Annales Brevet 2015

Sujets et corrigés

Maths

Tout pour réussir :

- **180 exercices** sur tout le programme
- **20 sujets complets**
- Rappels de **cours**
- **Conseils** de **méthode**
- Tous les **corrigés détaillés**

Inclus *Sujets du Brevet 2014*

hachette

Annales Brevet 2015

Sujets et corrigés

Maths

Philippe Rousseau
Professeur agrégé de Mathématiques

hachette
ÉDUCATION

Conception graphique
Couverture : Alain Vambacas
Intérieur : Jehanne Marie Husson

Réalisation
Schémas : Rémi Picard et Médiamax
Mise en pages : Médiamax

www.hachette-education.com

ISBN : 978-2-01-000410-0

© HACHETTE LIVRE 2014, 43 quai de Grenelle, 75905 Paris cedex 15.
Tous droits de traduction, de reproduction et d'adaptation réservés pour tous pays.

AVANT-PROPOS

Cet ouvrage est destiné aux élèves de troisième qui souhaitent se préparer efficacement à l'épreuve du Brevet des collèges.

Il est constitué de **20 sujets** avec leurs corrigés et d'une partie contenant les rappels de cours les plus importants. Dans les corrigés des sujets, vous trouverez, dans des encadrés, des rappels de cours, des remarques et des suggestions quant à d'autres méthodes de résolution possibles.

Compte tenu des nouvelles épreuves du Brevet depuis la session 2013 où l'énoncé est constitué d'une suite de 6 à 10 exercices, pour les sujets des sessions antérieures les parties « Activités numériques », « Activités géométriques » et « Problème » ont été mise ensemble pour former une suite d'exercices. Certains problèmes constitués de parties indépendantes ont été transformés en plusieurs exercices indépendants les uns des autres.

Vous pouvez vous préparer à l'examen en décidant de traiter en deux heures un sujet complet.

Vous pouvez aussi travailler un thème précis (système d'équations, trigonométrie, etc.) en vous reportant au tableau de la page 10, qui donne, pour chaque partie du programme, les exercices correspondants. Le thème du programme traité dans l'exercice est en couleur : bleu pour les nombres et calculs, orange pour l'organisation et gestion des données, vert pour la géométrie et violet pour les grandeurs et mesures.

Un travail régulier et sérieux de ces différents sujets vous permettra d'obtenir des bases solides pour affronter et réussir l'épreuve du Brevet.

Bon courage.

L'auteur

MODE D'EMPLOI

Une couleur particulière pour chaque thème du programme.

Corrigés détaillés et complétés de rappels de cours et de conseils sur fond coloré.

Schémas en couleurs.

SOMMAIRE

Avant-propos 3
Mode d'emploi 4

Se préparer à l'épreuve du brevet

Tableau thématique 10
Présentation de l'épreuve et conseils généraux 12
Conseils généraux de méthode 14

S'entraîner sur les sujets

Les sujets du brevet 2014 sont présentés et corrigés à partir de la page 181.

Légende : Partie Nombres et calculs
Partie Organisation et gestion des données
Partie Géométrie
Partie Grandeurs et Mesures

SUJET 1 Nouvelle-Calédonie – Décembre 2012

Exercice 1 : fractions, proportionnalité, puissances de 10, variations en pourcentages, statistiques 15
Exercice 2 : probabilités 16
Exercice 3 : calculs élémentaires 16
Exercice 4 : trigonométrie, théorème de Thalès 17
Exercice 5 : polygone régulier, angles inscrits et au centre 17
Exercice 6 : volumes, réciproque de Pythagore 18
Exercice 7 : lectures graphiques, PGCD 19
Corrigés 21

SUJET 2 Amérique du Sud – Novembre 2012

Exercice 1 : calcul littéral, racines carrées, notation scientifique 25
Exercice 2 : probabilités 26
Exercice 3 : fractions irréductibles, PGCD 26
Exercice 4 : aires, proportionnalité, périmètres 26
Exercice 5 : théorème de Thalès 27
Exercice 6 : trigonométrie 27
Exercice 7 : aire, représentation à une échelle 28
Exercice 8 : grandeurs composées 28
Exercice 9 : lectures graphiques 29
Exercice 10 : statistiques 30
Corrigés 31

SUJET 3 France métropolitaine – Antilles – Guyane – Septembre 2012

Exercice 1 : fractions, racines carrées, PGCD, calcul littéral 35
Exercice 2 : probabilités 35

Exercice 3 : tableur, fonctions, solutions d'une équation 36
Exercice 4 : théorème de Thalès 36
Exercice 5 : angles alternes internes, angles d'un triangle 37
Exercice 6 : volume d'une pyramide, théorème de Pythagore, théorème de Thalès ... 37
Exercice 7 : vitesse, proportionnalité, théorème de Pythagore 38
Exercice 8 : graphique, proportionnalité 39
Corrigés 41

SUJET 4 Polynésie française – Septembre 2012
Exercice 1 : programme de calcul, calcul littéral, équations 45
Exercice 2 : puissances de 10, quartile, racines carrés, inéquation 46
Exercice 3 : fonctions, lecture graphique, image, antécédent 46
Exercice 4 : volume, conversions 47
Exercice 5 : théorème de Pythagore, trigonométrie, angles alternes internes 48
Exercice 6 : vitesse 49
Exercice 7 : tableur, probabilités 49
Exercice 8 : fonctions lectures graphiques 50
Corrigés 51

SUJET 5 Asie – Juin 2012
Exercice 1 : lecture de données, graphique, fréquence 55
Exercice 2 : probabilité 56
Exercice 3 : fonctions, image, antécédent 56
Exercice 4 : racine carrée, développement, PGCD 56
Exercice 5 : théorème de Pythagore, trigonométrie 57
Exercice 6 : réciproque de Thalès, agrandissement 57
Exercice 7 : calculs d'aires, proportionnalité, pourcentage 58
Exercice 8 : calculs de base, moyenne, système d'équation 59
Corrigés 59

SUJET 6 France métropolitaine – Juin 2012
Exercice 1 : probabilités 63
Exercice 2 : puissances de 10 et écriture décimale 63
Exercice 3 : grandeur composée, proportionnalité 64
Exercice 4 : équations, calcul littéral 64
Exercice 5 : calculs d'aires, équation 64
Exercice 6 : volume d'un cône, réduction 65
Exercice 7 : théorème de Pythagore, théorème de Thalès 65
Exercice 8 : statistiques, moyenne, tableur, pourcentage 66
Exercice 9 : grandeur composée, trigonométrie 67
Exercice 10 : lectures graphiques 68
Corrigés 69

SUJET 7 Polynésie française – Juin 2012
Exercice 1 : priorités des opérations, fraction, valeur d'une expression 73
Exercice 2 : division, PGCD 74
Exercice 3 : probabilités 74

Exercice 4 : réciproque de Thalès, réciproque de Pythagore 75
Exercice 5 : angles inscrits, triangle rectangle, Pythagore, pentagone 75
Exercice 6 : fréquences en pourcentage, moyenne 76
Exercice 7 : fonctions linéaires et affines 77
Corrigés 78

SUJET 8 Amérique du Nord – Juin 2012
Exercice 1 : nombre décimal, diviseurs, calcul littéral 83
Exercice 2 : moyenne, médiane, étendue 83
Exercice 3 : puissances de 2 84
Exercice 4 : théorème de Thalès 84
Exercice 5 : volumes de cylindres et de cônes, débit 85
Exercice 6 : théorème de Pythagore et construction 85
Exercice 7 : tableau à double entrée, pourcentage 86
Exercice 8 : proportionnalité, probabilité, grandeur composée, calculs de durée 86
Corrigés 88

SUJET 9 Pondichéry – Avril 2012
Exercice 1 : PGCD, problème de partage 93
Exercice 2 : opération de bases, pourcentages 93
Exercice 3 : probabilités 94
Exercice 4 : théorème de Thalès, volume d'un cylindre 94
Exercice 5 : quadrilatères particuliers, raisonnement par l'absurde 95
Exercice 6 : calculs d'aires, théorème de Pythagore, angles 95
Corrigés 97

SUJET 10 France métropolitaine – Septembre 2011
Exercice 1 : proportionnalité, équation 101
Exercice 2 : probabilités, fréquences, patrons 101
Exercice 3 : équations, périmètres, aires 102
Exercice 4 : constructions en vraie grandeur, volume 103
Exercice 5 : raisonnement par l'absurde, réciproque de Pythagore, propriétés des triangles 103
Exercice 6 : trigonométrie, réciproque de Thalès 104
Exercice 7 : calculs élémentaires, proportionnalité, ... 104
Exercice 8 : calculs de durée, proportionnalité 105
Exercice 9 : position sur un cercle, triangle équilatéral 106
Corrigés 107

SUJET 11 France métropolitaine – Juin 2011
Exercice 1 : fréquence, probabilités, ... 113
Exercice 2 : système d'équations 114
Exercice 3 : calcul littéral, variation en pourcentage, racines carrées, puissances de 10... 114
Exercice 4 : angles, trigonométrie, points alignés 115
Exercice 5 : volumes, contenance 115
Exercice 6 : statistiques, aires, volumes, proportionnalité 116
Exercice 7 : lectures graphiques, fonctions affines 117
Corrigés 118

SUJET 12 **Pondichéry – Avril 2011**
Exercice 1 : diviseurs, probabilités, inéquations, puissances de 10 123
Exercice 2 : calcul littéral, équation 124
Exercice 3 : statistiques 124
Exercice 4 : angles inscrits, Pythagore 125
Exercice 5 : volumes, réduction, Thalès 125
Exercice 6 : aire, variations en pourcentage 126
Exercice 7 : Thalès, trigonométrie 127
Corrigés 129

SUJET 13 **France métropolitaine – Juin 2010**
Exercice 1 : programme de calcul, équation, calcul littéral 133
Exercice 2 : lectures graphiques, variation en pourcentage 134
Exercice 3 : théorème de Pythagore, calculs d'aires 135
Exercice 4 : réciproque de Pythagore, patron, volume d'une pyramide 135
Exercice 5 : calculs d'aires, proportionnalité 136
Exercice 6 : PGCD 137
Exercice 7 : fonctions linéaires et affines, lectures graphiques 137
Corrigés 138

SUJET 14 **Pondichéry – Avril 2013**
Exercice 1 : racines carrées, diviseurs, dénombrement 143
Exercice 2 : statistiques, pourcentages 143
Exercice 3 : calculs élémentaires, proportionnalité, trigonométrie 144
Exercice 4 : tableur, valeur d'une expression, équation 145
Exercice 5 : pyramide, volumes, réduction, périmètre 146
Exercice 6 : vitesse, grandeurs composées 147
Corrigés 148

SUJET 15 **Amérique du Nord – Juin 2013**
Exercice 1 : probabilités, fractions, dénombrement, pourcentage, comparaison 151
Exercice 2 : équation 152
Exercice 3 : probabilités, variations en pourcentage 152
Exercice 4 : PGCD, partage 152
Exercice 5 : technique de calcul, calcul littéral 153
Exercice 6 : volume, lectures graphiques 153
Exercice 7 : pentagone régulier, triangle isocèle 154
Exercice 8 : calculs d'aires 155
Corrigés 156

SUJET 16 **Centres étrangers – Juin 2013**
Exercice 1 : équation, inéquation, calcul littéral, réduction, section 161
Exercice 2 : probabilités, statistiques 162
Exercice 3 : bissectrice, triangle rectangle, trigonométrie, angles inscrits 163
Exercice 4 : fonctions, lectures graphiques, antécédents 163
Exercice 5 : étendue, médiane, pourcentage d'augmentation 165
Exercice 6 : théorème de Thalès, équations 165
Exercice 7 : lectures de données, application d'une formule 166
Corrigés 167

SUJET 17 **France métropolitaine – Juin 2013**
Exercice 1 : lectures graphiques 171
Exercice 2 : fonctions, image, tableur 172
Exercice 3 : moyenne, probabilité, étendue, médiane 172
Exercice 4 : trigonométrie, triangle rectangle, polygone régulier 173
Exercice 5 : calculs élémentaires, lecture d'informations, proportionnalité 174
Exercice 6 : espace, trigonométrie, volume, équation 175
Exercice 7 : fractions, variations en pourcentage, calcul littéral 176
Corrigés 177

Sujets de la session 2014

SUJET 18 **Pondichéry – Avril 2014**
Exercice 1 : arithmétique, partage 181
Exercice 2 : racine carrée, aire, fonction, probabilités, développement 181
Exercice 3 : calcul littéral 182
Exercice 4 : théorème de Pythagore et de Thalès 183
Exercice 5 : cylindre, cône, volumes, réduction, lecture graphique 183
Exercice 6 : tableur, moyenne, médiane, pourcentage 185
Corrigés 186

SUJET 19 **Amérique du Nord – Juin 2014**
Exercice 1 : fractions, PGCD, inéquation, racines carrées 189
Exercice 2 : cylindre, boule, volumes 190
Exercice 3 : vitesse, volume, variations en pourcentage 190
Exercice 4 : tableur 191
Exercice 5 : rectangle, théorème de Pythagore 192
Exercice 6 : probabilités 192
Exercice 7 : vitesse, lecture graphique 193
Exercice 8 : grandeur composée, aire, calcul de temps 194
Exercice 9 : triangle isocèle, trigonométrie 195
Corrigés 196

SUJET 20 **France métropolitaine – Juin 2014**
Exercice 1 : polygone régulier, triangle rectangle, angle inscrit 201
Exercice 2 : variations en pourcentage, comparaison 201
Exercice 3 : programme de calcul, fraction, équation, fonction 202
Exercice 4 : simulation, probabilités, tableur 203
Exercice 5 : agrandissement, vitesse, racine carrée 204
Exercice 6 : trigonométrie, théorème de Thalès 204
Exercice 7 : calculs, aire, volume 205
Corrigés 207

Annexe

Rappels de cours 213

TABLEAU DES SUJETS

THÈMES	SUJETS						
	1	2	3	4	5	6	7
Fractions	1		1				1
Racines carrées		1	1	2	4		
Puissances de 10	1	1		2		2	
Arithmétique – PGCD	7	3	1		4		2
Programme de calcul				1			
Calcul littéral		1	3	1	4	4	1
Équations			3	1		4, 5	
Système d'équations					8		
Inéquations				2			
Statistiques	1	10		2	1		6
Probabilités	2	2	2	7	2	1	3
Fonctions et lectures graphiques	7	1, 9	8	3	3	10	7
Proportionnalité et pourcentages	1, 6	4, 10	8	8	1, 7	3, 8	
Grandeurs composées	1	8	7	6		8, 9	
Thalès et réciproque	4	5	4, 6		6	7	4
Pythagore et réciproque	6	6	6, 7	5	5	7	4
Trigonométrie	4			5	5	9	5
Angles inscrits	5			5			5
Propriétés des triangles rectangles							5
Propriétés des quadrilatères							
Autres propriétés	5		5				5
Calcul d'aires		4			6, 7	5	
Espace	6	7, 8	6	4		6	
Réduction – agrandissement		7			6	6	

PAR THÈMES DU PROGRAMME

SUJETS												
8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
	1								7		1	3
		3	3			1				2	1	5
			3	1								
1				1	6	1	4			1	1	7
					1		5					3
1			3	2	1		5, 8	1	7	3	1	
		1, 3	2		1	4	1, 2	1				3
	3		2									
				1, 6				1			1	
2	2	2	1	3		2		2, 5	3	6		
		2	1	1			1,3	2	3	2	6	4
	4		7		2, 7		6	4	1, 2	2, 5	7	3
7, 8		1, 8	6	6	2, 5	3		5	5, 7	6	3	2
5, 8		8				3, 6	1				3, 7, 8	5
4		6		4, 7		1				4		6
6		5	4, 5	5	3, 4	5		6		4	5	
	5	6		7		3	7	3	4, 6		9	6
	6			4				3				1
	6	5		4				3	4			1
	4						7				5	
		5, 9	4	4	1			3	5		9	1
		3	4, 6	6	3, 5	4	8			2		7
5		4	5	5	4	5	6	1	6	5	2, 3	7
		4		5		5		1		5		5

PRÉSENTATION DE L'ÉPREUVE

Les différentes composantes du brevet

Le Brevet est un examen.
Sont désormais pris en compte pour l'attribution du diplôme national du brevet :
• un examen écrit qui comprend trois épreuves : français, mathématiques, histoire géographie - éducation civique (coefficients : 3 × 2) ;
• une épreuve orale d'histoire des arts passée au sein de l'établissement (coefficient 2) ;
• les notes obtenues en contrôle continu tout au long de l'année en classe de troisième : toutes les disciplines sont concernées sauf l'histoire géographie éducation civique, qui est déjà évaluée à l'examen. Total des coefficients : 9, 10 ou 11 selon la série ;
• la validation de la maîtrise des compétences du socle commun ;
• la note de vie scolaire ;
• pour l'enseignement optionnel facultatif, les points supérieurs à la moyenne de 10 sur 20 obtenus en latin, grec, langue étrangère ou régionale, découverte professionnelle de trois heures. Ils s'ajoutent au total des points dans les autres disciplines.

Pour obtenir le diplôme national du brevet, il faut la moyenne sur l'ensemble des notes et la validation du socle commun.

Les mentions « bien » (moyenne $\geqslant$ 14) et « très bien » (moyenne $\geqslant$ 16) permettent, sous certaines conditions, de bénéficier de bourses au mérite.

Durée de l'épreuve

• Lecture du sujet : 5 minutes afin de pouvoir choisir les exercices par lesquels vous préférez commencer ;
• Rédaction des exercices : 12 à 18 minutes environ par exercice ;
• Relecture : 10 minutes.

L'épreuve de mathématiques

L'épreuve de mathématiques comporte 6 à 10 exercices et elle dure deux heures.
Les compétences nécessaires peuvent être issues des quatre parties du programme

1. Partie Nombres et calculs

– la maîtrise du calcul (écriture fractionnaire, nombres irrationnels, notation scientifique, etc.) ;
– la capacité à développer, factoriser et résoudre une équation produit ;
– l'utilisation d'un PGCD pour rendre irréductible une fraction ou résoudre un problème de partage ;
– la méthode de résolution d'un problème comportant plusieurs inconnues à l'aide d'un système.

2. Partie Organisation et gestion des donnés

– dans une série statistique, le calcul d'une moyenne, d'une médiane ou d'une fréquence éventuellement exprimée en pourcentage ;
– représenter une fonction affine et exploiter la représentation graphique d'une fonction en particulier à partir de situations concrètes de la vie de tous les jours.

3. Partie géométrique

Dans cette partie, les compétences attendues sont :
– construction de figures à l'aide des outils de géométrie (compas, équerre, rapporteur, etc.) ;
– détermination de mesures telles que longueurs (Pythagore, Thalès, trigonométrie, etc.), angles (trigonométrie, propriété des triangles, angles inscrits et au centre, etc.) ;
– rédaction d'une démonstration à l'aide de théorèmes.

4. Partie Grandeurs et Mesures

– visualisation d'objets dans l'espace et de leurs sections par des plans ;
– calculer des aires et des volumes. (formule, agrandissement – réduction, etc.) ;
– appliquer un agrandissement ou une réduction à un objet de l'espace.

CONSEILS GÉNÉRAUX DE MÉTHODE

Pendant l'année scolaire

Contrôlez régulièrement vos connaissances et vos savoir-faire.
À la fin de la classe de troisième, les élèves doivent maîtriser plusieurs types de savoirs :
• dans le domaine des nombres et du calcul : calcul numérique (nombres entiers décimaux et fractionnaires, relatifs ou non, proportionnalité) et premiers éléments de calcul littéral ;
• dans le domaine de l'organisation et de la gestion de données : premiers éléments de base en statistique descriptive ;
• dans le domaine géométrique : figures de base et propriétés de configurations du plan et de l'espace ;
• dans le domaine des grandeurs et de la mesure : grandeurs usuelles, grandeurs composées et changements d'unités.

Pour vous entraîner, essayez, autant que possible, de vous placer dans les conditions réelles de l'épreuve : mettez-vous au calme et prenez deux heures afin de pouvoir traiter un sujet complet.

Le jour de l'épreuve

Prévoyez votre matériel

• Le papier est fourni le jour de l'examen, mais il vous faut apporter crayons (bleu, rouge, vert, noir), gomme, règle, compas, calculatrice et rapporteur ;
• n'oubliez pas également de vous munir d'une montre !

Gérez au mieux votre temps

• Prenez 5 minutes pour lire l'ensemble du sujet afin de pouvoir choisir les exercices par lesquels vous préférez commencer ;
• consacrez 12 à 18 minutes environ par exercice ;
• réservez les 10 dernières minutes à la relecture attentive de votre copie et à soigner la présentation (résultats soulignés, fautes d'orthographe corrigées ; etc.).

Organisez bien votre copie

Numérotez chaque exercice. Si vous souhaitez interrompre un exercice pour en aborder un autre, laissez la place nécessaire pour pouvoir le terminer plus tard et ne faites pas de renvoi dans votre copie.
En géométrie, commencez par faire une figure au brouillon afin de voir la place qu'elle occupe pour ne pas empiéter sur la partie texte.

Organisez bien votre copie

Évitez d'utiliser les symboles logiques (parallélisme, orthogonalité, implication, etc.) : écrivez les mots en français et en entier.

SUJET 1

Nouvelle-Calédonie

CONSEIL

Toutes les réponses doivent être justifiées, sauf si une indication contraire est donnée.

EXERCICE 1

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM). Pour chaque question, une seule des quatre réponses proposées est exacte. Sur la copie, indiquer le numéro de la question et recopier, sans justifier, la réponse choisie. Aucun point ne sera enlevé en cas de mauvaise réponse.

Question posée	Réponses proposées			
1. $\frac{12}{25} \times \frac{7}{10} =$	$\frac{19}{35}$	$\frac{41}{125}$	$\frac{84}{250}$	$\frac{175}{250}$
2. Une mouette parcourt 4,2 kilomètres en 8 minutes. Quelle distance aurait-elle parcourue en une heure, si elle gardait la même vitesse ?	0,526 km	31,5 km	42,8 km	201,6 km
3. Quelle est la notation scientifique de $(4 \times 10^{-3})^2$?	$1{,}6 \times 10^{-5}$	8×10^{-3}	6×10^{-1}	4×10^{6}
4. Un bidon contient 25 L. Si j'augmente de 2 % sa contenance, alors j'obtiens :	25,2 L	25,5 L	27 L	30 L
5. Donner la valeur médiane de la série statistique suivante : 1 ; 2 ; 2,4 ; 3 ; 3,5 ; 3,7 ; 3,8 ; 4 ; 4,2 ; 4,2 ; 7	3,53	3,7	4,2	6

Corrigé page 21

EXERCICE 2

Un concours de pêche est organisé avec 8 bateaux participants.
Les organisateurs souhaitent former au hasard 4 équipes de 2 bateaux.
Pour cela, un tirage au sort est organisé.
Dans une urne se trouvent 8 fanions indiscernables au toucher : 2 rouges, 2 orange, 2 violets et 2 verts.
Les bateaux ayant un fanion de même couleur seront dans la même équipe.

1. Quelle est la probabilité de sortir un fanion rouge au premier tirage ?

2. Aux deux premiers tirages, un fanion vert et un fanion orange ont été sortis.

a) Quels fanions se trouvent encore dans l'urne avant le troisième tirage ?

b) Combien y a-t-il de fanions dans l'urne avant le troisième tirage ?

c) Calculer la probabilité de l'évènement A : « un fanion d'une autre couleur que le vert ou le orange est tiré ».

Corrigé page 21

EXERCICE 3

Dans cet exercice, toute trace de recherche, même inachevée, sera prise en compte dans l'évaluation.

Une société propose des sorties en mer sur un voilier. Il n'y a qu'un seul tarif adulte et qu'un seul tarif enfant.
Un premier groupe composé de 4 adultes et 6 enfants a payé au total 52 800 F.
Un deuxième groupe composé de 6 adultes et 4 enfants a payé au total 63 200 F pour la même sortie.

1. Un groupe, composé de 10 adultes et de 10 enfants, a un budget total de 120 000 F.
Ils se demandent s'ils auront assez d'argent pour une sortie en voilier. Sans connaître le prix des places, Émilie a une astuce pour répondre à cette question. Donner sa réponse et expliquer son raisonnement.

2. Le petit frère d'Émilie affirme qu'une place adulte coûte 7 000 F et qu'une place enfant coûte 2 500 F.
A-t-il raison ? Justifier.

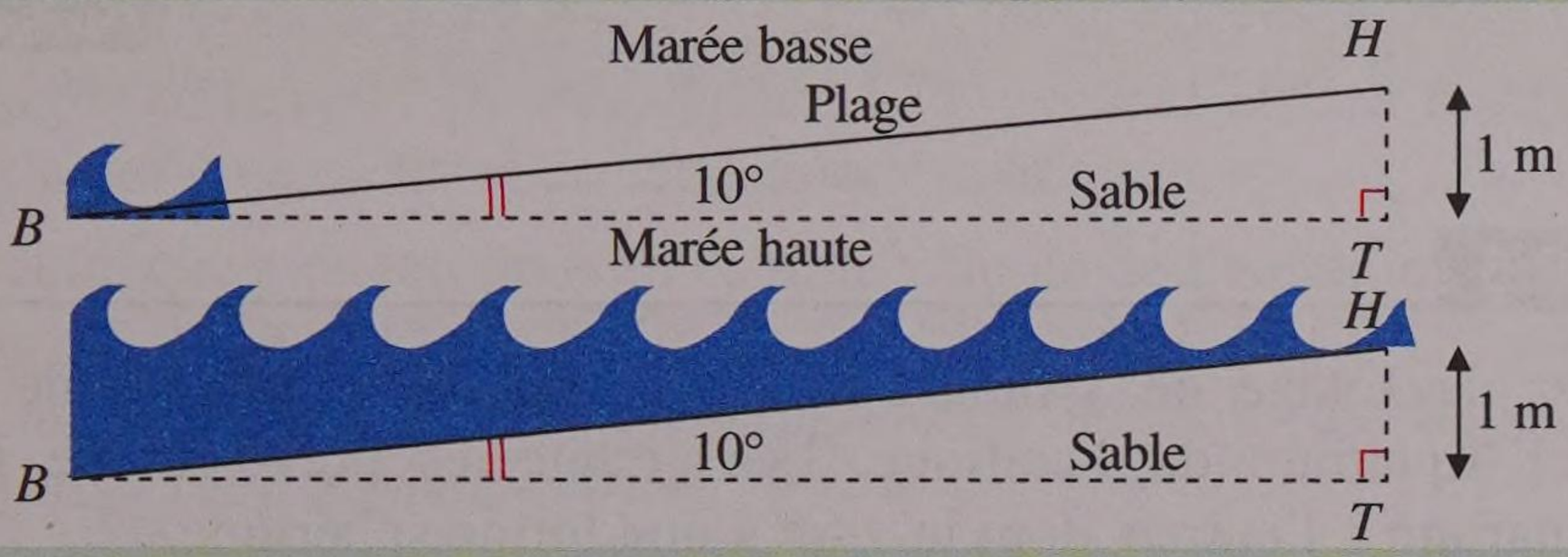
3. Pour cette sortie, combien paiera un adulte accompagné d'un enfant ?

Corrigé page 21

EXERCICE 4

Le niveau de la mer monte et descend suivant le cycle des marées. Les deux schémas ci-dessous représentent la même plage parfaitement lisse, à deux instants de la journée.

On a : $HT = 1$ m, $\widehat{HBT} = 10°$ et $(HT) \perp (BT)$.

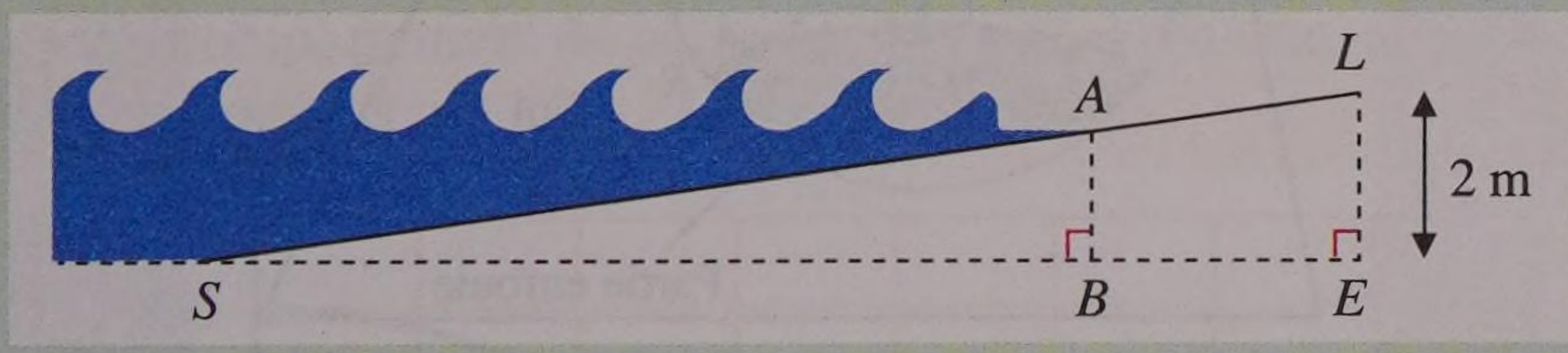


1. Calculer la longueur BH, en mètres, de plage recouverte par la mer à marée haute. Donner l'arrondi au dixième près.

2. Sur une autre plage de pente différente (mais toujours parfaitement lisse), la mer a recouvert la plage jusqu'au point L. Deux heures plus tard, la mer s'est retirée et se situe désormais au point A.

Sur le schéma, les points S, B et E sont alignés. Ils correspondent au niveau horizontal.

On a : $SL = 9$ m ; $AL = 2{,}25$ m ; $(AB) \perp (SE)$; $(LE) \perp (SE)$.



Démontrer que les droites (AB) et (LE) sont parallèles.

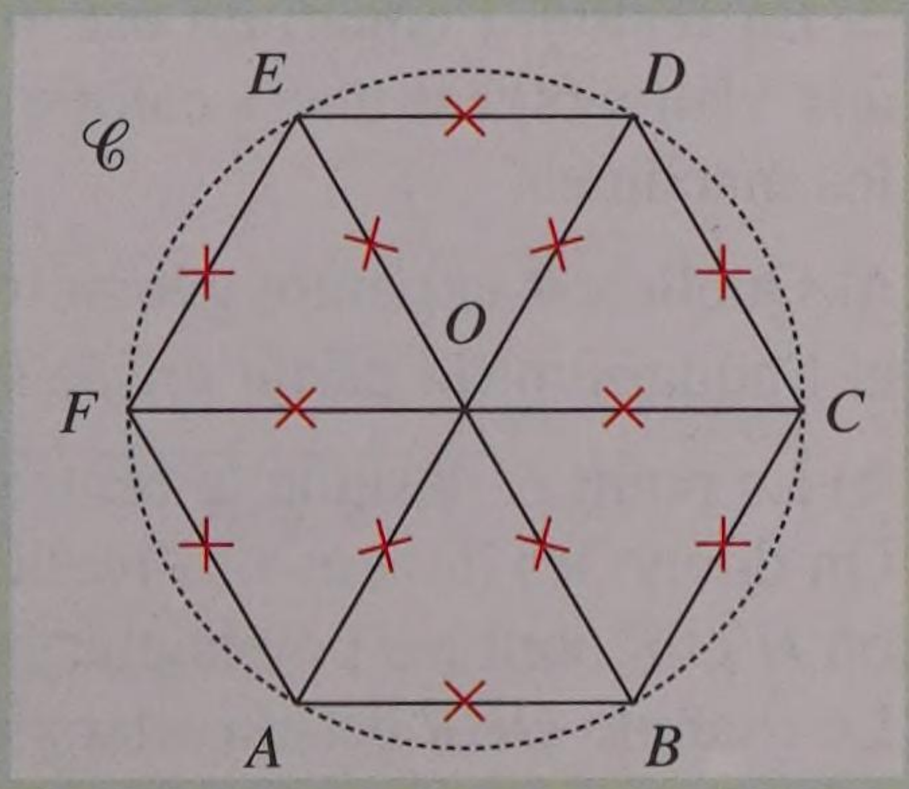
Calculer la longueur AB, en mètres, du niveau vertical actuel de la mer.

Corrigé page 22

EXERCICE 5

La figure ci-contre est un hexagone régulier $ABCDEF$ inscrit dans un cercle $\mathscr{C}$.

Cette figure **n'est pas en vraie grandeur**.



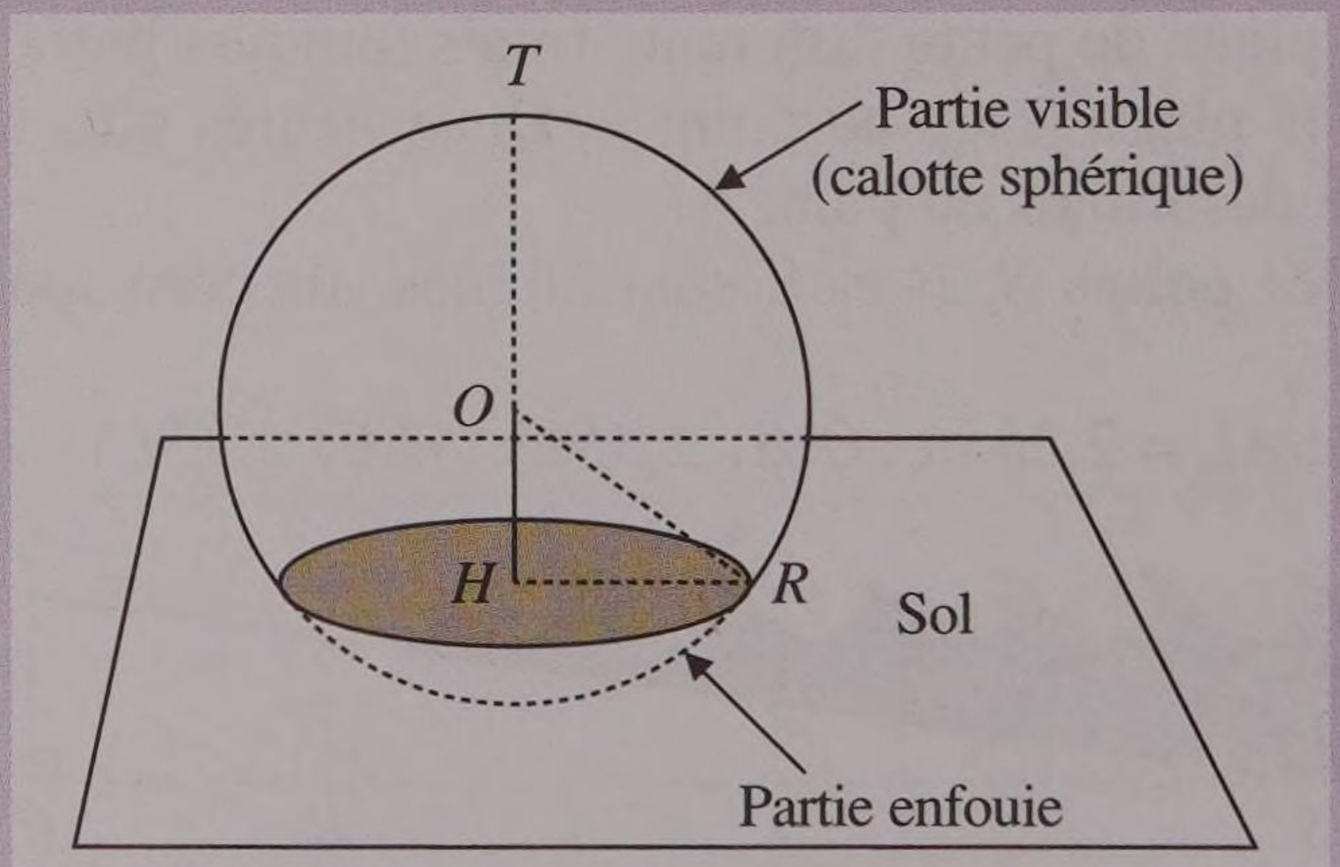
Sujet 1

1. Construire un hexagone régulier, inscrit dans un cercle de rayon 3 cm.
2. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{COE}$.
3. Montrer que l'angle $\widehat{CAE}$ mesure 60°.
4. Quelle est la nature du triangle CAE ? Justifier.

Corrigé page 22

EXERCICE 6

Pour attirer davantage de visiteurs dans sa ville, un maire décide de faire construire l'Aquarium du Pacifique. Les architectes prévoient de poser un énorme aquarium à l'entrée, dont la vitre a une forme sphérique.
La figure ci-dessous représente la situation.
Cette figure **n'est pas en vraie grandeur**.



1. Calculer le volume en m^3 d'une boule de rayon 5 m.
Donner l'arrondi à l'unité près.
On rappelle la formule du *volume d'une boule de rayon R* :

$$V_{\text{boule}} = \frac{4 \times \pi \times R^3}{3}$$

2. En réalité, l'aquarium est implanté dans le sol. La partie supérieure (visible aux visiteurs) est une « calotte sphérique ». La partie inférieure (enfouie) abrite les machines.

a) Quelle est la nature géométrique de la section entre le plan horizontal du sol et l'aquarium (la partie grisée sur la figure) ?

b) Le point O désigne le centre de la sphère.
On donne les dimensions réelles suivantes : $OH = 3$ m ; $RO = 5$ m ; $HR = 4$ m, où H et R sont les points placés sur le sol comme sur la figure.
Le triangle OHR est-il rectangle ? Justifier.

3. a) T est un point de la sphère tel que les points T, O, H soient alignés comme sur la figure.
Calculer la hauteur HT de la partie visible de l'aquarium.

b. *Le volume d'une calotte sphérique de rayon 5 m est donné par la formule :*

$$V_{\text{calotte}} = \frac{\pi \times h^2}{3}(15 - h)$$

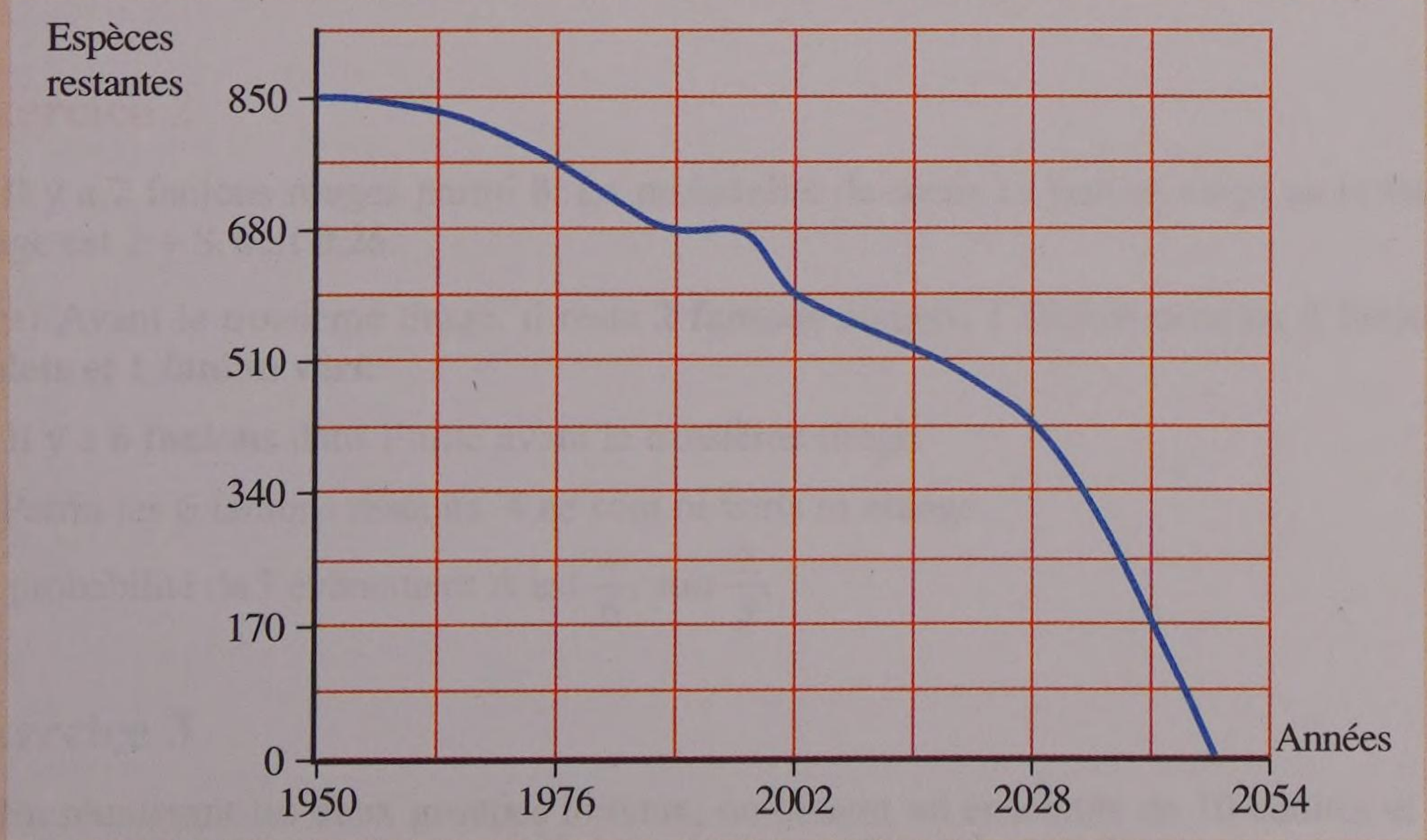
où h désigne sa hauteur (correspondant à la longueur HT sur la figure).
Calculer le volume en litres de cette calotte sphérique.

c) Pour cette question, on prendra comme volume de l'aquarium 469 000 litres.
Des pompes délivrent à débit constant de l'eau de mer pour remplir l'aquarium vide. En 2 heures de fonctionnement, les pompes réunies y injectent 14 000 litres d'eau de mer.
Au bout de combien d'heures de fonctionnement, les pompes auront-elles rempli l'aquarium ?

Corrigé page 23

EXERCICE 7

Voici un extrait d'article trouvé dans une revue scientifique : « Si l'Homme ne change pas son comportement de pollueur, il n'y aura plus aucun poisson à l'état sauvage dans les océans. »



Le graphique ci-dessus donne la courbe représentative d'une fonction f qui prévoit l'évolution des espèces restantes de poissons trouvées en mer.

Sujet 1

1. D'après le graphique :

a) déterminer le nombre d'espèces restantes de poissons en 2028 ;

b) en quelle année il restait 595 espèces de poissons ;

c) donner une estimation de l'année de disparition prévue de toutes les espèces de poissons de pêche.

2. La biologiste de l'Aquarium du Pacifique aménage une salle dédiée à trois espèces de petits poissons notées A, B et C. Voici le tableau donnant le nombre de poissons de chaque espèce dont elle dispose :

Espèce de petits poissons	A	B	C
Effectif	154	105	126

Calculer le PGCD des nombres 154 et 105, par l'algorithme de votre choix et en détaillant les étapes.

a) Combien faudrait-il de bassins au maximum pour qu'ils contiennent chacun exactement le même nombre de poissons de chacune des espèces A, B et C ?

b) Donner pour chaque espèce, le nombre de poissons qu'il y aurait alors dans un bassin.

Corrigé page 24

Corrigés

Exercice 1

1. On a : $\frac{12}{25} \times \frac{7}{10} = \frac{12 \times 7}{25 \times 10} = \mathbf{\frac{84}{250}}$.

On peut simplifier la fraction en $\frac{42}{125}$, mais cela ne fait pas partie des réponses proposées.

2. Une mouette parcourt 4,2 kilomètres en 8 minutes.
En une minute, elle parcourt 4,2 km ÷ 8, soit 0,525 km.
En une heure, elle parcourt 0,525 km × 60, soit **31,5 km**.

3. $(4 \times 10^{-3})^2 = 4^2 \times (10^{-3})^2 = 16 \times 10^{-6} = 1{,}6 \times 10^1 \times 10^{-6} = \mathbf{1{,}6 \times 10^{-5}}$.

$(a \times b)^2 = a^2 \times b^2$ $\quad (10^m)^p = 10^{mp}$ $\quad 10^m \times 10^p = 10^{m+p}$
Une écriture scientifique est de la forme $a \times 10^n$ avec $1 \leqslant a < 10$.

4. On a : $25 \text{ L} \times \left(1 + \frac{2}{100}\right) = \mathbf{25{,}5 \text{ L}}$.

Augmenter une valeur de a % revient à multiplier cette valeur par $\left(1 + \frac{a}{100}\right)$.

5. La série statistique est ordonnée et elle contient 11 valeurs. Sa médiane est la sixième valeur, soit **3,7**.

Exercice 2

1. Il y a 2 fanions rouges parmi 8. La probabilité de sortir un fanion rouge au premier tirage est 2 ÷ 8, soit **0,25**.

2. a) Avant le troisième tirage, il reste **2 fanions rouges, 1 fanion orange, 2 fanions violets et 1 fanion vert**.

b) Il y a **6 fanions** dans l'urne avant le troisième tirage.

c) Parmi les 6 fanions restants, 4 ne sont ni verts ni orange.

La probabilité de l'évènement A est $\frac{4}{6}$, soit $\mathbf{\frac{2}{3}}$.

Exercice 3

1. En réunissant les deux groupes initiaux, on obtient un ensemble de 10 adultes et de 10 enfants. Les deux groupes réunis paient en tout 52 800 F + 63 200 F, soit **116 000 F**.
Le budget de 120 000 F est suffisant.

2. Pour le groupe de 4 adultes et de 6 enfants, avec les tarifs proposés par le petit frère d'Émilie, il faudrait payer $4 \times 7\,000$ F + $6 \times 2\,500$ F soit un total de 43 000 F au lieu des 52 800 F. **Le petit frère d'Émilie se trompe.**

3. Le prix pour 10 adultes et 10 enfants est de 116 000 F.
Pour cette sortie, **un adulte accompagné d'un enfant paiera dix fois moins, soit 11 600 F.**

Exercice 4

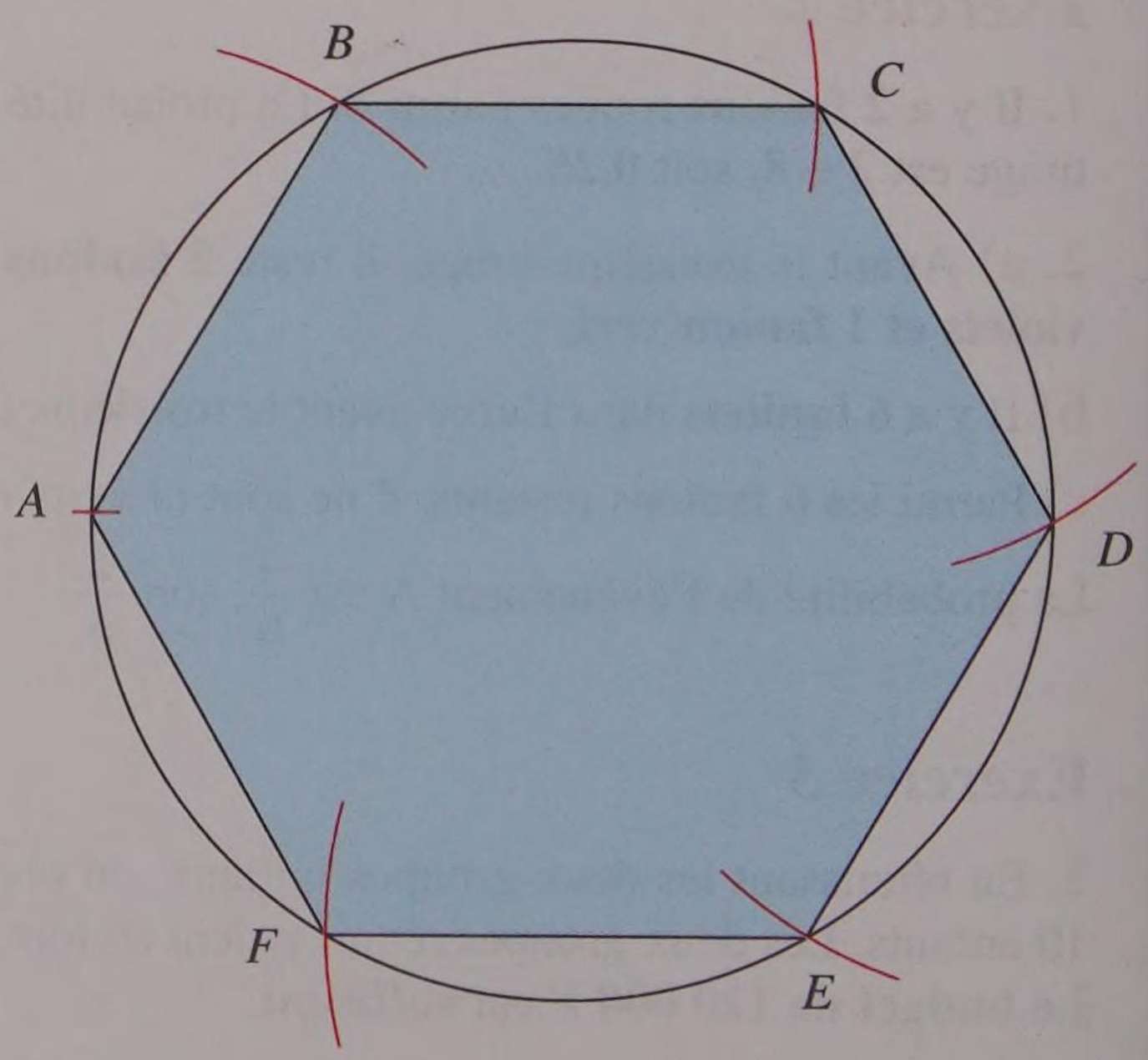
1. Dans le triangle HBT rectangle en T,
on a $\sin(\widehat{HBT}) = \dfrac{\text{côté opposé à } B}{\text{hypoténuse}} = \dfrac{HT}{BH}$, soit $\sin(10°) = \dfrac{1}{BH}$.
On a donc $\sin(10°) \times BH = 1$, d'où $BH = 1 \div \sin(10°)$.
La longueur BH, en mètres, de plage recouverte par la mer à marée haute est de **5,8 m** au dixième près.

2. Les droites (AB) et (LE) sont perpendiculaires à la même troisième droite (SE).
Si deux droites sont perpendiculaires à une même troisième droite, alors elles sont parallèles entre elles.
Les droites (AB) et (LE) sont parallèles.
Comme A est sur $[SL]$, on a $SA = SL - AL = 9 - 2{,}25 = 6{,}75$.
SEL est un triangle avec A sur $[SL]$, B sur $[BE]$ et (AB) parallèle à (LE).
D'après le théorème de Thalès, on a $\dfrac{SA}{SL} = \dfrac{SB}{SE} = \dfrac{AB}{LE}$, soit $\dfrac{6{,}75}{9} = \dfrac{AB}{2}$.
On a donc $0{,}75 \times 2 = AB$.

La longueur AB, en mètres, du niveau vertical actuel de la mer est de **1,5 m**.

Exercice 5

1. On trace un cercle de rayon 3 cm et on place un point A sur le cercle. À l'aide du compas, on place les points B, C, D, E et F tels que :
$AB = BC = CD = DE = EF = 3$ cm.



2. L'hexagone étant régulier, on a $\widehat{COD} = \widehat{DOE} = 60°$.
On a $\widehat{COE} = 2 \times 60°$, soit $\boldsymbol{\widehat{COE} = 120°}$.

Dans un polygone régulier à n côtés, deux sommets consécutifs sont vus du centre sous un angle de $\frac{360°}{n}$.

3. Dans le cercle, l'angle inscrit $\widehat{CAE}$ et l'angle au centre $\widehat{COE}$ interceptent le même arc de cercle $\overset{\frown}{EC}$.
Si dans un cercle un angle inscrit et un angle au centre interceptent le même arc, alors l'angle au centre mesure le double de l'angle inscrit.
On donc $\widehat{COE} = 2\ \widehat{CAE}$, soit $\widehat{CAE} = \widehat{COE} \div 2 = 120° \div 2 = 60°$.
L'angle $\widehat{CAE}$ mesure 60°.

4. On a aussi $\widehat{AOE} = 2 \times 60° = 120°$ et l'angle inscrit $\widehat{ACE}$ qui intercepte le même arc de cercle que l'angle au centre $\widehat{AOE}$.
On a donc $\widehat{ACE} = \widehat{AOE} \div 2 = 60°$.
Le triangle CAE possède deux angles de 60° en A et en C.
Si un triangle possède deux angles de 60°, alors il est équilatéral.
Le triangle CAE est équilatéral.

Exercice 6

1. On a $V = \frac{4 \times \pi \times 5^3}{3}$, soit environ 523,598.
Le volume d'une boule de rayon 5 m est **524 m³** à l'unité près.

2. a) La section entre le plan horizontal du sol et l'aquarium est **un disque de centre H.**

b) Dans le triangle OHR, on a $RO^2 = 5^2 = 25$ et $OH^2 + HR^2 = 3^2 + 4^2 = 25$.
On constate que $RO^2 = OH^2 + HR^2$.
D'après la réciproque du théorème de Pythagore, **le triangle OHR est rectangle en H.**

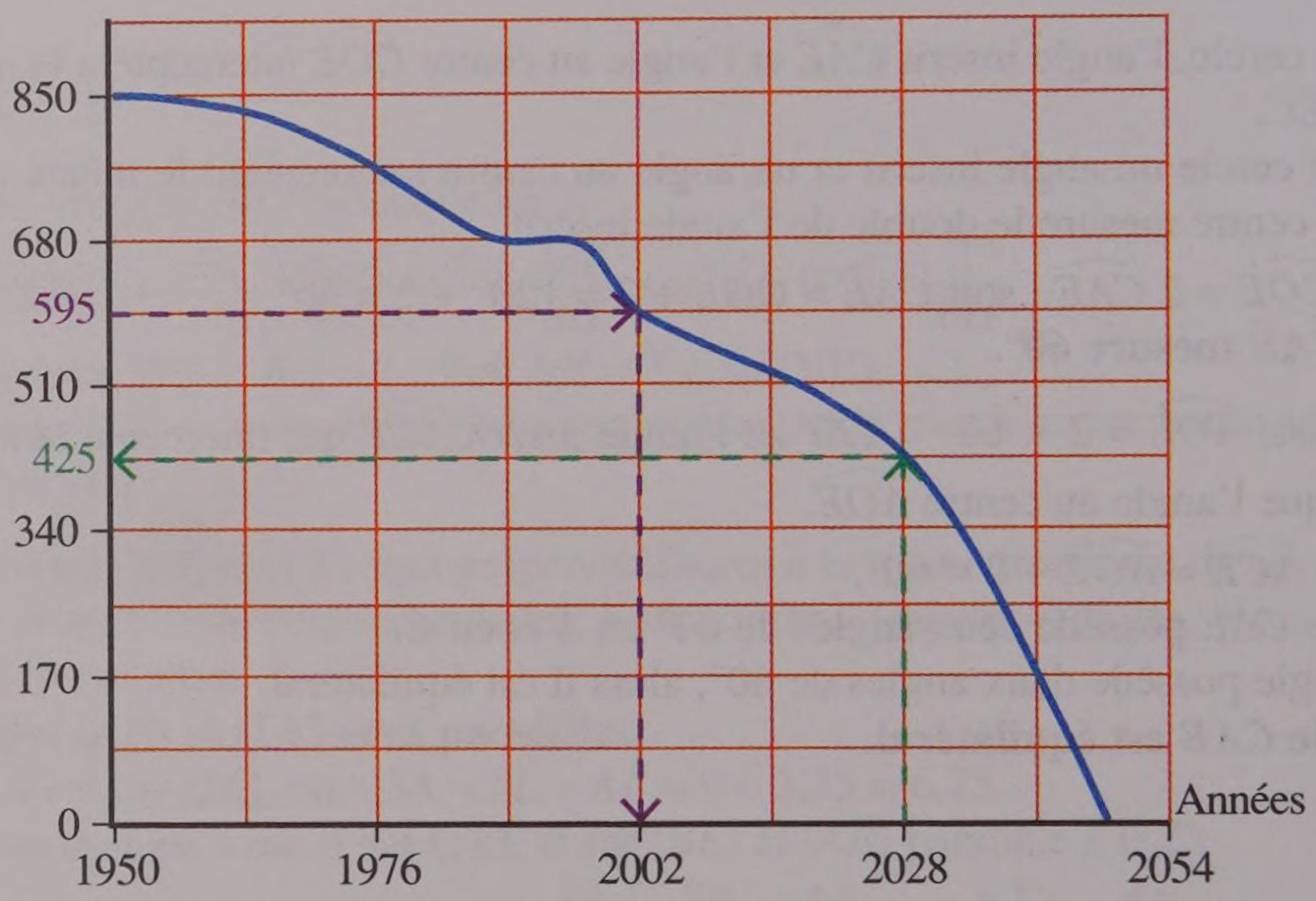
3. a) T est un point de la sphère, donc $[OT]$ est un rayon de la sphère et $OT = 5$.
Comme O est sur $[HT]$, on a $HT = HO + OT = 3 + 5 = 8$. Soit $\boldsymbol{HT = 8}$.
La hauteur HT de la partie visible de l'aquarium est de **8 m**.

b) Le volume de la calotte sphérique est :
$\boldsymbol{V = \frac{\pi \times 8^2}{3}}$ (15 – 8), soit 469,145 m³ à 0,001 près.
Or, 1 m³ correspond à 1 000 L.
Le volume de la calotte sphérique est 469 145 L à 1 près.

c) En 2 heures de fonctionnement, les pompes réunies injectent 14 000 litres d'eau de mer, soit 7 000 litres par heure.
On a 469 000 ÷ 7 000 = 67.
Les pompes auront rempli l'aquarium en 67 heures.

Exercice 7

1. Verticalement, deux carreaux correspondent à 170 unités, donc un carreau correspond à 85 unités.
Horizontalement, deux carreaux correspondent à 26 ans, donc un carreau correspond à 13 ans.



a) Graphiquement, il restera **425 espèces** de poissons en 2028.

b) Il restait 595 espèces de poissons **en 2002**.

c) On prévoit la disparition de toutes les espèces de poissons de **pêche en 2048**.

2. On utilise l'algorithme d'Euclide.

a	b	r
154	105	49
105	49	7
49	7	0

$154 \div 105 \approx 1{,}5$ $\quad r = 154 - 1 \times 105 = 49$
$105 \div 49 \approx 2{,}1$ $\quad r = 105 - 2 \times 49 = 7$
$49 \div 7 = 7$ $\quad r = 49 - 7 \times 7 = 0$

Le PGCD de 154 et de 105 vaut 7.

a) Pour avoir des bassins de même contenu, le nombre de bassin doit diviser 154, 105 et 126. Or, on sait déjà que 7 est le PGCD de 154 et de 105. De plus, 7 divise aussi 126 car $126 = 7 \times 18$.
Au maximum, on peut réaliser **7 bassins** ayant le même contenu.

b) On a $154 \div 7 = 22$, $105 \div 7 = 15$ et $126 \div 7 = 18$.
Il y aura alors **22 poissons de type A, 15 de type B et 18 de type C** par bassin.

NOVEMBRE 2012

Amérique du Sud

SUJET 2

CONSEIL

Toutes les réponses doivent être justifiées, sauf si une indication contraire est donnée.

EXERCICE 1

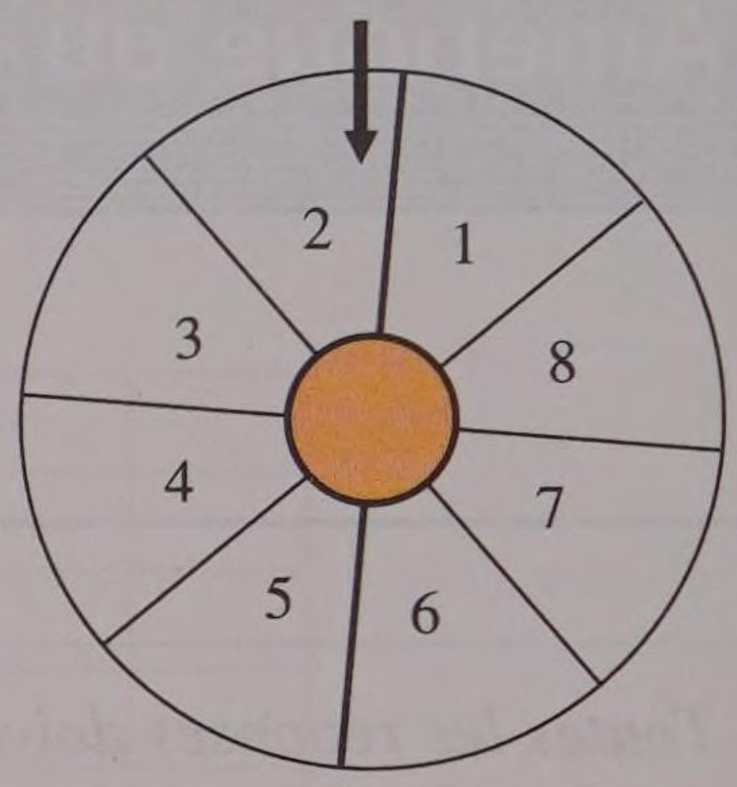
Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM). Pour chaque question, une seule réponse est exacte. Une réponse correcte rapporte 1 point. L'absence de réponse ou une réponse fausse ne retire aucun point.
Aucune justification n'est demandée.
Indiquer sur la copie le numéro de la question et recopier la réponse exacte.

	Question posée	Réponses proposées		
1.	Quelle est l'expression développée de $(3x + 5)^2$?	$9x^2 + 15x + 25$	$9x^2 + 25$	$9x^2 + 30x + 25$
2.	Quelle est l'expression factorisée de $16x^2 - 49$?	$(4x - 7)^2$	$(4x + 7)(4x - 7)$	$(16x + 7)(16x - 7)$
3.	Quelle est la valeur exacte de $\frac{\sqrt{48}}{2}$?	$\sqrt{24}$	3,64	$2\sqrt{3}$
4.	La fonction f : $x \mapsto 5 - 4x$ est :	linéaire	affine	ni linéaire, ni affine
5.	L'écriture scientifique de 65 100 000 est :	$6{,}51 \times 10^7$	651×10^5	$6{,}51 \times 10^{-7}$

Corrigé page 31

EXERCICE 2

Pour gagner le gros lot dans une fête foraine, il faut d'abord tirer une boule rouge dans une urne, puis obtenir un multiple de trois en tournant une roue.



1. L'urne contient 6 boules vertes, 5 boules blanches et des boules rouges.
Le responsable annonce « 50 % de chances de tirer une boule rouge ».
Combien y a-t-il de boules rouges dans l'urne ?

2. On fait maintenant tourner la roue séparée en 8 secteurs numérotés de 1 à 8 comme indiqué ci-contre.
Quelle est la probabilité d'obtenir un multiple de 3 ?

3. Pierre décide de participer au jeu.
Quelle est la probabilité qu'il gagne le gros lot ?

Corrigé page 31

EXERCICE 3

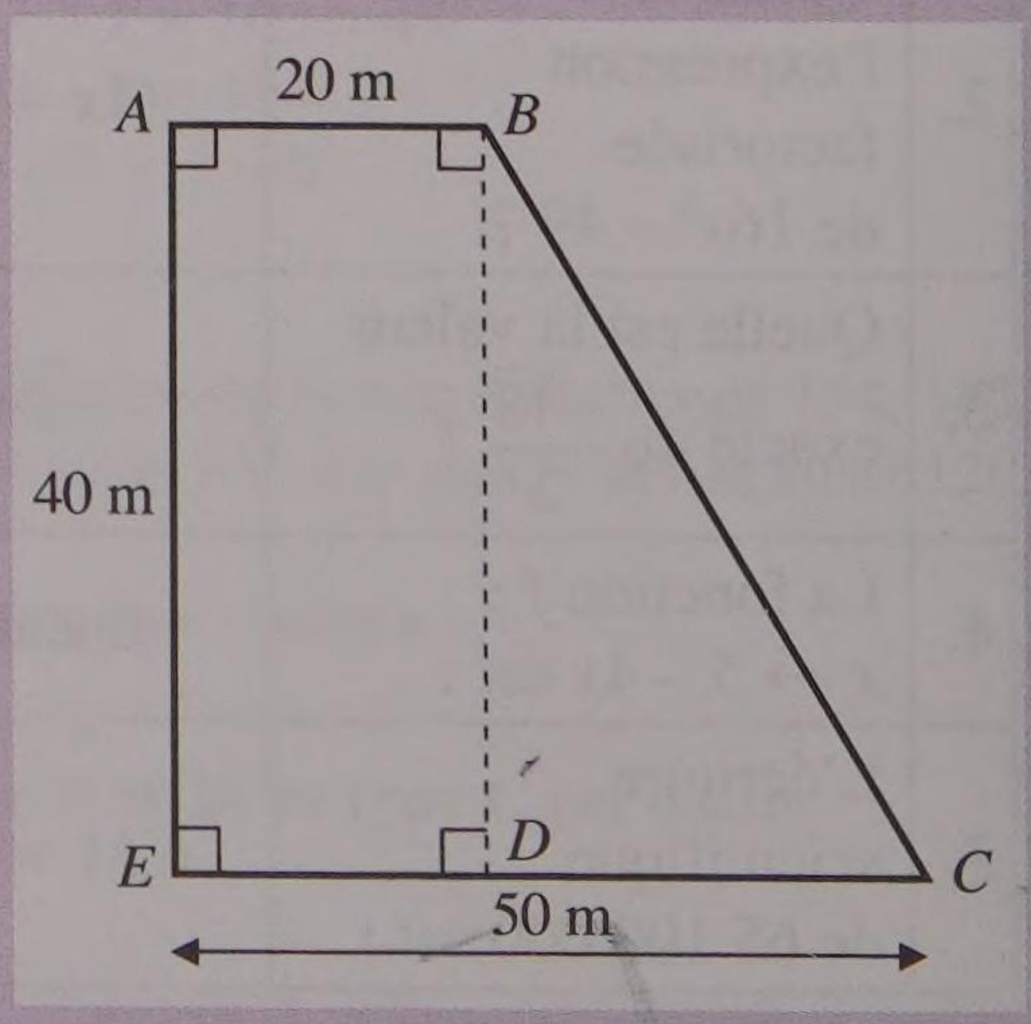
1. Les nombres 555 et 240 sont-ils premiers entre eux ? Justifier.

2. Écrire la fraction $\frac{240}{555}$ sous la forme la plus simple possible. Expliquer la démarche.

Corrigé page 32

EXERCICE 4

Pierre vient d'acheter un terrain dont on peut assimiler la forme à la figure ci-contre.
Il souhaite mettre du gazon sur tout le terrain. Pour cela il veut acheter un produit qui se présente en sac de 15 kg où il est écrit « 1 kg pour 35 m² ».



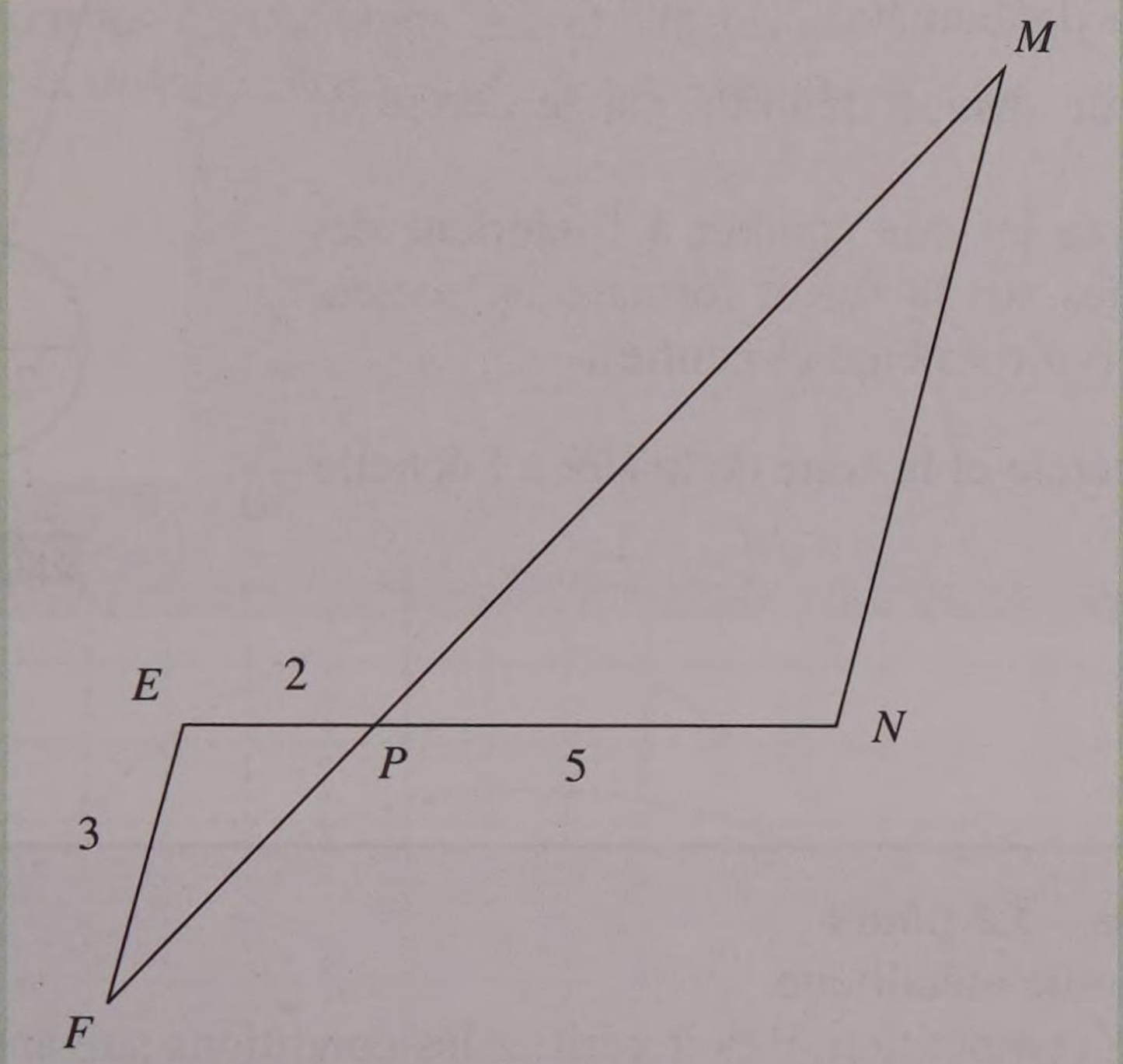
1. Combien de sacs de gazon devra-t-il acheter ?

2. De plus, il voudrait grillager le contour de son terrain. Il dispose de 150 m de grillage, est-ce suffisant ? Justifier.

Corrigé page 32

EXERCICE 5

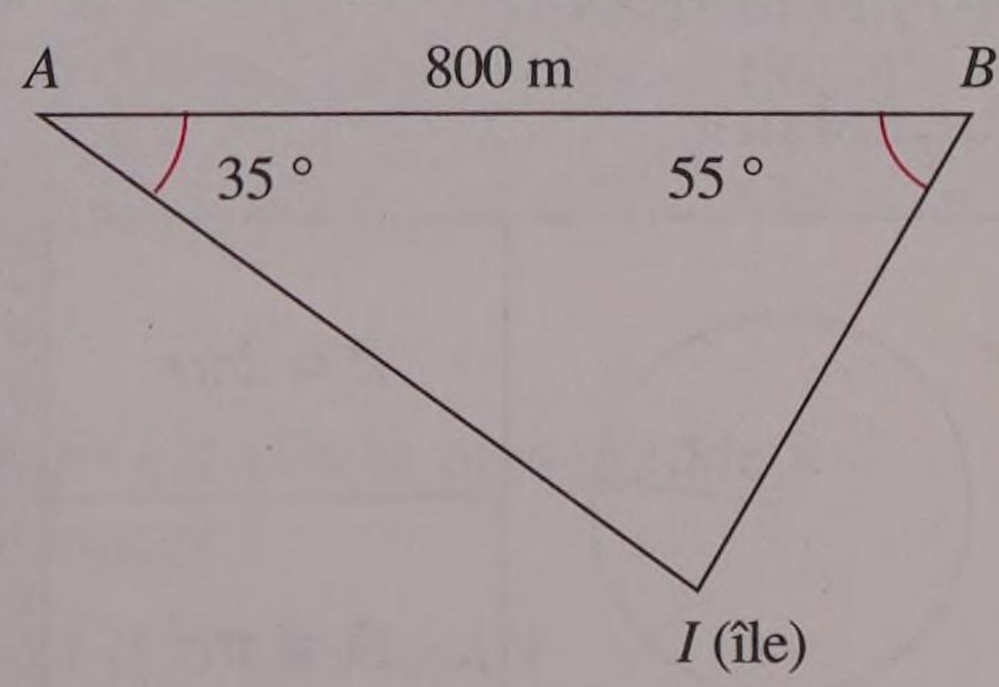
On considère la figure ci-dessous où les droites (EF) et (MN) sont parallèles, les droites (EN) et (FM) sont sécantes en P.
Déterminer la longueur MN.



Corrigé page 32

EXERCICE 6

Deux bateaux sont au large d'une île et souhaitent la rejoindre pour y passer la nuit. On peut schématiser leurs positions A et B comme indiquées ci-contre.
Ils constatent qu'ils sont séparés de 800 m, et chacun voit l'île sous un angle différent.
Déterminer, au mètre près, la distance qui sépare chaque bateau de l'île.



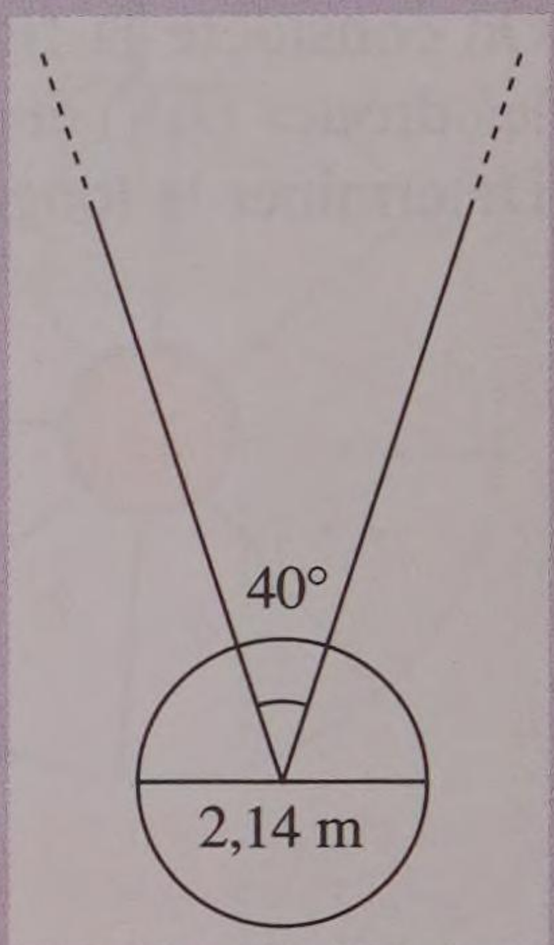
Corrigé page 33

EXERCICE 7

Le lancer de poids – Le cercle de lancer

Cette discipline sportive consiste à lancer un poids réglementaire, à partir d'un cercle, le plus loin possible.
Pour effectuer son lancer, l'athlète doit prendre son élan dans un cercle de diamètre 2,14 m.

1. Calculer l'aire du disque délimité par le cercle de lancer.
Pour être valable, le jet doit tomber à l'intérieur des deux lignes inscrites sur le sol et formant un secteur d'un angle de 40° (voir schéma ci-contre).



2. Représenter le cercle et la zone de lancer à l'échelle $\frac{1}{50}$.

Corrigé page 33

EXERCICE 8

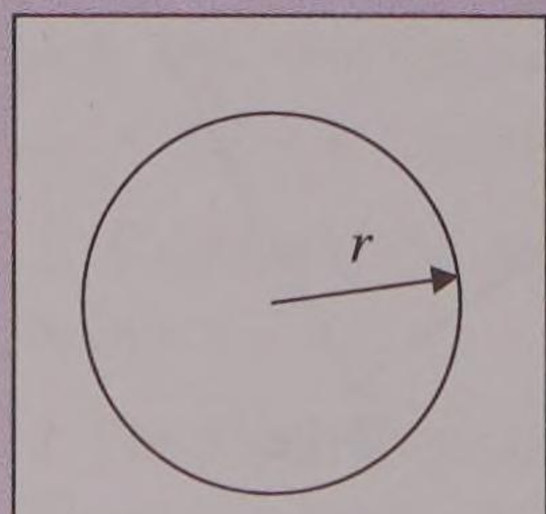
Le lancer de poids – Le poids

Le poids est une boule métallique.
Pour être utilisé en compétition, il doit vérifier les conditions suivantes :

Poids	Homme	Femme
Diamètre	de 110 mm à 130 mm	de 95 mm à 110 mm
Masse	de 7,26 kg à 7,285 kg	de 4 kg à 4,025 kg

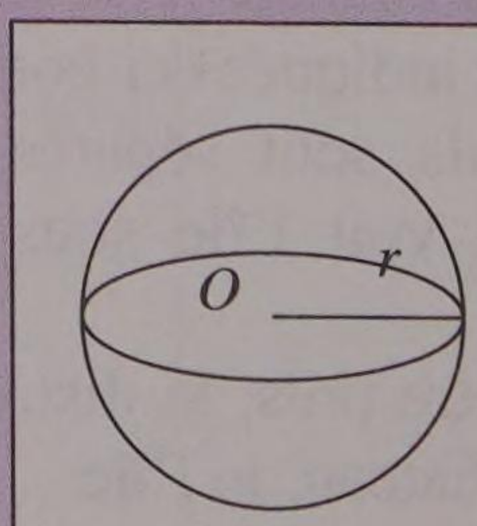
Un poids de diamètre 12 cm est composé d'un métal ayant une masse volumique de 8 g/cm^3.
Ce poids vérifie-t-il les conditions nécessaires pour être utilisé en compétition ?
Justifier la réponse.

Formulaire



$P = 2\pi r$

$A = \pi r^2$



$A = 4\pi r^2$

$V = \frac{4}{3}\pi r^3$

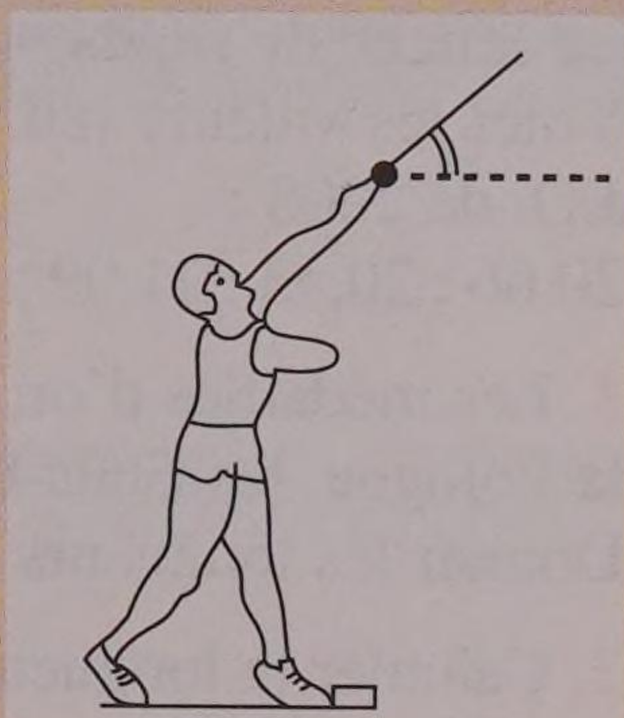
Corrigé page 33

EXERCICE 9

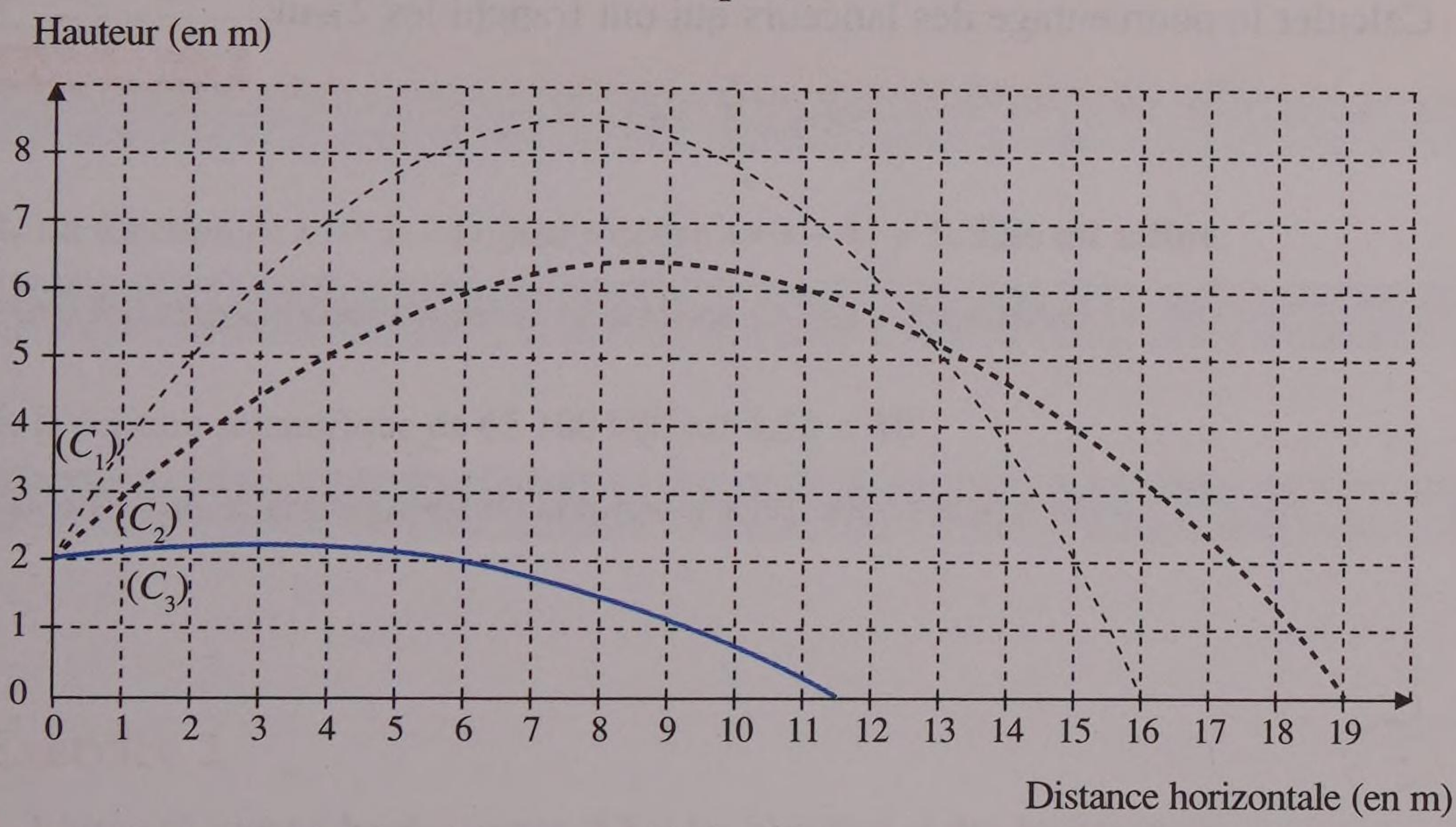
Le lancer de poids – Trajectoires

Pour une même impulsion, la longueur du jet du poids varie en fonction de l'angle de lancer (voir schéma ci-contre).

Les trois courbes représentent la hauteur (en m) en fonction de la distance horizontale (en m) parcourue par le poids.



Repère



Les courbes (C_1), (C_2) et (C_3) correspondent à des angles de lancer respectifs de 60°, 40° et 10°.

En utilisant ces courbes répondre aux questions suivantes :

1. À quelle hauteur le poids est-il lâché ?

2. Pour quel angle de lancer, la longueur du jet est-elle la plus grande ? Quelle est alors la distance obtenue pour ce lancer ?

3. Pour quel angle de lancer, le poids monte-t-il le plus haut ? Quelle est alors la hauteur maximum atteinte par le poids ?

Corrigé page 34

EXERCICE 10

Le lancer de poids – Performances

Voici les valeurs (en m) des lancers réalisés par les 11 finalistes qualifiés aux J.O. de 2008 :

20,06 ; 20,53 ; 21,09 ; 19,67 ; 20,98 ; 20,42 ; 21,51 ; 21,04 ; 20,41 ; 20,63 ; 21,05.

1. Les médailles d'or, d'argent et de bronze ont été obtenues respectivement par la Pologne, les États-Unis et la Biélorussie.
Donner les longueurs de lancer de leurs athlètes.

2. Calculer la longueur de lancer moyenne de cette finale.

3. L'Ukrainien Yurly Bilonoh a réussi le lancer médian de cette finale.
Quelle a été la longueur de son lancer ?

4. Calculer le pourcentage des lancers qui ont franchi les 21 m.

Corrigé page 34

Corrigés

Exercice 1

1. $(3x + 5)^2 = (3x)^2 + 2 \times 3x \times 5 + 5^2 = \mathbf{9x^2 + 30x + 25}$.

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

2. $16x^2 - 49 = (4x)^2 - 7^2 = \mathbf{(4x + 7)(4x - 7)}$.

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

3. $\dfrac{\sqrt{48}}{2} = \dfrac{\sqrt{4^2 \times 3}}{2} = \dfrac{4\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$.

$$\sqrt{a^2 \times b} = a\sqrt{b}$$

4. La fonction $f : x \mapsto 5 - 4x$ peut s'écrire $x \mapsto -4x + 5$. **Elle est affine.**

Une fonction qui peut s'écrire sous la forme $x \mapsto ax + b$ est affine.

5. L'écriture scientifique de 65 100 000 est $\mathbf{6{,}51 \times 10^7}$.

Une écriture scientifique est de la forme $a \times 10^n$ avec $1 \leqslant a < 10$.

Exercice 2

1. L'urne contient 6 boules vertes, 5 boules blanches et des boules rouges.
Comme le responsable annonce « 50 % de chances de tirer une boule rouge », il y a autant de boules rouges que de boules non rouges. Or, 6 + 5 = 11, donc il y a 11 boules vertes ou blanches et aussi **11 boules rouges**.

2. Deux secteurs sur les huit ont un numéro multiple de 3 (le 3 et le 6).

La probabilité d'obtenir un multiple de 3 est $\dfrac{2}{8}$, soit $\mathbf{\dfrac{1}{4}}$.

3. Pour gagner le gros lot, Pierre doit d'abord tirer une boule rouge dans l'urne (probabilité $\dfrac{1}{2}$), puis obtenir un multiple de trois en tournant la roue (probabilité $\dfrac{1}{4}$).
La probabilité que Pierre gagne le gros lot est $\dfrac{1}{2} \times \dfrac{1}{4}$, soit $\mathbf{\dfrac{1}{8}}$.

Exercice 3

1. Les nombres 555 et 240 sont des multiples de 5, donc leur PGCD vaut au moins 5.
555 et 240 ne sont pas premiers entre eux.

Deux entiers naturels sont premiers entre eux si leur PGCD vaut 1.

2. Pour simplifier la fraction $\frac{240}{555}$, on cherche le PGCD de 240 et de 555 à l'aide de l'algorithme d'Euclide et on simplifie la fraction avec ce PGCD.

a	b	r
555	240	75
240	75	15
75	15	0

Le PGCD de 240 et de 555 vaut 15.

$\frac{240}{555} = \frac{15}{15} \times \frac{16}{37} = \mathbf{\frac{16}{37}}$.

Exercice 4

1. L'aire du trapèze $ABCE$ est $\frac{(20 + 50) \times 40}{2}$, soit 1 400 m².
1 400 ÷ 35 = 40 : il faut 40 kg de gazon.
40 ÷ 15 ≈ 2,67 : **Pierre doit acheter 3 sacs de gazon.**

L'aire d'un trapèze de bases b et B et de hauteur h est $\frac{(b + B)h}{2}$.

On peut aussi calculer l'aire du trapèze en ajoutant celle du rectangle $ABDE$ et celle du triangle BCD.

2. Comme D est sur $[EC]$, on a $DC = EC - ED = 50 - 20 = 30$.
BCD est un triangle rectangle en D.
D'après le théorème de Pythagore, on a $BC^2 = BD^2 + DC^2$, soit $BC^2 = 40^2 + 30^2$.
On fait $BC = \sqrt{2\,500}$ car BC est une longueur. On a $BC = 50$.
Le périmètre est $AB + BC + CE + EA$, soit 20 + 50 + 50 + 40 ou encore 160. **150 m de grillage sont insuffisants pour clôturer le terrain.**

Exercice 5

EFP est un triangle avec M sur (PF), N sur (PE) et (EF) et (MN) parallèles.
D'après le théorème de Thalès, on a $\frac{PM}{PF} = \frac{PN}{PE} = \frac{MN}{FE}$, soit $\frac{5}{2} = \frac{MN}{3}$.
On fait $\frac{5}{2} \times 3 = MN$. On obtient $\boldsymbol{MN = 7{,}5}$.

Exercice 6

On a $35° + 55° = 90°$. Le triangle ABI possède donc deux angles aigus complémentaires.
Si un triangle possède deux angles aigus complémentaires, alors il est rectangle.
Le triangle AIB est rectangle en I.

On a $\cos(\widehat{BAI}) = \dfrac{\text{côté adjacent à } A}{\text{hypoténuse}} = \dfrac{AI}{AB}$, soit $\cos(35°) = \dfrac{AI}{800}$.

On a donc $\cos(35°) \times 800 = AI$, soit $\boldsymbol{AI = 655}$ **m** à 1 m près.

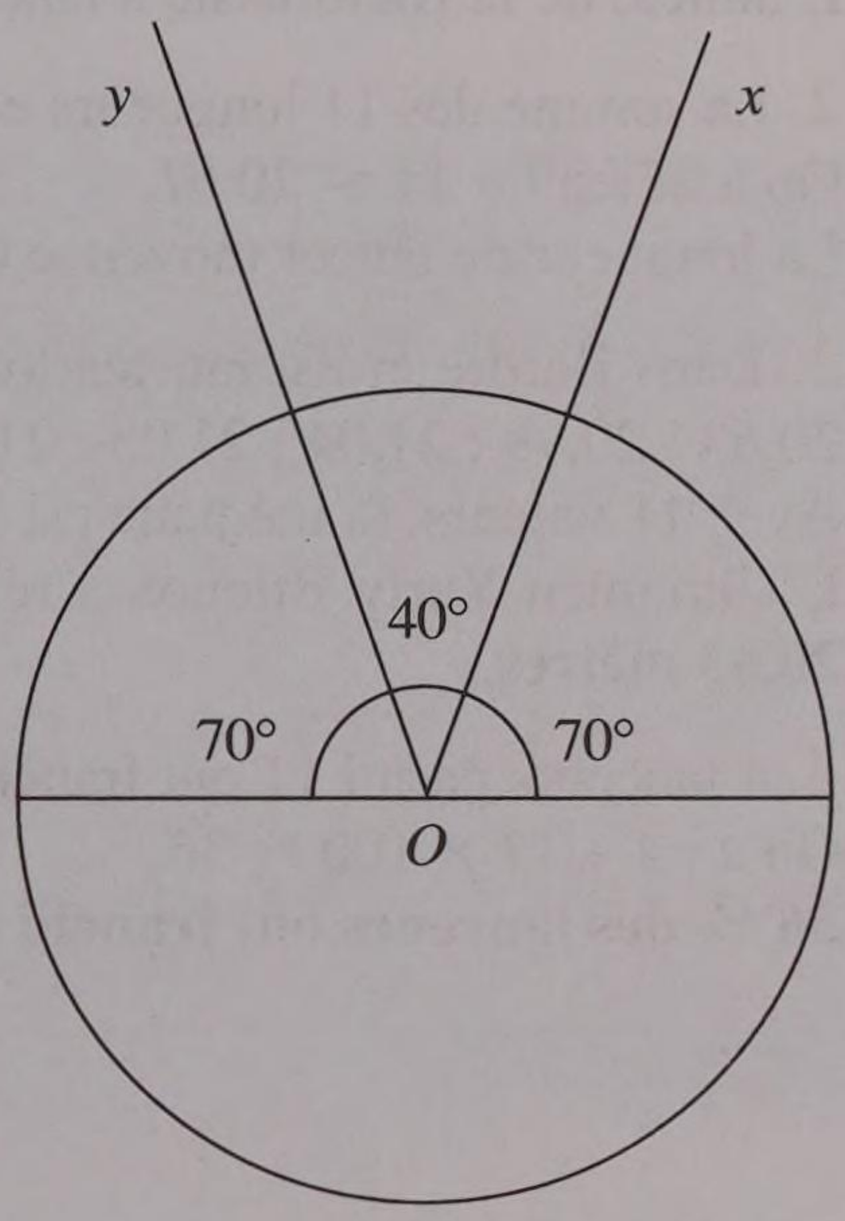
On a $\cos(\widehat{ABI}) = \dfrac{\text{côté adjacent à } B}{\text{hypoténuse}} = \dfrac{BI}{AB}$, soit $\cos(55°) = \dfrac{BI}{800}$.

On a donc $\cos(55°) \times 800 = BI$, soit $\boldsymbol{BI = 459}$ **m** à 1 m près.

Exercice 7

1. Le diamètre du cercle de lancer mesure 2,14 m, donc le rayon mesure 2,14 m ÷ 2, soit 1,07 m.
L'aire du disque délimité par le cercle de lancer est $\pi r^2 = \pi \times 1{,}07^2$, soit environ **3,597 m²**.

2. À l'échelle $\dfrac{1}{50}$, le rayon mesure 1,07 m ÷ 50, soit 0,0214 m ou 2,14 cm.
On trace un cercle de centre O et de rayon 2,14 cm, puis un diamètre de ce cercle.
On trace ensuite deux demi-droites $[Ox)$ et $[Oy)$ du même côté du diamètre et qui font avec ce diamètre chacune un angle de $(180° - 40°) \div 2$, soit 70°.



Exercice 8

Un poids de diamètre 12 cm a pour rayon 6 cm.

Son volume est $\dfrac{4}{3}\pi r^3$, soit $\dfrac{4}{3} \times \pi \times 6^3$ cm³.

Ayant une masse volumique de 8 g/cm³, sa masse est $\dfrac{4}{3} \times \pi \times 6^3 \times 8$ g, soit environ 7 238 g ou 7,238 kg.

Ce poids ne vérifie pas les conditions nécessaires (celle de masse comprise entre 7,26 kg à 7,285 kg) **pour être utilisé en compétition.**

Exercice 9

1. Le poids est lâché à **2 mètres** de haut.

2. Pour un angle de lancer de **40°** (courbe C_2), la longueur du jet est la plus grande.
La distance obtenue pour ce lancer est de **19 mètres**.

3. Pour un angle de lancer de **60°** (courbe C_1), le poids monte le plus haut.
La hauteur maximum atteinte par le poids est de **8,5 mètres**.

Exercice 10

1. Les trois plus grandes longueurs sont 21,51, 21,09 et 21,05.
L'athlète de la Pologne a lancé le poids à **21,51 mètres**.
L'athlète des États-Unis a lancé le poids à **21,09 mètres**.
L'athlète de la Biélorussie a lancé le poids à **21,05 mètres**.

2. La somme des 11 longueurs est 227,39 mètres.
On a $227{,}39 \div 11 \approx 20{,}67$.
La longueur de lancer moyenne de cette finale est **20,67 mètres**.

3. Dans l'ordre croissant, les longueurs sont : 19,67 ; 20,06 ; 20,41 ; 20,42 ; 20,53 ; 20,63 ; 20,98 ; 21,04 ; 21,05 ; 21,09 ; 21,51.
Avec 11 valeurs, la médiane est la sixième valeur de la série ordonnée.
L'Ukrainien Yurly Bilonoh a réussi le lancer médian de cette finale soit un lancer de **20,63 mètres**.

4. 4 lanceurs parmi 11 ont franchi les 21 m.
On a : $4 \div 11 \times 100 \approx 36$.
36 % des lanceurs ont franchi les 21 m.

SUJET 3

France métropolitaine – Antilles – Guyane

CONSEIL

Toutes les réponses doivent être justifiées, sauf si une indication contraire est donnée.

EXERCICE 1

Voici les réponses proposées par un élève à un exercice.
Pour chacune de ces réponses, expliquer pourquoi elle est exacte ou inexacte.

1. $2 + \frac{4}{3} = \frac{6}{3}$

2. $\sqrt{16} + \sqrt{9} = 5$

3. Le PGCD de 52 et 39 est 13.

4. Pour $b = \frac{1}{2}$, $4b^2 + 1 = 2$

5. Vrai ou faux ? Pour toute valeur de b, $4b^2 + 1 = 2$ .Vrai

Corrigé page 41

EXERCICE 2

Un cybercafé est ouvert depuis une semaine.
Dans ce cybercafé, on peut choisir entre deux moteurs de recherche : Youpi et Hourra. Le tableau ci-dessous donne les moteurs de recherche utilisés par les 992 premiers utilisateurs lors de la semaine d'ouverture.

Nombre d'utilisateurs	Moteur Youpi	Moteur Hourra
992	789	203

La probabilité pour qu'un utilisateur pris au hasard dans ce cybercafé choisisse le moteur Youpi est-elle proche de 0,4 ; de 0,6 ou de 0,8 ?

Corrigé page 41

EXERCICE 3

La copie d'écran ci-dessous montre le travail qu'a effectué Camille à l'aide d'un tableur à propos des fonctions g et h définies par :
$g(x) = 5x^2 + x - 7$ et $h(x) = 2x - 7$.
Elle a recopié vers la droite les formules qu'elle avait saisies dans les cellules B2 et B3.

B2			= 5*B1*B1+B1-7			
	A	**B**	**C**	**D**	**E**	**F**
1	x	-2	-1	0	1	2
2	$g(x)= 5x^2 + x - 7$	11	-3	-7	-1	15
3	$h(x) = 2x - 7$	-11	-9	-7	-5	-3

1. Donner un nombre qui a pour image -1 par la fonction g.

2. Écrire les calculs montrant que : $g(-2) = 11$.

3. Quelle formule Camille a-t-elle saisie dans la cellule B3 ?

4. a) Déduire du tableau une solution de l'équation $5x^2 + x - 7 = 2x - 7$.

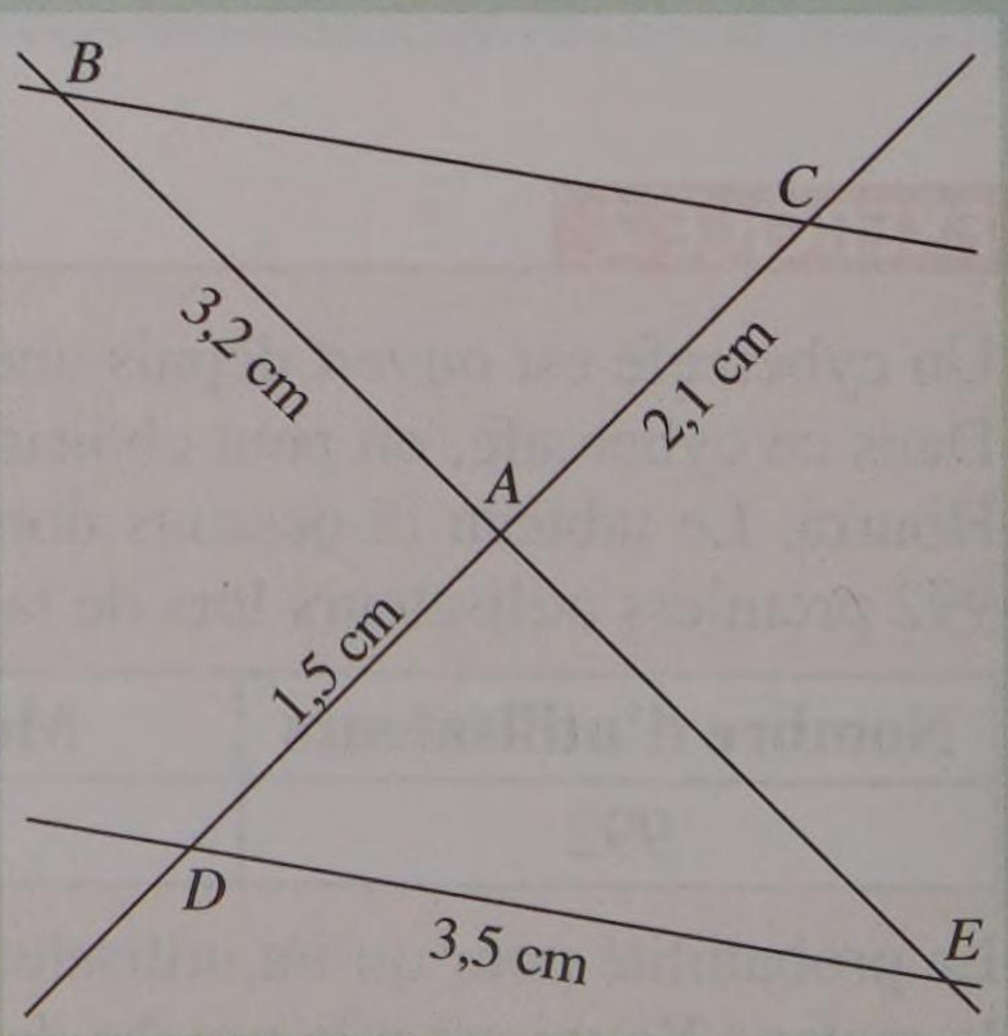
b) Cette équation a-t-elle une autre solution que celle trouvée grâce au tableur ?

Corrigé page 41

EXERCICE 4

Dans la figure ci-contre, **qui n'est pas à l'échelle**, on sait que :
- (BC) // (DE) ;
- B, A et E sont alignés ;
- C, A et D sont alignés.

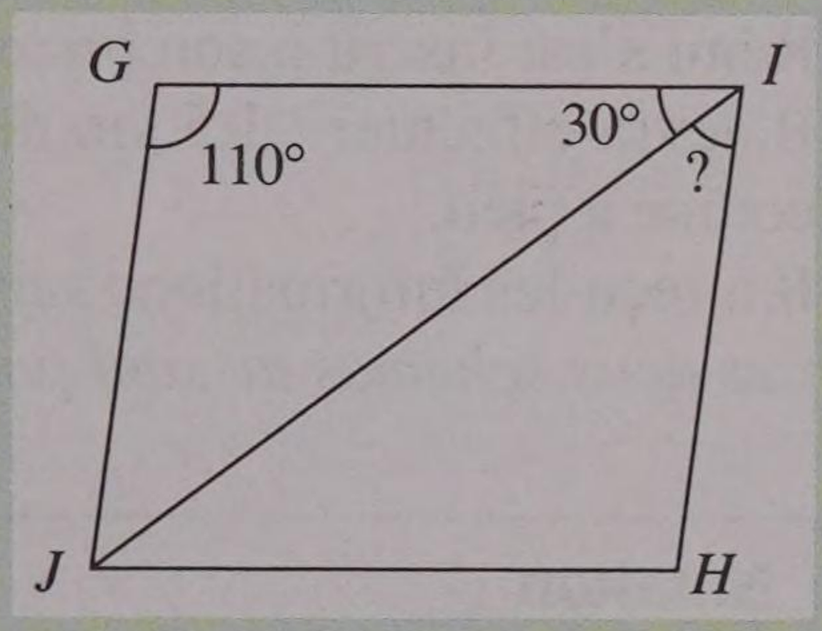
Démontrer que la longueur du segment $[BC]$ est 4,9 cm.



Corrigé page 42

EXERCICE 5

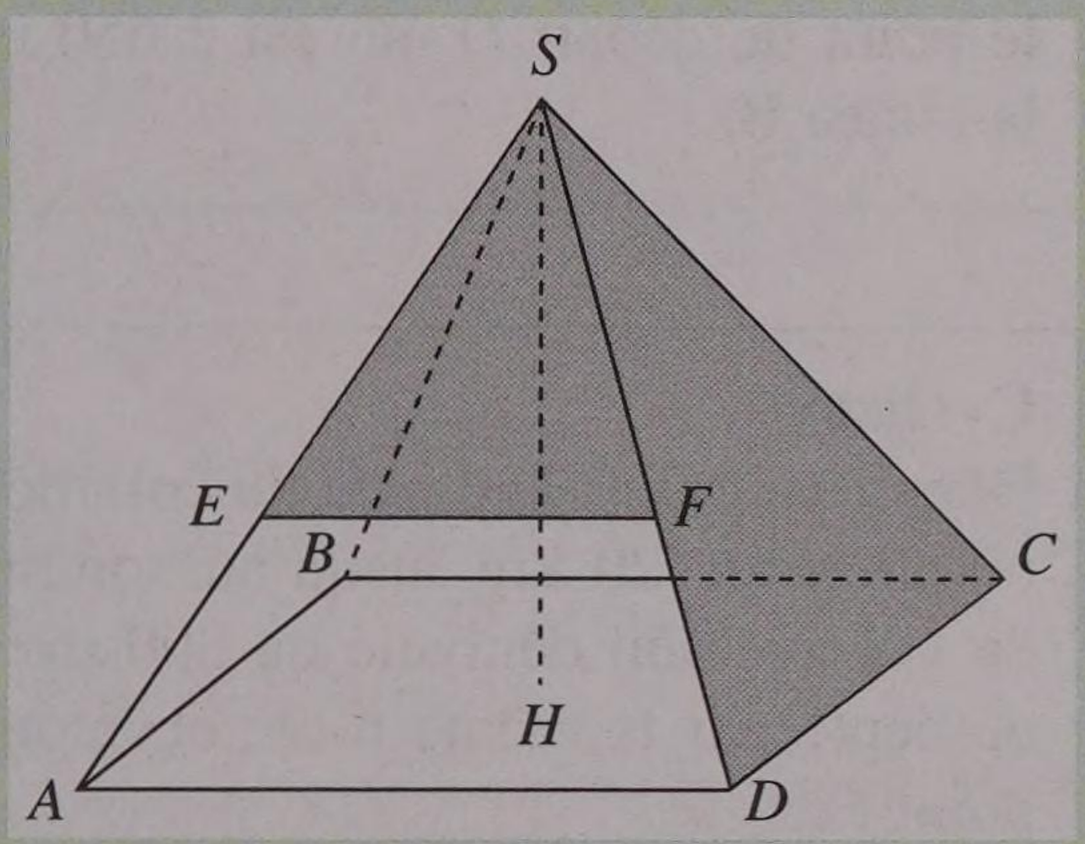
JGIH est un parallélogramme,
$\widehat{JGI} = 110°$ et $\widehat{GIJ} = 30°$.
Calculer la mesure de l'angle $\widehat{JIH}$.



Corrigé page 42

EXERCICE 6

On veut réaliser un tipi qui aura la forme d'une pyramide ayant pour base un rectangle *ABCD* de centre *H* et pour hauteur [*SH*] (voir le schéma ci-contre).
Le tipi aura les dimensions suivantes :
AD = 1,60 m, *CD* = 1,20 m
et *SH* = 2,40 m.



1. Calculer le volume *V* de cette pyramide, en m^3.

On rappelle que $V = \dfrac{B \times h}{3}$ où *h* désigne la hauteur et *B* l'aire de la base.

2. Calculer la longueur *BD*.

3. L'armature du tipi, constituée du cadre rectangulaire *ABCD* et des quatre arêtes latérales issues de *S*, est faite de baguettes de bambou.
Dans cette question on n'attend pas de démonstration rédigée. Citer une propriété et présenter clairement un calcul suffit.

a) Montrer que : *SD* = 2,60 m.

b) On ajoute à l'armature une baguette [*EF*] comme indiqué sur le dessin de sorte que (*EF*) soit parallèle à (*AD*) et *SF* = 1,95 m.
Calculer *EF*.

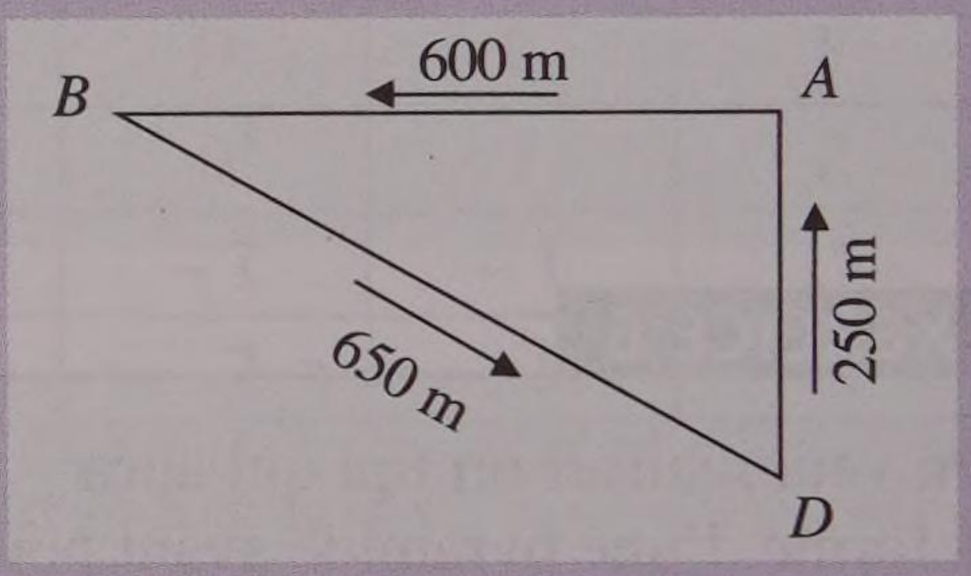
4. On a trouvé dans un magasin des tiges de bambou de 3 m. Une tige peut être coupée pour obtenir deux baguettes mais une baguette ne peut pas être fabriquée par collage de deux morceaux de bambou.
Combien faut-il acheter de tiges de bambou, au minimum, pour réaliser les neuf baguettes de l'armature du tipi ?

Corrigé page 43

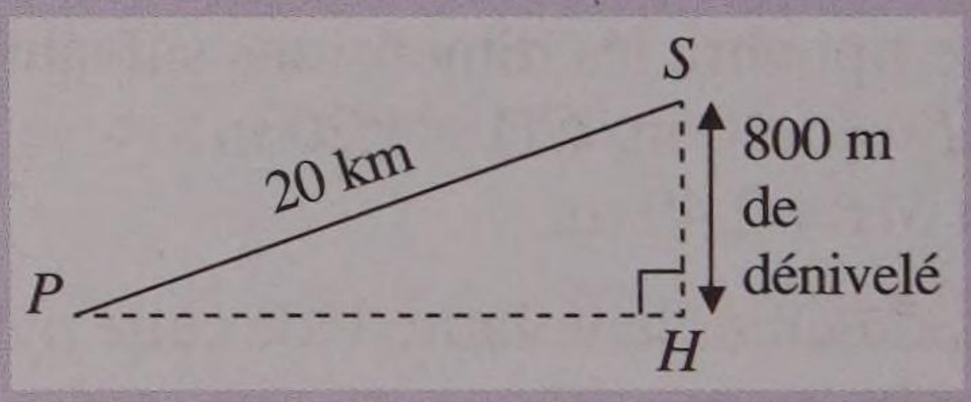
EXERCICE 7

Rémi s'est inscrit à son premier triathlon « distance olympique ».
Il devra effectuer : 1,5 km de natation, puis 40 km de cyclisme, puis 10 km de course à pied.
Il a reçu les informations suivantes.
Les deux schémas ne sont pas à l'échelle.

Natation
Partir du point *D*, rejoindre la bouée *A* à 250 m du départ, la contourner à 90° sur la gauche, aller jusqu'à la bouée *B*, la contourner encore à gauche et rejoindre le point de départ *D* qui est à 650 m de la bouée B.



Cyclisme
Départ au point *P* au pied du col, montée régulière de 20 km jusqu'au sommet *S* du col avec un dénivelé de 800 m, puis descente par la même route et retour au point *P*.



Course à pied
Circuit de 5 km à parcourir 2 fois.

Préparation du triathlon

1. Partie natation
Rémi prévoit de parcourir 1 km toutes les 20 minutes. Expliquer pourquoi, s'il nage régulièrement, il devrait mettre 30 minutes pour la partie natation.

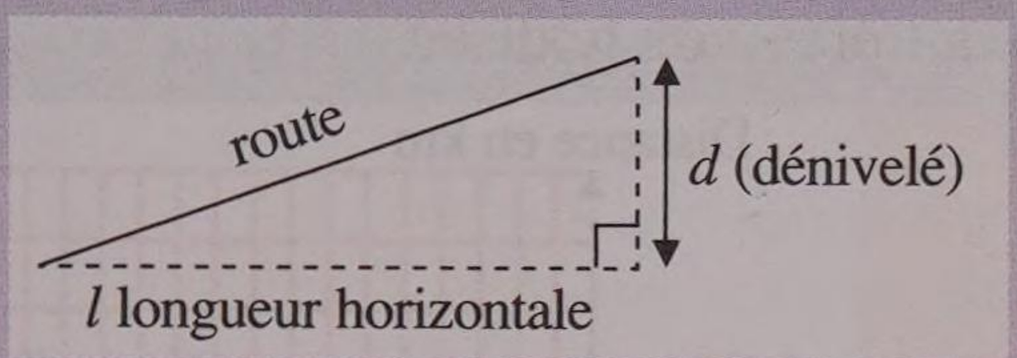
2. Partie cyclisme

a) Vérifier par un calcul que la valeur arrondie au mètre près de *PH* est 19 984 mètres.

b) Rémi sait qu'avec une telle pente il peut prévoir 1 h 30 min pour cette partie du triathlon.

La pente moyenne p d'une route est un pourcentage qui se calcule de la façon suivante :

$p = \frac{d}{l} \times 100$ où d et l sont exprimées dans la même unité.



Calculer la pente moyenne du col que doit escalader Rémi.

3. Partie course à pied

Pour la dernière partie de son triathlon, Rémi prévoit de mettre 20 minutes pour chacun des deux tours du circuit de 5 km.

Déterminer en km/h sa vitesse moyenne pour la course à pied s'il respecte ses prévisions.

4. Totalité du triathlon

Remplir le tableau récapitulatif ci-dessous (*les temps seront donnés en heures et minutes*).

Épreuves	Natation	Cyclisme	Course à pied	Total du triathlon
Temps prévus		1 h 30 min		

Corrigé page 43

EXERCICE 8

Après le triathlon

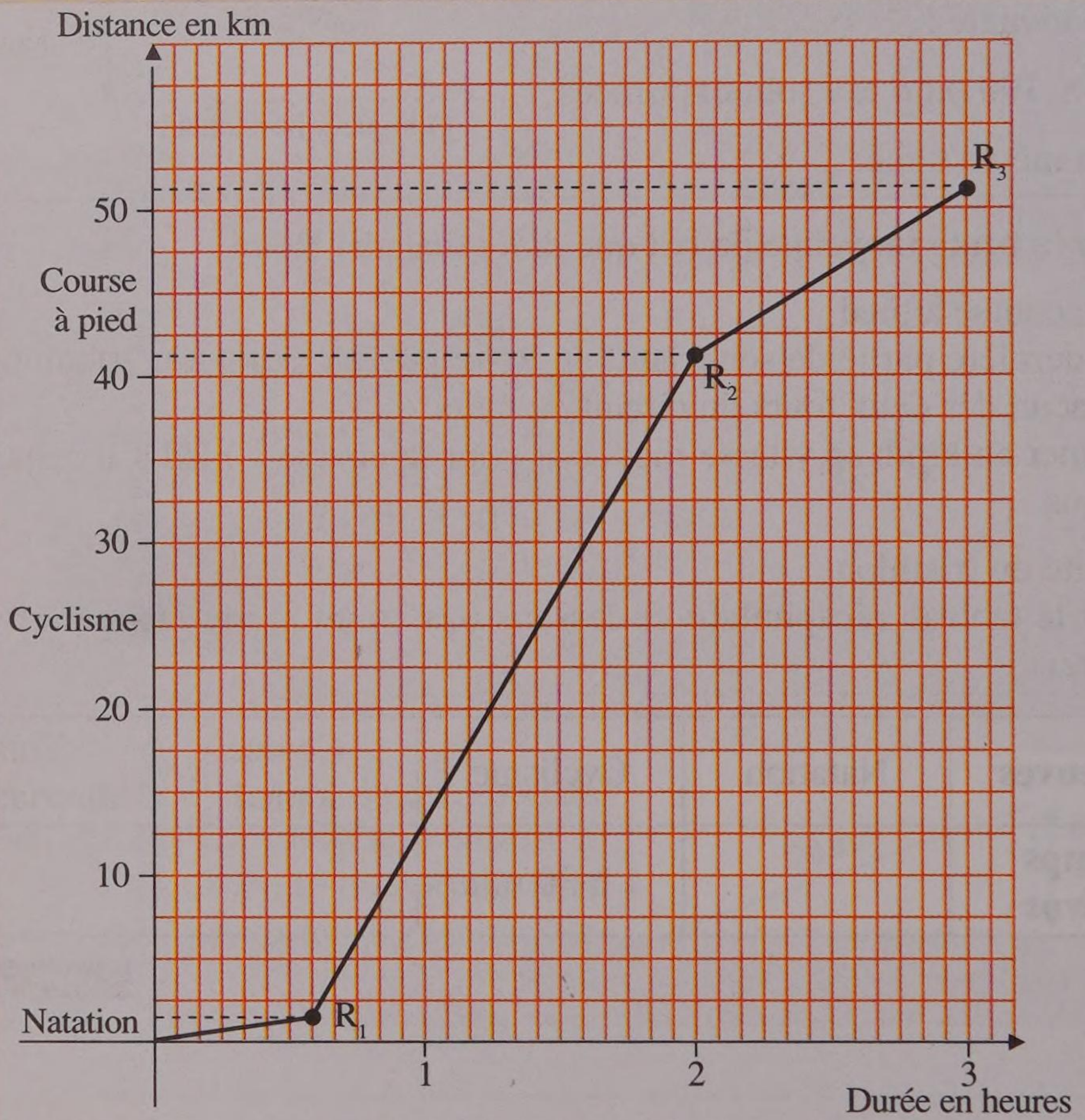
On utilisera les résultats de l'exercice 7.

Pendant la course, Rémi portait à la cheville une puce électronique qui a enregistré ses différents temps de passage.

Le soir même il a reçu par Internet ses résultats. Ceux-ci sont présentés sous la forme d'un graphique donné ci-dessous où figurent trois points R_1 (*fin de la natation*), R_2 (*fin du cyclisme*) et R_3 (*fin du triathlon*) qui décomposent son parcours en trois parties.

Sujet 3

1. Marquer sur le graphique ci-dessous les trois points correspondant à ce qu'il avait prévu de réaliser.



2. Dans cette question aucune justification n'est attendue.

a) Rémi a-t-il respecté ses prévisions au niveau du temps total ?

b) Sur quelle(s) partie(s) du parcours a-t-il fait mieux que prévu ?

3. Au cours du deuxième tour à pied Rémi a failli abandonner et il a fini son triathlon très affaibli, déshydraté par la chaleur. Alors qu'il pesait 75 kg avant la course il ne pesait plus que 71 kg à l'arrivée.

En cherchant des explications à sa défaillance, il a trouvé le tableau ci-contre.

Perte de poids en %	Effet sur la performance
Jusqu'à 2 %	Perte d'endurance
2 % à 4 %	Perte de puissance
Plus de 4 %	Risque de malaise

Rémi était-il proche du malaise à la fin de son triathlon ?

Corrigé page 44

Corrigés

Exercice 1

1. $2 + \frac{4}{3} = \frac{6}{3}$: **c'est faux**. Il faut réduire au même dénominateur pour additionner les numérateurs. On a : $2 + \frac{4}{3} = \frac{6}{3} + \frac{4}{3} = \frac{10}{3}$.

2. $\sqrt{16} + \sqrt{9} = 5$: **c'est faux**. On a $\sqrt{16} + \sqrt{9} = 4 + 3 = 7$.

3. Le PGCD de 52 et 39 est 13 : **c'est vrai**.
On utilise l'algorithme d'Euclide.

a	b	r
52	39	13
39	13	0

Le PGCD de 52 et de 39 vaut bien 13.

4. Pour $b = \frac{1}{2}$, $4b^2 + 1 = 2$: **c'est vrai**.
Pour $b = \frac{1}{2}$, $4b^2 + 1 = 4 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 + 1 = 4 \times \frac{1}{4} + 1 = 1 + 1 = 2$.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^2 = \frac{a^2}{b^2}$$

5. « Pour toute valeur de b, $4b^2 + 1 = 2$. Vrai » est une affirmation **fausse**. En effet, pour $b = 0$, on a $4b^2 + 1 = 4 \times 0^2 + 1 = 1$: ce n'est pas 2.

Un seul contre-exemple suffit pour prouver qu'une affirmation est fausse.

Exercice 2

789 utilisateurs parmi les 992 ont utilisé le moteur Youpi
On a $\frac{789}{992} \approx 0{,}795$.
La probabilité pour qu'un utilisateur pris au hasard dans ce cybercafé choisisse le moteur Youpi est **proche de 0,8**.

Exercice 3

1. Le nombre 1 a pour image – 1 par la fonction g (cellules E1-E2).

La colonne C permet d'avoir l'image du nombre – 1 par g dans C2.

2. $g(-2) = 5 \times (-2)^2 + (-2) - 7 = 5 \times 4 - 2 - 7 = 20 - 9 = 11$.

3. Camille a saisi dans la cellule B3 la formule **= 2*B1–7**.

4. a) On a les cellules D2 et D3 qui ont le même contenu – 7.
Cela signifie que $g(0) = h(0)$, c'est-à-dire que **0 est une solution de l'équation $5x^2 + x - 7 = 2x - 7$.**

b) L'équation $5x^2 + x - 7 = 2x - 7$ donne successivement :
$5x^2 + x - 2x = -7 + 7$;
$5x^2 - x = 0$;
$x(5x - 1) = 0$;
$x = 0$ ou $5x - 1 = 0$;
$x = 0$ ou $x = 1 \div 5$.
0,2 est une autre solution de l'équation $5x^2 + x - 7 = 2x - 7$ que celle trouvée grâce au tableur.

Si un produit de facteurs est nul, alors l'un au moins de ses facteurs est nul.

Exercice 4

ABC est un triangle avec un point E sur (AB), un point D sur (AC) et les droites (DE) et (BC) parallèles.

D'après le théorème de Thalès, on a $\frac{AE}{AB} = \frac{AD}{AC} = \frac{ED}{BC}$, soit $\frac{1,5}{2,1} = \frac{3,5}{BC}$.

Par produits en croix, on a $1,5 \times BC = 2,1 \times 3,5$, d'où $BC = \frac{2,1 \times 3,5}{1,5}$.
On obtient $\boldsymbol{BC = 4,9}$ **cm**.

Exercice 5

GIJ est un triangle avec $\widehat{JGI} = 110°$ et $\widehat{GIJ} = 30°$.

Si une figure est un triangle, alors la somme de ses trois angles vaut 180°.

On a $\widehat{GJI} = 180 - \widehat{JGI} - \widehat{GIJ} = 180° - 110° - 30° = 40°$.

$JGIH$ est un parallélogramme donc les côtés (GJ) et (IH) sont parallèles, coupés par la sécante (IJ).

Les angles $\widehat{JIH}$ et $\widehat{GJI}$ sont en position d'angles alternes internes.

Si deux angles alternes internes sont déterminés par des droites parallèles, alors ils ont la même mesure.

On a donc $\widehat{JIH} = \widehat{GJI}$, soit $\boldsymbol{\widehat{JIH} = 40°}$.

Exercice 6

1. $V = \dfrac{B \times h}{3} = \dfrac{AD \times CD \times SH}{3} = \dfrac{1{,}6 \times 1{,}2 \times 2{,}4}{3}$.

Le volume de la pyramide est 1,536 m³.

2. *ABCD* est un rectangle donc les côtés opposés ont la même longueur.
Le triangle *ABD* est rectangle en *A*. D'après le théorème de Pythagore, on a $BD^2 = AB^2 + AD^2$, soit $BD^2 = 1{,}2^2 + 1{,}6^2$.
On fait $BD = \sqrt{4}$, car *BD* est une longueur.
On obtient : ***BD* = 2 m**.

3. a) *ABCD* étant un rectangle, son centre *H* est le milieu de la diagonale [*BD*] et [*SH*] étant la hauteur de la pyramide, le triangle *SHD* est rectangle en *H*.
D'après le théorème de Pythagore, on a $SD^2 = SH^2 + HD^2 = 2{,}4^2 + 1^2 = 6{,}76$.
On a donc $SD = \sqrt{6{,}76}$ car *SD* est un longueur.
On a bien : ***SD* = 2,60 m**.

b) *SAD* est un triangle avec *E* sur [*SA*], *F* sur [*SD*] et (*EF*) parallèle à (*AD*).
D'après le théorème de Thalès, on a $\dfrac{SE}{SA} = \dfrac{SF}{SD} = \dfrac{EF}{AD}$, soit $\dfrac{1{,}95}{2{,}60} = \dfrac{SF}{1{,}60}$.
On a $\dfrac{1{,}95}{2{,}60} \times 1{,}60 = SF$.
On obtient : ***SF* = 1,2 m**.

4. Il faut une tige de 3 m pour chacune des arrêtes latérales qui mesure 2,6 m. Comme on a 1,2 m + 1,6 m = 2,8 m, une seule tige suffit pour faire les côtés [*AB*] et [*BC*]. Il en est de même pour les côtés [*AD*] et [*DC*]
Il faut une tige pour la baguette [*EF*].
Il faut acheter **7 tiges de bambou**, au minimum, pour réaliser les neuf baguettes de l'armature du tipi.

Exercice 7

1. Si Rémi nage régulièrement le temps est alors proportionnel à la distance parcourue. S'il prévoit de parcourir 1 km en 20 minutes, il parcourra les 0,5 km supplémentaires en 10 minutes et **son temps total pour parcourir 1,5 km sera de 30 minutes.**

2. a) *PSH* est un triangle rectangle en *H*.
D'après le théorème de Pythagore, on a $PS^2 = PH^2 + HS^2$, soit $20\,000^2 = PH^2 + 800^2$.
On fait $20\,000^2 - 800^2 = PH^2$, puis $\sqrt{399\,360\,000} = PH$ car $PH \geqslant 0$.
La valeur arrondie au mètre près de *PH* est **19 984 mètres**.

b) $p = \dfrac{d}{l} \times 100 = \dfrac{800}{19\,984} \times 100$.
La pente moyenne du col que doit escalader Rémi **est de 4 %**.

Sujet 3

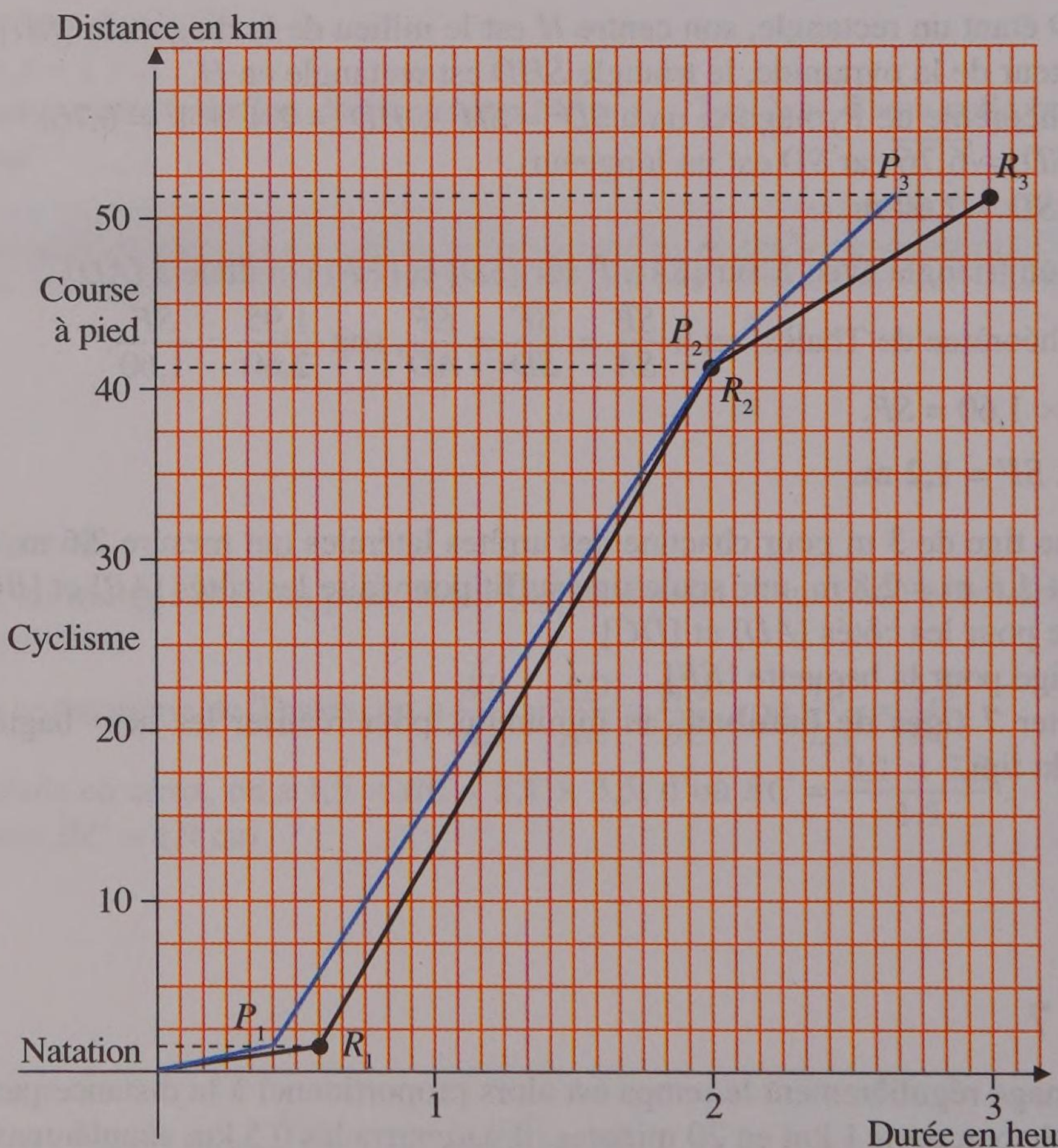
3. Si Rémy parcourt 5 km en 20 minutes, alors en 60 minutes, c'est-à-dire en une heure, il parcourt 3 × 5 km, soit 15 km.
La vitesse moyenne de Rémy pour la course à pied est 15 km/h.

4. Totalité du triathlon

Épreuves	Natation	Cyclisme	Course à pied	Total du triathlon
Temps prévus	30 min	1 h 30 min	40 min	2 h 40 min

Exercice 8

1.



2. a) **Rémi n'a pas respecté** ses prévisions au niveau du temps total.

b) Il a fait mieux que prévu pour **la partie cyclisme**.

3. Rémy a perdu 4 kg sur les 75 de départ.
Or, on a : 4 ÷ 75 × 100 % ≈ 5,3 %.
Ayant perdu plus de 4 % de sa masse, **Rémi était proche du malaise à la fin de son triathlon**.

SUJET 4

Polynésie française

CONSEIL

Toutes les réponses doivent être justifiées, sauf si une indication contraire est donnée.

EXERCICE 1

On donne le programme de calcul suivant :

- Choisir un nombre.
- Lui ajouter 1.
- Calculer le carré de cette somme.
- Enlever 16 au résultat obtenu.

1. a) Vérifier que, lorsque le nombre de départ est 4, on obtient comme résultat 9.

b) Lorsque le nombre de départ est (– 1), quel résultat obtient-on ?

c) Le nombre de départ étant x, exprimer le résultat final en fonction de x. On appelle P cette expression.

d) Vérifier que $P = x^2 + 2x - 15$.

2. a) Vérifier que $(x - 3)(x + 5) = P$.

b) Quels nombres peut-on choisir au départ pour que le résultat final soit 0 ? Justifier la réponse.

Corrigé page 51

EXERCICE 2

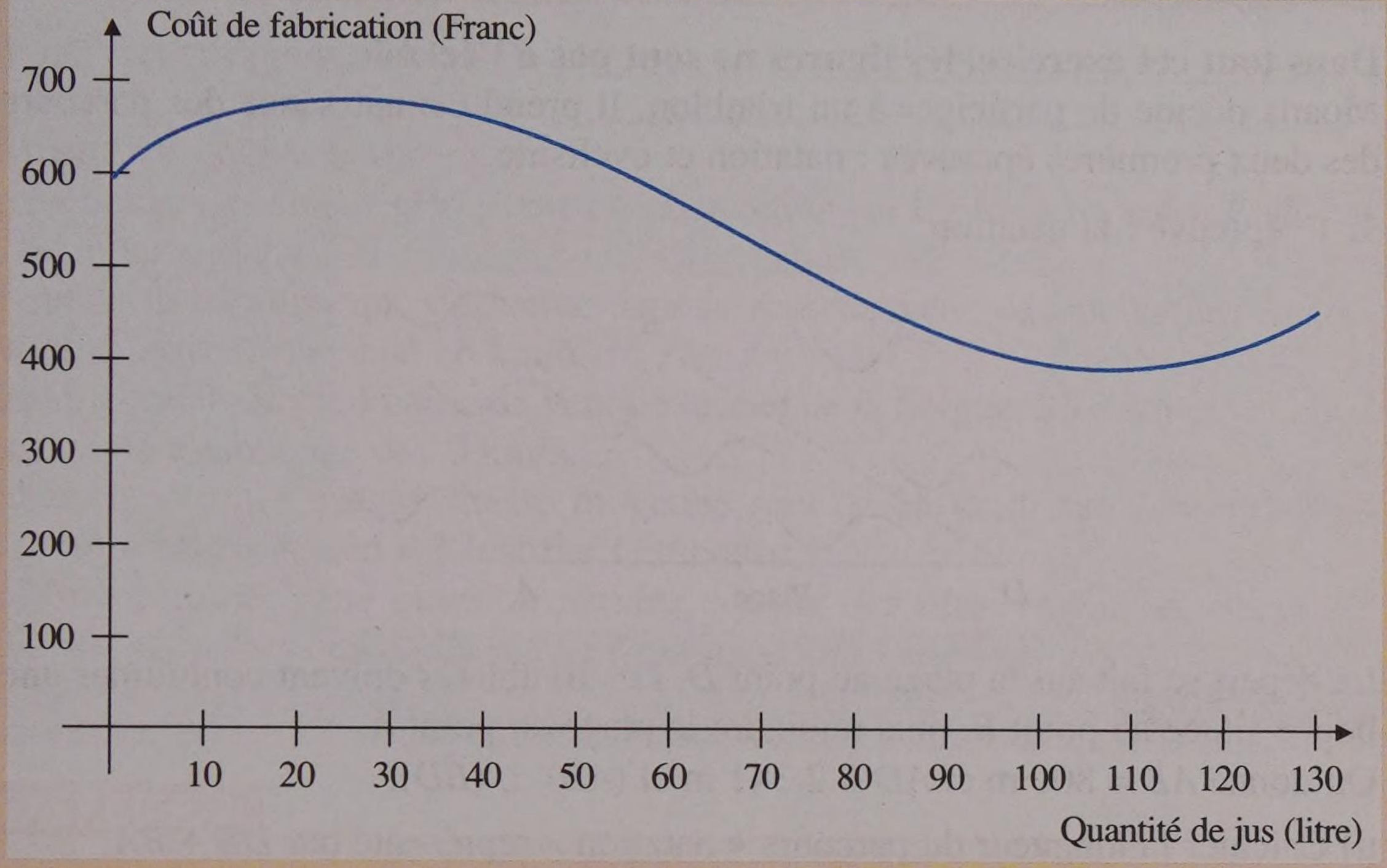
Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chaque question quatre réponses sont proposées mais **une seule est exacte**.
Pour chacune des questions, écrire sur votre copie le numéro de la question et la lettre A, B, C ou D correspondant à la réponse choisie.
Aucune justification n'est demandée.

Question	Réponse A	Réponse B	Réponse C	Réponse D
1. L'écriture sous forme scientifique de $10^2 \times 21 \times 10^{-7}$ est :	21×10^{-3}	$2{,}1 \times 10^{9}$	$2{,}1 \times 10^{-4}$	$0{,}21 \times 10^{-3}$
2. Le premier quartile Q_1 de la série de valeurs : 58 ; 55 ; 61 ; 70 ; 61 ; 65 ; 58 ; 55 ; 72 est :	61	58	55	2
3. $\sqrt{500}$ est égale à :	$10\sqrt{5}$	$100\sqrt{5}$	22,36	50
4. Les solutions de l'inéquation $-2x + 5 \geqslant 7$ sont les nombres x tels que :	$x \geqslant 1$	$x \leqslant 1$	$x \geqslant -1$	$x \leqslant -1$

Corrigé page 51

EXERCICE 3

Une usine de Moorea fabrique du jus de fruits.
Soit C une fonction qui, à une quantité de jus fabriquée en litre(s) associe le coût de fabrication en F.
On a représenté ci-après la fonction C pour une quantité de jus comprise entre 0 et 130 litres.



À l'aide du graphique ci-dessus, répondre aux questions suivantes :

1. a) Donner le coût de fabrication de 100 litres de jus.

b) Pour quelle(s) quantité(s) de jus, le coût de fabrication est-il supérieur à 550 F ?

2. a) Donner l'image de 85 par la fonction C.

b) Lire $C(75)$.

c) Donner le(s) antécédent(s) de 600 par la fonction C.

Corrigé page 52

EXERCICE 4

Un sculpteur fabrique un « umete » en bois (récipient) ayant la forme d'une demi-sphère de rayon 15 cm (*l'épaisseur du umete est supposée négligeable*).

1. Vérifier que la valeur exacte du volume du umete est égale à $2\,250\pi$ cm^3.

2. Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, sera prise en compte dans l'évaluation.
Pourra-t-on verser dans ce umete 7 litres de lait de coco sans déborder ? Justifier.

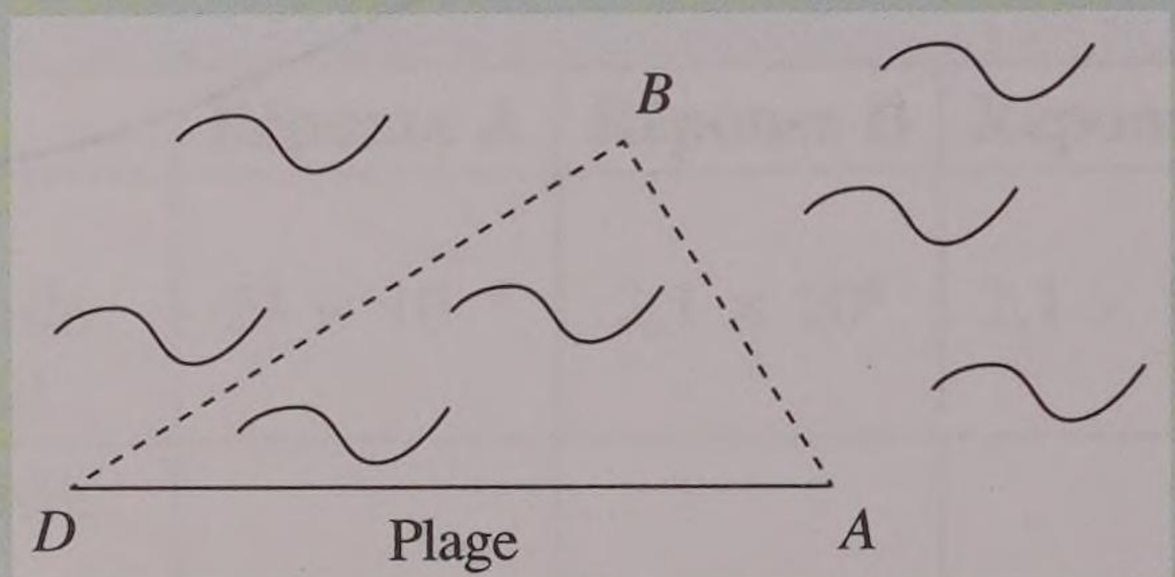
Rappels
- Le volume d'une boule de rayon r est : $V = \frac{4}{3}\pi r^3$.
- 1 litre = 1 dm^3

Corrigé page 53

EXERCICE 5

Dans tout cet exercice, les figures ne sont pas à l'échelle.
Moana décide de participer à un triathlon. Il prend connaissance des parcours des deux premières épreuves : natation et cyclisme.

1. 1re épreuve : la natation

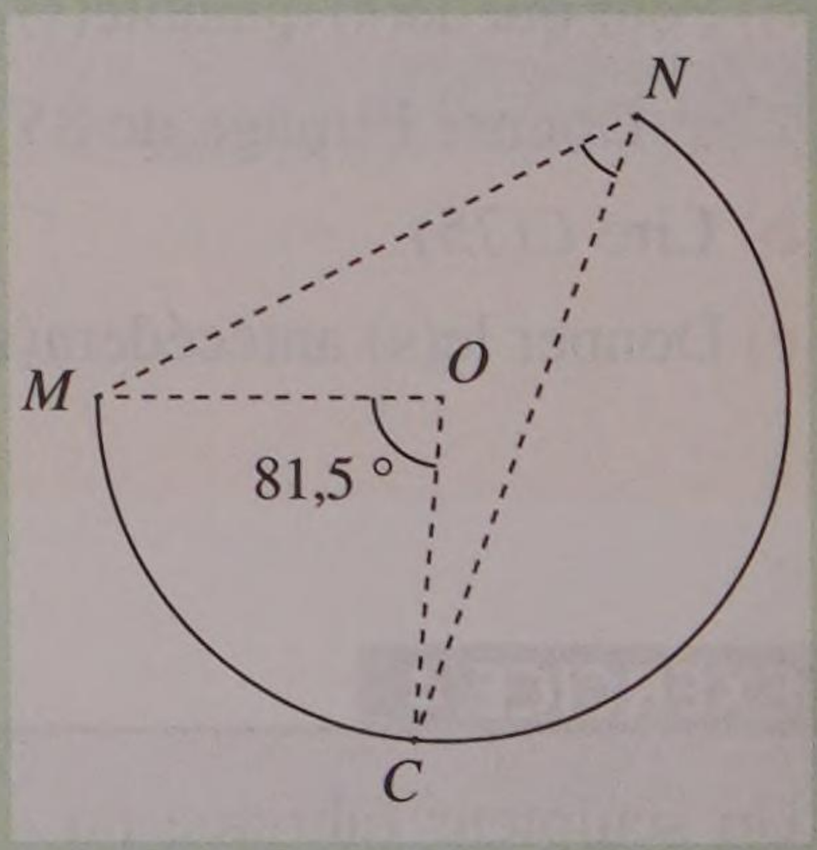


Le départ se fait sur la plage au point D, Les triathlètes doivent contourner une bouée située au point B, puis rejoindre la plage au point A.
On donne $AB = 800$ m et $AD = 2\,341$ m et $(AB) \perp (BD)$.

a) Calculer la longueur du parcours « natation » représenté par $DB + BA$.
Donner la réponse arrondie au mètre.

b) Calculer sin $\widehat{ADB}$; en déduire la mesure de l'angle $\widehat{ADB}$ arrondie au degré.

2. 2e épreuve
Le circuit « vélo » est un arc de cercle de centre O.
Le départ a lieu au point M et l'arrivée au point N.
Un spectateur situé en O voit le premier tronçon $\overset{\frown}{MC}$ parcouru par le cycliste sous un angle de 81,5°.
On souhaite déterminer la mesure de l'angle $\widehat{MNC}$.



a) Dans cette question, pour déterminer la mesure de l'angle $\widehat{MNC}$, laquelle des quatre propriétés suivantes faut-il utiliser ?
Choisir et **recopier la propriété sur votre copie**.

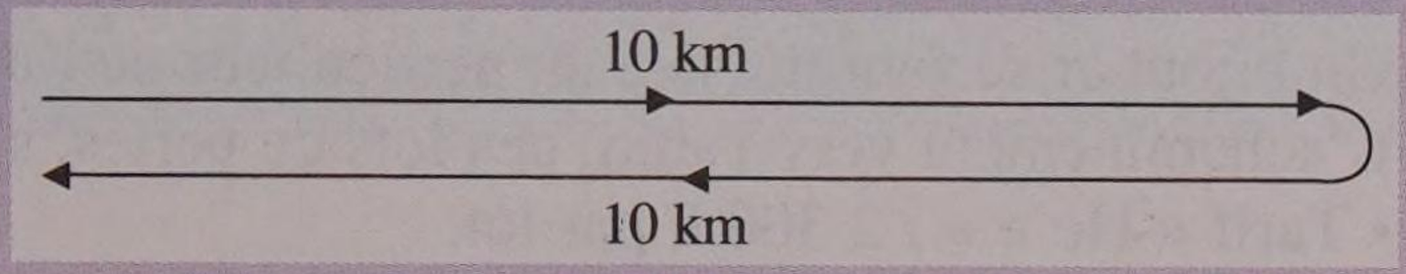
• Si deux angles inscrits dans un cercle interceptent le même arc, alors ils ont la même mesure.
• Si un triangle est inscrit dans un cercle et a pour côté un diamètre de ce cercle, alors c'est un triangle rectangle.
• Dans un cercle, si un angle inscrit et un angle au centre interceptent le même arc, alors la mesure de l'angle inscrit est la moitié de la mesure de l'angle au centre.
• Dans un triangle isocèle, les angles à la base ont la même mesure.

b) Donner alors la mesure de l'angle $\widehat{MNC}$.

Corrigé page 53

EXERCICE 6

Voici la 3e épreuve du triathlon effectuée par Moana : la course à pied



Le circuit « course à pied » est un aller-retour de 20 km (10 km à l'aller et 10 km au retour).

Pour le trajet aller, qui s'effectue dans le sens du vent, Moana estime que sa vitesse moyenne sera de 16 km/h.

Pour le trajet retour, à cause du vent de face et de la fatigue, Moana pense courir à la vitesse moyenne de 10 km/h.

Peut-on affirmer que sa vitesse moyenne sera de 13 km/h sur l'ensemble du circuit « course à pied » ? Justifier la réponse.

L'évaluation de cette question tiendra compte des observations et étapes de recherche, même incomplètes ; les faire apparaître sur votre copie.

Corrigé page 53

EXERCICE 7

Un bijoutier achète un lot de 220 perles de Tahiti.

Un contrôleur qualité s'intéresse à leurs formes (ronde ou baroque) et à leurs couleurs (grise ou verte).

- 35 % des perles sont de couleur verte, et parmi celles-ci 13 sont de forme ronde.
- Il y a 176 perles de forme baroque,

Il note les résultats dans la feuille de calcul ci-dessous :

	A	B	C	D
1		Rondes	Baroques	Total
2	Grises			
3	Vertes			
4	Total			220

1. Pour obtenir le nombre de perles vertes à partir des informations données dans l'énoncé, quelle formule doit-il saisir en D3 ? Parmi les quatre formules proposées, recopier sur votre copie la bonne formule :

=D4*1,35	220*35/100	=D4*0,35	=B3+C3

2. Compléter le tableau ci-dessus.

3. On choisit au hasard une perle de ce lot.

a) Quelle est la probabilité pour que cette perle soit de forme baroque ?

b) Quelle est la probabilité de tirer une perle baroque verte ?

Corrigé page 53

EXERCICE 8

Un bijoutier se fournit chez un perliculteur de l'archipel des Gambier.
L'acheminement vers Tahiti, des lots de perles, s'effectue selon deux tarifs :
• Tarif « Ho'e » : 2 300 F par lot.
• Tarif « Piti » : 7 000 F fixe et 900 F par lot.

1. Calculer, pour chaque tarif, le montant de l'acheminement de 4 lots.

2. On note x le nombre de lots de perles expédié(s).

a) Exprimer, en fonction de x, le montant de l'acheminement avec le tarif Ho'e.

b) Exprimer, en fonction de x, le montant de l'acheminement avec le tarif Piti.

3. a) Soit f et g les deux fonctions définies par :
$f : x \mapsto 2\,300x$ et $g \mapsto 900x + 7\,000$.
Dans un repère (1,5 cm pour 1 perle en abscisses et 1 cm pour 1 000 F en ordonnées), construire les représentations graphiques des fonctions f et g.

b) Par lecture graphique, déterminer à partir de combien de lots expédiés, le tarif Piti est plus avantageux pour le bijoutier que le tarif Ho'e.
Vous ferez apparaître, sur le dessin, les tracés nécessaires pour justifier votre réponse.

Corrigé page 54

Corrigés

Exercice 1

1. a) En partant de 4, on a :
• $4 + 1 = 5$;
• $5^2 = 25$;
• $25 - 16 = 9$.
Lorsque le nombre de départ est 4**, on obtient comme résultat 9**.

b) En partant de -1, on a :
• $-1 + 1 = 0$;
• $0^2 = 0$;
• $0 - 16 = -16$.
Lorsque le nombre de départ est (-1), **on obtient -16** comme résultat.

c) En partant de x, on calcule $\boldsymbol{P = (x + 1)^2 - 16}$.

d) Or, on a : $P = x^2 + 2 \times x \times 1 + 1^2 - 16 = x^2 + 2x + 1 - 16$.
On a bien : $\boldsymbol{P = x^2 + 2x - 15}$.

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

2. a) On a aussi :
$P = (x + 1)^2 - 16 = (x + 1)^2 - 4^2 = (x + 1 - 4)(x + 1 + 4)$.
On a bien : $\boldsymbol{(x - 3)(x + 5) = P}$.

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

On peut aussi développer $(x - 3)(x + 5)$ pour retrouver l'expression de P.

b) On veut $P = 0$, ce qui donne successivement :
$(x - 3)(x + 5) = 0$;
$x - 3 = 0$ ou $x + 5 = 0$;
$x = 3$ ou $x = -5$.
Pour que le résultat final soit 0, on peut choisir comme nombre de départ **3 ou -5**.

Si un produit de facteurs est nul, alors l'un au moins de ses facteurs est nul.

Exercice 2

1. $10^2 \times 21 \times 10^{-7} = 2{,}1 \times 10^1 \times 10^2 \times 10^{-7} = 2{,}1 \times 10^{1+2-7} = 2{,}1 \times 10^{-4}$: **réponse C.**

Une écriture scientifique est de la forme $a \times 10^n$ avec $1 \leqslant a < 10$.

2. La série ordonnée est : 55 ; 55 ; 58 ; 58 ; 61 ; 61 ; 65 ; 70 ; 72.
On a $9 \div 4 = 2{,}25$: Q_1 est la troisième valeur de cette série de 9 valeurs ordonnées, soit 58 : **réponse B**.

Dans une série ordonnée de n valeurs, Q_1 est la valeur de rang $n \div 4$ arrondi à l'entier supérieur si nécessaire.

3. $\sqrt{500} = \sqrt{10^2 \times 5} = 10\sqrt{5}$: **réponse A**.

4. L'inéquation $-2x + 5 \geqslant 7$ donne successivement :
$-2x \geqslant 7 - 5$;
$-2x \geqslant 2$;
$x \leqslant 2 \div (-2)$;
$x \leqslant -1$: **réponse D**.

On peut diviser les deux membres d'une inégalité par un nombre négatif en changeant le sens de l'inégalité.

Exercice 3

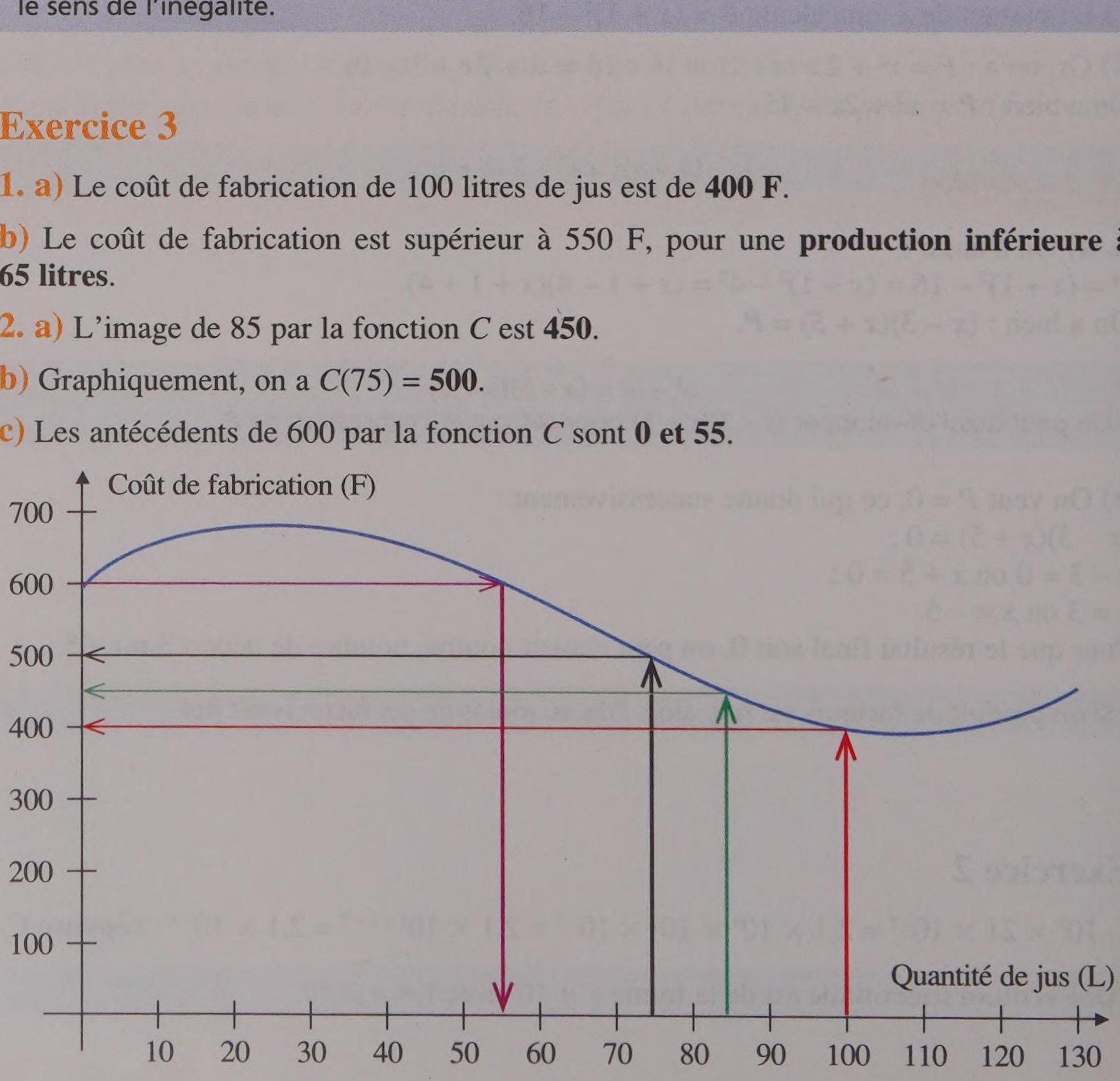
1. a) Le coût de fabrication de 100 litres de jus est de **400 F**.

b) Le coût de fabrication est supérieur à 550 F, pour une **production inférieure à 65 litres**.

2. a) L'image de 85 par la fonction C est **450**.

b) Graphiquement, on a $C(75) =$ **500**.

c) Les antécédents de 600 par la fonction C sont **0 et 55**.



Exercice 4

1. L'umete ayant la forme d'une demi-sphère son volume est :

$V = \frac{1}{2} \times \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4 \times \pi \times 15^3}{2 \times 3} = \frac{2 \times 2 \times \pi \times 15^2 \times 3 \times 5}{2 \times 3} = 2 \times \pi \times 15^2 \times 5.$

Le volume du umete est égal à $\mathbf{2\,250\pi\ cm^3}$.

2. On a $2\,250\ \pi\ cm^3 = 2{,}25\ \pi\ dm^3 \approx 7{,}068\ dm^3$.

On pourra verser dans ce umete 7 litres de lait de coco sans déborder.

Exercice 5

1. a) ABD est un triangle rectangle en B.

D'après le théorème de Pythagore, on a $AD^2 = AB^2 + BD^2$, soit $2\,341^2 = 800^2 + BD^2$.

On fait $2\,341^2 - 800^2 = BD^2$, puis $\sqrt{4\,840\,281} = BD$.

On a $BD = 2\,200$ à 1 près.

La longueur du parcours « natation » est $DB + BA = 2\,200 + 800$, soit **3 000 m** à 1 près.

b) Dans ABD triangle rectangle en B, on a $\sin(\widehat{ADB}) = \frac{\text{côté opposé à } D}{\text{hypoténuse}} = \frac{AB}{AD} = \mathbf{\frac{800}{2\,341}}$.

On a donc $\widehat{ADB} = \sin^{-1}\left(\frac{800}{2\,341}\right)$, soit $\boldsymbol{\widehat{ADB} = 20°}$ au degré près.

2. a) La propriété qu'il faut employer est :

Dans un cercle, si un angle inscrit et un angle au centre interceptent le même arc, alors la mesure de l'angle inscrit est la moitié de la mesure de l'angle au centre.

b) On a donc $\widehat{MNC} = \widehat{MOC} \div 2 = 81{,}5° \div 2$, soit $\boldsymbol{\widehat{MNC} = 40{,}75°}$.

Exercice 6

On utilise $v = \frac{d}{t}$ qui donne aussi $t = \frac{d}{v}$.

Le temps de l'aller est $t_A = \frac{10\text{ km}}{16\text{ km/h}} = 0{,}625$ h.

Le temps du retour est $t_R = \frac{10\text{ km}}{10\text{ km/h}} = 1$ h.

Le temps total de la course est $t_A + t_R = 1{,}625$ h.

La vitesse moyenne sur l'ensemble du circuit « course à pied » sera :

$v = \frac{20}{1{,}625}$, soit environ 12,3 km/h.

La vitesse moyenne ne sera pas de 13 km/h.

Exercice 7

1. Le nombre de perles vertes est $220 \times 0{,}35$.

La formule à saisir est **=D4*0,35**.

200*35/100 n'est pas une formule répondant à la question car une formule sur tableur commence toujours par le symbole =.

2. On commence par mettre les valeurs **77** (220 × 0,35), **176** et **13** (données de l'énoncé), puis on complète chaque ligne ou colonne en effectuant une soustraction.

	A	B	C	D
1		Rondes	Baroques	Total
2	Grises	**31**	**112**	**143**
3	Vertes	**13**	**64**	**77**
4	Total	**44**	**176**	220

3. a) On choisit au hasard une perle de ce lot. Il y a 176 perles baroques parmi les 220 perles. La probabilité de tirer une perle de forme baroque est $\frac{176}{220}$, soit $\frac{\mathbf{4}}{\mathbf{5}}$.

b) Il y a 64 perles baroques vertes parmi les 220 perles. La probabilité de tirer une perle baroque verte est $\frac{64}{220}$, soit $\frac{\mathbf{16}}{\mathbf{55}}$.

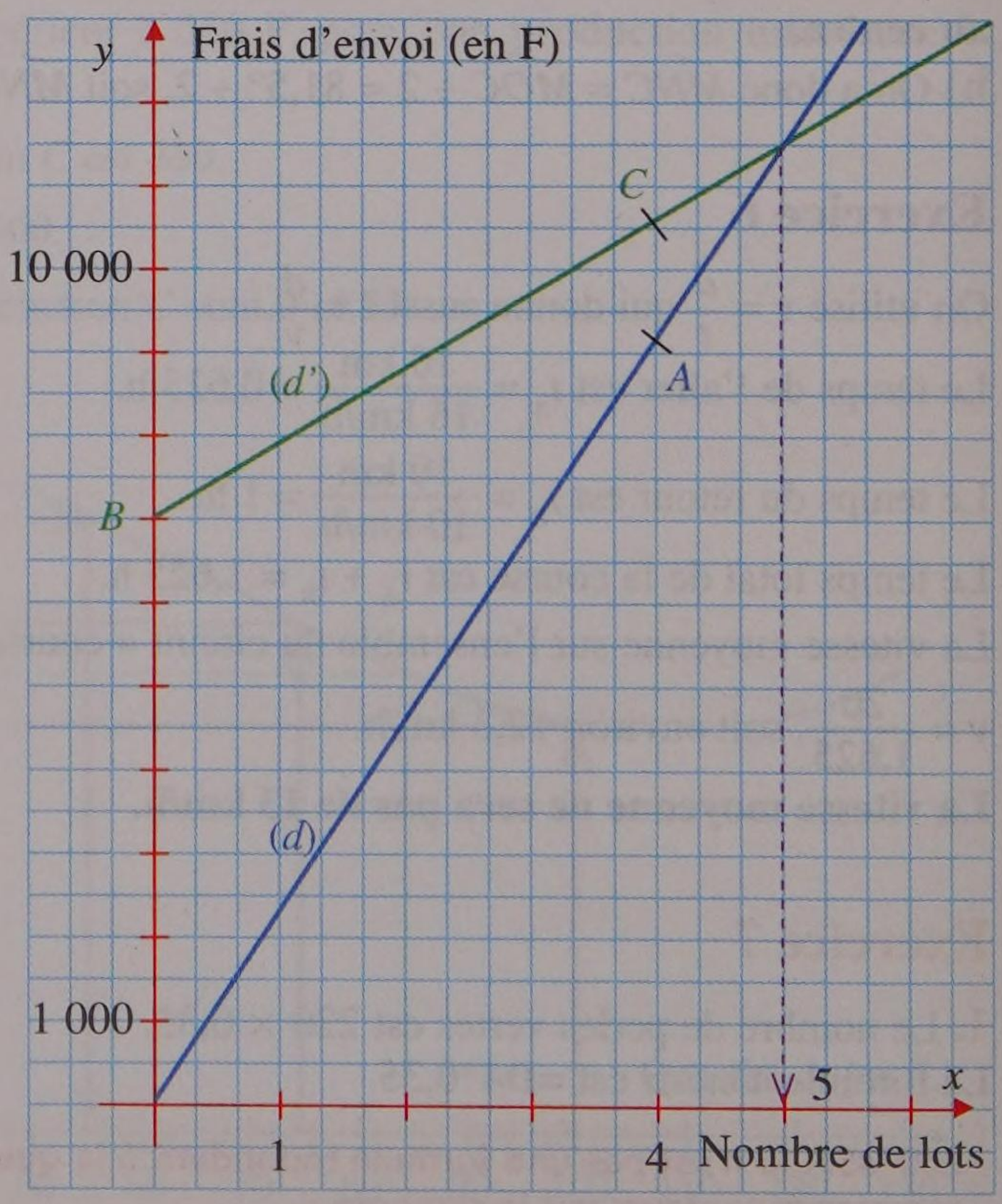
Exercice 8

1. 2 300 × 4 = 9 200. Pour le tarif Ho'e, le montant de l'acheminement de 4 lots est de **9 200 F**.
7 000 + 900 × 4 = 10 600. Pour le tarif Piti, le montant de l'acheminement de 4 lots est de **10 600 F**.

2. a) Le montant de l'acheminement avec le tarif Ho'e pour x lots est $\mathbf{2\,300}x$.

b) Le montant de l'acheminement avec le tarif Piti pour x lots est $\mathbf{7\,000 + 900}x$.

3. a) f est linéaire donc elle est représentée par une droite (d) passant par l'origine du repère.
$f(4) = 9\,200$
donc $A(4 ; 9\,200)$ est sur (d).
g est affine donc elle est représentée par une droite (d').
$g(0) = 7\,000$
donc $B(0 ; 7\,000)$ est sur (d').
$g(4) = 10\,600$
donc $C(4 ; 10\,600)$ est sur (d').



b) Par lecture graphique, (d') qui représente le tarif Piti est au-dessous de (d) pour x strictement supérieur à 5.
Le tarif Piti est plus avantageux pour le bijoutier que le tarif Ho'e à partir de 6 lots expédiés.

JUIN 2012

SUJET 5

Asie

CONSEIL

Toutes les réponses doivent être justifiées, sauf si une indication contraire est donnée.

EXERCICE 1

Le tableau ci-contre a été construit en comptant les fréquences des 26 lettres de l'alphabet dans un texte français de 100 000 lettres composé de textes de Gustave Flaubert, de Jules Verne et de trois articles de l'*Encyclopedia Universalis*.

Lettre	Fréquence	Lettre	Fréquence
A	8,40 %	N	7,13 %
B	1,06 %	O	5,26 %
C	3,03%	P	3,01 %
D	4,18 %	Q	0,99 %
E	17,26 %	R	6,55 %
F	1,12 %	S	8,08 %
G	1,27 %	T	7,07 %
H	0,92 %	U	5,74 %
I	7,35 %	V	1,32 %
J	0,31 %	W	0,04 %
K	0,05 %	X	0,47 %
L	6,01 %	Y	0,30 %
M	2,96 %	Z	0,12 %

1. Quelles sont les cinq lettres les plus fréquentes ?

2. Représenter graphiquement la répartition des voyelles et des consonnes.

3. Si toutes les lettres avaient la même fréquence d'apparition, quelle serait cette fréquence ?

Corrigé page 59

EXERCICE 2

Dans un jeu de société, les jetons sont des supports de format carré, de mêmes couleurs, sur lesquels une lettre de l'alphabet est inscrite. Le revers n'est pas identifiable.
Il y a 100 jetons. Le tableau ci-dessous donne le nombre de jetons du jeu pour chacune des voyelles :

Lettres du jeu	A	E	I	O	U	Y
Effectif	9	15	8	6	6	1

On choisit au hasard une lettre de ce jeu.

1. Quelle est la probabilité d'obtenir la lettre I ?
2. Quelle est la probabilité d'obtenir une voyelle ?
3. Quelle est la probabilité d'obtenir une consonne ?

Corrigé page 60

EXERCICE 3

On considère la fonction f définie par : $f(x) = -5x + 1$.

1. Calculer l'image de -3 par f.
2. Calculer l'antécédent de 4 par f.

Corrigé page 60

EXERCICE 4

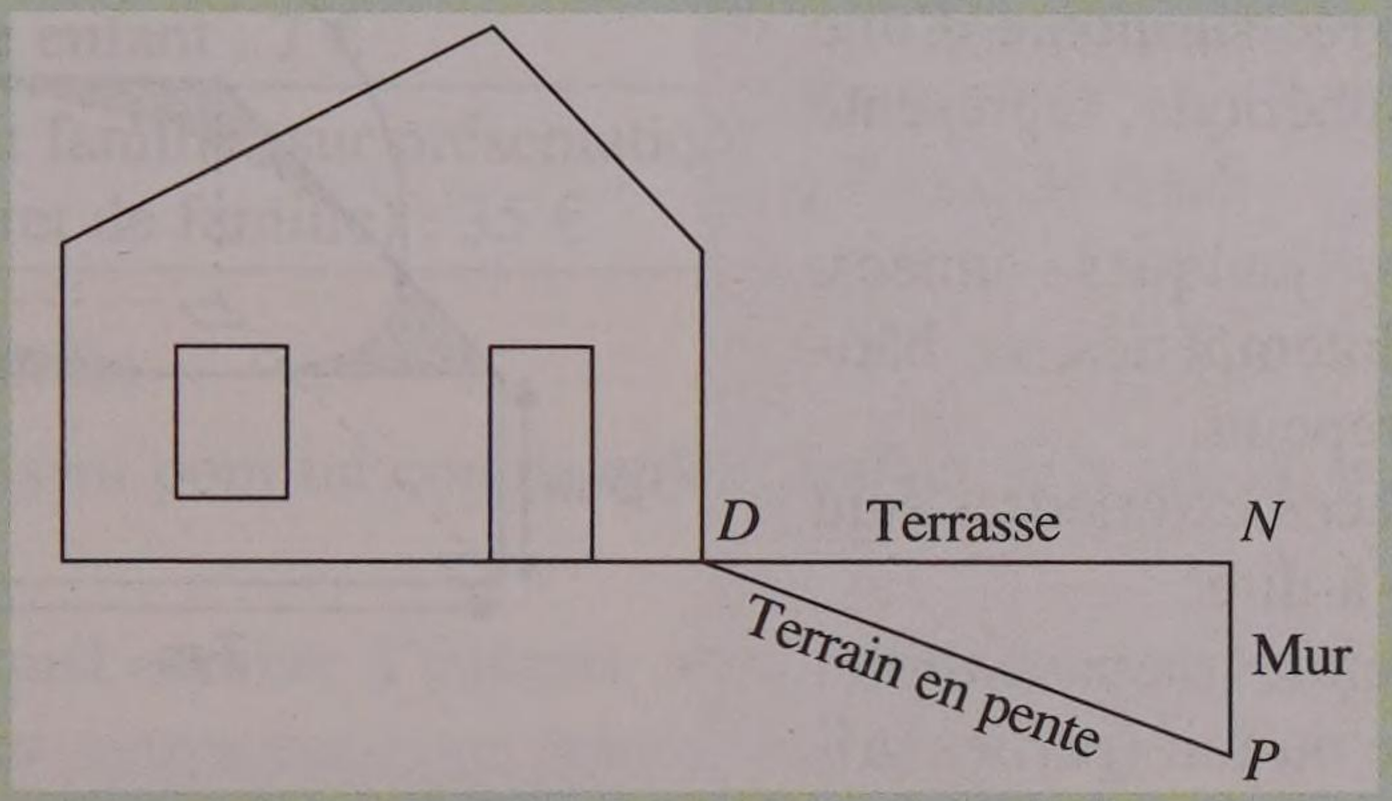
Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM). Pour chaque question, une seule réponse est exacte.
Une réponse correcte rapporte 1 point.
L'absence de réponse ou une réponse fausse ne retirera aucun point.
Indiquer sur la copie, le numéro de la question et la réponse.

N°	Question	Réponse A	Réponse B	Réponse C
1.	$\sqrt{50}$	$5\sqrt{2}$	$25\sqrt{2}$	$2\sqrt{25}$
2.	Pour tous les nombres x, on a $(2x-1)^2 =$	$2x^2 - 1$	$4x^2 - 1$	$4x^2 - 4x + 1$
3.	Le PGCD de 91 et de 119 est	1	7	13

Corrigé page 60

EXERCICE 5

Sur le schéma ci-dessous, la terrasse est représentée par le segment [*DN*] elle est horizontale et mesure 4 mètres de longueur. Elle est construite au-dessus d'un terrain en pente qui est représenté par le segment [*DP*] de longueur 4,20 m. Pour cela, il a fallu construire un mur vertical représenté par le segment [*NP*].



1. Quelle est la hauteur du mur ? Justifier. Donner l'arrondi au cm près.

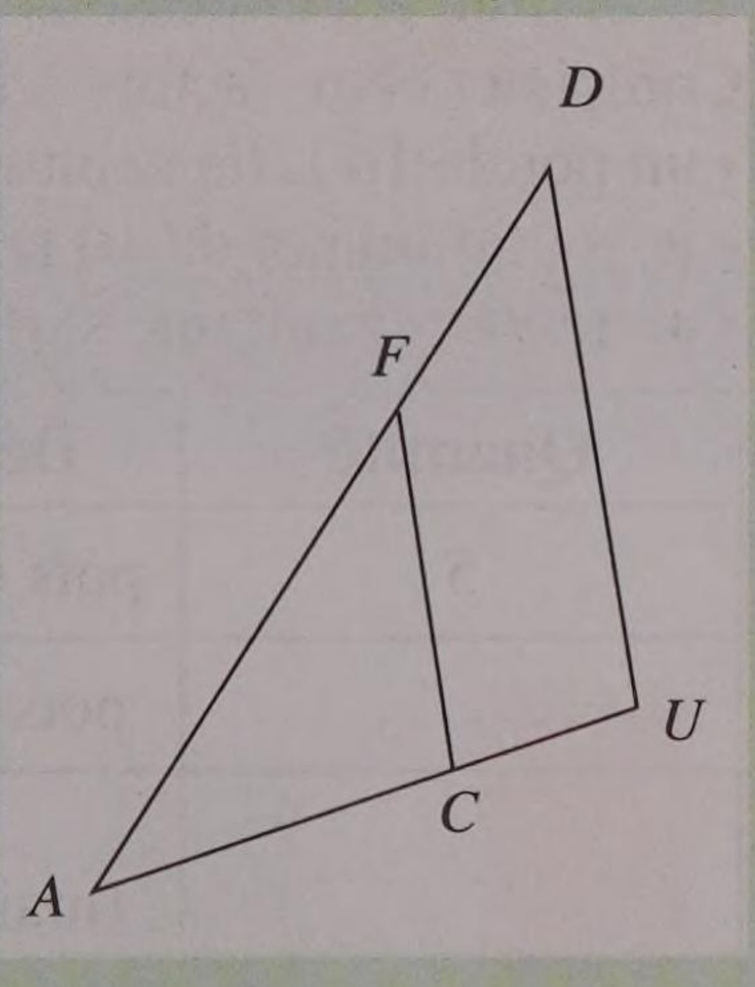
2. Calculer l'angle $\widehat{NDP}$ compris entre la terrasse et le terrain en pente. (Donner l'arrondi au degré près.)

Corrigé page 60

EXERCICE 6

Soit *ADU* un triangle représenté ci-contre,
F un point de [*AD*], *C* un point de [*AU*].
L'unité de longueur est le centimètre.
On donne $AF = 3$; $FD = 1{,}5$; $AC = 2$; $AU = 3$

Sur la figure les dimensions ne sont pas respectées.



1. Démontrer que les droites (*FC*) et (*DU*) sont parallèles.

2. Déterminer le rapport d'agrandissement permettant de passer du triangle *AFC* au triangle *ADU*.

3. La hauteur issue de *C* dans le triangle *ACF* mesure 1,6 cm. Calculer l'aire du triangle *ADU*.

Corrigé page 61

EXERCICE 7

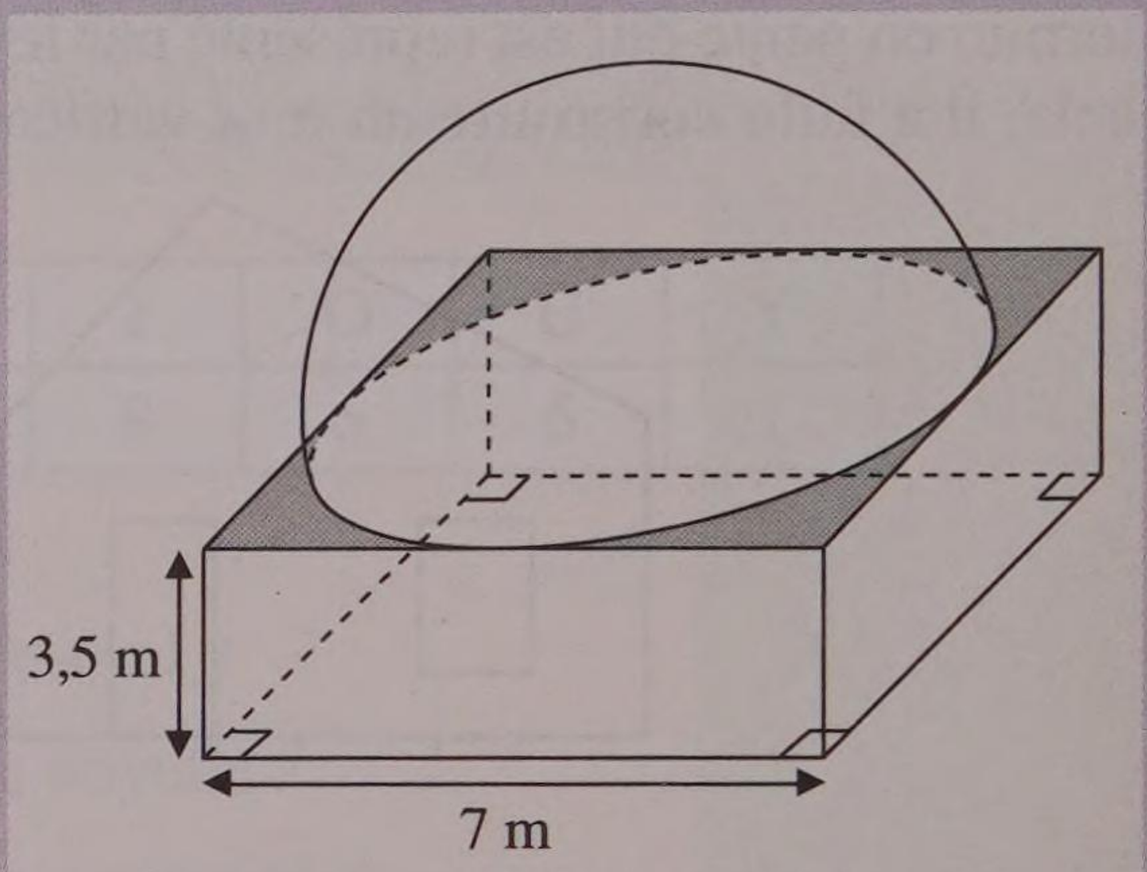
BIENVENUE DANS LE PARC « D'ANI-MATH-ION »

Le parc vous accueille dans une entrée-billetterie : c'est un pavé droit à base carrée surmonté d'une coupole semi-sphérique, représenté ci-contre.

Ouvert depuis quelques années, abîmé par les intempéries, ce bâtiment doit être repeint.

Toutes les surfaces extérieures sont repeintes, c'est-à-dire :

- les 4 faces latérales du pavé droit ;
- la partie plane du toit (parties grisées sur la figure) ;
- la coupole semi-sphérique.



1. Sachant que les ouvertures (portes et fenêtres, non représentées sur la figure) occupent une surface de 18 m², montrer que l'aire totale des surfaces à peindre est d'environ 168 m².

On rappelle que l'aire A d'une sphère de rayon R est donnée par la formule : $A = 4\pi R^2$.

2. On trouvera ci-dessous la facture correspondant aux travaux de peinture.

Compléter cette facture à l'aide des informations fournies ci-dessous :

- un pot de 10 L de peinture permet de couvrir une surface de 40 m² ;
- le coût d'un pot de 10 L de peinture est de 400 € ;
- un ouvrier peint une surface de 42 m² à l'heure.

Quantité	Désignation	Prix unitaire	Prix total
5	pots d'antirouille	500,00 €	2 500,00 €
.....	pots de peinture	400,00 €	.....
.....	heures (main-d'œuvre)	35,00 €	.....
Total HT (coût hors taxe)			.....
Montant de la TVA à 19,6 %			.....
TOTAL TTC (coût toutes taxes comprises)			.....

Corrigé page 61

EXERCICE 8

À l'entrée du parc d'Ani-math-ion figurent les informations suivantes :

Tarifs	Horaires
Entrée adulte : 12 €	Ouvert de 9 h à 18 h
Entrée enfant : 7 €	Dernières entrées à 17 h
Forfait famille (sur présentation du livret de famille) : 35 €	Fermé le lundi

1. Le forfait famille

a) Est-il intéressant pour un couple et leur enfant de 8 ans de prendre le forfait famille ?

b) À partir de quel nombre d'enfants, un couple a-t-il intérêt à choisir le forfait famille ?

2. Au cours d'une journée, 89 forfaits famille ont été vendus pour 510 personnes.

a) Déterminer la recette correspondante.

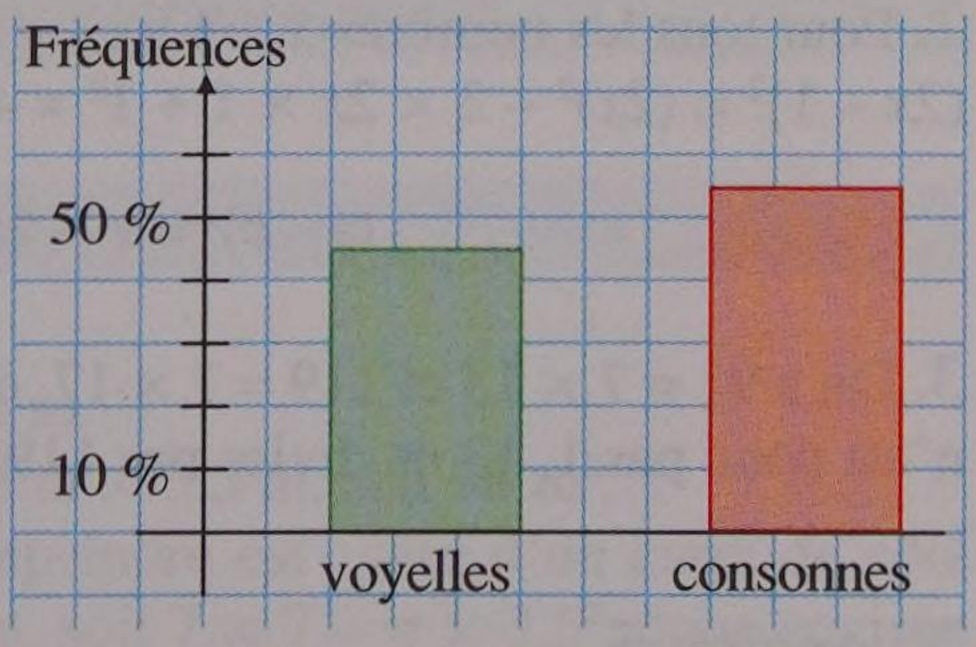
b) Quel est le prix moyen par personne ?

3. Au cours de cette même journée, 380 personnes n'ont pas utilisé le forfait famille pour une recette correspondante de 3 660 €. Déterminer le nombre d'entrées adultes et le nombre d'entrées enfants vendues lors de cette journée.

Corrigé page 62

Corrigés

Exercice 1



1. Les cinq lettres les plus fréquentes sont le **E** (17,26 %), le **A** (8,40 %), le **S** (8,08 %), le **I** (7,35 %) et le **N** (7,13 %).

2. Le pourcentage des voyelles dans le tableau est : 8,40 % + 17,26 % + 7,35 % + 5,26 % + 5,74 % + 0,30 %, soit 44,31 %.
Le pourcentage des consonnes dans le tableau est donc : 100 % – 44,31 %, soit 55,69 %.

La somme des fréquences d'un partage vaut 100 %.

3. Si toutes les lettres avaient la même fréquence d'apparition, cette fréquence serait de **1 ÷ 26**, soit environ **3,85 %**.

Exercice 2

1. Il y a 8 lettres I parmi les 100 lettres du jeu.
La probabilité d'obtenir la lettre I est **8 ÷ 100**, soit **0,08**.

2. On a : 9 + 15 + 8 + 6 + 6 + 1 = 45.
Il y a 45 voyelles parmi les 100 lettres du jeu.
La probabilité d'obtenir une voyelle est **45 ÷ 100**, soit **0,45**.

3. « obtenir une consonne » est l'événement contraire de « obtenir une voyelle ».
La probabilité d'obtenir une consonne est **1 – 0,45**, soit **0,55**.

p(non A) = 1 – p(A)

Exercice 3

1. $f(-3) = -5 \times (-3) + 1 = 15 + 1 = 16$
L'image de – 3 par *f* est 16.

2. On résout $f(x) = 4$.
On a successivement :
$-5x + 1 = 4$;
$-5x = 4 - 1$;
$-5x = 3$;
$x = 3 \div (-5)$;
$x = -0,6$.
L'antécédent de 4 par *f* est – 0,6.

Un antécédent d'un nombre k par une fonction f est une solution de l'équation $f(x) = k$.

Exercice 4

1. $\sqrt{50} = \sqrt{5^2 \times 2} = 5\sqrt{2}$: **réponse A.**

$$\sqrt{a^2 b} = a\sqrt{b}$$

2. Pour tous les nombres x, on a :
$(2x - 1)^2 = (2x)^2 - 2 \times 2x \times 1 + 1^2 = 4x^2 - 4x + 1$: **réponse C.**

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 \qquad (ab)^2 = a^2 b^2$$

3. On a $91 = 7 \times 13$ et $119 = 7 \times 17$, donc le PGCD de 91 et de 119 vaut au moins 7. Ce n'est donc pas 1. 13 ne divise pas 119, donc le PGCD de 91 et de 119 est 7 : **réponse B.**

Exercice 5

1. Dans le triangle DNP rectangle en N, d'après le théorème de Pythagore, on a $DP^2 = DN^2 + NP^2$, soit $4,2^2 = 4^2 + NP^2$.
On fait $4,2^2 - 4^2 = NP^2$, puis $\sqrt{1,64} = NP$, car NP est une longueur.
On obtient $NP \approx 1,28$.

La hauteur du mur est 1,28 m au cm près.

2. Dans le triangle DNP rectangle en N,

on a $\cos(\widehat{NDP}) = \dfrac{\text{côté adjacent à } D}{\text{hypoténuse}} = \dfrac{4}{4{,}2}$.

On fait $\widehat{NDP} = \cos^{-1}\left(\dfrac{4}{4{,}2}\right)$.

L'angle $\widehat{NDP}$ mesure 18° au degré près.

Exercice 6

1. ADU est un triangle avec F un point de $[AD]$ et C un point de $[AU]$.
On a donc $AD = AF + FD = 3 + 1{,}5 = 4{,}5$.

D'une part, on a $\dfrac{AF}{AD} = \dfrac{3}{4{,}5} = \dfrac{2 \times 1{,}5}{3 \times 1{,}5} = \dfrac{2}{3}$.

D'autre part, on a $\dfrac{AC}{AU} = \dfrac{2}{3}$.

On constate que $\dfrac{AF}{AD} = \dfrac{AC}{AU}$.

De plus, les points A, F et D sont alignés dans le même ordre relatif que les points A, C et U.

D'après la réciproque du théorème de Thalès, **les droites (FC) et (DU) sont parallèles.**

2. Le rapport d'agrandissement permettant de passer du triangle AFC au triangle ADU est $\boldsymbol{\dfrac{AU}{AC} = \dfrac{3}{2}}$.

3. L'aire du triangle ACF est :

$\dfrac{\text{base } AF \times \text{hauteur issue de } C}{2} = \dfrac{3 \times 1{,}6}{2} = 2{,}4$.

Le triangle ADU étant un agrandissement du triangle ACF dans un rapport de 1,5, on a :
$\text{aire}_{ADU} = \text{aire}_{ACF} \times 1{,}5^2 = 2{,}4 \times 1{,}5^2 = 5{,}4$.

L'aire du triangle ADU est 5,4 cm².

Dans un agrandissement de rapport k, les aires sont multipliées par k^2.

Exercice 7

1. Le périmètre du pavé droit est 4×7 m, soit 28 m.
L'aire des 4 parties verticales du pavé droit est 28 m × 3,5 m, soit **98 m²**.
L'aire de la partie horizontale du pavé droit à repeindre est : aire d'un carré de côté 7 m diminuée de l'aire d'un disque de rayon 3,5m, soit $7 \times 7 - \pi \times 3{,}5^2$, donc environ **10,51 m²**.
L'aire de la coupole est $4 \times \pi \times 3{,}5^2 / 2$, soit environ **76,97 m²**.
L'aire totale des surfaces à peindre est : 98 m² + 10,51 m² + 76,97 m² – 18 m², soit environ 168 m².

2.

- $168 \div 40 = 4{,}2$: il faut 5 pots de 10 L de peinture.
- $168 \div 4 = 42$: il faut 4 heures d'ouvrier.

Quantité	Désignation	Prix unitaire	Prix total
5	pots d'antirouille	500,00 €	2 500,00 €
5	pots de peinture	400,00 €	**2 000,00 €**
4	heures (main-d'œuvre)	35,00 €	**140,00 €**
Total HT (coût hors taxe)			**4 640,00 €**
Montant de la TVA à 19,6%			**909,44 €**
TOTAL TTC (coût toutes taxes comprises)			**5 549,44 €**

Exercice 8

1. a) Un couple et leur enfant de 8 ans paient 2×12 € + 7 €, soit 31 €.
Pour un couple et leur enfant de 8 ans, **il n'est pas intéressant de prendre le forfait famille**.

b) Pour un couple avec 2 enfants on paie normalement 2×12 € + 2×7 €, soit 38 €.
À partir de 2 enfants, un couple a intérêt à choisir le forfait famille.

2. a) On a $89 \times 35 = 3\,115$. 89 forfaits famille correspondent à **une recette de 3 115 €**.

b) $3\,115 \div 510 \approx 6{,}11$. Pour les 510 personnes et les 89 forfaits, **le prix moyen par personne est de 6,11 €**.

3. Soit x le nombre d'adultes et y le nombre d'enfants.
On a : $\begin{cases} x + y = 380 & (A) \\ 12x + 7y = 3\,660 & (B) \end{cases}$
(A) donne $x = 380 - y$.
Par substitution, (B) donne successivement :
$12(380 - y) + 7y = 3\,660$;
$4\,560 - 12y + 7y = 3\,660$;
$-5y = 3\,660 - 4\,560$;
$-5y = -900$;
$y = -900 \div (-5)$;
$y = 180$.
(A) donne alors $x = 380 - 180$, soit $x = 200$.
Au cours de cette journée, on a vendu **200 billets pour adultes et 180 billets pour enfants**.

SUJET 6

France métropolitaine

CONSEIL

Toutes les réponses doivent être justifiées, sauf si une indication contraire est donnée.

EXERCICE 1

Pour chacune des deux questions suivantes, plusieurs propositions de réponses sont faites. Une seule des propositions est exacte.
Aucune justification n'est demandée.

1. Alice participe à un jeu télévisé. Elle a devant elle trois portes fermées. Derrière l'une des portes, il y a une voiture ; derrière les autres, il n'y a rien.
Alice doit choisir au hasard une de ces portes. Si elle choisit la porte derrière laquelle il y a la voiture, elle gagne cette voiture.
Alice choisit au hasard une porte. Quelle est la probabilité qu'elle gagne la voiture ?

a) $\frac{1}{2}$ **b)** $\frac{1}{3}$ **c)** $\frac{2}{3}$ **d)** On ne peut pas savoir.

2. S'il y a quatre portes au lieu de trois et toujours une seule voiture à gagner, comment évolue la probabilité qu'a Alice de gagner la voiture ?

a) augmente **b)** diminue **c)** reste identique **d)** On ne peut pas savoir.

Corrigé page 69

EXERCICE 2

1. Quelle est l'écriture décimale du nombre $\frac{10^5 + 1}{10^5}$?

2. Antoine utilise sa calculatrice pour calculer le nombre suivant : $\frac{10^{15} + 1}{10^5}$.
Le résultat affiché est 1.
Antoine pense que ce résultat n'est pas exact. A-t-il raison ?

Corrigé page 69

EXERCICE 3

Lors d'un marathon, un coureur utilise sa montre chronomètre. Après un kilomètre de course, elle lui indique qu'il court depuis quatre minutes et trente secondes. La longueur officielle d'un marathon est de 42,195 km. Si le coureur garde cette allure tout au long de la course, mettra-t-il moins de 3 h 30 pour effectuer le marathon ?

Corrigé page 69

EXERCICE 4

On cherche à résoudre l'équation $(4x - 3)^2 - 9 = 0$.

1. Le nombre $\frac{3}{4}$ est-il solution de cette équation ? et le nombre 0 ?

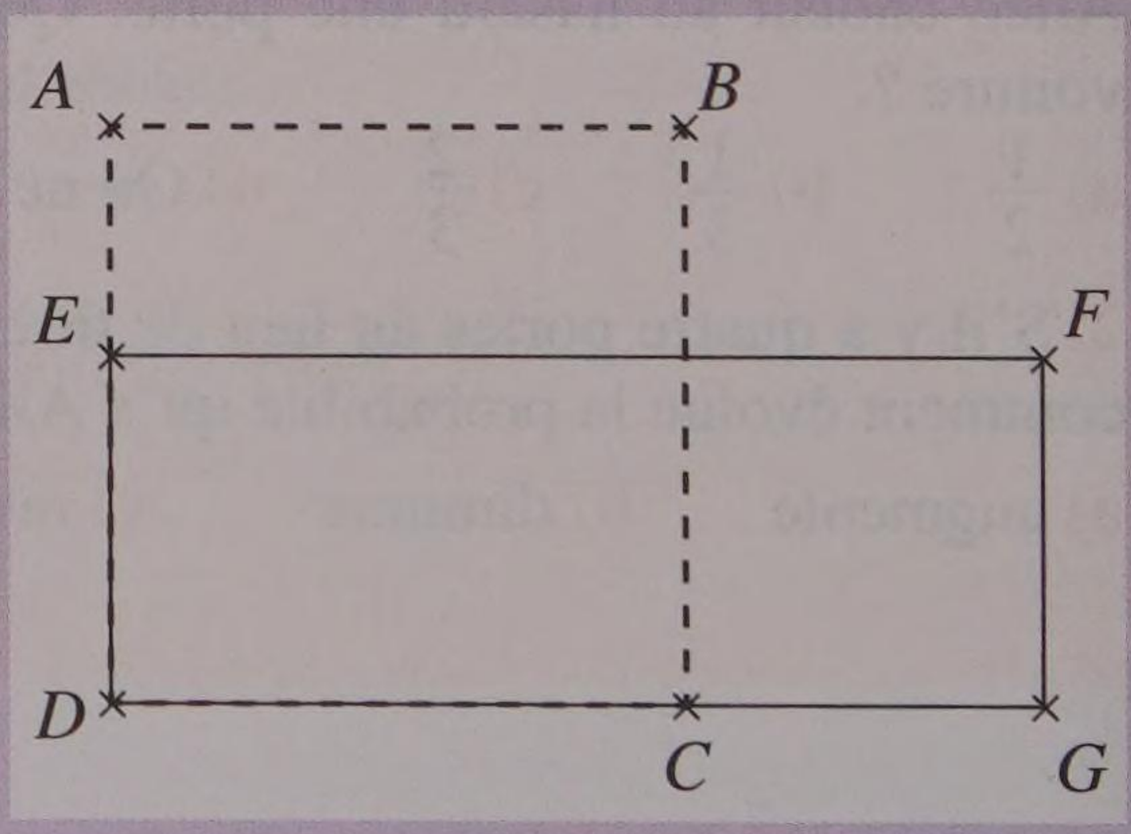
2. Prouver que, pour tout nombre x, $(4x - 3)^2 - 9 = 4x(4x - 6)$.

3. Déterminer les solutions de l'équation $(4x - 3)^2 - 9 = 0$.

Corrigé page 69

EXERCICE 5

Le dessin ci-contre représente une figure composée d'un carré *ABCD* et d'un rectangle *DEFG*.
E est un point du segment [*AB*].
C est un point du segment [*DG*].
Dans cette figure, la longueur *AB* peut varier, mais on a toujours :
AE = 15 cm et *CG* = 25 cm.



1. Dans cette question, on suppose que : *AB* = 40 cm.

a) Calculer l'aire du carré *ABCD*.

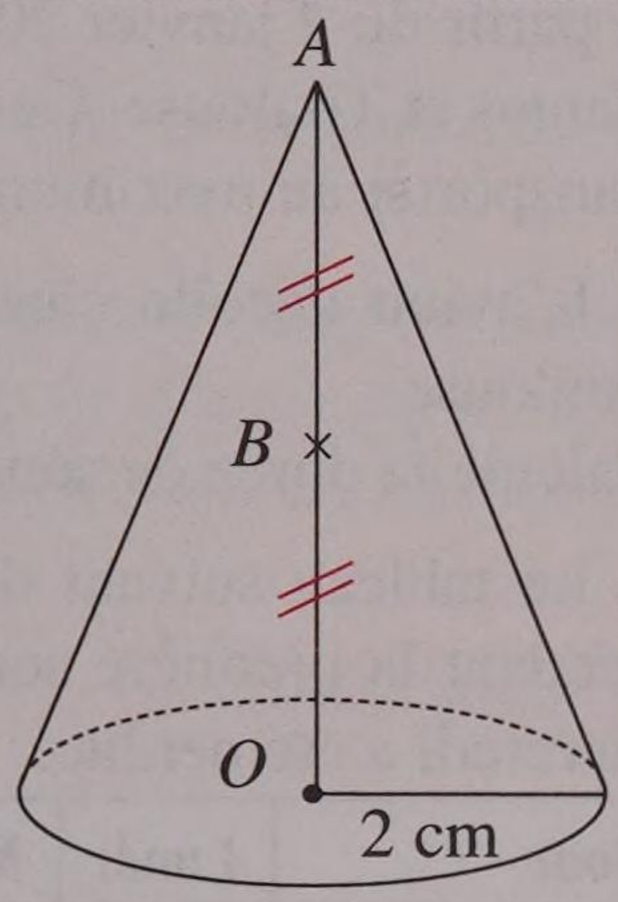
b) Calculer l'aire du rectangle *DEFG*.

2. Peut-on trouver la longueur *AB* de sorte que l'aire du carré *ABCD* soit égale à l'aire du rectangle *DEFG* ?
Si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche. Elle sera prise en compte dans la notation.

Corrigé page 70

EXERCICE 6

On considère un cône de révolution de hauteur 5 cm et dont la base a pour rayon 2 cm.
Le point A est le sommet du cône et O le centre de sa base. B est le milieu de $[AO]$.



$OA = 5$ cm

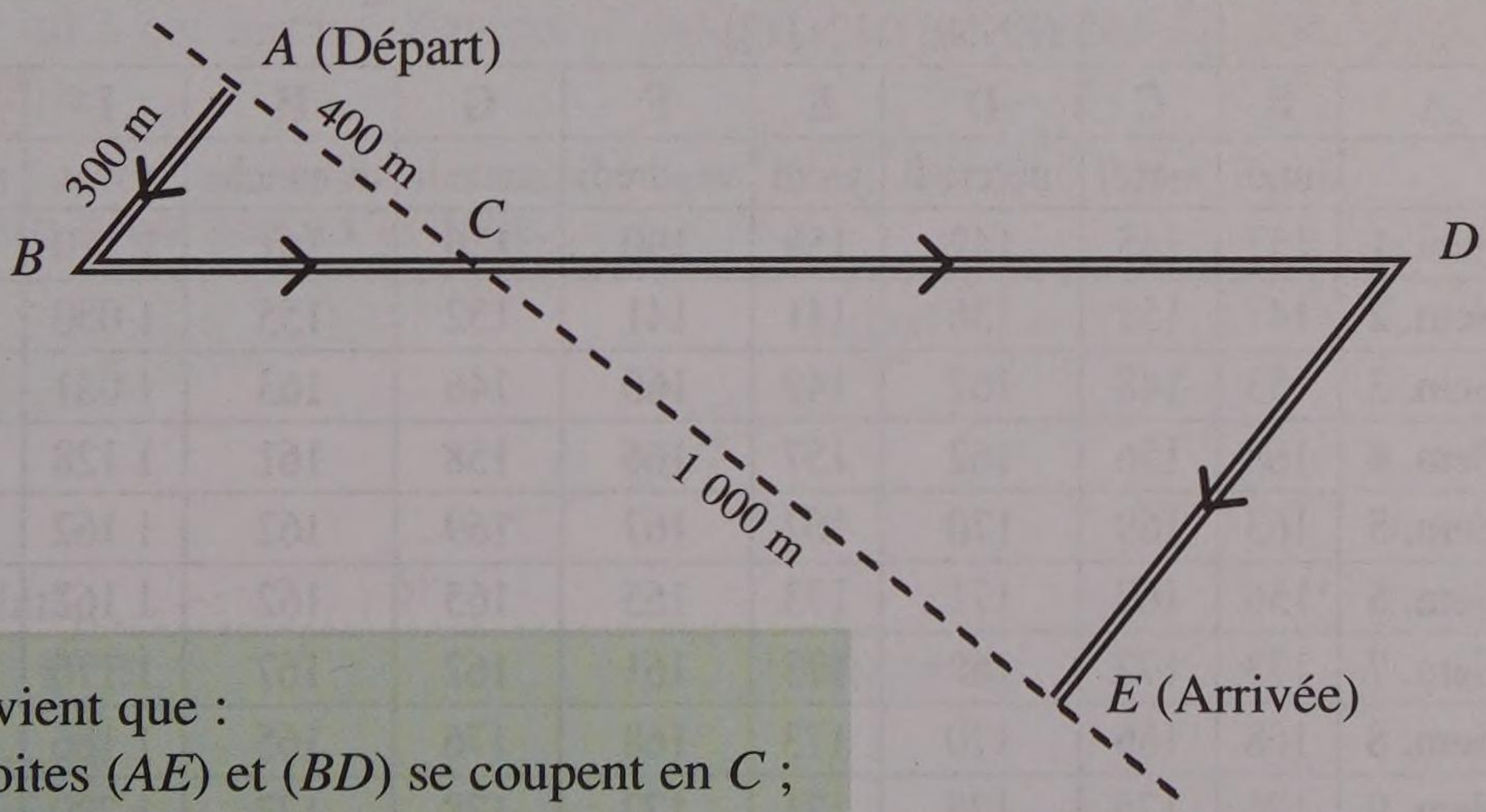
1. Calculer le volume du cône en cm^3. On arrondira à l'unité.
On rappelle que la formule est : $V = \dfrac{\pi R^2 h}{3}$
où h désigne la hauteur et R le rayon de la base.

2. On effectue la section du cône par le plan parallèle à la base qui passe par B. On obtient ainsi un petit cône. Est-il vrai que le volume du petit cône est égal à la moitié du volume du cône initial ?

Corrigé page 70

EXERCICE 7

Des élèves participent à une course à pied. Avant l'épreuve, un plan leur a été remis. Il est représenté par la figure ci-dessous.



On convient que :
• les droites (AE) et (BD) se coupent en C ;
• les droites (AB) et (DE) sont parallèles ;
• ABC est un triangle rectangle en A.
Calculer la longueur réelle du parcours $ABCDE$.
Si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche. Elle sera prise en compte dans la notation.

Corrigé page 71

EXERCICE 8

À partir du 2 janvier 2012, une compagnie aérienne teste un nouveau vol entre Nantes et Toulouse. Ce vol s'effectue chaque jour à bord d'un appareil qui peut transporter au maximum 190 passagers.

1. L'avion décolle chaque matin à 9 h 35 de Nantes et atterrit à 10 h 30 à Toulouse.
Calcule la durée de son vol.

2. Le tableau suivant donne le nombre de passagers qui ont emprunté ce vol pendant la première semaine de mise en service. L'information concernant le mercredi a été perdue.

Jour	Lundi	Mardi	Mercredi	Jeudi	Vendredi	Samedi	Dimanche	**Total**
Nombre de passagers	152	143		164	189	157	163	**1 113**

a) Combien de passagers ont emprunté ce vol le mercredi ?

b) En moyenne, combien y avait-il de passagers par jour dans l'avion cette semaine-là ?

3. À partir de février, on décide d'étudier la fréquentation de ce vol pendant douze semaines. La compagnie utilise une feuille de calcul indiquant le nombre de passagers par jour. Cette feuille est donnée ci-dessous.

	= MOYENNE (J12 : J13)									
	A	**B**	**C**	**D**	**E**	**F**	**G**	**H**	**I**	**J**
1		lundi	mardi	mercredi	jeudi	vendredi	samedi	dimanche	TOTAL	MOYENNE
2	**Sem. 1**	157	145	142	159	190	156	161	1 110	159
3	**Sem. 2**	147	158	156	141	141	152	155	1 050	150
4	**Sem. 3**	153	148	162	149	160	146	163	1 081	154
5	**Sem. 4**	168	156	162	157	166	158	161	1 128	161
6	**Sem. 5**	163	169	170	162	167	169	162	1 162	166
7	**Sem. 6**	156	167	171	173	165	165	162	1 162	166
8	**Sem. 7**	173	172	168	173	161	162	167	1 176	168
9	**Sem. 8**	168	166	170	173	168	176	165	1 186	169
10	**Sem. 9**	176	175	175	171	172	178	173	1 220	174
11	**Sem. 10**	185	176	172	180	185	171	171	1 240	177
12	**Sem. 11**	178	181	183	172	178	172	173	1 237	177
13	**Sem. 12**	171	183	171	184	172	176	173	1 230	176
14							moyenne sur trois mois :			166

a) Quelle formule a-t-on saisi dans la cellule I2 pour obtenir le nombre total de passagers au cours de la semaine 1 ?

b) Quelle formule a-t-on saisi dans la cellule J2 pour obtenir le nombre total de passagers au cours de la semaine 1 ?

4. Le nombre moyen de passagers par jour au cours de ces douze semaines est égal à 166. La compagnie s'était fixée comme objectif d'avoir un nombre moyen de passagers supérieur aux 80 % de la capacité maximale de l'avion. L'objectif est-il atteint ?

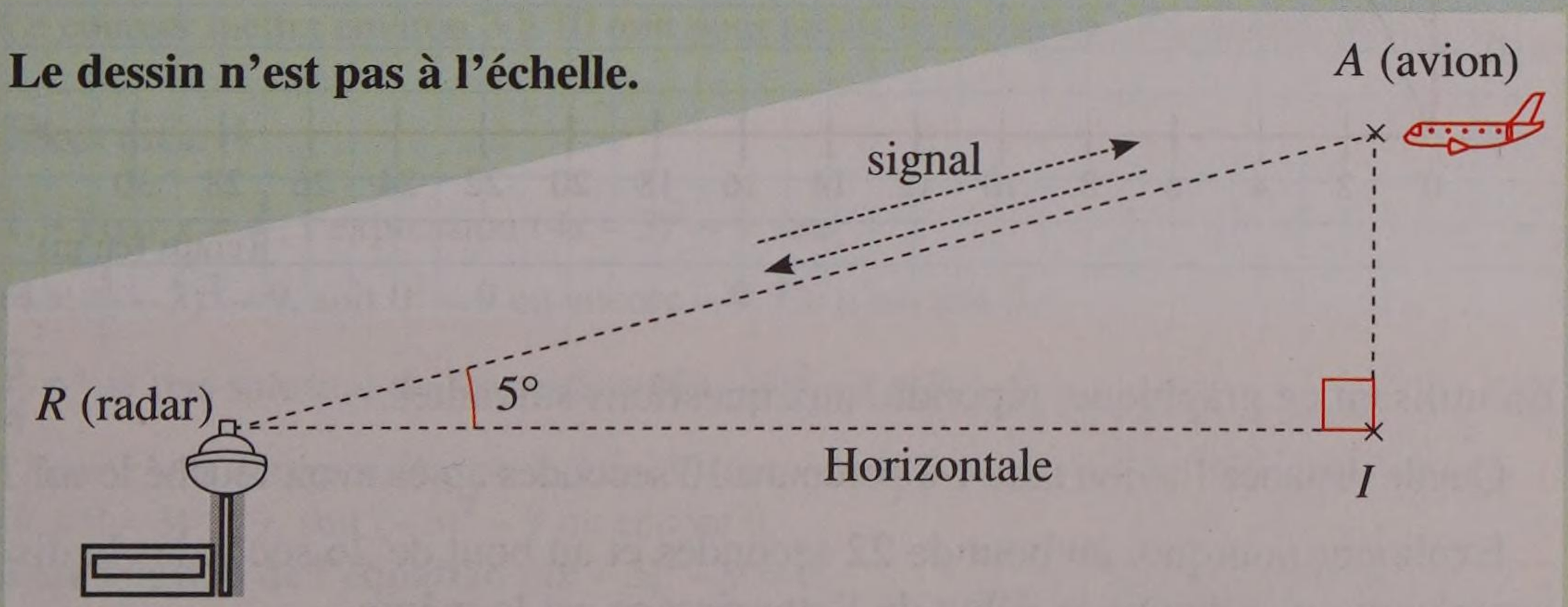
Corrigé page 71

EXERCICE 9

Quand un avion n'est plus très loin de l'aéroport de Toulouse, le radar de la tour de contrôle émet un signal bref en direction de l'avion. Le signal atteint l'avion et revient au radar 0,000 3 seconde après son émission.

1. Sachant que le signal est émis à la vitesse de 300 000 kilomètres par seconde, vérifier qu'à cet instant, l'avion se trouve à 45 kilomètres du radar de la tour de contrôle.

Le dessin n'est pas à l'échelle.

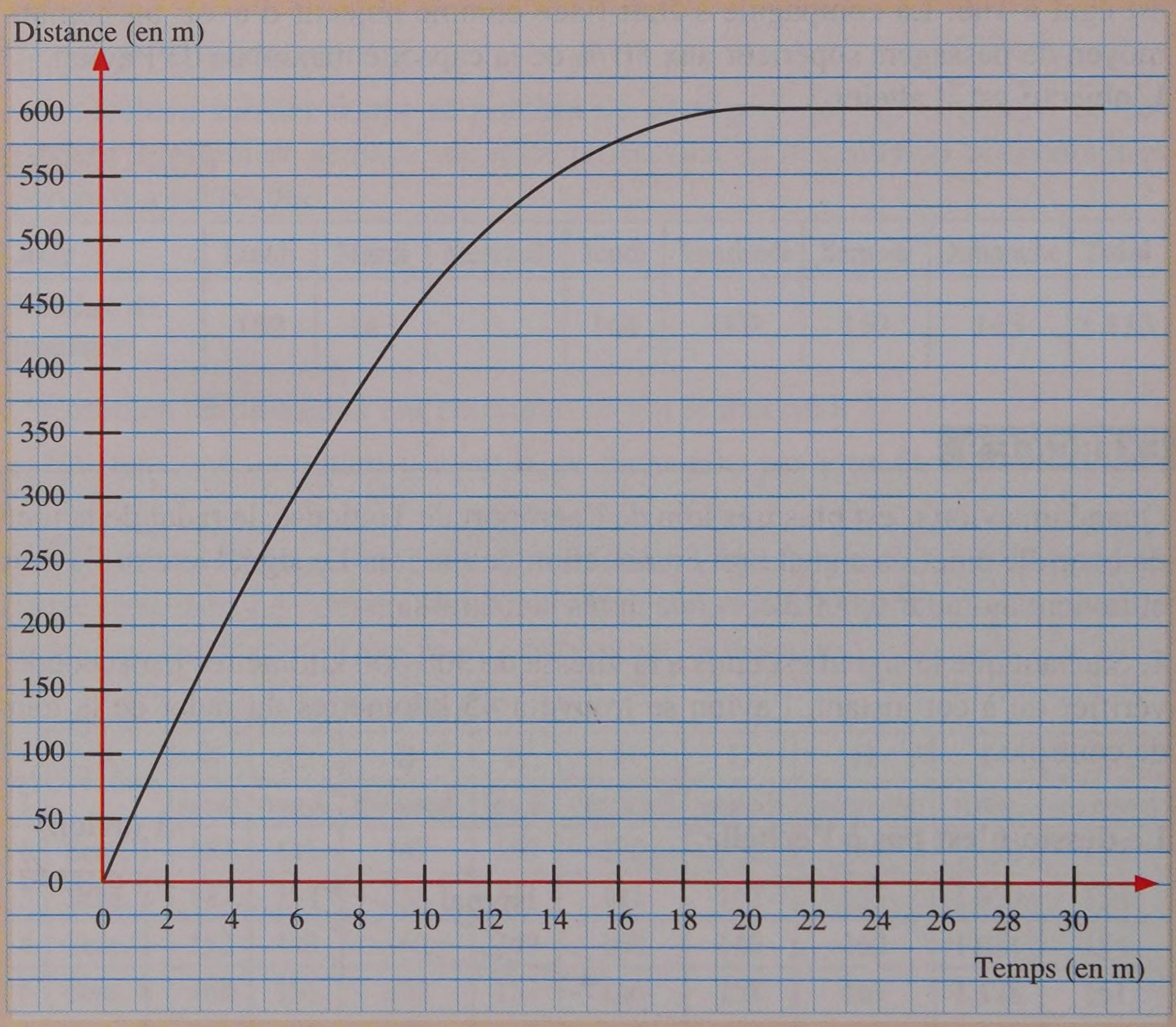


2. La direction radar avion fait un angle de 5° avec l'horizontale.
Calculer alors l'altitude de l'avion à cet instant. On arrondira à la centaine de mètres près.
On négligera la hauteur de la tour de contrôle.

Corrigé page 72

EXERCICE 10

En phase d'atterrissage, à partir du moment où les roues touchent le sol, un avion utilise ses freins jusqu'à l'arrêt complet. Le graphique ci-dessous représente la distance parcourue par l'avion sur la piste (en mètre) en fonction du temps (en secondes) à partir du moment où les roues touchent le sol.



En utilisant ce graphique, répondre aux questions suivantes.

1. Quelle distance l'avion aura-t-il parcouru 10 secondes après avoir touché le sol ?

2. Expliquer pourquoi au bout de 22 secondes et au bout de 26 secondes la distance parcourue depuis le début de l'atterrissage est la même.

3. À partir du moment où les roues touchent le sol, combien de temps met l'avion pour s'arrêter ?

Corrigé page 72

Corrigés

Exercice 1

1. Réponse b. Il y a trois portes et une seule porte permet de gagner donc, en choisissant au hasard, la probabilité de remporter la voiture est $\frac{1}{3}$.

2. Réponse b. S'il y a quatre portes au lieu de trois alors la probabilité de gagner devient $\frac{1}{4}$. Comme on a $\frac{1}{4} < \frac{1}{3}$, la probabilité qu'a Alice de gagner la voiture diminue.

Exercice 2

1. On a $\frac{10^5 + 1}{10^5} = \frac{10^5}{10^5} + \frac{1}{10^5} = 1 + 10^{-5} =$ **1,000 01**.

2. On a $\frac{10^{15} + 1}{10^{15}} = \frac{10^{15}}{10^{15}} + \frac{1}{10^{15}} = 1 + 10^{-15}$; ce n'est pas 1.

Antoine a raison de penser que ce résultat affiché par la calculatrice n'est pas exact.

Exercice 3

Le coureur parcourt un kilomètre en quatre minutes et trente secondes.
Si le coureur garde cette allure tout au long de la course, il y a proportionnalité entre la distance parcourue et le temps mis.
On a : quatre minutes et trente secondes = 4,5 minutes.
On a aussi 4,5 minutes × 42,195 = 189,8775 minutes
Comme on a une heure = 60 min, on a 3 heures = 180 min.
Le coureur mettra environ 3 h 10 min pour courir le marathon, soit **moins de 3 h 30**.

Exercice 4

1. • Pour $x = \frac{3}{4}$, l'expression $(4x - 3)^2 - 9$ vaut :
$(4 \times \frac{3}{4} - 3)^2 - 9$, soit $0^2 - 9$ ou encore -9. Ce n'est pas 0.
$\frac{3}{4}$ n'est pas solution de l'équation $(4x - 3)^2 - 9 = 0$.

• Pour $x = 0$, l'expression $(4x - 3)^2 - 9$ vaut :
$(4 \times 0 - 3)^2 - 9$, soit $(-3)^2 - 9$ ou encore 0.
0 est solution de l'équation $(4x - 3)^2 - 9 = 0$.

$(-3)^2 = 9$

2. Pour tout nombre x, on a :
$(4x - 3)^2 - 9 = (4x - 3)^2 - 3^2 = [(4x - 3) + 3]\ [(4x - 3) + 3 = 4x(4x - 6)$.

$a^2 - b^2 = (a + b)\ (a - b)$

3. On veut résoudre l'équation $(4x - 3)^2 - 9 = 0$, soit aussi $4x(4x - 6) = 0$.
Si un produit de facteurs est nul, alors l'un au moins de ses facteurs est nul.
On a donc successivement :
$4x = 0$ ou $4x - 6 = 0$;
$x = 0 \div 4$ ou $4x = 6$;
$x = 0$ ou $x = 6 \div 4$.
Les solutions de l'équation sont 0 et 1,5.

Exercice 5

1. a) Le côté du carré est 40 cm. On a $40 \times 40 = 1\,600$.
L'aire du carré *ABCD* est 1 600 cm^2.

L'aire d'un carré de côté a est a^2.

b) Comme E est sur $[AD]$, on a $DE = DA - \text{AE} = 40 - 15 = 25$.
Comme C est sur $[DG]$, on a $DG = DC + CG = 40 + 25 = 65$.
On a $25 \times 65 = 1\,625$.
L'aire du rectangle *DEFG* est 1 625 cm^2.

L'aire d'un rectangle de dimensions l et L est lL.

2. Soit x le côté AB du carré. L'aire du carré est x^2.
Comme E est sur $[AD]$, on a $DE = DA - \text{AE} = x - 15$.
Comme C est sur $[DG]$, on a $DG = DC + CG = x + 25$.
L'aire du rectangle est $(x - 15)(x + 25)$.
On veut que le carré et le rectangle aient la même aire ce qui donne successivement :
$x^2 = (x - 15)(x + 25)$;
$x^2 = x^2 + 25x - 15x - 375$;
$0 = 10x - 375$;
$375 = 10x$;
$375 \div 10 = x$;
$37{,}5 = x$.
Pour une longueur *AB* de 37,5, l'aire du carré *ABCD* est égale à l'aire du rectangle *DEFG*.

Exercice 6

1. On applique la formule : $V = \dfrac{\pi R^2 h}{3}$.

Ici, on a : $V = \dfrac{\pi \times 2^2 \times 5}{3} = \dfrac{20\pi}{3}$.

Le volume du cône est 21 cm^3 à 1 près.

2. Comme B est le milieu de $[AO]$, le petit cône est une réduction du grand cône de rapport 0,5.
Le volume du petit cône est égal à celui du grand cône multiplié par $0{,}5^3$, soit par 0,125 : **ce n'est pas la moitié du volume du cône initial**.

Dans une réduction de rapport k, les volumes sont multipliés par k^3.

Exercice 7

• ABC est un triangle rectangle en A.
D'après le théorème de Pythagore,
on a $BC^2 = BA^2 + AC^2$,
soit $BC^2 = 300^2 + 400^2$.
On fait $BC = \sqrt{250\,000}$ car BC est une longueur.
On obtient $BC = 500$.
• ABC est un triangle, E un point sur (AC), D un point sur (BC) avec (ED) parallèle à (AB).
D'après le théorème de Thalès,
on a $\frac{DC}{BC} = \frac{EC}{AC} = \frac{DE}{AB}$, soit $\frac{DC}{500} = \frac{1\,000}{400} = \frac{DE}{300}$.
D'une part, on a : $\frac{DC}{500} = 2{,}5$, soit $DC = 2{,}5 \times 500$. On a : $DC = 1\,250$.
D'autre part, on a $2{,}5 = \frac{DE}{300}$, soit $2{,}5 \times 300 = DE$. On a : $DE = 750$.
• La longueur du parcours est :
$AB + BC + CD + DE = 300 + 500 + 1\,250 + 750 = 2\,800$.
La longueur réelle du parcours *ABCDE* est 2 800 mètres.

Exercice 8

1. 10 h 30 – 9 h 35 = (9 h + 1 h + 30 min) – (9 h + 35 min)
= 9 h + 60 min + 30 min – 9 h – 35 min
= 55 min.
La durée de son vol est 55 minutes.

une heure = 60 min

2. a) 1 113 – 152 – 143 – 164 – 189 – 157 – 163 = 145.
145 passagers ont emprunté ce vol le mercredi.

b) On a 1 113 ÷ 7 = 159.
En moyenne, il y avait **159 passagers** par jour dans l'avion cette semaine-là.

3. a) Dans la cellule I2, on peut écrire comme formule :
SOMME(B2:H2) ou **= B2+C2+D2+E2+F2+G2+H2** pour obtenir le nombre total de passagers au cours de la semaine 1.

b) Dans la cellule J2, on peut écrire comme formule :
MOYENNE(B2:H2) ou **= I2/7** pour obtenir le nombre moyen de passagers au cours de la semaine 1.

4. L'avion dispose de 190 places.
80 % de 190, c'est 0,8 × 190, soit 152.
Le nombre moyen de passagers par jour au cours de ces douze semaines est égal à 166, donc supérieur à 152.
L'objectif est atteint.

Exercice 9

1. Soit d la distance séparant l'avion de la tour de contrôle. Le signal faisant un aller-retour entre la tour et l'avion, il parcourt une distance de $2d$.

On a $v = \dfrac{2d}{t}$, soit $vt = 2d$ ou $vt \div 2 = d$.

Ici, $d = 300\,000 \times 0{,}000\,3 \div 2 = 45$.

L'avion se trouve à 45 kilomètres de la tour de contrôle.

2. Le triangle AIR est rectangle en I.

On a $\sin(\widehat{IRA}) = \dfrac{\text{côté opposé à } R}{\text{hypoténuse}} = \dfrac{AI}{AR}$, soit $\sin(5°) = \dfrac{AI}{45 \text{ km}}$.

On a donc $\sin(5°) \times 45 \text{ km} = AI$, soit $3{,}9 \text{ km} = AI$

L'altitude de l'avion à cet instant est de 3 900 mètres à la centaine de mètres près.

Exercice 10

1. D'après le graphique, l'avion aura parcouru **450 mètres** 10 secondes après avoir touché le sol.

2. Au bout de 22 secondes et au bout de 26 secondes la distance parcourue depuis le début de l'atterrissage est la même car l'avion s'est immobilisé.

3. À partir du moment où les roues touchent le sol, l'avion met **20 secondes** pour s'arrêter.

SUJET 7

Polynésie française

CONSEIL

Toutes les réponses doivent être justifiées, sauf si une indication contraire est donnée.

EXERCICE 1

Pour chaque ligne du tableau ci-dessous, choisir et entourer la bonne réponse parmi les trois proposées. Aucune justification n'est demandée.

Questions	**Réponses**		
L'inverse de 1 est :	-1	1	2
$\frac{2+3}{4\times 7}$ s'écrit aussi :	$(2+3)\div(4\times 7)$	$2+3\div(4\times 7)$	$2+3\div 4\times 7$
$2+\frac{2}{3}\times\frac{1}{4}$ est égal à :	$\frac{13}{6}$	$\frac{4}{12}$	$\frac{5}{7}$
Si $x=-4$, alors $x+4+(x+4)(2x-5)$ est égal à :	-4	-1	0

Corrigé page 78

EXERCICE 2

L'entreprise « Pumu Pua Toro » vend des boîtes de corned-beef.
Ces dernières sont de forme cylindrique de 12 cm de diamètre et de 5 cm de hauteur.
Elles sont rangées dans un carton de 84 cm de long, 60 cm de large et 5 cm de hauteur de façon à ce qu'elles se calent les unes contre les autres.



1. Combien de boîtes peut-on ranger au maximum dans un carton ?

2. Calculer le PGCD de 84 et de 60.

3. L'entreprise peut-elle ranger dans ce carton des boîtes cylindriques de plus grand diamètre de façon à ce qu'elles se calent les unes contre les autres ? Justifier la réponse.

Corrigé page 78

EXERCICE 3

L'hôtel « la ora na » accueille 125 touristes :
– 55 Néocalédoniens dont 12 parlent également anglais ;
– 45 Américains ne parlant qu'anglais ;
– le reste étant des Polynésiens dont 8 parlent également l'anglais.
Les Néocalédoniens et les Polynésiens parlent tous le français.

1. Si je choisis un touriste pris au hasard dans l'hôtel, quelle est la probabilité des événements suivants :

a) événement A : « Le touriste est un Américain » ?

b) événement B : « Le touriste est un Polynésien ne parlant pas anglais » ?

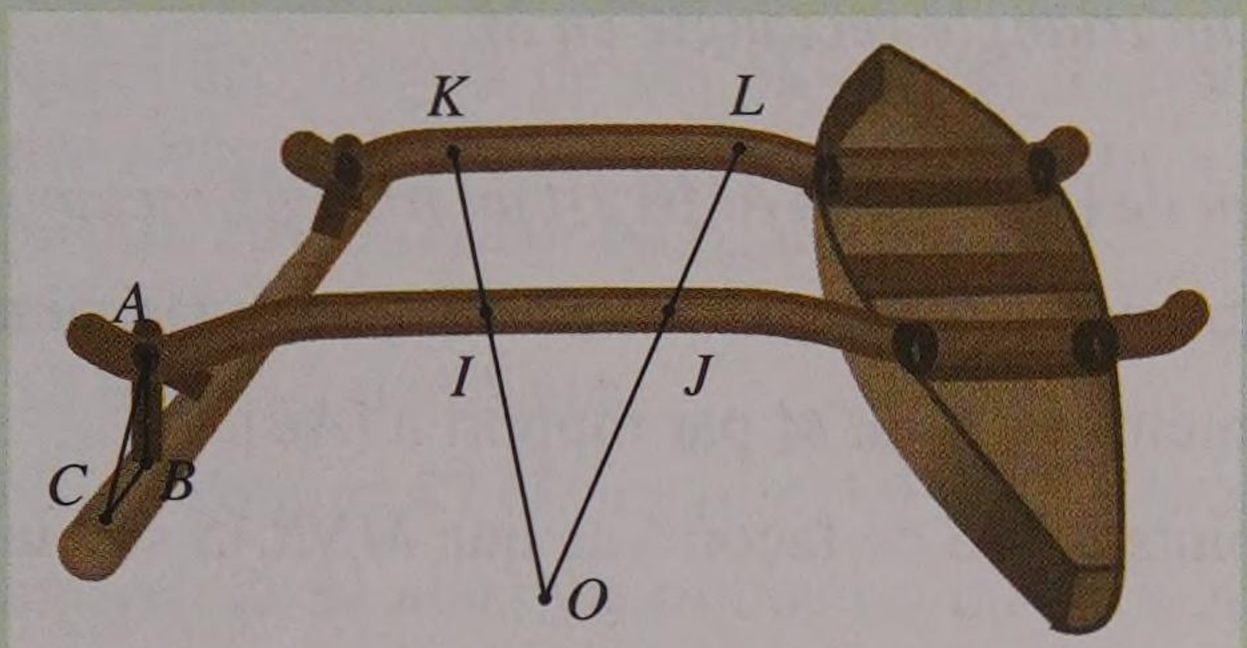
c) événement C : « Le touriste parle anglais » ?

2. Si j'aborde un touriste dans cet hôtel, ai-je plus de chance de me faire comprendre en parlant en anglais ou en français ? Justifier la réponse. (*Toute trace de recherche, même incomplète, sera prise en compte dans la notation.*)

Corrigé page 79

EXERCICE 4

Teva vient de construire lui-même sa pirogue.



1. Pour vérifier que les deux bras du balancier sont parallèles entre eux, il place sur ceux-ci deux bois rectilignes schématisés sur le dessin ci-dessus par les segments [*OK*] et [*OL*] avec *I* sur [*OK*] et *J* sur [*OL*].
La mesure des longueurs *OI*, *OJ*, *OK* et *OL* donne les résultats suivants :
OI = 1,5 m ; *OJ* = 1,65 m ; *OK* = 2 m et *OL* = 2,2 m.
Les deux bras sont-ils parallèles ? Justifier la réponse.

2. Pour vérifier que la pièce [*AB*] est perpendiculaire au balancier, il mesure les longueurs *AB*, *AC* et *CB* et obtient :
AB = 15 cm ; *AC* = 25 cm et *CB* = 20 cm.
Peut-il affirmer que la pièce [*AB*] est perpendiculaire au balancier ? Justifier la réponse.

Corrigé page 79

EXERCICE 5

1. Tracer le cercle *C* de centre *O* et de diamètre [*AB*] tel que *AB* = 8 cm.

2. Placer un point *M* appartenant à *C* tel que $\widehat{BOM} = 36°$.

3. Calculer la mesure de l'angle inscrit $\widehat{MAB}$ qui intercepte le petit arc de cercle $\overset{\frown}{AB}$.

4. **À l'aide des données de l'énoncé**, laquelle de ces propositions permet de montrer que *AMB* est un triangle rectangle en *M* ? (Recopier sur la copie la bonne proposition.)

Proposition 1 :
Si dans le triangle AMB on a $AB^2 = AM^2 + BM^2$, *alors le triangle AMB est un triangle rectangle en M.*

Proposition 2 :
Si le triangle AMB est inscrit dans le cercle C dont l'un des diamètres est [*AB*], *alors AMB est un triangle rectangle en M.*

Proposition 3 :
Si O est le milieu de [*AB*], *alors AMB est un triangle rectangle d'hypoténuse* [*AB*].

5. Calculer la longueur *AM* et arrondir le résultat au dixième.

6. Tracer le symétrique *N* de *M* par rapport à [*AB*].

7. Placer les points *R* et *S* de façon à ce que *MNRAS* soit un pentagone régulier.

Corrigé page 80

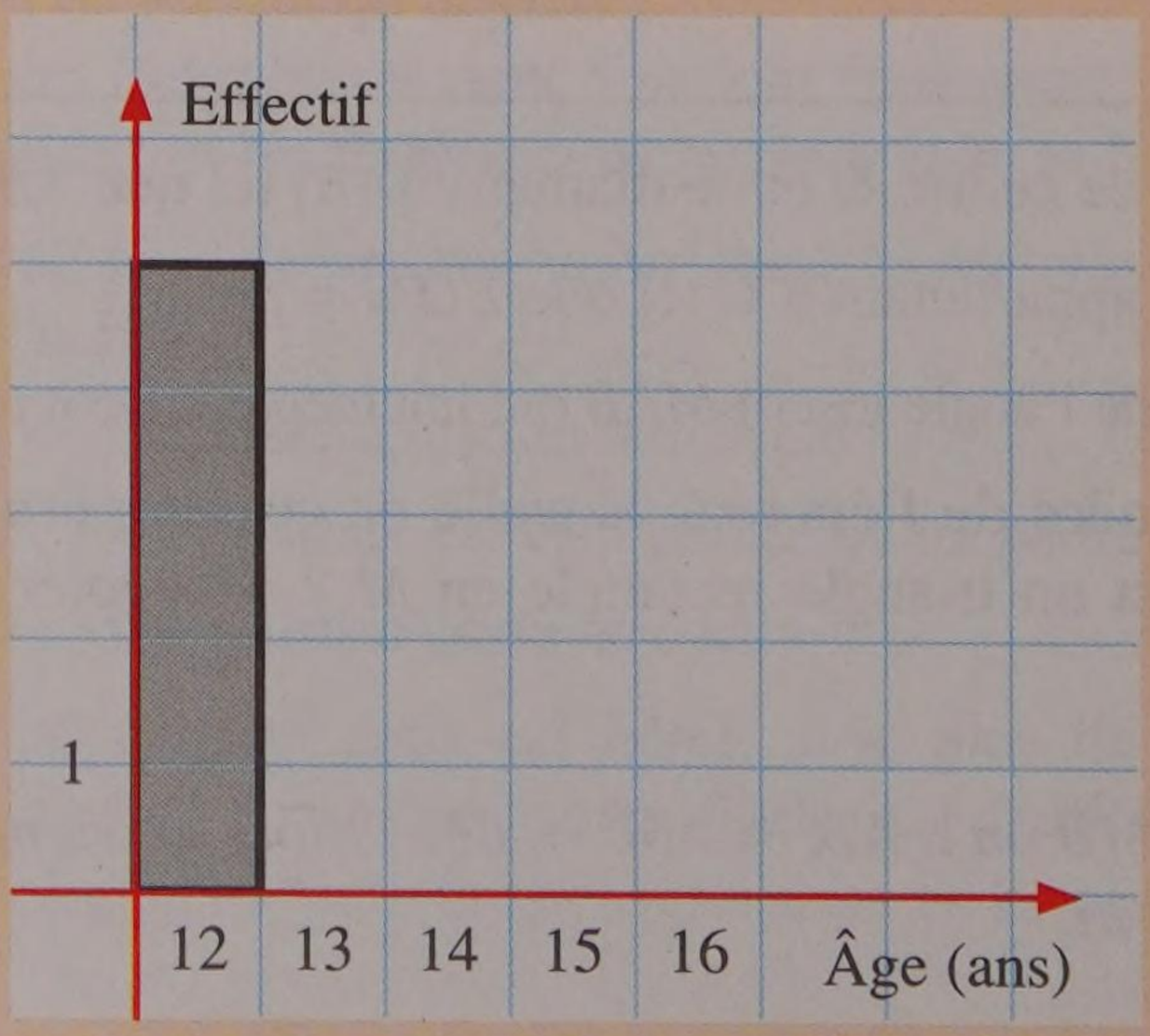
EXERCICE 6

Taraina dirige une école de danse pour adolescents. Elle a relevé dans un tableau l'âge de ses élèves ainsi que la fréquence des âges.

1. Recopier et compléter le tableau suivant :

Âge des élèves	12	13	14	15	16	Total
Nombre d'élèves	5	2	4	5	4	
Fréquence en %			20	25	20	100

2. Compléter le diagramme en barre des effectifs à l'aide du tableau précédent.



3. Quelle est dans cette école la fréquence d'élèves ayant 14 ans ?

4. Quel est le nombre d'élèves âgés de 14 ans ou moins ?

5. Taraina a calculé que l'âge moyen de ses élèves est légèrement supérieur à 14 ans, or pour inscrire son groupe au Heiva dans la catégorie « Adolescents », l'âge moyen du groupe doit être inférieur ou égal à 14 ans.
Pour régler ce problème, elle a la possibilité d'accepter dans sa troupe dans un nouvel élève, soit de 13 ans, soit de 15 ans.

a. Lequel va-t-elle choisir ? Pourquoi ? (*Toute trace de recherche sera valorisée.*)

b. Montrer que l'âge moyen de sa nouvelle troupe est maintenant de 14 ans.

Corrigé page 80

EXERCICE 7

Taraina veut inscrire ses 21 élèves aux festivités du Heiva. Deux tarifs lui sont proposés.
Tarif Individuel : 500 F par danseur inscrit.
Tarif Groupe : Paiement d'un forfait de 4 000 F pour le groupe puis 300 F par danseur.

1. Recopier et compléter le tableau suivant :

Nombre d'inscriptions	0	10	25
Prix au tarif Individuel en F		5 000	
Prix au tarif Groupe en F		7 000	

2. Soit x le nombre d'inscriptions.
Le prix $I(x)$ à payer si l'on choisit le tarif individuel en fonction de x est $I(x) = 500x$.
Exprimer, en fonction de x, le prix $G(x)$ à payer si l'on choisit le tarif Groupe.

3. Dans un repère orthogonal (1 cm pour 2 inscriptions en abscisses ; 1 cm pour 1 000 F en ordonnées), construire la représentation graphique des deux fonctions $x \mapsto 500x$ et $x \mapsto 300x + 4\,000$.

4. Graphiquement, quel est le tarif le plus avantageux pour l'inscription des 21 élèves ? Laisser apparaître les tracés utiles sur le graphique.

5. Pour quel nombre d'inscriptions paye-t-on le même prix quel que soit le tarif choisi ? Justifier la réponse par le calcul.

Corrigé page 81

Corrigés

Exercice 1

• L'inverse de 1 est **1** car $1 \times 1 = 1$.

L'inverse d'un nombre *a* non nul est le nombre *b* tel que $ab = 1$.

• $\frac{2+3}{4\times 7}$ s'écrit aussi $\mathbf{(2+3) \div (4 \times 7)}$.

Une barre de fraction donne lieu à des priorités comme si son numérateur et son dénominateur étaient entre parenthèses.

• On a : $2 + \frac{2}{3} \times \frac{1}{4} = 2 + \frac{1}{3\times 2} = \frac{12}{6} + \frac{1}{6} = \mathbf{\frac{13}{6}}$.

La multiplication est prioritaire sur l'addition.

• Si $x = -4$, alors l'expression $x + 4 + (x + 4)(2x - 5)$ vaut :
$-4 + 4 + (-4 + 4)(2 \times (-4) - 5) = 0 + 0 \times (-13) = \mathbf{0}$.

Exercice 2

1. On a $84 \div 12 = 7$; on peut mettre 7 boîtes dans la longueur du carton.
On a $60 \div 12 = 5$; on peut mettre 5 boîtes dans la largeur du carton.
Il n'y a qu'une seule boîte dans la hauteur du carton.
Comme $7 \times 5 \times 1 = 35$, **on peut mettre au maximum 35 boîtes dans le carton.**

2. On utilise l'algorithme d'Euclide.

a	*b*	*r*
84	60	24
60	24	12
24	12	0

Le PGCD de 84 et de 60 vaut 12.

Dans l'algorithme d'Euclide le PGCD est le dernier reste *r* non nul.

3. Pour que les boîtes se calent les unes contre les autres, le diamètre d'une boîte doit diviser 84 et 60 les dimensions du carton.
Ce diamètre est au maximum le PGCD de 84 et de 60, qui vaut 12.
L'entreprise ne peut pas ranger dans ce carton des boîtes cylindriques de plus grand diamètre de façon à ce qu'elles se calent les unes contre les autres.

Exercice 3

1. a) Il y a 45 touristes américains parmi 125 touristes.
Si je choisis un touriste pris au hasard dans l'hôtel, la probabilité de l'événement A est $45 \div 125$, soit **0,36**.

b) Le nombre de Polynésiens est $125 - 55 - 45$, soit 25.
Comme $25 - 8 = 17$, il y a 17 Polynésiens ne parlant pas anglais.
Si je choisis un touriste pris au hasard dans l'hôtel, la probabilité de l'événement B est $17 \div 125$, soit **0,136**.

c) Le nombre de touristes qui parlent anglais est $12 + 45 + 8$, soit 65.
Si je choisis un touriste pris au hasard dans l'hôtel, la probabilité de l'événement C est $65 \div 125$, soit **0,52**.

2. 65 touristes parlent anglais. Les Néocalédoniens et les Polynésiens qui parlent français sont $55 + 25$ soit 80.
Si j'aborde un touriste dans cet hôtel, j'ai plus de chance de me faire comprendre en parlant en français.

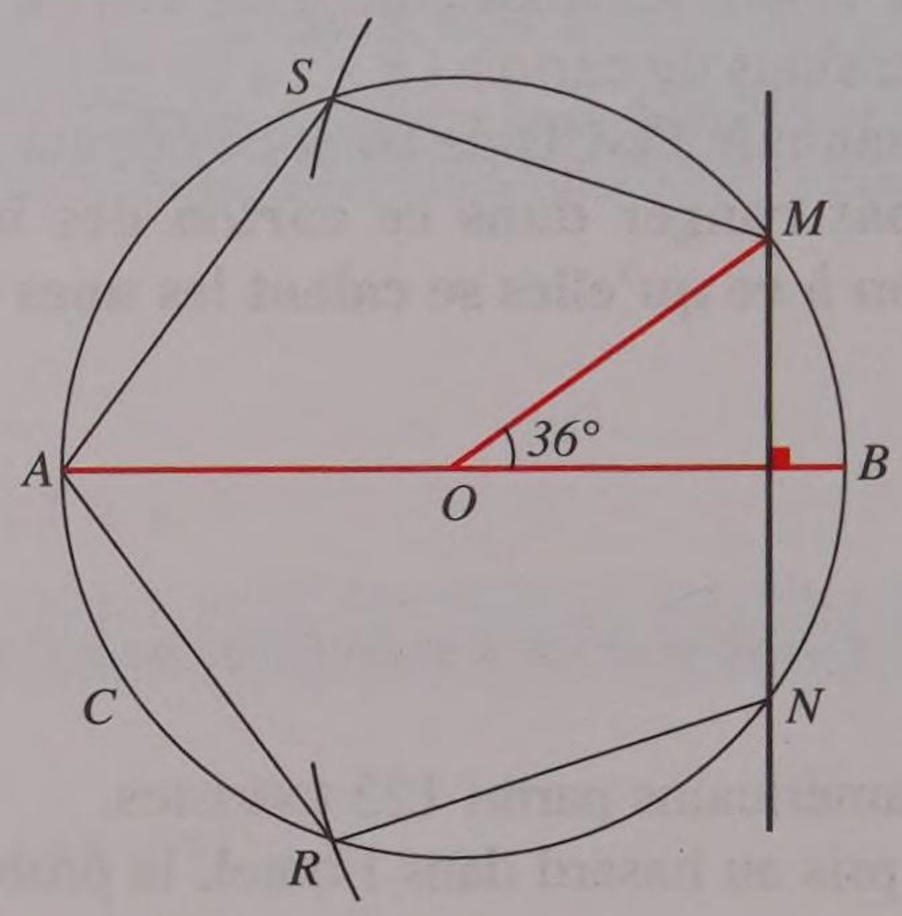
Exercice 4

1. OLK est un triangle avec I sur $[OK]$ et J sur $[OL]$.
On a : $\frac{OI}{OK} = \frac{1,5}{2} = 0,75$ et $\frac{OJ}{OL} = \frac{1,65}{2,2} = 0,75$.
On constate que $\frac{OI}{OK} = \frac{OJ}{OL}$.
De plus les points O, I et K sont alignés dans le même ordre relatif que les points O, J et L.
D'après la réciproque du théorème de Thalès,
les droites (IJ) et (KL) sont parallèles.
Les deux bras de la pirogue sont parallèles.

2. On a $AC^2 = 25^2 = 625$ et $AB^2 + BC^2 = 15^2 + 20^2 = 625$.
On constate que $AC^2 = AB^2 + BC^2$.
D'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en B.
La pièce $[AB]$ est perpendiculaire au balancier.

Exercice 5

1. 2.



3. Dans le cercle C, l'angle inscrit $\widehat{MAB}$ intercepte le même petit arc de cercle $\overset{\frown}{MB}$ que l'angle au centre $\widehat{BOM}$.
Si dans un cercle un angle inscrit et un angle au centre interceptent le même arc, alors l'angle inscrit mesure la moitié de l'angle au centre.
On a $\widehat{MAB} = \widehat{BOM} \div 2 = 36° \div 2$.
On a donc $\widehat{MAB} = 18°$.

4. Comme on sait que $[AB]$ est un diamètre du cercle et que M est un point de ce cercle, **la bonne proposition est la 2**, soit :
Si le triangle AMB est inscrit dans le cercle C dont l'un des diamètres est [AB], alors AMB est un triangle rectangle en M.

5. Dans ABM rectangle en M, on a :

$$\cos(\widehat{MAB}) = \frac{\text{côté adjacent à } A}{\text{hupoténuse}} = \frac{AM}{AB}, \text{ soit } \cos(18°) = \frac{AM}{8}.$$

On fait $\cos(18°) \times 8 = AM$.
La longueur AM est de 7,6 cm au dixième près.

6. Le symétrique N de M par rapport à $[AB]$ est l'intersection de la droite perpendiculaire à (AB) qui passe par M avec le cercle C.
Voir figure.

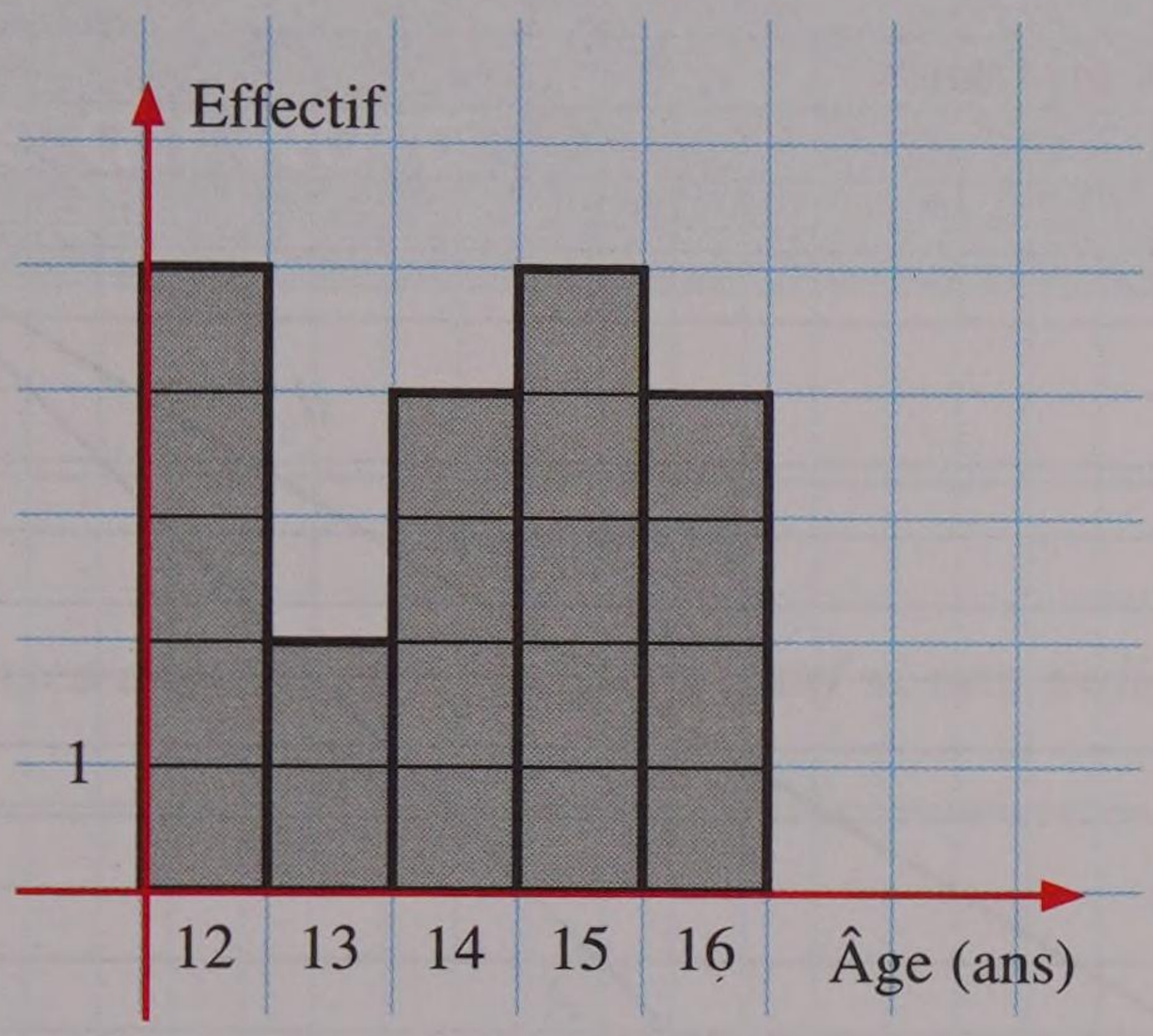
7. Comme $MNRAS$ est un pentagone régulier avec A, M et N sur le cercle, les points R et S sont aussi sur le cercle avec $MS = MN = NR$.
On construit les points R et S en traçant des arcs de cercle de centres respectifs N et M et de rayon MN.
Voir figure.

Exercice 6

1.

Âge des élèves	12	13	14	15	16	Total
Nombre d'élèves	5	2	4	5	4	**20**
Fréquence en %	**25**	**10**	20	25	20	100

2.



3. Dans cette école la fréquence d'élèves ayant 14 ans est **0,2**.

4. On a : 5 + 2 + 4 = 11.
11 élèves sont âgés de 14 ans ou moins.

5. a. Comme la moyenne est légèrement supérieure à 14 ans et qu'elle doit baisser, Taraina doit choisir un élève plus jeune donc **un élève de 13 ans**.

b. Il y a alors 3 élèves âgés de 13 ans.
La moyenne est :

$$m = \frac{12 \times 5 + 13 \times 3 + 14 \times 4 + 15 \times 5 + 16 \times 4}{5 + 3 + 4 + 5 + 4} = \frac{294}{21} = 14.$$

L'âge moyen de la nouvelle troupe est bien maintenant de 14 ans.

Attention : il faut faire une moyenne pondérée.

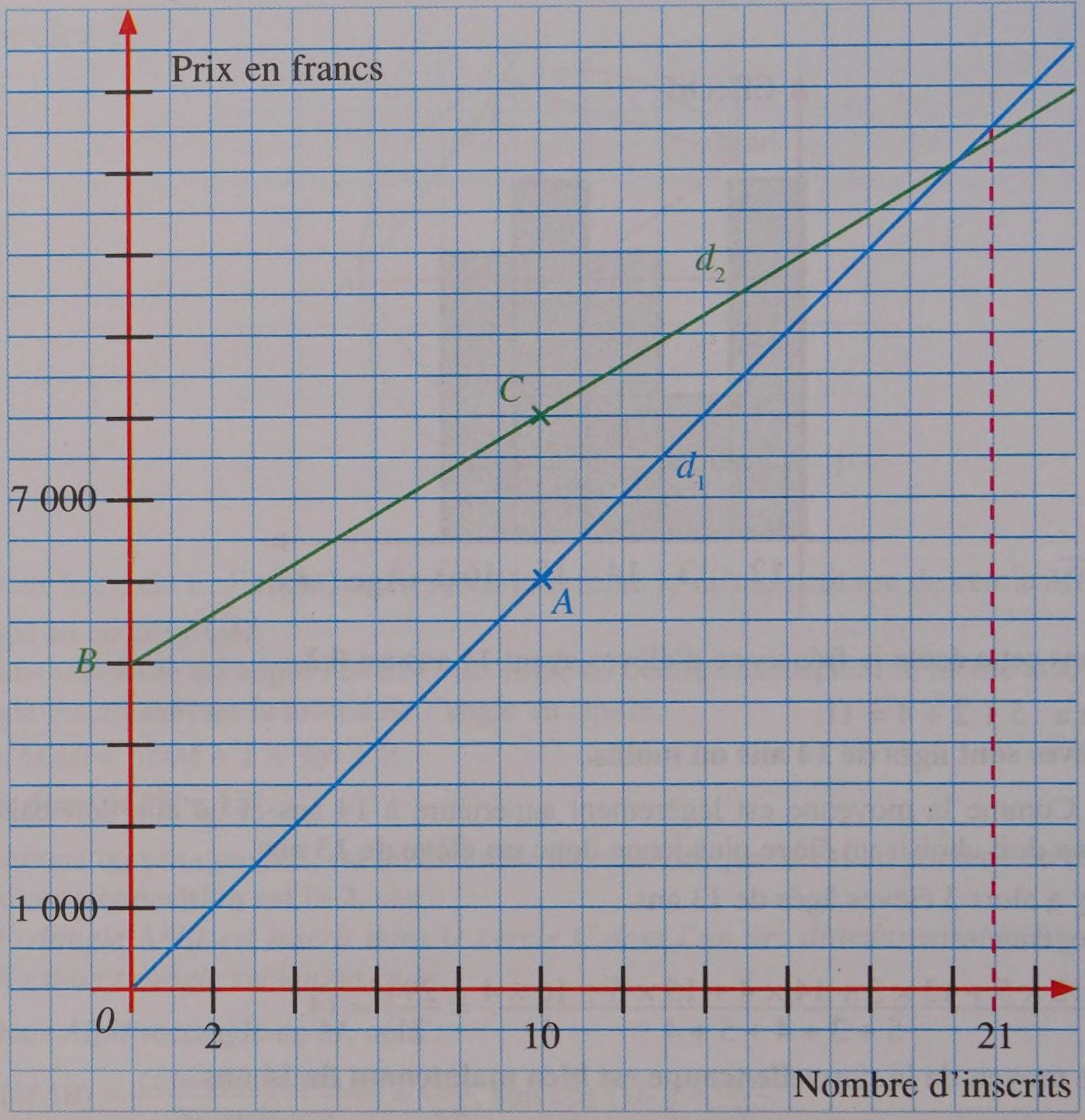
Exercice 7

1.

Nombre d'inscriptions	0	10	25
Prix au tarif Individuel en F	0	5 000	12 500
Prix au tarif Groupe en F	4 000	7 000	11 500

2. Pour le tarif Groupe, on a $G(x) = 300x + 4\,000$.

3. • La fonction $I : x \mapsto 500x$ est une fonction linéaire, donc sa représentation graphique est une droite d_1 passant par l'origine du repère.
On a $I(10) = 5\,000$ donc d_1 passe par le point $A(10 ; 5\,000)$.
• La fonction $G : x \mapsto 300x + 4\,000$ est une fonction affine donc sa représentation graphique est une droite d_2.
On a $G(0) = 4\,000$ donc d_2 passe par le point $B(0 ; 4\,000)$.
On a $G(10) = 7\,000$ donc d_2 passe par le point $C(10 ; 7\,000)$.



4. Graphiquement, le tarif le plus avantageux pour l'inscription des 21 élèves est le tarif Groupe car pour $x = 21$, d_2 est située au-dessous de d_1.

5. On veut $I(x) = G(x)$ ce qui donne successivement :

$500x = 300x + 4\,000$;

$500x - 300x = 4\,000$;

$200x = 4\,000$;

$x = 4\,000 \div 200$;

$x = 20$.

Pour 20 inscriptions on paie le même prix quel que soit le tarif choisi.

SUJET 8

Amérique du Nord

CONSEIL

Toutes les réponses doivent être justifiées, sauf si une indication contraire est donnée.

EXERCICE 1

Quatre affirmations sont données ci-dessous.

Affirmation 1 : $\frac{1}{8}$ est un nombre décimal.

Affirmation 2 : 72 a exactement cinq diviseurs.

Affirmation 3 : Si n est un entier, alors $(n - 1)(n + 1) + 1$ est toujours égal au carré d'un entier.

Affirmation 4 : Deux nombres impairs sont toujours premiers entre eux.

Pour chacune, indiquer si elle est vraie ou fausse en argumentant la réponse.

Corrigé page 88

EXERCICE 2

Deux classes du collège ont répondu à la question suivante :
« Combien de livres avez-vous emprunté durant les 12 derniers mois ? »
Les deux classes ont communiqué les réponses de deux façons différentes :

Classe n° 1 :
1 ; 2 ; 2 ; 2 ; 2 ; 3 ; 3 ; 3 ; 3 ; 3 ; 3 ; 3 ; 3 ; 6 ; 6 ; 6 ; 6 ; 6 ; 7 ; 7 ; 7.

Classe n° 2 : Effectif total : 25
Moyenne : 4
Étendue : 8
Médiane : 5

Sujet 8

1. Comparer les nombres moyens de livres empruntés dans chaque classe.

2. Un « grand lecteur » est un élève qui a emprunté cinq livres ou plus.
Quelle classe a le plus de « grands lecteurs » ?

3. Dans quelle classe se trouve l'élève ayant emprunté le plus de livres ?

Corrigé page 88

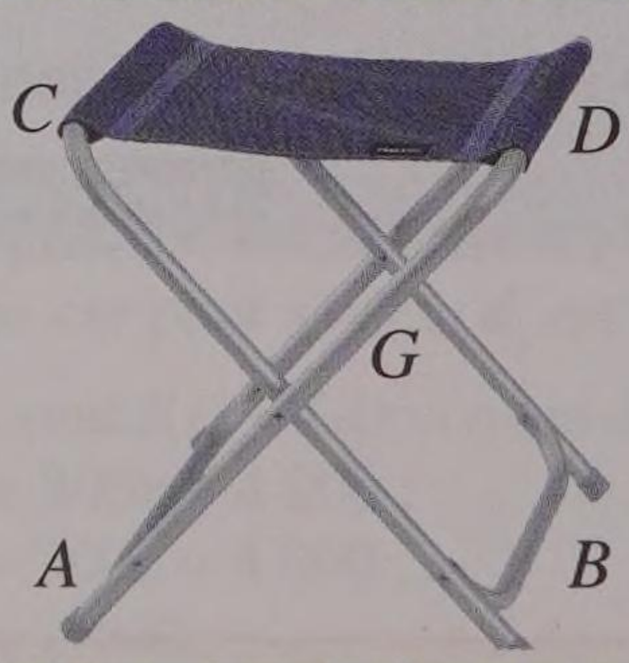
EXERCICE 3

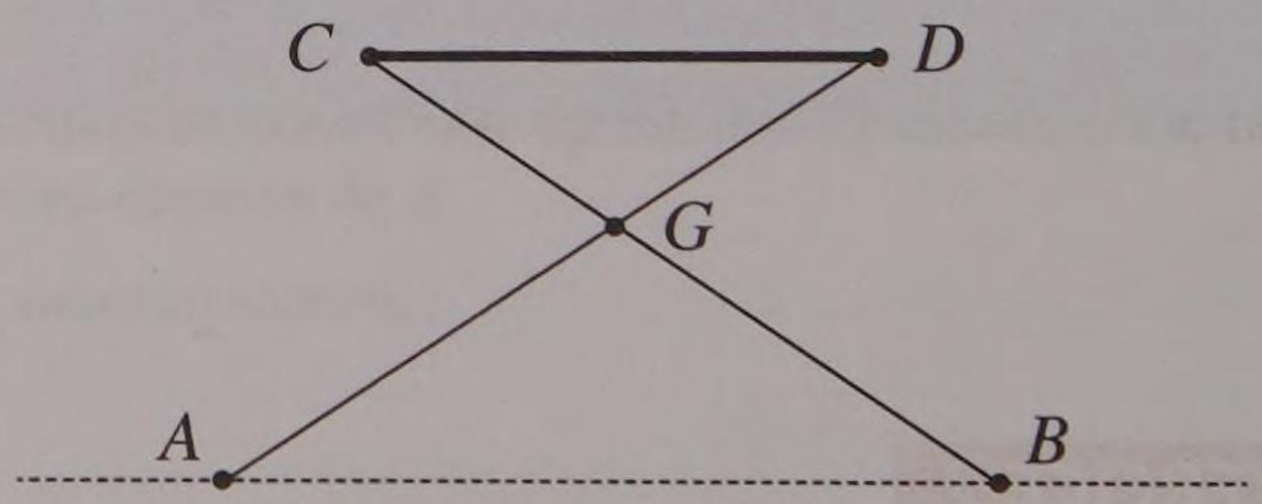
Léa observe à midi, au microscope, une cellule de bambou.
Au bout d'une heure, la cellule s'est divisée en deux. On a alors deux cellules.
Au bout de deux heures, ces deux cellules se sont divisées en deux.
Léa note toutes les heures les résultats de son observation.
À quelle heure notera-t-elle, pour la première fois, plus de 200 cellules ?

Vous laisserez apparentes toutes vos recherches.
Même si le travail n'est pas terminé, il en sera tenu compte dans la notation.

Corrigé page 89

EXERCICE 4





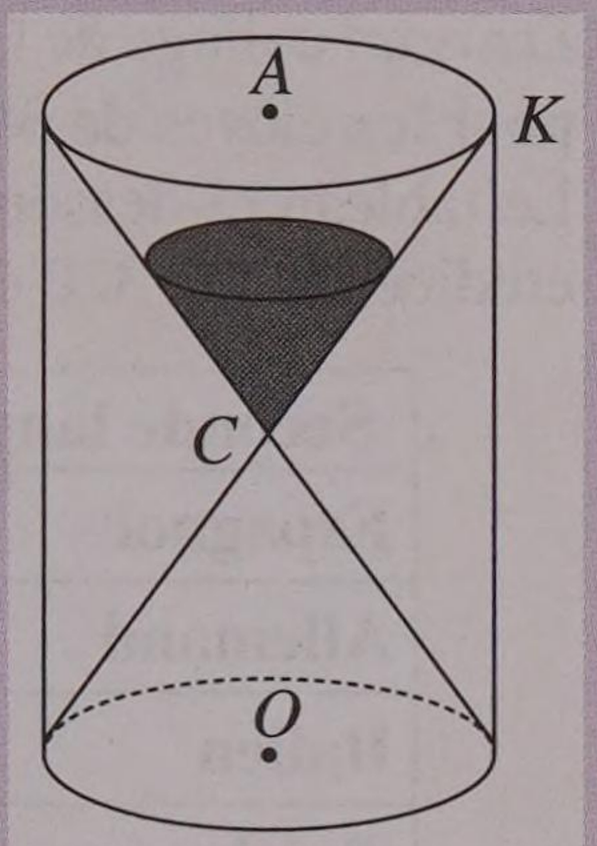
On a modélisé géométriquement un tabouret pliant par les segments [*CB*] et [*AD*] pour l'armature métallique et le segment [*CD*] pour l'abscisse en toile.
On a $CG = DG = 30$ cm, $AG = BG = 45$ cm et $AB = 51$ cm.
Pour des raisons de confort, l'assise [*CD*] est parallèle au sol représenté par la droite (*AB*).
Déterminer la longueur *CD* de l'assise.

Vous laisserez apparentes toutes vos recherches.
Même si le travail n'est pas terminé, il en sera tenu compte dans la notation.

Corrigé page 89

EXERCICE 5

On considère un sablier composé de deux cônes identiques de même sommet C et dont le rayon de la base est $AK = 1{,}5$ cm.
Pour le protéger, il est enfermé dans un cylindre de hauteur 6 cm et de même base que les deux cônes.



1. On note V le volume du cylindre et V_1 le volume du sablier.
Tous les volumes sont exprimés en cm^3.

a) Montrer que la valeur exacte du volume V du cylindre est $13{,}5\ \pi$.

b) Montrer que la valeur exacte de V_1 est $4{,}5\ \pi$.

c) Quelle fraction du volume du cylindre, le volume du sablier occupe-t-il ? (On donnera le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.)

Rappel : La formule du volume d'un cône est $\dfrac{\textit{aire de base} \times \textit{hauteur}}{3}$.

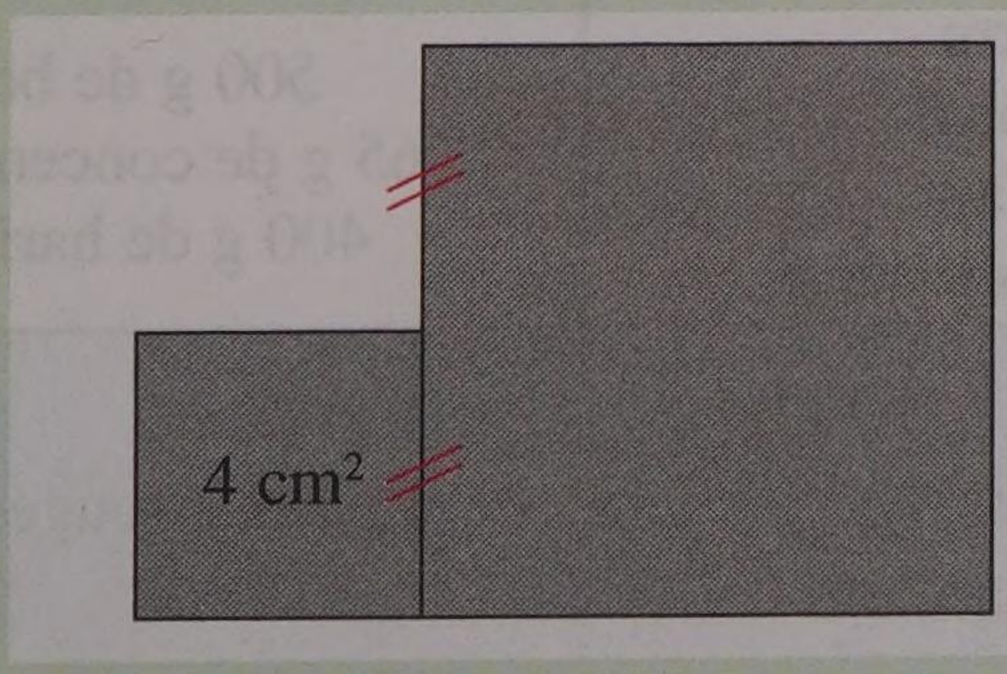
2. On a mis 27 cm^3 de sable dans le sablier.
Sachant que le sable va s'écouler d'un cône à l'autre avec un débit de 540 cm^3/h, quel temps sera mesuré par ce sablier ?

Corrigé page 89

EXERCICE 6

Construire un carré dont l'aire est égale à la somme des aires des deux carrés représentés ci-dessous.

Vous laisserez apparentes toutes vos recherches.
Même si le travail n'est pas terminé, il en sera tenu compte dans la notation.



Corrigé page 90

EXERCICE 7

Dans un collège de Caen (Normandie) est organisé un échange avec le Mexique pour les élèves de 3e qui étudient l'espagnol en seconde langue.
Le tableau ci-dessous permet de déterminer la répartition de la seconde langue étudiée par les 320 élèves de 4e et de 3e de ce collège.

Seconde langue étudiée	4e	3e	Total
Espagnol	84		
Allemand	22	24	
Italien	62	50	
Total			320

1. Combien d'élèves peuvent être concernés par cet échange ?

2. 24 élèves vont participer à ce voyage.
Est-il vrai que cela représente plus de 12 % des élèves de 3e ?

Corrigé page 90

EXERCICE 8

Dans un collège de Caen est organisé un échange avec le Mexique pour les élèves de 3e qui étudient l'espagnol en seconde langue.

Partie I – Le financement

Afin de financer cet échange, deux actions sont mises en œuvre : un repas mexicain et une tombola.

1. Le repas mexicain, où chaque participant paye 15 €.
Au menu, on trouve un plat typique du Mexique, ***le Chili con carne***.

Recette pour 4 personnes	
50 g de beurre 2 gros oignons 2 gousses d'ail 30 cl de bouillon de bœuf	500 g de bœuf haché 65 g de concentré de tomate 400 g de haricots rouges

50 personnes participent à ce repas.

a) Donner la quantité de bœuf haché, de haricots rouges, d'oignons et de concentré de tomate nécessaire.

b) Les dépenses pour ce repas sont de 261 €. Quel est le bénéfice ?

2. La tombola, où 720 tickets sont vendus au prix de 2 €.
Les lots sont fournis gratuitement par trois magasins qui ont accepté de sponsoriser le projet. Il y a trois lots à gagner : un lecteur DVD portable, une machine à pain et une mini-chaîne Hi-fi.
Un élève achète 1 ticket.

a) Quelle probabilité a-t-il de gagner un des lots ?

b) Quelle probabilité a-t-il de gagner la mini-chaîne Hi-fi ?

3. Montrer que la somme récupérée est de 1 929 €.

Partie II – Le voyage

Le voyage se décompose en deux parties : le trajet Caen-Paris (256 km) qui se fait en bus puis le trajet Paris-Mexico (9 079 km) en avion.

1. Le prix d'un billet d'avion aller-retour coûte 770,30 € par personne.
L'argent récolté par le repas mexicain et la tombola permet de réduire équitablement ce prix pour les 24 élèves participants.
Quelle est la participation demandée par élève pour les billets d'avion (arrondir à l'unité) ?

2. Le décollage se fait à 13 h 30. Cependant les élèves et les accompagnateurs doivent être impérativement à l'aéroport de Paris-Roissy à 11 h 30.
On estime la vitesse moyenne du bus à 80 km/h.
Jusqu'à quelle heure peut-il partir de Caen ?

3. L'avion arrive à Mexico à 17 h 24 heure locale. Il faut compter 7 heures de décalage avec la France.

a) Quelle est la durée du trajet ?

b) Quelle est la vitesse moyenne de l'avion (arrondir à l'unité) ?

Corrigé page 90

Corrigés

Exercice 1

• On a $1 \div 8 = 0{,}125$ donc $\frac{1}{8}$ est un nombre décimal. **L'affirmation 1 est vraie.**

Une fraction $\frac{a}{b}$ représente un nombre décimal si le quotient de a par b possède un nombre fini de décimales.

• On a $72 = 1 \times 72 = 2 \times 36 = 3 \times 24 = 4 \times 18 = 6 \times 12 = 8 \times 9$.
72 possède 12 diviseurs. **L'affirmation 2 est fausse.**
• Si n est un entier, alors on a $(n - 1)(n + 1) + 1 = n^2 - 1 + 1 = n^2$; c'est bien le carré de l'entier n. **L'affirmation 3 est vraie.**

$$(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$$

• On a 5 et 15 qui sont deux nombres impairs divisibles par 5. Leur PGCD vaut 5 donc ils ne sont pas premiers entre eux. **L'affirmation 4 est fausse.**

Deux nombres entiers sont premiers entre eux si leur PGCD vaut 1.

Exercice 2

1. Pour la classe n° 1, la moyenne est :

$$m = \frac{1 \times 1 + 4 \times 2 + 8 \times 3 + 5 \times 6 + 3 \times 7}{1 + 4 + 8 + 5 + 3} = \frac{84}{21} = 4.$$

Les nombres moyens de livres empruntés dans chaque classe sont identiques.

2. Pour la classe n° 1, il y a 5 + 3 « grands lecteurs » soit 8.
Pour la classe n° 2, il y a 25 élèves. La médiane est 5 dont au moins la moitié des élèves ont lu cinq livres ou plus. Il y a donc au moins 13 élèves de cette classe qui sont des « grands lecteurs ».
C'est la classe n° 2 qui a le plus de « grands lecteurs ».

Dans une série de valeurs, la médiane est une valeur telle que 50 % au moins des valeurs de la série sont supérieures ou égales à la médiane et telle que 50 % sont inférieures ou égales à la médiane.

3. Dans la classe n° 1, le nombre maximum de livres lus est 7.
Dans la classe n° 2, le nombre minimum de livres lus est au moins 0. Comme l'étendue est 8, le nombre maximum de livres lus vaut au moins 8.
Donc **c'est dans la classe n° 2** où se trouve l'élève ayant emprunté le plus de livres.

Dans une série de valeurs, l'étendue est la différence entre la plus grande valeur et la plus petite valeur.

Exercice 3

Chaque heure, le nombre de cellules est multiplié par 2.
On a :

Temps écoulé en heures	Nombre de cellules
1	$1 \times 2 = 2$
2	$2 \times 2 = 4$
3	$4 \times 2 = 8$
4	$8 \times 2 = 16$
5	$16 \times 2 = 32$
6	$32 \times 2 = 64$
7	$64 \times 2 = 128$
8	$128 \times 2 = 256$

À 8 heures du soir, elle notera pour la première fois, plus de 200 cellules.

Exercice 4

ABG est un triangle avec *D* un point sur (*AG*), *C* un point sur (*BG*) et (*AB*) parallèle à (*CD*).
D'après le théorème de Thalès,

on a : $\frac{GD}{GA} = \frac{GC}{GB} = \frac{DC}{AB}$, soit $\frac{CD}{51} = \frac{30}{45}$.

On a $CD = 51 \times \frac{2}{3}$.

La longueur *CD* de l'assise est 34 cm.

Exercice 5

1. a) Le volume du cylindre est :
$V = \pi \times AK^2 \times AO = \pi \times 1{,}5^2 \times 6$.
La valeur exacte du volume *V* du cylindre est 13,5 π.

b) Chaque cône du sablier a pour rayon 1,5 cm et pour hauteur la moitié de celle du cylindre, soit 3 cm.
Le volume de chaque cône est $\frac{\pi \times 1{,}5^2 \times 3}{3}$, soit 2,25 π.

La valeur exacte de V_1 est $2 \times 2{,}25\pi$, soit **4,5** π.

c) On a : $\frac{V_1}{V} = \frac{4{,}5\pi}{13{,}5\pi} = \frac{4{,}5}{13{,}5 \times 3}$.

Le volume du sablier occupe un $\frac{1}{3}$ du volume du cylindre.

2. Le débit *d* est le quotient du volume V par le temps t.

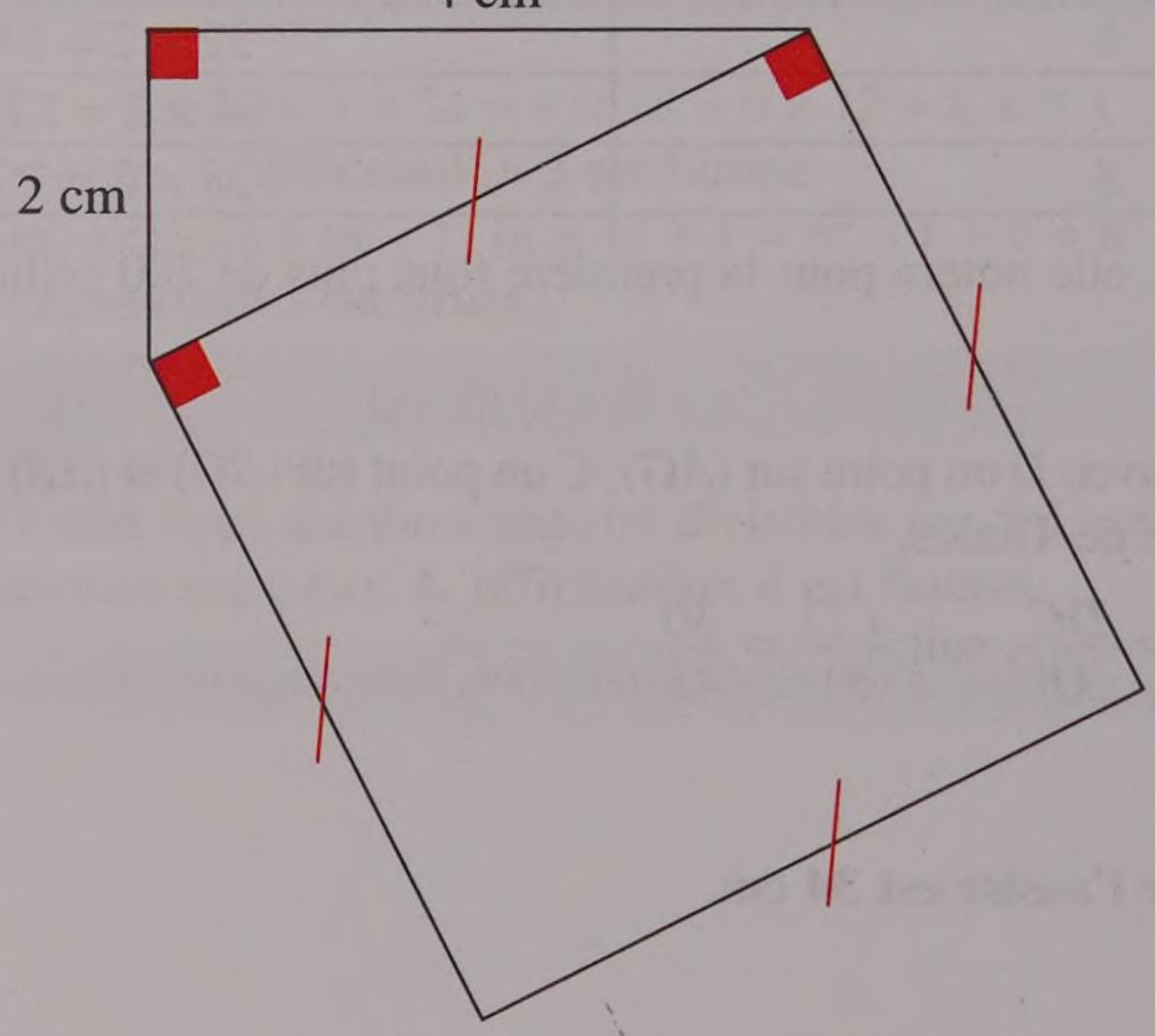
On a $d = \frac{V}{t}$, soit $t = \frac{V}{d} = \frac{27}{540} = \frac{27 \times 1}{27 \times 20} = \frac{1}{20}$.

Ce sablier permet de mesurer $\frac{1}{20}$ h, soit 3 minutes.

une heure = 60 min

Exercice 6

Si on note a et b les côtés des deux carrés donnés et c le côté du carré à construire, on a $c^2 = a^2 + b^2$, ce qui fait penser au théorème de Pythagore.
Si un triangle rectangle a ses côtés de l'angle droit qui mesurent a et b alors son hypoténuse mesure c tel que $c^2 = a^2 + b^2$.
Ici, on a $a^2 = 4$ donc $a = 2$ et $b = 2a = 4$.
On construit un triangle rectangle dont les côtés de l'angle droit mesurent 2 cm et 4 cm, puis un carré dont un côté est l'hypoténuse de ce triangle rectangle.



Exercice 7

1. L'effectif total en 4e est : 84 + 22 + 62, soit 168.
L'effectif total en 3e est : 320 – 168, soit 152.
Le nombre d'élèves étudiant l'espagnol comme seconde langue en 3e est :
152 – 24 – 50, soit 78.
78 élèves peuvent être concernés par cet échange.

2. La proportion d'élèves participants au voyage parmi les élèves de 3e est : 24 ÷ 152, soit 0,158.
Les 24 élèves qui vont participer au voyage représentent plus de 12 % des élèves de 3e.

Exercice 8

Partie I – Le financement

1. a) 50 × 500 g ÷ 4 = 6 250 g = 6,25 kg : **il faut 6,25 kg de bœuf haché.**
50 × 400 g ÷ 4 = 5 000 g = 5 kg : **il faut 5 kg de haricots rouges.**
50 × 2 ÷ 4 = 25 : **il faut 25 oignons.**
50 × 65 g ÷ 4 = 812,5 g : **il faut 812,5 g de concentré de tomate.**

b) Les dépenses pour ce repas sont de 261 €.
Les recettes sont de 15 € × 50, soit de 750 €.
Le bénéfice est de 750 € – 261 €, soit **de 489** €.

2. a) Il y a 3 tickets parmi 720 tickets qui permettent de gagner un lot.

La probabilité de gagner un lot est $\frac{3}{720}$, soit $\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{240}}$.

b) Un seul ticket permet de gagner la mini-chaîne Hi-fi.

La probabilité de gagner la mini-chaîne Hi-fi est $\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{720}}$.

3. Le repas permet de récupérer 489 €.
La tombola permet de récupérer 720 × 2 €, soit 1 440 €.
On a 489 + 1 440 = 1 929.
La somme récupérée est de 1 929 €.

Partie II – Le voyage

1. En partageant équitablement les 1 929 € récupérés entre les 24 élèves, on obtient une réduction par élève de 1 929 € ÷ 24, soit de 80,37 €.
On a : 770,30 € – 80,37 € = 689,93 €.
La participation demandée par élève pour les billets d'avion est 690 €.

2. La durée du trajet en bus est de 256 km ÷ (80 km/h), soit 3,2 heures.
Or on a 3,2 heures = 3 h + 0,2 h = 3 h + 0,2 × 60 min = 3 h 2 min.
On a aussi 11 h 30 – 3 h 2 = 8 h 18.

$$t = \frac{d}{v}$$

Le bus doit partir avant 8 h 18 de Caen.

3. a) La durée du trajet est 17 h 24 – 13 h 30 + 7 heures, soit 10 h 54.

b) On a 10 h 54 min = 10 h + 54 ÷ 60 h = 10,9 h.
La vitesse moyenne est 9 079 km ÷ 10,9 h soit environ **833 km/h**.

$$v = \frac{d}{t}$$

AVRIL 2012

Pondichéry

SUJET 9

EXERCICE 1

Un ouvrier dispose de plaques de métal de 110 cm de longueur et de 88 cm de largeur. Il a reçu la consigne suivante :
« Découpe dans ces plaques des carrés tous identiques, dont les longueurs des côtés sont un nombre entier de cm, et de façon à ne pas avoir de perte. »

1. Peut-il choisir de découper des plaques de 10 cm de côté ? Justifier votre réponse.

2. Peut-il choisir de découper des plaques de 11 cm de côté ? Justifier votre réponse.

3. On lui impose désormais de découper des carrés les plus grands possibles.

a. Quelle sera la longueur du côté d'un carré ?

b. Combien y aura-t-il de carrés par plaque ?

Corrigé page 97

EXERCICE 2

Dans cet exercice, toute trace de recherche, même incomplète, sera prise en compte dans l'évaluation.
La note de restaurant suivante est partiellement effacée.
Retrouvez les éléments manquants, en présentant les calculs effectués.

RESTAURANT « la Gavotte »	
4 menus à 16,50 € l'unité	.....
1 bouteille d'eau minérale	.....
3 cafés à 1,20 € l'unité	.....
Sous – total	.....
Service 5,5 % du sous-total	4,18 €
Total	.....

Corrigé page 97

EXERCICE 3

Dans un pot au couvercle rouge on a mis 6 bonbons à la fraise et 10 bonbons à la menthe.
Dans un pot au couvercle bleu on a mis 8 bonbons à la fraise et 14 bonbons à la menthe.
Les bonbons sont enveloppés de telle façon qu'on ne peut pas les différencier.
Antoine préfère les bonbons à la fraise.
Dans quel pot a-t-il le plus de chance de choisir un bonbon à la fraise ?
Justifier la réponse.

Corrigé page 97

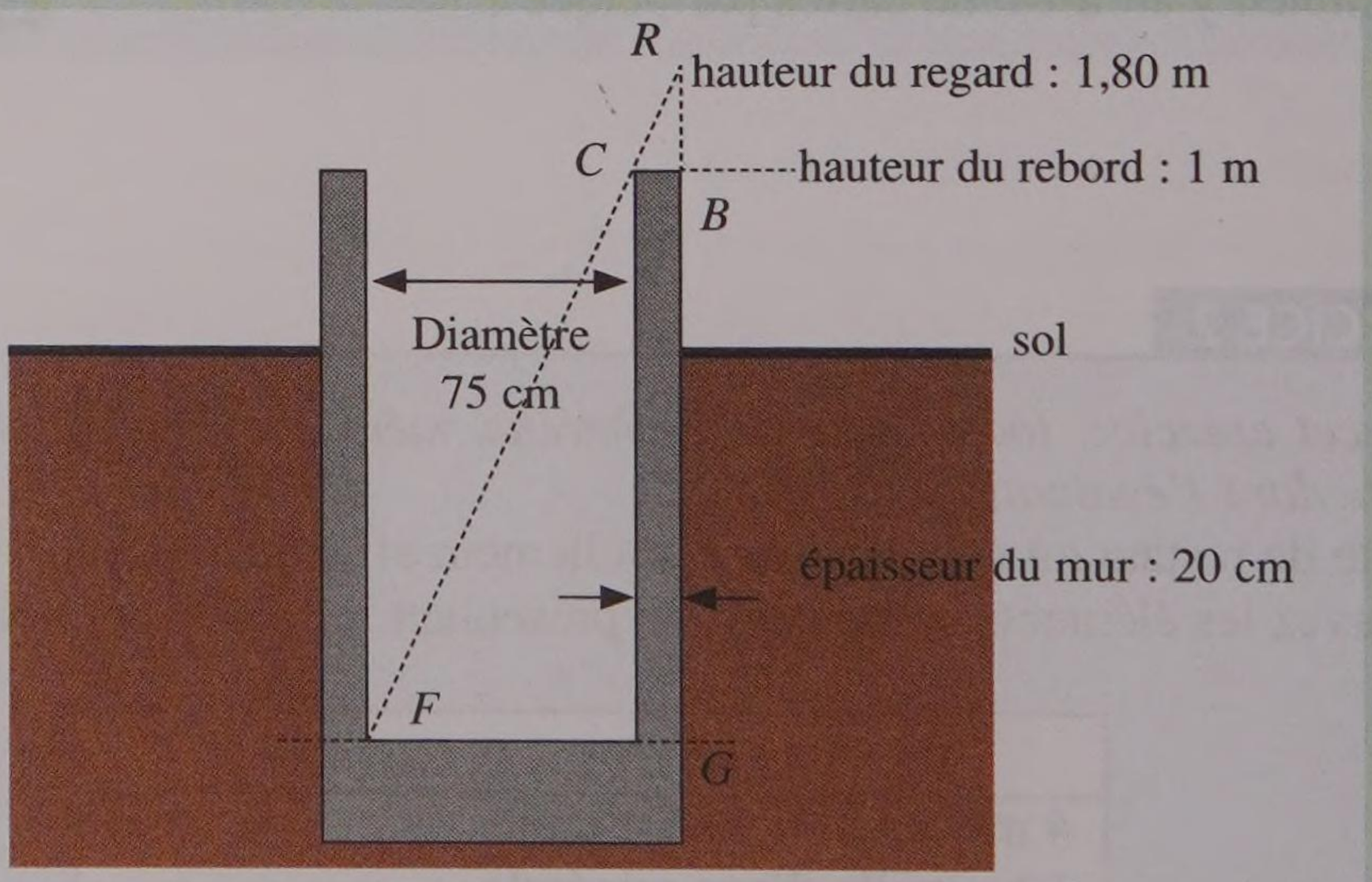
6 bonbons à la fraise. 10 bonbons à la menthe.

8 bonbons à la fraise. 14 bonbons à la menthe.

EXERCICE 4

Un jeune berger se trouve au bord d'un puits de forme cylindrique dont le diamètre vaut 75 cm : il aligne son regard avec le bord intérieur du puits et le fond du puits pour en estimer la profondeur. Le fond du puits et le rebord sont horizontaux. Le puits est vertical.

1. En s'aidant du schéma ci-dessous (il n'est pas à l'échelle), donner les longueurs *CB*, *FG* et *RB* en mètres.



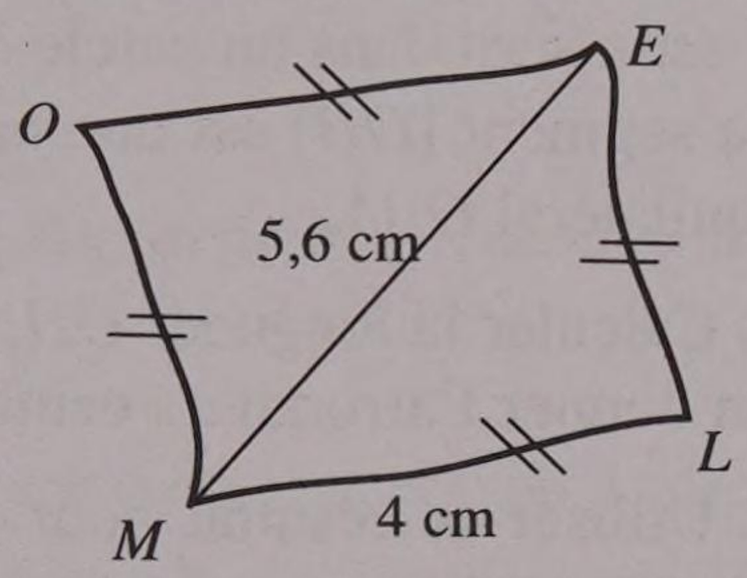
2. Calculer la profondeur *BG* du puits.

3. Le berger s'aperçoit que la hauteur d'eau dans le puits est 2,60 m. Le jeune berger a besoin de 1 m^3 d'eau pour abreuver tous ses moutons. En trouvera-t-il suffisamment dans ce puits ?

Corrigé page 98

EXERCICE 5

Voici la figure à main levée d'un quadrilatère :



1. Reproduire en vraie grandeur ce quadrilatère

2. Pourquoi peut-on affirmer que OELM est un losange ?

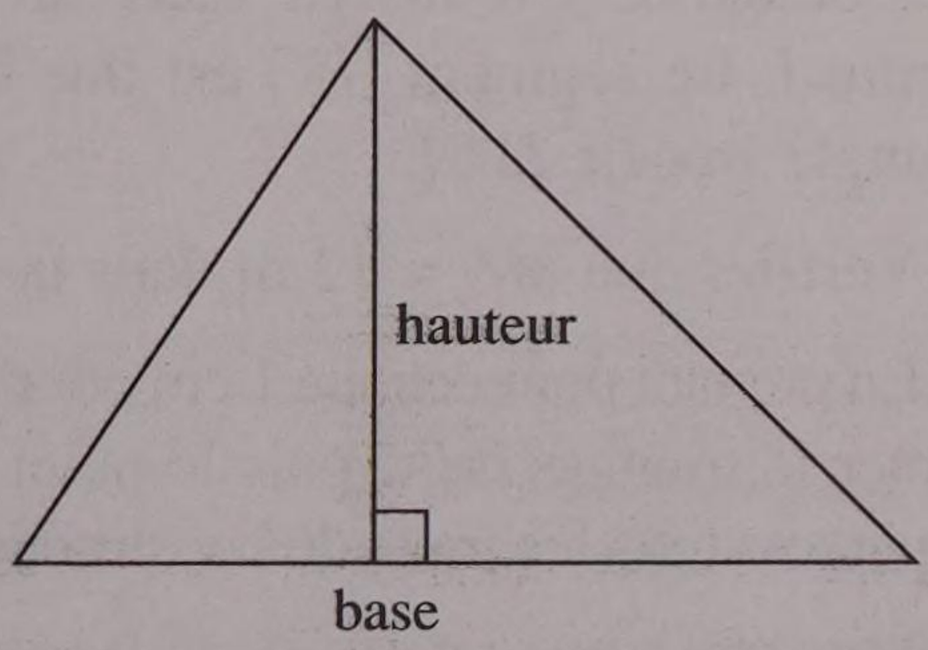
3. Marie soutient que OELM est un carré, mais Charlotte est sûre que ce n'est pas vrai.
Qui a raison ? Pourquoi ?

Corrigé page 98

EXERCICE 6

On rappelle que l'aire d'un triangle se calcule par la formule :

$$\frac{base \times hauteur}{2}$$



Rémy dispose de 96 m de grillage avec lesquels il souhaite construire un enclos pour son poney. Il cherche quelle forme donner à son enclos pour que celui-ci ait la plus grande surface possible.
Toutes les parties sont indépendantes.

Partie I

Sa première idée est de réaliser un rectangle avec les 96 m de grillage.

1. Calculer la longueur et la largeur de ce rectangle sachant que :
– la longueur est le double de la largeur ;
– son périmètre est 96 m.

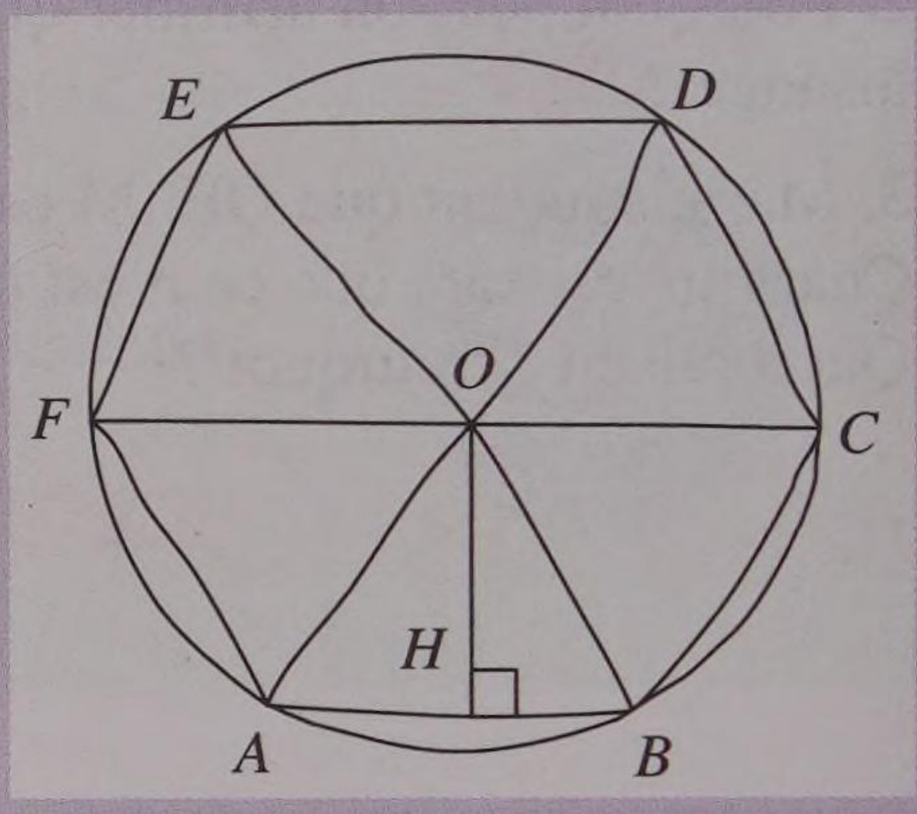
2. Calculer l'aire de ce rectangle de 96 m de périmètre.

Partie II

Sa deuxième idée est de réaliser un carré.
Calculer l'aire d'un carré de 96 m de périmètre.

Partie III

Sa troisième idée est de réaliser un hexagone régulier. Le schéma à main levée ci-contre représente un hexagone régulier *ABCDEF* de 96 m de périmètre.
Il est inscrit dans un cercle de centre *O* et de rayon 16 m.
Le segment [*OH*] est une hauteur du triangle équilatéral *OBA*.



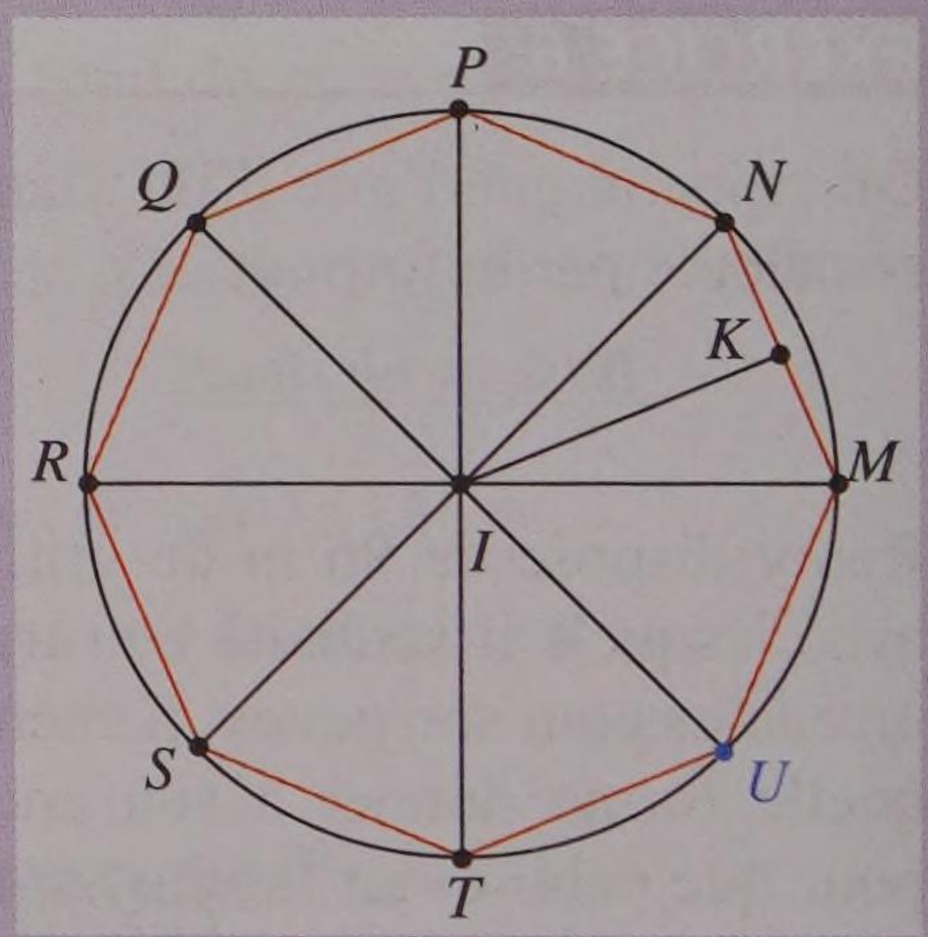
1. Calculer la longueur *OH*, exprimée en m.
En donner l'arrondi au centimètre près.

2. Utiliser ce résultat pour calculer l'aire du triangle *OBA*, exprimée en m² et arrondie au 1/10.

3. En déduire l'arrondi à l'unité de l'aire d'un hexagone régulier de 96 m de périmètre.

Partie IV

Sa quatrième idée est de réaliser un octogone régulier de 96 m de périmètre. La figure ci-contre représente le plan réalisé par Rémy.
Cet octogone est inscrit dans un cercle de centre *I*. Le segment [*IK*] est une hauteur du triangle isocèle *IMN*.



1. Vérifier que *MN* = 12 m dans la réalité.

2. En prenant pour échelle 1 cm pour 3 m, représenter le triangle *IMN*, puis le point *K*. Laisser apparents tous les traits de construction.

3. Mesurer sur votre figure la longueur *IK*.
Combien de mètres cela représente-t-il dans la réalité ?

4. En déduire l'aire du triangle *MIN*, puis, à partir de cette valeur, calculer l'aire d'un octogone régulier de 96 m de périmètre.

Partie V

Les recherches ont permis à Rémy de remarquer que l'aire d'un polygone régulier de 96 m de périmètre semble augmenter quand on augmente le nombre de ses côtés. Il imagine qu'un enclos circulaire aurait peut-être une surface encore plus grande.

1. Quel rayon faut-il prendre pour avoir un disque de périmètre 96 m ?

2. En déduire l'aire d'un disque ayant pour périmètre 96 m.

Corrigé page 99

Corrigés

Exercice 1

1. On a 88 ÷ 10 = 8,8, donc 88 n'est pas divisible par 10.
Donc l'ouvrier ne peut pas choisir de découper des plaques de 10 cm de côté sans avoir de perte.

2. On a 110 ÷ 11 = 10 et 88 ÷ 11 = 8.
L'ouvrier peut choisir de découper des plaques de 11 cm de côté sans avoir de perte.

3. a. La longueur d'un côté doit diviser la longueur 110 et la largeur 88 et être la plus grande possible. Cette longueur est donc le PGCD de 110 et 88. On utilise l'algorithme d'Euclide :

a	*b*	*r*
110	88	22
88	22	0

Le PGCD de 110 et de 88 vaut 22.
La longueur du côté d'un carré sera de 22 cm.

b. On a : 110 ÷ 5 = 22 et 88 ÷ 22 = 4.
On peut découper 5 carrés dans la longueur et 4 carrés dans la largeur.
Comme on a 5 × 4 = 20, **il y aura alors 20 carrés par plaque**.

Exercice 2

- Le montant des 4 menus est : 4 × 16,50 = 66.
- Le montant des 3 cafés est : 3 × 1,20 = 3,60.
- Soit x le sous-total. On a 5,5 % de x qui vaut 4,18, soit 0,055 x = 4,18.

On fait x = 4,18 ÷ 0,055, d'où x = 76.

- Le prix de la bouteille d'eau est : 76 – 3,60 – 66 = 6,40.
- Le total est : 76 + 4,18 = 80,18.

RESTAURANT « la Gavotte »	
4 menus à 16,50 € l'unité	**66,00 €**
1 bouteille d'eau minérale	**6,40 €**
3 cafés à 1,20 € l'unité	**3,60 €**
Sous – total	**76,00 €**
Service 5,5 % du sous-total	4,18 €
Total	**80,18 €**

Exercice 3

Dans le pot au couvercle rouge, il y a 6 bonbons à la fraise et 10 bonbons à la menthe, donc un total de 16 bonbons.
La probabilité qu'Antoine choisisse un bonbon à la fraise est 6 ÷ 16, soit 0,375.

Dans le pot au couvercle rouge, il y a 8 bonbons à la fraise et 14 bonbons à la menthe, donc un total de 22 bonbons.
La probabilité qu'Antoine choisisse un bonbon à la fraise est $8 \div 22$, soit environ 0,364.
Antoine a donc plus de chance de choisir un bonbon à la fraise dans le pot au couvercle rouge.

Exercice 4

1. On a $CB = 20$ cm, soit $\boldsymbol{CB = 0{,}2}$ **m**.
On a $FG = 20$ cm $+ 75$ cm, soit $\boldsymbol{FG = 0{,}95}$ **m**.
On a $RB = 1{,}8$ m $- 1$ m, soit $\boldsymbol{RB = 0{,}8}$ **m**.

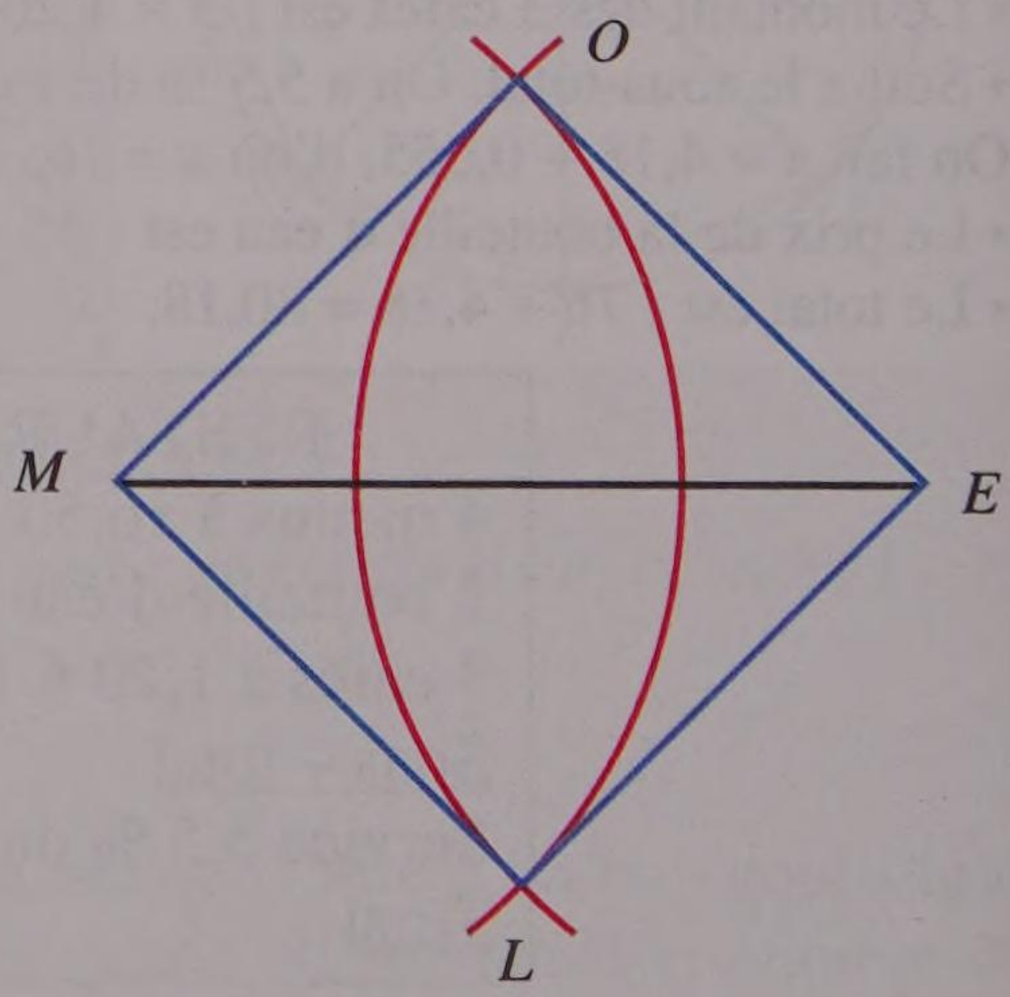
2. RCB est un triangle, F est un point sur (RC) et G un point sur (RB) avec (FG) parallèle à (FG).
D'après le théorème de Thalès, on a :
$\frac{RB}{RG} = \frac{RC}{RF} = \frac{BC}{FG}$, soit $\frac{0{,}8}{RG} = \frac{0{,}2}{0{,}95}$.
On a donc par produits en croix : $0{,}8 \times 0{,}95 = 0{,}2 \times RG$.
On obtient $0{,}8 \times 0{,}95 \div 2 = RG$, soit $RG = 3{,}8$.
Comme B est sur $[RG]$, on a $BG = RG - RB = 3{,}8 - 0{,}8$.
La hauteur BG du puits est de 3 mètres.

3. Le rayon du puits est 0,75 m $\div 2$, soit 0,375 m.
Le volume d'un cylindre de rayon 0,375 m et de hauteur 2,60 m est :
$V = \pi \times 0{,}375^2 \times 2{,}6$, soit environ 1,149 m^3.
Le berger trouvera suffisamment d'eau dans ce puits.

Le volume d'un cylindre de rayon r et de hauteur h est $\pi r^2 h$.

Exercice 5

1. On trace le segment $[EM]$ de longueur 5,6 cm, puis deux arcs de cercle de centres M. et E et de même rayon 4 cm qui se coupent en O et en L.



2. On a : $OM = ML = LE = EO = 4$ cm.
Ayant 4 côtés de la même longueur, **le quadrilatère $OELM$ est un losange**.

3. Dans le triangle OEM, on a
$ME^2 = 5{,}6^2 = 31{,}36$ et
$MO^2 + OE^2 = 4^2 + 4^2 = 32$.
On constate que $ME^2 \neq MO^2 + OE^2$.
Supposons que $OELM$ soit un carré.
Le triangle OEM serait rectangle en O et d'après le théorème de Pythagore, on aurait $ME^2 = MO^2 + OE^2$, ce qui est faux.
Le triangle OEM n'est pas rectangle en O et le losange $OELM$ n'est pas un carré.
C'est Charlotte qui a raison.

Un carré est un losange possédant un angle droit.

Exercice 6

Partie I

1. Soit x la largeur. La longueur est le double de la largeur, soit $2x$.
Le périmètre vaut $2(2x + x)$, soit $6x$.
On veut $6x = 96$, soit $x = 96 \div 6$. On a donc $x = 16$ et $2x = 32$.
La largeur est 16 mètres et la longueur est 32 mètres.

Le périmètre d'un rectangle de longueur L et de largeur l est $2(L + l)$.

2. On a $32 \times 16 = 512$.
L'aire de ce rectangle de 96 m de périmètre est 512 m².

L'aire d'un rectangle de longueur L et de largeur l est Ll.

Partie II

Soit c le côté du carré. On veut $4c = 96$, soit $c = 96 \div 4$. On a donc $c = 24$.
On a aussi $24^2 = 576$.
L'aire d'un carré de 96 m de périmètre est 576 m^2.

Le périmètre d'un carré de côté c est $4c$ et son aire est c^2.

Partie III

1. L'hexagone étant régulier et de périmètre 96 m, chacun de ses côtés mesure 96 m ÷ 6, soit 16 m.
Dans le triangle équilatéral OBA, la hauteur (OH) est aussi une médiane.
H est le milieu de $[AB]$ et on a $AH = AB \div 2 = 8$ m.
Comme (OH) est une hauteur de AOB, le triangle AOH est rectangle en H.
D'après le théorème de Pythagore,
on a $OA^2 = OH^2 + HA^2$,
soit $16^2 = OH^2 + 8^2$.
On fait $256 - 64 = OH^2$,
puis $\sqrt{192} = OH$ car c'est une longueur.
On obtient : OH **= 13,86 m** à un centimètre près.

2. L'aire du triangle AOB est : $\frac{AB \times OH}{2} = \frac{16 \times 13{,}86}{2}$.

L'aire du triangle AOB est 110,9 m² à 0,1 près.

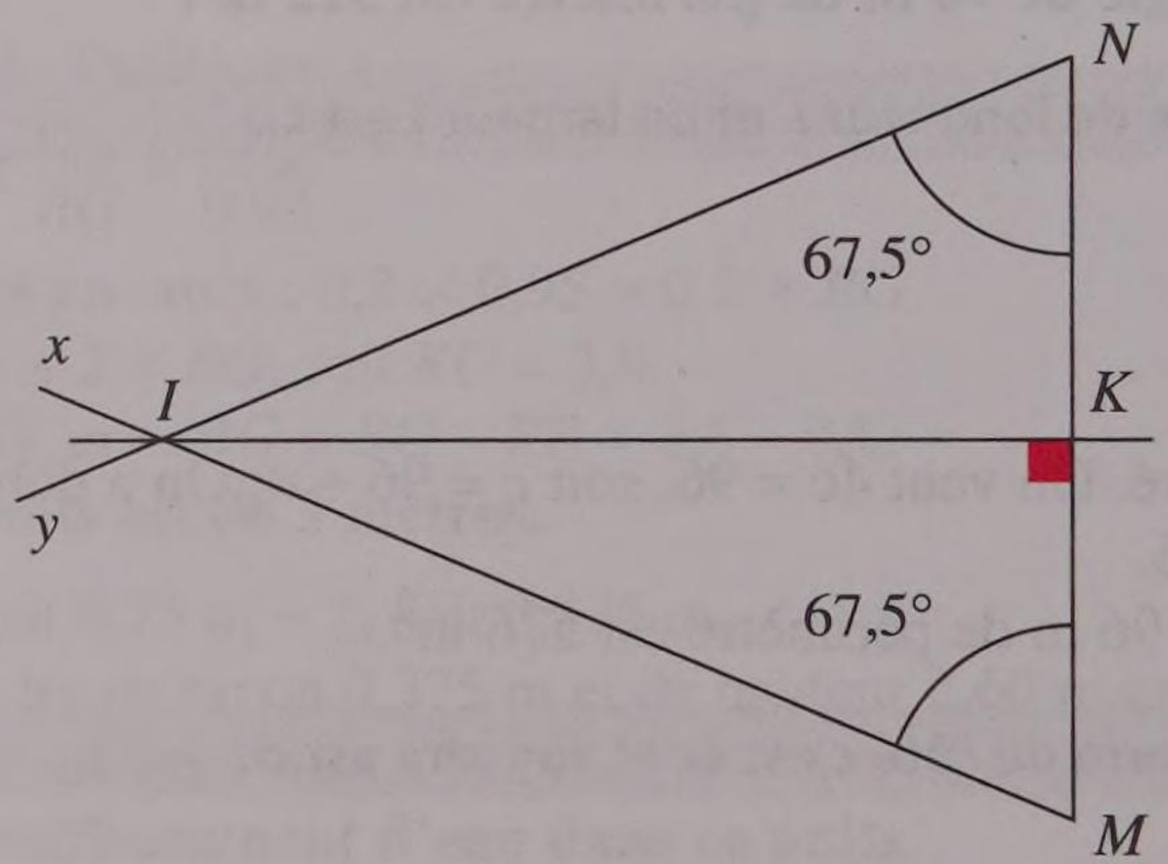
3. L'hexagone est constitué de six triangles équilatéraux identiques.
On a : $6 \times 110{,}9 = 665, 4$.
L'aire de l'hexagone de 96 m de périmètre est 665 m² à 1 près.

Partie IV

1. Comme le périmètre mesure 96 m et que l'octogone est régulier, la longueur *MN* vaut 96 m ÷ 8, soit 12 m.

2. • Comme 1 cm représente 3 m, 4 cm représentent 12 m.
• L'octogone étant régulier, le triangle *IMN* est isocèle en *I* et l'angle en *I* mesure 360° ÷ 8 soit 45°.
Les deux angles à la base mesurent chacun $\frac{180° - 45°}{2}$ soit 67,5°.

• On trace donc le côté [*MN*] de longueur 4 cm, puis on trace des angles $\widehat{NMx}$ et $\widehat{MNy}$ de 65°. Les demi-droites [*Mx*) et [*Ny*) se coupent en *I*. On trace ensuite la hauteur [*IK*].



3. Sur la figure, on trouve que *IK* vaut **4,8 cm**. Cela correspond à **14,4 m** dans la réalité.

4. L'aire du triangle *MIN* est : $\frac{14{,}4 \times 12}{2}$ soit **86,4 m²**.

L'octogone étant constitué de huit triangles identiques, son aire est 86,4 × 8, soit **691,2 m²**.

Partie V

1. Soit *r* le rayon. On veut $2\pi \times r = 96$, soit $r = 96 \div (2\pi)$.
On a *r* qui vaut 15,28 m à 0,01 près.

Le périmètre d'un cercle de rayon *r* est $2\pi r$.

2. On a $\pi \times 15{,}28^2 \approx 733{,}5$.
L'aire d'un disque de périmètre 96 m est d'environ **733,5 m²**.

L'aire d'un disque de rayon *r* est πr^2.

SUJET 10

France métropolitaine

CONSEIL

Toutes les réponses doivent être justifiées, sauf si une indication contraire est donnée.

EXERCICE 1

Dans une salle de cinéma, les enfants paient demi-tarif et les adultes paient plein tarif. Deux adultes et cinq enfants ont payé au total 31,50 €.

1. Combien paiera un groupe composé de quatre adultes et de dix enfants ?

2. Quel est le prix payé par un adulte ?
Si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche. Elle sera prise en compte dans la notation.

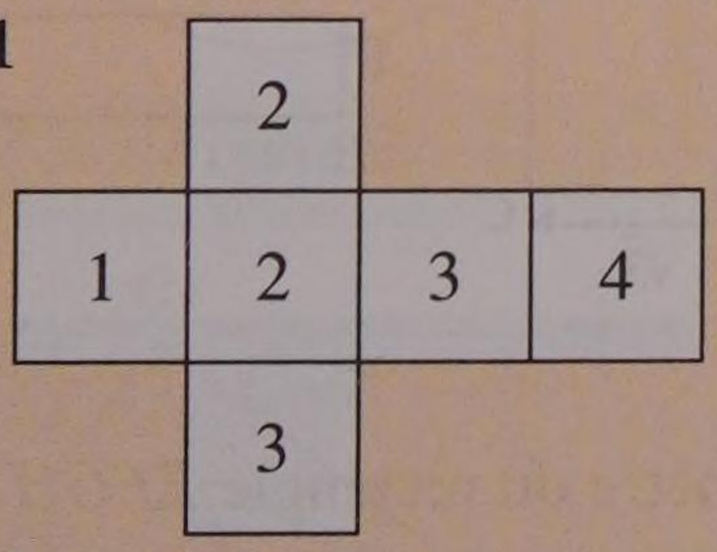
Corrigé page 107

EXERCICE 2

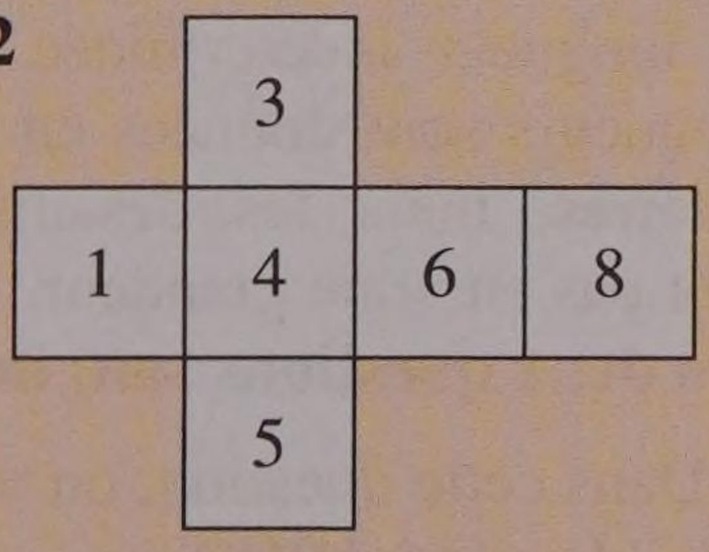
Dans cet exercice, tous les dés sont équilibrés.

1. Aline possède deux dés très particuliers. Un patron de chacun de ces deux dés est donné ci-dessous :

Dé n° 1



Dé n° 2



Elle lance ses deux dés puis elle note le nombre obtenu avec le premier dé et celui obtenu avec le second dé. Elle calcule ensuite la somme de ces deux nombres. Par exemple, si elle obtient un « 4 » avec le dé n° 1 et un « 5 » avec le dé n° 2, la somme est égale à 9.
Aline a obtenu une somme égale à 8.
Écrire toutes les possibilités de lancers qui correspondent à ce résultat.

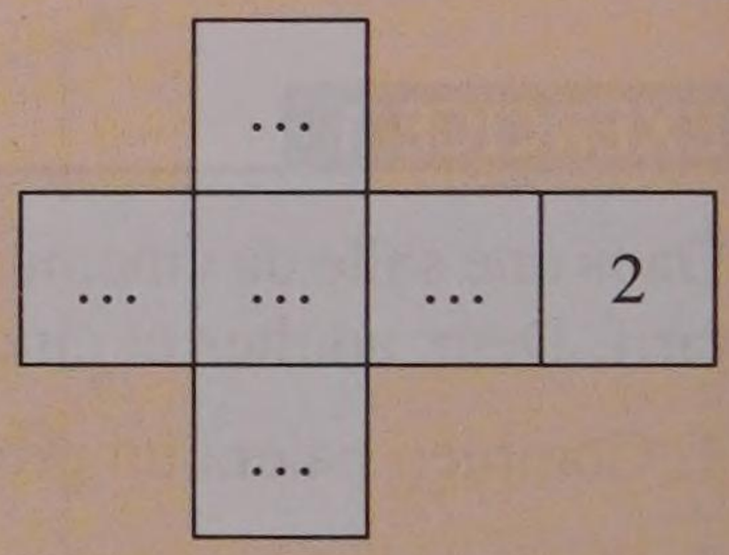
2. Aline se demande quelle est la probabilité d'obtenir les différentes sommes. Pour se faire une idée, elle décide d'effectuer 5 000 lancers. Voici ses résultats.

Sommes	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Effectifs avec les dés d'Aline	122	264	418	592	677	848	724	529	398	301	127

Avec quelle fréquence Aline a-t-elle obtenu une somme égale à 6 ?

3. Bertrand possède deux dés classiques. Sur chaque dé, les faces sont numérotées 1, 2, 3, 4, 5 et 6 de telle façon que la somme des nombres inscrits sur deux faces opposées soit égale à 7.

a) Reproduire et compléter le patron ci-dessous qui correspond à un dé classique de telle sorte que cette consigne soit respectée.

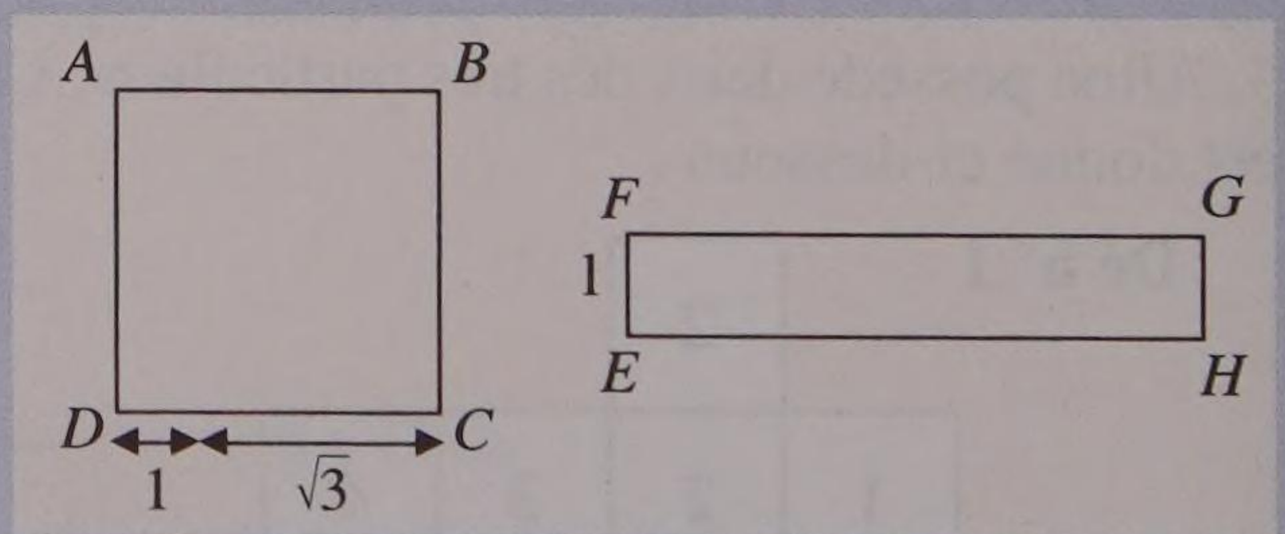


b) Bertrand voudrait obtenir une somme égale à 2 avec deux dés. A-t-il plus de chances d'obtenir ce résultat en lançant les deux dés d'Aline ou en lançant ses deux dés ?

Corrigé page 108

EXERCICE 3

Les figures ci-contre représentent un carré de côté $1 + \sqrt{3}$ et un rectangle de largeur 1 et de longueur indéterminée. Les longueurs sont données en centimètres, mais les dessins ne sont pas en vraie grandeur.



Les deux questions sont indépendantes.

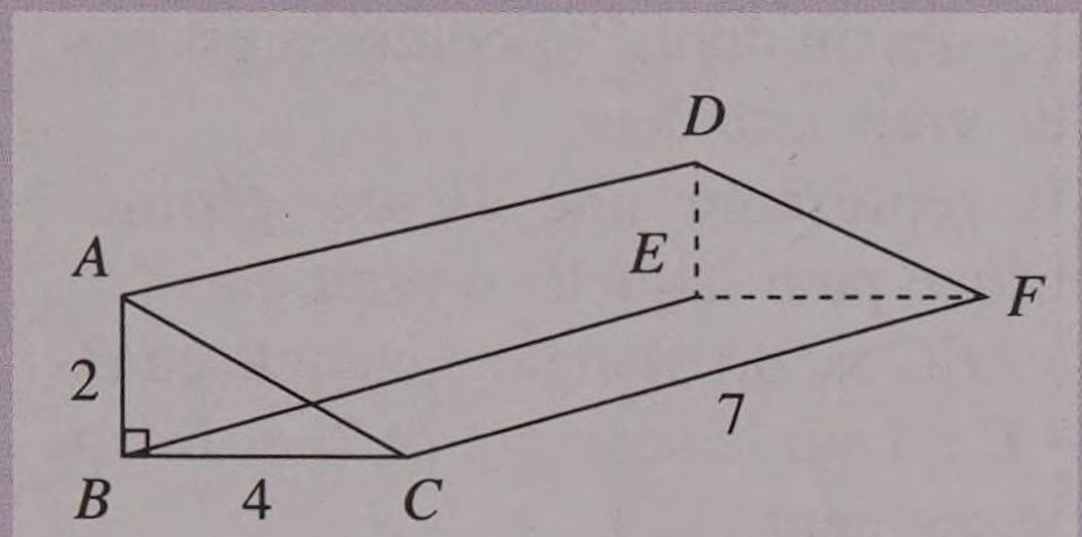
1. Dans cette question, on veut que le périmètre du rectangle *EFGH* soit égal à celui du carré *ABCD*.
Déterminer dans ce cas la valeur exacte de *FG*.

2. Dans cette question, on veut que les aires des deux quadrilatères *ABCD* et *EFGH* soient égales.
Justifier que la valeur exacte de *FG* est alors $4 + 2\sqrt{3}$.

Corrigé page 108

EXERCICE 4

1. Le dessin ci-contre est une représentation en perspective cavalière d'un prisme droit à base triangulaire.
Les faces *BAC* et *DEF* de ce solide sont des triangles rectangles dont les côtés de l'angle droit mesurent 2 cm et 4 cm.
La hauteur de ce prisme est 7 cm.
Construire en vraie grandeur la face *ACFD*.



2. Calculer le volume de ce prisme.

Corrigé page 109

EXERCICE 5

On a dessiné et codé quatre figures géométriques. Dans chaque cas, préciser si le triangle *ABC* est rectangle ou non.
Une démonstration rédigée n'est pas attendue. Pour justifier, on se contentera de citer une propriété ou d'effectuer un calcul.

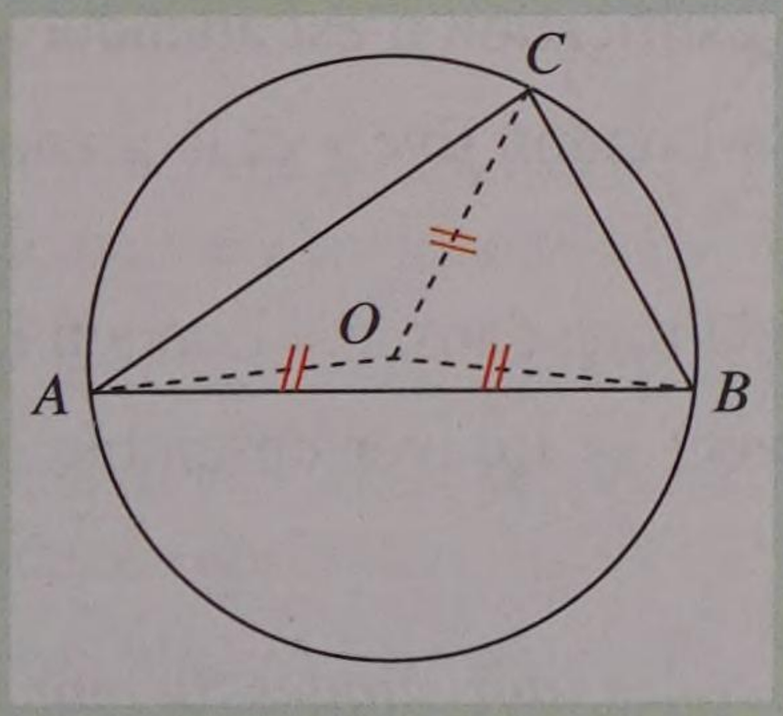


Figure 1

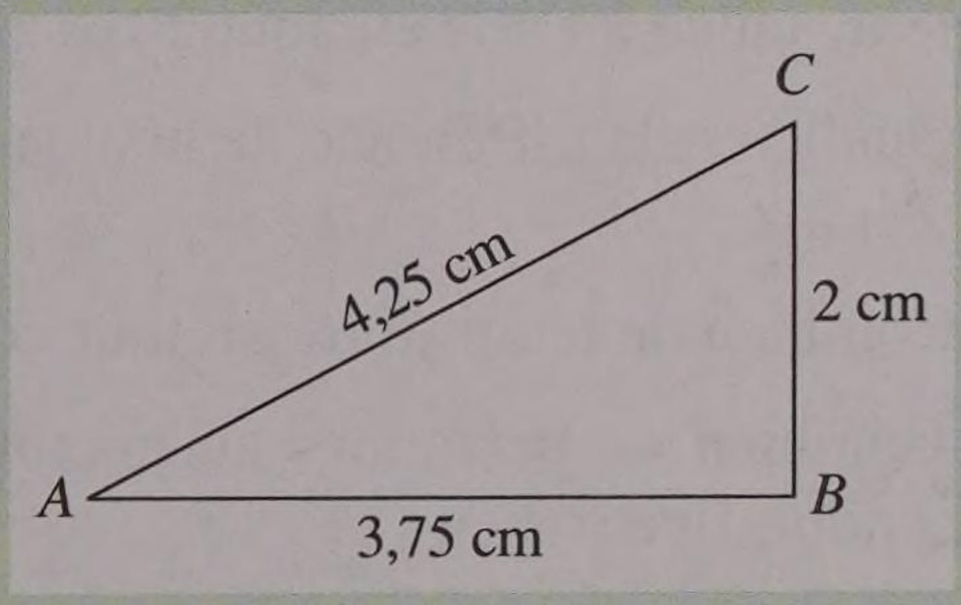
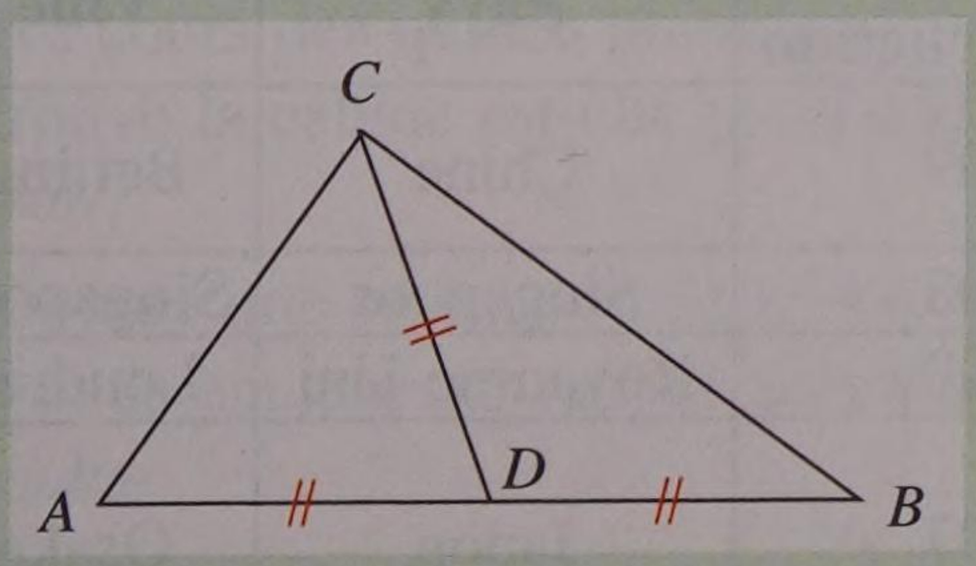


Figure 2



Les points *A*, *B* et *D* sont alignés.
Figure 3

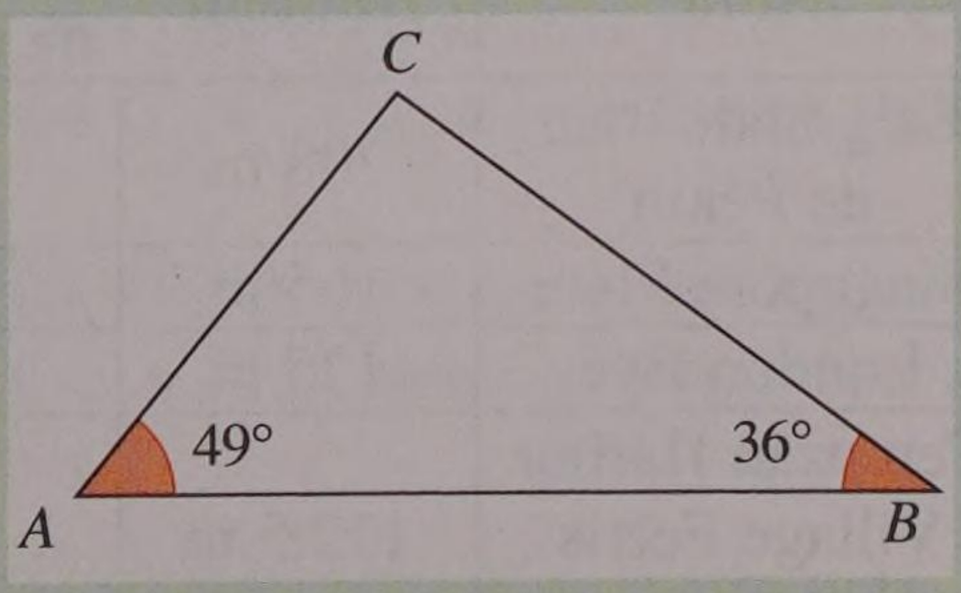
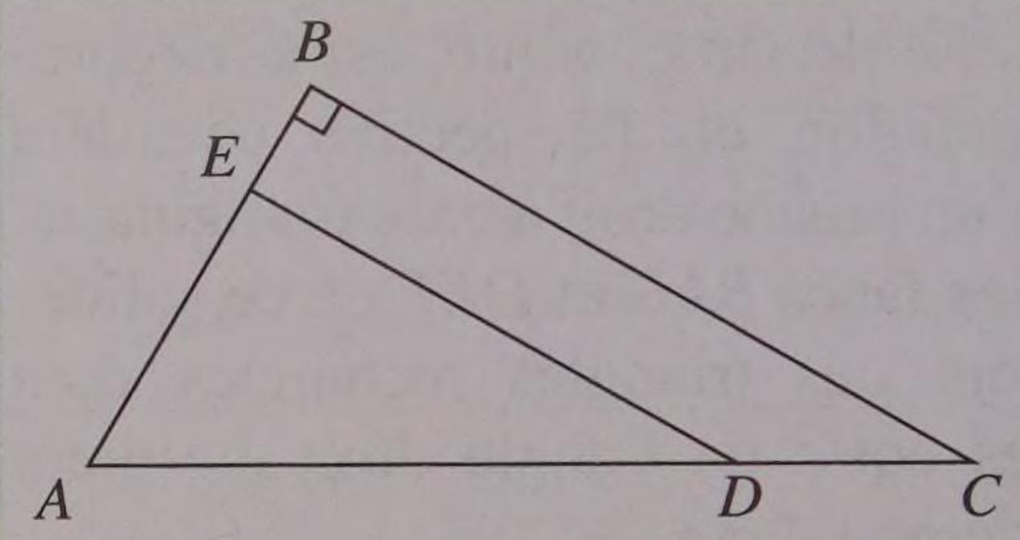


Figure 4

Corrigé page 110

EXERCICE 6

Le dessin donné ci-contre n'est pas en vraie grandeur.
Il représente une figure géométrique pour laquelle on sait que :
• ABC est un triangle rectangle en B,
• E est sur le segment $[AB]$ et D sur le segment $[AC]$,
• $AE = 2{,}4$ cm, • $AB = 3$ cm, • $AC = 8$ cm, • $AD = 6{,}4$ cm.



1. Construire la figure en vraie grandeur.
2. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{BAC}$ à un degré près.
3. Démontrer que AED est un triangle rectangle.

Corrigé page 110

EXERCICE 7

Jérémy visite Londres avec ses parents. Ils décident d'aller au « London Eye », la grande roue panoramique de Londres.
Utiliser les documents 1 et 2 ci-dessous pour répondre aux questions.

1. Est-il vrai que le « London Eye » est plus de deux fois plus haut que la grande roue installée à Paris en août 2010 ? Aucune justification n'est attendue.
2. Quelle est la différence de hauteur entre le « London Eye » et la grande roue de Pékin?
3. Combien de temps dure un tour complet de la roue dans le « London Eye » ?
4. Combien de personnes au maximum peuvent se trouver ensemble dans le « London Eye » ?

Document 1 : *Informations sur cinq grandes roues touristiques du monde*

Nom	Hauteur	Année de construction	Pays	Ville
La grande roue de Pékin	208 m	2009	Chine	Beijing
Singapore Flyer	165 m	2008	Singapour	Singapour
London Eye	135 m	1999	Royaume-Uni	Londres
Tempzan Harbor Village Ferris Wheel	112,5 m	1997	Japon	Osaka
Grande roue de Paris	60 m	2010	France	Paris

Document 2 : *Extrait du dépliant touristique du « London Eye »*

Le « London Eye » accueille une moyenne de 3,5 millions de visiteurs chaque année.
Horaires d'ouverture : 10 h – 21 h 30.
Fermé du 3 au 8 janvier et le 25 décembre.
La grande roue, véritable triomphe de la technologie, haute de 135 m pour une masse totale de 2 100 tonnes, constitue un nouveau point de repère spectaculaire au bord de la Tamise.
Pendant un tour complet d'une durée de 30 minutes, les visiteurs sont installés dans 32 cabines fermées qui peuvent contenir chacune 25 personnes au maximum ; ils découvrent une vue exceptionnelle s'étendant sur 20 km à la ronde !

Corrigé page 111

EXERCICE 8

La « London Eye » est une roue haute de 134 m et elle effectue un tour en 30 minutes.

1. Une cabine du « London Eye » quitte le sol à 14 h 40.
À quelle heure y reviendra-t-elle après avoir fait un tour ?

2. Pour cette question, on utilisera le document 3 page suivante.

a) Donner une valeur approchée de la hauteur à laquelle se trouve la cabine cinq minutes après son départ du sol. *Aucune justification n'est attendue.*

b) Donner une valeur approchée de la hauteur à laquelle se trouve la cabine dix minutes après son départ du sol. *Aucune justification n'est attendue.*

c) Au cours des quinze premières minutes de la montée, la hauteur à laquelle se trouve la cabine est-elle proportionnelle au temps écoulé depuis son départ du sol ?

d) Donner une estimation de la durée pendant laquelle la cabine sera à plus de 100 m de hauteur par rapport au sol pendant un tour. *Aucune justification n'est attendue.*

3. Calculer le périmètre de la roue. Donner le résultat arrondi au mètre près.

4. La roue tourne à une vitesse constante.
Est-il exact que la cabine se déplace à moins de 1 km/h ?

Document 3 : *Le tour de roue d'une cabine du London Eye*

Le graphique ci-dessous représente la hauteur, par rapport au sol, à laquelle se trouve une cabine du London Eye en fonction du temps écoulé depuis que cette cabine a quitté le sol.

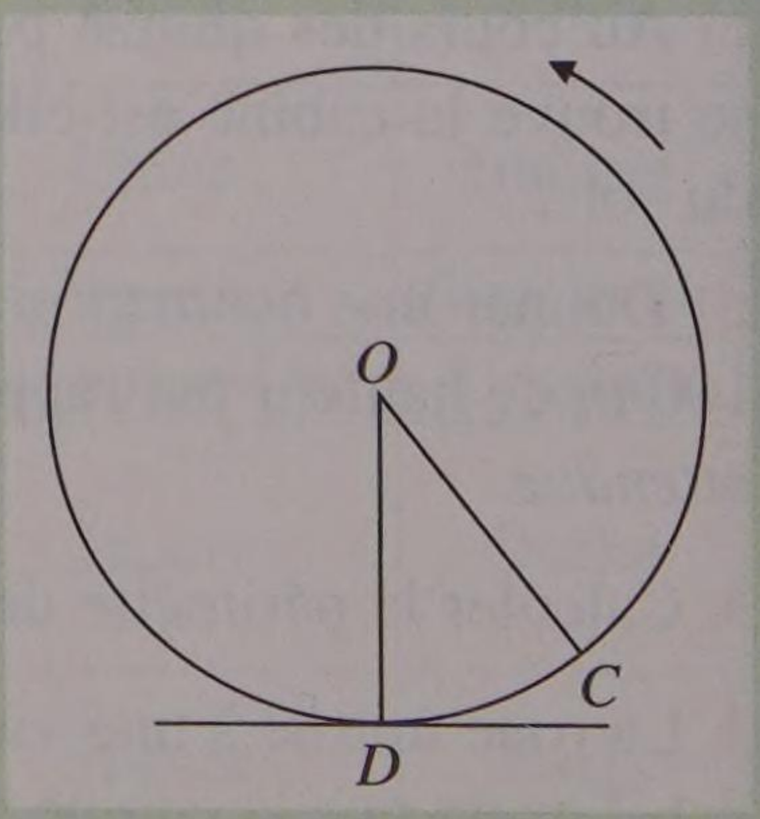
La hauteur est mesurée en mètres et le temps est mesuré en minutes.



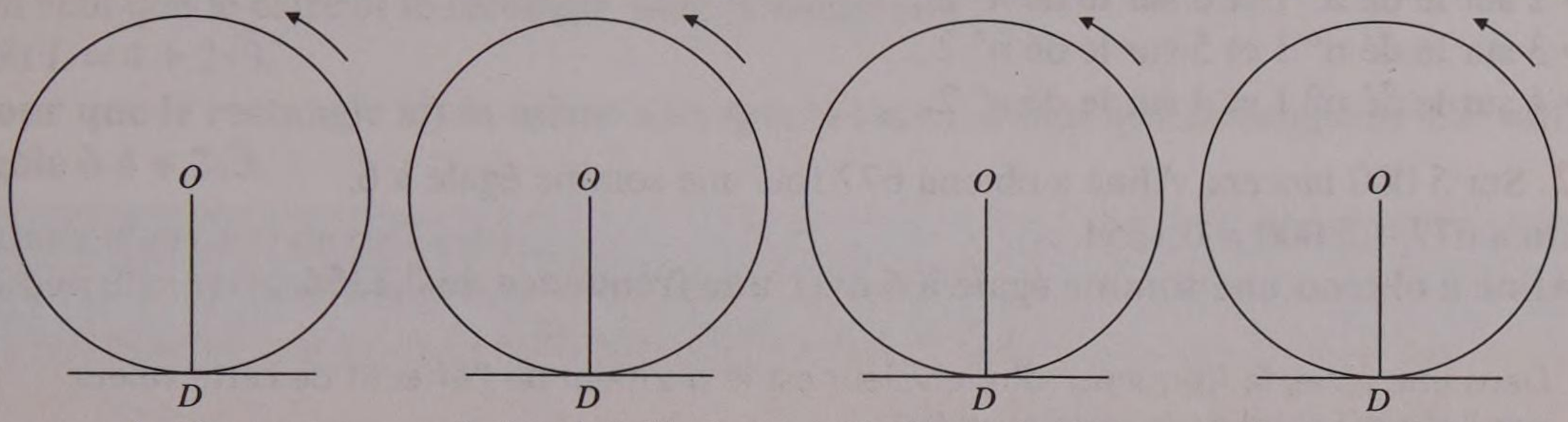
Corrigé page 111

EXERCICE 9

La « London Eye » est une roue haute de 134 m et elle effectue un tour en 30 minutes. La roue ne s'arrête pas pour laisser monter et descendre ses passagers. Elle tourne à une vitesse très faible et constante. Sur le schéma, le point C représente la cabine. Quand la cabine se trouve en bas, le point C est confondu avec le point D. Pendant que la roue tourne, on admet que l'angle $\widehat{COD}$ est proportionnel au temps écoulé depuis que la cabine a quitté le sol.



1. Compléter les schémas ci-dessous, en plaçant le point C où se trouve la cabine à l'instant précisé. On considère qu'au départ, la cabine est en bas.



Au départ — 5 min après le départ — 15 min après le départ — 30 min après le départ

2. a) Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{COD}$ cinq minutes après le départ ?

b) Quelle est alors la nature du triangle COD ?

c) Retrouver par le calcul la hauteur à laquelle se trouve la cabine cinq minutes après qu'elle a quitté le sol.

Corrigé page 112

Corrigés

Exercice 1

1. Quatre adultes et dix enfants représentent le double de deux adultes et cinq enfants.
On a $2 \times 31{,}50 = 63$.
Quatre adultes et dix enfants paieront 63 euros.

2. Soit x le prix d'une place adulte. Un enfant paie demi-tarif, soit $0{,}5x$.
Deux adultes et 5 enfants paient 31,50 euros.
On a $2x + 5 \times 0{,}5x = 31{,}5$, soit $4{,}5x = 31{,}50$.
On fait $x = 31{,}50 \div 4{,}5$, soit $x = 7$.
Le prix d'une place adulte est 7 euros.

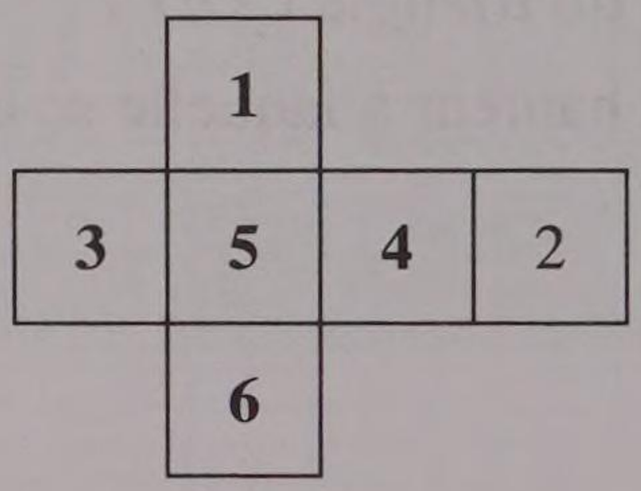
Exercice 2

1. Pour obtenir une somme de 8, Aline peut avoir :
- 2 sur le dé n° 1 et 6 sur le dé n° 2 ;
- 3 sur le dé n° 1 et 5 sur le dé n° 2 ;
- 4 sur le dé n° 1 et 4 sur le dé n° 2.

2. Sur 5 000 lancers, Aline a obtenu 677 fois une somme égale à 6.
On a $677 \div 5\,000 = 0{,}1354$.
Aline a obtenu une somme égale à 6 avec une fréquence de 0,1354.

Dans une série, la fréquence d'une valeur est le quotient de l'effectif de cette valeur par l'effectif total de la série étudiée.

3. a) On a : $7 = 1 + 6 = 2 + 5 = 3 + 4$.
Sur le patron, on peut avoir :



b) Il n'y a qu'une seule façon d'obtenir une somme égale à 2 : avoir 1 sur le premier dé et 1 sur le second dé.
Les deux dés d'Aline n'ont qu'une seule face marquée 1 comme les deux dés de Bertrand.
Il y a la même probabilité d'obtenir une somme égale à 2 avec les dés d'Aline qu'avec les dés de Bertrand.

Exercice 3

1. Le périmètre du carré est $4(1 + \sqrt{3}) = 4 + 4\sqrt{3}$.
Soit L la longueur du rectangle.
Son périmètre est $2(L + 1) = 2L + 2$.
On veut que le carré et le rectangle aient le même périmètre,
soit $2L + 2 = 4 + 4\sqrt{3}$.
On a donc $2L = 2 + 4\sqrt{3}$ et $L = (2 + 4\sqrt{3}) \div 2$.
Pour que le rectangle ait le même périmètre que le carré, il faut que sa longueur soit égale à $1 + 2\sqrt{3}$.

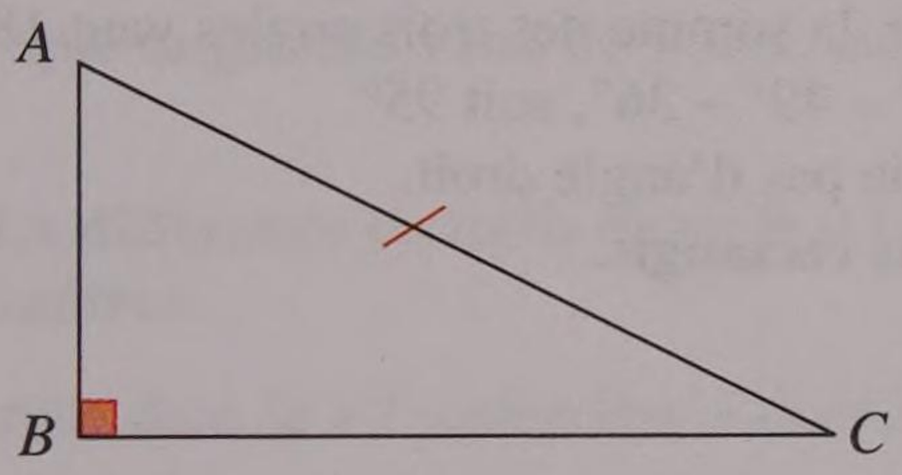
Le périmètre d'un carré de côté c est $4c$.
Le périmètre d'un rectangle de longueur L et de largeur ℓ est $2(L + \ell)$.

2. L'aire du carré est : $(1 + \sqrt{3})^2 = 1 + 2\sqrt{3} + 3 = 4 + 2\sqrt{3}$.
Soit L la longueur EF du rectangle.
Son aire est : $L \times 1 = L$.
On veut que le carré et le rectangle aient la même aire,
soit $L = 4 + 2\sqrt{3}$.
Pour que le rectangle ait la même aire que le carré, il faut que sa longueur EF soit égale à $4 + 2\sqrt{3}$.

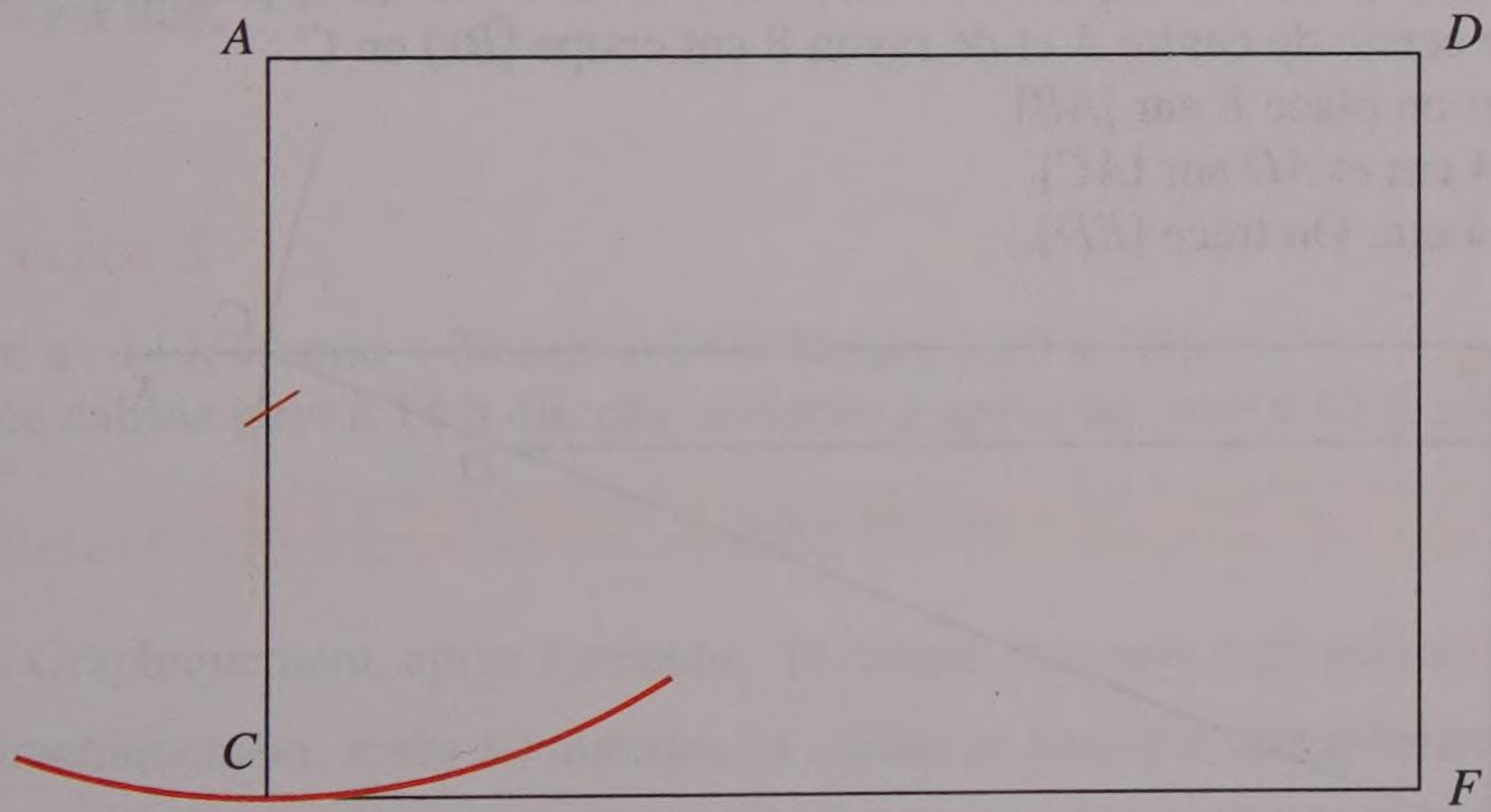
L'aire d'un carré de côté c est c^2.
L'aire d'un rectangle de longueur L et de largeur ℓ est $L\ell$.
$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ $\qquad$ $\sqrt{a^2} = a$

Exercice 4

1. On commence par construire le triangle ABC rectangle en B avec :
$AB = 2$ cm et $BC = 4$ cm.



On construit ensuite le rectangle $ACFD$ avec AC reportée au compas depuis le triangle ABC et $AD = 7$ cm.



2. On a : $V = A_{ABC} \times AD = \dfrac{AB \times BC}{2} \times AD = \dfrac{2 \text{ cm} \times 4 \text{ cm}}{2} \times 7 \text{ cm}$.
Le volume du prisme droit est 28 cm³.

Le volume d'un prisme droit est $A \times h$ avec A l'aire d'une base et h la hauteur du prisme droit.

Exercice 5

Figure 1. On raisonne par l'absurde.
Si le triangle ABC était rectangle alors O le centre de son cercle circonscrit serait le milieu de l'hypoténuse, ce qui n'est pas le cas ici.
Le triangle ABC n'est pas rectangle.

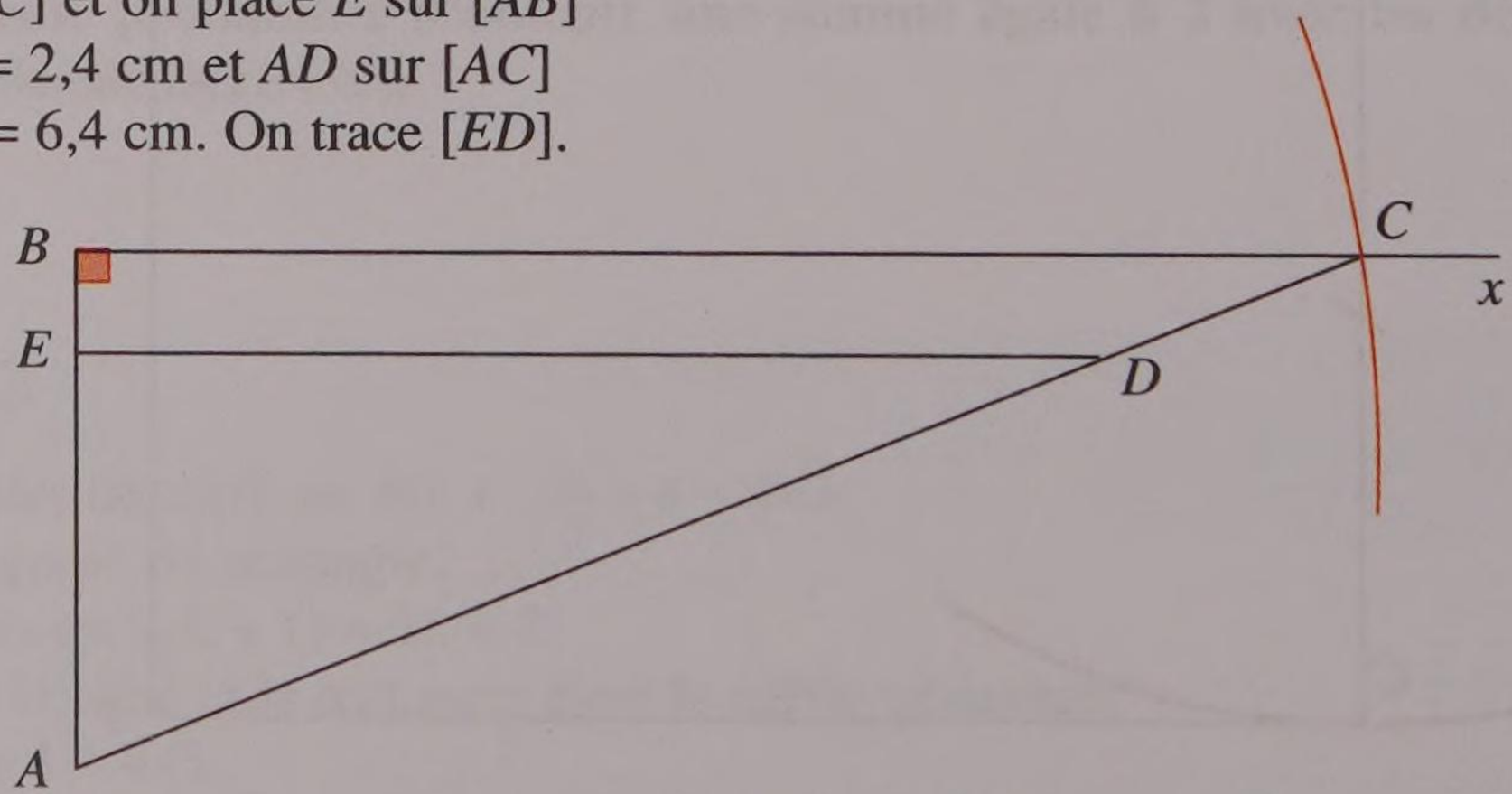
Figure 2. On a $AC^2 = 4{,}25^2 = 18{,}062\,5$ et $AB^2 + BC^2 = 3{,}75^2 + 2^2 = 18{,}062\,5$.
On a donc $AC^2 = AB^2 + BC^2$.
D'après la réciproque du théorème de Pythagore,
le triangle ABC est rectangle en B.

Figure 3. D est le milieu de $[AB]$ et la longueur de la médiane $[CD]$ est la moitié de celle du côté $[AB]$.
Si dans un triangle la longueur d'une médiane est la moitié de celle du côté relatif à cette médiane, alors le triangle est rectangle au sommet dont est issue cette médiane.
Le triangle ABC est rectangle en C.

Figure 4. Dans un triangle, la somme des trois angles vaut 180°.
L'angle en C mesure 180° – 49° – 36°, soit 95°.
Le triangle ABC ne possède pas d'angle droit.
Le triangle ABC n'est pas rectangle.

Exercice 6

1. On trace le côté $[AB]$ de longueur 3 cm et une demi-droite $[Bx)$ perpendiculaire à (AB). Un arc de cercle de centre A et de rayon 8 cm coupe $[Bx)$ en C.
On trace $[AC]$ et on place E sur $[AB]$
tel que $AE = 2{,}4$ cm et AD sur $[AC]$
tel que $AD = 6{,}4$ cm. On trace $[ED]$.



2. Dans le triangle ABC rectangle en B,

on a $\cos(\widehat{BAC}) = \dfrac{\text{côté adjacent à } A}{\text{hypoténuse}} = \dfrac{AB}{AC} = \dfrac{3}{8}$.

On a donc $\widehat{BAC} = \cos^{-1}\left(\dfrac{3}{8}\right)$.

L'angle $\widehat{BAC}$ mesure 68°, à 1° près.

3. Dans le triangle ABC, on a $\frac{AE}{AB} = \frac{2,4}{3} = 0,8$ et $\frac{AD}{AC} = \frac{6,4}{8} = 0,8$.
On a donc $\frac{AE}{AB} = \frac{AD}{AC}$.
De plus, les points A, E et B sont alignés dans le même ordre relatif que les points A, D et C.
D'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (ED) et (BC) sont parallèles.
De plus, on a (AB) perpendiculaire à (BC).
Si deux droites sont parallèles et si une troisième droite est perpendiculaire à l'une d'elles, alors elle est perpendiculaire à l'autre.
On a donc (AB) perpendiculaire à (ED) en E.
Le triangle AED est rectangle en E.

Exercice 7

1. On a $135 > 2 \times 60$ donc dans le langage courant, **on dit que la roue « London Eye » est deux fois plus haute que la grande roue de Paris**, même si c'est un peu plus de deux fois.

2. On a $208 - 135 = 73$. **La différence de taille entre le « London Eye » et la grande roue de Pékin est de 73 mètres.**

3. Un tour complet de la roue dans le « London Eye » dure **30 minutes**.

4. On a $32 \times 25 = 800$.
Le nombre maximum de personnes pouvant se trouver ensemble dans le « London Eye » est 800.

Exercice 8

1. On a : 14 h 40 min + 30 min = 14 h 70 min = 15 h 10 min.
Si une cabine part à 14 h 40, elle reviendra après un tour à 15 h 10.

1 h = 60 min.

2. a) Graphiquement, après 5 minutes, la cabine se trouve à **35 mètres** du sol.

b) Graphiquement, après 10 minutes, la cabine se trouve à **100 mètres** du sol.

c) Graphiquement, durant les 15 premières minutes de montée, **la hauteur de la cabine n'est pas proportionnelle au temps écoulé** car la représentation graphique n'est pas rectiligne sur [0 ; 15].

Une situation de proportionnalité est représentée par une droite passant par l'origine du repère.

d) Graphiquement, la roue est à plus de 100 mètres du sol pendant **10 minutes par tour**.

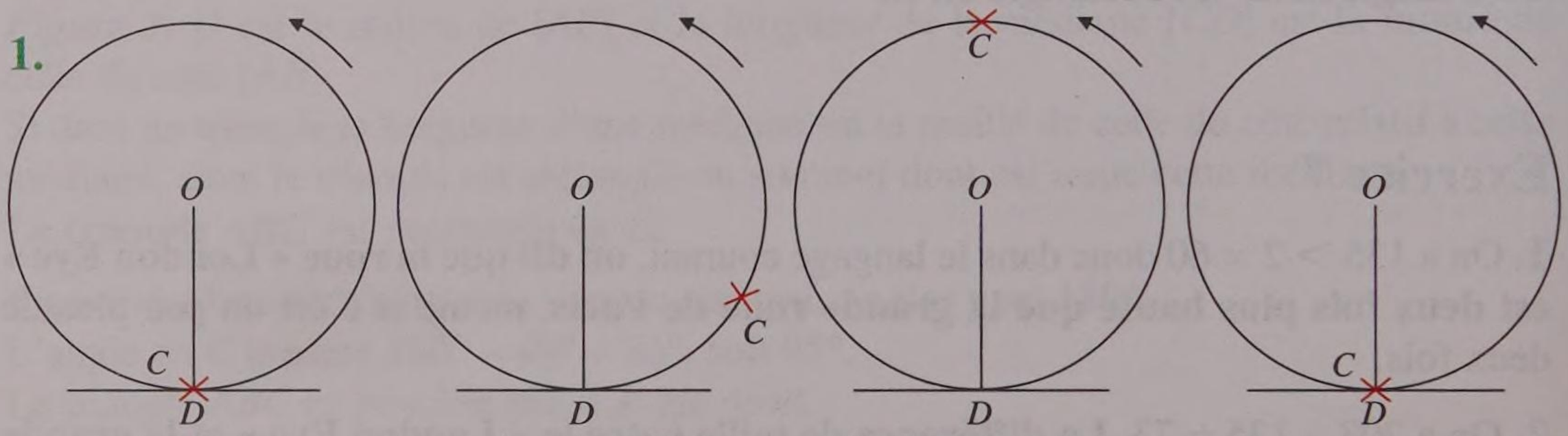
3. On a : $\pi \times 134 \approx 420{,}97$.
Le périmètre de la roue est 421 mètres, à 1 mètre près.

Le périmètre d'un cercle de diamètre d est πd.

4. Une cabine fait deux tours de roue par heure donc elle parcourt 2×421 mètres, soit 842 mètres. Elle parcourt moins de 1 kilomètre par heure.
C'est exact de dire qu'une cabine se déplace à moins de 1 km/h.

Exercice 9

1.



Au départ — 5 min après le départ — 15 min après le départ — 30 min après le départ

2. a) La roue tourne de 360° en 30 minutes à vitesse constante, donc en 5 minutes elle tourne de $360° \times 5 \div 30$, soit de 60°.
Au bout de 5 minutes, l'angle $\widehat{COD}$ mesure 60°.

b) Le triangle COD est isocèle en O car $CO = DO$ = rayon de la roue avec un angle de 60°. **Le triangle COD est donc équilatéral.**

c) Soit I le milieu de $[OD]$. Dans le triangle COD équilatéral, la médiane (CI) est aussi la hauteur issue de C. La distance ID représente donc la hauteur du point C. Or, on a $ID = OD \div 2 = 33{,}5$ m.
Après 5 minutes, la cabine est à 33,5 mètres du sol.

Dans un triangle équilatéral, chaque médiane est aussi une hauteur.

SUJET 11

France métropolitaine

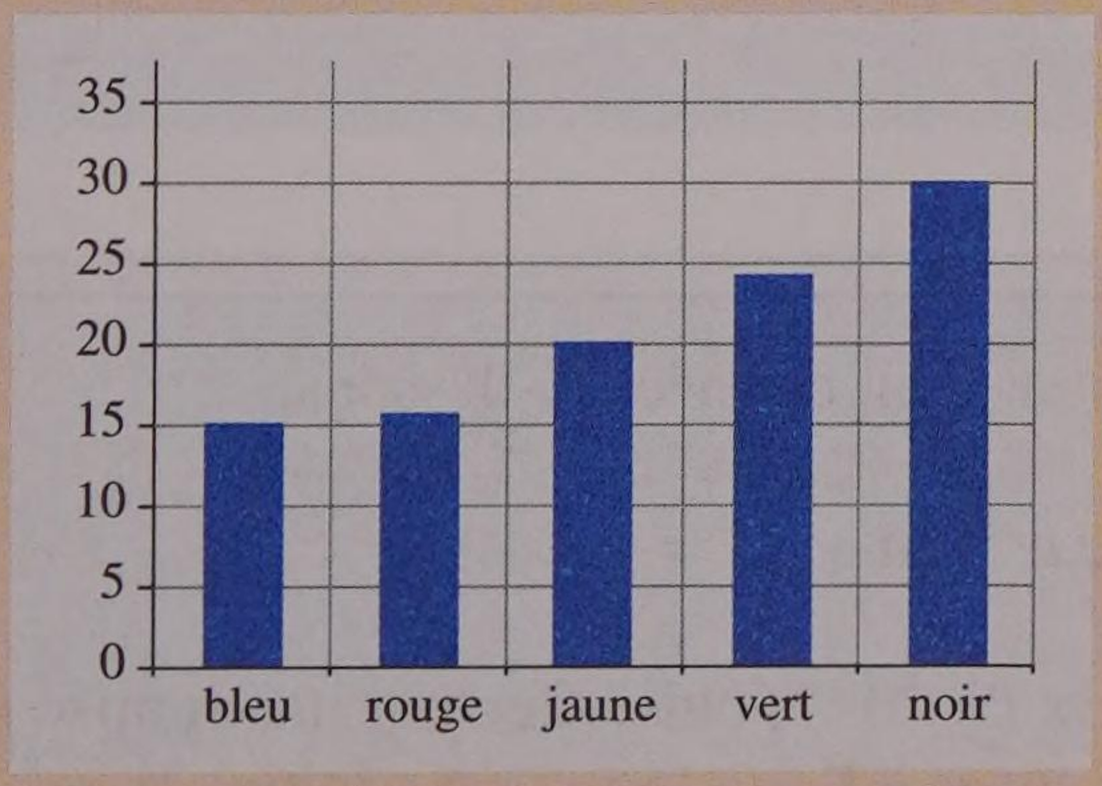
CONSEIL

Toutes les réponses doivent être justifiées, sauf si une indication contraire est donnée.

EXERCICE 1

Un dé cubique a 6 faces peintes : une en bleu, une en rouge, une en jaune, une en vert et deux en noir.

1. On jette ce dé cent fois et on note à chaque fois la couleur de la face obtenue. Le schéma ci-dessous donne la répartition des couleurs obtenues lors de ces cent lancers.



a) Déterminer la fréquence d'apparition de la couleur jaune.

b) Déterminer la fréquence d'apparition de la couleur noire.

2. On suppose que le dé est équilibré.

a) Quelle est la probabilité d'obtenir la couleur jaune ?

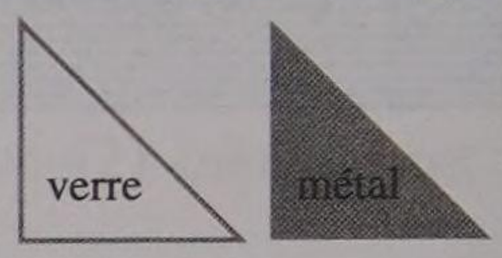
b) Quelle est la probabilité d'obtenir la couleur noire ?

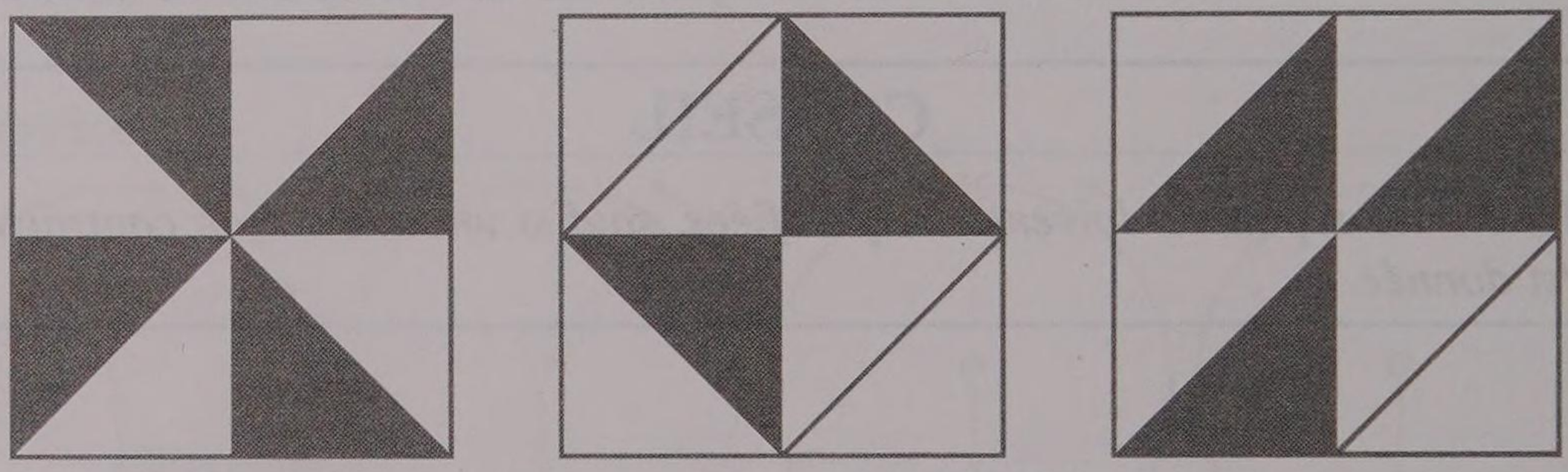
3. Expliquer l'écart entre les fréquences obtenues à la question **1** et les probabilités trouvées à la question **2**.

Corrigé page 118

EXERCICE 2

On fabrique des bijoux à l'aide de triangles qui ont tous la même forme.
Certains triangles sont en verre et les autres sont en métal.
Trois exemples de bijoux sont donnés ci-dessous.
Les triangles en verre sont représentés en blanc ;
ceux en métal sont représentés en gris.





Bijou n° 1 Bijou n° 2 Bijou n° 3

Tous les triangles en verre ont le même prix. Tous les triangles en métal ont le même prix.
Le bijou n° 1 revient à 11 €, le bijou n° 2 revient à 9,10 €.
À combien revient le bijou n° 3 ?
Si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche. Elle sera prise en compte dans la notation.

Corrigé page 118

EXERCICE 3

1. Deux affirmations sont données ci-dessous.
Affirmation 1
Pour tout nombre a : $(2a + 3)^2 = 4a^2 + 9$.
Affirmation 2
Augmenter un prix de 20 %, puis effectuer une remise de 20 % sur ce nouveau prix revient à redonner à l'article son prix initial.
Pour chacune, indiquer si elle est vraie ou fausse **en argumentant la réponse**.

2. Deux égalités sont données ci-dessous.
Égalité 1 : $\dfrac{\sqrt{32}}{2} = 2\sqrt{2}$
Égalité 2 : $10^5 + 10^{-5} = 10^0$
Pour chacune, indiquer si elle est vraie ou fausse.
Si elle est vraie, **écrire les étapes des calculs** qui permettent de l'obtenir.
Si elle est fausse, **la transformer pour qu'elle devienne vraie**.

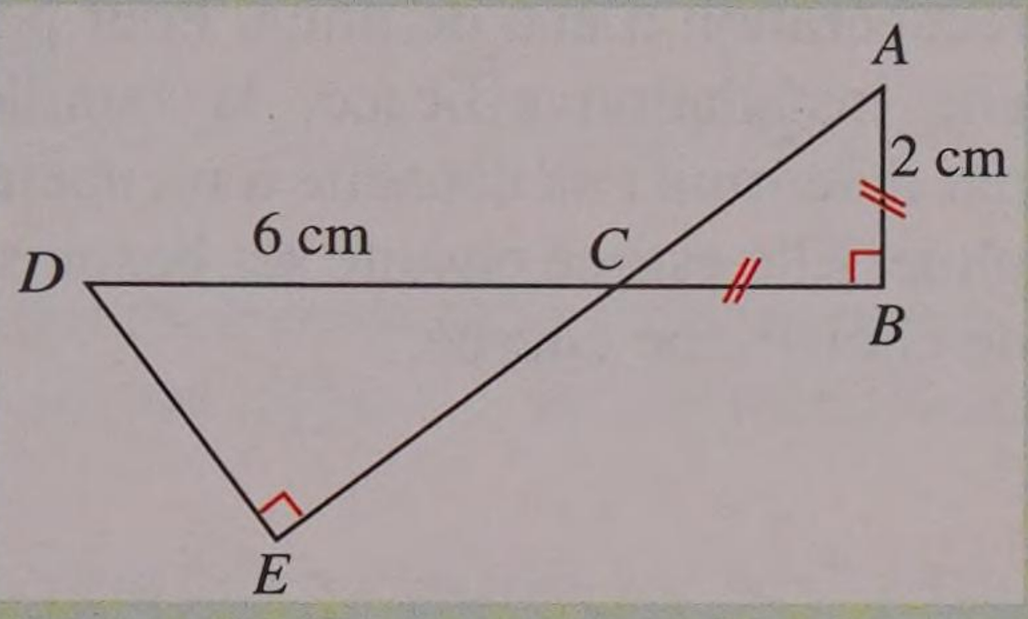
Corrigé page 119

EXERCICE 4

Le dessin ci-dessous représente une figure géométrique dans laquelle on sait que :

- ABC est un triangle rectangle en B.
- CED est un triangle rectangle en E.
- Les points A, C et E sont alignés.
- Les points D, C et B sont alignés.
- $AB = CB = 2$ cm.
- $CD = 6$ cm.

Le dessin n'est pas en vraie grandeur.



1. Représenter sur la copie la figure en vraie grandeur.

2. a) Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{ACB}$?

b) En déduire la mesure de l'angle $\widehat{DCE}$.

3. Calculer une valeur approchée de DE, à 0,1 cm près.

4. Où se situe le centre du cercle circonscrit au triangle DCE ? Tracer ce cercle que l'on notera $\mathscr{C}$, puis tracer $\mathscr{C}'$ le cercle circonscrit au triangle ABC.

5. Les cercles $\mathscr{C}$ et $\mathscr{C}'$ se coupent en deux points : le point C et un autre point noté M. Les points D, A et M sont-ils alignés ?

Corrigé page 119

EXERCICE 5

1. Dessiner un pavé droit en perspective cavalière.

2. Un aquarium a la forme d'un pavé droit de longueur 40 cm, de largeur 20 cm et de hauteur 30 cm.

a) Calculer le volume, en cm^3, de ce pavé droit.

b) On rappelle qu'un litre correspond à 1 000 cm^3. Combien de litres d'eau cet aquarium peut-il contenir ? *Aucune justification n'est demandée.*

3. Parmi les formules suivantes, recopier celle qui donne le volume, en cm^3, d'une boule de diamètre 30 cm :

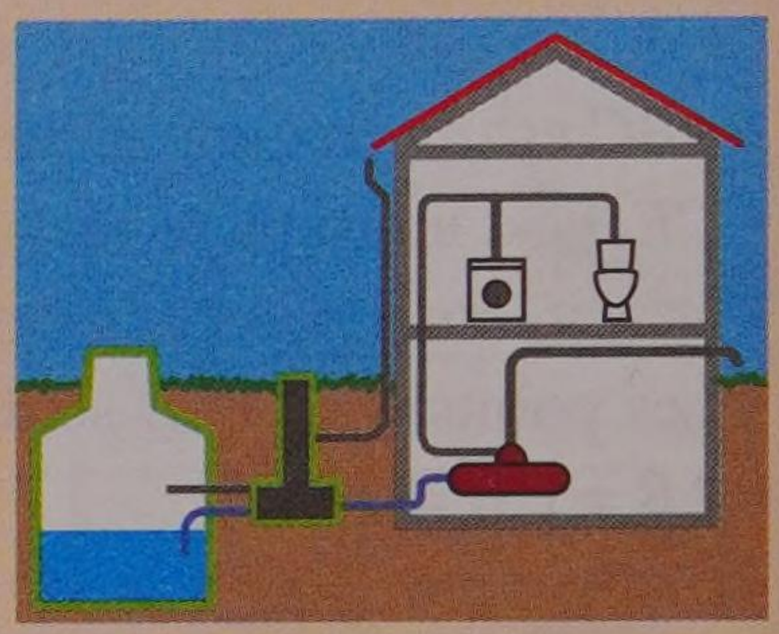
$$\frac{4}{3} \times \pi \times 15^2 \qquad 4\pi \times 15^2 \qquad \frac{4}{3} \times \pi \times 15^3$$

4. Un second aquarium contient un volume d'eau égal aux trois quarts du volume d'une boule de diamètre 30 cm.
On verse son contenu dans le premier aquarium. À quelle hauteur l'eau monte-t-elle ? *Donner une valeur approchée au millimètre.*

Corrigé page 121

EXERCICE 6

Une famille envisage d'installer une citerne de récupération d'eau de pluie. Pour pouvoir choisir une installation efficace, la famille commence par déterminer sa capacité à récupérer de l'eau de pluie. Elle estime ensuite ses besoins en eau avant de choisir une citerne.



Partie I
La capacité à recueillir de l'eau de pluie

1. Dans cette partie, il s'agit de calculer le volume d'eau de pluie que cette famille peut espérer recueillir chaque année. Dans la ville où réside cette famille, on a effectué pendant onze années un relevé des précipitations. Ces relevés sont donnés dans le tableau suivant.

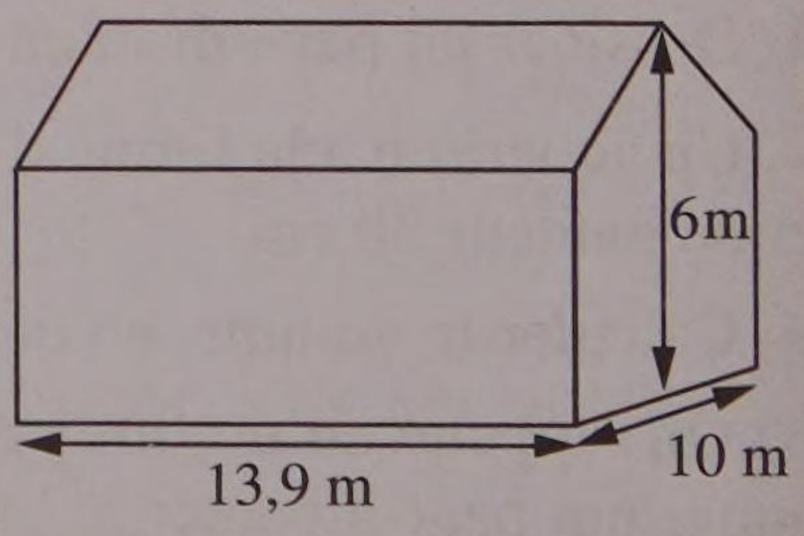
Années	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009
Précipitations en litres par mètre carré (L / m^2)	1 087	990	868	850	690	616	512	873	810	841	867

a) En quelle année y a-t-il eu le plus de précipitations ?
Aucune justification n'est demandée.

b) En 2009, combien de litres d'eau sont tombés sur une surface de 5 m^2 ?

2. Sur les onze années présentées dans le tableau, quelle est la quantité moyenne d'eau tombée en une année ?

3. Calculer la surface au sol d'une maison ayant la forme d'un pavé droit (surmonté d'un toit) de 13,9 m de long, 10 m de large et 6 m de haut.



4. Une partie de l'eau de pluie tombée sur le toit ne peut pas être récupérée. La famille utilise une formule pour calculer le volume d'eau qu'elle peut récupérer :

$$V = P \times S \times 0{,}9$$

avec V : volume d'eau récupéré en litres,
P : précipitations en litres par mètre carré,
S : surface au sol en mètres carrés.

Calculer ce volume en litres pour l'année 2009.
Montrer que 108 m^3 est une valeur approchée à 1 m^3 près.

Partie II
Les besoins en eau

La famille est composée de quatre personnes.
La consommation moyenne d'eau par personne et par jour est estimée à 115 litres.

1. Chaque jour, l'eau utilisée pour les WC est en moyenne de 41 litres par personne. Calculer le pourcentage que cela représente par rapport à la consommation moyenne en eau par jour d'une personne.

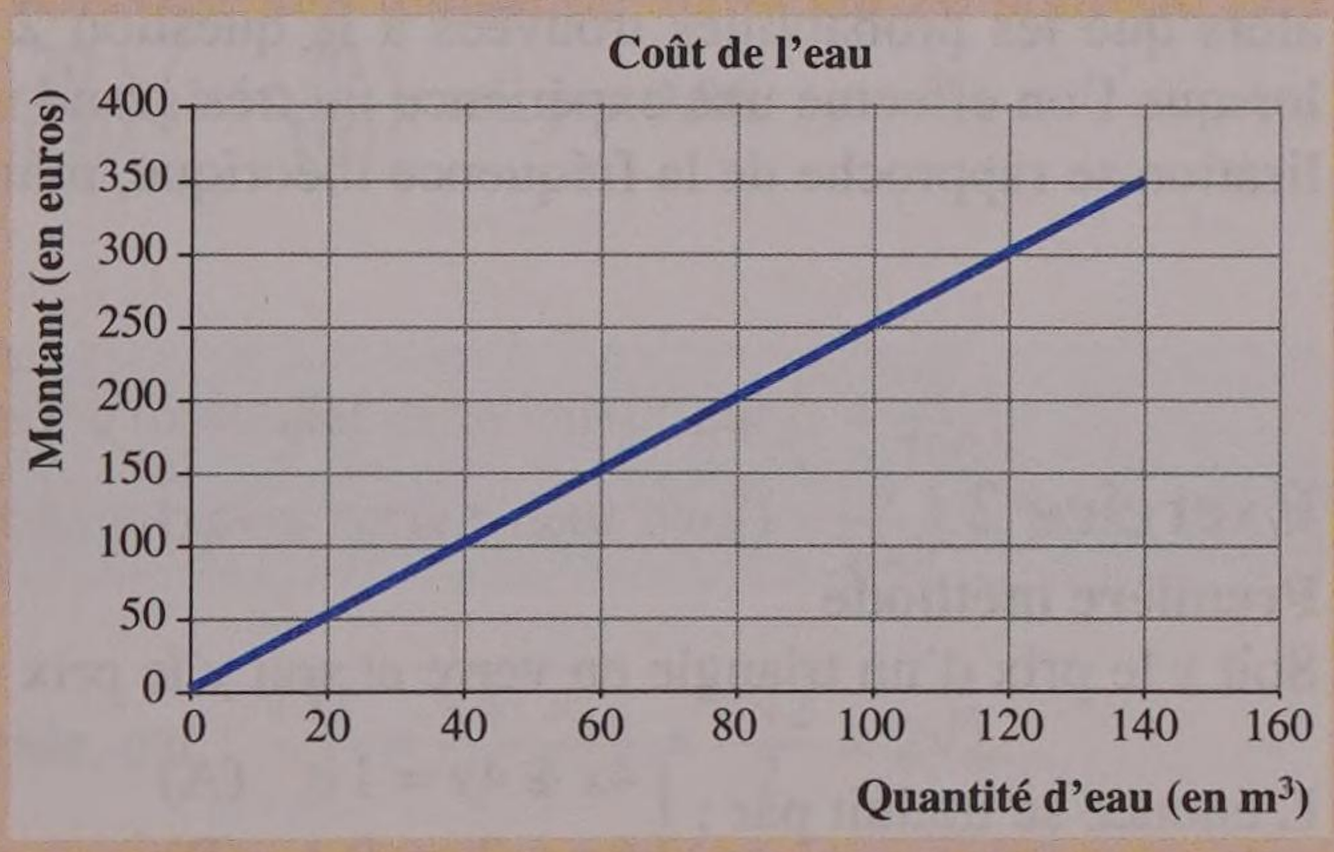
2. On estime que 60 % de l'eau consommée peut être remplacée par de l'eau de pluie. Montrer que les besoins en eau de pluie de toute la famille pour une année de 365 jours sont d'environ 100 m^3.

3. L'eau de pluie récupérée en 2009 aurait-elle pu suffire aux besoins en eau de pluie de la famille ?

Corrigé page 121

EXERCICE 7

1. Le graphique ci-contre représente le coût de l'eau en fonction de la quantité consommée.



a) En utilisant ce graphique, déterminer une valeur approchée du prix payé pour 100 m^3 d'eau.

b) On note $p(x)$ le prix en euros de la consommation pour x mètres cubes d'eau. Proposer une expression de $p(x)$ en fonction de x en expliquant la démarche.
Si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche. Elle sera prise en compte dans la notation.

c) Au prix de la consommation vient s'ajouter le prix de l'abonnement. L'abonnement est de 50 euros par an. Représenter sur le graphique ci-dessus la fonction donnant le prix en euros, abonnement inclus, en fonction du volume d'eau consommé en mètres cubes.

2. Une famille espère économiser 250 euros par an grâce à la récupération de l'eau de pluie. Elle achète une citerne 910 euros.
Au bout de combien d'années les économies réalisées pourront-elles compenser l'achat de la citerne ?

Corrigé page 122

Corrigés

Exercice 1

1. a) Sur 100 lancers, on obtient 20 fois la face jaune. La fréquence d'apparition de la couleur jaune est $\frac{20}{100}$, soit **0,2**.

b) Sur 100 lancers, on obtient 30 fois la face noire. La fréquence d'apparition de la couleur noire est $\frac{30}{100}$, soit **0,3**.

2. Le dé est équilibré.

a) Il y a 1 face jaune parmi les 6 faces. La probabilité d'obtenir la couleur jaune est $\frac{1}{6}$.

b) Il y a 2 faces noires parmi les 6 faces. La probabilité d'obtenir la couleur noire est $\frac{2}{6}$, soit $\frac{1}{3}$.

3. Les fréquences obtenues à la question **1** sont les résultats d'une expérience passée, alors que les probabilités trouvées à la question **2** donnent une fréquence théorique : lorsque l'on effectue une expérience un très grand nombre de fois, la fréquence de réalisation se rapproche de la fréquence théorique, mais un écart subsiste.

Exercice 2

Première méthode

Soit x le prix d'un triangle en verre et soit y le prix d'un triangle en métal.

L'énoncé se traduit par : $\begin{cases} 4x + 4y = 11 & \text{(A)} \\ 6x + 2y = 9{,}1 & \text{(B)} \end{cases}$.

En multipliant par 2 dans l'équation 2, on obtient : $\begin{cases} 4x + 4y = 11 & \text{(A)} \\ 12x + 4y = 18{,}2 & \text{(C)} \end{cases}$.

(C) – (A) donne alors $8x = 7{,}2$, soit $x = 7{,}2 \div 8$ ou encore $x = 0{,}9$.

(A) donne alors $4 \times 0{,}9 + 4y = 11$.

On a successivement :

$3{,}6 + 4y = 11$;

$4y = 11 - 3{,}6$;

$4y = 7{,}4$;

$y = 7{,}4 \div 4$;

$y = 1{,}85$.

Le prix du bijou n° 3 est $5x + 3y$, soit $5 \times 0{,}9 + 3 \times 1{,}85$.

Le prix du bijou n° 3 est 10,05 euros.

Seconde méthode
Ensemble, les bijoux n°1 et n°2 sont constitués de 10 triangles en verre et de 6 triangles en métal pour un prix total de 20,10 euros.
Le bijou n° 3 avec 5 triangles en verre et 3 triangles en métal représente la moitié des bijoux n° 1 et n° 2 mis ensemble. Son prix est 20,10 € ÷ 2.
Le prix du bijou n°3 est 10,05 euros.

La première méthode fonctionne toujours, alors que la seconde méthode ne peut être appliquée que dans le cas particulier du bijou n°3 de l'énoncé.

Exercice 3

1. D'après l'identité remarquable, on a :
$(2a + 3)^2 = (2a)^2 + 2 \times 2a \times 3 + 3^2 = 4a^2 + 12a + 9$.
L'affirmation 1 est fausse.

$$(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$$

Augmenter un prix de 20 %, puis effectuer une remise de 20 % sur ce nouveau prix revient à multiplier le prix par $\left(1 + \frac{20}{100}\right)\left(1 - \frac{20}{100}\right)$, soit par 0,96.
On ne retrouve pas le prix initial.
L'affirmation 2 est fausse.

Augmenter une valeur de a % revient à multiplier cette valeur par $\left(1 + \frac{a}{100}\right)$.
Diminuer une valeur de a % revient à multiplier cette valeur par $\left(1 - \frac{a}{100}\right)$.

2. L'égalité 1 « $\frac{\sqrt{32}}{2} = 2\sqrt{2}$ » est **vraie**, car : $\frac{\sqrt{32}}{2} = \frac{\sqrt{4^2 \times 2}}{2} = \frac{4\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}$.

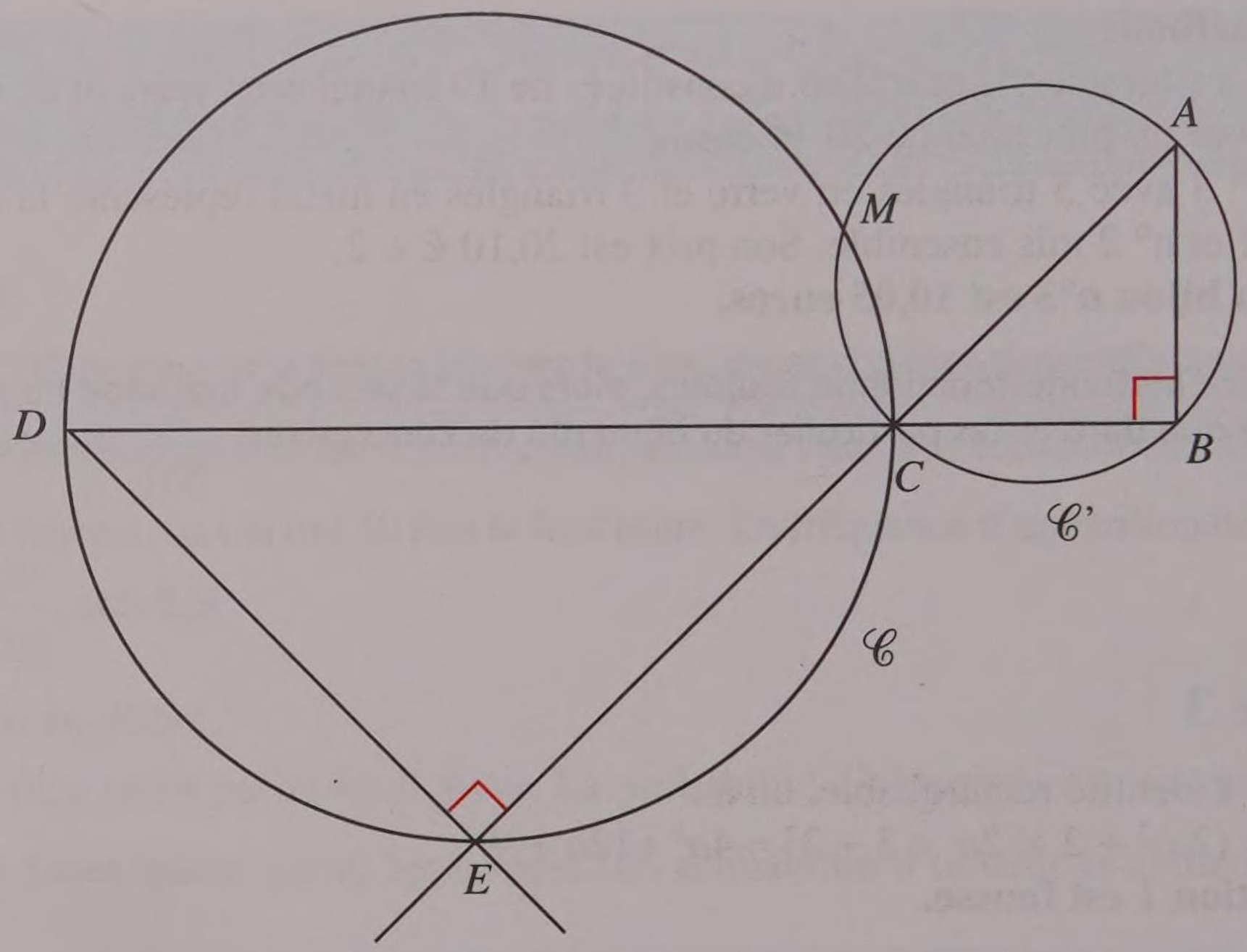
$$\sqrt{a^2 \times b} = a\sqrt{b}$$

L'égalité 2 « $10^5 + 10^{-5} = 10^0$ » est **fausse** : on a $10^5 \times 10^{-5} = 10^0$.

$$10^m \times 10^n = 10^{m+n}$$

Exercice 4

1. Tracer un segment $[BD]$ de longueur 8 cm et placer dessus le point C tel que $BC = 2$ cm.
Tracer $[AB]$ de longueur 2 cm tel que $\widehat{CBA} = 90°$.
Tracer la demi-droite $[AC)$, puis la perpendiculaire à (AC) passant par D qui coupe (AC) en E.



2. a) ABC est un triangle rectangle isocèle en B, donc on a $\widehat{ACB} = 45°$.

b) Les angles $\widehat{ACB}$ et $\widehat{DCE}$ sont opposés par le sommet : ils ont donc la même mesure.
On a donc $\widehat{DCE} = 45°$.

3. Dans le triangle CDE rectangle en E, on a :

$\sin(\widehat{DCE}) = \dfrac{\text{côté opposé à } C}{\text{hypoténuse}} = \dfrac{DE}{DC}$, soit $\sin(45°) = \dfrac{DE}{6}$.

On fait $\sin(45°) \times 6 = DE$.
On a $DE = 4{,}2$ cm à 0,1 cm près.

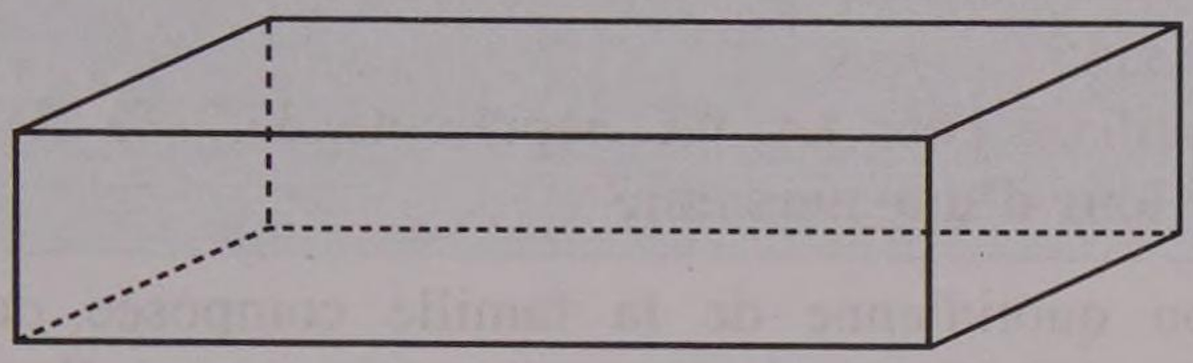
4. DCE est un triangle rectangle en E.
Si un triangle est rectangle,
alors le centre de son cercle circonscrit est au milieu de l'hypoténuse.
Le centre du cercle $\mathscr{C}$ circonscrit au triangle DCE est le milieu de $[DC]$.
Voir figure.

Le centre du cercle $\mathscr{C}'$ circonscrit au triangle rectangle ABC est le milieu de $[AC]$.

5. $[DC]$ est un diamètre du cercle circonscrit à DCM.
Si un côté d'un triangle est un diamètre de son cercle circonscrit,
alors ce triangle est rectangle au sommet opposé au côté diamètre.
DCM est rectangle en M, donc (DM) est perpendiculaire à (CM).
De même, $[AC]$ est un diamètre du cercle circonscrit à ACM.
ACM est rectangle en M, donc (AM) est perpendiculaire à (CM).
Si deux droites sont perpendiculaires à une même troisième droite,
alors elles sont parallèles entre elles.
(DM) et (AM) sont parallèles avec le point M en commun. Elles sont confondues, donc **les points D, M et A sont alignés**.

Exercice 5

1.



2. a) $40 \times 20 \times 30 = 24\,000$. **Le volume du pavé droit est de 24 000 cm³.**

Le volume d'un pavé droit de dimensions L, l et h est $L \times l \times h$.

b) Cet aquarium peut contenir 24 litres.

3. Une boule de diamètre 30 cm a pour rayon 15 cm.

Son volume est $\frac{4}{3} \times \pi \times 15^3$.

Le volume d'une boule de rayon r est $\frac{4}{3} \times \pi \times r^3$.

4. Le volume d'eau est $\frac{3}{4} \times \frac{4}{3} \times \pi \times 15^3$, soit environ 10 603 cm³.

Soit h la hauteur d'eau dans le premier aquarium.

On veut $40 \times 20 \times h = 10\,603$, soit $h = 10\,603 \div (40 \times 20)$.

On obtient $h = 13{,}25\ldots$

L'eau monte de 13,3 cm dans le premier aquarium.

Exercice 6

Partie I : La capacité à recueillir de l'eau de pluie

1. a) Il y a eu le plus de précipitations **en 1999**.

b) En 2009, 867 litres d'eau sont tombés par mètre carré.

$867 \times 5 = 4\,335$.

En 2009, **4 335 litres** d'eau sont tombés sur une surface de 5 m².

2. On a :

$$m = \frac{1\,087 + 990 + \ldots + 867}{11} = \frac{9\,004}{11}.$$

Sur les onze années, la quantité moyenne d'eau tombée en une année est de **819 litres** à 1 litre près.

3. On a : longueur × largeur = $13{,}9 \times 10 = 139$.

La surface au sol de la maison est de **139 m²**.

La hauteur de la maison ne change pas sa surface au sol.

4. $V = P \times S \times 0{,}9 = 867 \times 139 \times 0{,}9 = 108\,461{,}7$.

En 2009, la famille peut récupérer 108 461,7 litres d'eau, soit environ **108 m³** à 1 m³ près.

Partie II : Les besoins en eau

1. On a $41 \div 115 = 0{,}3565$ …
Chaque jour, l'eau utilisée pour les WC représente **35,7 % de la consommation moyenne en eau par jour d'une personne**.

2. La consommation quotidienne de la famille composée de 4 personnes est 115 litres × 4, soit 460 litres. La consommation annuelle de la famille est 460 litres × 365, soit 167 900 litres, ce qui correspond à 167,9 mètres cubes.
60 % de 167,9 mètres cubes, c'est $\frac{60}{100} \times 167{,}9$ m³ ou encore 100,74 m³.
Les besoins en eau de pluie de toute la famille pour une année de 365 jours sont d'environ 100 m³.

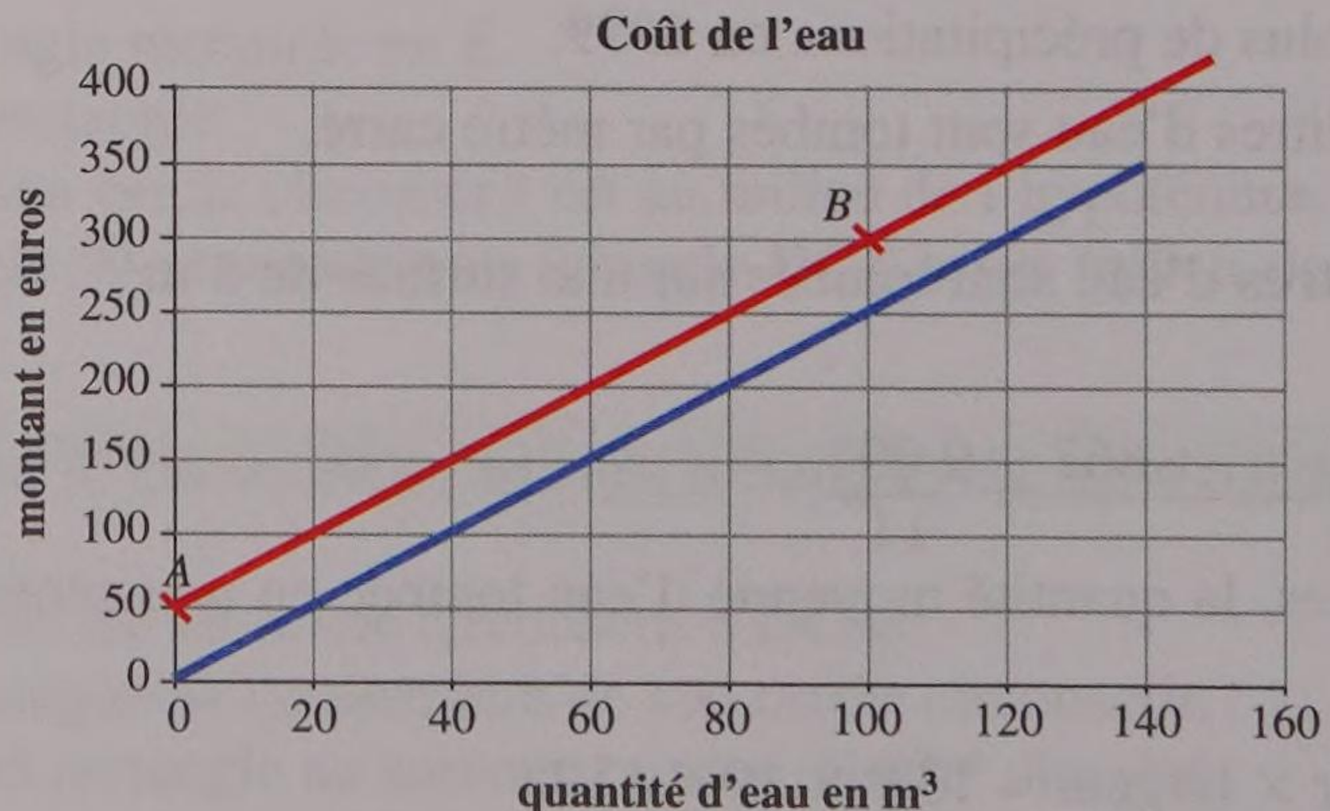
3. Avec 108 m³, **l'eau de pluie récupérée en 2009 aurait pu suffire** aux besoins en eau de pluie de la famille.

Exercice 7
Le coût de l'eau

1. a) Graphiquement, le prix payé pour 100 m³ d'eau est de **250 euros**.

b) La représentation de p est une droite passant par l'origine, donc p est une fonction linéaire ; on a : $p(x) = ax$.
En particulier, on a $p(100) = 250$, soit $100a = 250$.
On a donc $a = 250 \div 100$, soit $a = 2{,}5$.
On a $\boldsymbol{p(x) = 2{,}5x}$.

c) Le prix réel est donné par : $f(x) = 2{,}5x + 50$; f est affine et elle est représentée par une droite passant par $A(0 ; 50)$ et par $B(100 ; 300)$.



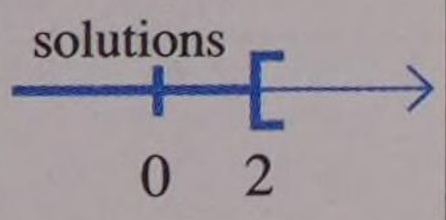
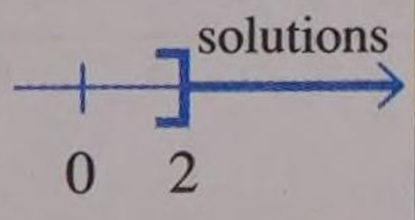
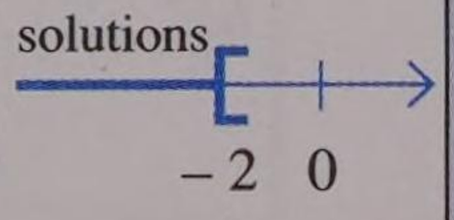
2. $910 \div 250 = 3{,}64$. **Au bout de 4 ans**, les économies réalisées pourront compenser l'achat de la citerne.

SUJET 12

Pondichéry

EXERCICE 1

Cet exercice est un questionnaire à choix multiple (QCM).
Pour chacune des questions, une seule réponse est exacte. Aucune justification n'est demandée.
Une réponse correcte rapporte 1 point. L'absence de réponse ou une réponse fausse ne retire aucun point.
Trouver la réponse parmi les trois proposées.
Pour chaque question, écrire la lettre A, B ou C de la bonne réponse.

		Réponse A	Réponse B	Réponse C
1.	Les diviseurs communs à 30 et 42 sont :	1 ; 2 ; 3 ; 5 ; 6 et 7	1 ; 2 ; 3 et 6	1 ; 2 ; 3 ; 5 et 7
2.	Un sac contient 10 boules blanches et 5 boules noires. On tire une boule au hasard. La probabilité de tirer une boule noire est égale à :	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{5}$
3.	La représentation graphique des solutions de l'inéquation $7x - 5 < 4x + 1$ est :			
4.	$\frac{(10^{-3})^2 \times 10^4}{10^{-5}}$ est égal à :	10^{-7}	10^{-15}	10^3

Corrigé page 129

EXERCICE 2

On donne l'expression : $A = (2x + 1)(x - 5)$.

1. Développer et réduire A.

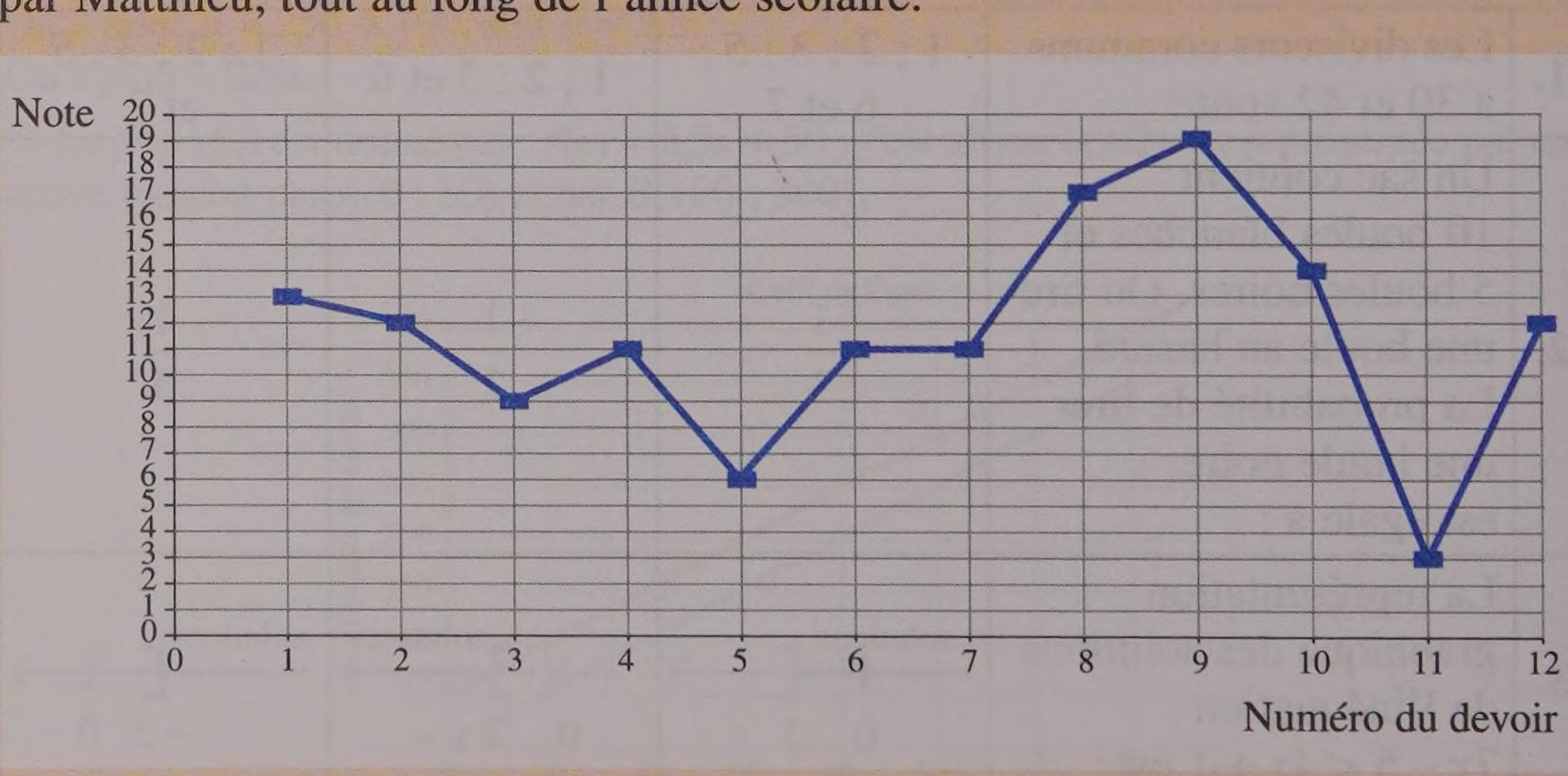
2. Calculer A pour $x = -3$.

3. Résoudre l'équation : $A = 0$.

Corrigé page 129

EXERCICE 3

Sur le graphique ci-dessous, on a reporté les résultats obtenus en mathématiques par Matthieu, tout au long de l'année scolaire.



1. À quel devoir Matthieu a-t-il obtenu sa meilleure note ?

2. Calculer la moyenne des notes de Matthieu sur l'ensemble de l'année.

3. Déterminer l'étendue de la série de notes de Matthieu.

4. a) Combien Matthieu a-t-il eu de notes strictement inférieures à 10 sur 20 ?

b) Exprimer ce résultat en pourcentage du nombre total de devoirs.

Corrigé page 130

EXERCICE 4

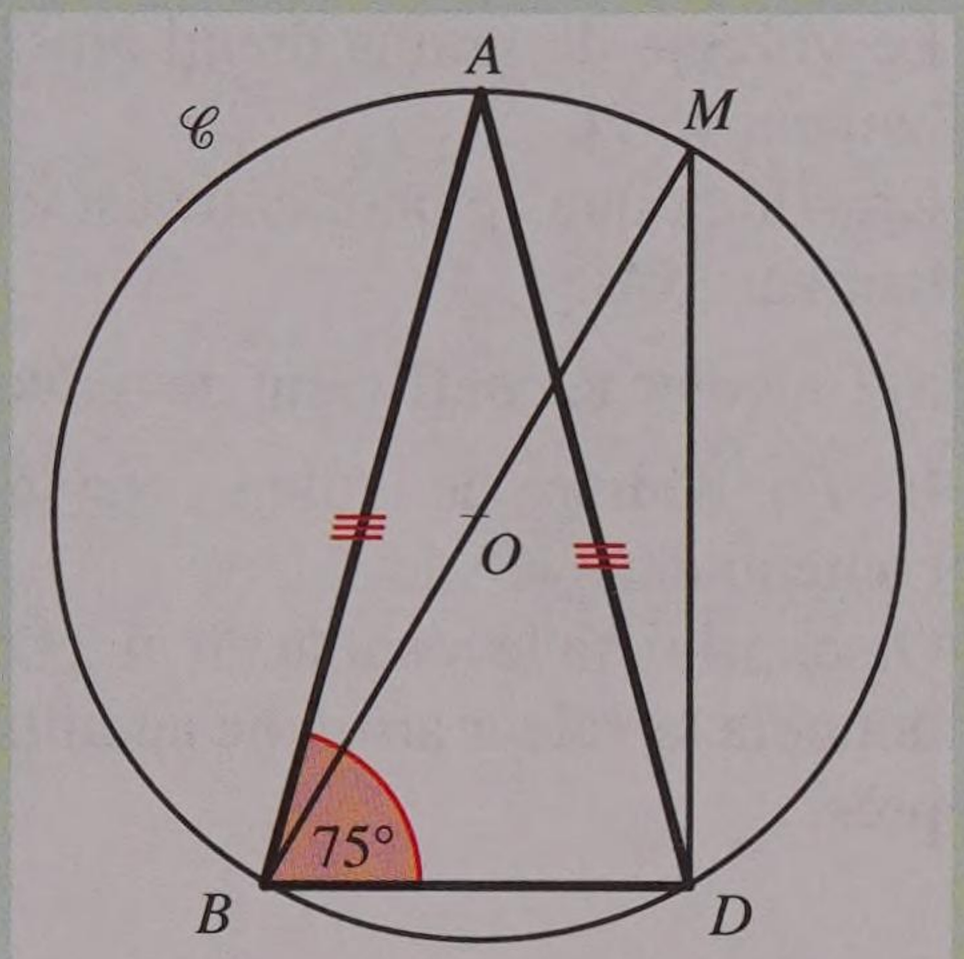
On considère la figure ci-dessous qui n'est pas en vraie grandeur. On ne demande pas de refaire la figure.

• ABD est un triangle isocèle en A tel que $\widehat{ABD} = 75°$;

• $\mathscr{C}$ est le cercle circonscrit au triangle ABD ;

• O est le centre du cercle $\mathscr{C}$;

• $[BM]$ est un diamètre de $\mathscr{C}$.



1. Quelle est la nature du triangle BMD ? Justifier la réponse.

2. a) Calculer la mesure de l'angle $\widehat{BAD}$.

b) Citer un angle inscrit qui intercepte le même arc que l'angle $\widehat{BMD}$.

c) Justifier que l'angle $\widehat{BMD}$ mesure 30°.

3. On donne : $BD = 5{,}6$ cm et $BM = 11{,}2$ cm. Calculer DM. On arrondira le résultat au dixième près.

Corrigé page 130

EXERCICE 5

Dans cet exercice, les parties I et II sont indépendantes.

Un silo à grains a la forme d'un cône surmonté d'un cylindre de même axe.

A, I, O et S sont des points de cet axe.

On donne : $SA = 1{,}60$ m, $AI = 2{,}40$ m, $AB = 1{,}20$ m.

Partie I

On considère la figure 1 ci-contre.

1. On rappelle que le volume d'un cône est donné par la formule :

$\frac{1}{3} \times \pi \times r^2 \times h$ et que 1 dm^3 = 1 litre.

a) Montrer que le volume du cône, arrondi au millième près, est de 2,413 m^3.

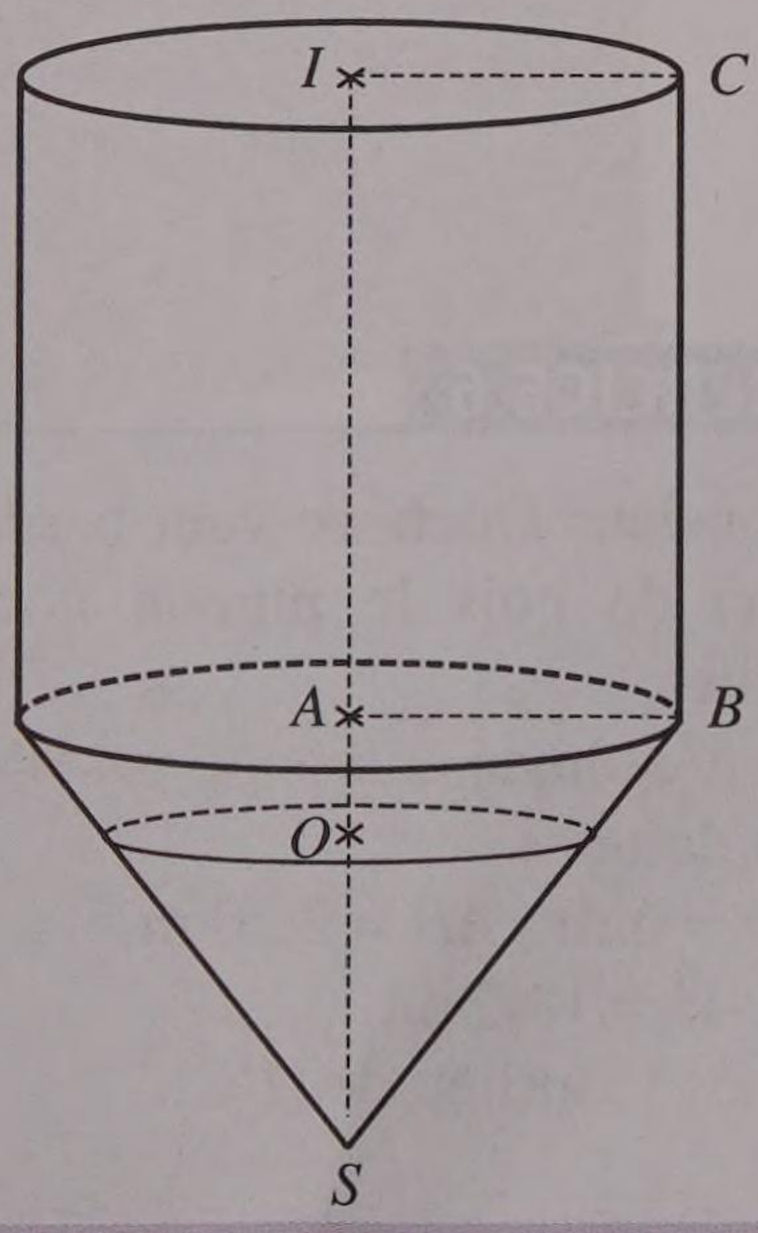


Figure 1

b) Sachant que le volume du cylindre, arrondi au millième près, est de 10,857 m^3, donner la contenance totale du silo en litres.

2. Actuellement, le silo à grains est rempli jusqu'à une hauteur $SO = 1{,}20$ m.
Le volume de grains prend ainsi la forme d'un petit cône de sommet S et de hauteur $[SO]$.
On admet que ce petit cône est une réduction du grand cône de sommet S et de hauteur $[SA]$.

a) Calculer le coefficient de réduction.

b) En déduire le volume de grains contenu dans le silo.
On exprimera le résultat en m^3 et on en donnera la valeur arrondie au millième près.

Partie II

On considère la figure 2 ci-contre.
Pour réaliser des travaux, deux échelles représentées par les segments $[BM]$ et $[CN]$ ont été posées contre le silo.
On donne : $HM = 0{,}80$ m et $HN = 2$ m.
Les deux échelles sont-elles parallèles ?
Justifier la réponse.

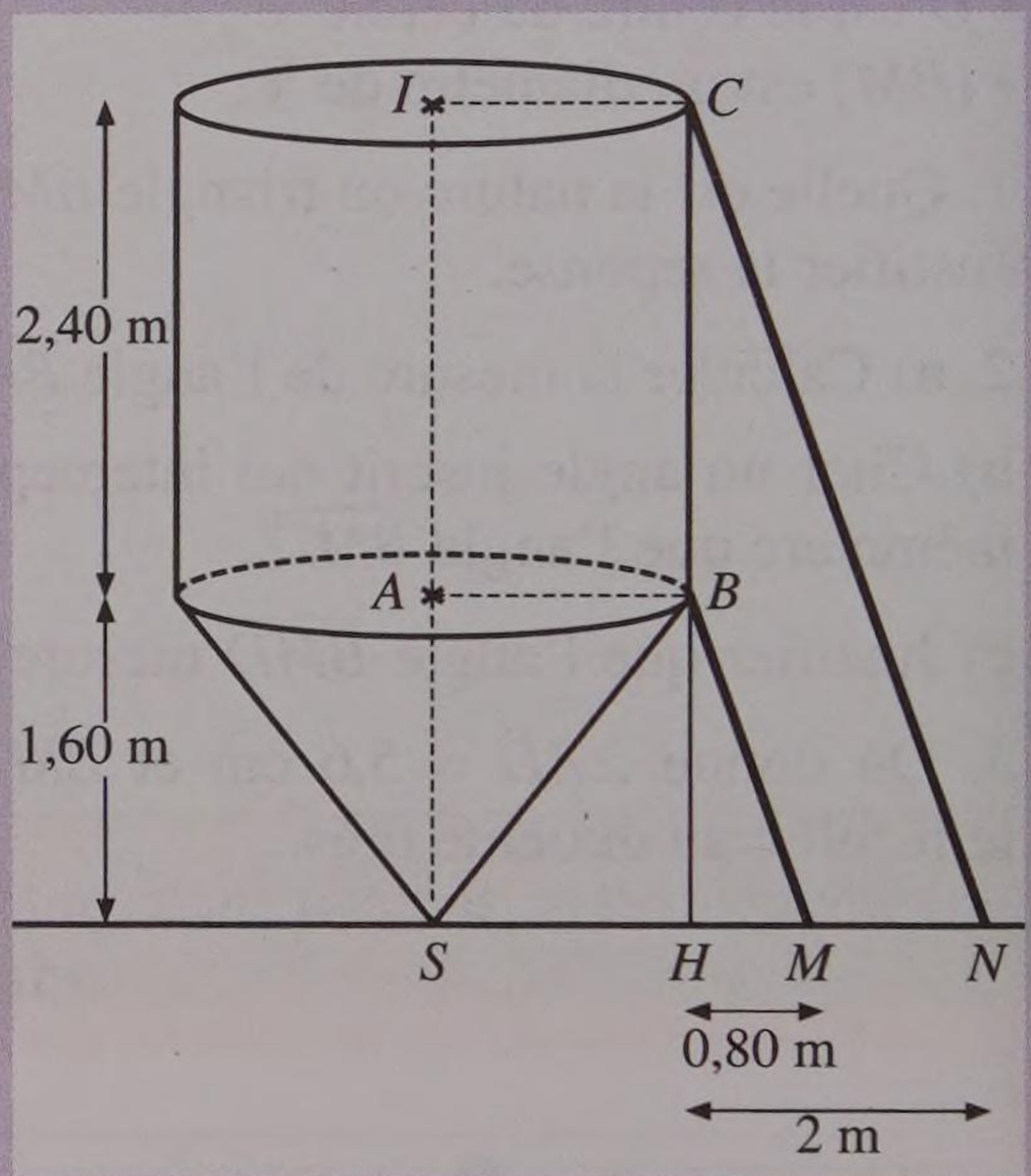
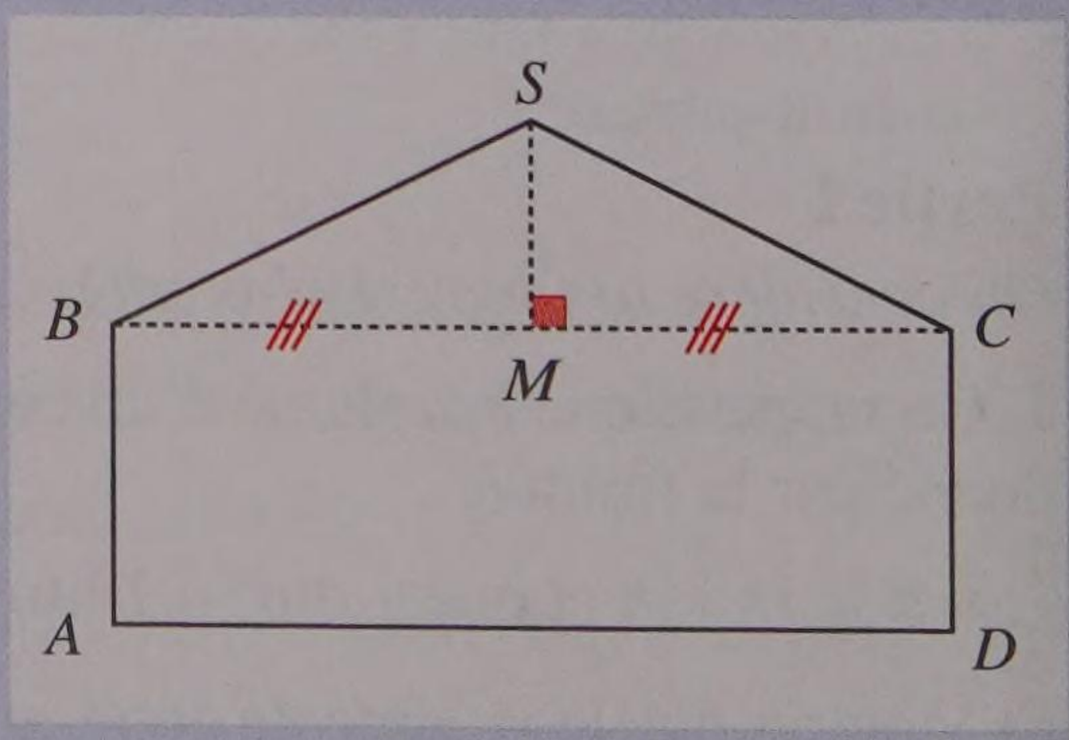


Figure 2

Corrigé page 131

EXERCICE 6

Monsieur Duchêne veut barder (recouvrir) de bois le pignon nord de son atelier.
Ce pignon ne comporte pas d'ouverture.
On donne :
$AD = 6$ m ; $AB = 2{,}20$ m
et $SM = 1{,}80$ m.
M est le milieu de $[BC]$.



Pignon nord de l'atelier

1. Montrer que l'aire du pignon *ABSCD* de l'atelier est de 18,6 m².

2. Les planches de bois qui serviront à barder le pignon sont conditionnées par lot. Un lot permet de couvrir une surface de 1,2 m².

a) Combien de lots monsieur Duchêne doit-il acheter au minimum ?

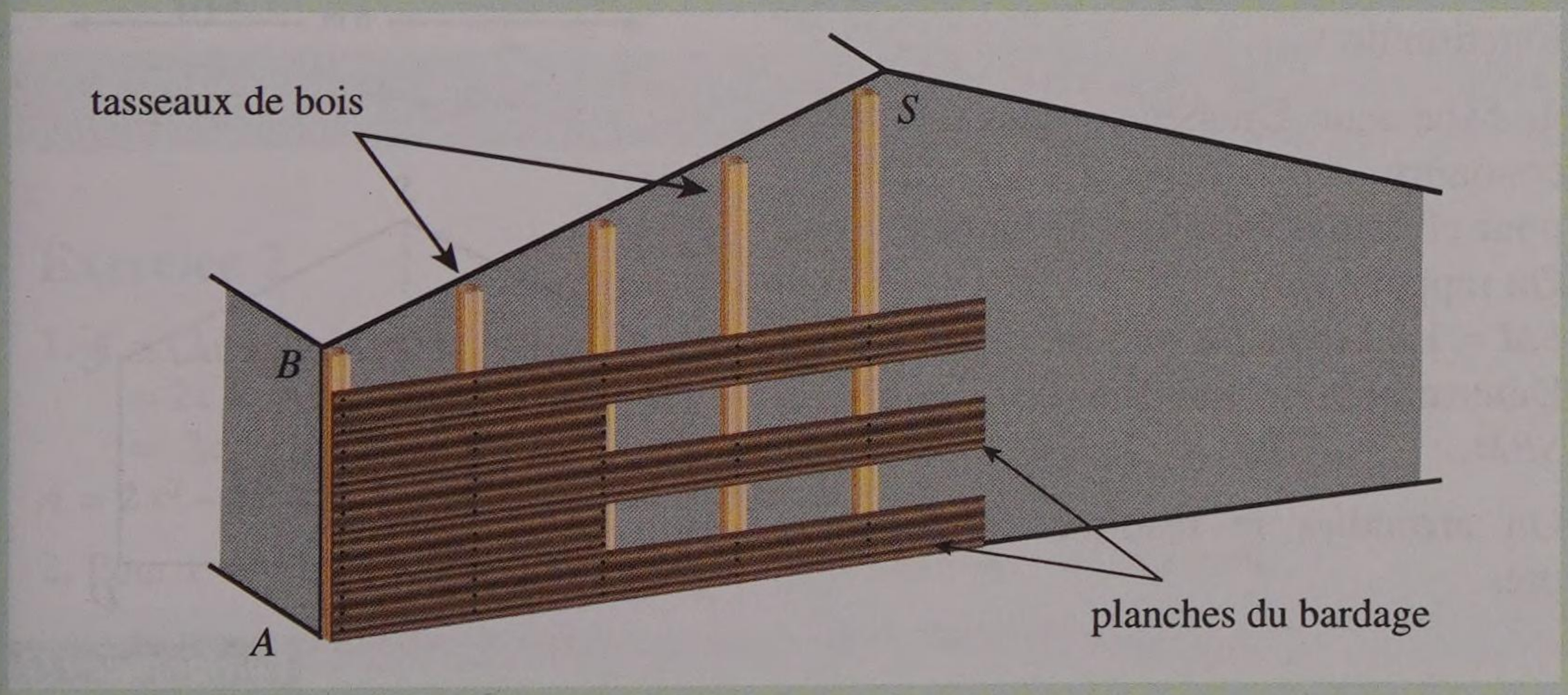
b) Pour être sûr de ne pas manquer de bois, monsieur Duchêne décide d'acheter 18 lots. Un lot est vendu au prix de 49 €.
Combien monsieur Duchêne devrait-il payer ?

c) Monsieur Duchêne a bénéficié d'une remise de 12 % sur la somme à payer.
Finalement, combien monsieur Duchêne a-t-il payé ?

Corrigé page 131

EXERCICE 7

Dans un premier temps, monsieur Duchêne va devoir fixer des tasseaux de bois sur le mur.
Ensuite, il placera les planches du bardage sur les tasseaux, comme indiqué sur la figure ci-dessous.



Les tasseaux seront placés parallèlement au côté [*AB*].
Cette partie a pour but de déterminer la longueur de chaque tasseau en fonction de la distance qui le sépare du côté [*AB*].

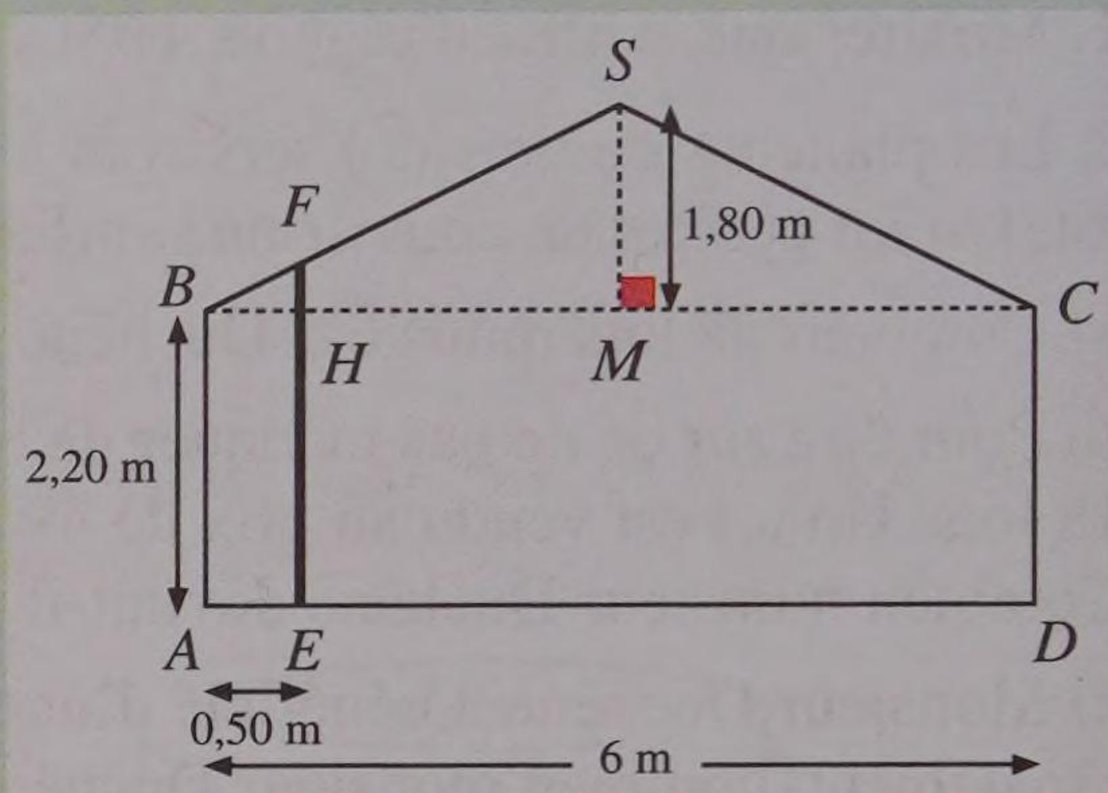
Soit *E* un point du segment [*AD*]. La parallèle à (*AB*) passant par *E* coupe [*BS*] en *F*, et [*BM*] en *H*.
On admet que la droite (*FH*) est parallèle à la droite (*SM*).
Le segment [*EF*] représente un tasseau à fixer.

1. Sachant que M est le milieu de $[BC]$, calculer BM.

2. Dans cette question, on suppose que le tasseau $[EF]$ est placé à 0,50 m du côté $[AB]$.
On a donc : $AE = BH = 0{,}50$ m.

a) En se plaçant dans le triangle SBM et en utilisant le théorème de Thalès, calculer FH.

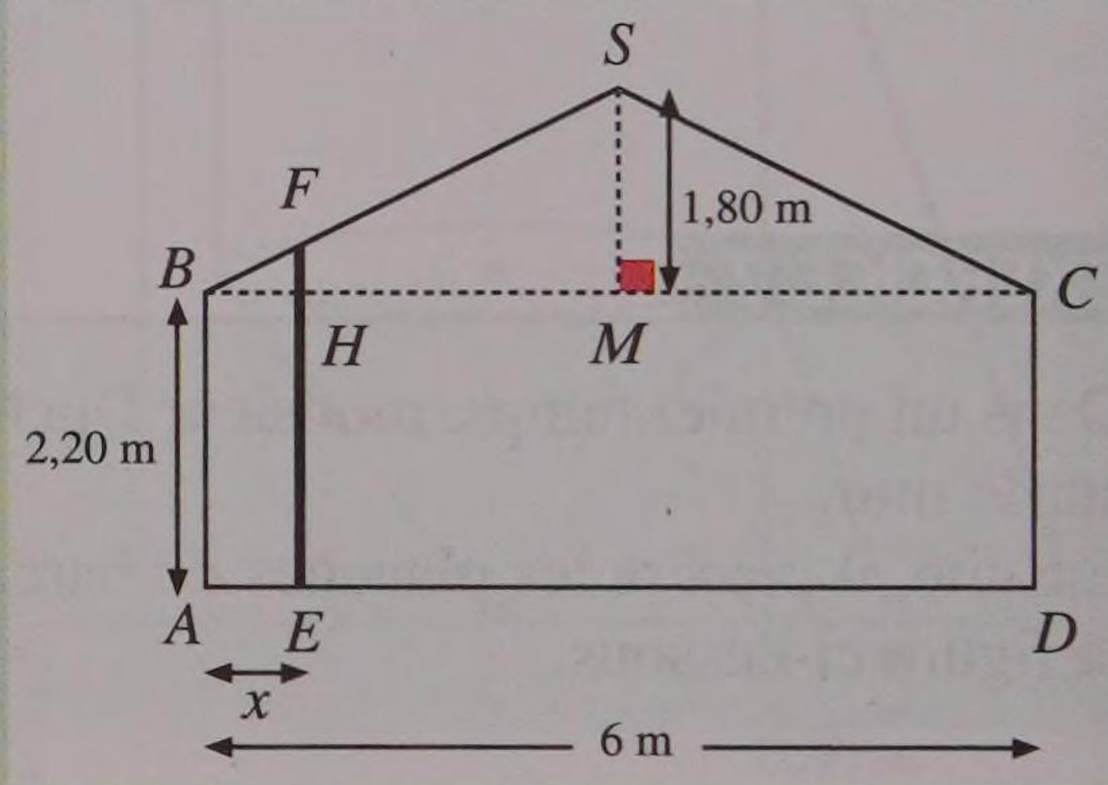
b) En déduire la longueur EF du tasseau.



3. Dans cette question, on généralise le problème et on suppose que le tasseau $[EF]$ est placé à une distance x du côté $[AB]$.
On a donc : $AE = BH = x$
(avec x variant entre 0 et 3 m).

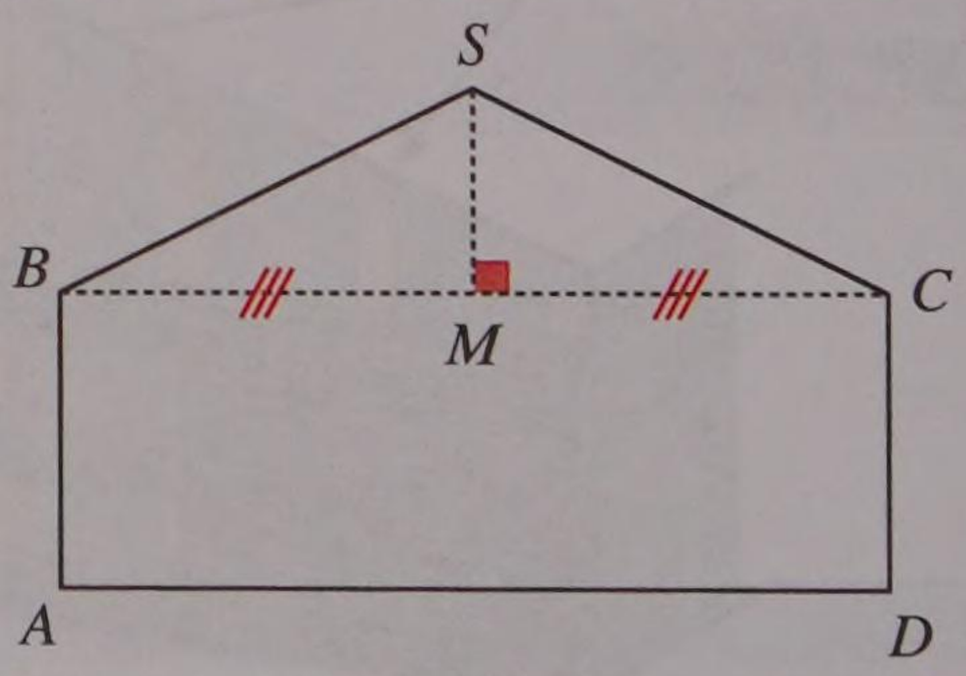
a) Montrer que $FH = 0{,}6\,x$.

b) En déduire l'expression de EF en fonction de x.



4. Monsieur Duchêne a besoin de connaître la mesure de l'angle $\widehat{SBM}$ pour effectuer certaines découpes.
On rappelle que :
$SM = 1{,}80$ m et $BC = 6$ m.
Déterminer la mesure de l'angle $\widehat{SBM}$.

On arrondira le résultat au degré près.



Corrigé page 132

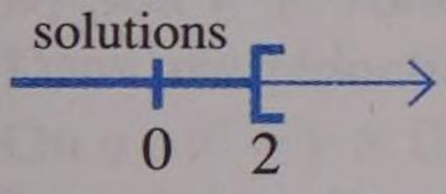
Corrigés

Exercice 1

1. On a $30 = 1 \times 30 = 2 \times 15 = 3 \times 10 = 5 \times 6$ et
$42 = 1 \times 42 = 2 \times 21 = 3 \times 14 = 6 \times 7$.
Les diviseurs communs à 30 et 42 sont **1** ; **2** ; **3** et **6** : **réponse B**.

2. Il y a 5 boules noires sur un total de 15 (10 + 5) boules.
La probabilité de tirer une boule noire est égale à $\frac{5}{15} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{3}}$: **réponse A**.

3. $7x - 5 < 4x + 1$ donne successivement :
$7x - 4x < 1 + 5$;
$3x < 6$;
$x < 6 \div 3$;
$x < 2$.
La représentation graphique des solutions de l'inéquation $7x - 5 < 4x + 1$ est :



: **réponse A**.

4. $\frac{(10^{-3})^2 \times 10^4}{10^{-5}} = 10^{-3 \times 2 + 4 - (-5)} = \mathbf{10^3}$: **réponse C**.

$(10^a)^b = 10^{ab}$ $\qquad$ $10^m \times 10^n = 10^{m+n}$ $\qquad$ $\frac{10^m}{10^p} = 10^{m-p}$

Exercice 2

1. $A = (2x + 1)(x - 5)$
$= 2x \times x + 2x \times (-5) + 1 \times x + 1 \times (-5)$
$= 2x^2 - 10x + x - 5$
$\boldsymbol{A = 2x^2 - 9x - 5.}$

2. Pour $x = -3$, on a $A = (2 \times (-3) + 1)(-3 - 5) = -5 \times (-8) = \mathbf{40}$.

On peut aussi effectuer le calcul à partir de l'expression développée.

3. On veut $A = 0$, soit $(2x + 1)(x - 5) = 0$.

Théorème : Si un produit de facteurs est nul,
alors l'un au moins des facteurs est nul.

On a $2x + 1 = 0$ ou $x - 5 = 0$,
soit $2x = -1$ ou $x = 5$.
Les solutions sont – 0,5 et 5.

Exercice 3

1. Matthieu a obtenu sa meilleure note 19 **au devoir numéro 9.**

2. $m = \dfrac{13 + 12 + 9 + 11 + 6 + 11 + 11 + 17 + 19 + 14 + 3 + 12}{12} = \dfrac{138}{12} = 11{,}5.$

La moyenne des notes de Matthieu sur l'ensemble de l'année est 11,5.

3. $19 - 3 = 16$: **l'étendue des notes de Matthieu est 16.**

4. a) Matthieu a eu **3 notes strictement inférieures à 10 sur 20.**

b) On a $3 \div 12 = 0{,}25$: le nombre de notes strictement inférieures à 10 sur 20 représente **25 %** du nombre total de devoirs.

Exercice 4

1. [*BM*] est un diamètre de $\mathscr{C}$, le cercle circonscrit au triangle *BMD*.
Si un côté d'un triangle est un diamètre de son cercle circonscrit,
alors ce triangle est rectangle au sommet opposé au côté diamètre.
Le triangle *BMD* est rectangle en *D*.

2. a) *ABD* est un triangle isocèle en *A*, donc $\widehat{ADB} = \widehat{ABD} = 75°$.
Si une figure est un triangle,
alors la somme de ses angles vaut 180°.
On a $\widehat{BAD} + \widehat{ADB} + \widehat{ABD} = 180°$,
soit $\widehat{BAD} + 75° + 75° = 180°$,
ou encore $\widehat{BAD} = 180° - 75° - 75°$.
La mesure de l'angle $\widehat{BAD}$ est 30°.

b) **L'angle inscrit $\widehat{BAD}$** intercepte le même arc que l'angle $\widehat{BMD}$.

c) Si, dans un cercle, deux angles inscrits interceptent le même arc,
alors ils ont la même mesure.
Les angles inscrits *BAD* et *BMD* ont donc la même mesure.
L'angle $\widehat{BMD}$ mesure 30°.

3. Le triangle *BDM* est rectangle en *D*.
D'après le théorème de Pythagore,
on a $BM^2 = BD^2 + DM^2$,
soit $11{,}2^2 = 5{,}6^2 + DM^2$.
On fait $125{,}44 - 31{,}36 = DM^2$.
On a $\sqrt{94{,}08} = DM$, car *DM* est une longueur.
On obtient *DM* = 9,7 cm, au dixième près.

Exercice 5

Partie I

1. a) Soit v le volume du cône.

On a : $v = \frac{1}{3} \times \pi \times AB^2 \times SA = \frac{1}{3} \times \pi \times 1{,}2^2 \times 1{,}6$.

À la calculatrice, on obtient $v = 2{,}41274\ldots$.

Le volume du cône, arrondi au millième près, est de 2,413 m³.

b) Le volume total du cylindre est 2,413 m³ + 10,857 m³, soit 13,27 m³ ou encore 13 270 dm³.

La contenance totale du silo est 13 270 litres.

$1\ m^3 = 1\ 000\ dm^3$

2. a) Le volume de grains est un petit cône qui est une réduction du grand cône de sommet S et de hauteur $[SA]$.

On a : $\frac{\text{hauteur } SO}{\text{hauteur } SA} = \frac{1{,}2}{1{,}6} = 0{,}75$.

Le coefficient de réduction est 0,75.

b) Soit v' le volume de grains.

Dans une réduction de rapport k, les volumes sont multipliés par k^3.

On a : $v' = v \times 0{,}75^3 = 2{,}413 \times 0{,}75^3$.

Le volume de grains est 1,018 m³, valeur arrondie au millième près.

Partie II

HNC est un triangle, avec M un point sur $[HN]$ et B un point sur $[HC]$.

On a $HC = HB + BC = 1{,}6 + 2{,}4 = 4$.

On a $\frac{HM}{HN} = \frac{0{,}8}{2} = 0{,}4$ et $\frac{HB}{HC} = \frac{1{,}6}{4} = 0{,}4$.

On constate que $\frac{HM}{HN} = \frac{HB}{HC}$.

De plus, l'ordre relatif des points H, M et N est le même que celui des points H, B et C.

D'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (BM) et (CN), c'est-à-dire **les deux échelles, sont parallèles**.

Exercice 6

1. L'aire du rectangle $ABCD$ est $AD \times AB$, soit 6 m × 2,2 m, c'est-à-dire 13,2 m².

L'aire du triangle SBC est $\frac{BC \times SM}{2}$, soit $\frac{6\ m \times 1{,}8\ m}{2}$, c'est-à-dire 5,4 m².

L'aire du pignon $ABSCD$ de l'atelier est 13,2 m² + 5,4 m², soit **18,6 m²**.

2. a) On a : $18{,}6 \div 1{,}2 = 15{,}5$.
Monsieur Duchêne doit acheter au minimum 16 lots.

b) On a : $49 \times 18 = 882$.
Monsieur Duchêne devrait payer 882 euros.

c) On a : $882 \times \left(1 - \frac{12}{100}\right) = 882 \times 0{,}88 = 776{,}16$.
Finalement, Monsieur Duchêne a payé 776,16 euros.

Diminuer une valeur de a % revient à multiplier cette valeur par $\left(1 - \frac{a}{100}\right)$.

Exercice 7

1. M est le milieu de $[BC]$, $\boldsymbol{BM = BC \div 2 = 3}$ **m.**

2. a) Dans le triangle BSM, on a H sur $[BM]$ et F sur $[BS]$, avec (FH) parallèle à (SM).
D'après le théorème de Thalès,
on a $\frac{BH}{BM} = \frac{BF}{BS} = \frac{FH}{SM}$, soit $\frac{0{,}5}{3} = \frac{FH}{1{,}8}$.
On fait $\frac{0{,}5}{3} \times 1{,}8 = FH$.
On obtient : $\boldsymbol{FH = 0{,}3}$ **m.**

b) Comme H est sur $[EF]$, on a $EF = EH + HF = 2{,}2 + 0{,}3$.
La longueur EF du tasseau est 2,5 m.

3. a) Dans le triangle BSM, on a H sur $[BM]$ et F sur $[BS]$, avec (FH) parallèle à (SM).
D'après le théorème de Thalès,
on a $\frac{BH}{BM} = \frac{BF}{BS} = \frac{FH}{SM}$, soit $\frac{x}{3} = \frac{FH}{1{,}8}$.
On fait $\frac{x}{3} \times 1{,}8 = FH$.
On obtient : $\boldsymbol{FH = 0{,}6x}$.

b) Comme H est sur $[EF]$, on a $EF = EH + HF = 2{,}2 + 0{,}6x$.
La longueur EF en mètre est $0{,}6x + 2{,}2$.

4. SBM est un triangle rectangle en M.
On a $\tan(\widehat{SBM}) = \frac{\text{côté opposé à } B}{\text{côté adjacent à } B} = \frac{SM}{BM} = \frac{1{,}8}{3} = 0{,}6$.
On fait $\widehat{SBM} = \tan^{-1}(0{,}6)$, d'où $\widehat{SBM} = 30{,}963\ldots$
La mesure de l'angle $\widehat{SBM}$ est 31°, au degré près.

SUJET 13

France métropolitaine

CONSEIL

Toutes les réponses doivent être justifiées, sauf si une indication contraire est donnée.

EXERCICE 1

On considère le programme de calcul ci-dessous :

- choisir un nombre de départ ;
- multiplier ce nombre par (– 2) ;
- ajouter 5 au produit ;
- multiplier le résultat par 5 ;
- écrire le résultat obtenu.

1. a) Vérifier que, lorsque le nombre de départ est 2, on obtient 5.

b) Lorsque le nombre de départ est 3, quel résultat obtient-on ?

2. Quel nombre faut-il choisir au départ pour que le résultat obtenu soit 0 ?

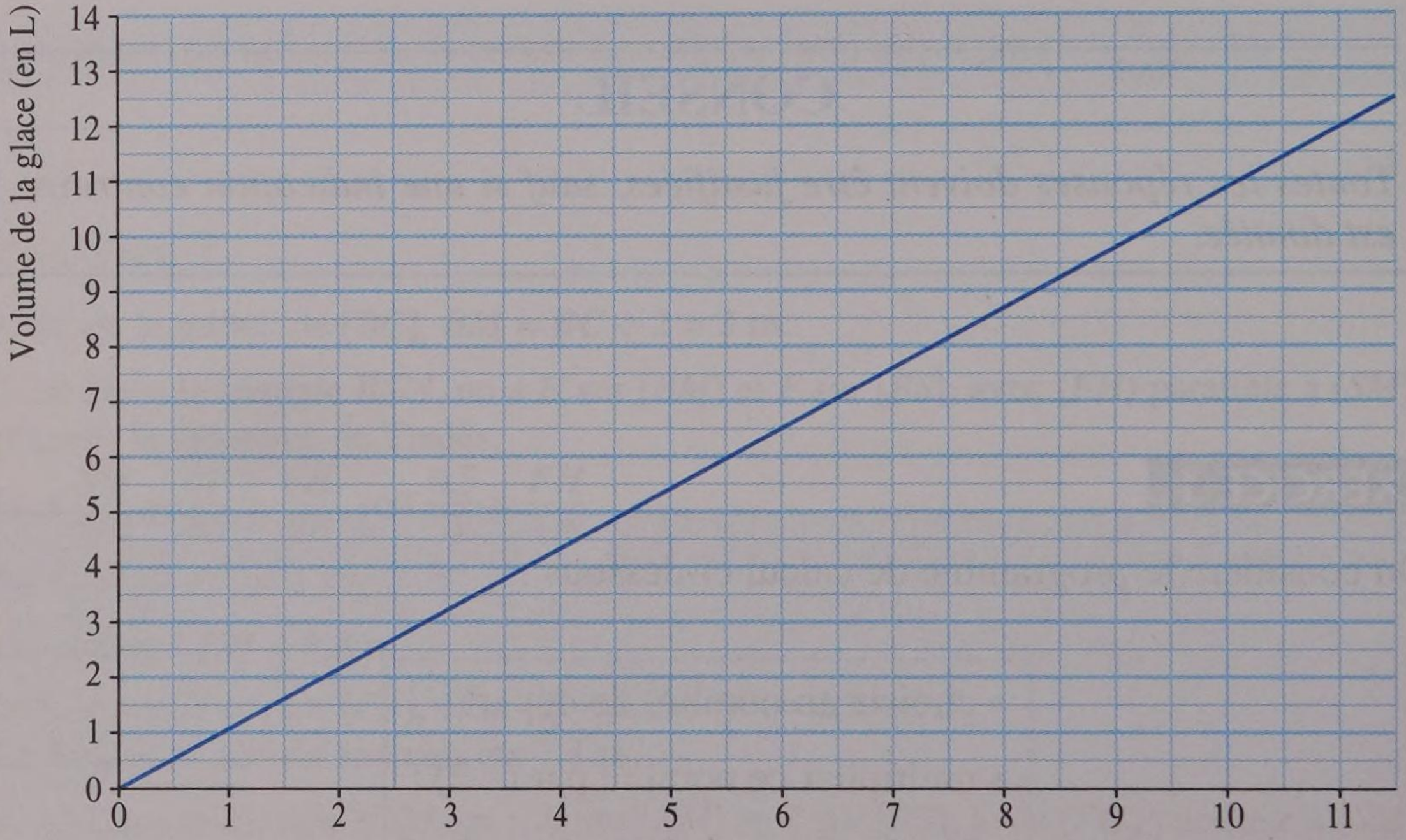
3. Arthur prétend que, pour n'importe quel nombre de départ, l'expression $(x - 5)^2 - x^2$ permet d'obtenir le résultat du programme de calcul.
A-t-il raison ?

Corrigé page 138

EXERCICE 2

L'eau en gelant augmente de volume. Le segment de droite ci-dessous représente le volume de glace (en litres) obtenu à partir d'un volume d'eau liquide (en litres).

Volume de la glace en litres en fonction du volume d'eau liquide en litres



1. En utilisant le graphique, répondre aux questions suivantes.

a) Quel est le volume de glace obtenu à partir de 6 litres de liquide ?

b) Quel volume d'eau liquide faut-il mettre à geler pour obtenir 10 litres de glace ?

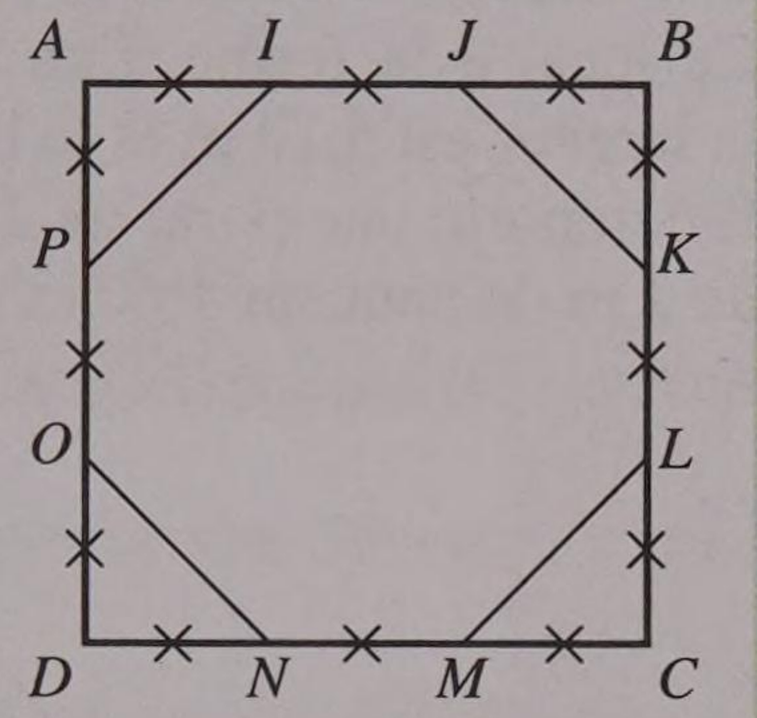
2. Le volume de glace est-il proportionnel au volume d'eau liquide ? Justifier.

3. On admet que 10 litres d'eau donnent 10,8 litres de glace. De quel pourcentage ce volume d'eau augmente-t-il en gelant ?

Corrigé page 138

EXERCICE 3

Dans la figure ci-contre :
- *ABCD* est un carré de côté 9 cm ;
- les segments de même longueur sont codés.



1. Faire une figure en vraie grandeur.

2. a) Calculer *JK*.

b) L'octogone *IJKLMNOP* est-il un octogone régulier ? Justifier la réponse.

c) Calculer l'aire de l'octogone *IJKLMNOP*.

3. Les diagonales du carré *ABCD* se coupent en *S*.

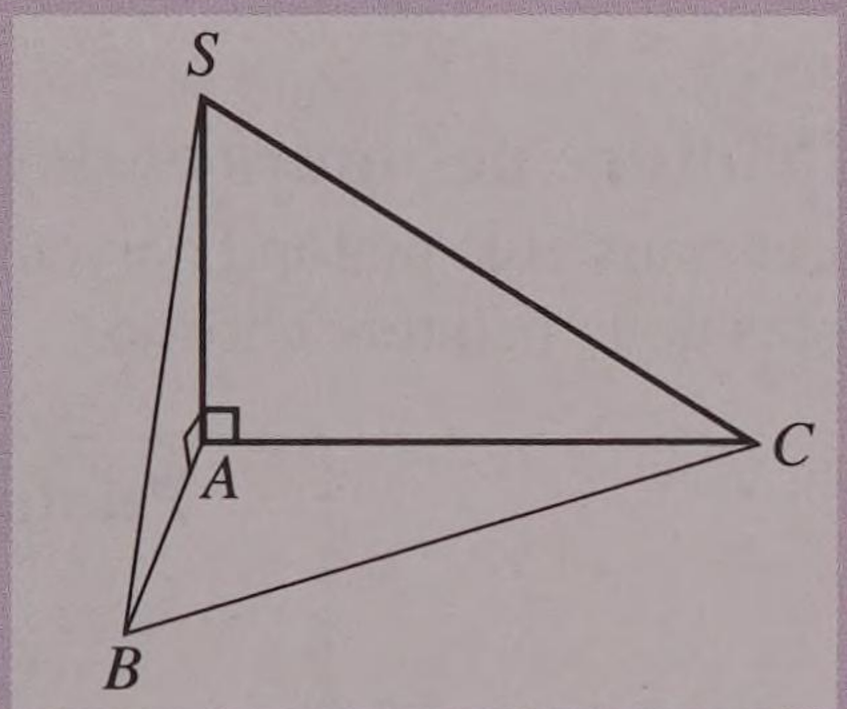
a) Tracer sur la figure en vraie grandeur le cercle de centre *S* et de diamètre 9 cm.

b) Le disque de centre *S* et de diamètre 9 cm a-t-il une aire supérieure à l'aire de l'octogone ? Justifier la réponse.

Corrigé page 139

EXERCICE 4

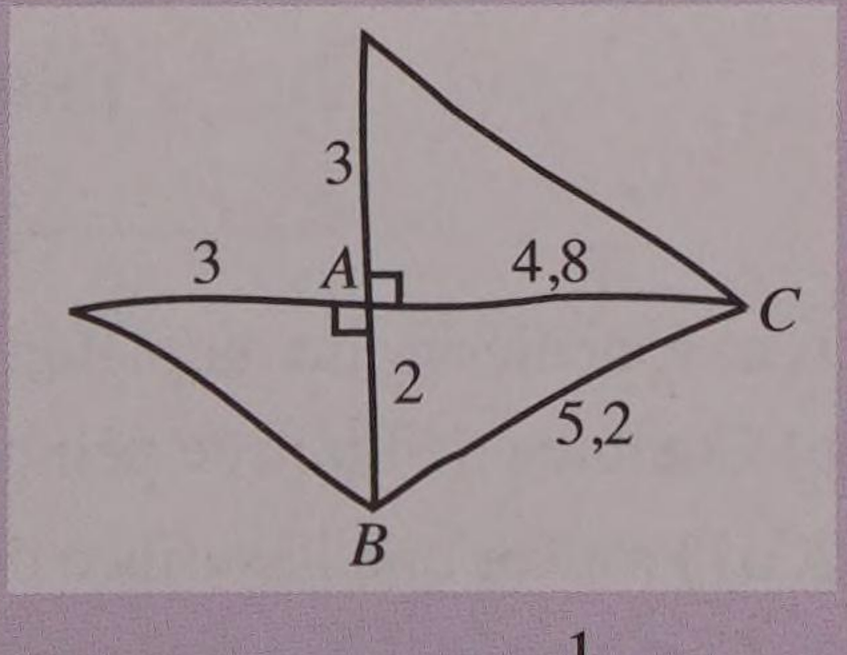
SABC est une pyramide de base triangulaire *ABC* telle que :
$AB = 2$ cm ; $AC = 4{,}8$ cm ; $BC = 5{,}2$ cm.
La hauteur *SA* de cette pyramide est 3 cm.



1. Dessiner au centre d'une feuille et en vraie grandeur le triangle *ABC* en commençant par tracer le segment [*BC*].

2. Quelle est la nature du triangle *ABC* ? Justifier.

3. On veut construire un patron en vraie grandeur de la pyramide *SABC*.
Le début de ce patron est dessiné ci-contre à main levée.
Compléter le dessin de la question **1.** pour obtenir le patron complet en vraie grandeur de la pyramide.

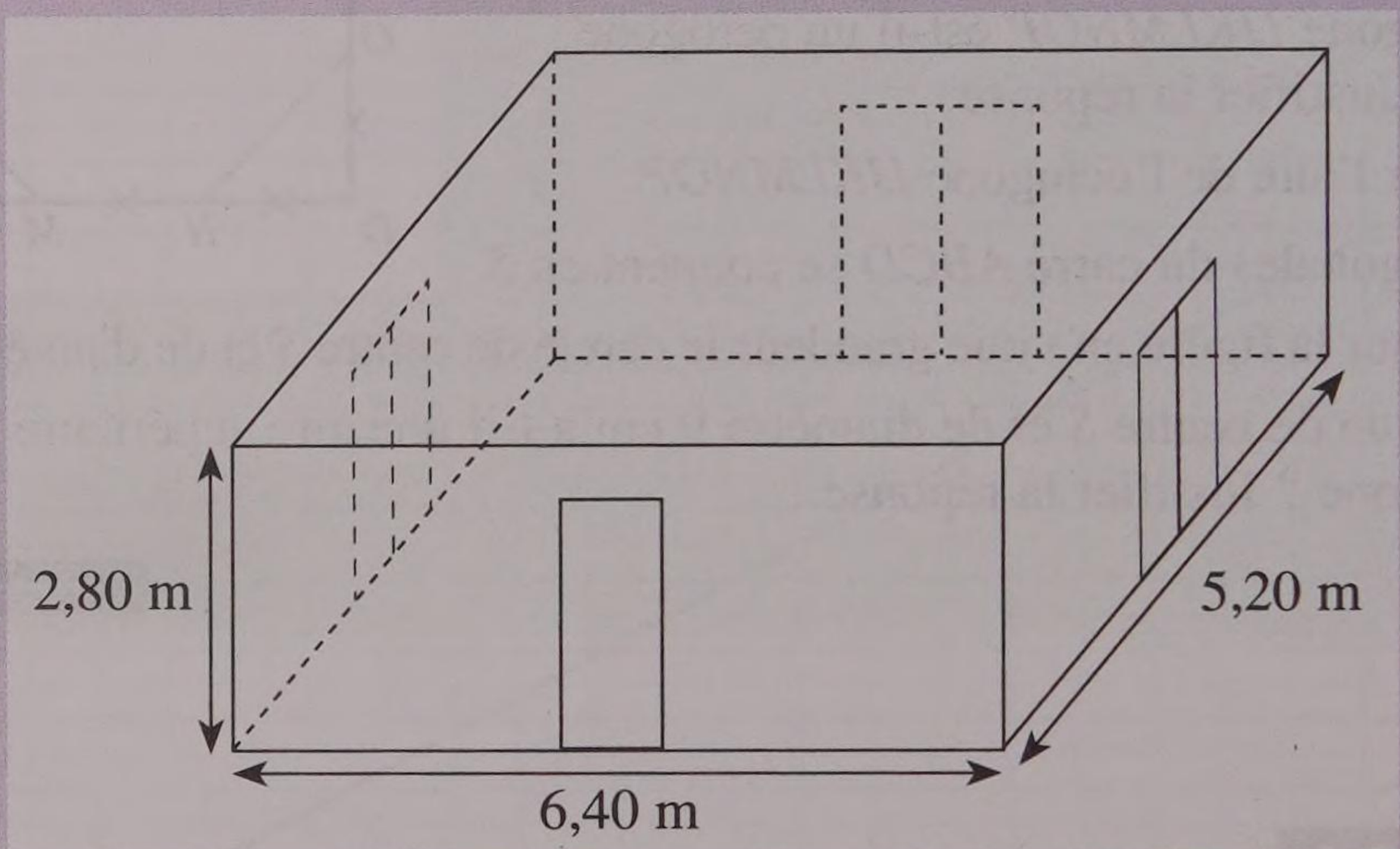


4. Calculer le volume de *SABC* en cm^3.
On rappelle que le volume d'une pyramide est donné par la formule : $V = \frac{1}{3} \times B \times h$, où B est l'aire d'une base et h la hauteur associée.

Corrigé page 140

EXERCICE 5

Une entreprise doit rénover un local.
Ce local a la forme d'un parallélépipède rectangle. La longueur est 6,40 m, la largeur est 5,20 m et la hauteur sous plafond est 2,80 m.
Il comporte une porte de 2 m de haut sur 0,80 m de large et trois baies vitrées de 2 m de haut sur 1,60 m de large.



Peinture des murs et des sols

Les murs et le plafond doivent être peints. L'étiquette suivante est collée sur les pots de la peinture choisie.

Peinture pour murs et plafond
Séchage rapide
Contenance : 5 litres

Utilisation recommandée :
1 litre pour 4 m²

1. a) Calculer l'aire du plafond.

b) Combien de litres de peinture faut-il pour peindre le plafond ?

2. a) Prouver que la surface de mur à peindre est d'environ 54 m².

b) Combien de litres de peinture faut-il pour peindre les murs ?

3. De combien de pots de peinture l'entreprise doit-elle disposer pour ce chantier ?

Corrigé page 141

EXERCICE 6

Pose d'un dallage sur le sol

Une entreprise doit carreler une pièce rectangulaire qui mesure 5,20 m sur 6,40 m.

1. Déterminer le plus grand diviseur commun à 640 et 520.

2. Le sol du local doit être entièrement recouvert par des dalles carrées de même dimension.
L'entreprise a le choix entre des dalles dont le côté mesure 20 cm, 30 cm, 35 cm, 40 cm ou 45 cm.

a) Parmi ces dimensions, lesquelles peut-on choisir pour que les dalles puissent être posées sans découpe ?

b) Dans chacun des cas trouvés, combien faut-il utiliser de dalles ?

Corrigé page 141

EXERCICE 7

Coût du dallage

Pour l'ensemble de ses chantiers, une entreprise se fournit auprès de deux grossistes. Les tarifs proposés pour des paquets de 10 dalles sont :
grossiste A : 48 € le paquet, livraison gratuite ;
grossiste B : 42 € le paquet, livraison 45 € quel que soit le nombre de paquets.

1. Quel est le prix pour une commande de 9 paquets :

a) avec le grossiste A ?

b) avec le grossiste B ?

2. Exprimer en fonction du nombre n de paquets :

a) le prix P_A en euros d'une commande de n paquets avec le grossiste A ;

b) le prix P_B en euros d'une commande de n paquets avec le grossiste B.

3. a) Représenter graphiquement chacun de ces deux prix en fonction de n dans un repère orthogonal d'unités :
- 1 cm pour 1 paquet en abscisses ;
- 1 cm pour 50 euros en ordonnées.

b) Quel est, selon le nombre de paquets achetés, le tarif le plus avantageux ?

Corrigé page 141

Corrigés

Exercice 1

1. a) En partant de 2, on a successivement :
$2 \times (-2) = -4$;
$-4 + 5 = 1$;
$1 \times 5 = 5$.
Lorsque le nombre de départ est 2, on obtient 5.

b) En partant de 3, on a successivement :
$3 \times (-2) = -6$;
$-6 + 5 = -1$;
$-1 \times 5 = -5$.
Lorsque le nombre de départ est 3, on obtient – 5.

2. En partant de x, on a successivement :
$x \times (-2) = -2x$;
$-2x + 5$;
$(-2x + 5) \times 5 = -10x + 25$.
On veut $-10x + 25 = 0$, ce qui donne :
$-10x = -25$;
$x = -25 \div (-10)$;
$x = 2{,}5$.
Il faut choisir 2,5 au départ pour que le résultat obtenu soit 0.

3. En choisissant x comme nombre de départ, le résultat est $-10x + 25$.
On a aussi :
$(x - 5)^2 - x^2 = x^2 - 10x + 25 - x^2 = -10x + 25$.
Arthur a raison.

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

Exercice 2

1. a) Graphiquement, à partir de 6 litres de liquide, on obtient **6,5 litres de glace**.

b) Graphiquement, pour obtenir 10 litres de glace, **il faut mettre environ 9,3 litres d'eau à geler**.

2. La représentation graphique est une droite qui passe par l'origine du repère, donc **le volume de glace est proportionnel au volume d'eau liquide**.

La représentation graphique d'une situation de proportionnalité est une droite qui passe par l'origine du repère et réciproquement.

3. Le coefficient de proportionnalité pour passer de 10 litres d'eau à 10,8 litres de glace est 10,8 ÷ 10, soit 1,08.

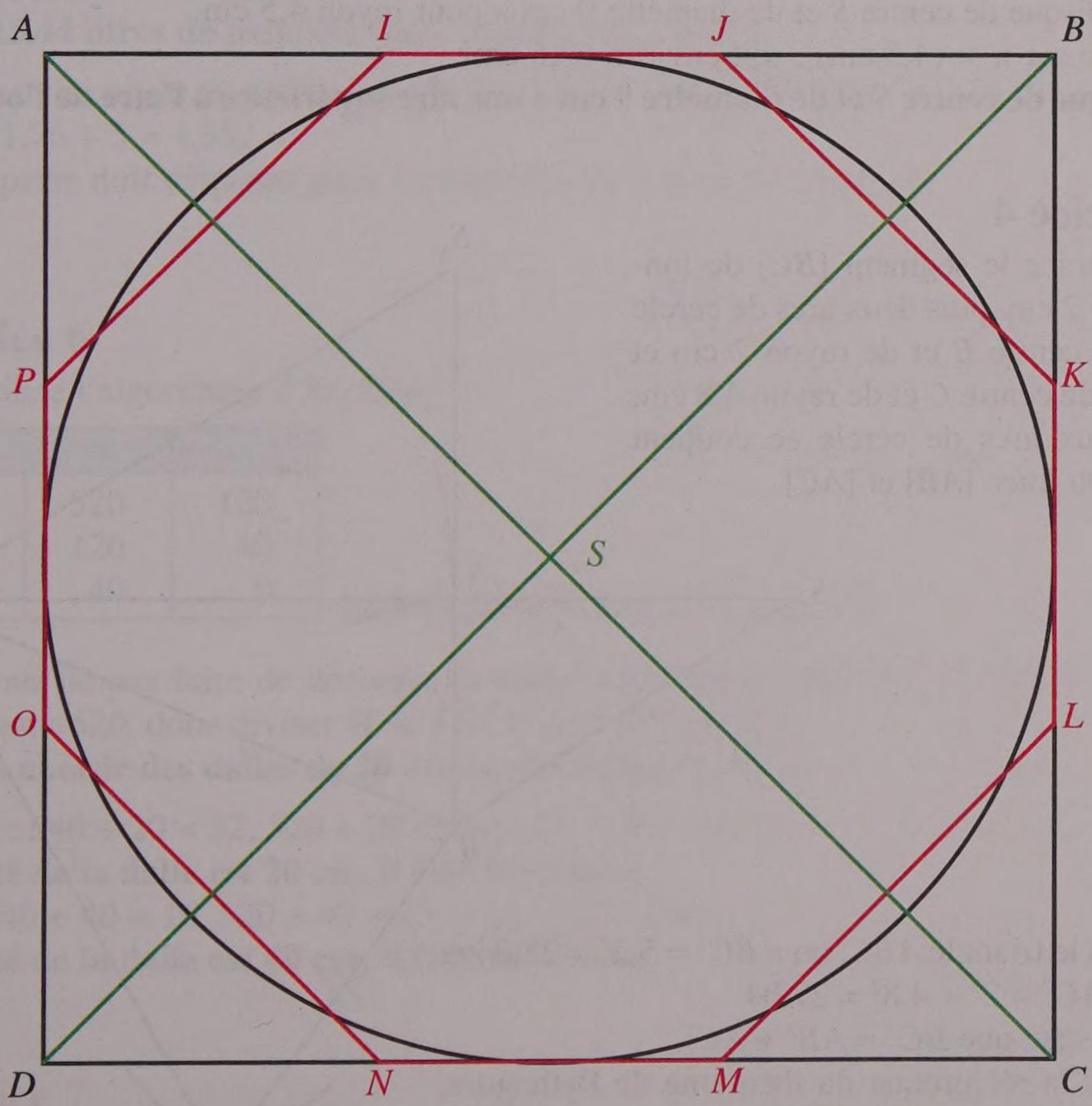
Or, on a : $1{,}08 = 1 + \frac{8}{100}$.

Le volume d'eau augmente de 8 % en gelant.

Augmenter une grandeur de a % revient à la multiplier par $(1 + \frac{a}{100})$.

Exercice 3

1. On a $AB = 9$ cm et $AI = AB \div 3 = 3$ cm.



2. a) $ABCD$ étant un carré, le triangle BJK est rectangle en B.
D'après le théorème de Pythagore,
on a $JK^2 = JB^2 + BK^2$,
soit $JK^2 = 3^2 + 3^2$.
On fait $JK = \sqrt{18}$, car JK est une longueur.
Comme on a $18 = 3^2 \times 2$, on obtient $\boldsymbol{JK = 3\sqrt{2}}$ **cm**.

b) On a $IJ = 3$ cm et $JK = 3\sqrt{2}$ cm, donc $IJ \neq JK$.
Supposons que *IJKLMNOP* soit régulier.
Si un polygone est régulier, alors tous ses côtés ont la même longueur.
On aurait $IJ = JK$, ce qui est faux.
L'octogone *IJKLMNOP* n'est pas un octogone régulier.

c) L'aire du carré *ABCD* est 9 cm × 9 cm, soit 81 cm².

L'aire du triangle rectangle *BJK* est $\frac{JB \times BK}{2} = \frac{3 \text{ cm} \times 3 \text{ cm}}{2}$, soit 4,5 cm².

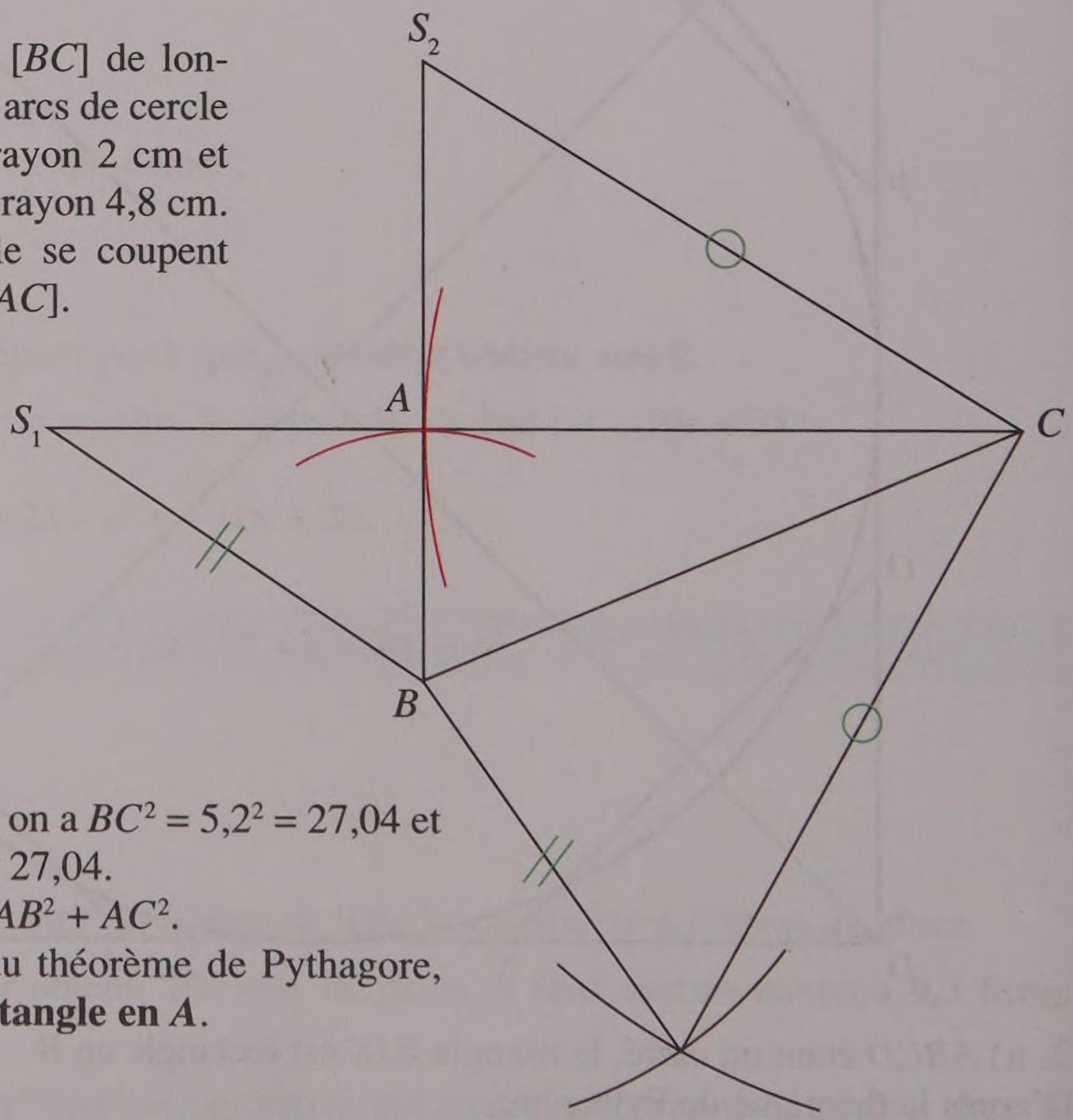
Il faut retrancher les aires de quatre triangles à celle du carré.
On a : $81 - 4 \times 4{,}5 = 63$.
L'aire de l'octogone *IJKLMNOP* est 63 cm².

3. a) Voir figure.

b) Le disque de centre *S* et de diamètre 9 cm a pour rayon 4,5 cm.
Son aire est $\pi \times (4{,}5 \text{ cm})^2$, soit environ 63,6 cm².
Le disque de centre *S* et de diamètre 9 cm a une aire supérieure à l'aire de l'octogone.

Exercice 4

1. On trace le segment [*BC*] de longueur 5,2 cm, puis deux arcs de cercle l'un de centre *B* et de rayon 2 cm et l'autre de centre *C* et de rayon 4,8 cm. Les deux arcs de cercle se coupent en *A*. On trace [*AB*] et [*AC*].



2. Dans le triangle *ABC*, on a $BC^2 = 5{,}2^2 = 27{,}04$ et $AB^2 + AC^2 = 2^2 + 4{,}8^2 = 27{,}04$.
On constate que $BC^2 = AB^2 + AC^2$.
D'après la réciproque du théorème de Pythagore,
le triangle *ABC* est rectangle en *A*.

3. Voir figure.

4. L'aire de la base *ABC* est : $B = \frac{AB \times AC}{2} = \frac{2 \times 4{,}8}{2} = 4{,}8$.

On a $V = \frac{1}{3} \times B \times h = \frac{1}{3} \times 4{,}8 \times 3 = 4{,}8$.
Le volume de *SABC* est 4,8 cm³.

Exercice 5

1. a) Le plafond est un rectangle de 6,40 m sur 5,20 m.
Son aire est 6,40 × 5,20, soit **33,28 m²**.

b) On a : 33,28 ÷ 4 = 8,32.
Il faut 8,32 litres de peinture pour peindre le plafond.

2. a) Le périmètre de la pièce est (6,40 + 5,20) × 2, soit 23,2 m.
L'aire latérale de la pièce est 23,2 × 2,80, soit 64,96 m².
L'aire de la porte est 2 × 0,80, soit 1,6 m².
L'aire d'une baie vitrée est 2 × 1,60, soit 3,2 m².
L'aire des murs est 64,96 – 1,6 – 3 × 3,2, soit 53,76 m².
La surface de mur à peindre est d'environ 54 m².

b) On a : 53,76 ÷ 4 = 13,44.
Il faut 13,44 litres de peinture pour peindre les murs.

3. La quantité totale de peinture est 8,32 + 13,44, soit 21,76 litres.
On a : 21,76 ÷ 5 = 4,352.
L'entreprise doit disposer pour ce chantier de 5 pots de peinture.

Exercice 6

1. On utilise l'algorithme d'Euclide.

a	*b*	*r*
640	520	120
520	120	40
120	40	0

Le PGCD de 640 et de 520 est 40.

2. a) Pour ne pas faire de découpe, la taille d'une dalle doit diviser la longueur 640 et la largeur 520, donc diviser 40 le PGCD de 640 et de 520.
On peut choisir des dalles de 20 cm ou des dalles de 40 cm.

b) On a : 640 ÷ 20 = 32, 520 ÷ 20 = 26 et 32 × 26 = 832.
Si le côté de la dalle est 20 cm, il faut 832 dalles.
On a : 640 ÷ 40 = 16, 520 ÷ 40 = 13 et 16 × 13 = 208.
Si le côté de la dalle est 40 cm, il faut 208 dalles.

Exercice 7

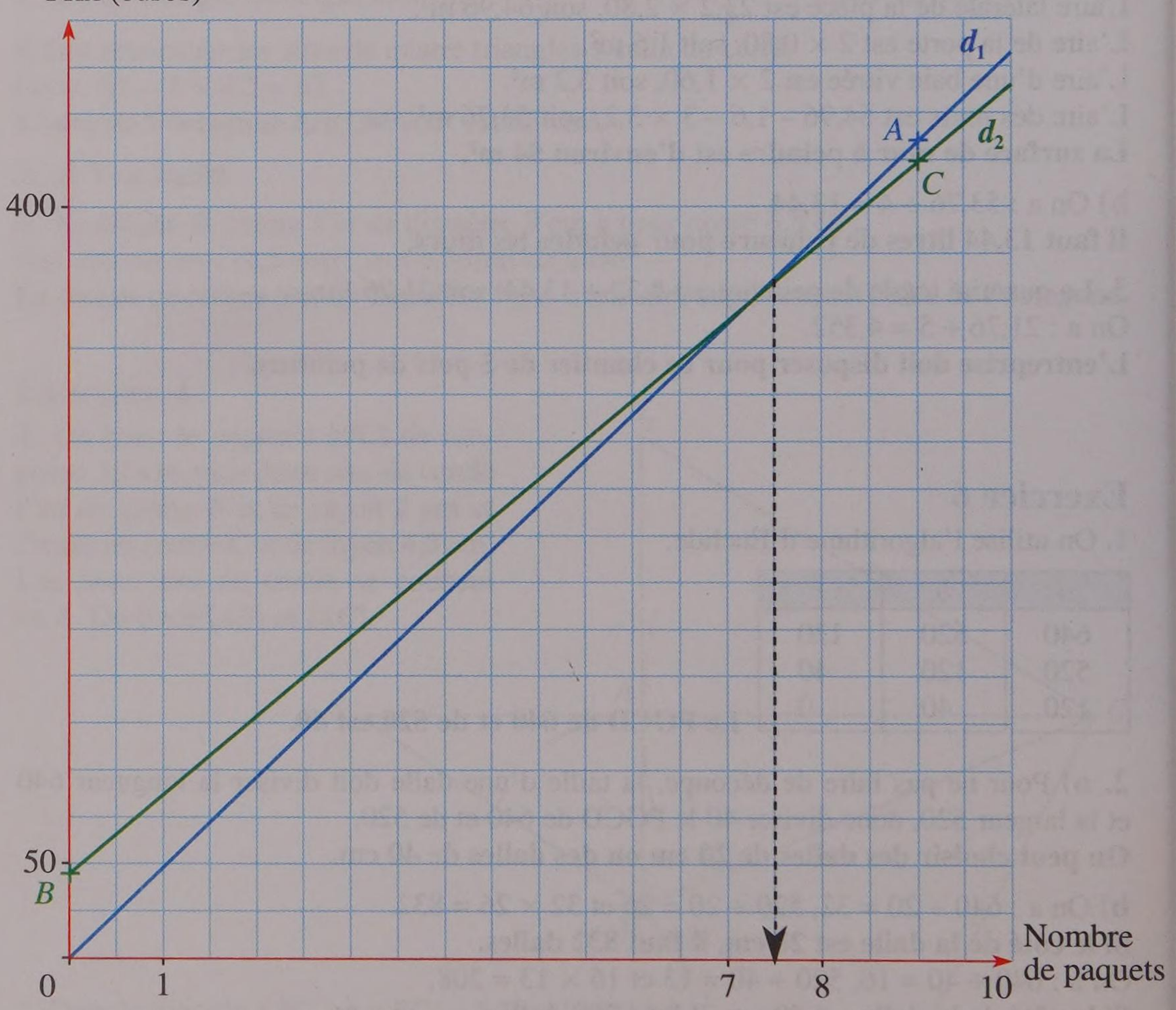
1. a) On a 48 × 9 = 432.
Avec le grossiste *A*, une commande de 9 paquets coûte 432 euros.

b) On a 42 × 9 + 45 = 423.
Avec le grossiste *B*, une commande de 9 paquets coûte 423 euros.

2. a) On a : $P_A = 48n$.

b) On a : $P_B = 42n + 45$.

3. a) La fonction $f : n \mapsto P_A$ est linéaire, donc représentée par une droite d_1 qui passe par l'origine du repère.
On a $f(9) = 48 \times 9 = 432$: $A(9 ; 432)$ est sur d_1.
La fonction $g : n \mapsto P_B$ est affine, donc représentée par une droite d_2.
On a $g(0) = 42 \times 0 + 45 = 45$: $B(0 ; 45)$ est sur d_2.
On a $g(9) = 42 \times 9 + 45 = 423$: $C(9 ; 423)$ est sur d_2.



b) Quand d_1 est au-dessous de d_2, c'est-à-dire **pour un nombre de paquets inférieur ou égal à 7, le tarif P_A est le plus avantageux**.
Quand d_1 est au-dessus de d_2, c'est-à-dire **pour un nombre de paquets supérieur ou égal à 8, le tarif P_B est le plus avantageux**.

Pondichéry

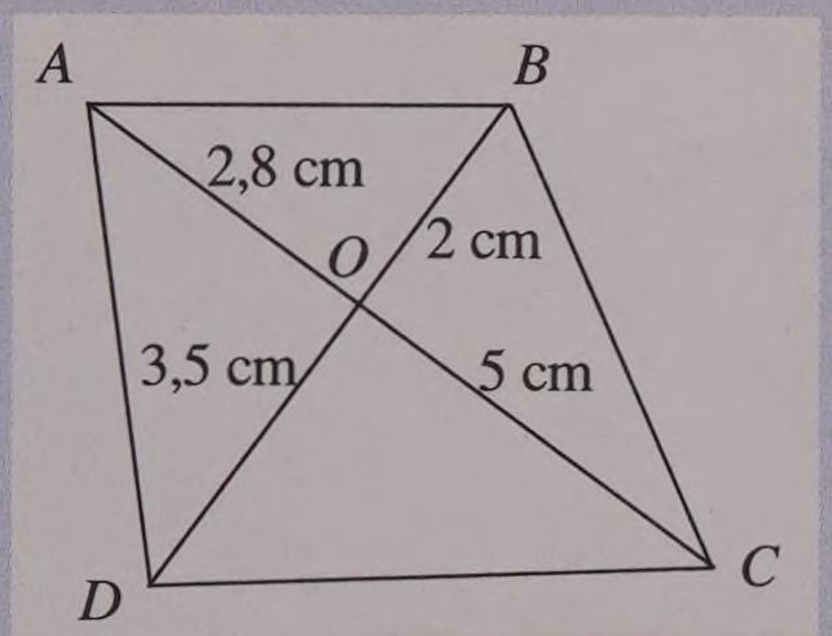
SUJET 14

CONSEIL

Toutes les réponses doivent être justifiées, sauf si une indication contraire est donnée.

EXERCICE 1

Quatre affirmations sont données ci-dessous :
Affirmation 1 : $(\sqrt{5} - 1)(\sqrt{5} + 1)$ est un nombre entier.
Affirmation 2 : 4 n'admet que deux diviseurs.
Affirmation 3 : Un cube, une pyramide à base carrée et un pavé droit totalisent 17 faces.
Affirmation 4 : Les droites (AB) et (CD) sont parallèles.
Pour chacune des affirmations, indiquer si elle est vraie ou fausse en argumentant la réponse.



Corrigé page 148

EXERCICE 2

Un professeur de SVT demande aux 29 élèves d'une classe de sixième de faire germer des graines de blé chez eux.
Le professeur donne un protocole expérimental à suivre :
• mettre en culture sur du coton dans une boîte placée dans une pièce éclairée de température entre 20° et 25° ;
• arroser une fois par jour ;
• il est possible de couvrir les graines avec un film transparent pour éviter l'évaporation de l'eau.
Le tableau ci-dessous donnes les tailles des plantules (petites plantes) des 29 élèves à 10 jours après la mise en germination :

Taille en cm	0	8	12	14	16	17	18	19	20	21	22
Effectif	1	2	2	4	2	2	3	3	4	4	2

Sujet 14

1. Combien de plantules ont une taille qui mesure au plus 12 cm ?

2. Donner l'étendue de cette série.

3. Calculer la moyenne de cette série. Arrondir au dixième près.

4. Déterminer la médiane de cette série et interpréter le résultat.

5. On considère qu'un élève a bien respecté le protocole si la taille de la plantule est supérieure ou égale à 14 cm.
Quel pourcentage des élèves de la classe a bien respecté le protocole ?

6. Le professeur a fait lui-même la même expérience en suivant le même protocole. Il a relevé la taille obtenue à 10 jours de germination.
Prouver que, si on ajoute la donnée du professeur à cette série, la médiane ne changera pas.

Corrigé page 148

EXERCICE 3

Le poids d'un corps sur un astre dépend de la masse et de l'accélération de la pesanteur.
On peut montrer que la relation est $P = mg$, P est le poids (en Newton) d'un corps sur un astre (c'est-à-dire la force que l'astre exerce sur le corps), m la masse (en kg) de ce corps, g l'accélération de la pesanteur de cet astre.

1. Sur la Terre, l'accélération de la pesanteur de la Terre g_T est environ 9,8.
Calculer le poids (en Newton) sur Terre d'un homme ayant une masse de 70 kg.

2. Sur la Lune, la relation $P = mg$ est toujours valable.
On donne le tableau ci-dessous de correspondance Poids-Masse sur la Lune :

Masse (kg)	3	10	25	40	55
Poids (N)	5,1	17	42,5	68	93,5

a) Est-ce que le tableau ci-dessus est un tableau de proportionnalité ?

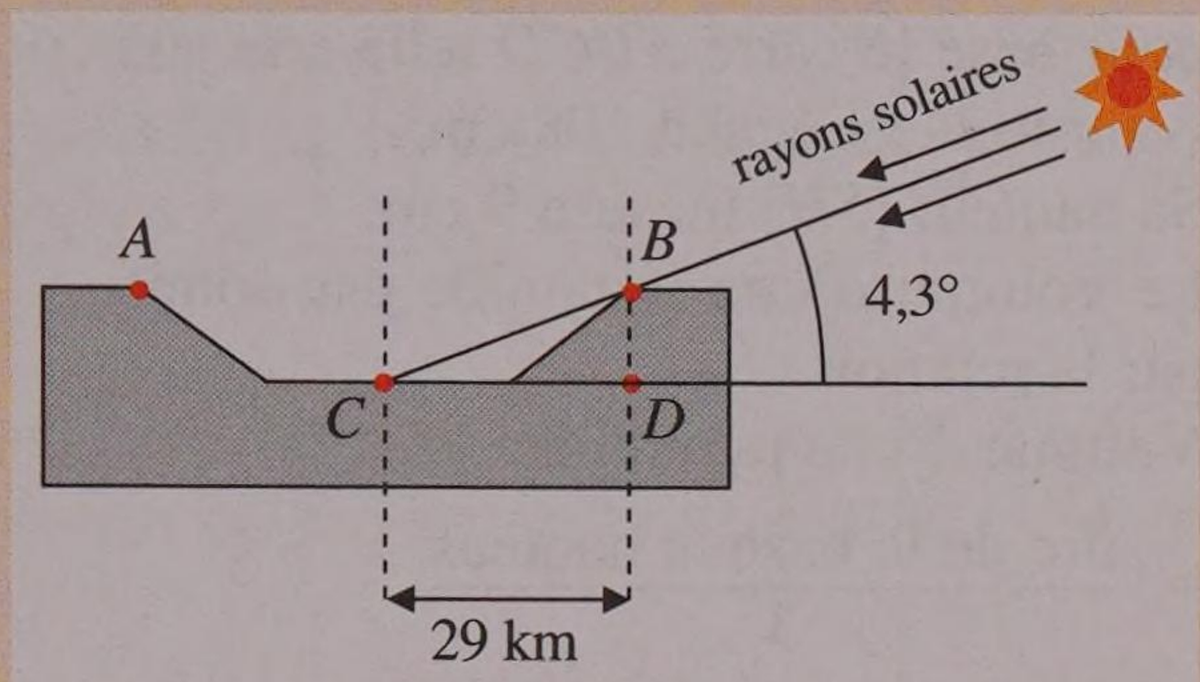
b) Calculer l'accélération de la pesanteur sur la Lune notée g_L.

c) Est-il vrai que l'on pèse environ 6 fois moins lourd sur la Lune que sur la Terre ?

3. Le dessin ci-dessous représente un cratère de la Lune.
BCD est un triangle rectangle en *D*.

a) Calculer la profondeur du cratère. Arrondir au dixième de km près.

b) On considère que la longueur *CD* représente 20 % du diamètre du cratère. Calculer la longueur *AB* du diamètre du cratère.



Corrigé page 149

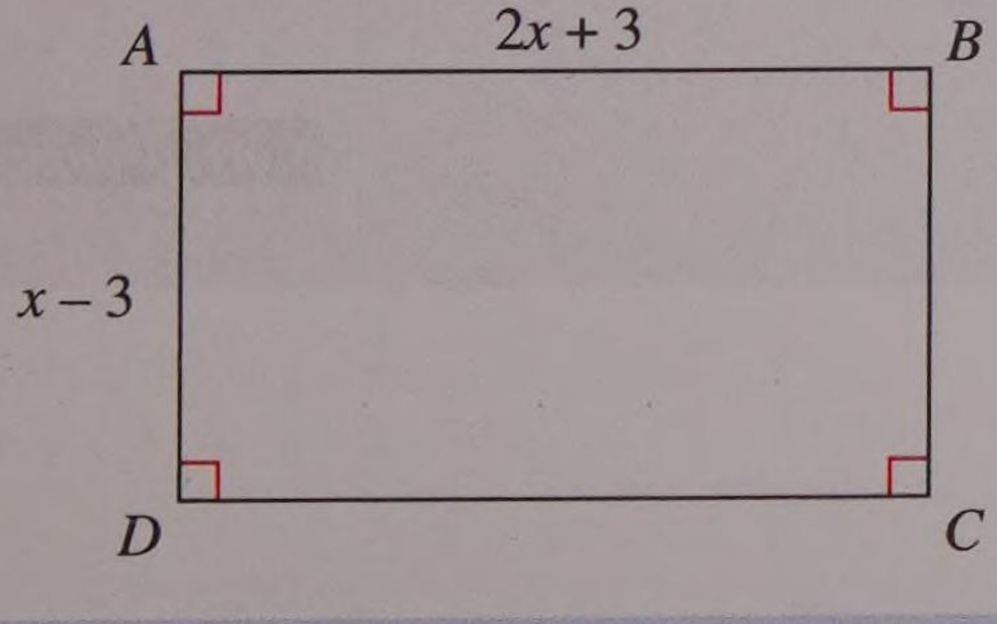
EXERCICE 4

On donne la feuille de calcul ci-contre.
La colonne B donne les valeurs de l'expression $2x^2 - 3x - 9$ pour quelques valeurs de x de la colonne A.

1. Si on tape le nombre 6 dans la cellule A17, quelle valeur va-t-on obtenir dans la cellule B17 ?

2. À l'aide du tableur, trouver 2 solutions de l'équation : $2x^2 - 3x - 9 = 0$.

3. L'unité de longueur est le cm.
Donner une valeur de x pour laquelle l'aire du rectangle ci-dessous est égale à 5 cm^2.
Justifier.



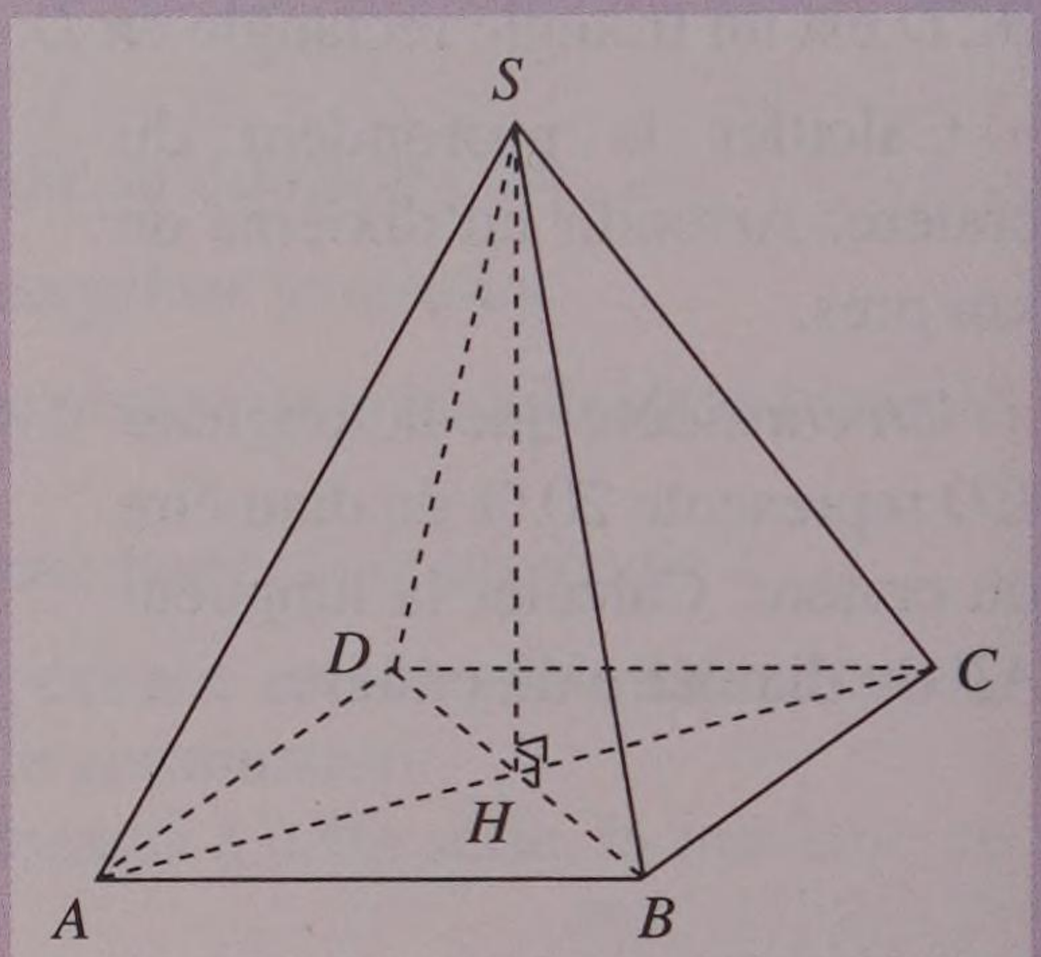
	A	B
	x	$2x^2 - 3x - 9$
1	– 2,5	11
2	– 2	5
3	– 1,5	0
4	– 1	– 4
5	– 0,5	– 7
6	0	– 9
7	0,5	– 10
8	1	– 10
9	1,5	– 9
10	2	– 7
11	2,5	– 4
12	3	0
13	3,5	5
14	4	11
15	4,5	18
16	5	26
17		

Corrigé page 149

EXERCICE 5

Une pyramide régulière de sommet S a pour base le carré $ABCD$ telle que son volume V est égal à 108 cm^3.
Sa hauteur $[SH]$ mesure 9 cm.
Le volume d'une pyramide est donné par la relation :
Volume d'une pyramide

$$= \frac{\text{aire de la base} \times \text{hauteur}}{3}.$$



1. a) Vérifier que l'aire de $ABCD$ est 36 cm^2.

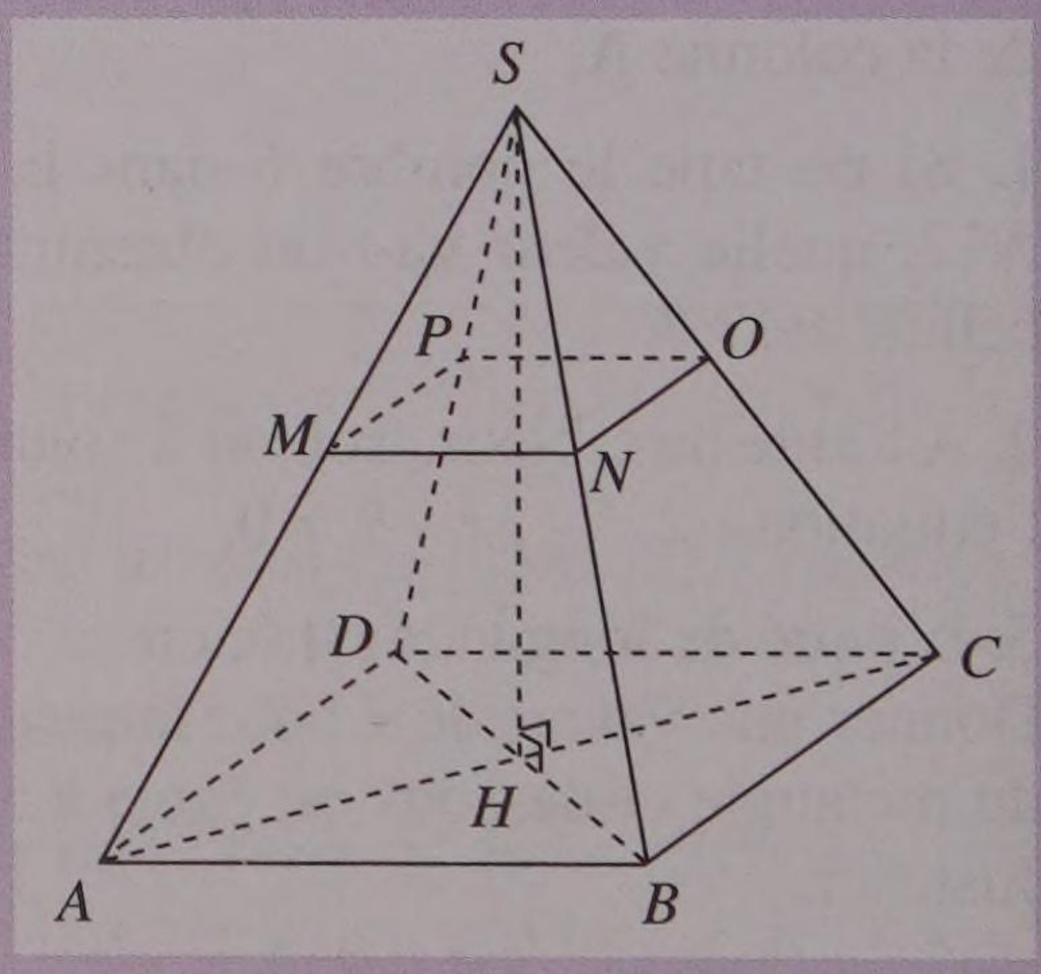
b) En déduire la valeur de AB.

c) Montrer que le périmètre du triangle ABC est égal à $12 + 6\sqrt{2}$ cm.

2. $SMNOP$ est une réduction de la pyramide $SABCD$.
On obtient alors la pyramide $SMNOP$ telle que l'aire du carré $MNOP$ soit égale à 4 cm^2.

a) Calculer le volume de la pyramide $SMNOP$.
Pour cette question, toute trace de recherche, même incomplète, sera prise en compte dans l'évaluation.

b) Élise pense que pour obtenir le périmètre du triangle MNO, il suffit de diviser le périmètre du triangle ABC par 3.
Êtes-vous d'accord avec elle ?



Corrigé page 150

EXERCICE 6

Lancé le 26 novembre 2011, le Rover Curiosity de la NASA est chargé d'analyser la planète Mars, appelée aussi planète rouge.
Il a atterri sur la planète rouge le 6 août 2012, parcourant ainsi une distance d'environ 560 millions de km en 255 jours.

1. Quelle a été la durée en heure du vol ?

2. Calculer la vitesse moyenne du Rover en km/h. Arrondir à la centaine près.
Pour cette question, toute trace de recherche, même incomplète, sera prise en compte dans l'évaluation.

3. Via le satellite Mars Odyssey, des images prises et envoyées par le Rover ont été retransmises au centre de la NASA.
Les premières images ont été émises de Mars à 7 h 48 min le 6 août 2012.
La distance parcourue par le signal a été de 248×10^6 km à une vitesse moyenne de 300 000 km/s (vitesse de la lumière).
À quelle heure ces premières images sont-elles parvenues au centre de la NASA ?
(On donnera l'arrondi à la minute près).

Corrigé page 150

Corrigés

Exercice 1

• On a $(\sqrt{5}-1)(\sqrt{5}+1) = \sqrt{5}^2 - 1^2 = 5 - 1 = 4$: c'est un entier.
L'affirmation 1 est vraie.
• 4 admet trois diviseurs qui sont 1, 2 et 4.
L'affirmation 2 est fausse.
• Un cube a 6 faces, une pyramide à base carrée en a 5 (la base et les quatre faces latérales) et le pavé droit en a 6. En tout, cela fait 17 faces.
L'affirmation 3 est vraie.
• AOB est un triangle avec C un point sur (OA) et D un point sur (OD).
Supposons que les droites (AB) et (CD) soient parallèles.
D'après le théorème de Thalès, on aurait $\frac{OA}{OC} = \frac{OB}{OD} = \frac{AB}{OD}$.
Or, on a $\frac{OA}{OC} = \frac{2{,}8}{5} = 0{,}56$ et $\frac{OB}{OD} = \frac{2}{3{,}5} \approx 0{,}57$.
On a donc $\frac{OA}{OC} \neq \frac{OB}{OD}$, ce qui est absurde.
La supposition est fausse : les droites (AB) et (CD) ne sont pas parallèles.
L'affirmation 4 est fausse.

Exercice 2

1. On a $1 + 2 + 2 = 5$.
5 plantules ont une taille qui mesure au plus 12 cm.

2. $22 - 0 = 22$. **L'étendue de la série est 22.**

L'étendue d'une série est la différence entre la plus grande valeur de la série et la plus petite.

3. On effectue une moyenne pondérée.

$$m = \frac{0\times1+8\times2+12\times2+14\times4+16\times2+17\times2+18\times3+19\times3+20\times4+21\times4+22\times2}{1+2+2+4+2+2+3+3+4+4+2}$$
$$= \frac{481}{29}$$

La taille moyenne des plantules est 16,6 cm.

4. On calcule les Effectifs Cumulés Croissants (E.C.C.)

Taille en cm	0	8	12	14	16	17	18	19	20	21	22
Effectif	1	2	2	4	2	2	3	3	4	4	2
E.C.C.	1	3	5	9	11	13	16	20	23	27	29

Il y a 29 valeurs donc la médiane est la 15e valeur de la série ordonnée.
D'après les effectifs cumulés croissants, **cette médiane vaut 18**.

5. Le nombre d'élèves ayant une plantule de taille supérieure ou égale à 14 cm est 29 – 5, soit 24.
On a 24 : 29 × 100 ≈ 83.
83 % des élèves de la classe ont bien respecté le protocole.

6. Si on ajoute la donnée du professeur (qui est supérieure ou égale) à 14, on a alors 30 données et la médiane sera alors la moyenne de la 15e et de la 16e valeur.
Que la donnée du professeur soit comprise entre 14 et 18 ou supérieure à 18, les 15e et 16e valeurs seront des 18 et la médiane restera égale à 18.

Exercice 3

1. On a : $P = 70 \times 9{,}8 = 686$.
Sur la Terre, un homme ayant une masse de 70 kg pèse **686 N**.

2. a) On a : $\frac{5{,}1}{3} = 1{,}7$; $\frac{17}{10} = 1{,}7$; $\frac{42{,}5}{25} = 1{,}7$; $\frac{68}{40} = 1{,}7$ et $\frac{93{,}5}{55} = 1{,}7$
Le tableau donné est un tableau de proportionnalité.

b) De $P = mg$, on obtient $g = P \div m$.
D'après la question **a)** l'accélération de la pesanteur sur la Lune est $\boldsymbol{g_L = 1{,}7}$.

c) On a : $\frac{g_T}{g_L} = \frac{9{,}8}{1{,}7} \approx 5{,}76$. L'accélération de la pesanteur est presque 6 fois plus forte sur la Terre que sur la Lune donc **l'affirmation « l'on pèse environ 6 fois moins lourd sur la Lune que sur la Terre » est vraie.**

3. a) Dans le triangle, BCD rectangle en D,
on a $\tan(\widehat{BCD}) = \frac{\text{côté opposé à } C}{\text{côté adjacent à } C} = \frac{BD}{CD}$, soit $\tan(\widehat{BCD}) \times CD = BD$.
On a donc $\tan(4{,}3°) \times 29 = BD$.
La profondeur du cratère est 2,2 km au dixième près.

b) On a $0{,}2 \times AB = CD$, d'où $AB = CD \div 0{,}2 = 29 \div 0{,}2 = 145$.
Le diamètre du cratère est de 145 km.

Exercice 4

1. On a $2 \times 6^2 - 3 \times 6 - 9 = 46$. Si on tape le nombre 6 dans la cellule A17, on obtiendra **la valeur 46** dans la cellule B17.

2. Dans la colonne B du tableur, on obtient la valeur 0 pour les valeurs – 1,5 et 3 de x, donc **– 1,5 et 3 sont 2 solutions** de l'équation : $2x^2 - 3x - 9 = 0$.

3. L'aire du rectangle est donnée par $A(x) = (2x + 3)(x - 3)$.
Or, on a :
$(2x + 3)(x - 3) = 2x^2 - 6x + 3x - 9 = 2x^2 - 3x - 9$.
L'aire du rectangle est égale à 5 cm² si l'expression $2x^2 - 3x - 9$ vaut 5.
D'après le tableur, ceci est vrai pour $x = -2$ et pour $x = 3{,}5$.

Mais pour $x = -2$, on aurait la longueur AD qui vaudrait $-2-3$, soit -5, ce qui est impossible.
L'aire du rectangle ci-dessous est égale à 5 cm² pour $\boldsymbol{x = 3{,}5}$.

L'aire d'un rectangle de longueur L et de largeur ℓ est $L \times \ell$.

Exercice 5

1. a) En utilisant la relation qui donne le volume d'une pyramide en fonction de l'aire de la base et de la hauteur, on a :

$108 = \dfrac{\text{aire de la base} \times 9}{3}$, soit $108 = 3 \times$ aire de la base, ou encore
$108 \div 3 =$ aire de la base. **On a bien l'aire de *ABCD* qui vaut 36 cm².**

b) Or, l'aire du carré est aussi AB^2.
On a donc $AB^2 = 36$ et $\boldsymbol{AB = 6}$ **cm** car AB est une longueur.

c) *ABCD* étant un carré, *ABC* est un triangle rectangle isocèle en *B*.
D'après le théorème de Pythagore,
on a $AC^2 = AB^2 + BC^2$, soit $AC^2 = 6^2 \times 2$. On a donc $AC = 6\sqrt{2}$.
Le périmètre du triangle *ABC* est égal à $AB + BC + AC$ soit à $\mathbf{12 + 6\sqrt{2}}$ **cm.**

2. a) Si l'aire du carré *MNOP* est égale à 4 cm², alors son côté [*MN*] mesure 2 cm.

SMNOP est une réduction de la pyramide *SABCD* de rapport $\dfrac{MN}{AB} = \dfrac{2}{6} = \dfrac{1}{3}$.
Dans une réduction de rapport k, les volumes sont multipliés par k^3.

On a $V_{SMNOP} = V_{SABCD} \times \left(\dfrac{1}{3}\right)^3 = 108 \times \dfrac{1}{27} = 4$.
Le volume de la pyramide *SMNOP* est 4 cm³.

b) Comme *MNO* est une réduction de *ABC* dans un rapport $\dfrac{1}{3}$, pour obtenir le périmètre du triangle *MNO*, il suffit de multiplier le périmètre du triangle *ABC* par $\dfrac{1}{3}$, c'est-à-dire de diviser le périmètre du triangle *ABC* par 3.
Élise a raison.

Exercice 6

1. $255 \times 24 = 6\,120$. **Le vol a duré 6 120 heures.**

2. $v = \dfrac{d}{t} = \dfrac{560\,000\,000}{6\,120} \approx 91\,503$.
La vitesse moyenne du Rover est 91 500 km/h à la centaine près.

3. Comme on a $v = \dfrac{d}{t}$, on a aussi $vt = d$ et $t = \dfrac{d}{v}$.

Ici, on a $t = \dfrac{240\,000\,000}{300\,000} \approx 827$.
Le message a voyagé pendant 827 secondes.
Or, 827 s = 13 × 60 s + 47 s, soit presque 14 minutes.
Le message est arrivé 14 minutes après 7 h 48, soit à **8 h 02**.

SUJET 15

Amérique du Nord

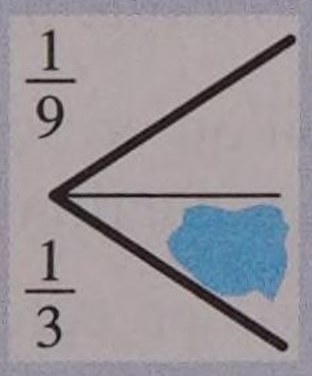
CONSEIL

Toutes les réponses doivent être justifiées, sauf si une indication contraire est donnée.

EXERCICE 1

Quatre affirmations sont données ci-dessous. Pour chacune des quatre questions suivantes, plusieurs propositions de réponse sont faites. Une seule des propositions est exacte. Aucune justification n'est attendue.
Une bonne réponse rapporte 1 point. Une mauvaise réponse ou une absence de réponse rapporte 0 point. Reporter sur votre copie le numéro de la question et donner la bonne réponse.

1. L'arbre ci-contre est un arbre de probabilité.
La probabilité manquante sous la tâche est :



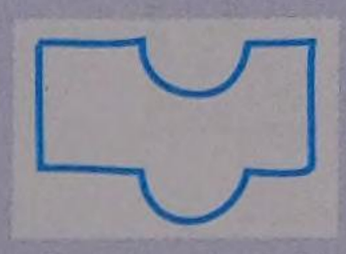
a) $\frac{7}{9}$ **b)** $\frac{5}{12}$ **c)** $\frac{5}{9}$

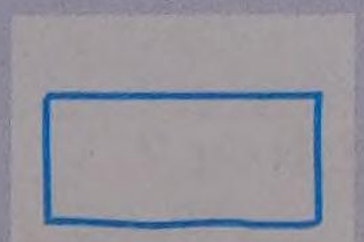
2. Dans une salle de classe, il y a des tables à 3 pieds et à 4 pieds. Léa compte avec les yeux bandés 169 pieds. Son frère lui indique qu'il y a 34 tables à 4 pieds. Sans enlever son bandeau, elle parvient à donner le nombre de tables à 3 pieds qui est de :

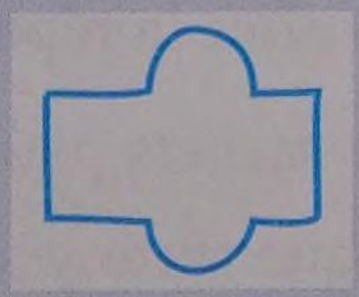
a) 135 **b)** 11 **c)** 166

3. 90 % du volume d'un iceberg est situé sous la surface de l'eau.
La hauteur totale d'un iceberg dont la partie visible est 35 m est d'environ :

a) 350 m **b)** 3 500 m **c)** 31,5 m

4.  a le même périmètre que :

a) 

b) 

c) 

Corrigé page 156

EXERCICE 2

Arthur vide sa tirelire et constate qu'il possède 21 billets.
Il a des billets de 5 € et des billets de 10 € pour une somme totale de 125 €.
Combien de billets de chaque sorte possède-t-il ?

Si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche. Elle sera prise en compte dans l'évaluation.

Corrigé page 156

EXERCICE 3

Caroline souhaite s'équiper pour faire du roller.
Elle a le choix entre une paire de rollers gris à 87 € et une paire de rollers noirs à 99 €.
Elle doit aussi acheter un casque et hésite entre trois modèles qui coûtent respectivement 45 €, 22 € et 29 €.

1. Si elle choisit son équipement (un casque et une paire de rollers) au hasard, quelle est la probabilité pour que l'ensemble lui coûte moins de 130 € ?

2. Elle s'aperçoit qu'en achetant la paire de rollers noirs et le casque à 45 €, elle bénéficie d'une réduction de 20 % sur l'ensemble.

a) Calculer le prix en euros et centimes de cet ensemble après réduction.

b) Cela modifie-t-il la probabilité obtenue à la question 1 ? Justifier la réponse.

Corrigé page 156

EXERCICE 4

Flavien veut répartir la totalité de 760 dragées au chocolat et 1 045 dragées aux amandes dans des sachets ayant la même répartition de dragées au chocolat et aux amandes.

1. Peut-il faire 76 sachets ? Justifier la réponse.

2. a) Quel nombre maximal de sachets peut-il réaliser ?

b) Combien de dragées de chaque sorte y aura-t-il dans chaque sachet ?

Corrigé page 157

EXERCICE 5

Tom doit calculer $3{,}5^2$.
« Pas la peine de prendre la calculatrice », lui dit Julie, tu n'as qu'à effectuer le produit de 3 par 4 et rajouter 0,25.

1. Effectuer le calcul proposé par Julie et vérifier que le résultat obtenu est bien le carré de 3,5.

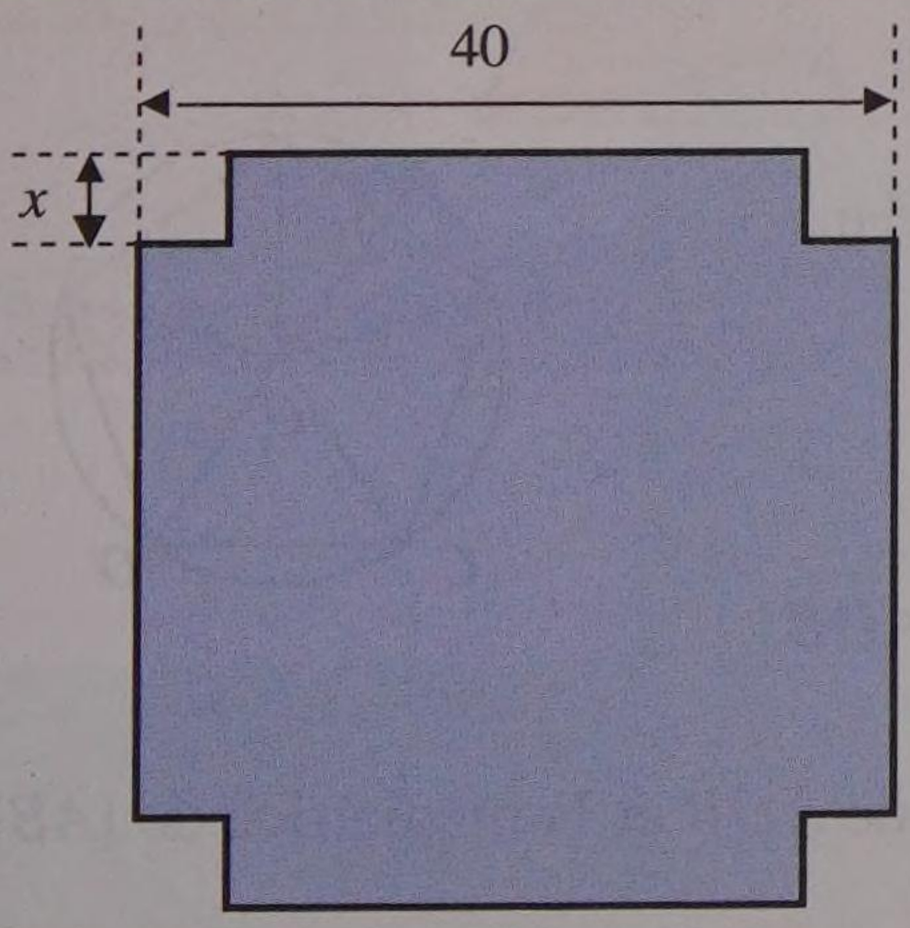
2. Proposer une façon simple de calculer $7{,}5^2$ et donner le résultat.

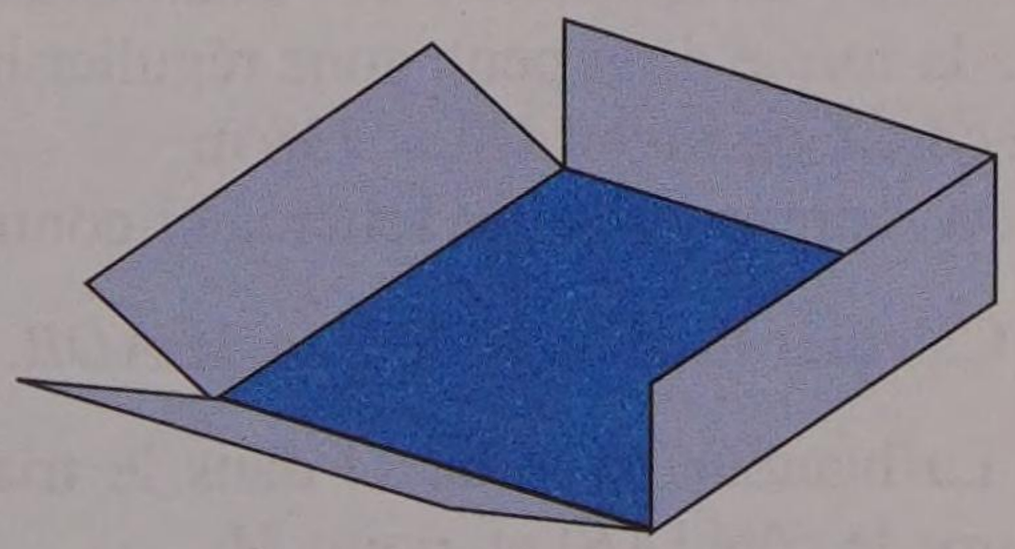
3. Julie propose la conjecture suivante : $(n + 0{,}5)^2 = n(n + 1) + 0{,}25$, avec n un nombre entier positif.
Prouver que la conjecture de Julie est vraie (quel que soit le nombre n).

Corrigé page 157

EXERCICE 6

On dispose d'un carré de métal de 40 cm de côté. Pour fabriquer une boîte parallélépipédique, on enlève à chaque coin un carré de côté x et on relève les bords par pliage.

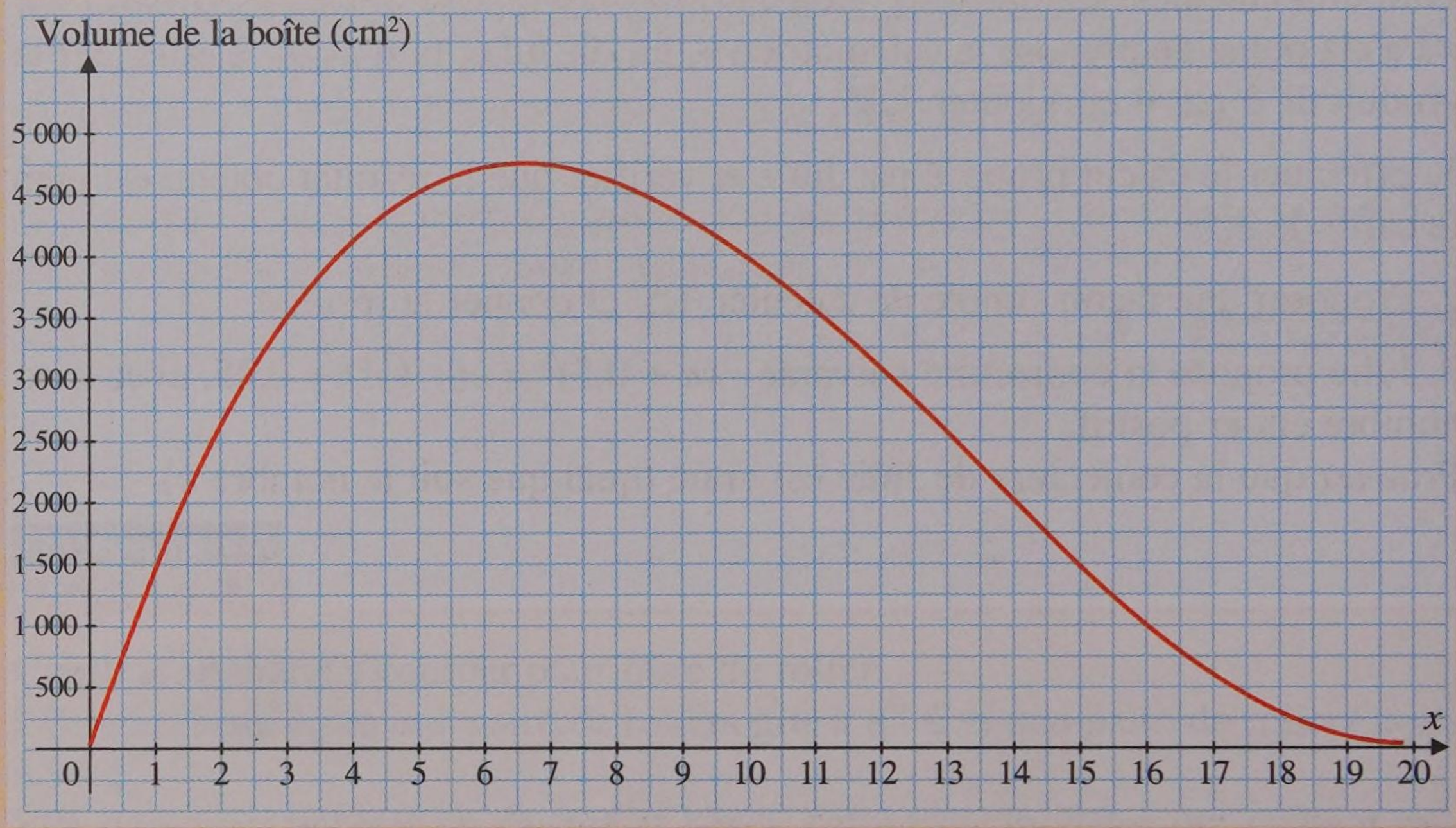




1. Quelles sont les valeurs possibles de x ?

2. On donne $x = 5$ cm. Calculer le volume de la boîte.

3. Le graphique suivant donne le volume de la boîte en fonction de la longueur x.



On répondra aux questions à l'aide du graphique.

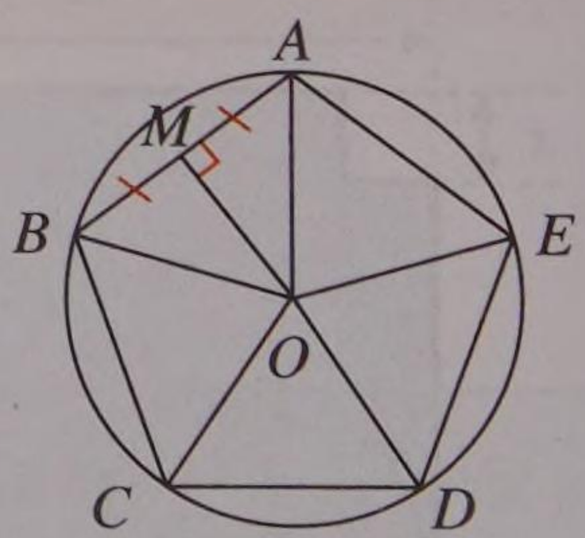
a) Pour quelle valeur de x, le volume de la boîte est-il maximum ?

b) On souhaite que le volume de la boîte soit de 2 000 cm³.
Quelles sont les valeurs possibles de x ?

Corrigé page 158

EXERCICE 7

Le Pentagone est un bâtiment hébergeant le Ministère de la défense des États-Unis.
Il a la forme d'un pentagone régulier inscrit dans un cercle de rayon $OA = 238$ m.
Il est représenté par le schéma ci-contre.



1. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{AOB}$.

2. La hauteur issue de O dans le triangle AOB coupe le côté $[AB]$ au point M.

a) Justifier que (OM) est aussi la bissectrice de $\widehat{AOB}$ et la médiatrice de $[AB]$.

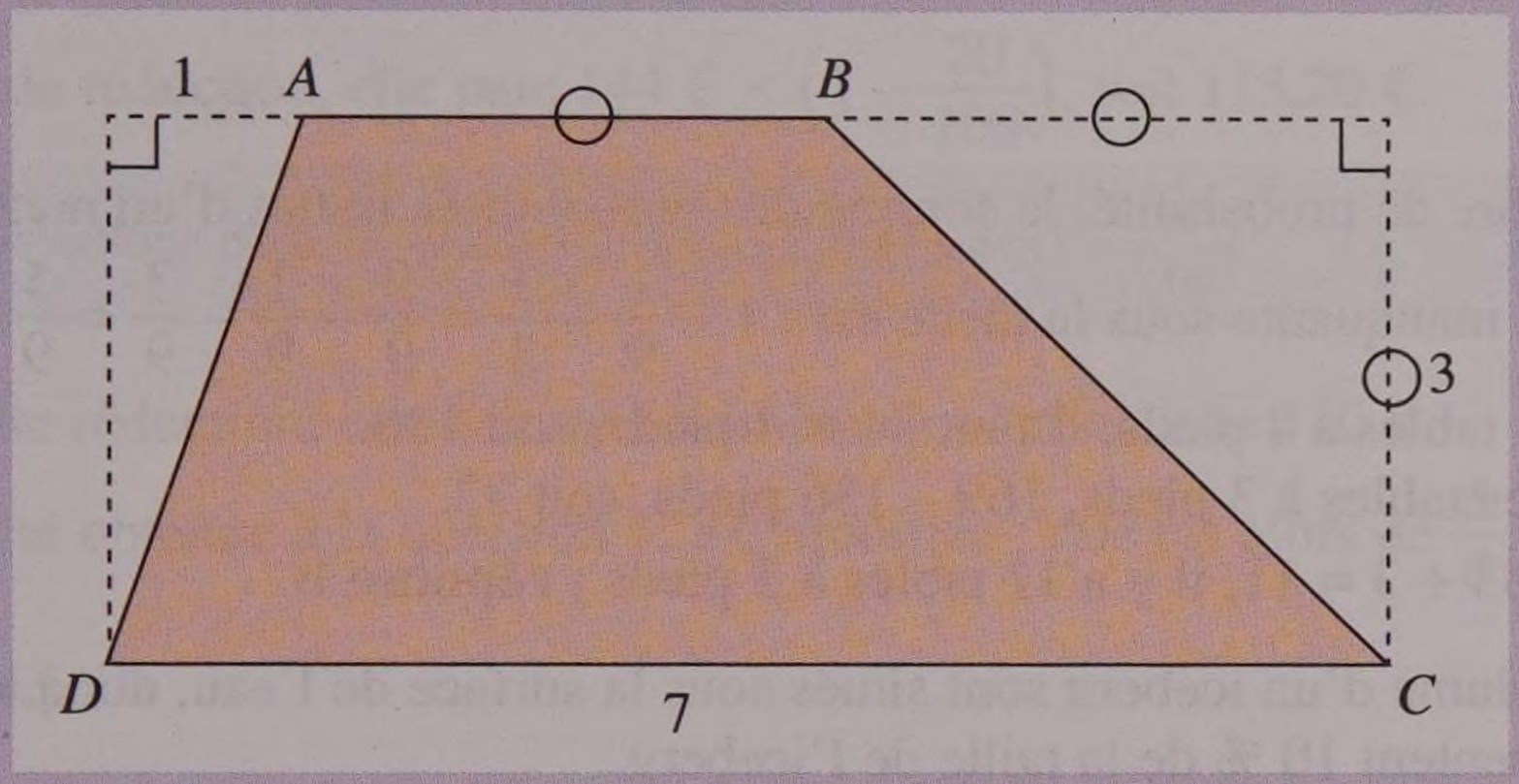
b) Prouver que $[AM]$ mesure environ 140 m.

c) En déduire une valeur approchée du périmètre du Pentagone.

Corrigé page 158

EXERCICE 8

Les longueurs sont données en centimètres.
ABCD est un trapèze.

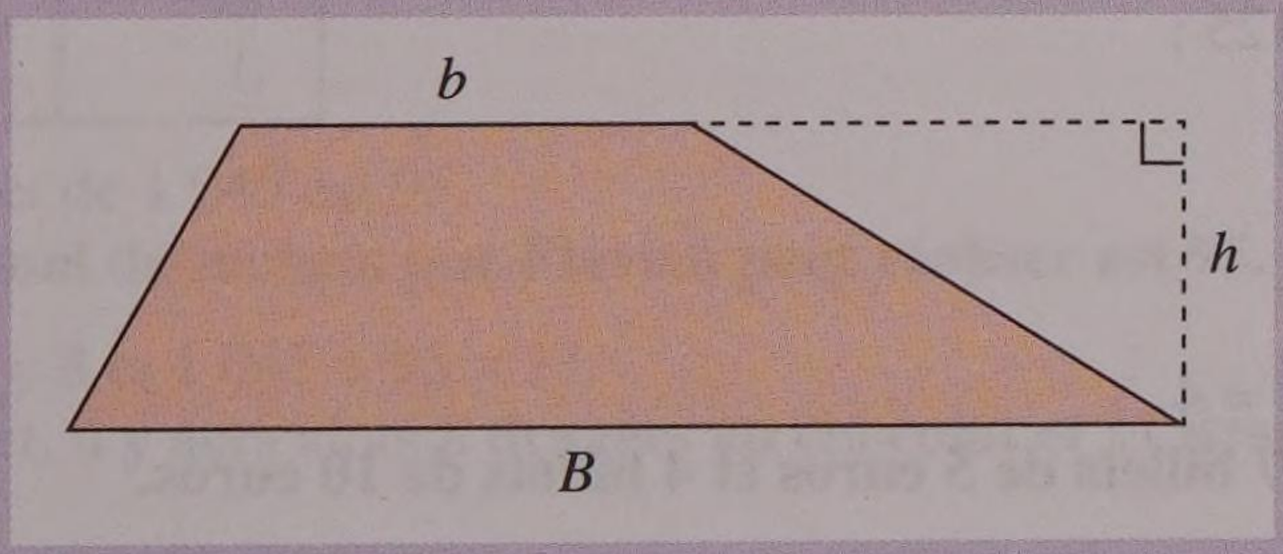


1. a) Donner une méthode permettant de calculer l'aire du trapèze *ABCD*.

b) Calculer l'aire de *ABCD*.

2. *Dans cette question, si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche. Elle sera prise en compte dans l'évaluation.*
L'aire *A* d'un trapèze est donnée par l'une des formules suivantes.
Retrouver la formule juste en expliquant votre choix.

$A = \dfrac{(b \times B)h}{2}$ $\qquad$ $A = \dfrac{(b + B)h}{2}$ $\qquad$ $A = 2(b + B)h$



Corrigé page 159

Corrigés

Exercice 1

1. Dans un arbre de probabilité, la somme des probabilités issues d'un nœud vaut 1.

La probabilité manquante sous la tâche est : $1 - \frac{1}{9} - \frac{1}{3} = \frac{9}{9} - \frac{1}{9} - \frac{3}{9} = \frac{5}{9}$; **réponse c.**

2. Pour les 34 tables à 4 pieds, il faut 34×4 pieds, soit 136.
Il reste pour les tables à 3 pieds, 169 – 136 pieds, soit 33.
Comme on a $33 \div 3 = 11$, il y a 11 tables à 3 pieds ; **réponse b.**

3. 90 % du volume d'un iceberg sont situés sous la surface de l'eau, donc les 35 mètres visibles représentent 10 % de la taille de l'iceberg.
On a $35 \text{ m} \times 10 = 350 \text{ m}$; **réponse a.**

4. La figure **b)** a les mêmes côtés rectilignes et les mêmes demi-cercles que la figure initiale, donc le même périmètre ; **réponse b.**

Exercice 2

Soit x le nombre de billets de 5 €.
Arthur possède 21 billets, donc il possède $21 - x$ billets de 10 €.
Le montant en euros est $5x + 10(21 - x)$, mais aussi 125.
On a donc $5x + 10(21 - x) = 125$, ce qui donne successivement :
$5x + 210 - 10x = 125$;
$-5x = 125 - 210$;
$-5x = -85$
$x = -85 \div (-5)$;
$x = 17$.
On a aussi $21 - 17 = 4$.
Arthur possède 17 billets de 5 euros et 4 billets de 10 euros.

On peut aussi poser un système et le résoudre.

Exercice 3

1. Voici un tableau avec les différents prix à payer.

	rollers gris à 87 €	rollers noirs à 99 €
casque à 45 €	132 €	144 €
casque à 22 €	109 €	121 €
casque à 29 €	116 €	128 €

Il y a 6 cas équiprobables et 4 cas où le total est inférieur à 130 €.

La probabilité pour que l'ensemble lui coûte moins de 130 € est $\frac{4}{6}$, soit $\frac{\mathbf{2}}{\mathbf{3}}$.

2. a) Une paire de rollers noirs et un casque à 45 € coûtent normalement 144 €.

Avec 20 % de réduction, elle paie $144 \text{ €} \times \left(1 - \frac{20}{100}\right)$, soit **115,20 €**.

Réduire une valeur de a % revient à la multiplier par $\left(1 - \frac{a}{100}\right)$.

b) Avec cette réduction, cela fait un cinquième lot à moins de 130 €.

La probabilité obtenue à la question **1.** est modifiée : elle est alors de $\frac{\mathbf{5}}{\mathbf{6}}$.

Exercice 4

1. On a $1\,045 \div 76 = 13{,}75$. 76 ne divise pas 1 045, donc **Flavien ne peut pas faire 76 sachets** ayant la même composition.

2. a) Devant faire des sachets identiques et utiliser toutes les dragées, le nombre de sachets doit diviser 760 et 1 045. Pour être maximal, ce nombre de sachets doit être le PGCD de 760 et de 1045.
L'algorithme d'Euclide donne :

a	b	r
1 045	760	285
760	285	190
285	190	95
190	95	0

Le PGCD de 760 et de 1 045 est 95.
Le nombre maximal de sachets que Flavien peut réaliser est 95.

b) On a $760 \div 95 = 8$ et $1\,045 \div 95 = 11$.
Dans chaque sachet, il y aura alors **8 dragées au chocolat et 11 dragées aux amandes.**

Exercice 5

1. On a $3 \times 4 = 12$ et en ajoutant 0,25, on obtient **12,25** qui est bien le carré de 3,5.

2. Pour calculer $7{,}5^2$, on calcule 7×8 et on ajoute 0,25 au résultat.
On a $7 \times 8 = 56$ et en ajoutant 0,25, on obtient **56,25** comme carré de 7,5.

3. Soit n un nombre. On a :

$$\begin{aligned}(n + 0{,}5)^2 &= n^2 + 2 \times n \times 0{,}5 + 0{,}5^2 \\ &= n^2 + n + 0{,}25 \\ &= n(n + 1) + 0{,}25.\end{aligned}$$

La conjecture de Julie est vraie (quel que soit le nombre n).

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

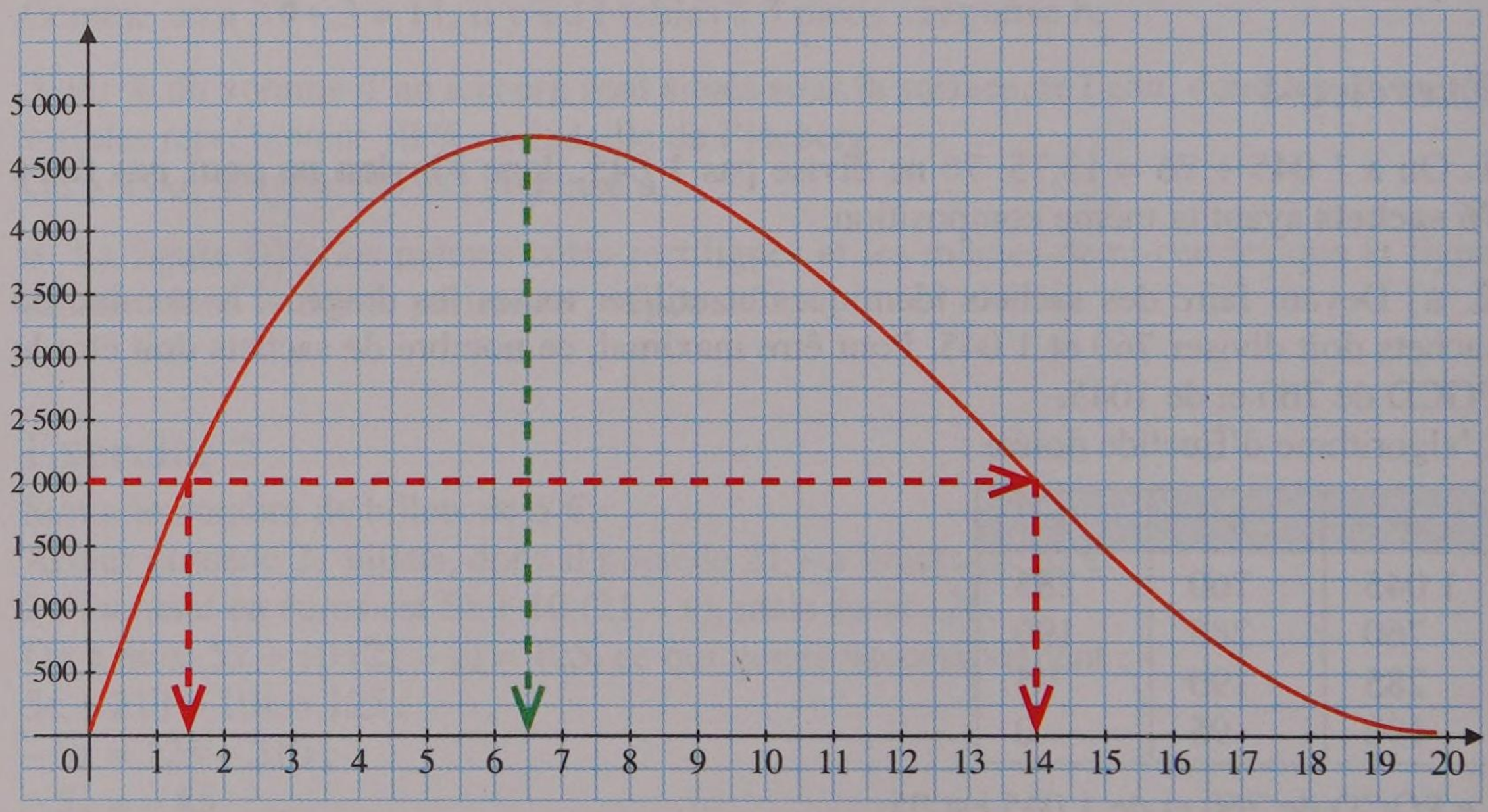
Exercice 6

1. x représentant une longueur, c'est un nombre positif.
De plus, x doit être plus petit que la moitié du côté de la plaque, donc plus petit que 20.
Les valeurs possibles de x sont **les nombres compris entre 0 et 20**.

2. Si $x = 5$ cm, le côté du fond de la boîte mesure $40 - 2 \times 5$, soit 30.
On a alors : V = aire du fond $\times$ hauteur $= 30 \times 30 \times 5 = 4\,500$.
Si $x = 5$ cm, le volume de la boîte est **4 500 cm³**.

Pour un parallélépipède rectangle, on a : V = aire de base × hauteur.

3.



a) Le volume de la boîte est maximum pour $x = 6{,}5$.

b) Pour que le volume de la boîte soit de 2 000 cm³, il faut que x soit égal à environ **1,5 ou 14**.

Exercice 7

1. Le pentagone est régulier, donc $\widehat{AOB} = \dfrac{360°}{5} = 72°$.

Dans un polygone régulier à n côtés, l'angle au centre entre deux sommets consécutifs mesure $\dfrac{360°}{n}$.

2. a) On a $AO = BO$, donc le triangle AOB est isocèle en O et (OM) est la hauteur principale.
Si un triangle est isocèle, alors la hauteur principale est aussi une médiane, une bissectrice et une médiatrice.
(OM) est aussi la bissectrice de $\widehat{AOB}$ et la médiatrice de $[AB]$.

b) (OM) est la la bissectrice de $\widehat{AOB}$, donc on a $\widehat{AOM} = 72° \div 2 = 36°$.
(OM) étant la hauteur issue de O, le triangle AOM est rectangle en M.

On a $\sin(\widehat{AOM}) = \dfrac{\text{côté opposé à } O}{\text{hypoténuse}} = \dfrac{AM}{AO}$, soit $\sin(36°) = \dfrac{AM}{238}$.

On fait $\sin(36°) \times 238 = AM$.

[*AM*] mesure environ 140 m.

c) (OM) est aussi la médiatrice de $[AB]$, donc M est le milieu de $[AB]$.
On a donc $AB = 2AM$.
Le périmètre du Pentagone vaut $5AB$, soit $10\,AM$, ou environ **1 400 mètres**.

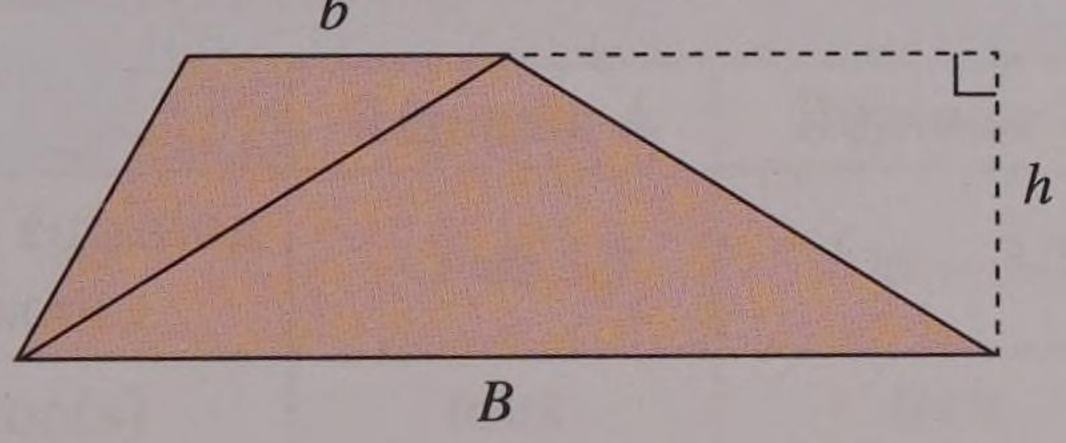
Exercice 8

1. a) On peut calculer l'aire du rectangle en pointillé et ôter les aires des deux triangles rectangles afin d'obtenir l'aire du trapèze $ABCD$.

b) On a : $A = 7 \times 3 - \dfrac{3 \times 3}{2} - \dfrac{3 \times 1}{2} = 21 - 4{,}5 - 1{,}5 = 15$.

L'aire de *ABCD* est 15 cm².

2. Pour calculer l'aire du trapèze, on peut le partager à l'aide d'une diagonale en deux triangles de même hauteur h.



L'aire d'un triangle est $\dfrac{bh}{2}$ et celle de l'autre triangle est $\dfrac{Bh}{2}$.

L'aire du trapèze est : $A = \dfrac{bh}{2} + \dfrac{Bh}{2} = \dfrac{bh + Bh}{2} = \dfrac{(b + B)h}{2}$.

SUJET 16

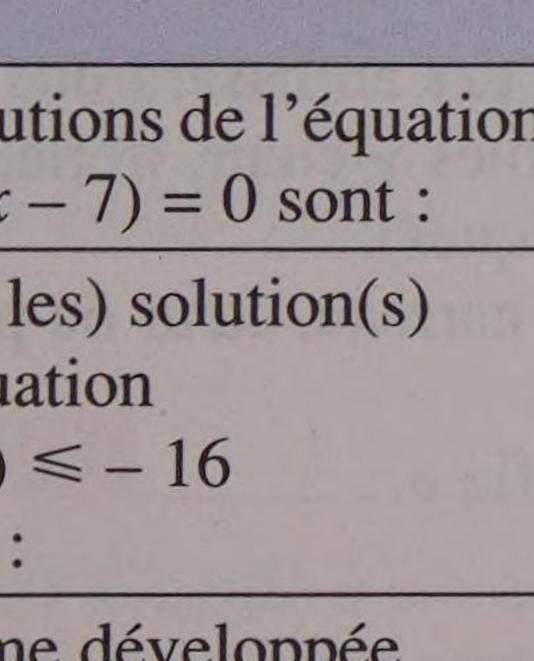
Centres étrangers

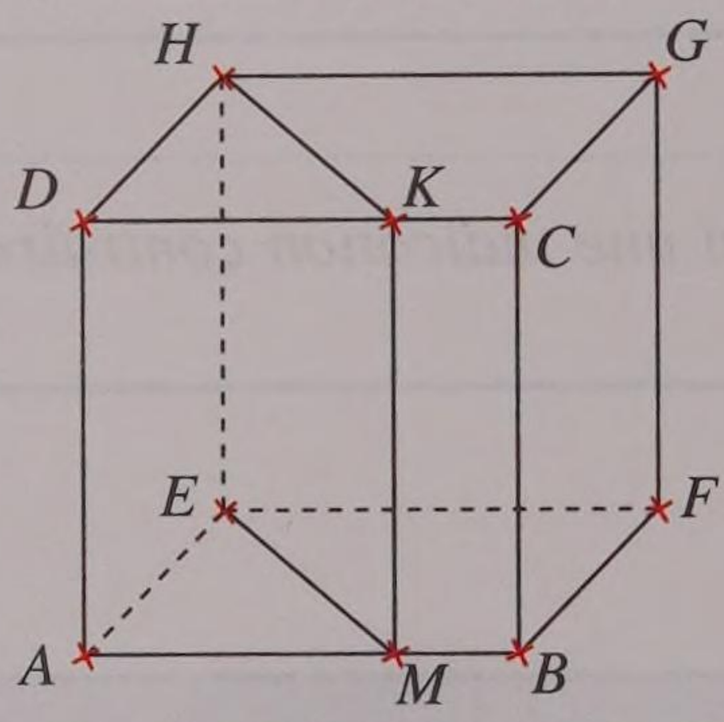
CONSEIL

Toutes les réponses doivent être justifiées, sauf si une indication contraire est donnée.

EXERCICE 1

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM). Pour chaque ligne du tableau, trois réponses sont proposées, mais une seule est exacte. Toute réponse exacte vaut 1 point. Toute réponse inexacte ou toute absence de réponse n'enlève pas de point. Pour chacune des questions, on indiquera sur sa feuille le numéro de la question et la réponse choisie.

	Réponse A	**Réponse B**	**Réponse C**
1. Les solutions de l'équation $(x + 7)(2x - 7) = 0$ sont :	-7 et 3,5	7 et $-3,5$	-7 et 5
2. La (ou les) solution(s) de l'inéquation $-2(x + 7) \leqslant -16$ est (sont) :	tous les nombres inférieurs ou égaux à 1	tous les nombres supérieurs ou égaux à 1	1
3. La forme développée de $(7x - 5)^2$ est :	$49x^2 - 25$	$49x^2 - 70x + 25$	$49x^2 - 70x - 25$
4. La forme factorisée de $9 - 64x^2$ est :	$-55x^2$	$(3 - 8x)^2$	$(3 - 8x)(3 + 8x)$
5.  Le liquide remplit-il à moitié le verre ?	Oui	Non, c'est moins de la moitié	Non, c'est plus de la moitié

	Réponse A	Réponse B	Réponse C
6. La section *KMEH* du cube *ABCDEFGH* par un plan parallèle à une de ses arêtes est : 	un parallélogramme non rectangle	un carré	un rectangle

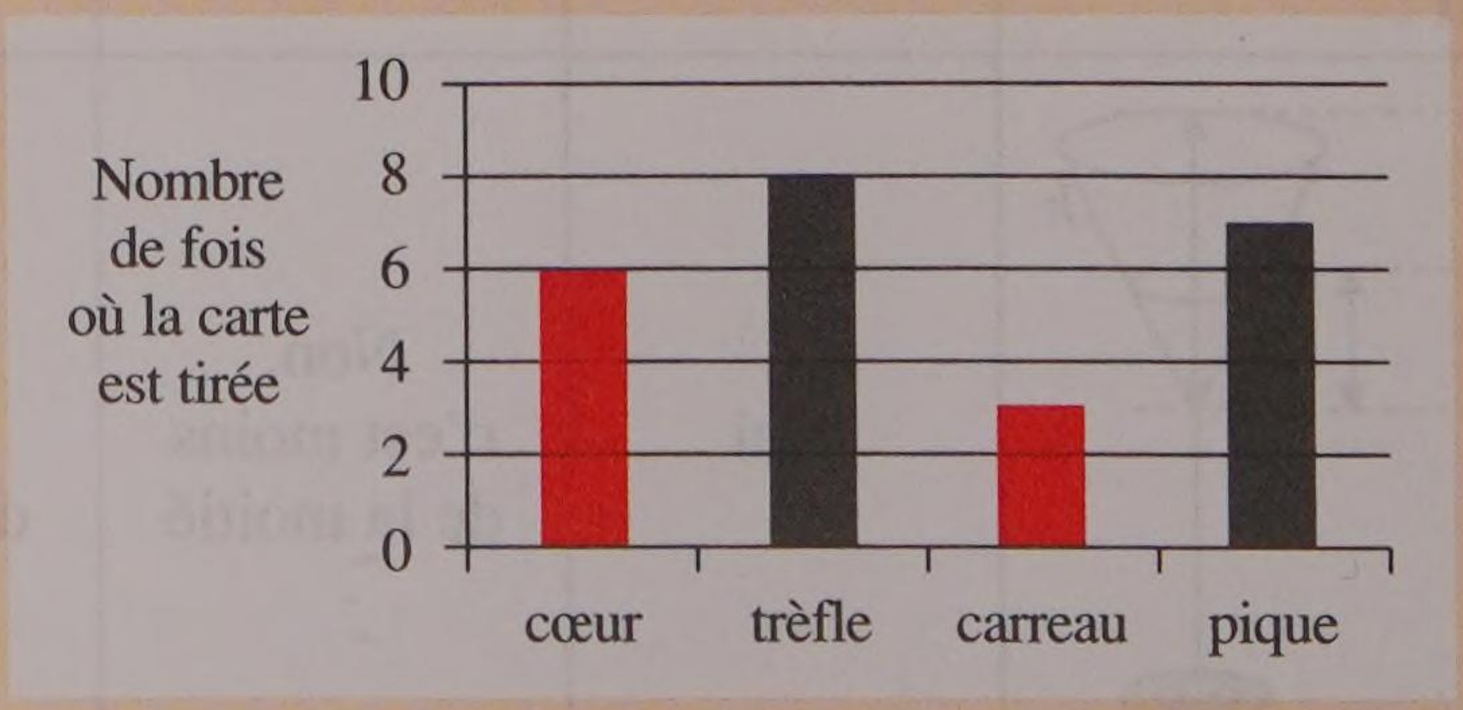
Corrigé page 167

EXERCICE 2

On considère l'expérience aléatoire suivante : on tire au hasard une carte dans un jeu bien mélangé de 32 cartes (il y a 4 « familles » cœur, trèfle, carreau et pique et on a 8 cœurs, 8 trèfles, 8 carreaux et 8 piques).
On relève pour la carte tirée la « famille » (trèfle, carreau, cœur ou pique), puis on remet la carte dans le jeu et on mélange.
On note *A* l'événement : « la carte tirée est un trèfle ».

1. Quelle est la probabilité de *A* ?

2. On répète 24 fois l'expérience aléatoire ci-dessus. La représentation graphique ci-dessous donne la répartition des couleurs obtenues lors des vingt-quatre premiers tirages :



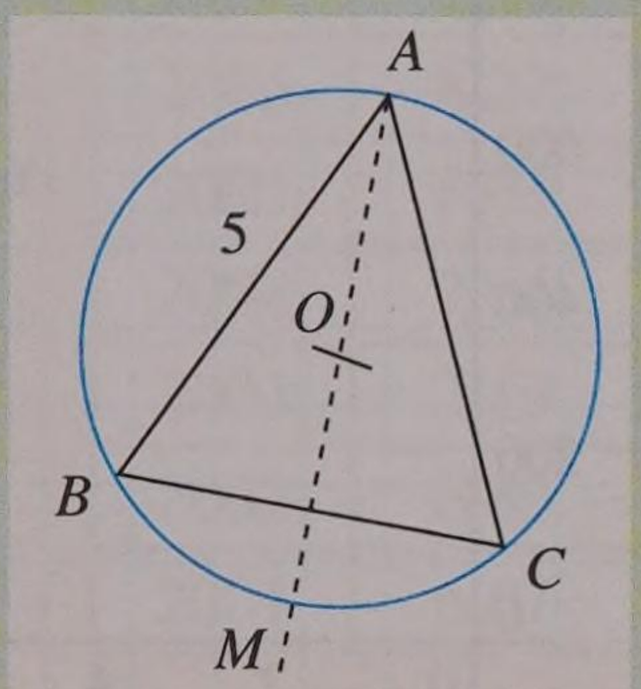
Calculer la fréquence d'une carte de la « famille » cœur et de la « famille » trèfle.

3. On réalise l'expérience aléatoire décrite à la page précédente. Arthur mise sur une carte de la « famille » cœur et Julie mis sur une carte de la « famille » trèfle. Est-ce que l'un d'entre eux a plus de chance que l'autre de gagner ?

Corrigé page 168

EXERCICE 3

On considère un triangle ABC isocèle en A tel que l'angle $\widehat{BAC}$ mesure 50° et AB est égal à 5 cm.
On note O le centre du cercle circonscrit au triangle (ABC). La droite (OA) coupe ce cercle noté $(\mathscr{C})$, en un autre point M.



1. Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{BAM}$?
Aucune justification n'est demandée.

2. Quelle est la nature du triangle ABM ?
Justifier la réponse.

3. Calculer la longueur AM et en donner un arrondi au dixième de centimètre près.

4. La droite (BO) coupe le cercle $(\mathscr{C})$ en un autre point K.
Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{BKC}$?

Corrigé page 168

EXERCICE 4

Le nombre d'abonnés à une revue dépend du prix de la revue.
Pour un prix x compris entre 0 et 20 €, le nombre d'abonnés est donné par la fonction A telle que : $A(x) = -50x + 1\,250$.
La recette, c'est-à-dire le montant perçu par l'éditeur de cette revue, est donnée par la fonction R telle que : $R(x) = -50x^2 + 1\,250x$.

1. Le nombre d'abonnés est-il proportionnel au prix de la revue ?
Justifier la réponse.

2. Vérifier, par le calcul, que $A(10) = 750$ et interpréter concrètement ce résultat.

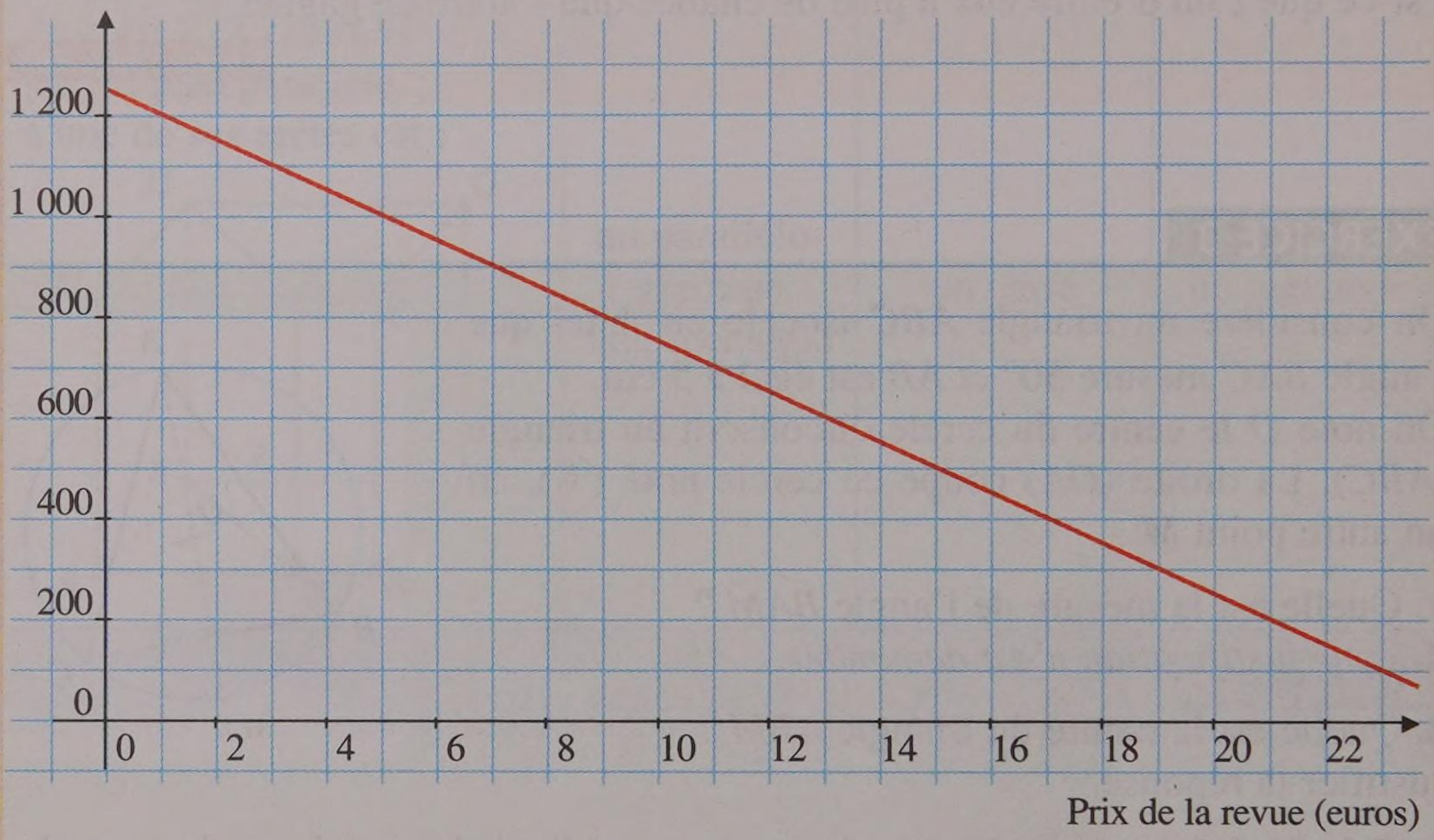
3. La fonction R est-elle affine ? Justifier la réponse.

4. Déterminer graphiquement, pour quel prix, la recette de l'éditeur est maximale.

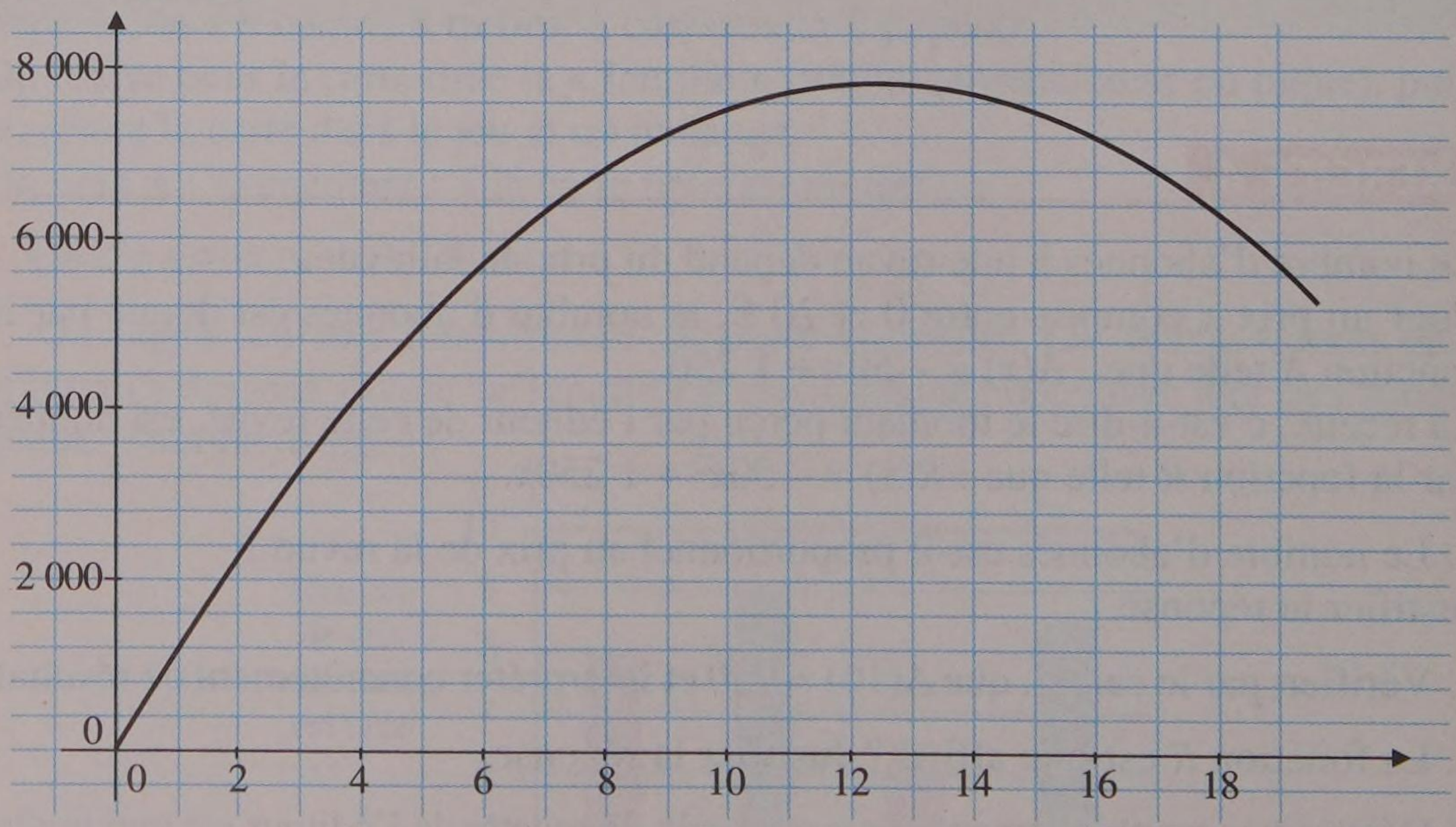
5. Déterminer graphiquement les antécédents de 6 800 par R.

6. Lorsque la revue coûte 5 euros, déterminer le nombre d'abonnés et la recette.

Représentation graphique de la fonction *A* :



Représentation graphique de la fonction *R* :



Corrigé page 168

EXERCICE 5

On considère la série statistique donnant le SMIC horaire brut en euros de 2001 à 2011 (source : INSEE).

Année	SMIC
2011	9,40
2010	9,00
209	8,82
2008	8,63
2007	8,44
2006	8,27
2005	8,03
2004	7,61
2003	7,19
2002	6,83
2001	6,67

1. Quelle est l'étendue de cette série ?
Interpréter ce résultat.

2. Quelle est la médiane ?

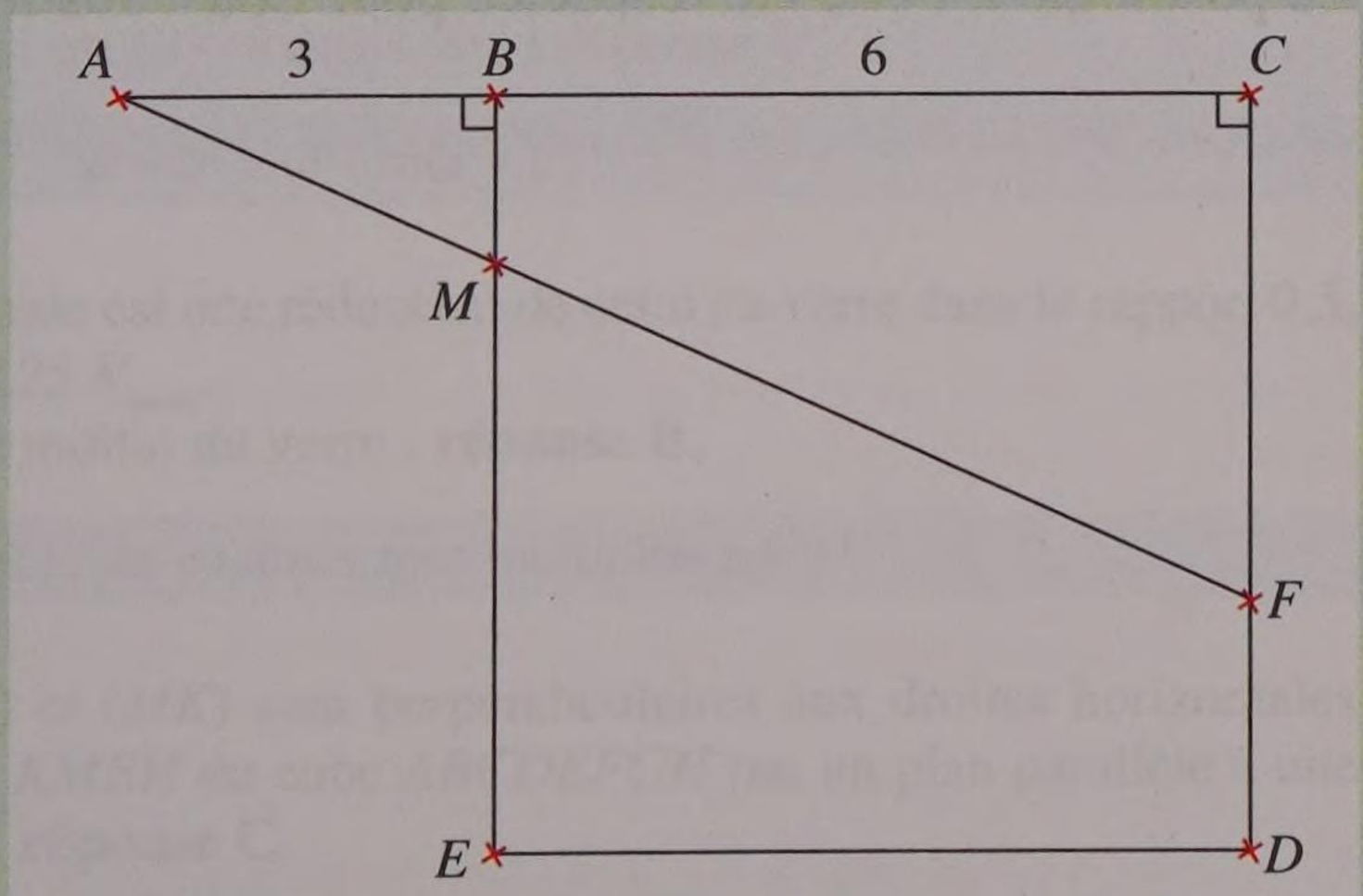
3. Paul remarque qu'entre 2001 et 2002, l'augmentation du SMIC[1] horaire brut est de 16 centimes alors qu'entre 2007 et 2008, elle est de 19 centimes.
Il affirme que « *le pourcentage d'augmentation de 2007 à 2008 est supérieur à celui pratiqué entre 2001 et 2002* ».
A-t-il raison ?

(1. SMIC : *salaire minimum interprofessionnel de croissance*)

Corrigé page 169

EXERCICE 6

Dans cet exercice, toute trace de recherche, même incomplète sera prise en compte dans l'évaluation.
On considère la figure ci-dessous **qui n'est pas en vraie grandeur**.
BCDE est un carré de 6 cm de côté.
Les points *A*, *B* et *C* sont alignés et $AB = 3$ cm.
F est un point du segment [*CD*].
La droite (*AF*) coupe le segment [*BE*] en *M*.



Déterminer la longueur *CF* par calcul ou par construction pour que les longueurs *BM* et *FD* soient égales.

Corrigé page 170

EXERCICE 7

On peut lire au sujet d'un médicament :

> « Chez les enfants (12 mois à 17 ans), la posologie doit être appliquée en fonction de la surface corporelle du patient [voir formule de Mosteller]. »
>
> « Une dose de charge unique de 70 mg par mètre carré (sans dépasser 70 mg par jour) devra être administrée. »

Pour calculer la surface corporelle en m^2, on utilise la formule suivante :
Formule de Mosteller :

$$\text{Surface corporelle en } m^2 = \sqrt{\frac{\text{taille (en cm)} \times \text{masse (en kg)}}{3\,600}}$$

On considère les informations ci-dessous :

Patient	Âge	Taille (m)	Masse (kg)	Dose administrée
Lou	5 ans	1,05	17,5	50 mg
Joé	15 ans	1,50	50	100 mg

1. La posologie a-t-elle été respectée pour Joé ? Justifier la réponse.

2. Vérifier que la surface corporelle de Lou est environ 0,71 m^2.

3. *Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, sera prise en compte dans l'évaluation.*
La posologie a-t-elle été respectée pour Lou ? Justifier la réponse.

Corrigé page 170

Corrigés

Exercice 1

1. On a $(x + 7)(2x - 7) = 0$.
Si un produit de facteurs est nul, alors l'un au moins de ses facteurs est nul.
On a $x + 7 = 0$ ou $2x - 7 = 0$, soit $x = -7$ ou $2x = 7$,
ou encore $x = -7$ ou $x = 7 \div 2$.
Les solutions de l'équation $(x + 7)(2x - 7) = 0$ sont -7 et 3,5 : **réponse A**.

2. $-2(x + 7) \leqslant -16$ donne successivement
$-2x - 14 \leqslant -16$;
$-2x \leqslant -16 + 14$;
$-2x \leqslant -2$;
$x \geqslant -2 \div (-2)$;
$x \geqslant 1$.
Les solutions de l'inéquation $-2(x + 7) \leqslant -16$ sont tous les nombres supérieurs ou égaux à 1 : **réponse B**.

En divisant les deux membres d'une inégalité par un nombre négatif, il faut changer le sens de cette inégalité.

3. $(7x - 5)^2 = (7x)^2 - 2 \times 7x \times 5 + 5^2 = 49x^2 - 70x + 25$
La forme développée de $(7x - 5)^2$ est $49x^2 - 70x + 25$: **réponse B**.

$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ $\qquad$ $(mp)^2 = m^2 \times p^2$

4. $9 - 64x^2 = 3^2 - (8x)^2 = (3 - 8x)(3 + 8x)$
La forme factorisée de $9 - 64x^2$ est $(3 - 8x)(3 + 8x)$: **réponse C**.

$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$

5. Le volume rempli par le liquide est une réduction de celui du verre dans le rapport 0,5.
On a $V_{\text{liquide}} = V_{\text{verre}} \times 0{,}5^3 = 0{,}125\ V_{\text{verre}}$.
Le liquide remplit moins de la moitié du verre : **réponse B**.

Dans une réduction de rapport k, les volumes sont multipliés par k^3.

6. Les droites verticales (HE) et (MK) sont perpendiculaires aux droites horizontales (HK) et (EM), donc la section $KMEH$ du cube $ABCDEFGH$ par un plan parallèle à une de ses arêtes est un rectangle : **réponse C**.

Exercice 2

1. Parmi les 32 cartes, il y a 8 trèfles. En tirant au hasard, la probabilité de *A* « la carte tirée est un trèfle » est $\frac{8}{32}$, soit $\mathbf{\frac{1}{4}}$.

2. Parmi les 24 expériences, on a obtenu cœur 6 fois et trèfle 8 fois.

La fréquence d'une carte de la « famille » cœur est $\frac{6}{24}$, soit $\mathbf{\frac{1}{4}}$ et celle de la « famille » trèfle est $\frac{8}{24}$, soit $\mathbf{\frac{1}{3}}$.

3. Comme il y a autant de cœurs que de trèfles, Arthur et Julie **ont la même probabilité $\mathbf{\frac{1}{4}}$ de gagner**.

Les probabilités ne sont pas influencées par les fréquences obtenues à la question 2.

Exercice 3

1. L'angle $\widehat{BAM}$ mesure **25°**.

Dans un triangle isocèle, la médiane principale, la hauteur principale, la médiatrice principale et la bissectrice issue de l'angle principal sont confondues.

2. [*AM*] est un diamètre du cercle (𝒞) circonscrit à *ABM*.
Si un côté d'un triangle est un diamètre de son cercle circonscrit,
alors ce triangle est rectangle au sommet opposé au côté diamètre.
Le triangle *ABM* est rectangle en *B*.

3. Dans le triangle *ABM* rectangle en *B*, on a :

$\cos(\widehat{BAM}) = \dfrac{\text{côté adjacent à } A}{\text{hypoténuse}} = \dfrac{AB}{AM}$, soit $\cos(25°) \times AM = 5$.

On a donc $AM = 5 \div \cos(25°)$,
soit $\boldsymbol{AM = 5{,}5}$ **cm** au dixième de centimètre près.

4. Les angles inscrits $\widehat{BKC}$ et $\widehat{BAC}$ dans le cercle (𝒞) interceptent le même arc $\widehat{BC}$.
Si, dans un cercle, deux angles inscrits interceptent le même arc,
alors ils ont la même mesure.
On a $\widehat{BKC} = \widehat{BAC}$, soit $\boldsymbol{\widehat{BKC} = 25°}$.

Exercice 4

1. Le nombre d'abonnés n'est pas proportionnel au prix de la revue, car la fonction *A* est affine non linéaire.

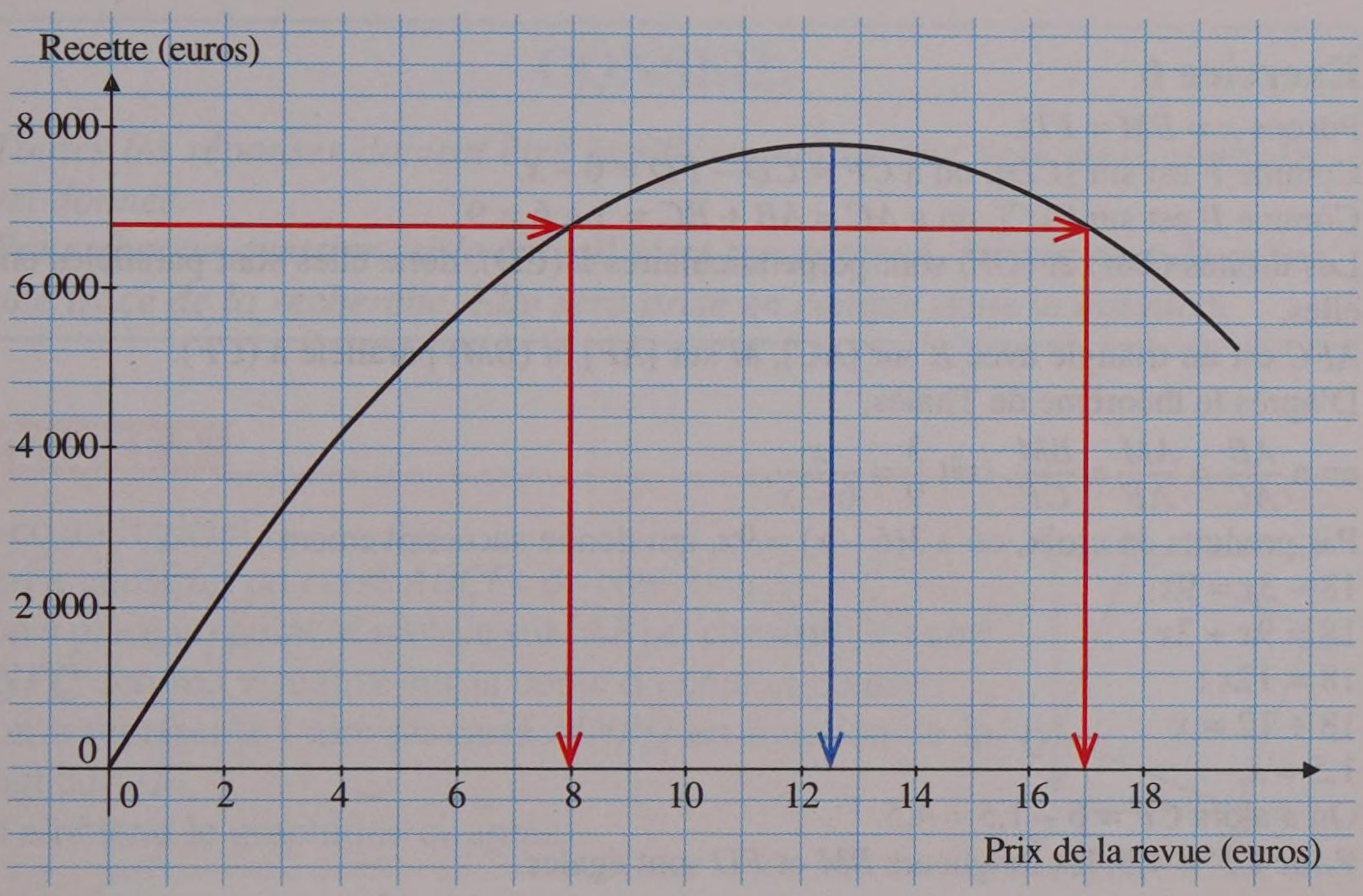
Une situation de proportionnalité se traduit par une fonction linéaire.

2. $A(10) = -50 \times 10 + 1\,250 = -500 + 1\,250 = 750$. Pour un prix de 10 €, il y a **750 abonnés**.

3. **La fonction *R* n'est pas affine**, car sa représentation graphique n'est pas une droite.

La représentation graphique d'une fonction affine est une droite.

4.



Graphiquement, la recette de l'éditeur est maximale pour un prix de **12,50 €**.

5. Graphiquement les antécédents de 6 800 par *R* sont **8 et 17**.

6. On a : $A(5) = -50 \times 5 + 1\,250 = 1\,000$ et $R(5) = -50 \times 5^2 + 1\,250 \times 5 = 5\,000$.
Lorsque la revue coûte 5 euros, il y a **1 000 abonnés** et la recette est de **5 000 euros**.

Exercice 5

1. 9,40 – 6,67 = 2,73.L'étendue de la série est **2,73**.
Le SMIC a augmenté de 2,73 € entre 2001 et 2011.

L'étendue d'une série est la différence entre sa plus grande valeur et sa plus petite.

2. Il y a 11 valeurs, donc la médiane est la sixième valeur (valeur centrale), soit **8,27**.

3. En 2001, le SMIC valait 6,67 euros et il a augmenté entre 2001 et 2002 de 16 centimes, donc de $\frac{0{,}16}{6{,}67} \times 100$ %, soit de 2,40 %.

Sujet 16

En 2007, le SMIC valait 8,44 euros et il a augmenté entre 2007 et 2008 de 19 centimes, donc de $\frac{0{,}19}{8{,}44} \times 100$ %, soit de 2,25 %.
En affirmant que « le pourcentage d'augmentation de 2007 à 2008 est supérieur à celui pratiqué entre 2001 et 2002 », **Paul se trompe**.

Exercice 6

Posons $x = BM = FD$.
Comme F est sur $[CD]$, on a $CF = CD - FD = 6 - x$.
Comme B est sur $[AC]$, on a $AC = AB + BC = 3 + 6 = 9$.
Les droites (BM) et (CF) sont perpendiculaires à (CD), donc elles sont parallèles entre elles.
AFC est un triangle avec B sur $[AC]$, M sur $[AF]$ et (BM) parallèle à (CF).
D'après le théorème de Thalès,
on a $\frac{AB}{AC} = \frac{AM}{AF} = \frac{BM}{CF}$, soit $\frac{3}{9} = \frac{x}{6-x}$.
Par produits en croix, on a $3(6 - x) = 9x$, qui donne successivement :
$18 - 3x = 9x$;
$18 = 9x + 3x$;
$18 = 12x$;
$18 \div 12 = x$
$1{,}5 = x$.
On a alors $CF = 6 - 1{,}5 = 4{,}5$.
Pour $CF = 4{,}5$, les longueurs BM et FD sont égales.

Exercice 7

1. **La posologie n'a pas été respectée pour Joé**, car on lui a administré 100 mg, ce qui est supérieur au maximum autorisé qui est de 70 mg.

2. La surface corporelle de Lou est : $\sqrt{\frac{105 \times 17{,}5}{3\,600}}$, soit environ 0,71 m².

3. On a $\sqrt{\frac{105 \times 17{,}5}{3\,600}} \times 70 = 50{,}01$ donc en administrant 50 mg à Lou, on a respecté la charge de 70 mg par mètre carré ainsi que le maximum de 70 mg par jour.
La posologie a été respectée pour Lou.

SUJET 17

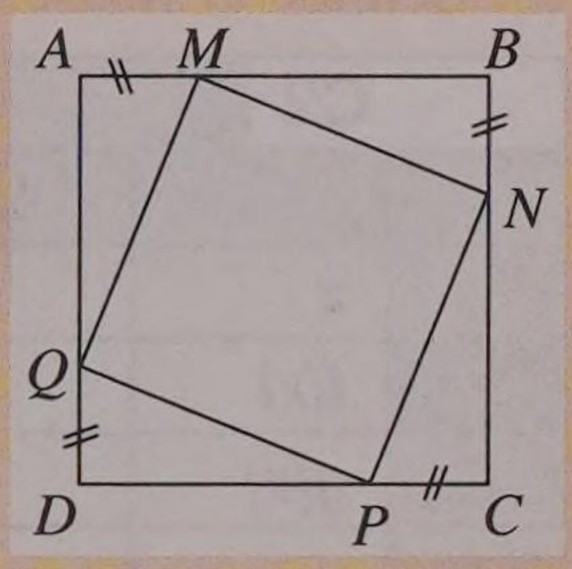
France métropolitaine

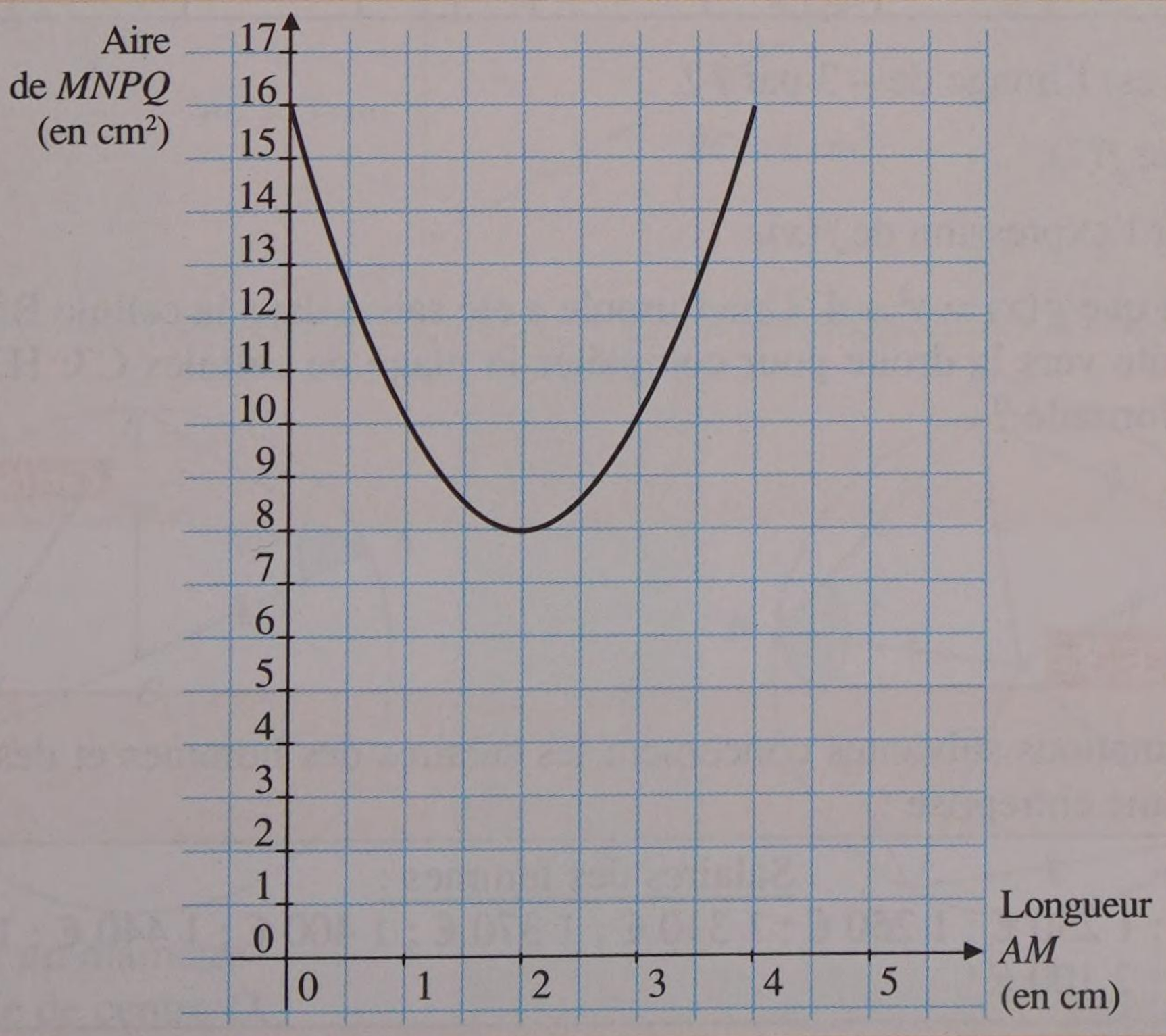
CONSEIL

Toutes les réponses doivent être justifiées, sauf si une indication contraire est donnée.
Pour chaque question, si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche. Elle sera prise en compte dans la notation.

EXERCICE 1

Avec un logiciel :
– on a construit un carré $ABCD$, de côté 4 cm ;
– on a placé un point M mobile sur $[AB]$ et construit le carré $MNPQ$ comme visualisé sur la copie d'écran ci-contre ;
– on a représenté l'aire du carré $MNPQ$ en fonction de la longueur AM.
On a obtenu le graphique ci-après.





Sujet 17

En utilisant ce graphique répondre aux questions suivantes. *Aucune justification n'est attendue.*

1. Déterminer pour quelle(s) valeur(s) de AM, l'aire de $MNPQ$ est égale à 10 cm^2.

2. Déterminer l'aire de $MNPQ$ lorsque AM est égale à 0,5 cm.

3. Pour quelle valeur de AM l'aire de $MNPQ$ est-elle minimale ?
Quelle est alors cette aire ?

Corrigé page 177

EXERCICE 2

On a utilisé un tableur pour calculer les images de différentes valeurs de x par une fonction affine f et par une autre fonction g. Une copie de l'écran obtenu est donnée ci-dessous.

C2			*fx*	=- 5*C1+7				
	A	B	C	D	E	F	G	H
1	*x*	- 3	- 2	- 1	0	1	- 2	3
2	*f(x)*	22	17	12	7	2	- 3	- 8
3	*g(x)*	13	8	5	4	5	8	13
4								

1. Quelle est l'image de – 3 par f ?

2. Calculer $f(7)$.

3. Donner l'expression de $f(x)$.

4. On sait que $g(x) = x^2 + 4$. Une formule a été saisie dans la cellule B3 et recopiée ensuite vers la droite pour compléter la plage de cellules C3: H3. Quelle est cette formule ?

Corrigé page 177

EXERCICE 3

Les informations suivantes concernent les salaires des hommes et des femmes d'une même entreprise :

Salaires des femmes :

1 200 € ; 1 230 € ; 1 250 € ; 1 310 € ; 1 370 € ; 1 400 € ; 1 440 € ; 1 500 € ; 1 700 € ; 2 100 €

Salaires des hommes :
Effectif total : 20
Moyenne : 1 769 €
Etendue : 2 400 €
Médiane : 2 000 €
Les salaires des hommes sont tous différents.

1. Comparer le salaire moyen des hommes et celui des femmes.

2. On tire au sort une personne dans l'entreprise. Quelle est la probabilité que ce soit une femme ?

3. Le plus bas salaire de l'entreprise est de 1 000 €. Quel salaire est le plus élevé ?

4. Dans cette entreprise combien de personnes gagnent plus de 2 000 € ?

Corrigé page 177

EXERCICE 4

Trois figures codées sont données ci-dessous. Elles ne sont pas dessinées en vraie grandeur.

Pour chacune d'elles, déterminer la mesure de l'angle ABC.

Figure 1

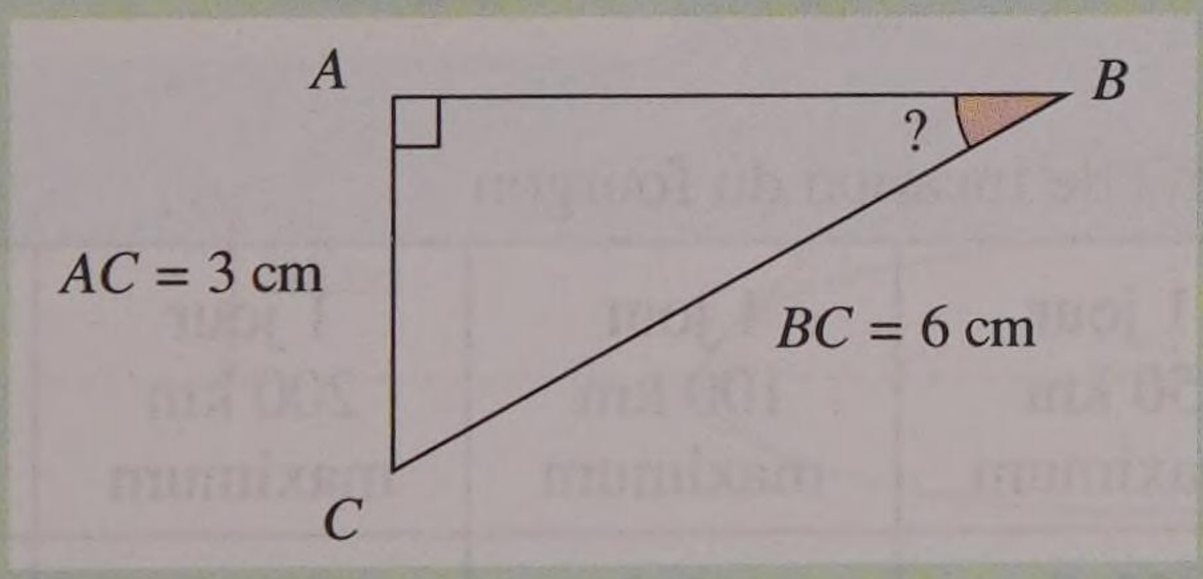
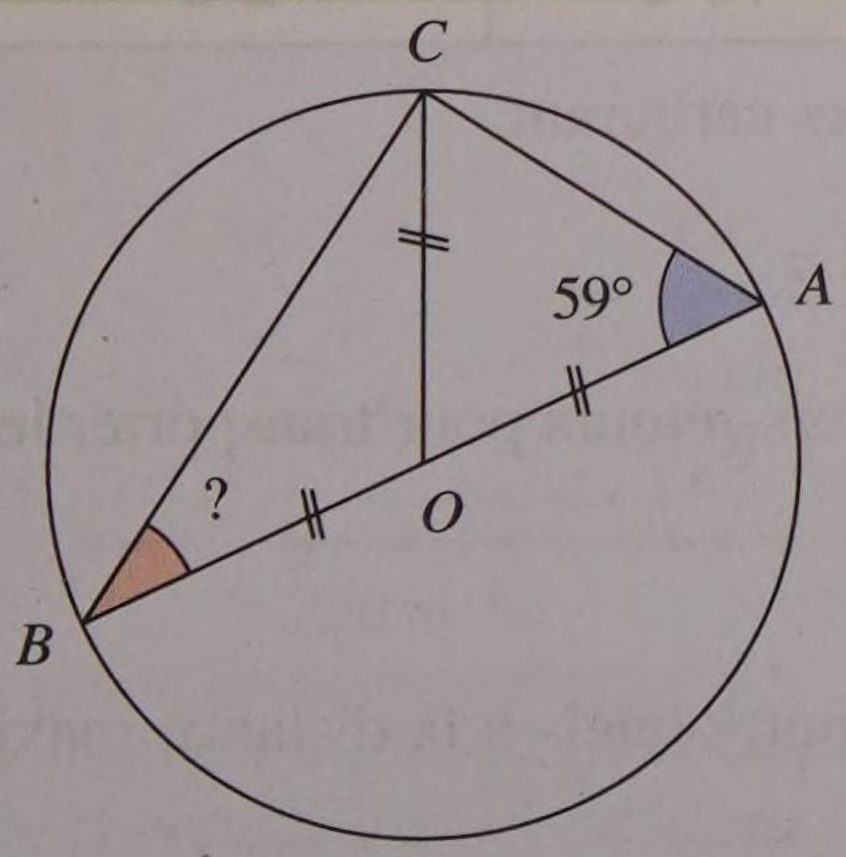
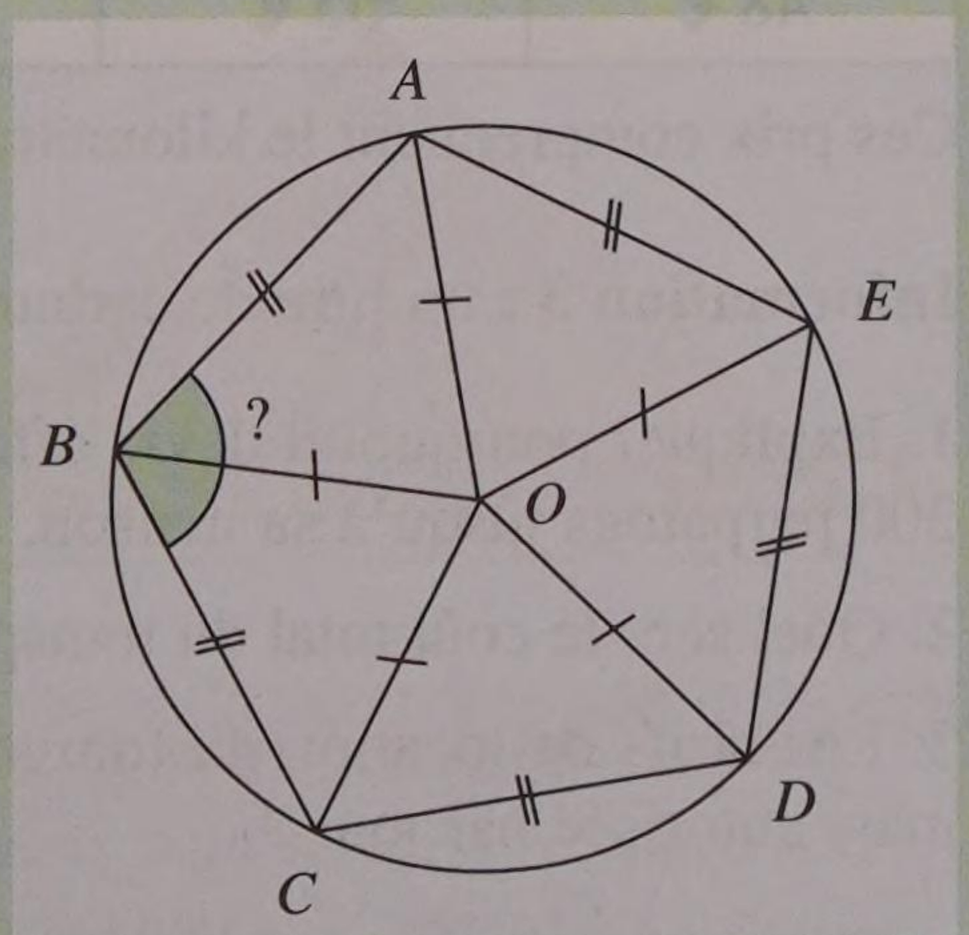


Figure 2



[AB] est un diamètre du cercle de centre O.

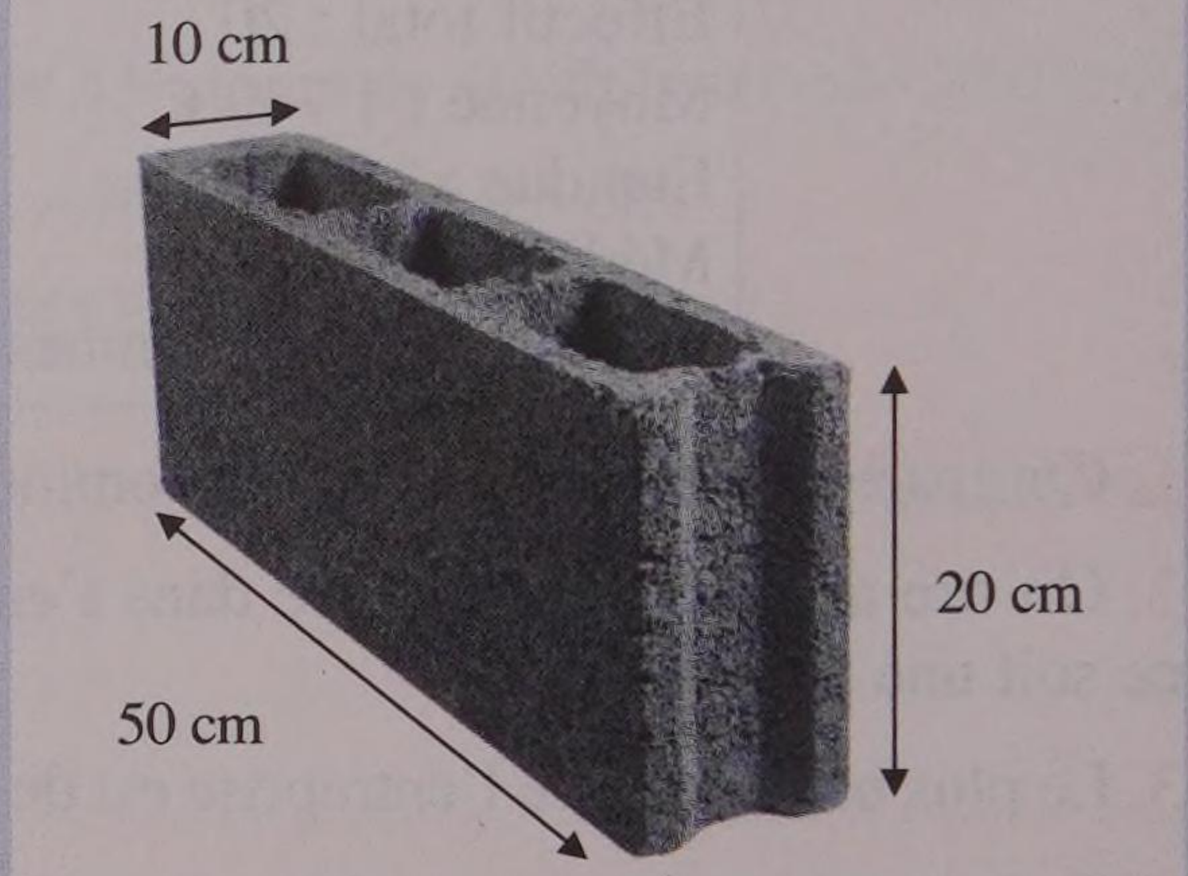
Figure 3



Corrigé page 178

EXERCICE 5

Pour réaliser un abri de jardin en parpaing, un bricoleur a besoin de 300 parpaings de dimensions 50 cm × 20 cm × 10 cm pesant chacun 10 kg.
Il achète les parpaings dans un magasin situé à 10 km de sa maison. Pour les transporter, il loue au magasin un fourgon.



Information 1 : caractéristiques du fourgon
– 3 places assises.
– Dimensions du volume transportable (L × ℓ × h) :
2,60 m × 1,56 m × 1,84 m.
– Charge pouvant être transportée : 1,7 tonne.
– Volume réservoir : 80 litres.
– Diesel (consommation : 8 litres aux 100 km).



Information 2 : tarifs de location du fourgon

1 jour 30 km maximum	1 jour 50 km maximum	1 jour 100 km maximum	1 jour 200 km maximum	km supplémentaire
48 €	55 €	61 €	78 €	2 €

Ces prix comprennent le kilométrage indiqué hors carburant.

Information 3 : un litre de carburant coûte 1,50 €.

1. Expliquer pourquoi il devra effectuer deux allers-retours pour transporter les 300 parpaings jusqu'à sa maison.

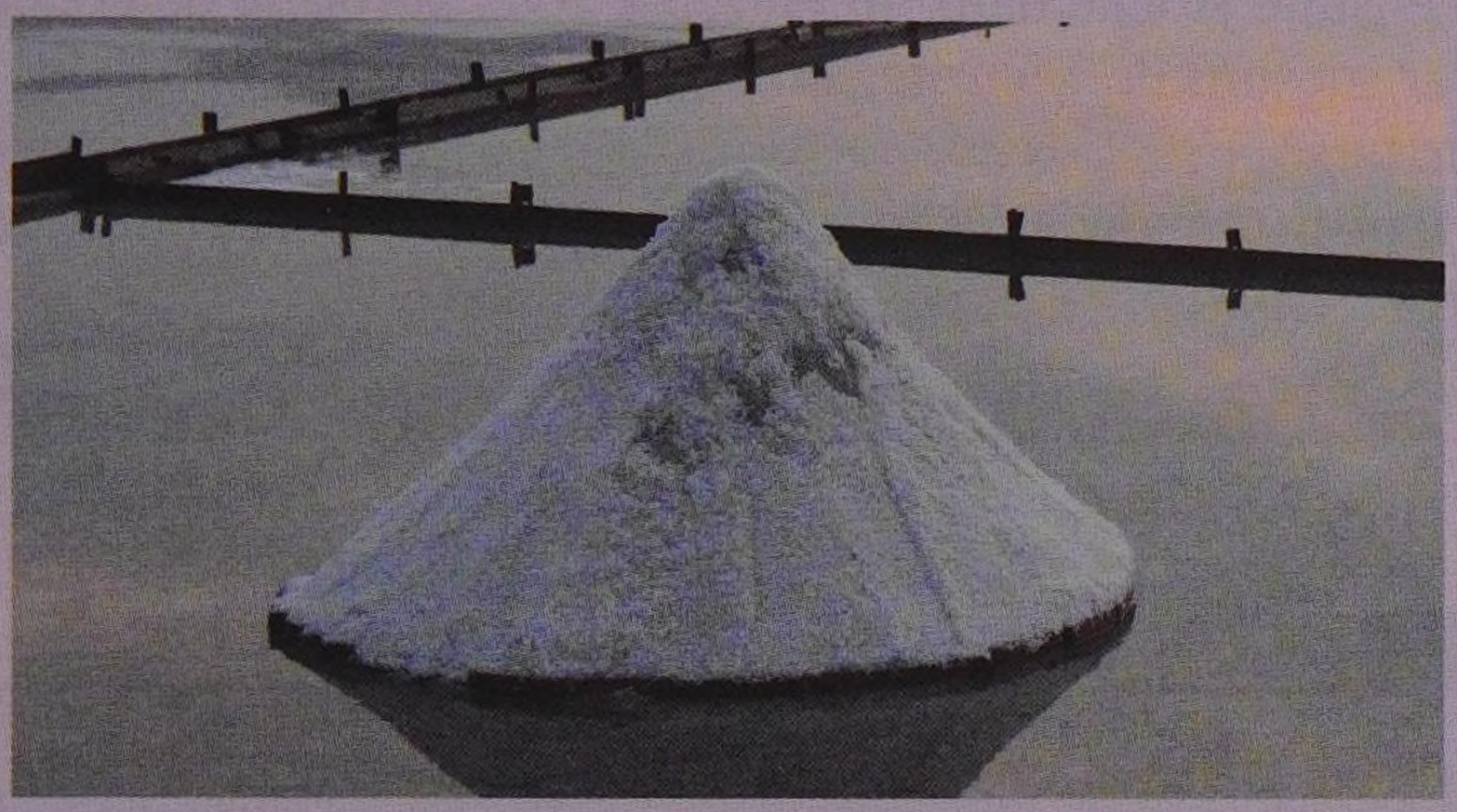
2. Quel sera le coût total du transport ?

3. Les tarifs de location du fourgon sont-ils proportionnels à la distance maximale autorisée par jour ?

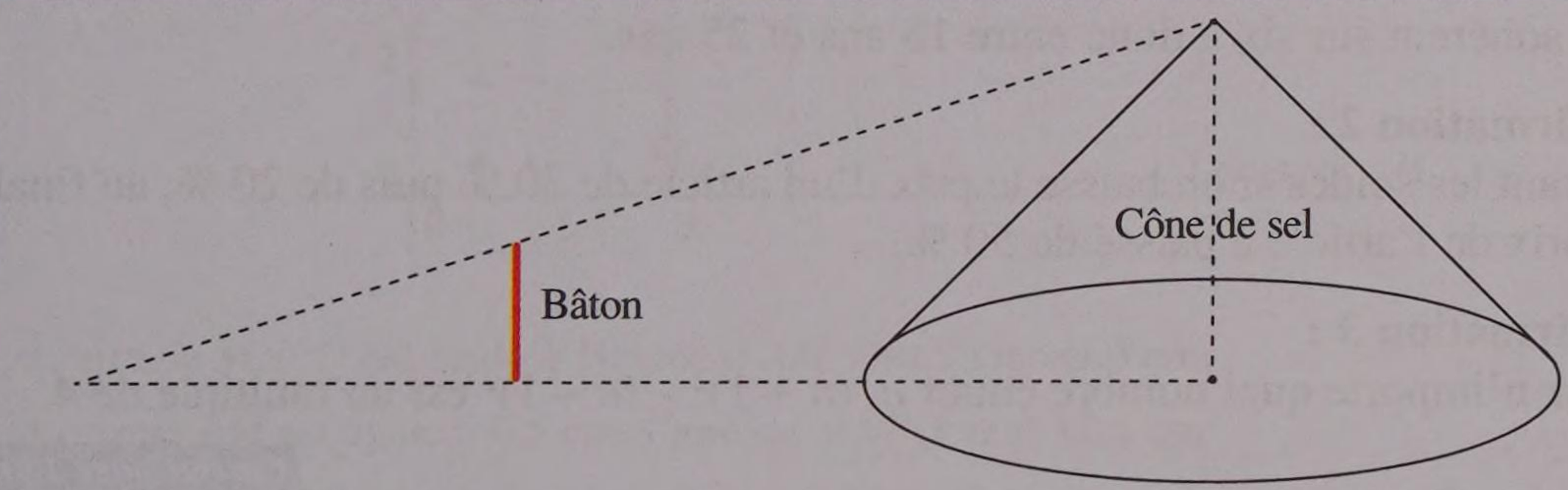
Corrigé page 179

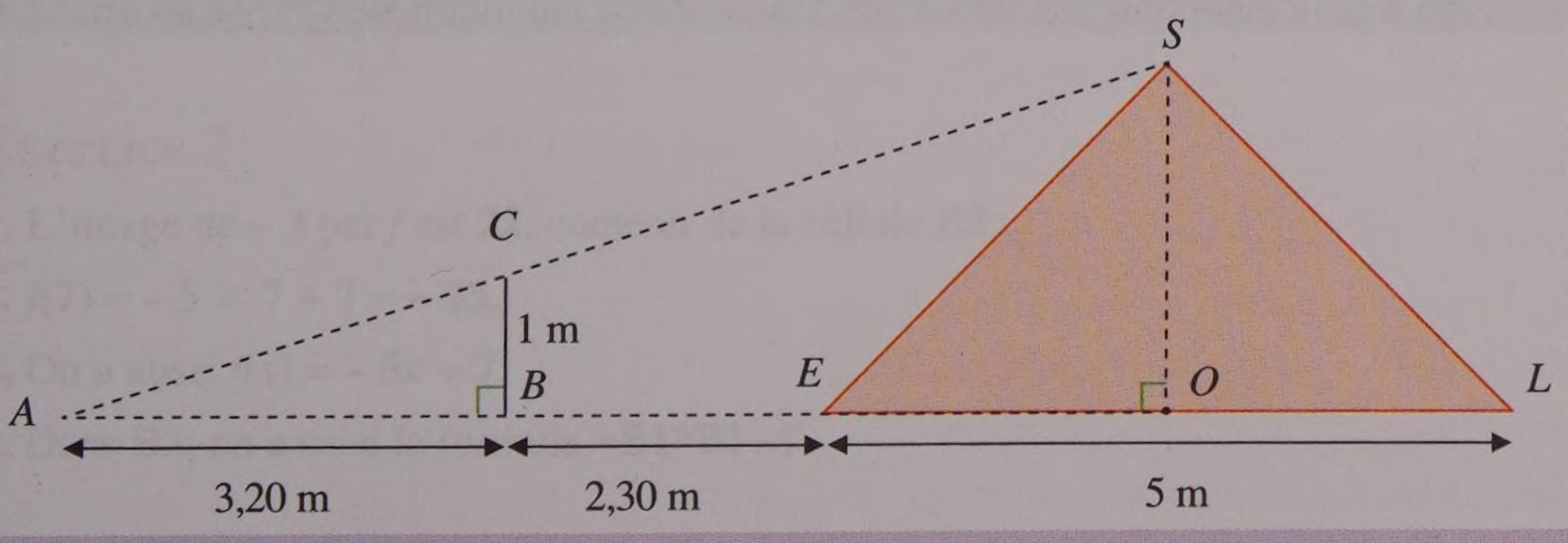
EXERCICE 6

Dans les marais salants, le sel récolté est stocké sur une surface plane comme l'illustre la photo ci-dessous.
On admet qu'un tas de sel a toujours la forme d'un cône de révolution.



1. a) Pascal souhaite déterminer la hauteur d'un cône de sel de diamètre 5 mètres. Il possède un bâton de longueur 1 mètre. Il effectue des mesures et réalise les deux schémas ci-dessous :





Démontrer que la hauteur de ce cône de sel est égale à 2,50 mètres.
Dans cette question, on n'attend pas de démonstration rédigée. Il suffit d'expliquer brièvement le raisonnement suivi et de présenter clairement les calculs.

b) À l'aide de la formule $V_{\text{cône}} = \dfrac{\pi \times \text{rayon}^2 \times \text{hauteur}}{3}$, déterminer, en m^3, le volume de sel contenu dans ce cône. Arrondir le résultat au m^3 près.

2. Le sel est ensuite stocké dans un entrepôt sous la forme de cônes de volume 1 000 m^3. Par mesure de sécurité, la hauteur d'un tel cône de sel ne doit pas dépasser 6 mètres.
Quel rayon faut-il prévoir au minimum pour la base ? Arrondir le résultat au décimètre près.

Corrigé page 179

EXERCICE 7

Chacune des trois affirmations suivantes est-elle vraie ou fausse ?
On rappelle que les réponses doivent être justifiées.

Affirmation 1 :
Dans un club sportif, les trois quarts des adhérents sont mineurs et le tiers des adhérents majeurs a plus de 25 ans.
Un adhérent sur six a donc entre 18 ans et 25 ans.

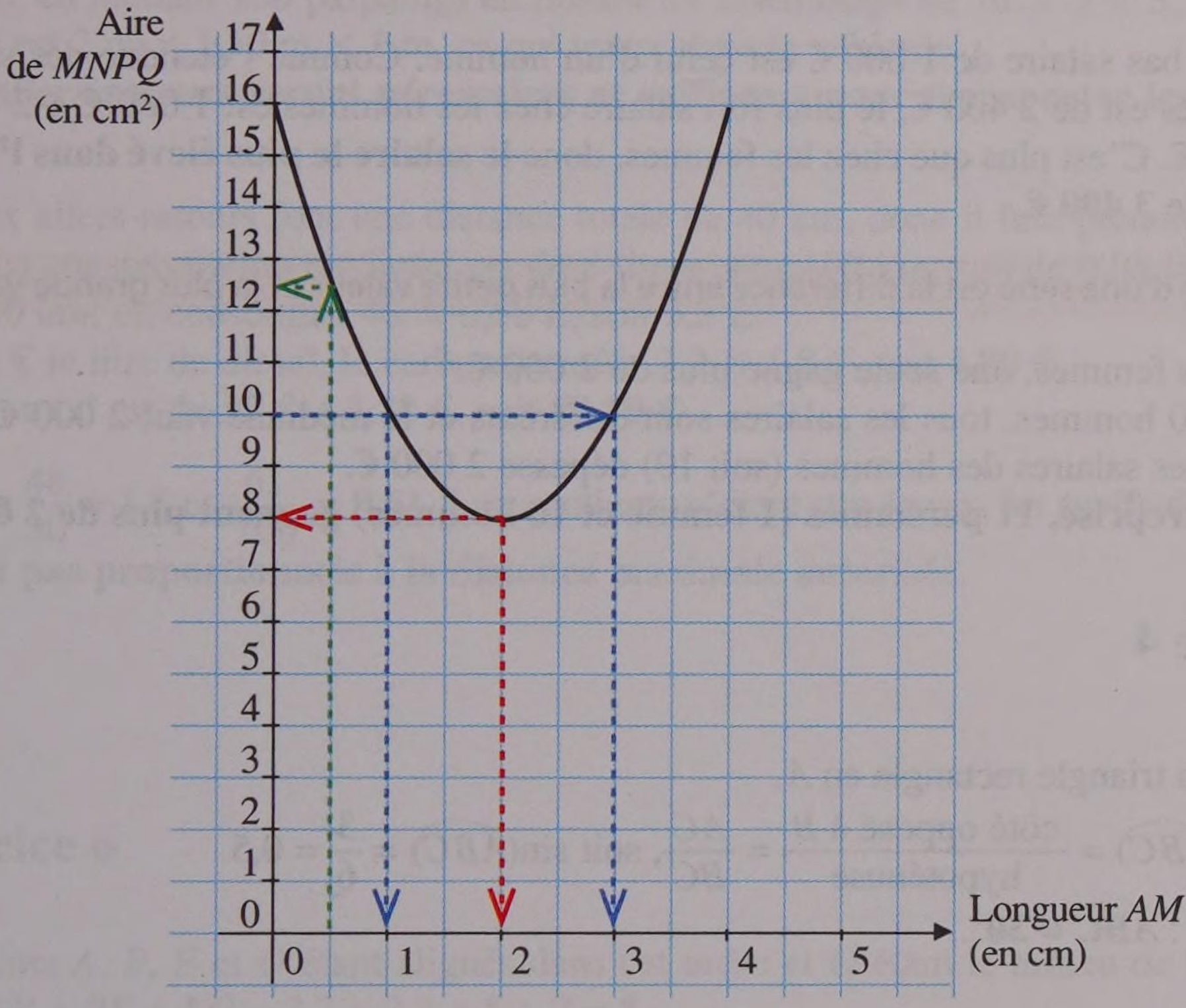
Affirmation 2 :
Durant les soldes si on baisse le prix d'un article de 30 % puis de 20 %, au final le prix de l'article a baissé de 50 %.

Affirmation 3 :
Pour n'importe quel nombre entier n, $(n + 1)^2 - (n - 1)^2$ est un multiple de 4.

Corrigé page 180

Corrigés

Exercice 1



1. L'aire de *MNPQ* est égale à 10 cm² si *AM* vaut **1 cm ou 3 cm**.

2. Lorsque *AM* est égale à 0,5 cm, l'aire de *MNPQ* vaut **12,5 cm²**.

3. L'aire de *MNPQ* est minimale si *AM* vaut **2 cm**. Cette aire minimale vaut **8 cm²**.

Exercice 2

1. L'image de – 3 par *f* est **22**, contenu de la cellule B2.

2. $f(7) = -5 \times 7 + 7 = \mathbf{-28}$.

3. On a aussi $f(x) = \mathbf{-5x + 7}$.

4. Dans B3, on a saisi la formule **=B1*B1+4**.

Exercice 3

1. Le salaire moyen en euros des femmes est :

$$\frac{1\,200 + 1\,230 + 1\,250 + \ldots + 2\,100}{10} = \frac{14\,500}{10} = 1\,450.$$

Celui des hommes est de 1 769 euros.
Le salaire moyen des femmes est inférieur de 319 euros à celui des hommes.

2. Il y a 10 femmes dans l'entreprise parmi un effectif total de 10 + 20, soit de 30.

En choisissant une personne au hasard, la probabilité que ce soit une femme est $\frac{10}{30}$, soit $\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{3}}$.

3. Le plus bas salaire de 1 000 € est celui d'un homme. Comme l'étendue des salaires des hommes est de 2 400 €, le plus fort salaire chez les hommes est 1 000 € + 2 400 €, soit 3 400 €. C'est plus que chez les femmes, donc **le salaire le plus élevé dans l'entreprise est de 3 400 €**

L'étendue d'une série est la différence entre la plus petite valeur et la plus grande valeur.

4. Chez les femmes, une seule gagne plus de 2 000 €.
Chez les 20 hommes, tous les salaires sont différents et la médiane vaut 2 000 €, donc la moitié des salaires des hommes (soit 10) dépasse 2 000 €.
Dans l'entreprise, 11 personnes (1 femme et 10 hommes) gagnent plus de 2 000 €.

Exercice 4

Figure 1

ABC est un triangle rectangle en *A*.

On a $\sin(\widehat{ABC}) = \dfrac{\text{côté opposé à } B}{\text{hypoténuse}} = \dfrac{AC}{BC}$, soit $\sin(\widehat{ABC}) = \dfrac{3}{6} = 0{,}5$.

On a donc : $\widehat{ABC} = \mathbf{30°}$.

Figure 2

[*AB*] est un diamètre du cercle circonscrit à *ABC*.
Si un côté d'un triangle est un diamètre de son cercle circonscrit, alors ce triangle est rectangle au sommet opposé au côté diamètre.
ABC est rectangle en *C*. Ses angles aigus sont complémentaires.
On a $\widehat{ABC} = 90° - \widehat{BAC} = 90° - 59°$ donc $\widehat{ABC} = \mathbf{31°}$.

Figure 3

ABCDE est un pentagone régulier, donc $\widehat{AOB} = \dfrac{360°}{5} = \mathbf{72°}$.

Les triangles *AOB* et *BOC* sont semblables donc $\widehat{OBC} = \widehat{OAB}$.
On a $\widehat{ABC} = \widehat{ABO} + \widehat{OBC} = \widehat{ABO} + \widehat{OAB}$.
Or, dans un triangle, la somme des trois angles vaut 180°.
On a $\widehat{ABO} + \widehat{OAB} = 180° - \widehat{AOB} = 180° - 72° = 108°$.
On a donc $\widehat{ABC} = \mathbf{108°}$.

Dans un polygone régulier à *n* côtés, l'angle au centre entre deux sommets consécutifs mesure $\dfrac{360°}{n}$.

Exercice 5

1. La masse totale des 300 parpaings est 300 × 10 kg, soit 3 000 kg ou 3 tonnes. La charge pouvant être transportée est au maximum de 1,7 tonne donc un seul voyage ne suffit pas.
En deux voyages, on peut transporter 2 × 1,7 tonne soit 3,4 tonnes.
De plus, en mettant 150 parpaings en faisant un assemblage de 10 × 3 × 5, le volume occupé est 2 m × 1,50 m × 1 m, ce qui rentre dans le véhicule.
Deux allers-retours seront nécessaires et suffisants pour transporter les 300 parpaings.

2. Deux allers-retours font une distance totale de 40 km, donc il faut prendre le tarif à 55 €. La consommation de diesel est de 8 litres pour 100 km, soit de 0,08 litre au km.
Avec 40 km, on consomme 40 × 0,08 L, soit 3,2 L.
À 1,50 € le litre de diesel, le carburant coûte 3,2 × 1,5 €, soit 4,80 €.
Le coût total est de 55 € + 4,80 €, soit **59,80 €**.

3. On a $\frac{48}{30} = 1{,}6$ et $\frac{61}{100} = 0{,}61$. Les quotients n'étant pas égaux, **les tarifs de location ne sont pas proportionnels à la distance maximale autorisée**.

Exercice 6

1. a)

Les points A, B, E et O étant alignés dans cet ordre et O étant le milieu de $[EL]$, on a $AO = AB + BE + EO = 3{,}2 + 2{,}3 + 5 \div 2 = 8$.
CAB et SAO sont deux triangles rectangles respectivement en B et en O qui possèdent en A le même angle aigu.
Les tangentes de ces deux angles aigus sont égales.

Dans CAB, on a : $\tan(\widehat{A}) = \dfrac{\text{côté opposé à } A}{\text{côté adjacent à } A} = \dfrac{CB}{AB} = \dfrac{1}{3{,}20}$.

Dans SAO, on a $\tan(\widehat{A}) = \dfrac{\text{côté opposé à } A}{\text{côté adjacent à } A} = \dfrac{SO}{AO} = \dfrac{SO}{8}$.

On a donc $\dfrac{1}{3{,}2} \times 8 = SO$, soit $2{,}5 = SO$.

La hauteur du tas de sel est égale à 2,50 mètres.

On peut aussi utiliser le théorème de Thalès.

b) On a : $V = \dfrac{\pi \times 2{,}5^2 \times 2{,}5}{3} \approx 16{,}36$.

Le volume de sel dans le cône est 16 m³ à 1 m³ près.

2. Soit x le rayon minimal à prévoir.

On veut avoir $1\,000 = \dfrac{\pi \times x^2 \times 6}{3}$, qui donne successivement :

$3\,000 = \pi \times x^2 \times 6$;

$3\,000 \div (6\pi) = x^2$;

$\sqrt{\dfrac{3\,000}{6\pi}} = x$ car x est une longueur donc un nombre positif ;

$\sqrt{\dfrac{500}{\pi}} = x$.

Le rayon minimum est de 12,6 m au décimètre près.

Exercice 7

• La proportion de l'ensemble des adhérents vaut 1.

La proportion des mineurs vaut $\dfrac{3}{4}$.

Si trois quarts des adhérents sont mineurs, les majeurs représentent un quart des adhérents. Et parmi eux, un tiers a plus de 25 ans.

La proportion des majeurs de plus de 25 ans vaut $\dfrac{1}{3} \times \dfrac{1}{4}$, soit $\dfrac{1}{12}$.

La proportion d'adhérents ayant entre 18 ans et 25 ans vaut :

$1 - \dfrac{3}{4} - \dfrac{1}{12} = \dfrac{12}{12} - \dfrac{9}{12} - \dfrac{1}{12} = \dfrac{2}{12} = \dfrac{1}{6}$.

L'affirmation 1 est vraie.

• Soit x le prix initial de l'article.

Après les deux baisses, le prix est :

$x\left(1 - \dfrac{30}{100}\right)\left(1 - \dfrac{20}{100}\right) = x \times 0{,}7 \times 0{,}8 = x \times 0{,}56 = x\left(1 - \dfrac{44}{100}\right)$.

Au final, le prix a baissé de 44 %. **L'affirmation 2 est fausse.**

Réduire une valeur de a % revient à multiplier cette valeur par $\left(1 - \dfrac{a}{100}\right)$.

• Pour n'importe quel nombre entier n, on a :

$(n + 1)^2 - (n - 1)^2 = n^2 + 2n + 1 - (n^2 - 2n + 1)$

$= n^2 + 2n + 1 - n^2 + 2n - 1 = 4n$.

C'est un multiple de 4. **L'affirmation 3 est vraie.**

SUJET 18

Pondichéry

CONSEIL

Toutes les réponses doivent être justifiées, sauf si une indication contraire est donnée.
Pour chaque question, si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche. Elle sera prise en compte dans la notation.

EXERCICE 1

Emma et Arthur ont acheté pour leur mariage 3 003 dragées au chocolat et 3 731 dragées aux amandes.

1. Arthur propose de répartir ces dragées de façon identique dans 20 corbeilles. Chaque corbeille doit avoir la même composition.
Combien lui reste-t-il de dragées non utilisées ?

2. Emma et Arthur changent d'avis et décident de proposer des petits ballotins* dont la composition est identique. Ils souhaitent qu'il ne leur reste pas de dragées.

a) Emma propose d'en faire 90. Ceci convient-il ? Justifier.

b) Ils se mettent d'accord pour faire un maximum de ballotins.
Combien en feront-ils et quelle sera leur composition ?

** Un ballotin est un emballage pour confiseries, une boîte par exemple.*

Corrigé page 186

EXERCICE 2

Cet exercice est un questionnaire à choix multiple (QCM). Pour chaque ligne du tableau, trois réponses sont proposées, mais une seule est exacte. Toute réponse exacte vaut 1 point. Toute réponse inexacte ou toute absence de réponse n'enlève pas de point. Indiquer sur la copie le numéro de la question et, sans justifier, recopier la réponse exacte (A ou B ou C).

Question posée	Réponses proposées		
	A	B	C
1. $\sqrt{(-5)^2}$	n'existe pas	est égal à – 5	est égal à 5
2. Si deux figures ont la même aire, alors	elles sont superposables.	elles ont le même périmètre.	leurs périmètres ne sont pas forcément égaux.
3. Soit f la fonction définie par : $f(x) = 3x - (2x + 7) + (3x + 5)$.	f est une fonction affine.	f est une fonction linéaire.	f n'est pas une fonction affine.
4. Hachim a récupéré les résultats d'une enquête sur les numéros qui sont sortis ces dernières années au loto. Il souhaite jouer lors du prochain tirage.	Il vaut mieux qu'il joue les numéros qui sont souvent sortis.	Il vaut mieux qu'il joue les numéros qui ne sont pas souvent sortis.	L'enquête ne peut pas aider.
5. Une expression factorisée de $(x - 1)^2 - 16$ est...	$(x + 3)(x - 5)$	$(x - 4)(x + 4)$	$x^2 - 2x + 5$

Corrigé page 186

EXERCICE 3

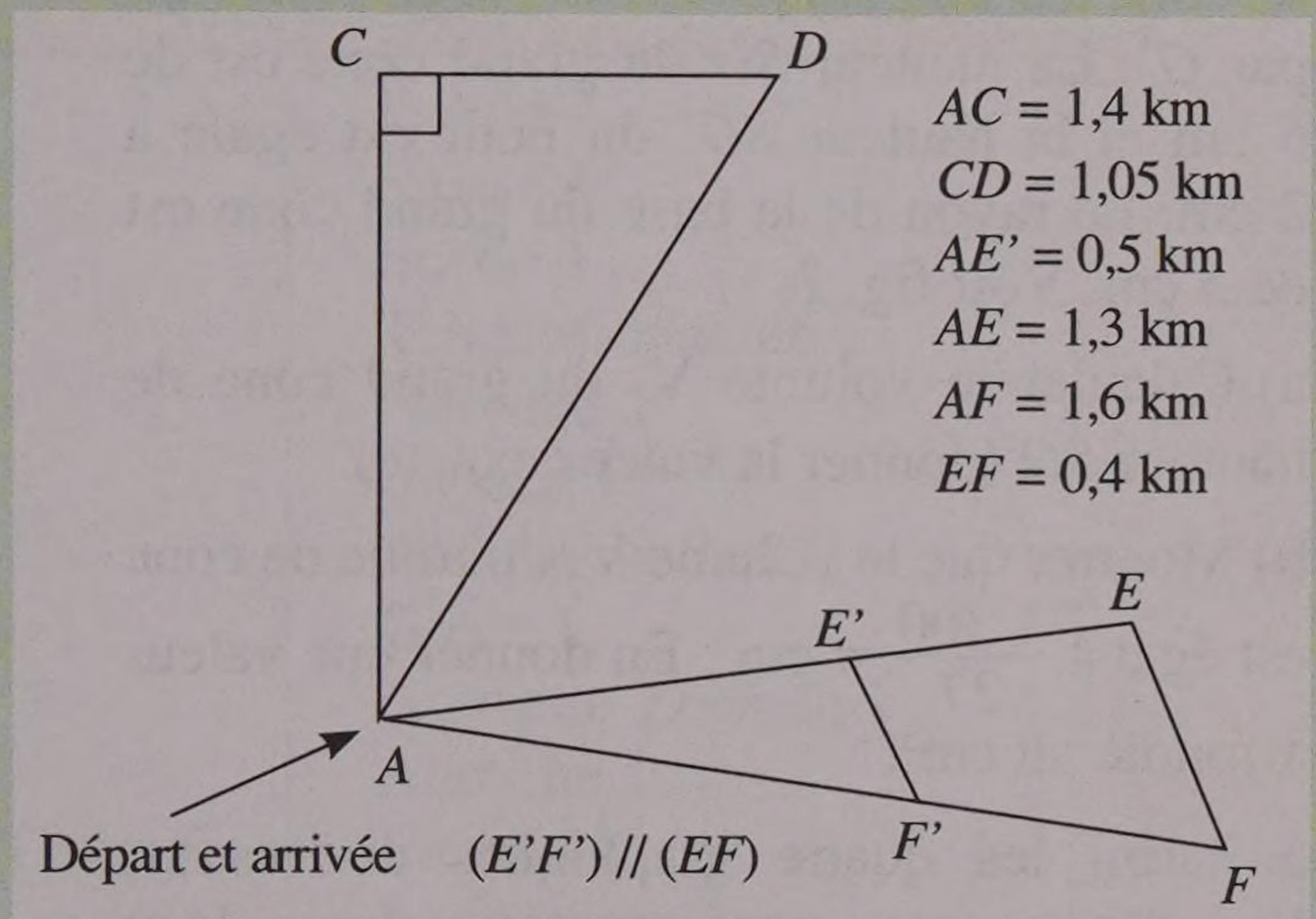
« Je prends un nombre entier. Je lui ajoute 3 et je multiplie le résultat par 7. J'ajoute le triple du nombre de départ au résultat et j'enlève 21. J'obtiens toujours un multiple de 10. »
Est-ce vrai ? Justifier.

Si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche. Elle sera prise en compte dans l'évaluation.

Corrigé page 187

EXERCICE 4

Une commune souhaite aménager des parcours de santé sur son territoire. On fait deux propositions au conseil municipal, schématisées ci-dessous :
– le parcours *ACDA*,
– le parcours *AEFA*.
Ils souhaitent faire un parcours dont la longueur s'approche le plus possible de 4 km.
Peux-tu les aider à choisir le parcours ? Justifie ta réponse.
Attention : la figure proposée au conseil municipal n'est pas à l'échelle, mais les codages et les dimensions données sont corrects.



$AC = 1{,}4$ km
$CD = 1{,}05$ km
$AE' = 0{,}5$ km
$AE = 1{,}3$ km
$AF = 1{,}6$ km
$EF = 0{,}4$ km

Départ et arrivée $(E'F') \,//\, (EF)$

L'angle $\widehat{A}$ dans le triangle AEF vaut 30°.

Corrigé page 187

EXERCICE 5

Pense-bête : toutes les formules données ci-dessous correspondent bien à des formules d'aires ou de volumes. On ne sait pas à quoi elles correspondent, mais elles peuvent quand même être utiles pour résoudre l'exercice ci-dessous.

$\frac{1}{3} \times$ aire de la base $\times$ hauteur

$\frac{4}{3} \pi r^3$

aire de la base $\times$ hauteur

πr^2

Voici une bouteille constituée d'un cylindre et d'un tronc de cône surmonté par un goulot cylindrique.
La bouteille est pleine lorsqu'elle est remplie jusqu'au goulot.
Les dimensions sont notées sur le schéma.

1. Calculer le volume exact de la partie cylindrique de la bouteille puis en donner un arrondi au cm^3. Voir fig. 1.

2. Pour obtenir le tronc de cône, on a coupé un cône par un plan parallèle à la base passant par *O'*. La hauteur *SO* du grand cône est de 6 cm et la hauteur *SO'* du petit est égale à 2 cm. Le rayon de la base du grand cône est de 5 cm. Voir fig. 2.

a) Calculer le volume V_1 du grand cône de hauteur *SO* (donner la valeur exacte).

b) Montrer que le volume V_2 du tronc de cône est égal à $\frac{1\,300}{27}\,\pi$ cm^3. En donner une valeur arrondie au cm^3.

3. Parmi les quatre graphiques ci-dessous, l'un d'entre eux représente le volume $V(h)$ de la bouteille en fonction de la hauteur h de remplissage du bidon. Quel est ce graphique ? Pourquoi les autres ne sont-ils pas convenables ?

fig. 1

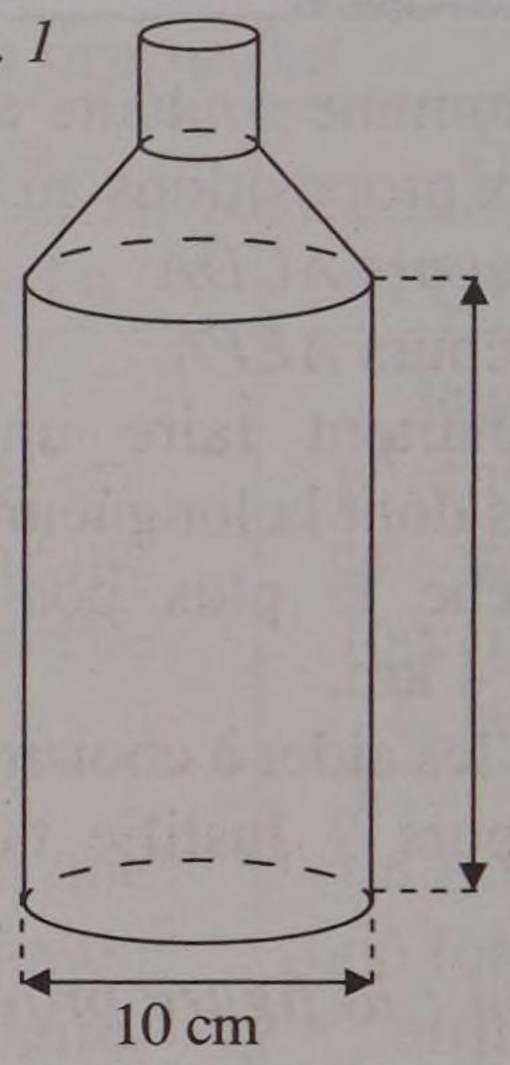
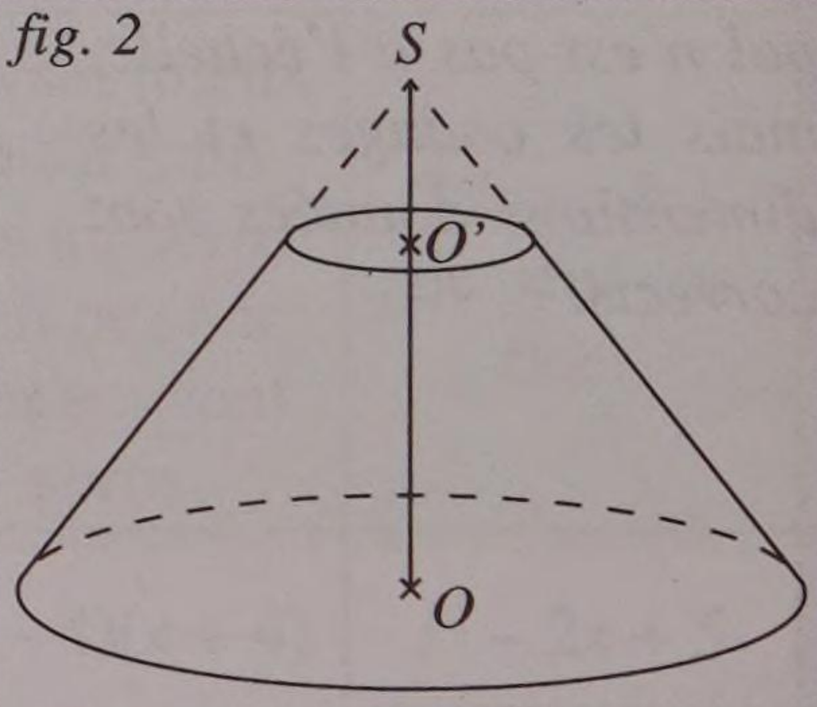
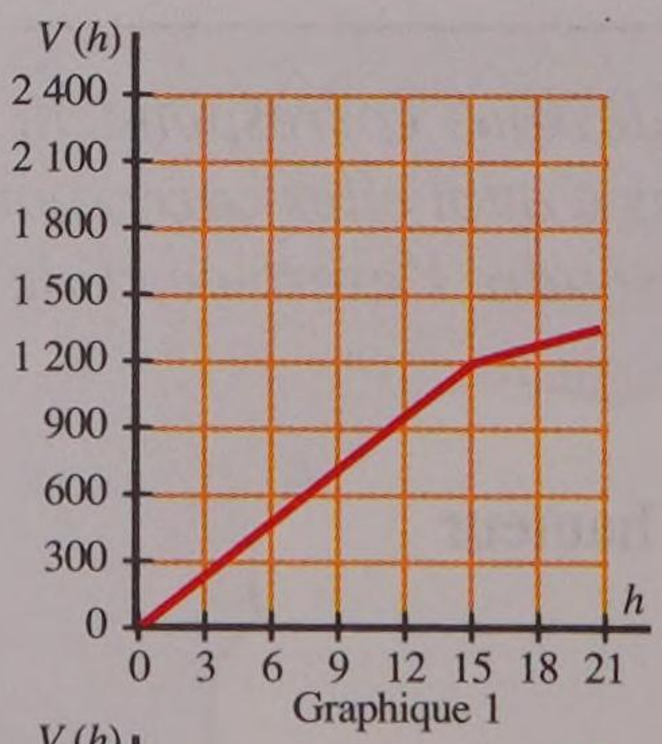


fig. 2

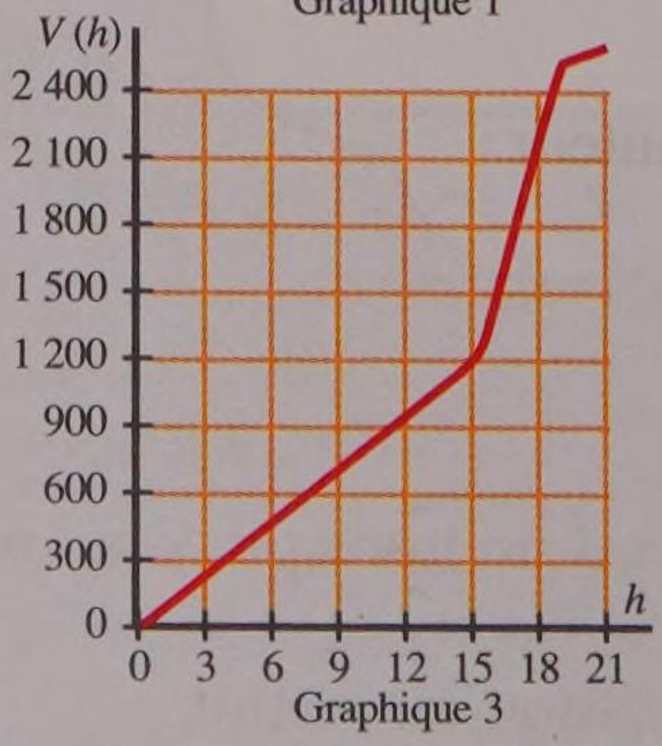




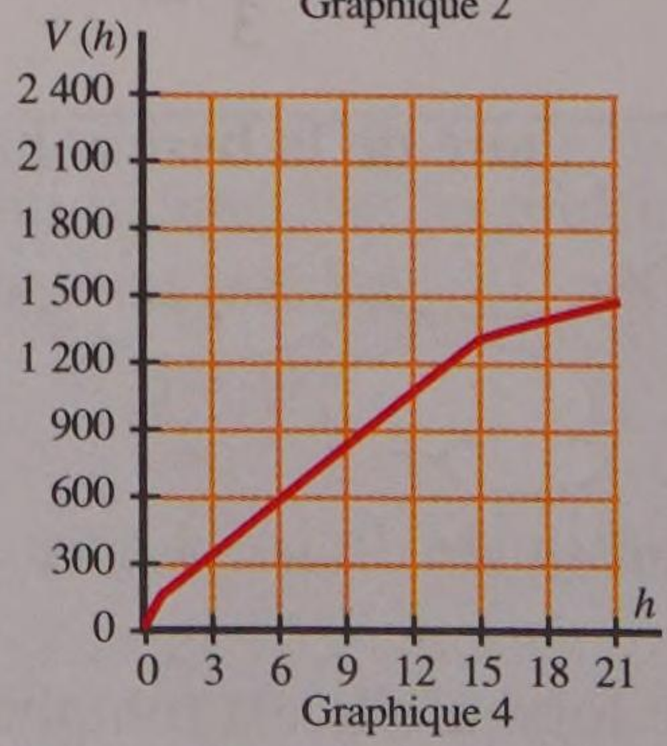
Graphique 1



Graphique 2



Graphique 3



Graphique 4

Corrigé page 187

EXERCICE 6

Voici le classement des médailles d'or reçues par les pays participant aux Jeux Olympiques pour le cyclisme masculin (Source : Wikipédia).

Bilan des médailles d'or de 1896 à 2008 :

Nation Or	
France 40	Russie 4
Italie 32	Suisse 3
Royaume-Uni 18	Suède 3
Pays-Bas 15	Tchécoslovaquie 2
États-Unis 14	Norvège 2
Australie 13	Canada 1
Allemagne 13	Afrique du Sud 1
Union soviétique 11	Grèce 1
Belgique 6	Nouvelle-Zélande 1
Danemark 6	Autriche 1
Allemagne de l'Ouest 6	Estonie 1
Espagne 5	Lettonie 1
Allemagne de l'Est 4	Argentine 1

1. Voici un extrait du tableur :

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
1	Nombre de médailles d'or	1	2	3	4	5	6	11	13	14	15	18	32	40	
2	Effectif	8	2	2	2	1	3	1	2	1	1	1	1	1	26

Quelle formule a-t-on saisie dans la cellule O2 pour obtenir le nombre total de pays ayant eu une médaille d'or ?

2. a) Calculer la moyenne de cette série (arrondir à l'unité).

b) Déterminer la médiane de cette série.

c) En observant les valeurs prises par la série, donner un argument qui explique pourquoi les valeurs de la moyenne et de la médiane sont différentes.

3. Pour le cyclisme masculin, 70 % des pays médaillés ont obtenu au moins une médaille d'or. Quel est le nombre de pays qui n'ont obtenu que des médailles d'argent ou de bronze (arrondir le résultat à l'unité) ?

Si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de recherche. Elle sera prise en compte dans l'évaluation.

Corrigé page 188

Corrigés

Exercice 1

1. On a $3\,003 = 150 \times 20 + 3$ et $3\,731 = 186 \times 20 + 11$.
En mettant 150 dragées au chocolat et 186 dragées aux amandes dans chacune des 20 corbeilles, il restera 3 dragées au chocolat et 11 dragées aux amandes, soit au total **14 dragées non utilisées**.

2. a) 90 ne divise ni 3 003 ni 3 731, donc en faisant 90 ballotins identiques il y aura forcément des restes.
Proposer de faire 90 ballotins ne convient pas.

b) Devant utiliser toutes les dragées et faire des ballotins identiques, le nombre de ballotins doit diviser 3 003 et 3 731. De plus, devant être maximal, ce nombre de ballotins est le PGCD de 3 003 et de 3 731.
On utilise l'algorithme d'Euclide :

a	b	r
3 731	3 003	728
3 003	728	91
728	91	0

Le PGCD de 3 003 et de 3 731 est 91.
Le nombre maximal de ballotins qu'Emma et Arthur peuvent réaliser est 91.
On a $3\,003 \div 91 = 33$ et $3\,731 \div 91 = 41$.
Dans chaque ballotin, il y aura alors **33 dragées au chocolat et 41 dragées aux amandes.**

Exercice 2

1. $\sqrt{(-5)^2} = \sqrt{(-5)(-5)} = \sqrt{25} = 5$: **réponse C.**

2. Un carré de côté 4 a une aire de 16 et un périmètre de 16.
Un rectangle qui mesure 2 sur 8 a une aire de 16 et un périmètre de 20.
Ces deux figures ont la même aire et des périmètres différents : **réponse C.**

3. $f(x) = 3x - (2x + 7) + (3x + 5) = 3x - 2x - 7 + 3x + 5 = 4x - 2$.
f est donc affine : **réponse A.**

Toute fonction f telle qu'on puisse écrire $f(x)$ sous la forme $ax + b$ est affine.

4. Les résultats passés n'ont aucune influence sur les résultats futurs, donc l'enquête ne peut pas aider : **réponse C.**

5. $(x - 1)^2 - 16 = (x - 1)^2 - 4^2 = (x - 1 + 4)(x - 1 - 4) = (x + 3)(x - 5)$: **réponse A.**

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

Exercice 3

Soit n l'entier choisi. Le résultat obtenu est :
$(n + 3) \times 7 + 3n - 21 = 7n + 21 + 3n - 21 = 10n$. C'est un multiple de 10.
L'affirmation est vraie.

Les multiples de 10 sont les entiers qu'on peut écrire sous la forme $10n$ avec n entier.

Exercice 4

• Dans le triangle ACD rectangle en C, d'après le théorème de Pythagore, on a successivement :
$AD^2 = AC^2 + CD^2$
$AD^2 = 1{,}4^2 + 1{,}05^2$
$AD^2 = 3{,}0625$
$AD = \sqrt{3{,}0625}$ car c'est une longueur
$AD = 1{,}75$.
La longueur du parcours $ACDA$ est $AC + CD + DA$,
soit 1,4 km + 1,05 km + 1,75 km, c'est-à-dire **4,2 km**.
• AEF est un triangle avec E' un point sur (AE), F' un point sur (AF) avec $(E'F')$ parallèle à (EF).
D'après le théorème de Thalès, on a :

$\frac{AE'}{AE} = \frac{AF'}{AF} = \frac{E'F'}{EF}$, ce qui donne $\frac{0{,}5}{1{,}3} = \frac{0{,}4}{EF}$.

Par produit en croix, on a $0{,}5 \times EF = 1{,}3 \times 0{,}4$ ou encore $EF = \frac{1{,}3 \times 0{,}4}{0{,}5}$.
On a donc $EF = 1{,}04$.
La longueur du parcours EFA est $AE + EF + FA$,
soit 1,3 km + 1,04 km + 1,6 km, c'est-à-dire **3,94 km**.
• On peut donc conseiller à la commune **le parcours *AEFA*** car c'est celui des deux parcours dont la longueur est la plus proche des 4 km.

Exercice 5

1. Le rayon du cylindre est 10 cm ÷ 2, soit 5 cm.
Soit V le volume de la partie cylindrique de la bouteille.
On a : V = aire de base × hauteur = $\pi r^2 \times h = \pi \times 5^2 \times 15$.
$\boldsymbol{V_c = 375\pi}$ **cm³**, soit **1 178 cm³** au cm³ près.

2. a) Le volume V_1 du grand cône est $\frac{1}{3}$ × aire de base × hauteur,
soit $\frac{\pi \times 5^2 \times 6}{3}$. On a $\boldsymbol{V_1 = 50\pi}$ **cm³**.

b) Le petit cône enlevé de hauteur SO' est une réduction de grand cône de rapport $\frac{SO}{SO'} = \frac{1}{3}$. Son volume est $V_1 \times \left(\frac{1}{3}\right)^3 = \frac{V_1}{27}$.

Dans une réduction de rapport k, les volumes sont multipliés par k^3.

Le volume V_2 du tronc de cône est égal à $V_1 - \frac{V_1}{27} = \frac{26V_1}{27}$.

On a bien $V_2 = \frac{1\,300}{27}\pi$ **cm³**, soit **151 cm³** au cm³ près.

3. • Quand la hauteur h augmente, le volume dans la bouteille ne peut qu'augmenter, donc **le graphique 2 ne convient pas** car il y a une partie où le volume diminue.
• Quand la hauteur de liquide est nulle, le volume est aussi nul, donc **le graphique 4** ne convient pas car le tracé ne passe pas par l'origine du repère.
• Quand la bouteille est remplie jusqu'en haut de la partie conique, c'est-à-dire pour une hauteur de 19 cm (15 cm + 4 cm), le volume du liquide est environ 1 178 cm³ + 151 cm³, soit environ 1 329 cm³. **Le graphique 3 ne convient pas** car il indique un volume supérieur à 2 400 cm³ pour une hauteur de 19 cm.
• **Le graphique 1 est donc celui qui convient.**

Exercice 6

1. Pour faire la somme des valeurs des cellules B2 à N2, on peut mettre dans la cellule O2, la formule **=SOMME(B2:N2)**.

2. a) On a $m = \frac{8 \times 1 + 2 \times 2 + 2 \times 3 + \ldots + 1 \times 32 + 1 \times 40}{26} = \frac{205}{26}$.
La moyenne de cette série est de 8 médailles à l'unité près.

b) Comme il y a 26 valeurs, on prend comme médiane la moyenne de la treizième valeur (4 médailles pour la Russie) et de la quatorzième valeur (4 médailles pour l'Allemagne de l'Est).
La médiane de cette série est de 4 médailles.

c) Les valeurs de la moyenne et de la médiane sont différentes, car la moyenne est influencée par les valeurs extrêmes de la série (32 et 40) alors que la médiane n'est pas influencée par ces deux valeurs extrêmes.

3. Les 26 pays ayant eu des médailles d'or représentent 70 % des pays médaillés. Le nombre de pays médaillés est donc 26 ÷ 0,70, soit 37.
Comme 37 – 26 = 11, **11 pays n'ont obtenu que des médailles d'argent ou de bronze**.

JUIN 2014

SUJET 19

Amérique du Nord

CONSEIL

Toutes les réponses doivent être justifiées, sauf si une indication contraire est donnée.
Pour chaque question, si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche. Elle sera prise en compte dans la notation.

EXERCICE 1

Cet exercice est un questionnaire à choix multiple (QCM). Pour chaque question, une seule réponse est exacte. Aucune justification n'est demandée.
Pour chacune des quatre questions, écrire sur la copie le numéro de la question et la lettre A, B ou C correspondant à la réponse choisie.

Questions	Réponses		
	A	B	C
1. $\left(\frac{2}{7}+\frac{3}{7}\right)\div\frac{1}{5}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{25}{7}$	$\frac{17}{7}$
2. Le PGCD des nombres 84 et 133 est…	1	7	3
3. Les solutions de l'inéquation $-3x+5\geqslant 9$ sont les nombres x tels que…	$x\leqslant\frac{-4}{3}$	$x=\frac{-4}{3}$	$x\geqslant\frac{-4}{3}$
4. $(1+\sqrt{2})^2$ est égal à…	3	$3-\sqrt{2}$	$3+2\sqrt{2}$

Corrigé page 196

Sujet 19

Les huit exercices qui suivent traitent du même thème « le canal du Midi* » mais sont indépendants. Le vocabulaire spécifique est donné sur le schéma de l'exercice 7.

* Le canal du Midi est un canal qui rejoint l'Atlantique à la Méditérranée.

EXERCICE 2

Pour amortir les chocs contre les autres embarcations ou le quai, les péniches sont équipées de « boudins » de protection.

Calculer le volume exact en cm^3 du « boudin » de protection ci-dessous, puis arrondir au centième.

Rappel

Volume d'un cylindre de révolution

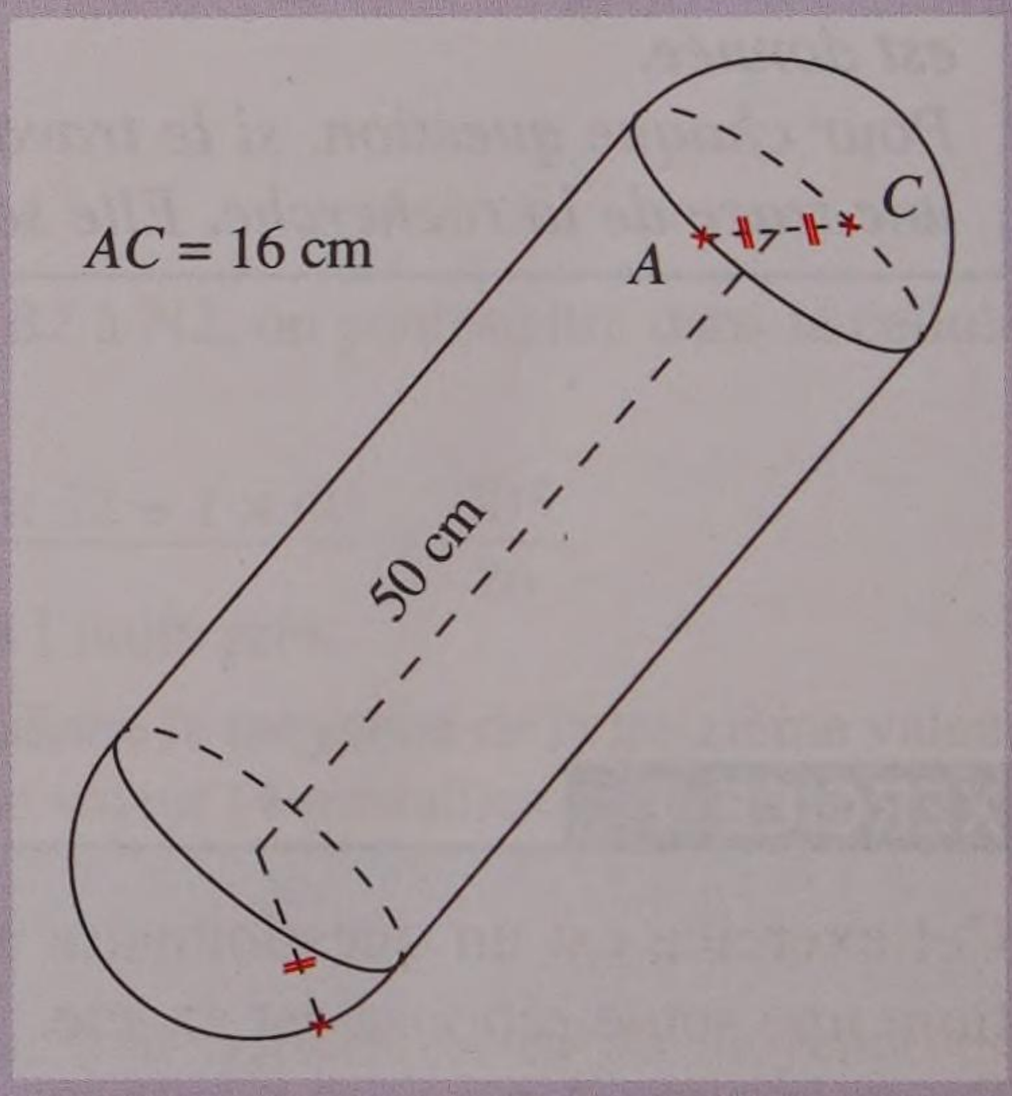
$V = \pi R^2 h$

où h désigne la hauteur du cylindre et R le rayon de la base.

Volume d'une boule

$V = \frac{4}{3}\pi R^3$

où R désigne le rayon de la boule.



Corrigé page 196

EXERCICE 3

1. La longueur du canal du Midi est de 240 km de Toulouse à l'étang de Thau et la vitesse des embarcations y est limitée à 8 km/h.
Combien de temps, au moins, faut-il pour effectuer ce trajet en péniche sans faire de pause ?

2. On assimilera une écluse à un pavé droit de 8,4 m de large, de 30 m de long et de 3 m de hauteur.
Calculer le volume de cette écluse.

3. Le prix hebdomadaire de la location d'un bateau à moteur dépend de la période. Il est de 882 € du 01/01/2014 au 28/04/2014.
Il augmente de 27 % pour la période du 29/04/2014 au 15/05/2014.
Calculer le prix de la location pour cette période.

Corrigé page 197

EXERCICE 4

Durant un parcours sur le canal du Midi partant de l'écluse de Renneville jusqu'à l'écluse de Gay, on a relevé les hauteur de chaque écluse franchie depuis le départ dans la feuille de calcul ci-après.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1	**Écluse**	**de Renneville**	**d'Encassan**	**d'Emborrel**	**de l'Océan**	**de la Méditerranée**	**du Roc**	**de Laurens**	**de la Doumerque**	**de la Planque**	**de Saint-Roch**	**de Gay**	
2													
3	**Hauteur (m)**	2,44	4,85	3,08	2,62	– 2,58	– 5,58	– 6,78	– 2,24	– 2,63	– 9,42	– 5,23	
4													
5													

Les hauteurs franchies de manière ascendante sont notées positivement, celles de manière descendante négativement.

1. Quelle formule doit-on saisir dans la cellule M5 pour obtenir la valeur du dénivelé* du parcours ?

2. Quelle est la valeur du dénivelé du parcours ?

3. Le parcours est-il globalement ascendant ou descendant ?

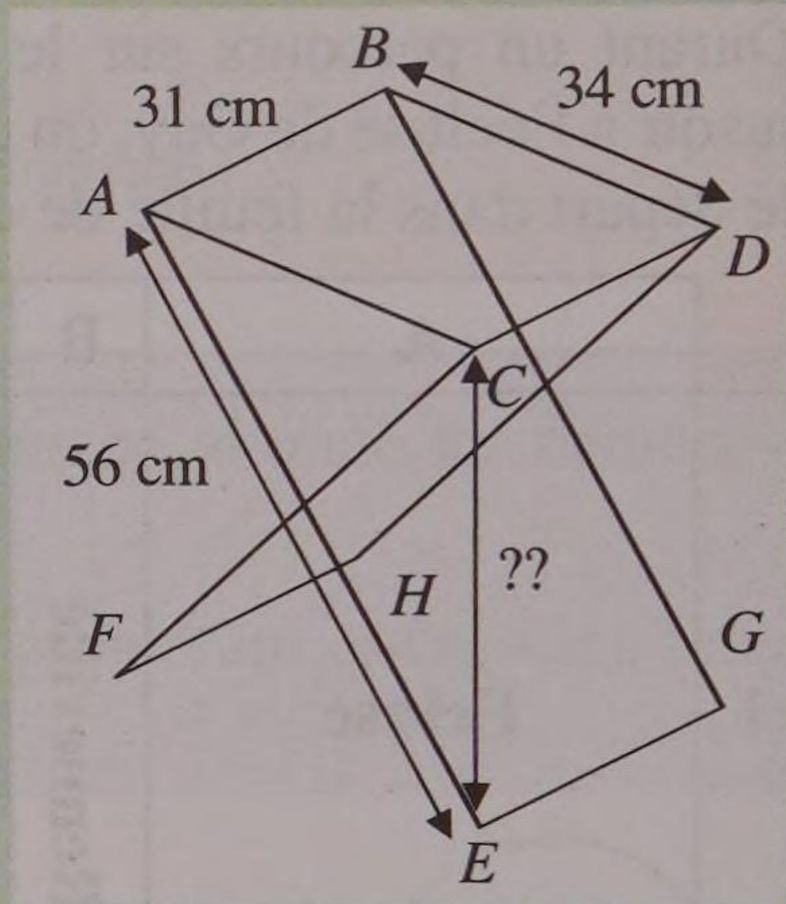
*Le dénivelé du parcours représente la différence de niveau (hauteur) entre l'écluse de départ et celle d'arrivée.

Corrigé page 197

EXERCICE 5

Pour une bonne partie de pêche au bord du canal, il faut un siège pliant adapté !
Nicolas est de taille moyenne et pour être bien assis, il est nécessaire que la hauteur de l'assise du siège soit comprise entre 44 cm et 46 cm.
Voici les dimensions d'un siège pliable qu'il a trouvé en vente sur Internet :
– longueur des pieds : 56 cm ;
– largeur de l'assise : 34 cm ;
– profondeur de l'assise : 31 cm.

L'angle $\widehat{ACE}$ est droit et $ABDC$ est rectangle.
La hauteur du siège lui est-elle adaptée ?



Corrigé page 197

EXERCICE 6

Pendant le remplissage d'une écluse, Jules et Paul, à bord de leur péniche, patientent en jouant aux dés. Ces dés sont équilibrés.

1. Est-ce que, lors du jet d'un dé, la probabilité d'obtenir un « 1 » est la même que celle d'obtenir un « 5 » ? Expliquer.

2. Jules lance en même temps un dé rouge et un dé jaune. Par exemple, il peut obtenir 3 au dé rouge et 4 au dé jaune, c'est l'une des issues possibles. Expliquer pourquoi le nombre d'issues possibles quand il lance ses deux dés est de 36.

Jules propose à Paul de jouer avec les deux dés (un jaune et un rouge).
Il lui explique la règle :
• Le gagnant est le premier à remporter un total de 1 000 points.
• Si, lors d'un lancer, un joueur fait deux « 1 », c'est-à-dire une paire* de « 1 », il remporte 1 000 points (et donc la partie).
• Si un joueur obtient une paire de 2, il obtient 100 fois la valeur du 2, soit $2 \times 100 = 200$ points.
• De même, si un joueur obtient une paire de 3 ou de 4 ou de 5 ou de 6, il obtient 100 fois la valeur du dé, soit $3 \times 100 = 300$, ou...
• Si le joueur obtient un résultat autre qu'une paire (exemple 3 sur le dé jaune et 5 sur le dé rouge), il obtient 50 points.

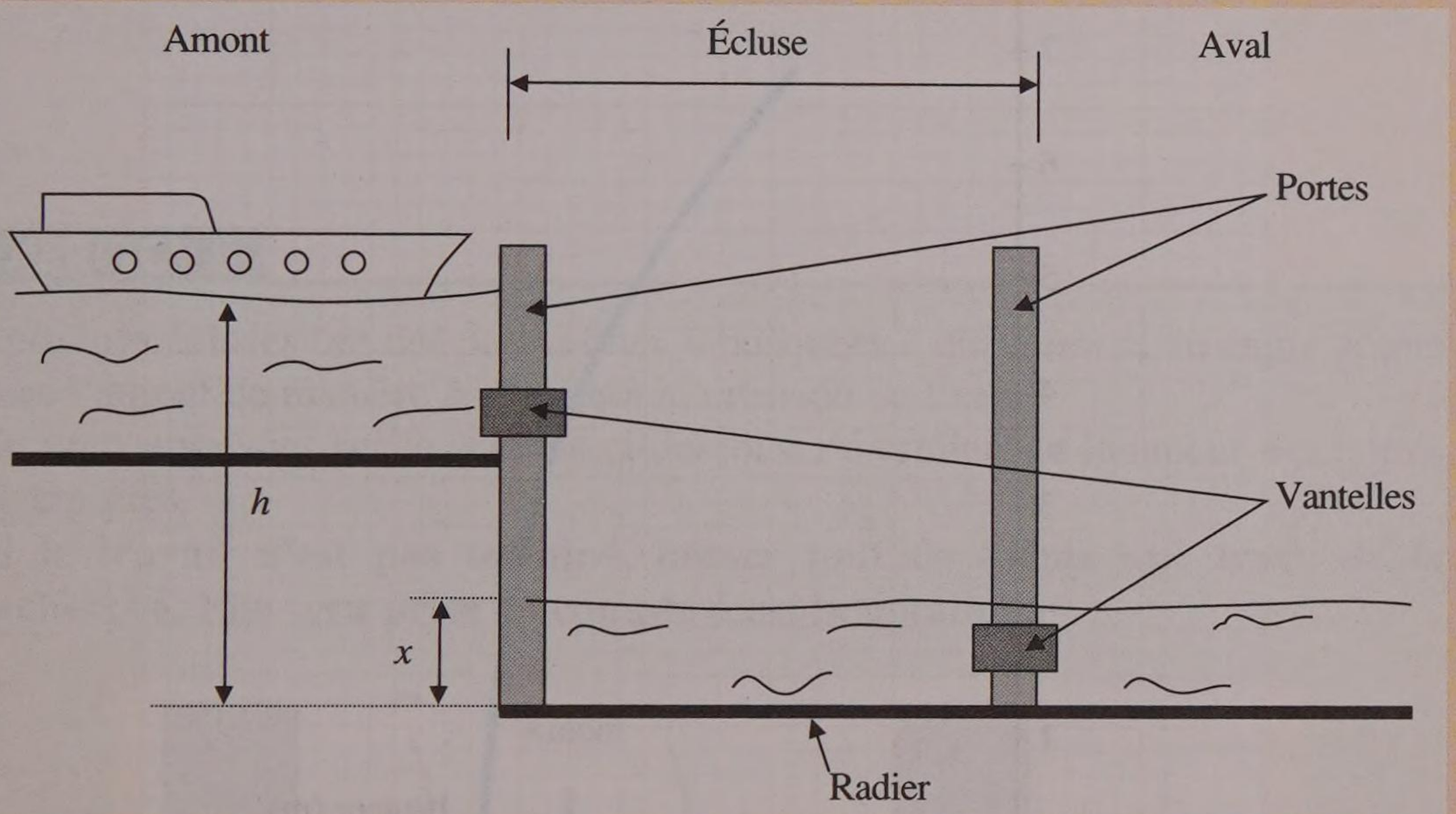
* *On appelle paire de 1 quand on obtient deux 1, une paire de 2 quand on obtient deux 2...*

3. Paul a déjà fait deux lancers et il a obtenu 650 points.
Quelle est la probabilité qu'il gagne la partie à son troisième lancer ?
Dans cette question, si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même sur la copie une trace de recherche. Elle sera prise en compte dans la notation.

Corrigé page 197

EXERCICE 7

On étudie plus précisément le remplissage d'une écluse pour faire passer une péniche de l'amont vers l'aval.
Principe : Il s'agit de faire monter le niveau de l'eau de l'écluse jusqu'au niveau du canal en amont afin que l'on puisse ensuite faire passer la péniche dans l'écluse. Ensuite l'écluse se vide et le niveau descend à celui du canal en aval. La péniche peut sortir de l'écluse et poursuivre dans le canal en aval.



Toutes les mesures de longueur sont exprimées en mètre.
On notera h la hauteur du niveau de l'eau en amont et x la hauteur du niveau de l'eau dans l'écluse.
Ces hauteurs sont mesurées à partir du radier (fond) de l'écluse (voir schéma ci-dessus).
Lorsque la péniche se présente à l'écluse, on a $h = 4{,}3$ m et $x = 1{,}8$ m.
La vitesse de l'eau s'écoulant par la vantelle (vanne) est donnée par la formule suivante :

$$v = \sqrt{2g(h - x)}$$

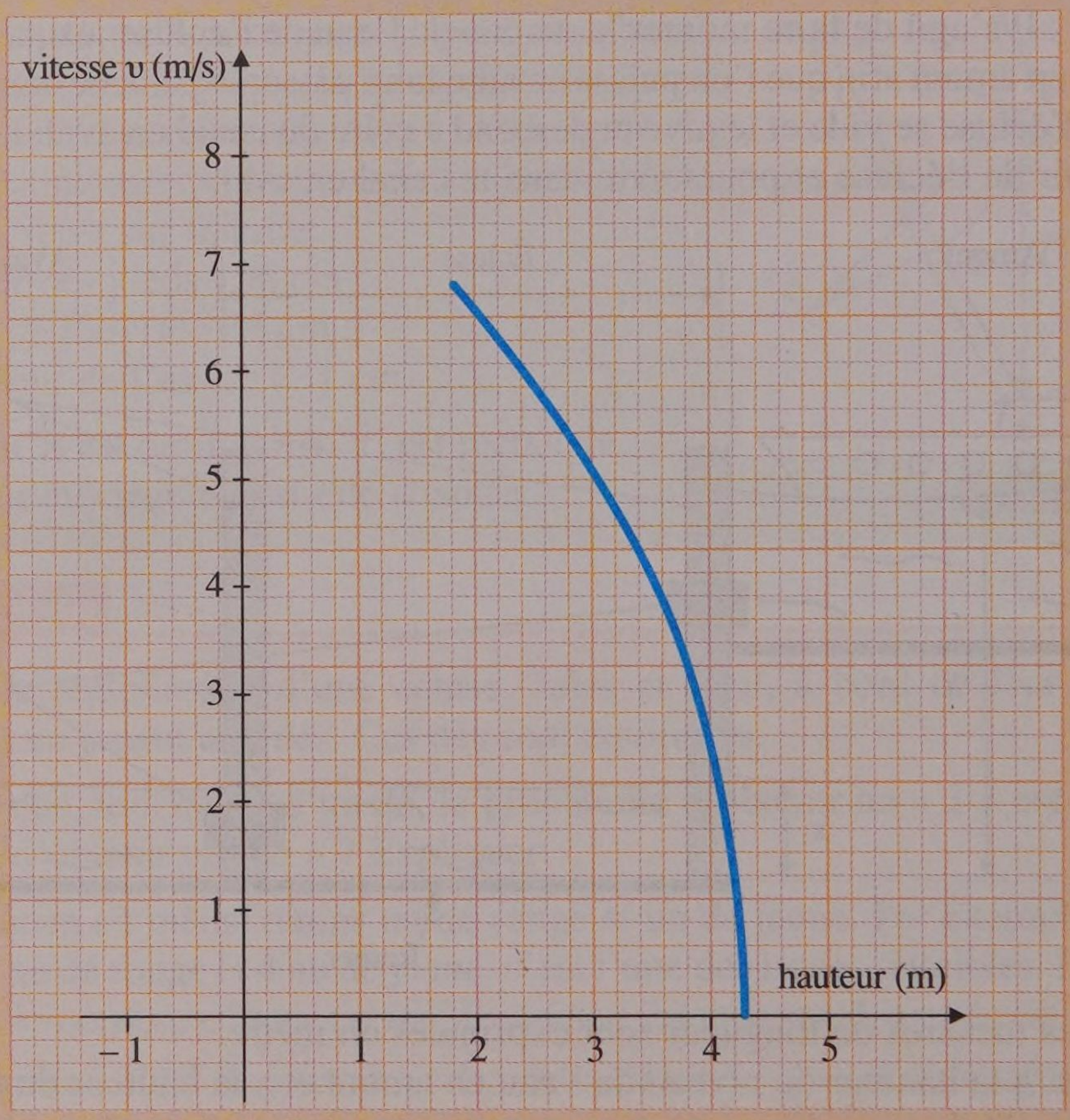
où $g = 9{,}81$ (accélération en mètre par seconde au carré noté $m.s^{-2}$)
et v est la vitesse (en mètre par seconde noté $m.s^{-1}$).

1. Calculer l'arrondi à l'unité de la vitesse de l'eau s'écoulant par la vantelle à l'instant de son ouverture. *(On considère l'ouverture comme étant instantanée.)*

2. Pour quelle valeur de x, la vitesse d'écoulement de l'eau sera-t-elle nulle ? Quand déduit-on pour le niveau de l'eau dans l'écluse dans ce cas ?

3. Le graphique ci-après représente la vitesse de l'écoulement de l'eau par la vantelle en fonction du niveau x de l'eau dans l'écluse.

Déterminer, par lecture graphique, la vitesse d'écoulement lorsque la hauteur de l'eau dans l'écluse est de 3,4 m.



Corrigé page 198

EXERCICE 8

Le débit moyen q d'un fluide dépend de la vitesse moyenne v du fluide et de l'aire de la section d'écoulement d'aire S. Il est donné par la formule suivante :

$$q = S \times v$$

où q est exprimé en $m^3.s^{-1}$, S est exprimé en m^2 et v est exprimé en $m.s^{-1}$.

Pour cette partie, on considérera que la vitesse moyenne d'écoulement de l'eau à travers la vantelle durant le remplissage est $v = 2{,}8$ $m.s^{-1}$.
La vantelle a la forme d'un disque de rayon $R = 30$ cm.

1. Quelle est l'aire exacte, en m^2, de la vantelle ?

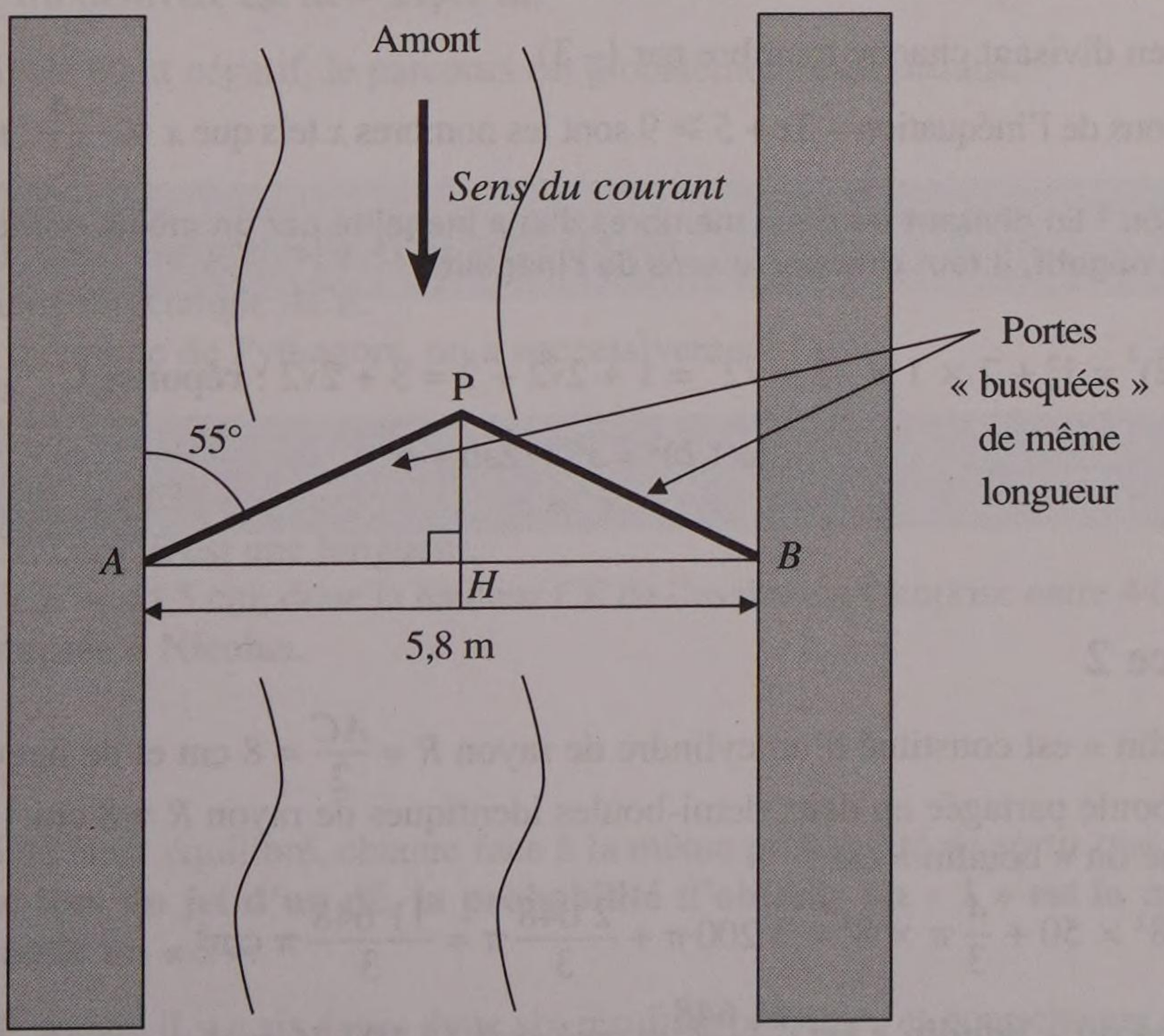
2. Déterminer le débit moyen arrondi au millième de cette vantelle durant le remplissage.

3. Pendant combien de secondes, faudra-t-il patienter pour le remplissage d'une écluse de capacité 756 m^3 ? Est-ce qu'on attendra 15 minutes ?

Corrigé page 199

EXERCICE 9

Certaines écluses ont des portes dites « busquées » qui forment un angle pointé vers l'amont de manière à résister à la pression de l'eau.
En vous appuyant sur le schéma ci-dessous, déterminer la longueur des portes au cm près.
Si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche. Elle sera prise en compte dans la notation.



Corrigé page 199

Corrigés

Exercice 1

1. $\left(\frac{2}{7}+\frac{3}{7}\right)\div\frac{1}{5}=\frac{5}{7}\times\frac{5}{1}=\frac{25}{7}$: **réponse B.**

Diviser par une fraction $\frac{a}{b}$ revient à multiplier par son inverse $\frac{b}{a}$.

2. On utilise l'algorithme d'Euclide.

a	b	r
133	84	49
84	49	35
49	35	14
35	14	7
14	7	0

Le PGCD des nombres 84 et 133 est 7 : **réponse B.**

3. $-3x+5\geqslant 9$ donne successivement :
$-3x\geqslant 9-5$ en soustrayant 5 à chaque membre ;
$-3x\geqslant 4$;
$x\leqslant\frac{4}{-3}$ en divisant chaque membre par (-3).
Les solutions de l'inéquation $-3x+5\geqslant 9$ sont les nombres x tels que $x\leqslant\frac{-4}{3}$: **réponse A.**

Attention ! En divisant les deux membres d'une inégalité par un même nombre strictement négatif, il faut changer le sens de l'inégalité.

4. $(1+\sqrt{2})^2=1^2+2\times 1\times\sqrt{2}+\sqrt{2}^2=1+2\sqrt{2}+2=3+2\sqrt{2}$: **réponse C.**

$$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$$
$$\sqrt{c}^2=c$$

Exercice 2

Le « boudin » est constitué d'un cylindre de rayon $R=\frac{AC}{2}=8$ cm et de hauteur 50 cm et d'une boule partagée en deux demi-boules identiques de rayon $R=8$ cm.
Le volume du « boudin » est :

$$V=\pi\times 8^2\times 50+\frac{4}{3}\pi\times 8^3=3\,200\pi+\frac{2\,048}{3}\pi=\frac{11\,648}{3}\pi \text{ cm}^3.$$

Le volume du « boudin » est $\frac{11\,648}{3}\pi$ cm³, soit 12 197,76 cm³ au centième près.

Exercice 3

1. La formule $v = \frac{d}{t}$ donne $vt = d$, puis $t = \frac{d}{v}$.

La durée minimale de trajet est $t = \frac{240}{8}$, soit **30 heures**.

2. Le volume de cette écluse est 8,4 m × 30 m × 3 m, soit **756 m³**.

Le volume d'un pavé droit de dimensions ℓ, L et h est $V = \ell Lh$.

3. On a : $882 \times \left(1 + \frac{27}{100}\right) = 882 \times 1{,}27 = 1\,120{,}14$.

Le prix de la location hebdomadaire pour la période du 29/04/2014 au 15/05/2014 est de **1 120,14 €**.

Augmenter une valeur de a % revient à multiplier cette valeur par $\left(1 + \frac{a}{100}\right)$.

Exercice 4

1. Le dénivelé du parcours est la somme des hauteurs algébriques des différentes écluses : on l'obtient à l'aide de la formule **=Somme(B3:L3)**.

2. On a 2,44 + 4,85 + 3,08 + 2,62 + (– 2,58) + (– 5,58) + (– 6,78) + (– 2,24) + (– 2,63) + (– 9,42) + (– 5,23) = – 21,47 m.
La valeur du dénivelé est de – 21,47 m.

3. Le dénivelé étant négatif, le parcours est globalement **descendant**.

Exercice 5

ABDC étant un rectangle, on a $AC = BD = 34$ cm.
Dans le triangle rectangle *ACE*,
d'après le théorème de Pythagore, on a successivement :
$AE^2 = AC^2 + CE^2$;
$56^2 = 34^2 + CE^2$;
$3\,136 - 1\,156 = CE^2$;
$\sqrt{1980} = CE$ car CE est une longueur.
On a donc $CE \approx 44{,}5$ cm, donc la hauteur CE de l'assise est comprise entre 44 et 46 cm.
Elle est adaptée à Nicolas.

Exercice 6

1. Chaque dé étant équilibré, chaque face à la même probabilité de sortir que les autres faces, donc **lors du jet d'un dé, la probabilité d'obtenir un « 1 » est la même que celle d'obtenir un « 5 »**.

2. Sur le dé rouge, il y a six faces donc six résultats possibles et pour chacun de ces six résultats, il y a six possibilités pour le dé jaune.
Le nombre d'issues possibles quand Jules lance ses deux dés est de **6 × 6**, soit de **36**.

3. Ayant déjà 650 points, pour atteindre les 1 000 points, Paul doit en marquer au moins 350. Or les seuls résultats possibles permettant de marquer au moins 350 points sont :
– paire de 1 (1 000 point) ;
– paire de 4 (400 points) ;
– paire de 5 (500 points) ;
– et paire de 6 (600 points).
Cela fait donc 4 cas parmi les 36 possibles.

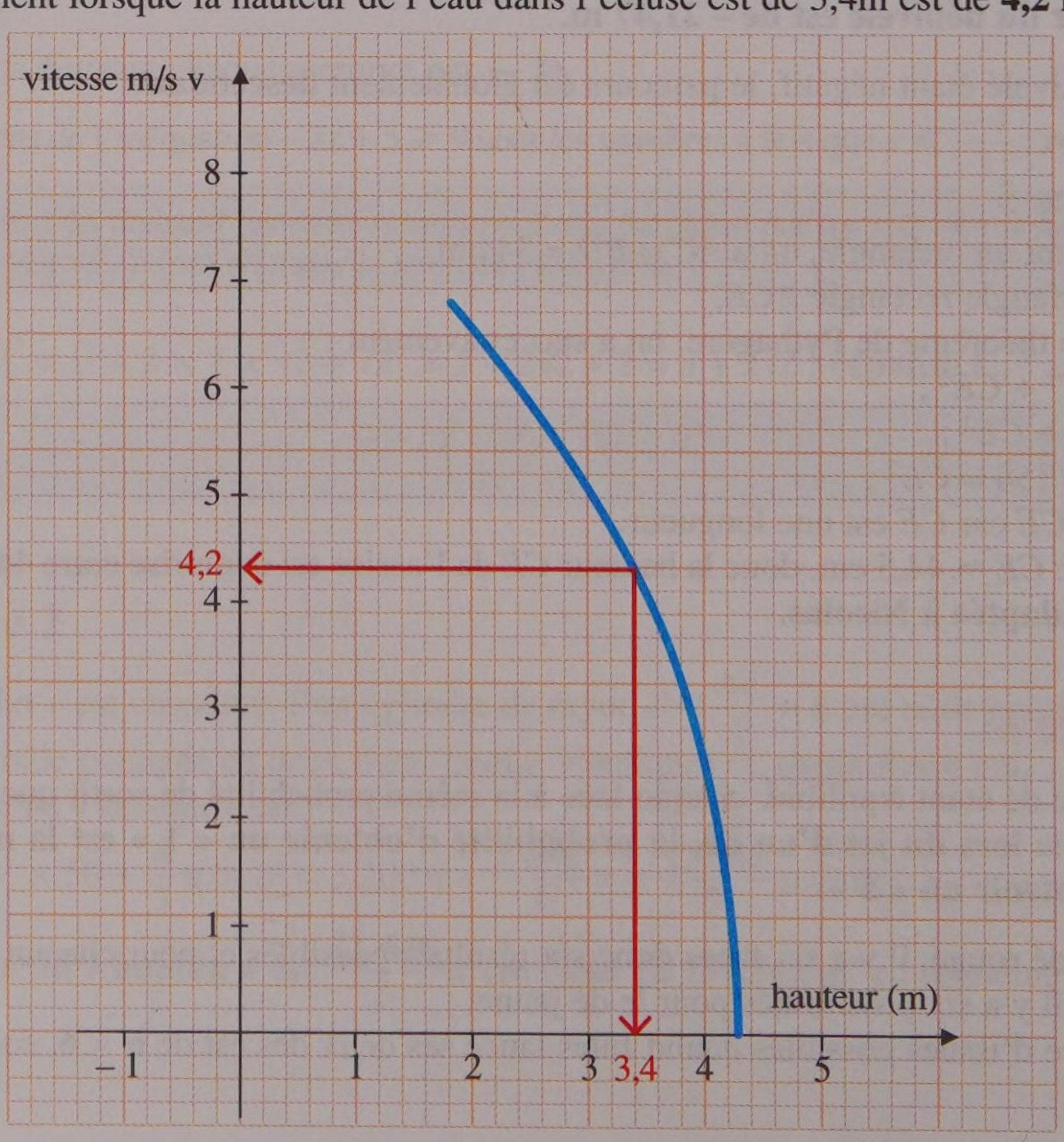
La probabilité que Paul gagne au prochain lancer est $\frac{4}{36}$, soit $\mathbf{\frac{1}{9}}$.

Exercice 7

1. Avec $g = 9{,}81$, $h = 4{,}3$ et $x = 1{,}8$, la formule $v = \sqrt{2g(h-x)}$ donne $v = \sqrt{2 \times 9{,}81 \times (4{,}3 - 1{,}8)}$, soit environ 7,00.
Arrondi à l'unité, **la vitesse d'écoulement de l'eau par la vantelle à l'instant de l'ouverture est de 7 m.s^{-1}.**

2. Pour que la formule $v = \sqrt{2g(h-x)}$ donne un résultat nul, il faut que le facteur $h - x$ soit nul, c'est-à-dire que $h = x$.
La vitesse d'écoulement de l'eau sera nulle **quand $x = 4{,}3$**. On en déduit que le niveau de l'eau dans l'écluse sera égal à celui de l'eau dans la partie amont.

3. Graphiquement, le point de la courbe d'abscisse 3,4 a pour ordonnée 4,2. La vitesse d'écoulement lorsque la hauteur de l'eau dans l'écluse est de 3,4m est de **4,2 m.s^{-1}.**



Exercice 8

1. La vantelle étant un disque, son aire est donnée par la formule $A = \pi R^2$.
Ici avec $R = 30$ cm $= 0{,}3$ m, l'aire de la vantelle est $\mathbf{0{,}09\pi\ m^2}$.

aire d'un disque de rayon $R = \pi R^2$.

2. Avec $q = S \times v$, on a ici $q = 0{,}09\pi \times 2{,}8$, soit environ 0,792.
Arrondi au millième, le débit moyen de cette vantelle durant le remplissage est de $\mathbf{0{,}792\ m^3.s^{-1}}$.

3. Si t désigne le temps de remplissage, on a $V = q \times t$, soit $t = \dfrac{V}{q}$.

Ici, on a $t = \dfrac{756}{0{,}791}$. Il faudra patienter pour le remplissage d'une écluse de capacité 756 m^3 environ **955 s**.
Or, on a 15 min = 15 × 60 s = 900 s. **On attendra plus de 15 minutes.**

1 min = 60 s

Exercice 9

Les portes ayant la même taille, le triangle APB est isocèle en P et la hauteur principale (PH) est aussi une médiane.

H est le milieu du segment $[AB]$ et $AH = \dfrac{AB}{2} = 2{,}9$ m.

La droite (AB) étant perpendiculaire au bord du canal, l'angle PAH mesure 90° – 55°, soit 35°.
Dans le triangle APH rectangle en H, on a successivement :

$\cos(\widehat{PAH}) = \dfrac{\text{côté adjacent à } A}{\text{hypoténuse}} = \dfrac{AH}{AP}$;

$\cos(35°) = \dfrac{2{,}9}{AP}$;

$AP \cos(35°) = 2{,}9$;

$AP = \dfrac{2{,}9}{\cos(35°)}$.

La longueur de chacune des portes est de 3,54 m au centimètre près.

SUJET 20

France métropolitaine

CONSEIL

Indication portant sur l'ensemble du sujet.

Toutes les réponses doivent être justifiées, sauf si une indication contraire est donnée.

Pour chaque question, si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche. Elle sera prise en compte dans la notation.

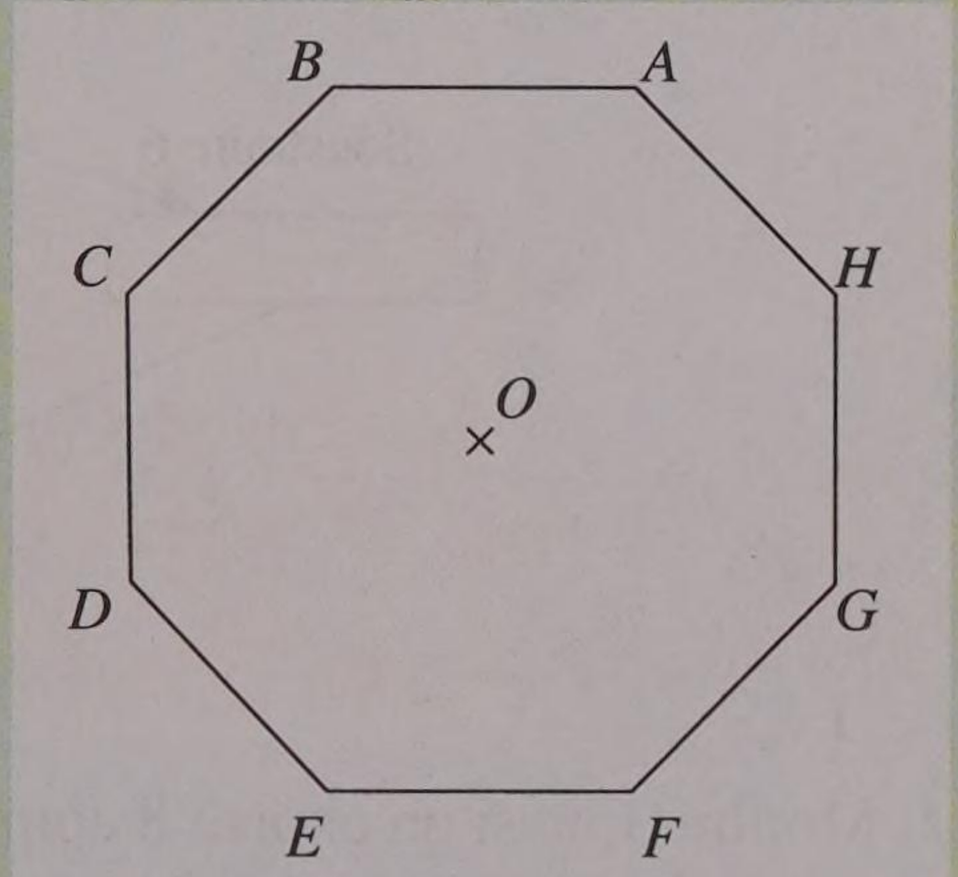
EXERCICE 1

Voici un octogone régulier *ABCDEFGH*.

1. Représenter un agrandissement de cet octogone en l'inscrivant dans un cercle de rayon 3 cm. Aucune justification n'est attendue pour cette construction.

2. Démontrer que le triangle *DAH* est rectangle.

3. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{BEH}$.



Corrigé page 207

EXERCICE 2

Léa a besoin de nouveaux cahiers. Pour les acheter au meilleur prix, elle étudie les offres promotionnelles de trois magasins. Dans ces trois magasins, le modèle de cahier dont elle a besoin a le même prix avant promotion.

Magasin A Cahier à l'unité ou lot de 3 cahiers pour le prix de 2.

Magasin B Pour un cahier acheté, le deuxième à moitié prix.

Magasin C 30 % de réduction sur chaque cahier acheté.

Sujet 20

1. Expliquer pourquoi le magasin C est plus intéressant si elle n'achète qu'un cahier.

2. Quel magasin doit-elle choisir si elle veut acheter :

a) deux cahiers ?

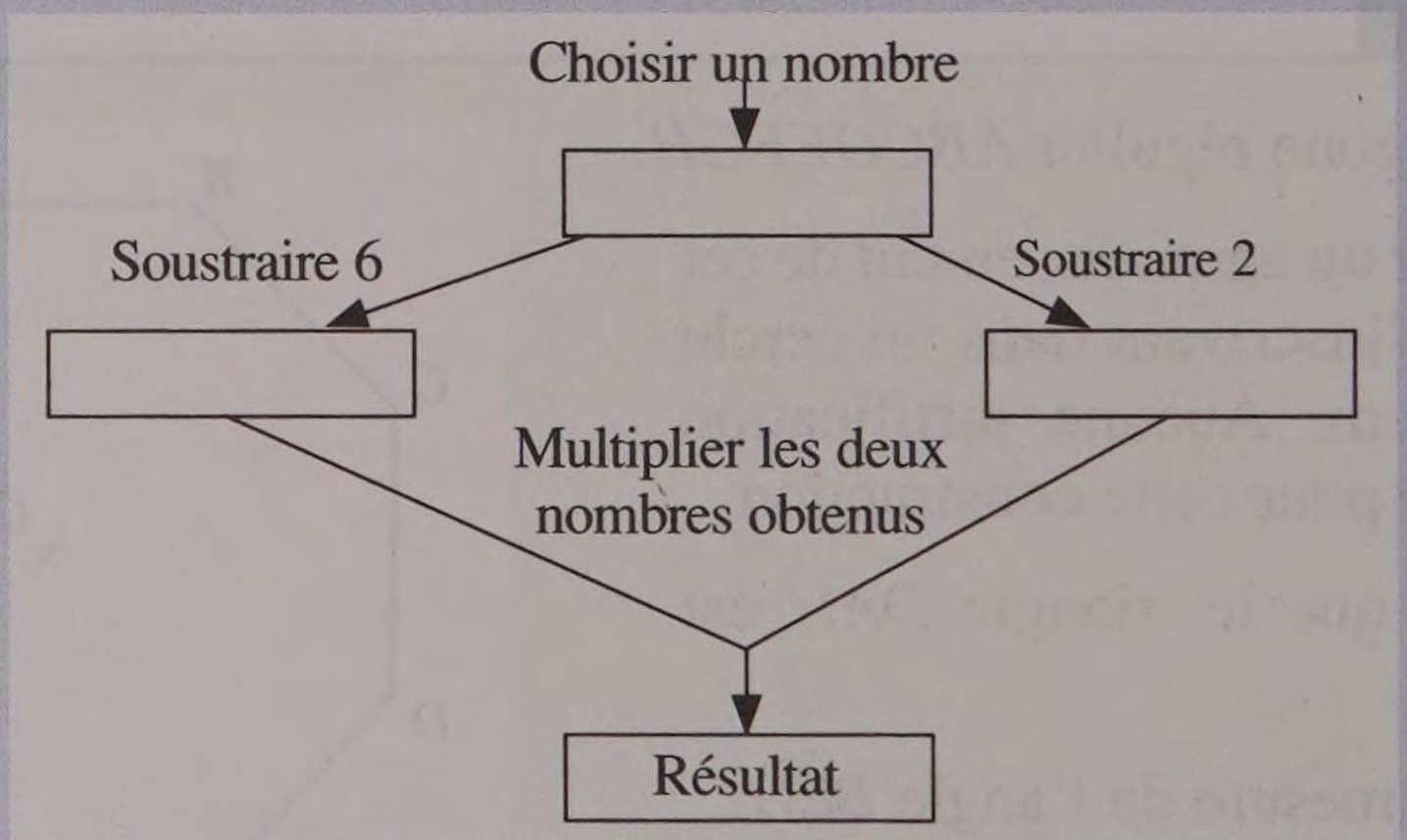
b) trois cahiers ?

3. La carte de fidélité du magasin C permet d'obtenir 10 % de réduction sur le ticket de caisse, y compris sur les articles ayant déjà bénéficié d'une première réduction. Léa possède cette carte de fidélité, elle l'utilise pour acheter un cahier. Quel pourcentage de réduction totale va-t-elle obtenir ?

Corrigé page 208

EXERCICE 3

Voici un programme de calcul :



1. Montrer que si on choisit 8 comme nombre de départ, le programme donne 12 comme résultat.

2. Pour chacune des affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse. On rappelle que les réponses doivent être justifiées.

Proposition 1 : Le programme peut donner un résultat négatif.

Proposition 2 : Si on choisit $\frac{1}{2}$ comme nombre de départ, le programme donne $\frac{33}{4}$ comme résultat.

Proposition 3 : Le programme donne 0 comme résultat pour exactement deux nombres.

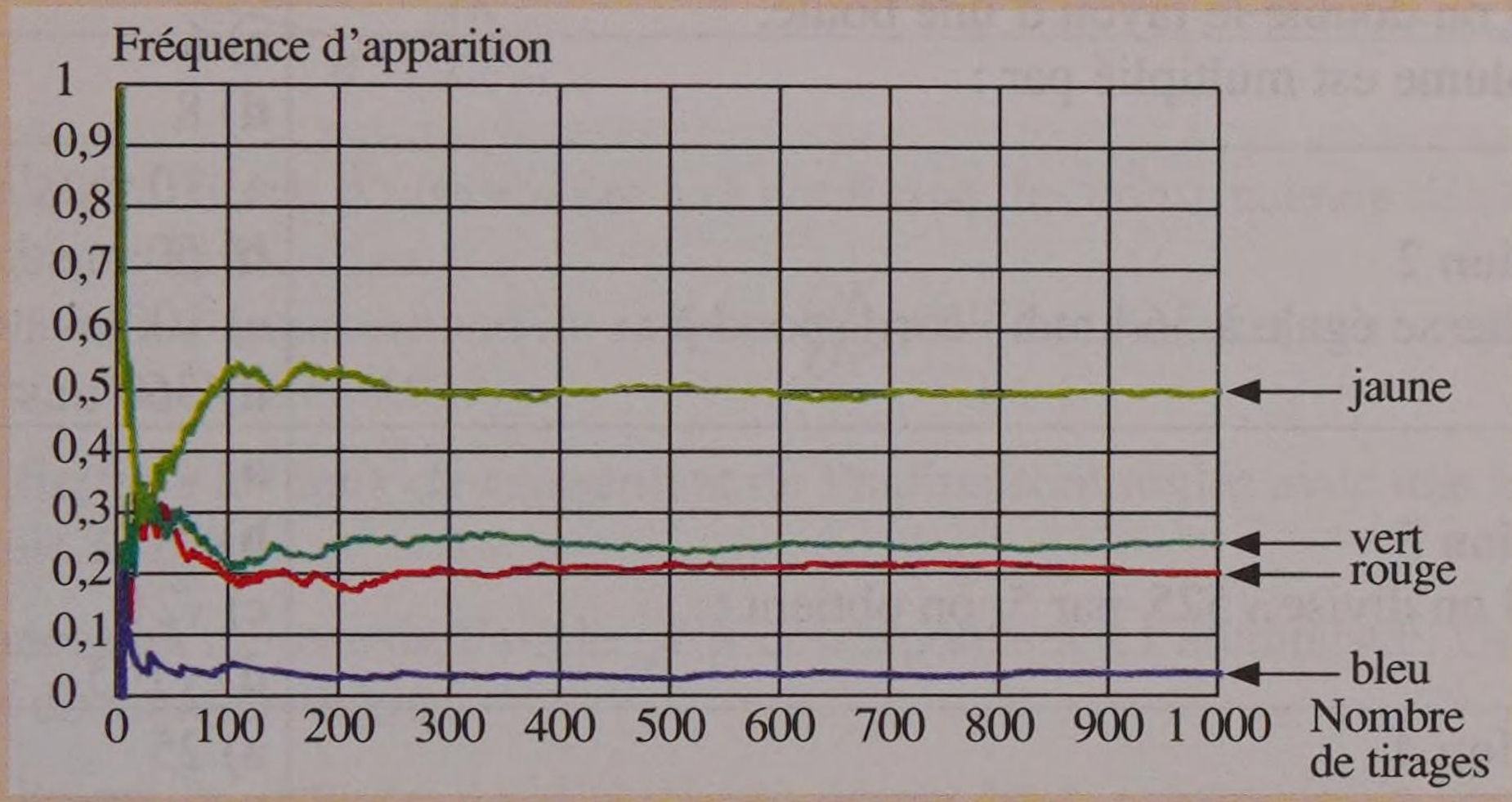
Proposition 4 : La fonction qui, au nombre choisi au départ, associe le résultat du programme est une fonction linéaire.

Corrigé page 208

EXERCICE 4

Un sac contient 20 jetons qui sont soit jaunes, soit verts, soit rouges, soit bleus. On considère l'expérience suivante : tirer au hasard un jeton, noter sa couleur et remettre le jeton dans le sac. Chaque jeton a la même probabilité d'être tiré.

1. Le professeur, qui connaît la composition du sac, a simulé un grand nombre de fois l'expérience avec un tableur. Il a représenté ci-dessous la fréquence d'apparition des différentes couleurs en fonction du nombre de tirages.



a) Quelle couleur est la plus présente dans le sac ? Aucune justification n'est attendue.

b) Le professeur a construit la feuille de calcul suivante :

	A	B	C
1	**Nombre de tirages**	**Nombre de fois où un jeton rouge est apparu**	**Fréquence d'apparition de la couleur rouge**
2	1	0	0
3	2	0	0
4	3	0	0
5	4	0	0
6	5	0	0
7	6	1	0,166666667
8	7	1	0,142857143
9	8	1	0,125
10	9	1	0,111111111
11	10	1	0,1

Quelle formule a-t-il saisie dans la cellule C2 avant de la recopier vers le bas ?

2. On sait que la probabilité de tirer un jeton rouge est de $\frac{1}{5}$.

Combien y a-t-il de jetons rouges dans ce sac ?

Corrigé page 209

EXERCICE 5

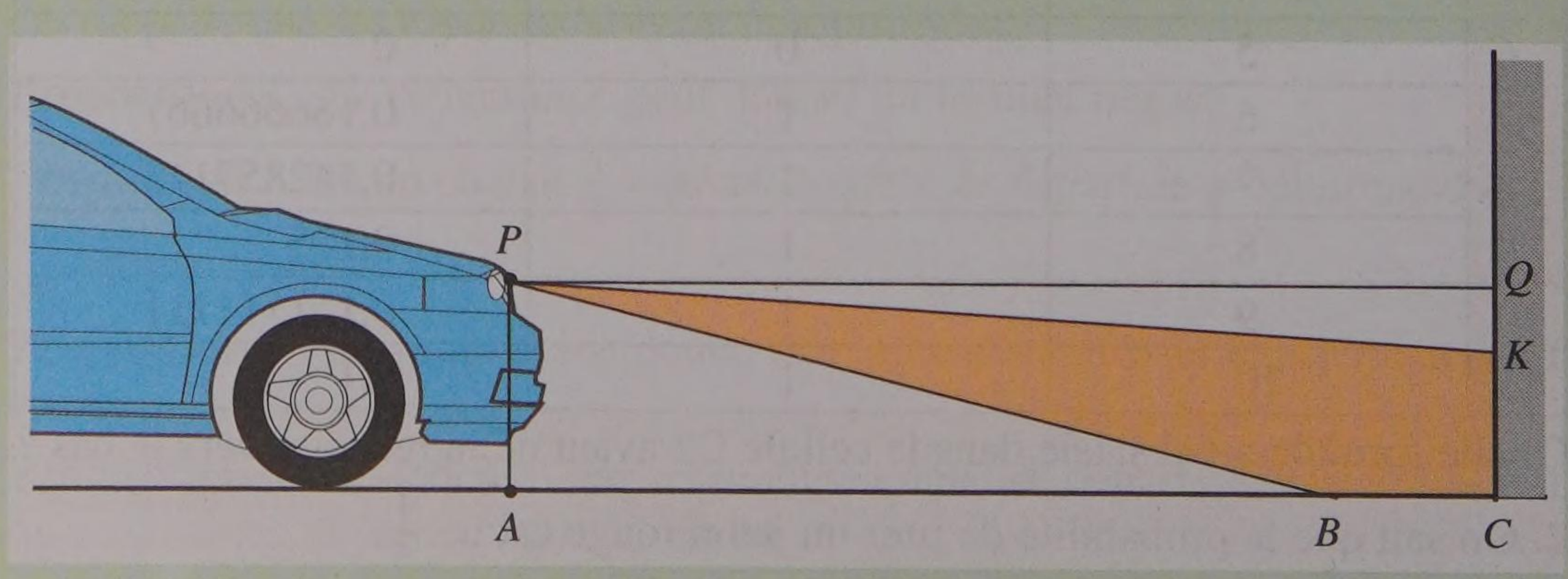
Dans ce questionnaire à choix multiple, pour chaque question, des réponses sont proposées, une seule est exacte. Pour chacune des questions, écrire le numéro de la question et recopier la bonne réponse. Aucune justification n'est attendue.

Questions	Propositions
Question 1 Quand on double le rayon d'une boule, son volume est multiplié par :	**a)** 2 **b)** 4 **c)** 6 **d)** 8
Question 2 Une vitesse égale à 36 $km.h^{-1}$ correspond à :	**a)** 10 $m.s^{-1}$ **b)** 60 $m.s^{-1}$ **c)** 100 $m.s^{-1}$ **d)** 360 $m.s^{-1}$
Question 3 Quand on divise $\sqrt{525}$ par 5, on obtient :	**a)** $21\sqrt{5}$ **b)** $5\sqrt{21}$ **c)** $\sqrt{21}$ **d)** $\sqrt{105}$
Question 4 On donne : 1 To (téraoctet) = 10^{12} octets et 1 Go (gigaoctet) = 10^{9} octets. On partage un disque dur de 1,5 To en dossiers de 60 Go chacun. Le nombre de dossiers obtenus est égal à :	**a)** 25 **b)** 1 000 **c)** 4×10^{22} **d)** $2{,}5 \times 10^{19}$

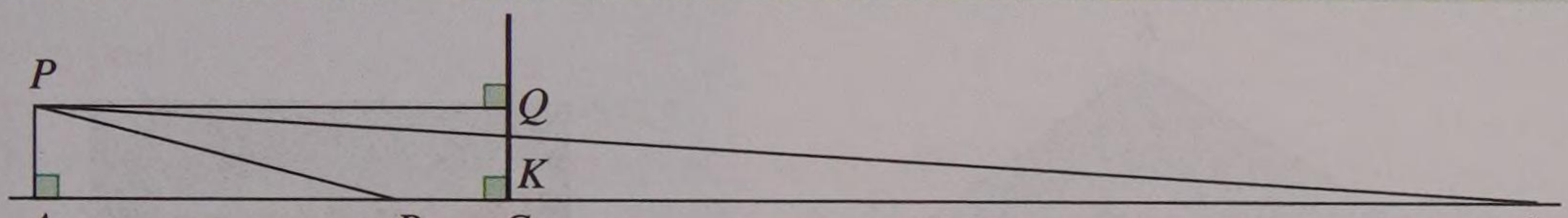
Corrigé page 209

EXERCICE 6

Pour savoir si les feux de croisement de sa voiture sont réglés correctement, Pauline éclaire un mur vertical comme l'illustre le dessin suivant :



Pauline réalise le schéma ci-dessous (qui n'est pas à l'échelle) et relève les mesures suivantes :
$PA = 0{,}65$ m, $AC = QP = 5$ m et $CK = 0{,}58$ m.
P désigne le phare, assimilé à un point.



Pour que l'éclairage d'une voiture soit conforme, les constructeurs déterminent l'inclinaison du faisceau.
Cette inclinaison correspond au rapport $\frac{QK}{QP}$. Elle est correcte si ce rapport est compris entre 0,01 et 0,015.

1. Vérifier que les feux de croisement de Pauline sont réglés avec une inclinaison égale à 0,014.

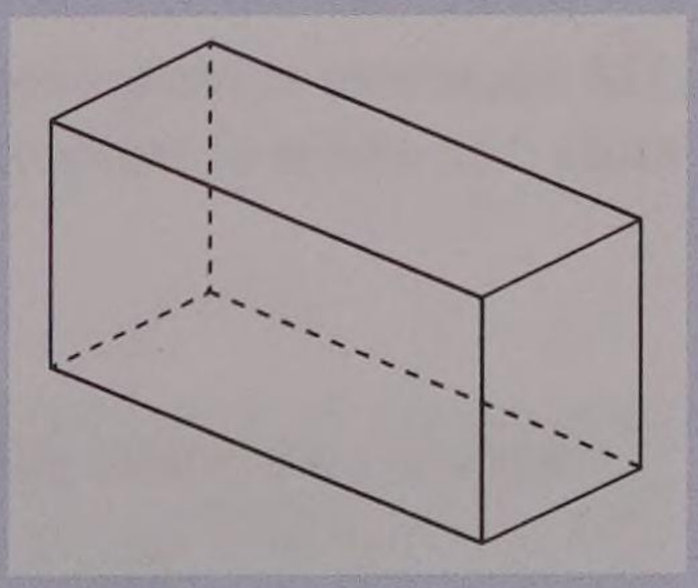
2. Donner une mesure de l'angle $\widehat{QPK}$ correspondant à l'inclinaison. On arrondira au dixième de degré.

3. Quelle est la distance AS d'éclairage de ses feux ? Arrondir le résultat au mètre près.

Corrigé page 210

EXERCICE 7

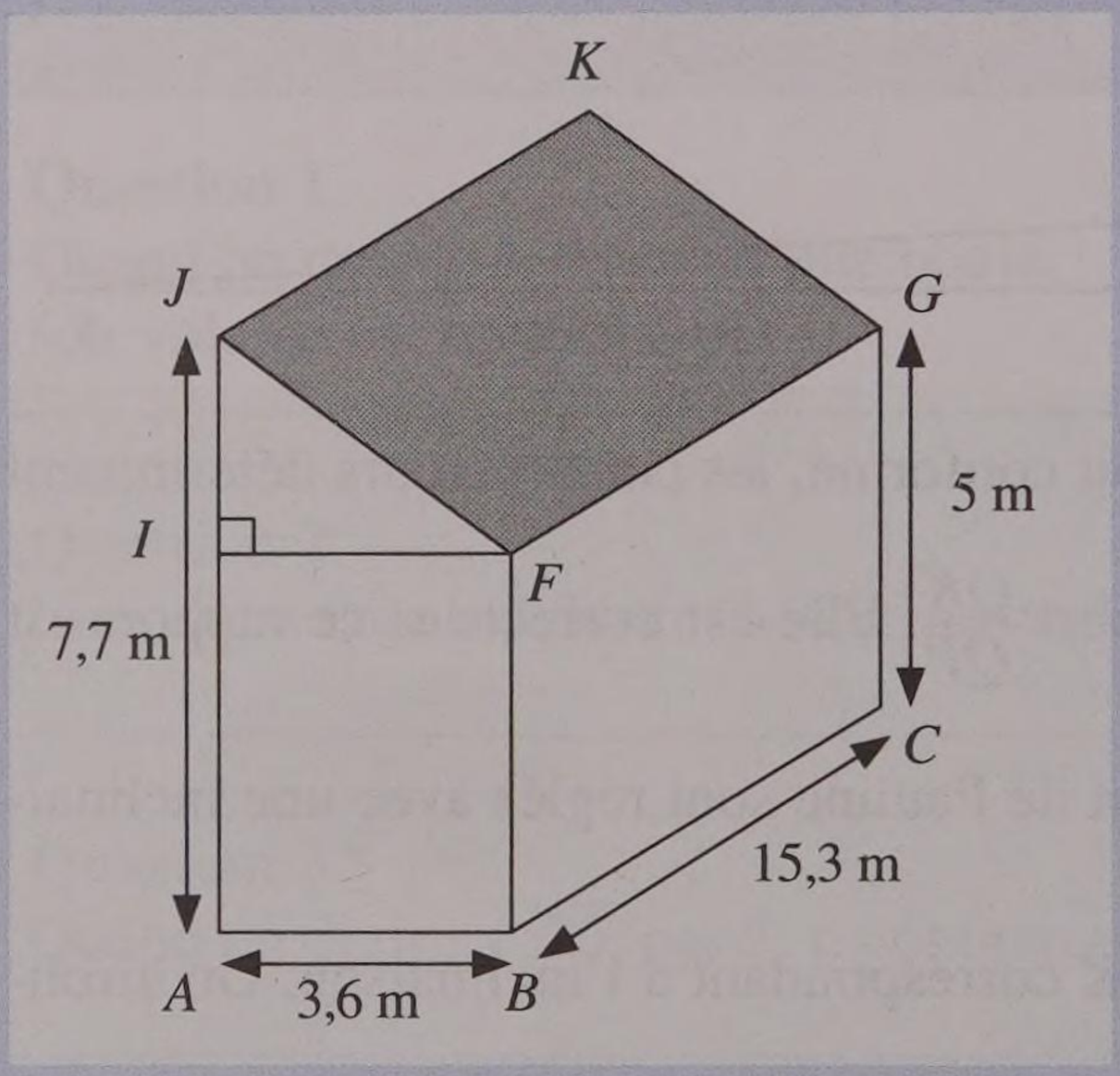
Un agriculteur produit des bottes de paille parallélépipédiques.



Information 1 : Dimensions des bottes de paille : 90 cm × 45 cm × 35 cm.
Information 2 : Le prix de la paille est de 40 € par tonne.
Information 3 : 1 m³ de paille a une masse de 90 kg.

1. Justifier que le prix d'une botte de paille est 0,51 € (arrondi au centime).

2. Marc veut refaire l'isolation de la toiture d'un bâtiment avec des bottes de paille parallélépipédiques.
Le bâtiment est un prisme droit dont les dimensions sont données sur le schéma ci-dessous.





Il disposera les bottes de paille sur la surface correspondant à la zone grisée, pour créer une isolation de 35 cm d'épaisseur. Pour calculer le nombre de bottes de paille qu'il doit commander, il considère que les bottes sont disposées les unes contre les autres. Il ne tient pas compte de l'épaisseur des planches entre lesquelles il insère les bottes.

a) Combien de bottes devra-t-il commander ?

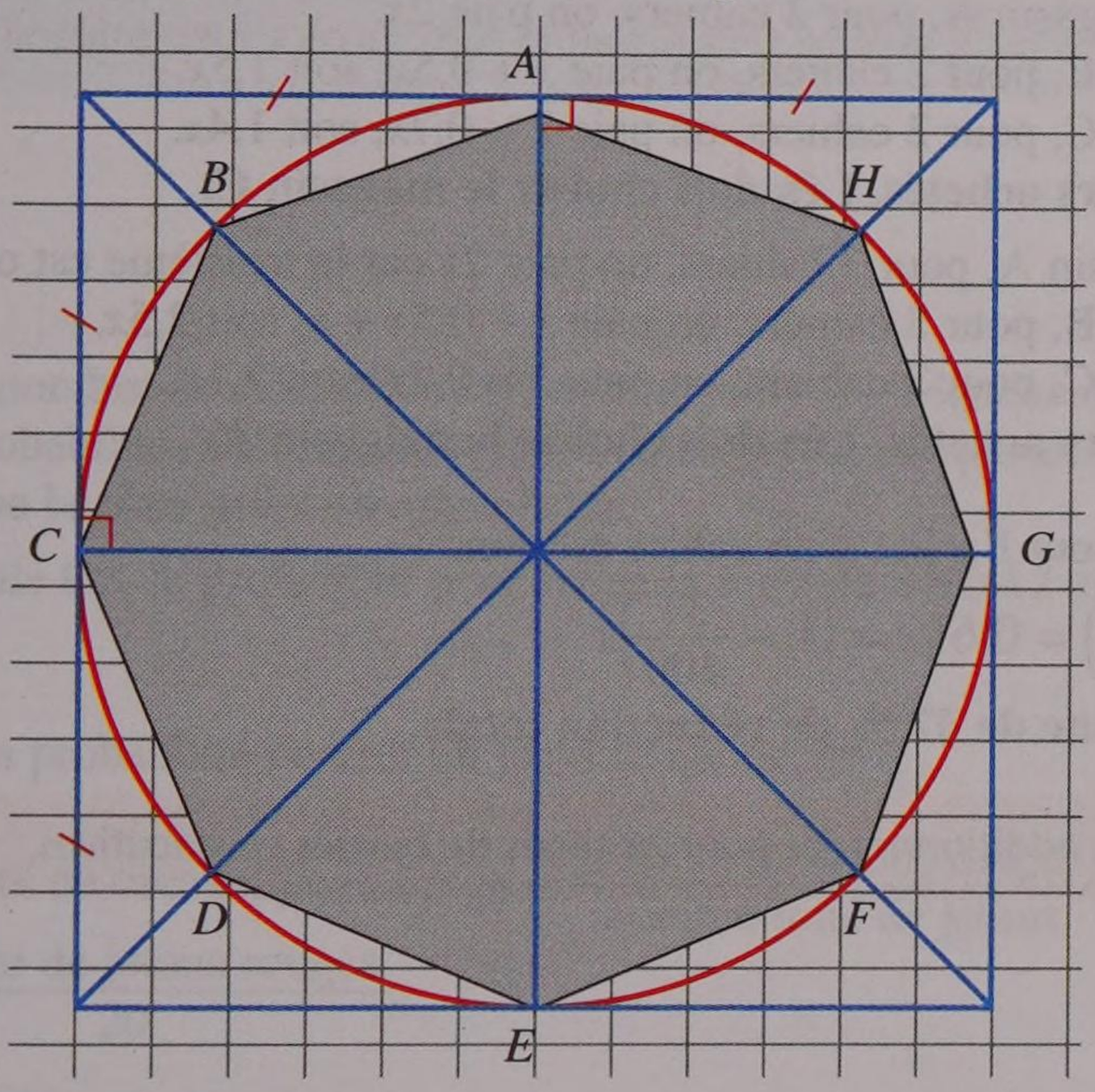
b) Quel est le coût de la paille nécessaire pour isoler le toit ?

Corrigé page 211

Corrigés

Exercice 1

1. On peut :
– construire un carré de 6 cm de côté ;
– tracer ses diagonales qui se coupent en O et les médiatrices des côtés ;
– tracer le cercle de centre O et de rayon 3 cm qui coupent les diagonales et les médiatrices précédentes en huit points, sommets de l'octogone.



2. Le côté $[DH]$ est un diamètre du cercle circonscrit au triangle DAH.
Si un côté d'un triangle est un diamètre de son cercle circonscrit, alors ce triangle est rectangle au sommet opposé au côté diamètre.
Le triangle DAH est rectangle en A.

3. $ABCDEFGH$ étant un octogone régulier de centre O, on a :
$\widehat{BOA} = \widehat{AOH} = \dfrac{360°}{8} = 45°$ et $\widehat{BOH} = \widehat{BOA} + \widehat{AOH} = 90°$.
Dans le cercle, l'angle inscrit $\widehat{BEH}$ et l'angle au centre $\widehat{BOH}$ interceptent le même arc $\overset{\frown}{BH}$.
Si, dans un cercle, un angle inscrit et un angle au centre interceptent le même arc, alors l'angle inscrit mesure la moitié de l'angle au centre.
On a $\widehat{BEH} = \widehat{BOH} \div 2 = 90° \div 2$, soit $\boldsymbol{\widehat{BEH} = 45°}$.

Dans un polygone régulier à n côtés, chaque angle au centre entre deux sommets consécutifs mesure $\dfrac{180°}{n}$.

Exercice 2

1. Tous les cahiers sont au même prix avant promotion. Soit x le prix d'un cahier avant promotion. Dans les magasins A et B, pour un seul cahier acheté le prix payé est x alors que dans le magasin C, il y a une réduction de 30 % donc on paie $x \times \left(1 - \frac{30}{100}\right)$, soit $0{,}7x$.

Le magasin C est donc le plus intéressant pour un cahier acheté.

Diminuer une valeur de a % revient à la multiplier par $\left(1 - \frac{a}{100}\right)$.

2. a) Dans le magasin A, pour 2 cahiers, on paie $2x$.
Dans le magasin B, pour 2 cahiers, on paie $x + 0{,}5x$, soit $1{,}5x$.
Dans le magasin C, pour 2 cahiers, on paie $2 \times 0{,}7x$, soit $1{,}4x$.
Pour deux cahiers achetés, Léa doit choisir le magasin C.

b) Dans le magasin A, pour 3 cahiers, on paie $2x$ car le troisième est offert.
Dans le magasin B, pour 3 cahiers, on paie $x + 0{,}5x + x$, soit $2{,}5x$.
Dans le magasin C, pour 3 cahiers, on paie $3 \times 0{,}7x$, soit $2{,}1x$.
Pour trois cahiers achetés, Léa doit choisir le magasin A.

3. Le prix payé pour l'achat d'un cahier est donc :

$$0{,}7x \times \left(1 - \frac{10}{100}\right) = 0{,}63x = \left(1 - \frac{37}{100}\right)x$$

Léa bénéficie donc de 37 % de réduction totale.

On ne peut pas additionner les pourcentages de baisses consécutives.

Exercice 3

1. Si on choisit 8 comme nombre de départ, on a d'une part $8 - 6 = 2$ et d'autre part $8 - 2 = 6$.
Le résultat du programme est 2×6, soit 12.

2. Proposition 1 : Le programme peut donner un résultat négatif.
Si on choisit 4 comme nombre de départ,
on a d'une part $4 - 6 = -2$ et d'autre part $4 - 2 = 2$.
Le résultat du programme est -2×2, soit -4.
La proposition 1 est juste.

Proposition 2 : Si on choisit $\frac{1}{2}$ comme nombre de départ, on a d'une part $\frac{1}{2} - 6 = \frac{1}{2} - \frac{12}{2} = \frac{-11}{2}$ et d'autre part $\frac{1}{2} - 2 = \frac{1}{2} - \frac{4}{2} = \frac{-3}{2}$

Le résultat du programme est $\frac{-11}{2} \times \frac{-3}{2}$, soit $\frac{33}{4}$.
La proposition 2 est juste.

Proposition 3 : Soit x le nombre de départ. On calcule d'une part $x - 6$ et d'autre part $x - 2$. Le résultat du programme est $(x - 6)(x - 2)$.
Le programme donne 0 comme résultat donne $(x - 6)(x - 2) = 0$.
Si un produit de facteur est nul, alors l'un des facteurs au moins est nul.
On a donc $x - 6 = 0$ ou $x - 2 = 0$, soit $x = 6$ ou $x = 2$.
La proposition 3 est juste.

Proposition 4 : La fonction qui, au nombre choisi au départ, associe le résultat du programme est $x \mapsto (x - 6)(x - 2)$. Comme on ne peut pas l'écrire sous la forme $x \mapsto ax$, ce n'est pas une fonction linéaire.
La proposition 4 est fausse.

Une fonction linéaire peut s'écrire sous la forme $x \mapsto ax$ avec a un nombre constant.

Exercice 4

1. a) Quand le nombre de simulations augmente, alors les fréquences observées se rapprochent des probabilités théoriques. Ayant la plus grande fréquence d'apparition, **c'est la couleur jaune la plus présente dans le sac**.

b) Dans la cellule C2, le professeur peut écrire la formule **=B2/A2** avant de la recopier vers le bas.

2. On sait que la probabilité de tirer un jeton rouge est de $\frac{1}{5}$.

On a : probabilité de tirer un jeton rouge $= \frac{\text{nombre de jetons rouges}}{\text{nombre total de jetons}}$,

soit $\frac{1}{5} = \frac{\text{nombre de jetons rouges}}{20}$,

ou encore $\frac{1}{5} \times 20 =$ nombre de jetons rouges.
Le nombre de jetons rouges dans le sac est 4.

Exercice 5

Question 1

Quand on double le rayon d'une boule, son volume est multiplié par 2^3 par 8 : **réponse d)**.

Dans un agrandissement de rapport k, les volumes sont multipliés par k^3.

Question 2

$36 \text{ km.h}^{-1} = \frac{36 \text{ km}}{1 \text{ h}} = \frac{36\,000 \text{ m}}{3\,600 \text{ s}} = 10 \text{ m.s}^{-1}$: **réponse a)**.

1 km = 1 000 m 1 h = 3 600 s

Question 3

Quand on divise $\sqrt{525}$ par 5, on obtient $\dfrac{\sqrt{525}}{5} = \dfrac{\sqrt{525}}{\sqrt{25}} = \sqrt{\dfrac{525}{25}} = \sqrt{21}$: **réponse c).**

$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$$

Question 4

Le nombre de dossiers est $\dfrac{1{,}5 \text{ To}}{60 \text{ Go}} = \dfrac{1{,}5 \times 10^{12}}{60 \times 10^{9}} = 25$: **réponse a).**

Sur une calculatrice, il faut mettre des parenthèses autour de l'expression du dénominateur.

Exercice 6

1. Le quadrilatère $APQC$ possède trois angles droits en A, en Q et en C.
Si un quadrilatère possède 3 angles droits, alors c'est un rectangle.
Le quadrilatère $APQC$ est un rectangle.
Dans un rectangle, les côtés opposés ont la même longueur.
On a : $QC = PA = 0{,}65$ m.
Comme K est sur $[CQ]$, on a donc :
$QK = QC - CK = 0{,}65 \text{ m} - 0{,}58 \text{ m} = 0{,}07$ m.
On a aussi : $\dfrac{QK}{QP} = \dfrac{0{,}07}{5} = 0{,}014$.
Les feux de croisement de Pauline sont réglés avec une inclinaison égale à 0,014.
Ils sont correctement réglés.

2. Dans le triangle QPK rectangle en Q, on a

$$\tan(\widehat{QPK}) = \frac{\text{côté opposé à } P}{\text{côté adjacent à } P} = \frac{QK}{QP} = 0{,}014.$$

On a donc $\widehat{QPK} = \tan^{-1}(0{,}14)$, soit $\boldsymbol{\widehat{QPK} = 0{,}8°}$ à 0,1° près.

3. Étant parallèles toutes les deux à (CQ), les droites (PQ) et (CS) sont parallèles.
PQK est un triangle, C un point sur (QK) et S un point sur (PK) avec (CS) parallèle à (PQ).
D'après le théorème de Thalès, on a $\dfrac{KC}{KQ} = \dfrac{KS}{KP} = \dfrac{CS}{QP}$, soit $\dfrac{0{,}58}{0{,}07} = \dfrac{CS}{5}$.
On a donc $\dfrac{0{,}58}{0{,}07} \times 5 = CS$, soit $41{,}42 \approx CS$.
Comme C est sur $[AS]$, on a $AS = AS + CS$, soit $AS \approx 5 + 41{,}42$.
La distance AS d'éclairage des feux de Léa est 46 m à 1 mètre près.

Exercice 7

1. Le volume d'une botte est 0,9 m × 0, 45 m × 0,35 m, soit 0,14175 m^3.
Sa masse est 0,14175 × 0,09 tonne, soit 0,0127575 tonne.
Son prix est 0,0127575 × 40 €, soit environ **0,51 €**.

2. a) Comme I est sur $[AJ]$, on a $IJ = AJ - AI = 7{,}7 - 5 = 2{,}7$.
Dans le triangle IJF rectangle en I, d'après le théorème de Pythagore, on a successivement :
$JF^2 = JI^2 + IF^2$;
$JF^2 = 2{,}7^2 + 3{,}6^2$;
$JF = \sqrt{20{,}25}$ car JF est une longueur ;
$JF = 4{,}5$ m.
La surface à couvrir par les bottes est un rectangle de 15,3 m sur 4,5 m, qui a pour aire 15,3 m × 4,5 m, soit 68,85 m^2.
Comme on veut une isolation de 35 cm, la surface utile d'une botte est celle d'un rectangle de 0,9 m sur 0,45 m, c'est-à-dire 0,9 m × 0,45 m ou encore 0,405 m^2.
On a 68,85 ÷ 0,405 = 170.
Il faudra commander 170 bottes.

b) Comme 170 × 0,51 = 86,7, le coût de la paille nécessaire pour isoler le toit est **86,70 euros**.

RAPPELS DE COURS

Partie numérique

Règles de calcul

- **Puissances**

Soit n un entier supérieur à 1 et a un nombre :

$a^n = \underbrace{a \times a \times a \ldots \times a}_{n \text{ facteurs } a}$

et, si $a \neq 0$, $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$;

$a^1 = a$; $a^0 = 1$;

si $a \neq 0$, $a^{-1} = \frac{1}{a}$: c'est l'inverse de a ;

$a^m \times a^n = a^{m+n}$; $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$;

$(a^m)^n = a^{m \times n}$; $a^m \times b^m = (ab)^m$;

$\frac{a^m}{b^m} = \left(\frac{a}{b}\right)^m$.

- **Notation scientifique**

On appelle notation scientifique d'un nombre strictement positif, une notation de la forme $a \times 10^n$, avec $1 \leqslant a < 10$.

- **Fractions**

$\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b}$;

$\frac{a}{b} - \frac{c}{b} = \frac{a-c}{b}$;

$\frac{a \times k}{b \times k} = \frac{a}{b}$.

➤ *Pour additionner ou soustraire des fractions, on commence par les réduire au même dénominateur.*

L'inverse de $\frac{c}{d}$, c'est $\frac{d}{c}$.

$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$; $\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$.

- **Racines carrées**

Soit a un nombre positif ; on appelle racine carrée de a le nombre positif dont le carré vaut a.

La racine carrée de a se note $\sqrt{a}$ et on a $\sqrt{a}^2 = a$ et $\sqrt{a^2} = a$.

– L'équation $x^2 = a$, avec $a < 0$, n'a pas de solution.

– L'équation $x^2 = a$, avec $a > 0$, a deux solutions : $x = \sqrt{a}$ et $x = -\sqrt{a}$.

Soit a et b deux nombres positifs :

$\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$; $\sqrt{a^2 \times b} = a\sqrt{b}$;

$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ (si $b \neq 0$).

Calcul littéral

- **Calcul littéral**

– Notations :

$1x$ se note x ; $-1x$ se note $-x$; $x \times x = x^2$.

– Développer, c'est transformer un produit en somme algébrique.

On peut utiliser les règles de distributivité :

$a(b + c) = ab + ac$;

$a(b - c) = ab - ac$;

$(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$.

On peut utiliser les identités remarquables :

$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$;

$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$;
$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$.

➤ *Le carré de* $2x$ *est* $(2x)^2$, *soit* $4x^2$.

– Factoriser, c'est transformer une somme algébrique en un produit.

On peut utiliser les règles de distributivité :
$ab + ac = a(b + c)$;
$ab - ac = a(b - c)$.

On peut utiliser les identités remarquables :
$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$;
$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$;
$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$.

➤ *Il faut bien identifier les termes* a *et* b.

• Équation produit

Théorème :
Si un produit de facteurs est nul, alors l'un des facteurs au moins est nul.

Par exemple, l'équation produit :
$$(x + 3)(x - 4) = 0$$
s'écrit aussi $x + 3 = 0$ ou $x - 4 = 0$.

• Inéquation

Pour résoudre une inéquation, on peut à chaque étape :
– simplifier les membres de l'inéquation ;
– ajouter ou soustraire un même nombre aux deux membres ;
– multiplier ou diviser les deux membres par un même nombre positif ;
– multiplier ou diviser les deux membres par un même nombre négatif en changeant le sens de l'inégalité.

• Systèmes d'équations

$\begin{cases} 2x + y = 5 \\ -4x + 7y = -3 \end{cases}$ est un système de deux équations d'inconnues x et y.

On peut le résoudre par :
• substitution : on exprime une inconnue en fonction de l'autre dans une équation, puis on remplace cette inconnue par son expression dans l'autre équation ;
• combinaisons : on multiplie les deux membres d'une équation par un même nombre ; on ajoute ou on soustrait membre à membre les deux équations.
• $y = ax + b$ est l'équation d'une droite D. Pour tracer D, il faut déterminer deux points.

• La solution du système $\begin{cases} y = ax + b \\ y = a'x + b' \end{cases}$ correspond aux coordonnées du point d'intersection des deux droites d'équations $y = ax + b$ et $y = a'x + b'$.

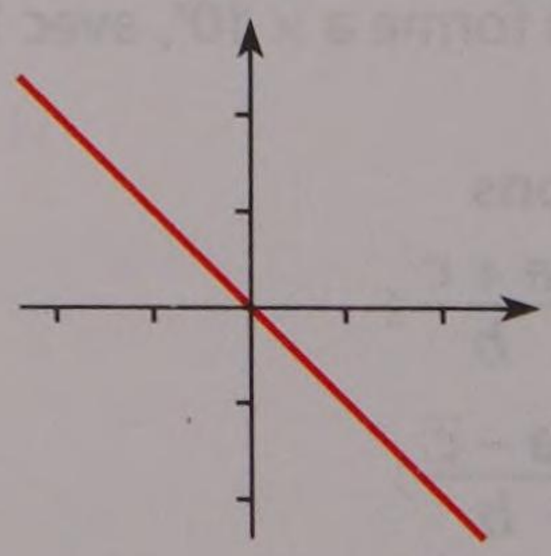
Fonctions

• Fonction linéaire

– Deux grandeurs x et y sont proportionnelles s'il existe un réel a tel que $y = ax$.

– Une fonction f définie par $f(x) = ax$ est une fonction linéaire.

– La représentation graphique d'une fonction linéaire est une droite passant par l'origine du repère.



• Fonction affine

– Une fonction f telle que $f(x) = ax + y$ est une fonction affine.

– La représentation graphique d'une fonction affine est une droite sécante à l'axe des ordonnées, d'équation $y = ax + b$.

– a est le coefficient directeur et b est l'ordonnée à l'origine.

● **Coefficient a d'une fonction affine**

– Soit f une fonction affine, x_1 et x_2 deux réels.
Le coefficient a de f est donné par :

$$a = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}.$$

– Soit a le coefficient d'une fonction affine f.
Si $a > 0$, f est croissante.
Si $a = 0$, f est constante.
Si $a < 0$, f est décroissante.

Arithmétique

Soit a, b et n trois entiers non nuls tels que $n = a \times b$.
a et b sont des diviseurs de n.
n est un multiple de a et de b.

Remarque : pour tout entier n non nul, $n = 1 \times n$, donc 1 et n sont des diviseurs de n.

Le plus grand des diviseurs communs à deux entiers est leur PGCD.
Deux entiers dont le PGCD vaut 1 sont dits premiers entre eux.

Une fraction $\frac{a}{b}$ avec a et b premiers entre eux est dite irréductible.

● **Algorithme des soustractions**

Soit a et b deux entiers ($a \geqslant b$).
Si $a = b$,
alors leur PGCD est a,
sinon leur PGCD est celui de b et de $a - b$.

● **Algorithme d'Euclide**

Soit a et b deux entiers non nuls ($a \geqslant b$) et r le reste de la division euclidienne de a par b.
Si $r = 0$,
alors le PGCD de a et b est b,
sinon le PGCD de a et de b est celui de b et de r.

Statistiques

– Dans une série statistique, la fréquence d'une valeur est l'effectif de cette valeur divisé par l'effectif total.

– Dans une série statistique, on appelle effectif cumulé croissant d'une valeur la somme de l'effectif de cette valeur et des effectifs des valeurs plus petites.

– On appelle fréquence cumulée croissante d'une valeur, le quotient de son effectif cumulé croissant par l'effectif total de la série.

– La moyenne d'une série de valeurs est le quotient de la somme des valeurs par l'effectif total.

– Une moyenne pondérée s'obtient en divisant la somme des produits de chaque valeur par son coefficient par la somme des coefficients.

Exemple :

note	10	3	5	8
coefficient	1	2	3	2

Ici, la moyenne est :

$$\frac{10 \times 1 + 3 \times 2 + 5 \times 3 + 8 \times 2}{1 + 2 + 3 + 2},$$

soit 5,875.

– On appelle médiane d'une série de valeurs, un nombre m tel que la série comporte autant de valeurs plus petites que ce nombre m que de valeurs plus grandes que m.

– L'étendue d'une série de valeurs est la différence entre la plus grande valeur et la plus petite.

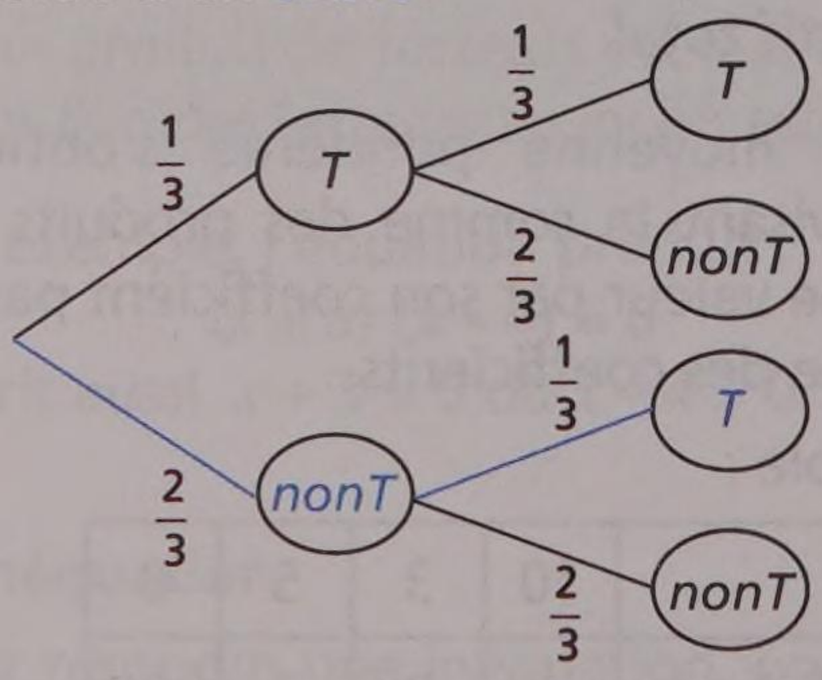
Probabilités

• Probabilités à une épreuve

– Chacun des résultats possibles lors d'une expérience aléatoire est un événement.
– La probabilité d'un événement A représente les chances que l'événement se réalise lors d'une expérience aléatoire. Cette probabilité se note $p(A)$: c'est un nombre compris entre 0 et 1.
– L'événement contraire d'un événement A est l'événement *non A*.
On a $p(\textit{non } A) = 1 - p(A)$.
– Deux événements A et B qui ne peuvent pas se réaliser en même temps sont dits incompatibles. On a alors $p(A \text{ ou } B) = p(A) + p(B)$.

• Probabilités à deux épreuves

– On peut représenter les différentes issues d'une expérience à deux épreuves à l'aide d'un arbre.



La branche en bleu représente l'événement obtenir « *non T* » au premier lancer et « *T* » au second lancer.

La probabilité de cet événement est : $\frac{2}{3} \times \frac{1}{3}$ soit $\frac{2}{9}$.

Autres résultats

• Grandeurs composées

Une grandeur composée est obtenue en faisant le produit ou le quotient de plusieurs grandeurs.
– Par exemple, on a $v = \frac{d}{t}$; la vitesse est le quotient de la distance parcourue par le temps mis.
La vitesse s'exprime, par exemple, en $km.h^{-1}$ (noté aussi dans la vie courante km/h).

– Par exemple, l'énergie consommée par un appareil électrique est le produit de la puissance de l'appareil par le temps d'utilisation : $E = P\,t$ (en kilowattheure, par exemple).

• Variations en %

– Augmenter de a % un nombre, c'est le multiplier par $\left(1 + \frac{a}{100}\right)$.

– Diminuer de a % un nombre, c'est le multiplier par $\left(1 - \frac{a}{100}\right)$.

➤ *Faire varier de* a % *un nombre, c'est lui appliquer une fonction linéaire.*

Partie géométrique

Démonstration en géométrie

Une démonstration consiste à expliquer de manière rigoureuse pourquoi un résultat est vrai.

• Raisonnement direct par déduction

Chaque étape d'une démonstration comporte trois parties :

① des connaissances :
– données de l'énoncé (texte ou codage des dessins) ;
– résultats des questions précédentes ;

② un outil : théorème ou définition dont la fin correspond à la réponse et dont le début doit correspondre à l'énoncé ou aux questions précédentes ;

➤ *Le théorème employé doit être cité, donc connu par cœur.*

③ une conclusion : la réponse à la question.

● **Raisonnement par l'absurde**

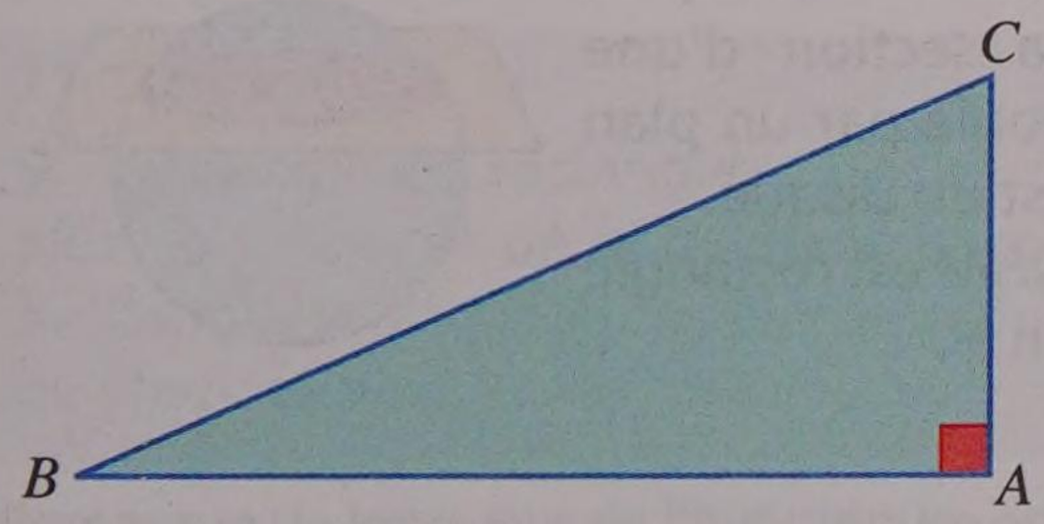
On utilise un raisonnement par l'absurde pour prouver qu'un résultat est négatif (« ... n'est pas... »).

La partie ② d'une démonstration directe devient :
– supposer vrai le contraire du résultat souhaité ;
– avec cette supposition, on raisonne de manière classique jusqu'à aboutir à une contradiction ;
– on conclut que la supposition est fausse et donc que son contraire est vrai.

Trigonométrie

● **Formules dans un triangle rectangle**

Soit un triangle ABC rectangle en A :



Dans le triangle ABC rectangle en A, on a :

$$\cos(\widehat{ABC}) = \frac{\text{côté adjacent à } \widehat{B}}{\text{hypoténuse}} = \frac{AB}{BC} ;$$

$$\sin(\widehat{ABC}) = \frac{\text{côté opposé à } \widehat{B}}{\text{hypoténuse}} = \frac{AC}{BC} ;$$

$$\tan(\widehat{ABC}) = \frac{\text{côté opposé à } \widehat{B}}{\text{côté adjacent à } \widehat{B}} = \frac{AC}{AB}.$$

● **Déterminer la mesure d'un angle**

– Pour déterminer x dans l'équation $\cos(x) = a$, $0 < a < 1$, on fait $x = \cos^{-1}(a)$.

– Pour déterminer x dans l'équation $\sin(x) = a$, $0 < a < 1$, on fait $x = \sin^{-1}(a)$.

– Pour déterminer x dans l'équation $\tan(x) = a$, $0 < a$, on fait $x = \tan^{-1}(a)$.

➤ *Sur certaines calculatrices, ces fonctions sont notées* acs, asn *et* atn.

– Pour tout angle aigu $\widehat{a}$, on a :

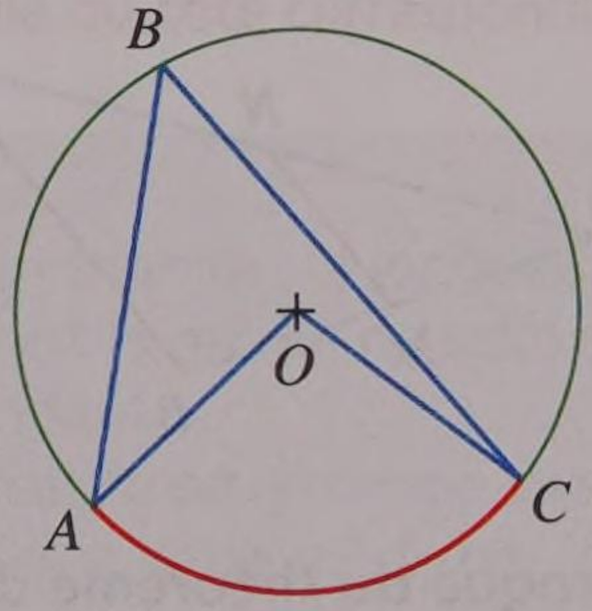
$$\cos^2(\widehat{a}) + \sin^2(\widehat{a}) = 1$$

et $$\tan(\widehat{a}) = \frac{\sin(\widehat{a})}{\cos(\widehat{a})}.$$

– Si deux angles aigus sont complémentaires,
alors le sinus de l'un est égal au cosinus de l'autre.

● **Angles inscrits – Angles au centre**

Soit A, B et C trois points d'un même cercle de centre O.



$\widehat{ABC}$ est un angle inscrit qui intercepte l'arc $\overset{\frown}{AC}$.

$\widehat{AOC}$ est un angle au centre qui intercepte l'arc $\overset{\frown}{AC}$.

Si, dans un cercle, deux angles inscrits interceptent le même arc,
alors ils ont la même mesure.

Si, dans un cercle, un angle inscrit et un angle au centre interceptent le même arc,
alors l'angle au centre mesure le double de l'angle inscrit.

Thalès

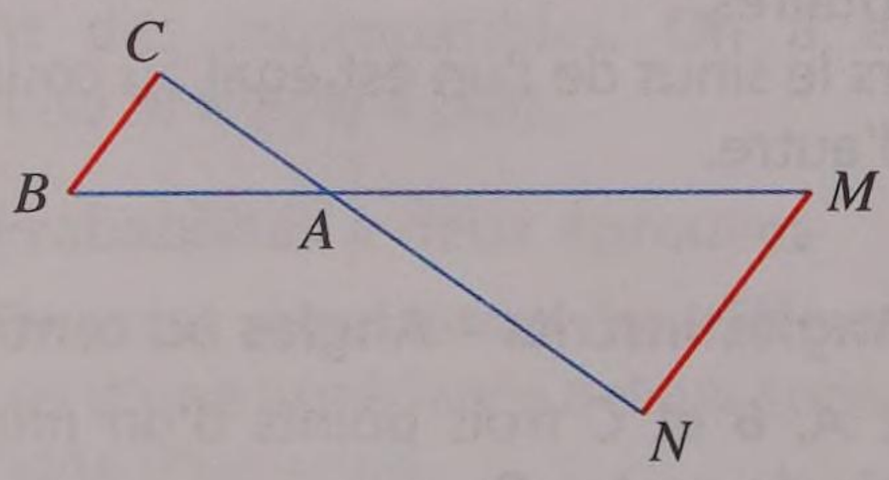
● Théorème de Thalès

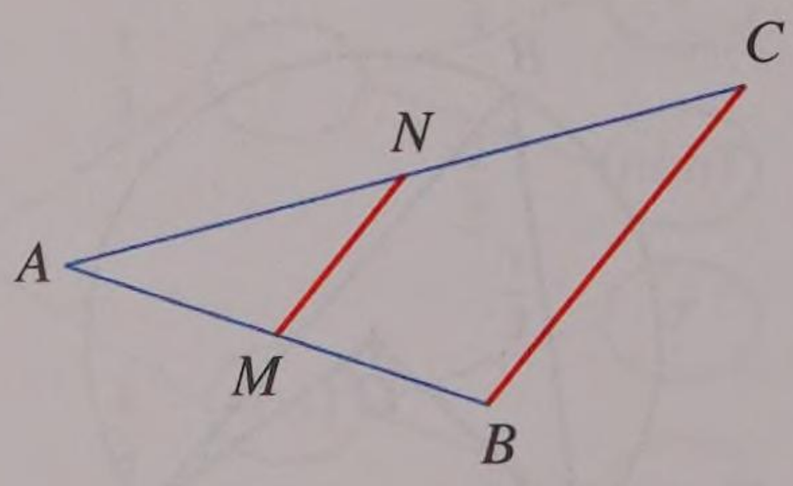
Si ABC est un triangle,
avec M un point sur (AB)
et N un point sur (AC),
tels que (MN) soit parallèle à (BC),

lors on a $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$

($\frac{AM}{AB}$, $\frac{AN}{AC}$: côtés du triangle AMN ; $\frac{MN}{BC}$: côtés du triangle ABC)

➤ *Dans chaque rapport, les longueurs correspondent à des côtés parallèles.*





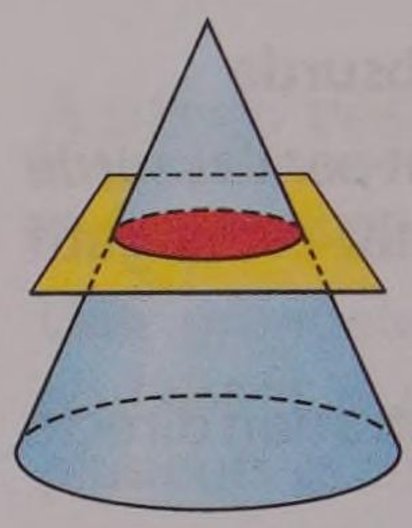
● Réciproque du théorème de Thalès

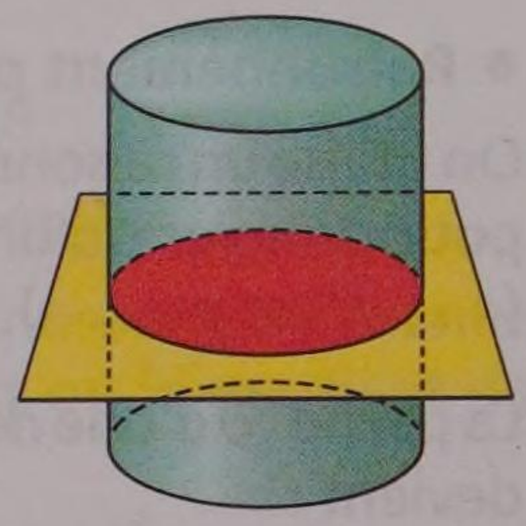
Si ABC est un triangle,
avec M un point sur (AB)
et N un point
sur (AC), tels que $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$
et que A, M et B soient dans le même ordre relatif que A, N et C,
alors (MN) est parallèle à (BC).

➤ *– Dans chaque rapport utilisé, les longueurs correspondent à des côtés parallèles ;*
– il faut commencer par calculer les rapports séparément.

Espace

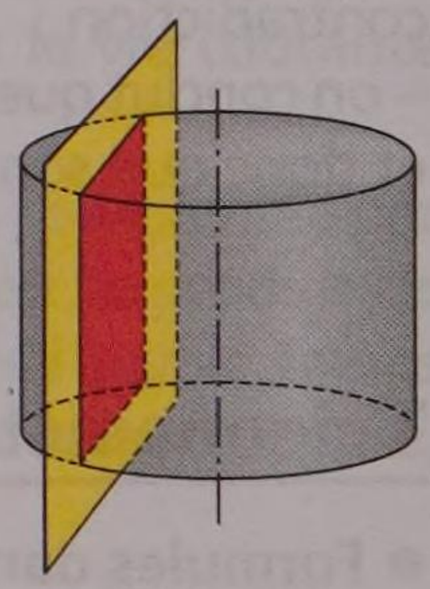
● Section



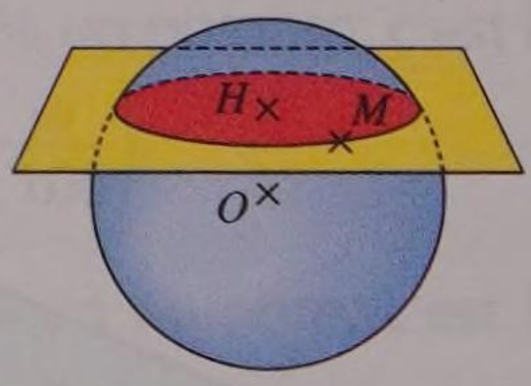


La section d'un cône ou d'un cylindre par un plan parallèle à la base est un disque.

La section du cylindre par un plan parallèle à l'axe du cylindre est un rectangle.



La section d'une boule par un plan est un disque.
OHM est rectangle en H.



● Agrandissement – Réduction

– En multipliant toutes les longueurs d'un objet par un réel k,
on réalise un agrandissement si $k > 1$ ou une réduction si $0 < k < 1$.

– Dans un agrandissement ou une réduction de rapport k,
les aires sont multipliées par k^2 et les volumes par k^3.

– En sectionnant une pyramide ou un cône par un plan parallèle à sa base, on obtient deux solides dont l'un est une réduction du solide initial.

Triangles rectangles

Ce que l'on peut faire, quand on sait qu'un triangle est rectangle.

Comment prouver qu'un triangle est rectangle ?

Calculer la longueur d'un côté quand on en connaît déjà deux

Théorème de Pythagore

Si un triangle est rectangle,
alors le carré de la longueur de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés.

Remarque : le carré qui figure seul d'un côté de l'égalité est celui de l'hypoténuse et non celui du nombre inconnu.

En connaissant les longueurs des trois côtés.

Réciproque du théorème de Pythagore

Si, dans un triangle, le carré de la longueur d'un côté est égal à la somme des carrés des deux autres côtés,
alors ce triangle est rectangle au sommet opposé au plus grand côté.

Remarque : on commence par calculer séparément le carré du plus grand côté, puis la somme des carrés des deux autres côtés.

Calculer la longueur de la médiane issue de l'angle droit ou la longueur de l'hypoténuse

T1 :

Si un triangle est rectangle,
alors la longueur de la médiane issue de l'angle droit est la moitié de celle de l'hypoténuse.

Remarque : la longueur de l'hypoténuse est le double de celle de la médiane relative.

En connaissant la longueur d'une médiane et celle du côté correspondant.

T2 :

Si, dans un triangle, la longueur d'une médiane est la moitié de celle du côté correspondant,
alors ce triangle est rectangle au sommet dont est issue cette médiane.

Déterminer le centre du cercle circonscrit au triangle et le tracer.

T3 :

Si un triangle est rectangle,
alors le centre de son cercle circonscrit est le milieu de l'hypoténuse.

Remarque : ce théorème sert surtout à justifier l'exactitude des constructions.

En ayant un côté diamètre du cercle circonscrit.

T4 :

Si un côté d'un triangle est un diamètre de son cercle circonscrit,
alors ce triangle est rectangle au sommet opposé au côté diamètre.

En ayant une tangente à un cercle.

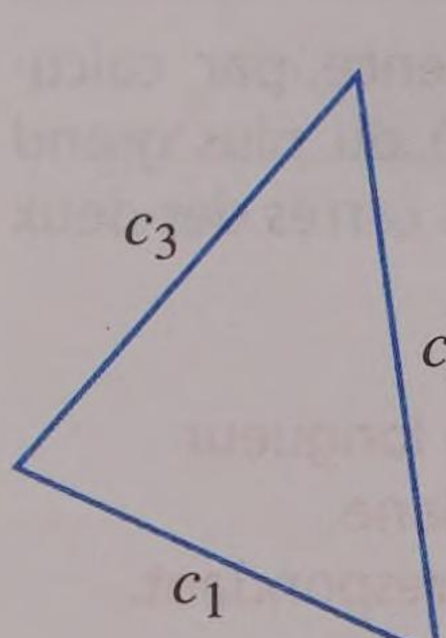
● **Définition**

Soit (𝒞) un cercle de centre *O* et *M* un point de (𝒞).
La **tangente** à (𝒞) en *M* est la droite perpendiculaire à (*OM*) en *M*.

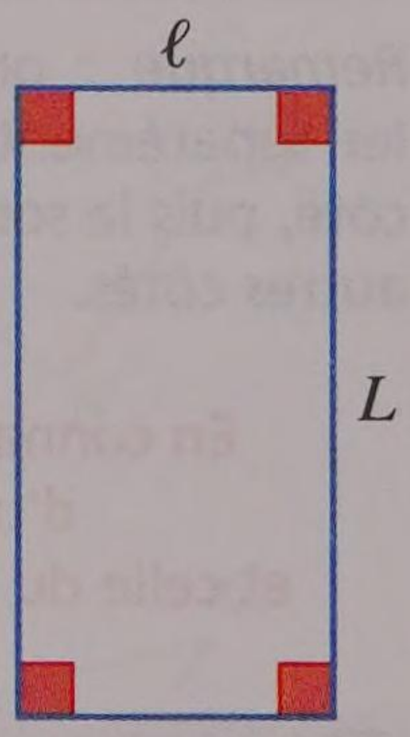
Remarque : si *A* est un point de la tangente, alors *AOM* est rectangle en *M*.

Surfaces usuelles planes

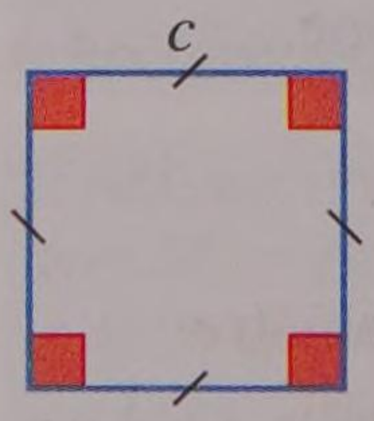
● **Périmètre d'un polygone** : c'est la somme des longueurs de tous les côtés.



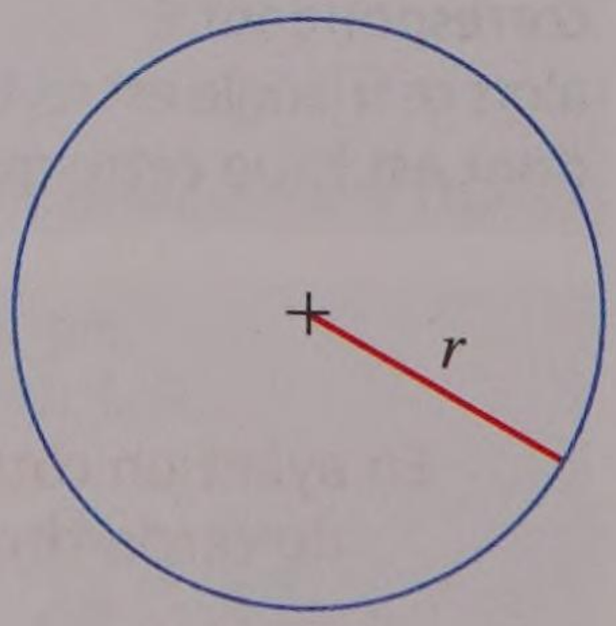
Triangle
$p = c_1 + c_2 + c_3$



Rectangle
$p = (L + \ell) \times 2$



Carré
$p = c \times 4$



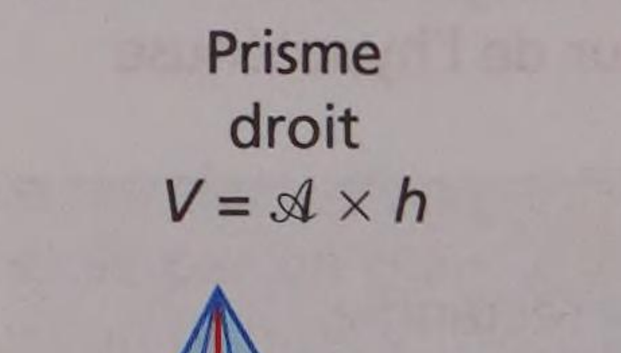
Cercle – Disque
$p = 2\pi r$
avec
$\pi = 3{,}141\ 592\ 653\ 5\ldots$

● **Aire**

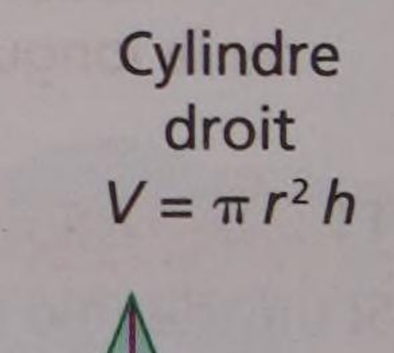
$$\mathcal{A} = \frac{\text{base} \times \text{hauteur}}{2}$$

$\mathcal{A} = L \times \ell$ $\mathcal{A} = c^2$ $\mathcal{A} = \pi r^2$

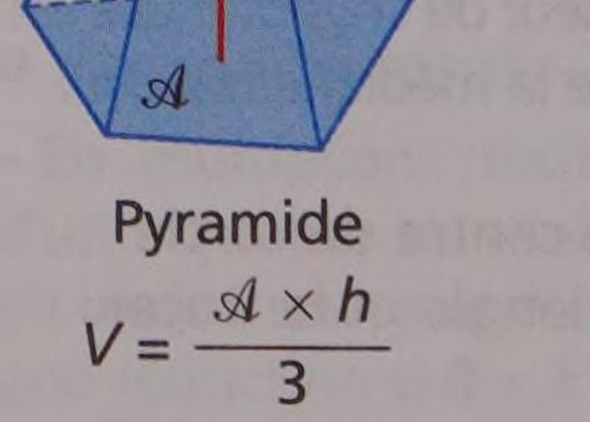
Solides usuels



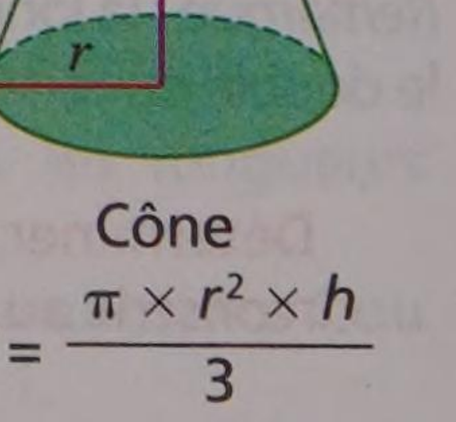
Parallélépipède rectangle
$V = L \times \ell \times h$



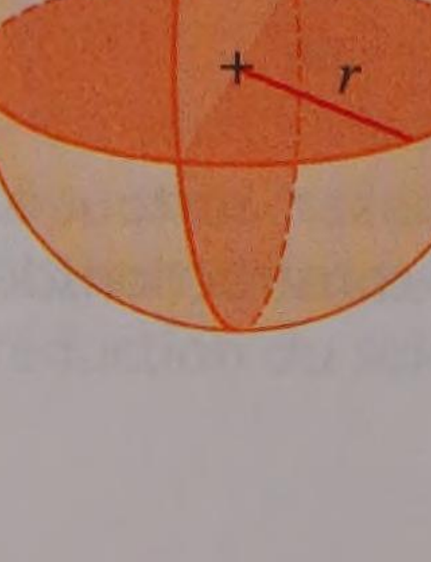
Cube
$V = c^3$



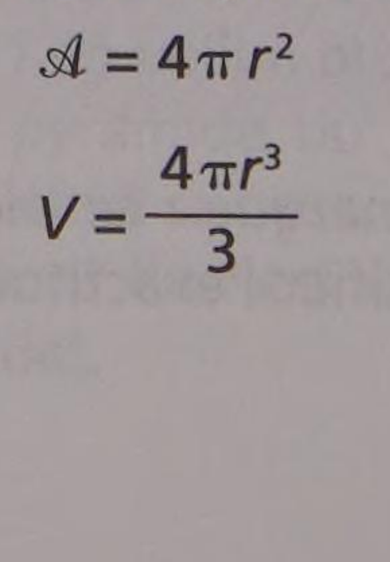
Prisme droit
$V = \mathcal{A} \times h$



Cylindre droit
$V = \pi r^2 h$



Pyramide
$V = \dfrac{\mathcal{A} \times h}{3}$



Cône
$V = \dfrac{\pi \times r^2 \times h}{3}$

Boule – Sphère
$\mathcal{A} = 4\pi r^2$
$V = \dfrac{4\pi r^3}{3}$

Notes personnelles

Notes personnelles

Et aussi, pour réviser toutes les matières de la classe de 3e :



L'ouvrage indispensable pour t'accompagner tout au long de l'année !

Le tout-en-un le plus complet :

- Français
- Maths
- Histoire-géo / Éducation civique
- Anglais
- SVT
- Physique-Chimie

Objectif BREVET

Objectif Brevet, c'est aussi des cahiers de soutien, simples et efficaces, pour un entraînement quotidien de 20 à 30 minutes maxi.









hachette ÉDUCATION

Achevé d'imprimer en Italie par L.E.G.O. S.p.A. plant Lavis
Dépôt légal : Août 2014 - Édition 01 - 55/7777/5

Annales Brevet 2015

Sujets complets corrigés

Maths

Pour s'entraîner et réussir l'épreuve du brevet !

- **Plus de 180 exercices (20 sujets complets)** tous **corrigés**.
- Ces sujets traitent tous les **thèmes du programme**, repérés par des **couleurs spécifiques**.
- Chaque sujet fait l'objet d'un **corrigé rédigé** à l'identique de ce que l'on attend de vous le jour de l'examen, accompagné de **conseils**, d'**astuces** et de **rappels de cours**.
- En fin d'ouvrage, un **résumé de cours** très complet vous permet de revoir rapidement une règle de calcul ou un théorème de géométrie.
- Le **descriptif de l'épreuve**, des **conseils généraux** et un **tableau des exercices classés par thèmes** complètent utilement cet ouvrage.

Annales 2015

Sujets et corrigés

- Maths
- Français
- Histoire-Géographie Éducation civique
- Tout-en-un du brevet

ISBN : 978-2-01-000410-0

55/7777/5

9 782010 004100

www.hachette-education.com

hachette ÉDUCATION

5,95 € TTC
France métropolitaine