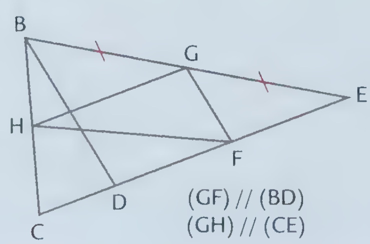
Si une droite passe par le milieu d'un côté d'un triangle et est parallèle à un deuxième côté alors elle coupe le troisième côté en son milieu.

(3) Je conclus.

Donc R est le milieu de [MP].

EXERCICE D'APPLICATION

5 En utilisant les informations portées sur la figure ci-dessous, démontrer que F est le milieu de [DE] et H est le milieu de [BC].



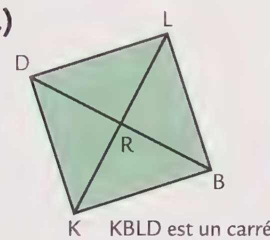
Je réactive mes connaissances

SOCLE Utiliser les propriétés pour démontrer qu'un point est le milieu d'un segment

Voici une phrase mathématique :
« A, B et I sont trois points. Si I est le milieu de [AB] alors IA = IB. »
a) Cette phrase est-elle vraie ou fausse ? Justifier.
b) Écrire sa réciproque. Est-elle vraie ou fausse ? Justifier.

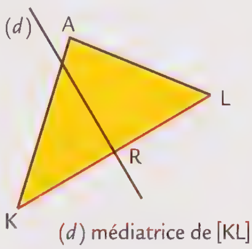
En utilisant les informations portées sur les figures ci-dessous, démontrer que R est le milieu de [KL].

a)



KBLD est un carré

b)



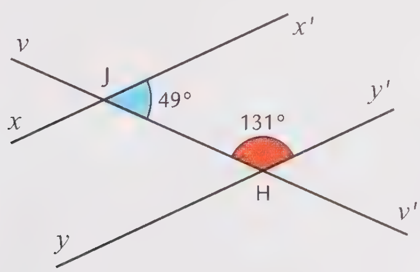
(*d*) médiatrice de [KL]

Compléter les chaînons suivants.
a) (CD) est la médiatrice de [AB], et I est le point d'intersection de (CD) et (AB).
Si ... alors ....
Donc I est le milieu de [...].
b) EFGH est un parallélogramme de centre K.
Si ... alors ....
Donc K est le milieu de [FH].

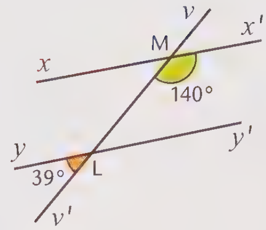
Démontrer que deux droites sont parallèles en utilisant les propriétés des angles

Préciser pour chacun des cas suivants si (xx') et (yy') sont parallèles. Justifier.

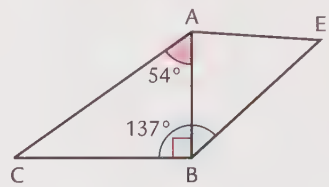
a)



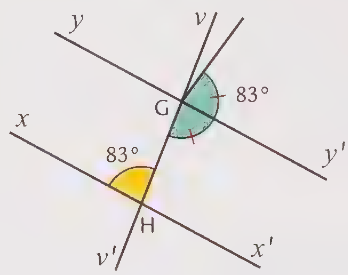
b)



Préciser si (AC) et (BE) sont parallèles. Justifier.



11 Démontrer que les droites (xx') et (yy') sont parallèles.



Résoudre des équations du type $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

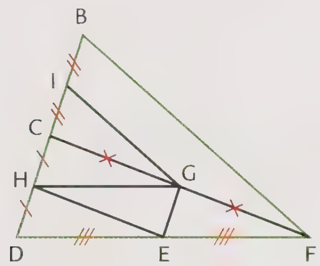
Calculer EF. (Donner la valeur exacte.)
a) 3 EF = 6 **b)** 5 EF = 11
c) 4 = 7 EF **d)** 3,5 = 3 EF

Calculer AB. (Donner la valeur décimale exacte ou l'arrondi à 0,1 près.)
a) $\frac{AB}{2} = \frac{3}{5}$ **b)** $\frac{3}{AB} = \frac{5}{6}$
c) $\frac{6}{7} = \frac{AB}{4}$ **d)** $\frac{3}{14} = \frac{9}{AB}$

14 Calculer GH. (Donner la valeur exacte.)
a) $\frac{GH}{4{,}2} = \frac{1{,}5}{3{,}5}$ **b)** $\frac{5{,}1}{GH} = \frac{3{,}4}{2}$
c) $\frac{2{,}5}{2{,}4} = \frac{GH}{3}$ **d)** $\frac{1{,}8}{7{,}2} = \frac{1{,}5}{GH}$

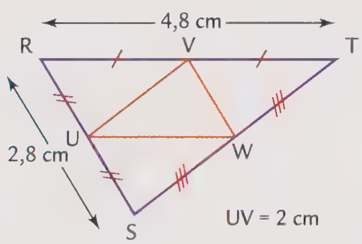
Utiliser les propriétés des milieux et des droites parallèles dans un triangle

15 **a)** En utilisant les informations portées sur la figure, démontrer que (IG) et (BF) sont parallèles.



b) Trouver d'autres droites dont on peut démontrer qu'elles sont parallèles.

16 En utilisant les informations portées sur la figure, calculer VW, ST et UW.



17 Compléter les chaînons déductifs suivants.

a) On sait que EKL est un triangle, M le milieu de [KL] et N le milieu de [EK].
Si ... alors ....
Donc (MN) // (LE).

b) On sait que ABC est un triangle, M le milieu de [AB] et N ....
Si une droite passe par les milieux de deux côtés d'un triangle alors ....
Donc (MN) et (AC) sont ....

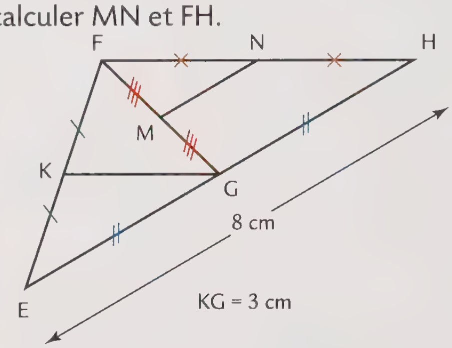
18 Compléter les chaînons déductifs suivants.

a) On sait que EKJ est un triangle, M le milieu de [KJ] et N le milieu de [EK].
Si ... alors ....
Donc MN = ...

b) On sait que CDE est un triangle, M le milieu de [CD] et ....
Si un segment joint les milieux de deux côtés d'un triangle alors ....
Donc $MN = \frac{CE}{2}$.

19 En utilisant les informations portées sur la figure :

a) démontrer que (MN) // (GH) ;
b) démontrer que (GK) // (FH) ;
c) calculer MN et FH.

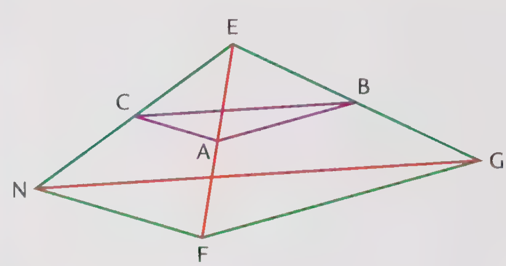


20 Tracer un cercle de centre O, de rayon 3 cm et le diamètre [AD] de ce cercle. Placer un point B sur le cercle. Soit C le symétrique de A par rapport à B.

a) Démontrer que (OB) // (CD).
b) Calculer CD.

21 ABC est un triangle tel que AB = 6 cm, AC = 7 cm et BC = 3 cm. R est le milieu de [AB], S le milieu de [AC] et T le milieu de [BC].
Calculer le périmètre du triangle RST.

22 Dans la figure ci-dessous, A est le milieu de [EF], (AB) // (FG) et (AC) // (NF).



a) Démontrer que B est le milieu de [EG].
b) Démontrer que C est le milieu de [EN].
c) Démontrer que (CB) // (NG).

23 Compléter les chaînons déductifs suivants.

a) On sait que M est le milieu de [JK], que (MA) est parallèle à (JN) et que A est un point de [KN].
Si ….
Donc ….

b) Dans le triangle EFG, on sait que A est le milieu de [EF] et ….
Si une droite passe par le milieu d'un côté d'un triangle et si elle est parallèle à un deuxième côté alors ….
Donc B est le milieu de [EG].

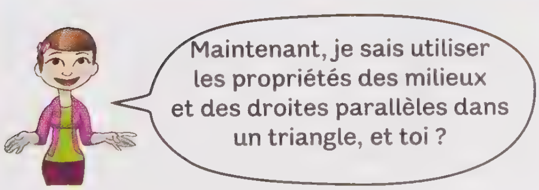
24 **a)** Tracer un triangle MNP. Construire le point Q symétrique de N par rapport à P. Tracer la droite (d) parallèle à (MN) passant par P, elle coupe (QM) en S.
b) Démontrer que S est le milieu de [QM].

TRIANGLE INFO *histoire des arts*

Art et géométrie

Cette sculpture est l'œuvre de Sébastien Kito, né en 1963 d'une mère française et d'un père japonais. Vivant en France, ce sculpteur explore aussi la culture du Japon et nous propose une confrontation entre ses deux cultures d'origine dans son travail artistique.

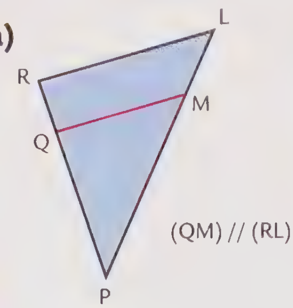
Sébastien Kito, *Angle*, 1998, médium et aluminium



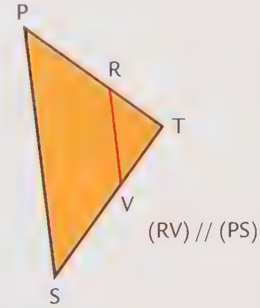
Utiliser le théorème de Thalès

25 Dans les cas suivants, écrire, si possible, avec les lettres du dessin, des rapports égaux.

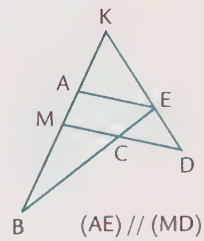
a)



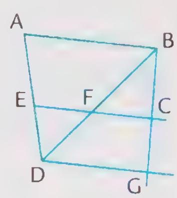
b)



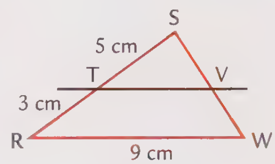
26 En utilisant les informations portées sur la figure ci-contre, écrire le plus de rapports égaux.



27 Sur la figure ci-contre, les droites (AB), (EC) et (DG) sont parallèles. Écrire les rapports qui sont égaux.



28 **a)** D'après la figure ci-contre où les droites (TV) et (RW) sont parallèles, le professeur a demandé de calculer TV.



Voici les réponses de trois élèves.

Alex : TV = 15 cm
Bill : TV = 5,625 cm
Carlos : TV = 14,4 cm

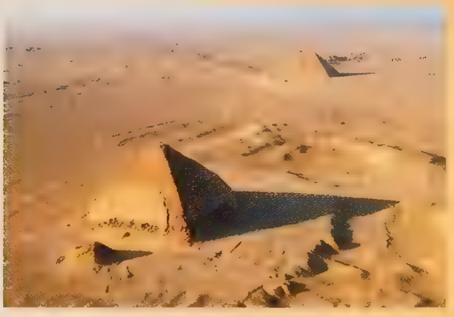
Sans faire le calcul, dire quelles sont les réponses qui sont fausses. Justifier.
b) Calculer TV.

29 Tracer un triangle DEF tel que DE = 5 cm, EF = 8 cm et DF = 10 cm. Placer sur [DE] le point M tel que DM = 3 cm. Tracer la droite parallèle à (DF) qui passe par M, elle coupe (EF) en N.
Calculer MN puis vérifier la vraisemblance du résultat sur le dessin.

TRIANGLE INFO magazine

Thalès

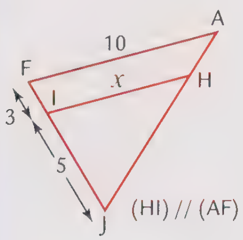
Le théorème de Thalès est attribué au mathématicien et philosophe grec Thalès de Milet. La légende veut que Thalès ait calculé la hauteur d'une pyramide en mesurant la longueur de son ombre au sol et la longueur de l'ombre d'un bâton de hauteur donnée. Cependant, certains documents historiques montrent que cette propriété des triangles avait déjà été remarquée par les Babyloniens.



Des exercices 30 à 35 les mesures sont exprimées en cm et les figures ne sont pas à l'échelle.

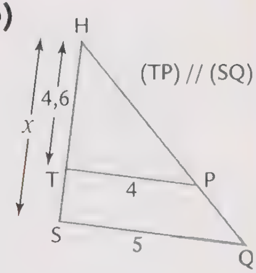
30 En utilisant les indications portées sur chaque figure, calculer si possible les longueurs x inconnues.

a)



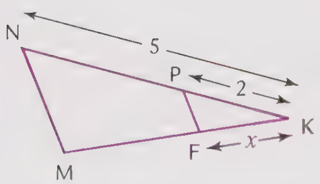
(HI) // (AF)

b)



(TP) // (SQ)

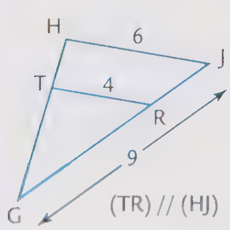
c)



(PF) // (MN)

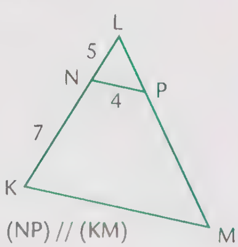
31 Calculer la longueur demandée.

a) GR



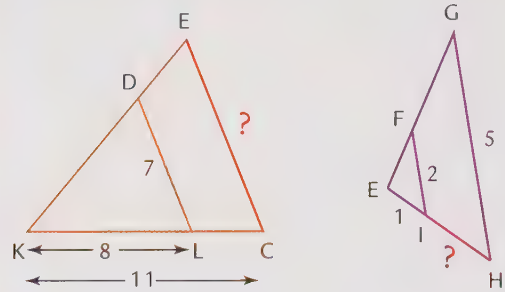
(TR) // (HJ)

b) KM



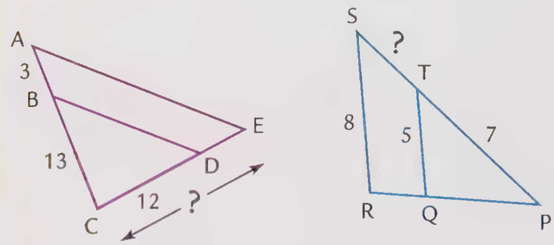
(NP) // (KM)

32 Dans les deux cas suivants, calculer la longueur demandée en utilisant les informations portées sur la figure.



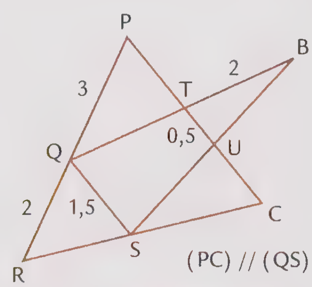
(DL) // (EC)   (FI) // (GH)

33 Dans les deux cas suivants, calculer la longueur demandée. (On donnera l'arrondi à 0,1 cm près.)



(BD) // (AE)   (TQ) // (SR)

34 En utilisant les informations portées sur la figure, calculer PC et BQ.

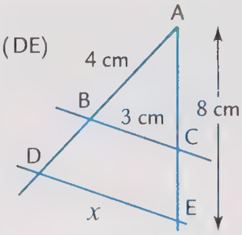


(PC) // (QS)

35 CALCUL LITTÉRAL

Écrire, en fonction de x (en cm), AD et AC.

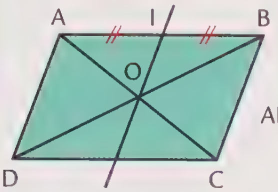
(BC) // (DE)



Maintenant, je sais utiliser le théorème de Thalès, et toi ?

Résoudre des problèmes

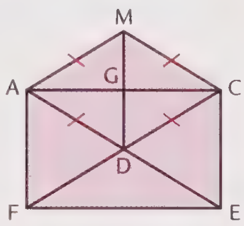
36 En utilisant les informations portées sur la figure, démontrer que (OI) est parallèle à (BC).



ABCD est un parallélogramme

37 SRQP est un parallélogramme de centre A. Soit F le symétrique de P par rapport à S. Démontrer que (AS) est parallèle à (FR).

38 En utilisant les informations portées sur la figure ci-contre :



AFEC est un rectangle

a) démontrer que (MD) $\perp$ (AC) ;
b) démontrer que (GD) // (AF) ;
c) trouver une deuxième méthode pour démontrer que (GD) // (AF).

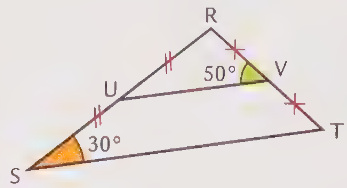
39 Deux cercles de centre A et B se coupent en C et D. La droite (CA) coupe le cercle de centre A en E. La droite (CB) coupe le cercle de centre B en F.
Démontrer que (AB) et (EF) sont parallèles.

40 ABC est un triangle rectangle en A. Soit I le milieu de [BC] et J le milieu de [AB].
Démontrer que (IJ) et (AB) sont perpendiculaires.

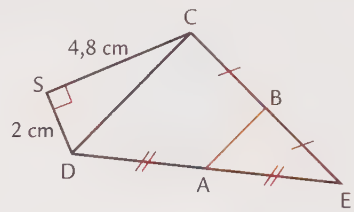
41 ABC est un triangle rectangle en A. Soit (d) la droite perpendiculaire à (AC) passant par C. La parallèle à (BC) qui passe par A coupe (d) en D. La droite (BD) coupe (AC) en I. Soit J le milieu de [AD].
a) Démontrer que ABCD est un parallélogramme.
b) Démontrer que (IJ) et (AB) sont parallèles.
c) Démontrer que (IJ) et (AC) sont perpendiculaires.

42 ABCD est un quadrilatère quelconque. Soit I le milieu de [AB], J le milieu de [BC], K le milieu de [CD] et L le milieu de [AD].
Démontrer que IJKL est un parallélogramme.

43 À partir des indications portées sur la figure, calculer l'angle $\widehat{SRT}$.

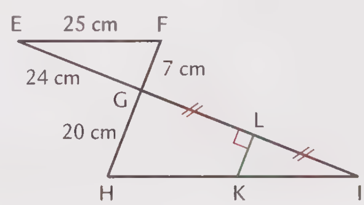


44 En utilisant les informations portées sur la figure, calculer AB.

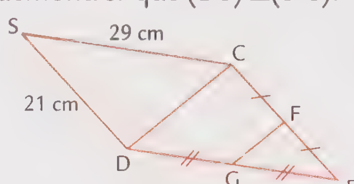


45 Soit un cercle de centre B et de rayon 3 cm. Soit [AD] un diamètre de ce cercle. Soit K un point du cercle tel que DK = 5 cm. Soit E le milieu de [KD].
Calculer l'arrondi à 0,1 cm près de BE.

46 En utilisant les informations portées sur la figure :
a) démontrer que EFG est un triangle rectangle ;
b) calculer KL.

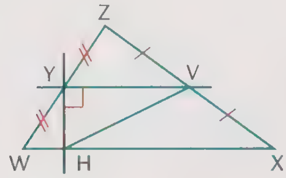


47 En utilisant les informations portées sur la figure, démontrer que (DS) $\perp$ (DC).



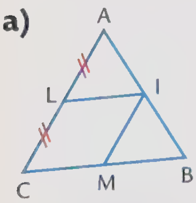
FG = 10 cm

48 En plus des informations portées sur la figure, on sait que YH = 2,8 cm et WX = 9 cm.
Calculer HV.



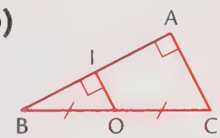
49 D'après les indications portées sur les figures ci-dessous, dire dans quel cas le point I est le milieu du segment [AB]. Justifier les réponses.

a)

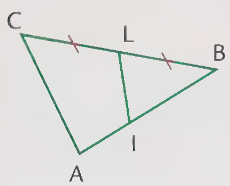


LIMC : parallélogramme

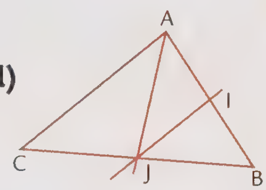
b)



c)



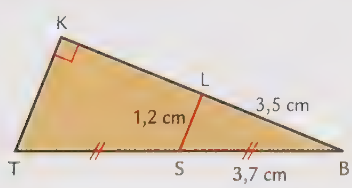
d)



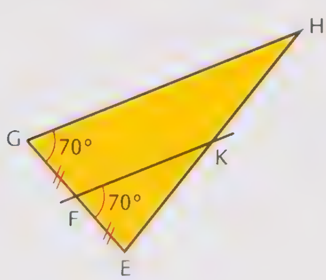
• (AJ) médiane issue de A du triangle ABC
• (CA) // (IJ)

50 Tracer un cercle de centre A et de diamètre [RB]. Soit S un point du cercle. La perpendiculaire à (BS) qui passe par A coupe (BS) en J.
Démontrer que J est le milieu de [BS].

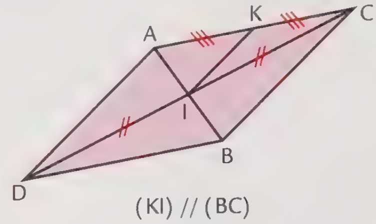
51 En utilisant les informations portées sur la figure, démontrer que L est le milieu de [BK].



52 En utilisant les informations portées sur la figure, démontrer que K est le milieu de [EH].

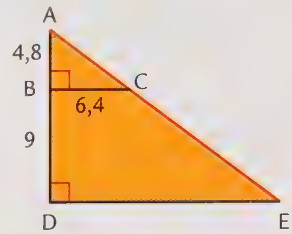


53 En utilisant les informations portées sur la figure, démontrer que ADBC est un parallélogramme.



(KI) // (BC)

54 À partir des indications portées sur la figure, calculer AE. (Les longueurs sont en centimètres.)



55 **Au brevet**

On considère un triangle EFG tel que EF = 6 cm, FG = 7,5 cm et GE = 4,5 cm.

a) Construire le triangle EFG.

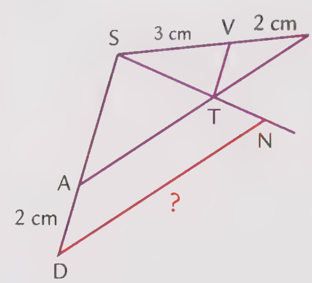
b) Montrer que le triangle EFG est rectangle et préciser en quel point.

c) Construire le point M, milieu de [EF], et construire la droite parallèle à [EG] passant par M, elle coupe [FG] en N.

d) Montrer que N est le milieu de [FG].

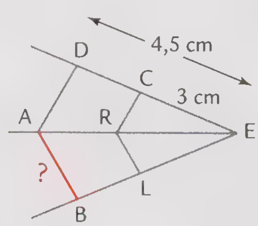
Brevet Pondichéry 2009

56 En utilisant les informations portées sur la figure, calculer une troncature à 0,1 cm près de DN.



AT = 5 cm
VT = 1,5 cm
(VT) // (AS)
(AT) // (DN)

57 En utilisant les informations portées sur la figure, calculer AB.



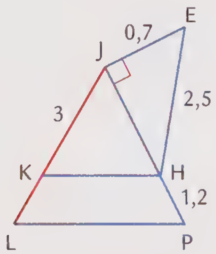
RE = 4 cm et RL = 1,5 cm
(RC) // (AD) et (RL) // (AB)

Le théorème de Thalès

TRIANGLE INFO magazine

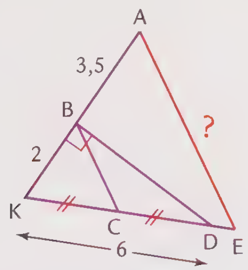
Dans certains pays d'Europe, dont la France, la propriété étudiée dans ce chapitre est appelé théorème de Thalès ; en anglais, il est appelé *intercept theorem*, soit « théorème d'intersection » ; en allemand il est appelé *Strahlensatz*, c'est-à-dire « théorème des rayons ».
En anglais et en allemand, le théorème de Thalès désigne un autre théorème de géométrie qui affirme qu'un triangle inscrit dans un cercle, et dont un côté est un diamètre, est un triangle rectangle.

58 En utilisant les informations portées sur la figure, calculer JL. (Les mesures sont en cm.)



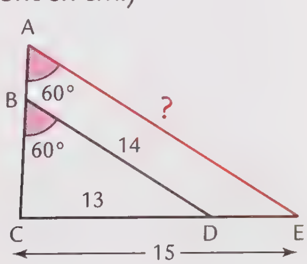
(KH) // (LP)

59 En utilisant les informations portées sur la figure, calculer AE. (Les mesures sont en cm.)



(AE) // (BC)

60 En utilisant les informations portées sur la figure, calculer l'arrondi à 0,1 près de AE. (Les mesures sont en cm.)



61 **CALCUL LITTÉRAL**

Tracer un triangle ABC tel que BC = 5 cm, AB = 4 cm et AC = 3 cm. Soit M un point de [AB] tel que AM = x cm. La droite parallèle à (BC) qui passe par M coupe (AC) en N.

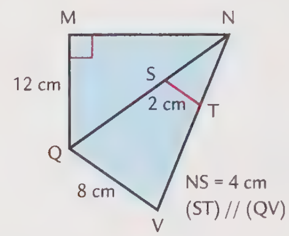
a) Démontrer que ABC est un triangle rectangle.

b) Calculer MN et AN en fonction de x.

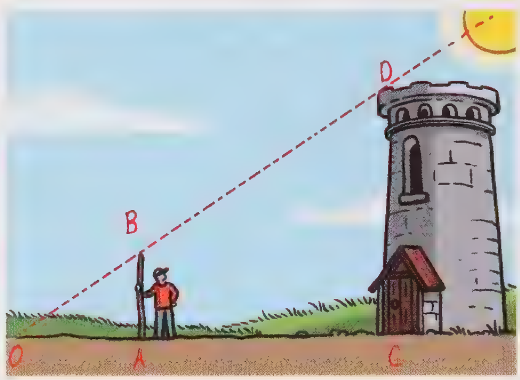
c) Démontrer que le périmètre du triangle AMN est égal à trois fois la longueur AM.

d) Calculer l'aire du triangle AMN en fonction de x.

62 En utilisant les informations portées sur la figure, calculer une troncature à 0,1 cm près de MN.



63 On souhaite mesurer la hauteur d'une tour durant une journée ensoleillée. Comment y parvenir sachant que l'on dispose d'un bâton de longueur 2 m et d'un mètre ruban ? Préciser pour cela les mesures et les calculs à effectuer. (On pourra s'aider du dessin ci-dessous.)

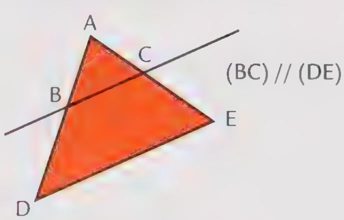


64 *Dans cet exercice, on souhaite démontrer les propriétés de la droite des milieux dans un triangle et en conséquence on n'a pas le droit de l'utiliser.*
Tracer un triangle ABC, placer le milieu I de [AB], placer le milieu J de [AC], tracer (IJ). Placer le point M symétrique du point I par rapport au point J.

a) Démontrer que AMCI est un parallélogramme.
b) Démontrer que IB = MC.
c) Démontrer que IMCB est un parallélogramme. (Utiliser la propriété P6, voir p. 266.)
d) Démontrer que les droites (IJ) et (BC) sont parallèles.
e) Que peut-on dire des longueurs IJ et BC ? Le démontrer.

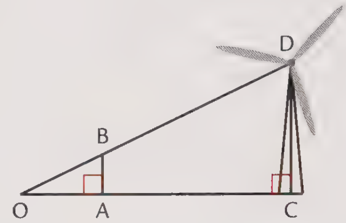
65 *Dans cet exercice, on souhaite démontrer la propriété « Si une droite passe par le milieu d'un côté d'un triangle et est parallèle à un deuxième côté alors elle coupe le troisième côté en son milieu ». En conséquence on n'a pas le droit de l'utiliser.*
Tracer un triangle ABC, placer le milieu I de [AB], tracer la droite (d) parallèle à (BC) et passant par I, elle coupe (AC) en K. Placer le point J milieu de [BC].
a) Démontrer que IKCJ est un parallélogramme.
b) Démontrer que KC = IJ puis que $IJ = \dfrac{AC}{2}$.
c) En déduire que K est le milieu de [AC].

66 **QU'EST-CE QUE J'AI APPRIS ?**
a) Vrai ou faux ? Dans un triangle, la droite qui joint les milieux de deux côtés du triangle est parallèle au troisième côté.
b) Énoncer la (ou les) propriété(s) du chapitre qui permettent de démontrer qu'un point est le milieu d'un segment.
c) En utilisant les informations de la figure ci-dessous :
(1) je veux calculer BC, quelles longueurs dois-je connaître ?
(2) je connais AE, BC et DE, est-ce que je peux calculer AC ?
(3) je connais AC, BC et AD, est-ce que je peux calculer AB ?



d) Énoncer la (ou les) propriété(s) du chapitre qui permettent de démontrer que deux droites sont parallèles.

67 ***Développement durable***
Pour trouver la hauteur d'une éolienne, on a les renseignements suivants :
– les points O, A et C sont alignés ;
– les points O, B et D sont alignés ;
– les angles $\widehat{OAB}$ et $\widehat{ACD}$ sont droits ;
– OA = 11 m ; AC = 594 m ; AB = 1,5 m.
(Le schéma n'est pas représenté à l'échelle. Le segment [CD] représente l'éolienne.)



a) Expliquer pourquoi les droites (AB) et (CD) sont parallèles.
b) Calculer la hauteur CD de l'éolienne. Justifier.

Brevet Nouvelle-Calédonie 2009

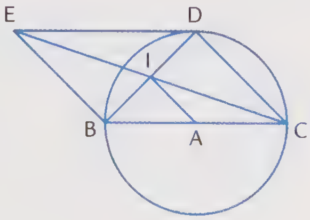
TRIANGLE INFO *magazine*

L'énergie éolienne

C'est l'énergie du vent. L'énergie éolienne est une des formes d'énergie renouvelable. Elle tire son nom d'Éole (en grec ancien : *Aiolos*), le maître des vents dans la Grèce antique. L'Union européenne a décidé de produire 20 % de son électricité en énergie renouvelable, propre et sûre d'ici 2020. La France possède le deuxième gisement éolien d'Europe après le Royaume-Uni.

Pour approfondir

68 Sur la figure, A est le centre du cercle et BCDE est un parallélogramme. Démontrer que (AI) et (BD) sont perpendiculaires.

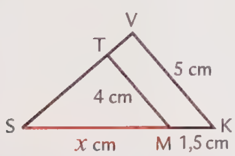


69 Tracer un parallélogramme ABCD de centre O. Placer le point E tel que DOEC est un parallélogramme. (BC) et (OE) se coupent en K. Démontrer que K est le milieu de [BC].

70 Soit un cercle de centre O avec [BC], un diamètre. Soit A un point du cercle. Soit D le symétrique de C par rapport à A. La perpendiculaire à (AD) qui passe par D coupe (BC) en K. Démontrer que B est le milieu de [CK].

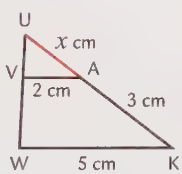
71 Dans chacun des deux cas suivants, calculer la valeur de x.

a)



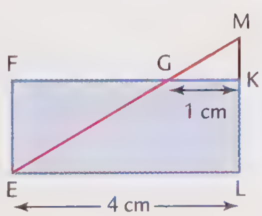
(TM) // (VK)

b)



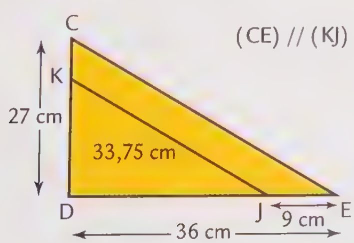
(AV) // (KW)

72 Sur le dessin, EFKL est un rectangle d'aire 6 cm^2. Calculer un arrondi à 0,1 cm près de EM.



73 En utilisant les informations portées sur la figure, démontrer que (DK) et (DJ) sont perpendiculaires.

(CE) // (KJ)



Avec un logiciel de géométrie

Fiches logiciels

74 En utilisant un logiciel de géométrie, construire un triangle MNP tel que PN = 13 cm, PM = 5 cm et MN = 12 cm.

Première partie

a) (1) Faire un test pour vérifier que les droites (MN) et (MP) sont perpendiculaires.
(2) Prouver que ce triangle MNP est rectangle en M.

b) (1) Faire afficher le périmètre et l'aire du triangle MPN.
(2) Vérifier, en calculant, ce périmètre et cette aire.

c) Tracer le cercle circonscrit au triangle MNP ; préciser la position de son centre O et la mesure de son rayon.

Deuxième partie

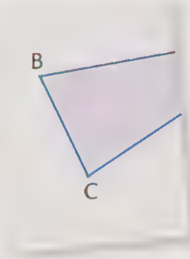
Dans cette partie, A est un point quelconque du côté [PM].
La parallèle à (PN) passant par A coupe le segment [MN] en B.
Les mesures sont en centimètres.

a) (1) Faire afficher le périmètre du triangle AMB.
(2) Déplacer le point A jusqu'à ce que le périmètre de AMB soit égal à 18 cm. Pour quelle valeur de AM a-t-on, semble-t-il, le périmètre de AMB égal à 18 cm ?
(3) Faire alors afficher l'aire de AMB.

b) On pose AM = x (x est donc un nombre compris entre 0 et 5).
(1) En précisant la propriété utilisée, exprimer MB et AB en fonction de x.
(2) Exprimer, en fonction de x, le périmètre du triangle AMB.
(3) Pour quelle valeur de x ce périmètre est-il égal à 18 cm ? Comparer le résultat avec celui de la question **a.**2.
(4) Quelle est alors l'aire du triangle AMB ? Comparer le résultat avec celui de la question **a.**3.

Recherche & créativité

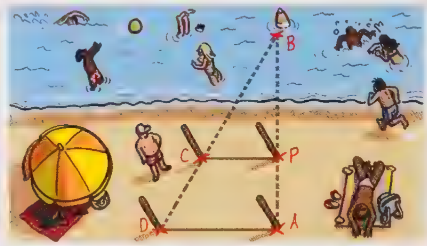
75 **PROBLÈME OUVERT**
Un triangle ABC dont il manque un morceau est dessiné sur une feuille de papier, comme ci-contre.



Décrire une méthode pour calculer la longueur CA sans sortir de la feuille en précisant les mesures et les tracés à effectuer.

76 **RACONTER SA RECHERCHE**
Voici un énoncé :
Soit (d) et (d') deux droites sécantes en O. Soit A un point qui n'appartient pas à ces deux droites. Placer un point P sur (d) et un point P' sur (d') tel que A soit le milieu de [PP']. Vous ne disposez que d'un compas d'une règle non graduée et d'une équerre. Réaliser cette construction. ■
Pour cet exercice, il est demandé de raconter en détail la recherche : décrire ses essais, ce que l'on a pensé, même si cela n'a pas conduit à la solution correcte. C'est la persévérance dans la recherche et la précision avec laquelle elle est décrite qui seront appréciées plus que le résultat.

77 On désire mesurer la distance entre une bouée placée en mer (en B sur le dessin) et un piquet placé au bord de la plage (en P sur le dessin). Pour cela on place des piquets en A, P, C et D. Grâce à la visée, on s'assure de l'alignement de A, P et B d'une part, et de D, C et B d'autre part. On s'arrange pour que les droites (PC) et (DA) soient parallèles (c'est plus difficile à réaliser que l'alignement !).



Quelles mesures prendre, sans aller dans l'eau, pour pouvoir calculer la distance du piquet P à la bouée B ? Décrire les différents calculs à effectuer pour trouver cette distance.

Devoirs maison

78 ABCD est un rectangle tel que AB = 4,8 cm et AD = 2 cm. Soit I le point de [AD] tel que AI = 1,2 cm. La parallèle à (BD) qui passe par I coupe (AB) en J. La perpendiculaire à (BD) qui passe par A coupe(BD) en H et (IJ) en K.
a) Calculer BD et AJ.
b) (1) Calculer l'aire de ABD.
(2) Calculer en fonction de AH l'aire de ABD.
(3) En déduire l'arrondi à 0,1 cm près de AH.
c) Calculer l'arrondi à 0,1 cm près de AK.

79 Tracer un cercle de centre M et de diamètre [UV]. Soit W un point de ce cercle et J le symétrique de V par rapport à W. Soit K le symétrique de V par rapport à U.
a) Démontrer que (WU) // (KJ).
b) Démontrer que (KJ) ⊥ (JV).

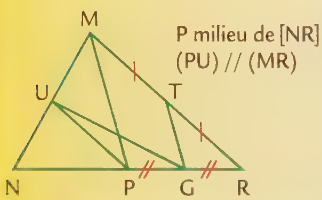
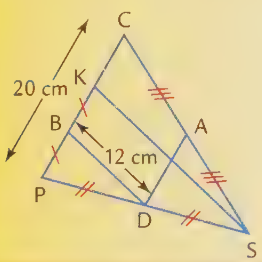
80 Tracer un triangle isocèle EFG en E tel que EF = EG = 6 cm et FG = 4 cm. Le cercle de diamètre [EG] coupe [FG] en K.
a) Démontrer que EKG est un triangle rectangle et que K est le milieu de [FG].
b) Calculer EK (arrondie à 0,1 cm près).
c) Placer S tel que KESG est un parallélogramme, démontrer que KESG est un rectangle.
d) On place un point P sur le segment [EG]. La droite parallèle à (FG) passant par P coupe le segment [EF] en un point R. On pose EP = x. (x en cm est compris entre 0 et 6.)
(1) Démontrer que EP = ER, en déduire que PG = RF.
(2) Déterminer x pour que le périmètre du triangle ERP soit égal au périmètre du quadrilatère RPGF.

Tous ces exercices sont corrigés page 268 et suivantes.

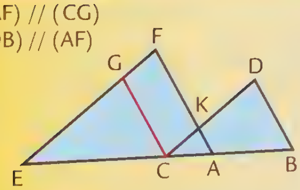
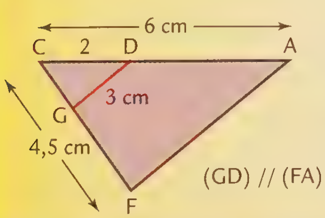
Pour chaque question, indiquer la (ou les) bonne(s) réponse(s).

Je complète un QCM

Utiliser les propriétés des milieux et des droites parallèles dans un triangle

		Réponse (1)	Réponse (2)	Réponse (3)
81 En utilisant les informations de la figure : 	S2 **a)** On peut démontrer que ...	(GU) ⊥ (NM)	(UG) // (MR)	(GT) // (PM)
	b) On peut démontrer que ...	P milieu de [NG]	U milieu de [MN]	UN = UM
S2 **82** En utilisant les informations de la figure : 	**a)** AD = ...	10 cm	12 cm	
	b) KS = ...	22 cm	24 cm	On ne peut pas le calculer
	c) AB = ...	11 cm	12 cm	

Utiliser le théorème de Thalès

		Réponse (1)	Réponse (2)	Réponse (3)
83 (AF) // (CG) (DB) // (AF) 	En utilisant les informations portées sur la figure + le théorème de Thalès ...	$\frac{EG}{EF}=\frac{EC}{EA}$	$\frac{EC}{EA}=\frac{GC}{AF}$	$\frac{CK}{CD}=\frac{AK}{DB}$
84 En utilisant les informations de la figure : 	**a)** CG = ...	0,5 cm	1,5 cm	On ne peut pas le calculer
	b) AF = ...	6 cm	9 cm	

Je rédige

Utiliser les propriétés des milieux et des droites parallèles dans un triangle

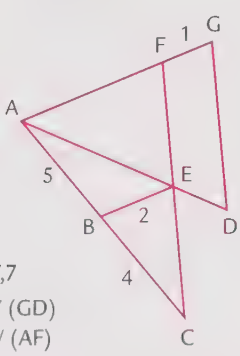
85 Soit ABC un triangle et D le symétrique de A par rapport à B et K le milieu de [AC].
Démontrer que (DC) et (BK) sont parallèles.

86 Tracer un triangle ABC tel que :
AB = 4 cm, AC = 5 cm et BC = 6 cm.
Placer les milieux M de [BC], N de [AB] et P de [AN].
a) Calculer, si possible, NM.
b) Calculer, si possible, PM.

87 Tracer un triangle EFG tel que EF = 7 cm, EG = 4 cm et GF = 5 cm. Soit K le milieu de [EF], J le milieu de [GK].
La droite parallèle à (GF) qui passe par J coupe (EF) en L.
La droite parallèle à (EG) qui passe par K coupe (GF) en M.
a) Démontrer que L est le milieu de [KF].
b) Démontrer que M est le milieu de [GF].
c) Calculer JL et MK.

Utiliser le théorème de Thalès

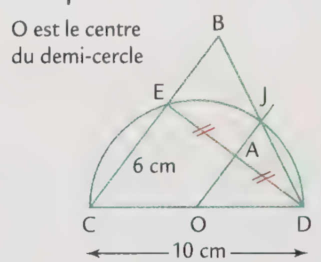
88 En utilisant les informations portées sur la figure, calculer AF et AE. (Les mesures sont exprimées dans la même unité.)



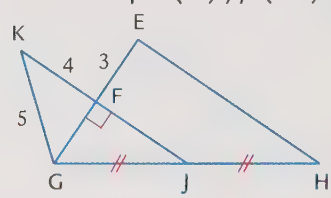
AD = 7,7
(FE) // (GD)
(BE) // (AF)

Résoudre des problèmes

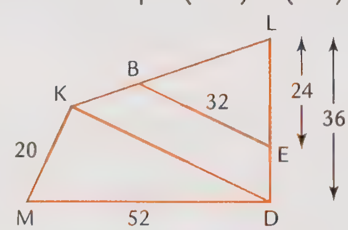
89 En utilisant les informations portées sur la figure :
a) calculer DE et OA ;
b) démontrer que (OA) ⊥ (ED) ;
c) démontrer que J est le milieu de [DB].



90 En utilisant les informations portées sur la figure, démontrer que (FJ) // (EH).

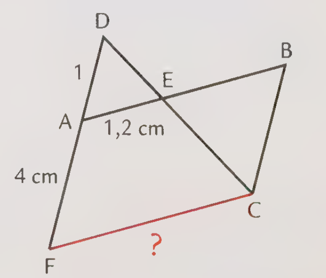


91 En utilisant les informations portées sur la figure, démontrer que (KM) ⊥ (KD).



(BE) // (KD)

92 En utilisant les informations portées sur la figure, calculer FC.



ABCF est un parallélogramme

Chapitre 13

Triangle rectangle et cosinus d'un angle aigu

Trigonométrie

En géométrie et dans de nombreuses professions, on a besoin de savoir déterminer par le calcul des longueurs et des angles. Dans le chapitre 9, on a appris à calculer la longueur d'un côté d'un triangle rectangle connaissant les deux autres. Dans ce chapitre on va découvrir une formule qui fait le lien entre les angles aigus et les longueurs des côtés d'un triangle rectangle. La branche des mathématiques qui traite de ces problèmes s'appelle la trigonométrie.

PRÉREQUIS

1 Construire des triangles à partir de mesures de longueur et d'angles **(socle 5e)**.

2 Calculer un angle dans un triangle **(socle 5e)** ou en utilisant des droites parallèles.

3 Utiliser un logiciel de géométrie pour tracer un triangle dont on connaît des angles et faire afficher leurs mesures **(socle 5e)**.

OBJECTIFS

1 Écrire le cosinus d'un angle aigu d'un triangle rectangle.

2 Calculer une longueur en utilisant le cosinus (avec la calculatrice).

3 Calculer un angle en utilisant le cosinus (avec une calculatrice).

4 Résoudre des problèmes où interviennent des angles et entre autres le cosinus.

LIVRET DE COMPÉTENCES

Compétences travaillées

Aucune compétence en rapport avec ce chapitre ne fait partie du socle de quatrième.

Je fais le point sur mes connaissances

Pour réactiver mes connaissances

SOCLE

1. Construire des triangles

Exercices 8 à 12 p. 246

a) Reproduire en vraie grandeur les figures suivantes.

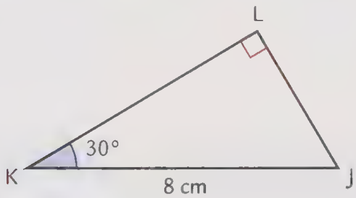


Figure 1

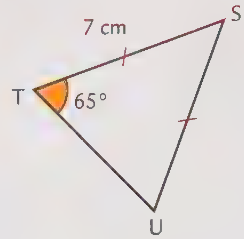


Figure 2

b) Tracer un triangle DEF tel que DE = 3 cm, $\widehat{D} = 70°$ et $\widehat{F} = 30°$.
c) Tracer un triangle RMC, isocèle en R, tel que MC = 6 cm et $\widehat{R} = 50°$.

2. Calculer la mesure d'un angle

Exercices 13 à 18 p. 246

a) Dans chacun des cas suivants, calculer *a*.

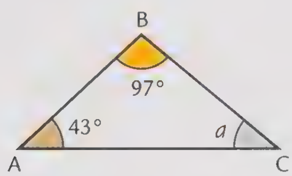


Figure 1

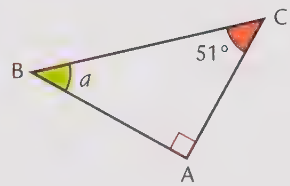


Figure 2

SOCLE

b) Dans chacun des cas suivants, calculer *b*.

Rappel 29 p. 289 et suivantes

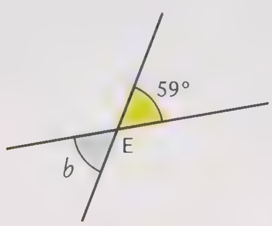
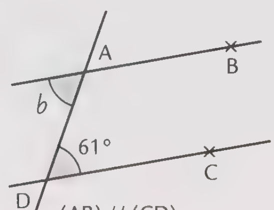
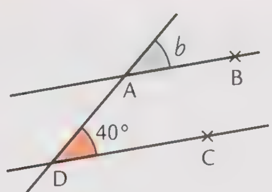


Figure 1



(AB) // (CD)

Figure 2



(AB) // (CD)

Figure 3

SOCLE

3. Avec un logiciel de géométrie

Exercice 19 p. 246

a) Tracer un triangle ABC tel que AB = 7cm, $\widehat{BAC} = 70°$ et $\widehat{ABC} = 40°$.
Faire afficher la mesure de l'angle $\widehat{ABC}$.
b) Tracer un triangle EFG tel que EF = 8cm, EG = 6 cm et $\widehat{FEG} = 35°$.
Faire afficher la mesure des angles $\widehat{EFG}$ et $\widehat{EGF}$.

Fiches logiciels

Activités

Dans ce chapitre, j'apprends à :

- Écrire le cosinus d'un angle aigu d'un triangle rectangle
- Calculer une longueur en utilisant le cosinus
- Calculer un angle en utilisant le cosinus
- Résoudre des problèmes en utilisant le cosinus

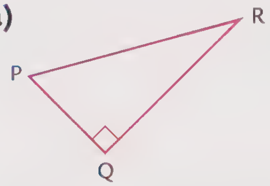
Écrire le cosinus d'un angle aigu d'un triangle rectangle

1. Côté adjacent

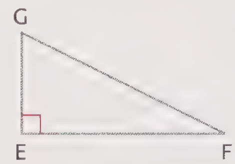
▶ Exercices 20 et 21 p. 247

Lire Connaissance 1, p. 243, puis recopier et compléter les phrases.

a)



b)



L'hypoténuse du triangle PQR est **....**
Le côté adjacent à l'angle $\widehat{R}$ est **....**
Le côté adjacent à l'angle $\widehat{P}$ est **....**

[FG] est **...** du triangle EFG.
... est le côté adjacent à l'angle $\widehat{F}$.
... est le côté adjacent à l'angle $\widehat{G}$.

Connaissance 1
p. 243

2. Découvrir le cosinus

▶ Exercices 22 à 27 p. 247

a) Conjecturer. (Voir la démonstration dans l'exercice 71.)
(1) Tracer un triangle rectangle dont l'un des angles aigus mesure 50°. Prendre les mesures nécessaires puis calculer le rapport :

$$\frac{\text{longueur du côté adjacent à l'angle de } 50°}{\text{longueur de l'hypoténuse}}$$

(2) Comparer vos résultats. Quelle remarque peut-on faire ?
b) Tracer un triangle rectangle dont l'un des angles mesure 35°. Prendre les mesures nécessaires et calculer le même rapport que ci-dessus pour un angle de 35°.
c) Sur une calculatrice, taper « cos 50° » puis « cos 35° ». Comparer avec les résultats trouvés aux questions **a** et **b**.

Connaissance 2
p. 243

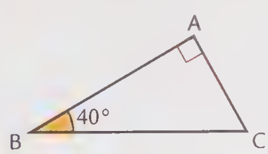
Calculer une longueur en utilisant le cosinus

3. Utiliser la touche « cos »

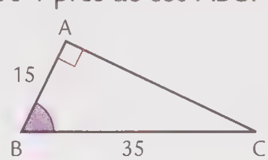
▶ Exercices 28 à 32 p. 248

a) Avec une calculatrice, donner l'arrondi à 0,000 1 près de : cos 20°, cos 28°, cos 35°.
b) Avec une calculatrice, donner l'arrondi à 0,000 1 près de cos $\widehat{ABC}$.

(1)



(2)



c) Comment Lola peut-elle être aussi sûre d'elle, alors qu'elle n'a pas encore cherché l'exercice ?

4. Rédiger et contrôler le calcul d'un côté

▶ Exercices 33 et 34 p. 248

a) Tracer un triangle ABC rectangle en C, tel que $\widehat{BAC} = 67°$ et AC = 4 cm.
b) Calculer l'arrondi à 0,1 cm près de AB.
c) Mesurer AB. Le résultat calculé en **b** est-il vraisemblable ?

5. Calculer la longueur d'un côté

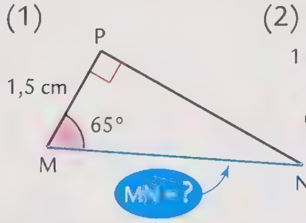
▶ Exercices 35 à 37 p. 248

a) Marie a trouvé, pour la question **b.**1 ci-dessous, la réponse MN = 0,3 cm. Léa, qui n'a pas encore fait l'exercice, lui dit : « Je suis sûre que tu t'es trompée. » Comment s'y prend Léa ?

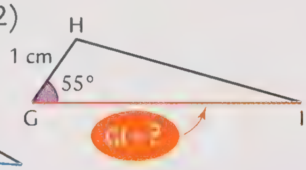
→ Méthode 1 p. 244

b) Calculer, si possible, l'arrondi à 0,1 cm près de la longueur demandée.

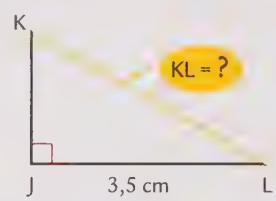
(1)



(2)



(3)



Calculer un angle en utilisant le cosinus

6. Calculer un angle en utilisant la calculatrice

▶ Exercices 38 à 44 p. 248

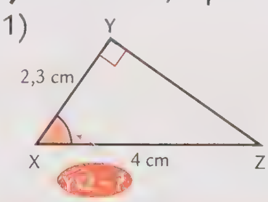
a) On désigne par x la mesure d'un angle aigu en degrés. Avec une calculatrice, déterminer, si possible, dans chaque cas, l'arrondi de l'angle x au degré près.

→ Méthode 2 p. 245

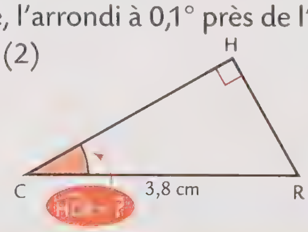
(1) $\cos x = 0{,}5$ (2) $\cos x = 0{,}957$ (3) $\cos x = 12/25$ (4) $\cos x = 1{,}3$

b) Déterminer, si possible, l'arrondi à 0,1° près de l'angle demandé.

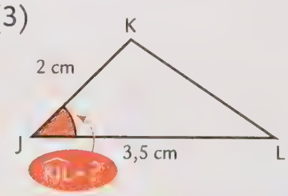
(1)



(2)



(3)



Résoudre des problèmes

7. Problèmes

▶ Exercices 45 à 61 p. 269

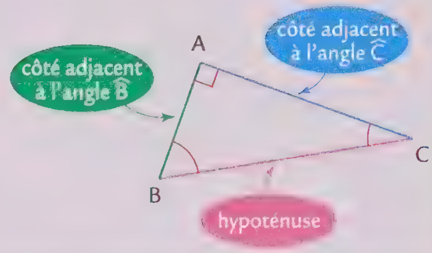
Connaissances

1 Côté adjacent

Exercices 20 et 21 p. 247

DÉFINITION

Dans un triangle rectangle, chaque angle aigu est déterminé par deux côtés.
L'un de ces côtés est l'hypoténuse, l'autre est appelé le côté adjacent à l'angle aigu.



2 Cosinus d'un angle aigu

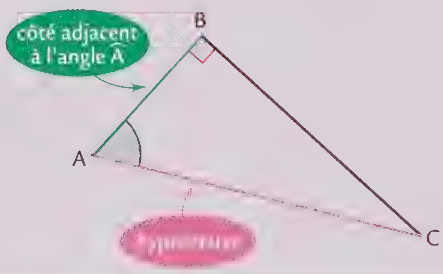
Exercices 22 à 61 p. 247

Le cosinus fait le lien entre les angles aigus et les côtés d'un triangle rectangle. Il permet de calculer des longueurs de segments ou des mesures d'angles.

DÉFINITION

Dans un triangle rectangle, le cosinus d'un angle aigu $\widehat{A}$, noté cos $\widehat{A}$, est égal au quotient :

$$\cos \widehat{A} = \frac{\text{longueur du côté adjacent à l'angle } \widehat{A}}{\text{longueur de l'hypoténuse}}$$



Le côté adjacent à l'angle $\widehat{A}$ est [AB], l'hypoténuse est [AC] donc, dans le triangle ABC rectangle en B, on a :

$$\cos \widehat{A} = \frac{AB}{AC}.$$

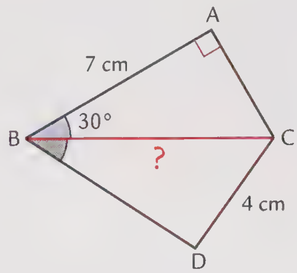
Longueur du côté adjacent à l'angle $\widehat{A}$

Longueur de l'hypoténuse

1. Calculer la longueur d'un segment

Méthode **En utilisant le cosinus**

>> **Exercice :** Calculer la valeur arrondie à 0,1 cm près de BC.



ÉTAPES

a) Je cherche

(1) Que faut-il que je calcule ?

► *Une longueur.*

(2) Quelles propriétés puis-je utiliser ?

► *Voir p. 302-303.*

(3) Laquelle choisir ?

► *Il y a un triangle rectangle et un angle donc peut-être le cosinus ?*

(4) Ai-]e les conditions de cette propriété ?

► *Oui, dans le triangle rectangle BAC, on connaît un angle aigu et un côté de cet angle.*

b) Je rédige

SOLUTION

(1) J'écris la formule du cosinus de l'angle aigu connu.

Dans le triangle ABC rectangle en A :

$\cos \widehat{ABC} = \frac{BA}{BC}$

(2) Je remplace les lettres par les valeurs connues.

$\cos 30° = \frac{7}{BC}$

(3) Je calcule la longueur du côté cherché.

$BC \times \cos 30° = 7$

$BC = \frac{7}{\cos 30°}$

$BC \simeq 8{,}0829\ldots$

(4) Je présente le résultat avec la précision demandée.

Arrondi à 0,1 cm près : $BC \simeq 8{,}1$ cm.

(5) Je contrôle la vraisemblance du résultat.

8,1 cm est la longueur de l'hypoténuse. Elle est bien supérieure à celle du côté de l'angle droit : c'est vraisemblable.

EXERCICES D'APPLICATION

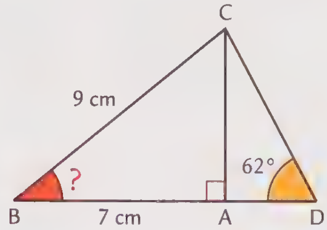
1. Soit un triangle ABC rectangle en A tel que AB = 9 cm et $\widehat{B} = 25°$.
   Calculer une valeur arrondie à 0,1 cm près de BC.
2. Soit un triangle ABC rectangle en A tel que BC = 8 cm et $\widehat{B} = 36°$.
   Calculer une valeur arrondie à 0,1 cm près de BA.
3. Soit un triangle CPR rectangle en C tel que CP = 7cm et $\widehat{P} = 40°$.
   Calculer une valeur arrondie à 0,1 cm près de PR.
4. Soit un triangle LED rectangle en D tel que LE = 10 cm et $\widehat{L} = 38°$.
   Calculer une valeur arrondie à 0,1 cm près de LD.

2. Calculer la mesure d'un angle

Méthode

En utilisant le cosinus

>> Exercice : Calculer la valeur arrondie au degré près de $\widehat{ABC}$.



ÉTAPES

a) Je cherche

(1) Que faut-il que je calcule ?
► *Un angle.*

(2) Quelles propriétés puis-je utiliser.
► *Voir p. 302-303.*

(3) Laquelle choisir?
► *Il y a un triangle rectangle et des longueurs de côtés donc peut-être le cosinus ?*

(4) Ai-je les conditions de cette propriété ?
► *Oui, dans le triangle rectangle ABC, on connaît les deux côtés de l'angle aigu recherché.*

b) Je rédige

SOLUTION

(1) J'écris la formule du cosinus de l'angle cherché.

Dans le triangle ABC rectangle en A :

$\cos \widehat{ABC} = \dfrac{BA}{BC}$

(2) Je remplace les lettres par les valeurs connues.

$\cos \widehat{ABC} = \dfrac{7}{9}$

(3) J'utilise la calculatrice pour déterminer l'angle cherché puis je présente le résultat avec la précision demandée.

$\widehat{ABC} \simeq 38{,}942\ldots$

Arrondi au degré près : $\widehat{ABC} \approx 39°$

(4) Je contrôle la vraisemblance du résultat.

À vue d'œil, l'angle $\widehat{ABC}$ semble mesurer un peu moins de la moitié d'un angle droit. La valeur de 39° est donc vraisemblable.

EXERCICES D'APPLICATION

5 Soit un triangle ABC rectangle en A tel que BA = 5 cm et BC = 9 cm.
Calculer une valeur arrondie au degré près de l'angle $\widehat{B}$.

6 Soit un triangle OAT rectangle en T tel que TO = 2 cm et OA = 6 cm.
Calculer une valeur arrondie au degré près de l'angle $\widehat{O}$.

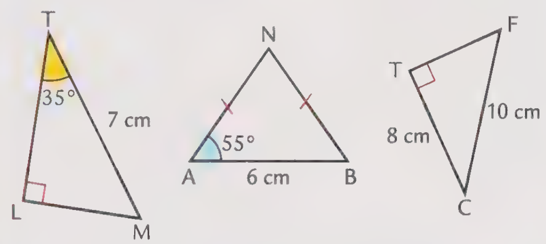
7 Soit un triangle TUP rectangle en P tel que PU = 6 cm et TP = 8 cm et UT = 10 cm.
Calculer une valeur arrondie au degré près de l'angle $\widehat{T}$.

Je réactive mes connaissances SOCLE

Construire des triangles

Reproduire, en vraie grandeur, les triangles suivants.

(1) (2) (3)



Tracer un triangle GTS tel que GT = 7 cm, $\widehat{G} = 60°$ et $\widehat{T} = 30°$.

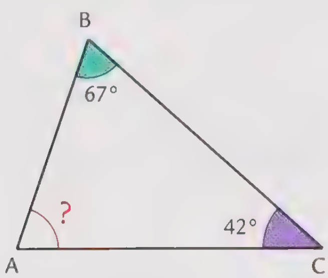
Tracer un triangle OMS tel que OM = 7 cm, $\widehat{O} = 40°$ et $\widehat{S} = 70°$.

Tracer un triangle CAT isocèle en A tel que CT = 5 cm et $\widehat{A} = 70°$.

Tracer un triangle TAG isocèle en T tel que TA = 5 cm et $\widehat{G} = 55°$.

Calculer la mesure d'un angle

Calculer la mesure de l'angle $\widehat{A}$.



a) ABC est un triangle tel que $\widehat{BAC} = 35°$ et $\widehat{ACB} = 57°$.

Calculer $\widehat{ABC}$.

b) MNP est un triangle tel que $\widehat{MNP} = 18°$ et $\widehat{NMP} = 74°$.

Calculer $\widehat{MPN}$.

c) Si les résultats trouvés en **a** et **b** sont identiques, bravo ! Sinon, vérifier les calculs.

CALCUL MENTAL

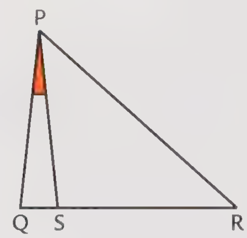
Calculer, dans chaque cas, l'angle manquant d'un triangle. En déduire la nature du triangle.

a) $\widehat{A} = 70°$ $\widehat{B} = 40°$ $\widehat{C} = ...$

b) $\widehat{D} = 60°$ $\widehat{E} = 60°$ $\widehat{F} = ...$

c) $\widehat{K} = 20°$ $\widehat{L} = 70°$ $\widehat{M} = ...$

Les points Q, S et R sont alignés ; PQ = PS = RS et $\widehat{QPS} = 12°$.



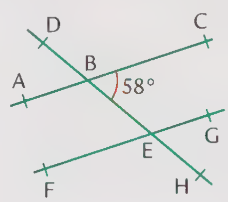
Combien mesure l'angle $\widehat{QPR}$?

a) 36° **b)** 42° **c)** 54°

d) 60° **e)** 84°

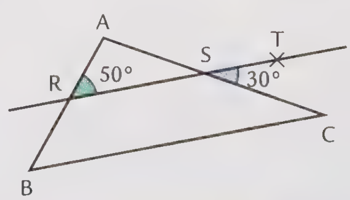
D'après Kangourou des mathématiques 2009

En utilisant les informations du dessin déterminer les angles $\widehat{ABD}$, $\widehat{BEF}$ et $\widehat{GEH}$.



(AC) // (FG)

En utilisant les informations données sur le dessin, déterminer les angles $\widehat{ABC}$, $\widehat{ACB}$ et $\widehat{BAC}$.



RT // BC

AVEC UN LOGICIEL DE GÉOMÉTRIE

Tracer un triangle KLM tel que KL = 8 cm, $\widehat{LKM} = 60°$ et $\widehat{KLM} = 35°$.

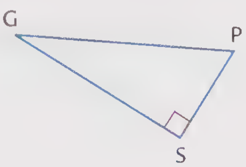
Faire afficher la mesure de $\widehat{KML}$.

Fiches logiciels

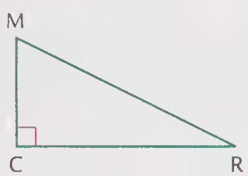
Pour s'entraîner

Écrire le cosinus d'un angle aigu d'un triangle rectangle

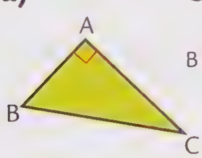
20 Observer la figure ci-dessous, pui recopier et compléter les phrases suivantes.
a) L'hypoténuse du triangle GPS est ....
b) Le côté adjacent à l'angle $\widehat{P}$ est ....
c) Le côté adjacent à l'angle $\widehat{G}$ est ....

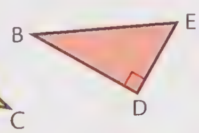


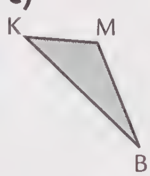
21 Dans le triangle RMC suivant :
a) quelle est l'hypoténuse ?
b) quel est le côté adjacent à l'angle $\widehat{R}$?
c) quel est le côté adjacent à l'angle $\widehat{M}$?



22 Dans chacun des cas suivants, écrire, si possible, cos $\widehat{B}$ en utilisant les lettres de la figure.

a)


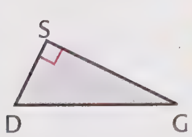
b)


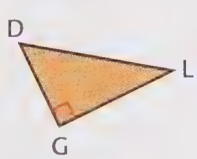
c)


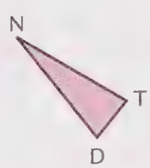
23 On a écrit cos $\widehat{C}$ dans un triangle rectangle. Pour les deux cas, indiquer quelle est l'hypoténuse et quel est l'angle droit du triangle.

a) $\cos\widehat{C} = \dfrac{CS}{CG}$ **b)** $\cos\widehat{C} = \dfrac{CE}{CP}$

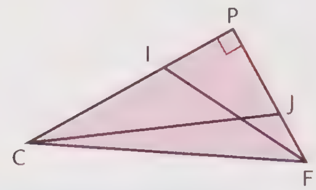
24 Dans chacun des cas suivants, écrire, si possible, cos $\widehat{D}$ avec les lettres de la figure.

a)


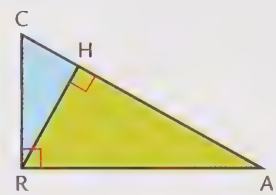
b)


c)


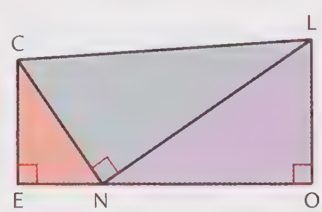
25 Dans le triangle rectangle :
a) CJP, on a $\cos\widehat{PCJ} =$ ...
b) CFP, on a $\cos\widehat{CFP} =$ ...
c) FIP, on a cos ... $= \dfrac{IP}{IF}$
d) CPJ, on a cos ... $= \dfrac{JP}{JC}$

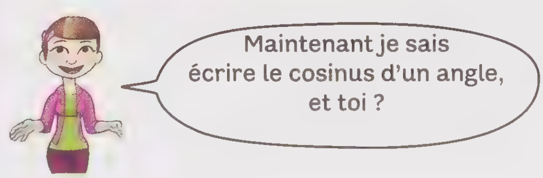


26 **VRAI OU FAUX ?**
Dans le triangle rectangle :
a) CAR, on a $\cos\widehat{ACR} = \dfrac{CR}{CA}$
b) RAH, on a $\cos\widehat{HAR} = \dfrac{AR}{AH}$
c) CHR, on a $\cos\widehat{CRH} = \dfrac{RH}{RC}$
d) CAR, on a $\cos\widehat{RAC} = \dfrac{AC}{AR}$



27 Dans le triangle rectangle :
a) CNL, on a $\cos\widehat{CLN} =$ ...
b) LON, on a $\cos\widehat{LNO} =$ ...
c) NEC, on a $\cos\widehat{ECN} =$ ...



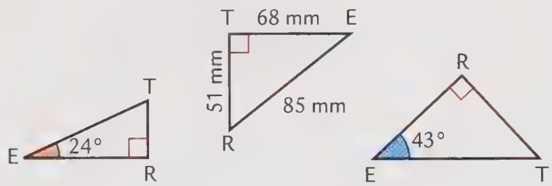


Calculer une longueur en utilisant le cosinus

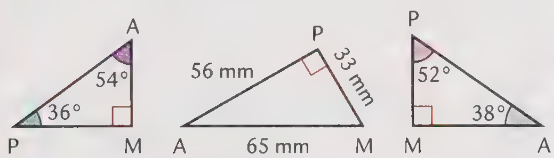
28 Donner l'arrondi à 0,000 1 près de :
a) cos 21° **b)** cos 37° **c)** cos 49°

29 Donner la troncature à 0,000 1 près de :
a) cos 26° **b)** cos 42° **c)** cos 77°

30 Donner, dans chaque cas, l'arrondi à 0,000 1 près de $\cos\widehat{TER}$.
a) **b)** **c)**



31 Donner, dans chaque cas, la troncature à 0,001 près de $\cos\widehat{MAP}$.
a) **b)** **c)**



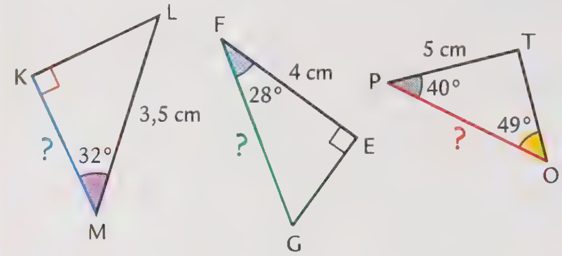
32 **VRAI OU FAUX ?**
Parmi les résultats suivants, quels sont ceux qui sont certainement faux ?
a) $\cos\widehat{A} \simeq 0{,}413$ **b)** $\cos\widehat{B} \simeq 1{,}34$
c) $\cos\widehat{C} \simeq 0{,}341$ **d)** $\cos\widehat{E} \simeq 1{,}98$

33 **a)** Tracer un triangle ABC rectangle en C tel que $\widehat{BAC} = 32°$ et AC = 6 cm.
b) Calculer l'arrondi à 0,1 cm près de AB.
c) En prenant la mesure nécessaire sur le dessin, vérifier le résultat du **b**.

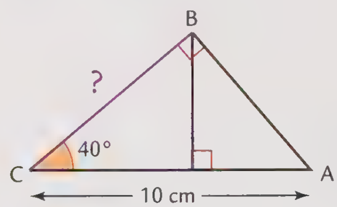
34 **a)** Tracer un triangle GPS rectangle en P tel que $\widehat{PGS} = 63°$ et GS = 8 cm.
b) Calculer l'arrondi à 0,1 cm près de GP.
c) En prenant la mesure nécessaire sur le dessin, vérifier le résultat du **b**.

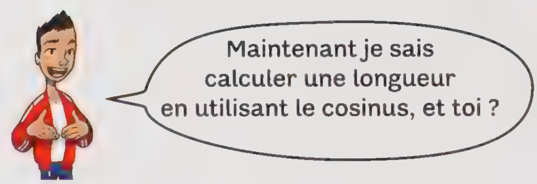
35 **a)** Soit un triangle SPI rectangle en I tel que SP = 10 cm et $\widehat{P} = 38°$. Calculer l'arrondi à 0,1 cm près de PI.
b) Soit un triangle ALC rectangle en L tel que $\widehat{A} = 27°$ et AL = 7 cm. Calculer l'arrondi à 0,1 cm près de AC.

36 Dans chacun des cas suivants, calculer, si possible l'arrondi à 0,1 cm près de la longueur demandée.
a) KM **b)** FG **c)** PO



37 Calculer la valeur arrondie à 0,1 cm près de BC.





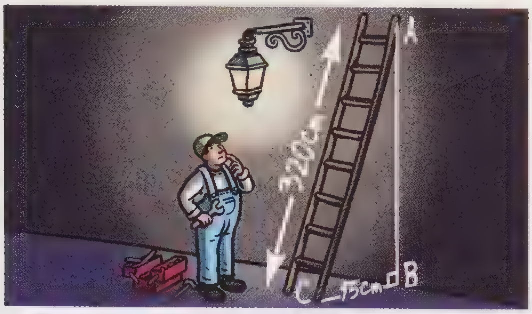
Calculer un angle en utilisant le cosinus

38 Soit x la mesure d'un angle aigu en degrés. En utilisant une calculatrice, déterminer, si possible dans chaque cas, l'arrondi de l'angle x au degré près :
a) $\cos x = 0{,}7$ **b)** $\cos x = 0{,}954$
c) $\cos x = \dfrac{13}{20}$ **d)** $\cos x = 1{,}5$

39 **a)** Tracer un triangle EFG rectangle en E tel que EF = 4 cm et FG = 8 cm.
b) Calculer l'arrondi au degré près de l'angle $\widehat{EFG}$.
c) Vérifier la vraisemblance du résultat trouvé en mesurant l'angle sur la figure tracée.

40 Pour fixer un lampadaire, Tony a placé une échelle de longueur AC = 320 cm. Le pied de l'échelle est à une distance BC = 95 cm du mur. Pour que l'échelle ne glisse pas, l'angle entre l'échelle et le sol doit être supérieur à 70°.

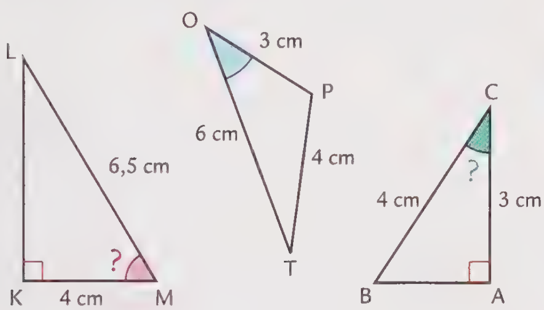
Calculer l'angle $\widehat{ACB}$. L'échelle risque-t-elle de glisser ?



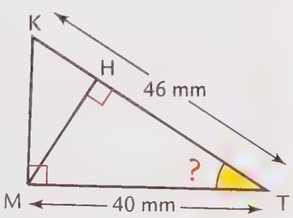
41 Soit un triangle FAR rectangle en F, tel que RF = 48 mm, RA = 50 mm et AF = 14 mm.
Calculer la troncature au degré près de $\widehat{RAF}$.

42 Dans chacun des cas suivants, calculer, si possible, l'arrondi au degré près de l'angle demandé.

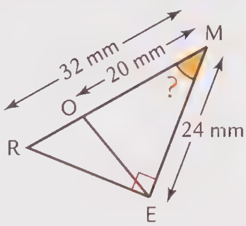
a) $\widehat{KML}$ **b)** $\widehat{POT}$ **c)** $\widehat{ACB}$

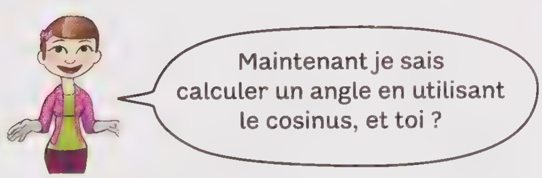


43 Calculer la troncature au degré près de l'angle $\widehat{MTH}$.



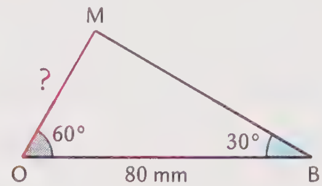
44 Calculer une valeur arrondie au degré près de l'angle $\widehat{M}$.



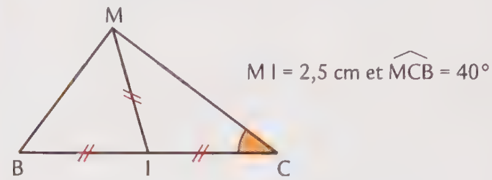


Résoudre des problèmes

45 Calculer la distance OM.

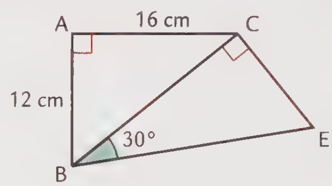


46 Calculer l'arrondi de MC à 0,1 cm près.

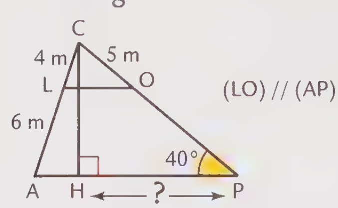


47 Soit un losange BASE de centre T tel que BA = 35 mm et $\widehat{ABT} = 20°$.
Calculer l'arrondi au mm près de BT.

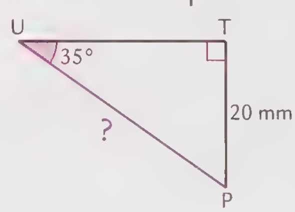
48 En utilisant les informations données sur la figure suivante, calculer la valeur arrondie à 0,1 cm près de BE.



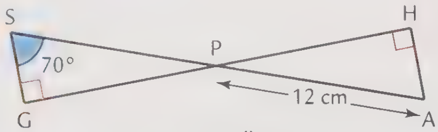
49 Voici un élément de charpente. Monsieur Dubois ne se souvient plus de la longueur de la poutre PH.
Trouver cette longueur.



50 Calculer l'arrondi au mm près de PU.

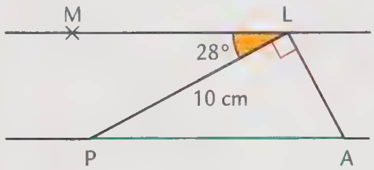


51 Déterminer l'arrondi à 0,1 cm près de PH.



S, P, A sont alignés
G, P, H sont alignés

52 Calculer l'arrondi à 0,1 cm près de PA.



(PA) // (LM)

53 Soit un triangle SKA tel que SK = 5 cm, KA = 12 cm et SA = 13 cm. Calculer l'arrondi à 0,1° près de la mesure de l'angle $\widehat{KSA}$.

54 **Au brevet**

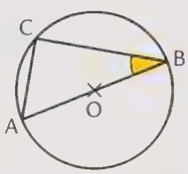
a) Tracer un cercle de diamètre AB = 8 cm, puis placer un point F sur le cercle tel que l'angle $\widehat{BAF}$ soit égal à 60°.

b) Montrer que le triangle ABF est rectangle en F.

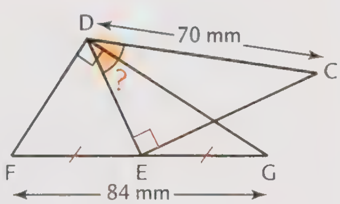
c) Calculer AF.

Brevet Antilles-Guyane septembre 2008

55 Calculer la troncature à 0,1° près de la mesure de l'angle $\widehat{ABC}$ sachant que BC = 5 cm, que le rayon du cercle mesure 3 cm et que O est le centre du cercle.



56 Calculer l'arrondi à 0,1 degré près de l'angle $\widehat{CDE}$.



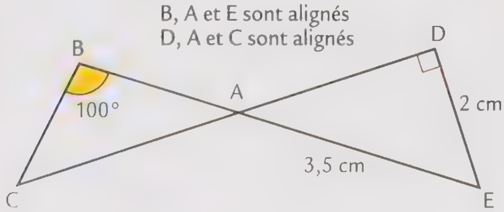
57 Grâce aux informations de la figure :

a) calculer l'angle $\widehat{AED}$. En déduire l'angle $\widehat{DAE}$.

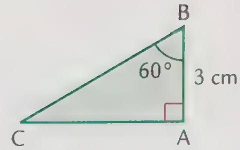
b) déterminer l'angle $\widehat{BAC}$.

c) calculer l'angle $\widehat{BCA}$.

B, A et E sont alignés
D, A et C sont alignés



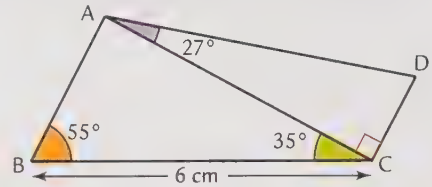
58 Calculer le périmètre et l'aire du triangle ABC.



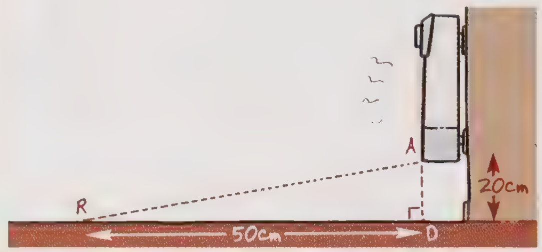
59 Grâce aux informations de la figure :

a) démontrer que le triangle ABC est rectangle en A ; **b)** calculer AC ; **c)** calculer AD ;

d) calculer le périmètre de ABCD.



60 Sur la notice de montage d'un radiateur électrique, il est précisé qu'il doit y avoir un espace libre d'au moins 50 cm devant lui et que le radiateur doit se trouver à 20 cm du sol.



Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{ARD}$?

61 **Qu'est-ce que j'ai appris ?**

Vrai ou faux ?

a) En calculant le cosinus d'un angle, le résultat est toujours plus grand que 1.

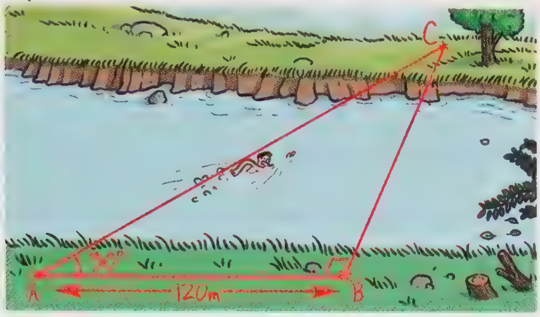
b) La longueur du côté d'un angle droit d'un triangle rectangle est toujours plus petite que la longueur de l'hypoténuse de ce triangle.

c) Si, dans un triangle rectangle, je connais deux côtés de ce triangle, je peux calculer (soit directement, soit après des calculs intermédiaires) la mesure de tous les angles de ce triangle.

d) Si, dans un triangle rectangle, je connais un angle aigu et un côté de ce triangle, je peux calculer (soit directement, soit après des calculs intermédiaires) les autres angles de ce triangle et les longueurs des deux autres côtés.

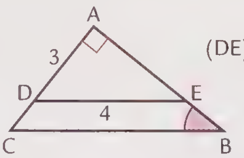
Pour approfondir

62 Parti de A, un nageur veut traverser la rivière par le chemin le plus court. Mais le courant le déporte et finalement il va de A à C.



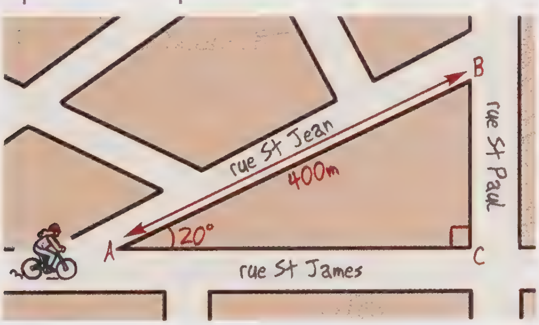
Quelle distance a-t-il parcourue en plus de ce qu'il avait prévu ?

63 Calculer l'arrondi à 0,1° près de $\widehat{ABC}$.



(DE) // (CB)

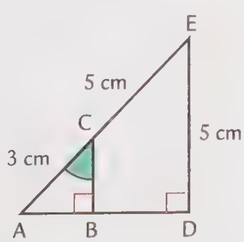
64 Céline arrive en vélo dans la rue St-James. Elle tourne dans la rue St-Jean puis se rendant compte qu'elle s'est trompée, elle tourne dans la rue St-Paul pour rejoindre la rue St-James. Elle veut savoir quelle distance ce détour lui a fait faire en plus. Pour cela répondre aux questions ci-dessous.



a) Calculer AC et l'angle $\widehat{ABC}$.

b) Calculer BC. Quelle distance le détour par B lui a fait faire en plus ?

65 Calculer la mesure de $\widehat{ACB}$.



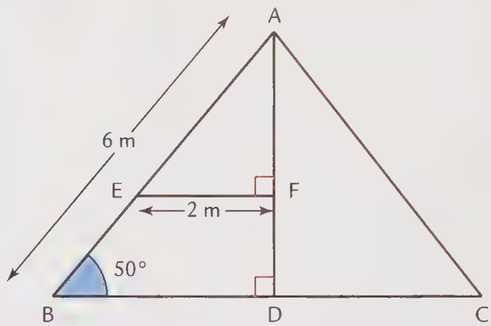
66 Dans son studio sous les toits, Laurent veut installer son lit en hauteur sur un support placé entre E et F. Il souhaite disposer d'une hauteur FD d'au moins 1,9 m pour mettre un bureau au-dessous.

a) Déterminer AD.

b) Déterminer AE.

c) Déterminer AF.

d) Finalement, aura-t-il la place pour mettre le bureau ?



Avec un logiciel de géométrie

Fiches logiciels

67 **a)** Conjecturer

Avec un logiciel de géométrie, tracer un segment [AB] tel que AB = 12 cm. Tracer la droite (AB). Tracer le cercle de centre A et de rayon 5 cm. Placer sur ce cercle un point C. Tracer le triangle ABC.

Repérer dans la fenêtre « Algèbre » (à gauche de l'écran) l'aire de ce triangle.

Tracer la droite perpendiculaire à (AB) qui passe par C, elle coupe (AB) en D. Afficher la mesure de l'angle $\widehat{ACD}$.

Afficher le résultat du calcul « $30 \times \cos \widehat{ACD}$ ».

Comparer le résultat de ce calcul avec l'aire du triangle ACD. Quelle conjecture peut-on faire ?

b) Déplacer le point C sur le cercle, la conjecture est-elle encore vraie ?

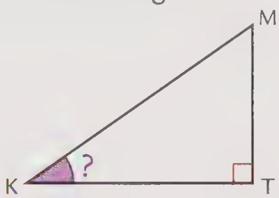
c) Démontrer

Pour cela, calculer l'aire de ABC en fonction de $\cos \widehat{ACD}$.

Recherche & créativité

68 **Défi !**

a) Sans utiliser de rapporteur, uniquement avec la règle graduée et la calculatrice, déterminer la mesure de l'angle K.



b) Sans utiliser de rapporteur, uniquement avec les autres instruments de géométrie et la calculatrice, tracer un angle de 37°.

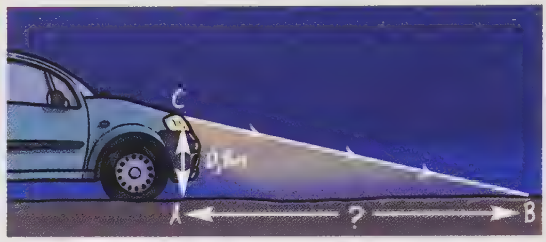
c) Sans utiliser de rapporteur, ni de calculatrice, tracer un angle dont le cosinus est 0,6.

69 Stéphanie a dessiné deux triangles. L'un d'eux a un angle obtus, l'autre n'a que des angles aigus. Elle a écrit les mesures de 4 angles de ces triangles : 120°, 75°, 55° et 10°.
Combien mesure le plus petit angle du triangle qui n'a que des angles aigus ?

a) 5° **b)** 10° **c)** 50°
d) 55° **e)** on ne peut pas savoir.

D'après Kangourou des mathématiques 2009

70



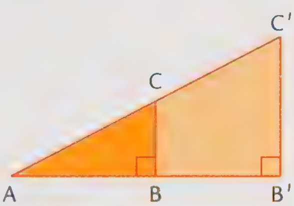
Michael : « J'ai réglé les feux de route de ma voiture de telle sorte que l'angle $\widehat{BCA} = 89{,}6°$. J'éclaire alors à plus de 100 m, conformément au code de la route. »
Alain : « J'ai la même voiture que toi, je vais régler les feux de route de telle sorte que $\widehat{BCA} = 89°$. Comme l'angle est presque le même j'éclairerai sûrement aussi à plus de 100 m. »

a) Michael et Alain ont-ils raison ?

b) Quel angle $\widehat{BCA}$ faut-il choisir pour éclairer à 200 m ?

Devoirs maison

71 Le but de cet exercice est de démontrer la propriété qui permet de définir le cosinus d'un angle.



a) Dans le triangle ABC, écrire avec les lettres du dessin le rapport :

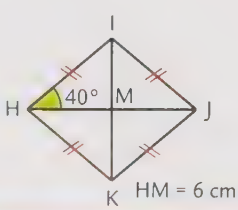
$$\frac{\text{longueur du côté adjacent à } \widehat{A}}{\text{longueur de l'hypoténuse}}$$

b) Écrire le même rapport dans AB'C'.

c) Prouver l'égalité des deux rapports.

d) Compléter la phrase par « dépend » ou « ne dépend pas » : « Pour un angle donné le cosinus**...** de la longueur des côtés. »

72 En utilisant les informations du dessin :

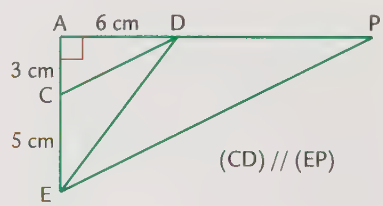


a) démontrer que HIJK est un losange ;

b) démontrer que (HJ) ⊥ (IK) ;

c) calculer le périmètre et l'aire de HIJK.

73 **a)** Tracer la figure ci-dessous à l'échelle 1.



b) Mesurer les angles $\widehat{ADC}$ et $\widehat{CDE}$. Ces mesures permettent-elles d'affirmer que (DC) est la bissectrice de l'angle $\widehat{ADE}$?

c) (1) Calculer DC et DE.
(2) Calculer les mesures des angles $\widehat{ADC}$ et $\widehat{CDE}$. Ces calculs permettent-ils d'affirmer que (DC) est la bissectrice de l'angle $\widehat{ADE}$?

d) (1) Calculer DP. En déduire que $\widehat{DEP} = \widehat{DPE}$.
(2) Démontrer que $\widehat{ADC} = \widehat{DPE}$. Démontrer que $\widehat{CDE} = \widehat{DEP}$.
(3) En déduire que (DC) est la bissectrice de l'angle $\widehat{ADE}$.

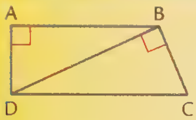
Tous ces exercices sont corrigés page 268 et suivantes.

As-tu atteint tous les objectifs ?
Pour t'en assurer fais les exercices suivants !

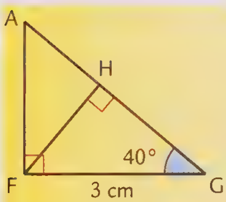
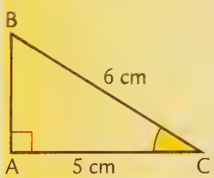
Pour chaque question, indiquer la (ou les) bonne(s) réponse(s).

Je complète un QCM

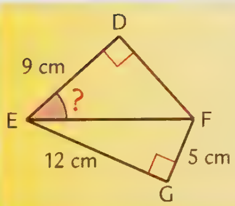
Écrire le cosinus d'un triangle rectangle

		Réponse (1)	Réponse (2)	Réponse (3)
74	 **a)** L'hypoténuse du triangle ABD est ...	[AB]	[AD]	[BD]
	b) Dans le triangle BCD le côté adjacent à $\widehat{C}$ est ...	[DC]	[BC]	[BD]
	c) Dans le triangle ABD, cos $\widehat{D}$ = ...	DB/DA	AB/DB	DA/DB

Calculer une longueur ou un angle en utilisant le cosinus

		Réponse (1)	Réponse (2)	Réponse (3)
75	 **a)** L'arrondi à 0,1 cm près de GH est ...	2,2	2,3	3,9
	b) L'arrondi à 0,1 cm près de AG est ...	3,9	4	3,916 221 8 ...
76	 L'arrondi à 0,1° près de l'angle $\widehat{C}$ est ...	33,5	33,557 309 ...	33,6

Résoudre des problèmes

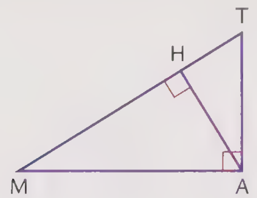
		Réponse (1)	Réponse (2)	Réponse (3)
77	 L'arrondi à 1° de l'angle $\widehat{DEF}$ est ...	47	46	46,186 938 ...

Je rédige

Écrire le cosinus d'un angle aigu d'un triangle rectangle

78 Dans un triangle TCL rectangle en L, quel est le côté adjacent à l'angle $\widehat{T}$?

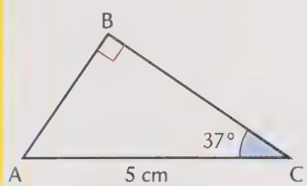
79 Écrire de deux manières différentes le cosinus de l'angle $\widehat{M}$ avec les lettres du dessin.



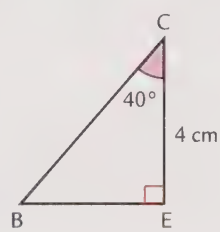
Calculer une longueur en utilisant le cosinus

80 Calculer, dans chaque cas, l'arrondi à 0,1 cm près de BC.

a)

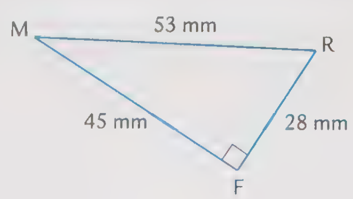


b)



Calculer un angle en utilisant le cosinus

81 Calculer l'arrondi à 0,1° près de l'angle $\widehat{MRF}$.



Résoudre des problèmes

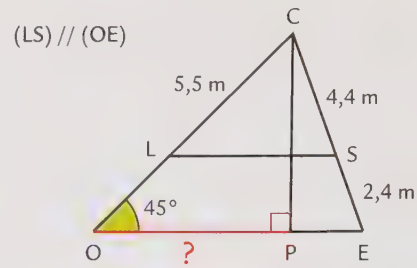
82 Tracer un triangle COS rectangle en C tel que CO = 5 cm et CS = 7 cm.

a) Calculer la troncature à 0,1 cm près de OS.

b) Calculer la troncature à 0,1° près de la mesure des angles $\widehat{COS}$ et $\widehat{CSO}$.

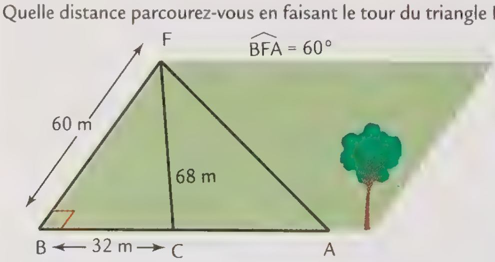
c) Contrôler la vraisemblance des résultats à l'aide du dessin.

83 Le dessin ci-dessous représente un élément de charpente. Calculer un arrondi à 0,1 m près de OP.



84 Le professeur de sport et le professeur de mathématiques ont décidé d'une activité commune à leurs deux matières. Le professeur de sport a préparé le document ci-dessous.

Quelle distance parcourez-vous en faisant le tour du triangle FCA ?



Les élèves vont alors en cours de mathématiques avec le document. Ils doivent répondre aux questions suivantes.

a) Démontrer que le triangle BCF est un triangle rectangle.

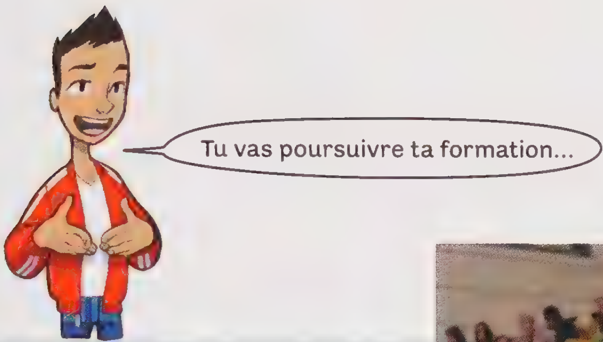
b) Calculer AF.

c) Calculer AB puis AC.

d) Finalement, quelle distance allez-vous parcourir en faisant le tour du triangle FCA ?

Chapitre 14

Connaissances et compétences du socle commun



Pour cela, il faut acquérir des connaissances et maîtriser un certain nombre de compétences qui sont regroupées dans **le socle commun**. Ce sont ces compétences que école et collège cherchent à faire acquérir à **tous les élèves**.
Avec toutes les disciplines, les mathématiques participent à l'acquisition des compétences du socle. Calculer, raisonner, comprendre la signification d'un pourcentage ou d'un graphique, savoir résoudre des problèmes voilà, par exemple, des compétences essentielles pour ta vie présente et future !

LIVRET DE COMPÉTENCES L'objectif de ce chapitre est de mettre à disposition des enseignants et des élèves des exercices et problèmes leur permettant d'évaluer l'acquisition des compétences des deux domaines du palier 3 (page suivante), ceci en lien avec le programme de 4e.

PALIER 3 › COMPÉTENCE 3 › LES PRINCIPAUX ÉLÉMENTS DE MATHÉMATIQUES ET LA CULTURE SCIENTIFIQUE ET TECHNOLOGIQUE

LIVRET DE COMPÉTENCES

		Date
2	**Pratiquer une démarche scientifique et technologique, résoudre des problèmes**	
	▸ Rechercher, extraire et organiser l'information utile	
	▸ Réaliser, manipuler, mesurer, calculer, appliquer des consignes	
	▸ Raisonner, argumenter, pratiquer une démarche expérimentale ou technologique, démontrer	
	▸ Présenter la démarche suivie, les résultats obtenus, communiquer à l'aide d'un langage adapté	
1	**Savoir utiliser des connaissances et des compétences mathématiques**	
1.1	▸ **Organisation et gestion de données :** reconnaître des situations de proportionnalité, utiliser des pourcentages, des tableaux, des graphiques. Exploiter des données statistiques et aborder des situations simples de probabilité	
1.2	▸ **Nombres et calculs :** connaître et utiliser les nombres entiers, décimaux et fractionnaires. Mener à bien un calcul : mental, à la main, à la calculatrice, avec un ordinateur	
1.3	▸ **Géométrie :** connaître et représenter des figures géométriques et des objets de l'espace. Utiliser leurs propriétés	
1.4	▸ **Grandeurs et mesures :** réaliser des mesures (longueurs, durées, ...), calculer des valeurs (volumes, vitesses, ...) en utilisant différentes unités	

1 Savoir utiliser des connaissances et des compétences mathématiques

1.1[1] **Organisation et gestion de données.** Reconnaître des situations de proportionnalité, utiliser des pourcentages, des tableaux, des graphiques. Exploiter des données statistiques et aborder des situations simples de probabilité

1.1.1 Reconnaître si deux grandeurs sont ou non proportionnelles

→ chapitre 6

1A Pour chaque phrase, préciser si elle est vraie.

a) Le poids d'une personne est proportionnel à son âge.

b) Le périmètre d'un carré est proportionnel à la longueur de son côté.

1B Pour chaque phrase, préciser si elle est vraie.

a) Le prix affiché sur une pompe à essence est proportionnel à la quantité d'essence affichée.

b) L'aire d'un disque est proportionnelle à son rayon.

1. Les précisions sur les items et les sous-items sont extraits des « Grilles de références pour l'évaluation et la validation des compétences du socle commun » accompagnant le *Livret personnel de compétences, palier 3,* novembre 2010.

2A Dans ce tableau, peut-on dire que le prix payé est proportionnel à la quantité achetée ?

Quantité	3	4	6
Prix (en €)	15	20	25

2B Dans ce tableau, peut-on dire que le prix payé est proportionnel à la quantité achetée ?

→ chapitre 6

Quantité (en kg)	1,5	3	6
Prix (en €)	3,6	7,2	14,4

3A Compléter le tableau de proportionnalité.

6	9	15	30	4,5
7,5	11,25			

3B Compléter le tableau de proportionnalité.

→ chapitre 6

3,5	1,5	3	5	4,5
1,4	0,6			

4A Compléter le tableau de proportionnalité.

7	9	11	
14,7			21

4B Compléter le tableau de proportionnalité.

9	11		13
16,2		36	

5A Compléter le tableau de proportionnalité.

8,4	
3	2,5

5B Compléter le tableau de proportionnalité.

→ chapitre 6

	5,4
6,8	9

1.1.2 Appliquer un pourcentage

6A Dans un groupe de 120 personnes, 75 % ont un ordinateur. Combien de personnes du groupe possèdent un ordinateur ?

6B Sur un paquet de céréales de 500 g, il y a 21 % de sucre. Quelle est la quantité de sucre dans ce paquet de céréales ?

→ chapitre 7

1.1.3 Calculer un pourcentage

7A Dans une classe de 28 élèves, 21 élèves sont inscrits dans un club sportif. Quel est le pourcentage d'élèves de cette classe inscrits à un club sportif ?

7B Un commerçant accorde une remise de 44,10 € sur l'achat d'une imprimante qui coûte 315 €. Quel est le pourcentage de remise ?

→ chapitre 7

1.1.4 Lire des données présentées sous forme de tableaux, de graphiques

8A Ce tableau représente le nombre de stylos, crayons et marqueurs selon leur couleur dans la vitrine d'une papeterie.

	Noir	Bleu	Rouge
Stylos	25	20	15
Crayons	35	12	24
Marqueurs	13	14	21

a) Que représente le nombre 14 ?
b) Combien y a-t-il de stylos rouges dans la vitrine ?
c) Combien y a-t-il de crayons dans la vitrine ?
d) Combien y a-t-il d'objets noirs dans la vitrine ?

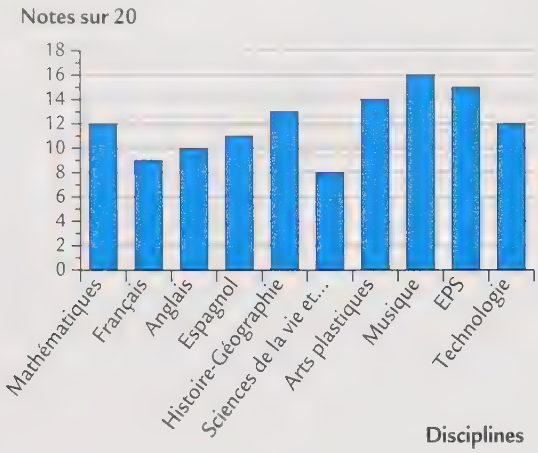
8B Ce tableau représente le nombre d'élèves de quatrième d'un collège selon la seconde langue étudiée.

Classe de 5^{e}

	Italien	Allemand	Espagnol
Filles	24	15	35
Garçons	26	13	27

a) Que représente le nombre 24 ?
b) Combien y a-t-il de garçons qui étudient l'espagnol en quatrième ?
c) Combien y a-t-il de filles en quatrième ?
d) Combien y a-t-il d'élèves qui étudient l'allemand en quatrième ?
e) Quel est le nombre d'élèves en quatrième ?

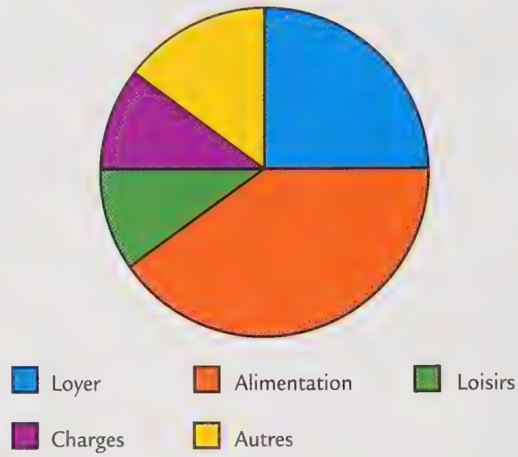
9A Voici un diagramme représentant les notes d'Alix au 1er trimestre.



a) Quelle est sa note en anglais ? en EPS ?
b) Quelles sont les disciplines où elle a 13 ou plus de 13 ? Celles où elle a 10 ou moins de 10 ?
d) Quelle est sa moyenne ce trimestre ?

Classe de 5e

9B Voici un diagramme représentant les dépenses d'une famille en un mois.



a) Ranger les rubriques de la plus forte dépense à la plus faible.
b) Cette famille dépense 1 500 € ce mois, quelles sommes dépense-t-elle pour le loyer ? L'alimentation ? Les charges ?

1.1.5 Effectuer, à la main (ou avec un tableur-grapheur) des traitements de données

10A Voici les notes données par un professeur :
12 ; 14 ; 8 ; 9 ; 11 ; 10 ; 14 ; 12 ; 11 ; 9 ; 12 ; 11 ; 8 ; 9 ; 10 ; 6 ; 8 ; 10 ; 12 ; 14 ; 9 ; 9 ; 12 ; 13 ; 14 ; 10 ; 12 ; 12 ; 14 ; 10.
Présenter dans un tableau l'effectif de chaque note.

Classe de 5e

10B Kevin a lancé un dé à 6 faces 30 fois de suite et il a noté chaque fois le n° qui est apparu :
1 ; 2 ; 1 ; 6 ; 5 ; 4 ; 6 ; 5 ; 4 ; 2 ; 3 ; 3 ; 4 ; 6 ; 1 ; 5 ; 2 ; 4 ; 4 ; 5 ; 2 ; 6 ; 5 ; 2 ; 2 ; 3 ; 5 ; 5 ; 2 ; 6.
Présenter dans un tableau l'effectif de chaque numéro.

11A Ce tableau donne le nombre d'arbres suivant leurs espèces dans un parc.

Espèce	Nombre
Platane	32
Bouleau	15
Tilleul	4
Noyer	11

Construire un diagramme en bâtons représentant ces données.

→ chapitre 7

11B Ce tableau donne la répartition des terrains dans un village.

Terrain	Aire (en %)
à bâtir	25
agricole	65
de sport	10

Construire un diagramme circulaire représentant ces données.

1.1.6 Utiliser un tableur-grapheur

12A Ce tableau donne les ventes en 2008 en France pour différentes ampoules.

Ampoules incandescentes	79,6 %
Ampoules fluocompactes	10,8 %
Ampoules à halogène	9,2 %
Ampoules à LED	0,4 %

Le Monde, 5/02/2009

→ chapitre 7

12B Ce tableau donne le pourcentage de personnes lisant un quotidien régional par tranche d'âge (enquête auprès de 1 754 personnes).

15 à 24 ans	25 à 34 ans	35 à 49 ans	50 à 64 ans	65 ans et plus
7 %	11 %	15 %	27 %	37 %

Le Monde, 22/06/2010

a) Entrer ces données sur une feuille de calcul.
b) Construire un diagramme circulaire représentant ces données.
c) En 2008 il y a eu 250 millions d'ampoules vendues en France. Avec le logiciel, calculer et afficher dans une colonne la quantité de chaque type d'ampoules.

a) Entrer ces données sur une feuille de calcul.
b) Construire un diagramme en bâtons représentant ces données.
c) Calculer la somme des pourcentages. Pourquoi n'obtient-on pas 100 % ?

→ chapitre 7

13A Voici une série de valeurs :
34 ; 67 ; 12 ; 4 ; 56 ; 39 ; 20 ; 12 ; 89 ; 65 ; 45 ; 37 ; 2 ; 45 ; 54 ; 3 ; 32 ; 76 ; 45 ; 3.
a) Entrer ces valeurs sur une feuille de calcul.
b) Avec le logiciel, calculer la moyenne de cette série.
c) En enlevant une seule valeur, Malo a trouvé la même moyenne qu'au **b**. Quelle valeur a-t-il enlevée ?

13B Voici les notes de Fanny ce trimestre en mathématiques :
12 ; 8 ; 9 ; 10 ; 14 ; 18 ; 7 ; 2 ; 17 ; 20.
a) Entrer ces valeurs sur une feuille de calcul.
b) Avec le logiciel, calculer la moyenne des notes de Fanny.
c) Fanny souhaiterait avoir 12 de moyenne ce trimestre. Il reste un devoir à faire. Quelle note doit-elle obtenir à ce dernier devoir ?

1.2 **Nombres et calculs.** Connaître et utiliser les nombres entiers, décimaux et fractionnaires. Mener à bien un calcul mental, à la main, à la calculatrice, avec un ordinateur

1.2.1 Traduire les données d'un exercice à l'aide de nombres relatifs

Classe de 5^e et chapitre 1

14A Michelus Renatus est né en – 52 av. J.-C. et il est mort en + 26 apr. J.-C.
Quelle opération faut-il effectuer avec (– 52) et (+ 26) pour obtenir son âge ?

14B Giselius Caterinus est née en – 48 av. J.-C. et elle est morte en + 34 apr. J.-C.
Quelle opération faut-il effectuer avec (– 48) et (+ 34) pour obtenir son âge ?

1.2.2 Mobiliser des écritures différentes d'un même nombre

Classes de 6^e et 5^e et chapitre 3

15A **a)** Donner l'écriture décimale des fractions.
$\dfrac{3}{10}$ $\quad \dfrac{47}{10}$ $\quad \dfrac{9}{100}$ $\quad \dfrac{7}{2}$ $\quad \dfrac{3}{4}$
b) Écrire sous forme de fraction.
0,8 0,45 1,3 3,65

15B **a)** Donner l'écriture décimale des fractions.
$\dfrac{7}{10}$ $\quad \dfrac{38}{10}$ $\quad \dfrac{6}{100}$ $\quad \dfrac{9}{2}$ $\quad \dfrac{1}{4}$
b) Écrire sous forme de fraction.
0,9 0,57 1,6 2,73

Classe de 5^e et chapitre 3

16A Simplifier les fractions suivantes.
$\dfrac{12}{15}$ $\quad \dfrac{35}{45}$ $\quad \dfrac{18}{24}$

16B Simplifier les fractions suivantes.
$\dfrac{15}{18}$ $\quad \dfrac{45}{65}$ $\quad \dfrac{24}{30}$

1.2.3 Comparer des nombres

Classe de 5^e

17A Compléter avec le signe >, < ou = .
a) 4,6 ... 4,34 ; 9,78 ... 9,67 ; 6,05 ... 6,050.
b) – 8 ... – 12 ; – 4 ... + 6 ; + 8 ... – 8 ; – 14 ... – 6.
c) $\dfrac{5}{6} \dots \dfrac{9}{12}$; $\dfrac{1}{2} \dots \dfrac{1}{5}$; $\dfrac{125}{132} \dots \dfrac{35}{28}$.

17B Compléter avec le signe >, < ou = .
a) 7,24 ... 7,5 ; 8,050 ... 8,05 ; 9,45 ... 9,7.
b) – 10 ... – 14 ; – 7 ... + 9 ; + 10 ... – 10 ; – 12 ... – 9.
c) $\dfrac{7}{8} \dots \dfrac{13}{16}$; $\dfrac{1}{4} \dots \dfrac{1}{5}$; $\dfrac{145}{149} \dots \dfrac{85}{83}$.

1.2.4 Choisir l'opération qui convient

18A Écrire l'opération qui permet de résoudre le problème (on ne demande pas de l'effectuer).
a) J'ai acheté 4 CD coûtant 19,20 € les quatre. Combien coûte un CD ?
b) J'ai acheté 6 DVD coûtant 24,60 € l'un. Quelle est ma dépense ?
c) Après une remise de 3,50 €, un article coûte 15,80 €. Quel était le prix de cet article avant sa remise ?
d) J'ai acheté 0,95 kg de viande coûtant 13,40 € le kg. Combien ai-je payé ?
e) J'ai payé 493,50 € pour 16 450 litres d'eau. Quel est le prix d'un litre ?

18B Écrire l'opération qui permet de résoudre le problème (on ne demande pas de l'effectuer).
a) J'ai acheté 4 DVD coûtant 18,60 € l'un. Quelle est ma dépense ?
b) J'ai acheté 6 CD coûtant 24,60 € les quatre. Combien coûte un CD ?
c) J'ai acheté 0,87 kg de viande coûtant 16,40 € le kg. Combien ai-je payé ?
d) Après une remise de 6,40 €, un article coûte 23,70 €. Quel était le prix de cet article avant sa remise ?
e) J'ai payé 577,50 € pour 19 250 litres d'eau. Quel est le prix d'un litre ?

Classe de 5^e

19A Écrire l'opération qui permet de résoudre le problème (on ne demande pas de l'effectuer).
a) Lors d'une excursion de trois jours, j'ai effectué les $\frac{5}{12}$ du trajet le premier jour et les $\frac{3}{8}$ le deuxième jour. Quelle fraction du trajet ai-je parcouru à la fin de 2^e jour ?
b) Lors d'une excursion de trois jours, j'ai effectué les $\frac{5}{12}$ du trajet le premier jour. Le deuxième jour, j'ai effectué les $\frac{3}{8}$ du trajet fait le premier jour. Quelle fraction du trajet ai-je parcouru le deuxième jour ?

19B Écrire l'opération qui permet de résoudre le problème (on ne demande pas de l'effectuer).
a) J'ai dépensé les $\frac{8}{15}$ de mon argent pour acheter des vêtements et les $\frac{5}{12}$ de cette somme pour acheter une veste. Quelle fraction de mon argent ai-je utilisé pour acheter la veste ?
b) J'ai dépensé les $\frac{8}{15}$ de mon argent pour acheter des vêtements et les $\frac{5}{12}$ pour acheter de la nourriture. Quelle fraction de mon argent ai-je dépensé ?

→ chapitre 3

1.2.5 Maîtriser de manière automatisée les tables de multiplication

20A Effectuer, mentalement, les calculs.
a) 17×100 ; $48{,}5 \times 100$; $0{,}36 \times 1000$.
b) $48 \div 1\,000$; $6{,}4 \div 10$; $0{,}75 \div 100$.
c) $54 \times 0{,}1$; $53{,}8 \times 0{,}001$; $0{,}45 \times 0{,}01$.
d) $72 \div 0{,}1$; $32{,}89 \div 0{,}01$; $0{,}6 \div 0{,}001$.

20B Effectuer, mentalement, les calculs.
a) 45×100 ; $64{,}5 \times 100$; $0{,}023 \times 1\,000$.
b) $89 \div 1\,000$; $3{,}6 \div 10$; $0{,}84 \div 100$.
c) $86 \times 0{,}1$; $62{,}5 \times 0{,}001$; $0{,}98 \times 0{,}01$.
d) $63 \div 0{,}1$; $29{,}38 \div 0{,}01$; $0{,}8 \div 0{,}001$.

Classe de 5^e

21A Effectuer, mentalement, les calculs.
a) $2 \times 12{,}8 \times 5$ **b)** $50 \times 42{,}5 \times 2$
c) $25 \times 4 \times 9{,}8$ **d)** $20 \times 0{,}89 \times 50$

21B Effectuer, mentalement, les calculs.
a) $5 \times 16{,}78 \times 2$ **b)** $2 \times 50 \times 34{,}1$
c) $4 \times 10{,}2 \times 25$ **d)** $25 \times 0{,}034 \times 40$

Classe de 6^e

22A Poser et effectuer les opérations.
a) $125{,}4 + 35{,}6$ **b)** $164{,}36 - 18$
c) $1{,}27 \times 4{,}8$ **d)** $146{,}8 \div 8$

22B Poser et effectuer les opérations.
a) $257{,}8 + 47{,}9$ **b)** $283{,}38 - 26$
c) $3{,}67 \times 5{,}7$ **d)** $118{,}84 \div 8$

23A Effectuer.
$E = 5 \times 7 + 3$ $F = 43 - 3 \times 8$
$G = 15 \div 3 + 7 \times 4$ $H = 19 - 9 \times (10 - 8)$

23B Effectuer.
$J = 7 \times 4 + 6$ $K = 38 - 8 \times 3$
$L = 9 \times 5 + 35 \div 7$ $M = 43 + 7 \times (36 - 16)$

→ chapitre 1

1.2.6 Mener à bien un calcul instrumenté (calculatrice, tableur)

→ chapitre 5

24A Avec la calculatrice, calculer :
a) $\dfrac{3\,611}{98+59}$ **b)** $\dfrac{251\,605+2\,568}{257}$ **c)** 12^6+158

24B Avec la calculatrice, calculer :
a) $\dfrac{23\,051}{386-127}$ **b)** $\dfrac{201\,659+2\,710}{563}$ **c)** 15^7+35

1.2.7 Conduire un calcul littéral simple

→ chapitres 1 et 2

25A **a)** Pour $x=3$, calculer $2x+5$.
b) Pour $x=4$, calculer $3x^2+2x+4$.

25B **a)** Pour $x=6$, calculer $4+2x$.
b) Pour $x=2$, calculer $4x^2+2x+10$.

1.2.8 Évaluer mentalement un ordre de grandeur du résultat avant de se lancer dans un calcul. Contrôler un résultat à l'aide d'une calculatrice ou d'un tableur

Classe de 5^e

26A
a) Calculer, mentalement, un ordre de grandeur de chaque résultat.
$E=72{,}8+26{,}4$ $F=3{,}5\times 99$
$G=65\times 0{,}98$ $H=135\div 9{,}7$
b) Vérifier avec la calculatrice.

26B
a) Calculer, mentalement, un ordre de grandeur de chaque résultat.
$J=785{,}49+215{,}76$ $K=12{,}5\times 98$
$L=142\times 0{,}99$ $M=456\div 9{,}8$
b) Vérifier avec la calculatrice.

1.3 **Géométrie.** Connaître et représenter des figures géométriques et des objets de l'espace. Utiliser leurs propriétés

1.3.1 Effectuer des constructions simples

→ chapitre 8

27A Tracer un triangle ABC. Tracer la droite (d) parallèle à (BC) passant par A. Tracer la droite (d') parallèle à (AB) passant par C. Les droites (d) et (d') se coupent en D. Placer le milieu O de [AC]. Tracer (BO).

27B Tracer un triangle DEF isocèle en E. Tracer la droite (d) parallèle à (ED) passant par F. Tracer la droite (d') parallèle à (EF) passant par D. Les droites (d) et (d') se coupent en G Tracer la perpendiculaire à (DF) passant par E.

→ chapitre 8

28A Tracer un losange ABCD tel que : AB = 5 cm et $\widehat{ABC}=100°$.

28B Tracer un losange ABCD tel que : AC = 8 cm et BD = 6 cm.

→ chapitre 9

29A Tracer les triangles suivants :
a) ABC tel que AB = 8cm ; AC = 6 cm et BC = 7 cm ;
b) DEF isocèle en E tel que DF = 4 cm et EF = 6 cm ;
c) KLM équilatéral, tel que KL = 6 cm.

29B Tracer les triangles suivants :
a) ABC tel que AB = 9 cm ; AC = 5 cm et BC = 6 cm ;
b) DEF isocèle en E tel que EF = 7 cm et DF = 3 cm ;
c) KLM équilatéral, tel que KL = 5 cm.

→ chapitre 13

30A Tracer les triangles suivants :
a) ABC tel que AB = 9 cm ; $\widehat{A}=50°$ et $\widehat{B}=40°$;
b) DEF tel que DF = 8 cm, $\widehat{F}=38°$ et FE = 6 cm.

30B Tracer les triangles suivants :
a) ABC tel que AB = 8cm ; $\widehat{A}=38°$ et $\widehat{B}=52°$;
b) DEF tel que DF = 9 cm, $\widehat{F}=42°$ et FE = 7 cm.

→ chapitre 11

31A Tracer un triangle ABC tel que AB = 9 cm, AC = 5 cm et BC = 7 cm. Tracer la hauteur issue de A. Tracer la médiatrice de [AB]. Tracer la médiane issue de C. Tracer la bissectrice de $\widehat{A}$.

31B Tracer un triangle DEF tel que DE = 10cm, EF = 5 cm et DF = 7 cm. Tracer la hauteur issue de D. Tracer la médiatrice de [EF]. Tracer la médiane issue de D. Tracer la bissectrice de $\widehat{E}$.

Classe 5^e et chapitre 11

32A Tracer un triangle puis tracer le cercle circonscrit à ce triangle.

32B Tracer un triangle rectangle puis tracer le cercle circonscrit à ce triangle.

33A Avec un logiciel de géométrie effectuer la construction suivante :
Tracer un triangle ABC rectangle en A. Placer un point D sur [AB]. Tracer la droite parallèle à (BC) qui passe par D, elle coupe (AC) en E. Tracer la droite perpendiculaire à (AC) qui passe par C, elle coupe (DE) en F. Placer G le milieu de [DC].
Tracer le symétrique de B par rapport à G.
Quelle conjecture peut-on faire ? Cette conjecture semble-t-elle encore vraie si on déplace le point A ?

33B Avec un logiciel de géométrie effectuer la construction suivante :
Tracer un triangle isocèle ABC tel que AB = AC.
Placer D le milieu de [BC]. Placer le point E symétrique de A par rapport à D. Tracer la droite perpendiculaire à (BC) qui passe par C, elle coupe (BE) en F.
Tracer le symétrique de B par rapport à E.
Quelle conjecture peut-on faire ? Cette conjecture semble-t-elle encore vraie si on déplace le point A ?

Classe de 5e

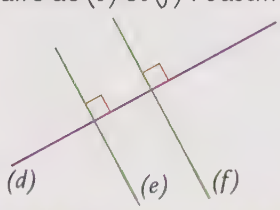
34A Avec un logiciel de géométrie effectuer la construction suivante :
Tracer un triangle ABC tel que BC = 8 cm, BA = 5 cm et $\widehat{ABC} = 70°$. Tracer la bissectrice de l'angle $\widehat{ACB}$, elle coupe (AB) en D. Faire afficher par le logiciel l'angle $\widehat{BDC}$. Tracer les médiatrices de [AC] et [BC]. Elles se coupent en E.
Tracer le cercle de centre E passant par A.
Par quels autres points semble passer ce cercle ?

34B Avec un logiciel de géométrie effectuer la construction suivante :
Tracer un triangle ABC isocèle en A tel que AB = AC = 7 cm et $\widehat{BAC} = 40°$. Tracer la bissectrice de l'angle $\widehat{ABC}$, elle coupe (AC) en D. Faire afficher par le logiciel l'angle $\widehat{ADB}$. Tracer les médiatrices de [BC] et [AB]. Elles se coupent en E.
Tracer le cercle de centre E passant par A.
Par quels autres points semble passer ce cercle ?

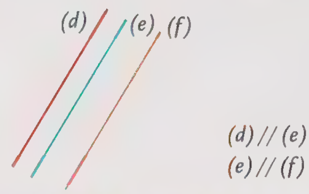
Classe de 5e

1.3.2 Utiliser les propriétés d'une figure et les théorèmes de géométrie pour résoudre par déduction un problème simple

35A En utilisant les informations du schéma, que peut-on dire de (e) et (f) ? Justifier la réponse.

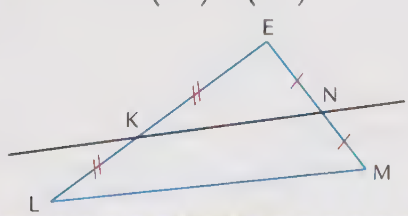


35B En utilisant les informations du schéma, que peut-on dire de (d) et (f) ? Justifier la réponse.

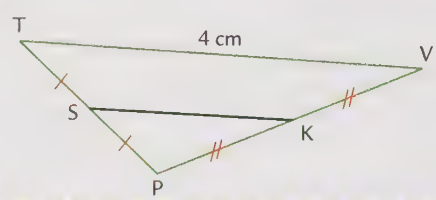


Classe 5e et chapitre 8

36A En utilisant les informations du schéma, que peut-on dire de (KN) et (LM) ? Justifier.



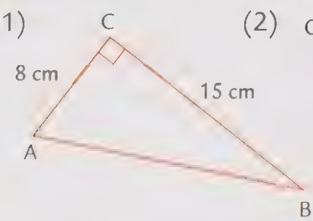
36B En utilisant les informations du schéma, calculer SK.



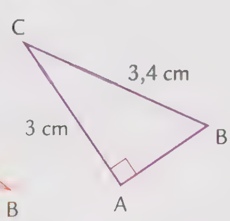
→ chapitre 12

37A Dans ces deux cas, calculer AB. On donnera la valeur exacte ou l'arrondi à 0,1 cm près.

(1)

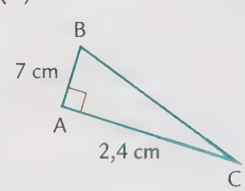


(2)

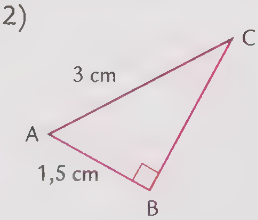


37B Dans ces deux cas, calculer BC. On donnera la valeur exacte ou l'arrondi à 0,1 cm près.

(1)



(2)



→ chapitre 9

38A Préciser dans chaque cas si le triangle ABC est rectangle.

a) AB = 12 cm, BC = 13 cm et AC = 5 cm

b) AB = 6 cm, BC = 7 cm et AC = 9 cm

38B Préciser dans chaque cas si le triangle EFG est rectangle.

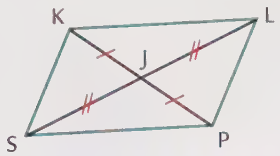
a) EF = 17 cm, FG = 15 cm et EG = 6 cm

b) EF = 7 cm, EG = 25 cm et FG = 24 cm

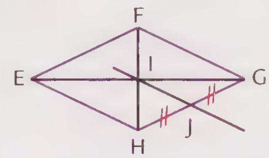
→ chapitre 9

1.3.3 Raisonner, démontrer

39A En utilisant les informations du schéma, démontrer que (KL) // (SP).



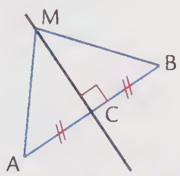
39B En utilisant les informations du schéma, démontrer que (IJ) // (FG).



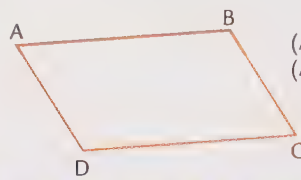
EFGH losange

→ chapitre 12

40A En utilisant les informations du schéma, démontrer que MA = MB.



40B En utilisant les informations du schéma, démontrer que AB = DC.



(AB) // (CD)
(AD) // (BC)

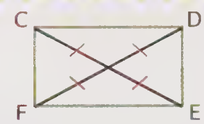
→ chapitre 8

41A ABCD est un quadrilatère tel que :

AB = BC = CD = AD

Démontrer que (AC) ⊥ (BD).

41B En utilisant les informations du schéma, démontrer que (CD) ⊥ (DE).



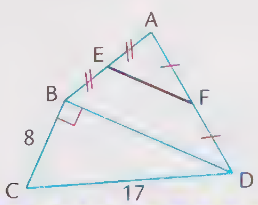
→ chapitre 8

42A Soit ABC un triangle rectangle en B. Soit I le milieu de [AB] et J le milieu de [AC]. Démontrer que (IJ) ⊥ (AB).

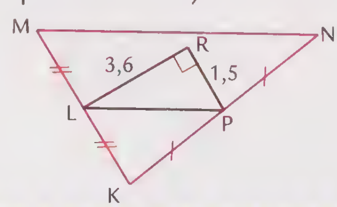
42B Soit EFG un triangle rectangle en F. Soit H le symétrique de G par rapport à E et I le symétrique de G par rapport à F. Démontrer que (HI) ⊥ (GI).

→ chapitre 12

43A En utilisant les informations, calculer EF (mesures exprimées en cm).

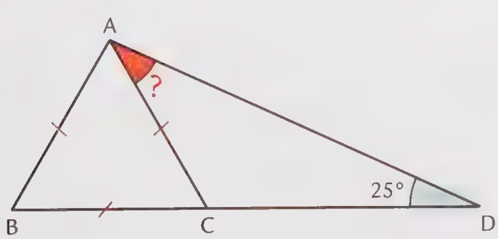


43B En utilisant les informations, calculer MN (mesures exprimées en cm).

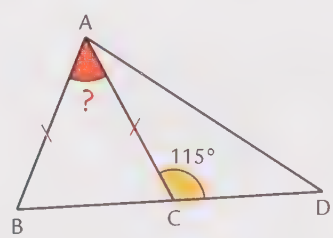


→ chapitre 12

44A En utilisant les informations du schéma, calculer $\widehat{CAD}$.



44B En utilisant les informations du schéma, calculer $\widehat{CAB}$.

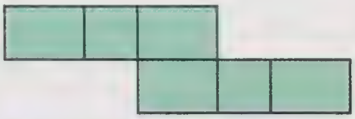


Classe de 5e et chapitre 13

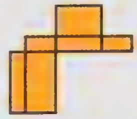
1.3.4 Interpréter une représentation plane d'un objet de l'espace, un patron

Classe de 6e

45A Préciser si le dessin est le patron d'un solide. Si c'est le cas, préciser la nature de ce solide.

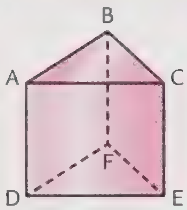


45B Préciser si le dessin est le patron d'un solide. Si c'est le cas, préciser la nature de ce solide.



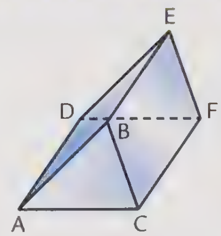
Classe de 5e et chapitre 10

46A Ce dessin est la représentation en perspective d'un prisme droit.
Préciser si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses.



a) Les arêtes [AB] et [FE] sont parallèles.
b) Les arêtes [AD] et [AC] sont perpendiculaires.
c) Les arêtes [AB] et [BF] sont perpendiculaires.
d) Les faces ABC et DEF sont parallèles.

46B Ce dessin est la représentation en perspective d'un prisme droit. Préciser si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses.



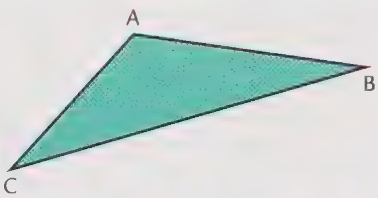
a) Les arêtes [BC] et [BE] sont perpendiculaires.
b) Les arêtes [DE] et [CF] sont parallèles.
c) Les arêtes [CF] et [FE] sont perpendiculaires.
d) Les faces ABED et BCFE sont parallèles.

1.4 **Grandeurs et mesures.** Réaliser des mesures (longueurs, durées, etc.), calculer des valeurs (volumes, vitesses, etc.) en utilisant différentes unités

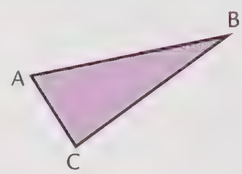
1.4.1 Mesurer une distance, un angle, une durée. Calculer une longueur, une aire, un volume, une durée

Classe de 5e et chapitre 13

47A Nommer et mesurer les 3 angles du triangle.

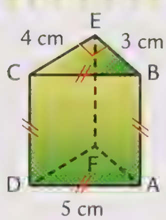


47B Nommer et mesurer les 3 angles du triangle.



Classe de 5e et chapitre 10

48A Calculer l'aire latérale, puis l'aire totale de ce prisme droit.



48B Calculer l'arrondi à 0,1 cm^2 près de l'aire latérale et de l'aire totale d'un cylindre de rayon 4 cm et de hauteur 7 cm.

→ chapitre 10

49A Calculer le volume d'une pyramide de hauteur 5 cm et dont la base est un carré de 3 cm de côté.

49B Calculer le volume d'une pyramide de hauteur 8 cm et dont la base est un triangle rectangle dont les côtés de l'angle droit mesurent 6 cm et 4 cm.

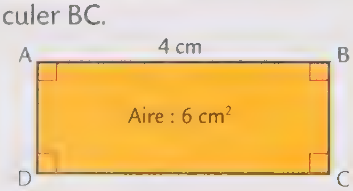
→ chapitre 10

50A Calculer le volume d'un cône de hauteur 10 cm et de rayon 4 cm.

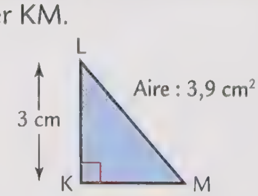
50B Calculer le volume d'un cône de hauteur 7 cm et de diamètre 4 cm.

→ chapitres 4 et 9

51A En utilisant les informations données sur la figure, calculer BC.



51B En utilisant les informations données sur la figure, calculer KM.



1.4.2 Effectuer des conversions d'unités relatives aux grandeurs étudiées

52A Convertir en mètres.
a) 45 cm ; **b)** 3 km ; **c)** 0,7 hm ; **d)** 347 mm.

52B Convertir en centimètres.
a) 2,6 m ; **b)** 36 dm ; **c)** 0,56 km ; **d)** 5 hm.

Classe de 6^e et chapitre 10

53A Convertir en m^2.
a) 3 456 cm^2 ; **b)** 400 dm^2 ; **c)** 5 dam^2 ; **d)** 2 hm^2.

53B Convertir en cm^2.
a) 3 m^2 ; **b)** 45 dm^2 ; **c)** 0,056 m^2 ; **d)** 34 000 mm^2.

Classe de 6^e et chapitre 10

54A Convertir en litres.
a) 3 dL **b)** 450 cL **c)** 5 daL

54B Convertir en centilitres.
a) 6 L **b)** 3,4 dL **c)** 300 mL

Classe de 6^e et chapitre 10

55A Convertir en dm^3.
a) 600 cm^3 **b)** 7 m^3 **c)** 4 L

55B Convertir en m^3.
a) 3 000 dm^3 **b)** 45 000 cm^3 **c)** 500 L

Classe de 5^e et chapitre 10

56A Convertir en heures et minutes.
a) 4, 5 h **b)** 2,3 h **c)** 0,7 h

56B Convertir en heures et minutes.
a) 0,5 h **b)** 7,1 h **c)** 3,9 h

Classe de 5^e et chapitre 5

57A Convertir en heures.
a) 180 min **b)** 45 min **c)** 2 h 36 min

57B Convertir en heures.
a) 30 min **b)** 3 h 06 min **c)** 24 min

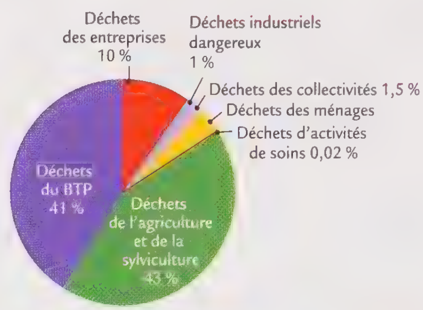
Classe de 5^e et chapitre 5

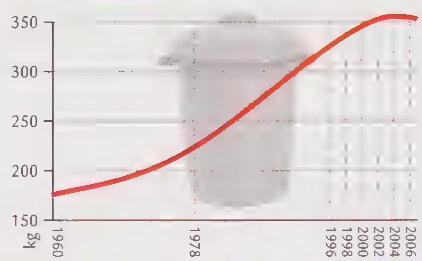
2 Pratiquer une démarche scientifique et technologique

2.1 Rechercher, extraire et organiser l'information utile

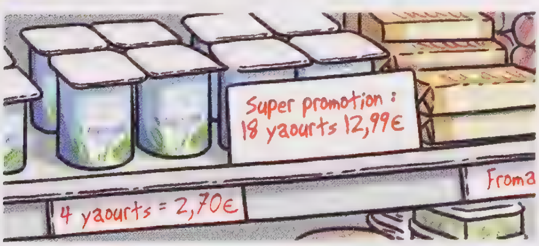
58 Le diagramme circulaire présente la répartition des déchets produits en France, en 2008 : 868 millions de tonnes de déchets ont été produits. Précisons qu'en 2008, il y avait environ 27 millions de ménages.
Répondre si possible aux questions suivantes.
a) Quelle masse de déchets ménagers a été produite en 2008 ?
b) Combien chaque ménage a-t-il produit de déchets pour toute l'année 2008 ? en moyenne par jour (toujours en 2008) ?
c) Le graphique ci-contre présente l'évolution de la production d'ordures ménagères entre 1960 et 2006. Quel est le pourcentage d'augmentation des déchets des ménages entre 1996 et 2006 ?
d) À quoi peut être due cette augmentation ?

→ chapitre 6





59A Vu au rayon fromage d'un grand magasin :



Qu'en pensez-vous ?

59B Vu au rayon confiserie :

Qu'en pensez-vous ?

→ chapitre 5

60 A

a) Avec papier-crayon

(1) Tracer un triangle ABC tel que BC = 13 cm, AC = 12 cm et AB = 5 cm.
Placer I le milieu de [AB] et J le milieu de [BC].
(2) Quelle conjecture peut-on faire concernant les droites (IJ) et (AC) ?
(3) Peut-on prouver cette conjecture en la vérifiant avec des instruments de géométrie ?

b) Avec un logiciel de géométrie

(1) Avec un logiciel de géométrie construire la figure correspondant aux instructions ci-dessus.
(2) Faire afficher la mesure de l'angle $\widehat{AIJ}$.
(3) Peut-on prouver la conjecture de la question **a**.2 avec le logiciel ?

c) En démontrant

Démontrer la conjecture de la question **a**.2.

60 B

a) Avec papier-crayon

(1) Tracer un triangle ABC. Placer le point D tel que ABDC soit un parallélogramme. Soit I l'intersection de (AD) et (BC). Soit J le milieu de [CD].
(2) Quelle conjecture peut-on faire concernant les droites (IJ) et (AC) ?
(3) Peut-on prouver cette conjecture en la vérifiant avec des instruments de géométrie ?

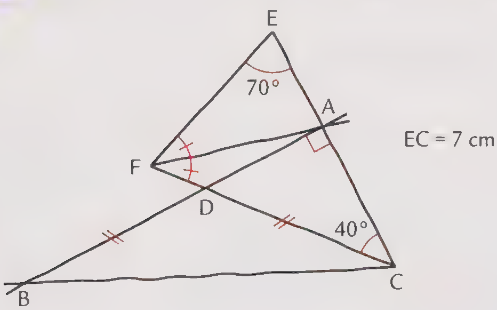
b) Avec un logiciel de géométrie

(1) Avec un logiciel de géométrie construire la figure correspondant aux instructions ci-dessus.
(2) Tester le parallélisme de (IJ) et (AC).
(3) Peut-on prouver la conjecture de la question **a**.2 avec le logiciel ?

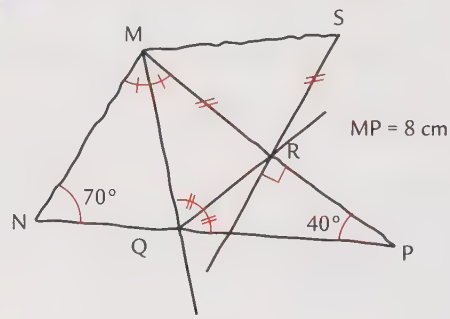
c) En démontrant

Démontrer la conjecture de la question **a**.2.

61 A Reproduire en dimensions exactes le dessin.



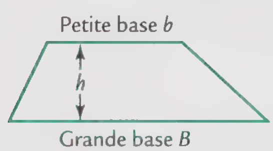
61 B Reproduire en dimensions exactes le dessin.



2.2 Réaliser, manipuler, mesurer, calculer, appliquer des consignes.

62 A Voici une formule qui permet de calculer l'aire S d'un trapèze, connaissant les longueurs de sa grande base (B), de sa petite base (b) et de sa hauteur (h).

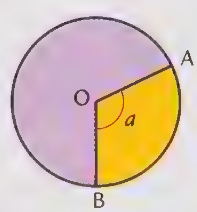
$$S = \frac{(B+b)\times h}{2}$$



a) Calculer l'aire d'un trapèze de hauteur 6 cm, de petite base 4 cm et de grande base 7 cm.
b) Calculer, si possible, la hauteur d'un trapèze de 25 cm^2 d'aire et dont la grande base mesure 10 cm.
c) Calculer, si possible, la grande base d'un trapèze de 160 cm^2 d'aire et dont la petite base mesure 15 cm et la hauteur 10 cm.

62 B Voici une formule qui permet de calculer en cm^2 l'aire d'un secteur circulaire, connaissant son angle a en degrés et son rayon R en cm :

$$S = \frac{\pi \times R^2 \times a}{360}$$



a) Calculer l'aire d'un secteur circulaire de rayon 3 cm et d'angle 140°. On donnera la valeur approchée à 0,1 cm^2 près par excès du résultat.
b) Calculer, si possible, l'arrondi à 1° près de l'angle du secteur circulaire de rayon 5 cm et d'aire 17,5 cm^2.
c) Calculer, si possible, le rayon d'un secteur circulaire d'aire 30 cm^2.

63A Tracer un segment [EG] tel que EG = 7 cm. Placer un point F tel que EF = 5 cm et GF = 6 cm. Tracer la médiatrice de [EG], soit I le point d'intersection de cette médiatrice et de (EG). Soit L le milieu de [EI]. Tracer la bissectrice de $\widehat{FEG}$, elle coupe la médiatrice de [EG] en H. Tracer la droite parallèle à (EH) qui passe par I, elle coupe (FG) en K. Tracer la droite perpendiculaire à (EG) qui passe par E, et coupe (IK) en M. Tracer [HM].

63B Tracer un segment [KL] tel que KL = 8 cm. Placer un point M tel que KM = 6 cm et LM = 7 cm. Tracer la bissectrice de l'angle $\widehat{KML}$, elle coupe (KL) en B. Tracer la médiatrice de [MB], elle coupe (MB) en I et (ML) en J. Tracer la droite perpendiculaire à (MB) qui passe par L, elle coupe (MB) en N. Tracer la droite parallèle à (ML) qui passe par N, elle coupe (IJ) en P. Soit R l'intersection de (JN) et (PL).

64A Tracer un parallélogramme PQRS tel que :
RQ = 4 cm RS = 5 cm PR = 6 cm

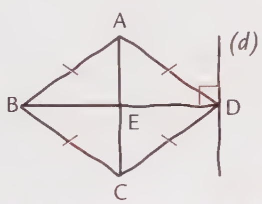
64B Tracer un parallélogramme RSTV tel que :
TV = 7 cm TS = 5 cm TR = 8 cm

2.3 Raisonner, argumenter, pratiquer une démarche expérimentale ou technologique, démontrer

65A Ces phrases sont-elles vraies ou fausses ? Justifier.

a) Quel que soit le nombre entier x choisi $\frac{120}{x}$ est un nombre entier.

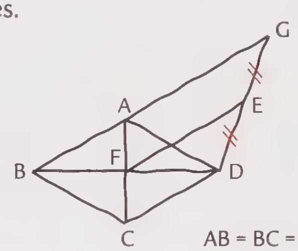
b) Dans ce schéma (d) et (AC) sont toujours parallèles.



65B Ces phrases sont-elles vraies ou fausses ? Justifier.

a) Quel que soit le nombre entier x on a $x^2 = 3x - 2$.

b) Dans ce schéma, (EF) et (BG) sont toujours parallèles.



AB = BC = CD = DA

66A Laura dispose de 37 pièces. Ce sont uniquement des pièces de 0,50 € et de 2 €. Elle dispose ainsi de 41 €.
Combien a-t-elle de pièces de 0,50 € ?

66B Thomas a choisi un nombre entier plus grand que celui qu'a choisi Alexandre. En additionnant ces deux nombres ils trouvent 79 et en enlevant au nombre choisi par Thomas le nombre choisi par Alexandre, ils trouvent 13.
Quels nombres ont-ils choisis ?

2.4 Présenter la démarche suivie, les résultats obtenus, communiquer à l'aide d'un langage adapté.

Pour les deux exercices, il est demandé de raconter en détail votre recherche, les différentes étapes par lesquelles vous êtes passé, de décrire vos essais, ce que vous avez pensé, même si cela n'a pas conduit à la solution correcte.

67A On réalise des châteaux de cartes :

$n = 1$ étage $n = 2$ étages $n = 3$ étages

On veut réaliser un château de cartes de n étages. Déterminer en fonction de n le nombre de cartes nécessaires pour réaliser ce château.

67B Soit un polygone ayant n sommets. Déterminer en fonction de n le nombre de diagonales de ce polygone.

Correction des exercices

1. Opérations sur les nombres relatifs

Exercices d'application

1 A = – 48.

2 B = + 60.

3 C = + 100

4 D = – 48

5 E = – 18.

6 F = – 34.

7 G = – 10.

8 H = 41.

9 I = 36.

10 J = 130.

11 K = – 23.

12 L = 51.

Je réactive mes connaissances

16 G = 35 ; H = 16 ;
I = 65 ; J = 24 ;
K = 49 ; L = 4,7.

18 G = (– 7) ; H = (– 18) ;
I = (+ 10) ; J = (+ 34) ;
K = (+ 10) ; L = (+ 10).

20 T = (+ 10) ; U = (– 2) ;
V = (+ 28) ; W = (– 4) ;
Y = (+ 26) ; Z = (+ 6).

22 G = 16 ; H = – 4 ;
I = 22 ; J = – 12 ;
K = – 24 ; L = 14.

27 D = 2 ; E = – 10 ; F = 7.

29 **a)** 27; 16; 76 ; 81.
b) 42; 16; 30; 49.

Pour s'entraîner

32 M = – 360 N = + 192 P = + 224
Q = – 420 R = – 320 S = – 143.

35 T = – 1,8 ; U = – 6,4 ;
V = 11,1 ; W = – 540.

38 R = – 60 S = – 4 T = – 28
U = + 3 V = + 21 W = – 10
X = + 18 Y = + 9

41 M = – 10,6 ; N = 0,3 ;
P = 4,5 ; R = – 8,04.

44 L = 49 M = – 64 N = – 81.

48 M = – 8 N = – 4
P = + 2 Q = – 2
R = + 6 S = 7.

51 M = – 360 ; N = 1,7 ;
R = – 40 ; S = – 0,405.

54 I = – 16 J = – 24
K = – 5 L = – 80
M = – 24 N = – 4
P = 1,4 Q = 140.

57 I = – 15 J = 7 K = – 20 L = 3

66 J = 7; K = – 5 ;
L = 8; M = 58;
N = – 8.

74 **a)** 4. **b)** – 72. **c)** – 72.

77 **a)** $(-6)^2 = 36$
b) $-(-6)^2 = -(+36) = -36$
c) $4 \times (-6)^2 = 4 \times 36 = 144$
d) $-5 \times (-6)^2 = -5 \times 36 = -180$.

80 **a)** – 48. **b)** 106 **c)** – 12

Je prépare le contrôle ▶ Je complète un QCM

115 Réponse (2)

116 Réponse (3)

117 Réponse (2)

118 Réponse (3)

119 **a)** Réponse (2) **b)** Réponse (3) **c)** Réponse (2)

120 Réponses (1) et (2)

121 Réponses (2) et (3)

122 Réponse (3)

123 Réponse (1)

124 **a)** Réponse (3) **b)** Réponse (1) **c)** Réponse (2)

125 Réponse (2)

Je prépare le contrôle ▶ Je rédige

126 A = + 15 B = − 12
C = − 14 D = + 24
E = − 36 F = − 80.

127 A = − 10 B = 14
C = − 18 D = − 8
E = − 20 F = − 6.

128 A = − 8 B = − 7
C = 8 D = 2
E = 2 F = − 5.

129 **a)** A = 16 B = − 10
C = − 6 D = 4.
b) E = − 36 F = 9
G = 15 H = − 4.

130 A = 16 B = 16 C = − 16

131 A = − 60 B = 3.

132 A = − 26 B = − 10
C = − 6 D = − 8.

133 **a)** D = 41 E = 20
b) F = 3 G = 32.

134 M = 12 N = − 35

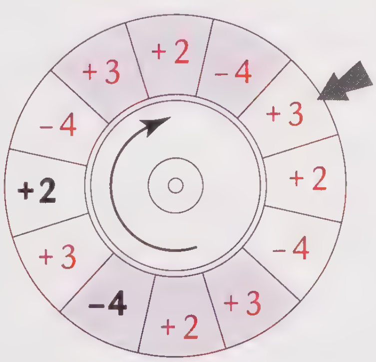
135 Pour $a = 7$, $a^2 = 49$
Pour $a = -5$, $a^2 = 25$.

136 **a)** P = − 35
b) R = 175.

137 **a)** $2 \times 3^2 = 2 \times 9 = 18$ et $2 \times (-3)^2 = 2 \times 9 = 18$.
b) $3 \times 2^2 + 5 \times 2 + 4 = 3 \times 4 + 5 \times 2 + 4 = 12 + 10 + 4 = 26$
c) $-2 \times (-3)^2 + 3 \times (-3) - 6 = -2 \times 9 + 3 \times (-3) - 6$
$= -18 - 9 - 6 = -33$.

138 **a)** $E = 4 \times 3^2 - 3 \times 3 + 5$
$E = 4 \times 9 - 3 \times 3 + 5$
$E = 36 - 9 + 5 = 32$
$F = -3 \times 3^2 + 8 \times 3 + 35$
$F = -3 \times 9 + 8 \times 3 + 35$
$F = -27 + 24 + 35 = 32$.
Donc pour $x = 3$, on a E = F.
b) Pour $x = 0$, E = 5 et F = 35.
Donc pour $x = 0$, E ≠ F.

139



Le nombre gagnant est + 3.

2. Calcul littéral et initiation à la démonstration

Exercices d'application

1 $A = -12x^2 + 6x$
$B = -15x + 35$

2 $C = 12x - 30$
$D = 12x - 9$

3 $E = -6x + 8$
$F = -15x^2 + 24x$

4 $G = -10x^2 - 30x$
$H = -30x + 42$

5 $I = (3x - 8)(4x + 5)$
$I = 12x^2 + 15x - 32x - 40$
$I = 12x^2 - 17x - 40$

6 $J = (5x - 2)(6x - 5)$
$J = 30x^2 - 25x - 12x + 10$
$J = 30x^2 - 37x + 10$

7 $K = (-3x + 5)(3x - 4)$
$K = -9x^2 + 12x + 15x - 20$
$K = -9x^2 + 27x - 20$

8 $L = (5 - 8x)(-3x + 3)$
$L = -15x + 15 + 24x^2 - 24x$
$L = 24x^2 - 39x + 15$

9 Soit x le nombre choisi au départ, en appliquant les calculs on obtient :
$(x + 6) \times 2 - 2x - 2x + 12 - 2x = 12$, donc on trouve 12 quel que soit le nombre choisi au départ.

10 Je choisis, par exemple 5.
a) $(5 - 1)(5 + 1) = 24$
b) $5^2 - 1 = 24$
c) On trouve le même résultat.
Soit n l'entier choisi, l'entier qui précède est $n - 1$, celui qui le suit est $n + 1$.
$(n - 1)(n + 1) = n^2 + n - n - 1 = n^2 - 1$, donc $(n - 1)(n + 1) = n^2 - 1$ quel que soit l'entier n, le produit de l'entier qui le précède par l'entier qui le suit est égal au carré du nombre choisi moins un.

Pour s'entraîner

23 $M = 23a^2$;
$N = 10a^2$;
$P = 10a^2$;
$Q = 6 + 4a^2$: impossible de réduire ;
$R = 30a^2$;
$S = 3a + 5a^2$: impossible de réduire.

29 $M = 4c^2$
N : impossible de réduire
$P = -10c^2$
Q : impossible de réduire
$R = 11c^2$
$S = -3c^2$

37 $P = 6x^2 + 11x + 12$
$Q = -6x^2 + 3x - 3$
$R = -6x^2 - 9x + 14$
$S = -7x^2 - 19x - 10$

42 $M = -45x^2$
$N = -42x^2$
$P = 32x^2$
$Q = 14x^2$
$R = -24x$
$S = -20x^2$

45 $M = 2x$
$N = -80x^2$
$P = -32x^2$
$Q = -13x$
$R = 30x^2$
$S = -72x^2$

48 $K = 8 \times 3x - 4 \times 2x$
$K = 24x - 8x$
$K = 16x$
$L = 5 \times 7x^2 - 6x \times 5x$
$L = 35x^2 - 30x^2$
$L = 5x^2$
$M = -3 \times 2x - 2 \times 2x$
$M = -6x - 4x$
$M = -10x$
$N = -7x \times 4x + 9 \times 2x^2$
$N = -28x^2 + 18x^2$
$N = -10x^2$
$P = 5 \times 2x^2 - 6x \times 3x - 4 \times 7x^2 - 3 \times 4x$
$P = 10x^2 - 18x^2 - 28x^2 - 12x$
$P = -36x^2 - 12x$

52 $I = 28x - 56$
$J = -12 + 9x$
$K = -6x^2 + 5x$
$L = -18x^2 + 45x$

55 $I = 3 + 2(8x + 5)$
$I = 3 + 16x + 10$
$I = 16x + 13$
$J = 18x + 2(4x - 6)$
$J = 18x + 8x - 12$
$J = 26x - 12$
$K = (6x + 4) \times 5 - 20$
$K = 30x + 20 - 20$
$K = 30x$
$L = (8 + 5x) \times 4 - 8x$
$L = 32 + 20x - 8x$
$L = 12x + 32$

58 $I = 6x(3x + 4) + 4(5x + 3)$
$I = 18x^2 + 24x + 20x + 12$
$I = 18x^2 + 44x + 12$
$J = -3x(-2x + 6) + x(4x - 2)$
$J = 6x^2 - 18x + 4x^2 - 2x$
$J = 10x^2 - 20x$
$K = -4(6 + 5x) + 9x(2x - 3)$
$K = -24 - 20x + 18x^2 - 27x$
$K = 18x^2 - 47x - 24$
$L = 7x(3x - 2) - x(-6 + x)$
$L = 21x^2 - 14x + 6x - x^2$
$L = 20x^2 - 8x$

61 $K = (4x + 9) - (2x - 1)$
$K = 4x + 9 - 2x + 1$
$K = 2x + 10$
$L = (-8x - 2) - (3x - 8)$
$L = -8x - 2 - 3x + 8$
$L = -11x + 6$
$M = (2x - 8) + (9x + 5)$
$M = 2x - 8 + 9x + 5$
$M = 11x - 3$
$N = 7x^2 - 4 - (2x^2 - 4x + 6)$
$N = 7x^2 - 4 - 2x^2 + 4x - 6$
$N = 5x^2 + 4x - 10$
$P = 6x^2 - (3x + 8) \times 5$
$P = 6x^2 - (15x + 40)$
$P = 6x^2 - 15x - 40$

67 $I = (4x + 2)(3x + 4)$
$I = 12x^2 + 16x + 6x + 8$
$I = 12x^2 + 22x + 8$
$J = (9x + 3)(5 + 2x)$
$J = 45x + 18x^2 + 15 + 6x$
$J = 18x^2 + 51x + 15$
$K = (8 + 5x)(3 + 2x)$
$K = 24 + 16x + 15x + 10x^2$
$K = 10x^2 + 31x + 24$
$L = (x + 7)(2x + 5)$
$L = 2x^2 + 5x + 14x + 35$
$L = 2x^2 + 19x + 35$

71 $I = (8x - 6)(6x - 2)$
$I = 48x^2 - 16x - 36x + 12$
$I = 48x^2 - 52x + 12$
$J = (-3x + 7)(-5x + 4)$
$J = 15x^2 - 12x - 35x + 28$
$J = 15x^2 - 47x + 28$
$K = (7x - 2)(-4 + 8x)$
$K = -28x + 56x^2 + 8 - 16x$
$K = 56x^2 - 44x + 8$
$L = (3x - 4)^2$
$L = (3x - 4)(3x - 4)$
$L = 9x^2 - 12x - 12x + 16$
$L = 9x^2 - 24x + 16$

Je prépare le contrôle ▶ Je complète un QCM

117 Réponse (3)

118 Réponse (1)

119 Réponse (2)

120 Réponse (1)

121 Réponse (2)

122 Réponse (2)

123 Réponse (1)

124 Réponse (1)

125 Réponse (1)

126 Réponse (3)

127 Réponse (3)

128 Réponse (2)

129 Réponse (3)

130 Réponse (1)

Je prépare le contrôle ▶ Je rédige

131 $A = -70x^2$ $B = 3x$
$C = -48x^2$ $D = -14x$
$E = -30x^2$ $F = 24x^2$

132 $G = 8 \times 3x - 9 \times 3x$
$G = 24x - 27x$
$G = -3x$
$H = -4 \times 9x - 7 \times 2x$
$H = -36x - 14x$
$H = -50x$
$I = 3 \times 9x^2 - 6x \times 3x$
$I = 27x^2 - 18x^2$
$I = 9x^2$
$J = -8x \times 6x + 6 \times 3x^2$
$J = -48x^2 + 18x^2$
$J = -30x^2$
$K = 6 \times 6x^2 - 6x \times 3x + 5 \times 7x^2 - 3 \times 5x$
$K = 36x^2 - 18x^2 + 35x^2 - 15x$
$K = 53x^2 - 15x$

133 $A = 24x + 42$ $B = -28 + 21x$
$C = -24x + 20$ $D = -18x^2 + 45x$

134 $E = 5(2x + 4) + 4(3 + 6x)$
$E = 10x + 20 + 12 + 24x$
$E = 34x + 32$
$F = 3x(-4x + 2) - 2x(4x - 3)$
$F = -12x^2 + 6x - 8x^2 + 6x$
$F = -20x^2 + 12x$
$G = -7(6 + 2x) + 8x(4x - 3)$
$G = -42 - 14x + 32x^2 - 24x$
$G = 32x^2 - 38x - 42$
$H = 2x(3x - 2) - (x - 7)$
$H = 6x^2 - 4x - x + 7$
$H = 6x^2 - 5x + 7$
$I = (2x + 1) \times 14 - 4$
$I = 28x + 14 - 4$
$I = 28x + 10$

135 $J = (6x + 4) + (3x - 7) = 9x - 3$
$K = (8x + 5) - (2x + 3) = 6x + 2$
$L = (-4x - 8) + (7x + 2) = 3x - 6$
$M = (2x - 8) - (-3x + 9) = 5x - 17$

136 $A = (6x + 2)(3x + 5)$
$A = 18x^2 + 30x + 6x + 10$
$A = 18x^2 + 36x + 10$
$B = (-5x + 3)(-2x + 4)$
$B = 10x^2 - 20x - 6x + 12$
$B = 10x^2 - 26x + 12$
$C = (5x + 4)(5x - 4)$
$C = 25x^2 - 20x + 20x - 16$
$C = 25x^2 - 16$
$D = (5x + 3)^2$
$D = (5x + 3)(5x + 3)$
$D = 25x^2 + 15x + 15x + 9$
$D = 25x^2 + 30x + 9$

137 **a)** $d = 15 + (x - 2) \times 10$
$d = 15 + 10x - 20$
$d = 10x - 5$
La dépense est de $10x - 5$ euros
b) $10 \times 15 - 5 = 145$
Pour un abonné qui a vu 10 spectacles, la dépense est de 145 euros

138 **a)** $(7 + 5) \times 2 - 10 = 12 \times 2 - 10 = 14$
b) Par exemple, pour 3 on trouve 6, pour 8 on trouve 16, etc.
c) Soit n le nombre de départ :
$(n + 5) \times 2 - 10 = 2n + 10 - 10 = 2n$
Donc, dans tous les cas, on trouve le double du nombre choisi au départ.

139 **a)** La longueur : $(x + 3) \times 2 = 2x + 6$
Le périmètre : $p = [2x + 6 + x + 3] \times 2 = [3x + 9] \times 2 = 6x + 18$
b) $6x + 18 = 3 \times (2x + 6)$ donc, pour ce rectangle, le périmètre est bien égal au triple de la longueur.

3. Écritures fractionnaires

Exercices d'application

1 $A = \frac{5}{18}$ $B = \frac{7}{60}$
$C = \frac{23}{6}$ $M = \frac{33}{40}$

2 $D = \frac{8}{3}$ $E = \frac{13}{42}$
$F = \frac{13}{12}$ $G = \frac{7}{40}$

3 $A = -\frac{25}{72}$ $B = \frac{1}{36}$
$C = -\frac{8}{75}$ $M = \frac{23}{30}$

4 $D = -\frac{2}{5}$ $E = \frac{43}{90}$
$F = -\frac{1}{30}$ $G = \frac{16}{3}$

5 $A = \frac{10}{63}$ $B = \frac{12}{35}$
$C = \frac{12}{5}$ $D = -\frac{6}{10} = -\frac{3}{5}$

6 $A = 2$ $B = -\frac{3}{2}$
$C = \frac{1}{16}$ $D = \frac{840}{336} = \frac{5}{2}$

Je réactive mes connaissances

10 **a)** 1,2 **b)** 3,45 **c)** 67,8 **d)** 0,9

13 $\frac{22}{7} \simeq 3{,}142857143$ $\frac{355}{113} \simeq 3{,}1415929$
$\frac{256}{81} \simeq 3{,}160493827$ $\frac{223}{71} \simeq 3{,}140845$
$\pi \simeq 3{,}141592654$
a) les cinq nombres ont la même troncature au dixième : 3,1.
b) $\frac{22}{7}$; $\frac{355}{113}$; $\frac{223}{71}$ et π ont le même arrondi au centième : 3,14.
c) π et $\frac{355}{113}$ ont la même troncature au millième : 3,141.

22 **a)** $\frac{7}{13} < \frac{9}{13}$; **b)** $\frac{12}{17} < \frac{12}{9}$; **c)** $\frac{4}{3} > \frac{10}{9}$;
d) $\frac{73}{26} > \frac{98}{99}$; **e)** $\frac{3}{5} > \frac{7}{15}$; **f)** $\frac{11}{5} < \frac{11}{3}$.

35 $J = \frac{9}{7}$ $K = \frac{11}{4}$ $L = \frac{5}{15} = \frac{1}{3}$
$M = \frac{3}{2}$ $N = \frac{4}{17}$ $P = \frac{11}{21}$

Pour s'entraîner

44 a) $-\frac{13}{15} < -\frac{11}{15} < \frac{17}{15}$;

b) $\frac{5}{-2} < -\frac{-5}{5} < -\frac{5}{7}$

48 $\frac{5}{2}$; $\frac{-1}{-5}$; $\frac{0}{2}$; $\frac{-1}{5}$; $-\frac{4}{5}$; $-\frac{4}{2}$

52 a) $\frac{45}{27}=\frac{5}{3}$; b) $\frac{17}{56}\neq\frac{3}{10}$; c) $\frac{2\,345}{1\,456}\neq\frac{1\,611}{1\,000}$;

d) $\frac{132}{21}=\frac{308}{49}$; e) $\frac{75}{10}=\frac{15}{2}$; f) $\frac{56}{6}\neq\frac{7}{57}$

57 a) $\frac{86}{40}=\frac{43}{20}$; b) $\frac{74}{210}=\frac{37}{105}$; c) $\frac{29}{48}$

d) $\frac{33}{60}=\frac{11}{20}$; e) $\frac{7}{28}=\frac{1}{4}$; f) $\frac{9}{40}$.

61 a) $-\frac{1}{60}$ b) $\frac{8}{35}$ c) $-\frac{9}{60}=-\frac{3}{20}$;

d) $\frac{16}{140}=\frac{4}{35}$; e) $\frac{26}{60}=\frac{13}{30}$; f) $-\frac{11}{33}=-\frac{1}{3}$

65 a) $\frac{7}{40}$ b) $-\frac{71}{40}$ c) $\frac{5}{24}$

d) $-\frac{23}{36}$ e) $-\frac{1}{7}$ f) $\frac{9}{90}=\frac{1}{10}$

72 $A=-\frac{15}{42}=-\frac{5}{14}$ $B=-\frac{25}{36}$ $C=\frac{16}{81}$

$D=\frac{15}{16}$ $E=\frac{35}{27}$

77 a) $a+b=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$ $a-b=-\frac{4}{6}=-\frac{2}{3}$ $a\times b=-\frac{1}{12}$

b) $a+b=-\frac{29}{40}$ $a-b=\frac{21}{40}$ $a\times b=\frac{5}{80}=\frac{1}{16}$

85 $-\frac{36}{35}$; $-\frac{8}{33}$; $\frac{5}{42}$;

$-\frac{5}{24}$; $-\frac{15}{2}$ $-\frac{11}{10}$.

90

	a)	b)
A + B	$-\frac{7}{24}$	$-\frac{4}{3}$
A − B	$\frac{13}{24}$	$-\frac{14}{3}$
A × B	$-\frac{5}{96}$	$-\frac{15}{3}=-5$
A ÷ B	$-\frac{12}{40}=-\frac{3}{10}$	$-\frac{9}{5}$

93 $A=\frac{18}{2}$ $B=\frac{3}{4}$

$C=\frac{2}{3}$ $D=\frac{5}{4}$

96 $A=1$ $B=\frac{2}{5}$

$C=\frac{-11}{15}$ $D=\frac{10}{11}$

Je prépare le contrôle ▶ Je complète un QCM

140 Réponse (2)

141 Réponse (2)

142 Réponse (2)

143 Réponse (2)

144 Réponse (3)

145 Réponse (2)

146 Réponse (2)

147 Réponse (3)

148 Réponses (2) et (3)

Je prépare le contrôle ▶ Je rédige

149 a) $\frac{4}{5}=\frac{12}{15}$ b) $\frac{3}{10}\neq\frac{5}{5}$

c) $\frac{-5}{3}=\frac{5}{-3}$ d) $\frac{124}{45}\neq\frac{75}{27}$

150 a) (1) $\frac{-2}{3}<\frac{2}{3}$ (2) $-\frac{3}{5}>-\frac{4}{5}$ b) $\frac{46{,}1}{7}\approx 6{,}6$

151 a) $A=\frac{29}{24}$ $B=\frac{4}{6}$ b) $D=\frac{59}{84}$ $E=\frac{13}{12}$

152 a) $M=\frac{6}{35}$ $N=\frac{30}{28}=\frac{15}{14}$

b) $A=-\frac{6}{35}$ $B=\frac{15}{14}$ $C=-\frac{8}{3}$

$D=\frac{4}{2}=2$ $E=-\frac{21}{26}$ $F=\frac{10}{3}$

$G=-\frac{216}{60}=-\frac{18}{5}$ $H=-\frac{3}{75}$ $I=-\frac{165}{56}$

153 $A=\frac{9}{5}$ $B=\frac{19}{10}$ $C=\frac{-76}{140}=-\frac{38}{70}=-\frac{19}{35}$

$D=-\frac{66}{150}=-\frac{33}{75}=-\frac{11}{25}$ $E=-\frac{1}{30}$ $F=\frac{30}{66}=\frac{15}{33}=\frac{5}{11}$

154 $M=\frac{2}{57}$ $N=-\frac{5}{2}$

155 $1-\frac{1}{3}-\frac{1}{4}=\frac{5}{12}$

$\frac{5}{12}$ des voitures du parking ne sont ni rouges ni blanches.

156 $\frac{2}{3}\times\frac{4}{5}=\frac{8}{15}$

Nora a utilisé les $\frac{8}{15}$ de son forfait pour téléphoner à Rachel.

157 $\frac{3}{4}\div 5=\frac{3}{20}$

L'aire de chaque partie représente $\frac{3}{20}$ de l'aire du terrain.

158 $24\div\frac{3}{4}=32$. Nolwenn peut remplir 32 bouteilles.

4. Équations - Inégalités

Exercices d'application

1 **a)** L'équation a même solution que $3x - 15 = 8 + 2x$ donc la solution est 23.
b) L'équation a même solution que $4x - 7 = 2 + 2x$ donc la solution est 4,5.

2 **a)** L'équation a même solution que $6a - 3 = -a - 5$ donc la solution est $-\frac{2}{7}$.
b) L'équation a même solution que $15a + 4 = 7 - 4a$ donc la solution est $\frac{3}{19}$.

3 **a)** La solution est $\frac{8}{3}$
b) La solution est : $\frac{40}{5} = 8$
c) La solution est : $\frac{36}{4} = 9$
d) la solution est : $\frac{20}{21}$.

4 Soit x la somme (en €) touchée par Ingrid.
Aurélien touche : $2x$. Étienne touche : $2x + 150$.
Somme totale : $x + 2x + 2x + 150$.
$5x + 150 = 1\,200$. Donc $x = 210$. Donc Ingrid touche 210 €.

5 Soit x le prix *(en €)* d'un kilo de courgettes.
Prix d'un kilo de tomates : $x + 0{,}40$
Prix payé par Gaëlle : $3x + 0{,}5(x + 0{,}40) = 3{,}5x + 0{,}20$
Prix payé par Lionel : $x + 2(x + 0{,}40) = 3x + 0{,}80$
Donc $3{,}5x + 0{,}20 = 3x + 0{,}80$ Donc $x = 1{,}20$.
Donc un kilo de courgettes coûte : 1,20 €.

6 Soit x l'âge de Léa :
Âge de Thomas : $3x$
Âge de Léa l'an prochain : $x + 1$
Âge de Thomas l'an prochain : $3x + 1$
Donc $x + 1 + 3x + 1 = 18$
Donc $4x + 2 = 18$. Donc $x = 4$. Léa a donc 4 ans.

Je réactive mes connaissances

8 **a)** Non
b) Non
c) Oui

14 **a)** $b = 1$; **b)** $b = 3$;
c) $b = 4$; **d)** $b = 0$.

Pour s'entraîner

27 **a)** Si $2 + 7a = 5a + 2$ alors $7a = \mathbf{5a}$.
b) Si $-15 + 3y = 2y + 12$ alors $3y = \mathbf{2y + 27}$.

35 **a)** La solution est : $\frac{4}{3}$
b) La solution est : $-\frac{5}{7}$
c) La solution est : 2
d) La solution est : $\frac{3}{4}$

41 **a)** La solution est -14.
b) La solution est -8.
c) La solution est 3

44 La solution est :
a) $\frac{5}{6}$; **b)** $\frac{21}{8}$;
c) $\frac{44}{18} = \frac{22}{9}$; **d)** $-\frac{22}{15}$

50 **a)** $3a + 4 < 3b + 4$
b) $-2a + 5 > -2b + 5$
c) $3b - 5 > 3a - 5$
d) $-2a - 4 > -2b - 4$

54 Soit P le périmètre du cercle en cm : $P = 4\pi$. Donc $12 < P < 16$.

Je prépare le contrôle ▶ Je complète un QCM

106 Réponse (1) et (3)

107 Réponse (2) et (3)

108 Réponse (3)

109 Réponse (2)

110 Réponse (3)

111 Réponse (3)

112 Réponse (1)

113 Réponses (1) et (3)

114 Réponses (1) et (3)

115 Réponses (2) et (3)

Je prépare le contrôle ▶ Je rédige

116 **a)** est vraie car on a ajouté 7 à chaque membre.
b) est fausse car on a ajouté 7 au 1er membre et enlevé 7 au 2e.
c) est fausse car on a enlevé $2x$ au 1er membre et ajouté $2x$ au 2e.
d) est vraie car on a ajouté $2x$ aux deux membres de l'égalité.

117 **a)** $a - 1 = 12$ **b)** $7a - 7 = 5$

118 **a)** L'équation a même solution que $2x = -5$ donc la solution est $-\frac{5}{2}$.
b) L'équation a même solution que $6a = 8$ donc la solution est $\frac{8}{6} = \frac{4}{3}$.
c) L'équation a même solution que $5x = 0$ donc la solution est 0.
d) L'équation a même solution que $-x = 8$ donc la solution est -8.

119 **a)** L'équation a même solution que $-x - 1 = -3x + 5$ donc que $2x = 6$ donc 3 est la solution.
b) L'équation a même solution que $-2R - 4 = 8R + 7$ donc que $-10R = 11$ donc $-\frac{11}{10}$ est la solution.
c) L'équation a même solution que $7a + 2 = 18a - 30$ donc que $-11a = -32$ donc $\frac{32}{11}$ est la solution.

120 **a)** La solution est : $\frac{30}{28}=\frac{15}{14}$

b) L'équation a même solution que : $\frac{3}{4}x=\frac{32}{5}$ donc la solution est $\frac{128}{15}$.

121 **a)** $3x < 3y$ **b)** $x-5 < y-5$
c) $3y+7 > 3x+7$ **d)** $-2x > -2y$.

122 **a)** $3 < x+5 < 8$; **b)** $-4 < 2x < 6$
c) $-5 < x-3 < 0$; **d)** $-9 < -3x < 6$

123 **a)** $x < 5$
b) $b > -9$
c) $b < -1$

124 Pour répondre aux questions **a**, **b** et **c** on peut dresser un tableau avec les masses des sacs :

	Sac A	Sac B
1er temps	$x+18$	x
2^{e} temps	$x+18+15$	$x+15$

d) $x+18+15=2(x+15)$
$x+33=2x+30$
donc $x=3$
Il y a 3 kg dans le sac B.

125 Périmètre (ABCD) $=(x+x+2)\times 2=4x+4$
Périmètre (ABE) $=x+2+x+3+x+3=3x+8$
$4x+4=3x+8$
Donc $x=4$

126 Soit x la durée en min de la 2^{e} émission.
La première émission dure : $x-30$
La 3^{e} émission dure : $2x$
Durée totale : $x-30+x+2x=4x-30$
Donc $4x-30=240$ donc $x=67{,}5$ min.
La 2^{e} émission dure : 67 min 30 s soit 1 h 7min et 30s.

127 Soit x le nombre d'années nécessaires pour qu'Aurélie ait un âge double de celui de sa fille.
Dans x années l'âge d'Aurélie : $37+x$
Dans x années l'âge de sa fille: $x+12$
$x+37=2(x+12)$ donc $x+37=2x+24$ donc $x=13$
Dans 13 ans l'âge d'Aurélie sera le double de l'âge de sa fille.

128 Soit x le nombre d'élèves.
$\frac{2x}{3}=150$ donc $x=225$
Il y 225 élèves dans ce collège.

5. Puissances

Exercices d'application

1 **a)** $A=21$; $B=16$ **b)** $C=-13$; $D=40$
c) $E=20$; $F=18$ **d)** $G=-27$; $H=32$
e) $I=20$; $J=54$ **f)** $K=20$; $L=-54$

2 $A=35$; $B=32$; $C=40$
$D=58$; $E=-12$; $F=-59$
$G=41$; $H=52$; $I=50$

Je réactive mes connaissances

5 **a)** $5{,}67\times 1000=5\,670$ **b)** $97{,}5\times 100=9\,750$
c) $0{,}045\times 100=4{,}5$ **d)** $0{,}987\times 10=9{,}87$

8 **a)** $78{,}97\times 0{,}01=0{,}7897$ **b)** $0{,}87\times 0{,}1=0{,}087$
c) $7{,}98\times 0{,}001=0{,}00798$ **d)** $0{,}56\times 0{,}01=0{,}0056$

15 **a)** $0{,}36\div 10=0{,}036$ **b)** $214{,}6\div 10=21{,}46$
c) $3{,}7\div 100=0{,}037$ **d)** $987\div 1000=0{,}987$

18 **a)** $25{,}36\div 0{,}01=2\,536$ **b)** $0{,}87\div 0{,}1=8{,}7$
c) $786\div 0{,}001=786\,000$ **d)** $4{,}94\div 0{,}01=494$

Pour s'entraîner

45 **a)** 8^5 ; **b)** 10^6 ;
c) 9^{13} ; **d)** 12^8

48 **a)** 7^6 **b)** 11^5
c) 2^1 **d)** 8^8
e) 10^2 **f)** 15^0

52 **a)** 4^5 ; **b)** 6^1 ;
c) 21^3 **d)** 8^6
e) 10^4 **f)** 5^1

57 **a)** $A=10^7$; $B=10^{-2}$; $C=10^6$.
b) $E=10^4$; $F=10^8$; $G=10^{-8}$;
$H=10^{-4}$; $I=10^4$; $J=10^0$.

62 **a)** $0{,}000\,45=4{,}5\times 10^{-4}$ **b)** $0{,}78=7{,}8\times 10^{-1}$
c) $5\,457\,000=5{,}457\times 10^6$ **d)** $0{,}000\,5=5\times 10^{-4}$

69 $T=6{,}54\times 10^{23}$ $R=7{,}69\times 10^{-11}$
$E=8\times 10^{14}$ $S=5{,}78\times 10^{-2}$
$H=8{,}76678\times 10^{17}$ $F=4{,}3679\times 10^{-23}$

96 Cela fait 365,25 jours c'est-à-dire une année.

Je prépare le contrôle ▶ Je complète un QCM

108 Réponse (3)
109 Réponse (1)
110 Réponse (3)
111 Réponse (2)
112 Réponse (3)
113 Réponses (2) et (3)
114 Réponse (1)
115 Réponse (2)
116 Réponse (3)
117 Réponse (2)
118 Réponses (1) et (3)
119 Réponse (1)
120 Réponse (1)

Je prépare le contrôle ▶ Je rédige

121 **a)** 36 **b)** 27 **c)** 561
d) 1 **e)** 1 **f)** 81

122 A = 17 ; B = 8 ; C = 16 ;
D = 35 ; E = 34

123 E = 20 ; F = 3

124 $A=\frac{1}{4}=0{,}25$; $B=\frac{1}{5}=0{,}2$

125 **a)** $2^7+3=131$; **b)** $-3^4=-81$
c) $0{,}9^5=0{,}590\,49$; **d)** $5^{-3}=\frac{1}{125}=0{,}008$

126 **a)** 7^{10}
b) 30^6
c) 8^{10}
d) 9^4
e) 7^2

127 **a)** 100 000 000 **b)** 1 000 000 **c)** 10 000 000
d) 0,0001 **e)** 0,000 000 1 **f)** 1

128 **a)** 67 890 **b)** 3 458 000 **c)** 65,4
d) 0,2 **e)** 12 000 **f)** 4

129 **a)** 10^{15} **b)** 10^{-14} **c)** 10^{-12} **d)** 10^{-12}

130 **a)** $2{,}345\times10^6$ **b)** $5{,}6\times10^{-5}$
c) $4{,}567\times10^6$ **d)** $5{,}78\times10^{-3}$

131 **a)** $=4{,}567\times10^4$ **b)** $=7{,}89\times10^7$
c) $=5{,}78\times10^{-3}$ **d)** $=6{,}5\times10^{-3}$

132 **a)** On a deux possibilités pour le premier jeton et encore deux pour le deuxième soit $2\times2=2^2$ pour les deux premiers (NN ; NB ; BB ; BN)
Pour les trois jetons $2\times2\times2$ soit $2^3=8$
Il y a 8 façons d'aligner trois jetons identiques
b) Pour 6 jetons
$2\times2\times2\times2\times2\times2=2^6=64$
Il y a 64 façons d'aligner 6 jetons identiques
c) Il y a 2^n façons d'aligner n jetons identiques

133 **a)** En m : $20\times340=6\,800=6{,}8\times10^3$
En 20 secondes, l'avion parcourt $6{,}8\text{x}10^3$ mètres = 6,8 km
b) Le X-15 parcourt $340\times6{,}7=2\,278$ mètres en 1 seconde
$2\,278\times3\,600=8\,200\,800$
8 200 800m = 8 200,8km
La vitesse du X-15 est de 8 200,8 km/h = $8{,}200\,8\times10^3$ km/h.

6. Proportionnalité – Agrandissement Réduction – Vitesse

Exercices d'application

1

ABCD	A'B'C'D'
AB = 3 cm	A'B' = 4,2 cm (4,2 ÷ 3 = 1,4)
AD = 2,5 cm	A'D' = 3,5 cm (2,5 × 1,4 = 3,5)
$\widehat{DAB}=85°$	$\widehat{D'A'B'}=85°$
CD = 4 cm	C'D' = 5,6 cm (4 × 1,4 = 5,6)
BC = 3,5 cm	B'C' = 4,9 cm (3,5 × 1,4 = 4,9)

2

EFGH	E'F'G'H'
EF = 6 cm	E'F' = 3,6 cm (3,6 ÷ 6 = 0,6)
FG = 4,5 cm	F'G' = 2,7 cm (4,5 × 0,6 = 2,7)
EG = 6,5 cm	E'G' = 3,9 cm (6,5 × 0,6 = 3,9)
EH = 3,5 cm	E'H' = 2,1 cm (3,5 × 0,6 = 2,1)
HG = 7,5 cm	H'G' = 4,5 cm (7,5 × 0,6 = 4,5)

3 $d=vt$ et 2 h 45 min = 2,75 h (45 ÷ 60 = 0,75)
d'où $d=13\times2{,}75=35{,}75$
La distance est de 35,75 km.

4 $d=vt$
d'où $18=v\times4$ donc $v=\frac{18}{4}$,
La vitesse moyenne est de 4,5 km/h.

5 $d=vt$
d'où $325=65\times t$ donc $t=\frac{325}{65}$,
Le parcours dure 5 h.

6 $d=vt$
d'où $64=160\times t$ donc $t=\frac{64}{160}=0{,}4$.
Le parcours dure 0,4 h soit 24 min.

7 $d=vt$ et 30 min = 0,5 h et 175 m = 0,175 km.
d'où, $0{,}175=v\times0{,}5$ donc $v=\frac{0{,}175}{0{,}5}=0{,}35$.
La vitesse est de 0,35 km/h.

8 $d=vt$ et 1 h 36 min = 1,6 h (car 36 ÷ 60 = 0,6)
d'où $d=50\times1{,}6=80$.
La distance est de 80 km.

9 18 km/h = 18 000 m/h = 5 m/s (car 18 000 ÷ 3 600 = 5)

10 25 m/s = 0,025 km/s = 90 km/h (car 0,025 × 3 600 = 90)

11 4 m/s = 0,004 km/s = 14,4 km/h (car 0,004 × 3 600 = 14,4)

12 72 km/h = 72 000 m/h = 20 m/s (72 000 ÷ 3 600 = 20)
Le kangourou est le plus rapide.

13 0,083 m/min = 4,98 m/h (0,083 × 60 = 4,98)
L'escargot arrivera en tête.

Je réactive mes connaissances

18 Le prix et le nombre de DVD ne sont pas proportionnels car le prix de 4 DVD devrait être le double du prix de 2 DVD donc de 15 € et non de 14 €.

22

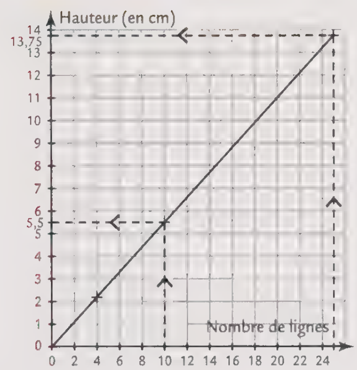
Prix (en €)	100	20	5	134
Prix (en franc suisse)	134	26,80	6,70	179,56

Pour s'entraîner

30

Volume (en cm^3)	5	11
Masse (en g)	38	83,6

35 et **b)**



c) La hauteur d'une ligne est de 0,55 cm.
Hauteur de 10 lignes : 10 × 0,55 = 5,5 cm.
Hauteur de 25 lignes : 25 × 0,55 = 13,75 cm.

39 **a)** ABCD n'est pas une réduction de EFGH
(3 ÷ 2 = 1,5 mais 5 ÷ 4 = 1,25).
b) KLMN est une réduction de EFGH ; le coefficient de réduction est 0,9.

43

MNPR	MN = NP = PR = MR = 8 cm	$\widehat{MNP} = 75°$
Réduction	Côtés : 4,8 cm	75°

47 **a)** $d = vt$
d'où $96 = v \times 1{,}5$ donc $v = \frac{96}{1{,}5} = 64$
La vitesse est de 64 km/h.
b) $d = vt$ et 2 h 30 min = 2,5 h d'où : $205 = v \times 2{,}5$
donc $v = \frac{205}{2{,}5} = 82$
La vitesse est de 82 km/h.
c) $d = vt$ et 54 min = 0,9 h
d'où $76{,}5 = v \times 0{,}9$ donc $v = \frac{76{,}5}{0{,}9} = 85$
La vitesse est de 85 km/h.

50 **a)** $d = vt$
d'où $181{,}2 = 75{,}5 \times t$ donc $t = \frac{181{,}2}{75{,}5} = 2{,}4$
Le parcours dure 2,4 h ou 2 h 24 min.
b) $d = vt$
$149{,}4 = 83 \times t$ donc $t = \frac{149{,}4}{083} = 1{,}8$
Le parcours dure 1,8 h ou 1 h 48 min.
c) $d = vt$
d'où $43{,}5 = 72{,}5 \times t$ donc $t = \frac{43{,}5}{72{,}5} = 0{,}6$
Le parcours dure 0,6 h ou 36 min.

Je prépare le contrôle ▶ Je complète un QCM

85 Réponse (3)

86 Réponse (3)

87 Réponse (2) et (3)

88 Réponse (2)

89 Réponses (1) et (3)

90 Réponses (2) et (3)

91 Réponses (1) et (3)

Je prépare le contrôle ▶ Je rédige

92 Soit x le nombre cherché.
a) $x \times 18 = 12 \times 15$ donc $x = \frac{180}{18} = 10$.
b) $x \times 42 = 3{,}5 \times 60$ donc $x = \frac{210}{42} = 5$.
c) $x \times 0{,}18 = 0{,}3 \times 39$ donc $x = \frac{11{,}7}{0{,}18} = 65$.

93

3	4,2
4	5,6
7	4,2 + 5,6 = 9,8
12	4,2 × 4 = 16,8
4 × 10 = 40	56
1	4,2 ÷ 3 = 1,4

94 **a)** La représentation graphique est une demi-droite qui passe par l'origine et par le point d'abscisse 48 et d'ordonnée 64,80
b) (1) Environ 50 € ; (2) environ 50 L.
c) (1) Le prix de 35 L d'essence est de 47,25 € :
64,8 ÷ 48 = 1,35 (prix d'un litre)
1,35 × 35 = 47,25.
(2) Pour 69,39 €, on a 51,4 L d'essence :
69,39 ÷ 1,35 = 51,4

95 [HL] un côté.
Les longueurs sont multipliées par 0,75 (6 ÷ 8 = 0,75) mais les angles ne changent pas.

HJKL	Réduction
HK = 8 cm	6 cm
HL = 6 cm	4,5 cm
$\widehat{KHL} = 90°$	90°

96 1 h 06 min = 1,1 h (car 6 ÷ 60 = 0,1)
$d = vt$ donc $d = 66 \times 1{,}1 = 72{,}6$, donc la distance parcourue est de 72,6 km.

97 $d = vt$ d'où $273 = v \times 2{,}6$ donc $v = \dfrac{273}{2{,}6} = 105$
La vitesse moyenne est de 105 km/h.

98 $d = vt$ d'où $10{,}5 = 4{,}2 \times t$ donc $t = \dfrac{10{,}5}{4{,}2} = 2{,}5$
Le trajet a duré 2 h 30 min.

99 Vitesse d'Arthur : 4,8 km/h.
Vitesse d'Alexandre :
1,4 m/s = 0,001 4 km/s = 0,001 4 × 3 600 = 5,04 km/h.
Alexandre est le plus rapide.

100 $d = vt$ d'où $4 = 10 \times t$ donc $t = 0{,}4$.
Le temps mis pour parcourir 4 km est 0,4h
$d = vt$ d'où $0{,}5 = 5 \times t$ donc $t = \dfrac{0{,}5}{5} = 0{,}1$.
Le temps mis pour parcourir 0,5 km est 0,1h
Temps total mis pour parcourir les 4,5 km : 0,4 + 0,1 = 0,5 h.
$d = vt$ d'où $4{,}5 = v \times 0{,}5$ donc $v = \dfrac{4{,}5}{0{,}5} = 9$.
La vitesse moyenne, sur la totalité du trajet, est de : 9 km/h

101 **a)** $\dfrac{15}{3{,}6} = \dfrac{150}{36} = \dfrac{25}{6}$ coefficient d'agrandissement
b) On a : $\dfrac{3{,}6}{15} = \dfrac{2{,}4}{x}$ où x est la largeur cherchée.
$3{,}6x = 15 \times 2{,}4$, donc $x = \dfrac{36}{3{,}6} = 10$
donc la largeur cherchée est de 10 cm.
c) $N = 3{,}6 \times 2{,}4 = 8{,}64$ donc $N = 8{,}64$ cm².
$P = 15 \times 10 = 150$ donc $P = 150$ cm².
Le coefficient d'agrandissement des aires est $\dfrac{150}{8{,}64}$, or $\dfrac{25}{6} = \dfrac{150}{36}$
donc les coefficients sont différents.
On ne passe pas de N à P par le même coefficient que celui qui permet de passer de la longueur à la longueur agrandie :
$\dfrac{3{,}6}{15} = \dfrac{2{,}4}{10} \neq \dfrac{8{,}64}{150}$ (car par exemple $\dfrac{2{,}4}{10} = \dfrac{36}{150}$ et $36 \neq 8{,}64$)
Autre méthode : on peut aussi comparer des valeurs approchées de chacun de ces deux coefficients à savoir :
$25 \div 6 \approx 4{,}2$ et $150 \div 8{,}64 \approx 17{,}4$

7. Traitements de données Pourcentages – Moyenne

Exercices d'application

1 Première colonie : 104 ouvrières (130 × 0,80 = 104)
Deuxième colonie : 9 ouvrières (90 × 0,10 = 9)
Total : 113 ouvrières parmi les 220 fourmis.
$\dfrac{113}{220} \approx 0{,}51$ Pourcentage d'ouvrières dans les deux colonies réunies : environ 51 %.
Remarque : ce pourcentage n'est pas la somme des pourcentages.

2 Nombre de stylos feutres rouges de Hugo : 9 (12 × 0,75 = 9)
Nombre de stylos feutres rouges de Manon : 6 (24 × 0,25 = 6)
Total : 15 stylos feutres rouges parmi les 36 stylos feutres.
$\dfrac{15}{36} \approx 0{,}42$
Pourcentage de stylos feutres rouges dans l'ensemble des 36 stylos feutres : environ 42 %.
Remarque : ce pourcentage n'est pas la somme des pourcentages.

Je réactive mes connaissances

7 L'élève s'est trompé : il a comparé les deux aires colorées en bleu c'est à dire les pourcentages sans tenir compte des effectifs sur lesquels ils s'appliquent.
Ville A :
60 000 × 0,25 = 15 000
Il y a 15 000 voitures blanches dans la ville A.
Ville B :
18 000 × 0,60 = 10 800
Il y a 10 800 voitures blanches dans la ville B.
Conclusion : c'est dans la ville A qu'il y a le plus de voitures blanches.

11 **a)** 18 272 + 28 370 + 18 576 + 462 840 + 12 290 = 540 348
Superficie terrestre totale de la Mélanésie : 540 348 km²
b) 18 576 ÷ 540 348 ≈ 0,0338
Donc la superficie de la Nouvelle Calédonie représente environ 3,4 % de la superficie totale de la Mélanésie.
c) 18 576 × 13 = 241 488
En 2005, la population en Nouvelle Calédonie était de 241 488 habitants.

Pour s'entraîner

17 30 × 0,60 = 18
Il y a 18 morceaux de rap parmi les morceaux de Léo.
45 × 0,40 = 18
Il y a 18 morceaux de rap parmi les morceaux de Siméon.
Au total, il y a 36 morceaux de rap parmi les morceaux de musique réunis (soit 30 + 45).
$\dfrac{36}{30+45} = \dfrac{36}{75} = 0{,}48$
Dans les deux groupes réunis il y a 48 % de morceaux de rap.

25 $\dfrac{4\times12+3\times8+2\times9{,}5}{4+3+2} = \dfrac{91}{9} \approx 10{,}1$
La moyenne est d'environ 10,1.

27 $\dfrac{1\times0+12\times1+3\times2+6\times3+3\times4+3\times5}{1+12+3+6+3+3} = \dfrac{63}{25} = 2{,}25$
Dans la classe de Malo, la moyenne est de 2,25 donc elle est légèrement supérieure à la moyenne nationale.

29 $\dfrac{20\times5+13\times7{,}5+15\times10+4\times12{,}5+7\times15+3\times17{,}5}{20+13+15+4+7+3}=\dfrac{555}{62}\approx 8{,}95$

La moyenne journalière des pourboires est d'environ 8,95 €.

Je prépare le contrôle ▶ Je complète un QCM

71 Réponse (3)

72 Réponse (2)

73 Réponses (1) et (2)

74 Réponse (3)

75 Réponse (3)

76 Réponse (1)

Je prépare le contrôle ▶ Je rédige

77 9 filles réussissent le test ($15 \times 0{,}6 = 9$)

9 garçons réussissent le test ($12 \times 0{,}75 = 9$)

Total : 18 élèves ont réussi le test.

$\dfrac{18}{27}\approx 0{,}667$.

Donc environ 66,7 % des élèves de la classe ont réussi le test.

78 $\dfrac{45+67+23+108+35+45+60+42}{8}=\dfrac{425}{8}=53{,}125$

La moyenne des valeurs données est 53,125.

79 Les séries solutions doivent avoir un total des valeurs égal à 120 car :

$24 \times 5 = 120$.

Par exemple :

(1) 22 ; 23 ; 24 ; 25 ; 26.

(2) 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 110.

(3) 10 ; 20 ; 50 ; 15 ; 25.

80 Soit M la moyenne des poids des bagages :

$M=\dfrac{31+14+25+19+15+28+22+13+26+18+12+23+21+10+16+21}{16}$

$M=\dfrac{314}{16}=19{,}625$.

Le chargement de l'avion est possible car $19{,}625 < 20$.

81 Moyenne de Romain :

$\dfrac{5\times12+3\times8+2\times9}{5+3+2}=\dfrac{102}{10}=10{,}2$.

Romain a réussi son examen car il a 10,2 de moyenne et $10{,}2 > 10$.

82 Si trois nombres ont pour moyenne 11, cela signifie que le total de ces trois nombres est 33 car $11 \times 3 = 33$.

De même si sept nombres ont pour moyenne 15, cela signifie que le total de ces sept nombres est 105 car $15 \times 7 = 105$.

Le total des 10 nombres est donc de 138 car $33 + 105 = 138$.

$138 \div 10 = 13{,}8$.

La moyenne des dix nombres est 13,8.

83 • Si la moyenne des 5 premiers devoirs est 11, cela signifie que le total de ces cinq notes est 55 car $11 \times 5 = 55$.

Soit x la note obtenue au sixième devoir.

$\dfrac{55+x}{6}=12$

$55 + x = 6 \times 12$

$55 + x = 72$

$55 + x - 55 = 72 - 55$

$x = 17$.

Ernest doit avoir 17 au sixième devoir pour avoir une moyenne de 12.

• Autre méthode

Si la moyenne des 5 premiers devoirs est 11, cela signifie que le total de ces cinq notes est 55 car $11 \times 5 = 55$.

Pour avoir une moyenne aux 6 devoirs de 12, il faut un total de points de 72 car $6 \times 12 = 72$

$72 - 55 = 17$

Ernest doit avoir 17 au sixième devoir pour avoir une moyenne de 12.

84 Soit x l'effectif complet de la classe.

$\dfrac{75}{100}\times x=18$ d'où $0{,}75x=18$ d'où $x=\dfrac{18}{0{,}75}$

donc $x = 24$.

L'effectif complet de la classe est de 24 élèves.

85 Soit x le nombre de paniers réussis par Samy au dernier match.

$\dfrac{3\times8+5\times10+7\times12+4\times20+x}{3+5+7+4+1}=13$

$\dfrac{238+x}{20}=13$

$238 + x = 20 \times 13$

$238 + x = 260$

$238 + x - 238 = 260 - 238$ soit $x = 22$.

Samy doit réussir 22 paniers au dernier match pour obtenir une moyenne de 13 paniers réussis par match.

86 Soit x le coefficient en EPS :

$\dfrac{x\times10+2\times13{,}5}{x+2}=11$

$10x + 27 = 11 \times (x + 2)$

$10x + 27 = 11x + 22$

$27 - 22 = 11x - 10x$

$x = 5$

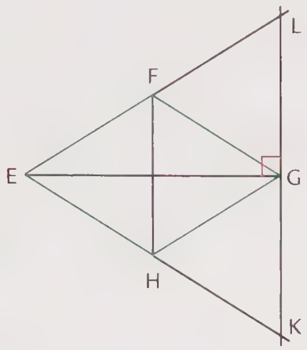
Le coefficient en EPS est 5.

8. Géométrie et initiation à la démonstration

Je réactive mes connaissances

2 AFBD, AECD et FECB semblent être des parallélogrammes.

6 La droite perpendiculaire à (EG) qui passe par G passe également par L et K.



Pour s'entraîner

30 On sait que KLMN est un losange.
Si un quadrilatère est un losange alors ses côtés sont de même longueur.
Donc KL = LM = MN = NL.

32 Il manque une condition : le parallélisme des deux autres côtés.

Je prépare le contrôle ▶ Je complète un QCM

52 Réponse (1)

53 Réponse (3)

54 Réponse (1)

55 Réponse (1) et (2)

Je prépare le contrôle ▶ Je rédige

56 **a)** On sait que AB = BC = CD = DA.
Si un quadrilatère a ses quatre côtés de même longueur alors c'est un losange.
Donc ABCD est un losange.
b) On sait que (EF) // (DG) et (KC) ⊥ (EF).
Si deux droites sont parallèles et qu'une troisième droite est perpendiculaire à l'une alors elle est perpendiculaire à l'autre.
Donc (KC) ⊥ (DG).
c) On sait que [EF] et [KL] ont le même milieu.
Si un quadrilatère a des diagonales qui se coupent en leur milieu alors c'est un parallélogramme.
Donc EKFL est un parallélogramme.

57 **a)** Juste.
b) Faux, car la propriété utilisée n'est pas la bonne, il faut utiliser :
Si un quadrilatère est un parallélogramme alors ses côtés opposés sont parallèles deux à deux.

58 On sait que ABCD est un parallélogramme (*donnée*).
Si un quadrilatère est un parallélogramme alors ses côtés sont parallèles deux à deux.
Donc (AB) // (DC).
On sait de plus que (EF) // (AB).
Si deux droites sont parallèles à une même troisième alors elles sont parallèles entre elles.
Donc (EF) // (DC).

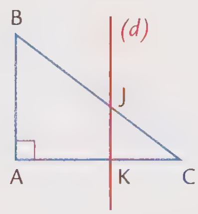
59 On sait que I est le milieu de [BC] (*donnée*) et de [AD] (car D est le symétrique de A par rapport à I).
Si un quadrilatère a des diagonales qui ont le même milieu alors ce quadrilatère est un parallélogramme.
Donc ABCD est un parallélogramme.
Si un quadrilatère est un parallélogramme alors ses côtés opposés sont parallèles deux à deux.
Donc (AB) // (CD).

60 On sait que I est le milieu de [AB] (car I est le centre du cercle de diamètre [AB]), I est le milieu de [MN] (*donnée*).
Si un quadrilatère a des diagonales qui ont le même milieu alors c'est un parallélogramme. Donc AMBN est un parallélogramme.
Si un quadrilatère est un parallélogramme alors ses côtés opposés sont parallèles entre eux.
Donc (AM) // (BN).

61 (AB) // (DC) et (CD) // (EF).
Or si deux droites sont parallèles à une même troisième alors elles sont parallèles entres elles.
Donc (AB) // (EF).

62 On sait que PQ = QR = RS = SP (*donnée*).
Si un quadrilatère a ses quatre côtés de même longueur alors c'est un losange.
Donc PQRS est un losange.
Si un quadrilatère est un losange alors ses diagonales ont le même milieu et sont perpendiculaires.
Donc (PR) ⊥ (QS)

63



On sait que (AB) ⊥ (AC) car ABC est un triangle rectangle en A (*donnée*).
On sait que (*d*) // (AB) (*donnée*).
Si deux droites sont parallèles et qu'une troisième droite est perpendiculaire à l'une alors elle est perpendiculaire à l'autre.
Donc (*d*) ⊥ (AC).

64 On sait que (*d*) ⊥ [AB] car (*d*) est la médiatrice de [AB]) et (*e*) // (*d*) (*donnée*).
Si deux droites sont parallèles et qu'une troisième droite est perpendiculaire à l'une alors elle est perpendiculaire à l'autre.
Donc (*e*) ⊥ (AB).

9. Triangle rectangle et théorème de Pythagore

Exercices d'application

1 ABC est rectangle en A.
D'après le théorème de Pythagore :
$BC^2 = AB^2 + AC^2$
$BC^2 = 5{,}72 + 7{,}62 = 90{,}25$
$BC = 9{,}5$ cm.

2 MNP est un triangle rectangle en M.
D'après le théorème de Pythagore :
$NP^2 = MN^2 + MP^2$
$NP^2 = 4{,}22 + 5{,}62 = 49$
$NP = 7$ cm.

3 PLK est un triangle rectangle en rectangle en L.
D'après le théorème de Pythagore:
$PK^2 = PL^2 + LK^2$
$8{,}5^2 = 5{,}1^2 + LK^2$
$LK^2 = 8{,}5^2 - 5{,}1^2$
$LK^2 = 6{,}8$ cm

4 DEF est un triangle rectangle en D.
D'après le théorème de Pythagore :
$EF^2 = ED^2 + DF^2$
$EF^2 = 5^2 + 6^2 = 61$
$EF \simeq 7{,}8$ cm. ($EF \simeq 7{,}81$).

5 HIJ est un triangle rectangle en H
D'après le théorème de Pythagore :
$IJ^2 = HI^2 + HJ^2$
$8^2 = 6^2 + HJ^2$
$HJ^2 = 8^2 - 6^2 = 28$
$HJ \simeq 5{,}3$ cm ($HJ \simeq 5{,}29$)

6 $AC^2 = 35^2$
$AB^2 + BC^2 = 21^2 + 28^2$
$AC^2 = 1\,225$
$AB^2 + BC^2 = 1\,225$
$AC^2 = AB^2 + BC^2$
D'après le théorème de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en B.
Les droites (AB) et (BC) sont perpendiculaires.

7 $PN^2 = 5{,}8^2$
$MN^2 + MP^2 = 4{,}2^2 + 4^2$
$PN^2 = 33{,}64$
$MN^2 + MP^2 = 33{,}64$
$PN^2 = MN^2 + MP^2$
D'après le théorème de Pythagore, le triangle MNP est rectangle en M.
Les droites (MN) et (MP) sont perpendiculaires.

8 $AT^2 = 102$
$AR^2 + RT^2 = 6^2 + 8^2$
$AT^2 = 100$
$AR^2 + RT^2 = 100$
Dans le triangle ART, on a donc $AT^2 = AR^2 + RT^2$.
D'après le théorème de Pythagore, le triangle est rectangle en R.
Les droites (AR) et (RT) sont perpendiculaires.

9 $DF^2 = 85^2$
$DE^2 + EF^2 = 84^2 + 13^2$
$DF^2 = 7\,225$
$DE^2 + EF^2 = 7\,225$
Dans le triangle DEF, on a donc $DF^2 = DE^2 + EF^2$.
D'après le théorème de Pythagore, le triangle DEF est rectangle en E.
Les droites (ED) et (EF) sont perpendiculaires.

Pour s'entraîner

26 EFG rectangle en F
FGH rectangle en G
EHG rectangle en H
EFH rectangle en E
OEF, OFG, OGH, OEH rectangles en O.

30 **b)** et **c)**
ABC est un triangle rectangle en B :
$AC^2 = BA^2 + BC^2$
BCD est un triangle rectangle en C :
$BD^2 = CB^2 + CD^2$
CDA est un triangle rectangle en D :
$AC^2 = DA^2 + DC^2$
DAB est un triangle rectangle en A :
$BD^2 = AB^2 + AC^2$
AOB est un triangle rectangle en O :
$AB^2 = OA^2 + OB^2$
BOC est un triangle rectangle en O :
$BC^2 = OB^2 + OC^2$
COD est un triangle rectangle en O :
$DC^2 = OD^2 + OC^2$
AOB est un triangle rectangle en O :
$AD^2 = OA^2 + OD^2$

37 **a)** On sait que ABC est un triangle rectangle en A.
D'après le théorème de Pythagore dans ce triangle:
$BC^2 = AB^2 + AC^2$
$BC^2 = 12^2 + 35^2$
$BC^2 = 1369$, d'où $BC = 37$ cm.
b) On sait que ABC est un triangle rectangle en A.
D'après le théorème de Pythagore dans ce triangle:
$BC^2 = AB^2 + AC^2$.
$BC^2 = 8^2 + 7^2$
$BC^2 = 113$, d'où $BC \simeq 10{,}6$ cm (10,63 cm).

41

Triangle	AB	AM	MB	Périmètre
(1)	8,2	8	1,8	18
(2)	7,8	7,2	3	18
(3)	7,5	4,5	6	18

Les longueurs sont données en cm.

43 Le triangle BCD est rectangle en B.
D'après le théorème de Pythagore dans ce triangle :
$CD^2 = BC^2 + BD^2$.
$CD = CE + ED$
$CD = 2{,}4 + 6{,}1 = 8{,}5$
$CD = 8{,}5$ cm.
$8{,}5^2 = BC^2 + 7{,}5^2$.
$BC^2 = 8{,}5^2 - 7{,}5^2$.
$BC^2 = 72{,}25 - 56{,}25$
$BC^2 = 16$.
$BC = 4$ cm

47 **a)** $AB \simeq 4{,}2$ cm D'après le théorème de Pythagore.
b) $AB = 8$ cm.
c) $AB = 6$ cm. Les diagonales d'un rectangle sont de même longueur.

d) AB = 5,5 cm d'après le théorème de Pythagore.

53 **a)** $JK^2 = 6{,}5^2 = 42{,}25$.
$IJ^2 + IK^2 = 5{,}6^2 + 3{,}3^2 = 42{,}25$.
Donc $JK^2 = IJ^2 + IK^2$.
D'après le théorème de Pythagore; le triangle IJK est rectangle en I. Les droites (IJ) et (IK) sont perpendiculaires.
b) $JK^2 = 9{,}6^2 = 92{,}16$.
$IJ^2 + IK^2 = 6{,}5^2 + 7{,}2^2 = 94{,}09$.
Donc $JK^2 \neq IJ^2 + IK^2$.
Le théorème de Pythagore ne s'applique pas dans le triangle IJK
Donc le triangle IJK n'est pas rectangle en I.
Les droites (IJ) et (IK) ne sont pas perpendiculaires.

Je prépare le contrôle ▶ Je complète un QCM

111 **a)** Réponse (3) **b)** Réponse (2)

112 **a)** Réponse (2) **b)** Réponse (3)

113 Réponse (1)

Je prépare le contrôle ▶ Je rédige

114 **a)** ABC est un triangle rectangle en B.
D'après le théorème de Pythagore dans ce triangle :
$AC^2 = AB^2 + BC^2$.
$x^2 = 7{,}5^2 + 10^2$
$x^2 = 156{,}25$
$x = 12{,}5$ cm.
b) RTF est un triangle rectangle en R.
D'après le théorème de Pythagore dans ce triangle :
$FT^2 = FR^2 + RT^2$
$14{,}6^2 = 11^2 + x^2$
$x^2 = 14{,}6^2 - 11^2$
$x^2 = 92{,}16$
$x = 9{,}6$ cm.
c) On ne peut pas savoir car le triangle n'est pas rectangle.
d) MNP est un triangle rectangle en M.
$NP^2 = MN^2 + MP^2$
$x^2 = 8^2 + 12^2$
$x^2 = 208$
$x \approx 14{,}4$ cm ($x \approx 14{,}42$)

115 RTF est un triangle rectangle en F.
D'après le théorème de Pythagore :
$RT^2 = FR^2 + TF^2$.
D'où : TF = 7 cm.

116 $BC^2 = 724^2 = 524\,176$
$AB^2 + AC^2 = 720^2 + 76^2 = 524\,176$
Donc $BC^2 = AB^2 + AC^2$
D'après le théorème de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en A.
Les droites (AB) et (AC) sont perpendiculaires.

117 ADC est un triangle rectangle en C.
D'après le théorème de Pythagore : $AD^2 = AC^2 + CD^2$.
D'où : $AC^2 = 20{,}25$.
ABC est un triangle rectangle en C.
D'après le théorème de Pythagore :
$AB^2 = BC^2 + AC^2$.
D'où : AB = 5,1 cm.

118 AEF est un triangle rectangle en A.
D'après le théorème de Pythagore dans ce triangle :
$EF^2 = AE^2 + AF^2$.
$EF^2 = 0{,}7^2 + 2{,}4^2 = 6{,}25$
$EG^2 = 42{,}25$
$EF^2 + FG^2 = 6{,}25 + 6^2 = 42{,}25$
Donc $EF^2 + FG^2 = EG^2$.
D'après le théorème de Pythagore, le triangle EFG est rectangle en F.
Les droites (EF) et (FG) sont donc perpendiculaires.

119 MLK est un triangle rectangle en L.
D'après le théorème de Pythagore :
$MK^2 = ML^2 + LK^2$.
$LK^2 = 51{,}84$ et LK = 7,2 cm.
KLI est un triangle rectangle en L.
D'après le théorème de Pythagore :
$KI^2 = LK^2 + LI^2$.
$KI^2 = 60{,}84$ et KI ≈ 7,8 cm.

120 On suppose que le tronc de l'arbre est perpendiculaire au sol.
Le triangle CFP est alors rectangle en P.
D'après le théorème de Pythagore dans ce triangle :
$CF^2 = CP^2 + PF^2$
$CF^2 = 2^2 + 7^2$
$CF^2 = 53$
CF ≈ 7,3 m. (CF ≈ 7,28)
CF + PF ≈ 2 + 7,3
CF + PF ≈ 9,3
L'arbre, avant l'orage, avait une hauteur de 9,3 m environ.

121 AC = AE − EC
AC = 50 cm
$CB^2 = 65^2 = 4\,225$
$AC^2 + AB^2 = 39^2 + 50^2 = 4\,021$.
Donc $AC^2 + AB^2 \neq CB^2$
L'angle $\widehat{BAC}$ n'est pas un angle droit. Le ballon va donc rouler.

10. Pyramides et cônes

Exercices d'application

1 On sait que ABCD est un carré.
Si un quadrilatère est un carré alors ses diagonales se coupent en leur milieu.
Donc $OC = \frac{AC}{2}$
OC = 4 cm.
On sait que le triangle SOC est rectangle en O (car [SO] est la hauteur de la pyramide).
D'après le théorème de Pythagore dans ce triangle :
$SC^2 = OC^2 + OS^2$.
$9^2 = 4^2 + OS^2$
$81 = 16 + OS^2$
$OS^2 = 81 - 16$
$OS^2 = 65$
OS ≈ 8,1 cm (8,06...).

2 On sait que le triangle SOA est rectangle en O (car [SO] est la hauteur de la pyramide).
D'après le théorème de Pythagore dans ce triangle :
$SA^2 = OA^2 + OS^2$.
$8^2 = 5^2 + OS^2$
$64 = 25 + OS^2$
$OS^2 = 64 - 25$
$OS^2 = 39$
OS ≈ 6,2 cm (6,24...).

3 On sait que le triangle HIJ est rectangle en I (car [HI] est la hauteur de la pyramide).
D'après le théorème de Pythagore dans ce triangle :
$HJ^2 = IH^2 + IJ^2$.
$HJ^2 = 6^2 + 4^2$
$HJ^2 = 36 + 16$
$HJ^2 = 52$
$HJ \approx 7{,}2$ cm (7,21...).

Pour s'entraîner

17 **a)** Un triangle.
b) 6 arêtes.

29 Aire de la base : 6 cm^2.
Volume : 20 cm^3.

37 Boîte (d) conique : $V = 84{,}32$ cm^3.
Boîte (b) cylindrique : $V = 254{,}47$ cm^3.
Boîte (c) cubique : $V = 216$ cm^3.
Boîte (a) pyramidale : $V = 243$ cm^3.

Je prépare le contrôle ▶ Je complète un QCM

79 Réponse 2 et réponse 3

80 Réponse (2)

81 Réponse 2 et réponse 3

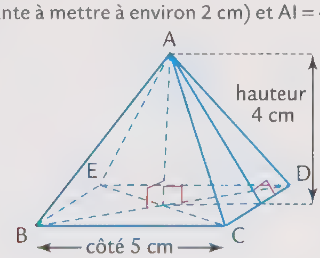
82 Réponse 2 et réponse 3

83 Réponse 3

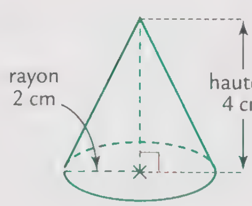
Je prépare le contrôle ▶ Je rédige

84 **a)** BEFG est une pyramide de sommet B et de base EFG. La base est un triangle et les trois autres faces sont des triangles. Il y a 4 sommets et 6 arêtes.
b) BCDHA est une pyramide de sommet H et de base ABCD. La base est un trapèze et les quatre autres faces sont des triangles. Il y a 5 sommets et 8 arêtes.
c) BEFGH est un prisme droit à base triangulaire. Les bases sont les triangles ABC et EFG et les trois autres faces sont des rectangles. Il y a 6 sommets et 9 arêtes.

85 **a)** BC = 5 cm et CD = 3 cm
(étant une fuyante à mettre à environ 2 cm) et AI = 4 cm.



b) Hauteur = 4 cm
Rayon = 2 cm



Échelle 1/2

86 Le dessin est le patron d'une pyramide ayant comme base un rectangle.

87 Tracer les deux diagonales de 4 cm et de 6 cm qui sont perpendiculaires et qui se coupent en leur milieu. Tracer ensuite quatre triangles équilatéraux qui ont comme côtés la mesure des côtés du losange.

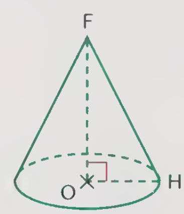
88 $V = \dfrac{5^2 \times 9}{3} = 75$
Le volume de la pyramide est 75 cm^3

89 $V = \dfrac{6^2 \times \pi \times 12}{3} \approx 301{,}6\ (301{,}59...)$.
Le volume du cône est environ 301,6 cm^3

90 $V = \dfrac{3^2 \times \pi \times 12}{3} \approx 113{,}1\ (113{,}09...)$
Le volume du cône est environ 113,1 cm^3

91 Soit B l'aire de la base de la Pyramide.
$B = \dfrac{6^2 \times 4}{2} = 12$.
L'aire de la base est $\mathcal{B} = 12$ cm^2.
Soit h la hauteur de la pyramide.
$V = \dfrac{\mathcal{B} \times h}{3}$ d'où $V = \dfrac{12 \times h}{3}$
donc $\dfrac{12 \times h}{3} = 88$
donc $4 \times h = 88$ soit $h = \dfrac{88}{4} = 22$.
La hauteur de la pyramide est 22 cm.

92



On sait que le triangle FOH est rectangle en O.
D'après le théorème de Pythagore dans ce triangle :
$FH^2 = OF^2 + OH^2$
$8^2 = OF^2 + 5^2$
$64 = OF^2 + 25$
$OF^2 = 64 - 25$
$OF^2 = 39$
$OF \approx 6{,}245$ cm (6,2449 ...)
$V = \dfrac{OH^2 \times \pi \times OF}{3} = \dfrac{5^2 \times \pi \times 6{,}245}{3} \approx 163{,}4937$.
Le volume est d'environ 163,5 cm^3

93 **a)** La pyramide FDBC a comme base le triangle DBC qui a une aire égale à la moitié du celle du carré ABCD.
$\text{Aire}_{(DBC)} = (4 \times 4) \div 2 = 8$ cm^2.
$V = \dfrac{8 \times 5}{3} \approx 13{,}3$.
Le volume de la pyramide FDBC est d'environ 13,3 cm^3
b) Pour le patron, commencer par le triangle DBC rectangle en C en traçant DC = BC = 4 cm.
Ensuite tracer le triangle BCF rectangle en B tel que : BC = 4 cm et BF = 5 cm.
Puis tracer le triangle BDF rectangle en B tel que : BF = 5 cm.
Enfin tracer le triangle CFD en utilisant les deux côtés [FC] et [FD] déjà tracés.
$BF_2 = BF_1$; $CF_3 = CF_1$; $DF_3 = DF_2$.

11. Triangle rectangle, cercle et bissectrice

Exercices d'application

1 **a)** AM = 4 cm
b) AM = 6 cm

2 BC = 6,4 cm
AM = 3,2 cm

3 **a)** On sait que F est un point du cercle (L) et que [AB] est un diamètre de (L)
Si, dans un cercle, un triangle a pour sommets les extrémités d'un diamètre et un point du cercle alors ce triangle est rectangle en ce point.
Donc (BF) $\perp$ (AF).
De même B est un point du cercle (C) et [FD] est un diamètre donc (BF) $\perp$ (BD).
b) C est un point de (L) et [AB] est un diamètre de (L) donc (CA) $\perp$ (CB).

4 **a)** On sait que C est un point du cercle (M) et que [AB] est un diamètre de ce cercle (M).
Si, dans un cercle, un triangle a pour sommets les extrémités d'un diamètre et un point du cercle alors ce triangle est rectangle en ce point.
Donc (AC) $\perp$ (CB).
b) De même D est un point du cercle (N) et [EF] est un diamètre de ce cercle (N).
Donc (ED) $\perp$ (DF).

5 **a)** On sait que dans le triangle ACB, [CD] est une médiane et $CD = AD = DB = \frac{AB}{2}$
Si, dans un triangle, la médiane issue d'un sommet a une longueur égale à la moitié de la longueur du côté opposé alors le rectangle est rectangle en ce sommet.
Donc le triangle ACB est rectangle en C.
Les droites (AC) et (CB) sont donc perpendiculaires.
b) De même, dans le triangle ADI, [CD] est une médiane et $CD = CA = CJ = \frac{AJ}{2}$.
Donc le triangle ADJ est rectangle en D.
Donc (AD) et (DJ) sont perpendiculaires.

Je réactive mes connaissances

11 Ce cercle doit passer par E, F et G.

13 Vérifier avec le rapporteur que la bissectrice partage bien l'angle en deux angles égaux.

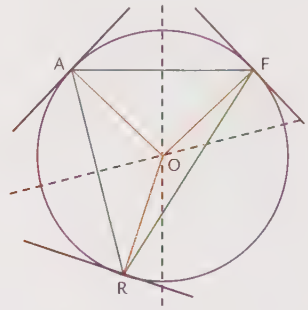
Pour s'entraîner

21 On ne peut pas calculer FI avec les informations données.
FGH est un triangle rectangle en G et [GE] est la médiane de ce triangle issue de G.
Si un triangle est rectangle alors la longueur de la médiane issue de l'angle droit est égale à la moitié de l'hypoténuse.
Donc $GE = \frac{FH}{2} = \frac{4\text{ cm}}{2} = 2\text{ cm}$.
EGF est un triangle rectangle en G et [GK] est la médiane de ce triangle issue de G.
Si un triangle est rectangle alors la longueur de la médiane issue de l'angle droit est égale à la moitié de l'hypoténuse.
Donc $GK = \frac{EF}{2} = \frac{3\text{ cm}}{2} = 1{,}5\text{ cm}$.

30 Les triangles rectangles sont les triangles MEN ; MSN ; MPN.

35 Dans le corrigé nous ne citons pas la propriété utilisée.
Dans le triangle CHB on a [HA] qui est une médiane et $HA = \frac{BC}{2}$.
Donc CHB est un triangle rectangle en H.
Dans le triangle AGF on a [FE] qui est une médiane et $FE = \frac{AG}{2}$.
Donc AFG est un triangle rectangle en F.
Dans le triangle CFB on a [FA] qui est une médiane et $FA = \frac{BC}{2}$.
Donc CFB est un triangle rectangle en F.

46



Je prépare le contrôle ▶ Je complète un QCM

88 Réponse (3)

89 Réponse (2) et (3)

90 Réponses (1) et (2)

91 Réponse (2) et (3)

92 Réponses (1) et (2)

Je prépare le contrôle ▶ Je rédige

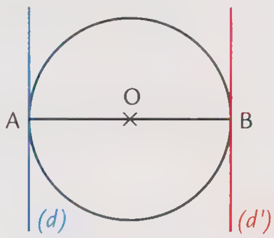
93 On sait que ABC est un triangle rectangle en A.
D'après le théorème de Pythagore dans ce triangle.
$BC^2 = AB^2 + AC^2$.
$BC^2 = 48^2 + 64^2 = 6\,400$.
BC = 80 cm.
On sait que O est le milieu de [BC].
Si un triangle est rectangle alors la longueur de la médiane issue de l'angle droit est égale à la moitié de la longueur de l'hypoténuse.
Donc $AO = \frac{BC}{2} = 40\text{ cm}$.

94 On sait que O est le milieu de [AB].
[OC] est la médiane issue de C du triangle ACB rectangle en C et [OD] est la médiane issue de D du triangle ADB.
Si un triangle est rectangle alors la longueur de la médiane issue de l'angle droit est égale à la moitié de la longueur de l'hypoténuse.
Donc $OC = \frac{AB}{2}$ et $OD = \frac{AB}{2}$
Donc $2 = \frac{AB}{2}$ donc AB = 4 cm et OD = 2 cm.

95 C et D sont des points du cercle de diamètre [AB].
Si, dans un cercle, un triangle a pour sommets les extrémités d'un diamètre et un point du cercle alors ce triangle est rectangle en ce point.
Donc les triangles ACB et ADB sont rectangles en C et D.
De même C et O sont des points du cercle de diamètre [DE].
Donc les triangles DOE et DCE sont rectangles en O et C.

96 **a)** On sait que C est un point du cercle de diamètre [AB].
Si, dans un cercle, un triangle a pour sommets les extrémités d'un diamètre et un point du cercle alors ce triangle est rectangle en ce point.
Donc ABC est un triangle rectangle en C.
La distance de B à (AE) est 3,3 cm.
b) On sait que $\widehat{FAC} = \widehat{CAB}$.
Donc [AE] est la bissectrice de $\widehat{FAB}$.
E est un point de cette bissectrice donc il est équidistant des côtés de l'angle.
La distance de E à (AB) est 3,9 cm donc la distance de E à (AF) est 3,9 cm.

97 On sait que (d) est tangente en A au cercle ;
donc (d) est perpendiculaire à (AB).
De même, on sait que (d') est tangente en B au cercle ;
donc (d') est perpendiculaire à (AB).
Si deux droites sont perpendiculaires à une même troisième alors elles sont parallèles entre elles.
Donc (d) et (d') sont parallèles.



98 Échelle $\frac{1}{4}$.
Le rayon du cercle inscrit est de 2 cm.

99 On sait que DBE est un triangle rectangle en D.
D'après le théorème de Pythagore dans ce triangle :
$DB^2 + DE^2 = EB^2$.
$DB^2 + 4,2^2 = 5,8^2$
$DB^2 = 5,8^2 - 4,2^2 = 16$
DB = 4 cm.
DB = DA et D est un point de [AB] donc D est le milieu de [AB].
[DC] est donc la médiane issue de C dans le triangle ABC et $DC = \frac{AB}{2}$.
Si, dans un triangle, la médiane issue d'un sommet a une longueur égale à la moitié de la longueur du côté opposé alors le rectangle est rectangle en ce sommet.
Donc le triangle ABC est rectangle en C.

100 On sait que ABC est un triangle rectangle en A et que M est le milieu de [BC].
Si un triangle est rectangle alors la longueur de la médiane issue de l'angle droit est égale à la moitié de la longueur de l'hypoténuse.
Donc $AM = \frac{BC}{2} = MC$.
On sait que AMCN est un parallélogramme et que AM = MC.
Si un parallélogramme a deux côtés consécutifs de même longueur alors c'est un losange.
Donc AMCN est un losange.

101 $TG^2 = 90^2 = 8\,100$
$TH^2 + HG^2 = 54^2 + 72^2 = 8100$
Donc $TH^2 + HG^2 = TG^2$
Donc d'après le théorème de Pythagore le triangle THG est un triangle rectangle en H.

Si un triangle est rectangle, alors la longueur de la médiane issue du sommet de l'angle droit est égale à la moitié de l'hypoténuse.
Donc la longueur de la médiane issue de H est égale avec 45 mm.

102 On sait que A est un point du cercle de diamètre [MN].
Si, dans un cercle, un triangle a pour sommets les extrémités d'un diamètre et un point du cercle alors ce triangle est rectangle en ce point.
Donc AMN est un triangle rectangle en A.
Les droites (AM) et (AN) sont perpendiculaires.
D'après le théorème de Pythagore dans le triangle AMN :
$MN^2 = AM^2 + AN^2$.
$MN^2 = AM^2 + AN^2$
$MN^2 = 32^2 + 60^2$
MN = 68 mm.

12. Triangle et droites parallèles

Exercices d'application

1 **a)** Dans le triangle BFD on a H milieu de [BD] et K milieu de [BF].
Si une droite passe par les milieux de deux côtés d'un triangle alors elle est parallèle au 3ᵉ côté du triangle.
Donc (KH) // (FD)
b) Même démonstration en se plaçant dans le triangle EFD.
c) Même démonstration en se plaçant dans le triangle DBE.

2 Dans le triangle ABC, on sait que E est le milieu de [AB] et que F est le milieu de [AC].
Si un segment joint les milieux de deux côtés d'un triangle alors sa longueur est égale à la moitié de la longueur du 3ᵉ côté du triangle.
Donc $EF = \frac{BC}{2}$,
donc EF = 2 cm.
De même $DF = \frac{AB}{2}$
donc $AB = 2 \times 1{,}6 = 3{,}2$ cm.
De même $DE = \frac{AC}{2}$,
donc $AC = 2 \times 2{,}1 = 4{,}2$ cm.

3 **a)** Dans le triangle ABD on sait que (EC) // (AD),
donc d'après le théorème de Thalès on a :
$\frac{BE}{BA} = \frac{BC}{BD}\left(= \frac{EC}{AD}\right)$
donc $\frac{2}{6} = \frac{3}{BD}$,
donc BD = 9 cm.
b) D'après la question **a** on a :
$\frac{BE}{BA} = \frac{EC}{AD}$
donc $\frac{2}{6} = \frac{EC}{4{,}5}$,
donc EC = 1,5 cm.

4 **a)** Dans le triangle IKS on sait que (KS) // (JP),
donc d'après le théorème de Thalès on a :
$\frac{IP}{IS} = \frac{PJ}{KS}\left(= \frac{IJ}{IK}\right)$
donc $\frac{9}{IS} = \frac{5}{7{,}5}$,
donc IS = 13,5 cm.
b) D'après la question **a** on a :
$\frac{PJ}{KS} = \frac{IJ}{IK}$
donc $\frac{5}{7{,}5} = \frac{IJ}{12}$,
donc IJ = 8 cm.

5 On sait que dans le triangle BDE, G est le milieu de [BE] et (FG) // (BD).
Si une droite passe par le milieu d'un côté d'un triangle et est parallèle à un deuxième côté alors elle coupe le troisième côté en son milieu.
Donc F milieu de [DE].
On sait que dans le triangle BCE, G est le milieu de [BE] et (GH) // (CE).
Si une droite passe par le milieu d'un côté d'un triangle et est parallèle à un deuxième côté alors elle coupe le troisième côté en son milieu.
Donc H milieu de [BC].

Je réactive mes connaissances

11 On sait que $\widehat{y'Gv'} = 83°$.
On sait que les angles $\widehat{y'Gv'}$ et $\widehat{vHx}$ sont alternes internes et de même mesure 83°.
Si deux droites coupées par une sécante forment deux angles alternes internes égaux alors ces droites sont parallèles.
Donc (xx') et (yy') sont parallèles.

14 **a)** GH = 1,8 ;
b) GH = 3 ;
c) GH = 3,125 ;
d) GH = 6.

Pour s'entraîner

19 **a)** Dans le triangle FGH, on sait que M est le milieu de [FG] et N le milieu de [FH].
Si une droite passe par les milieux de deux côtés d'un triangle alors elle est parallèle au 3ᵉ côté.
Donc (MN) et (GH) sont parallèles.
b) Dans le triangle EFH, on sait que G est le milieu de [EH] et K le milieu de [EF].
Si une droite passe par les milieux de deux côtés d'un triangle alors elle est parallèle au 3ᵉ côté du triangle.
Donc (GK) et (FH) sont parallèles.
c) Dans le triangle FGH, on sait que M est le milieu de [FG] et N le milieu de [FH].
Si un segment joint les milieux de deux côtés d'un triangle alors sa longueur est égale à la moitié de la longueur du 3ᵉ côté.
Donc $MN = \frac{GH}{2}$ or $GH = \frac{EH}{2} = 4$. Donc MN = 2 cm.
Dans le triangle EFH, G est le milieu de [EH] et K le milieu de [EF].
Si un segment joint les milieux de deux côtés d'un triangle alors sa longueur est égale à la moitié de la longueur du 3ᵉ côté.
Donc $GK = \frac{FH}{2}$ donc $FH = 2 \times GK = 6$ d'où FH = 6 cm.

24 **b)** On sait que P est le milieu de [NQ] (symétrie) et que les droites (d) et (MN) sont parallèles.
Si une droite passe par le milieu d'un côté d'un triangle et est parallèle à un deuxième côté, alors elle coupe le troisième côté en son milieu.
Donc S est le milieu de [QM].

27 Dans le triangle ADB avec les droites parallèles (EF) et (AB) :
$\frac{DE}{DA} = \frac{DF}{DB} = \frac{EF}{AB}$
Dans le triangle BDG avec les droites parallèles (FC) et (DG) :
$\frac{BF}{BD} = \frac{BC}{BG} = \frac{FC}{DG}$

33 **a)** CE ≈ 14,8 cm.
b) PS = 11,2 cm donc TS = 4,2 cm

Je prépare le contrôle ▶ Je complète un QCM

81 **a)** Réponse (3)
b) Réponses (2) et (3)

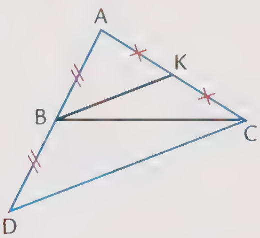
82 **a)** Réponse (1)
b) Réponse (2)
c) Réponse (3)

83 Réponses (1), (2) et (3)

84 **a)** Réponse (2)
b) Réponse (2)

Je prépare le contrôle ▶ Je rédige

85



Dans le triangle ADC, on sait que K est le milieu de [AC] et B est le milieu de [AD] (car D est le symétrique de A par rapport à B).
Si une droite passe par les milieux de deux côtés d'un triangle, alors elle est parallèle au 3ᵉ côté.
Donc (BK) // (DC).

86 On sait que N milieu de [AB] et M milieu de [BC].
Si un segment joint les milieux de deux côtés d'un triangle, alors sa longueur est égale à la moitié de la longueur du 3ᵉ côté du triangle.
$NM = \frac{AC}{2} = \frac{5}{2} = 2{,}5$ (en cm).
On ne peut pas calculer PM car (PM) n'est parallèle à aucune droite et le triangle PNM n'est pas rectangle.

87 **a)** Dans le triangle GKF, on sait que J est le milieu de [GK] et (JL) // (GF).
Si une droite passe par le milieu d'un côté d'un triangle et est parallèle à un 2ᵉ côté, alors elle coupe le 3ᵉ côté en son milieu.
Donc L est le milieu de [KF].
b) Dans le triangle EFG, on sait que K est le milieu de [EF] et (KM) // (EG).
Si une droite passe par le milieu d'un côté d'un triangle et est parallèle à un 2ᵉ côté, alors elle coupe le 3ᵉ côté en son milieu.
Donc M est le milieu de [GF].
c) Dans le triangle GKF, on sait que J est le milieu de [GK] et on a montré au **a** que L est le milieu de [KF].
Si un segment joint les milieux de deux côtés d'un triangle, alors sa longueur est égale à la moitié de la longueur du 3ᵉ côté du triangle.
Donc $JL = \frac{GF}{2} = 2{,}5$ (en cm).
Dans le triangle EFG, on sait que K est le milieu de [EF] et on a montré (au **b**) que M est le milieu de [GF].
Si un segment joint les milieux de deux côtés d'un triangle, alors sa longueur est égale à la moitié de la longueur du 3ᵉ côté du triangle.
$KM = \frac{EG}{2} = 2$ (en cm)

88 Calcul de AF :
Dans le triangle AFC, on sait que (EB) // (AF),
donc d'après le théorème de Thalès on a :
$\frac{CB}{CA} = \frac{BE}{AF}$ donc $\frac{4}{9} = \frac{2}{AF}$
donc $AF = \frac{18}{4} = 4{,}5$.
Calcul de AE :
Dans le triangle AGD, on sait que (EF) // (GD),
donc d'après le théorème de Thalès on a :
$\frac{AF}{AG} = \frac{AE}{AD}$ donc $\frac{4{,}5}{5{,}5} = \frac{AE}{7{,}7}$
donc $AE = \frac{4{,}5 \times 7{,}7}{5{,}5} = 6{,}3$.

89 **a)** On sait que E est un point du cercle de diamètre [CD].
Si, dans un cercle, un triangle a pour sommets les extrémités d'un diamètre et un point du cercle, alors ce triangle est rectangle en ce point.
Donc CDE est un triangle rectangle en E.
Dans le triangle rectangle CDE, on a d'après le théorème de Pythagore :
$CD^2 = CE^2 + DE^2$
$10^2 = 6^2 + DE^2$
$DE^2 = 64$
$DE = 8$ cm.
Dans le triangle CDE, on sait que O est le milieu de [CD] (centre du cercle de diamètre [CD]) et A est le milieu de [DE] (*donnée*).
Si un segment joint les milieux de deux côtés d'un triangle, alors sa longueur est égale à la moitié de la longueur du 3ᵉ côté
Donc $OA = \frac{EC}{2} = 3$ (en cm).
b) Dans le triangle CDE, on sait que O est le milieu de [CD] (centre du cercle de diamètre [CD]) et A est le milieu de [DE] (*donnée*)).
Si une droite passe par les milieux de deux côtés d'un triangle, alors elle est parallèle au 3ᵉ côté du triangle.
Donc (OA) // (EC).
On sait que (CE) ⊥ (ED) (car CDE triangle rectangle en E) et (OA) // (EC).
Si deux droites sont parallèles et qu'une troisième droite est perpendiculaire à l'une, alors elle est perpendiculaire à l'autre.
Donc (OA) ⊥ (ED).
c) Dans le triangle BDE, on sait que A est le milieu de [ED] et que (AJ) est parallèle à (EB).
Si une droite passe par le milieu d'un côté d'un triangle et est parallèle à un 2ᵉ côté, alors elle coupe le 3ᵉ côté en son milieu.
Donc J est le milieu de [DB].

90 Dans le triangle KFG rectangle en F on a, d'après le théorème de Pythagore :
$KG^2 = KF^2 + GF^2$
$5^2 = 4^2 + GF^2$
$GF^2 = 25 \quad 16 = 9$
$GF = 3$ cm.
Comme GF = FE et E, F et G sont alignés, F est le milieu de [EG].
Dans le triangle GEH, on sait que F est le milieu de [EG] et que J est le milieu de [GH].
Si une droite passe par les milieux de deux côtés d'un triangle, alors elle est parallèle au 3ᵉ côté du triangle.
Donc (FJ) // (EH).

91 Dans le triangle KLD, on a (BE) // (KD), donc d'après le théorème de Thalès on a :

$\frac{LE}{LD} = \frac{BE}{KD}$.

donc $\frac{24}{36} = \frac{32}{KD}$

donc $KD = 36 \times \frac{32}{24} = 48$.

$MD^2 = 52^2 = 2\,704$ et $KM^2 + KD^2 = 20^2 + 48^2 = 2\,704$

On déduit que $MD^2 = KM^2 + KD^2$.

Donc, d'après le théorème de Pythagore, le triangle KMD est rectangle en K, donc $(KM) \perp (KD)$.

92 On sait que ABCF est un parallélogramme.

Si un quadrilatère est un parallélogramme, alors ses côtés opposés sont parallèles deux à deux.

Donc (AB) // (FC), donc (AE) // (FC).

Dans le triangle DFC, on a (AE) // (FC), donc d'après le théorème de Thalès on a :

$\frac{DA}{DF} = \frac{AE}{FC}$

donc $\frac{1}{5} = \frac{1,2}{FC}$

donc $FC = 5 \times 1,2 = 6$.

Donc FC = 6 cm.

13. Triangle rectangle et cosinus d'un angle aigu

Exercices d'application

1 Dans le triangle ABC rectangle en A :

$\cos \widehat{B} = \frac{AB}{BC}$, donc $\cos 25° = \frac{9}{BC}$

$BC \times \cos 25° = 9$

$BC = \frac{9}{\cos 25°}$ donc $BC \approx 9,9$ cm (9,93...).

2 Dans le triangle ABC rectangle en A :

$\cos \widehat{B} = \frac{AB}{BC}$ soit $\cos 36° = \frac{AB}{8}$

$8 \times \cos 36° = AB$

$AB \approx 6,5$ cm (6,47...).

3 Dans le triangle CPR rectangle en R :

$\cos \widehat{P} = \frac{PC}{PR}$

$\cos 40° = \frac{7}{PR}$, donc $PR \times \cos 40° = 7$

$PR = \frac{7}{\cos 40°}$:

$PR \approx 9,1$ cm (9,13...).

4 Dans le triangle LED rectangle en D :

$\cos \widehat{L} = \frac{LD}{LE}$, donc $\cos 38° = \frac{LD}{10}$, soit $10 \times \cos 38° = LD$.

$LD \approx 7,9$ cm (7,88...).

5 Dans le triangle ABC rectangle en A :

$\cos \widehat{B} = \frac{AB}{BC} = \frac{5}{9}$, donc $\widehat{B} \approx 56°$(56,2...).

6 Dans le triangle OAT rectangle en O :

$\cos \widehat{O} = \frac{OT}{OA}$, donc $\cos \widehat{O} = \frac{2}{6}$ soit $\widehat{O} \approx 71°$(70,5...).

7 Dans le triangle TUP rectangle en P :

$\cos \widehat{T} = \frac{TP}{TU}$, donc $\cos \widehat{T} = \frac{8}{10}$, soit $\widehat{T} \approx 37°$(36,8...).

Pour s'entraîner

24 **a)** $\cos \widehat{D} = \frac{SD}{DG}$

b) $\cos \widehat{D} = \frac{DG}{DL}$

c) On ne peut pas car le triangle n'est pas rectangle.

27 **a)** $\cos \widehat{CLN} = \frac{NL}{CL}$

b) $\cos \widehat{LNO} = \frac{NO}{NL}$

c) $\cos \widehat{ECN} = \frac{EC}{CN}$

31 **a)** 0,587 (0,587 78...)

b) 0,861 (0,861 53...)

c) 0,788 (0,788 01).

35 **a)** Dans le triangle SPI rectangle en I :

$\cos \widehat{P} = \frac{PI}{PS}$

$\cos 38° = \frac{PI}{10}$

$PI = 10 \times \cos 38°$

$PI \approx 7,9$cm (7,88...).

b) Dans le triangle ALC rectangle en L $\cos \widehat{A} = \frac{AL}{AC}$

$\cos 27° = \frac{7}{AC}$

$AC = 7 \div \cos 27$

$AC \approx 7,9$cm (7,856...).

41 Dans le triangle FAR rectangle en F :

$\cos \widehat{RAF} = \frac{AF}{AR}$

$\cos \widehat{RAF} = \frac{14}{50}$

$\widehat{RAF} \approx 73°$(73,7...)

Pour approfondir

63 Dans le triangle ADE rectangle en A :

Avec $\cos \widehat{ADE} = \frac{3}{4}$, on trouve :

$\widehat{ADE} \approx 41,4$(41,409...).

$\widehat{AED} \approx 180° - (90° + 41,4°) \approx 48,6°$

On sait que (DE) est parallèle à (CB).

Donc les angles correspondants $\widehat{ABC}$ et $\widehat{AED}$ sont égaux, donc $\widehat{ABC} \approx 48,6°$.

Je prépare le contrôle ▶ Je complète un QCM

74 **a)** Réponse (3)

b) Réponse (2)

c) Réponse (3)

75 **a)** Réponse (2)

b) Réponse (1)

76 Réponse (3)

77 Réponse (2)

Je prépare le contrôle ▶ Je rédige

78 [TL]

79 $\cos\widehat{M} = \dfrac{MH}{MA}$ et $\cos\widehat{M} = \dfrac{MA}{MT}$

80 **a)** Dans le triangle ABC rectangle en B on a :

$\cos\widehat{C} = \dfrac{CB}{CA}$ $\quad\quad$ $\cos 37° = \dfrac{CB}{5}$

$CB = 5 \times \cos 37°$

$CB \approx 4$ cm (3,99...)

b) Dans le triangle CEB rectangle en E on a :

$\cos\widehat{C} = \dfrac{CE}{CB}$ $\quad\quad$ $\cos 40° = \dfrac{4}{CB}$

$CB = 4 \div \cos 40°$

$CB \approx 5{,}2$cm (5,22...)

81 Dans le triangle RFM rectangle en F on a :

$\cos\widehat{MRF} = \dfrac{RF}{RM}$ $\quad\quad$ $\cos\widehat{MRF} = \dfrac{28}{53}$ $\quad\quad$ $\widehat{MRF} \approx 58{,}1°$(58,10...)

82 **a)** Dans le triangle COS rectangle en C, d'après le théorème de Pythagore, on a :

$OS^2 = CS^2 + CO^2$

$OS^2 = 7^2 + 5^2$

$OS^2 = 49 + 25$

$OS^2 = 74$

$OS \approx 8{,}6$cm

b) Dans le triangle COS rectangle en C

$\cos\widehat{COS} = \dfrac{OC}{OS}$ $\quad\quad$ $\cos\widehat{COS} \approx \dfrac{5}{8{,}6}$

$\widehat{COS} \approx 54{,}5\,°$ (54,462...)

Et $\widehat{CSO} \approx 90° - 54{,}5°$

$\widehat{CSO} \approx 35{,}5°$

83 • Comme (LS) // (OE), d'après le théorème de Thalès, on a :

$\dfrac{CO}{CL} = \dfrac{CE}{CS}$ $\quad\quad$ $\dfrac{CO}{5{,}5} = \dfrac{6{,}8}{4{,}4}$

$CO = (5{,}5 \times 6{,}8) \div 4{,}4$

$CO = 8{,}5$m

• Dans le triangle COP rectangle en P :

$\cos\widehat{COP} = \dfrac{OP}{OC}$ $\quad\quad$ $\cos 45° = \dfrac{OP}{8{,}5}$

$OP = 8{,}5 \times \cos 45°$

$OP \approx 6$ m (6,010...)

84 **a)** $CF^2 = 68^2 = 4624$

$CB^2 + BF^2 = 32^2 + 60^2 = 4624$

D'où $CF^2 = CB^2 + BF^2$, donc d'après le théorème de Pythagore le triangle BFC est rectangle en B.

b) Dans le triangle ABF rectangle en B :

$\cos\widehat{BFA} = \dfrac{FB}{FA}$ $\quad\quad$ $\cos 60° = \dfrac{60}{FA}$ $\quad\quad$ $FA = \dfrac{60}{\cos OC}$

$FA = 120$m

c) $\widehat{BAF} \approx 180° - (90° + 60°) = 30°$

$\cos\widehat{BAF} = \dfrac{AB}{AF}$ $\quad\quad$ $\cos 30° = \dfrac{AB}{120}$

• $AB = 120 \times \cos 30°$

$AB \approx 103{,}9$m (103,92...)

• $AC = AB - BC$

$AC \approx 103{,}92 - 32$

$AC \approx 71{,}9$m

d) $68 + 120 + 71{,}9 = 259{,}9$

Ils parcourent donc environ 260 m à chaque tour.

Rappels

1 Additionner deux nombres relatifs

Animations

a) ... de même signe

>> Exemple : Calculer $A = (-6) + (-2)$ et $B = (+4) + (+5)$

RÈGLE :

Pour additionner deux nombres relatifs **de même signe** :
- on additionne leurs distances à zéro ;
- on met le signe commun aux deux nombres.

SOLUTION :

$A = (-6) + (-2)$
$A = (-8)$

$B = (+4) + (+5)$
$B = (+9)$

b) ... de signes différents

>> Exemple : Calculer $C = (-8) + (+3)$ et $D = (-3) + (+7)$

RÈGLE :

Pour additionner deux nombres relatifs **de signes différents** :
- on soustrait leurs distances à zéro ;
- on met le signe du nombre qui a la plus grande distance à zéro.

SOLUTION :

$C = (-8) + (+3)$
$C = (-5)$

$D = (-3) + (+7)$
$D = (+4)$

2 Soustraire un nombre relatif

Animations

>> Exemple : Calculer $A = (+13) - (-6)$

RÈGLE :

Pour soustraire un nombre relatif, on ajoute son opposé.

SOLUTION :

$A = (+13) - (-6)$
$A = (+13) + (+6)$
$A = (+19)$

3 Conduire un calcul

Animations

a) Calculs sans parenthèses

>> Exemple : Calculer $A = 7 + 3 \times 8$

RÈGLE :

Dans un calcul **sans parenthèses**, on effectue les multiplications et les divisions en priorité sur les additions et les soustractions.

SOLUTION :

$A = 7 + 3 \times 8$
$A = 7 + 24$
$A = 31$

b) Calculs avec parenthèses

>> Exemple : Calculer $B = 18 - (10 - 3 \times 2)$

RÈGLE :

Dans un calcul **avec parenthèses**, on effectue d'abord les calculs entre parenthèses.

SOLUTION :

$B = 18 - (10 - 3 \times 2)$
$B = 18 - (10 - 6)$
$B = 18 - 4$
$B = 14$

4 Simplifier un calcul littéral

>> Exemple : Simplifier les écritures suivantes.

(1) $A = 5 \times c + d \times e + f \times f$ (2) $B = 1 \times c + 0 \times d + 1 \times e$

(3) $C = 5 \times (x + 2) - 10$

RÈGLE :

On peut simplifier un calcul littéral en utilisant :

(1) des conventions d'écriture :
$a \times b = ab$; $5 \times a = 5a$; $a \times a = a^2$

(2) des propriétés de la multiplication :
$1 \times a = a$; $0 \times a = 0$; $a \times b = b \times a$

(3) la distributivité :

SOLUTION :

(1) $A = 5 \times c + d \times e + f \times f$
$A = 5c + de + f^2$

(2) $B = 1 \times c + 0 \times d + 1 \times e$
$B = c + e$

(3) $C = 5 \times (x + 2) - 10$
$C = 5 \times x + 10 - 10$
$C = 5x$

> **PROPRIÉTÉ**
> **Quels que soient les nombres k, a, b, on a :**
> $k \times (a + b) = ka + kb$
> $k \times (a - b) = ka - ka$

5 Prouver que deux expressions littérales sont égales

Animations

>> Exemple : Y a-t-il égalité entre : $A = 4x + 7 + 6x + 13$ et $B = 10 \times (x + 2)$?

> **PROPRIÉTÉ**
> Deux expressions numériques sont **égales** si elles donnent le même résultat, **quelle que soit** la valeur numérique attribuée à la lettre.

Remarque : Comme on ne peut pas tester toutes les valeurs, on simplifie les expressions.

ÉTAPES	SOLUTION :	
(1) Simplifier, si possible, les deux expressions.	$A = 4x + 7 + 6x + 13$ $A = 10x + 20$	$B = 10 \times (x + 2)$ $B = 10 \times x + 10 \times 2$ $B = 10x + 20$
(2) Comparer les expressions trouvées.		
(3) Conclure.	Donc $A = B$	

6 Prouver que deux expressions littérales ne sont pas égales

Animations

>> Exemple : Y a-t-il égalité entre : $C = 2 \times (2 + 3x)$ et $D = 3x + 7x$?

ÉTAPES	SOLUTION :	
(1) Simplifier les expressions.	$C = 2 \times (2 + 3x)$	$D = 3x + 7x$
(2) Les deux expressions trouvées ne sont pas identiques.	$C = 4 + 6x$	$D = 10x$
(3) Tester pour une valeur de x choisie.	Si $x - 2$, alors : $C = 4 + 6 \times 2$	 $D = 10 \times 2$
(4) Comparer les résultats trouvés.	$C = 4 + 12$ $C = 16$	$D = 20$
(5) Conclure.	Donc il n'y a pas égalité entre $2 \times (2 + 3x)$ et $3x + 7x$.	

7 Déterminer une troncature ou un arrondi

>> **Exemple :** Écrire la troncature à l'unité, la troncature à 0,1 près, l'arrondi à l'unité et l'arrondi à 0,1 près de 3,17 et de 3,62.

SOLUTION :

Troncature	La troncature à l'unité de 3,17 est 3.	La troncature à l'unité de 3,62 est 3.
	La troncature à 0,1 près de 3,17 est 3,1.	La troncature à 0,1 près de 3,62 est 3,6.
Arrondi	L'arrondi à l'unité de 3,17 est 3 car $1 < 5$	L'arrondi à l'unité de 3,62 est 4 car $6 > 5$
	L'arrondi à 0,1 près de 3,17 est 3,2 car $7 > 5$	L'arrondi à 0,1 près de 3,62 est 3,6 car $2 < 5$

8 Comparer des fractions

Animations

Méthode 1 **En effectuant les divisions**

>> **Exemple :** Comparer $\frac{3}{4}$ et $\frac{7}{10}$

RÈGLE :

Pour comparer deux fractions, on peut calculer la valeur décimale de chaque fraction (ou une valeur approchée) en effectuant les divisions.

SOLUTION :

$\frac{3}{4} = 3 \div 4 = 0{,}75$

$\frac{7}{10} = 7 \div 10 = 0{,}7$

$0{,}75 > 0{,}7$

Donc $\frac{3}{4} > \frac{7}{10}$

Méthode 2 **En écrivant des fractions égales de même dénominateur (ou numérateur)**

➡ **Exemple :** Comparer $\frac{5}{4}$ et $\frac{15}{8}$; $\frac{5}{4}$ et $\frac{10}{3}$

RÈGLE :

Pour comparer deux fractions, on peut chercher des fractions égales et qui ont le même dénominateur ou le même numérateur.

Si deux fractions ont le même dénominateur, la plus **petite** fraction est celle qui **a le plus petit numérateur.**

Si deux fractions ont le même numérateur, la plus **petite** est celle qui **a le plus grand dénominateur.**

SOLUTION :

• $\frac{5}{4} = \frac{10}{8}$

$\frac{10}{8} < \frac{15}{8}$ donc $\frac{5}{4} < \frac{15}{8}$

• $\frac{5}{4} = \frac{10}{8}$

$\frac{10}{8} < \frac{10}{3}$ donc $\frac{5}{4} < \frac{10}{3}$

9 Multiplier des fractions

Animations

>> **Exemple :** Calculer $A = \frac{3}{5} \times \frac{7}{11}$

RÈGLE :

Pour calculer le produit de deux fractions :

- on multiplie les numérateurs entre eux ;
- on multiplie les dénominateurs entre eux.

SOLUTION :

$A = \frac{3}{5} \times \frac{7}{11}$

$A = \frac{3 \times 7}{5 \times 11}$

$A = \frac{21}{55}$

10 Additionner et soustraire des fractions

Animations

Méthode 1 Lorsque les dénominateurs sont identiques

>> **Exemple :** Calculer $A = \frac{3}{17} + \frac{4}{17}$

RÈGLE :

Pour calculer la somme (ou la différence) de deux fractions de même dénominateur :

- on additionne (ou on soustrait) les numérateurs ;
- on garde le dénominateur commun.

SOLUTION :

$A = \frac{3}{17} + \frac{4}{17}$

$A = \frac{3+4}{17}$

$A = \frac{7}{17}$

Méthode 2 Lorsque les dénominateurs sont des multiples

>> **Exemple :** calculer $B = \frac{1}{3} + \frac{5}{6}$

RÈGLE :

Pour calculer la somme (ou la différence) de deux fractions dont les dénominateurs sont des multiples :

- on écrit des fractions égales aux fractions données et qui ont le même dénominateur ;
- on applique la règle d'addition (ou de soustraction) de deux fractions de même dénominateur.

SOLUTION :

$B = \frac{1}{3} + \frac{5}{6}$

$B = \frac{2}{6} + \frac{5}{6} \left(\text{car } \frac{1}{3} = \frac{2}{6}\right)$

$B = \frac{2+5}{6}$

$B = \frac{7}{6}$

11 Comparer des nombres relatifs

Animations

>> Exemple : Compléter avec $<$ ou $>$:

$2{,}75 \dots 2{,}8$; $3 \dots -5$; $-5 \dots -7$; $-3{,}6 \dots -3{,}27$

RÈGLE :	SOLUTION :
Quand deux nombres sont positifs, le nombre le plus **petit** est celui qui a la plus **petite** distance à 0.	$2{,}75 < 2{,}8$
Quand un nombre est négatif et l'autre est positif, le nombre négatif est le plus **petit**.	$3 > -5$
Quand deux nombres sont négatifs, le nombre le plus **petit** est celui qui a la plus **grande** distance à 0.	$-5 > -7$ $-3{,}6 < -3{,}27$

12 Résoudre un problème de proportionnalité

Animations

Méthode 1 En utilisant les propriétés de la proportionnalité

>> Exemple : Une voiture roule toujours à la même vitesse. Elle parcourt 175 km en 2,5 h. Quelle distance parcourt-elle en 5 h ? en 7,5 h ?

ÉTAPES	SOLUTION :
(1) Je repère les grandeurs qui interviennent (et leur unité).	Les deux grandeurs sont : - la distance parcourue (en km) ; - la durée du parcours (en h).
(2) Je reconnais si les deux grandeurs sont proportionnelles.	Il y a proportionnalité entre ces deux grandeurs car la vitesse est toujours la même.
(3) Je cherche des liens entre les nombres et j'effectue les calculs nécessaires.	La durée est multipliée par 2 en passant de 2,5 h à 5 h, donc la distance est multipliée par 2 : $175 \times 2 = 350$ $7{,}5 = 5 + 2{,}5$ Il faut donc additionner les distances parcourues pendant ces durées : $350 + 175 = 525$.
(4) Je conclus.	La voiture parcourt 350 km en 5 h et 525 km en 7,5 h

Méthode 2 En calculant le coefficient de proportionnalité

>> Exemple : Martin fait six tours de circuit pour s'entraîner à la course à pied. Il parcourt 21 km. Compléter le tableau.

Nombre de tours	6	5	2	7
Distance (en km)	21			

ÉTAPES	SOLUTION :
(1) Je repère les grandeurs qui interviennent (et leur unité).	Les deux grandeurs sont : – le nombre de tours de circuit ; – la distance parcourue (en km).
(2) Je reconnais si les deux grandeurs sont proportionnelles.	Il y a proportionnalité entre ces deux grandeurs car le tour de circuit a une longueur fixe.

(3) Je calcule le coefficient de proportionnalité.	$21 \div 6 = 3{,}5$ Le coefficient de proportionnalité est 3,5.
(4) J'effectue les calculs nécessaires.	$5 \times 3{,}5 = 17{,}5$ $2 \times 3{,}5 = 7$ $7 \times 3{,}5 = 24{,}5$
(5) Je complète le tableau	(tableau ci-dessous)

Nombre de tours	6	5	2	7
Distance (en km)	21	17,5	5	24,5

$\times 3{,}5$

Méthode 3

En utilisant le retour à l'unité

>> **Exemple :** 18 bouteilles d'eau coûtent 6,30 €.
Combien coûtent 7 de ces bouteilles ?

ÉTAPES	SOLUTION :
(1) Je repère les grandeurs qui interviennent (et leur unité).	Les deux grandeurs sont : - le nombre de bouteilles ; - le prix de ces bouteilles (en €).
(2) Je reconnais si les deux grandeurs sont proportionnelles.	Le prix est proportionnel au nombre de bouteilles.
(3) Je me ramène à l'unité.	Prix d'une bouteille : $6{,}30 \div 18 = 0{,}35$
(4) J'effectue le calcul pour répondre à la question.	Une bouteille coûte 0,35 €. $7 \times 0{,}35 = 2{,}45$
(5) Je conclus.	7 bouteilles coûtent 2,45 €.

13 Unités de temps

>> **Exemple :** Convertir 1 h 12 min en heures.

ÉTAPES :	SOLUTION :
On divise les minutes par 60 pour trouver des heures.	$12 \div 60 = 0{,}2$
On ajoute le résultat aux heures données.	1 h 12 min = 1h + 0,2h = 1,2 h

>> **Exemple :** Convertir 4,7 h en heures et minutes.

ÉTAPES	SOLUTION :
On multiplie par 60 la partie décimale du nombre donné.	$0{,}7 \times 60 = 42$
Le nombre trouvé représente les minutes.	4,7 h = 4 h 42 min

14 Appliquer un pourcentage

>> **Exemple :** Dans un groupe de 60 personnes, 15 % des personnes portent des lunettes. Combien de personnes portent des lunettes dans ce groupe ?

RÈGLE :	SOLUTION :
On écrit le pourcentage sous forme décimale ou sous forme fractionnaire.	15 % s'écrit $\frac{15}{100}$ soit 0,15

Pour appliquer un pourcentage à un nombre, on multiplie ce nombre par le pourcentage.

$60 \times 0{,}15 = 9$
Dans ce groupe, 9 personnes portent des lunettes.

15 Calculer un pourcentage

Animations

>> Exemple : Dans une classe de 30 élèves, 12 sont externes.
Quel est le pourcentage d'élèves externes dans cette classe ?

RÈGLE :

Pour calculer le pourcentage que représente une valeur par rapport à une valeur de référence, on divise cette valeur par la valeur de référence.

SOLUTION :

La valeur de référence ici est 30.

$\frac{12}{30} = 0{,}4$

0,4 est l'écriture décimale de $\frac{40}{100}$ donc de 40 %.
Dans cette classe, il y a 40 % d'externes

16 Construire un diagramme circulaire

Animations

>> Exemple : Dans une association, on a noté les pourcentages des effectifs pour chaque activité proposée : judo 42 %, danse 26 %, escrime 15 %, karaté 17 %.
Représenter ces données dans un diagramme circulaire.

Activité	Judo	Danse	Escrime	Karaté	Total
Effectif (en %)	42	26	15	17	**100**
Angle (en °)	151,2	93,6	54	61,2	**360**

$\times 3{,}6$

ÉTAPES :

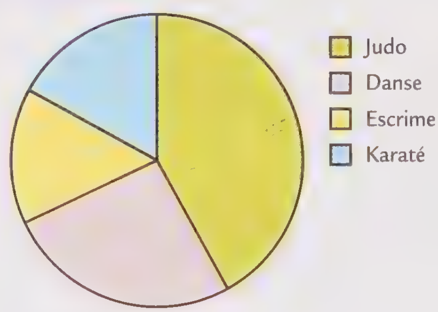
(1) On met les données dans un tableau. Il y a proportionnalité entre les données et les mesures des angles.

(2) On additionne les données : le nombre obtenu correspond à 360°.

(3) On calcule la mesure de chaque angle en utilisant le coefficient de proportionnalité.

(4) On construit le diagramme circulaire en utilisant le rapporteur.

SOLUTION :



17 Multiplier par 10, par 100, par 1 000

>> Exemple : Effectuer mentalement $54{,}937 \times 10$; $0{,}984 \times 100$ et $62 \times 1\,000$.

RÈGLE :

Pour multiplier un nombre décimal par 10, par 100 ou par 1 000, on peut déplacer la virgule de 1, 2 ou 3 rangs **vers la droite**.
Attention ! $62 = 62{,}0$

SOLUTION :

$54{,}937 \times 10 = 549{,}37$
$0{,}984 \times 100 = 98{,}4$
$62 \times 1\,000 = 62\,000$

18 Diviser par 10, par 100, par 1 000

>> **Exemple :** Effectuer mentalement 54,937 ÷ 10 ; 0,984 ÷ 100 et 62 ÷ 1 000.

RÈGLE :

Pour diviser un nombre décimal par 10, par 100 ou par 1 000, on peut déplacer la virgule de 1, 2 ou 3 rangs **vers la gauche.**
Attention ! 62 = 62,0

SOLUTION :

54,937 ÷ 10 = 5,493 7
0,984 ÷ 100 = 0,009 84
62 ÷ 1 000 = 0,062

19 Multiplier par 0,1 ; par 0,01 ; par 0,001

>> **Exemple :** Effectuer mentalement 54,937 × 0,1 ; 0,984 × 0,01 et 62 × 0,001.

RÈGLE :

Pour multiplier un nombre décimal par 0,1, par 0,01 ou par 0,001, on peut déplacer la virgule de 1, 2 ou 3 rangs **vers la gauche**. Cela revient à diviser le nombre par 10, par 100 ou par 1 000.
Attention ! 62 = 62,0

SOLUTION :

54,937 × 0,1 = 5,493 7
0,984 × 0,01 = 0,009 84
62 × 0,001 = 0,062

20 Diviser par 0,1 ; par 0,01 ; par 0,001

>> **Exemple :** Effectuer mentalement 456,7 ÷ 0,1 ; 0,3 ÷ 0,01 et 3,265 6 ÷ 0,001.

RÈGLE :

Pour diviser un nombre décimal par 0,1, par 0,01 ou par 0,001, on peut déplacer la virgule de 1, 2 ou 3 rangs **vers la droite**. Cela revient à multiplier le nombre par 10, par 100, par 1 000.

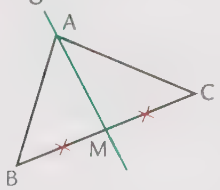
SOLUTION :

456,7 ÷ 0,1 = 4 567
0,3 ÷ 0,01 = 30
3,265 6 ÷ 0,001 = 3 265,6

21 Reconnaître une médiane, une médiatrice, une hauteur et une bissectrice d'un triangle

Médiane

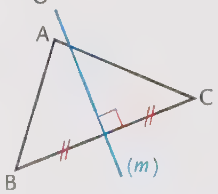
(AM) médiane du triangle ABC



Droite passant par un sommet et le milieu du côté opposé à ce sommet

Médiatrice

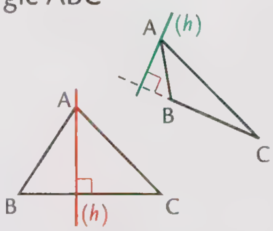
(m) médiatrice du triangle ABC



Droite perpendiculaire à un côté et passant par son milieu

Hauteur

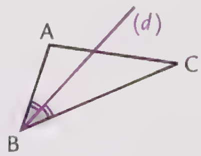
(h) hauteur du triangle ABC



Droite passant par un sommet et perpendiculaire au côté opposé à ce sommet

Bissectrice

(d) bissectrice de $\widehat{ABC}$



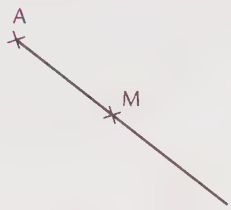
Droite passant par un sommet et partageant l'angle en deux angles de même mesure

22 Tracer le symétrique d'un point par rapport à un autre point

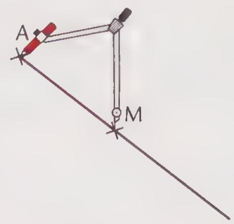
Animations

>> Exemple : Construire le point B symétrique de A par rapport à M.

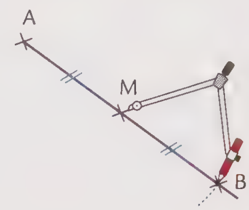
SOLUTION :



(1) On trace la demi-droite [AM].



(2) On prend la distance AM (avec un compas, ou une règle).



(3) Sur la demi-droite on place B tel que AM = MB.

Remarque : Pour tracer la figure symétrique d'un polygone, on trace le symétrique de chacun de ses sommets.

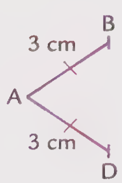
23 Tracer un losange

Animations

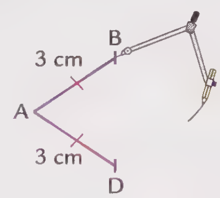
Méthode 1 **Connaissant les côtés**

>> Exemple : Tracer un losange ABCD dont les côtés mesurent 3 cm.

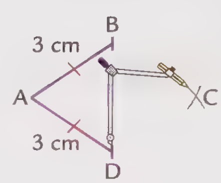
SOLUTION :



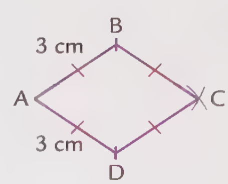
(1) On trace deux côtés [AB] et [AD] (on choisira l'angle que l'on veut).



(2) On trace un arc de cercle de centre B et de rayon 3 cm.



(3) On trace un arc de cercle de centre D et de rayon 3 cm : l'intersection des deux arcs est C.

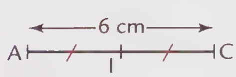


(4) On trace [BC] et [DC].

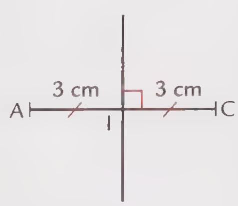
Méthode 2 **Connaissant les diagonales**

>> Exemple : Tracer un losange ABCD dont les diagonales mesurent AC = 6 cm et BD = 4 cm.

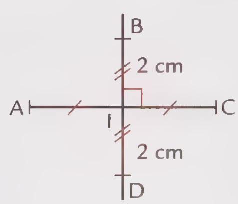
SOLUTION :



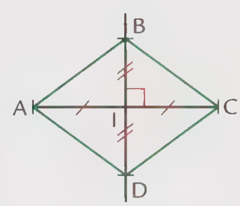
(1) On trace la diagonale [AC] avec AC = 6 cm. On place son milieu I.



(2) On trace la perpendiculaire à cette diagonale passant par I.



(3) On place B et D sur cette perpendiculaire avec : BI = ID = 2 cm (4 ÷ 2 = 2).



(4) On trace [AB], [BC], [CD] et [DA].

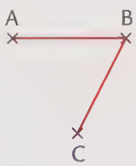
24 Tracer un parallélogramme

Animations

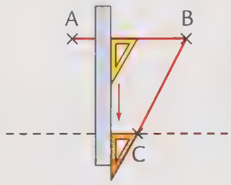
Méthode 1 Tracer les côtés opposés parallèles

>> Exemple : Soit A, B et C trois points non alignés.
Placer le point D tel que ABCD soit un parallélogramme.

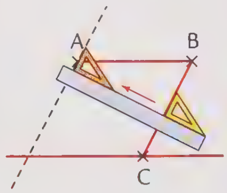
SOLUTION : On utilise la propriété : « Si un quadrilatère a ses côtés opposés parallèles, alors c'est un parallélogramme. »



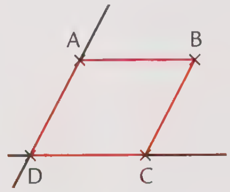
(1) On trace deux côtés [AB] et [BC].



(2) On trace la droite passant par C et parallèle à (AB).



(3) On trace la droite passant par A et parallèle à (BC).

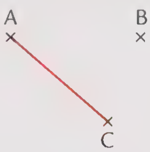


(4) On nomme D le point d'intersection des droites tracées.

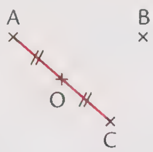
Méthode 2 Tracer les diagonales de même milieu

>> Exemple : Soit A, B et C trois points non alignés.
Placer le point D tel que ABCD soit un parallélogramme.

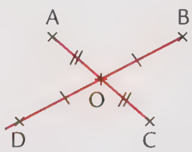
SOLUTION : On utilise la propriété : « Si un quadrilatère a ses diagonales de même milieu, alors c'est un parallélogramme. »



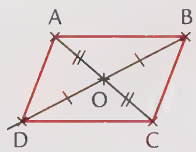
(1) On trace la diagonale [AC].



(2) On place le milieu O de [AC].



(3) On place le symétrique de B par rapport à O : c'est le point D.

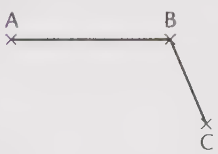


(4) On trace ABCD.

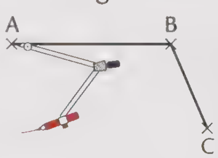
Méthode 3 Tracer les côtés opposés de même longueur

>> Exemple : Soit A, B et C trois points non alignés.
Placer le point D tel que ABCD soit un parallélogramme.

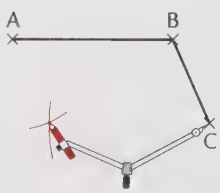
SOLUTION : On utilise la propriété : « Si un quadrilatère (non croisé) a ses côtés opposés de même longueur, alors c'est un parallélogramme. »



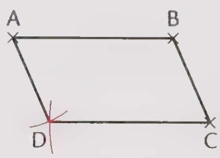
(1) On trace les deux côtés [AB] et [BC].



(2) On trace un arc de cercle de centre A et de rayon BC.



(3) On trace un arc de cercle de centre C et de rayon AB.



(4) On nomme D l'intersection des arcs de cercle puis on trace [AD] et [CD].

25 Les règles du débat

Animations

En mathématiques, pour savoir si un énoncé est vrai ou faux, on utilise certaines règles.
En voici quelques-unes :

(1) Un énoncé mathématique est soit vrai, soit faux.
(2) Des exemples qui vérifient un énoncé ne suffisent pas pour prouver que cet énoncé est vrai.
(3) Un exemple qui ne vérifie pas un énoncé suffit pour prouver que cet énoncé est faux.
Cet exemple est appelé « contre-exemple ».
(4) Une constatation ou des mesures sur un dessin ne suffisent pas pour prouver qu'un énoncé de géométrie est vrai.

26 Si ... alors ... et réciproque

En mathématiques, on utilise souvent des énoncés de la forme « Si ... alors ... ».
Dans ces énoncés, l'expression qui est entre « Si » et « alors » est appelée la **condition de l'énoncé** et l'expression qui suit « alors » est appelée la **conclusion.**

➡ **Exemple :** Si un quadrilatère a ses côtés de même longueur **alors** c'est un losange.

condition — conclusion

On obtient la **réciproque** d'un énoncé de la forme « Si ... alors ... » en **inversant** conclusion et condition.

Énoncé : Si ... alors ...

Réciproque : Si ... alors ...

➡ **Exemple :** La réciproque de l'énoncé précédent est : « Si un quadrilatère est un losange, alors ses quatre côtés sont de même longueur ».

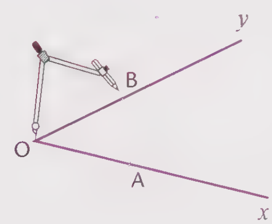
Attention ! Un énoncé vrai peut avoir une réciproque fausse.

27 Tracer la bissectrice d'un angle

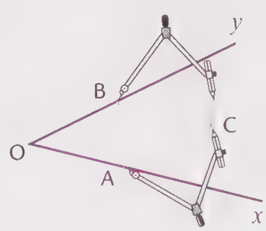
Animations

>> **Exemple :** Tracer la bissectrice de l'angle $\widehat{xOy}$.

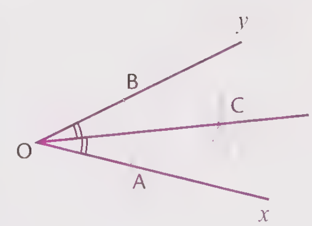
SOLUTION :



(1) On trace un arc de cercle de centre O qui coupe [Ox) en A et [Oy) en B.



(2) On trace deux arcs de cercle de centres A et B et de même rayon. Ils se coupent en C.



(3) On trace [OC) : c'est la bissectrice de l'angle $\widehat{xOy}$.

28 Tracer le cercle circonscrit à un triangle

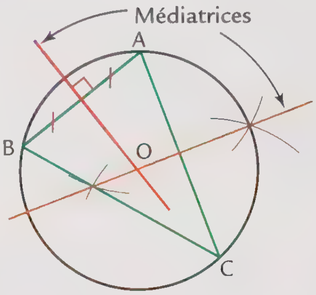
Animations

>> Exemple : Tracer un triangle ABC. Tracer le cercle circonscrit à ce triangle.

ÉTAPES :

Dans tout triangle, les trois médiatrices se coupent en un même point. Ce point est le centre du cercle circonscrit au triangle

SOLUTION :



O est le centre du cercle circonscrit du triangle ABC

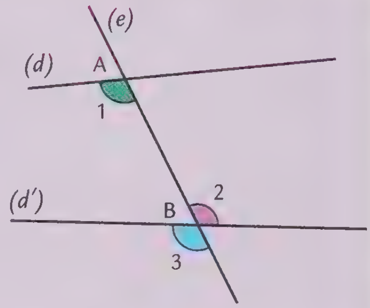
29 Reconnaître des angles alternes- internes, angles correspondants

Animations

DÉFINITION

Soit deux droites (d) et (d') coupées par une sécante (e) en A et B.

- **Les angles 1 et 2 sont appelés angles alternes-internes. Ils sont situés de part et d'autre de la sécante (e) et « entre » les deux droites (d) et (d'), et ils n'ont pas le même sommet.**
- **Les angles 1 et 3 de sommets A et B sont appelés angles correspondants. Ils sont situés d'un même côté de la sécante (e) et l'un est « entre » les deux droites (d) et (d') et l'autre non.**



Tableurs

Attention ! Les fiches suivantes ont été établies à partir du logiciel Calc d'Open Office (logiciel téléchargeable gratuitement sur Internet) ; néanmoins, les fonctions décrites sont communes à tous les tableurs.

1 Entrer une fraction

ÉTAPES

(1) Sélectionner les cellules où seront entrées les fractions.

(2) Dans la barre de menus, sélectionner *Format* puis choisir « Cellules ».

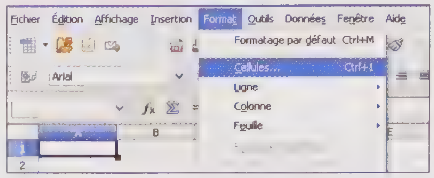
(3) Dans la fenêtre *Formatage des cellules* qui s'ouvre, sélectionner « Nombres » puis choisir la catégorie « Fraction » ainsi que le format « 1234 10/81 ».

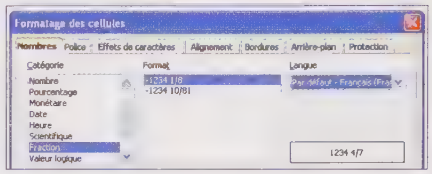
(4) Entrer ensuite dans chaque cellule une fraction sous la forme : « a/b » ou « – a/b ».

Remarque : Les fractions supérieures à 1 seront écrites : « a + b/c » qui signifie $a+\frac{b}{c}$.

Exemple : $\frac{5}{2}$ sera écrit « 2 + ½ ».

AFFICHAGE





2 Calculer une moyenne

>> **Exercice :** Entrer dans la cellule A5 la moyenne des nombres des cellules A1 à A4.

ÉTAPES

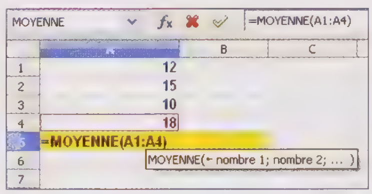
(1) Positionner le curseur sur la cellule dans laquelle on calcule la moyenne.

(2) Entrer « =MOYENNE(A1:A4) »

(3) Sélectionner les cellules où se trouvent les nombres dont on veut calculer la moyenne. Appuyer sur « Entrée ».

Attention ! « =MOYENNE (A1 ; A4) » donne la moyenne des deux cellules A1 et A4.

AFFICHAGE



Logiciel de géométrie

Attention ! Les fiches suivantes ont été établies à partir du logiciel de géométrie dynamique GeoGebra version 3 (logiciel téléchargeable gratuitement sur www.geogebra.org).

3 Afficher la distance d'un point à une droite

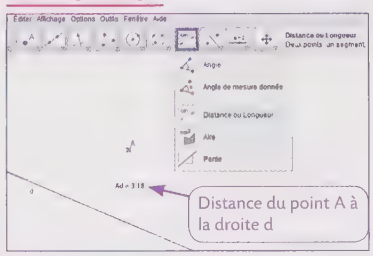
ÉTAPES

(1) Dans la barre d'outils, sélectionner « Distance ou Longueur ».

(2) Cliquer sur le point et sur la droite. La distance du point à la droite s'affiche.

L'unité de longueur par défaut est le centimètre

AFFICHAGE



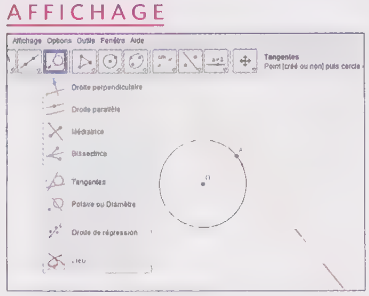
4 Tracer la tangente à un cercle passant par un point

ÉTAPES

(1) Dans la barre d'outils, sélectionner « Tangentes ».

(2) Cliquer sur le point et le cercle. La tangente est tracée.

AFFICHAGE



Propriétés de géométrie

En plus des propriétés ci-dessous, il faut bien évidemment connaître les définitions qui ne sont pas citées ici : par exemple, la définition d'un triangle isocèle, d'une hauteur, d'une médiane, etc.
Les numéros des propriétés étudiés en classe de 4^{e} sont indiqués dans un carré, les autres propriétés ont été étudiées avant (en 5^{e} ou 6^{e}).

Droites

D1 Si deux droites sont parallèles à une même troisième alors elles sont parallèles entre elles.

D2 Si deux droites sont perpendiculaires à une même troisième alors elles sont parallèles entre elles.

D3 Si deux droites sont parallèles et si une troisième est perpendiculaire à l'une, alors elle est perpendiculaire à l'autre.

D4 Si AC + CB = AB, alors A, C et B sont alignés.

Médiatrice

M1 Si une droite est perpendiculaire à un segment et passe par son milieu, alors c'est la médiatrice de ce segment.

M2 Si une droite est la médiatrice d'un segment, alors elle est perpendiculaire à ce segment et passe par son milieu.

M3 Si un point est sur la médiatrice d'un segment, alors il est équidistant des extrémités de ce segment.

M4 Si un point est équidistant des extrémités d'un segment, alors il est sur la médiatrice de ce segment.

Triangle

T1 Dans un triangle rectangle le carré de la longueur de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés (*théorème de Pythagore*).

T2 Si un triangle est rectangle alors le centre du cercle circonscrit est le milieu de l'hypoténuse.

T3 Si un triangle est rectangle alors la longueur de la médiane issue de l'angle droit est égale à la moitié de l'hypoténuse.

T4 Si, dans un triangle, la médiane issue d'un sommet a une longueur égale à la moitié de la longueur du côté opposé alors le triangle est rectangle en ce sommet.

T5 Si une droite passe par le milieu de deux côtés d'un triangle alors elle est parallèle au troisième côté.

T6 Si un segment joint les milieux de deux côtés d'un triangle alors sa longueur est égale à la moitié de la longueur du troisième côté.

T7 Si une droite passe par le milieu d'un côté dans un triangle et est parallèle à un deuxième côté alors elle coupe le troisième côté en son milieu.

T8 Dans un triangle ABC, où M est un point du côté [AB] et N un point du côté [AC], si les droites (MN) et (BC) sont parallèles alors :

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$ (*théorème de Thalès*)

T9 Si une droite passe par un sommet et l'intersection de deux bissectrices d'un triangle alors c'est une bissectrice de ce triangle.

Parallélogramme

P1 Si un quadrilatère a ses côtés opposés parallèles deux à deux, alors c'est un parallélogramme.

P2 Si un quadrilatère est un parallélogramme, alors ses côtés opposés sont parallèles deux à deux.

P3 Si un quadrilatère a ses diagonales qui ont le même milieu, alors c'est un parallélogramme.

P4 Si un quadrilatère est un parallélogramme, alors ses diagonales ont le même milieu.

P5 Si un quadrilatère est un parallélogramme, alors ses côtés opposés sont de même longueur.

P6 Si un quadrilatère (non croisé) a ses côtés opposés de même longueur alors c'est un parallélogramme.

P7 Si un quadrilatère est un parallélogramme alors ses angles opposés sont égaux.

Losange

L1 Si un quadrilatère a ses quatre côtés de même longueur alors c'est un losange.

L2 Si un quadrilatère est un losange alors ses côtés opposés sont parallèles deux à deux et ses quatre côtés sont de même longueur.

L3 Si un quadrilatère a ses diagonales qui sont perpendiculaires et qui ont le même milieu alors c'est un losange.

L4 Si un quadrilatère est un losange alors ses diagonales sont perpendiculaires et ont le même milieu.

L5 Si un parallélogramme a deux côtés consécutifs égaux alors c'est un losange.

L6 Si un parallélogramme a ses diagonales perpendiculaires alors c'est un losange.

Rectangle

R1 Si un quadrilatère a quatre angles droits alors c'est un rectangle.

R2 Si un quadrilatère est un rectangle alors ses côtés opposés sont parallèles et de même longueur, et ses quatre angles sont droits.

R3 Si un quadrilatère a ses diagonales qui ont le même milieu et sont de même longueur alors c'est un rectangle.

R4 Si un quadrilatère est un rectangle alors ses diagonales ont le même milieu et sont de même longueur.

R5 Si un parallélogramme a deux côtés consécutifs perpendiculaires alors c'est un rectangle.

R6 Si un parallélogramme a ses diagonales de même longueur alors c'est un rectangle.

Carré

Si un quadrilatère a quatre angles droits et quatre côtés de même longueur alors c'est un carré.

Si un quadrilatère est un carré alors il a quatre côtés de même longueur, quatre angles droits et ses côtés opposés sont parallèles deux à deux.

Si un quadrilatère a ses diagonales de même milieu, de même longueur et perpendiculaires alors c'est un carré.

Si un quadrilatère est un carré alors ses diagonales ont le même milieu, sont perpendiculaires et sont de même longueur.

Si un losange a un angle droit alors c'est un carré.

Si un losange a deux diagonales de même longueur alors c'est un carré.

Cercles

Si deux points sont sur un cercle alors le centre de ce cercle est équidistant de ces deux points.

Si, dans un cercle, un triangle a pour sommets les extrémités d'un diamètre et un point du cercle alors ce triangle est rectangle en ce point.

Angles

A1 Dans un triangle, la somme des mesures des trois angles est égale à 180°.

A2 Si deux droites sont parallèles et sont coupées par une sécante alors elles forment des angles alternes-internes de même mesure.

A3 Si deux droites sont parallèles et sont coupées par une sécante alors elles forment des angles correspondants de même mesure.

A4 Si deux angles sont opposés par le sommet alors ils ont la même mesure.

A5 Si deux droites coupées par une sécante forment deux angles alternes-internes de même mesure alors ces deux droites sont parallèles.

A6 Si deux droites coupées par une sécante forment deux angles correspondants de même mesure alors ces deux droites sont parallèles.

A7 Si un triangle est isocèle alors il a deux angles de même mesure.

A8 Si un triangle a deux angles de même mesure alors il est isocèle.

A9 Si un triangle est équilatéral alors il a trois angles de même mesure.

A10 Si un triangle a trois angles de même mesure alors il est équilatéral.

Symétries

S1 Par une symétrie axiale, par une symétrie centrale :

- l'image d'une droite est une droite ;
- l'image d'un segment est un segment de même longueur ;
- l'image d'un angle est un angle de même mesure.

S2 Par une symétrie centrale, l'image d'une droite est une droite parallèle.

Les numéros renvoient aux propriétés répertoriées p. 302 et p. 303 ou au Formulaire en fin d'ouvrage.

1. Démontrer que deux droites sont parallèles

Méthode **Utiliser**

a) La propriété des droites parallèles à une même troisième D1

b) La propriété des droites perpendiculaires à une même troisième D2

c) La propriété des côtés opposés d'un parallélogramme, d'un rectangle, d'un losange, d'un carré P2 R2 L2 C2

d) La propriété de la droite qui passe par le milieu de deux côtés d'un triangle T5

e) La propriété de la symétrie centrale S2

f) La propriété des angles alternes-internes ou correspondants A5 A6

2. Démontrer que deux droites sont perpendiculaires

Méthode **Utiliser**

a) La propriété des deux droites parallèles et de la droite perpendiculaire à l'une des deux D3

b) La propriété de la médiatrice d'un segment M2

c) Les propriétés des diagonales d'un losange, d'un carré L1 C1

d) Les propriétés des côtés consécutifs d'un rectangle, d'un carré R2 C2

e) Le fait que les droites forment un angle droit

f) Les propriétés permettant de démontrer qu'un triangle est rectangle, c'est-à-dire :

- le théorème de Pythagore T1
- la propriété du triangle inscrit dans un cercle dont un côté est un diamètre [illegible]
- la propriété du triangle dans lequel la longueur d'une médiane est égale à la moitié de la longueur du côté opposé T4

3. Démontrer qu'un point est le milieu d'un segment

Méthode **Utiliser**

a) La définition (le point est sur le segment et le partage en deux segments de même longueur)

b) La propriété de la droite parallèle à un côté d'un triangle et qui passe par un milieu T7

c) La propriété des diagonales d'un parallélogramme, d'un rectangle, d'un losange, d'un carré P4 R4 L4 C4

d) La propriété de la médiatrice d'un segment M2

Achevé d'imprimer en Italie par «La Tipografica Varese S.p.A.» - Italie
Dépôt légal n°94610-3/03-juin 2014

4. Calculer la longueur d'un segment

Méthode **Utiliser**

a) Le théorème de Pythagore T1

b) Le théorème de Thalès T8

c) La propriété d'une médiane d'un triangle rectangle T3

d) Les formules de calcul de périmètres, d'aires, de volumes (voir Formulaire)

e) Le cosinus d'un angle aigu dans un triangle rectangle

f) L'égalité avec une longueur connue à l'aide de la propriété :

- des longueurs des côtés d'un triangle isocèle, d'un triangle équilatéral
- des longueurs des côtés d'un parallélogramme, d'un losange, d'un rectangle, d'un carré P5 L2 R2 C2
- des longueurs des diagonales d'un rectangle, d'un carré R4 C4
- du milieu d'un segment
- d'égalité des rayons d'un même cercle C'1
- de la médiatrice M3
- des symétries S1

5. Calculer la mesure d'un angle

Méthode **Utiliser**

a) La propriété de la somme des angles d'un triangle A1

b) Les propriétés des angles adjacents, supplémentaires, complémentaires

c) Le cosinus d'un angle aigu dans un triangle rectangle

d) L'égalité avec un angle connu à l'aide de la propriété :

- des angles d'un triangle isocèle, d'un triangle équilatéral, d'un parallélogramme A7 A9 P7
- des bissectrices
- des angles alternes-internes, correspondants, opposés par le sommet A2 A3 A4
- des symétries S1 M2

Index

A
addition de deux nombres en écriture fractionnaire 52, 54, 289
addition de deux nombres relatifs 289
addition et parenthèses 32
adjacent 243
agrandissement 111, 112
aire formulaire
alignement et proportionnalité 110
alternes-internes (angles) 300
arrondi 291
base d'une pyramide 183
bissectrice 203, 299

C
calculer la valeur d'une expression littérale 16
calcul littéral 31, 32, 33, 34
carré 303
cercle circonscrit 202, 300
cercle inscrit 203
chaînon déductif 147
coefficient de proportionnalité 111, 293
comparer des fractions 291
comparer des nombres relatifs 293
cône 184
conjecture 147
contrôler la rédaction d'une démonstration 148
convertir des unités de temps 294
convertir des unités de vitesse 114
correspondants (angles) 300
cosinus 243, 244, 245

D
démonstration sur des nombres 34
démonstration en géométrie 147, 148, 149
dénominateur 52, 53
développer 31, 32, 33
diagramme circulaire 295
différence de deux nombres en écriture fractionnaire 52, 54
différence de deux nombres relatifs 289
distance d'un point à une droite 203
diviser par 10 ; 100 ; 1 000 296
distributivité 31, 32, 33
diviser par 0,1 ; 0,01 ; 0,001 296
division de deux nombres relatifs 15
division de deux nombres en écriture fractionnaire 53, 54

E
égalité de deux expressions littérales 290
égalité de nombres en écriture fractionnaire 52
égalité et opérations 72
équations 72
exposant 92
grandeurs proportionnelles 110, 111, 112, 113

H
hauteur d'un cône 184
hauteur d'un triangle 296
hauteur d'une pyramide 183
hypoténuse 162, 202, 243

I
inconnue 73
inégalité et opérations 72
inverse 53

L
latérales (faces d'une pyramide) 183
littéral (calcul) 31, 32, 33, 34
losange 297, 302

M
médiane 202, 296
médiatrice 296, 302
milieux et parallèles 222, 223
milieux et triangle 222, 226
moyenne 130
moyenne (vitesse) 111, 113, 114
moyenne pondérée 130
multiplication de nombres relatifs 14
multiplication de deux fractions 52, 292
multiplier par 10 ; 100 ; 1000 295
multiplier par 0,1 ; 0,01 ; 0,001 296

N
notation scientifique 93
numérateur 52, 54

P
parallélogramme 298, 302
pourcentage 131, 294, 295
priorités 15, 16, 289
produit de nombres en écriture fractionnaire 52, 292
produit de nombres relatifs 14
produit « en croix » 52, 110
propriétés de géométrie 302, 303
proportionnalité 110, 111, 112, 113, 293, 294
proportionnalité et graphique 110
puissances 92, 93, 94
puissances de dix 92, 93
pyramide 183
Pythagore 162, 163, 164

Q
quatrième proportionnelle 110
quotient de nombres en écriture fractionnaire 53, 54
réciproque 299

R
rectangle 303
réduction (d'une figure) 111, 112
réduire au même dénominateur 54
réduire une expression littérale 31
règles du débat mathématique 299
résoudre une équation 72
signe d'un produit 14

S
simplifier un calcul littéral 290
si... alors... 147, 299
solutions d'une équation 72
somme de fractions 52, 54, 292
sommet d'un cône 184
sommet d'une pyramide 183
soustraction de fractions 52, 54, 292
soustraction et parenthèses 32
soustraire un nombre relatif 289
symétrie centrale 297

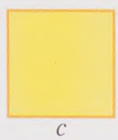
T
tableau de proportionnalité 110
tangente à un cercle 203
tétraèdre 183
Thalès 222
théorème de Pythagore 162
théorème de Thalès 222, 223
triangle rectangle et cercle 202
triangle et parallèles 222, 223
troncature 291

U
unités de temps 294

V
vitesse 111, 113, 114
volume d'un cône 184
volume d'une pyramide 184

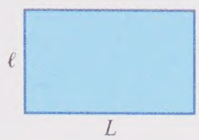
Aires

Carré



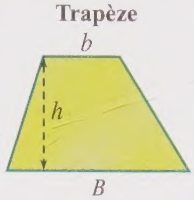
Aire : c^2

Rectangle



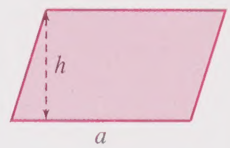
Aire : $L \times \ell$

Trapèze



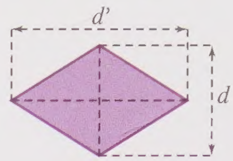
Aire : $\dfrac{B + b}{2} \times h$

Parallélogramme



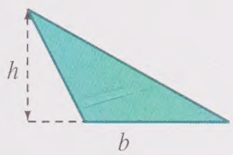
Aire : $a \times h$

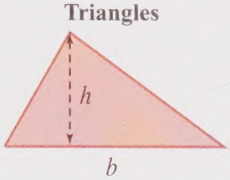
Losange

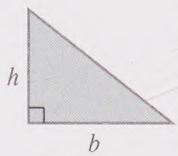


Aire : $\dfrac{d \times d'}{2}$

Triangles

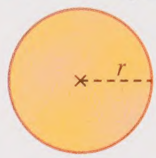






Aire : $\dfrac{b \times h}{2}$

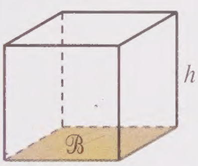
Cercle et disque



Aire du disque : $\pi \times r^2$
Périmètre du cercle : $2\pi \times r$

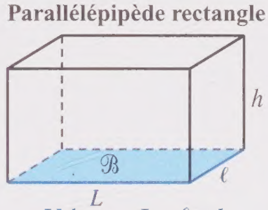
Volumes

Cube



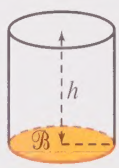
Volume : h^3

Parallélépipède rectangle



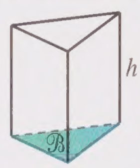
Volume : $L \times \ell \times h$

Cylindre



Volume : $\pi \times r^2 \times h$

Prisme droit



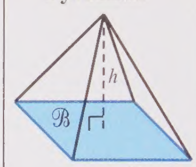
Volume : $\mathcal{B} \times h$

Volume : $\mathcal{B} \times h$
avec $\mathcal{B}$ aire de la base

Cône de révolution

Volume : $\dfrac{\pi \times r^2 \times h}{3}$

Pyramide



Volume : $\dfrac{\mathcal{B} \times h}{3}$

Volume : $\dfrac{\mathcal{B} \times h}{3}$ avec $\mathcal{B}$ aire de la base

Conversions

- **Unités de longueur**

km	hm	dam	m	dm	cm	mm
0	0	2	3	4	0	

Exemple : 23,4 m = 2 340 cm = 0,023 4 km

- **Unités de masse**

kg	hg	dag	g	dg	cg	mg
			0	7	5	0

Exemple : 75 cg = 750 mg = 0,75 g

- **Unités d'aire**

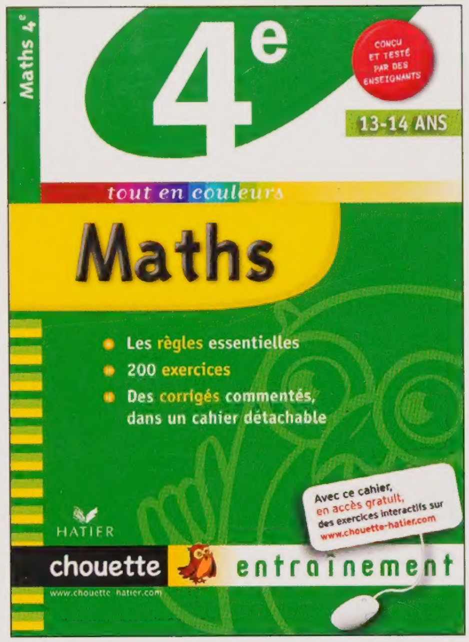
km^2		hm^2		dam^2		m^2		dm^2		cm^2		mm^2	
					3	4	5	8	9	1	0		

Exemple :
345,891 m^2 = 3,458 91 dam^2 = 3 458 910 cm^2

- **Unités de volume**

		m^3			dm^3			cm^3			mm^3
		kL	hL	daL	L	dL	cL	mL			
		1	5	7	8	0	0				
	4	5	6	3	0	0	0	0			
					1	2	5	0			

Exemples :
15,78 hL = 1 578 L = 157 800 cL
45,63 m^3 = 45 630 dm^3 = 45 630 000 cm^3
1,25 L = 1,25 dm^3 = 1 250 cm^3



Chouette Maths 4e

- Pour un entraînement progressif sur tout le programme
- 200 exercices d'application
- Un site www.chouette-hatier.com

S'entraîner en Maths 4e

- Pour réviser et s'entraîner en autonomie tout au long de l'année

Info poids des cartables :
• 770 g

44 3680 4
ISBN 978-2-218-94610-3
9 782218 946103
www.editions-hatier.fr