

Mathématiques collection zénius

3^e

3



MAGNARD

gratuit
pour **préparer le brevet**
en complément
du manuel

Des exercices interactifs sur
**[www.3e.zeniusélève.
magnard.fr](http://www.3e.zeniusélève.magnard.fr)**

MAGNARD SITE ELEVE

Mathématiques collection zénius 3^e

Mathématiques Zénius 3e

Sommaire

- 1. Outils de calcul et puissances
- 2. Arithmétique
- 3. Calcul littéral
- 4. Racines carrées
- 5. Équations et inéquations
- 6. Notion de fonction
- 7. Proportionnalité et grandeurs composées
- 8. Fonctions linéaires et affines
- 9. Systèmes

Site de l'élève Mathématiques Zénius

Retrouvez ici toutes les ressources associées aux manuels de la collection

Méthodes animées

Des méthodes animées pas à pas pour mieux comprendre les notions essentielles.

J'effectue une recherche

Tous les liens Internet du manuel.
Régulièrement contrôlés et mis à jour.

Les autres ressources

- ❖ QCM
Préparer les contrôles de fin de chapitre.
- ❖ J'utilise un vocabulaire précis
Exercices interactifs pour apprendre à utiliser les bons termes.

De nombreuses **ressources numériques** :

▶ **Des méthodes animées**

Pour aborder différemment et pas à pas les notions essentielles.

▶ **Des exercices interactifs de révision**

Des exercices et QCM auto-corrigés pour s'évaluer au début et à la fin de chaque chapitre.

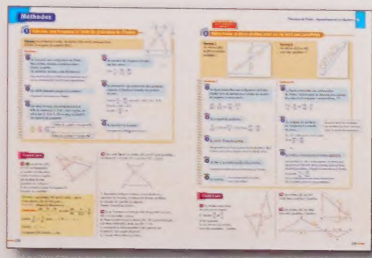
Accédez également aux ressources 6^e, 5^e et 4^e.

Les renvois au site clairement indiqués au fil du manuel

site élève
www.3e.zeniuseleve.magnard.fr

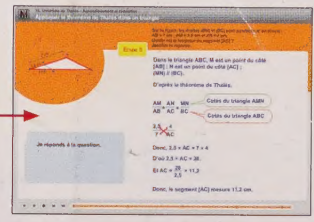
25 méthodes animées pour mieux comprendre les notions essentielles

Dans le manuel



méthodes animées sur
www.3e.zeniuseleve.magnard.fr

Sur le site



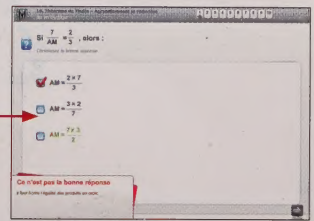
15 QCM auto-correctifs pour s'évaluer

Dans le manuel



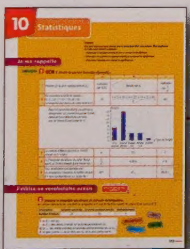
QCM interactifs sur
www.3e.zeniuseleve.magnard.fr

Sur le site



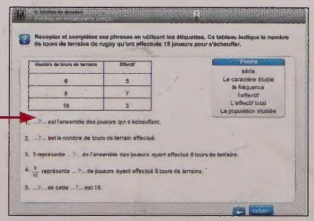
15 exercices auto-correctifs pour travailler le vocabulaire

Dans le manuel



exercices interactifs sur
www.3e.zeniuseleve.magnard.fr

Sur le site



1 dossier
pour vous entraîner à l'ASSR.

Mathématiques

collection zénius

3^e

DELPHINE ALEIXANDRE

Collège Camille Sée, Paris 15^e

CLAIRE BERLIOZ

Lycée Français de New York

LAURE BROTREAU

Collège Pierre Loti, Rochefort

JEAN-CLAUDE PERRINAUD

Les auteurs et les Éditions Magnard remercient vivement
Julie BERTHET (collège Pablo Neruda, Stains),
Françoise BRIBET (collège Jean-Pierre Vernant, Toulouse),
Fatah CHALBI (collège Elsa Triolet, Champigny-sur-Marne),
Paul MILAN (lycée municipal d'adultes de la ville de Paris),
ainsi que tous les enseignants qui ont participé
aux études menées sur ce manuel.



MAGNARD

www.magnard.fr

Sommaire

Le brevet 5

Le socle commun 7

1 Outils de calcul et puissances 11

- Objectifs**
- SC Calculer avec des nombres relatifs sous forme décimale.
 - SC Additionner, soustraire et multiplier des nombres relatifs en écriture fractionnaire.
 - Diviser des nombres relatifs en écriture fractionnaire.
 - SC Calculer avec des puissances.

2 Arithmétique 31

- Objectifs**
- SC Déterminer le PGCD de deux nombres en listant leurs diviseurs communs.
 - Déterminer le PGCD de deux nombres à l'aide d'un algorithme.
 - Déterminer si deux nombres sont premiers entre eux.
 - Rendre irréductible une fraction.
 - SC Rendre irréductible une fraction en utilisant la calculatrice.

3 Calcul littéral 51

- Objectifs**
- Développer une expression.
 - Factoriser en utilisant un facteur commun apparent.
 - SC Connaître l'existence des identités remarquables.
 - SC Utiliser une identité remarquable donnée pour du calcul numérique.
 - Utiliser les identités remarquables.

4 Racine carrée 69

- Objectifs**
- Connaître et utiliser la définition de la racine carrée d'un nombre positif.
 - SC Utiliser la calculatrice pour déterminer la racine carrée d'un nombre positif.
 - Transformer l'écriture d'un nombre en utilisant les égalités $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$ et $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$.

5 Équations et inéquations 87

- Objectifs**
- Mettre en équation un problème.
 - Résoudre une inéquation du premier degré à une inconnue et représenter ses solutions.
 - Résoudre une équation produit (dont les équations du type $x^2 = a$, avec a positif).

6 Notion de fonction 105

- Objectifs**
- Comprendre et utiliser le vocabulaire et les notations liés à la notion de fonction.
 - Calculer l'image d'un nombre par une fonction définie par une formule.
 - Déterminer une image ou un antécédent par lecture directe d'un tableau ou d'une représentation graphique.

7 Proportionnalité et grandeurs composées 123

- Objectifs**
- SC Étudier des situations de proportionnalité.
 - SC Traduire une variation en pourcentage par une multiplication.
 - SC Effectuer des changements d'unités.
 - SC Utiliser des grandeurs produits ou des grandeurs quotients.

8 Fonctions linéaires, fonctions affines 141

- Objectifs**
- SC Reconnaître une fonction linéaire.
 - Reconnaître une fonction affine.
 - Déterminer graphiquement ou par le calcul l'image ou l'antécédent d'un nombre par une fonction linéaire ou affine.
 - Représenter graphiquement une fonction linéaire ou affine.
 - Déterminer graphiquement ou par le calcul une fonction linéaire ou affine.

9 Systèmes d'équations 165

- Objectifs**
- Résoudre algébriquement un système de deux équations du premier degré à deux inconnues admettant une seule solution.
 - Interpréter graphiquement la solution d'un système d'équations.
 - Traduire un problème par un système d'équations.

10 Statistiques 183

- Objectifs**
- Une série statistique étant donnée sous la forme d'une liste, d'un tableau, d'un diagramme ou d'une représentation graphique :
 - Déterminer la médiane de cette série et en donner la signification.
 - Déterminer les premier et troisième quartiles et en donner la signification.
 - Déterminer l'étendue et en donner la signification.

11 Probabilités 205

- Objectifs**
- **sc** Comprendre et utiliser le vocabulaire des probabilités.
 - **sc** Découvrir et utiliser des notions élémentaires de probabilité.
 - **sc** Calculer une probabilité dans les cas d'expériences à une épreuve.
 - Calculer une probabilité dans les cas d'expériences à deux épreuves.

Mémento de géométrie 225

12 Théorème de Thalès – Agrandissement et réduction 231

- Objectifs**
- **sc** Connaître et utiliser le théorème de Thalès dans le cas de deux demi-droites de même origine.
 - Connaître et utiliser le théorème de Thalès dans le cas de deux droites sécantes.
 - Connaître et utiliser un énoncé réciproque du théorème de Thalès.
 - **sc** Agrandir ou réduire une figure.
 - **sc** Connaître et utiliser les effets d'un agrandissement ou d'une réduction sur les longueurs, les angles et les aires.

13 Trigonométrie 251

- Objectifs**
- Connaître la définition du cosinus, du sinus et de la tangente d'un angle aigu dans un triangle rectangle.
 - Déterminer une longueur d'un triangle rectangle en utilisant le cosinus, le sinus ou la tangente d'un des deux angles aigus.
 - Déterminer la mesure d'un angle aigu d'un triangle rectangle en utilisant le cosinus, le sinus ou la tangente.
 - Connaître et utiliser les égalités $(\cos \hat{A})^2 + (\sin \hat{A})^2 = 1$ et $\tan \hat{A} = \frac{\sin \hat{A}}{\cos \hat{A}}$.

14 Angle inscrit, angle au centre – Polygones réguliers 267

- Objectifs**
- Connaître et utiliser la relation entre un angle inscrit et l'angle au centre qui interceptent le même arc.
 - Connaître et utiliser la relation entre deux angles inscrits interceptant le même arc.
 - **sc** Savoir construire un triangle équilatéral et un carré connaissant leur centre et un sommet.
 - Savoir construire un hexagone et un octogone réguliers connaissant leur centre et un sommet.

15 Espace 283

- Objectifs**
- **sc** Connaître et utiliser la définition de la sphère.
 - **sc** Savoir représenter une sphère et certains de ses grands cercles.
 - Calculer l'aire d'une sphère de rayon donné.
 - **sc** Calculer le volume d'une boule de rayon donné.
 - **sc** Connaître et utiliser l'effet d'un agrandissement ou d'une réduction sur les volumes.
 - **sc** Connaître et utiliser la nature de sections planes d'un cube, d'un parallélépipède rectangle, d'un cylindre de révolution, d'une sphère.
 - Connaître et utiliser la nature de sections planes d'un cône ou d'une pyramide.

Se préparer au brevet 309

Boîte à outils

- | | | | |
|--|---------------------|---|-----------------|
| • Utiliser une équerre..... | 313 | • Placer un point, Tracer une droite, une demi-droite, un segment, une droite particulière..... | TICE 318 |
| • Utiliser un compas..... | 313 | • Tracer un cercle, Mesurer, Créer un curseur..... | TICE 319 |
| • sc Utiliser un rapporteur..... | 315 | • Index des notions..... | 320 |
| • sc Créer et utiliser une feuille de calcul, Créer un graphique, Calculer une moyenne..... | TICE 316-317 | • Formulaire..... | Garde arrière |

1 Outils de calcul et puissances

- **SC** Calculer avec des nombres relatifs en écriture décimale 18
- Calculer avec des nombres relatifs en écriture fractionnaire 19
- **SC** Appliquer chaque propriété des puissances 20
- Utiliser les propriétés des puissances 20
- **SC** Utiliser la calculatrice pour mener un calcul **TICE** 21

2 Arithmétique

- **SC** Déterminer le PGCD de deux nombres en listant leurs diviseurs communs 38
- Déterminer le PGCD de deux nombres à l'aide d'un algorithme **WWW** 39
- Déterminer si deux entiers sont premiers entre eux 40
- Rendre une fraction irréductible 40
- **SC** Utiliser la calculatrice **TICE** 41

3 Calcul littéral

- Factoriser en utilisant un facteur commun apparent **WWW** 56
- Développer en utilisant les identités remarquables 57
- Factoriser en utilisant les identités remarquables 58

4 Racines carrées

- Calculer avec des racines carrées 74
- **SC** Utiliser les formules de produit et de quotient de deux racines carrées 75
- Réduire une somme avec des radicaux 76

5 Équations et inéquations

- Résoudre une équation produit **WWW** 94
- Résoudre une inéquation et représenter ses solutions 95

6 Notion de fonction

- Calculer l'image d'un nombre par une fonction définie par une formule 110
- Lire graphiquement une image ou un antécédent **WWW** 111

7 Proportionnalité et grandeurs composées

- **SC** Traduire une variation en pourcentage par une multiplication 130
- **SC** Effectuer des changements d'unités 131
- **SC** Utiliser des grandeurs produits et des grandeurs quotients 132

8 Fonctions linéaires, fonctions affines

- Calculer l'image ou l'antécédent d'un nombre par une fonction linéaire ou affine 150
- Représenter graphiquement une fonction linéaire ou affine **WWW** 151
- Déterminer graphiquement une fonction linéaire ou affine **WWW** 152
- Déterminer par le calcul une fonction linéaire ou affine 153

9 Systèmes d'équations

- Résoudre un système d'équations par substitution 170
- Résoudre un système d'équations par combinaisons **WWW** 171
- Interpréter graphiquement la solution d'un système d'équations 172
- Résoudre un système d'équations en utilisant la calculatrice **TICE** 173
- Traduire et résoudre un problème avec un système d'équations 174

10 Statistiques

- Déterminer la médiane d'une série donnée sous forme de liste 188
- Déterminer la médiane d'une série donnée sous forme de tableau 189
- Déterminer les premier et troisième quartiles d'une série donnée sous forme de liste 190
- Déterminer les premier et troisième quartiles d'une série donnée sous forme de tableau 191
- Utiliser la calculatrice pour étudier une série **TICE** 192

11 Probabilités

- **SC** Calculer une probabilité 212
- **SC** Faire le lien entre probabilité et fréquence 213
- **SC** Appliquer des propriétés des probabilités 214
- Calculer une probabilité à partir d'une expérience à deux étapes 215

12 Théorème de Thalès – Agrandissement et réduction

- Calculer une longueur à l'aide du théorème de Thalès 238
- Déterminer si deux droites sont ou ne sont pas parallèles **WWW** 239
- **SC** Déterminer l'aire d'une figure obtenue par agrandissement ou réduction 240

13 Trigonométrie

- Calculer la longueur d'un côté d'un triangle rectangle 256
- Déterminer la mesure d'un angle aigu d'un triangle rectangle 257

14 Angle inscrit, angle au centre – Polygones réguliers

- Utiliser les propriétés des angles inscrits 272
- **SC** Construire un polygone régulier connaissant son centre et un sommet **WWW** 273

15 Espace

- **SC** Représenter des sections planes de pavés droits ou de cylindres 294
- Étudier la section d'une sphère 295
- Calculer le volume d'une boule et l'aire d'une sphère 296
- Déterminer le volume d'un solide obtenu par agrandissement ou réduction 297

- Ne rendez pas copie blanche !** Vous pourrez obtenir des points grâce à votre démarche, la clarté et la précision de vos raisonnements, votre rédaction, que vos résultats soient justes ou non.

- Vous serez également évalué sur votre capacité à mettre en œuvre une démarche scientifique pour résoudre des problèmes (**compétence 3 du socle commun**). Un exercice au moins vous testera sur votre capacité à **prendre des initiatives** dans la résolution d'un problème non-guidé.
- Certaines questions pourront prendre la forme d'un **questionnaire à choix multiple** (QCM).
- **L'usage de la calculatrice** peut être autorisé pour certains exercices, mais ce n'est pas systématique.

Le brevet dans le manuel

59 QCM : Choisir la bonne (ou les) bonne(s) réponse(s).

	a	b	c
1	$\frac{1}{9} + \frac{1}{6} =$	$\frac{2}{15}$	$0,277$
2	$\frac{5}{7} + \frac{1}{7} \times \frac{4}{3} =$	$\frac{19}{21}$	$\frac{8}{7}$
3	$\frac{7}{3} - \frac{4}{3} + \frac{6}{7} =$	$\frac{5}{3} + \frac{6}{7}$	$\frac{7}{3} - \frac{3}{4} \times \frac{6}{7}$

Entraînez-vous à tous les types d'exercices du brevet.

95 **Prise d'initiatives** $A = 2\,001^2 - 2\,001 - 2\,000$.

Calculer A astucieusement sans calculatrice et en détaillant les étapes.

Donner l'écriture scientifique de A.

91 Brevet (Liban, 2009) Dans cet exercice, tout début



d'explication et de démarche
sera pris en compte.

Voici les distances
(en kilomètres) qui séparent
le Soleil de trois planètes
du système solaire :

Venus : 105×10^6 ;

Mars : $2\,250 \times 10^5$

Terre : $1,5 \times 10^8$.

Parmi ces trois planètes, laquelle est la plus éloignée du soleil ? Justifier.

Apprenez à rédiger
et bénéficiez de
précieux conseils
pour optimiser
vos chances le jour
de l'examen.

Observez, sur de vraies copies d'élèves, tout l'intérêt de ne pas rendre copie blanche.

Mettez-vous dans les conditions de l'épreuve grâce aux deux sujets-types proposés en fin de manuel.

Le socle commun

Le livret personnel de compétences



- Ce livret () comprend :
 - **7 compétences** à valider pour attester de la maîtrise du socle commun des connaissances et des compétences :

1. La maîtrise de la langue française
2. La pratique d'une langue vivante étrangère
- 3. Les principaux éléments de mathématiques et la culture scientifique et technologique**
4. La maîtrise des techniques usuelles de l'information et de la communication
5. La culture humaniste
6. Les compétences sociales et civiques
7. L'autonomie et l'initiative

- le B2i niveau collège (compétence 4) ;
 - les attestations scolaires de sécurité routière 1^{er} et 2nd niveaux (ASSR) et le certificat « Prévention et secours civiques » de niveau 1 (PSC1).
- Chaque compétence est organisée en **domaines**, eux-mêmes divisés en **items**.

En fin de 3^e, vous devrez valider le palier 3 du livret personnel de compétences.

Le socle commun en mathématiques

- Les deux premiers domaines de la compétence 3 (Les principaux éléments de mathématiques et la culture scientifique et technologique) sont plus spécifiques aux mathématiques.

Domaine	Item	Logo utilisé dans le manuel
Pratiquer une démarche scientifique, résoudre des problèmes	Rechercher, extraire et organiser l'information utile	C1
	Réaliser, manipuler, mesurer, calculer, appliquer des consignes	C2
	Raisonner, argumenter, pratiquer une démarche expérimentale ou technologique, démontrer	C3
	Présenter la démarche suivie, les résultats obtenus, communiquer à l'aide d'un langage adapté	C4
Savoir utiliser des connaissances et des compétences mathématiques	Organisation et gestion de données	D1
	Nombres et calculs	D2
	Géométrie	D3
	Grandeurs et mesures	D4

Le programme de mathématiques est découpé en 4 parties correspondant à ces items.

- Les mathématiques peuvent néanmoins être impliquées dans l'évaluation et la validation d'autres compétences.

« Chaque compétence requiert la contribution de plusieurs disciplines et, réciproquement, une discipline contribue à l'acquisition de plusieurs compétences. »
Décret du 11 juillet 2006.

Le socle commun dans le manuel

Zénius 3^e met en place des outils pour accompagner la validation du livret personnel de compétences.

Les logos

Pour repérer facilement le contenu socle commun et b2i

- Au fil du manuel, les logos **SC** et **B2i**, signalent les objectifs et exercices relevant des compétences 3 et 4 du socle commun.

Les exercices interdisciplinaires

Pour découvrir les compétences et domaines du socle autres que mathématiques

- Les exercices « **Histoire des arts** », « **Mathématiques et ...** » et les « **Exposés** » permettent d'établir des liens avec d'autres disciplines et de travailler d'autres compétences et domaines.
- Une des questions des **exposés** donne l'occasion de s'évaluer sur une autre compétence ou un autre domaine que ceux liés aux mathématiques.
- Certains exercices du manuel ont pour sujet une thématique de l'ASSR (vitesse et distance d'arrêt, alcool...)

Exposé



125 Le mot *racine*, que l'on rencontre dans le domaine des mathématiques, a une autre signification dans la vie quotidienne. Le poète et écrivain Boris Vian (1920-1959) s'en est amusé dans l'une de ses chansons dont voici le premier couplet :

*Il y a des racines de tout les formes
Des pointues, des rond' et des difformes
Cell' de la guimauve est angélique
Il y a un Racin' qui est classique
Et la mandragore est diabolique
Mém' s'il nous bassin' on n'y peut plus rien
Mais la racine que j'adore
Et qu'on extrait sans effort-eu
La racin' carrée c'est ma préférée...*
Racine carrée, paroles de Boris Vian et Christian Tison,
musique de Almaine et Claude Luter
© Warner Chappell Music France, 1957.

B2i 4

Lien pour la recherche sur www.3e.zenluseleve.magnard.fr/files

- Faire une recherche sur Boris Vian. Quelles études a-t-il suivies ? Quels métiers a-t-il exercés ?
- Donner le sens des mots *guimauve* et *mandragore*.
- Pour chaque mot *racine* rencontré dans ce texte, expliquer sa signification.
- Que veut dire *extraire une racine* ? Chercher un exemple d'extraction de racine.

Compétence du socle commun évaluée dans cet exposé

Compétence	1 : La maîtrise de la langue française
Domaine	Lire.
Item	Utiliser ses capacités de raisonnement, ses connaissances sur la langue et savoir faire appel à des outils appropriés pour lire. Je sais spécifier le sens d'un terme polysémique dans son contexte d'emploi. Je sais rechercher et vérifier des informations dans des encyclopédies, des revues, des documents numériques...
Pour l'évaluation	

Utiliser un tableau de valeurs

28 Mathématiques et ASSR



Lorsqu'un conducteur freine, son véhicule parcourt une certaine distance avant de s'immobiliser. Cette distance est appelée distance de freinage.

Vitesse en kilomètres par heure	10	30	90	120
Distance de freinage en mètres	1,8	6,9	52,2	93

On appelle *f* la fonction qui, à une vitesse (en km/h), associe la distance de freinage (en m).

- Quelle est l'image par *f* de 30 ? Interpréter ce résultat
- Donner l'expression de *f*
- Que se passe-t-il à l'infini ?

Téléchargez le dossier « Réussir l'attestation de sécurité routière » (notions à retenir, suivies d'exercices de mathématiques en lien avec l'ASSR) sur le site

www.3e.zenluseleve.magnard.fr

L'exercice « Prise d'initiatives »

Pour se familiariser avec l'évaluation par compétences **L P C**

Prise d'initiatives

61 On s'intéresse aux nombres de chaînes de télévision réceptionnées au domicile de chaque élève d'un collège. Les données recueillies ont été synthétisées : valeur minimale : 0 ; valeur maximale : 460 ; médiane : 131 ; $Q_1 = 15$ et $Q_3 = 200$. Effectuez la même étude dans votre collège, puis comparez vos résultats avec ceux de ce collège.

Consigne
Vous présenterez votre démarche en faisant figurer toutes les pistes de recherche même si elles n'ont pas abouti.

 Voir indications pour l'évaluation, p. 308.

Une liste d'indications pour l'évaluation est donnée en fin de manuel (p. 307).

Vous pouvez l'utiliser :

- pour vous aider dans la résolution de l'exercice ;
- pour vous évaluer (seul ou avec votre professeur) sur les 8 items du socle, grâce à la grille des compétences, à télécharger sur

www.3e.zenluseleve.magnard.fr

Chapitre 10

61. J'ai compris que, pour résoudre le problème, il fallait interroger le plus grand nombre d'élèves possible de mon collège. (C3 ; D1)
J'ai pensé à partager, avec d'autres élèves, le travail permettant d'obtenir le relevé correspondant à mon collège. (C3)
J'ai pensé à regrouper les résultats des autres élèves. (C3)
J'ai calculé le minimum, le maximum, la médiane, les premier et troisième quartiles du relevé obtenu pour mon collège. (C1 ; D1)
J'ai compris que ces valeurs allaient me permettre une comparaison des résultats des deux collèges. (C1)
J'ai pensé à interpréter ces valeurs à l'aide de phrases. (C4 ; D1)
J'ai pensé à utiliser deux schémas bilan pour comparer les séries. (C4 ; D1)
J'ai rédigé tous mes résultats, même ceux non terminés. (C4)

■ Les tableaux de compétence

Pour s'entraîner et s'évaluer sur des critères concrets

- Les tableaux suivants proposent une sélection d'exercices par chapitre pour s'évaluer sur les 8 items de mathématiques et de démarche scientifique.

Items testés	Exemples d'indications pour l'évaluation	Quelques exercices pour s'évaluer
Chapitre 1		
C1	Je sais extraire d'un document les informations utiles.	64 ; 121.
C2	Je sais mener à bien un calcul numérique, utiliser une expression littérale.	54 ; 58 ; 69 ; 105.
	Je sais utiliser ma calculatrice pour appliquer une consigne.	71 ; 99.
C3	Un problème étant clairement identifié, je sais faire des essais, appliquer une formule.	113 ; 105.
C4	Je sais présenter, par un texte écrit ou à l'oral, les résultats de ma recherche.	113 ; 121.
D2	Je maîtrise les tables de multiplication « dans un sens ou dans l'autre » pour effectuer un calcul mental, réfléchi ou posé.	80 ; 81.
	Je sais mener à bien un calcul instrumenté (calculatrice).	48 ; 49 ; 61.
	Je sais utiliser les quatre opérations sur les nombres relatifs en écriture décimale ; additionner, soustraire et multiplier des nombres relatifs en écriture fractionnaire.	55 ; 35.
	Je sais traduire des données à l'aide de nombres relatifs.	56 ; 57.
Chapitre 2		
C1	Je sais extraire d'un document les informations utiles.	62.
C2	Je sais suivre un programme de calcul (ici, un algorithme).	59 ; 60 ; 61.
C3	Je sais exploiter les résultats (ici, comparer deux algorithmes).	58.
C4	Je sais présenter, par un texte écrit ou à l'oral, les résultats de ma recherche.	95 ; 102.
D1	Je sais lire des données présentées sous la forme d'un tableau.	62.
D2	Je sais mener à bien un calcul instrumenté (calculatrice ou tableur).	46 ; 47 ; 91 ; 92.
D3	Je sais utiliser les propriétés d'une figure pour résoudre un problème.	97.
D4	Je sais effectuer des conversions d'unités.	50.
Chapitre 3		
C2	Je sais calculer, utiliser une formule.	48 ; 52 ; 59.
C3	Je sais proposer une méthode, faire des essais.	109.
C4	Je sais présenter, par un texte écrit ou à l'oral, les résultats de ma recherche.	109 ; 119.
D2	Je sais conduire un calcul littéral simple.	49 ; 51 ; 58.
	Je sais mener à bien un calcul mental.	82 ; 83 ; 84.
Chapitre 4		
C1	Je sais extraire d'un document les informations utiles.	108 ; 125.
C2	Je sais calculer et utiliser une formule.	111 ; 112.
C3	Je sais émettre une hypothèse.	117.
C4	Je sais présenter, par un texte écrit ou à l'oral, les résultats de ma recherche.	114 ; 115.
D1	Je sais lire des données présentées sous la forme d'un tableau.	56 ; 57.
D2	Je sais mobiliser des écritures différentes d'un même nombre.	47.
D3	Je sais utiliser les propriétés d'une figure pour résoudre un problème.	124.
D4	Je sais calculer une aire.	110.
Chapitre 5		
C1	Je sais extraire d'un document les informations utiles.	90 ; 103 ; 107.
	Je sais traduire une information simple par une équation ou une inéquation.	68 ; 89.
C2	Je sais suivre un programme de calcul.	68 ; 95.
C3	Je sais résoudre une équation ou une inéquation par la méthode de mon choix.	40 ; 49 ; 64 ; 85.
C4	Je sais présenter, par un texte écrit ou à l'oral, les résultats de ma recherche.	107 ; 114.

Items testés	Exemples d'indications pour l'évaluation	Quelques exercices pour s'évaluer
D1	Je sais lire des données sur une droite graduée ou repérer un nombre sur cette droite.	83 ; 84.
D2	Je maîtrise les tables de multiplication « dans un sens ou dans l'autre » pour effectuer un calcul mental, réfléchi ou posé.	69 ; 70 ; 73 ; 76.
D3	Je sais utiliser les propriétés d'une figure pour résoudre un problème.	79 ; 105.
Chapitre 6		
C1	Je sais traduire une information codée (ici, des graphiques).	30 ; 38 ; 44 ; 59.
C2	Je sais calculer, utiliser une formule.	35 ; 37.
C3	Je sais proposer une méthode, faire des essais.	51.
C4	Je sais présenter, par un texte écrit ou à l'oral, les résultats de ma recherche.	60.
D1	Je sais appliquer un pourcentage.	43.
D2	Je sais mener à bien un calcul à la main.	7 à 11 ; 22 ; 24 ; 25.
	Je sais mener à bien un calcul instrumenté (calculatrice).	39.
Chapitre 7		
C1	Je sais extraire d'un document les informations utiles.	61 ; 73.
C2	Je sais calculer, utiliser une formule.	72.
C3	Je sais proposer une méthode, faire des essais.	80 ; 82 ; 83.
C4	Je sais présenter, par un texte écrit ou à l'oral, les résultats de ma recherche.	89.
D2	Je sais mener à bien un calcul instrumenté (calculatrice ou tableur).	67 ; 81.
D4	Je sais effectuer des conversions d'unités.	25 à 36.
Chapitre 8		
C1	Je sais extraire d'un document les informations utiles.	109.
C2	Je sais suivre un programme de calcul.	101.
C3	Je sais émettre une hypothèse.	112 ; 115.
C4	Je sais présenter, par un texte écrit ou à l'oral, les résultats de ma recherche.	116.
D1	Je sais utiliser les propriétés de linéarité.	57 ; 107.
D2	Je sais mener à bien un calcul instrumenté (tableur).	97.
D3	Je sais utiliser les propriétés d'une figure pour résoudre un problème simple.	46.
D4	Je sais déterminer une distance.	107.
Chapitre 9		
C1	Je sais extraire d'un document les informations utiles.	58 ; 60 ; 63.
C2	Je sais mener à bien un calcul.	54.
C3	Je sais comparer une situation à un modèle connu.	52.
C4	Je sais présenter, par un texte écrit ou à l'oral, les résultats de ma recherche.	73.
D2	Je sais mener à bien un calcul instrumenté (calculatrice ou tableur).	45 à 47.
Chapitre 10		
C1	Je sais extraire d'un document les informations utiles.	56 ; 57.
	Je sais traduire une information codée.	25 ; 49 ; 60.
C2	Je sais construire un schéma ou un tableau en appliquant des consignes.	52 ; 53 ; 57.
	Je sais utiliser ma calculatrice pour appliquer une consigne.	50.
C3	Je sais adapter une méthode à une situation proche.	61.
C4	Je sais présenter, par un texte écrit ou à l'oral, les résultats de ma recherche.	60 ; 69.
D1	Je sais lire des données présentées sous forme de tableaux, de graphiques.	45 ; 55.
	Je sais mener à bien un calcul instrumenté (calculatrice ou tableur).	22 ; 23 ; 50 ; 63 ; 64.
D2	Je sais mener à bien un calcul.	27 ; 28.
D4	Je sais calculer des valeurs (puissance).	58.

Items testés	Exemples d'indications pour l'évaluation	Quelques exercices pour s'évaluer
Chapitre 11		
C1	Je sais traduire une information codée (ici, des arbres pondérés).	26 ; 44 ; 48.
	Je sais extraire d'un document les informations utiles.	71.
C2	Je sais suivre des consignes.	64.
C3	Je sais adapter une méthode à une situation proche.	61.
C4	Je sais utiliser un logiciel de traitement de texte pour présenter un résultat.	71.
D1	Je sais déterminer des probabilités dans des contextes familiers par : un calcul exact ; des fréquences observées.	17 ; 18 ; 20 ; 21 ; 22 ; 23.
D2	Je sais conduire un calcul littéral simple.	46.
D3	Je sais reconnaître des figures géométriques simples à partir de leurs propriétés.	41 ; 57.
D4	Je sais calculer des longueurs et des aires.	17 ; 55.
Chapitre 12		
C1	Je sais extraire d'un ou plusieurs documents les informations utiles.	27 ; 30 ; 47 ; 50.
C2	Je sais réaliser une construction.	37 ; 41 ; 51.
C3	Un problème étant clairement identifié, je sais appliquer un théorème ou une méthode adaptée.	25 ; 31 ; 40.
C4	Je sais présenter, par un texte écrit ou à l'oral, les résultats de ma recherche	50 ; 57.
D1	Je sais reconnaître si deux grandeurs sont proportionnelles et si oui, calculer une quatrième proportionnelle.	17 à 19.
D2	Je sais comparer des nombres.	31 ; 33.
D3	Je sais construire des figures en utilisant des définitions ou des propriétés.	16 ; 41.
D4	Je sais utiliser l'effet d'un agrandissement ou d'une réduction sur une longueur ou une aire.	40 ; 42.
Chapitre 13		
C1	Je sais extraire d'un document les informations utiles.	60.
C2	Je sais construire une figure géométrique en appliquant des consignes.	51.
C3	Je sais émettre et valider une hypothèse.	62.
C4	Je sais présenter, par un texte écrit ou à l'oral, les résultats de ma recherche.	71.
D1	Je sais calculer une quatrième proportionnelle.	10 à 13.
D2	Je sais mener à bien un calcul instrumenté (calculatrice).	22 ; 24.
D3	Je sais effectuer des constructions simples en utilisant des définitions et des propriétés.	39.
D4	Je sais calculer une aire.	67.
Chapitre 14		
C1	Je sais traduire une figure codée.	27 ; 31.
C2	Je sais utiliser un logiciel de géométrie en autonomie.	57 ; 58.
C3	Je sais adapter une méthode pour résoudre un problème.	24 ; 31 ; 35 ; 36 ; 46.
C4	Je sais utiliser un logiciel de géométrie dynamique pour présenter un résultat.	55.
D2	Je sais mener à bien un calcul mental.	38 à 45.
D3	Je sais représenter des figures géométriques et utiliser leurs propriétés.	28 à 30 ; 37 ; 54.
Chapitre 15		
C1	Je sais extraire d'un document les informations utiles.	66.
C2	Je sais utiliser une formule.	32 ; 35.
C3	Un problème étant clairement identifié, je sais appliquer un théorème ou une méthode adaptée.	46 ; 48 ; 50 ; 68.
C4	Je sais présenter, par un texte écrit ou à l'oral, les résultats de ma recherche.	66 ; 72.
D3	Je sais représenter une sphère et certains de ses grands cercles.	41.
	Je sais représenter et utiliser des sections planes de solides usuels (pavé droit, cylindre, sphère).	42 à 45 ; 49 ; 53 ; 54.
D4	Je sais calculer un volume.	30 ; 51 ; 57.
	Je sais utiliser l'effet d'un agrandissement ou d'une réduction sur un volume.	37 ; 59.

Outils de calculs et puissances

Je me rappelle

Objectifs

- **SC** Calculer avec des nombres relatifs sous forme décimale.
- **SC** Additionner, soustraire et multiplier des nombres relatifs en écriture fractionnaire.
Diviser des nombres relatifs en écriture fractionnaire.
- **SC** Calculer avec des puissances.

socle commun

1 QCM : Choisir la (ou les) bonne(s) réponse(s).

		a	b	c
1	L'opposé de 3 est :	- 3.	$\frac{1}{3}$.	$-\frac{1}{3}$.
2	L'inverse de - 3 est :	3.	$\frac{1}{3}$.	$-\frac{1}{3}$.
3	Soustraire un nombre revient à :	additionner son opposé.	multiplier par son opposé.	multiplier par son inverse.
4	Diviser par un nombre revient à :	additionner son inverse.	multiplier par son opposé.	multiplier par son inverse.
5	$\frac{2}{3}$ est :	une écriture fractionnaire.	une fraction.	un quotient.
6	Une fraction égale à $\frac{2}{5}$ et de dénominateur 10 est :	$\frac{10}{25}$.	$\frac{7}{10}$.	$\frac{4}{10}$.
7	Une fraction égale à $\frac{2}{7}$ et de numérateur 14 est :	$\frac{14}{49}$.	$\frac{14}{19}$.	$\frac{4}{14}$.
8	La fraction $\frac{24}{36}$ peut être simplifiée par :	2.	4.	6.
9	On doit écrire deux fractions avec le même dénominateur pour les :	additionner.	multiplier.	diviser.
10	$\frac{5}{3}$ est égal à :	$\frac{5 \times 3}{3 \times 3}$.	$5 \times \frac{1}{3}$.	$5 + 3$.
11	5^{-2} est égal à :	$5 \times (-2)$.	$\frac{1}{5 \times 5}$.	-5×5 .
12	3^4 est égal à :	12.	81.	7.
13	-2^4 est égal à :	16.	- 16.	$(-2)^4$.
14	10^{-2} est égal à :	un centième.	- 100.	0,01.
15	Multiplier 12,58 par 10^5 revient à :	ajouter 5 zéros à la fin de ce nombre.	décaler la virgule de ce nombre de 5 rangs vers la droite.	décaler la virgule de ce nombre de 5 rangs vers la gauche.
16	Multiplier 7,123 par 10^{-5} revient à :	ajouter 5 zéros avant le nombre.	décaler la virgule de ce nombre de 5 rangs vers la droite.	décaler la virgule de ce nombre de 5 rangs vers la gauche.

J'utilise un vocabulaire précis

2 Recopier et compléter les phrases en utilisant les étiquettes.

1. $-3 + 7$ est la ... des ... - 3 et 7. 3. -3×7 est le ... des ... - 3 et 7.
 2. $-3 - 7$ est la ... des ... - 3 et 7. 4. $-3 + 7$ est le ... des ... - 3 et 7.

exercice interactif sur
www.3e.zeniusseleve.magnard.fr

somme

quotient

différence

termes

produit

facteurs

Activité 1 Produit de puissances d'un même nombre

1. a. Écrire 3^4 comme un produit de 4 facteurs identiques.
 b. De même, écrire 3^5 comme un produit de facteurs identiques.
 c. En déduire une écriture de $3^4 \times 3^5$ comme un produit de facteurs identiques.
 d. Écrire alors $3^4 \times 3^5$ sous la forme d'une puissance.
2. Procéder comme dans la question 1. pour écrire $2^4 \times 2^3$ sous la forme d'une puissance.

3. Martin doit écrire $5^{25} \times 5^{36}$ sous la forme d'une puissance de 5. Que peut-on lui conseiller pour qu'il réponde rapidement ? Que doit écrire Martin ?

4. Recopier et compléter :

$$3^5 \times 3^{-4} = 3^5 \times \frac{1}{3^4} = \frac{\dots \times \dots \times \dots \times \dots \times \dots}{\dots \times \dots \times \dots \times \dots} = 3^{\dots}$$

5. Lynn doit écrire $5^{25} \times 5^{-36}$ sous la forme d'une puissance de 5. Que peut-on lui conseiller pour qu'elle réponde rapidement ? Que doit écrire Lynn ?

6. m et n sont des nombres entiers positifs. a est un nombre relatif. Recopier et compléter :

$$a^m \times a^n = \underbrace{a \times a \times \dots \times a}_{\dots \text{ facteurs}} \times \underbrace{a \times a \times \dots \times a}_{\dots \text{ facteurs}} = \underbrace{a \times \dots \times a}_{\dots \text{ facteurs}} = a^{\dots}$$

Ai-je bien compris ?

- Recopier et compléter :

Si a est un nombre relatif non nul, m et n deux entiers relatifs, alors $a^m \times a^n = a^{\dots}$.

- Écrire chaque expression sous la forme d'une puissance.

$$A = 7^4 \times 7^{-9}$$

$$C = 13^{-24} \times 13^{-45}$$

$$B = 11^2 \times 11^{-63}$$

$$D = 2^{11} \times 2^{-15} \times 2^{26}$$

Activité 2 Quotient de puissances d'un même nombre

1. a. Recopier et compléter :

$$\frac{5^7}{5^3} = 5^7 \times \frac{1}{5^3} = 5^7 \times 5^{\dots}$$

- b. En déduire une écriture de $\frac{5^7}{5^3}$ sous la forme d'une puissance.

2. Procéder comme dans la question 1. pour écrire $\frac{3^7}{3^{25}}$ sous la forme d'une puissance.

Ai-je bien compris ?

- Recopier et compléter :

Si a est un nombre relatif non nul, m et n deux entiers relatifs, alors $\frac{a^m}{a^n} = a^{\dots}$.

- Écrire chaque expression sous la forme d'une puissance.

$$A = \frac{17^{23}}{17^{10}}$$

$$B = \frac{11^2}{11^{63}}$$

$$C = \frac{7^4}{7^9}$$

$$D = \frac{13^{-24}}{13^{45}}$$

Activité 3 Puissance d'une puissance

$$(3^7)^4 = 3^7 \times 3^7 \times 3^7 \times 3^7 = 3^{28}$$

Voici ce qu'un professeur a écrit au tableau.

1. Expliquer la première ligne.

2. Quelle propriété utilise le professeur pour écrire la deuxième ligne ?

3. En procédant de la même façon, recopier et compléter :

$$a. (3^{-7})^4 = \dots \times \dots \times \dots \times \dots = 3^{\dots};$$

$$b. (3^7)^{-4} = \frac{1}{(3^7)^4} = \frac{1}{\dots \times \dots \times \dots \times \dots} = \frac{1}{3^{\dots}} = 3^{\dots}$$

4. Est-il judicieux de procéder de même pour écrire $(3^{12})^{23}$ sous la forme d'une puissance ?

5. En déduire l'écriture de $(3^{12})^{23}$ sous la forme d'une puissance.

Ai-je bien compris ?

- Recopier et compléter :

Si a est un nombre relatif non nul, m et n deux entiers relatifs, alors $(a^m)^n = a^{\dots}$.

- Écrire chaque expression sous la forme d'une puissance.

$$A = (7^4)^9 = 7^{\dots} \quad B = (11^{25})^4 = 11^{\dots} \quad C = (13^{24})^2 = 13^{\dots}$$

Activité 4 Produit de deux puissances de même exposant

1. Un professeur demande de calculer sans calculatrice $2^7 \times 5^7$.
Alors que Margaux pense que ce n'est pas possible, Tom écrit sur son cahier :

$$\begin{aligned} 2^7 \times 5^7 &= \underbrace{2 \times 2 \times \dots \times 2}_{7 \text{ facteurs}} \times \underbrace{5 \times 5 \times \dots \times 5}_{7 \text{ facteurs}} \\ &= \underbrace{(2 \times 5) \times (2 \times 5) \times \dots \times (2 \times 5)}_{7 \text{ facteurs}} \\ &= (2 \times 5)^7 \\ &= 10^7 \end{aligned}$$

Le raisonnement de Tom est-il correct ?

2. Recopier et compléter :

Le produit de deux puissances de même exposant est égal à la ... du ...

3. Ce professeur demande ensuite de démontrer ce résultat dans le cas où les exposants sont des nombres entiers positifs.

Voici ce que Margaux a commencé à noter sur son cahier :

$$\begin{aligned} (a \times b)^m &= \underbrace{(a \times b) \times \dots \times (a \times b)}_{m \text{ facteurs}} \\ &= \underbrace{a \times \dots \times a}_{m \text{ facteurs}} \times \underbrace{b \times \dots \times b}_{m \text{ facteurs}} \\ &= a^m \times b^m \end{aligned}$$

Recopier et compléter son travail.

Ai-je bien compris ?

Recopier et compléter :

Si a et b sont deux nombres relatifs non nuls et m un entier relatif, alors $(a \times b)^m = a^m \times b^m$.

Calculer : $A = 2^3 \times 5^3$; $B = 3^5 \times \left(\frac{1}{3}\right)^5$; $C = 6^3 \times \left(\frac{1}{2}\right)^3$.

Activité 5 Quotient de deux puissances de même exposant

1. a. Justifier l'égalité $\frac{1}{3^7} = \left(\frac{1}{3}\right)^7$.

b. En déduire une écriture de $\frac{5^7}{3^7}$ comme produit de deux puissances de même exposant.

c. Utiliser la règle sur le produit de deux puissances de même exposant pour écrire $\frac{5^7}{3^7}$ comme une seule puissance.

2. Procéder comme dans la question 1. pour écrire $\frac{3^9}{5^9}$ comme une seule puissance.

3. Recopier et compléter :

Le quotient de deux puissances de même exposant est égal à la ... du ...

Ai-je bien compris ?

Recopier et compléter :

Si a et b sont deux nombres relatifs non nuls et m un entier relatif, alors $\frac{a^m}{b^m} = \left(\frac{a}{b}\right)^m$.

Écrire chaque expression sous la forme d'une seule puissance.

$$A = \frac{7^4}{9^4} \quad B = \frac{11^{21}}{12^{21}} \quad C = \frac{13^{-24}}{8^{-24}}$$

1 Opérations avec des nombres relatifs en écriture décimale

Vocabulaire

- 7 est un **nombre relatif**. Son **signe** est - et sa **distance à zéro** est 7.

a Somme algébrique

Définition

Une **somme algébrique** est une suite d'additions et de soustractions.

Règle

Pour calculer une somme algébrique, on peut regrouper les nombres qui ont le même signe.

Exemple

$$A = 3 - 7 + 9 - 8 + 1$$

$$A = 3 + 9 + 1 - 7 - 8$$

$$A = 13 - 15$$

$$A = -2$$

b Produit et quotient

Règle des signes

- Le produit (ou le quotient) de deux nombres de même signe est positif.
- Le produit (ou le quotient) de deux nombres de signes contraires est négatif.

Règle de calcul

Pour calculer le produit (ou le quotient) de deux nombres relatifs :

- on utilise la **règle des signes** ;
- on calcule le produit (ou le quotient) des distances à zéro.

Exemples

$$\bullet -8 \times 2 = -(8 \times 2) = -16$$

$$\bullet -35 \div (-7) = +(35 \div 7) = 5$$

2 Opérations avec des nombres relatifs en écriture fractionnaire

a Somme algébrique

Règle

Si a , b et c sont trois nombres relatifs, avec $b \neq 0$, alors $\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b}$ et $\frac{a}{b} - \frac{c}{b} = \frac{a-c}{b}$.

Exemples

$$\bullet B = \frac{2}{7} + \frac{3}{7} = \frac{2+3}{7} = \frac{5}{7} \quad \bullet C = \frac{9}{15} - \frac{11}{15} = \frac{9-11}{15} = \frac{-2}{15}$$

b Produit

Règle

Si a , b , c et d sont quatre nombres relatifs, avec $b \neq 0$ et $d \neq 0$,

$$\text{alors } \frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}.$$

Exemple

$$D = \frac{-2}{7} \times \frac{-5}{3} = \frac{-2 \times (-5)}{7 \times 3} = \frac{10}{21}$$

c Quotient

Règle

Diviser par un nombre non nul revient à multiplier par son inverse.

Cas particulier : Si a , b , c et d sont des nombres relatifs,

avec $b \neq 0$, $c \neq 0$ et $d \neq 0$, alors $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$.

Exemples

$$\bullet E = \frac{-2}{7} \div \frac{-5}{3} = \frac{-2}{7} \times \frac{3}{-5} = \frac{-2 \times 3}{7 \times (-5)} = \frac{-6}{-35} = \frac{6}{35}$$

$$\bullet F = \frac{3}{2} \div 3 = 3 \times \frac{1}{3} = \frac{3 \times 1}{2} = \frac{3}{2}$$

Testez votre compréhension du cours

1 Trouvez deux nombres de signes contraires dont la somme est -15 .

3 Thalès serait né en 625 av. J.-C. et serait mort à l'âge de 78 ans. Donnez la date supposée de sa mort.

5 Aidez Meriem à calculer de tête les expressions suivantes :
 $A = -3 + 9 - 7 + 11$;
 $B = 0,75 - 8,1 + 1 + 0,25 - 1,9$.

4 Le professeur demande de calculer $-10 + 6 - 12 + 5$.
 Voici les réponses de quatre élèves.
 Qui a raison ?

Maëlys
 $-22 + 11$

Maxence
 $-16 + 5$

$-4 - 17$
 Pauline

$-4 - 7$
 Romane

6 Donnez deux nombres entiers relatifs de même signe dont le produit est 12. Trouvez toutes les autres valeurs possibles.

7 Walid dit qu'il peut déterminer le signe de $1 \times (-2) \times 3 \times (-4) \times 5 \times \dots \times 2\,011 \times (-2\,012)$.
 Et vous ?

8 On donne les expressions $A = (-0,25) \times 5 \times 4 \times 2$ et $B = (-50) \times (-8) \times (-2) \times (0,125)$.
 Hannen affirme qu'elle sait les calculer très vite.
 Dans chaque cas :

- Donnez le signe du produit.
- Donnez les regroupements astucieux repérés par Hannen.
- Effectuez les calculs.

9 Calculez : $A = 72 \div 9$; $B = -42 \div 6$;
 $C = 54 \div (-6)$; $D = -24 \div (-8)$.

10 Vanessa affirme que l'inverse de -3 est 3.
 Qu'en pensez-vous ? Proposez une reformulation.

11 On donne :

$$A = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} ; \quad B = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} ; \quad C = \frac{1}{2} - \frac{1}{3} ; \quad D = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} ; \quad E = \frac{1}{6} + \frac{1}{3}$$

Pour chaque calcul, dites s'il est nécessaire d'effectuer un (ou des) changement(s) de dénominateur(s).

12 Dans chaque cas, donnez le dénominateur commun aux deux fractions, positif et le plus petit possible.

a. $\frac{1}{3}$ et $\frac{-7}{24}$

b. $\frac{8}{-6}$ et $\frac{1}{4}$

c. $\frac{-7}{15}$ et $\frac{1}{9}$

d. $\frac{15}{14}$ et $\frac{7}{6}$

13 Le professeur demande

de calculer $A = \frac{3}{7}$.

Qui a raison ?

Esteban

$$A = 3 \times \frac{9}{7}$$

$B = \frac{3}{7} \times 9$

Mathis

$C = \frac{3}{7} \times \frac{1}{9}$

Léane

14 $\frac{2}{3} - \frac{5}{3} \div \frac{1}{4} =$

a. $\frac{2}{3} - \frac{5}{3} \times \frac{1}{4} ?$

b. $\frac{2}{3} - \frac{5}{3} \times \frac{4}{1} ?$

c. $\frac{-3}{3} \div \frac{1}{4} ?$

3 Puissances

a Définitions

→ Testez-vous avec les exercices 15 à 17 et 23.

- Pour $n \geq 2$, $a^n = \underbrace{a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ facteurs}}$

a^n se lit « a puissance n » ou « a exposant n ».

- Par convention, $a^1 = a$ et $a^0 = 1$ pour $a \neq 0$.
- Pour $n \geq 1$ et $a \neq 0$, a^{-n} est l'inverse de a^n .

On a donc $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$.

Exemples

- $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$
- $(-3)^4 = (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) = 81$
- $(-5)^0 = 1$ et $(-3)^1 = -3$.
- $2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$

b Propriétés

→ Testez-vous avec les exercices 18 à 20.

Si a et b sont deux nombres relatifs non nuls, et n et m deux entiers relatifs, alors :

- $a^m \times a^n = a^{m+n}$.

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}.$$

- $(a^m)^n = a^{m \times n}$.

- $a^n \times b^n = (ab)^n$.

$$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n.$$

Exemples

- $7^{15} \times 7^{23} = 7^{15+23} = 7^{38}$
 $5^3 \times 5^{-4} = 5^{3+(-4)} = 5^{-1}$
- $\frac{2^{24}}{2^{13}} = 2^{24-13} = 2^{11}$
 $\frac{7^{17}}{7^{-8}} = 7^{17-(-8)} = 7^{17+8} = 7^{25}$
- $(3^2)^7 = 3^{2 \times 7} = 3^{14}$
 $(11^5)^{-2} = 11^{5 \times (-2)} = 11^{-10}$
- $2^3 \times 5^3 = (2 \times 5)^3 = 10^3 = 1\,000$
- $\frac{9^{12}}{1,5^{12}} = \left(\frac{9}{1,5}\right)^{12} = 6^{12}$

c Écriture scientifique

→ Testez-vous avec les exercices 21 et 22.

Définition

L'écriture (ou notation) scientifique d'un nombre est l'écriture de ce nombre sous la forme $a \times 10^n$ avec :

- $1 \leq a < 10$;
- n un nombre entier relatif.

Exemples

- L'écriture scientifique de 123 456,7 est $1,234\,567 \times 10^5$.
- L'écriture scientifique de 0,000 123 4 est $1,234 \times 10^{-4}$.
- L'écriture scientifique de $12,3 \times 10^7$ est $1,23 \times 10^8$.

4 Priorités opératoires

→ Testez-vous avec les exercices 20 et 23.

Règle

Dans un calcul, on effectue dans l'ordre :

- les calculs entre parenthèses ;
- les puissances ;
- les multiplications et les divisions ;
- les additions et les soustractions.

Exemple

$$\begin{aligned} A &= 3 \times (5 - 3)^4 + 2 - 5^2 \\ A &= 3 \times 2^4 + 2 - 5^2 \\ A &= 3 \times 16 + 2 - 25 \\ A &= 48 + 2 - 25 \\ A &= 25 \end{aligned}$$

Testez votre compréhension du cours

15 Vrai ou faux ?

- a. 2^{-3} est négatif. b. -2^4 est négatif. c. $(-2)^4$ est négatif.

- 16 Calculez : $A = 3^3$; $B = (-2)^4$;
 $C = 5^{-1}$; $D = 2^{-2}$; $E = 109\,845^0$.

17 Donnez les résultats des calculs suivants sous la forme d'une puissance d'un nombre entier.

a. $3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$

c. 7

e. 1

b. $\frac{1}{5 \times 5 \times 5}$

d. $\frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4}$

f. $\frac{1}{-3 \times (-3) \times (-3)}$

19 Reliez chaque expression de la colonne de gauche à une expression de la colonne de droite.

$(4^5)^3$

4^{5-3}

$4^5 \times 4^3$

4^{3-5}

$\frac{4^5}{4^3}$

4^{5+3}

$\frac{4^3}{4^5}$

4^{-3-5}

$4^{-3} \times 4^{-5}$

$4^{5 \times 3}$

18 Vrai ou faux ?

- a. $5^7 \times 5^{-7} = 5^0$ b. $5 \times 5^7 = 5^7$

20 Parmi les calculs suivants, lesquels sont égaux à 11^{-2} ?

a. $\frac{11^4}{11^6}$

d. $\frac{11^3}{11^{-5}}$

b. $11^{-7} \times 11^{-5}$

e. 11×11^{-3}

c. $11^3 \times 11^{-5}$

f. $11^{-1} + 11^{-1}$

21 Un professeur demande à ses élèves de donner des exemples de nombres en écriture scientifique. Qui a raison ?

Didier

$0,59 \times 10^3$

Martine

$6,38 \times 10^{-5}$

$14,32 \times 10^{-1}$

Éric

$5,358 \times 7^3$

Lise

6,359

Cécile

22 Donnez l'écriture scientifique des superficies suivantes.

 Costa Rica

 Cuba

 Namibie

51 100 km²

109 886 km²

824 268 km²

 Égypte

 Italie

 Yémen

1 002 000 km²

301 336 km²

527 968 km²

23 Donnez l'écriture décimale des nombres suivants.

$A = 10^3$

$C = 3,2 \times 10^3$

$B = 10^{-5}$

$D = 5,12 \times 10^{-2}$

Exercice 1 Calculer $A = -5 + 2 \times [7 - (4 - 5)]$.

Solution 1

$$A = -5 + 2 \times [7 - (4 - 5)]$$

étape

1 J'effectue les calculs entre parenthèses en commençant par les plus intérieures.

$$A = -5 + 2 \times [7 - (4 - 5)]$$

$$A = -5 + 2 \times [7 - (-1)]$$

$$A = -5 + 2 \times [7 + 1]$$

étape

2 J'effectue la multiplication qui est prioritaire.

$$A = -5 + 2 \times 8$$

$$A = -5 + 16$$

étape

3 Je termine le calcul.

$$A = 11$$

Exercice 2 Calculer $B = 15 - \frac{-30 - 6}{6}$.

Solution 2

$$B = 15 - \frac{-30 - 6}{6}$$

étape

1 Des parenthèses autour de $-30 - 6$ sont sous-entendues.
J'effectue ce calcul en priorité.

$$B = 15 - \frac{-30 - 6}{6}$$

$$B = 15 - \frac{-36}{6}$$

étape

2 J'effectue la division qui est prioritaire.

$$B = 15 - (-6)$$

étape

3 Je termine le calcul.

$$B = 15 + 6$$

$$B = 21$$

J'applique

5C

24 On donne $A = -3 + 6 \times 2$ et $B = 5 + 18 \div (-3)$.

1. Quelle est l'opération prioritaire dans A ? dans B ?
2. Calculer A et B.

25 Calculer :

$$C = 9 - 5 \times 2 ; D = 5 + 3 \times (-2) \text{ et } E = -4 - 3 \times (-7).$$

26 Calculer :

$$F = -3 \div 2 + 3 ; G = \frac{15}{7 - (-3)} \text{ et } H = \frac{-12 - 3}{3}.$$

27 On souhaite calculer $A = 7 + (3 + (-2) \times 5) - 2$.

1. a. Quel calcul doit-on effectuer en premier ?
b. Recopier A et effectuer ce calcul.
2. Terminer le calcul en reprenant à chaque étape la question 1.

28 Calculer : $B = -3 + 16 + (-6 + 4) - 3$;

$$C = 9 - \frac{-14 + 24}{4} \text{ et } D = \frac{13 - 4}{-2} + 17.$$

29 Calculer :

$$A = 3 \times (-7) + 18 + (-9) - 5 \text{ et } B = \frac{21 - (-3)}{2 \times (-4)}.$$

30 Calculer : $A = 2 \times 4,2 - 0,2 \div (-3 + 1)$;

$$B = (34 - 13) \times (7,6 - 6,1) ;$$

$$C = -12,4 - 2,4 + 8 + (-3,6 + 4,7).$$

31 1. Traduire par un calcul les phrases suivantes.

- a. Le quotient de la somme de 12 et 3 par 5.
 - b. La somme de 27 et du produit de 3 par -3 .
 - c. Le produit de 12 par la somme de 6 et -2 .
 - d. Le produit de la somme de 13 et 7 par -4 .
2. Effectuer ces calculs.

32 Voici un programme de calcul.

- Choisir un nombre de départ.
- Lui ajouter 5.
- Multiplier la somme par 3.
- Soustraire au résultat le nombre choisi au départ.

1. Effectuer mentalement ce programme de calcul avec 2 comme nombre de départ.

2. Écrire en une expression le calcul nécessaire pour trouver le résultat :

- a. quand on choisit 5 comme nombre de départ ;
 - b. quand on choisit -2 comme nombre de départ ;
 - c. quand on choisit -3 comme nombre de départ.
3. Calculer le résultat pour chaque cas précédent.

33 Calculer, pour $a = 2$:

$$E = 2a - 7 \text{ et } F = -3a + 4 + 0,5.$$

34 Calculer, pour $b = -3$:

$$G = 4b + 2 \text{ et } H = 7 - b.$$

méthode
2**Calculer avec des nombres relatifs en écriture fractionnaire**

Calculer, puis donner le résultat sous la forme d'une fraction la plus simplifiée possible.

Exercice 1 $A = \frac{2}{3} + \frac{1}{3} \times \frac{-5}{4}$

Solution 1

$$A = \frac{2}{3} + \frac{1}{3} \times \frac{-5}{4}$$

étape 1 La multiplication est prioritaire.

$$A = \frac{2}{3} + \frac{1 \times (-5)}{3 \times 4}$$

étape 2 Je calcule le produit.

$$A = \frac{2}{3} + \frac{-5}{12}$$

étape 3 Les deux fractions n'ont pas le même dénominateur et 12 est le plus petit multiple commun à 3 et 12.

$$A = \frac{2 \times 4}{3 \times 4} + \frac{-5}{12}$$

$$A = \frac{8}{12} + \frac{-5}{12}$$

étape 4 Je calcule la somme.

$$A = \frac{8 + (-5)}{12}$$

$$A = \frac{3}{12}$$

étape 5 Je simplifie la fraction.

$$A = \frac{3 \times 1}{3 \times 4}$$

$$A = \frac{1}{4}$$

Exercice 2 $B = \frac{2 - \frac{7}{6}}{3 + \frac{7}{6}}$

Solution 2

étape 1 Des parenthèses sont sous-entendues autour de $2 - \frac{7}{6}$ et $3 + \frac{7}{6}$.
J'effectue donc ces calculs en priorité.

$$B = \frac{2 - \frac{7}{6}}{3 + \frac{7}{6}}$$

$$B = \frac{\frac{2 \times 6}{3 \times 6} - \frac{7}{6}}{\frac{1 \times 6}{1 \times 6} + \frac{7}{6}}$$

$$B = \frac{\frac{12}{6} - \frac{7}{6}}{\frac{6}{6} + \frac{7}{6}}$$

$$B = \frac{\frac{5}{6}}{\frac{13}{6}}$$

étape 2 Je remplace la division de $\frac{5}{6}$ par $\frac{25}{6}$ par la multiplication de $\frac{5}{6}$ par $\frac{6}{25}$.

$$B = \frac{5}{6} \times \frac{6}{25}$$

étape 3 Je simplifie par 6 et 5, avant de calculer le produit.

$$B = \frac{5 \times 6 \times 1}{6 \times 5 \times 5}$$

$$B = \frac{1}{5}$$

J'applique

35 On donne $A = \frac{2}{7} - \frac{3}{7} \times \frac{4}{3}$.

1. Quelle opération est prioritaire pour calculer A ?
2. Calculer A en simplifiant dès que possible.

36 On donne $B = \frac{2}{9} + \frac{5}{6} \div \frac{5}{2}$.

1. Quelle opération est prioritaire pour calculer B ?
2. Calculer B en simplifiant dès que possible.

37 On donne $C = \left(\frac{2}{9} + \frac{5}{6}\right) \div \frac{5}{2}$.

1. Quelle opération est prioritaire pour calculer C ?
2. Calculer C en simplifiant dès que possible.

38 On donne $D = \frac{\frac{5}{6}}{\frac{3}{4} + \frac{1}{6}}$.

1. Quelle opération est prioritaire pour calculer D ?
2. Calculer D en simplifiant dès que possible.

39 On donne $E = \frac{1 + \frac{5}{6}}{1 - \frac{5}{6}}$.

1. Quelles opérations sont prioritaires pour calculer E ?
2. Calculer E en donnant le résultat sous la forme d'un nombre entier.

3 Appliquer chaque propriété des puissances

socle commun

Exercice Écrire $A = 4^3 \times 4^{-11}$ sous la forme d'une puissance.

Solution

étape

1

J'identifie la nature du calcul proposé : c'est un produit de deux puissances d'un même nombre.

$$A = 4^3 \times 4^{-11}$$

étape

2

J'applique la règle adaptée à la situation :
 $a^m \times a^n = a^{m+n}$, avec $a = 4$,
 $m = 3$ et $n = -11$.

$$A = 4^{3+(-11)}$$

$$A = 4^{3-11}$$

$$A = 4^{-8}$$

J'applique

SC

40 On souhaite écrire $A = 7^{-5} \times 7^4$ et $B = \frac{13^{-3}}{13^6}$ sous la forme d'une puissance.

- Quelle(s) règle(s) du cours peut-on appliquer ?
- Écrire A sous la forme d'une puissance de 7, puis B sous la forme d'une puissance de 13.

41 On donne $C = 11^{-2} \times 3^{-2}$ et $D = (13^{-2})^{15}$.

Écrire C, puis D sous la forme d'une puissance, en précisant la règle du cours utilisée.

42 On donne $E = \frac{42^9}{6^8}$.

Écrire E sous la forme d'une puissance, en précisant la règle du cours utilisée.

43 Écrire chaque expression sous la forme d'une puissance.

$$A = \frac{4^3}{4^{-8}}$$

$$C = \frac{15^{10}}{3^{10}}$$

$$E = (-7)^4 \times 8^4$$

$$B = (-5)^3 \times (-5)^{-7}$$

$$D = (9^{-9})^{-9}$$

$$F = \frac{(-2)^{-4}}{(-2)^{-5}}$$

4 Utiliser les propriétés des puissances

Exercice On donne $B = \frac{2^{11} \times (3^7)^4}{3^{10} \times 2^{-7}}$. Écrire B sous la forme d'une puissance.

Solution

étape

1

L'expression B présente des puissances de 2 et des puissances de 3.

$$B = \frac{2^{11} \times (3^7)^4}{3^{10} \times 2^{-7}}$$

étape

2

Je regroupe les puissances de 2 d'une part et les puissances de 3 d'autre part.

$$B = \frac{2^{11}}{2^{-7}} \times \frac{(3^7)^4}{3^{10}}$$

étape

3

Je réduis.

$$B = \frac{2^{11}}{2^{-7}} \times \frac{3^{7 \times 4}}{3^{10}} = \frac{2^{11}}{2^{-7}} \times \frac{3^{28}}{3^{10}}$$

$$B = 2^{11-(-7)} \times 3^{28-10}$$

$$B = 2^{18} \times 3^{18}$$

étape

4

J'applique la règle :
 $a^n \times b^n = (ab)^n$,
 avec $a = 2$, $b = 3$
 et $n = 18$.

$$B = (2 \times 3)^{18}$$

$$B = 6^{18}$$

J'applique

44 On donne $A = \frac{5^2 \times 5^3}{5^{11}}$.

- Écrire $5^2 \times 5^3$ sous la forme d'une puissance.
- En déduire que $A = 5^{-6}$.

45 On donne $B = \frac{(3^{-7})^4}{3^4 \times 3^3}$. Écrire B sous la forme d'une puissance de 3.

46 On donne $D = \frac{(2^6)^4 \times 5^7}{5^3 \times 2^8}$.

Écrire D sous la forme $2^a \times 5^b$, où a et b sont des nombres entiers.

47 On donne $E = \frac{3^5 \times (7^3)^6}{7^4 \times 3^{-9}}$.

- Écrire E sous la forme $3^a \times 7^b$, où a et b sont des nombres entiers.
- En déduire l'écriture de E sous la forme d'une puissance.

Utiliser la calculatrice pour mener un calcul

TICE

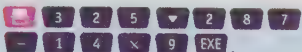
socle commun

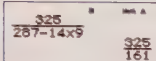
Exercice 1 $A = \frac{325}{287 - 14 \times 9}$

En utilisant la calculatrice, déterminer l'arrondi de A au centième.

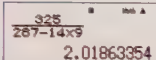
Solution 1

Avec une Casio collège 2D+

étape 1 Je tape 

Il s'affiche : 

étape 2 Je tape 

Il s'affiche : 

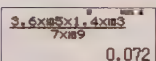
étape 3 Je détermine l'arrondi au centième. Le chiffre des millièmes est 8, donc je conclus.

L'arrondi au centième de A est 2,02.

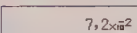
Solution 2

Avec une Casio collège 2D+

étape 1 Je tape 

Il s'affiche : 

étape 2 Je détermine l'écriture scientifique en tapant 

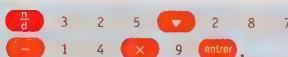
Il s'affiche : 

étape 3 Je conclus. L'écriture scientifique de B est $7,2 \times 10^{-2}$.

Exercice 2 $B = \frac{3,6 \times 10^5 \times 1,4 \times 10^3}{7 \times 10^9}$

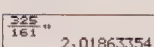
En utilisant la calculatrice, déterminer l'écriture scientifique de B.

Avec une TI collège +

étape 1 Je tape 

Il s'affiche : 

étape 2 Je tape 

Il s'affiche : 

J'applique

48 On donne $A = \frac{795 - 283}{17 \times 11}$. En utilisant la calculatrice, déterminer la valeur exacte de A, puis son arrondi au dixième et au centième.

49 Pour calculer l'arrondi au dixième de $B = \frac{1\,451}{135 + 8 \times 17}$ à la calculatrice, Basile a tapé :



1. a. Quel résultat affiche alors sa calculatrice ?

b. Quelle est l'erreur commise par Basile ?

2. En utilisant la calculatrice, déterminer l'arrondi au dixième de B.

50 On donne $C = 2\,758 \times 1\,521$. En utilisant la calculatrice, déterminer l'écriture scientifique de C.

51 On donne $D = 0,023\,68 \times 0,008$. En utilisant la calculatrice, déterminer les écritures décimale et scientifique de D.

52 On donne $E = \frac{17 \times 10^{-7} \times 8 \times 10^4}{4 \times 10^5}$.

En utilisant la calculatrice, déterminer l'écriture scientifique de E.

53 On donne $F = \frac{2,8 \times 10^6}{0,07 \times 10^{-2}} + 5,2 \times 10^7$.

En utilisant la calculatrice, déterminer l'écriture scientifique de F.

Je m'entraîne

SC Calculer avec des nombres relatifs en écriture décimale

méthode 1

➔ Premiers exercices d'application : 24 à 34 p. 18.

54 Calculer :

$$A = \frac{-3 - 12}{5} - 6; \quad B = 5 - \frac{18}{-3 \times 6} \quad \text{et} \quad C = \frac{-9 \times (-4)}{3 - 9}.$$

55 1. Calculer :

$$A = \frac{3 \times (6 - 10)}{2 - 2 \times (-5)} \quad \text{et} \quad B = \frac{(6 - 11) \times (8 - 10)}{-7 - 3}.$$

2. Vérifier les résultats en utilisant la calculatrice.

56 Mathématiques et SVT

Dans un manuel de SVT de 3^e, on peut lire :

Le groupe des ammonites s'est développé à partir du Trias (- 250 mA), et a disparu à la fin du Crétacé (- 65 mA).



Combien d'années le groupe des ammonites a-t-il existé ?

57 Voici un relevé météorologique de New York, ville du Nord-Est des États-Unis.

	Température minimale moyenne (°C)	Température maximale moyenne (°C)
Janvier	- 3,2	3,3
Février	- 2,2	5
Mars	- 1,7	9,8
Avril	6,7	15,9
Mai	12,3	21,6
Juin	17,3	26,1
Juillet	20,4	29
Août	19,8	28
Septembre	15,7	23,7
Octobre	9,7	15,5
Novembre	5	11,7

Calculer, pour chaque mois, la moyenne de la température minimale et de la température maximale et regrouper les résultats dans un tableau.

58 Calculer, pour $a = 2$ et $b = - 3$:

$$E = a - 5b; \quad F = 3 - ab \quad \text{et} \quad G = 4 - 3(5 - b).$$

Calculer avec des nombres relatifs en écriture fractionnaire

méthode 2

➔ Premiers exercices d'application : 35 à 39 p. 19.

59 QCM : Choisir la bonne (ou les) bonne(s) réponse(s).

	a	b	c
1	$\frac{1}{9} + \frac{1}{6} =$	$\frac{2}{15}$	$0,277$
2	$\frac{5}{7} + \frac{1}{7} \times \frac{4}{3} =$	$\frac{24}{21}$	$\frac{19}{21}$
3	$\frac{7}{3} - \frac{4}{3} + \frac{6}{7} =$	$\frac{5}{3} \div \frac{6}{7}$	$\frac{7}{3} - \frac{3}{4} \times \frac{6}{7}$

60 Calculer et donner le résultat sous la forme d'une fraction la plus simplifiée possible.

$$A = \frac{-2}{3} \quad B = \frac{10}{11} + \frac{12}{11} \times \frac{5}{6}$$

$$61 \text{ On donne } A = \frac{1 + \frac{5}{3}}{2 - \frac{1}{7}} \quad \text{et} \quad B = \frac{-3 + \frac{5}{4}}{-\frac{7}{8}}.$$

1. Calculer A et B et donner les résultats sous la forme d'une fraction la plus simplifiée possible.

2. Vérifier les résultats en utilisant la calculatrice.

$$62 \text{ Calculer } A = \frac{2}{7} \times \frac{21}{5} + 3 \div \frac{5}{9}.$$

63 Brevet (Métropole, série professionnelle et technologique, 2009)

Monsieur Thomas travaille dans un entrepôt qui comporte trois zones. La surface de la zone de déchargement occupe $\frac{1}{6}$ de la surface totale. La surface de la zone de stockage occupe $\frac{3}{6}$

de la surface totale. La zone de livraison occupe le reste.

1. Parmi les fractions suivantes, recopier la (ou les fractions) correspondant à la zone de stockage : $\frac{1}{3}; \frac{1}{2}; \frac{2}{5}; \frac{3}{4}$.

2. Calculer et exprimer sous la forme d'une fraction la plus simplifiée possible, la surface de la zone de livraison par rapport à la surface totale de l'entrepôt.

3. L'entrepôt a une surface totale de 1 260 m². Calculer, en mètres carrés, la surface de la zone de déchargement.

Je calcule mentalement

80 Calculer :

$$A = 21 + 2 \times (- 20); \quad C = - 8 \times 8 + 2;$$

$$B = 0,2 \times (- 8) - 0,4; \quad D = - 1,5 \times 4 + (- 3 - 1).$$

81 Calculer :

$$A = 3 - \frac{2}{3};$$

$$C = \frac{-3}{5} \times \frac{2}{11};$$

$$E = \frac{13}{14} \times \frac{-12}{-13} \times \frac{7}{-12};$$

$$B = \frac{1}{3} - \frac{1}{6};$$

$$D = \frac{-9}{4} \times (-7);$$

$$F = \frac{-3}{7} \div \frac{1}{2}.$$

64 Mathématiques et ASSR



En 2010, 3,8 % des accidents mortels sur la route mettent en cause des conducteurs sans permis.

Parmi ces conducteurs, $\frac{1}{5}$ l'ont perdu (retrait, perte de tous les points) et 74 % ne l'ont jamais eu.

Le reste de ces conducteurs n'ont pas le permis adapté au véhicule qu'ils conduisent.

1. Calculer le pourcentage de conducteurs parmi ces conducteurs qui n'ont pas le permis adapté.
2. Calculer le pourcentage des conducteurs mis en cause dans un accident mortel et qui n'ont jamais eu le permis.
3. Sachant qu'il y a 450 000 conducteurs sans permis sur 37,5 millions de conducteurs estimés en 2010, quelle fraction des conducteurs représentent ceux sans permis ?

sc Calculer avec des puissances

65 Voici la copie de Matéo annotée par son professeur.

$$2 \times 3^3 = 6^3$$

Attention, une priorité opératoire n'a pas été respectée !

1. Expliquer l'erreur commise par Matéo.
2. Calculer 2×3^3 .

66 Calculer :

$$A = 3 + 4 \times (-2)^3 \text{ et } B = 7^2 - 5 \times 2^4.$$

67 Calculer :

$$A = (4 - 3^2)^2 + 7 \times (-9) \text{ et } B = 5^3 + (3 - 2^3) \times (-10)^3.$$

68 Calculer $C = \frac{5^2 - 3^2}{2^4}$.

69 Calculer $D = (3^2 - 5)^{-1} \times 2^3 \times (7 - 3^3)$.

70 Calculer :

$$\begin{aligned} A &= (2 - 3)^2 - (2^2 - 3^2); & C &= 2 - 3^2 - (2 - 3)^2; \\ B &= (2 - 3^2) - (2^2 - 3); & D &= (2 - 3)^2 \times (2^2 - 3^2). \end{aligned}$$

71 En utilisant la calculatrice, calculer :

$$\begin{aligned} A &= (2 \times 5)^5 - 2 \times 5^5; & B &= 3 \times (-2)^4 - (21 + 37)^2 \\ \text{et } C &= -32 \div 2^4 + 216. \end{aligned}$$

sc Appliquer chaque propriété des puissances

méthode
3

➔ Premiers exercices d'application : 40 à 43 p. 20.

72 Écrire sous la forme d'une puissance :

$$\begin{aligned} A &= 3,2^5 \times 3,2^{26}; & C &= \left(\frac{1}{3}\right)^{-2} \times \left(\frac{1}{3}\right)^5; \\ B &= (-1,7)^{-32} \times (-1,7)^{15}; & D &= \left(\frac{7}{11}\right)^{-3} \times \left(\frac{7}{11}\right)^{-19}. \end{aligned}$$

73 Écrire sous la forme d'une puissance :

$$\begin{aligned} A &= \frac{2,6^2}{2,6^{-3}}; & C &= \frac{(-7)^4}{7^7}; \\ B &= \frac{(-3)^{-7}}{(-3)^9}; & D &= \frac{5^{-6}}{(-5)^3}. \end{aligned}$$

74 Écrire sous la forme d'une puissance :

$$(-5^3)^{15}; \quad (2,4^{-3})^6; \quad (4,1^{0})^{36} \quad \text{et} \quad (-7,3^{-2})^{-2}.$$

75 Écrire sous la forme d'une puissance :

$$\begin{aligned} A &= 7^{-3} \times 7^6 \times 7^{15}; \\ B &= 2,4^5 \times 2,4^{12} \times 2,4^{-9}; \\ C &= (-4,6)^7 \times (4,6)^{-9} \times (-4,6)^{17}; \\ D &= (-7,8)^3 \times (-7,8)^{-52} \times (-7,8)^{43} \times (-7,8)^{12}; \\ E &= \frac{4}{5} \times \left(\frac{4}{5}\right)^{-15} \times \left(\frac{4}{5}\right)^{12}. \end{aligned}$$

76 Écrire sous la forme d'une puissance :

$$A = 11^{-3} \times 6^{-3}; \quad B = \frac{36^9}{(-4)^9}; \quad C = 5^{-2} \times 15^{-2}.$$

77 Recopier et compléter :

$$\begin{aligned} \text{a. } 2^{15} \times 2^{\dots} &= 2^{41}; & \text{c. } (-7)^{-8} \times (-7)^{\dots} &= (-7)^6; \\ \text{b. } 3^{\dots} \times 3^7 &= 3^{-2}; & \text{d. } 0,9^{\dots} \times 0,9^{-16} &= 1. \end{aligned}$$

78 Recopier et compléter :

$$\begin{aligned} \text{a. } \frac{3^{\dots}}{3^7} &= 3^{-3}; & \text{c. } \frac{5^{\dots}}{5^{-8}} &= 5^{10}; \\ \text{b. } \frac{(-6,1)^3}{(-6,1)^{\dots}} &= -6,1; & \text{d. } \frac{(-2)^{-3}}{(-2)^{\dots}} &= (-2)^7. \end{aligned}$$

79 Recopier et compléter :

$$\begin{aligned} \text{a. } (5^{-3})^{\dots} &= 5^{-15}; & \text{c. } ((-3)^{\dots})^{-6} &= (-3)^{18}; \\ \text{b. } (0,18^2)^{\dots} &= 0,18^{-10}; & \text{d. } ((-0,5)^{-5})^{\dots} &= 1. \end{aligned}$$

82 Calculer et donner le résultat sous forme décimale :

$$\begin{aligned} A &= 4^5 \times 4^{-6}; & C &= (2^2)^2; \\ B &= \frac{13^{-6}}{13^{-7}}; & D &= 4^2 \times 2^2. \end{aligned}$$

83 Écrire sous la forme d'une puissance :

$$\begin{aligned} A &= 2^{-3} \times 2^{15} \times 2^{-9}; \\ B &= \frac{3^{-3}}{3^{-12}}. \end{aligned}$$

Utiliser les propriétés des puissances

méthode 4

→ Premiers exercices d'application : 84 à 87 p. 20.

84 Écrire sous la forme d'une puissance :

$$A = \frac{2^3 \times (2^{-6})^2}{2^{12}} \quad \text{et} \quad B = \frac{(-3)^2 \times (-3)^5}{((-3)^{-5})^7}.$$

85 Écrire sous la forme d'une puissance :

$$A = \frac{(6^5)^{-3} \times 6^7}{2^{-9} \times 2} \quad \text{et} \quad B = \frac{0,5^3 \times (7^{-4})^{-2}}{0,5^2 \times 7^5 \times 0,5^4}.$$

86 On donne $B = 2^{15} \times 4^3$.

1. Écrire 4 comme une puissance de 2.
2. En déduire une écriture de B sous la forme d'une puissance de 2.

87 Écrire sous la forme d'une puissance :

- a. 8×2^{-2} ;
- b. 27×3^{-6} ;
- c. $10^{-3} \times 1\,000 \times (10^{-2})^3$;
- d. $\frac{(3^{-5})^4 \times 9}{3^6}$.

88 On donne $A = 4^3 \times 9^2 \times 3^7$.

Écrire A sous la forme $2^m \times 3^n$, où m et n sont des entiers relatifs.

89 On donne $B = \frac{5^3 \times 16^{-2}}{25^{-4} \times 2^{-7}}$.

Écrire B sous la forme $2^n \times 5^m$, où m et n sont des entiers relatifs.

90 Recopier et compléter.

- a. $(5x)^2 = \dots x^2$;
- b. $(12x^2)^2 = \dots x^4$;
- c. $16x^2 = (\dots x)^2$;
- d. $-8x^3 = (\dots)^3$.

Utiliser l'écriture scientifique d'un nombre

91 **Brevet** (Liban, 2009) Dans cet exercice, tout début

d'explication et de démarche sera pris en compte.

Voici les distances (en kilomètres) qui séparent le Soleil de trois planètes

du système solaire :

Venus : 105×10^6 ;

Mars : $2\,250 \times 10^5$;

Terre : $1,5 \times 10^8$.

Parmi ces trois planètes, laquelle est la plus éloignée du soleil ? Justifier.

92 Donner l'écriture scientifique des nombres suivants.

$$A = 72,4 \times 10^{-6} \quad B = 0,012 \times 10^5 \quad C = 654 \times 10^{-5}$$

93 On considère les expressions suivantes.

$$A = \frac{100\,000 \times 10\,000 \times 1\,000\,000\,000}{10 \times 1\,000}$$

$$B = 50\,000\,000 \times 0,000\,002$$

$$C = (30\,000 \times 300)^2 \quad \text{et} \quad D = 0,000\,003^4$$

1. Écrire les facteurs de ces expressions en écriture scientifique.

2. Calculer alors chaque expression et donner le résultat en écriture scientifique.

94 Donner l'écriture scientifique de chacun des nombres suivants.

$$A = 15 \times (10^7)^2 \times 3 \times 10^{-5} \quad B = \frac{6 \times (10^2)^4 \times 3 \times 10^6}{9 \times 10^2}$$

95 **Prise d'initiatives** $A = 2\,001^2 - 2\,001 - 2\,000$.

Calculer A astucieusement sans calculatrice et en détaillant les étapes.

Donner l'écriture scientifique de A.

Résoudre des problèmes avec des puissances

96 **Mathématiques et SVT**

1. a. Écrire le nombre $J = 2,39 \times 10^{-4}$ en écriture décimale.

b. Écrire le nombre $K = 7\,452$ en écriture scientifique.

2. Le cœur d'un pachyure, très petite musaraigne (voir photo), bat $1,2 \times 10^3$ fois par minute.

Calculer le nombre

de battements

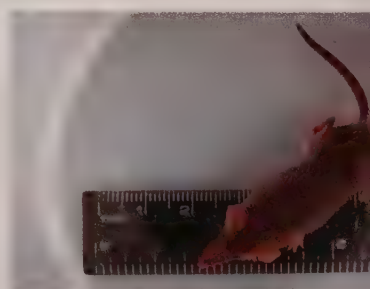
effectués par le cœur

d'un pachyure en

une journée.

Donner le résultat en

notation scientifique.



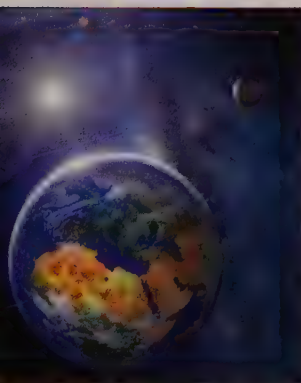
97 1. a. Écrire 0,000 000 002 en notation scientifique.

b. Écrire trente millions en notation scientifique.

2. Chaque opération élémentaire d'une console de jeux dure 0,000 000 002 s. Calculer le temps mis par cette console de jeux pour effectuer trente millions d'opérations élémentaires. On utilisera les réponses aux questions précédentes et on donnera le résultat en écriture scientifique, puis en écriture décimale.

98 **Mathématiques et Chimie**

Un atome de carbone a une masse d'environ 2×10^{-26} kg et un atome d'hydrogène a une masse d'environ $0,16 \times 10^{-26}$ kg. Le méthane est une molécule formée de quatre atomes d'hydrogène et d'un atome de carbone. Calculer la masse en kilogrammes d'une molécule de méthane.



Exercice (Pondichéry, 2010)

10 min

On donne $A = \frac{6}{5} - \frac{17}{14} + \frac{5}{7}$ et $B = \frac{8 \times 10^8 \times 1,6}{0,4 \times 10^{-3}}$.

- Écrire A sous la forme d'une fraction irréductible.
- Donner l'écriture scientifique de B.

Solution

$$1. \quad A = \frac{6}{5} - \frac{17}{14} + \frac{5}{7}$$

$$A = \frac{6}{5} - \frac{17}{14} \times \frac{7}{5}$$

$$A = \frac{6}{5} - \frac{17 \times 7}{7 \times 2 \times 5}$$

$$A = \frac{6}{5} - \frac{17}{10}$$

$$A = \frac{6 \times 2}{5 \times 2} - \frac{17}{10}$$

$$A = \frac{12}{10} - \frac{17}{10}$$

$$A = \frac{-5}{10}$$

$$A = \frac{-1 \times 5}{2 \times 5}$$

$$A = -\frac{1}{2}$$

$$2. \quad B = \frac{8 \times 10^8 \times 1,6}{0,4 \times 10^{-3}}$$

$$B = \frac{8 \times 1,6}{0,4} \times \frac{10^8}{10^{-3}}$$

$$B = \frac{8 \times 0,4 \times 4}{0,4} \times 10^{8 - (-3)}$$

$$B = 32 \times 10^{11}$$

$$B = 3,2 \times 10 \times 10^{11}$$

$$B = 3,2 \times 10^{12}$$

Je mets toutes les chances de mon côté.

J'utilise ma calculatrice pour vérifier mes résultats.

J'évite les pièges. Je commence par calculer le quotient, qui est prioritaire par rapport à la soustraction.

J'évite les pièges. Je simplifie le produit avant de le calculer.

Je suis astucieux(se). C'est une différence donc je mets d'abord les deux fractions au même dénominateur.

J'interprète l'énoncé. Une fraction irréductible est une fraction la plus simplifiée possible.

Je rédige correctement. Je donne l'écriture scientifique de B c'est-à-dire l'écriture de la forme $a \times 10^n$ avec $1 \leq a < 10$ et n un nombre entier relatif.

99 (Amérique du Sud, 2010)

Aucune justification n'est demandée pour cet exercice ; les calculs pourront être réalisés à la calculatrice.

On donne les nombres suivants.

$$A = \frac{927}{486 - 13 \times 8}$$

$$B = \frac{3 \times 10^5 - 6 \times 10^3}{3 \times 10^{11}}$$

- Calculer A et donner son arrondi au centième.
- Donner l'écriture scientifique de B.

100 (Amérique du Sud, 2009) Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM). Pour chaque expression numérique, un seul résultat est exact. Recopier chaque expression numérique et la réponse exacte.

		a	b	c
1	$\frac{3}{2} + \frac{7}{5} =$	$\frac{10}{7}$	$\frac{10}{10}$	$\frac{29}{10}$
2	$\frac{10^5}{10^2} =$	10^3	10^7	10^{-3}
3	$\frac{2}{3} - \frac{7}{3} + \frac{1}{4} =$	$\frac{1}{12}$	$-\frac{26}{3}$	$-\frac{20}{3}$
4	$(10^5)^2 =$	10^7	10^3	10^{10}

J'approfondis

101 On considère les expressions

$$A = 6a^2 - 2 \text{ et } B = -a^2 + \frac{7}{6}.$$

1. Calculer les expressions A et B pour $a = -3$.

2. Calculer les expressions A et B pour $a = \frac{2}{3}$

et donner le résultat sous la forme d'une fraction la plus simplifiée possible.

102 Brevet (Nouvelle Calédonie, 2009)

Dans la question 1. de cet exercice, toute trace écrite de recherche, même incomplète, sera prise en compte.

1. **Prise d'initiatives** Un propriétaire terrien a vendu le quart de sa propriété en 2006, puis le tiers du reste en 2007.

Quelle fraction de sa propriété lui reste-t-il aujourd'hui ?

2. Quelle est la superficie actuelle de sa propriété sachant qu'elle était au départ de 40 hectares ?

103 Le poisson de Piero della Francesca

D'après le Rallye mathématique de Haute-Normandie, 2011

Vers 1480, le mathématicien Piero della Francesca propose à la sagacité de ses contemporains le problème suivant :

Un poisson constitué de trois parties, son corps, sa queue et sa tête, pèse 51 livres. La tête pèse $\frac{1}{3}$ du corps,

la queue pèse $\frac{1}{4}$ de la tête.

Que pèsent le corps, la tête et la queue ?

Résoudre le problème de Piero della Francesca.

104 On donne $A = \frac{5}{16} - \frac{3}{2} + 8$ et $B = \frac{2 \times 10^5}{(10^3)^2 \times 1,6}$.

1. Calculer A et donner le résultat sous la forme d'une fraction la plus simplifiée possible.

2. Calculer B et donner le résultat en écriture scientifique.

3. Donner l'écriture décimale de A et B.

Que remarque-t-on ?

105 Utiliser la règle $(ab)^n = a^n \times b^n$ pour écrire les expressions suivantes sous la forme d'une puissance.

a. $9x^2$ c. $25x^2$

b. $27x^3$ d. $16x^4$

106 La masse d'un atome de carbone est d'environ 2×10^{-26} kg.

Un diamant est composé d'atomes de carbone. On considère un diamant de 3 carats (1 carat représente 0,205 g).

Calculer le nombre d'atomes de carbone qui le constitue.

107 On donne $A = 2\,012^2 - 2\,012 - 2\,011$.

Écrire A sous la forme d'une puissance.

108 On donne $B = 3^{16} - 8 \times 3^{14}$.

On souhaite écrire B sous la forme d'une puissance de 3.

1. Recopier et compléter : $B = 3^{14} \times 3^{\dots} - 8 \times 3^{14}$.

2. Factoriser B par 3^{14} .

3. Terminer le calcul.

109 On donne $C = 2^{21} - 2^{20}$. Utiliser la même méthode que dans l'exercice précédent pour écrire C sous la forme d'une puissance de 2.

110 Pour fabriquer des haches en acier, Gimli dispose de $4,5 \times 10^7$ grammes d'acier.

Il lui faut $1,5 \times 10^4$ grammes d'acier et $1,08 \times 10^4$ secondes pour fabriquer une hache.

1. Combien Gimli peut-il fabriquer de haches ?

On donnera le résultat en écriture décimale.

2. a. Combien de secondes lui faudra-t-il pour fabriquer ces haches ? On donnera le résultat en écriture scientifique.

b. Combien de jours cela représente-t-il ?

111 Écrire sous la forme d'une puissance de 2 :

$$D = \frac{128 \times 2^4 \times 4^3}{2^3 \times 32 \times 2^2 \times 8}.$$

112 1. Soit $E = \frac{1,5 \times 10^7 \times 4 \times 10^{-5}}{25 \times 10^2}$.

Donner l'écriture décimale de E.

2. Soit $F = \frac{6 \times 10^5 \times (10^{-2})^4}{15 \times 10^2}$.

Donner l'écriture scientifique de F.

Prise d'initiatives

113 SC Quel est le chiffre des unités de 2^{50} ?

Consigne

Vous présenterez votre démarche en faisant figurer toutes les pistes de recherche même si elles n'ont pas abouti.

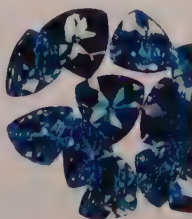
114 Voir indications pour l'évaluation p. 307.

DÉFIS, JEUX, CASSE-TÊTE

114 Quelle est la somme des chiffres du nombre $10^{2\,012} - 2\,012$?

115 D'après le Rallye mathématique de Bourgogne, 2011 Kevin a planté une graine d'une plante tropicale. Après 10 jours, une branche a poussé.

Au bout de vingt jours, la plante a 3 branches et, 10 jours après, chaque branche a donné naissance à trois branches. Combien y aura-t-il de branches au 90^e jour ?



Devoir A

116 On donne : $A = \frac{2}{3} - \frac{4}{3} \div \frac{8}{5}$; $B = 9^2 + (-5 + 7)(-10)^3$;
 $C = -7 + 54 - 2,5$ et $D = \frac{-10 - 8}{4 - (-2)}$.

- Calculer A en détaillant les étapes et donner le résultat sous la forme d'une fraction la plus simplifiée possible.
- Calculer B, C et D en détaillant chaque étape.

117 a est un nombre relatif non nul.

Recopier et compléter :

$$a^{\dots} \times a^{-14} = a^5 ; \quad \frac{a^{\dots}}{a^7} = a^3 ; \quad (a^{\dots})^4 = a^{-12} ;$$

$$a^3 \times a^{\dots} \times a^{15} = a^{-2} ; \quad \frac{a^5}{a^{\dots}} = a^3 ; \quad (a^{-6})^{\dots} = a^{-24}.$$

118 Lors d'une bataille, l'armée des elfes vient rejoindre les guerriers du Roi pour combattre ensemble les envahisseurs.

- L'armée des elfes est composée de 3^8 elfes. Chaque elfe détient 3^4 flèches. Déterminer le nombre de flèches que détient l'armée des elfes sous la forme d'une puissance de 3.
- L'armée des elfes se déplace à cheval. Quand elle approche de la bataille, on entend le grondement sourd de leurs 2^{13} sabots. Déterminer le nombre de chevaux avec lesquels les elfes se déplacent.

Exposé

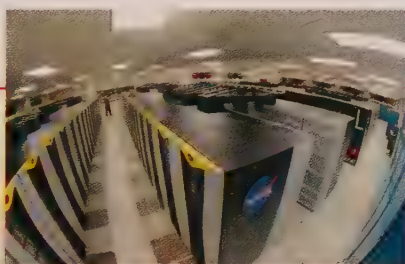
121 Préfixes

Un jour, craignons-le, nos capacités de stockage croîtront plus vite

que la quantité d'informations à stocker. Les ordinateurs auront une mémoire si puissante qu'il leur suffira d'une microseconde pour absorber toute l'information apparue depuis 24 heures dans le monde entier, laquelle n'occupera qu'une part infime de leur mémoire, et en une nanoseconde sera traitée, laissant nos monstres désœuvrés.

Pris de pitié de les voir ainsi en état de manque, nous nous précipiterons sur la moindre bribe d'information oubliée dans le moindre coin du monde et nous battons pour essayer de l'obtenir afin de les nourrir. Peine perdue ! Ils n'en feront qu'une bouchée puis, en une picoseconde, retomberont en inanition.

Chronique de **Didier Nordon**, « Bloc-notes : les seigneurs des nanos », *Pour la science*, n° 308, juin 2003.



Superordinateur à la Nasa

Devoir B

119 a est un nombre relatif non nul.

Écrire, sous la forme d'une puissance de a :

$$A = a^{-3} \times a^{26} ; \quad C = \frac{a^{-5}}{a^7} ; \quad E = (a^{-3})^{15} ;$$

$$B = a^{13} \times a^{-2} \times a^{-21} ; \quad D = \frac{a^{25}}{a^{-17}} ; \quad F = (a^{-10})^{-5}.$$

120 1. Effectuer les quatre calculs suivants en détaillant les étapes et donner le résultat sous la forme d'un entier.

Calcul 1 : $\frac{3,9 \times (10^{-2})^2}{3 \times 10^{-5}}$

Calcul 2 : $2 \times (-3 + 7) + 4 \div (-2) - 5$

Calcul 3 : $(2 + \frac{2}{3}) \div (\frac{4}{5} - \frac{2}{3})$

Calcul 4 : $\frac{(2^3)^2 \times 4^2}{2^{-5}}$

2. On élabore un codage de la façon suivante :

Nombres entiers	1	2	...	26
Codes	A	B	...	Z

- Quel est le code du nombre entier 13 ?
- Quel est le mot formé par les quatre résultats de la question 1. ? Si les calculs sont exacts, on trouve un mot de circonstance.

B2i 4

liens pour la recherche sur
www.3e.zeniusselevetmagnard.fr/liens

Dans cet article, le mot *seconde* apparaît trois fois, précédé d'un préfixe différent à chaque fois.

- ✖ **Relever ces préfixes.** Que signifient-ils ?
- ✖ **En existe-t-il d'autres ?** Lesquels ? Que signifient-ils ?
- ✖ **Citer d'autres domaines que celui de la durée pour lesquels on utilise de tels préfixes.**
- ✖ **Rédiger un article court (50 mots environ) contenant ces préfixes pour exprimer au choix :**
 - de très longues distances ;
 - de minuscules dimensions.

Compétence du socle commun évaluée dans cette question **120**

Compétence	3 : Les principaux éléments de mathématiques et la culture scientifique et technologique
Domaine	Savoir utiliser des connaissances dans divers domaines scientifiques.
Item	L'Univers et la Terre.
Pour l'évaluation	Je sais que l'univers est structuré du niveau microscopique au niveau macroscopique.

Je révise le cours et les méthodes

Connaissances exigibles

- ✓ **SC** Les règles d'addition, de soustraction, de multiplication et de division de nombres relatifs en écriture décimale.
- ✓ Les règles d'addition, de soustraction, de multiplication et de division de nombres relatifs en écriture fractionnaire.
- ✓ **SC** Les règles de calcul de puissances.
- ✓ La définition de l'écriture scientifique d'un nombre.

Savoir-faire à acquérir

- ✓ **SC** Calculer avec des nombres relatifs sous forme décimale. (➡ exercice 122)
- ✓ **SC** Additionner, soustraire et multiplier des nombres relatifs en écriture fractionnaire. (➡ exercices 123 à 125)
- ✓ Diviser des nombres relatifs en écriture fractionnaire. (➡ exercices 123 et 124)
- ✓ **SC** Appliquer les règles de calcul de puissances. (➡ exercices 127 à 131)
- ✓ **SC** Calculer avec des puissances en respectant les priorités opératoires. (➡ exercice 126)
- ✓ Écrire et interpréter un nombre décimal sous une forme faisant intervenir des puissances de 10. (➡ exercices 128 et 129)

► Connaître le sens et l'orthographe de ces mots :

Somme, produit, quotient, relatif, fraction, dénominateur, numérateur, puissance, exposant, écriture scientifique.

Je m'exerce

122 **SC** Calculer :

$$A = 5 + (-3) \times (-4); \quad C = (-5 + 3) \times (-2) + 2;$$

$$B = -15 - 16 \div 2; \quad D = \frac{-18}{-15 + 3 \times 4}.$$

123 Calculer et donner le résultat sous la forme d'une fraction la plus simplifiée possible :

$$A = \frac{2}{3} + \frac{-4}{3} \times \frac{2}{7}; \quad B = \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{7} \right) \div \frac{2}{7}.$$

124 On donne $A = \frac{2}{1 \times 2} \times \frac{2}{2 \times 4} \times \frac{2}{3 \times 5} \times \frac{2}{4 \times 6}$
 et $B = \left(-4 + 3 \times \frac{2}{7} \right) \div \frac{3}{14}$.

Calculer A et B et donner le résultat sous la forme d'une fraction la plus simplifiée possible.

125 **SC** Roxane passe du temps devant la télévision. Elle constate qu'elle regarde les informations pendant $\frac{1}{6}$ de ce temps, des émissions pendant $\frac{3}{5}$ de ce temps

et des séries le reste du temps. $\frac{1}{3}$ des émissions qu'elle regarde sont des documentaires.

1. Pendant quelle fraction du temps passé devant la télévision Roxane regarde-t-elle des séries ?

2. Pendant quelle fraction du temps passé devant la télévision Roxane regarde-t-elle des documentaires ?

126 Calculer :

$$A = (5 - 2^3) + (-3)^2 \times 2; \quad B = \frac{4^3 + 2^3}{3^2}.$$

127 **SC** Écrire, sous la forme d'une puissance :

a. $2^{52} \times 2^{13};$ d. $\frac{7^{13}}{7^9};$ g. $(5^3)^{20};$
 b. $4^{-3} \times 4^9;$ e. $\frac{11^{12}}{11^{-15}};$ h. $(-9^7)^{-3};$
 c. $(-3)^{-4} \times (-3)^{-15};$ f. $\frac{(-3)^{-7}}{(-3)^{-23}};$ i. $(7^{-10})^{-9}.$

128 **SC** Écrire, sous la forme d'une puissance :

a. $3^{35} \times 2^{35};$ b. $8^{-8} \times 9^{-8};$ c. $\frac{12^{65}}{3^{65}};$ d. $\frac{2^{-31}}{3^{-31}}.$

129 **SC** On donne $A = \frac{4^8 \times 4^{-5}}{4^3}.$

Calculer A et donner le résultat sous la forme d'un entier.

130 On donne $B = \frac{4 \times 10^2 \times 7 \times 10^2}{1,4 \times 10^{-4}}.$

Calculer B et donner le résultat en écriture scientifique.

131 1. a. Écrire 510 000 000 en notation scientifique.

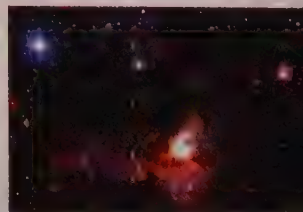
b. Écrire 0,004 en notation scientifique.

2. La superficie de la Terre est d'environ 510 000 000 km².

Chaque année, il tombe sur la terre environ 0,004 kg par kilomètre carré de matière

du cosmos (appelée « poussières d'étoiles »).

Calculer, en kilogrammes, la masse de poussières d'étoiles qui tombe en une année sur la Terre. (On pourra utiliser les notations trouvées à la question 1.). Écrire cette masse en notation scientifique.



QCM interactif sur

www.36.zenitiseleve.
magnard.fr

Je m'évalue

Choisir la (ou les) bonne(s) réponse(s).

	a	b	c
132 $-5 + 7 \times (-2) =$	-19	-4	19
133 $\frac{3(4-7)-7}{2-3 \times (-2)} =$	-8	-2	-0,25
134 $\frac{1}{21} + \frac{1}{14} =$	$\frac{2}{35}$	0,119	$\frac{5}{42}$
135 $1 - \frac{3}{2} \times \frac{2}{9} =$	$\frac{2}{3}$	$-\frac{1}{9}$	$-\frac{5}{18}$
136 $\left(\frac{3}{14} - \frac{2}{7}\right) \times \frac{1}{2} =$	$-\frac{1}{28}$	$\frac{1}{28}$	$\frac{1}{14}$
137 $\frac{2}{3} - \frac{4}{3} \div \frac{7}{2} =$	$-\frac{2}{3} \div \frac{7}{2}$	$\frac{2}{3} - \frac{14}{3}$	$\frac{6}{21}$
138 $2^4 - 2 \times 3^2 =$	-20	-2	126
139 $5^m \times 5^n =$	$5^{m \times n}$	5^{m+n}	25^{m+n}
140 $\frac{3^m}{3^n} =$	3^{m+n}	1	3^{m-n}
141 $(7^m)^n =$	$7^{m \times n}$	7^{m^n}	$7^{m \cdot n}$
142 $\left(\frac{2}{3}\right)^m =$	$\frac{2^m}{3}$	$\frac{2^m}{3^m}$	$(2-3)^m$
143 $2^m \times 3^m =$	6^{m+m}	6^{2m}	6^m
144 $\frac{(-2)^3 \times (-2)^{-6}}{(-2^4)^2} =$	$(-2)^{-11}$	-2^{-11}	$\frac{1}{(-2)^{11}}$
145 Quelle(s) expression(s) est (sont) donnée(s) sous la forme d'un nombre en écriture scientifique ?	$14,3 \times 10^{-1}$	$0,12 \times 10^3$	$1,52 \times 10^5$
146 L'écriture scientifique de 0,012 3 est :	123×10^{-4}	$1,23 \times 10^2$	$1,23 \times 10^{-2}$
147 L'écriture scientifique de 456,7 est :	$4,567 \times 10^2$	$4,567 \times 10^{-2}$	$45,67 \times 10^1$
148 L'écriture scientifique de $0,000\ 89 \times 10^{-5}$ est :	$0,000\ 000\ 008\ 9$	$8,9 \times 10^{-9}$	$8,9 \times 10^{-1}$
149 L'écriture scientifique de 549×10^3 est :	$5,49 \times 10^1$	549 000.	$5,49 \times 10^5$

Je m'exerce

122. $A = 17$; $B = -23$; $C = 6$; $D = 6$.

123. $A = \frac{2}{7}$; $B = \frac{2}{3}$.

124. $A = \frac{1 \times 1 \times 1 \times 1}{1 \times 3 \times 5 \times 4 \times 6} = \frac{1}{360}$;

$B = -\frac{44}{3}$.

125. 1. $\frac{1}{6} + \frac{3}{5} = \frac{23}{30}$ et $1 - \frac{23}{30} = \frac{7}{30}$

Roxane passe $\frac{7}{30}$ de son temps devant la télévision à regarder des séries.

2. $\frac{1}{3} \times \frac{3}{5} = \frac{1}{5}$

Roxane passe $\frac{1}{5}$ de son temps devant la télévision à regarder des documentaires.

126. $A = 15$; $B = 8$.

127. a. 2^{65} ; d. 7^4 ; g. 5^{60} ;
b. 4^6 ; e. 11^{27} ; h. $(-9)^{-21}$;
c. $(-3)^{-19}$; f. $(-3)^{16}$; i. 7^{90} .

128. a. 6^{35} ; b. 72^{-8} ; c. 4^{65} ; d. $\left(\frac{2}{3}\right)^{-31}$.

129. $A = \frac{4^3}{4^3} = 1$

130. $B = 20 \times 10^4 = 200\,000 = 2 \times 10^5$

131. 1. a. $5,1 \times 10^8$

b. 4×10^{-3}

2. $4 \times 10^{-3} \times 5,1 \times 10^8 = 20,4 \times 10^5 = 2,04 \times 10^6$

Chaque année, il tombe environ $2,04 \times 10^6$ kg de poussières d'étoiles sur la Terre.

Je m'évalue

Réponse(s)	Commentaires	Revoir
132. a	b. Il faut respecter les règles de priorités opératoires. c. Il faut revoir l'addition de deux nombres de même signe.	Cours, p. 14 et Méthode 1, p. 18.
133. b	Il faut respecter les règles de priorités opératoires et la règle des signes.	Cours, p. 14 et Méthode 1, p. 18.
134. c	a. Il faut revoir comment additionner deux fractions. b. Un arrondi n'est pas égal à la valeur exacte.	Cours, p. 14 et Méthode 2, p. 19.
135. a	b. Il faut respecter les règles de priorités opératoires. c. Il faut revoir l'addition de fractions.	Cours, p. 14 et Méthode 2, p. 19.
136. a	Il faut revoir comment additionner deux fractions.	Cours, p. 14 et Méthode 2, p. 19.
137. c	a. Il faut respecter les règles de priorités opératoires. b. Il faut revoir la division de deux fractions.	Cours, p. 14 et Méthode 2, p. 19.
138. b	Il faut respecter les règles de priorités opératoires.	Cours, p. 16.
139. b	Il faut utiliser la propriété sur la multiplication de deux puissances d'un même nombre.	Cours, p. 16 et Méthode 3, p. 20.
140. c	Il faut utiliser la propriété sur le quotient de deux puissances d'un même nombre.	Cours, p. 16 et Méthode 3, p. 20.
141. a	Il faut utiliser la propriété sur la puissance d'une puissance.	Cours, p. 16 et Méthode 3, p. 20.
142. b	Il faut utiliser la propriété sur le quotient de deux mêmes puissances.	Cours, p. 16 et Méthode 3, p. 20.
143. c	Il faut utiliser la propriété sur le produit de deux nombres à la même puissance.	Cours, p. 16 et Méthode 3, p. 20.
144. a, b et c		Cours, p. 16 et Méthode 4, p. 20.
145. c	Il faut utiliser la définition de l'écriture scientifique d'un nombre.	Cours, p. 16.
146. c	Il faut utiliser la définition de l'écriture scientifique d'un nombre et la multiplication par une puissance de 10.	Cours, p. 16.
147. a	Il faut utiliser la définition de l'écriture scientifique d'un nombre et la multiplication par une puissance de 10.	Cours, p. 16.
148. b	Il faut utiliser la définition de l'écriture scientifique d'un nombre et la multiplication par une puissance de 10.	Cours, p. 16.
149. c	Il faut utiliser la définition de l'écriture scientifique d'un nombre et la multiplication par une puissance de 10.	Cours, p. 16.

Objectifs

- **SC** Déterminer le PGCD de deux nombres en listant leurs diviseurs communs.
Déterminer le PGCD de deux nombres à l'aide d'un algorithme.
- Déterminer si deux nombres sont premiers entre eux.
Rendre irréductible une fraction.
- **SC** Rendre irréductible une fraction en utilisant la calculatrice.

Je me rappelle

socle commun

1 QCM : Choisir la (ou les) bonne(s) réponse(s).

		a	b	c
1	14 est divisible par :	2.	4.	7.
2	42 a pour diviseur :	2.	3.	6.
3	Un multiple de 5 est :	65.	80.	59.
4	108 est divisible par :	2.	8.	9.
5	12 a pour multiple :	4.	24.	108.
6	70 est un multiple de :	140.	5.	10.
7	$46 \times 7 = 322$. On peut donc affirmer que :	46 est divisible par 322.	46 divise 322.	7 est un diviseur de 322.
8	$\frac{4}{6} =$	$\frac{6}{8}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{12}{18}$
9	En simplifiant au maximum la fraction $\frac{48}{78}$, on obtient :	$\frac{4}{7}$	$\frac{8}{13}$	$\frac{24}{39}$
10	Il y a 70 fraises à partager parmi 16 invités. Pour les répartir de façon équitable, sans les couper, il y aura au maximum par assiette :	4 fraises.	5 fraises.	6 fraises.
11	Et il restera :	4 fraises.	5 fraises.	6 fraises.
12	Quand on effectue la division euclidienne de 41 par 3, on obtient :	13,666 66...	13,6.	13 et il reste 2.
13	En écrivant que $136 = 13 \times 10 + 6$, on peut affirmer que :	La division euclidienne de 136 par 13 a pour reste 6.	La division euclidienne de 136 par 13 a pour reste 10.	La division euclidienne de 136 par 10 a pour quotient 13.
14	Le quotient de la division euclidienne de 89 par 10 est égal à :	8.	9.	10.
15	Le reste de la division euclidienne de 47 par 3 est égal à :	2.	3.	15.

J'utilise un vocabulaire précis

exercice interactif sur
www.3e.zenluseleve.magnard.fr

socle commun

2 Recopier et compléter les phrases en utilisant les étiquettes.

1. 12 est un ... de 24 et 6 est un ... de 2.
2. La ... $17 + 4$ est composée de deux ...
3. 5×7 est le ... des ... 5 et 7.

diviseur

multiple

termes

produit

facteurs

somme

Activités

Activité 1 Notion de PGCD

Louise veut inviter des amis à venir manger une assiette de fruits de mer. Elle dispose de 36 huîtres et 60 crevettes. Elle veut utiliser tous ses fruits de mer et ne faire que des assiettes identiques.

1. Peut-elle servir 6 assiettes de fruits de mer ? Pourquoi ?
Si oui, préciser le nombre de crevettes et le nombre d'huîtres dans chaque assiette.
2. Peut-elle servir 9 assiettes ? Pourquoi ?
3. Combien Louise peut-elle servir d'assiettes au maximum ?

Ce nombre est appelé le **plus grand diviseur commun** à 36 et 60. On le note **PGCD(36 ; 60)** ou **PGCD(60 ; 36)**.



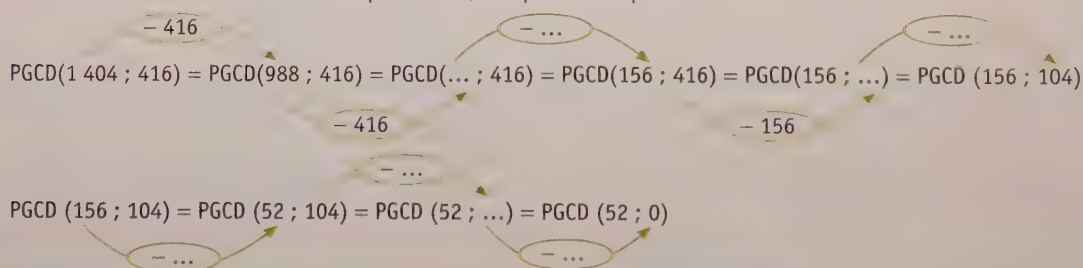
Ai-je bien compris ?

- Lister tous les diviseurs de 56. Lister tous les diviseurs de 72.
- Donner tous les diviseurs communs à 56 et 72 et en déduire le PGCD des nombres 72 et 56.
- La semaine d'après, Louise dispose de 72 crevettes et 56 huîtres. Combien peut-elle servir d'assiettes au maximum ?

Activité 2 Algorithme des soustractions

On cherche à déterminer le PGCD des nombres 1 404 et 416.

1. Que peut-on penser de la méthode consistant à chercher tous les diviseurs de 1 404 et 416 ?
2. a. Recopier et compléter : $1\,404 = 13 \times \dots$; $416 = 13 \times \dots$
b. Recopier et compléter : $988 = 13 \times \dots$
c. Julie a remarqué que $988 = 1\,404 - 416$ et se dit : « On aurait pu deviner que 13 est un diviseur de 988 sans effectuer de division supplémentaire ! » Expliquer la remarque de Julie.
d. Julien ajoute : « Réciproquement, comme 4 est un diviseur de 988 et 416, je peux en déduire que 4 est un diviseur de 1 404. » Expliquer son raisonnement.
3. Que peut-on en déduire pour les diviseurs communs à 1 404 et 416 et les diviseurs communs à 988 et 416 ? Que peut-on en déduire des nombres PGCD(1 404 ; 416) et PGCD(988 ; 416) ?
4. a. En utilisant le raisonnement de la question 3., recopier et compléter :



Un **algorithme** est une suite d'instructions permettant de résoudre un problème. Le procédé ci-dessus s'appelle l'**algorithme des soustractions**.

- b. Quel est le plus grand nombre qui divise à la fois 52 et 0 ?
- c. En déduire le PGCD des nombres 1 404 et 416.

Ai-je bien compris ?

- Recopier et compléter : a et b sont des entiers positifs. b est non nul. On considère $a \geq b$. $\text{PGCD}(a ; b) = \text{PGCD}(\dots ; b)$.
- Utiliser l'algorithme des soustractions pour calculer PGCD(72 ; 189).

Activité 3 Arithmétique d'Euclide

On cherche le PGCD des nombres 2 154 et 414.

1. En utilisant l'algorithme des soustractions successives, les cinq premières étapes donnent :

$$\begin{array}{ccccccc} -414 & & -414 & & -414 & & -414 & & -414 \\ \swarrow & \searrow & \swarrow & \searrow & \swarrow & \searrow & \swarrow & \searrow & \swarrow \\ & & & & & & & & \end{array}$$

$$\text{PGCD}(2\,154 ; 414) = \text{PGCD}(1\,740 ; 414) = \text{PGCD}(1\,326 ; 414) = \text{PGCD}(912 ; 414) = \text{PGCD}(498 ; 414) = \text{PGCD}(84 ; 414)$$

Mahdi fait la division euclidienne de 2 154 par 414 et se dit :

« On aurait pu trouver $\text{PGCD}(2\,154 ; 414) = \text{PGCD}(84 ; 414)$ plus rapidement ! »

Expliquer son raisonnement.

2. a. En utilisant le raisonnement de Mahdi, recopier et compléter :

• $414 = 84 \times \dots + \dots$ Donc, $\text{PGCD}(414 ; 84) = \text{PGCD}(\dots ; 84)$.

• $84 = 78 \times \dots + \dots$ Donc, $\text{PGCD}(84 ; 78) = \text{PGCD}(\dots ; 78)$.

• $78 = 6 \times \dots + \dots$ Donc, $\text{PGCD}(78 ; 6) = \text{PGCD}(\dots ; 6)$

b. Donner le PGCD des nombres 0 et 6.

c. En déduire le PGCD de 2 154 et 414.

Histoire des mathématiques

Cet algorithme était déjà décrit dans un des livres d'Euclide (325 av. J.-C., 265 av. J.-C.)



Euclide, gravure, XIX^e siècle.

Ai-je bien compris ?

Recopier et compléter :

a et b sont des entiers positifs. b est non nul.

$\text{PGCD}(a ; b) = \text{PGCD}(b ; r)$ où r est le ... de la division euclidienne de a par b .

On cherche à déterminer le PGCD des nombres 204 et 84.

Recopier et compléter :

$204 = 84 \times \dots + \dots$ Donc, $\text{PGCD}(204 ; 84) = \text{PGCD}(36 ; 84)$.

$84 = 36 \times \dots + \dots$ Donc, $\text{PGCD}(84 ; 36) = \text{PGCD}(\dots ; 36)$.

$36 = \dots \times \dots + \dots$ Donc, $\text{PGCD}(36 ; \dots) = \text{PGCD}(12 ; \dots)$.

On en déduit que $\text{PGCD}(204 ; 84) = \dots$

Activité 4 Nombres premiers entre eux et fractions irréductibles

1. a. Calculer le PGCD des nombres 754 et 231.

b. Calculer le PGCD des nombres 108 et 210.

c. Deux nombres dont le PGCD est égal à 1 s'appellent des **nombres premiers entre eux**.

754 et 231 sont-ils premiers entre eux ?

108 et 210 sont-ils premiers entre eux ?

2. Trois élèves cherchent à simplifier la fraction $\frac{108}{210}$.

Pierre trouve $\frac{36}{70}$; Thu Huong, $\frac{18}{35}$ et Papo, $\frac{54}{105}$.

a. Par combien chaque élève a-t-il simplifié ?

Qui a simplifié la fraction $\frac{108}{210}$ au maximum ?

Justifier.

Une fraction simplifiée au maximum s'appelle une **fraction irréductible**.

b. Peut-on simplifier la fraction $\frac{754}{231}$?

Expliquer.

Ai-je bien compris ?

Recopier et compléter :

En simplifiant une fraction par le ... de son numérateur et de son dénominateur, on obtient une fraction ...

Recopier et compléter :

Si le numérateur et le dénominateur d'une fraction sont ..., alors la fraction est ...

Sur cette page, a et b sont des entiers positifs. b est non nul.

1 Multiples et diviseurs

Testez-vous avec les exercices 1 à 5 et 7 à 9.

Définition

Effectuer la **division euclidienne** de a par b , c'est trouver le **quotient** entier q et le **reste** entier r tel que $a = bq + r$, avec $0 \leq r < b$.

► L'arithmétique, du grec *arithmêtikós* signifiant « nombre », est l'étude des propriétés des nombres entiers et des fractions.

Exemple

La division euclidienne de 985 par 65 donne :

$$\begin{array}{r} 985 \overline{) 65} \\ 335 \underline{) 15} \\ 10 \end{array}$$

Reste

Quotient

On a $985 = 65 \times 15 + 10$.

Définition

Si le reste de la division euclidienne de a par b est nul, on peut écrire $a = bq$. Dans ce cas, on dit que b est un **diviseur** de a ou que a est **divisible** par b , ou encore que a est un **multiple** de b ou que b a pour **multiple** a .

Exemple

$24 = 3 \times 8$, donc 3 et 8 sont des diviseurs de 24 ou 24 est un multiple de 3 et 8.

2 Diviseurs communs et PGCD

Testez-vous avec les exercices 6 et 10 à 12.

a Définition et notation

Définition

Si a et b sont divisibles par un même entier d , on dit que d est un **diviseur commun** à a et b . On note **PGCD**(a ; b), ou **PGCD**(b ; a), le **plus grand des diviseurs communs** à a et b .

Exemple

Les diviseurs de 18 sont 1, 2, 3, 6, et 18. Les diviseurs de 24 sont 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12 et 24. Les diviseurs communs à 18 et 24 sont 1, 2, 3 et 6. On a donc **PGCD**(18 ; 24) = 6.

Remarque : 1 est un diviseur commun à tous les nombres.

b Propriétés du PGCD

Propriétés

- **PGCD**(a ; a) = a
- **PGCD**(a ; 0) = a
- Si b divise a , alors **PGCD**(a ; b) = b .

Exemples

- **PGCD**(16 ; 16) = 16
- **PGCD**(15 ; 0) = 15
- **PGCD**(18 ; 9) = 9

Propriétés

- On considère $a \geq b$.
PGCD(a ; b) = **PGCD**($a - b$; b)
- **PGCD**(a ; b) = **PGCD**(b ; r) où r est le **reste** de la division euclidienne de a par b .

Exemples

- **PGCD**(95 ; 35) = **PGCD**(95 - 35 ; 35) = **PGCD**(60 ; 35)
- $32 = 5 \times 6 + 2$ donc **PGCD**(32 ; 5) = **PGCD**(5 ; 2)

Ces deux dernières propriétés servent dans l'utilisation d'algorithmes permettant de déterminer le PGCD de deux nombres (⇒ **méthodes 1 p. 38 et 2 p. 39**) : l'**algorithme des soustractions** et l'**algorithme d'Euclide**.

Testez votre compréhension du cours

1 Le professeur demande de faire la division euclidienne de 54 par 7.
Qui a raison ? Justifiez.

Barack

$$54 = 7 \times 7 + 5$$

Michelle

$$54 = 7 \times 6 + 12$$

4 4 amis décident de se partager équitablement 30 biscuits.
Combien de biscuits restera-t-il ?

2 a. Quel est le quotient de la division euclidienne de 36 par 5 ?

b. Quel est le reste de la division euclidienne de 36 par 5 ?

3 J'ai 80 œufs à ranger dans des boîtes de 12.

a. De combien de boîtes au minimum ai-je besoin ?

b. Combien y aura-t-il d'œufs dans la dernière boîte si je remplis toutes les autres ?

5 Le professeur demande à sa classe : « Combien 16 a-t-il de diviseurs ? »
Qui a raison ?

Laura

Trois !

Raul

Quatre !

Marguerite

Cinq !

6 Qui a raison ?

Nicole

15 et 16 n'ont pas de diviseur commun !

Karl

Mais si !

8 Vrai ou Faux ? Justifiez.
Plus un nombre est grand et plus il a de diviseurs !

7 Formez un maximum de phrases avec les nombres proposés ci-dessous.

1		1
2	a pour multiple	2
3		3
4		4
10	a pour diviseur ...	10
12		12

9 a. Trouvez des nombres ayant exactement 3 diviseurs.
b. Trouvez des nombres ayant exactement 4 diviseurs.

10 a est un nombre entier positif.

$\text{PGCD}(a; 1) = \dots ?$

Bako

Je sais !

Micheline

Impossible, sans connaître la valeur de a !

Bako a-t-il la réponse ? Si oui, quelle est-elle ?

11 On sait que $1\,568 = 784 \times 2$. Donnez :

a. $\text{PGCD}(1\,568; 784)$

b. $\text{PGCD}(1\,568; 2)$

c. $\text{PGCD}(2; 784)$

12 Si deux nombres sont pairs, le PGCD de ces deux nombres est obligatoirement :

a. strictement inférieur à 2 ?

b. égal à 2 ?

c. supérieur ou égal à 2 ?

3 Nombres premiers entre eux

⇒ Testez-vous avec les exercices 14 à 19.

Définition

Deux nombres sont **premiers entre eux** lorsque leur PGCD est égal à 1.

Exemple

Les diviseurs de 20 sont 1, 2, 4, 5, 10 et 20.

Les diviseurs de 33 sont 1, 3, 11 et 33.

1 est le seul diviseur commun à 20 et 33, donc $\text{PGCD}(20 ; 33) = 1$.

Les nombres 20 et 33 sont donc premiers entre eux.

4 Fractions irréductibles

⇒ Testez-vous avec les exercices 20 à 25.

Propriété

Si a , b et c désignent des nombres entiers, avec $b \neq 0$ et $c \neq 0$, alors $\frac{a \times c}{b \times c} = \frac{a}{b}$.

Exemple

$\frac{45}{25} = \frac{9 \times 5}{5 \times 5} = \frac{9}{5}$ On a ainsi simplifié la fraction $\frac{45}{25}$ par 5.

Remarques

- On ne peut pas simplifier $\frac{9}{5}$ car 9 et 5 n'ont pas de diviseur commun autre que 1.
- Pour simplifier une fraction, il est utile de connaître les critères de divisibilité.

Définition

Une **fraction irréductible** est une fraction que l'on ne peut pas simplifier.

Exemples

- $\frac{12}{8}$ n'est pas une fraction irréductible. En effet, on peut la simplifier par 2.
- $\frac{4}{7}$ est une fraction irréductible. En effet, 4 et 7 n'ont pas de diviseur commun autre que 1.

Propriété

Si une fraction a pour numérateur et dénominateur deux nombres premiers entre eux, alors cette fraction est irréductible.

Exemple

$\text{PGCD}(15 ; 8) = 1$, donc $\frac{15}{8}$ et $\frac{8}{15}$ sont des fractions irréductibles.

Propriété

Lorsque l'on simplifie une fraction par le PGCD du numérateur et du dénominateur, on obtient une fraction irréductible.

Exemple

$\text{PGCD}(396 ; 108) = 36$

$\frac{396}{108} = \frac{36 \times 11}{36 \times 3} = \frac{11}{3}$ est donc une fraction irréductible.

Testez votre compréhension du cours

13 Énoncez les critères de divisibilité par 2, 3, 5, 9 et 10.

15 Les nombres suivants sont-ils premiers entre eux ?

a. 10 et 15

d. 26 et 13

b. 10 et 91

c. 14 et 21

e. 1 et 18

18 Qui a raison ? Justifiez.

Ivan

Les nombres 4 587 695 et 89 625 sont premiers entre eux !

Mia

Faux !

20 Quelles fractions sont irréductibles ?

$\frac{4}{6}$ $\frac{13}{39}$ $\frac{5}{15}$ $\frac{15}{17}$ $\frac{14}{28}$

22 Quel est l'intrus ?

$\frac{364}{910}$ $\frac{2}{5}$ $\frac{158}{295}$ $\frac{106}{265}$

14 Donnez des couples de nombres premiers entre eux compris entre 1 et 10.

16 Trouvez tous les nombres premiers avec 12 et compris entre 10 et 25.

17 Donnez si possible :

a. Deux nombres impairs premiers entre eux.

b. Deux nombres pairs premiers entre eux.

c. Deux nombres impairs non premiers entre eux.

d. Deux nombres pairs non premiers entre eux.

e. Un nombre pair et un nombre impair premiers entre eux.

f. Un nombre pair et un nombre impair non premiers entre eux.

19 Montrez que les couples de nombres suivants ne sont pas premiers entre eux.

a. 441 et 594

b. 780 et 625

c. 231 et 714

d. 452 et 994

21 Quelles fractions sont irréductibles ?

$\frac{4}{3}$ $\frac{17}{2}$ $\frac{3}{11}$ $\frac{15}{9}$ $\frac{18}{25}$

24 $\text{PGCD}(a ; b) = 1$.

Qui a raison ?

Sophie

$\frac{a}{b}$ est irréductible.

Emmanuel

$\frac{b}{a}$ est irréductible.

23 Sachant que $\text{PGCD}(168 ; 420) = 84$, rendez irréductible la fraction $\frac{420}{168}$.

1 Déterminer le PGCD de deux nombres en listant leurs diviseurs communs

socle commun

Exercice Déterminer le PGCD des nombres 36 et 84, en listant leurs diviseurs communs.

Solution

étape

1 Je détermine la liste des diviseurs de 36. Je me demande si 1 est un diviseur, puis si 2 est un diviseur, si 3 est un diviseur, etc.

Si oui, j'inscris ces nombres dans un tableau, en procédant ainsi :

$36 = 1 \times 36$, donc 1 et 36 sont des diviseurs de 36.

J'inscris 1 d'une part et 36 d'autre part dans le tableau.

Et je continue de la même manière jusqu'à obtenir tous les diviseurs de 36 :

$36 = 2 \times 18$ $36 = 3 \times 12$ $36 = 4 \times 9$ $36 = 6 \times 6$ $36 = 9 \times 4$,

mais les diviseurs 4 et 9 sont déjà dans le tableau.

La liste des diviseurs de 36 est donc complète.

Les diviseurs de 36 sont : 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 6 ; 9 ; 12 ; 18 et 36.

1	36
2	18
3	12
4	9
6	6

étape

2 De même, je détermine la liste des diviseurs de 84.

Les diviseurs de 84 sont : 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 6 ; 7 ; 12 ; 14 ; 21 ; 28 ; 42 et 84.

étape

3 J'encadre dans les deux listes les diviseurs communs à 36 et 84.

Liste des diviseurs de 36 : 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 6 ; 9 ; 12 ; 18 ; 36.

Liste des diviseurs 84 : 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 6 ; 7 ; 12 ; 14 ; 21 ; 28 ; 42 et 84.

étape

4 J'écris la liste des diviseurs communs à 36 et 84.

Les diviseurs communs à 36 et 84 sont :
1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 6 et 12.

étape

5 Je conclus. $\text{PGCD}(36; 84) = 12$

J'applique

SC

25 Déterminer la liste des diviseurs de ces nombres.

a. 15 b. 81 c. 100

26 Déterminer la liste des diviseurs de ces nombres.

a. 135 b. 242 c. 131

27 1. Déterminer la liste des diviseurs de 45.

2. Déterminer la liste des diviseurs de 105.

3. Déterminer la liste des diviseurs communs à 45 et 105.

4. En déduire le PGCD des nombres 45 et 105.

28 1. Déterminer la liste des diviseurs de 12.

2. Déterminer la liste des diviseurs de 42.

3. Déterminer la liste des diviseurs communs à 12 et 42.

4. En déduire le PGCD de 12 et 42.

29 1. Déterminer la liste des diviseurs de 27.

2. Déterminer la liste des diviseurs de 54.

3. Déterminer la liste des diviseurs communs à 27 et 54.

4. En déduire le PGCD de 27 et 54.

5. Pouvait-on trouver le PGCD de ces deux nombres plus rapidement ?

30 1. Déterminer la liste des diviseurs communs à 60 et 80.

2. En déduire le PGCD de 60 et 80.

31 1. Déterminer la liste des diviseurs communs à 92 et 69.

2. En déduire le PGCD de 92 et 69.

32 1. Déterminer la liste des diviseurs communs à 30 et 48.

2. En déduire le PGCD de 30 et 48.

33 Déterminer le PGCD des nombres 72 et 108 en listant leurs diviseurs.

méthode
2

Déterminer le PGCD de deux nombres à l'aide d'un algorithme

Exercice 1 Déterminer, à l'aide de l'algorithme des soustractions successives, le PGCD des nombres 270 et 105.

Exercice 2 Déterminer, à l'aide de l'algorithme d'Euclide, le PGCD des nombres 560 et 126.

méthode animée sur
www.3e.zeniusseve-magnard.fr

Solution 1

étape

1 J'utilise la propriété du cours :

Si $a \geq b$, $\text{PGCD}(a; b) = \text{PGCD}(a - b; b)$.

$$\text{PGCD}(270; 105) = \text{PGCD}(270 - 105; 105) = \text{PGCD}(165; 105)$$

étape

2 Je réitère ensuite le procédé.

$$165 \geq 105, \text{ donc } \text{PGCD}(165; 105) = \text{PGCD}(165 - 105; 105) = \text{PGCD}(60; 105).$$

$$105 \geq 60, \text{ donc } \text{PGCD}(60; 105) = \text{PGCD}(60; 105 - 60) = \text{PGCD}(60; 45).$$

$$60 \geq 45, \text{ donc } \text{PGCD}(60; 45) = \text{PGCD}(60 - 45; 45) = \text{PGCD}(15; 45).$$

$$45 \geq 15, \text{ donc } \text{PGCD}(15; 45) = \text{PGCD}(15; 45 - 15) = \text{PGCD}(15; 30).$$

$$30 \geq 15, \text{ donc } \text{PGCD}(15; 30) = \text{PGCD}(15; 30 - 15) = \text{PGCD}(15; 15).$$

$$15 \geq 15, \text{ donc } \text{PGCD}(15; 15) = \text{PGCD}(15; 15 - 15) = \text{PGCD}(15; 0).$$

étape

3 Je conclus. $\text{PGCD}(15; 0) = 15$, donc $\text{PGCD}(270; 105) = 15$.

On peut conclure plus rapidement en remarquant que 15 est un diviseur de 45. Ainsi, $\text{PGCD}(270; 105) = \text{PGCD}(15; 45) = 15$

Solution 2

étape

1 J'utilise la propriété du cours :

Si $a \geq b$, $\text{PGCD}(a; b) = \text{PGCD}(b; r)$,
où r est le reste de la division euclidienne de a par b .

étape

2 Je réitère ensuite le procédé en utilisant le diviseur et le reste de la division précédente.

$$560 = 126 \times 4 + 56 \quad \text{Donc } \text{PGCD}(560; 126) = \text{PGCD}(126; 56).$$

$$126 = 56 \times 2 + 14 \quad \text{Donc } \text{PGCD}(126; 56) = \text{PGCD}(56; 14).$$

$$56 = 14 \times 4 + 0 \quad \text{Donc } \text{PGCD}(56; 14) = \text{PGCD}(14; 0).$$

étape

3 Je conclus. $\text{PGCD}(14; 0) = 14$, donc $\text{PGCD}(560; 126) = 14$.

Le PGCD est égal au dernier reste non nul.

J'applique

34 Elsa a fait les calculs suivants sans se tromper.

$$240 = 150 \times 1 + 90$$

$$150 = 90 \times 1 + 60$$

$$90 = 60 \times 1 + 30$$

$$60 = 30 \times 2 + 0$$

1. Quel algorithme reconnaît-on ?

2. En déduire le PGCD des nombres 240 et 150.

35 Déterminer, à l'aide de l'algorithme des soustractions successives, le PGCD des nombres 36 et 126.

36 Déterminer, à l'aide de l'algorithme d'Euclide, le PGCD des nombres 231 et 89.

37 Déterminer, à l'aide de l'algorithme de votre choix, le PGCD des nombres 30 et 144.

38 Déterminer, à l'aide de l'algorithme de votre choix, le PGCD des nombres 376 et 1 926.

méthode
3

Déterminer si deux entiers sont premiers entre eux

Exercice 1 Les entiers 543 et 87 sont-ils premiers entre eux ?

Solution 1

En utilisant les critères de divisibilité, je remarque que les nombres 543 et 87 sont tous les deux divisibles par 3.

3 est un diviseur commun aux nombres 543 et 87, ces deux nombres ne sont donc pas premiers entre eux.

Exercice 2 Les entiers 699 et 485 sont-ils premiers entre eux ?

Solution 2

Les critères de divisibilité ne permettent pas de trouver un diviseur commun autre que 1. Je détermine donc le PGCD de 699 et 485 à l'aide d'un algorithme. Je trouve :

$$\text{PGCD}(699; 485) = 1$$

699 et 485 sont donc premiers entre eux.

J'applique

39 En utilisant les critères de divisibilité, déterminer si les entiers 95 et 780 sont premiers entre eux.

40 Calculer le PGCD des entiers 91 et 120 et en déduire s'ils sont premiers entre eux.

41 Les entiers 623 et 917 sont-ils premiers entre eux ?

méthode
4

Rendre une fraction irréductible

Exercice 1 Rendre irréductible la fraction $\frac{36}{126}$.

Solution 1

étape

1 D'après les critères de divisibilité, je simplifie la fraction par 2, puis par 9.

$$\frac{36}{126} = \frac{2 \times 18}{2 \times 63} = \frac{18}{63} = \frac{9 \times 2}{9 \times 7} = \frac{2}{7}$$

étape

2 2 et 7 sont deux nombres premiers entre eux, donc je conclus :

$$\frac{36}{126} = \frac{2}{7} \text{ et la fraction } \frac{2}{7}$$

est irréductible.

Exercice 2 Rendre irréductible la fraction $\frac{609}{8\,294}$.

Solution 2

étape

1 Les critères de divisibilité ne permettent pas de simplifier la fraction. Je calcule le PGCD des nombres 609 et 8 294. En utilisant un algorithme, je trouve :

$$\text{PGCD}(609; 8\,294) = 29$$

étape

2 Je simplifie $\frac{609}{8\,294}$ par 29. $\frac{609}{8\,294} = \frac{29 \times 21}{29 \times 286} = \frac{21}{286}$

étape

3 Je conclus en utilisant la propriété : Lorsque l'on simplifie une fraction par le PGCD du numérateur et du dénominateur, on obtient une fraction irréductible.

$$\frac{609}{8\,294} = \frac{21}{286} \text{ et la fraction } \frac{21}{286} \text{ est irréductible.}$$

J'applique

42 En utilisant les critères de divisibilité, rendre irréductibles les fractions suivantes.

$$A = \frac{42}{26} \quad B = \frac{27}{12} \quad C = \frac{84}{24} \quad D = \frac{35}{105}$$

43 Quelles fractions sont irréductibles ?

$$A = \frac{85}{210} \quad B = \frac{17}{9} \quad C = \frac{28}{33} \quad D = \frac{46}{38}$$

44 1. Déterminer le PGCD des nombres 440 et 48.

2. Rendre irréductible la fraction $\frac{48}{440}$.

45 1. Déterminer le PGCD des nombres 1 470 et 756.

2. Rendre irréductible la fraction $\frac{1\,470}{756}$.

5 Utiliser la calculatrice

TICE

socle commun

Exercice 1 Déterminer le PGCD des nombres 1 224 et 850.**Solution 1** Avec une Casio collège 2D+

étape 1 J'accède à la fonction PGCD.

étape 2 Je saisis le premier nombre.

étape 3 J'affiche le point-virgule.

étape 4 Je saisis le second nombre, et je déclenche le calcul.

Il s'affiche :

étape 5

Je conclus. Le PGCD des nombres 1 224 et 850 est 34.

Exercice 2 Simplifier la fraction $\frac{189}{168}$.

Avec une TI collège +

étape 1 J'accède à la fonction PGCD.

étape 2 Je saisis le premier nombre.

étape 3 J'affiche le point-virgule.

étape 4 Je saisis le second nombre, et je déclenche le calcul.

Il s'affiche :

Solution 2 Avec une Casio collège 2D+

étape 1 J'active la simplification automatique.

Je tape , puis je choisis 1 (auto).

étape 2 Je saisis la fraction à simplifier.

Il s'affiche :

étape 3

Je conclus.

$$\frac{189}{168} = \frac{9}{8}$$

Avec une TI collège +

étape 1 J'active la simplification automatique.

Je tape , puis

étape 2 Je saisis la fraction à simplifier.

Il s'affiche :

J'applique

5C

46 En utilisant la calculatrice, donner le PGCD des nombres suivants.

- a. 360 et 336 b. 6 252 et 4 290 c. 8 567 et 5 123

47 En utilisant la calculatrice, rendre irréductibles les fractions suivantes.

- a. $\frac{546}{897}$ b. $\frac{8\,765}{1\,425}$ c. $\frac{6\,272}{1\,568}$ d. $\frac{2\,348}{444}$

SC Revoir les notions de multiples et diviseurs

48 Compléter par les mots « multiple » ou « diviseur ».

- a. 8 est un ... de 2. c. 6 est un ... de 24.
b. 18 est un ... de 36. d. 81 est un ... de 3.

49 Parmi la liste 15 ; 42 ; 89 ; 54 ; 441 ; 80, donner les nombres :

- a. divisibles par 2 ; d. divisibles par 5 ;
b. divisibles par 3 ; e. divisibles par 10.
c. divisibles par 9 ;

50 Ninon cherche à carreler sa cave rectangulaire d'une longueur de 2,4 m et d'une largeur de 3,6 m. Au magasin de bricolage, on vend des carreaux de 11 cm de côté, 12 cm de côté et 13 cm de côté.

1. Ninon ne veut pas faire de découpe. Quels carreaux peut-elle choisir ?
2. Combien Ninon doit-elle alors en acheter ?

SC Utiliser la division euclidienne

51 QCM : Choisir la bonne réponse.

	a	b	c
L'égalité qui correspond à la division euclidienne de 156 par 7 est :	$156 = 7 \times 21 + 9$	$156 = 7 \times 22 + 2$	$156 = 7 \times 20 + 16$

52 Mon forfait de téléphone me permet d'envoyer 250 SMS par mois. J'envoie le même nombre de SMS par jour, pendant 30 jours. Combien puis-je en envoyer au maximum par jour ? Combien de SMS non envoyés restera-t-il ?

53 Brigitte a organisé un grand buffet et préparé 200 petits fours pour ses 38 invités. Elle leur dit : « Prenez-en chacun le même nombre, au maximum ; je prendrai le reste. – Quel dévouement ! » se dit un invité. A-t-il raison ? Justifier.



54 Phil veut ranger toutes ses cravates sur des cintres pouvant en porter 12. Sachant qu'il a 257 cravates, combien de cintres doit-il utiliser au minimum ? Combien de cravates lui manquera-t-il pour compléter le dernier cintre ?

SC Déterminer le PGCD de deux nombres en listant leurs diviseurs communs

Méthode 1

➔ Premiers exercices d'application : exercices 25 à 33 p. 38.

55 1. Déterminer la liste des diviseurs de 66.
2. Déterminer la liste des diviseurs de 165.
3. En déduire le PGCD de 66 et 165.

56 1. Déterminer la liste des diviseurs de 84.
2. Déterminer la liste des diviseurs de 108.
3. En déduire le PGCD de 84 et 108.

57 Dans un collège, 42 filles et 28 garçons en classe de 3^e participent à un tournoi. On cherche à faire des équipes avec tous les élèves, le même nombre de filles et le même nombre de garçons dans chaque équipe.

1. Combien d'équipes peut-on faire ? Donner toutes les solutions possibles.
2. On veut faire le plus grand nombre possible d'équipes. Combien y aura-t-il d'équipes ? Combien y aura-t-il alors de filles et de garçons par équipe ?

Déterminer le PGCD de deux nombres à l'aide d'un algorithme

Méthode 2

➔ Premiers exercices d'application : exercices 34 à 38 p. 39.

58 1. Déterminer, à l'aide de l'algorithme des soustractions successives, le PGCD des nombres 304 et 1 008. Faire apparaître les calculs intermédiaires.

2. Déterminer, à l'aide de l'algorithme d'Euclide, le PGCD des nombres 304 et 1 008. Faire apparaître les calculs intermédiaires.
3. Quel algorithme est le plus rapide ?

59 Déterminer, à l'aide d'un algorithme, le PGCD des nombres 165 et 308. Faire apparaître les calculs intermédiaires.

60 Déterminer, à l'aide d'un algorithme, le PGCD des nombres 810 et 1 386. Faire apparaître les calculs intermédiaires.

61 Déterminer, à l'aide d'un algorithme, le PGCD des nombres 6 485 et 8 746. Faire apparaître les calculs intermédiaires.

Je calcule mentalement

Socle commun

73 Trouver tous les diviseurs de 27.

74 Trouver tous les diviseurs de 40.

75 Trouver tous les diviseurs de 84.

76 Trouver deux nombres strictement supérieurs à 9 et dont le PGCD est égal à 9.

77 Trouver deux nombres strictement supérieurs à 12 et dont le PGCD est égal à 12.

Résoudre des problèmes

62 Brevet (Polynésie, 2011)

1. Déterminer le PGCD de 260 et 90 en détaillant les calculs intermédiaires.

2. Pour réaliser un *tifaifai*, (genre de couvre-lit), Tina doit découper des carrés, dans un tissu de soie blanc rectangulaire de 260 cm de long sur 90 cm de large. Tout le tissu doit être utilisé. Chaque carré doit avoir le plus grand côté possible.

a. Montrer que la longueur du côté d'un carré est 10 cm.

b. Combien de carrés pourra-t-elle obtenir ?

3. **B2i** Sur certains carrés, elle veut faire imprimer un *tiki* et sur d'autres un *tipanier*.

Un *tiki* est une représentation humaine et un *tipanier* est une plante que l'on trouve en Polynésie.

La société Ari Porinetia lui propose le devis suivant, créé sur tableur.

	A	B	C	D
1	Impression du motif	Prix unitaire (en euros)	Quantité	Prix total (en euros)
2	Tiki	75	117	8775
3	Tipanier	80	117	9360
4				
5	Total			

Pour obtenir le prix total des impressions des carrés, quelle formule doit-on saisir dans la cellule D5 ? Parmi les 4 formules proposées, donner la bonne formule :

☐ D2 + D3 ☐ =SOMME (D2 : D3) ☐ 9360 + 8775

☐ =SOMME (D2 : D5)

Histoire des arts

En langue tahitienne, *tifaifai* signifie « raccommode ».

À partir de la fin du XVIII^e s,

les missionnaires européens ont

apporté des tissus, inconnus alors

en Polynésie. Cette matière était

rare et même les chutes étaient

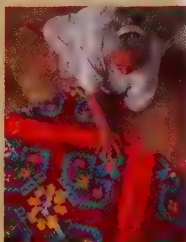
précieuses. Les femmes polynésiennes

ont donc appris le patchwork qu'elles

ont adapté à leurs besoins et à leurs goûts. Le *tifaifai*,

couvre-lit ou coussin, est alors devenu une pièce maîtresse

de la décoration intérieure polynésienne.



63 Prise d'initiatives Un bijoutier possède des petites pierres précieuses : 156 diamants et 234 saphirs. S'il utilise toutes ces pierres et fabrique le plus grand nombre possible de bagues identiques, combien y aura-t-il de diamants et de saphirs sur chaque bague ?

Déterminer si deux entiers sont premiers entre eux méthode 3

→ Premiers exercices d'application : exercices 59 à 41 p. 40.

64 Sans calculer de PGCD, montrer que les nombres suivants ne sont pas premiers entre eux.

a. 365 et 780 b. 954 et 852 c. 558 et 675

65 1. Donner la liste des diviseurs communs à 60 et 77.

2. Que peut-on en déduire sur les nombres 60 et 77 ?

66 Montrer que les nombres suivants sont premiers entre eux.

a. 654 et 475 b. 1 598 et 8 963 c. 4 218 et 97 235

67 Les nombres suivants sont-ils premiers entre eux ?

a. 149 et 432 b. 1 224 et 287

Rendre une fraction irréductible méthode 4

→ Premiers exercices d'application : exercices 42 à 45 p. 40.

68 Sans calculer de PGCD, expliquer pourquoi les fractions ci-dessous ne sont pas irréductibles.

$$A = \frac{86}{40} \quad B = \frac{153}{774} \quad C = \frac{625}{95} \quad D = \frac{72}{471}$$

69 1. Déterminer le PGCD des nombres 176 et 330.

2. Rendre irréductible la fraction $\frac{330}{176}$.

70 Louisa a utilisé sa calculatrice pour rendre irréductible la fraction $\frac{9\,821}{5\,222}$. La calculatrice donne : $\frac{1\,403}{746}$.

Comment peut-elle en déduire le PGCD des nombres 9 821 et 5 222 ?

71 Brevet (Métropole, 2009)

Simplifier la fraction $\frac{1\,404}{3\,465}$. La fraction obtenue est-elle irréductible ? Justifier.

72  En utilisant la calculatrice, rendre

irréductibles les fractions : $\frac{180}{5\,760}$; $\frac{987}{456}$ et $\frac{2\,314}{1\,170}$.

78 Donner un nombre premier avec 2, 3, 5 et 7 compris entre 20 et 30.

Combien peut-on en trouver ?

79 Rendre irréductibles chaque fraction.

$$\frac{78}{26} \quad \frac{33}{27} \quad \frac{10}{35} \quad \frac{36}{24} \quad \frac{64}{80} \quad \frac{81}{90} \quad \frac{75}{85}$$

Je m'entraîne au brevet

Exercice (Polynésie, 2010)

15 - 20 min

- Déterminer le PGCD de 120 et 144 par la méthode de votre choix. Faire apparaître les calculs intermédiaires.
- Un vendeur possède un stock de 120 flacons de parfum au tiare et de 144 savonnets au monoï.
Il veut écouler tout ce stock en confectionnant le plus grand nombre de coffrets « Souvenirs de Polynésie » de sorte que :
 - le nombre de flacons de parfum au tiare soit le même dans chaque coffret ;
 - le nombre de savonnets au monoï soit le même dans chaque coffret ;
 - tous les flacons et savonnets soient utilisés.

Trouver le nombre de coffrets à préparer et la composition de chacun d'eux.
L'évaluation de cette question tiendra compte des observations et étapes de recherche, même incomplètes : les faire apparaître sur la copie.

- B2i** L'algorithme des soustractions successives permet de trouver le PGCD de deux entiers donnés. Il utilise la propriété suivante : « a et b étant deux entiers positifs tels que a supérieur à b , $\text{PGCD}(a; b) = \text{PGCD}(b; a - b)$. » Sur un tableur,

Hetari a créé cette feuille de calcul pour trouver le PGCD de 2 277 et 1 449.

- En utilisant sa feuille de calcul, dire quel est le PGCD de 2 277 et 1 449.
- Quelle formule a-t-il écrite dans la cellule C2 pour obtenir le résultat indiqué dans cette cellule par le tableur ?

	A	B	C
1	a	b	a - b
2	2 277	1 449	828
3	1 449	828	621
4	828	621	207
5	621	207	414
6	414	207	207
7	207	207	0

Solution

- Déterminons le PGCD de 120 et 144 par l'algorithme d'Euclide :
 $144 = 1 \times 120 + 24$
 $120 = 5 \times 24 + 0$
 Donc, $\text{PGCD}(144; 120) = 24$.
 Le plus grand diviseur commun à 144 et 120 est 24.
- D'après la question précédente, il faut préparer 24 coffrets.
 $144 \div 24 = 6$ et $120 \div 24 = 5$
 Chaque coffret contiendra donc 6 savonnets et 5 flacons de parfum.
- a. En utilisant sa feuille de calcul, on peut dire que le PGCD de 2 277 et 1 449 est 207 (dernière différence non nulle).
 b. La formule écrite dans la cellule C2 pour obtenir le résultat indiqué dans cette cellule par le tableur est « =A2-B2 ».

Je lis attentivement l'énoncé.

Il est demandé de faire apparaître les calculs intermédiaires : un résultat trouvé à la calculatrice n'est pas suffisant mais permet une vérification. Par ailleurs, même si le résultat est faux, les calculs intermédiaires peuvent me permettre d'obtenir des points.

Je lis attentivement l'énoncé.

Je remarque qu'il s'agit des mêmes nombres que ceux donnés à la question 1. Il faut donc penser à utiliser le résultat de la première question.

J'optimise mes chances de réussite.

Je peux commencer par les questions 3. a. et b. sans avoir traité le reste de l'exercice. La question b. ne porte pas sur le chapitre *Arithmétique*, mais sur la connaissance du tableur.

Je choisis la méthode adaptée.

- Trouver la liste complète des diviseurs communs aux nombres 120 et 144.
- Utiliser l'algorithme des soustractions successives (il est d'ailleurs présenté à la question 3.)
- Utiliser l'algorithme d'Euclide qui est la méthode la plus efficace.

80 (Amérique du Sud, 2009)

On considère la fraction $\frac{190}{114}$.

- Expliquer pourquoi cette fraction n'est pas irréductible.
- Déterminer le PGCD des nombres 190 et 114 par la méthode de votre choix (faire apparaître les calculs utilisés).
- En déduire la forme irréductible de la fraction $\frac{190}{114}$.

81 (Métropole, 2010)

- Déterminer le plus grand diviseur commun à 640 et 520.
- Le sol d'un local de 6,40 m et 5,20 m de dimensions doit être entièrement recouvert par des dalles carrées de même dimension. L'entreprise a le choix entre des dalles dont le côté mesure 20 cm, 30 cm, 35 cm, 40 cm ou 45 cm.
 - Parmi ces dimensions, lesquelles peut-on choisir pour que les dalles puissent être posées sans découpe ?
 - Dans chacun des cas trouvés, combien faut-il utiliser de dalles ?

82 Numéro INSEE

Le numéro INSEE (ou numéro de sécurité sociale) est un numéro composé de 13 chiffres permettant d'identifier chaque personne en France. Pour limiter les erreurs de saisie, le numéro INSEE est suivi d'une clé de contrôle. Cette clé est la différence entre 97 et le reste de la division euclidienne du numéro INSEE par 97.

1. **Bzi** Faire une recherche sur les différents chiffres de ce numéro.

À quoi correspondent-ils ?

2. Vérifier, en posant la division, que la clé du numéro INSEE 2 76 12 94 022 034 est 23.

3. Demander le numéro INSEE d'un proche et calculer sa clé.

83 Nombres amicaux

On dit que deux nombres entiers naturels a et b sont amicaux si la somme des diviseurs propres de a (c'est-à-dire les diviseurs de a différents de a) est égale à b et que la somme des diviseurs propres de b est égale à a . Montrer que les nombres 220 et 284 sont amicaux.

Au Moyen Âge, les nombres amicaux 220 et 284 auraient été utilisés dans l'art des talismans pour favoriser les amitiés et les unions.

84 Des cubes

La petite sœur de Solal peut ranger tous ses cubes de même dimension dans une boîte en forme de parallélépipède rectangle dont la largeur est de 45 cm, la hauteur de 54 cm et la profondeur de 36 cm. Combien peut mesurer le côté des cubes de la petite sœur de Solal ?

Donner toutes les réponses possibles, en sachant que le côté d'un cube est nombre entier de centimètres.

Pour chaque réponse, donner le nombre de cubes.



85 Effectuer les calculs suivants et donner le résultat sous forme d'une fraction irréductible.

$$A = \frac{162}{243} + \frac{425}{255}$$

$$B = \frac{711}{632} \times \frac{148}{444}$$

86 Donner un exemple de nombre qui est premier avec le nombre :

$$A = 2 \times 3 \times 5 \times 7 \times 11 \times 13 \times 17 \times 19.$$

87 1. Les nombres 26 et 27 sont-ils premiers entre eux ?

2. Les nombres 85 et 86 sont-ils premiers entre eux ?

3. Que peut-on dire des nombres n et $n + 1$, avec $n > 1$? Justifier.

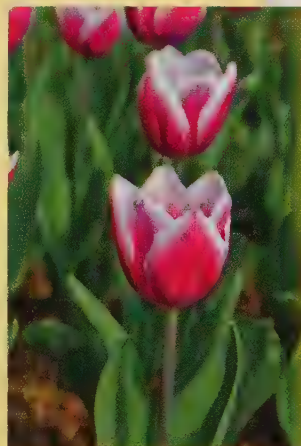
sc

Prise d'initiatives

88 Un jardinier doit quadriller un terrain rectangulaire en plantant des tulipes.

Il souhaite laisser le même espace entre deux tulipes d'une même ligne ou d'une même colonne, et planter une tulipe à chaque coin. Le terrain mesure 57 m de longueur et 51 m de largeur. L'espace entre les tulipes doit être un nombre entier de mètres.

Quel est le nombre minimal de tulipes qu'il peut planter ?



Consigne

Vous présenterez votre démarche en faisant figurer toutes les pistes de recherche même si elles n'ont pas abouti.

UPE ➔ Voir indications pour l'évaluation p. 307.

DÉFIS, JEUX, CASSE-TÊTE

89 Monsieur Galois demande à Madame Germain l'âge de ses enfants. Madame Germain lui répond :

« Le produit de leurs 3 âges est égal à 36. » Après réflexion, Monsieur Galois lui dit qu'avec cette seule information, il n'est pas possible de trouver l'âge de ses enfants.

Madame Germain ajoute :

« La somme de leurs 3 âges est égale au numéro de la maison de votre voisin. »

Après réflexion, Monsieur Galois lui dit qu'avec cette deuxième information, il n'est toujours pas possible de trouver l'âge de ses enfants.

Madame Germain ajoute :

« Mon aîné a les yeux verts. »

Monsieur Galois trouve enfin la réponse !

Et vous ?

90 Objectif : utiliser un tableur pour calculer le PGCD des nombres 931 et 285 en utilisant :

1. l'algorithme des soustractions successives ;
2. l'algorithme d'Euclide.

➔ Voir « Utiliser un tableur », p. 316.

Tutoriel sur
www.3e.zenituseleva.magnard.fr

1 Utiliser l'algorithme des soustractions successives

1. Ouvrir une feuille de calcul dans un tableur, et écrire a , b et $a - b$ dans les trois premières cellules A1, B1 et C1.

Écrire les nombres 931 en A2 et 285 en B2.

2. Écrire en C2 une formule permettant d'obtenir la différence $931 - 285$.

3. Écrire en A3 la formule « =MAX(B2 ; C2) ».

Quel nombre apparaît alors ? Expliquer.

4. Écrire en B3 la formule « =MIN(B2 ; C2) ».

Quel nombre apparaît alors ? Expliquer.

5. Étirer la première colonne de A3 à A11, la deuxième colonne de B3 à B11, et la troisième colonne de C2 à C11 pour obtenir la feuille ci-contre.

6. Que peut-on en déduire de la valeur du PGCD des nombres 931 et 285 ?

	A	B	C
1	a	b	$a-b$
2	931	285	
3			
4			
5			
6			

	A	B	C
1	a	b	$a-b$
2	931	285	646
3	646	285	361
4	361	285	76
5	285	76	209
6	209	76	133
7	133	76	57
8	76	57	19
9	57	19	38
10	38	19	19
11	19	19	0

2 Utiliser l'algorithme d'Euclide

1. Ouvrir une feuille de calcul dans un tableur et écrire a , b et r dans les trois premières cellules A1, B1 et C1. Écrire les nombres 931 en A2 et 285 en B2.

2. Écrire en C2 la formule « =MOD(A2 ; B2) ».

Cette formule permet d'obtenir le reste de la division euclidienne de A2 par B2.

3. Quelles formules peut-on écrire en A3 et B3 pour poursuivre l'algorithme ?

4. Étirer la première colonne de A3 à A5, la deuxième colonne de B3 à B5, et la troisième colonne de C2 à C5 pour obtenir la feuille ci-contre.

5. Que peut-on en déduire sur la valeur du PGCD des nombres 931 et 285 ?

Retrouve-t-on la valeur obtenue à la question 6. de la partie 1 ?

	A	B	C
1	a	b	r
2	931	285	
3			
4			
5			

	A	B	C
1	a	b	r
2	931	285	76
3	285	76	57
4	76	57	19
5	57	19	0

3 Appliquer

91 Utiliser le tableur et l'algorithme de la partie 1 pour déterminer le PGCD des nombres 9 594 et 7 410.

92 Utiliser le tableur et l'algorithme de la partie 2 pour déterminer le PGCD des nombres 9 594 et 7 410.

93 Utiliser le tableur et l'algorithme de la partie 1 pour déterminer le PGCD des nombres 5 886 et 11 118.

94 Utiliser le tableur et l'algorithme de la partie 2 pour déterminer le PGCD des nombres 5 886 et 11 118.

Devoir A

95 Vrai ou faux ? Pour justifier, on proposera une démonstration si la proposition est vraie, un contre-exemple si elle est fausse.

1. La somme de deux multiples de 7 est un multiple de 7.
2. Si 3 et 4 sont des diviseurs d'un nombre entier, leur somme 7 est un diviseur de ce nombre.

96 Le 1^{er} janvier 2018 sera un lundi.
Quel jour de la semaine serons-nous le 31 décembre 2018 ?

97 Un artisan souhaite recouvrir un mur rectangulaire avec des panneaux isolants. Ce mur mesure 270 cm de haut sur 390 cm de large.

Les panneaux isolants doivent être de forme carrée, les plus grands possibles et il ne veut pas de chutes.

1. Calculer le PGCD des nombres 390 et 270 en indiquant la méthode utilisée.
2. En déduire les dimensions d'un de ces panneaux isolants et le nombre de panneaux nécessaires.

98 J'ai moins de 100 pièces.

Si je les regroupe par 2, il m'en reste une.

Si je les regroupe par 3, il m'en reste 2.

Si je les regroupe par 4, il m'en reste 3.

Si je les regroupe par 5, il m'en reste 4.

Combien ai-je de pièces ?

Devoir B

99 J'ai deux vases, l'un de 63 cl et l'autre de 84 cl. J'ai remarqué que j'arrive à remplir chaque vase en versant un nombre entier de fois le contenu d'un de mes verres. Sachant que mon verre a un volume de plus de 10 cl, quel est son volume ?

100 Un confiseur dispose de 3 150 bonbons au chocolat et de 8 820 bonbons au café. Il veut répartir ses bonbons dans des boîtes de la manière suivante :

– Tous les bonbons doivent être utilisés.

– Toutes les boîtes doivent avoir la même composition.

De plus, il veut réaliser le plus grand nombre de boîtes possible.

1. Combien pourra-t-il faire de boîtes ? Justifier votre réponse.
2. Dans chaque boîte, combien y aura-t-il de bonbons au chocolat et de bonbons au café ? Justifier.



101 a et b sont deux nombres entiers dont le PGCD est égal à 42 et dont le produit est égal à 127 008. Donner toutes les valeurs possibles pour a et b .

Exposé

B2i

liens pour la recherche sur
www.3e.zeniusseve.magnard.fr/liens

102 Les nombres parfaits

✖ Qu'est-ce qu'un nombre parfait ?

✖ Montrer que 6 ; 28 et 496 sont des nombres parfaits.

✖ Calculer la somme des inverses des diviseurs des nombres 6 ; 28 et 496.

Que remarque-t-on ?

Est-ce le cas pour tous les nombres parfaits ?

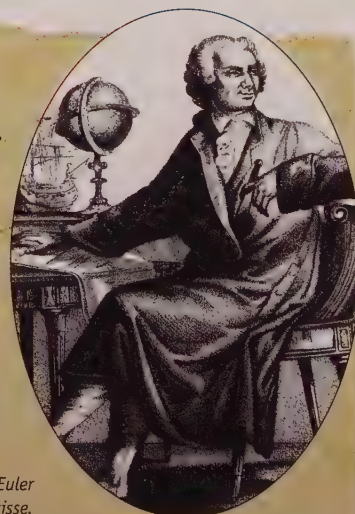
✖ Combien de nombres parfaits les mathématiciens connaissent-ils aujourd'hui ?

✖ Existe-t-il des nombres parfaits impairs ?

Compétence du socle commun évaluée dans l'exposé

Compétence	4 : La maîtrise des techniques usuelles de l'information et de la communication
Domaine	S'informer, se documenter.
Item	Identifier, trier et évaluer des ressources. Chercher et sélectionner l'information demandée.
Pour l'évaluation	Je suis capable d'identifier et d'exposer une nouvelle notion.

Euler (ci-contre) ou Euclide ont travaillé sur les nombres parfaits. De nombreux mathématiciens les étudient toujours !



Portrait de Leonard Euler
1707-1783, mathématicien suisse.

Je révise le cours et les méthodes

Connaissances exigibles

- ✓ **SC** La définition de multiple, diviseur et de division euclidienne.
- ✓ **SC** La définition du PGCD de deux entiers positifs non nuls.
- ✓ La définition de deux nombres premiers entre eux.
- ✓ **SC** La définition d'une fraction irréductible.

Savoir-faire à acquérir

- ✓ **SC** Écrire la division euclidienne d'un nombre entier par un autre. (→ exercice 104)
- ✓ **SC** Trouver tous les diviseurs d'un nombre entier donné. (→ exercice 103)
- ✓ **SC** Déterminer le PGCD de deux nombres entiers en listant leurs diviseurs. (→ exercice 103)
- ✓ **SC** Déterminer le PGCD de deux nombres entiers en utilisant la calculatrice. (→ exercice 106)
- ✓ Déterminer le PGCD de deux nombres entiers à l'aide d'un algorithme. (→ exercices 104, 105, 109 et 110)
- ✓ Déterminer si deux nombres sont premiers entre eux. (→ exercices 107 et 109)
- ✓ Rendre irréductible une fraction. (→ exercice 109)
- ✓ **SC** Rendre irréductible une fraction à l'aide de la calculatrice. (→ exercice 108)

► Connaître le sens et l'orthographe de ces mots :

Multiple, diviseur, algorithme, division euclidienne, fraction irréductible, nombres premiers entre eux.

Je m'exerce

- 103** **SC** 1. Déterminer la liste des diviseurs de 90.
2. Déterminer la liste des diviseurs de 135.
3. En déduire le PGCD de 90 et 135.

104 Le professeur de mathématiques de Mona a écrit au tableau :

$$1\,638 = 1\,113 \times 1 + 525$$

$$1\,113 = 525 \times 2 + 63$$

$$525 = 63 \times 8 + 21$$

$$63 = 21 \times 3 + 0$$

Expliquer comment Mona peut en déduire le plus grand diviseur commun aux nombres 1 638 et 1 113.

- 105** À l'aide de l'algorithme de votre choix, déterminer le PGCD des nombres 672 et 564.
Faire apparaître les calculs intermédiaires.

- 106** **SC**  En utilisant la calculatrice, déterminer le PGCD des nombres 33 705 et 26 355.

- 107** **SC** 1. Donner deux nombres compris entre 10 et 20 premiers entre eux.
2. Donner deux nombres compris entre 100 et 120 non premiers entre eux.
3. Donner deux nombres, un compris entre 10 et 20 et un autre compris entre 30 et 40, qui sont premiers entre eux.

- 108** **SC**  En utilisant la calculatrice, rendre irréductibles les fractions suivantes.

$$\frac{578}{328} \quad \frac{321}{951} \quad \frac{7\,416}{73\,512}$$

- 109** 1. Sans aucun calcul, expliquer pourquoi

la fraction $\frac{4\,114}{7\,650}$ n'est pas irréductible.

2. Calculer le PGCD des nombres 4 114 et 7 650 en détaillant les calculs.

3. Rendre irréductible la fraction $\frac{4\,114}{7\,650}$ en précisant par quel nombre simplifier.

- 110** **Prise d'initiative** **D'après Brevet (Guyane, 2009)**

1. Déterminer le PGCD de 1 394 et 255.

2. Un artisan dispose de 1 394 graines d'acaï et de 255 graines de palmier pêche. Il veut réaliser des colliers identiques, c'est-à-dire contenant chacun le même nombre de graines d'acaï et le même nombre de graines de palmier pêche. S'il réalise un maximum de colliers en utilisant toutes ses graines, combien chaque collier contiendra-t-il de graines d'acaï et de graines de palmier pêche ?



Je m'évalue

QCM interactif sur
www.3e.geniuseleve.
magnard.fr

	a	b	c
111  Les diviseurs de 24 sont :	1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 6 ; 8 ; 12 et 24.	2 ; 3 ; 4 ; 6 ; 8 ; 12 et 24.	1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 6 ; 7 ; 8 ; 12 et 24.
112  Les diviseurs communs à 30 et 42 sont :	1 ; 2 ; 3 ; 5 et 6.	1 ; 2 ; 3 et 6.	1 ; 2 ; 3 ; 5 ; 6 et 7.
113  a , b et k sont des entiers. b est non nul. Si $a = kb$, alors :	a est divisible par b .	b est divisible par a .	Le reste de la division euclidienne de a par b est 0.
114  Le nombre de diviseurs communs à 40 et 60 est :	4.	6.	8.
115  La division euclidienne de 915 par 64 donne :	$915 = 64 \times 13 + 83$.	$915 = 64 \times 14 + 19$.	$915 = 64 \times 15 - 45$.
116  En écrivant : $951 = 56 \times 16 + 55$, on montre que :	Le reste de la division euclidienne de 951 par 56 est 55.	Le reste de la division euclidienne de 951 par 16 est 55.	Le quotient de la division euclidienne de 951 par 56 est 16.
117 $\text{PGCD}(456 ; 88) =$	$\text{PGCD}(456 ; 368)$	$\text{PGCD}(456 ; 544)$	$\text{PGCD}(88 ; 456)$
118 $\text{PGCD}(456 ; 88) =$	$\text{PGCD}(16 ; 5)$	$\text{PGCD}(88 ; 5)$	$\text{PGCD}(88 ; 16)$
119 Le PGCD de 364 et 156 est :	26.	78.	52.
120 Le PGCD de 170 et 238 est :	17.	2.	34.
121 Deux nombres premiers entre eux sont :	1 035 et 774.	63 et 44.	774 et 338.
122 39 est premier avec :	13.	19.	26.
123  Une fraction irréductible est :	$\frac{17}{34}$.	$\frac{19}{23}$.	$\frac{64}{15}$.
124  La fraction $\frac{48}{56}$ peut être simplifiée par :	16.	12.	8.

Je m'exerce

103. 1. Les diviseurs de 90 sont :

1 ; 2 ; 3 ; 5 ; 6 ; 9 ; 10 ; 15 ; 18 ; 30 ; 45 ; 90.

Les diviseurs de 135 sont : 1 ; 3 ; 5 ; 9 ; 15 ; 27 ; 45 ; 135.

2. La liste des diviseurs communs à 90 et 135 est :

1 ; 3 ; 5 ; 9 ; 15 ; 45.

3. PGCD(90 ; 135) = 45

104. Le professeur de mathématiques de Mona a utilisé

l'algorithme d'Euclide pour les nombres 1 638 et 1 113.

Le plus grand diviseur commun aux nombres 1 638 et 1 113 est le dernier reste non nul : 21.

105. $672 = 564 \times 1 + 108$ $564 = 108 \times 5 + 24$

$108 = 24 \times 4 + 12$ $24 = 12 \times 2 + 0$

On en déduit que PGCD(672 ; 564) = 12

106. PGCD(33 705 ; 26 355) = 105

107. 1. 12 et 17

2. 102 et 104 (Tous les deux divisibles par 2.)

3. 15 et 32

108. $\frac{578}{328} = \frac{289}{164}$ $\frac{321}{951} = \frac{107}{317}$ $\frac{7\,416}{73\,512} = \frac{103}{1\,021}$

109. 1. 4 114 et 7 650 sont pairs, la fraction peut donc être simplifiée par 2.

2. $7\,650 = 4\,114 \times 1 + 3\,536$

$4\,114 = 3\,536 \times 1 + 578$

$3\,536 = 578 \times 6 + 68$

$578 = 68 \times 8 + 34$

$68 = 34 \times 2 + 0$

Ainsi, PGCD(4 114 ; 7 650) = 34

3. $\frac{4\,114}{7\,650} = \frac{34 \times 121}{34 \times 225} = \frac{121}{225}$

110. 1. $1\,394 = 255 \times 5 + 119$

$255 = 119 \times 2 + 17$

$119 = 17 \times 7 + 0$

Ainsi, PGCD(1 394 ; 255) = 17.

2. Il peut réaliser 17 colliers au maximum, en utilisant toutes ses graines.

$1\,394 \div 17 = 82$ $255 \div 17 = 15$

Il pourra utiliser, pour chaque collier, 82 graines d'acajou et 15 graines de palmier pêche.

Je m'évalue

Réponse(s)	Commentaires	Revoir
111. a	1 est un diviseur de 24 et 7 ne l'est pas.	Cours, p. 34.
112. b	5 n'est pas un diviseur de 42.	Cours, p. 34.
113. a et c	b est un diviseur de a , ce qui veut dire que a est divisible par b .	Cours, p. 34.
114. b	Les diviseurs communs à 40 et 60 sont 1 ; 2 ; 4 ; 5 ; 10 et 20.	Cours, p. 34.
115. b	Le reste doit être positif et strictement plus petit que le diviseur.	Cours, p. 34.
116. a et c	Le reste de la division euclidienne de 951 par 16 doit être strictement inférieur à 16.	Cours, p. 34.
117. a, b et c	Il faut utiliser l'algorithme des soustractions et PGCD(a ; b) = PGCD(b ; a).	Cours, p. 34. Méthode 2, p. 39.
118. c	Il faut utiliser l'algorithme d'Euclide et faire attention de ne pas confondre les différents nombres de la division euclidienne.	Cours, p. 34. Méthode 2, p. 39.
119. c	a. 26 n'est pas le plus grand diviseur commun à 364 et 156. b. 78 n'est pas un diviseur de 364.	Cours, p. 34. Méthodes 1, p. 38 ; 2, p. 39 ou 5, p. 41.
120. c	17 et 2 ne sont pas les plus grands diviseurs communs à 170 et 238.	Cours, p. 34. Méthodes 1, p. 38 ; 2, p. 39 ou 5, p. 41.
121. b	a. 1 035 et 774 sont divisibles par 3. c. 774 et 338 sont divisibles par 2.	Cours, p. 36. Méthode 3, p. 40.
122. b	13 est un diviseur de 39 et 26.	Cours, p. 36. Méthode 3, p. 40.
123. b et c	$\frac{17}{34}$ est simplifiable par 2.	Cours, p. 36.
124. c	16 et 12 ne sont pas des diviseurs communs aux nombres 48 et 56.	Cours, p. 36. Méthode 4, p. 40.

3 Calcul littéral

Objectifs

- Développer une expression.
- Factoriser en utilisant un facteur commun apparent.
- SC** Connaître l'existence des identités remarquables.
- SC** Utiliser une identité remarquable donnée pour du calcul numérique.
- Utiliser les identités remarquables.

Je me rappelle

1 QCM : Choisir la (ou les) bonne(s) réponse(s).

		a	b	c
1	Factoriser, c'est transformer :	une somme en un produit.	un produit en une somme.	un produit en un produit.
2	Développer, c'est transformer :	une somme en un produit.	un produit en une somme.	un produit en un produit.
3	L'expression $(x + 3) + (x - 7)(2x + 5)$ est :	un produit de deux facteurs.	une somme de trois termes.	une somme de deux termes.
4	L'expression $[(x + 3) + (x - 7)](2x + 5)$ est :	un produit de deux facteurs.	une somme de trois termes.	une somme de deux termes.
5	Quand on supprime les parenthèses de l'expression $x - (2x - 7)$, on obtient :	$x - 2x - 7$.	$x - 2x + 7$.	$x + 2x + 7$.
6	L'expression $-8(3x - 7)$ est égale à :	$-24x - 7$.	$-24x - 56$.	$-24x + 56$.
7	Une fois développée et réduite, l'expression $(x + 9)(x - 6)$ est égale à :	$x^2 + 3x - 3$.	$x^2 - 54$.	$x^2 + 3x - 54$.
8	$(3x)^2 =$	$3x^2$	$9x^2$	$6x$
9	SC Pour $x = -2$, l'expression $(x - 7)^2$ est égale à :	$(-9)^2$.	-9^2 .	81.
10	L'expression $21x^2 + 14x$ peut se factoriser par :	3.	x .	$7x$.
11	L'expression $2x^2 + 4x + x^2 - 8x - 9 + 11$ a pour forme réduite :	$2x^2 - 4x + 2$.	$3x^2 - 4x - 20$.	$3x^2 - 4x + 2$.

J'utilise un vocabulaire précis

exercice interactif sur

www.3e.zeniuseleemagnard.fr

2 Observer le calcul suivant, puis recopier et compléter les phrases en utilisant les étiquettes.

$$A = 21 + (x - 7)(x + 3)$$

1. On ... le produit $(x - 7)(x + 3)$.

$$A = 21 + x^2 - 7x + 3x - 21$$

2. On ... l'expression en regroupant les termes en x^2 , les termes en x et les termes ...

$$A = x^2 - 4x$$

3. On ... l'expression par x .

$$A = x(x - 4)$$

réduit

développe

constants

factorise

Activité 1 Factorisation par un facteur commun apparent

1. a. Recopier et compléter la propriété :

Pour tous nombres relatifs a , b et k , on a :

$$ka + kb = \dots(\dots + \dots).$$

b. On dit que le nombre k est un **facteur commun**.

Pourquoi ?

2. On considère l'expression $A = x(x + 2) + 3(x + 2)$.

a. L'expression A est une somme.

Quels en sont les termes ?

b. Les expressions $x(x + 2)$ et $3(x + 2)$ sont des produits. Quels en sont les facteurs ?

Que remarque-t-on ?

c. En utilisant la question 1., recopier et compléter :

$$A = x(x + 2) + 3(x + 2)$$

$$A = (x + 2) \times x + (x + 2) \times 3$$

$$A = (x + 2)(\dots + \dots)$$

d. Avec ce calcul, a-t-on développé ou factorisé l'expression A ?

3. On considère l'expression $B = (x - 3)(x + 5) + 7(x - 3)$.

a. L'expression B est-elle une somme ou un produit ?

b. Y a-t-il un facteur commun ?

c. En procédant comme à la question 2. c., factoriser l'expression B .

Ai-je bien compris ?

On considère les produits $A = x(x + 8)$; $B = (x - 2)(x + 5)$; $C = (x + 8)(x - 1)$ et $D = 3(x + 5)$.

■ Parmi ces produits, lesquels ont un facteur commun ?

■ Factoriser les expressions $E = x(x + 8) + (x + 8)(x - 1)$ et $F = (x - 2)(x + 5) - 3(x + 5)$.

Activité 2 Identité remarquable $(a + b)^2$

Partie 1 Approche géométrique

On note a et b deux nombres positifs et on construit le carré ABCD de côté $a + b$, comme ci-contre.

1. Exprimer l'aire du carré ABCD en fonction de la longueur de son côté $a + b$.

2. a. Exprimer l'aire du carré ACFG en fonction de a .

b. Exprimer l'aire du carré FHCJ en fonction de b .

c. Exprimer l'aire des rectangles EBHF et GFJD en fonction de a et b .

3. Dédire de la question 2. une nouvelle expression de l'aire du carré ABCD.

4. A l'aide des questions 1. et 2., donner une égalité vérifiée par a et b .

Partie 2 Démonstration

On note a et b deux nombres relatifs.

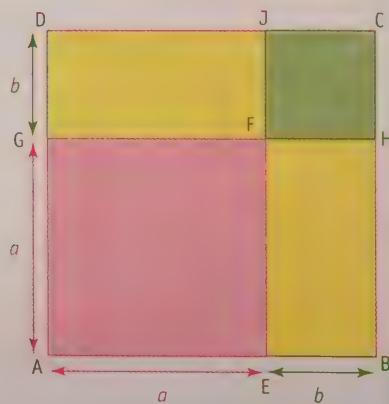
5. a. Recopier et compléter : $(a + b)^2 = (a + b) \times (\dots + \dots)$.

b. Recopier et compléter le développement ci-dessous :

$$(a + b) \times (a + b) = \dots + \dots + \dots + \dots$$

6. En déduire la forme développée et réduite de $(a + b)^2$.

L'égalité ainsi démontrée est une **identité remarquable**.



Ai-je bien compris ?

■ Recopier et compléter : $1\,001^2 = (1\,000 + 1)^2 = \dots^2 + 2 \times \dots \times \dots + \dots^2 = \dots + \dots + \dots = \dots$

■ Recopier et compléter : $(x + 2)^2 = \dots^2 + 2 \times \dots \times \dots + \dots^2 = \dots + \dots + \dots$

Avec ce calcul, a-t-on développé ou factorisé l'expression $(x + 2)^2$?

Activité 3 Identité remarquable $(a - b)^2$

Partie 1 Conjecture

1. Recopier et compléter le tableau.

a	b	a^2	$2ab$	b^2	$a^2 - 2ab + b^2$	$(a - b)^2$
7	2					
9	11					
-3	4					

2. Que constate-t-on pour les deux dernières colonnes du tableau ?

3. Que peut-on alors conjecturer pour les expressions $(a - b)^2$ et $a^2 - 2ab + b^2$?

Partie 2 Démonstration

On note a et b deux nombres relatifs.

4. a. Recopier et compléter : $(a - b)^2 = (a - b) \times (\dots - \dots)$.

b. Recopier et compléter le développement ci-dessous :

$$(a - b) \times (a - b) = \dots - \dots - \dots + \dots$$

5. En déduire la forme développée et réduite de $(a - b)^2$.

L'égalité ainsi démontrée est une **identité remarquable**.

Ai-je bien compris ?

■ Recopier et compléter : $97^2 = (100 - 3)^2 = \dots^2 - 2 \times \dots \times \dots + \dots^2 = \dots - \dots + \dots = \dots$

■ Recopier et compléter : $(x - 2)^2 = \dots^2 - 2 \times \dots \times \dots + \dots^2 = \dots - \dots + \dots$

Avec ce calcul, a-t-on développé ou factorisé l'expression $(x - 2)^2$?

Activité 4 Identité remarquable $(a + b)(a - b)$

Partie 1 Conjecture

1. Recopier et compléter le tableau.

a	b	a^2	b^2	$a^2 - b^2$	$(a + b)(a - b)$
10	3				
7	9				
-4	5				

2. Que constate-t-on pour les deux dernières colonnes du tableau ?

3. Que peut-on alors conjecturer pour les expressions $(a + b)(a - b)$ et $a^2 - b^2$?

Partie 2 Démonstration

4. Recopier et compléter le développement de l'expression $(a + b)(a - b)$:

$$(a + b) \times (a - b) = \dots - \dots + \dots - \dots$$

5. En déduire la forme développée et réduite de $(a + b)(a - b)$.

L'égalité ainsi démontrée est une **identité remarquable**.

Ai-je bien compris ?

■ Recopier et compléter : $102 \times 98 = (100 + 2) \times (100 - 2) = \dots^2 - \dots^2 = \dots - \dots = \dots$

■ Recopier et compléter : $(x + 2)(x - 2) = \dots^2 - \dots^2 = \dots - \dots$

Avec ce calcul, a-t-on développé ou factorisé l'expression $(x + 2)(x - 2)$?

1 Distributivité

Testez-vous avec les exercices 1 à 4.

Propriété de distributivité simple

Formes factorisées : Formes développées

Pour tous nombres relatifs a , b et k , on a :

$$\begin{aligned} k(a + b) &= ka + kb \\ k(a - b) &= ka - kb \end{aligned}$$

Propriété de double distributivité

Forme factorisée : Forme développée

Pour tous nombres relatifs a , b , c et d , on a :

$$(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$$

Exemples de développements

On repère des produits du type $k(a + b)$ ou du type $(a + b)(c + d)$ et on applique la propriété correspondante.

$$\begin{aligned} A &= 3(2x + 5) \\ A &= 3 \times 2x + 3 \times 5 \\ A &= 6x + 15 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B &= -7(x - 3) \\ B &= -7 \times x + (-7) \times 3 \\ B &= -7x + 21 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C &= (x + 4)(x - 1) \\ C &= x \times x + x \times (-1) + 4 \times x + 4 \times (-1) \\ C &= x^2 - x + 4x - 4 \\ C &= x^2 + 3x - 4 \end{aligned}$$

Exemples de factorisations

On repère des sommes du type $ka + kb$ ou $ka - kb$ et on applique la propriété de distributivité simple.

$$\begin{aligned} A &= 3x + 18 \\ A &= 3 \times x + 3 \times 6 \\ A &= 3(x + 6) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B &= 2x(5x + 4) + 2x(3x + 1) \\ B &= 2x[(5x + 4) + (3x + 1)] \\ B &= 2x(8x + 5) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C &= (7x - 4)(3x + 1) + (5x - 1)(3x + 1) \\ C &= (3x + 1)((7x - 4) + (5x - 1)) \\ C &= (3x + 1)(12x - 5) \end{aligned}$$

2 Identités remarquables

Testez-vous avec les exercices 5 à 8.

Propriété

Pour tous nombres relatifs a et b , on a :

Formes factorisées

Formes développées

$$\begin{aligned} (a + b)^2 &= a^2 + 2ab + b^2 \\ (a - b)^2 &= a^2 - 2ab + b^2 \\ (a + b)(a - b) &= a^2 - b^2 \end{aligned}$$

Vocabulaire

Les trois égalités précédentes sont des **identités remarquables**.

Le terme **$2ab$** dans les deux premières identités remarquables est appelé le **double produit**.

Exemples de développements

On repère des produits du type $(a + b)^2$ ou $(a - b)^2$ ou encore $(a + b)(a - b)$ et on utilise l'identité remarquable correspondante.

$$\begin{aligned} A &= (x + 5)^2 \\ A &= x^2 + 2 \times x \times 5 + 5^2 \\ A &= x^2 + 10x + 25 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B &= (x - 3)^2 \\ B &= x^2 - 2 \times x \times 3 + 3^2 \\ B &= x^2 - 6x + 9 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C &= (x + 4)(x - 4) \\ C &= x^2 - 4^2 \\ C &= x^2 - 16 \end{aligned}$$

Exemples de factorisations

On repère des sommes du type $a^2 + 2ab + b^2$ ou $a^2 - 2ab + b^2$ ou encore $a^2 - b^2$ et on utilise l'identité remarquable correspondante.

$$\begin{aligned} A &= x^2 + 6x + 9 \\ A &= x^2 + 2 \times x \times 3 + 3^2 \\ A &= (x + 3)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B &= x^2 - 2x + 1 \\ B &= x^2 - 2 \times x \times 1 + 1^2 \\ B &= (x - 1)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C &= x^2 - 4 \\ C &= x^2 - 2^2 \\ C &= (x + 2)(x - 2) \end{aligned}$$

Testez votre compréhension du cours

1 Dites si, pour tout nombre relatif x , il est vrai que :

- a. $-2(x+7) = -2x+7$.
- b. $3+2x = 5x$.
- c. $3x \times 2x = 6x^2$.
- d. $-3x+4x^2 = -x(3+4x)$.
- e. La forme développée et réduite de $(x-5)(x-9)$ a un terme constant positif.

2 Trouvez l'erreur !

Dans chacun des développements suivants, une erreur a été commise. Retrouvez et corrigez cette erreur, puis réduisez l'expression.

- a. $(x+2)(3x+5) = 3x+5x+6x+10$
- b. $(2x+3)(5x-1) = 10x^2+2x+15x-3$
- c. $(7-4x)(3x+8) = 21x+56-12x^2-32$
- d. $(3+5x)(1+6x) = 3+18x+5x+11x^2$

3 Parmi les expressions suivantes, lesquelles peut-on développer ?

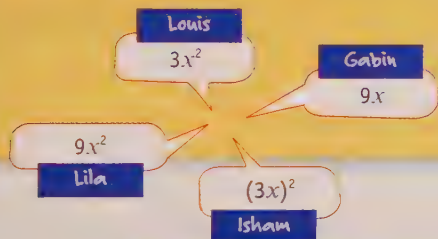
- A = $(x+3) + (x-5)$; C = $(x+3)(x-5) + 2$; E = $(2x-7) - x(3x+1)$;
- B = $x+3x^2-5x+3$; D = $2x - (7-x)(3x+1)$; F = $(2x-7) - 3+x \times 7$.

4 Parmi les expressions suivantes, lesquelles peut-on factoriser ? Précisez alors le facteur commun.

- A = $5(x+3) + 45$; C = $x^2 - 7x$; E = $32 + x$;
- B = $(3x-2)(6x+5)$; D = $(2x+1)(x-8) + 3(2x+1)$; F = $(x-4)(2x+3) - (x-4)(5-x)$.

5 Qui a raison ?

a. Le carré de $3x$ est :



b.

Ninon

Pour tous nombres relatifs a et b , on a $(a+b)^2 = a^2 + b^2$.

Non ! Par exemple : $(1+2)^2 = 9$ et $1^2 + 2^2 = 5$.

Leïla

6 **SC** Calcul mental

a. Le professeur écrit au tableau : Aidez-vous de ce qui est écrit au tableau pour calculer de tête 13^2 .

$$13^2 = (10+3)^2 = \dots^2 + 2 \times \dots \times \dots + \dots^2 = \dots$$

b. En utilisant la même technique, calculez de tête 22^2 .

7 Chaque expression ci-dessous correspond à la forme factorisée ou développée d'une identité remarquable. Dites laquelle dans chaque cas et précisez les valeurs des nombres a et b .

- A = $(x-9)^2$; C = $25 - 10x + x^2$; E = $4x^2 + 12x + 9$; G = $(3x+11)^2$;
- B = $x^2 - 49$; D = $(2x-3)(2x+3)$; F = $(7-5x)^2$; H = $100 - 9x^2$.

8 On numérote les trois identités remarquables de la façon suivante :

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

1

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

2

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

3

Pour chacune des expressions suivantes :

- dites quelle identité remarquable on peut utiliser ;
- précisez si son utilisation permet une factorisation ou un développement de l'expression.

- a. $x^2 - 6x + 9$; c. $(3x-5)^2$; e. $x^2 - 100$; g. $-14x + 49 + x^2$;
- b. $(x+1)(x-1)$; d. $x^2 + 10x + 25$; f. $(12+x)^2$; h. $49 - 4x^2$.

1 Factoriser en utilisant un facteur commun apparent

Exercice Factoriser l'expression $A = (x - 3)(2x + 1) - (x - 3)(-7x + 4)$.

Solution

étape

- 1** Je recherche un facteur commun. A est la différence des produits $(x - 3)(2x + 1)$ et $(x - 3)(-7x + 4)$. Le facteur commun à ces deux produits est $x - 3$.

$$A = (x - 3)(2x + 1) - (x - 3)(-7x + 4)$$

étape

- 2** J'applique la propriété $ka - kb = k(a - b)$ avec $k = x - 3$; $a = 2x + 1$ et $b = -7x + 4$.

$$A = (x - 3)[(2x + 1) - (-7x + 4)]$$

Pour éviter les erreurs de signes, je conserve les parenthèses autour de $2x + 1$ et $-7x + 4$.

étape

- 3** Je supprime les parenthèses de l'expression $(2x + 1) - (-7x + 4)$.

$$A = (x - 3)(2x + 1 + 7x - 4)$$

Les parenthèses autour de $-7x + 4$ sont précédées d'un signe $-$. Je change donc les signes de $-7x$ et $+4$.

étape

- 4** Je termine le calcul en réduisant l'expression $2x + 1 + 7x - 4$.

$$A = (x - 3)(9x - 3)$$

J'applique

- 9** On considère l'expression $9(x + 1) + x(x + 1)$.

1. Quel est le facteur commun dans cette expression ?

2. Recopier et compléter :

$$9(x + 1) + x(x + 1) = (\dots + \dots)(\dots + \dots).$$

- 10** On considère l'expression $3x(2x + 5) - 7(2x + 5)$.

1. Quel est le facteur commun dans cette expression ?

2. Recopier et compléter :

$$3x(2x + 5) - 7(2x + 5) = (\dots + \dots)(\dots - \dots).$$

- 11** On considère l'expression

$$A = (x - 9)(3x - 1) + (x - 9)(x + 11).$$

1. Quel est le facteur commun dans cette expression ?

2. Recopier et compléter :

$$A = (x - 9)(3x - 1) + (x - 9)(x + 11)$$

$$A = (\dots - \dots)((\dots) + (\dots))$$

$$A = (\dots - \dots)(\dots)$$

$$A = (\dots - \dots)(\dots + \dots)$$

- 12** On considère l'expression

$$B = (x + 2)(x - 5) - (2x - 3)(x - 5).$$

1. Quel est le facteur commun dans cette expression ?

2. Recopier et compléter :

$$B = (x + 2)(x - 5) - (2x - 3)(x - 5)$$

$$B = (\dots - \dots)((\dots) - (\dots))$$

$$B = (\dots - \dots)(\dots)$$

$$B = (\dots - \dots)(\dots + \dots)$$

- 13** On considère l'expression

$$C = (5x + 4)(x - 2) + (5x + 4)(8 - 3x).$$

Factoriser C .

- 14** On considère l'expression

$$D = (x + 4)(3x - 2) - (7x + 4)(3x - 2).$$

Factoriser D .

- 15** Factoriser chaque expression.

$$A = (x + 4)(2x - 7) + 3x(x + 4)$$

$$B = (8 - 3x) \times 5 - (-6x + 11)(8 - 3x)$$

- 16** Factoriser chaque expression.

$$C = (5x + 2)(4 - x) + (5x + 2)(-2x)$$

$$D = 13(-x + 1) - (-x + 1)(x + 3)$$

- 17** Factoriser chaque expression.

$$A = (4x + 5)(x - 3) + (2x + 9)(4x + 5)$$

$$B = (6 - x)(3x - 11) - (3x - 11)(8x + 1)$$

- 18** Factoriser chaque expression.

$$C = (4x - 21)(9x - 7) + (9x - 7)(-6x + 9)$$

$$D = (-7x + 1)(x + 2) - (-9 - 5x)(-7x + 1)$$

- 19** On souhaite factoriser l'expression

$$E = (x + 3)^2 + (x + 3)(-2x + 9).$$

1. Recopier et compléter : $(x + 3)^2 = (x + 3) \times \dots$

2. En déduire une factorisation de l'expression E .

- 20** Factoriser chaque expression.

$$A = (1 - 3x)(x + 10) + (1 - 3x)^2$$

$$B = (4 + x)^2 + (5 - 2x)(x + 4)$$

$$C = (3 - x)^2 - (3 - x)(-7x + 1)$$

2 Développer en utilisant les identités remarquables

Exercice 1 Développer l'expression $A = (3x + 7)^2$.

Solution 1

étape 1 Je remarque que l'expression A est de la forme $(a + b)^2$, avec $a = 3x$ et $b = 7$.

$$A = (3x + 7)^2$$

étape 2 J'utilise l'identité remarquable $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$, avec $a = 3x$ et $b = 7$.

$$A = (3x)^2 + 2 \times 3x \times 7 + 7^2$$

Je n'oublie pas les parenthèses autour de $3x$.

étape 3 Je simplifie chacun des trois termes.

$$A = 9x^2 + 42x + 49$$

Exercice 2 Développer l'expression $B = (2x + 5)(2x - 5)$.

Solution 2

étape 1 Je remarque que l'expression B est de la forme $(a + b)(a - b)$, avec $a = 2x$ et $b = 5$.

$$B = (2x + 5)(2x - 5)$$

étape 2 J'utilise l'identité remarquable $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$, avec $a = 2x$ et $b = 5$.

$$B = (2x)^2 - 5^2$$

Je n'oublie pas les parenthèses autour de $2x$.

étape 3 Je simplifie chacun des deux termes.

$$B = 4x^2 - 25$$

J'applique

21 Recopier et compléter le tableau.

$(a + b)^2$	a	b	$a^2 + 2ab + b^2$
$(x + 9)^2$			
$(2x + 11)^2$			

22 Recopier et compléter le tableau.

$(a - b)^2$	a	b	$a^2 - 2ab + b^2$
$(x - 5)^2$			
$(3x - 8)^2$			

23 Recopier et compléter le tableau.

$(a + b)(a - b)$	a	b	$a^2 - b^2$
$(x + 4)(x - 4)$			
$(6x + 5)(6x - 5)$			

24 On souhaite développer l'expression $A = (x + 11)^2$.

1. a. Reconnait-on une écriture du type $(a + b)^2$? $(a - b)^2$? $(a + b)(a - b)$?

b. Préciser alors les valeurs de a et b .

2. Développer A .

25 On souhaite développer l'expression $B = (x - 1)(x + 1)$.

1. a. Reconnait-on une écriture du type $(a + b)^2$? $(a - b)^2$? $(a + b)(a - b)$?

b. Préciser alors les valeurs de a et b .

2. Développer B .

26 On souhaite développer l'expression $C = (x - 8)^2$.

1. a. Reconnait-on une écriture du type $(a + b)^2$? $(a - b)^2$? $(a + b)(a - b)$?

b. Préciser alors les valeurs de a et b .

2. Développer C .

27 Développer les expressions :

$$A = (13 - x)(13 + x) ; B = (4 - x)^2 \text{ et } C = (20 + x)^2.$$

28 Pour développer l'expression $(x + 7)^2$, Marc a écrit sur son cahier :

$$\begin{aligned} (x + 7)^2 &= (x + 7)(x + 7) \\ &= x^2 + 7x + 7x + 49 \\ &= x^2 + 14x + 49 \end{aligned}$$

1. Quelle propriété a-t-il appliquée ?

2. Sa technique est correcte, mais n'est pas la plus efficace. Que pouvait-il utiliser ?

29 Recopier et compléter :

$$A = (5x - 3)^2$$

$$A = \dots^2 - 2 \times \dots \times \dots + \dots^2$$

$$A = \dots x^2 - \dots x + \dots$$

30 Recopier et compléter :

$$B = (10 + 6x)^2$$

$$B = \dots^2 + 2 \times \dots \times \dots + \dots^2$$

$$B = \dots x^2 + \dots x + \dots$$

31 On considère l'expression $A = (4x + 3)(4x - 3)$.

1. Quelle identité remarquable peut-on utiliser pour développer l'expression A ?

2. Développer A .

32 Développer les expressions :

$$A = (7x - 4)^2 ; B = (9 - 2x)(9 + 2x) \text{ et } C = (5 - 3x)^2.$$

33 On considère l'expression $D = (x - 8)^2 + (x + 3)(x - 3)$.

1. Développer $(x - 8)^2$.

2. Développer $(x + 3)(x - 3)$.

3. En déduire la forme développée et réduite de l'expression D .

3 Factoriser en utilisant les identités remarquables

Exercice 1 Factoriser l'expression $A = 16x^2 - 40x + 25$.

Solution 1

étape

- 1 Je remarque que l'expression A possède trois termes, dont l'un est précédé d'un signe -. L'écriture semble être de la forme $a^2 - 2ab + b^2$. Pour avoir $a^2 = 16x^2$, je choisis $a = 4x$ et pour avoir $b^2 = 25$, je choisis $b = 5$.

$$A = 16x^2 - 40x + 25$$

$$A = (4x)^2 - 40x + 5^2$$

étape

- 2 Je vérifie que le double produit $2ab$ est bien égal à $40x$.

$$2 \times 4x \times 5 = 40x$$

étape

- 3 J'utilise l'identité remarquable $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$, avec $a = 4x$ et $b = 5$.

$$A = (4x - 5)^2$$

Exercice 2 Factoriser l'expression $B = 36x^2 - 1$.

Solution 2

étape

- 1 Je remarque que l'expression B possède deux termes. Je reconnais une écriture de la forme $a^2 - b^2$. Pour avoir $a^2 = 36x^2$, je choisis $a = 6x$ et pour avoir $b^2 = 1$, je choisis $b = 1$.

$$B = 36x^2 - 1$$

$$B = (6x)^2 - 1^2$$

étape

- 2 J'utilise l'identité remarquable $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$, avec $a = 6x$ et $b = 1$.

$$B = (6x + 1)(6x - 1)$$

J'applique

34 Recopier et compléter :

$$A = x^2 + 6x + 9$$

$$A = \dots^2 + 2 \times \dots \times \dots + \dots^2$$

$$A = (\dots + \dots)^2$$

35 Recopier et compléter :

$$B = x^2 - 10x + 25$$

$$B = \dots^2 - 2 \times \dots \times \dots + \dots^2$$

$$B = (\dots - \dots)^2$$

36 Recopier et compléter :

$$C = x^2 - 900$$

$$C = \dots^2 - \dots^2$$

$$C = (\dots + \dots)(\dots - \dots)$$

37 On considère l'expression $A = x^2 - 20x + 100$.

1. Quelle identité remarquable peut-on utiliser pour factoriser A ?
2. Factoriser A.

38 On considère l'expression $B = x^2 - 36$.

1. Quelle identité remarquable peut-on utiliser pour factoriser B ?
2. Factoriser B.

39 On considère l'expression $C = 16 - 8x + x^2$.

1. Quelle identité remarquable peut-on utiliser pour factoriser C ?
2. Factoriser C.

40 Factoriser chaque expression.

$$A = 169 - 26x + x^2 \quad B = 81 - x^2 \quad C = 64 + 16x + x^2$$

41 Recopier et compléter :

$$A = 25x^2 - 10x + 1$$

$$A = (\dots)^2 - 2 \times \dots \times \dots + \dots^2$$

$$A = (\dots - \dots)^2$$

42 Recopier et compléter :

$$B = 36x^2 - 49$$

$$B = (\dots)^2 - \dots^2$$

$$B = (\dots + \dots)(\dots - \dots)$$

43 Recopier et compléter :

$$C = 4x^2 + 12x + 9$$

$$C = (\dots)^2 + 2 \times \dots \times \dots + \dots^2$$

$$C = (\dots + \dots)^2$$

44 On considère l'expression $A = 16x^2 - 16x + 4$.

1. Quelle identité remarquable peut-on utiliser pour factoriser A ?
2. Factoriser A.

45 On considère l'expression $B = 81 - (x - 7)^2$.

1. Quelle identité remarquable peut-on utiliser pour factoriser B ?
2. Factoriser B.

46 On considère l'expression $C = 9x^2 + 36 + 36x$.

1. Quelle identité remarquable peut-on utiliser pour factoriser C ?
2. Factoriser C.

47 Factoriser chaque expression.

$$A = 225 - 210x + 49x^2$$

$$B = (x + 9)^2 - 16$$

$$C = 44x + 121 + 4x^2$$

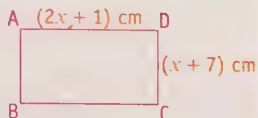
Calculer une expression pour une valeur donnée

48 On considère le rectangle ABCD ci-dessous.

1. a. Quelles sont les dimensions du rectangle ABCD pour $x = 13$?

b. Calculer alors le périmètre et l'aire du rectangle ABCD.

2. Pour $x = 6$, que peut-on dire du rectangle ABCD ?



49 Calculer l'expression $A = -3x(7 + 4x)$ pour :

1. $x = 0$; **2.** $x = 3$; **3.** $x = -2$; **4.** $x = \frac{1}{2}$.

50 On considère l'expression $E = x^2 - 2x - 3$.

1. Calculer E pour $x = 5$, puis pour $x = 0,2$.

2. Salim pense que pour $x = -1$, l'expression E est nulle. A-t-il raison ? Justifier.

3. Malo affirme que si on calcule l'expression E pour un nombre positif, alors on obtient un nombre positif. A-t-il raison ? Justifier.

51 Calculer l'expression $A = x^2 - 8$ pour :

1. $x = 4$; **2.** $x = 1$; **3.** $x = -4$; **4.** $x = -\frac{3}{2}$.

52 Sur un site de téléchargement, on peut acheter un titre musical pour 0,90 € ou un film pour 5 €.

1. Quel est le prix à payer pour télécharger un album de 12 titres musicaux et 3 films sur ce site ?



2. On note x le nombre de titres musicaux et y le nombre de films téléchargés sur ce site.

Exprimer en fonction de x et de y le prix à payer.

3. Calculer l'expression trouvée à la question 2. pour $x = 25$ et $y = 10$. À quoi cela correspond-il ?

Réduire une expression

53 Réduire chaque expression.

$$A = 14x^2 - 7x + 3 - 5x^2 - x + 15$$

$$B = x^2 + 11x - 3x^2 - 8x^2 + 9x - 4x^2$$

$$C = -5x + 2 + x^2 - 3x + 7 + 4x^2 - 9$$

54 Réduire chaque expression.

$$A = -(7 + 3x - 2x^2) + 5x^2 - 4x$$

$$B = -x + (11 - 9x^2 - x) + 13x^2$$

55 Réduire chaque expression.

$$A = 9x + (18 - 5x^2 + 2x) - (-3x^2 + 1)$$

$$B = (x^2 - 15x + 4) - (5x^2 - 8x - 12) + 3x^2$$

$$C = -x^2 + x + (-8 + 5x^2) - (2x^2 + x + 15)$$

56 QCM : Choisir la (ou les) bonne(s) réponse(s).

	a	b	c
1 $6x^2 =$	$3x \times 2x$	$(3x)^2$	$6x + x$
2 $9x + 4x =$	$13x^2$	$13x$	$36x$
3 $2x - (7 - 3x) =$	$-x - 7$	$5x + 7$	$5x - 7$

57 Réduire chaque expression.

$$A = \frac{1}{3}x + \frac{4}{3}x - \frac{7}{3}x^2 + \frac{5}{3}x$$

$$B = \left(-\frac{2}{7}x - \frac{5}{7}x^2\right) + \left(\frac{3}{7} + \frac{1}{7}x^2 - \frac{9}{7}x\right)$$

Développer en utilisant la distributivité

58 Développer et réduire chaque expression.

$$A = 12(3 - 5x)$$

$$C = -10x(0,05 + 1,8x)$$

$$B = (-11 + 9x) \times (-8)$$

$$D = 0,7x(-0,3x + 4)$$

59 On considère le programme de calcul suivant :

- Choisir un nombre.
- Le multiplier par -3 .
- Ajouter 7 au résultat.
- Multiplier le résultat obtenu par 2.

1. Vérifier que, lorsque l'on choisit 10 comme nombre de départ, on obtient -46 .

2. Si on choisit -2 comme nombre de départ, quel résultat obtient-on ?

3. Prouver que, pour n'importe quel nombre de départ x , le résultat obtenu est donné par l'expression $14 - 6x$.

60 Développer et réduire chaque expression.

$$A = 3(2x + 13) + 5(8 - 11x)$$

$$B = -4x(8x - 15) + (-3 + x) \times 2x$$

$$C = (-7x + 3) \times 7 - 6(8x - 3)$$

$$D = -2x(1 - x) - 9(-x^2 + 5x)$$

61 Développer et réduire chaque expression.

$$E = (2x + 3)(8 - 11x)$$

$$H = (-10x + 1)(4x - 9)$$

$$F = (-4x - 5)(6 + x)$$

$$I = -2(x + 3)(-5x + 6)$$

$$G = (7 - 9x)(-3x + 8)$$

Je calcule mentalement

62 Donner la forme réduite des expressions suivantes.

$$A = -7x^2 + 7x \times 3x$$

$$B = 9x \times (-8) - 3x + 7$$

$$C = \frac{3}{10}x + 1,4x - 0,9x$$

63 Donner la forme développée et réduite des expressions suivantes.

$$A = 5(4 + 11x)$$

$$B = 3x(2x + 1)$$

$$C = -7(8 - 9x)$$

$$D = 4x(-7 + 5x)$$

$$E = (9x + 7)(-6x)$$

64 Calculer :

a. 35×12 ; 12 = 10 + 2

b. 41×8 ;

c. 102×14 ;

d. 7×98 ; 98 = 100 - 2

e. 13×99 ;

f. 31×97 .

Développer en utilisant la distributivité

65 Développer et réduire chaque expression.

$$A = (x+2)(3-x) + 7x(-x+4)$$

$$B = (x-4)(2x+1) - (5x-2)x$$

$$C = (1-2x)(-x+8) - 3x(x-6)$$

66 Développer et réduire chaque expression.

$$A = (x+9)(10+7x) + (x+2)(3x+4)$$

$$B = (-x+2)(3x-4) + (-x-7)(2x-1)$$

$$C = (2x-5)(8-x) - (3x+1)(x-6)$$

Factoriser en utilisant un facteur commun apparent

méthode 1

➔ Premiers exercices d'application : 9 à 20 p. 56.

67 Factoriser chaque expression.

$$A = 6x + 18$$

$$C = 15x - 10$$

$$E = 45 - 18x$$

$$B = 8x - 56$$

$$D = 7x^2 - 21x$$

$$F = 39x + 26x^2$$

68 Factoriser chaque expression.

$$A = (x-2)(x+1) + (3-7x)(x-2)$$

$$B = (x+4)(-7+2x) + (3x-1)(x+4)$$

$$C = (5x+1)(x+6) + (5x+1)^2$$

$$D = (2x-7)^2 - (-8x+3)(2x-7)$$

69 Joris a factorisé $(2x-7)(x+3) - (2x-7)(4x+3)$.
Voici sa copie.

$$A = (2x-7)(x+3) - (2x-7)(4-3x)$$

$$A = (2x-7)(x+3-4-3x) \quad \text{Il y a des erreurs de signes}$$

$$A = (2x-7)(-2x-1)$$

Rédiger la correction de cet exercice.

70 1. Recopier et compléter :

$$A = (4x+5)(x-7) + 4x+5$$

$$A = (4x+5)(x-7) + (4x+5) \times \dots$$

2. Utiliser ce qui précède pour factoriser A.

71 Factoriser chaque expression.

$$B = (11-8x)(x+5) + 11-8x$$

$$C = 2x+3 - (2x+3)(4x-9)$$

72 1. Recopier et compléter :

$$A = (x+6)(2x-1) - 2x+1$$

$$A = (x+6)(2x-1) + \dots \times (2x-1)$$

2. Utiliser ce qui précède pour factoriser A.

73 Factoriser $B = (8x-5)(2x+1) - 8x+5$
et $C = -4x-11 - (4x+11)(1-5x)$.

74 On souhaite factoriser l'expression

$$E = (2x+3)(x-4) + 6x+9.$$

1. Factoriser $6x+9$.

2. Utiliser ce qui précède pour factoriser E.

75 Factoriser $F = (x+4)(7-x) + 2x+8$
et $G = 8x+4 - (2x+1)(7x-9)$.

Développer en utilisant les identités remarquables

méthode 2

➔ Premiers exercices d'application : 21 à 33 p. 57.

76 Donner la forme développée et réduite de chaque expression.

$$A = (x+12)^2$$

$$D = (9+2x)(9-2x)$$

$$B = (x+6)(x-6)$$

$$E = (5-4x)^2$$

$$C = (3x-2)^2$$

$$F = (5x+8)^2$$

77 Donner la forme développée et réduite de chaque expression.

$$A = \left(x + \frac{2}{3}\right)^2 \quad B = \left(x + \frac{5}{4}\right)\left(x - \frac{5}{4}\right) \quad C = \left(\frac{5}{2} - \frac{1}{2}x\right)^2$$

Calcul réfléchi

78 **sc** 1. Recopier et compléter :

$$\begin{aligned} 99^2 &= (100-1)^2 \\ &= \dots^2 - 2 \times \dots \times \dots + \dots^2 \\ &= \dots - \dots + \dots \\ &= \dots \end{aligned}$$

2. Vérifier ce résultat à la calculatrice.

79 **sc** 1. En s'aidant du cours si nécessaire, recopier et compléter l'identité remarquable $(a+b)^2 = \dots$

2. Utiliser cette égalité pour calculer 16^2 .

80 **sc** 1. En s'aidant du cours si nécessaire, rappeler les trois identités remarquables.

2. Utiliser l'une ou l'autre des trois égalités pour calculer :

a. 15^2 ; b. 24^2 ; c. 98^2 ; d. 104^2 ; e. 997^2 .

81 **Prise d'initiatives** Calculer à la main $1\,004 \times 996$.

Je calcule mentalement

82 Donner la forme développée et réduite de chaque expression.

$$A = (x+1)(x+2)$$

$$B = (x-1)(x+2)$$

$$C = (x-1)(x-2)$$

$$D = (x+1)(x-2)$$

$$E = (-x-1)(x+2)$$

83 Calculer :

$$a. 17 \times 3 + 17 \times 7 ;$$

$$b. 23 \times 32 - 23 \times 12 ;$$

$$c. 5 \times 1,8 + 3,2 \times 5 ;$$

$$d. 37 \times 0,83 + 63 \times 0,83 ;$$

$$e. -9 \times 2,7 - 9 \times 1,3 ;$$

$$f. 41 \times (-1,83) - 41 \times 1,17.$$

84 Donner la forme développée et réduite de chaque expression.

$$A = (x+2)^2$$

$$B = (x-5)^2$$

$$C = (x-9)(x+9)$$

$$D = (2x+1)^2$$

$$E = (3x-1)^2$$

85 Donner la forme développée et réduite de l'expression $E = (2x - 3)^2 + (x + 5)^2$.

86 Donner la forme développée et réduite de l'expression $F = (2x + 1)(3x - 2) + (4x - 7)^2$.

87 Donner la forme développée et réduite de l'expression $G = (x - 7)^2 - 4x^2 + 3x - 50$.

Factoriser en utilisant les identités remarquables

Méthode 3

➔ Premiers exercices d'application : 84 à 47 p. 58.

88 Factoriser chaque expression.

$$\begin{array}{ll} A = x^2 + 22x + 121 & E = 36 + 4x^2 - 24x \\ B = 81 - 18x + x^2 & F = 900x^2 - 2\,500 \\ C = 64 - x^2 & G = (2x + 3)^2 - 81 \\ D = 144 + x^2 + 24x & H = 400x + 25x^2 + 1\,600 \end{array}$$

89 Factoriser chaque expression.

$$\begin{array}{ll} A = (x + 4)^2 - 36 & C = 49 - (x + 3)^2 \\ B = (x + 1)^2 - 25x^2 & D = 9x^2 - (7 - 2x)^2 \end{array}$$

90 Factoriser chaque expression.

$$\begin{array}{ll} A = x^2 + x + \frac{1}{4} & C = x^2 - \frac{16}{25} \\ B = \frac{4}{9} - \frac{4}{3}x + x^2 & D = \frac{x^2}{9} - \frac{7}{3}x + \frac{49}{4} \end{array}$$

91 On considère l'expression $E = x^2 - 2x + 4$.

- Déterminer des nombres a et b tels que $E = a^2 - 2x + b^2$.
- A-t-on alors $2ab = 2x$?
- D'après ce qui précède, peut-on factoriser l'expression E en utilisant une identité remarquable ?

92 Factoriser, si possible, chaque expression en utilisant une identité remarquable.

$$\begin{array}{ll} A = 25 - 5x + x^2 & E = -30x + 25x^2 + 9 \\ B = 121x^2 + 22x + 1 & F = 144x^2 - 16 \\ C = 81 - 9x^2 & G = 64x^2 + 100 + 80x \\ D = 49 + x^2 & H = -4 + 9x^2 \end{array}$$

93 **Prise d'initiatives** Calculer à la main $1\,001^2 - 999^2$.

Choisir la bonne propriété

94 On considère l'expression $E = (x + 5)^2 - 16$.

- Développer et réduire E .
- Factoriser E .

95 1. Factoriser l'expression $x^2 + 6x + 9$.

2. En déduire la forme factorisée de l'expression $A = x^2 + 6x + 9 + (x + 3)(2x - 3)$.

96 1. Factoriser l'expression $9x^2 - 6x + 1$.

2. En déduire la forme factorisée de l'expression $B = (8 - x)(3x - 1) - (9x^2 - 6x + 1)$.

97 On considère l'expression

$$C = -4x^2 + 11x - 6 + (x - 2)(-3x + 5).$$

- Vérifier que $-4x^2 + 11x - 6 = (x - 2)(3 - 4x)$.
- En déduire la forme factorisée de l'expression C .

98 On considère l'expression $D = x^2 - 9 + (x - 3)(3x + 7)$.

- Développer D .
- a. Factoriser $x^2 - 9$.
b. En déduire la forme factorisée de D .
- En utilisant la forme de D la mieux adaptée, calculer la valeur de D pour : a. $x = 3$; b. $x = 0$; c. $x = -2,5$.

99 On donne les égalités suivantes :

$$\begin{array}{l} ① \quad (5x + 4)^2 = 25x^2 + 16 ; \\ ② \quad (x - 6)(1 - 2x) = 7x + 6(x - 1) - 2x^2. \end{array}$$

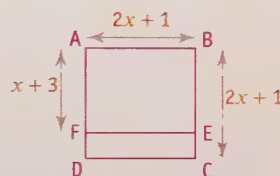
Dire si chaque égalité est vraie ou fausse :

- si elle est vraie, écrire les étapes des calculs qui permettent de l'obtenir ;
- si elle est fausse, la corriger pour qu'elle devienne vraie.

Résoudre des problèmes

100 **Brevet** (Polynésie, 2010)

Sur la figure dessinée ci-contre, ABCD est un carré et ABEF est un rectangle. On a $AB = BC = 2x + 1$ et $AF = x + 3$, où x désigne un nombre supérieur à 2. L'unité de longueur est le centimètre.



Partie A Étude d'un cas particulier : $x = 3$

- Pour $x = 3$, calculer AB et AF .
- Pour $x = 3$, calculer l'aire du rectangle FECD.

Partie B Étude du cas général : x désigne un nombre supérieur à 2

- Exprimer la longueur FD en fonction de x .
- En déduire que l'aire de FECD est égale à $(2x + 1)(x - 2)$.
- Exprimer en fonction de x les aires du carré ABCD et du rectangle ABEF.
- En déduire que l'aire du rectangle FECD est $(2x + 1)^2 - (2x + 1)(x + 3)$.
- Les deux aires trouvées aux questions 2. et 4. sont égales, donc :

$$(2x + 1)^2 - (2x + 1)(x + 3) = (2x + 1)(x - 2).$$

Cette égalité traduit-elle un développement ou une factorisation ?

101 **B2i** On considère l'expression

$$A = (2x + 1)^2 - 3(7 - 5x).$$

Baptiste développe et réduit A .

Il obtient $A = 4x^2 - 11x - 20$.

Il réalise alors la feuille de calcul ci-contre pour contrôler son résultat.

1. Quelle formule a-t-il écrite en cellule B2 et étendue

à la cellule B10 ?

2. Quelle formule a-t-il écrite en cellule C2 et étendue à la cellule C10 ?

3. Observer cette feuille de calcul. Que penser alors de la réponse de Baptiste ? Expliquer.

4. Développer et réduire l'expression initiale de A .

	A	B	C
1	x	$(2x+1)^2-3(7-5x)$	$4x^2-11x-20$
2	0	-20	-20
3	1	3	-27
4	2	34	-26
5	3	73	-17
6	4	120	0
7	5	175	25
8	6	238	58
9	7	309	99
10	8	388	148

Je m'entraîne au brevet

Exercice (Métropole, 2010)

15 min

On considère le programme de calcul ci-dessous :

- Choisir un nombre de départ.
- Multiplier ce nombre par (-2) .
- Ajouter 5 au produit.
- Multiplier le résultat par 5.
- Écrire le résultat obtenu.

1. a. Vérifier que, lorsque le nombre de départ est 2, on obtient 5.
b. Lorsque le nombre de départ est 3, quel résultat obtient-on ?
2. Quel nombre faut-il choisir au départ pour que le résultat obtenu soit 0 ?
3. Arthur prétend que, pour n'importe quel nombre de départ x , l'expression $(x-5)^2 - x^2$ permet d'obtenir le résultat du programme de calcul. A-t-il raison ?

Solution

1. a. $2 \times (-2) = -4$; $-4 + 5 = 1$ et $1 \times 5 = 5$.

Lorsque le nombre de départ est 2, on obtient bien 5.

b. $3 \times (-2) = -6$; $-6 + 5 = -1$ et $-1 \times 5 = -5$.

Lorsque le nombre de départ est 3, on obtient -5.

2. Je note x le nombre choisi au départ.

Le résultat du programme de calcul est donné par :

$$(x \times (-2) + 5) \times 5 = -2x \times 5 + 5 \times 5 \\ = -10x + 25$$

Je résous l'équation $-10x + 25 = 0$.

$$-10x = -25$$

$$x = \frac{-25}{-10} = 2,5$$

Pour obtenir 0 comme résultat, on peut choisir 2,5 comme nombre de départ.

$$3. (x-5)^2 - x^2 = x^2 - 2 \times x \times 5 + 5^2 - x^2 \\ = x^2 - 10x + 25 - x^2 \\ = -10x + 25$$

L'expression proposée par Arthur est égale à $-10x + 25$. Il a donc raison.

Je lis attentivement l'énoncé.

La question 1. a. donne le résultat : il s'agit d'une simple vérification.

J'optimise mes chances de réussite.

On ne demande pas de justifier.

Je peux utiliser la méthode de mon choix (tâtonnement, résolution d'une équation).

Je laisse une trace écrite sur ma copie, que ma démarche aboutisse ou pas.

Je rédige correctement.

Je n'oublie pas les « phrases réponses ».

J'analyse l'énoncé.

D'après la question 2., le résultat du programme de calcul est donné par : $-10x + 25$. En modifiant l'écriture de $(x-5)^2 - x^2$, j'essaie de retrouver cette expression.

102 (Asie, 2011)

On donne le programme de calcul suivant :

- Choisir un nombre.
- Ajouter 1.
- Calculer le carré du résultat obtenu.
- Soustraire le carré du nombre de départ.
- Soustraire 1.

1. a. Effectuer ce programme lorsque le nombre choisi est 10 et montrer qu'on obtient 20.

b. Effectuer ce programme lorsque le nombre choisi est -3 et montrer qu'on obtient -6.

c. Effectuer ce programme lorsque le nombre choisi est 1,5.

2. **Prise d'initiatives** Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative, même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.

Quelle conjecture peut-on faire à propos du résultat fourni par ce programme de calcul ? Démontrer cette conjecture.

103 (D'après Asie, 2011)

Pour chaque question, choisir la bonne réponse parmi les trois proposées, et la recopier.

1. L'expression $(2x-5)^2$ a pour forme développée :

- a. $4x^2 - 25$;
- b. $4x^2 - 20x - 25$;
- c. $4x^2 - 20x + 25$.

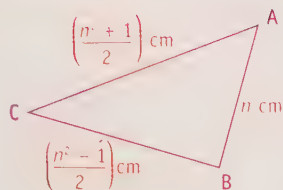
2. L'expression $9x^2 - 144$ a pour forme factorisée :

- a. $(3x-12)(3x+12)$;
- b. $(3x-12)^2$;
- c. $(9x-12)(9x+12)$.

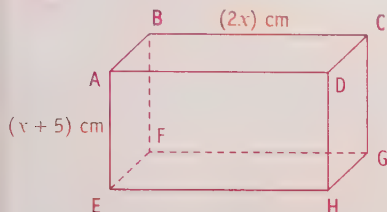
3. L'expression $-25x^2 + 20x - 4$ a pour forme factorisée :

- a. $(5x+2)^2$;
- b. $(-5x-2)^2$;
- c. $(5x-2)^2$;
- d. $-(5x+2)^2$.

104 On considère le triangle ABC ci-contre. Démontrer que ce triangle est rectangle quel que soit le nombre n supérieur ou égal à 1.



105 Géométrie dans l'espace



ABCDEFGH est un parallélépipède rectangle tel que $BC = AD = EH = FG = 2x$ cm et dont une face est le carré ABFE de côté $x + 5$ cm.

- Calculer l'aire totale de ses faces pour $x = 3$ cm.
- Calculer son volume pour $x = 3$ cm.
- Exprimer, en fonction de x , l'aire de la face carrée ABFE. Donner le résultat sous forme développée et réduite.
 - Exprimer, en fonction de x , l'aire de la face rectangulaire ABCD. Donner le résultat sous forme développée et réduite.
- En déduire l'expression réduite de l'aire totale des faces de ABCDEFGH.
- Exprimer, en fonction de x , le volume de ABCDEFGH. Donner le résultat sous forme développée et réduite.

	A	B	C	D	E	F	G
1							
2							
3							
4							
5							
6							

110 Compléter

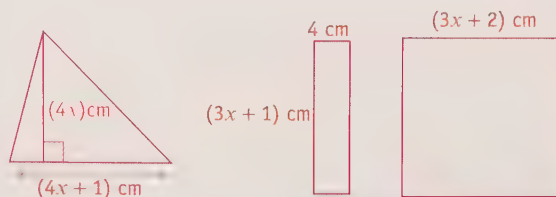
par un signe, un chiffre, une lettre ou une lettre au carré par case.

Horizontalement

- Forme développée et réduite de $(1 - 3x)^2$.
- Réduction de $(8 - y)(4 - y) - y(y - 11)$.
Facteur commun de $7x^2 - x^3$.
- Réduction de $b - (b - a)$.
Un des facteurs réduits de la forme factorisée de $7x(2a + b) - 7x(5 + a) + 7x(-3)$.
- Opposé de l'inverse de 0,25.
Coefficient de x^2 dans la forme développée et réduite de $(2x + 1)^2 - 3(x^2 - 3)$.
Valeur de $(x - 7)^2 + 5$ pour $x = 1$.
- Valeur de $x - x^5y$ pour $x = 2$.
Forme développée et réduite de $2(x - 1)(x + 1) - (x^2 - 2)$.
- Termes en x^2 de la forme développée et réduite de $b(x + 1)^2$.
Forme développée et réduite de $2xz(t - 3) + 2xzt + z(y - 3xt) + z(6x - y)$.

106 Aires égales

On considère le triangle, le rectangle et le carré ci-dessous.



Alexandra affirme que pour $x = 2$ cm, l'aire du carré est égale à la somme de l'aire du triangle et de l'aire du rectangle.

Madikagné affirme que c'est pour $x = 3$ cm qu'on obtient cette égalité.

Qui a raison ? Le prouver. Existe-t-il une autre valeur de x pour laquelle cette remarque reste vraie ?

107 Développer chaque expression.

$$A = -4(x - 3)^2 \quad C = (3 - x)(x + 5)^2$$

$$B = (x + 1)(x - 2)(x + 3)$$

108 Factoriser chaque expression.

$$D = (9x^2 + 6x + 1) - 12x - 4$$

$$E = (3x - 1)^2 - 25 + (3x + 4)(x - 9)$$

Prise d'initiatives

109 Le carré d'un nombre impair est-il pair ou impair ?

Le prouver.

Consigne

Vous présenterez votre démarche en faisant figurer toutes les pistes de recherche même si elles n'ont pas abouti.

Voir indications pour l'évaluation, p. 307.

DÉFIS, JEUX, CASSE-TÊTE

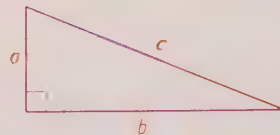
Verticalement

- Forme développée et réduite de $(a + b)^2 + a(13 - 2b) - (a - b)(a + b) - 2b(b + 1)$.
- Valeur de $3x^2 + 5x$ pour $x = -1$.
Forme développée et réduite de $(2 - x)(2 + x)$.
- Facteur commun de $(6 - b)^2 + (2 + b)(6 - b)$.
Valeur pour $x = -3$ de $(10 - 3x)(10 + 3x) + 5x - 1$.
- Un des facteurs réduits de la forme factorisée de $(3 - x)(12x - 8) + (3 - x)(8 + xy)$.
- Signé du terme constant dans la forme développée de $(30a - 2)(5b - 1)$.
Valeur de $\frac{1}{3}ab$ pour $b = 3$.
Valeur de $-\frac{1}{7}xyz$ pour $x = -7$.
- Forme développée et réduite de $(3x - 2)(3x + 2)$.
Un des facteurs de la forme factorisée de $3t^2 - 5t$.
- Réduction de $3x^2 - (4 + 2x^2) + 4$.
Forme simplifiée de $(9x)^2$.

111 Objectif : utiliser un tableur pour obtenir des mesures entières de côtés de triangles rectangles.

Trois mesures de ce type forment des **triplets pythagoriciens**.

➔ Voir « Utiliser un tableur », p. 316.



Tutoriel sur
www.3e.zenluseleve.magnard.fr

1 Créer une feuille de calcul

1. Ouvrir une feuille de calcul dans un tableur et y écrire les titres des colonnes :

« m » en cellule A1 ; « n » en cellule B1 ; « $a=m^2-n^2$ » en cellule C1 ; « $b=2mn$ » en cellule D1 et « $c=m^2+n^2$ » en cellule E1.

2. a. Attribuer la valeur 2 à m en tapant 2 dans la cellule A2 et la valeur 1 à n en tapant 1 dans la cellule B2.

b. Afin de ne pas avoir à écrire les nouvelles valeurs de m et n au fur et à mesure, écrire la formule « =SI(B2=1;A2+1;A2) » en cellule A3 et la formule « =SI(B2=1;A3-1;B2-1) » en cellule B3.

c. Étirer la première colonne de A3 à A15, puis la deuxième colonne de B3 à B15 pour obtenir les premières colonnes de la feuille ci-contre.

3. a. Écrire dans la cellule C2 la formule « =A2^2-B2^2 », dans la cellule D2 la formule « =2*A2*B2 » et dans la cellule E2 la formule « =A2^2+B2^2 ».

b. Étirer la troisième colonne de C2 à C15, puis la quatrième colonne de D2 à D15, et enfin la cinquième colonne de E2 à E15 pour obtenir la feuille ci-contre.

	A	B	C	D	E
1	m	n	$a=m^2-n^2$	$b=2mn$	$c=m^2+n^2$
2					
3					

	A	B	C
1	m	n	$a=m^2-n^2$
2	2	1	
3	=SI(B2=1;A2+1;A2)		

	A	B	C	D	E
1	m	n	$a=m^2-n^2$	$b=2mn$	$c=m^2+n^2$
2	2	1	3	4	5
3	3	2	5	12	13
4	3	1	8	6	10
5	4	3	7	24	25
6	4	2	12	16	20
7	4	1	15	8	17
8	5	4	9	40	41
9	5	3	16	30	34
10	5	2	21	20	29
11	5	1	24	10	26
12	6	5	11	60	61
13	6	4	20	48	52
14	6	3	27	36	45
15	6	2	32	24	40

2 Conjecturer

4. Écrire les titres des colonnes :

« a^2+b^2 » en cellule F1 et « c^2 » en cellule G1.

5. a. Écrire en cellule F2 la formule « =C2^2+D2^2 » et en cellule G2 la formule « =E2^2 ».

b. Étirer la sixième colonne de F2 à F15, puis la septième colonne de G2 à G15.

c. Que constate-t-on pour les résultats obtenus dans les deux dernières colonnes ?

d. Donner les 10 premiers triplets pythagoriciens.

	C	D	E	F	G
1	$a=m^2-n^2$	$b=2mn$	$c=m^2+n^2$	a^2+b^2	c^2
2		3	4	25	25
3		5	12	169	169
4		8	6	100	100
5		7	24	625	625
6		12	16	400	400
7		15	8	289	289
8		9	40	1681	1681
9		16	30	1156	1156
10		21	20	841	841
11		24	10	676	676
12		11	60	3721	3721
13		20	48	2704	2704
14		27	36	2025	2025
15		32	24	1600	1600

3 Démontrer

6. m et n désignent deux nombres entiers avec $m > n$.

On pose $a = m^2 - n^2$; $b = 2mn$ et $c = m^2 + n^2$.

a. Développer et réduire l'expression a^2 en fonction de m et n.

b. Développer et réduire l'expression b^2 en fonction de m et n.

c. En déduire l'expression réduite de $a^2 + b^2$ en fonction de m et n.

d. Développer et réduire l'expression c^2 en fonction de m et n.

e. Que constate-t-on ?

Comment appelle-t-on les nombres a, b et c ainsi trouvés ?

Devoir A

112 Développer et réduire chaque expression.

A = (2x - 5)(3 - x)
B = (3x - 4)²
C = (4x + 9)(4x - 9)
D = (-3x + 4)(x + 2) + (5x + 1)(x - 2)
E = (8 + 5x)²
F = (2x + 5)(-x + 2) - (x - 3)(-3x + 4)

113 Factoriser chaque expression en utilisant les identités remarquables.

A = x² + 6x + 9
B = x² - 49
C = x² - 18x + 81
D = 36 - 60x + 25x²
E = 16 - 81x²
F = -20x + 25 + 4x²
G = (x - 3)² - 64
H = 49 - (2x - 5)²

114 On considère l'expression K = (5x - 2)² - (x - 7)(5x - 2).

- 1. Développer et réduire K.
- 2. Factoriser K.
- 3. En choisissant la forme de K la mieux adaptée parmi celles trouvées, montrer que $\frac{2}{5}$ est une valeur qui annule l'expression K.

115 Calcul réfléchi

Calculer, à la main et en détaillant les étapes du calcul, le carré des nombres :
a. 17 ; b. 32 ; c. 52 × 48.

Devoir B

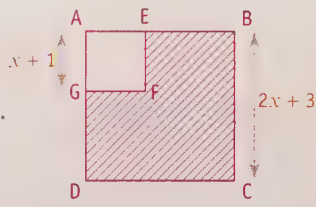
116 Développer chaque expression en utilisant les identités remarquables.

A = (x - 5)²
B = (9 + x)(9 - x)
C = (6 + x)²
D = (8 - 2x)²
E = (3x - 2)(3x + 2)
F = (4x + 7)²

117 Factoriser chaque expression.

A = 7x + 21
B = 36x² - 24x
C = 4x(x + 3) + (x + 3)(3x - 11)
D = (5x - 1)(9x - 4) - (7x + 4)(5x - 1)
E = (3x + 5)² - (3x + 5)(-2x + 13)
F = 24 - 21x - (8 - 7x)(x - 17)

118 On considère la figure ci-contre où ABCD et AEFG sont des carrés. Les longueurs sont exprimées en centimètres.



- 1. Exprimer l'aire de la partie hachurée en fonction de x.
- 2. Développer et réduire cette expression.
- 3. Factoriser l'expression de la question 1.
- 4. Déterminer, avec le moins de calculs possible, l'aire de la partie hachurée pour :

a. x = 0 ; b. x = 2 ; c. $\frac{7}{2}$.

Exposé

119 Nous savons déjà que :

(a + b)⁰ = 1 ;
(a + b)¹ = 1a + 1b ;
(a + b)² = 1a² + 2ab + 1b².

Il existe d'autres formules du même type pour toutes les puissances entières de (a + b).
Par exemple, (a + b)³ = 1a³ + 3a²b + 3ab² + 1b³.

✗ Utiliser le fait que (a + b)³ = (a + b)(a + b)² pour retrouver le résultat précédent.

On appelle **coefficients** les entiers écrits en bleu dans les formes développées précédentes.
Par exemple, pour (a + b)⁰, le coefficient unique est 1.
Pour (a + b)¹, les coefficients sont 1 et 1.

✗ Donner, de même, les coefficients pour (a + b)² et (a + b)³.

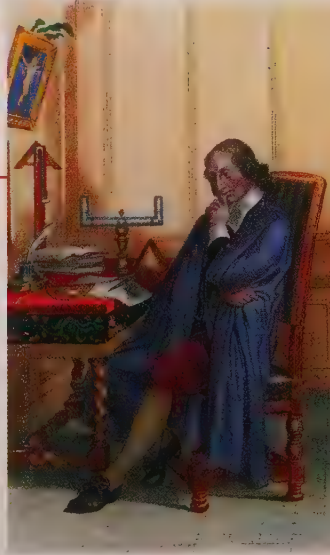
Première publication du Triangle de Pascal, sur la page de titre d'un ouvrage scientifique (1527).



Liens pour la recherche sur www.3e.zeniusélève.magnard.fr/liens

Ces coefficients peuvent se retrouver, à l'aide du Triangle de Pascal.

- ✗ Qu'est-ce que le Triangle de Pascal ?
 - ✗ Blaise Pascal est-il le premier à l'avoir découvert ? Pourquoi porte-t-il son nom ? Comment s'appelle ce Triangle en Italie ?
- Compétence du socle commun évaluée dans cette question



Blaise Pascal (1623 - 1662).

Compétence	5 : La culture humaniste
Domaine	Avoir des connaissances et des repères.
Item	Situer une découverte scientifique dans l'espace et le temps.
Pour l'évaluation	Je suis capable de présenter une œuvre en expliquant son importance ou sa portée.

Je prépare le contrôle

Je révise le cours et les méthodes

Connaissances exigibles

- ✓ Les propriétés de distributivité.
- ✓ **SC** L'existence des identités remarquables.
- ✓ Les identités remarquables.

Savoir-faire à acquérir

- ✓ Développer une expression en utilisant les propriétés de distributivité.
(→ exercices 120, 121, 125 à 127)
- ✓ Factoriser une expression en utilisant un facteur commun apparent. (→ exercices 122 à 125)
- ✓ **SC** Utiliser une identité remarquable donnée pour une expression numérique. (→ exercice 124)
- ✓ Utiliser une identité remarquable pour développer une expression. (→ exercices 120, 121 et 125)
- ✓ Utiliser une identité remarquable pour factoriser une expression. (→ exercices 122, 123 et 125)

► **Connaître le sens et l'orthographe de ces mots :**
Distributivité, développer, réduire, factoriser, produit, facteur, somme, terme, identité remarquable.

Je m'exerce

120 Développer et réduire chaque expression.

$$A = (3x + 4)(x + 2) + (5x + 1)(x - 2)$$

$$B = (2x + 5)(-x + 2) - (x - 3)(-3x + 4)$$

$$C = (x - 8)^2$$

$$D = (5x + 3)^2$$

$$E = (4x + 9)(4x - 9)$$

121 On donne $A = (6x + 4)(x + 7)$; $B = (3x + 8)^2$;

$$C = 9 + 3x$$
 ; $D = 8x(2x + 7)$ et $E = 3x^2 + 2x + 9$.

1. Parmi ces expressions, lesquelles sont des formes factorisées ?

2. Développer les expressions qui peuvent l'être.

122 Factoriser chaque expression.

$$A = 4x(x + 3) + 4x(8 - x)$$

$$B = x^2 + 8x + 16$$

$$C = 81 - 64x^2$$

$$D = (x + 2)^2 + (x + 2)(3x - 8)$$

$$E = 9x^2 - 30x + 25$$

$$F = (x - 5)^2 - 49$$

123 Si possible, factoriser chaque expression en utilisant une identité remarquable.

$$A = 4x^2 - 4x + 4$$

$$B = 81 - 36x^2$$

$$C = 9x^2 + 36x + 36$$

$$D = (x + 3)^2 + 9$$

$$E = 49 - (2x - 5)^2$$

$$F = 1 + 16x^2 - 8x$$

124 **SC** 1. Recopier et compléter :

$$(a + b)^2 = \dots^2 + 2 \times \dots \times \dots + \dots^2$$

$$(a - b)^2 = \dots^2 - 2 \times \dots \times \dots + \dots^2$$

$$(a + b)(a - b) = \dots^2 - \dots^2$$

2. **Prise d'initiatives** Utiliser l'une ou l'autre de ces égalités pour calculer à la main :

a. 52×48 ; b. 47^2 ; c. 54^2 ; d. $52^2 - 48^2$.

125 On considère l'expression

$$A = (2x - 5)(1 + 3x) + 4x^2 - 25.$$

1. Développer et réduire l'expression A.

2. a. Factoriser $4x^2 - 25$.

b. En déduire une factorisation de l'expression A.

126 On considère l'expression

$$K = (5x - 2)^2 - (x - 7)(5x - 2).$$

1. Développer et réduire K.

2. Factoriser K.

3. Prouver que, pour $x = -\frac{5}{4}$, $K = 0$.

127 On considère l'expression

$$A = (2x - 3)(x + 5) - (4x + 7)(2x - 3).$$

1. Développer, puis réduire A.

2. Factoriser A.

3. En choisissant la forme de A la mieux adaptée, calculer A pour $x = 0$.

4. En choisissant la forme de A la mieux adaptée, calculer A pour $x = -\frac{2}{3}$.

Je m'évalue

QCM interactif sur

www.3e.zenituseleve.
magnard.fr

Choisir la (ou les) bonne(s) réponse(s).

	a	b	c
128 Pour factoriser une expression, on peut :	utiliser une identité remarquable.	développer l'expression.	utiliser un facteur commun.
129 $(x+3)(x+5) + (x+5)(x+2) =$	$(x+5)(x+3+x+2)$	$(x+5) + (2x+5)$	$(x+5)(2x+5)$
130 $(2x+1)(7-3x) - (2x+1)(x+4) =$	$(2x+1)(7-3x-x+4)$	$(2x+1)(7-3x+x-4)$	$(2x+1)(7-3x-x-4)$
131 Pour tous nombres a et b relatifs, on a $(a+b)^2 =$	$a^2 + b^2$.	$a^2 + 2ab + b^2$.	$2ab + a^2 + b^2$.
132 Pour tous nombres a et b relatifs, on a $a^2 - b^2 =$	$(a-b)(a+b)$.	$(a-b) - (a+b)$.	$(a-b)^2$.
133 Pour tous nombres a et b relatifs, on a $a^2 - 2ab + b^2 =$	$(a+b)^2$.	$(a-b)^2$.	$a^2 - b^2$.
Pour les questions 134 et 135 , on s'intéresse au calcul $45^2 - 25^2$.			
134 Pour effectuer ce calcul à la main, on reconnaît une écriture du type :	$(a+b)^2$.	$a^2 - b^2$.	$a^2 + b^2 + 2ab$.
135 $45^2 - 25^2 =$	1 400	140	$(45+25) \times (45-25)$
136 $(2x+5)^2 =$	$2x^2 + 20x + 25$	$(2x)^2 + 20x + 25$	$4x^2 + 10x + 25$
137 $(7-3x)(7+3x) =$	$49 - 9x^2$	$7^2 - 6x^2$	$49 - 3x^2$
138 $(9-4x)^2 =$	$81 - 36x + 16x^2$	$81 + 72x + 16x^2$	$81 - 72x + 16x^2$
Pour les questions 139 à 141 , on souhaite factoriser l'expression $E = 25x^2 - 20x + 4$.			
139 On reconnaît une écriture du type :	$a^2 - b^2$.	$a^2 - 2ab + b^2$.	$a^2 + 2ab + b^2$.
140 On applique l'identité remarquable qui convient pour :	$a = 25x^2$ et $b = 4$.	$a = 5x$ et $b = 2$.	$a = 25x$ et $b = 2$.
141 La forme factorisée de l'expression E est :	$(5x+2)^2$.	$(2-5x)^2$.	$(5x-2)^2$.
Pour les questions 142 à 144 , on souhaite factoriser l'expression $F = 1 - 49x^2$.			
142 On reconnaît une écriture du type :	$a^2 - b^2$.	$a^2 - 2ab + b^2$.	$a^2 + 2ab + b^2$.
143 On applique l'identité remarquable qui convient pour :	$a = 1$ et $b = 7x$.	$a = 7x$ et $b = 1$.	$a = 49x$ et $b = 1$.
144 La forme factorisée de l'expression F est :	$(7x-1)^2$.	$(7x-1)(7x+1)$.	$(1+7x)(1-7x)$.
Pour les questions 145 à 147 , on souhaite factoriser l'expression $G = 100 - (x-9)^2$.			
145 On reconnaît une écriture du type :	$a^2 - b^2$.	$a^2 - 2ab + b^2$.	$a^2 + 2ab + b^2$.
146 On applique l'identité remarquable qui convient pour :	$a = x$ et $b = 9$.	$a = 100$ et $b = x-9$.	$a = 10$ et $b = x-9$.
147 La forme factorisée de l'expression G est :	$-x^2 - 18x + 19$.	$(19-x)(1+x)$.	$(1+x)(1-x)$.

Je m'exerce

120. $A = 8x^2 + x + 6$

$B = x^2 - 14x + 22$

$C = x^2 - 16x + 64$

$D = 25x^2 + 30x + 9$

$E = 16x^2 - 81$

121. 1. Les expressions qui sont des écritures factorisées sont les expressions A, B et D.

2. $A = 6x^2 + 46x + 28$

$B = 9x^2 + 48x + 64$

$D = 16x^2 + 56x$

122. $A = 44x$

$D = (x + 2)(4x - 6)$

$B = (x + 4)^2$

$E = (3x - 5)^2$

$C = (9 - 8x)(9 + 8x)$

$F = (x + 2)(x - 12)$

123. $A = 4x^2 - 4x + 4$ ne peut pas être factorisée avec une identité remarquable.

$B = (9 - 6x)(9 + 6x)$

$C = (3x + 6)^2$

$D = (x + 3)^2 + 9$ ne peut pas être factorisée avec une identité remarquable.

$E = (2 + 2x)(12 - 2x)$

$F = (1 - 4x)^2$

124. 1. $(a + b)^2 = a^2 + 2 \times a \times b + b^2$

$(a - b)^2 = a^2 - 2 \times a \times b + b^2$

$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

2. a. $52 \times 48 = (50 + 2)(50 - 2) = 2\,500 - 4 = 2\,496$

b. $47^2 = (50 - 3)^2 = 2\,500 - 300 + 9 = 2\,209$

c. $54^2 = (50 + 4)^2 = 2\,500 + 400 + 16 = 2\,916$

d. $52^2 - 48^2 = (52 + 48)(52 - 48) = 100 \times 4 = 400$

125. 1. $A = 10x^2 - 13x - 30$

2. a. $4x^2 - 25 = (2x + 5)(2x - 5)$

b. $A = (2x - 5)(1 + 3x) + (2x - 5)(2x + 5)$

$= (2x - 5)(5x + 6)$

126. 1. $K = 20x^2 + 17x - 10$

2. $K = (5x - 2)(4x + 5)$

3. Pour $x = -\frac{5}{4}$, $(4x + 5) = 0$ et donc $K = 0$.

127. 1. $A = -6x^2 + 5x + 6$.

2. $A = (2x - 3)(-3x - 2)$.

3. Je choisis la forme développée de A et j'obtiens, pour $x = 0$, $A = 6$.

4. Je choisis la forme factorisée de A et j'obtiens, pour $x = -\frac{2}{3}$, $A = 0$.

Je m'évalue

	Réponse(s)	Commentaires	Revoir
128.	a et c	Il faut obtenir un produit quand on factorise.	Méthode 1, p. 56 et Méthode 3, p. 58.
129.	a et c	b. Il n'y a pas de symbole + entre $x + 5$ et $2x + 5$, mais un symbole $\times$ sous-entendu.	Méthode 1, p. 56.
130.	c	Il faut faire attention aux signes.	Méthode 1, p. 56.
131.	b et c	L'identité remarquable est $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$.	Cours, p. 54.
132.	a	L'identité remarquable est $(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$.	Cours, p. 54.
133.	b	L'identité remarquable est $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$.	Cours, p. 54.
134.	b	On reconnaît une différence de deux carrés.	Méthode 3, p. 58.
135.	a et c	$45^2 - 25^2 = (45 + 25) \times (45 - 25) = 70 \times 20 = 1\,400$	Méthode 3, p. 58.
136.	b	a. Il faut écrire $(2x)^2$ et non $2x^2$. c. Le double produit donne $20x$ et non $10x$.	Méthode 2, p. 57.
137.	a	b. $(3x)^2 = 9x^2$ c. Il faut écrire $(3x)^2$ et non $3x^2$.	Méthode 2, p. 57.
138.	c	a. Le double produit donne $72x$. b. Il y a un - devant le double produit $72x$.	Méthode 2, p. 57.
139.	b	On reconnaît une écriture du type $a^2 - 2ab + b^2$.	Méthode 3, p. 58.
140.	b	On choisit a et b tels que $a^2 = 25x^2$ et $b^2 = 4$.	Méthode 3, p. 58.
141.	b et c	Le double produit est précédé d'un -, donc on aboutit à une écriture du type $(a - b)^2$.	Méthode 3, p. 58.
142.	a	L'expression est de la forme $a^2 - b^2$.	Méthode 3, p. 58.
143.	a	On choisit a et b tels que $a^2 = 1^2$ et $b^2 = 49x^2$.	Méthode 3, p. 58.
144.	c	On écrit $(a + b)(a - b)$ avec $a = 1$ et $b = 7x$.	Méthode 3, p. 58.
145.	a	L'expression est de la forme $a^2 - b^2$.	Méthode 3, p. 58.
146.	c	On choisit a et b tels que $a^2 = 100$ et $b^2 = (x - 9)^2$.	Méthode 3, p. 58.
147.	b	On écrit $(a + b)(a - b)$ avec $a = 10$ et $b = x - 9$.	Méthode 3, p. 58.

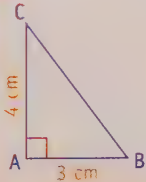
Objectifs

- Connaître et utiliser la définition de la racine carrée d'un nombre positif.
- **SC** Utiliser la calculatrice pour déterminer la racine carrée d'un nombre positif.
- Transformer l'écriture d'un nombre en utilisant les égalités $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$ et $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$.

Je me rappelle

socle commun

1 QCM : Choisir la (ou les) bonne(s) réponse(s).

		a	b	c
1	$5 \times 5 =$	25	10	5^2
2	$(-4)^2 =$	16	-16	-8
3	$a \times a =$	$2a$	a^2	0
4	Si $x = 3$, alors $x^2 =$	6.	9.	5.
5	Si $x = 3$, alors $(-x)^2 =$	6.	9.	-9.
6	Si $x = 3$, alors $-x^2 =$	6.	9.	-9.
7	Le nombre positif dont le carré est 100 est :	10 000.	10.	50.
8	Le nombre négatif dont le carré est 36 est :	-6.	-1296.	-18.
9	$(-2 \times 5)^2 =$	$(-2)^2 \times 5^2$.	-2×5^2 .	100.
10	$\frac{5^2}{3^2} =$	$\frac{5}{3}$.	$\frac{25}{9}$.	$\left(\frac{5}{3}\right)^2$.
11	Si $x^2 = 16$, x peut être égal à :	4.	-4.	8.
12	 L'aire d'un carré est 64 cm^2 . Son côté mesure :	8 cm.	32 cm.	16 cm.
13	 Dans le triangle ABC rectangle en A, BC =	7.	25.	5.
14	$(x-6)^2 =$	$x^2 - 12x + 36$	$x^2 - 36$	$x^2 + 36$
15	$12x + 10x =$	$22x^2$	$22x$	$44x$

exercice interactif sur

www.3e.zeniuseleve.magnard.fr

le double

le carré

le triple

l'inverse

le cube

la moitié

l'opposé

le tiers

2 Recopier et compléter les phrases en utilisant les étiquettes.

1. 6 est ... de 18.

4. 5 est ... de 10.

7. -8 est ... de 8.

2. 12 est ... de 4.

5. 25 est ... de 5.

8. $\frac{4}{-9}$ est ... de $-\frac{9}{4}$.

3. 12 est ... de 6.

6. 8 est ... de 2.

Activités

Activité 1 Découverte de la racine carrée

1. a. Donner le carré de chaque nombre.
3 -3 4 -4 5 -5
b. Que remarque-t-on ?
2. a. Donner le ou le(s) nombre(s) dont le carré est égal à :
36 ; 16 ; 25 ; 4 ; 1 et 0.
b. Peut-on trouver un nombre dont le carré est égal à -25 ? Justifier.
3. Soit a un nombre positif. Le nombre positif dont le carré est égal à a est la **racine carrée** du nombre a . On note ce nombre $\sqrt{a}$.

- a. Recopier et compléter : $6^2 = 36$ donc $\sqrt{36} = \dots$ $4^2 = 16$ donc $\sqrt{16} = \dots$
- b. Recopier et compléter : $\sqrt{25} = \dots$ $\sqrt{4} = \dots$ $\sqrt{1} = \dots$ $\sqrt{0} = \dots$
4. a. Recopier et compléter : $\sqrt{4^2} = \dots$ $(\sqrt{4})^2 = \dots$ $\sqrt{9^2} = \dots$ $(\sqrt{9})^2 = \dots$
- b. Recopier et compléter : Si a est un nombre positif, alors $\sqrt{a^2} = \dots$ $(\sqrt{a})^2 = \dots$

Histoire des mathématiques

Le mathématicien allemand Christoph Rudolff (1499-1545) introduit en 1525 la notation $\sqrt{\quad}$ pour la racine carrée.

En 1637, René Descartes (1596-1650), philosophe et scientifique français, ajoute la barre en haut pour former le symbole $\sqrt{\quad}$, appelé **radical**.



René Descartes, gravure, XVII^e siècle.

Ai-je bien compris ?

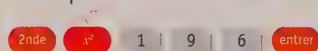
- Calculer $\sqrt{49}$; $\sqrt{81}$; $\sqrt{0,25}$; $\sqrt{\frac{1}{9}}$.
- Calculer $\sqrt{419^2}$; $\sqrt{217} \times \sqrt{217}$.

Activité 2 Racine carrée et calculatrice

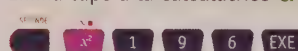
Nils et Emma cherchent à déterminer, en utilisant leur calculatrice, la racine carrée de deux nombres.

1. Ils essaient d'abord de trouver la valeur de la racine carrée de 196.

Nils tape à la calculatrice **TI** :



Emma tape à la calculatrice **CASIO** :



- a. À la calculatrice, taper l'une des deux séquences ci-dessus et donner le résultat obtenu.
- b. Calculer le carré du résultat précédent. Que constate-t-on ?
2. Ils tentent maintenant de donner la valeur de la racine carrée de 5.

Nils tape, à la calculatrice **TI** : 2nde, $\sqrt{\quad}$, 5, entrer

Emma tape, à la calculatrice **CASIO** : $\sqrt{\quad}$, 5, EXE

- a. Taper l'une des deux séquences ci-dessus à la calculatrice et recopier l'affichage obtenu.
- b. Taper sur la touche **arr** ou **S $\leftrightarrow$ D** et vérifier que la calculatrice affiche : 2,236067978
- c. Taper 2,236 067 978² à la calculatrice.

2,236 067 978 peut-il être la racine carrée de 5 ? Pourquoi ?

Si la racine carrée d'un nombre n'a pas d'écriture fractionnaire ou décimale exacte, la calculatrice peut en donner une valeur arrondie.

Ai-je bien compris ?

- Utiliser la calculatrice pour déterminer la valeur exacte de :
 $\sqrt{7921}$; $\sqrt{\frac{196}{361}}$; $\sqrt{1,525\,225}$.
- Utiliser la calculatrice pour déterminer la valeur arrondie au centième de :
 $\sqrt{5}$; $\sqrt{11}$; $\sqrt{28}$.

Activité 3 Racine carrée et multiplication

1. Recopier et compléter le tableau.

a	b	$a \times b$	$\sqrt{a}$	$\sqrt{b}$	$\sqrt{a \times b}$	$\sqrt{a} \times \sqrt{b}$
9	16					
1	36					
25	4					

2. Que peut-on conjecturer ?

3. **Démonstration** : a et b sont deux nombres positifs.

- Montrer que $(\sqrt{a} \times \sqrt{b})^2 = a \times b$.
- Que dire du signe de $\sqrt{a} \times \sqrt{b}$?
- En déduire que $\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$.

Ai-je bien compris ?

Recopier et compléter :

■ La racine carrée d'un ... est égale au produit des ...

$$\sqrt{3} \times \sqrt{12} = \sqrt{\dots \times \dots} = \sqrt{\dots} = \dots$$

$$\sqrt{81} \times \sqrt{64} = \sqrt{\dots \times \dots} = \dots \times \dots = \dots$$

Activité 4 Racine carrée et division

1. Recopier et compléter le tableau.

a	b	$\frac{a}{b}$	$\sqrt{a}$	$\sqrt{b}$	$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$	$\sqrt{\frac{a}{b}}$
9	16					
1	36					
25	4					

2. Que peut-on conjecturer ?

3. **Démonstration** : a et b sont deux nombres positifs. b est un nombre non nul.

- Montrer que $\left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}\right)^2 = \frac{a}{b}$.
- Que dire du signe de $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$?
- En déduire que $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$.

Ai-je bien compris ?

Recopier et compléter :

■ La racine carrée d'un ... est égale au quotient des ...

$$\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{\dots}{\dots}} = \sqrt{\dots} = \dots$$

$$\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{20}} = \sqrt{\frac{\dots}{\dots}} = \sqrt{\frac{1}{\dots}} = \dots$$

$$\sqrt{\frac{16}{9}} = \frac{\sqrt{\dots}}{\sqrt{\dots}} = \dots$$

Activité 5 Racine carrée et addition

On choisit $a = 9$ et $b = 16$.

- Calculer $\sqrt{a} + \sqrt{b}$.
- Calculer $\sqrt{a + b}$.
- Les résultats des questions 1. et 2. sont-ils égaux ?

Ai-je bien compris ?

- Peut-on conjecturer une propriété similaire à celles des activités 3 et 4 ?
- Pour calculer $\sqrt{144} + \sqrt{25}$, peut-on calculer $\sqrt{169}$? Expliquer.

1 Racine carrée d'un nombre positif

Testez-vous avec les exercices 1 à 13.

Définition

a est un nombre positif. Le nombre positif dont le carré est égal à a est appelé la **racine carrée** du nombre a . On note ce nombre $\sqrt{a}$.

Remarque : Le symbole $\sqrt{\quad}$ est appelé *radical*.

Cas particuliers : $\sqrt{1} = 1$; $\sqrt{0} = 0$.

Exemples

• 3 est un nombre positif
et $3^2 = 9$, donc $\sqrt{9} = 3$.

• 5 est un nombre positif
et $5^2 = 25$, donc $\sqrt{25} = 5$.

• $\frac{3}{2}$ est un nombre positif
et $\left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4}$, donc $\sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{3}{2}$.

Attention ! La racine carrée d'un nombre négatif n'existe pas.

À retenir

a pour racine carrée	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	a pour carré
	0	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100	

Propriétés

Pour tout nombre a positif,

• $\sqrt{a^2} = a$ • $(\sqrt{a})^2 = a$

Remarque : La racine carrée d'un nombre peut ne posséder ni écriture décimale exacte, ni écriture fractionnaire.

Exemples

• $\sqrt{4,51^2} = 4,51$ • $(\sqrt{0,273})^2 = 0,273$

Exemple

$\sqrt{7}$ ne peut pas s'écrire sous la forme d'un nombre décimal ou d'une fraction.

On peut cependant donner une valeur arrondie de ce nombre : $\sqrt{7} \approx 2,65$ (arrondi au centième).

2 Racine carrée et opérations

Testez-vous avec l'exercice 14.

a Simplification d'écriture

Dans un produit, le signe $\times$ peut parfois être sous-entendu.

Exemple

$$\sqrt{2} \times 6 = 6 \times \sqrt{2} = 6\sqrt{2}$$

b Propriétés

Propriété

Pour tous nombres a et b positifs, $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}$.
Autrement dit, le produit de deux racines carrées est égal à la racine carrée du produit.

Exemple

$$\sqrt{2} \times \sqrt{8} = \sqrt{2 \times 8} = \sqrt{16} = 4$$

Propriété

Pour tous nombres a et b positifs, avec $b \neq 0$, $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$.
Autrement dit, le quotient de deux racines carrées est égal à la racine carrée du quotient.

Exemple

$$\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{18}{2}} = \sqrt{9} = 3$$

Attention ! Il n'existe pas de règle similaire concernant l'addition ou la soustraction de racines carrées.

Exemple

$$\begin{aligned} \sqrt{36} + \sqrt{64} &= 6 + 8 = 14 \\ \sqrt{36 + 64} &= \sqrt{100} = 10 \\ \text{Ainsi, } \sqrt{36} + \sqrt{64} &\neq \sqrt{36 + 64}. \end{aligned}$$

Testez votre compréhension du cours

1 Complétez par les mots *carré* ou *racine carrée* :

3 a pour ... 9 ; 36 a pour ... 6 ;

9 a pour ... 3 ; 6 a pour ... 36.

3 Existe-t-il des nombres égaux à leur racine carrée ?

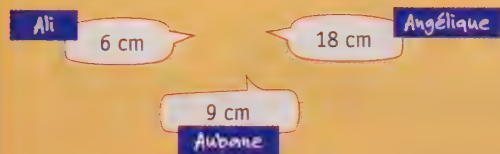
Si oui, donnez un exemple.

4 Yaacov affirme : « Un nombre est toujours plus grand que sa racine carrée ! »

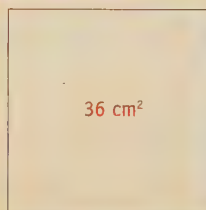
Qu'en pensez-vous ? Justifiez.

5 $\sqrt{16} = ?$

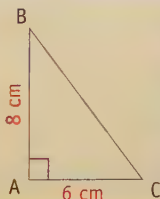
7 Le côté de ce carré est égal à ...



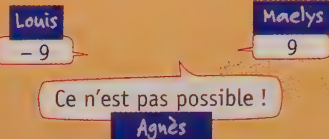
Qui a raison ?



9 Quelle est la longueur de l'hypoténuse de ce triangle rectangle ?



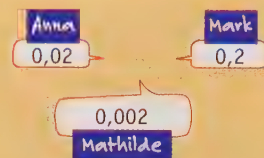
11 Calculez $\sqrt{(-9)^2}$.



Qui a raison ? Expliquez.

2 Donnez la liste des carrés des 10 premiers entiers.

6 Quelle est la racine carrée de 0,04 ?



Qui a raison ?

8 L'écriture $\sqrt{(-2)(-3)}$ est-elle correcte ? Expliquez.

10 Le professeur demande de calculer de tête $\sqrt{28917} \times \sqrt{28917}$.



Qui a raison ? Expliquez.

12 Le professeur demande de calculer $\sqrt{0,128^2}$.



Qui a raison ? Expliquez.

14 Voici le début de la copie de Fiona.

$$\sqrt{144} + \sqrt{81} = \sqrt{144 + 81}$$

Qu'en pensez-vous ? Expliquez.

13 $(2\sqrt{3})^2 = ?$ $(3\sqrt{2})^2 = ?$ $(2\sqrt{7})^2 = ?$

1 Calculer avec des racines carrées

Exercice 1 Soit $A = x^2 + x - 3$.
Calculer A pour $x = \sqrt{7}$.

Solution 1

$$A = x^2 + x - 3$$

étape

1

Je remplace x par $\sqrt{7}$.

$$A = (\sqrt{7})^2 + \sqrt{7} - 3$$

étape

2

J'utilise la propriété :
Pour tout nombre a
positif, $(\sqrt{a})^2 = a$.

$$A = 7 + \sqrt{7} - 3$$

étape

3

Je réduis.

$$A = 4 + \sqrt{7}$$

Attention ! Tout comme l'expression $4 + x$,
l'expression $4 + \sqrt{7}$ ne peut pas
se simplifier davantage.

Exercice 2 Développer et réduire
 $B = \sqrt{5}(7 - \sqrt{5})$.

Solution 2

$$B = \sqrt{5}(7 - \sqrt{5})$$

étape

1

Je développe en distribuant $\sqrt{5}$.

$$B = \sqrt{5} \times 7 - \sqrt{5} \times \sqrt{5}$$

étape

2

Je simplifie :
 $\sqrt{5} \times 7 = 7 \times \sqrt{5} = 7\sqrt{5}$.

$$B = 7\sqrt{5} - \sqrt{5} \times \sqrt{5}$$

étape

3

Je sais que
 $\sqrt{5} \times \sqrt{5} = (\sqrt{5})^2 = 5$.

$$B = 7\sqrt{5} - 5$$

Exercice 3 Développer et réduire
 $C = (3 + \sqrt{2})^2$.

Solution 3

$$C = (3 + \sqrt{2})^2$$

étape

1

J'utilise l'identité remarquable
 $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
avec $a = 3$ et $b = \sqrt{2}$.

$$C = 3^2 + 2 \times 3 \times \sqrt{2} + (\sqrt{2})^2$$

étape

2

Je simplifie $2 \times 3 \times \sqrt{2}$
et je sais que $(\sqrt{2})^2 = 2$.

$$C = 9 + 6\sqrt{2} + 2$$

étape

3

Je réduis.

$$C = 11 + 6\sqrt{2}$$

J'applique

15 Soit $A = x^2 - x + 8$.

Calculer A pour :

1. $x = \sqrt{5}$; 2. $x = -\sqrt{2}$.

16 Soit $B = 2x^2 + x - 9$.

Calculer B pour :

1. $x = \sqrt{3}$; 2. $x = -\sqrt{7}$.

17 Développer et réduire $C = \sqrt{3}(8 + \sqrt{3})$.

18 Développer et réduire $D = \sqrt{5}(\sqrt{5} - 2)$.

19 Développer et réduire $E = -\sqrt{7}(2 + \sqrt{7})$.

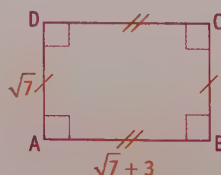
20 Développer et réduire $F = -\sqrt{11}(\sqrt{11} - 1)$.

21 Développer et réduire $G = \sqrt{5}(-2 + \sqrt{5})$.

22 Développer et réduire $H = \sqrt{2}(-\sqrt{2} - 3)$.

23 Déterminer l'aire du rectangle

ABCD. Les longueurs sont en
centimètres.



24 Développer et réduire.

$$A = (\sqrt{2} + 1)^2 \quad B = (2 + \sqrt{11})^2$$

25 Développer et réduire.

$$A = (\sqrt{8} - 1)^2 \quad B = (2 - \sqrt{6})^2$$

26 Développer et réduire.

$$A = (\sqrt{3} - 1)(\sqrt{3} + 1)$$

$$B = (\sqrt{5} + 2)(\sqrt{5} - 2)$$

27 Développer et réduire.

$$A = (\sqrt{7} - 2)(\sqrt{7} + 2)$$

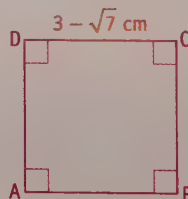
$$B = (\sqrt{3} + 2)^2$$

$$C = (4 - \sqrt{5})^2$$

28 1. En utilisant la calculatrice, donner l'arrondi
au dixième de $\sqrt{7}$.

2. Que peut-on en déduire du signe de $3 - \sqrt{7}$?

3. Déterminer l'aire exacte du carré ABCD de côté $3 - \sqrt{7}$ cm.
Développer et réduire.



Utiliser les formules de produit et de quotient de deux racines carrées

Exercice 1 $A = \sqrt{2} \times \sqrt{32}$. Simplifier A et donner le résultat sous la forme d'un nombre entier.

Solution 1

$$A = \sqrt{2} \times \sqrt{32}$$

étape

1 J'utilise la propriété :

Pour tous nombres a et b positifs

$$\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}.$$

$$A = \sqrt{2 \times 32}$$

étape

2 J'effectue le produit.

$$A = \sqrt{64}$$

étape

3 J'utilise la définition de la racine carrée.

$$A = 8$$

Exercice 2 $B = \frac{\sqrt{50}}{\sqrt{2}}$. Simplifier B et donner le résultat sous la forme d'un nombre entier.

Solution 2

$$B = \frac{\sqrt{50}}{\sqrt{2}}$$

étape

1 J'utilise la propriété :

Pour tous nombres a et b positifs, $b \neq 0$,

$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}.$$

$$B = \sqrt{\frac{50}{2}}$$

étape

2 Je simplifie le quotient.

$$B = \sqrt{\frac{2 \times 25}{2 \times 1}} = \sqrt{25}$$

étape

3 J'utilise la définition de la racine carrée.

$$B = 5$$

J'applique

29 Simplifier et donner le résultat sous la forme d'un nombre entier.

$$A = \sqrt{2} \times \sqrt{50}$$

$$C = \sqrt{18} \times \sqrt{2}$$

$$B = \sqrt{8} \times \sqrt{2}$$

$$D = \sqrt{3} \times \sqrt{48}$$

30 Simplifier et donner le résultat sous la forme d'un nombre entier.

$$E = \sqrt{3} \times \sqrt{27}$$

$$G = \sqrt{2} \times \sqrt{12,5}$$

$$F = \sqrt{0,5} \times \sqrt{8}$$

$$H = \sqrt{0,4} \times \sqrt{40}$$

31 Une de ces expressions n'est pas égale à 12. Laquelle ?

$$I = \sqrt{2} \times \sqrt{72}$$

$$K = \sqrt{14,4} \times \sqrt{10}$$

$$J = \sqrt{4,5} \times \sqrt{32}$$

$$L = \sqrt{8} \times \sqrt{12,5}$$

32 Simplifier et donner le résultat sous la forme d'un nombre décimal.

$$M = \sqrt{0,1} \times \sqrt{1,6}$$

$$P = \sqrt{0,5} \times \sqrt{0,08}$$

$$N = \sqrt{2} \times \sqrt{0,125}$$

$$Q = \sqrt{0,9} \times \sqrt{0,1}$$

33 Simplifier et donner le résultat sous la forme d'un entier ou d'une fraction.

$$R = \sqrt{90} \times \sqrt{\frac{1}{10}}$$

$$T = \sqrt{\frac{1}{3}} \times \sqrt{27}$$

$$S = \sqrt{\frac{1}{2}} \times \sqrt{\frac{1}{8}}$$

$$U = \sqrt{75} \times \sqrt{\frac{1}{3}}$$

34 Simplifier et donner le résultat sous la forme d'un entier.

$$A = \frac{\sqrt{12}}{\sqrt{3}}$$

$$B = \frac{\sqrt{18}}{\sqrt{2}}$$

$$C = \frac{\sqrt{48}}{\sqrt{3}}$$

$$D = \frac{\sqrt{72}}{\sqrt{2}}$$

35 Simplifier et donner le résultat sous la forme d'un nombre entier.

$$E = \frac{\sqrt{75}}{\sqrt{3}}$$

$$F = \frac{\sqrt{20}}{\sqrt{5}}$$

$$G = \frac{\sqrt{200}}{\sqrt{2}}$$

$$H = \frac{\sqrt{28}}{\sqrt{7}}$$

36 Simplifier et donner le résultat sous la forme d'une fraction.

$$I = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{8}}$$

$$J = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{125}}$$

$$K = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{48}}$$

$$L = \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{18}}$$

37 Simplifier et donner le résultat sous la forme d'une fraction.

$$M = \sqrt{\frac{9}{16}}$$

$$N = \sqrt{\frac{25}{36}}$$

$$P = \sqrt{\frac{4}{81}}$$

$$Q = \sqrt{\frac{100}{49}}$$

38 Simplifier et donner le résultat sous la forme d'un nombre entier.

$$R = \frac{\sqrt{32}}{\sqrt{2}}$$

$$S = \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}}$$

$$T = \frac{\sqrt{21}}{\sqrt{21}}$$

$$U = \frac{\sqrt{20}}{\sqrt{5}}$$

39 Exprimer chaque expression sous la forme d'une fraction.

$$A = \sqrt{\frac{1}{4}}$$

$$B = \sqrt{\frac{4}{25}}$$

$$C = \sqrt{\frac{64}{81}}$$

$$D = \sqrt{\frac{18}{8}}$$

3 Réduire une somme avec des radicaux

Exercice 1. Écrire $\sqrt{20}$ et $\sqrt{45}$ sous la forme $a\sqrt{b}$, avec a et b entiers positifs et b le plus petit possible.
 2. On donne $A = 3\sqrt{20} + \sqrt{45} - 4\sqrt{5}$. Déduire de la question 1. l'écriture du nombre A sous la forme $a\sqrt{b}$, avec a et b entiers positifs et b le plus petit possible.

Solution

1. étape

1 J'écris 20 et 45 sous la forme d'un produit dont un des facteurs est le carré d'un entier, le plus grand possible.

$$20 = 4 \times 5$$

(4 est le carré de 2.)

$$45 = 9 \times 5$$

(9 est le carré de 3.)

étape

2 J'utilise la propriété :
 Pour tous nombres a et b positifs,
 $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$.

$$\begin{aligned}\sqrt{20} &= \sqrt{4 \times 5} \\ &= \sqrt{4} \times \sqrt{5} \\ &= 2 \times \sqrt{5} \\ &= 2\sqrt{5}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sqrt{45} &= \sqrt{9 \times 5} \\ &= \sqrt{9} \times \sqrt{5} \\ &= 3 \times \sqrt{5} \\ &= 3\sqrt{5}\end{aligned}$$

$$2. A = 3\sqrt{20} + \sqrt{45} - 4\sqrt{5}$$

étape

1 Je fais apparaître les signes $\times$ sous-entendus.

$$A = 3 \times \sqrt{20} + \sqrt{45} - 4 \times \sqrt{5}$$

étape

2 Je remplace $\sqrt{20}$ et $\sqrt{45}$ par les expressions trouvées à la question 1 et je simplifie l'écriture.

$$A = 3 \times 2\sqrt{5} + 3\sqrt{5} - 4\sqrt{5}$$

$$A = 6\sqrt{5} + 3\sqrt{5} - 4\sqrt{5}$$

étape

3 Je factorise par $\sqrt{5}$ et je termine le calcul.

$$A = (6 + 3 - 4)\sqrt{5}$$

$$A = 5\sqrt{5}$$

On peut aussi se dire que l'on « compte » les $\sqrt{5}$.

J'applique

40 Recopier et compléter.

$$\sqrt{12} = \sqrt{\dots \times 3} = \sqrt{\dots} \times \sqrt{3} = \dots\sqrt{3}$$

$$\sqrt{18} = \sqrt{\dots \times 2} = \sqrt{\dots} \times \sqrt{2} = \dots\sqrt{2}$$

$$\sqrt{75} = \sqrt{\dots \times 3} = \sqrt{\dots} \times \sqrt{3} = \dots\sqrt{3}$$

41 Recopier et compléter.

$$\sqrt{48} = \sqrt{16 \times \dots} = \sqrt{\dots} \times \sqrt{\dots} = \dots\sqrt{\dots}$$

$$\sqrt{45} = \sqrt{9 \times \dots} = \sqrt{\dots} \times \sqrt{\dots} = \dots\sqrt{\dots}$$

$$\sqrt{20} = \sqrt{4 \times \dots} = \sqrt{\dots} \times \sqrt{\dots} = \dots\sqrt{\dots}$$

42 Écrire sous la forme $a\sqrt{3}$, avec a entier.

$$A = \sqrt{27} \quad B = \sqrt{108} \quad C = \sqrt{300}$$

43 Écrire sous la forme $a\sqrt{3}$, avec a entier.

$$A = 2\sqrt{12} \quad B = 3\sqrt{75} \quad C = 4\sqrt{48}$$

44 Écrire sous la forme $a\sqrt{5}$, avec a entier.

$$A = \sqrt{80} \quad B = \sqrt{125} \quad C = \sqrt{180}$$

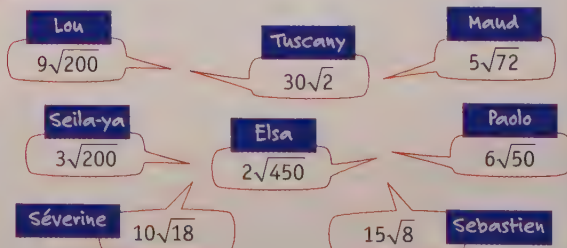
45 Écrire sous la forme $a\sqrt{5}$, avec a entier.

$$A = 2\sqrt{20} \quad B = 3\sqrt{45} \quad C = 4\sqrt{500}$$

46 Écrire sous la forme $a\sqrt{b}$, avec a et b entiers positifs et b le plus petit possible.

$$A = \sqrt{98} \quad B = \sqrt{72} \quad C = \sqrt{54} \quad D = \sqrt{162}$$

47 On demande une autre écriture de $\sqrt{1800}$.



Qui a raison ?

48 1. Écrire $\sqrt{27}$ et $\sqrt{108}$ sous la forme $a\sqrt{3}$ avec a entier.
 2. On donne $A = 3\sqrt{27} + \sqrt{108} - 8\sqrt{3}$. Écrire A sous la forme $a\sqrt{3}$ avec a entier.

49 1. Écrire $\sqrt{75}$, $\sqrt{12}$ et $\sqrt{48}$ sous la forme $a\sqrt{b}$, avec a et b entiers, b positif le plus petit possible.
 2. On donne $A = 2\sqrt{75} - \sqrt{12} + 4\sqrt{48}$. Écrire A sous la forme $a\sqrt{b}$, avec a et b entiers, b positif le plus petit possible.

Connaître et utiliser la définition de la racine carrée d'un nombre

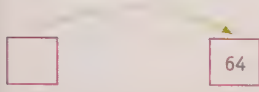
50 Compléter les schémas.

Je mets au carré.



Je prends la racine carrée.

Je mets au carré.



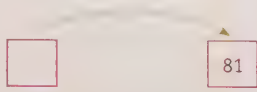
Je prends la racine carrée.

Je mets au carré.



Je prends la racine carrée.

Je mets au carré.



Je prends la racine carrée.

51 Calculer :

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline \sqrt{9} & \sqrt{16} & \sqrt{36} \\ \hline \sqrt{1} & \sqrt{0} & \sqrt{0,01} \\ \hline \end{array}$$

52 Calculer :

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline \sqrt{25} & \sqrt{49} & \sqrt{64} \\ \hline \sqrt{81} & \sqrt{0,04} & \sqrt{100} \\ \hline \end{array}$$

53 Recopier et compléter :

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline \sqrt{\dots} = 1 & \sqrt{\dots} = 100 & \sqrt{\dots} = 8 \\ \hline \sqrt{\dots} = 11 & \sqrt{\dots} = 0,3 & \sqrt{\dots} = 40 \\ \hline \end{array}$$

54 Vrai ou faux ?

Corriger si l'affirmation est fausse.

- 4 est le carré de 2.
- 1 est la racine carrée de 1.
- 3 est la racine carrée de 9.
- 25 est la racine carrée de 5.
- 6 est le carré de 36.
- 0 est le carré de 0.
- 0,1 est la racine carrée de 0,01.

55 Calculer :

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline \sqrt{15^2} & \sqrt{8,7} \times \sqrt{8,7} & \sqrt{1,2^2} \\ \hline (\sqrt{62})^2 & \sqrt{(-4,8)^2} & \sqrt{0,143} \times \sqrt{0,143} \\ \hline \end{array}$$

56 Recopier et compléter le tableau.

x est un nombre positif.

x		6		
$\sqrt{x}$	3		5	
x^2				49

57 Recopier et compléter le tableau.

x est un nombre positif.

x	4			
$2x$		2		
$\sqrt{x}$			0	
x^2				100

58 Calculer le carré de chaque nombre.

$$\sqrt{5} \quad -\sqrt{7} \quad 3\sqrt{6} \quad -2\sqrt{8} \quad 5\sqrt{2}$$

À la calculatrice

SC

59 Déterminer les carrés des nombres :

$$14; 27; 142; 1\,555.$$

60 Déterminer les carrés des nombres :

$$18,1; 0,37; 651,2; 23,57.$$

61 Déterminer la racine carrée de ces nombres.

$$9\,604 \quad 4\,225 \quad 533,61 \quad 6,76$$

62 Déterminer la racine carrée de ces nombres.

$$0,052\,9 \quad 40,96 \quad 3\,161,812\,9 \quad 10\,020,01$$

63 Donner l'arrondi au dixième de la racine carrée des nombres : 15 ; 8,6 ; 0,85 ; 789.

64 Donner l'arrondi au centième de la racine carrée des nombres : 145 ; 7,3 ; 0,12 ; 951.

65 Un carré a pour aire 676 cm².

Quel est son périmètre ?



Je calcule mentalement

66 Calculer :

5^2	10^2	$(-3)^2$	-4^2	$(-100)^2$
$0,1^2$	$-0,5^2$	$0,9^2$	$0,02^2$	1^2

67 Calculer :

$\sqrt{1}$	$\sqrt{100}$	$\sqrt{0,49}$	$\sqrt{2\,500}$	$\sqrt{0,04}$	$\sqrt{0,09}$	$\sqrt{3\,600}$
$\sqrt{0}$	$\sqrt{1\,600}$	$\sqrt{0,64}$	$\sqrt{0,01}$	$\sqrt{10\,000}$	$\sqrt{900}$	$\sqrt{0,25}$

Je m'entraîne

SC Simplifier une écriture

68 Réduire si possible chaque expression.

$$A = 3 \times 4\sqrt{2}$$

$$C = 5\sqrt{6} + 9$$

$$B = 3 + 4\sqrt{2}$$

$$D = 5\sqrt{6} \times 9$$

69 Réduire si possible chaque expression.

$$A = 4 + 5\sqrt{5}$$

$$C = 2\sqrt{7} \times 8$$

$$B = 4 \times 5\sqrt{5}$$

$$D = 2\sqrt{7} + 8$$

Calculer avec des racines carrées méthode 1

► Premiers exercices d'application : 15 à 28 p. 74.

70 Soit $A = x^2 - x + 4$. Calculer A pour :

1. $x = \sqrt{7}$

2. $x = 2\sqrt{3}$

71 Soit $B = 2x^2 - 5x + 1$. Calculer B pour :

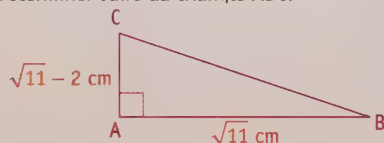
1. $x = \sqrt{5}$

2. $x = -3\sqrt{2}$

72 Développer et réduire $C = \sqrt{7}(11 + \sqrt{7})$.

73 Développer et réduire $D = -\sqrt{3}(\sqrt{3} - 1)$.

74 Déterminer l'aire du triangle ABC.



75 Développer et réduire :

$$A = (\sqrt{5} + 6)^2 \quad B = (\sqrt{7} - 3)^2 \quad C = (4 - \sqrt{2})(4 + \sqrt{2})$$

76 Soit $C = x^2 + 2x - 4$. Calculer C pour :

1. $x = 1 - \sqrt{7}$

2. $x = 3\sqrt{2} + 5$

77 Soit $A = x^2 - x + 3$. Calculer A pour $x = 2 + \sqrt{7}$.

78 Soit $B = -x^2 + x - 11$. Calculer B pour $x = \sqrt{5} - 3$.

Utiliser les formules de produit et de quotient de deux racines carrées méthode 2

► Premiers exercices d'application : 29 à 39 p. 75.

79 Exprimer sous la forme d'un nombre entier.

$$A = \sqrt{2} \times \sqrt{8}$$

$$C = \sqrt{2} \times \sqrt{18}$$

$$B = \sqrt{3} \times \sqrt{12}$$

$$D = \sqrt{2} \times \sqrt{98}$$

80 Exprimer sous la forme d'un nombre entier.

$$A = \sqrt{4,5} \times \sqrt{2}$$

$$C = \sqrt{10} \times \sqrt{0,1}$$

$$B = \sqrt{0,5} \times \sqrt{2}$$

$$D = \sqrt{32} \times \sqrt{0,5}$$

81 Exprimer sous la forme d'un nombre entier.

$$A = \sqrt{6,25} \times 2$$

$$B = \sqrt{2,25} \times 4$$

82 Exprimer sous la forme d'un nombre entier.

$$A = \sqrt{49} \times 196 \times 25$$

$$B = \sqrt{27} \times 75 \times 81$$

83 Exprimer sous la forme d'un nombre décimal.

$$C = \sqrt{4} \times \sqrt{6,3} \times \sqrt{0,7}$$

$$D = \sqrt{0,5} \times \sqrt{450} \times \sqrt{0,25}$$

84 Exprimer sous la forme $a\sqrt{b}$, avec a et b entiers, b le plus petit possible.

$$E = \sqrt{6^2 \times 8 \times 5^4}$$

$$F = \sqrt{2^4 \times 7^2 \times 8^3}$$

85 Simplifier et donner le résultat sous la forme d'une fraction.

$$E = \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{50}}$$

$$F = \frac{\sqrt{75}}{\sqrt{27}}$$

$$G = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{12}}$$

$$H = \frac{\sqrt{27}}{\sqrt{12}}$$

86 1. Recopier et compléter :

$$\frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{2 \times \dots}{\sqrt{5} \times \dots} = \frac{\dots}{5}$$

2. En procédant de la même manière, rendre entier le dénominateur des quotients suivants.

$$\frac{7}{\sqrt{3}}$$

$$\frac{4}{\sqrt{7}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{6}}$$

87 Écrire les quotients avec un dénominateur entier.

$$I = \frac{3}{\sqrt{2}}$$

$$J = \frac{5}{\sqrt{3}}$$

$$K = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

$$L = \frac{1}{\sqrt{7}}$$

88 Simplifier et donner le résultat sous la forme d'un quotient avec un dénominateur entier.

$$M = \frac{\sqrt{12}}{\sqrt{21}}$$

$$N = \frac{\sqrt{50}}{\sqrt{6}}$$

$$P = \frac{\sqrt{40}}{\sqrt{30}}$$

$$Q = \frac{\sqrt{48}}{\sqrt{18}}$$

89 Simplifier et donner le résultat sous la forme d'un quotient avec un dénominateur entier, le plus petit possible.

$$R = \frac{\sqrt{15}}{\sqrt{21}}$$

$$S = \frac{\sqrt{60}}{\sqrt{5}}$$

$$T = \frac{\sqrt{50}}{\sqrt{30}}$$

$$U = \frac{\sqrt{42}}{\sqrt{14}}$$

Je calcule mentalement

90 Calculer :

$$\sqrt{49} + \sqrt{81}$$

$$\sqrt{4} - \sqrt{36}$$

$$\sqrt{12^2} + \sqrt{13^2}$$

$$\sqrt{1,8^2} - \sqrt{2,3^2}$$

$$\sqrt{10} \times \sqrt{10}$$

$$(4\sqrt{2})^2$$

$$(-5\sqrt{2})^2$$

A la calculatrice

91 **sc** Le professeur demande d'utiliser la calculatrice pour déterminer une valeur arrondie au centième de $A = \sqrt{1,987 + 0,23}$.

François trouve 1,49. Améline trouve 1,64.
Quel élève a raison ? Expliquer l'erreur de l'autre.

92 **sc** Le professeur demande d'utiliser la calculatrice pour déterminer une valeur arrondie de $B = \sqrt{574 - 2,1}$.
Sybil trouve 23,91. Alexander trouve 21,86.
Quel élève a raison ? Expliquer l'erreur de l'autre.

93 **sc** Déterminer l'arrondi au dixième de ces nombres.
 $A = \sqrt{19 + 23}$ $B = \sqrt{51} - \sqrt{17}$

94 **sc** Déterminer l'arrondi au centième de ces nombres.
 $A = \sqrt{14,4 \times 8,1}$ $B = \frac{\sqrt{11}}{\sqrt{13}}$

95 **sc** Déterminer l'arrondi au centième de ces nombres.
 $A = \sqrt{54,1 \times \sqrt{5}}$ $B = \sqrt{\frac{7}{3}}$

Réduire une somme avec des radicaux

méthode 3

→ Premiers exercices d'application : 40 à 49 p. 76.

96 Exprimer sous la forme $a\sqrt{2}$, avec a entier.
 $A = \sqrt{8}$ $B = 3\sqrt{50}$ $C = 2\sqrt{98}$

97 Écrire sous la forme $a\sqrt{b}$, avec a et b entiers, b le plus petit possible.
 $A = \sqrt{50}$ $B = \sqrt{72}$ $C = \sqrt{450}$

98 1. Exprimer $\sqrt{32}$ sous la forme $a\sqrt{2}$, avec a entier.
2. On donne $A = -\sqrt{2} + 5\sqrt{32}$. Écrire A sous la forme $a\sqrt{2}$, avec a un entier.

99 Exprimer sous la forme $a\sqrt{2}$, avec a entier.
 $B = 4\sqrt{2} + 5\sqrt{8}$ $C = 3\sqrt{72} - 5\sqrt{2}$

100 On donne $D = -\sqrt{1\,872} + 7\sqrt{325} - 2\sqrt{52}$.
Écrire D sous la forme $a\sqrt{13}$, avec a entier.

101 Écrire sous la forme $a\sqrt{b}$, avec a et b entiers, b le plus petit possible.
 $E = -5\sqrt{27} + 4\sqrt{3} - \sqrt{12}$ $F = \sqrt{180} + 3\sqrt{20} - 3\sqrt{125}$

102 Écrire sous la forme $a\sqrt{b}$, avec a et b entiers, b le plus petit possible.
 $D = 5\sqrt{27} - 2\sqrt{75} + 3\sqrt{3}$ $E = 2\sqrt{75} \times \sqrt{6}$
 $F = 2\sqrt{5} + \sqrt{125} - 6\sqrt{45}$

103 Développer et réduire.

$$A = (3 + \sqrt{5})(2\sqrt{5} - 7)$$

$$B = (\sqrt{5} + \sqrt{3})(\sqrt{5} - 1)$$

$$C = (6\sqrt{3} + 1)^2 - (\sqrt{3} + 52)(\sqrt{3} - 5)$$

$$D = (2 + \sqrt{5})(3\sqrt{5} - 4)$$

104 1. Écrire $\sqrt{50}$ et $\sqrt{20}$ sous la forme $a\sqrt{b}$, avec a et b entiers, b le plus petit possible.

2. Développer et réduire $U = (5 + 6\sqrt{10})(\sqrt{5} - \sqrt{2})$.

105 On pose $S = 6\sqrt{5} + 3\sqrt{10}$ et $T = 6\sqrt{5} - 3\sqrt{10}$.
Calculer et simplifier les expressions.

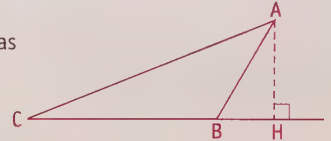
1. $S + T$ 2. $S - T$ 3. $S \times T$ 4. S^2 5. T^2

Résoudre des problèmes

106 **Brevet** (Centres étrangers, 2010)

ABC est un triangle tel que $AB = 6$ cm, $BC = 10$ cm et $\angle ABC = 120^\circ$. La hauteur issue de A coupe la droite (BC) au point H.

La figure ci-contre n'est pas en vraie grandeur.



1. Construire la figure en vraie grandeur.

2. a. Calculer la mesure de l'angle ABH. En déduire que $BH = 3$ cm.

b. Prouver que $AH = 3\sqrt{3}$, puis calculer l'aire du triangle ACH. (On donnera la valeur exacte).

c. Prouver que $AC = 14$ cm.

3. M est un point du segment [BC] tel que $CM = 6,5$ cm. La droite parallèle à (AH) passant par M coupe le segment [AC] en N.

a. Compléter la figure.

b. Prouver que $NM = \frac{3\sqrt{3}}{2}$ cm.

c. Déterminer l'aire du trapèze AHMN. Donner une valeur approchée à l'unité près de cette aire.

107 Le triangle MNP est tel que $MP = 5\sqrt{3}$,

$MN = 3\sqrt{66}$ et $NP = \sqrt{669}$. (Les unités sont en centimètres.)

1. Montrer que le triangle MNP est rectangle.

2. Donner la valeur exacte de son aire, puis sa valeur arrondie au dixième, en centimètres carrés.

108 **sc** **Prise d'initiatives**

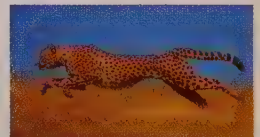
La formule de l'énergie cinétique

d'un corps est $E_c = \frac{1}{2}mv^2$ avec

E_c l'énergie cinétique en joules, m la masse du corps en kilogrammes et v la vitesse en mètres par seconde.

1. Expliquer ce qu'est l'énergie cinétique d'un corps.

2. Un hippopotame pesant 500 kg peut-il avoir la même énergie cinétique qu'un guépard pesant 50 kg et se déplaçant à 14 m/s ?



Je m'entraîne au brevet

Exercice Partie A (Amérique du Sud, 2010)

20 min

On rappelle dans cet exercice que :

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

On donne les expressions numériques :

$$A = (3\sqrt{2} + 5)^2 \text{ et } B = (\sqrt{7} + 3)(\sqrt{7} - 3).$$

Pour les deux questions suivantes, vous indiquerez au moins une étape de calcul.

1. Écrire A sous la forme $a + b\sqrt{2}$, où a et b sont des nombres entiers.
2. Calculer B.

Attention, les identités remarquables ne sont pas toujours rappelées sur le sujet et doivent être apprises par cœur !

Je décède l'énoncé. On attend dans cette question des calculs faits à la main. Je pourrai ensuite les vérifier à la calculatrice.

Partie B (Centres étrangers, juin 2011)

1. On donne $B = \sqrt{27} + 5\sqrt{12} - \sqrt{300}$.

a. Sophie pense que B peut s'écrire plus simplement sous la forme $3\sqrt{3}$. Prouver que Sophie a bien raison.

b. Éric pense que Sophie a raison car, avec sa calculatrice, lorsqu'il calcule $\sqrt{27} + 5\sqrt{12} - \sqrt{300}$, d'une part, et $3\sqrt{3}$ d'autre part, il trouve deux fois le même résultat : **5,196 152 423**. Que penser du raisonnement d'Éric ?

Je décède l'énoncé. Pour répondre à cette question, je dois moi aussi utiliser la calculatrice.

Solution

Partie A

1. $A = (3\sqrt{2} + 5)^2$

$$A = (3\sqrt{2})^2 + 2 \times 3\sqrt{2} \times 5 + 5^2$$

$$A = 3^2 \sqrt{2}^2 + 2 \times 3 \times 5 \times \sqrt{2} + 25$$

$$A = 9 \times 2 + 30 \times \sqrt{2} + 25$$

$$A = 43 + 30\sqrt{2}$$

2. $B = (\sqrt{7} + 3)(\sqrt{7} - 3)$

$$B = (\sqrt{7})^2 - 3^2$$

$$B = 7 - 9$$

$$B = -2$$

1. J'utilise l'identité remarquable $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$, avec $a = 3\sqrt{2}$ et $b = 5$.
2. J'utilise l'identité remarquable $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$, avec $a = \sqrt{7}$ et $b = 3$.

Partie B

1. a. $B = \sqrt{27} + 5\sqrt{12} - \sqrt{300}$

$$B = \sqrt{9 \times 3} + 5\sqrt{4 \times 3} - \sqrt{100 \times 3}$$

$$B = \sqrt{9} \times \sqrt{3} + 5\sqrt{4} \times \sqrt{3} - \sqrt{100} \times \sqrt{3}$$

$$B = 3\sqrt{3} + 10\sqrt{3} - 10\sqrt{3}$$

$$B = 3\sqrt{3}$$

b. En calculant $\sqrt{27} + 5\sqrt{12} - \sqrt{300}$ d'une part et $3\sqrt{3}$ d'autre part à la calculatrice, le résultat est le même : **5,196 152 423**.

Cependant, la calculatrice donne une valeur arrondie et non une valeur exacte : Éric ne peut donc pas être complètement sûr de l'égalité de ces deux expressions.

J'écris 27 ; 12 et 300 comme des produits dont un des facteurs est 3.

109 (Amérique du Sud, 2010)

Aucune justification n'est demandée pour cet exercice ; les calculs pourront être réalisés à la calculatrice. On donne les nombres :

$$C = \sqrt{\frac{442,5 - 7^2 \times 2,5}{5}} ; D = \sqrt{6} - \sqrt{5} \text{ et } E = \frac{1}{\sqrt{6} + \sqrt{5}}.$$

1. Calculer C.
2. Comparer les nombres D et E.

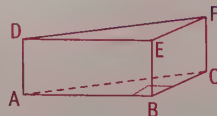
110 (Amérique du Nord, 2011)

ABCDEF est un prisme droit.

ABC est un triangle rectangle isocèle en B.

AB = 4 cm et AD = 2 cm.

1. Montrer que $AC = 4\sqrt{2}$.
2. En déduire la valeur exacte de l'aire de la face ACFD. Donner l'arrondi au millimètre carré.



111 Formule de Héron

La formule de Héron, du nom de Héron d'Alexandrie, mathématicien grec du I^{er} siècle après Jésus-Christ, permet de calculer l'aire d'un triangle quelconque à partir des trois longueurs des côtés du triangle :

$$S = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)},$$

avec $s = \frac{1}{2}(a+b+c)$ le demi-périmètre du triangle,

a , b et c les longueurs des côtés du triangle.

1. ABC est un triangle tel que $AB = 6$ cm, $BC = 7$ cm et $AC = 8$ cm. Déterminer l'aire du triangle ABC à l'aide de la formule de Héron.

2. DEF est un triangle tel que $DE = 3$ cm, $EF = 4$ cm et $FG = 5$ cm.

a. Déterminer la nature de ce triangle.

b. Déterminer l'aire de deux façons.



Héron d'Alexandrie, manuscrit grec du IX^e siècle.

112 Mathématiques et Physique

Pour calculer la vitesse v d'un objet en chute libre, exprimée en mètres par seconde, on utilise la formule $v^2 = 2 \times 9,81 \times d$ où d est la distance parcourue en mètres.

1. Dans un parc de loisirs, il existe une attraction décoiffante : du haut d'une tour, un wagon tombe en chute libre.

a. Quelle est la vitesse du wagon au bout de 10 m ?

b. La chute s'effectue sur 67 m. Quelle est alors la vitesse du wagon ?

2. Le wagon subit des forces de frottements freinant en fait sa vitesse de 25 %.

Compte-tenu de cette nouvelle information, quelle est en réalité la vitesse du wagon ?

La brochure indique « Une descente de quelques secondes à 100 km/h ! » Que peut-on en penser ?



113 En utilisant la calculatrice, déterminer l'arrondi au centième des nombres :

$$B = \frac{(\sqrt{5,6^2} - 8 \times 1,234)}{7} \quad \text{et} \quad C = \sqrt{\frac{85,2^2 - 4,7 \times 3}{7}}$$

116 Une nouvelle croix de Malte

(Rallye mathématique, Poitou-Charentes, 2007)

L'Ordre de Malte désire instituer une nouvelle décoration. Son grand maître a confié à un orfèvre le soin d'imaginer la croix correspondante. Lorsque ce dernier revient avec la proposition ci-contre, le grand maître n'est guère satisfait.

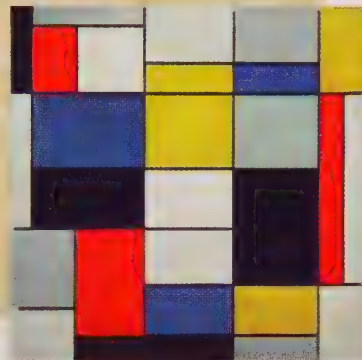
114 Le nombre d'or

1. Montrer que $\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^2 = \frac{1+\sqrt{5}}{2} + 1$.

2. En déduire que $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ est une solution de l'équation $x^2 = x + 1$.

3. Le nombre $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ s'appelle le nombre d'or.

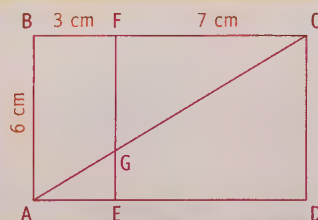
221 Faire une recherche Internet sur ce nombre et expliquer le lien avec ce tableau.



Piet Mondrian (1872-1944), Composition A, 1920, Galerie Nationale d'Art Moderne, Rome.

Prise d'initiatives

115 ABCD est un rectangle et les droites (EF) et (DC) sont parallèles. Donner la valeur exacte de GC.



Consigne

Vous présenterez votre démarche en faisant figurer toutes les pistes de recherche même si elles n'ont pas abouti.

116 Voir indications pour l'évaluation, p. 307.

DÉFIS, JEUX, CASSE-TÊTE

« Cette croix est bien fluette, dit-il.

– Elle occupe tout de même plus du quart de la surface du carré, rétorque l'orfèvre.

– Vous exagérez, c'est à peine si elle en occupe le cinquième ! »

Saurez-vous dire qui a raison ? Expliquez.



117 (D'après l'épreuve pratique de 3^e, académie de Versailles, 2008)

Objectif : tracer, avec un logiciel de géométrie, des segments de longueur $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, ..., $\sqrt{15}$.

➔ Voir « Utiliser un logiciel de géométrie », p. 318-319.

Tutoriel sur

www.3e.zeniusseleva-
magnard.fr

1 Construire

1. Créer un curseur n , entier (choisir un incrément égal à 1), variant de 2 à 15.

2. Nommer O l'origine du repère. Dans ce repère, placer les points A(1 ; 0) et B(n ; 0).
Pour cela, taper dans la fenêtre de saisie :
« A = (1,0) » et « B = (n,0) ».

3. Tracer le demi-cercle de diamètre [OB], puis la droite perpendiculaire à [OB] passant par A. Elle coupe le demi-cercle en un point C. Tracer les segments [OC] et [CB].

2 Conjecturer

4. Faire apparaître la valeur de AC^2 en écrivant dans la fenêtre de saisie : « Distance[A,C]² ».

5. Utiliser le curseur pour déplacer le point B. Faire une conjecture sur la longueur du segment [AC].

3 Démontrer

6. Justifier les égalités :

$$OC^2 = 1 + AC^2 ;$$

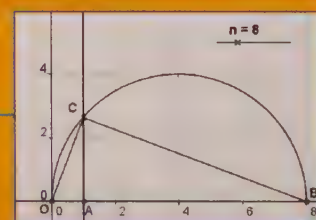
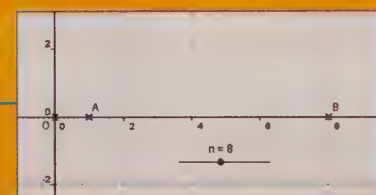
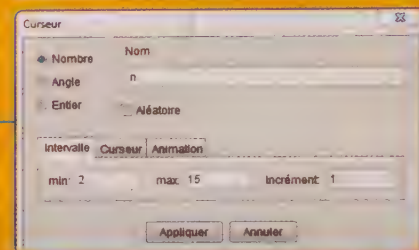
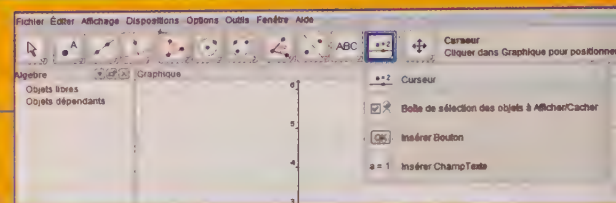
$$CB^2 = AC^2 + (n - 1)^2 ;$$

$$n^2 = OC^2 + CB^2.$$

7. En déduire que $AC^2 = n - 1$.

4 Appliquer

118 Comment placer B pour construire un segment [AC] de longueur $\sqrt{7}$?



Saisie: Distance[A,C]²

119 Comment placer B pour construire un segment [AC] de longueur $\sqrt{11}$?

Devoir A

120 Brevet (Asie, 2010)

On donne les nombres : $A = \frac{3}{4} - \frac{2}{3} + \frac{8}{15}$;

$$B = \frac{6 \times 10^{-2} \times 5 \times 10^2}{1,5 \times 10^{-4}} \text{ et } C = \sqrt{12} - 5\sqrt{3} + 2\sqrt{48}.$$

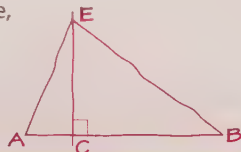
Pour les trois questions suivantes, on écrira au moins une étape de calcul.

1. Calculer A et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.
2. Calculer B et donner le résultat sous forme scientifique.
3. Écrire C sous la forme $a\sqrt{3}$, où a est un nombre entier.

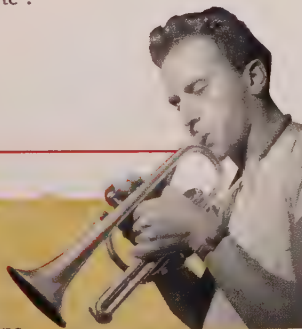
121 1. Calculer $(1 + \sqrt{3})^2$.

2. En déduire que $\sqrt{4 + 2\sqrt{3}} = \sqrt{3} + 1$.

122 Sur cette figure à main levée, les unités sont en centimètres.



1. Calculer EC. $AC = 2\sqrt{5}$; $CB = 10\sqrt{5}$; $AE = 6\sqrt{5}$
2. Calculer EB.
3. Calculer le périmètre du triangle AEB.
4. Calculer l'aire du triangle AEB.
5. Le triangle AEB est-il rectangle ?



Exposé

125 Le mot *racine*, que l'on rencontre dans le domaine des mathématiques, a une autre signification dans la vie quotidienne. Le poète et écrivain Boris Vian (1920-1959) s'en est amusé dans l'une de ses chansons dont voici le premier couplet :

*Il y a des racines de tout' les formes
Des pointues, des rond' et des difformes
Cell' de la guimauve est angélique
Il y a un Racin' qui est classique
Et la mandragore est diabolique
Mêm' s'il nous bassin' on n'y peut plus rien
Mais la racine que j'adore
Et qu'on extrait sans effort-eu
La racin'carrée c'est ma préférée...*

Racine carrée, paroles de Boris Vian et Christian Tison,
musique de Aimable et Claude Luter
© Warner Chappell Music France, 1957.

Devoir B

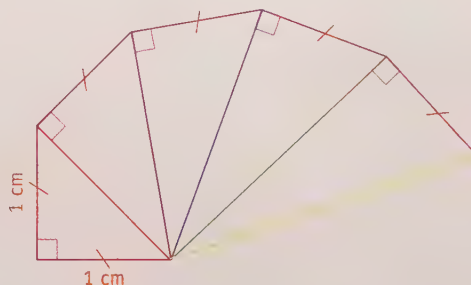
123 Brevet (Pondichéry, 2010)

On donne : $A = \frac{6}{5} - \frac{17}{14} + \frac{5}{7}$;

$$B = \frac{8 \times 10^8 \times 1,6}{0,4 \times 10^{-3}} \text{ et } C = (\sqrt{5} + \sqrt{10})^2 - 10\sqrt{2}.$$

1. Écrire A sous la forme d'une fraction irréductible.
2. Donner l'écriture scientifique de B.
3. Montrer que C est un nombre entier.

124 1. Calculer la longueur exacte des segments de couleurs.



2. En remarquant que $37 = 6^2 + 1$, construire à la règle et sans calculatrice un segment de longueur $\sqrt{37}$ cm.
3. De manière analogue, construire à la règle et sans calculatrice un segment de longueur $\sqrt{29}$ cm.

B2i

liens pour la recherche sur
[www.3e.zeniusleve.
magnard.fr/liens](http://www.3e.zeniusleve.magnard.fr/liens)

- ✖ Faire une recherche sur Boris Vian. Quelles études a-t-il suivies ? Quels métiers a-t-il exercés ?
- ✖ Donner le sens des mots *guimauve* et *mandragore*.
- ✖ Pour chaque mot *racine* rencontré dans ce texte, expliquer sa signification.
- ✖ Que veut dire *extraire une racine* ?
Chercher un exemple d'extraction de racine.

Compétence du socle commun évaluées dans cet exposé

Compétence	1 : La maîtrise de la langue française
Domaine	Lire.
Item	Utiliser ses capacités de raisonnement, ses connaissances sur la langue et savoir faire appel à des outils appropriés pour lire.
Pour l'évaluation	Je sais spécifier le sens d'un terme polysémique dans son contexte d'emploi. Je sais rechercher et vérifier des informations dans des encyclopédies, des revues, des documents numériques...

Je prépare le contrôle

Je révise le cours et les méthodes

Connaissances exigibles

- ✓ **SC** La définition de la racine carrée d'un nombre positif.
- ✓ Les propriétés $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$ et $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$.

Savoir faire à acquérir

- ✓ Utiliser la définition de la racine carrée d'un nombre positif. (→ exercices 126, 128, 130 et 136)
- ✓ **SC** Utiliser la calculatrice pour déterminer la racine carrée d'un nombre positif. (→ exercice 127)
- ✓ Transformer l'écriture d'un nombre en utilisant les propriétés de la racine carrée d'un nombre. (→ exercices 129, 131 à 135)

► Connaître le sens et l'orthographe de ces mots :

Racine carrée, radical, produit, quotient.

Je m'exerce

126 Écrire chaque expression sans radical.

$$\begin{array}{ll} A = \sqrt{81} & E = \sqrt{(17)^2} \\ B = 3\sqrt{49} & F = -\sqrt{(17)^2} \\ C = -\sqrt{25} & G = \sqrt{17^2} \\ D = -\sqrt{(-25)^2} & H = \sqrt{(-17)^2} \end{array}$$

127 **SC** En utilisant la calculatrice, donner l'arrondi au centième de ces nombres.

$$A = \sqrt{785,1} + \sqrt{45 \times 0,5}$$

$$B = \sqrt{\frac{514 - 2,1 \times 7,5}{84}}$$

128 Recopier et compléter le tableau.
 x est un nombre positif.

x			
$2x$	6		
$\sqrt{x}$			6
$\frac{x}{2}$		2	
x^2			25

129 Montrer que les nombres suivants sont entiers.

$$A = \sqrt{16 \times 49} \quad E = 2\sqrt{75} \times \sqrt{3}$$

$$B = \sqrt{2} \times \sqrt{32} \quad F = \frac{\sqrt{50}}{\sqrt{2}}$$

$$C = \sqrt{0,2} \times \sqrt{20} \quad G = \sqrt{64 + 36}$$

$$D = \sqrt{2,25 \times 6} \quad H = \sqrt{169 - 144}$$

130 Soit $A = 2x^2 + x + 7$.

Calculer A pour $x = 3 - \sqrt{5}$.

131 Écrire sous la forme $a\sqrt{b}$, avec a et b entiers, b le plus petit possible.

$$N = \sqrt{72} \quad P = \sqrt{128}$$

132 1. Écrire sous la forme $a\sqrt{7}$ les nombres $\sqrt{28}$ et $\sqrt{63}$.

2. En déduire une écriture de $S = -2\sqrt{63} + 4\sqrt{28}$ sous la forme $a\sqrt{7}$.

133 Écrire sous la forme $a\sqrt{b}$ (a et b entiers, b le plus petit possible) le nombre $A = 5\sqrt{27} - 2\sqrt{75} + 3\sqrt{3}$.

134 On donne $D = 3 - 5\sqrt{2}$ et $E = 7 + 2\sqrt{2}$.

Calculer $D - E$ et $D \times E$.

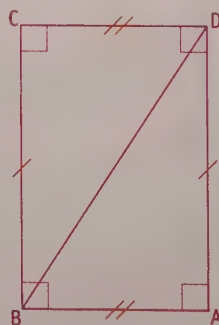
On donnera les résultats sous la forme $a + b\sqrt{2}$, où a et b sont des nombres entiers relatifs.

135 ABCD est un rectangle

tel que $AB = \sqrt{15}$ cm

et $BD = 5\sqrt{2}$ cm.

1. Calculer BC.
2. Calculer le périmètre du rectangle ABCD.
3. Déterminer l'aire du rectangle ABCD.



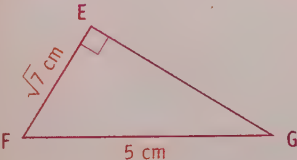
136 Le double de la racine carrée du triple d'un nombre est égal à 12.

Quel est ce nombre ?

Je m'évalue

QCM interactif sur
www.3e.zenitiseleve.
magnard.fr

Choisir la (ou les) bonne(s) réponse(s).

	a	b	c
137 La racine carrée de 100 est :	10.	50.	10 000.
138 $\sqrt{37}$ est compris entre :	18 et 19.	6 et 7.	5 et 6.
139 Un carré a pour aire 50 cm^2 . La longueur de son côté arrondie au dixième de centimètres est :	12,5.	7,1.	7,0.
140 $\sqrt{18} =$	9	4,24	$3\sqrt{2}$
141 Le nombre $\sqrt{(-8)^2}$:	n'existe pas.	est égal à 8.	est négatif.
142 $\sqrt{9 + 16} =$	5	25	$\sqrt{9} + \sqrt{16}$
143 $\sqrt{18} - \sqrt{8} =$	$\sqrt{2}$	$\sqrt{10}$	$5\sqrt{2}$
144 $(5\sqrt{2})^2 =$	10	50	100
145 Le double de $\sqrt{5}$ est égal à :	$\sqrt{10}$.	$2\sqrt{5}$.	$\sqrt{20}$.
146 $\sqrt{6} + \sqrt{24}$ est égal à :	$\sqrt{30}$.	$3\sqrt{6}$.	$2\sqrt{12}$.
147 $\sqrt{14} \times \sqrt{2} =$	$\sqrt{28}$.	$2\sqrt{7}$.	$4\sqrt{7}$.
148 $\frac{\sqrt{56}}{\sqrt{7}} =$	$\sqrt{8}$	8	$2\sqrt{2}$
149 $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{30}} =$	$\frac{1}{\sqrt{6}}$	$\frac{\sqrt{6}}{6}$	$\sqrt{\frac{1}{6}}$
150 $3\sqrt{7} + 2\sqrt{7} =$	$5\sqrt{7}$	$5\sqrt{14}$	5×7
151 $(3 + \sqrt{2})^2 =$	11	$11 + 6\sqrt{2}$	$17\sqrt{2}$
152 $(\sqrt{7} - \sqrt{3})^2 =$	4	$8\sqrt{21}$	$10 - 2\sqrt{21}$
153 EG = 	18 cm	$3\sqrt{2}$ cm	$32\sqrt{3}$ cm

Je m'exerce

126. $A = 9$ $B = 21$ $C = -5$ $D = -25$
 $E = 17$ $F = -17$ $G = 17$ $H = 17$

127. $A \approx 32,76$ $B \approx 2,44$

128.

x	3	4	5	36
$2x$	6	8	10	72
$\sqrt{x}$	$\sqrt{3}$	2	$\sqrt{5}$	6
$\frac{x}{2}$	$\frac{3}{2}$	2	$\frac{5}{2}$	18
x^2	9	16	25	1 296

129. $A = 28$; $C = 2$; $E = 30$; $G = 10$;
 $B = 8$; $D = 9$; $F = 5$; $H = 5$.

130. $A = 38 - 13\sqrt{5}$

131. $N = 6\sqrt{2}$; $P = 8\sqrt{2}$

132. 1. $\sqrt{28} = 2\sqrt{7}$ $\sqrt{63} = 3\sqrt{7}$ 2. $S = 2\sqrt{7}$

133. $A = 8\sqrt{3}$

134. $D - E = -7\sqrt{2} - 4$ $D \times E = 1 - 29\sqrt{2}$

135. 1. Dans le triangle BCD rectangle en C, on utilise le théorème de Pythagore.

$$BD^2 = CD^2 + BC^2$$

$$BC^2 = BD^2 - CD^2$$

$$BC^2 = 50 - 15 = 35$$

$$BC = \sqrt{35} \text{ cm}$$

2. $\mathcal{P}_{ABCD} = AB + BC + CD + DA = 2\sqrt{15} + 2\sqrt{35}$

3. $\mathcal{A}_{ABCD} = AB \times BC = \sqrt{15} \times \sqrt{35}$

$$\mathcal{A}_{ABCD} = \sqrt{5 \times 3} \times \sqrt{5 \times 7}$$

$$\mathcal{A}_{ABCD} = 5\sqrt{21} \text{ cm}^2$$

136. Soit x le nombre cherché.

$$2\sqrt{3x} = 12$$

$$\sqrt{3x} = 6$$

$$3x = 36$$

$$x = 12$$

Je m'évalue

	Réponse(s)	Commentaires	Revoir
137.	a	b. Il ne faut pas confondre la moitié de 100, qui est égale à 50, et la racine carrée de 100. c. Il ne faut pas confondre le carré et la racine carrée d'un nombre.	Cours, p. 72.
138.	b	On peut utiliser la calculatrice.	Activité 2, p. 70.
139.	b	Il faut déterminer la racine carrée de 50 en utilisant la calculatrice.	Cours, p. 72.
140.	c	a. Il ne faut pas confondre moitié et racine carrée. b. 4,24 est une valeur arrondie, mais n'est pas une valeur exacte de $\sqrt{18}$.	Cours, p. 72.
141.	b	$(-8)^2 = 64$ et $\sqrt{64} = 8$.	Cours, p. 72.
142.	a	b. $\sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5$ c. Il n'existe pas de règle sur l'addition des racines carrées.	Cours, p. 72.
143.	a	b. Il n'existe pas de règle sur la différence des racines carrées. c. $\sqrt{18} - \sqrt{8} = 3\sqrt{2} - 2\sqrt{2} = \sqrt{2}$	Cours, p. 72. Méthode 2, p. 75.
144.	b	$(5\sqrt{2})^2 = 5^2 \times \sqrt{2}^2 = 25 \times 2 = 50$	Méthode 1, p. 74.
145.	b et c	Il faut multiplier par 2 le nombre $\sqrt{5}$.	Cours, p. 72. Méthode 2, p. 75.
146.	b	Il n'existe pas de règle sur l'addition des racines carrées.	Cours, p. 72. Méthodes 2, p. 75 et 3, p. 76.
147.	a et b	Il faut utiliser la règle sur la multiplication de racines carrées.	Cours, p. 72. Méthode 2, p. 75.
148.	a et c	Il faut utiliser la règle sur la division de racines carrées.	Cours, p. 72. Méthode 2, p. 75.
149.	a, b et c	Il faut utiliser la règle sur la division de racines carrées.	Cours, p. 72. Méthode 2, p. 75.
150.	a	On peut compter les racines carrées.	Cours, p. 72. Méthode 3, p. 76.
151.	b	Il faut utiliser une identité remarquable.	Méthode 1, p. 74.
152.	c	Il faut utiliser une identité remarquable.	Méthode 1, p. 74.
153.	b	Il faut utiliser le Théorème de Pythagore.	Cours, p. 72.

Équations et inéquations

Objectifs

- Mettre en équation un problème.
- Résoudre une inéquation du premier degré à une inconnue et représenter ses solutions.
- Résoudre une équation produit.
- Résoudre une équation du type $x^2 = a$ avec a positif.

Je me rappelle

1 QCM : Choisir la (ou les) bonne(s) réponse(s).

	a	b	c
1 Une solution de l'équation $x + 7 = 0$ est :	0.	-7.	7.
2 Une solution de l'équation $7x = 0$ est :	0.	-7.	7.
3 Une solution de l'équation $2x + 1 = x$ est :	0.	-1.	1.
4 En ajoutant 7 aux deux membres de l'égalité $x - 7 = 2 + 5x$, on obtient :	$x = 2 + 12x$.	$x - 7 + 7 = 2 + 5x + 7$.	$x = 9 + 5x$.
5 En divisant les deux membres de l'égalité $-7x = 2$ par -7 , on obtient :	$x = \frac{-2}{7}$.	$-7x = \frac{2}{-7}$.	$\frac{-7x}{-7} = \frac{2}{-7}$.
6 Si x est un nombre tel que $x < 3$, alors x peut être égal à :	-2.	3.	1.
7 Si x est un nombre tel que $x \geq -1$, alors x peut être égal à :	-2.	-1.	0.
8 En soustrayant 3 aux deux membres de l'inégalité $x > 1$, on obtient :	$x - 3 < -2$.	$x - 3 > -2$.	$x > -2$.
9 En divisant par 2 les deux membres de l'inégalité $2x < -6$, on obtient :	$x < -8$.	$x < -3$.	$x > -3$.
10 En divisant par -2 les deux membres de l'inégalité $-2x < 6$, on obtient :	$x < 8$.	$x < -3$.	$x > -3$.
11 Si $x \leq 2$, alors :	$3x \leq 6$.	$-3x \leq -6$.	$-3x \geq -6$.
12 Si un nombre a pour carré 9, alors il peut être égal à :	3.	-3.	$\sqrt{9}$.
13 Si un nombre a pour carré 7, alors il peut être égal à :	$\sqrt{7}$.	$-\sqrt{7}$.	49.
14 La forme factorisée de $x^2 - 9$ est :	$(x - 9)(x + 9)$.	$(x - 3)(x + 3)$.	$(x - 3)^2$.

J'utilise un vocabulaire précis

exercice interactif sur

www.3e.zenioscolaire.magnard.fr

2 Recopier et compléter les phrases en utilisant les étiquettes. Attention, une étiquette peut servir plusieurs fois.

- $x > 3$ est une ... qui se lit : x est ... à 3.
- $x \geq 3$ est une ... qui se lit : x est ... à 3.
- $x < 3$ est une ... qui se lit : x est ... à 3.
- $x \leq 3$ est une ... qui se lit : x est ... à 3.

supérieur ou égal

strictement supérieur

inférieur ou égal

strictement inférieur

inégalité

Activité 1 Résolution d'une équation produit

- Proposer différents exemples de nombres a et b tels que $a \times b = 0$.
- Recopier et compléter les égalités :

a. $3 \times \dots = 0$ $a \times \dots = 0$, avec a un nombre non nul. b. $3 \times 0 = \dots$ $a \times 0 = \dots$	$\dots \times (-2) = 0$ $\dots \times b = 0$, avec b un nombre non nul. $0 \times (-2) = \dots$ $0 \times b = \dots$
---	---
- a. Recopier et compléter :
 Dire que $a \times b = 0$ revient à dire que $a = \dots$ ou $b = \dots$

b. Si $a \times b = 6$, peut-on en déduire de façon certaine la valeur prise par a ou par b ? Pourquoi ?
- On considère l'équation $(x + 1)(3 - x) = 0$.
 Cette équation s'appelle une **équation produit**.
 - Expliquer ce nom.
 - Quels sont les facteurs du premier membre de cette équation ?
 - Utiliser la question 3. pour résoudre l'équation $(x + 1)(3 - x) = 0$.

Ai-je bien compris ?

Recopier et compléter :

Dire qu'un ... de facteurs est nul revient à dire qu'au moins un des ... est

- Pour quelles valeurs de x a-t-on $(x + 2)(4 - x) = 0$? Expliquer.

Activité 2 Résolution d'une équation du type $x^2 = a$

Louis souhaite résoudre l'équation $x^2 = a$, avec a un nombre relatif qu'il choisit au hasard.

- Il choisit d'abord $a = -4$.
 Écrire l'équation obtenue. A-t-elle des solutions ? Pourquoi ?
- Il choisit ensuite $a = 0$.
 Écrire l'équation obtenue. Donner, si possible, une (ou des) solution(s).
- a. Il choisit $a = 64$. Écrire l'équation obtenue.

b. Pourquoi peut-on affirmer que l'équation $x^2 = 64$ a les mêmes solutions que l'équation $x^2 - 64 = 0$?

c. Factoriser le premier membre de l'équation $x^2 - 64 = 0$.

d. En déduire les solutions de l'équation $x^2 = 64$.
- Comment doit-il choisir a pour que l'équation possède au moins une solution ?
- a. Il choisit $a = 7$. Écrire l'équation obtenue.

b. Pourquoi peut-on affirmer que l'équation $x^2 = 7$ a les mêmes solutions que l'équation $x^2 - 7 = 0$?

c. Recopier et compléter : $7 = (\dots)^2$ et en déduire une factorisation du premier membre de l'équation $x^2 - 7 = 0$.

d. En déduire les solutions de l'équation $x^2 = 7$.

Ai-je bien compris ?

On considère les équations $x^2 = -16$ et $x^2 = 5$.

Dans chaque cas :

- L'équation a-t-elle des solutions ? Pourquoi ? Si oui, combien ?
- Résoudre, si possible, cette équation.

Activité 3 Découvrir une inéquation

Dans une fête foraine, pour participer à une attraction, on peut lire sur une pancarte :

Pour participer, le double de ta taille diminué de 30 cm doit être supérieur ou égal à 200 cm.

1. a. Mélanie mesure 110 cm. Peut-elle participer ? Justifier la réponse.
 b. Julien mesure 1,20 m. Peut-il participer ? Justifier la réponse.
 c. Émilien mesure 1,15 m. Peut-il participer ? Justifier la réponse.
 d. Y a-t-il plusieurs tailles qui conviennent ? Si oui, en donner trois exemples.
2. On note t la taille en centimètres d'une personne souhaitant participer à l'attraction.
 - a. Traduire le message de la pancarte par une inégalité avec t .

Les tailles t pour lesquelles l'inégalité est vérifiée s'appellent **les solutions de l'inéquation** $2t - 30 \geq 200$.
 t est l'**inconnue** de cette inéquation.

- b. Dédurre de la question 1. des solutions de l'inéquation.



Ai-je bien compris ?

- Associer chaque problème à une inéquation.

Problème A : Pour qu'une personne puisse visionner ce film, le triple de son âge augmenté de 2 ans doit être supérieur ou égal à 50 ans.

Problème B : Pour qu'une personne puisse sauter sur ce trampoline, le double de sa masse en kilogrammes diminué de 5 doit être inférieur ou égal à 25 kg.

- Les valeurs 15, 16 et 17 sont-elles des solutions de l'inéquation 2 ?

Inéquation 1 : $2x - 5 \leq 25$.

Inéquation 2 : $3x + 2 \geq 50$.

Activité 4 Résoudre une inéquation

On souhaite trouver tous les nombres x qui vérifient l'inégalité $-3x + 1 > 2$.

On dit que l'on souhaite **résoudre l'inéquation** $-3x + 1 > 2$.

1. Recopier et compléter, en précisant pour chaque ligne la règle utilisée :

$$\begin{array}{lcl}
 -3x + 1 > 2 & & \\
 \text{---} \dots & \xrightarrow{\text{---} \dots} & -3x \dots 1 \\
 \text{---} \dots & \xrightarrow{\text{---} \dots} & x \dots \frac{1}{-3}
 \end{array}$$

2. Dans ce qui précède, l'inéquation $-3x + 1 > 2$ a les mêmes solutions que l'inéquation de la dernière ligne. Recopier et compléter la phrase suivante :
 Les solutions de l'inéquation $-3x + 1 > 2$ sont les nombres strictement ... à ...

Ai-je bien compris ?

- Résoudre, en justifiant : $3x < -1$; $x + 2 > 4$; $-2x \leq 4$.

1 Équation du premier degré à une inconnue

⇒ Testez-vous avec les exercices 1 à 3.

Vocabulaire

- $7x + 21 = 14$ est une équation du **premier degré**, d'**inconnue** x .
- **Résoudre une équation**, c'est chercher toutes les valeurs d'un nombre inconnu qui vérifient l'égalité proposée.
- Ces valeurs sont les **solutions** de l'équation.

Propriétés

- Si on additionne ou soustrait un même nombre aux deux membres d'une équation, alors on obtient une équation qui a les mêmes solutions.
- Si on multiplie ou divise les deux membres d'une équation par un même nombre non nul, alors on obtient une équation qui a les mêmes solutions.

Exemple

$$\begin{array}{rcl}
 7x + 21 = 14 & & \\
 \xrightarrow{-21} & & \xrightarrow{-21} \\
 7x = -7 & & \\
 \xrightarrow{\div 7} & & \xrightarrow{\div 7} \\
 \frac{7x}{7} = -\frac{7}{7} & & \\
 x = -1 & &
 \end{array}$$

L'équation $7x + 21 = 14$ a les mêmes solutions que l'équation $x = -1$.
Donc, -1 est la solution de l'équation $7x + 21 = 14$.

2 Équation produit

⇒ Testez-vous avec les exercices 4 et 5.

Définition

Une **équation produit** est une équation du type $(ax + b) \times (cx + d) = 0$, avec a, b, c et d , des nombres relatifs.

Propriété

Dire qu'un produit de facteurs est nul revient à dire qu'au moins un des facteurs est nul.

Remarque : Cette propriété permet de résoudre une équation produit.

Exemple

$(3x - 7)(-4x + 1) = 0$ est une équation produit.

Exemples

- Si $3x - 7 = 0$ ou $-4x + 1 = 0$, alors $(3x - 7)(-4x + 1) = 0$.
- Si $(3x - 7)(-4x + 1) = 0$, alors $3x - 7 = 0$ ou $-4x + 1 = 0$.

Exemple

Les solutions de l'équation produit $(3x - 7)(-4x + 1) = 0$ sont les solutions de $3x - 7 = 0$ et $-4x + 1 = 0$.

3 Équations du type $x^2 = a$

⇒ Testez-vous avec les exercices 6 à 8.

Propriétés

- Si $a < 0$, alors l'équation $x^2 = a$ n'a pas de solution.
- Si $a = 0$, alors l'équation $x^2 = a$ admet 0 pour unique solution.
- Si $a > 0$, alors l'équation $x^2 = a$ admet deux solutions distinctes qui sont $-\sqrt{a}$ et $\sqrt{a}$.

Exemples

- L'équation $x^2 = -4$ n'a pas de solution, car un carré est positif ou nul.
- L'équation $x^2 = 0$ a pour unique solution 0.
- L'équation $x^2 = 3$ a deux solutions : $-\sqrt{3}$ et $\sqrt{3}$.

Remarque : L'équation $x^2 = a$, avec $a > 0$, a deux solutions opposées.

Testez votre compréhension du cours

1 Vrai ou faux ?

- a. L'équation $7x - 5 = 9$ a les mêmes solutions que l'équation $7x = 14$.
- b. L'équation $2x + 5 = 7x - 9$ a les mêmes solutions que l'équation $9x = -14$.
- c. L'équation $3x = 9$ a les mêmes solutions que l'équation $x = 3$.
- d. L'équation $3x - 1 = 12$ a les mêmes solutions que l'équation $x - 1 = 4$.
- e. L'équation $\frac{x}{6} + 1 = 5$ a les mêmes solutions que l'équation $x + 6 = 30$.

2 Qui a raison ?

Roxane

1,5 est solution de l'équation $-4x + 1 = 2x - 8$.

Mais non ! 1,5 est solution de l'équation $2x - 5 = -2$.

Matthieu

3 Qui a raison ?

Elsa

L'équation $2x + 3 = 2(x + 1) + 1$ a une infinité de solutions.

Mais non ! Elle n'en a aucune.

Guillaume

4 Le professeur écrit au tableau l'équation $(x + 2)(x + 3) = 6$. Voici les copies de deux élèves.

Thomas

donc $x + 2 = 6$ ou $x + 3 = 6$.

Nassim

donc $x + 2 = 0$ ou $x + 3 = 0$.

Qu'en pensez-vous ?

5 Le professeur écrit au tableau l'équation $(2x - 1)(3 - x) = 0$. Qui a raison ?

Marine

La solution est 0,5.

Fred

Une solution est 3.

La solution est 0,5 ou 3.

Véro

Les solutions sont 0,5 et 3.

Élise

6 Angel affirme qu'il est très facile de résoudre l'équation $x^2 = -3$. Et vous ?

7 Voici la copie de Jérôme répondant à la résolution de l'équation $x^2 = 9$.

$$\begin{array}{l} x^2 = 9 \\ \sqrt{x^2} = \sqrt{9} \\ x = 3 \end{array}$$

Qu'en pensez-vous ?

8 Le tableau a été en partie effacé avant que Chloé ait pu tout noter.

Résoudre $x^2 =$ Les solutions sont $\sqrt{13}$ et
--

Aidez Chloé à compléter ce qui a été effacé.

4 Inéquation du premier degré à une inconnue

a Vocabulaire

Testez-vous avec les exercices 9 et 10.

- **Résoudre une inéquation**, c'est déterminer toutes les valeurs d'un nombre inconnu qui vérifient l'inégalité proposée.
- Ces valeurs sont appelées les **solutions de l'inéquation**.

Exemples

Premier membre de l'inéquation

$4x - 1 \leq x + 5$ est une inéquation dont x est l'inconnue.

Second membre de l'inéquation

- Si $x = -1$, alors on a : d'une part, $4x - 1 = 4 \times (-1) - 1 = -4 - 1 = -5$; d'autre part, $x + 5 = -1 + 5 = 4$.

Or, $-5 \leq 4$, donc -1 est solution de l'inéquation $4x - 1 \leq x + 5$.

- Si $x = 2,5$, alors on a : d'une part, $4x - 1 = 4 \times 2,5 - 1 = 10 - 1 = 9$; d'autre part, $x + 5 = 2,5 + 5 = 7,5$.

Or, 9 n'est pas inférieur à $7,5$.

Donc $2,5$ n'est pas solution de l'inéquation $4x - 1 \leq x + 5$.

b Propriétés

Testez-vous avec les exercices 11 et 14.

Propriétés

a , b et c sont des nombres relatifs.

- $a + c$ et $b + c$ sont rangés dans le même ordre que le sont a et b .
- Si $c > 0$, alors ac et bc sont rangés dans le même ordre que le sont a et b .
- Si $c < 0$, alors ac et bc sont rangés dans l'ordre contraire à celui de a et b .

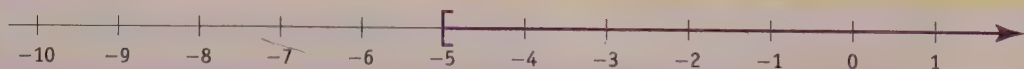
Exemples

- $x - 21 \leq 14$ $\xrightarrow{+21}$ $x \leq 35$
- $x \geq 2$ $\xrightarrow{\times 3}$ $3x \geq 6$
- $x \geq 2$ $\xrightarrow{\times (-3)}$ $-3x \leq -6$

c Représentation graphique

Testez-vous avec l'exercice 15.

Les solutions de l'inéquation $x \geq -5$ sont colorées en violet sur la droite graduée ci-dessous :



Le crochet est tourné vers la partie colorée en violet pour indiquer que -5 est une valeur qui convient.

Testez votre compréhension du cours

9 Traduisez chaque situation par une inéquation.

- Le double de la masse m en kilogrammes de Lucas diminué de 5 kg est strictement plus petit que 15 kg.
- Je vais x fois au cinéma dans le mois. Je souhaite qu'en payant un abonnement mensuel de 20 € et 5 € la séance, cela me coûte moins cher que si je payais 10 € par séance.
- J'ajoute 5 au double d'un nombre x et j'obtiens un nombre plus grand que le triple du nombre x .

11 a. Donnez l'inéquation obtenue quand on soustrait 10 à chaque membre de l'inéquation $2x + 10 \leq 5$.

b. Quelle propriété du cours permet d'affirmer que les deux inéquations précédentes ont les mêmes solutions ?

10 a. Le nombre 2 est-il solution de l'inéquation $2x - 4 > 6$?

Même question pour 4,5.

b. Le nombre -3 est-il solution de l'inéquation $7 - 3x \geq 4$?

Même question pour 1.

12 a. Donnez l'inéquation obtenue en divisant par 2 chaque membre de l'inéquation $2x > 1$.

b. Quelle propriété du cours permet d'affirmer que les deux inéquations précédentes ont les mêmes solutions ?

c. Donnez les solutions de l'inéquation $2x > 1$.

13 Maxime affirme que les solutions de l'inéquation $-2x < 3$ sont les mêmes que celles de l'inéquation $x < \frac{3}{-2}$.

A-t-il raison ? Justifiez votre réponse à l'aide d'une propriété du cours.

14 Le professeur a écrit au tableau l'inéquation $x + 3 \leq x + 1$.

Qui a raison ?

Il n'est pas possible de résoudre cette inéquation

Clément

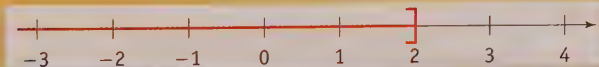
Julie

Cette inéquation n'a pas de solution !

0 est solution !

Séb

15 Pour chaque représentation, reliez l'ensemble des valeurs colorées en orange à une inégalité.



1

A

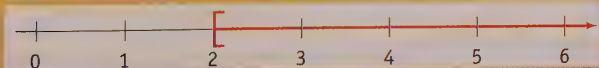
$x \geq 2$



2

B

$x > 2$



3

C

$x < 2$



4

D

$x \leq 2$

1 Résoudre une équation produit

Exercice Résoudre l'équation $(x - 6)(3x - 2) = 0$.

méthode animée sur
www.3e.zeniusleve.
magnard.fr

Solution

étape

1 J'observe le type d'équation concerné.

$$(x - 6)(3x - 2) = 0$$

Le second membre est 0.

1^{er} facteur

2nd facteur

C'est une équation produit.

$(x - 6)(3x - 2) = 0$ est une équation produit.

Les facteurs du premier membre

sont : $x - 6$ et $3x - 2$.

étape

2 Je rappelle la propriété du cours adaptée à la situation.

Dire qu'un produit de facteurs est nul revient à dire qu'au moins un des facteurs est nul.

étape

3 J'applique la propriété.

$$x - 6 = 0 \text{ ou } 3x - 2 = 0$$

étape

4 Je résous les deux équations du premier degré.

$$x - 6 = 0 \quad +6 \quad x = 6$$

ou

$$3x - 2 = 0 \quad +2 \quad 3x = 2 \quad \div 3 \quad x = \frac{2}{3}$$

étape

5 Je conclus.

Les solutions de $(x - 6)(3x - 2) = 0$ sont 6 et $\frac{2}{3}$.

J'applique

16 On considère l'équation $(x + 7)(x - 1) = 0$.

1. De quel type d'équation s'agit-il ? Expliquer la réponse.

2. Quels sont les deux facteurs du premier membre de cette équation ?

3. Recopier et compléter :

$(x + 7)(x - 1) = 0$ revient à dire que
... = 0 ou ... = 0.

4. Résoudre l'équation $(x + 7)(x - 1) = 0$.

17 Résoudre chaque équation.

1. $x(x + 2) = 0$ 2. $(2x - 1)(x - 7) = 0$

18 Résoudre chaque équation.

1. $7x(3 - x) = 0$ 2. $(-1 - 2x)(-x + 1) = 0$

19 Résoudre l'équation $(5x - 14)(3 - 10x) = 0$.

20 Résoudre l'équation $(1 + 3x)(x + 5) = 0$.

21 Résoudre l'équation $(6 + 4x)(15x + 25) = 0$.

Donner les solutions sous forme de fraction irréductible.

22 Résoudre l'équation $(13 + 26x)(9x + 12) = 0$.

Donner les solutions sous forme de fraction irréductible.

23 Résoudre l'équation $(1 + 4x)\left(x + \frac{1}{5}\right) = 0$.

24 Résoudre l'équation $\left(-\frac{1}{5} + x\right)(-x + 2) = 0$.

25 Résoudre l'équation $(4x - 12)\left(-\frac{4}{3}x + 3\right) = 0$.

26 Résoudre l'équation $\left(\frac{4}{3}x - 8\right)\left(\frac{5}{7}x + 3\right) = 0$.

27 On considère l'équation $(2x - 1)^2 = 0$.

1. S'agit-il d'une équation produit ? Expliquer.

2. Résoudre cette équation.

28 On considère l'équation

$$2(3x - 1) + (5 - x)(3x - 1) = 0$$

1. Factoriser le premier membre de cette équation.

2. Résoudre $(3x - 1)(7 - x) = 0$.

3. En déduire les solutions de l'équation

$$2(3x - 1) + (5 - x)(3x - 1) = 0$$

29 On considère l'équation $x^2 + 4x + 4 = 0$.

1. Factoriser le premier membre de cette équation.

2. Que vaut le second membre de cette équation ?

À quel type d'équation s'est-on ramené ?

3. Résoudre cette équation.

méthode 2 Résoudre une inéquation et représenter ses solutions

Exercice Résoudre l'inéquation $6 - 5x \leq 1 - 3x$, puis représenter les solutions sur une droite graduée.

Solution

$$6 - 5x \leq 1 - 3x$$

étape 1 Pour regrouper les termes en x dans le premier membre de l'inéquation, j'ajoute $3x$ aux deux membres de l'inéquation. Puis, je réduis chaque membre de l'inéquation.

$$6 - 5x + 3x \leq 1 - 3x + 3x$$

$$6 - 2x \leq 1$$

Le sens de l'inégalité ne change pas.

étape 2 Pour isoler x dans le premier membre de l'inéquation, je soustrais 6 aux deux membres. Puis, je réduis chaque membre de l'inéquation.

$$6 - 2x - 6 \leq 1 - 6$$

$$-2x \leq -5$$

Le sens de l'inégalité ne change pas.

étape 3 Pour obtenir x , je divise chaque membre de l'inéquation par -2 .

$$\frac{-2x}{-2} \geq \frac{-5}{-2}$$

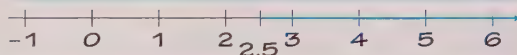
$$x \geq 2,5$$

Le sens de l'inégalité change.

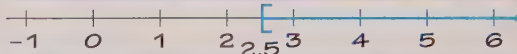
étape 4 Je conclus.

La solution de l'inéquation est l'ensemble des nombres supérieurs ou égaux à 2,5.

étape 5 Sur une droite graduée, je colore en bleu les valeurs supérieures à 2,5.



2,5 est une solution. Je mets sur la graduation 2,5 un crochet tourné vers la zone colorée.



J'applique

30 On considère l'inéquation $x + 7 \geq -5$.

1. a. Recopier et compléter :

Pour isoler x dans le premier membre, je dois ... 7 aux deux membres de l'inéquation.

b. Cela change-t-il le sens de l'inégalité ?

2. Recopier et compléter la résolution ci-dessous :

$$\begin{array}{rcl} x + 7 & \geq & -5 \\ x + 7 \dots \dots -5 \dots & & \dots 7 \\ x \dots \dots & & \end{array}$$

3. Décrire par une phrase l'ensemble des solutions de l'inéquation $x + 7 \geq -5$.

4. Représenter les solutions sur une droite graduée.

31 Résoudre l'inéquation $x - 5 > 4$ et représenter les solutions sur une droite graduée.

32 On considère l'inéquation $-6x < 24$.

1. Recopier et compléter la résolution ci-dessous :

$$\begin{array}{rcl} -6x & < & 24 \\ \dots -6 & & \dots -6 \\ \hline -6x & & 24 \\ -6 \dots \dots -6 & & \\ x \dots \dots & & \end{array}$$

2. Représenter les solutions sur une droite graduée.

33 Résoudre l'inéquation $-5x > 4$ et représenter les solutions sur une droite graduée.

34 On considère l'inéquation $2x + 7 \leq 5x - 8$.

1. Montrer que cette inéquation a les mêmes solutions que l'inéquation $-3x \leq -15$.

2. Résoudre l'inéquation $-3x \leq -15$ et conclure.

35 Résoudre l'inéquation $-4x + 1 > 2x - 5$. Représenter les solutions sur une droite graduée.

Utiliser le vocabulaire

36 Dire si les équations suivantes sont du premier degré ou non.

1. $3(x+2) + (x-2) = 0$ 4. $(x+1)(5+2x) = 2x^2 - 3$

2. $x + 2x^2 - 7 = 3$ 5. $(x+1)^2 = 3$

3. $(x-1)(5+2x) = 0$

37 On considère l'inéquation $2x + 1 \leq 3$.

Recopier et compléter :

- La lettre x est appelée ...
- L'expression $2x + 1$ est le premier ...
- L'ensemble des nombres inférieurs ou égaux à 1 est l'ensemble des ...

38 On considère l'inéquation $3x - 1 \geq 7 - 3x$.

- Quelle est l'inconnue de cette inéquation ?
- Quel est le premier membre ?
- Quel est le second membre ?

39 Recopier et compléter :

Les nombres x tels que $x < 2$ sont l'ensemble des nombres ... à 2.
 Les nombres x tels que $x \geq 2$ sont l'ensemble des nombres ... à 2.
 Les nombres x tels que $x > 2$ sont l'ensemble des nombres ... à 2.
 Les nombres x tels que $x \leq 2$ sont l'ensemble des nombres ... à 2.

Résoudre une équation du premier degré

40 Résoudre chaque équation.

a. $-5 + x = 3$ b. $x - 8 = 12$

41 Résoudre chaque équation.

a. $-2x = 14$ b. $4x = 17$

42 Résoudre chaque équation.

a. $3x - 5x = 19$ b. $-3x + 2x = 21$

43 Résoudre chaque équation.

a. $\frac{4}{7}x = 8$ b. $\frac{5}{3}x = 3$

44 Résoudre chaque équation.

a. $-3 + 5x = 12$ b. $4 - 3x = 8$

45 Résoudre chaque équation.

a. $-3 + 5x = 12 + 3x$ b. $4 - 3x = 8 + 5x$

46 On considère l'équation $8(3-x) + 4x - 8 = 11$.

- Développer et réduire le premier membre.
- Résoudre l'équation $8(3-x) + 4x - 8 = 11$.

47 On considère l'équation $3(x+4) = 4(-8+x)$.

- Développer et réduire les deux membres de cette équation.
- Résoudre l'équation $3(x+4) = 4(-8+x)$.

48 Résoudre l'équation $3(2-3x) - (4+5x) = 0$.

Résoudre une équation produit

méthode 1

➔ Premiers exercices d'application : 16 à 29 p. 94.

49 Résoudre l'équation $(0,5x + 3)(2x - 3) = 0$.

50 Résoudre l'équation $(x - 1)^2 = 0$.

51 On considère l'équation $(x - \sqrt{2})(x - \sqrt{3}) = 0$.

- De quel type d'équation s'agit-il ? Justifier.
- Résoudre cette équation.

52 Donner une équation produit pour laquelle 2 et 3 sont solutions.

53 On considère l'équation $2(3 - 2x)(1 + 5x) = 0$.

- De quel type d'équation s'agit-il ? Justifier.
- Résoudre cette équation.

54 Le professeur a donné au tableau une résolution de l'équation $2x(3-x)(7x+1) = 0$.

Recopier et compléter cette résolution.

Le premier membre est le produit de trois facteurs ..., ... et ... Le second membre est ...
 Donc, c'est une ...
 Or, dire qu'un produit de facteurs est nul revient à dire qu'au moins un des facteurs est nul.
 Donc ... = 0 ou ... = 0 ou ... = 0.
 $x = \dots$ ou $x = \dots$ ou $x = \dots$
 Les solutions de $2x(3-x)(7x+1) = 0$ sont ...

55 Résoudre l'équation

$(7-x)(32+16x)(4x-8) = 0$.

Je calcule mentalement

69 Le nombre $\frac{3}{2}$ est-il solution de l'équation $(2x-3)(11x-15) = 0$?

70 Le nombre $\frac{-7}{8}$ est-il solution de l'équation $(12x-30)(8x+7) = 0$?

71 Donner les solutions de chaque équation.

- $123x(x-9) = 0$
- $(6x+24)(7x-42) = 0$
- $(-9-x)(x+10) = 0$
- $9x(38-2x) = 0$

72 Donner les solutions de chaque équation.

- $(x-2)(x-88) = 0$
- $(-2x-52)(-9+x) = 0$
- $(-8x-72)(16+2x) = 0$
- $(8x-56)(32-x) = 0$

Résoudre une équation se ramenant à une équation produit

56 On considère l'équation $3x^2 + 7x = 0$.

- Factoriser le premier membre de cette équation.
- En déduire sa résolution.

57 Résoudre chaque équation.

a. $2x - 3x^2 = 0$ b. $4x^2 - 5x = 0$

58 On donne $A = (x - 2)^2 + (x - 2)(5 - 2x)$.

- Prouver que l'expression factorisée de A est $(x - 2)(-x + 3)$.
- Résoudre l'équation $A = 0$.

59 On considère l'équation $x^2 + 6x + 9 = 0$.

- Factoriser le premier membre de cette équation.
- En déduire la résolution de cette équation.

60 On donne $A = (2x + 1)^2 - 9$.

- Factoriser A en utilisant une identité remarquable.
- En déduire la résolution de l'équation $A = 0$.

61 1. Développer $(x + 1)(x - 2)$.

- En déduire la résolution de l'équation $x^2 - x - 2 = 0$.

62 On donne $A = (2x + 1)^2 - (x + 5)^2$.

- Factoriser A en utilisant une identité remarquable.
- En déduire la résolution de l'équation $A = 0$.

Résoudre une équation du type $x^2 = a$

63 Donner deux nombres dont le carré est 36.

64 Résoudre l'équation $x^2 = 18$. Donner les réponses sous la forme $a\sqrt{b}$, avec b entier le plus petit possible.

65 QCM : Choisir la (ou les) bonne(s) réponse(s).

	a	b	c
1 L'équation $x^2 - 4 = 0$ admet :	deux solutions - 4 et 4.	une solution 2.	deux solutions - 2 et 2.
2 L'équation $x^2 = 8$ admet :	deux solutions 64 et - 64.	une solution $\sqrt{8}$.	deux solutions $2\sqrt{2}$ et $-2\sqrt{2}$.
3 L'équation $x^2 = 36$ admet :	deux solutions 6 et - 6.	aucune solution.	deux solutions 36 et - 36.

73 Donner le côté d'un carré si :

- son périmètre est 5 cm ;
- son périmètre est 9 cm ;
- son périmètre est 10 cm.

74 Donner le côté d'un carré si :

- son aire est 9 cm^2 ;
- son aire est 64 cm^2 ;
- son aire est 121 cm^2 .

75 1. Le nombre 0 est-il solution de l'inéquation $2x - 1 \leq 1$?

2. Le nombre $\frac{1}{2}$ est-il solution de l'inéquation $2x - 1 \leq 1$?

3. Le nombre $\frac{3}{2}$ est-il solution de l'inéquation $2x - 1 \leq 1$?

Résoudre des problèmes avec des équations

66 **SC** **Prise d'initiatives** D'après le document ressource du socle commun, mai 2011

Emma et Zoé ont chacune une calculatrice.

Elles commencent par taper le même nombre.

Ensuite, Emma a appuyé sur les touches :

$\times$ 2 $+$ 3 $=$

et Zoé a appuyé sur les touches :

$-$ 2 $\times$ 4 $+$ 8 $=$

Surprise ! Elles obtiennent le même résultat !

Quel nombre ont-elles bien pu choisir ?

67 Siheme pense à un nombre et dit : « Soustraire 3 à ce nombre ou le diviser par 3 donne le même résultat. » Elle demande à Wissem quel est le nombre auquel elle pense.

1. Le nombre 3 convient-il ? et le nombre 2 ?

2. On note x le nombre auquel Siheme pense.

a. Exprimer en fonction de x la première opération.

b. Exprimer en fonction de x la deuxième opération.

c. En déduire une équation traduisant la situation.

d. Résoudre cette équation.

3. Que doit répondre Wissem ?

68 Voici deux programmes de calcul.

Programme A	Programme B
- Choisir un nombre de départ. - Lui ajouter 5. - Multiplier la somme par 3.	- Choisir un nombre de départ. - Le multiplier par 4. - Soustraire 3 au produit.

1. On souhaite appliquer le programme à un nombre x et trouver 7.

- Traduire cette situation par une équation d'inconnue x .
- Résoudre cette équation, puis conclure.

2. On souhaite trouver $-\frac{7}{3}$ avec le programme de calcul B.

- Traduire cette situation par une équation d'inconnue x .
- Résoudre cette équation, puis conclure.

3. On souhaite trouver un nombre de départ x pour lequel le résultat est le même avec le programme A ou B.

- Traduire cette situation par une équation d'inconnue x .
- Résoudre cette équation, puis conclure.

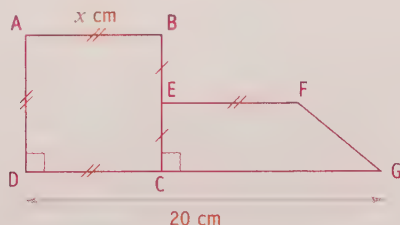
76 Le nombre $\frac{5}{2}$ est-il solution de l'inéquation $2x - 1 \leq 1$?

77 Résoudre l'inéquation $3x - 1 > 2,75$.

78 Résoudre l'inéquation $5x - 7 \geq 9 + 4x$.

Résoudre des problèmes avec des équations

79 ABCD est un carré dont le côté mesure x cm et CEFG est un trapèze rectangle. $AB = EF$, le point E est le milieu du segment [BC] et $GD = 20$ cm.



1. Exprimer en fonction de x l'aire du carré ABCD.
2. a. Exprimer en fonction de x la longueur CE.
b. Prouver que l'aire du trapèze CEFG est $5x \text{ cm}^2$.
3. L'aire du carré ABCD et l'aire du trapèze CEFG sont égales. Donner une équation traduisant la situation.
4. a. Résoudre cette équation en utilisant une équation produit.
b. Conclure.

Tester des valeurs dans une inéquation

80 On considère l'inéquation $7x - 3 \geq 6 - x$.

1. a. Calculer la valeur de $7x - 3$ pour $x = 1$.
b. Calculer la valeur de $6 - x$ pour $x = 1$.
c. Que peut-on en déduire ?
2. Reprendre les questions précédentes pour $x = 2$.

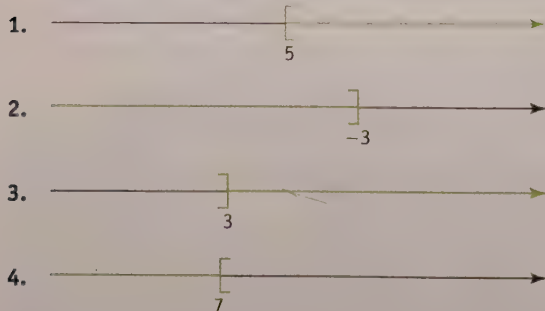
81 Montrer que 4 est une solution de l'inéquation $7 - x \leq 2x - 3$ sans la résoudre.

82 Dire si le nombre -5 est une solution de l'inéquation $x - 4 < 3x + 5$ sans la résoudre.

Représenter des solutions

► Premiers exercices d'application : 80 à 85 p. 95.

83 Dans chaque cas, donner une inéquation dont l'ensemble des solutions est coloré en vert.



84 Représenter graphiquement les solutions des inéquations suivantes.

1. $x < 2$
2. $x > 3$
3. $x \leq -2$
4. $x \geq 4$

Résoudre une inéquation du premier degré

► Premiers exercices d'application : 80 à 85 p. 95.

85 1. Résoudre l'inéquation $4x - 7 < 2x + 5$.

2. Représenter graphiquement ses solutions.

86 Résoudre chaque inéquation.

- a. $3x + 7 \geq 2x + 5$
- b. $4x - 11 > 21 - 4x$
- c. $13 - 5x \leq 3x - 27$
- d. $9 - 3x < -2x + 23$

87 Résoudre chaque inéquation.

- a. $\frac{3}{4}x + \frac{5}{4} \leq \frac{11}{4} + \frac{1}{4}x$
- b. $\frac{2}{3}x - \frac{1}{7} \geq \frac{6}{7} + \frac{4}{3}x$

88 Résoudre chaque inéquation.

- a. $3(x + 2) < 5(x + 3)$
- b. $7(-2x + 5) > 3(8 - 5x)$
- c. $2(x - 9) \geq 6 + 4(x - 5)$
- d. $-2(2x - 1) \leq 3(1 - x) + 3x - 5$

Résoudre des problèmes avec des inéquations

89 Un club de gymnastique propose deux tarifs d'entraînement :

Tarif A : 9 € par séance.

Tarif B : Abonnement annuel de 100 €, puis 5 € par séance. On note x le nombre de séances. On souhaite savoir à partir de combien de séances le tarif B devient plus avantageux que le tarif A.

1. Exprimer en fonction de x le prix payé avec le tarif A.
2. Exprimer en fonction de x le prix payé avec le tarif B.
3. En déduire une inéquation traduisant la situation.
4. Résoudre cette inéquation.
5. Conclure.

90 La RATP propose différents tarifs pour prendre le métro, le bus ou le RER dans Paris :

- **Ticket à l'unité** : 1,70 € le trajet.
 - **Carte à la semaine** : 18,95 € pour des trajets illimités.
- François ne sait pas quel type de ticket choisir. Pour se décider, il calcule le nombre de trajets minimum qu'il doit faire pour rentabiliser une carte à la semaine.
1. On note x le nombre de voyages effectués par François en une semaine.
 - a. Exprimer en fonction de x le coût de ses trajets s'il utilise des tickets à l'unité.
 - b. En déduire une inéquation traduisant la situation.
 - c. Résoudre cette inéquation.
 - d. Conclure.
2. Son séjour à Paris est prolongé. Il existe aussi une carte d'abonnement mensuel pour 62 € avec trajets illimités. Il a compté qu'il faisait en moyenne 70 trajets par mois. En considérant qu'un mois compte 4 semaines, quelle formule de paiement est la plus avantageuse pour lui ?



Exercice (Métropole, 2010)

12 min

A	B
x	$x^2 + x - 2$
-5	18
-4,5	13,75
-4	10
-3,5	6,75
-3	4
-2,5	1,75
-2	0
-1,5	-1,25
-1	-2
-0,5	-2,25
0	-2
0,5	-1,25
1	0
1,5	1,75
2	4
2,5	6,75
3	10
3,5	13,75
4	18
4,5	22,75
5	28

On a calculé, en colonne B, les valeurs prises par l'expression $x^2 + x - 2$ pour les valeurs de x inscrites en colonne A.

On souhaite résoudre l'équation d'inconnue x : $x^2 + x - 2 = 4$.

1. Margot dit que le nombre 2 est solution.

A-t-elle raison ? Justifier la réponse.

2. Léo pense que le nombre 18 est solution.

A-t-il raison ? Justifier la réponse.

3. Peut-on trouver une autre solution ?

Justifier la réponse.

Solution

1. À l'aide du tableau, on voit que pour $x = 2$, $x^2 + x - 2 = 4$.

2 est solution de l'équation $x^2 + x - 2 = 4$.
Margot a donc raison.

2. Pour $x = 18$, on a :

$$x^2 + x - 2 = 18^2 + 18 - 2 = 340.$$

$340 \neq 4$, donc 18 n'est pas solution de l'équation $x^2 + x - 2 = 4$.

Léo a donc tort.

3. À l'aide du tableau, on constate que pour $x = -3$, $x^2 + x - 2 = 4$.

Donc -3 est une autre solution de l'équation $x^2 + x - 2 = 4$.

Je m'assure de bien comprendre le tableau pour pouvoir l'utiliser.

J'analyse l'énoncé. Cette équation n'est pas du premier degré. Ce n'est pas non plus une équation produit.

Je suis astucieux(se). Pour les questions 1. et 3., je peux m'aider du tableau en repérant la valeur 4 dans la colonne B.

Je rédige correctement. Je n'oublie pas la « phrase réponse », en répondant à la question : « A-t-elle raison ? »

Ici, je ne peux pas utiliser le tableau. Je teste donc la valeur 18 pour l'équation donnée.

91 (Pondichéry, 2011)

On donne l'expression $A = (2x + 1)(x - 5)$.

1. Développer et réduire A.

2. Calculer A pour $x = -3$.

3. Résoudre l'équation $A = 0$.

92 (Antilles, 2008)

On considère l'expression $D = (2x + 3)^2 + (x - 5)(2x + 3)$.

1. Développer et réduire l'expression D.

2. Factoriser l'expression D.

3. Résoudre l'équation $D = 0$.

93 (Centres étrangers, 2011)

On donne $A = (x - 3)^2 + (x - 3)(1 - 2x)$.

1. Développer et réduire A.

2. Prouver que l'expression factorisée de A est : $(x - 3)(-x - 2)$.

3. Résoudre l'équation $A = 0$.

94 (Pondichéry, 2010)

QCM : Choisir la (ou les) bonne(s) réponse(s).

	a	b	c
Quelles sont les solutions de l'équation $(x - 5)(3x + 4) = 0$?	$\frac{4}{3}$ et 5.	$-\frac{4}{3}$ et 5.	$\frac{4}{3}$ et -5.

95 (Amérique du Nord, 2009)

On donne le programme de calcul suivant :

- Choisir un nombre.
- Multiplier ce nombre par 4.
- Ajouter 6.
- Écrire le résultat.

1. Calculer la valeur exacte du résultat obtenu lorsque :

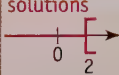
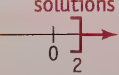
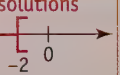
a. le nombre choisi est 1,2 ;

b. le nombre choisi est x .

2. Quel nombre doit-on choisir pour que le résultat soit égal à 15 ?

96 (Pondichéry, 2011)

QCM : Choisir la (ou les) bonne(s) réponse(s).

	a	b	c
La représentation graphique des solutions de l'inéquation $7x - 5 < 4x + 1$ est :			

J'approfondis

97 On considère l'équation $(x - 6)^2 = 25$.

1. Factoriser $(x - 6)^2 - 25$.

2. En déduire la résolution de l'équation $(x - 6)^2 = 25$.

98 Résoudre l'équation $(x - 7)^2 = 81$.

99 Brevet (Centres étrangers, 2009)

Anatole affirme : « Pour tout nombre entier naturel n , l'expression $n^2 - 24n + 144$ est toujours différente de zéro. » A-t-il raison ?

100 Deux expressions pour une équation

On donne $B = x^2 - 4$

et $C = (x + 2)(3x + 1) - (2x^2 + 7x + 6)$.

1. Prouver que $B = C$.

2. Résoudre l'équation $C = 0$.

101 On donne $E = (x - 2)(7 - 3x) - (4 - x)(7 - 3x)$.

1. Développer E .

2. Factoriser E .

3. Résoudre l'équation $E = 0$.

4. Résoudre l'équation $E = -42$.

102 Avec des identités remarquables

On donne $F = (3x + 4)^2 - 3(9x^2 - 16)$.

1. Développer et réduire F .

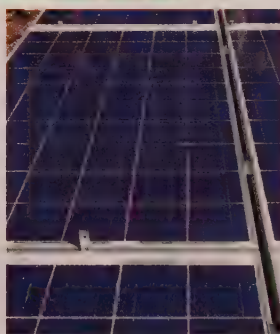
2. Factoriser F .

3. Résoudre $F = 0$.

103 Mathématiques et Développement durable

Un capteur photovoltaïque permet de transformer l'énergie solaire en énergie électrique.

Pour des surfaces S de panneaux à installer, la puissance photovoltaïque P d'une installation peut être donnée par la relation suivante : $P = 90 \times S^2$, avec P exprimée en watts et S , en mètres carrés.



1. Calculer, en watts, la puissance de l'installation pour une surface de panneaux de 5 m^2 .

2. Calculer, en mètres carrés, la surface de panneaux nécessaire pour produire une puissance photovoltaïque de 100 W . Arrondir le résultat à l'unité.

3. Pour son appartement en région parisienne, Delphine calcule que, pour chauffer sa salle de bain de volume 9 m^3 à 22°C , il lui faudrait une puissance de 571 W . Quelle surface de panneaux, en mètres carrés, lui serait alors nécessaire ? Arrondir le résultat à l'unité.

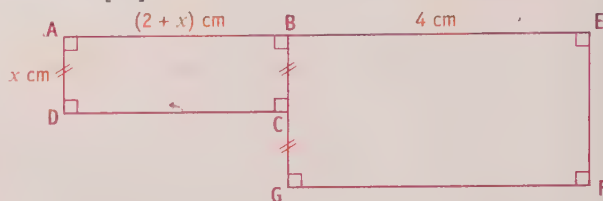
104 Inéquations du premier degré cachées

Résoudre chaque inéquation.

a. $x(x - 1) - 6 \leq (x - 3)(x + 7) + 4x$

b. $(5 - x)^2 + 8x \geq (x - 3)(3 + x)$

105 ABCD et BEFG sont des rectangles et C est le milieu de [BG].



1. a. Exprimer en fonction de x l'aire du rectangle ABCD, puis celle du rectangle BEFG.

b. Donner, si possible, les valeurs de x pour lesquelles les rectangles ABCD et BEFG ont la même aire.

2. a. Pour quelle valeur de x le périmètre du rectangle ABCD est-il égal à 16 cm ?

b. Quel est alors le périmètre du rectangle BEFG ?

106 Mathématiques et Commerce

(D'après BEP, 2010)

Après la mise en vente d'un nouvel article de sport, un commerçant a vendu :

- 320 articles au cours du 1^{er} mois ;

- 432 articles au cours du 2^e mois ;

- 544 articles au cours du 3^e mois.

1. Calculer le nombre d'articles vendus au cours du 4^e mois en supposant que les ventes suivent la même progression.

2. On suppose que les ventes continuent à suivre la même progression. Montrer que le nombre d'articles vendus au cours du n^{e} mois est $112n + 208$.

3. Calculer le nombre prévisible d'articles vendus au cours du treizième mois.

4. Pour déterminer le mois au cours duquel le nombre prévisible d'articles vendus est strictement supérieur à $2\,448$:

a. Résoudre l'inéquation $112x + 208 > 2\,448$.

b. Donner la signification du résultat obtenu.

Prise d'initiatives

107 Deux véhicules, l'un en motorisation essence et l'autre en motorisation diesel, ont les caractéristiques constructeurs données dans le tableau ci-dessous.

Modèle	Véhicule essence	Véhicule diesel
Prix à l'achat (en euros)	21 550	24 100
Consommation moyenne aux 100 km (en litres)	6,4	4,2
Prix (en euros) du litre de carburant consommé	1,449	1,339

Déterminer la distance parcourue x (exprimée en milliers de kilomètres) à partir de laquelle le surcoût à l'achat d'un véhicule diesel est amorti.

Consigne

Vous présenterez votre démarche en faisant figurer toutes les pistes de recherche même si elles n'ont pas abouti.

Voir indications pour l'évaluation p. 307.

Devoir A

108 Résoudre chaque équation.

- $x - 2(3x - 8) = 0$
- $(x - 2) + (3x - 8) = 0$
- $(x - 2)(3x - 8) = 0$
- $(x - 2)(3x - 8) = 16$ (On pourra commencer par développer le premier membre.)
- $(x - 2)(3x - 8) = -14x$.

109 On donne $D = (2x + 1)^2 - (x - 3)(2x + 1)$.

- Développer et réduire D.
- Factoriser D.
- Résoudre l'équation $D = 0$.
- Résoudre l'équation $D = 4$.
- Montrer que D est un entier pour $x = -\frac{3}{2}$.

110 Un opérateur de téléphonie mobile propose deux forfaits différents :

- **Forfait 1** : 7 € par mois et 0,20 € par minute de communication.
 - **Forfait 2** : 0,40 € par minute de communication.
- Un abonné consomme une demi-heure de communication mensuelle.
 - Calculer, pour chaque forfait, le prix mensuel à payer par l'abonné.
 - Indiquer le forfait le plus intéressant pour cet abonné.
 - On note x le nombre de minutes de communication.
 - Exprimer, en fonction de x , le prix mensuel à payer dans le forfait 1.
 - Exprimer, en fonction de x , le prix mensuel à payer dans le forfait 2.
 - Quelle équation doit-on résoudre pour que le prix mensuel à payer soit identique pour les deux forfaits ?
 - La résoudre. Indiquer alors le forfait le plus intéressant pour un abonné qui dépasse le temps de communication trouvé.

Exposé

114 Les symboles permettant la comparaison entre les objets sont arrivés tardivement dans l'histoire des mathématiques. Pierre Bouguer, mathématicien, physicien et hydrographe français, né en 1698 et mort en 1758, fut le premier à utiliser des symboles proches de $\leq$ et $\geq$.



Expérience de Pierre Bouguer au dôme des Invalides (Paris).

❌ Qui a introduit les symboles $>$ et $<$?
À quelle époque ?

Devoir B

111 Résoudre chaque équation.

- $21x^2 + 26x + 8 = 21x^2$
- $3x + 2(7x + 4) = 0$
- $(3x + 2) + (7x + 4) = 0$
- $(3x + 2)(7x + 4) = 0$
- $(3x + 2)(7x + 4) = 8$
- $(3x + 2)(7x + 4) = 26x$

112 On donne $A = (3x - 1)(4x - 3) - (9x^2 - 6x + 1)$.

- Factoriser $9x^2 - 6x + 1$, en utilisant une identité remarquable.
- En déduire la factorisation de A.
- Développer, réduire et simplifier A.
- Utiliser les questions précédentes pour résoudre l'équation $3x^2 - 7x + 2 = 0$.

113 À la suite d'une augmentation importante du nombre d'inscriptions à la crèche, la mairie d'une ville prévoit la construction d'une deuxième crèche pour un budget maximal de 1 300 000 €.

La mairie s'adresse à une société qui propose deux formules :

- **Formule A** : terrain au prix de 400 000 € et 1 500 € par mètre carré de construction.
 - **Formule B** : 2 500 € par mètre carré comprenant le terrain et la construction.
- Calculer, en euros, le prix à payer pour une surface de 300 m² avec chaque formule.
 - En déduire la formule la plus économique pour une surface de 300 m².
 - On note x la surface en mètres carrés.
 - Exprimer, en fonction de x , le prix à payer avec la formule A, puis celui à payer avec la formule B.
 - Résoudre une inéquation permettant de déterminer la formule la plus avantageuse suivant la surface x de construction.
 - Pour une surface de 500 m², en utilisant la formule la plus économique, la mairie de cette ville pourra-elle réaliser son projet ?

B2i 4

liens pour la recherche sur
www.3e.zeniusseleve.magnard.fr/liens

❌ Qui a ensuite utilisé les symboles $\leq$ et $\geq$, tels que nous les utilisons aujourd'hui ?

❌ Rédiger une fiche sur le métier d'hydrographe.

Compétence du socle commun évaluées dans cet exposé L P C

Compétence	7 : L'autonomie et l'initiative
Domaine	Être acteur de son parcours de formation et d'orientation.
Item	Se familiariser avec l'environnement économique, les entreprises, les métiers de secteurs et de niveaux de qualification variés.
Pour l'évaluation	Je suis capable de décrire des métiers : conditions de travail, liste d'activités...

Je prépare le contrôle

Je révise le cours et les méthodes

Connaissances exigibles

- ✓ **SC** Le vocabulaire du cours.
- ✓ La propriété du produit nul.
- ✓ La propriété pour résoudre une équation du type $x^2 = a$ suivant la valeur de a .
- ✓ Les trois propriétés utilisées pour la résolution d'une inéquation du premier degré.

Savoir-faire à acquérir

- ✓ **SC** Employer un vocabulaire adapté. (→ exercices 120 et 121)
- ✓ Résoudre une équation du premier degré. (→ exercices 115 et 119)
- ✓ Résoudre une équation produit ou une équation du type $x^2 = a$. (→ exercices 115 à 117)
- ✓ **SC** Tester si une valeur est solution d'une inéquation. (→ exercices 120 et 121)
- ✓ Résoudre une inéquation du premier degré et représenter sur une droite ses solutions. (→ exercices 122 à 124)
- ✓ **SC** Résoudre un problème du premier degré sans méthode formelle. (→ exercice 125)
- ✓ Mettre en équation ou inéquation un problème pour le résoudre. (→ exercice 119)

► Connaître le sens et l'orthographe de ces mots :

Équation, inéquation, inconnue, premier membre, second membre, résoudre, représentation graphique, solution, premier degré.

Je m'exerce

115 Résoudre chaque équation.

1. $(x + 1) - (3x - 2) = 0$
2. $(x - 1)(3x + 2) = 0$
3. $4x^2 - 3x = 0$
4. $x^2 - 4 = 0$

116 On considère $D = (2x + 3)^2 - 36$.

1. Factoriser l'expression D et réduire chaque facteur.
2. Résoudre l'équation $D = 0$.
3. Calculer la valeur de l'expression D pour $x = -4$.

117 Résoudre l'équation $(2x - 3)^2 - (5 - 4x)^2 = 0$.

118 On donne le programme de calcul suivant :

- Choisir un nombre.
- Le multiplier par 2.
- Ajouter le carré du nombre choisi au produit.
- Multiplier par 3 le résultat.

1. Montrer que si on choisit le nombre 10, le résultat obtenu est 360.
2. Calculer la valeur exacte du résultat obtenu lorsque le nombre choisi est :
a. -3 ; b. $\frac{3}{2}$; c. $\sqrt{3}$.
3. Quels nombres peut-on choisir pour que le résultat obtenu soit 0 ?

119 Un groupe de 56 personnes a vu une pièce de théâtre. Un enfant paie 10 €, un adulte paie 15 € et le coût total de la sortie est 590 €.

On note x le nombre d'enfants présents.

1. Exprimer, en fonction de x , le nombre d'adultes présents.
2. Écrire une équation traduisant la situation.
3. La résoudre.

Combien y avait-il d'enfants et d'adultes à cette sortie ?

120 **SC** On considère l'inéquation $5x - 3 \leq 2$.

1. Que représente la lettre x pour cette inéquation ?
2. Que représente 1 pour cette inéquation ?

121 **SC** On considère l'inéquation $3x + 24 \geq 9 - 2x$.

1. Le nombre 0 est-il solution de cette inéquation ?
 2. Le nombre $-4,5$ est-il solution de cette inéquation ?
 3. Le nombre -3 est-il solution de cette inéquation ?
- Justifier les réponses sans résoudre l'inéquation.

122 Représenter graphiquement les solutions des inéquations suivantes :

1. $x > -2$;
2. $x < -2$;
3. $x \leq -2$;
4. $x \geq -2$.

123 Résoudre l'inéquation suivante et représenter graphiquement ses solutions : $-4x + 1 > 2x - 5$.

124 Résoudre l'inéquation suivante et représenter graphiquement ses solutions :

$$-2x + \frac{7}{3} < \frac{5}{2}x + \frac{29}{6}$$

125 Un club de location de vidéos propose deux tarifs pour la location de ses films :

- **Tarif A** : abonnement annuel de 18 € et 2,50 € par film loué.
 - **Tarif B** : pas d'abonnement et chaque film est loué 4 €.
- À partir de quel nombre de films loués est-il intéressant de prendre l'abonnement ?



Jules Verne,
Le docteur OX,
mise en scène
de Stephan Druet,
Compagnie
Les Brigands,
théâtre de l'Athénée,
Paris 2003.

Je m'évalue

QCM interactif sur
www.3e.zenluseleve.
magnard.fr

Choisir la (ou les) bonne(s) réponse(s).

	a	b	c
126 SC Comme 2 est une valeur pour laquelle l'inégalité $5x + 1 > 10$ est vraie, on dit que 2 est :	une bonne valeur.	une inconnue.	une solution.
127 SC Dans l'inéquation $2x + 1 \geq 3x - 1$, l'expression $3x - 1$ est :	la seconde partie de l'inéquation.	l'expression de droite de l'inéquation.	le second membre de l'inéquation.
128 L'équation $(2x + 1) - (x - 3) = 0$:	admet deux solutions : - 0,5 et 3.	admet une solution : 2.	admet une solution : - 4.
129 Les solutions de $(3x - 2)(x + 5) = 0$ sont :	$\frac{2}{3}$ et - 5.	$\frac{3}{2}$ et - 5.	$\frac{2}{3}$ et 5.
130 L'équation $x^2 = 121$ admet :	11 pour solution.	- 121 et 121 pour solutions.	- 11 pour solution.
131 L'équation $x^2 = 32$ admet :	$\sqrt{32}$ pour solution.	- 1 024 et 1 024 pour solutions.	$-4\sqrt{2}$ et $4\sqrt{2}$ pour solutions.
132 Une solution de l'inéquation $2x - 5 \geq - 1$ est :	10.	- 1.	2.

Pour les questions **133** et **134**, on considère le graphique ci-dessous :



133 La partie rose de cette représentation graphique représente l'ensemble des valeurs :	strictement inférieures à - 3.	inférieures ou égales à - 3.	supérieures ou égales à - 3.
134 Cette partie rose représente les solutions de l'inéquation :	$x < - 3$.	$- 2x < 6$.	$- 2x > 6$.
135 L'ensemble des valeurs strictement supérieures à 2 est représenté par la partie rose du graphique :			
136 L'inéquation $15 - 3x \leq 10 - 2x$ a les mêmes solutions que l'inéquation :	$- x \leq - 5$.	$- x \geq - 5$.	$x \geq 5$.

Pour les questions **137** à **139**, on considère la situation suivante :

Un groupe d'enfants se rend à un centre équestre. Celui-ci propose deux tarifs pour le groupe :

- **Tarif A** : 100 € la séance.
- **Tarif B** : cotisation annuelle de 200 € et 80 € la séance.

137 Le coût annuel pour ce groupe d'enfants fréquentant le centre équestre cinq fois dans l'année est :	plus avantageux avec le tarif A.	plus avantageux avec le tarif B.	le même avec les deux tarifs.
138 On note x le nombre de séances auxquelles ces enfants participent en une année. Pour trouver le nombre de séances à partir duquel il est judicieux de prendre un abonnement annuel, on peut résoudre l'inéquation :	$100 \leq 200 + 80x$.	$100x \leq 200 + 80x$.	$100x \geq 200 + 80x$.
139 Il est judicieux de prendre un abonnement annuel à partir de :	9 séances.	10 séances.	11 séances.

Je m'exerce

- 115. 1.** La solution est $\frac{3}{2}$. **3.** Les solutions sont 0 et $\frac{3}{4}$.
2. Les solutions sont 1 et $-\frac{2}{3}$. **4.** Les solutions sont -2 et 2 .

116. 1. $D = (2x + 3)^2 - 6^2 = (2x + 3 - 6)(2x + 3 + 6)$
 $= (2x - 3)(2x + 9)$

2. Les solutions de l'équation $D = 0$ sont $\frac{3}{2}$ et $-\frac{9}{2}$.

3. Pour $x = -4$, $D = -11 \times 1 = -11$.

117. Les solutions sont $\frac{4}{3}$ et 1.

118. 1. $(10 \times 2 + 10^2) \times 3 = 120 \times 3 = 360$

2. a. $(-3 \times 2 + (-3)^2) \times 3 = 3 \times 3 = 9$.

b. $\left(\frac{3}{2} \times 2 + \left(\frac{3}{2}\right)^2\right) \times 3 = \frac{21}{4} \times 3 = \frac{63}{4}$.

c. $(\sqrt{3} \times 2 + \sqrt{3}^2) \times 3 = (3 + 2\sqrt{3}) \times 3 = 9 + 6\sqrt{3}$.

3. On peut choisir -2 et 0.

119. 1. Le nombre d'adultes présents est $56 - x$.

2. $10 \times x + 15 \times (56 - x) = 590$

3. $x = 50$. Il y avait 50 enfants et 6 adultes à cette sortie.

120. 1. La lettre x est l'inconnue.

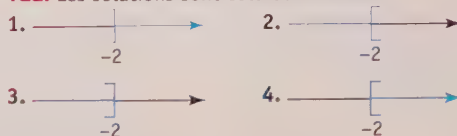
2. 1 est une solution de l'inéquation.

121. 1. 0 est solution de cette inéquation.

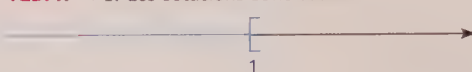
2. $-4,5$ n'est pas solution de cette inéquation.

3. -3 est solution de cette inéquation.

122. Les solutions sont colorées en bleu.

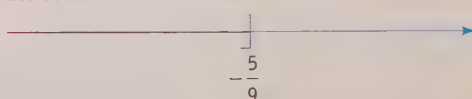


123. $x < 1$. Les solutions sont colorées en bleu.



124. $x > -\frac{5}{9}$

Les solutions sont colorées en bleu.



125. Pour 12 films loués, les deux tarifs sont les mêmes, et à partir de 13 films, l'abonnement (le tarif A) est plus avantageux.

Je m'évalue

	Réponse(s)	Commentaires	Revoir
126.	c	Il faut utiliser uniquement le vocabulaire du cours.	Cours, p. 92.
127.	c	Il faut utiliser uniquement le vocabulaire du cours.	Cours, p. 92.
128.	c	Ce n'est pas un produit de facteurs et la deuxième parenthèse est précédée d'un signe $-$.	Méthode 1, p. 94.
129.	a	Pour résoudre $x + 5 = 0$, il faut soustraire 5 aux deux membres, et pour résoudre $3x - 2 = 0$, il faut ajouter 2 aux deux membres, puis les diviser par 3.	Cours, p. 90.
130.	a et c	Il ne faut pas oublier de prendre la racine carrée de 121 et les deux solutions opposées.	Cours, p. 90.
131.	a et c	On ne prend pas le carré de 32 mais sa racine carrée.	Cours, p. 90.
132.	a et c	$2 \times (-1) - 5 = -2 - 5 = -7$ et $-7 < -1$	Cours, p. 92.
133.	a	Le crochet est tourné vers les valeurs supérieures à -3 , donc -3 ne fait pas partie de la partie rose.	Cours, p. 92.
134.	a et c	On obtient une inéquation qui a les mêmes solutions si l'on divise les deux membres de l'inéquation par un même nombre négatif et si l'on change le sens de l'inégalité.	Cours, p. 92.
135.	b	Il faut faire attention au sens du crochet.	Méthode 2, p. 95.
136.	a et c	On additionne $2x$ et on soustrait 15 aux deux membres de l'inéquation sans changer le sens de l'inégalité, puis on multiplie par -1 en changeant le sens de l'inégalité.	Cours, p. 92 et Méthode 2, p. 95.
137.	a	Il faut calculer le coût pour les deux tarifs.	Exercices 89 et 90, p. 98.
138.	c	Il faut exprimer en fonction de x le coût de chaque tarif, puis traduire la situation par une inégalité.	Exercices 89 et 90, p. 98.
139.	c	Il faut résoudre une inéquation. Pour 10 séances, les deux abonnements coûtent le même prix.	Méthode 2, p. 95.

Objectifs

Comprendre et utiliser le vocabulaire et les notations liés à la notion de fonction.

Calculer l'image d'un nombre par une fonction définie par une formule.

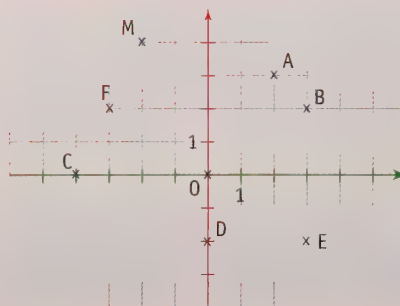
Déterminer une image ou un antécédent par lecture directe d'un tableau ou d'une représentation graphique.

Je me rappelle

1 QCM : Choisir la (ou les) bonne(s) réponse(s).

		a	b	c
1	Louis achète un roman à 14 € et n bandes dessinées à 6 € chacune. Le montant de ses achats, en euros, est :	$6 + n + 14.$	$n \times 6 + 14.$	$n \times 20.$
2	Quelle expression correspond au programme de calcul « Enlever 5 à un nombre x et multiplier le résultat par 7 » ?	$5 - x \times 7.$	$x - 5 \times 7.$	$7(x - 5).$
3	L'aire d'un carré de côté $3a$ est donnée par :	$(3a)^2.$	$3a^2.$	$12a.$
4	SC Pour $x = 2$, l'expression $5x - 20$ est égale à :	32.	- 10.	10.
5	SC Pour $y = -3$, l'expression $y^2 + 4$ est égale à :	- 5.	13.	- 2.
6	SC Pour $z = \frac{5}{6}$, l'expression $\frac{2}{3} - z$ est égale à :	$\frac{2}{3} - \frac{5}{6}.$	$\frac{1}{6}.$	$-\frac{1}{6}.$

Pour les questions 7 à 10,
on considère le graphique ci-contre :



7	SC L'abscisse du point F est :	2.	3.	- 3.
8	SC Le point E a la même ordonnée que le point :	B.	D.	F.
9	SC Le point C a pour coordonnées :	$(-4 ; 0).$	- 4.	$(0 ; -4).$
10	SC Le point de coordonnées $(3 ; 2)$ est le point :	A.	B.	E.

J'utilise un vocabulaire précis

exercice interactif sur
www.3e.zeniusseve.magnard.fr

2 On considère le graphique du QCM ci-dessus.
Recopier et compléter les phrases en utilisant les étiquettes.

- On a construit un ... d'... le point O.
- L'axe coloré en rouge est l'axe des ...
- L'axe coloré en vert est l'axe des ...
- Le point M a pour ... $(-2 ; 4)$.

origine

repère orthogonal

ordonnées

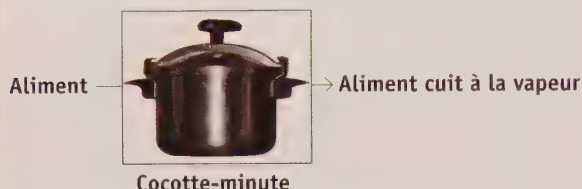
abscisses

coordonnées

Activité 1 Fonctions, images et antécédents

Partie 1 Un processus de la vie courante

Pour cuire des aliments, Houcine utilise une cocotte-minute. On peut schématiser la situation de la façon suivante :



1. Qu'obtient Houcine s'il met à chauffer un navet cru dans la cocotte-minute ?
2. Reprendre la question 1. pour :
 a. une carotte crue ; b. une pomme crue ;
3. a. Pourrait-il obtenir une endive cuite en ayant inséré un brocoli cru ?
 b. Qu'a-t-il mis dans sa cocotte-minute pour obtenir un filet de poisson cuit à la vapeur ?

Partie 2 Un processus mathématique

4. Voici un programme de calcul.

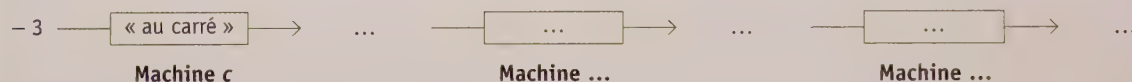
Choisir un nombre ; le mettre au carré ; enlever 5 au résultat ; prendre le double du résultat obtenu.

On schématise tout le programme de calcul à l'aide de trois « machines à compter » :

- la machine **c**, qui met au carré ;
- la machine **d**, qui calcule le double ;
- la machine **e**, qui enlève 5.

On choisit -3 comme nombre de départ.

Voici le schéma obtenu.



Recopier et compléter ce schéma.

En mathématiques, ces « machines à compter » sont appelées des **fonctions**.

5. a. Que devient le nombre 11 si on lui applique la fonction **c** ?

Y a-t-il plusieurs résultats possibles ?

On dit que le résultat obtenu est l'**image** de 11 par la fonction **c**. On note $c : 11 \mapsto 121$ ou $c(11) = 121$.

b. Quelle est l'image de 2 par la fonction **e** ?

Recopier et compléter : $e : \dots \mapsto \dots$ ou $e(\dots) = \dots$

Quelle est l'image de $-2,8$ par la fonction **d** ?

Recopier et compléter : $d : \dots \mapsto \dots$ ou $d(\dots) = \dots$

6. a. À quel(s) nombre(s) peut-on appliquer la fonction **c** pour obtenir 25 ?

Les résultats précédents sont les **antécédents** de 25 par la fonction **c**.

b. Quel est l'antécédent de 17 par la fonction **d** ?

7. a. On appelle x un nombre. Recopier et compléter :

$c : x \mapsto \dots$

On dit que la fonction **c** est définie par la formule $c(x) = x^2$.

b. Par quelle formule est définie la fonction **e** ? la fonction **d** ?

8. On nomme **p** la fonction qui, à un nombre choisi, fait correspondre le résultat du programme de calcul de la question 4.

a. Par quelle formule est définie la fonction **p** ?

b. Calculer $p(-2)$.

Ai-je bien compris ?

On note **f** la fonction qui, à un nombre choisi, fait correspondre la somme de son triple et de 4.

Recopier et compléter :

- Comme $f(9) = \dots$, on peut dire que $\dots$ est l'image de $\dots$ par la fonction **f** ou que $\dots$ est un antécédent de $\dots$ par la fonction **f**.
- La fonction **f** est définie par $f(x) = \dots$

Activité 2 Lien entre fonctions, formules et tableaux

Lors d'une braderie, un premier commerçant A divise ses prix de vente par 2. Un deuxième commerçant B baisse ses prix de ventes de 5 €. On considère deux fonctions, f et h , qui, aux prix de ventes initiaux, font correspondre les prix de ventes modifiés par chaque commerçant. Voici des tableaux de valeurs de ces deux fonctions.

x	28	37	51
$f(x)$	23	32	46

x	17	26	8
$h(x)$	8,5	13	4

- En observant ces tableaux, associer chaque fonction au commerçant correspondant.
- Par lecture directe des tableaux, recopier et compléter :
 - $f(37) = \dots$
 - $h(8) = \dots$
 - $f(\dots) = 46$
 - $h(\dots) = 8,5$
 - L'image de 26 par la fonction h est ...
 - Un antécédent de 23 par la fonction f est ...
- Donner une formule qui définit la fonction f , puis faire de même avec la fonction h .

Ai-je bien compris ?

On considère la fonction f définie par $f(x) = 3x^2$.

- Recopier et compléter le tableau de valeurs.

x	0	4	-2
$f(x)$			

Activité 3 Courbe représentative d'une fonction

Kaly effectue un vol en ULM de 90 min. Il relève l'altitude à laquelle il se trouve toutes les 10 min. On considère alors la fonction a qui, à une durée d , en minutes, fait correspondre l'altitude $a(d)$, en mètres. Voici un tableau des valeurs relevées par Kaly.

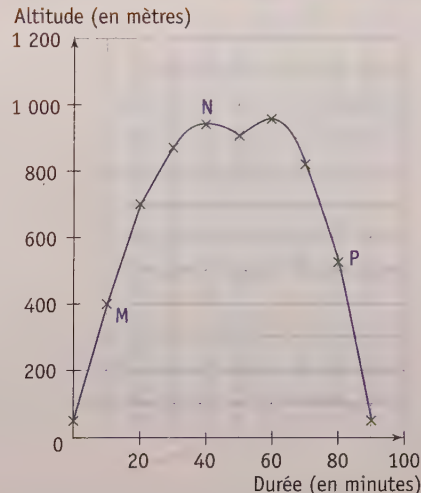
Durée d en minutes	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90
Altitude $a(d)$ en mètres	50	400	700	880	935	910	960	825	530	50



Voici la courbe obtenue, avec un tableur, à partir des valeurs relevées.

On dit que cette courbe représente la fonction a .

- D'après le tableau de valeurs, à quelle altitude se trouve Kaly au bout de 10 min ? au bout de 40 min ? au bout de 80 min ?
 - Associer un point de la courbe à chacun de ces trois résultats en précisant ses coordonnées.
- D'après le tableau de valeurs, quelle est l'image de 80 par la fonction a ? celle de 50 ?
 - Sur quel axe du repère lit-on les images respectives de 80 et de 50 ?
- D'après le tableau de valeurs, quel est l'antécédent de 960 par la fonction a ?
 - Sur quel axe du repère lit-on l'antécédent de 960 ?
- Lire graphiquement le (ou les) antécédent(s) de 700 par la fonction a , avec la précision permise par le graphique.



Ai-je bien compris ?

Recopier et compléter :

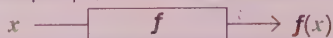
Si un point $M(5 ; 15)$ est un point de la courbe représentant une fonction g , alors on peut en déduire que :

- $g(\dots) = \dots$
- L'image de ... par la fonction g est ...
- Le nombre ... a pour antécédent le nombre ... par la fonction g .

1 Notion de fonction et vocabulaire

Testez-vous avec les exercices 1 et 2.

Une **fonction** f est un processus mathématique qui, à un nombre x , fait correspondre un nombre unique noté $f(x)$.

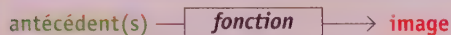


Notations

On note $g : x \mapsto x^2$, qui se lit « La fonction g qui à x associe x^2 . »

On dit aussi que la fonction g est définie par la formule $g(x) = x^2$.

Vocabulaire



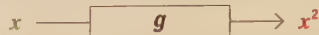
Ante signifie « avant » en latin.

Remarque

Par une fonction, l'image d'un nombre est unique, alors qu'un nombre peut avoir plusieurs antécédents ou aucun.

Exemple

La fonction g , qui à un nombre x fait correspondre son carré x^2 , est représentée par le schéma :



Pour $x = 3$, on a $3 \longrightarrow \boxed{g} \longrightarrow 3^2 = 9$.

On note $g : 3 \mapsto 9$ qui se lit « g qui à 3 associe 9 » ou $g(3) = 9$ qui se lit « g de 3 est égal à 9 ».

On dit alors que :

- 9 est **l'image** de 3 par la fonction g .
- 3 est un **antécédent** de 9 par la fonction g .

Exemples

- 3 et -3 sont deux antécédents de 9 par la fonction g car $g(-3) = (-3)^2 = 9$ et $g(3) = (3)^2 = 9$.
- -1 n'a aucun antécédent par la fonction g car un carré est toujours positif.

2 Tableau de valeurs et courbe représentative d'une fonction

Testez-vous avec les exercices 3 à 6.

Une fonction peut aussi être déterminée par un **tableau de valeurs** ou par une **courbe**.

a Tableau de valeurs d'une fonction

Exemple

Voici un tableau de valeurs d'une fonction h .

x	5	-8	12
$h(x)$	-7	11	-7

← antécédents
← images

D'après ce tableau, on peut écrire que :

- 11 est **l'image** de -8 par la fonction h ;
- 5 et 12 sont des **antécédents** de -7 par la fonction h ;
- $h(-8) = 11$ et $h(5) = h(12) = -7$.

b Courbe représentative d'une fonction

Définition

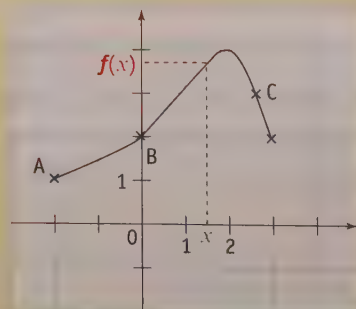
La **courbe représentative** d'une fonction f est l'**ensemble des points** dont les coordonnées sont de la forme $(x ; f(x))$.

Exemple

Par lecture graphique, on observe que les points $A(-2 ; 1)$, $B(0 ; 2)$ et $C(2,5 ; 3)$ appartiennent à la courbe représentative de la fonction f . On peut donc écrire que $f(-2) = 1$; $f(0) = 2$ et $f(2,5) = 3$.

Remarque

Lorsqu'une fonction est définie par une courbe représentative, on ne peut l'étudier qu'à partir d'une lecture graphique plus ou moins précise, et pour certaines valeurs seulement.



Testez votre compréhension du cours

1 On connaît une fonction g .

Le professeur demande de calculer $g(5)$.

Comment pourrait-il reformuler sa question ?

- « Quelle est l'image de 5 par g ? »
- « Donnez un antécédent de 5 par g . »
- « Complétez $g : 5 \mapsto \dots$ »
- « Complétez $g : \dots \mapsto 5$ »

2 Complétez chaque phrase par une formule qui convient.

- La fonction f , qui à un nombre x associe son double, est définie par $f(x) = \dots$
- La fonction g , qui à un nombre x associe son tiers, est définie par $g(x) = \dots$
- La fonction h , qui à un nombre x associe son triple, est définie par $h(x) = \dots$
- La fonction i , qui à un nombre x associe son quintuple, est définie par $i(x) = \dots$

3 Voici un tableau de valeurs d'une fonction f .

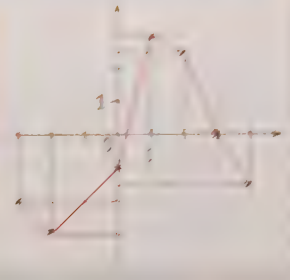
x	-3	0	2	7	9
$f(x)$	7	5	9	-11	5

1. Donnez : a. $f(-3)$; b. $f(7)$; c. $f(0)$; d. $f(2)$.

2. Par la fonction f , donnez les antécédents de :

- 7 ;
- 5 ;
- 11 ;
- 9.

4 La courbe ci-contre représente une fonction f . Avec la précision permise par le graphique, faites un maximum de phrases du type « ... a pour image ... par la fonction f . » et « ... a pour antécédent ... par la fonction f . »



5 Ci-dessous, on a dressé des tableaux de valeurs de trois fonctions et tracé leurs courbes représentatives.

Associez chaque tableau à l'une des trois courbes.

x	3	0	-1
$f_1(x)$	-2	1	2,5

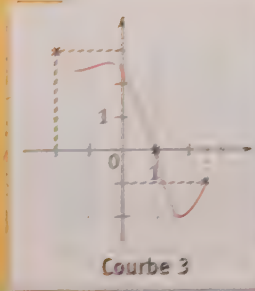
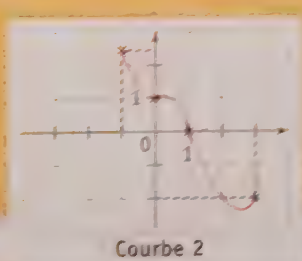
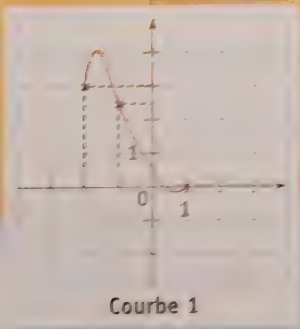
Tableau 1

x	-2	1	2,5
$f_2(x)$	3	0	-1

Tableau 2

x	-2	1	-1
$f_3(x)$	3	0	2,5

Tableau 3



6 Qui a raison ?

$g(0) = -7$ signifie que ...

Sacha

0 est un antécédent de -7 par la fonction g .

Exo

0 est l'image de -7 par la fonction g .

La courbe représentative de la fonction g coupe l'axe des abscisses en -7.

Tom

Samy

-7 est l'image de 0 par la fonction g .

Mathys

-7 a pour antécédent 0 par la fonction g .

La courbe représentative de la fonction g passe par le point de coordonnées $(0 ; -7)$.

Abel

1 Calculer l'image d'un nombre par une fonction définie par une formule

Exercice On considère la fonction f définie par $f(x) = x(7 - x)$.

1. Calculer $f(5)$.

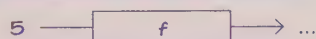
2. Quelle est l'image de -2 par la fonction f ?

Solution

1. étape

1 Calculer $f(5)$ signifie calculer l'image de 5.

On peut compléter le schéma :



étape

2 Je remplace donc x par 5 dans la formule donnant $f(x)$.

$$f(5) = 5(7 - 5)$$

étape

3 J'effectue les opérations en respectant les priorités opératoires.

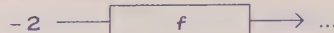
$$f(5) = 5 \times (7 - 5)$$

$$f(5) = 5 \times 2$$

$$f(5) = 10$$

2. étape

1 Calculer l'image de -2 signifie calculer $f(-2)$.
On peut compléter le schéma :



étape

2 Je remplace donc x par -2 dans la formule donnant $f(x)$.

$$f(-2) = -2(7 - (-2))$$

étape

3 J'effectue les opérations en respectant les priorités opératoires. Je me souviens que soustraire -2 c'est ajouter $+2$.

$$f(-2) = -2 \times (7 + 2)$$

$$f(-2) = -2 \times 9$$

$$f(-2) = -18$$

étape

4 Je réponds à la question posée.

L'image de -2 par la fonction f est -18 .

J'applique

7 On considère la fonction f définie par $f(x) = 9x - 7$.

1. Calculer $f(8)$.

2. Quelle est l'image de -7 par la fonction f ?

8 On considère la fonction g définie par $g(x) = -3(x - 8)$.

Calculer : $g(2)$; $g(-4)$; $g(32)$; $g(-11)$.

9 On considère la fonction h définie par $h(x) = -x^2 + 4$.

1. a. Calculer $h(5)$ et $h(-5)$.

b. Que constate-t-on ?

2. Vérifier que 9 et -9 ont la même image par la fonction h .

10 On considère la fonction f définie par $f(x) = (x - 7)(x + 6)$.

1. Recopier et compléter le tableau de valeurs.

x	-4	-2	-0,5	0	3	5,5
$f(x)$						

2. Montrer que $f(7) = f(-6)$.

11 On considère la fonction k définie par $k(x) = \frac{x + 18}{x + 5}$.

1. Calculer l'image de 8 par k .

2. a. Calculer $k(-25)$ et donner le résultat sous forme décimale.

b. Calculer $k(-16)$, puis arrondir le résultat au dixième.

12 On considère la fonction g définie par $g(x) = \sqrt{x} + 2x$.
Recopier et compléter le tableau de valeurs.

x	0	1	25	36	64	49
$g(x)$						

13 On considère la fonction f définie par $f(x) = \frac{2x - 3}{x - 1}$.

Recopier et compléter le tableau de valeurs.

x	-3	-2	-1	0	2	3
$f(x)$						

14 On considère la fonction h définie par $h(x) = -2x^2 + x$.

1. Recopier et compléter le tableau de valeurs.

x	-7	-1	0	$\frac{3}{2}$	$\frac{5}{2}$	$\frac{7}{3}$
$h(x)$						

2. a. Donner un antécédent de 0 par la fonction h .

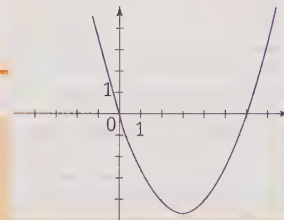
b. Peut-on être certain que cet antécédent soit unique ?

c. Calculer $h\left(\frac{1}{2}\right)$ et conclure.

méthode 2 Lire graphiquement une image ou un antécédent

Exercice Ci-contre, on a tracé la courbe représentative d'une fonction f .

1. Quelle est l'image de -1 par la fonction f ?
2. Lire les antécédents de -4 par la fonction f .

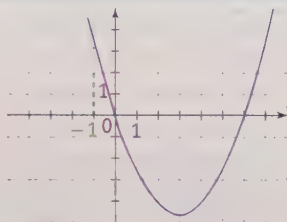


méthode animée sur
www.3e.zenluseleve.magnard.fr

Solution

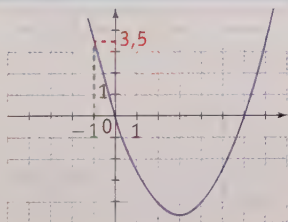
1. étape

- 1 Je repère -1 sur l'axe des abscisses.
Je cherche le point de la courbe d'abscisse -1 en traçant la droite parallèle à l'axe des ordonnées passant par le point $(-1; 0)$.



étape 2

- 2 Un point de la courbe a pour abscisse -1 .
Avec la précision permise par le graphique, je lis son ordonnée : $3,5$.



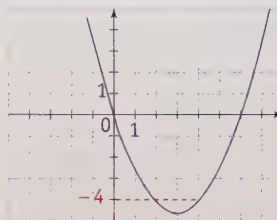
étape 3

- 3 Je réponds à la question.

L'image de -1 par la fonction f est $3,5$.

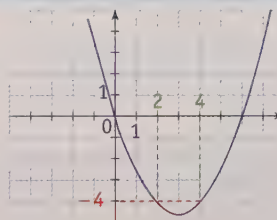
2. étape

- 1 Je repère -4 sur l'axe des ordonnées.
Je cherche un ou des points de la courbe d'ordonnée -4 en traçant la droite parallèle à l'axe des abscisses passant par le point $(0; -4)$.



étape 2

- 2 Deux points de la courbe ont pour ordonnée -4 .
Je lis pour chacun d'eux leur abscisse : 2 et 4 .



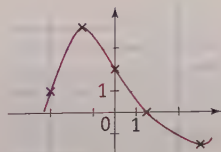
étape 3

- 3 Je réponds à la question.

-4 a pour antécédents 2 et 4 par la fonction f .

J'applique

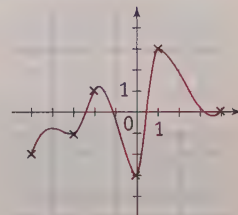
Pour les exercices **15** et **16**, on considère la courbe représentative d'une fonction g tracée ci-contre. Les réponses seront données avec la précision permise par le graphique.



- 15** 1. Quelle est l'image de 4 par la fonction g ?
2. Donner un antécédent de 0 par la fonction g .

- 16** 1. Donner $g(-3)$; $g(0)$ et $g(-1,5)$.
2. Recopier et compléter par une valeur qui convient :
 $g(\dots) = 1$; $g(\dots) = 2$; $g(\dots) = -1,5$.

Pour les exercices **17** et **18**, on considère la courbe représentative d'une fonction f tracée ci-contre, pour des valeurs de x comprises entre -5 et 4 . Les réponses seront données avec la précision permise par le graphique.



- 17** 1. Quelle est l'image de -2 par f ? celle de -3 ? celle de 1 ?
2. Donner un antécédent par f de -2 ; -3 ; 1 .
3. Combien y a-t-il d'antécédents de 0 par f donnés par ce graphique?

- 18** Recopier et compléter par une valeur qui convient :
 $f(0) = \dots$; $f(\dots) = 3$; $f: \dots \mapsto -3$;
 $f(-5) = \dots$; $f: 4 \mapsto \dots$; $f: -3 \mapsto \dots$;
 $f(\dots) = -1$; $f: \dots \mapsto 0$; $f(\dots) = 1$.

Utiliser le vocabulaire et les notations

19 La fonction f est telle que :

$$f(2) = 3 ; f(5) = -10 ; f(-7) = -3 \text{ et } f(3) = 5.$$

Recopier et compléter :

- 3 est un antécédent de ... par la fonction f .
- L'image de 3 par la fonction f est ...
- Par la fonction f , le nombre ... est un antécédent de -10 .
- ... a pour image 3 par la fonction f .
- Le nombre ... est l'image de -7 par la fonction f .

20 La fonction g est telle que :

$$g : -1 \mapsto 0 ; g : 0 \mapsto -2 ; g : -2 \mapsto -1.$$

Recopier et compléter :

- ... est un antécédent de -1 par la fonction g .
- L'image de 0 par la fonction g est ...
- Par la fonction g , 0 est un antécédent de ...
- -1 a pour image ... par la fonction g .
- -2 est l'image de ... par la fonction g .

Calculer l'image d'un nombre par une fonction définie par une formule

méthode 1

➔ Premiers exercices d'application : 7 à 14 p. 110.

21 Le professeur demande : « 4 est-il un antécédent de 2 par la fonction f définie par $f(x) = 3x - 10$? »
Voici la copie de Joran.

$f(2) = 3 \times 2 - 10 = 6 - 10 = -4$.
Donc, 4 n'est pas un antécédent de 2 par la fonction f .

Joran a commis une erreur. Laquelle ?
Rédiger la correction de cet exercice.

22 La fonction f est définie par $f(x) = 2x^2 - 3$.

Recopier et compléter :

- L'image de 0 par f est ...
- $f(4) = \dots$ et $f(-4) = \dots$
- $f : -5 \mapsto \dots$ et $f : 5 \mapsto \dots$

23 La fonction h est définie par $h(x) = -3x$.

QCM : Choisir la (ou les) bonne(s) réponse(s).

	a	b	c
1 La fonction h est la fonction qui à un nombre associe :	le triple de son inverse.	le triple de son opposé.	le tiers de son opposé.
2 L'image de 0 par h est :	0.	-3 .	-30 .
3 La courbe représentative de la fonction h passe par le point :	$A(-1 ; -4)$.	$B(-1 ; 3)$.	$C(1 ; -2)$.
5 Un antécédent de 4 par la fonction h est :	7.	$\frac{4}{3}$.	$-\frac{4}{3}$.

24 La fonction k est définie par $k(x) = x^3 + 3x$.

1. Recopier et compléter le tableau de valeurs.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$k(x)$							

2. Que remarque-t-on ?

25 La fonction g est définie par $g(x) = 2x + \frac{1}{3}$.

1. Calculer l'image par la fonction g des nombres

$$\frac{5}{3} ; -\frac{11}{3} ; \frac{7}{6} \text{ et } \frac{5}{6}.$$

Donner les résultats sous la forme de fractions irréductibles.

2. Calculer $g\left(\frac{3}{4}\right)$ et $g\left(-\frac{1}{5}\right)$.

Donner les résultats sous la forme de fractions irréductibles.

26 La fonction k est définie par $k(x) = \sqrt{x + 16}$.

- Montrer que l'image de 9 par k est un nombre entier.
- a. Écrire $k(-4)$ sous la forme $a\sqrt{3}$, où a est un entier.
b. Écrire $k(2)$ sous la forme $b\sqrt{c}$, où b et c sont deux entiers avec c le plus petit possible.

Je calcule mentalement

32 La fonction f est définie par $f(x) = -\frac{x}{10}$.

1. Donner, sous forme décimale, l'image par f de :

- a. 7 ; c. -4 ; e. 0,3 ;
b. 11 ; d. -60 ; f. -123 .

2. Donner l'antécédent par f de :

- a. 8 ; b. -17 ; c. 0,91.

33 La fonction g est définie par $g(x) = -x - 7$.

1. Donner l'image par g de :

- a. 5 ; b. -10 ; c. -1 .

2. Calculer :

a. $g(0)$; b. $g(-2)$; c. $g\left(\frac{2}{3}\right)$.

3. Donner l'antécédent par g de :

- a. -15 ; b. $-2,5$; c. 7.

34 La fonction k est définie par $k(x) = \frac{1}{x}$.
Calculer et donner sous forme décimale :

1. $k(2)$; 4. $k\left(\frac{1}{7}\right)$;
2. $k(5)$; 5. $k(-100)$;
3. $k(-4)$; 6. $k\left(-\frac{2}{9}\right)$.

27 La fonction h est définie par $h(x) = (x-5)(x+3)$.

1. Calculer l'image de -3 par h .
2. Justifier que 2 est un antécédent de -15 par h .
3. Calculer $h(\sqrt{3})$ et donner le résultat sous la forme $a + b\sqrt{3}$ (où a et b sont deux entiers relatifs).
4. Calculer $h(\sqrt{12})$ et donner le résultat sous la forme $a + b\sqrt{3}$ (où a et b sont deux entiers relatifs).

Utiliser un tableau de valeurs

28 Mathématiques et ASSR



Lorsqu'un conducteur freine, son véhicule parcourt une certaine distance avant de s'immobiliser. Cette distance est appelée distance de freinage.

Vitesse en kilomètres par heure	10	30	90	120
Distance de freinage en mètres	1,8	6,9	52,2	93

On appelle f la fonction qui, à une vitesse (en km/h), associe la distance de freinage (en m).

1. Quelle est l'image par f de 30 ?
Interpréter ce résultat.
2. Donner un antécédent de 93 par f .
Interpréter ce résultat.
3. Quelle est la valeur de $f(10)$?
Interpréter ce résultat.

29 On considère une fonction g pour laquelle :

- $g(0) = -11$ et $g(7) = 0$;
- 2 est à la fois un antécédent de -5 et l'image de 9 par la fonction g ;
- $g : -11 \mapsto 3$.

Voici un tableau de valeurs de la fonction g .

x		-11	2		0
$g(x)$	0			2	

Recopier et compléter ce tableau par des valeurs qui conviennent.

35 On considère la fonction g définie par $g : x \mapsto -2x$.

1. Quelle est l'image par la fonction g de 20 ?
2. Quelle est l'image de 5 par la fonction g ?
3. Quelle est l'antécédent de 4 par la fonction g ?

36 On note x un nombre ; on appelle f la fonction qui au nombre x associe le nombre x augmenté de 25% .

- Calculer :
1. $f(100)$;
 2. $f(4)$;
 3. l'image de 32 par f ;
 4. le nombre qui a 1 pour antécédent par la fonction f .

37 On considère la fonction h définie par $h(x) = -3x^2$.

Dire si chaque point est sur la courbe représentative de la fonction h .

1. $A(3 ; -18)$
2. $B(-1 ; -3)$
3. $C(\sqrt{7} ; -21)$

Lire une courbe

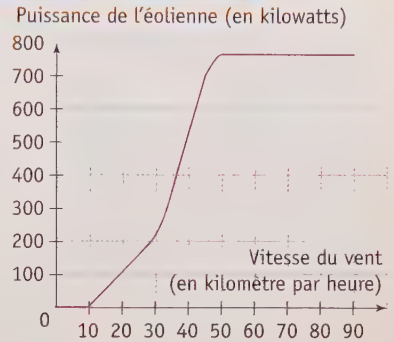
méthode 2

➔ Premiers exercices d'application : 15 à 18 p. 111.

Pour les exercices 30 et 31, les réponses seront données avec la précision permise par le graphique.

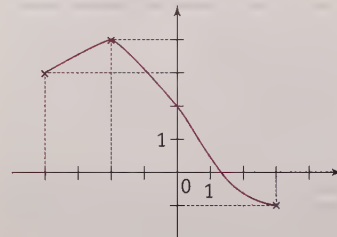
30 Mathématiques et Développement durable

Une éolienne produit de l'électricité grâce à la force du vent. Voici un graphique donnant l'évolution de la production d'électricité par une éolienne en fonction de la vitesse du vent.



1. Lorsque le vent souffle à 40 km/h, quelle est la puissance produite par l'éolienne ?
2. Pour que l'éolienne produise 700 kW, quelle doit être la vitesse du vent ?
3. Que constate-t-on pour des vents compris entre 50 km/h et 90 km/h ?

31 La fonction g est définie par cette courbe.



1. Quelle est l'image de -2 par g ?
2. Quel est l'antécédent de 2 par g ?
3. Quelle est la valeur de $g(3)$?
4. Donner un encadrement par deux entiers consécutifs de l'antécédent de 0 par g .
5. Combien le nombre $3,5$ a-t-il d'antécédent(s) par la fonction g ? En donner des valeurs approchées.

Lire une courbe

méthode 2

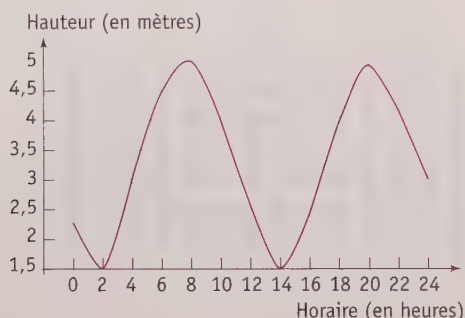
➔ Premiers exercices d'application : 15 à 18 p. 111.

38 Mathématiques et SVT

Pour cet exercice, les réponses seront données avec la précision permise par le graphique.

À la Pointe de Grave, en Gironde, on peut observer les effets de la marée grâce à un marégramme.

Voici la courbe obtenue le 16 octobre 2011.



- Indiquer les heures et les hauteurs des marées hautes et des marées basses.
- Quelle était la hauteur d'eau à 10 h ? à 16 h ?
- On appelle m la fonction qui, à un horaire en heures, fait correspondre la hauteur d'eau en mètres à cet horaire.
 - Donner l'image de 12 par la fonction m . Interpréter.
 - Quels sont les antécédents de 3 par m ? Interpréter.

Construire une courbe

39 On considère la fonction f définie par $f(x) = 0,5x^3 - 6x$.

- Recopier et compléter le tableau en utilisant la calculatrice.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$f(x)$								

- Construire un repère orthogonal d'unité 1 cm sur chacun de ses axes.
 - Placer les points :
 $A(-3; f(-3))$; $C(-1; f(-1))$; $E(1; f(1))$; $G(3; f(3))$;
 $B(-2; f(-2))$; $D(0; f(0))$; $F(2; f(2))$; $H(4; f(4))$.
 - À main levée, relier ces points afin d'obtenir une courbe pouvant représenter la fonction f .

40 On considère la fonction g définie par $g(x) = -x^2$.

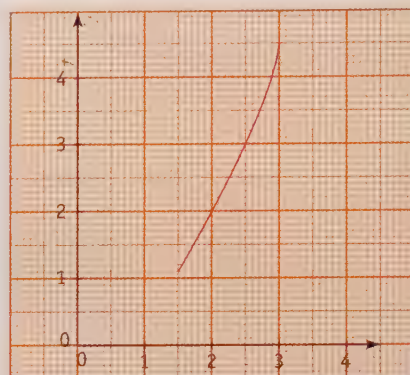
- Recopier et compléter le tableau.

x	-3	-2	-1	-0,5	0	1,5	2
$g(x)$							

- Construire un repère orthogonal d'unité 1 cm sur chacun de ses axes.
 - Tracer une courbe pouvant représenter la fonction g pour des valeurs de x comprises entre -3 et 2.

41 D'après BEP 2010

Une partie de la courbe représentative d'une fonction f est représentée ci-dessous.



La fonction f est définie par $f(x) = 0,5x^2$ pour des valeurs de x telles que $0 \leq x \leq 3$.

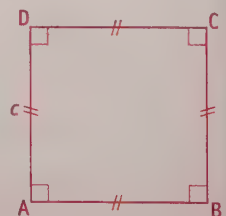
- Justifier que la courbe passe par le point $A(2; 2)$.
- Recopier et compléter le tableau de valeurs.

x	0	0,5	1	1,5
$f(x) = 0,5x^2$				

- Reproduire et terminer le tracé de la courbe représentative de la fonction f .
- Déterminer graphiquement une valeur de x pour laquelle $f(x) = 3$. Laisser apparents les traits utiles à la lecture.

Étudier des fonctions

42 ABCD est un carré, et on note c la longueur de son côté. On considère la fonction p qui associe à la longueur c le périmètre du carré $p(c)$.



- Quelle est l'image de 9 par la fonction p ?
- Calculer $p(17)$ et $p(4,8)$.
- Par quelle formule est définie la fonction p ?
- Calculer l'antécédent de 20 par la fonction p .

43 Mathématiques et Économie

En France, chaque objet vendu est soumis à une taxe appelée TVA. Elle est parfois égale à 19,6 % du prix initial. On nomme h la fonction qui fait correspondre au prix hors taxe (prix HT) le prix taxé (prix TTC).

- Recopier et compléter le tableau.

Prix HT en euros	10	30	50	60
Prix TTC en euros				

- Montrer que h est définie par $h(x) = x + 0,196x$.
- D'après le tableau :
 - Quelle est l'image par h de 30 ? Interpréter.
 - Quel est l'antécédent de 59,8 par h ? Interpréter.

Exercice (D'après Asie, 2011)

20 min

La tension U aux bornes d'une « résistance » de valeur R est proportionnelle à l'intensité I du courant qui la traverse. On a $U = R \times I$. La puissance P de la « résistance » est alors donnée par $P = U \times I$. On rappelle que l'unité de puissance est le watt, que l'unité d'intensité est l'ampère et que l'unité de tension est le volt.

1. Pour $R = 150$, justifier que $P = 150 \times I^2$.

2. On nomme g la fonction qui donne la puissance P en fonction de l'intensité I .

Calculer l'image de 7,5 par la fonction g .

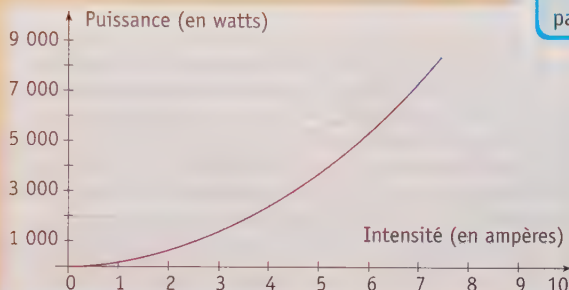
3. On donne la courbe représentative de la fonction g .

Lire graphiquement :

- la puissance P , quand $I = 5$ ampères ;
- un antécédent de 2 500 par la fonction g .

4. La puissance P est-elle proportionnelle à l'intensité I ?

Justifier la réponse.



Solution

1. $U = R \times I = 150 \times I$. Or $P = U \times I$. D'où $P = 150 \times I \times I = 150 \times I^2$.

2. $g(7,5) = 150 \times 7,5^2 = 150 \times 56,25 = 8\,437,5$

3. a. Graphiquement, quand $I = 5$ ampères, la puissance P est égale à 3 750 W.

b. Graphiquement, un antécédent de 2 500 par g est 4.

4. La puissance P n'est pas proportionnelle à l'intensité I car la courbe n'est pas une droite passant par l'origine du repère.

J'organise mon temps. En cas de difficulté à la question 1., je peux admettre son résultat et l'utiliser pour répondre à la question 2.

Je lis bien l'énoncé. R et P apparaissent dans les égalités fournies par l'énoncé : je dois donc les utiliser pour aboutir à $P = 150 \times I^2$.

Je lis bien l'énoncé. La fonction g est définie par $g(I) = P$, c'est-à-dire par $g(I) = 150 \times I^2$.

J'organise mon temps. Je peux traiter les questions 3. et 4. même si je n'ai pas répondu aux questions précédentes.

Je rédige correctement. Je peux ajouter les traits de construction au graphique.

Je me pose les bonnes questions. Graphiquement, comment se traduit une situation de proportionnalité ?

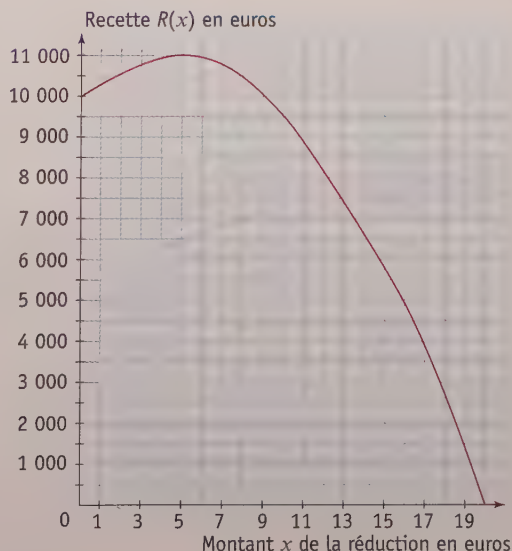
44 (D'après Amérique du Nord, 2011) Le prix d'une place de théâtre est fixé à 20 €. Chaque réduction de x euros du prix d'une place attire davantage de spectateurs. On nomme R la fonction donnant la recette (en euros) en fonction du montant x de la réduction (en euros) dont la courbe représentative est donnée ci-contre. **Par lecture graphique**, répondre aux questions.

1. Quelle est la recette pour une réduction de 2 € ?

2. Quel est le montant de la réduction pour une recette de 4 050 € ? Quel est alors le prix d'une place ?

3. Quelle est l'image de 8 par la fonction R ? Interpréter ce résultat pour le problème.

4. Quelle est la recette maximale ? Quel est alors le prix de la place ?



J'approfondis

45 Images, sommes et produits

On considère la fonction f définie par $f(x) = 7x$;
la fonction g définie par $g(x) = -5x + 7$
et la fonction h définie par $h(x) = x^2 - 3$.

1. a. Calculer $f(2 \times (-10))$ et $2f(-10)$.
- b. Reprendre la question précédente avec les fonctions g et h .
2. a. Calculer $f(3) + f(5)$ et $f(3 + 5)$.
- b. Reprendre la question précédente avec les fonctions g et h .

46 Mathématiques et Physique

On a branché un oscilloscope pour visualiser la tension aux bornes d'un GTBF (Générateur très basse fréquence).



1. D'après le réglage de cet oscilloscope, préciser le nombre de secondes qu'indique chaque division de l'axe des abscisses et le nombre de volts qu'indique chaque division de l'axe des ordonnées.
2. Lire sur le graphique la valeur maximale, notée $U_{\max}$, atteinte par la tension, ainsi que la valeur minimale.
3. Quel intervalle de temps sépare deux points d'ordonnée $U_{\max}$?
4. Combien de fois la tension $U_{\max}$ est-elle atteinte en une seconde ?

47 Calcul littéral

La fonction f est définie par :

$$f(x) = (x + 3)^2 - (x + 3)(5 - x).$$

1. Montrer, en développant, que $f(x) = 2x^2 + 4x - 6$.
2. Montrer, en factorisant, que $f(x) = (x + 3)(2x - 2)$.
3. En choisissant l'expression de $f(x)$ la mieux adaptée, calculer :
a. $f(0)$; b. $f(-3)$; c. $f(5)$; d. $f(1)$.
4. a. Utiliser la question 3. pour donner des antécédents de 0 par la fonction f .
- b. Résoudre l'équation $(x + 3)(2x - 2) = 0$ et comparer le résultat avec la réponse précédente.
5. a. Utiliser la question 3. pour donner un antécédent de -6 par la fonction f .
- b. Montrer que résoudre l'équation $f(x) = -6$ revient à résoudre $2x^2 + 4x = 0$ et résoudre cette équation.
- c. Que peut-on en déduire ?

48 Travail en groupe

ABCDEFGH est un cube de côté 8 cm.

M et N sont des points des arêtes [AD] et [AB] tels que $AM = AN = x$ (en centimètres).

P est le point de l'arête [EA] tel que $EP = x$ (en centimètres).

1. a. Exprimer la longueur AP en fonction de x .

b. Pour les valeurs de x telles que $0 \leq x \leq 8$, on note $V(x)$ le volume en centimètres cubes du parallélépipède rectangle représenté en violet sur la figure. Montrer que $V(x) = -x^3 + 8x^2$.

2. Préparer trois feuilles de papier millimétré, en construisant sur chacune d'elles un repère orthogonal, d'unité 1 cm sur l'axe des abscisses et 0,2 cm sur l'axe des ordonnées.

3. Le but de cette question est de représenter la fonction V avec un tracé de plus en plus précis.

- a. En utilisant la calculatrice, réaliser une table de valeurs de la fonction V avec un pas de 2, comme celle-ci-dessous :

x	0	2	4	6	8
$V(x)$					

On peut suivre l'une de ces manipulations :

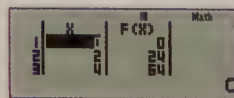
Sur TI

- Appuyer sur la touche $f(x)$ et entrer l'expression de $V(x)$ à l'aide de la touche $\rightarrow$.
- Renseigner les différents paramètres de façon à obtenir cet écran :



Sur Casio

- Appuyer sur la touche $\rightarrow$ et sélectionner le menu « 4 : table ».
- Entrer l'expression de $V(x)$ à l'aide de la touche $\rightarrow$.
- Renseigner les différents paramètres de façon à obtenir cet écran :



- b. Placer les cinq points correspondants à cette table de valeurs dans le repère et tracer en bleu une courbe pouvant représenter la fonction V .

4. Reprendre la question 3. a. en réalisant une table de valeurs ayant un pas égal à 1.

Placer les nouveaux points ainsi obtenus sur un second repère et tracer en vert une courbe pouvant représenter la fonction V .

5. Reprendre la question 3. a. en réalisant une table de valeurs ayant un pas égal à 0,5. Placer les nouveaux points ainsi obtenus sur le dernier repère et tracer en rouge, une courbe pouvant représenter la fonction V .

6. Comparer les trois courbes obtenues.

Que constate-t-on ?

49 Calcul de l'impôt

Dans un pays, les revenus annuels des habitants sont imposés selon un système de tranches :

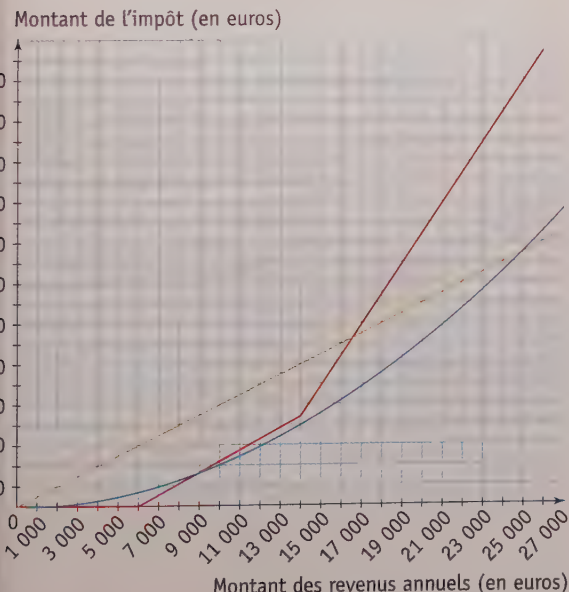
- sur la première tranche, c'est-à-dire la partie des revenus inférieurs ou égaux à 6 000 €, aucun impôt n'est payé ;
- sur la deuxième tranche, c'est-à-dire la partie des revenus comprise entre 6 000 € et 14 000 €, l'impôt est égal à 5,5 % de cette partie ;
- sur la troisième tranche, c'est-à-dire la partie des revenus supérieurs à 14 000 €, l'impôt est égal à 15 % de cette partie.

La somme des impôts par tranches représente l'impôt sur le revenu qui sera à payer.

Ainsi, pour une personne ayant déclaré 15 000 €, on a :

15 000 =	6 000	+	8 000	+	1 000
	1 ^{re} tranche		2 ^e tranche		3 ^e tranche
	non		imposée		imposée
	imposée		à 5,5 %		à 15 %
	Impôt		Impôt		Impôt
	de 0 €		de 440 €		de 150 €
	0 €	+	440 €	+	150 €
	= 590 € d'impôts sur le revenu				

1. Vérifier que l'impôt sur le revenu d'une personne ayant déclaré 10 000 € de revenus annuels s'élève à 220 €.
2. Vérifier que l'impôt sur le revenu d'une personne ayant déclaré 25 000 € de revenus annuels s'élève à 2 090 €.
3. On nomme I la fonction qui, à un revenu annuel, associe l'impôt sur le revenu à payer. Parmi les trois courbes ci-dessous, laquelle représente la fonction I ? Justifier la réponse.



50 Intersection de deux courbes

Voici les courbes des fonctions f et g définies

par $f(x) = 7 + x$ et $g(x) = -\frac{1}{2}x^2 - 3x + 7$.

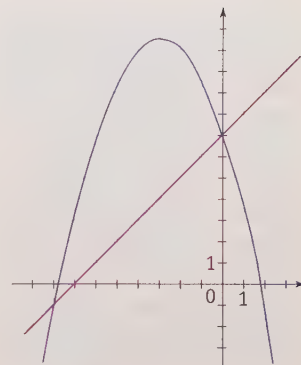
1. a. Si un point de la courbe représentant la fonction f a pour abscisse -2 , quelle est son ordonnée ?

b. Si un point de la courbe représentant la fonction g a pour abscisse -2 , quelle est son ordonnée ?

c. Associer chaque courbe à la fonction qu'elle représente.

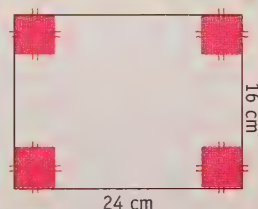
2. a. Graphiquement, pour quell(es) valeur(s) de x a-t-on $f(x) = g(x)$?

b. Vérifier en résolvant une équation.



Prise d'initiatives

51 Une feuille de carton rectangulaire mesure 16 cm de large et 24 cm de long. En découpant quatre carrés aux coins de la feuille, Mathys fabrique une corbeille de la façon suivante :



Quelle longueur de côté de carré Mathys doit-il choisir pour que sa corbeille possède le plus grand volume possible ?

Consigne

Vous présenterez votre démarche en faisant figurer toutes les pistes de recherche même si elles n'ont pas abouti.

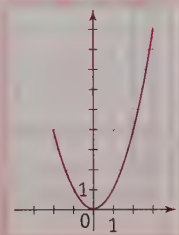
Voir indications pour l'évaluation p. 307.

DÉFIS, JEUX, CASSE-TÊTE

52 Voici la courbe représentative de la fonction f définie par $f(x) = x^2$ pour des valeurs de x comprises entre -2 et 3 .

1. Reproduire cette courbe.

2. Sans effectuer de calcul, tracer sur le même repère la courbe représentative de la fonction g définie par $g(x) = -x^2$, puis celle de la fonction h définie par $h(x) = x^2 - 5$.



53 Objectif : construire la courbe représentative d'une fonction de deux façons, à l'aide du logiciel GeoGebra et de son tableur.

On considère la fonction f définie par $f(x) = 0,5x^2 - 0,7x - 4,2$.

→ Voir « Utiliser un logiciel de géométrie », p. 318-319.

Tutoriel sur
www.3e.zeniusseve.magnard.fr

1 Construire point par point avec un curseur

1. Ouvrir GeoGebra et sélectionner « Tableur » dans le menu « Affichage » du logiciel.

2. a. Sélectionner l'outil « Curseur »  et cliquer sur la feuille.

b. Compléter la fenêtre de façon à créer un curseur nommé a , allant de -7 à 7 , avec un pas de $0,001$. (Le curseur va ainsi prendre toutes les valeurs comprises entre -7 et 7 , de millièmes en millièmes). Cliquer sur « Appliquer ».

3. a. Dans la cellule A1 du tableur, taper « a », puis appuyer sur « Entrée ». Qu'affiche alors le logiciel ? À quoi correspond cette valeur ?

b. Dans la cellule A2 du tableur, taper « $0,5*a^2 - 0,7*a - 4,2$ », puis appuyer sur « Entrée ». Qu'affiche alors le logiciel ? Pourquoi ?

c. Sélectionner les cellules A1 et A2. Faire un clic droit de la souris et sélectionner « Créer », puis « Liste de points ». Un point A est alors créé.

d. Déplacer le curseur à l'aide la souris. Qu'observe-t-on alors pour le point A ?

4. a. Faire un clic droit sur le point A et sélectionner « Trace activée ».

b. Déplacer à nouveau le curseur plusieurs fois dans un sens et dans l'autre. Qu'observe-t-on alors ?

c. Quel paramètre du curseur faudrait-il modifier pour que les différentes positions du point A soient plus proches les unes des autres ?

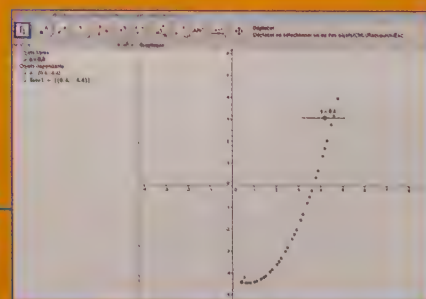
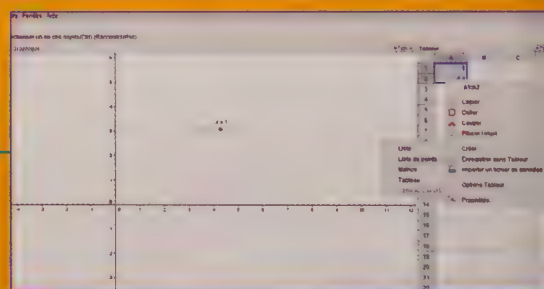
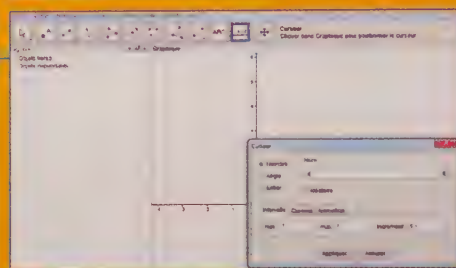
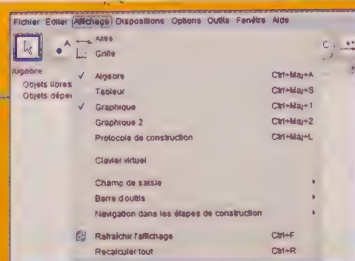
2 Construire automatiquement par le logiciel

5. Dans la cellule A3, taper « $0,5*x^2 - 0,7*x - 4,2$ » puis « Entrée ». Que semble alors afficher le logiciel ?

3 Appliquer

54 Faire apparaître de deux façons différentes la courbe représentative de la fonction g définie par $g(x) = -x^2 + 3$.

55 Faire apparaître de deux façons différentes la courbe représentative de la fonction h définie par $h(x) = x^3 - 3x^2 + 0,5x - 1$.



Devoir A

56 On considère une fonction h définie pour des valeurs de x telles que $-5 \leq x \leq 4$.

Tracer une courbe susceptible de représenter la fonction h sachant que :

- $h(2) = 3$;
- 0 a pour image 2 par la fonction h ;
- 0 a pour antécédents -4 ; 3 et 5 par la fonction h ;
- l'image par h de 4 est -2 .

57 La fonction f est définie par

$$f(x) = x^2 - 25 + (2x - 3)(x + 5).$$

- a. Factoriser l'expression $x^2 - 25$.
- b. En déduire une expression factorisée de $f(x)$.
2. Déterminer, en résolvant une équation, les antécédents de 0 par la fonction f .
3. En déduire les abscisses des points d'intersection de la courbe représentative de la fonction f avec l'axe des abscisses du repère.
4. **TICE** À l'aide d'un tableur, construire la courbe représentative de la fonction f et vérifier les résultats précédents.

➔ Voir Je clique, p. 118.

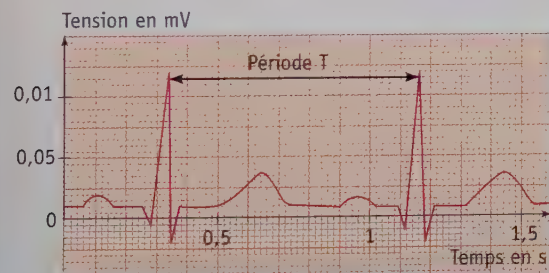
Exposé

B2i 4

tiens pour la recherche sur
www.3e.zenluseleve.
magnard.fr/tiens

60 Les maths au cœur

En médecine, pour étudier le rythme cardiaque des patients, on peut utiliser un électrocardiographe. Cet examen est réalisé par un infirmier. On obtient une courbe comme celle-ci-dessous.



Électrocardiogramme d'un homme au repos

- ✖ Un même motif se répète dans le tracé de cette courbe, combien de fois apparaît-il ici ? À quoi correspond ce motif ?
- ✖ Quelle est la durée de la période T indiquée sur le graphique ?
- ✖ Cette durée correspond à la durée d'un battement cardiaque. Calculer alors le nombre de battements cardiaques par minute de l'homme ausculté, au repos.

Devoir B

58 On sait qu'une fonction f est telle que :

- $f(1) = -1$;
- la courbe représentant la fonction f coupe l'axe des ordonnées en 5 ;
- la courbe représentant la fonction f coupe l'axe des abscisses en -2 et 2 ;
- 0 et 4 ont la même image par la fonction f ;
- l'image de 1 par la fonction f est aussi un antécédent de 2 par la fonction f .

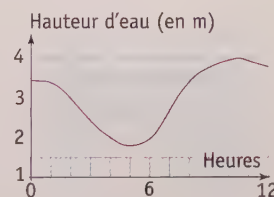
Voici un tableau de valeurs de la fonction f .

x		-1	0		2	4
$f(x)$	0			-1		

Recopier et compléter ce tableau par des valeurs qui conviennent.

59 Brevet (Antilles, Guyane, 2009) Le départ de la croisière choisie par Julien a lieu le 10 juillet (entre 0 h et 12 h). Le graphique décrit les variations de la hauteur de la mer dans le port de Fort de France selon l'heure de la matinée (entre 0 h et 12 h) du 10 juillet. On nomme f la fonction définie par cette courbe.

1. Le voilier ne peut sortir du port que si la hauteur d'eau dépasse 3,20 m. Quelles sont les tranches horaires de départs possibles pour ce voilier ?
2. Finalement, le skipper du voilier décide de partir lorsque la hauteur d'eau est maximale. À quelle heure va partir Julien ?
3. Quelle est l'image de 6 par la fonction f ? Interpréter.
4. Donner les antécédents de 3 par la fonction f . Interpréter.



✖ Rédiger une fiche sur le métier d'infirmier.

Compétence du socle commun évaluée dans cette question



Compétence	7 : L'autonomie et l'initiative
Domaine	Être acteur de son parcours de formation et d'orientation.
Item	Se familiariser avec l'environnement économique, les entreprises, les métiers de secteurs et de niveaux de qualification variés.
Pour l'évaluation	Je suis capable de décrire des métiers : conditions de travail, liste d'activités...

Je révise le cours et les méthodes

Connaissances exigibles

- ✓ Connaître les notations et le vocabulaire liés à la notion de fonction.
- ✓ Connaître le lien entre une fonction définie par une formule, un tableau de valeurs et une courbe représentant cette fonction.

Savoir-faire à acquérir

- ✓ Comprendre et utiliser les notations et le vocabulaire. (→ exercices 61 à 65)
- ✓ Déterminer, par le calcul, l'image d'un nombre par une fonction. (→ exercices 61 à 63)
- ✓ Utiliser un tableau de valeurs d'une fonction. (→ exercice 63)
- ✓ Utiliser, dans un repère donné, une courbe représentative d'une fonction. (→ exercices 64 et 65)

► Connaître le sens et l'orthographe de ces mots : fonction, image, antécédent, tableau de valeurs, repère orthogonal, abscisse, ordonnée, courbe représentative.

Je m'exerce

61 La fonction j est la fonction qui, à un nombre, fait correspondre la moitié de son triple.

1. Recopier et compléter :

$$j(2) = \dots ; j(7) = \dots ; j : -14 \mapsto \dots ; j : -0,8 \mapsto \dots$$

2. Recopier et compléter :

$$j(\dots) = 9 ; j(\dots) = -7,5 ; j : \dots \mapsto 0 ; j : \dots \mapsto 4,8.$$

3. Définir la fonction j par une égalité du type $j(x) = \dots$

62 La fonction h est définie par $h(x) = -\frac{x}{5} + 2$.

1. Calculer l'image par la fonction h des nombres 0 ; 10 ; -5 et 8.

2. En déduire un antécédent par h de 0.

63 Brevet (Épreuve technologique, Métropole et La Réunion, 2009)

La largeur d'un entrepôt est notée x . Sa longueur est le double de sa largeur. Pour agrandir la surface de l'entrepôt, on décide d'augmenter cette longueur de 40 m.



1. Recopier, parmi les propositions suivantes, l'expression correspondant à la nouvelle longueur :

$$x + 40 ; x - 40 ; 2x + 40 ; 40x.$$

2. Recopier et compléter le tableau.

x	20	25	30
$2x + 40$			
$2x^2 + 40x$			

3. Le calcul de la nouvelle surface de l'entrepôt est donné par $S = x(2x + 40)$. Développer cette expression.

4. La nouvelle surface après extension est de 2 250 m². À l'aide du tableau précédent, indiquer la mesure, en mètres, de la largeur de l'entrepôt.

64 Le montant d'une facture de téléphone pour des appels passés à l'étranger, en fonction

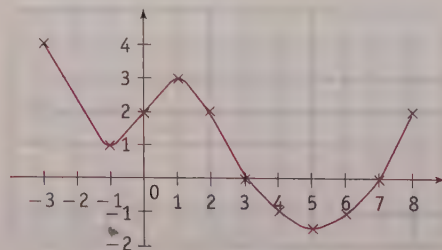
de la durée de communication, est représenté par le graphique donné ci-dessus.

1. Indiquer le montant de la facture pour 1 h de communication. Donner une valeur approchée.
2. Quelle est la durée de communication si le montant de la facture s'élève à 15 € ?
3. On appelle m la fonction qui, à une durée de communication t (en minutes), fait correspondre le montant de la facture (en euros).

a. Indiquer l'image de 12,5 par la fonction m . Interpréter.

b. Quel est l'antécédent de 30 par m ? Interpréter.

65 Cette courbe représente une fonction f pour des valeurs comprises entre -3 et 8.



1. Donner l'image de 1 par la fonction f .
2. Recopier et compléter : $f(-1) = \dots$ et $f(5) = \dots$
3. Donner le (ou les) antécédent(s) de 0 par la fonction f .
4. Combien de nombres ont pour image 1 par la fonction f ? Quels sont ces nombres ?
5. Donner un nombre qui n'a pas d'antécédent par la fonction f .

Je m'évalue

QCM interactif sur
www.3e.zeniusseleve.
magnard.fr

Choisir la (ou les) bonne(s) réponse(s).

66 Une fonction f est telle que $f(-3) = 5$.
On peut noter :

$f: -3 \mapsto 5.$

$f = -3 \mapsto 5.$

$f: 5 \mapsto -3.$

67 Si une fonction f est telle que $f(2) = 3$,
alors :

2 est l'image de 3
par la fonction f .

2 est un antécédent
de 3 par la fonction f .

3 est l'image de 2
par la fonction f .

68 Si 3 est un antécédent de -8
par une fonction g , alors :

$g(-8) = 3.$

-8 a pour image 3
par la fonction g .

$g: 3 \mapsto -8.$

69 La courbe représentative d'une fonction h
passe par le point de coordonnées $(-7; 2)$.
On peut dire que :

-7 est un antécédent
de 2 par la fonction h .

-7 est l'image de 2
par la fonction h .

-7 a pour image 2
par la fonction h .

70 La courbe représentative d'une fonction k
passe par le point de coordonnées $(5; -0,5)$.
On peut noter que :

$k(5) = -0,5.$

$k: 5 \mapsto -0,5.$

$k(-0,5) = 5.$

71 Soit f , la fonction définie par $f(x) = x^2 - 8$.
L'image de 4 par la fonction f est :

$0.$

$8.$

$4 \times 4 - 8.$

72 f est définie par $f(x) = -3x + 2$. Le nombre
qui a pour image -7 par f est :

$-3.$

$3.$

$f(-7).$

Pour les exercices **73** à **75**, on considère la fonction g
définie par ce tableau de valeurs.

x	-3	2	0
$g(x)$	5	0	-3

73 L'image de -3 par la fonction g est :

$5.$

$2.$

$0.$

74 La courbe représentative de la fonction g
passe par le point :

$A(5; -3).$

$B(-3; 0).$

$C(2; 0).$

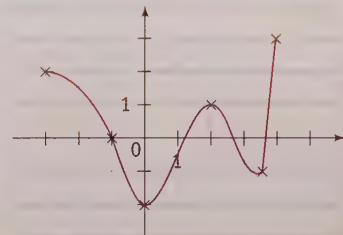
75 La courbe représentative de la fonction g
coupe :

l'axe des abscisses
en 2.

l'axe des abscisses
en -3 .

l'axe des ordonnées
en -3 .

Pour les exercices **76** à **78**, on considère la fonction f
définie par cette courbe pour des valeurs comprises entre -3 et 4 .



76 Par la fonction f , le nombre 2 a pour image :

$-3.$

$1.$

$3, 7.$

77 Un nombre ayant exactement
deux antécédents par la fonction f est :

$-1, 5.$

$1.$

$2.$

78 Un nombre ayant exactement un antécédent
par la fonction f est :

$2.$

$-2.$

$3.$

Je m'exerce

61. 1. $j(2) = 3$;
 $j(7) = 10,5$;
 $j : -14 \mapsto -21$;
 $j : -0,8 \mapsto -1,2$.

2. $j(6) = 9$;
 $j(-5) = -7,5$;
 $j : 0 \mapsto 0$;
 $j : 3,2 \mapsto 4,8$.

3. $j(x) = \frac{3x}{2}$

62. La fonction h est définie
 par $h(x) = -\frac{x}{5} + 2$.

1. $h(0) = 2$;
 $h(10) = 0$;
 $h(-5) = 3$
 et $h(8) = 0,4$.

2. Un antécédent par h de 0 est 10.

63. 1. L'expression qui convient est $2x + 40$.

2.

x	20	25	30
$2x + 40$	80	90	100
$2x^2 + 40$	1600	2 250	3 000

3. $S = x(2x + 40) = x \times 2x + x \times 40$
 $S = 2x^2 + 40x$.

4. La largeur de l'entrepôt est de 25 m.

64. 1. Le montant de la facture
 pour 1 h de communication est
 d'environ 32,50 €.

2. Si le montant de la facture s'élève
 à 15 €, le temps de communication est
 de 20 min.

3. a. L'image de 12,5 par la fonction m
 est 10. Le montant de la facture,
 pour une durée de communication
 de 12,5 min, est de 10 €.

b. L'antécédent de 30 par m est 40.
 40 min de communication sont
 facturées 30 €.

65. 1. L'image de 1 par la fonction f
 est 3.

2. $f(-1) = 1$ et $f(5) = -1,5$.

3. Les antécédents de 0 par la fonction
 f sont 3 et 7.

4. Trois nombres ont pour image 1 par
 la fonction f . Ce sont les nombres -1 ;
 2,5 et 7,5.

5. -2 est un nombre qui n'a pas
 d'antécédent par la fonction f .

Je m'évalue

Réponse(s)	Commentaires	Revoir
66. a	b. On n'utilise pas de symbole $=$ avec ce type de notations. c. L'antécédent s'écrit avant le symbole $\mapsto$.	Cours, p. 108.
67. b et c	Il ne faut pas confondre image et antécédent.	Cours, p. 108.
68. c	Dire que 3 est un antécédent de -8 revient à dire que -8 est l'image de 3.	Cours, p. 108.
69. a et c	L'abscisse du point est un antécédent ; son ordonnée en est l'image.	Cours, p. 108.
70. a et b	L'abscisse du point est un antécédent ; son ordonnée en est l'image.	Cours, p. 108.
71. b et c	Il ne faut pas oublier que $x^2 = x \times x$.	Méthode 1, p. 110.
72. b	a. Il faut faire attention aux signes : $f(-3) = 9 + 2 = 11$. c. $f(-7)$ est l'image de -7 . Or, on demande un antécédent.	Cours, p. 108 et Méthode 1, p. 110.
73. a	L'image de -3 est égal à $g(-3)$.	Cours, p. 108.
74. c	La courbe représentant la fonction g passe par les points dont les coordonnées sont de la forme $(x ; g(x))$.	Cours, p. 108.
75. a et c	La courbe passe par les points $(2 ; 0)$ et $(0 ; -3)$.	Cours, p. 108.
76. b	Une image se lit sur l'axe des ordonnées et non sur celui des abscisses.	Méthode 2, p. 111.
77. a et c	La courbe possède trois points ayant comme ordonnée 1.	Méthode 2, p. 111.
78. b et c	Le nombre 2 n'a qu'une image, mais possède deux antécédents par la fonction f .	Méthode 2, p. 111.

Proportionnalité et grandeurs composées

Objectifs

- **SC** Étudier des situations de proportionnalité.
- **SC** Traduire une variation en pourcentage par une multiplication.
- **SC** Effectuer des changements d'unités.
- **SC** Utiliser des grandeurs produits ou des grandeurs quotients.

Je me rappelle

socle commun

1 QCM : Choisir la (ou les) bonne(s) réponse(s).

		a	b	c				
1	Si $3x = 2$, alors :	$x = -1$.	$x = \frac{3}{2}$.	$x = \frac{2}{3}$.				
2	12 % de 150 font :	18.	132.	1,8.				
3	$\frac{3}{4} =$	75 %	25 %	0,75				
4	Dans une classe de 25 élèves, il y a 12 filles. On peut affirmer que, dans cette classe :	il y a 12 % de filles.	il y a 48 % de filles.	il y a 52 % de filles.				
5	Manuel a tiré 20 fois sur une cible avec 60 % de réussite. Il tire une nouvelle fois et réussit son tir :	il a maintenant 61 % de réussite.	il a maintenant 13 % de réussite.	il a maintenant environ 61,9 % de réussite.				
6	1 h 45 min =	145 min	105 min	1,75 h				
7	202 min =	3 h 22 min	12 120 s	2 h 02 min				
8	5 kg de pommes coûtent 4,25 € ; donc, 3 kg de ces pommes coûtent :	$\frac{3}{5} \times 4,25$ €.	2,55 €.	$3 \times \frac{4,25}{5}$ €.				
9	Une voiture se déplace selon un mouvement uniforme. Sa vitesse moyenne est 81 km/h, donc :	En 1 h 50 min, elle parcourt 148,5 km.	En 20 min, elle parcourt 27 km.	En 27 min, elle parcourt 207 km.				
10	<table border="1"><tr><td>x</td><td>7</td></tr><tr><td>2</td><td>5</td></tr></table> Ce tableau est un tableau de proportionnalité, donc :	x	7	2	5	$x = 4$.	$x = \frac{14}{5}$.	$x = 2,8$.
x	7							
2	5							

J'utilise un vocabulaire précis

exercice interactif sur
www.3e.zeniuseleve.magnard.fr

2 Recopier et compléter les phrases en utilisant les étiquettes.

Masse (en kilogrammes)	12	18
Prix (en euros)	2,4	3,6

$\times 0,2$

croix

proportionnel

coefficient

proportionnalité

1. Ce tableau est un tableau de ...
2. Dans ce tableau, les produits en ... sont $12 \times 3,6$ et $18 \times 2,4$.
3. Le nombre 0,2 est un ... de proportionnalité.
4. Le prix à payer est ... à la masse.

Activité 1 Traduire une variation en pourcentage par une multiplication

1. a. Dans un magasin, les prix des pantalons augmentent de 15 %. Recopier et compléter ce tableau.

b. Les prix de la première colonne et les prix de la dernière colonne sont-ils proportionnels ? Par quel nombre peut-on multiplier les prix de la première colonne pour obtenir ceux de la dernière ?

c. Recopier et compléter : $x + \frac{15}{100}x = \dots x + \frac{15}{100}x$
 $= x(\dots + \dots)$
 $= \dots x$

Prix initial	Montant de l'augmentation	Prix final
100 €		
60 €		
25 €		
x		

2. Recopier et compléter :

• $x + t \% x = 1x + \frac{t}{100}x = (\dots + \frac{t}{100})x$

• Augmenter un nombre de $t \%$ revient à le multiplier par...

3. a. Reprendre la question 1. avec une diminution de 20 %.

b. Recopier et compléter :

• $x - t \% x = 1x - \frac{t}{100}x = (\dots - \frac{t}{100})x$

• Diminuer un nombre de $t \%$ revient à le multiplier par...

Ai-je bien compris ?

Recopier et compléter :

- Augmenter de 20 % revient à multiplier par...
- Augmenter de 4 % revient à multiplier par...
- Diminuer de 15 % revient à multiplier par...
- Diminuer de 3 % revient à multiplier par...

Activité 2 Une grandeur quotient : le débit

La carte ci-contre indique le débit des plus grands fleuves du monde à leur embouchure.



D'après les données du site www.je-comprends-enfin.fr

1. Qu'est-ce que le débit d'un fleuve ? Quelle unité est utilisée sur cette carte ? Donner la signification de cette unité.

2. Dans un article de magazine, on peut lire :

L'Amazonie est le fleuve ayant le plus gros débit au monde.

Pour obtenir un débit équivalent, il faut :

- multiplier par cinq le débit du deuxième fleuve le plus important ;
- ou additionner les débits des dix fleuves suivants.

Vérifier, à l'aide de la carte, la cohérence des données de ce texte.

3. a. Combien l'Amazonie débite-t-il de litres d'eau en une seconde ? en un an (sachant qu'un an compte 365 jours) ? Donner ce dernier résultat en écriture scientifique.

b. Dans un village, chaque foyer consomme en moyenne 140 m³ d'eau par an. Combien de tels foyers l'Amazonie pourrait-il alimenter en un an ? Donner ce résultat en écriture scientifique.

Ai-je bien compris ?

• Vrai ou faux ? Un débit peut s'exprimer :

- a. en litres par seconde ;
- b. en kilogrammes par heure ;
- c. en mètres cubes par heure.

• Recopier et compléter : $1 \text{ m}^3/\text{s} = \dots \text{ m}^3/\text{h}$.

Activité 3 Une autre grandeur quotient : la masse volumique

Quatre aventuriers arrivent face à un fleuve qu'il leur faut traverser. N'ayant qu'une machette comme outil, ils décident de se fabriquer chacun une petite pirogue.

Aubane taille sa pirogue dans un acajou et traverse le fleuve sans problème ; de même pour Lisa, qui taille sa pirogue dans un wacapou.

Xavier et Pierre, qui ont taillé leur pirogue respectivement dans un bois serpent et dans un boco, coulent à pic sous le sourire de charmants crocodiles !

1. À quelle condition un bois flotte-t-il ?

2. En s'aidant du tableau, expliquer pourquoi les pirogues d'Aubane et Lisa ont flotté, contrairement à celles de Xavier et Pierre.

3. Le bois utilisé pour la fabrication de chaque pirogue a un volume de $2,5 \text{ m}^3$. Quelle est la masse de chacune d'elles ?



Espèce d'arbre	Acajou	Boco	Wacapou	Bois serpent
Masse volumique	300 kg/m^3	$1\,200 \text{ kg/m}^3$	900 kg/m^3	$1\,020 \text{ kg/m}^3$

Ai-je bien compris ?

- Quelle est la masse de $4,5 \text{ m}^3$ d'acajou ?
- Quel est le volume de $3\,120 \text{ kg}$ de boco ?
- Quelle est la masse de $4,5 \text{ m}^3$ de bois serpent ?
- Quel est le volume de 369 kg de wacapou ?

Activité 4 Une grandeur produit : le trafic

Pour évaluer le trafic, la SNCF utilise pour unité le « voyageurs × kilomètres ». Cette unité correspond au transport d'un voyageur sur une distance d'un kilomètre.

Ainsi, $100 \text{ voyageurs} \times \text{kilomètres}$ correspondent, par exemple, à 1 voyageur effectuant 100 km , ou 50 voyageurs effectuant 2 km ou 100 voyageurs effectuant 1 km .



1. Recopier et compléter :

$100 \text{ voyageurs} \times \text{kilomètres}$ correspondent à 20 voyageurs effectuant ... km.

$100 \text{ voyageurs} \times \text{kilomètres}$ correspondent à ... voyageurs effectuant 25 km .

2. Le tableau suivant indique, en millions, le nombre de voyageurs × kilomètres sur les grandes lignes, venant d'Alsace et d'Aquitaine, à destination de la région PACA en 2009.

Région d'origine	Voyageurs × kilomètres
Alsace	95,5
Aquitaine	141,1

Source : SNCF.

a. Combien de voyageurs × kilomètres y a-t-il eu en 2009 en provenance d'Alsace à destination de la région PACA ?

b. On suppose que la distance moyenne parcourue par chaque passager venant d'Alsace est 600 km . Combien cela représente-t-il de passagers ? Donner l'arrondi au millier près.

c. Reprendre la question b. en prenant 400 km comme distance moyenne parcourue par chaque passager.

3. Reprendre la question 2. b. en considérant les trains en provenance d'Aquitaine à destination de la région PACA. On suppose que la distance moyenne parcourue par chaque passager est 350 km .

Ai-je bien compris ?

- Un groupe de personnes loue une voiture pour un week-end. La voiture a effectué 450 km . Les passagers ont effectué $1\,800 \text{ voyageurs} \times \text{kilomètres}$. Combien y avait-il de passagers ?

1 Proportionnalité

Testez-vous avec les exercices 1 à 3.

Définitions

On dit que deux grandeurs sont **proportionnelles** lorsque l'on passe de l'une à l'autre en multipliant toujours par le même nombre. Ce nombre est un **coefficient de proportionnalité**.

Lorsque deux grandeurs sont proportionnelles, on dit que l'on est dans une **situation de proportionnalité**.

Propriétés

• Si le tableau $\begin{array}{|c|c|} \hline a & b \\ \hline c & d \\ \hline \end{array}$ est un tableau de proportionnalité, alors on a : $a \times d = b \times c$.

Les produits $a \times d$ et $b \times c$ sont appelés **produits en croix**.

• Si on a $a \times d = b \times c$, alors le tableau $\begin{array}{|c|c|} \hline a & b \\ \hline c & d \\ \hline \end{array}$ est un tableau de proportionnalité.

Exemple

On représente un gratte-ciel de 300 m de hauteur par un rectangle de 12 cm de long. De quelle longueur doit être le rectangle représentant un immeuble de 50 m de hauteur ?

Calcul par retour à l'unité

Longueur réelle en mètres	Longueur du rectangle en centimètres
300	12
1	0,04
50	x

$$\begin{aligned} & \div 300 \\ & \times 50 \\ x &= 0,04 \times 50 = 2. \end{aligned}$$

Calcul par le coefficient de proportionnalité

Longueur réelle en mètres	Longueur du rectangle en centimètres
300	12
50	x

$$\times \frac{50}{300} \quad x = 12 \times \frac{50}{300} = 2.$$

Calcul en utilisant les produits en croix

Longueur réelle en mètres	Longueur du rectangle en centimètres
300	12
50	x

$$300 \times x = 50 \times 12, \text{ donc } x = \frac{50 \times 12}{300} = 2.$$

2 Calcul d'un pourcentage

Testez-vous avec les exercices 4 et 5.

Pour calculer $t\%$ d'une quantité, on multiplie cette quantité par $\frac{t}{100}$.

Exemple

Pour calculer 15 % de 60 cm, on effectue $\frac{15}{100} \times 60 \text{ cm} = 0,15 \times 60 \text{ cm} = 9 \text{ cm}$.

3 Variation en pourcentage

Testez-vous avec les exercices 6 et 10.

Vocabulaire

Une augmentation ou une diminution s'appelle une **variation**.

Propriétés

- Augmenter un nombre de $t\%$ revient à le multiplier par $1 + \frac{t}{100}$.
- Diminuer un nombre de $t\%$ revient à le multiplier par $1 - \frac{t}{100}$.

Exemples

- Augmenter un nombre de 10 % revient à le multiplier par $1 + \frac{10}{100} = 1 + 0,10 = 1,10$.
- Diminuer un nombre de 10 % revient à le multiplier par $1 - \frac{10}{100} = 1 - 0,10 = 0,90$.

Testez votre compréhension du cours

1 Dans chaque cas, les deux grandeurs proposées sont-elles proportionnelles ? Justifiez :

- a. La mesure du côté d'un carré et son périmètre.
- b. La mesure d'un côté d'un carré et son aire.
- c. La longueur d'une route et sa représentation sur une carte à l'échelle $\frac{1}{25\,000}$.
- d. Le prix du carburant et le volume acheté.
- e. L'âge d'une personne et sa taille.
- f. La difficulté d'un exercice et sa longueur.

4 Exprimez sous forme de pourcentages chaque fraction.

• $\frac{1}{10}$; $\frac{1}{5}$; $\frac{1}{2}$; $\frac{4}{5}$; $\frac{2}{5}$

5 Calculez :

- a. 12 % de 40 ;
- b. 23 % de 54 ;
- c. 5 % de 3 ;
- d. 0,2 % de 145.

7 Complétez :

Augmenter un nombre de...	revient à le multiplier par...
15 %	
25 %	
2 %	
0,5 %	
80 %	
100 %	
200 %	

9 Complétez :

Baisser un nombre de...	revient à le multiplier par...
15 %	
25 %	
2 %	
0,5 %	
80 %	

2 Déterminez a pour que les tableaux soient de proportionnalité.

12	30
4	a

5	14
12	a

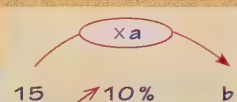
26	4
a	48

3 Complétez de tête les deux tableaux de proportionnalité.

3	7	10
0,6	1,4	?

9,6	26,4	?
4	11	15

6 Un article coûte 15 €. Son prix va augmenter de 10 %. Pour calculer son nouveau prix, Pauline réalise le schéma ci-dessous. Que vaut a ? Que vaut b ?



8 Complétez par un pourcentage :

Multiplier un nombre par...	revient à l'augmenter de...
1,30	
1,40	
1,35	
1,03	
2,50	
4	

10 Complétez par un pourcentage :

Multiplier un nombre par...	revient à le baisser de...
0,90	
0,10	
0,25	
0,01	
0,95	
0,125	

4 Grandeurs produits

Testez-vous avec les exercices 13 à 15.

Définition

Quand on effectue le produit de deux grandeurs, on obtient une **grandeur produit**.

Exemples

• L'aire d'un rectangle

aire rectangle = longueur $\times$ largeur

$$1 \text{ m}^2 = 1 \text{ m} \times 1 \text{ m}$$

L'aire d'un rectangle de longueur 3 m et de largeur 2 m est 6 m².

• L'énergie électrique

L'**énergie électrique** E, consommée par un appareil de puissance P kilowatts, pendant t heures est :

$$E = P \times t \text{ en kWh}$$

$$1 \text{ kWh} = 1 \text{ kW} \times 1 \text{ h.}$$

L'énergie électrique E consommée par un appareil de puissance 30 kW pendant 2 h est 60 kWh.

• Les indicateurs de trafic

voyageurs $\times$ kilomètres

= nombre de voyageurs $\times$ nombre de kilomètres

$$\begin{aligned} &40 \text{ voyageurs} \times \text{kilomètres} \\ &= 10 \text{ voyageurs} \times 4 \text{ km ou} \\ &= 1 \text{ voyageur} \times 40 \text{ km ou} \\ &= 40 \text{ voyageurs} \times 1 \text{ km, etc.} \end{aligned}$$

tonnes $\times$ kilomètres

= nombre de tonnes $\times$ nombre de kilomètres

$$\begin{aligned} &50 \text{ tonnes} \times \text{kilomètres} \\ &= 1 \text{ t} \times 50 \text{ km ou} \\ &= 5 \text{ t} \times 10 \text{ km, etc.} \end{aligned}$$

• Un indicateur de tourisme

nuitées (dans l'hôtellerie)

= nombre de personnes $\times$ nombre de nuits

$$\begin{aligned} &15 \text{ nuitées} \\ &= 15 \text{ personnes} \times 1 \text{ nuit ou} \\ &= 3 \text{ personnes} \times 5 \text{ nuits, etc.} \end{aligned}$$

5 Grandeurs quotients

Testez-vous avec les exercices 11 à 14.

Définition

Quand on effectue le quotient de deux grandeurs, on obtient une **grandeur quotient**.

Exemples

• **vitesse moyenne** = $\frac{\text{distance parcourue}}{\text{durée du parcours}}$

$$v \text{ en m/s (notée aussi m.s}^{-1}\text{)} = \frac{d(\text{en m})}{t(\text{en s})}$$

$$v \text{ en km/h (notée aussi km.h}^{-1}\text{)} = \frac{d(\text{en km})}{t(\text{en h})}$$

Un véhicule qui parcourt 75 km en 1 h roule sur ce trajet à une vitesse moyenne de 75 km/h.

• **densité de population** = $\frac{\text{nombre d'habitants}}{\text{aire}}$

Guttenberg, dans le New Jersey, est la ville la plus densément peuplée des États-Unis avec 21 626 habitants par kilomètre carré.

• **masse volumique** = $\frac{\text{masse}}{\text{volume}}$

Le cuivre a une masse volumique de 8 620 kg/m³, c'est-à-dire qu'un mètre cube de cuivre a une masse de 8 620 kg.

• **débit** = $\frac{\text{volume}}{\text{durée}}$

La Loire a un débit moyen de 1 000 m³/s, c'est-à-dire qu'en une seconde, il s'écoule 1 000 m³ d'eau.

Testez votre compréhension du cours

11 Complétez :

a. Un véhicule dont la vitesse est 30 km/h parcourt 30 km en ... h.

b. Un robinet laisse couler ... L en ... min,
donc son débit est $\frac{25}{30}$ L/min.

12 Qui a raison ?

Un véhicule parcourt 100 km en 2,5 h.
Pour calculer sa vitesse moyenne :

Lise effectue $\frac{2,5}{100}$ km/h.

Nils effectue $100 \times 2,5$ km/h.

Gabrielle effectue $\frac{100}{2,5}$ km/h.

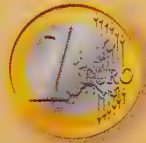
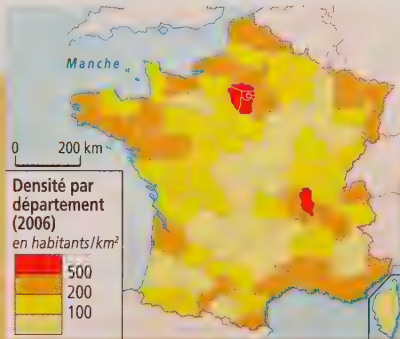
13 Indiquez la nature de chaque grandeur (simple, produit ou quotient) dans le tableau de gauche, puis associez à chacune de ces grandeurs une unité figurant dans le tableau de droite.

Grandeur	Unité
Longueur	km/h
Aire	kg/m ³
Durée	kWh
Vitesse	m
Débit	€/L
Masse	t × voyageur
Masse volumique	kg
Énergie	h
Prix au litre	L/h
Trafic	m ²

14 Quelles sont les grandeurs simples ?
les grandeurs quotients ?



Couette en soie,
enveloppe pur coton,
densité 300 g/m²



Route, rail, navigation :
le point sur les coûts de transport

12€/t	Grand gabarit
17€/t	Petit gabarit
21€/t	Camion
22€/t	Train

Coût moyen de transport d'une tonne sur 350 Km
2 scénarios : cas et sans externalités (pour le rail et le transport)
Coûts externes pour une tonne transportée sur 350 Km
(coûts non intégrés dans le coût de transport : congestion, bruit, accidents, etc.)

VNF

Prévisions de trafic fluvial
sur l'axe nord-sud

Unité : millions de tonnes transportées par la voie d'eau

2000 2020 2050 Fourchette de prévision des
trafics suivant les scénarios d'étude



VNF

15 Qui a raison ?

Un matin, un taxi transporte 3 personnes sur un trajet de 30 km.
L'après-midi, il transporte 2 personnes sur 50 km.

Laïka

Pour ce taxi, le nombre de voyageurs × kilomètres
sur la journée est donc $(3 + 2) \times (30 + 50)$.

Pour ce taxi, le nombre de voyageurs × kilomètres
sur la journée est donc $3 \times 30 + 2 \times 50$.

Gaëtan

Exercice 1 Une calculatrice coûte 25 € en juillet. Son prix augmente de 5 % le 1^{er} septembre. Par quel nombre doit-on multiplier le prix de juillet pour obtenir le prix de septembre ? Calculer ce nouveau prix.

Solution 1

J'utilise le cours : augmenter un nombre de $t\%$ revient à le multiplier par $1 + \frac{t}{100}$.

$$1 + \frac{5}{100} = 1,05$$

On multiplie le prix de juillet par 1,05.

On a donc $25 \times 1,05 = 26,25$.

En septembre, la calculatrice coûte 26,25 €.

Exercice 2 Un stylo coûte 15 € en juillet. Son prix baisse de 6 % le 1^{er} septembre. Par quel nombre doit-on multiplier le prix de juillet pour obtenir le prix de septembre ? Calculer ce nouveau prix.

Solution 2

J'utilise le cours : diminuer un nombre de $t\%$ revient à le multiplier par $1 - \frac{t}{100}$.

$$1 - \frac{6}{100} = 0,94$$

On multiplie le prix de juillet par 0,94.

On a donc $15 \times 0,94 = 14,1$.

En septembre, le stylo coûte 14,10 €.

J'applique

sc

16 Une veste coûte 80 € en janvier. Son prix augmente de 12 % le 1^{er} février.

Par quel nombre doit-on multiplier le prix de janvier pour obtenir le prix de février ? Calculer ce nouveau prix.

17 Une écharpe coûte 9 € en juillet. Son prix baisse de 8 % le 1^{er} septembre.

Par quel nombre doit-on multiplier le prix de juillet pour obtenir le prix de septembre ? Calculer ce nouveau prix.

18 Un produit coûte 240 €. Son prix va augmenter de 3 %. Par quel nombre doit-on multiplier le prix actuel pour obtenir le prix futur ? Calculer ce nouveau prix.

19 Une population baisse de 3 % par an. En 2011, cette population était de 20 000 personnes. Par quel nombre doit-on multiplier la population en 2011 pour obtenir celle en 2012 ? Calculer la population en 2012.

20 Donner le pourcentage d'augmentation d'un nombre si on le multiplie par : a. 1,9 ; b. 2 ; c. 3.

21 Le prix d'un produit a baissé de 4 %. Il est actuellement de 432 €. Par quel nombre doit-on diviser le prix actuel pour obtenir l'ancien prix ? Calculer cet ancien prix.

22 Dans un hôtel, une chambre coûte 50 € en basse saison. Ce prix augmente de 20 % en moyenne saison. Le prix de la chambre en moyenne saison augmente de 30 % en haute saison.

1. Calculer le prix de cette chambre en moyenne saison, puis en haute saison.
2. Si on augmente de 50 % le prix en basse saison, obtient-on le prix en haute saison ? Pourquoi ?

23 On appelle x le prix en euros d'un article en janvier. En février, il subit une variation (augmentation ou baisse). On appelle $f(x)$ son nouveau prix en fonction de x . Recopier et compléter le tableau.

Si x augmente de 15 %,	alors $f(x) = \dots$
Si x augmente de 15 €,	alors $f(x) = \dots$
Si x baisse de 10 %,	alors $f(x) = \dots$
Si x baisse de 10 €,	alors $f(x) = \dots$
Si $x \dots$,	alors $f(x) = 0,8x$.
Si $x \dots$,	alors $f(x) = 1,35x$.
Si $x \dots$,	alors $f(x) = x + 2$.
Si $x \dots$,	alors $f(x) = x - 10$.

24 Dans un laboratoire, des scientifiques cultivent des bactéries. À 10 h, ils comptent 20 000 bactéries. Entre 10 h et 11 h, ce nombre augmente de 40 %. Entre 11 h et 12 h, les scientifiques notent une baisse de 40 % par rapport à la fin de l'heure précédente.



1. Par quel nombre doit-on multiplier la population de bactéries de 10 h pour obtenir celle de 11 h ? Calculer le nombre de bactéries à 11 h.
2. Par quel nombre doit-on multiplier la population de bactéries de 11 h pour obtenir celle de 12 h ? Retrouve-t-on la population de bactéries de 10 h ? Pourquoi ?

Effectuer des changements d'unités

socle commun

Exercice 1 Convertir 60 m/s en kilomètres par heure.**Exercice 2** Convertir 108 km/h en mètres par seconde.**Exercice 3** Convertir 10 L/s en mètres cubes par heure.**Exercice 4** Convertir 72 m³/h en litres par seconde.**Solution 1**

J'utilise la conversion des mètres en kilomètres, et celle des secondes en heures.

Comme 3 600 s = 1 h et 1 000 m = 1 km, on a :

$$60 \text{ m/s} = \frac{60 \text{ m}}{1 \text{ s}} = \frac{60 \text{ m} \times 3 600}{1 \text{ s} \times 3 600} = \frac{216 000 \text{ m}}{3 600 \text{ s}}$$

$$= \frac{216 \text{ km}}{1 \text{ h}} = 216 \text{ km/h}$$

Donc, 60 m/s = 216 km/h.

Solution 2

J'utilise la conversion des kilomètres en mètres, et celle des heures en secondes.

Comme 1 km = 1 000 m et 1 h = 3 600 s, on a :

$$108 \text{ km/h} = \frac{108 \text{ km}}{1 \text{ h}} = \frac{108 000 \text{ m}}{3 600 \text{ s}} = \frac{30 \text{ m}}{1 \text{ s}}$$

$$= 30 \text{ m/s}$$

Donc, 108 km/h = 30 m/s.

Solution 3

J'utilise la conversion des litres en mètres cubes, et celle des secondes en heures.

Comme 3 600 s = 1 h et 1 000 L = 1 m³, on a :

$$10 \text{ L/s} = \frac{10 \text{ L}}{1 \text{ s}} = \frac{10 \text{ L} \times 3 600}{1 \text{ s} \times 3 600} = \frac{36 000 \text{ L}}{3 600 \text{ s}}$$

$$= \frac{36 \text{ m}^3}{1 \text{ h}} = 36 \text{ m}^3/\text{h}$$

Donc, 10 L/s = 36 m³/h.

Solution 4

J'utilise la conversion des mètres cubes en litres, et celle des heures en secondes.

Comme 1 m³ = 1 000 L et 1 h = 3 600 s, on a :

$$72 \text{ m}^3/\text{h} = \frac{72 \text{ m}^3}{1 \text{ h}} = \frac{72 000 \text{ L}}{3 600 \text{ s}} = \frac{20 \text{ L}}{1 \text{ s}} = 20 \text{ L/s}$$

Donc, 72 m³/h = 20 L/s.

J'applique

SC

25 Convertir 100 m/s en kilomètres par heure.**26** Convertir 18 km/h en mètres par seconde.**27** Convertir 180 L/s en mètres cubes par heure.**28** Convertir 155 m³/h en litres par seconde.

Arrondir à l'unité.

29 Au tennis, une balle peut atteindre la vitesse de 90 miles par heure.

Info : 1 mile = 1 mi = 1,609 km.

Que représente cette vitesse en mètres par seconde ?

30 La masse volumique du zinc est de 7,29 kg/dm³. Convertir cette masse volumique en grammes par centimètre cube.**31** Convertir 250 L/h en mètres cubes par heure.**32** Convertir 0,5 km/s en mètres par heure.**33** Convertir 180 g/L en kilogrammes par mètres cubes. Arrondir à l'unité.

34 L'iguane à queue épineuse d'Amérique Centrale peut atteindre la vitesse de 34 km/h. Exprimer cette vitesse en mètres par seconde.



35 Une barre d'acier de 200 dm³ a une masse de 1 570 kg. Une barre d'aluminium de 350 000 cm³ a une masse de 945 kg.

Calculer la masse volumique en kilogrammes par mètre cube de ces deux barres.

36 Un navire avance à la vitesse de 30 nœuds. On sait que 1 nœud = 1 mille marin par heure, soit environ 1,852 km/h.



Calculer la vitesse de ce navire en kilomètres par heure, puis en mètres par seconde.

Exercice 1 Un bus transporte 45 personnes sur une distance de 200 km pour la somme de 1 800 €. Quel est le coût du voyageur $\times$ kilomètre ?

Exercice 2 En 2011, sur l'île de la Réunion, 900 g de letchis coûtent 3,60 €. Quel est le prix en euros par kilogramme de ces letchis ?

Solution 1

Je sais que : voyageurs $\times$ kilomètres
= nombre de voyageurs $\times$ nombre de kilomètres.

45 voyageurs $\times$ 200 km
= 9 000 voyageurs $\times$ kilomètres
Le coût de 9 000 voyageurs $\times$ kilomètres est 1 800 €.
Donc, 1 voyageur $\times$ kilomètre coûte $\frac{1\,800}{9\,000} = 0,2$ €.

Solution 2

Je sais que : prix en €/kg = $\frac{\text{prix en €}}{\text{masse en kg}}$.

Je dois donc convertir les grammes en kilogrammes.

On a 900 g = 0,9 kg.
 $\frac{3,60 \text{ €}}{0,9 \text{ kg}} = 4 \text{ €/kg}$.
Ces letchis coûtent 4 €/kg.

Exercice 3 Des rillettes d'oie sont vendues 7 €/kg. Quel est le prix de 220 g de ces rillettes ?

Exercice 4 1 kg de fruits de mer coûte 5,60 €. Quelle masse de fruits de mer peut-on acheter pour 1,96 € ?

Solution 3

Je sais que : prix en € = prix en €/kg $\times$ masse en kg.
Je dois donc convertir les grammes en kilogrammes.

On a 220 g = 0,22 kg.
7 €/kg $\times$ 0,22 kg = 1,54 €
220 g de rillettes d'oie coûtent 1,54 €.

Solution 4

Je sais que : masse en kg = $\frac{\text{prix en €}}{\text{prix en €/kg}}$.

masse de fruits de mer en kg = $\frac{1,96 \text{ €}}{5,6 \text{ €/kg}} = 0,35 \text{ kg}$,
soit 350 g.
Pour 1,96 €, on achète 350 g de fruits de mer vendus à 5,6 €/kg.

J'applique



37 Un bus transporte 40 personnes sur une distance de 1 000 km pour la somme de 4 480 €. Quel est le coût du voyageur $\times$ kilomètre ?

38 Dans un rapport de l'observatoire régional des transports dans le Nord-Pas-de-Calais de 2007, on peut lire :



7,8 millions de tonnes de marchandises ont emprunté les voies navigables du Nord-Pas-de-Calais.
En tonnes $\times$ kilomètres, le trafic s'élève à 841 millions.

Quelle est, en moyenne, la distance parcourue par chaque tonne de marchandises ?

39 On rappelle la formule $E = P \times t$, où E est l'énergie consommée (en kilowatts-heure), P , la puissance d'un appareil électrique (en kilowatts) et t , la durée de l'utilisation (en heures). Un fer à repasser consomme en une demi-heure une énergie de 0,5 kWh. Calculer la puissance de ce fer à repasser.

40 1. On suppose qu'un pétrolier émet 12 g de carbone par tonne $\times$ kilomètre. Quelle masse de carbone est émise par 15 pétroliers de ce type qui transportent 150 000 tonnes sur 10 000 km ?
2. On suppose que des trains émettent 30 g de carbone par tonne $\times$ kilomètre. Quelle masse de carbone est émise par 15 trains qui transportent 350 tonnes sur une distance de 500 km ?

41 Le prix de 800 g de pommes est 1,20 €. Quel est le prix en euros par kilogramme de ces pommes ?

42 Les cerneaux de noix sont vendus 22,50 €/kg. Quel est le prix de 180 g de ces cerneaux ?

43 Sur un site Internet, on peut acheter de la farine vendue 1,40 €/kg. Quelle masse de farine achète-t-on avec 5,50 € ?

SC Calculer une quatrième proportionnelle

44 Sur une carte à l'échelle $\frac{1}{2500}$, quelle distance représente 10 cm dans la réalité ?

45 Un tube d'acier de 3 m a une masse de 36,3 kg.
QCM : Choisir la (ou les) bonne(s) réponse(s).

	a	b	c
1 La masse d'un tube de cet acier de 7 m de long est :	84,7 kg.	254,1 kg.	84 700 g.
2 La longueur d'un tube de cet acier de 10 kg est :	≈ 8,3 m.	≈ 83 m.	≈ 0,83 m.

46 On dépose, sur un plateau d'une balance, une autruche de 129,6 kg. Combien faut-il mettre de calyptes d'Hélène (le plus petit oiseau du monde) sur l'autre plateau pour qu'il y ait équilibre ?



Info : Un calypte d'Hélène pèse en moyenne 1,8 g.

SC Déterminer des pourcentages

47 Exprimer chaque pourcentage sous la forme d'une fraction irréductible.

a. 5 % b. 12 % c. 60 % d. 80 % e. 20 %

48 Calculer chaque pourcentage.

a. 12 % de 150 b. 15 % de 789 c. 5 % de 14 d. 1 % de 45

49 Dans une école, il y a 74 enfants, dont 25 en maternelle. Quel est le pourcentage d'enfants en maternelle dans cette école ?

SC Traduire une variation en pourcentage par une multiplication

Premiers exercices d'application : 16 à 24 p. 130.

50 Ce tableau recense la variation d'une population de lapins de garenne dans une commune rurale.

	Nombre de lapins
2008	750
2009	Augmentation de 10 %
2010	Baisse de 5 %
2011	Augmentation de 3 %
2012	Baisse de 2 %

Recopier et compléter le tableau, en arrondissant éventuellement les résultats à l'unité.

Je calcule mentalement

59 Un robinet a un débit de 16 L/min.

1. Combien s'écoule-t-il d'eau en :

a. 2,5 min ? b. 15 min ? c. en 1 h ?

51 Un produit coûte 240 €. Son prix augmente de 3 %. Quel est son nouveau prix ?

52 Un produit coûte 240 €. Son prix baisse de 3 %. Quel est son nouveau prix ?

SC Effectuer des changements d'unités

Premiers exercices d'application : 25 à 36 p. 131.

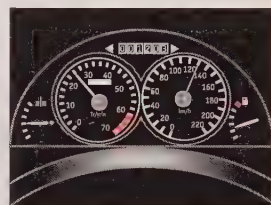
53 Un cycliste roule à la vitesse moyenne de 25 km/h. Exprimer cette vitesse en mètres par seconde.

54 La voiture de John consomme 1,8 gal tous les 100 miles.

Info : Ces unités sont utilisées aux États-Unis : 1 gal = 4,454 L (gal est l'abréviation de gallon) et 1 mile = 1 609 m.

La voiture de Jean consomme 5,5 L tous les 100 km. Laquelle des deux voitures consomme le moins de litres aux 100 km ?

55 Voici la photo d'un tableau de bord d'une voiture qui roule sur autoroute.



1. Que mesure chaque cadran ?
 2. À combien de tours par minute tourne le moteur ? Exprimer ce résultat en nombre de tours par seconde, puis par heure.

3. Exprimer la vitesse de la voiture en mètres par seconde.

56 Une pompe permet de remplir un bassin de 1 400 L en 3 min 30 s.

Calculer le débit de cette pompe en litres par seconde, puis en mètres cubes par heure.

SC Utiliser des grandeurs composées

Premiers exercices d'application : 37 à 43 p. 132.

57 Un robinet a un débit constant de 5,5 L/min.

1. On note d le débit (en litres par minute), V le volume (en litres) et t la durée (en minutes). Quelle formule permet d'exprimer d en fonction de V et t ?

a. $d = V \times t$ b. $d = \frac{t}{V}$ c. $d = \frac{V}{t}$

2. Calculer la durée nécessaire pour remplir un récipient de 121 L.

58 Le débit d'une pomme de douche est 18 L à la minute.

1. Combien de litres d'eau utilise-t-on pour une douche de 5 min 15 s ?

2. Luc a utilisé 27 L d'eau pour prendre une douche. Combien de minutes a-t-il fait couler l'eau ?

SC Utiliser des grandeurs composées méthode 3

► Premiers exercices d'application : 67 à 43 p. 132.

60 En juillet, l'hôtel *La plage* a enregistré 24 personnes par nuit sur 30 nuits d'ouverture.

L'hôtel *Belle rive* a enregistré 30 personnes par nuit sur 25 nuits d'ouverture.

Les nuitées correspondent au nombre total de nuits passées par les clients dans un établissement. Ainsi, deux personnes séjournant trois nuits dans un hôtel comptent pour six nuitées, de même que six personnes ne séjournant qu'une nuit. Comparer le nombre de nuitées sur cette période entre les deux hôtels.

61 Mathématiques et Développement durable

Pour le transport des marchandises, des solutions alternatives au « tout routier » sont développées : le transport combiné rail-route ou fluvial-route par exemple.

Cas 1



Cas 2



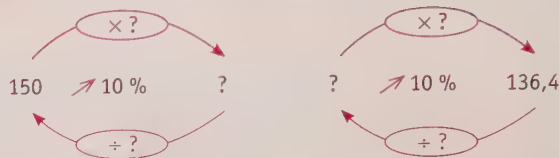
1. Dans le cas 1, comment le bilan environnemental est-il obtenu ?
2. Calculer ce bilan dans le cas 2.

SC Résoudre des problèmes

62 Léa place 150 € sur un compte bancaire. Ce compte lui rapporte 4 % par an. Elle ne retire pas d'argent pendant deux ans. Calculer, en effectuant deux multiplications seulement, la somme que possède Léa sur son compte au bout de deux ans.

63 Une population est passée de 2 800 habitants à 3 100 habitants. Exprimer cette variation en pourcentage.

64 Recopier et compléter les schémas.



65 Le prix d'un produit a baissé de 20 %. Il est actuellement de 420 €. Quel était son ancien prix ?

66 1. Convertir 1 500 m/min en kilomètres par heure.
2. Pour faire baisser sa consommation de carburant, un automobiliste décide, sur une route à 4 voies, de réduire sa vitesse de 110 km/h à 1 500 m/min. Il ralentit ainsi sur un trajet de 80 km.
La durée de son parcours augmente-t-elle de plus de 10 min ?

67 Mathématiques et Physique

On rappelle que le volume d'une boule de rayon r est donné par $V = \frac{4}{3} \times \pi \times r^3$. Recopier et compléter le tableau en utilisant la notation scientifique.

	Masse en kilogrammes	Diamètre en kilomètres	Volume	Masse volumique
Soleil	$1,98 \times 10^{30}$	$1,39 \times 10^6$		
Mercure	$0,33 \times 10^{24}$	4 878		
Vénus	$4,87 \times 10^{24}$	12 100		
Terre	$5,97 \times 10^{24}$	12 756		
Mars	$0,64 \times 10^{24}$	6 790		
Jupiter	$1,90 \times 10^{27}$	142 800		
Saturne	568×10^{24}	120 600		
Uranus	$86,8 \times 10^{24}$	51 300		
Neptune	102×10^{24}	49 100		

68 **Prise d'initiatives** Les appareils de la maison consomment de l'énergie quand ils sont en veille.

Voici quelques exemples de consommation par heure.

Si un kilowatt-heure coûte 0,093 €, quelle est la dépense annuelle pour ces appareils en veille ? (On considère que chaque appareil reste, en moyenne, 12 h en veille par jour, et qu'une année compte 365 jours).

- Ordinateur de bureau : 20 W
- Magnétoscope : 13 W
- Téléviseur : 10 W
- Lecteur DVD : 6 W
- Chargeur de batterie : 2 W
- Machine à café : 2 W

Je calcule mentalement

69 Indiquer si on augmente ou si on diminue un nombre en le multipliant par :

- a. 1,01 ;
- b. 1,196 ;
- c. 0,96 ;
- d. 0,05 ;
- e. 0,99 ;
- f. 1,101.

Exercice (Bordeaux, 2004)

12 min

Un professeur d'éducation physique et sportive fait courir ses élèves autour d'un stade rectangulaire mesurant 90 m de long et 60 m de large.

1. Calculer, en mètres, la longueur d'un tour de stade.
2. Pour effectuer 15 tours en 24 min à vitesse constante, combien de temps un élève doit-il mettre pour faire un tour ?
On donnera la réponse en minutes et secondes.
3. Un élève parcourt 6 tours en 9 min. Calculer sa vitesse en mètres par minute, puis en kilomètres par heure.

Je lis l'énoncé attentivement.

Puisque l'élève court à vitesse constante, la distance parcourue est proportionnelle à la durée du parcours.

Je me rappelle que 1 min = 60 s.

Solution

1. La longueur d'un tour de stade est égale au périmètre de ce stade, soit $2(90 \text{ m} + 60 \text{ m}) = 300 \text{ m}$.

2. On note x la durée du parcours pour un tour.

Nombre de tours	Durée du parcours (en minutes)
15	24
1	x

$$15x = 24, \text{ donc } x = \frac{24}{15} = 1,6.$$

$$1,6 \text{ min} = 1 \text{ min} + 0,6 \times 60 \text{ s} = 1 \text{ min } 36 \text{ s}$$

Pour parcourir un tour, il doit mettre 1 min 36 s.

3. Il parcourt 6 tours en 9 min, soit :

$$\frac{6 \text{ tours}}{9 \text{ min}} = \frac{6 \times 300 \text{ m}}{9 \text{ min}} = \frac{1800 \text{ m}}{9 \text{ min}} = \frac{200 \text{ m}}{1 \text{ min}} = 200 \text{ m/min.}$$

Sa vitesse est donc de 200 m/min.

$$200 \text{ m/min} = \frac{200 \text{ m}}{1 \text{ min}} = \frac{60 \times 200 \text{ m}}{60 \text{ min}} = \frac{12000 \text{ m}}{1 \text{ h}} = \frac{12 \text{ km}}{1 \text{ h}} = 12 \text{ km/h}$$

Sa vitesse est donc de 12 km/h.

J'utilise une formule à connaître :

le périmètre d'un rectangle de largeur L et de longueur l est égal à $2(L + l)$.

J'utilise la bonne méthode.

Un tableau de proportionnalité s'adapte bien à cette situation.

Je fais attention aux conversions

des unités de durée. 1,6 min n'est pas égale à 1 min 6 s.

Je pense à exploiter le résultat
de la question 1.

Je fais attention aux conversions

des unités de durée. 1 h = 60 min.

70 (Polynésie, 2011)

Une compagnie de transport maritime met à disposition deux bateaux appelés *CatamaranExpress* et *FerryVogue* pour une traversée inter-îles de 17 km.

1. Le premier départ de *CatamaranExpress* est à 5 h 45 min, pour une arrivée à 6 h 15 min.

Calculer sa vitesse moyenne en kilomètres par heure.

2. La vitesse moyenne de *FerryVogue* est de 20 km/h.

À quelle heure est prévue son arrivée s'il quitte le quai à 6 h ?

71 (Amérique du Nord, 2011)

La vitesse de la lumière est de 300 000 km/s.

1. La lumière met $\frac{1}{75}$ de seconde pour aller d'un satellite à la Terre.

Calculer la distance séparant ce satellite de la Terre.

2. La lumière met environ 8 min et 30 s pour nous parvenir du Soleil. Calculer la distance nous séparant du Soleil.

Donner le résultat en écriture scientifique.

72 (D'après Guyane, 2009, série technologique)

La formule empirique suivante, basée sur l'observation, permet de donner une bonne approximation du taux d'alcoolémie en fonction du nombre de canettes de bière bues. (On suppose que toutes les canettes contiennent

la même quantité d'alcool.) $A = \frac{16,5 \times N}{M \times K}$, avec :

- A : taux d'alcoolémie en grammes par litre de sang ;
- N : nombre de canettes bues par la personne ;
- M : masse (en kg) de la personne qui consomme l'alcool ;
- K : coefficient de diffusion égal à 0,7 pour les hommes et à 0,6 pour les femmes.

1. Calculer le taux d'alcoolémie d'un homme de 75 kg, puis celui d'une femme de 55 kg qui boivent cinq canettes de bière chacun. Donner le résultat à 0,01 près.

2. En France, il est interdit de conduire si le taux d'alcoolémie dépasse 0,5 g/L. Un homme de 75 kg doit conduire. Quel est le nombre maximum de canettes de bière qu'il peut boire sans commettre un délit.

J'approfondis

73 SC Au sénat

Voici un extrait du rapport sur l'encombrement aérien, que l'on peut retrouver au complet sur le site senat.fr.

Au cours des dernières années, la croissance du trafic aérien a été spectaculaire. Alors que 748 millions de passagers étaient, en 1980, transportés par les airs, ce chiffre s'élève, pour 1999, à plus de 1,5 milliard, soit plus

de deux fois plus. En termes de passagers-kilomètres transportés, la croissance est encore plus vive : le trafic a été multiplié par 2,5 en 20 ans.



1. Quel est le pourcentage d'augmentation du trafic des passagers entre 1980 et 1999 ?
2. Quel est le pourcentage d'augmentation du trafic en passagers-kilomètres entre 1980 et 1999 ?

74 SC Mathématiques et Développement durable

L'empreinte carbone pour une voiture est calculée par : facteur d'émission moyen $\times$ distance du voyage. Le facteur d'émission moyen correspond à la quantité de CO_2 émise par kilomètre. Une voiture a un facteur d'émission moyen de 210 g de CO_2/km . Quelle est son empreinte carbone pour un parcours de 180 km ?

75 SC Le prix d'un produit a augmenté de 20 €. Il est maintenant de 481 €. Calculer le pourcentage d'augmentation.

76 SC Une somme placée dans une banque augmente de 5 % par an. De quel pourcentage a-t-elle augmenté en 4 ans ?

77 SC Le prix d'un article augmente de 10 %, puis baisse de 10 %. Cet article est-il revenu au prix initial ? Justifier.



82 SC L'étiquette ci-dessus ne s'applique que pour des produits achetés identiques. Une personne achète deux articles identiques soldés à 30 %. Elle bénéficie donc de l'offre : on lui donne un troisième article identique. Quel est le pourcentage global de réduction dont bénéficie cette personne ?

78 SC On appelle x le prix en euros d'un article au premier janvier 2012. Au cours de l'année, il subit deux variations (augmentation ou baisse) et on appelle $f(x)$ son nouveau prix en fonction de x . Recopier et compléter le tableau.

Augmentation de 10 %, suivie d'une baisse de 4 %	$f(x) = \dots$
Augmentation de 10 €, suivie d'une baisse de 4 %	$f(x) = \dots$
Augmentation de 10 %, suivie d'une baisse de 4 €	$f(x) = \dots$
Baisse de 10 %, suivie d'une baisse de 4 %	$f(x) = \dots$
Baisse de 10 €, suivie d'une baisse de 4 €	$f(x) = \dots$
...	$f(x) = 1,2x + \dots$
...	$f(x) = 1,02x - \dots$

79 SC Mathématiques et Développement durable

Un avion reliant Bordeaux à Lille (700 km) transporte 55 passagers. Il émet sur ce trajet 5 467 kg de CO_2 . On dit que son efficacité environnementale est $142 \text{ g/voyageur} \times \text{km}$. Comment est-elle calculée ?

Prise d'initiatives

80 SC Le prix d'un article augmente de 10 % en 2011, puis de 20 % en 2012.

Un journaliste annonce, à la radio :

« Cet article a donc augmenté en moyenne de 15 % par an sur deux ans ! » Qu'en pensez-vous ?

Consigne

Vous présenterez votre démarche en faisant figurer toutes les pistes de recherche même si elles n'ont pas abouti.

LP Voir indications pour l'évaluation p. 307.

81 SC B2i Un Japonais décide de devenir sumo. Pour réaliser cet objectif, il voudrait peser 180 kg. En mangeant beaucoup, il pense pouvoir augmenter sa masse de 10 % tous les mois.

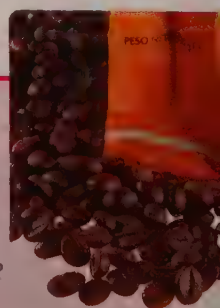
Il débute son nouveau régime le premier janvier, date à laquelle il pèse 84 kg.

À partir de quel mois aura-t-il atteint son objectif de masse ? Effectuer ce calcul à l'aide d'un tableau.

DÉFIS, JEUX, CASSE-TÊTE



83 SC Augmenter de 20 % la quantité de café revient-il à diminuer le prix au kilogramme de 20 % ? Pourquoi ?



Devoir A

84 Pour calculer la consommation énergétique d'une ampoule, on multiplie la puissance P (en watts) par la durée (en heures) d'utilisation de l'ampoule. Dans le salon d'une maison, il y a cinq ampoules à incandescence : deux ampoules de 100 W et trois ampoules de 60 W.

Les lampes fonctionnent en moyenne 4 h par jour toute l'année.

1. Qu'est-ce qu'une ampoule à incandescence ? une ampoule fluo-compacte ?
2. Calculer la consommation d'énergie annuelle des ampoules de ce salon.
3. Le tableau ci-dessous indique la puissance en watts des ampoules à incandescence et des ampoules fluo-compactes pour un éclairage équivalent.

Ampoules à incandescence	60	100
Ampoules fluo-compactes	15	25

On ne tient pas compte du prix d'achat de ces lampes. Le prix du kilowatt-heure étant 0,120 9 €, quelle économie peut-on réaliser en une année en changeant les ampoules à incandescence par des ampoules fluo-compactes ?

85 Un bassin est alimenté par deux canalisations qui ont chacune un débit constant. Si la première canalisation fonctionne seule, elle remplit le bassin en douze heures. Si la deuxième canalisation fonctionne seule, elle remplit le bassin en dix-huit heures.

1. Le bassin étant vide, on ouvre les deux canalisations en même temps. Quelle est alors la durée de remplissage du bassin ? Exprimer cette durée en heures-minutes.
 2. Si on ouvre la première canalisation pendant 2 h, et la seconde pendant 3 h, la quantité d'eau recueillie au total est de 1 000 L.
- a. Quelle est la capacité du bassin ?
b. Calculer le débit de chaque canalisation en litres par heure.

Exposé

89 La vitesse de la lumière est la vitesse à laquelle se déplace aussi bien la lumière émise par l'ampoule de notre salon que celle des étoiles. En astrophysique, on mesure le plus souvent les distances en utilisant l'unité année-lumière.

✂ Effectuer une recherche sur cette unité de longueur.

✂ La distance entre la terre et l'étoile la plus proche, Proxima du Centaure, est de 4,3 a.l. Calculer cette distance en kilomètres et déterminer le temps mis par la lumière pour nous parvenir de cette étoile.

✂ Réaliser un exposé qui présente différentes unités de distance utilisées par les astrophysiciens en expliquant à chaque fois pourquoi elles ont été choisies.

Devoir B

86 Brevet (Amérique du Nord, 2010)

Sur le chantier de sa future maison, M. Dubois croise un maçon qui semble avoir des difficultés à porter une tige d'acier pleine, de forme cylindrique.

Cette tige mesure 1,5 m de long et a un rayon de base de 4 cm.

1. Calculer le volume de cette tige arrondie au centimètre cube.
2. L'acier a une masse volumique de $7,85 \text{ g/cm}^3$. Calculer la masse de cette tige arrondie au gramme.

87 Le volume d'un bloc en aluminium est :

$$V = 5,12 \times 10^{-2} \text{ m}^3.$$

La masse volumique de l'aluminium est :

$$\rho = 2,7 \times 10^3 \text{ kg/m}^3.$$

Calculer, en kilogrammes, la masse M de ce bloc d'aluminium. Donner le résultat en notation scientifique.

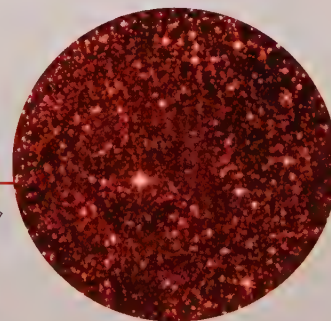
88 Voici la quantité d'eau annuelle consommée par deux familles dans la salle de bains.

Famille GASPI (4 personnes)	Famille ECO (4 personnes)
• Douche : 270 L par jour • Bain : 600 L par semaine • Lavabo : 80 L par jour	• Douche : 210 L par jour • Bain : 150 L par semaine • Lavabo : 60 L par jour
$x \text{ m}^3$, soit 212 €	$y \text{ m}^3$, soit p €

1. Calculer la valeur de x et y en prenant une année de 365 jours et 52 semaines. Arrondir à l'unité.
2. Calculer p et en déduire l'économie réalisée par la famille **ECO** sur la consommation d'eau par rapport à la famille **GASPI**.

liens pour la recherche sur
www.3e.zenluseleve.magnard.fr/liens

Image infrarouge
de Proxima du Centaure
(centre gauche)



Compétence du socle commun évaluée
dans cette question

Compétence	3 : Les principaux éléments de mathématiques et la culture scientifique et technologique
Domaine	Savoir utiliser des connaissances dans divers domaines scientifiques.
Item	L'Univers et la Terre.
Pour l'évaluation	Je sais manipuler la vitesse de propagation de la lumière.

Je prépare le contrôle

Je révise le cours et les méthodes

Connaissances exigibles

- ✓ **SC** La définition de la proportionnalité.
- ✓ **SC** La définition de grandeur produit et grandeur quotient.

Savoir-faire à acquérir

- ✓ **SC** Étudier des situations de proportionnalité. (→ exercices 90 à 101)
- ✓ **SC** Traduire une variation en pourcentage par une multiplication. (→ exercices 91 à 96)
- ✓ **SC** Effectuer des changements d'unités. (→ exercices 97 à 99)
- ✓ **SC** Utiliser des grandeurs produits ou des grandeurs quotients. (→ exercices 97 à 101)

► **Connaitre le sens et l'orthographe de ces mots :**
développement durable,
masse volumique, nuitée,
débit, grandeur produit,
grandeur quotient, proportionnel.

Je m'exerce

Socle commun

90 1. Calculer 19,6 % de 128.

2. Calculer 0,5 % de 135.

91 Le prix d'un article a été multiplié par 1,25.
De quel pourcentage a-t-il varié ?
Préciser s'il s'agit d'une baisse ou d'une hausse.

92 Le prix d'un article a été multiplié par 0,82.
De quel pourcentage a-t-il varié ?
Préciser s'il s'agit d'une baisse ou d'une hausse.

93 Un produit coûte 25 €. Son prix va augmenter de 4 %.
Quel sera son nouveau prix ?

94 Le prix d'un produit a baissé de 15 %.
Il est actuellement de 191,25 €.
Quel était son ancien prix ?

95 La population d'un village est passée
de 1 550 habitants à 1 581 habitants.
Exprimer cette variation en pourcentage.

96 Le prix d'un produit a augmenté de 6 %.
Il est maintenant de 156 €.
De quel pourcentage a-t-il augmenté ?

97 Un robinet débite 400 cm^3 d'eau en 5 s.
Quel est son débit en centimètres cubes par seconde ?
Quel est son débit en litres par minute ?

98 Le réservoir d'une voiture a une capacité de 65 L.
Calculer la masse de gazole contenue dans le réservoir
plein sachant que la masse volumique du gazole est
de 850 kg/m^3 .

99 Un fer à repasser d'une puissance de 2 050 W
fonctionne 6 h par semaine.

1. Quelle énergie consomme-t-il en une année ?
2. Calculer la dépense par mois, sachant qu'1 kWh coûte 0,120 9 €.

100 Ce tableau indique le bilan des transports effectué
par un chauffeur d'autocar pendant une semaine.

Jour	Nombre de voyageurs	Longueur du trajet en kilomètres
Lundi	45	52
Mardi	38	68
Mercredi	26	98
Jeudi	58	125
Vendredi	43	74

Calculer le nombre de voyageurs $\times$ kilomètres pendant
cette semaine pour ce chauffeur.

101 Mathématiques et Gestion

(D'après CAP tertiaire 2008) Les employés de la société
« Delta plus » utilisent des voitures Diesel pour leurs
déplacements professionnels. La consommation moyenne
de ces voitures est 5,5 L pour 100 km parcourus.

1. Calculer, en litres, le volume de carburant consommé
par une voiture pour parcourir 12 000 km.
2. On note V le volume de carburant consommé en litres,
et d la distance parcourue en kilomètres. Indiquer la
formule permettant de calculer cette consommation :

$$d = \frac{5,5}{100} V ; \quad V = 5,5d ; \quad V = \frac{5,5}{100} d ; \quad V = 550d.$$

3. Calculer la distance parcourue avec 42,9 L de carburant.

→ Corrigés, voir p. 140.

Je m'évalue

socle commun

QCM interactif sur
www.3e.zenluseleve.
magnard.fr

Choisir la (ou les) bonne(s) réponse(s).

- 102** Le cœur d'un singe bat 192 fois en une minute, ce qui donne :



	a	b	c
102 Le cœur d'un singe bat 192 fois en une minute, ce qui donne :	115,2 battements par heure.	1 152 battements par heure.	11 520 battements par heure.
103 Un trafic de 40 voyageurs sur 500 km revient à :	4 voyageurs × 5 000 kilomètres.	20 000 voyageurs × kilomètres.	200 voyageurs × 100 kilomètres.
104 Dans un hôtel, 45 nuitées peuvent représenter :	5 personnes qui dorment 9 nuits.	40 personnes qui dorment 5 nuits.	3 personnes qui dorment 15 nuits.
105 1 500 tours/min =	250 tours/s	25 tours/s	2,5 tours/s
106 Si une quantité est diminuée de 5 %, elle est multipliée par :	0,95.	0,05.	– 0,05.
107 Un objet coûtant 1 200 € augmente de 5 %. Son nouveau prix est :	60 €.	1 205 €.	1 260 €.
108 La vitesse moyenne d'un coureur qui court 400 m en 1 min est :	40 m/s.	24 km/h.	4 km/h.
109 3 500 kg/m ³ valent :	3,5 kg/mm ³ .	3,5 kg/cm ³ .	3,5 kg/dm ³ .
110 Un robinet a un débit de 9 L/min. Il s'écoule donc :	0,15 L/s.	0,54 m ³ /h.	540 L/h.
111 Le coût d'un abonnement à un service est 8,5 €/h. On paie donc :	10,20 € pour 1 h 20 min d'abonnement.	10,20 € pour 1 h 12 min d'abonnement.	710,55 € pour 8 h 30 min d'abonnement.
112 Un moteur tourne à la vitesse de 1 200 tours/min :	Le produit $60,25 \times 1\,200$ est le nombre de tours effectués en 1,25 h.	Le produit $\frac{15}{60} \times 1\,200$ est le nombre de tours effectués en 15 s.	Le produit $1,5 \times 1\,200$ est le nombre de tours effectués en 1 min 50 s.
113 Un téléviseur d'une puissance de 50 W fonctionne 4 h par jour. L'énergie consommée au cours d'une année de 365 jours est :	$4 \times 365 \times 50 = 73\,000 \text{ Wh}$.	$4 \times 365 \times 50 = 730 \text{ kWh}$.	$4 \times 365 \times 50 = 73 \text{ kWh}$.
114 La masse volumique du plomb est de 11 350 g/m ³ , donc :	Un morceau de plomb de 11 350 g occupe un volume de 1 dm ³ .	Un morceau de plomb de 11 350 g occupe un volume de 1 cm ³ .	Un morceau de plomb de 11 350 g occupe un volume de 1 000 cm ³ .

Je m'exerce

- 90. 1.** 25,088
2. 0,675
- 91.** Il s'agit d'une hausse de 25 %.
- 92.** Il s'agit d'une baisse de 18 %.
- 93.** Son nouveau prix est 26 €.
- 94.** Son ancien prix est 225 €.
- 95.** Il a augmenté de 2 %.
- 96.** Il a augmenté de 4 %.
- 97.** Un robinet débite 400 cm^3 d'eau en 5 s.
 Son débit est de 80 cm^3 par seconde ou de 4,8 L/min.
- 98.** La masse de gazole contenue dans le réservoir plein est de 55,25 kg.
- 99. 1.** Ce fer à repasser consomme 639,6 kWh par an.
2. La dépense par mois s'élève, pour ce fer à repasser, à environ 6,44 €.

100. Pendant cette semaine, le nombre de voyageurs $\times$ kilomètres pour ce chauffeur est de 17 904.

101. 1. Une voiture de cette société consomme 600 L pour parcourir 12 000 km.

2. $v = \frac{5,5}{100}d$

3. Avec 42,9 L de carburant, une voiture de cette société parcourt 780 km.

Je m'évalue

	Réponse(s)	Commentaires	Revoir
102.	c	Dans 1 h, il y a 60 s et $60 \times 192 = 11\,520$.	Méthode 2, p. 131.
103.	a, b et c		Cours, p. 128.
104.	a et c	40 personnes qui dorment 5 nuits correspondent à $40 \times 5 = 200$ nuitées.	Cours, p. 128.
105.	b	$\frac{1500}{60} = 25$	Méthode 2, p. 131.
106.	a	b. Quand une quantité est multipliée par 0,05, cela correspond à une baisse de 95 %. c. Le coefficient est toujours positif.	Cours, p. 126.
107.	c	a. 60 € correspondent à 5 % de 1 200, ce qui n'est pas le nouveau prix. b. Il ne faut pas confondre 5 % et 5 €.	Cours, p. 126.
108.	b	a. $40 \text{ m/s} = 40 \times 60 \text{ m/min} = 2\,400 \text{ m/min}$ c. $4 \text{ km/h} = \frac{4\,000 \text{ m}}{60 \text{ min}}$, soit 400 m en 6 min.	Méthode 2, p. 131.
109.	c	a. $1 \text{ m}^3 = 1\,000\,000\,000 \text{ mm}^3$ b. $1 \text{ m}^3 = 1\,000\,000 \text{ cm}^3$	Méthode 2, p. 131.
110.	a, b et c		Méthode 2, p. 131.
111.	b	a. $1 \text{ h } 20 \text{ min} = \frac{4}{3} \text{ h}$ et $\frac{4}{3} \times 8,5 \approx 11,3 \text{ €}$. c. $8 \text{ h } 30 \text{ min} = 8,5 \text{ h}$	Méthode 3, p. 132.
112.	b	a. $60,25 \text{ min} = 1 \text{ h } 15 \text{ min}$ c. $1 \text{ min } 50 \text{ s} \neq 1,5 \text{ min}$	Cours, p. 128.
113.	a et c	b. $1 \text{ kWh} = 1\,000 \text{ Wh}$	Méthode 3, p. 132.
114.	a et c	b. $1 \text{ m}^3 = 1\,000\,000 \text{ cm}^3$	Méthode 3, p. 132.

Objectifs

- SC Reconnaître une fonction linéaire.

Reconnaître une fonction affine.

Déterminer graphiquement ou par le calcul l'image ou l'antécédent d'un nombre par une fonction linéaire ou affine.

Représenter graphiquement une fonction linéaire ou affine.

Déterminer graphiquement ou par le calcul une fonction linéaire ou affine.

Je me rappelle

1 QCM : Choisir la (ou les) bonne(s) réponse(s).

		a	b	c				
1	 Si $x = 5$, alors $-2x + 1 =$	$-24.$	$-9.$	$-12.$				
2	Si $-x + 5 = -20$, alors :	$x = 25.$	$x = 15.$	$x = -4.$				
3	Si $5x = -20$, alors :	$x = -25.$	$x = 4.$	$x = -4.$				
4	Si $-3x - 2 = -20$, alors :	$x = 6.$	$x = -15.$	$x = -6.$				
5	Je paie une place de cinéma 5 €. Combien aurai-je dépensé si je vais n fois au cinéma ?	$5 \times n$ €.	$5 + n$ €.	$5n$ €.				
6	 On peut dire qu'il y a proportionnalité entre :	l'âge et la taille d'une personne.	le volume de carburant acheté et le prix payé à une station-service.	l'heure de la journée et la température.				
7	<table border="1" data-bbox="250 909 385 990"><tr><td>- 2</td><td>3</td></tr><tr><td>6</td><td>x</td></tr></table>  Le nombre manquant dans le tableau de proportionnalité ci-contre est :	- 2	3	6	x	11.	- 9.	9.
- 2	3							
6	x							
8	Je paie l'entrée d'une fête foraine 3 €, puis chaque tour de manège coûte 5 €. Combien aurai-je dépensé après n tours de manège ?	$8 \times n$ €.	$3 + 5 \times n$ €.	$3 + 5 + n$ €.				
9	Si une fonction f est telle que $f(4) = 6$, alors :	6 est l'image de 4 par la fonction f .	4 est un antécédent de 6 par la fonction f .	4 est l'image de 6 par la fonction f .				
10	Si 2 est un antécédent de - 3 par une fonction g , alors :	$g(-3) = 2.$	- 3 a pour image 2 par la fonction g .	$g : 2 \mapsto -3.$				
11	La courbe représentative d'une fonction k passe par le point de coordonnées $(1; -2)$. On peut écrire :	$k(-2) = 1.$	$k : 1 \mapsto -2.$	$k(1) = -2.$				
12	Soit f la fonction définie par $f(x) = x^2 + 1$. L'image de 3 par la fonction f est :	10	7	$3 \times 3 + 1.$				

J'utilise un vocabulaire précis

exercice interactif sur
www.3e.zenjuseleweb.magnard.fr

socle commun

2 Recopier et compléter les phrases en utilisant les étiquettes.

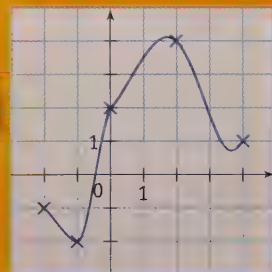
- Cette ... est la représentation d'une ...
- 0 a pour ... 2.
- 4 a pour ... 2.

courbe

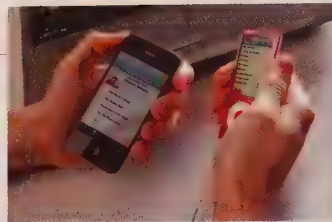
antécédent

image

fonction



Activité 1 Fonction linéaire



- Sur un site de téléchargement, une minute de musique au format mp3 coûte 0,30 €.
 - Combien paie-t-on pour dix minutes ?
 - Combien paie-t-on pour cent minutes ?
 - Combien paie-t-on pour x minutes ?
- Déterminer la fonction f qui, à un nombre x de minutes, associe le prix à payer.
- On appelle **fonction linéaire** une fonction de la forme $f : x \mapsto ax$, avec a un nombre donné. Le nombre a est le **coefficient** de la fonction linéaire.
 f est-elle une fonction linéaire ? Si oui, quel est son coefficient ?

Ai-je bien compris ?

Les fonctions suivantes sont-elles linéaires ? Si oui, en donner le coefficient.

$g(x) = -4x$
 $h(x) = 4x + 1$
 $i(x) = 3x^2$
 $j(x) = \frac{1}{2}x$
 $k(x) = -x$

Activité 2 Fonction linéaire et proportionnalité

- Soit g la fonction linéaire définie par $g : x \mapsto -3x$.
 - Quel est le coefficient de la fonction g ?
 - Recopier et compléter le tableau de valeurs de la fonction g .
 - Est-ce un tableau de proportionnalité ?
Si oui, donner un coefficient de proportionnalité de ce tableau.
- On donne un tableau de valeurs d'une fonction h .
 - Est-ce un tableau de proportionnalité ?
Si oui, donner un coefficient de proportionnalité de ce tableau.
 - La fonction h peut-elle être une fonction linéaire ?
Si oui, quel serait son coefficient ?

x	-2	-1	0	1	2
$g(x)$					

x	-2	-1	0	1	2
$h(x)$	-0,5	-0,25	0	0,25	0,5

Ai-je bien compris ?

- Recopier et compléter :

Un tableau de valeurs associé à une fonction linéaire est un tableau de ...

Le coefficient de cette fonction linéaire correspond à un ... du tableau.

- Le tableau ci-dessous est un tableau de valeurs d'une fonction linéaire h .

Recopier et compléter le tableau.

x	-3	-2		1	
$h(x)$		-8	0		12

Quel est le coefficient de h ?

- Les tableaux ci-dessous sont des tableaux de valeurs de fonctions. Quelles fonctions ne peuvent pas être linéaires ? Justifier.

x	0	2
$j(x)$	2	4

x	1	2	3
$k(x)$	-2,5	-5	-7,5

x	5	6	7
$l(x)$	2,5	3	3

x	-2	-1	0	1
$m(x)$	-4	-2	0	3

Activité 3 Représentation d'une fonction linéaire

1. Recopier et compléter le tableau de valeurs de la fonction linéaire h , définie par $h : x \mapsto 1,5x$.

x	-2	-1	0	1	2
$h(x)$					

2. a. Dans un repère, placer les points de coordonnées $(x; h(x))$ du tableau précédent.

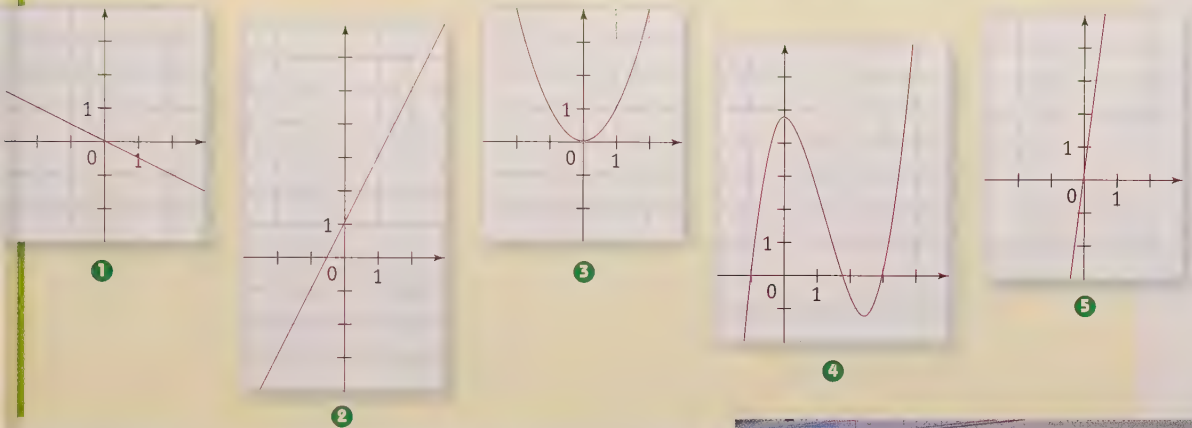
b. Comment semble être la représentation graphique de la fonction h ? Était-ce prévisible ? Expliquer.

Ai-je bien compris ?

■ Recopier et compléter :

Dans un repère, une fonction linéaire est représentée par une ... passant par ... du repère.

■ Parmi les représentations de fonctions suivantes, lesquelles représentent des fonctions linéaires ?



Activité 4 Fonction affine

1. Sur un site de téléchargement, il faut payer une inscription de 10 €, puis chaque minute de musique coûte 0,20 €.

- Combien paie-t-on au total si on télécharge dix minutes ?
- Combien paie-t-on au total si on télécharge cent minutes ?
- Combien paie-t-on au total si on télécharge x minutes ?

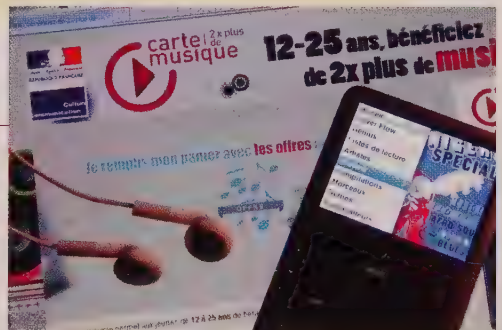
2. Le prix à payer est-il proportionnel au nombre de minutes ?

3. a. Déterminer la fonction f qui, à un nombre x de minutes, associe le prix total à payer.

b. La fonction f est-elle linéaire ? Justifier.

c. On appelle **fonction affine** une fonction de la forme $f : x \mapsto ax + b$, avec a et b deux nombres donnés. Les nombres a et b sont les **coefficients** de la fonction affine.

La fonction f est-elle affine ? Si oui, quelle est la valeur de a ? et celle de b ?



Ai-je bien compris ?

Les fonctions définies ci-dessous sont-elles affines ? Si oui, en donner les coefficients.

■ $g(x) = -4x$

■ $i(x) = 2x^2 + 5$

■ $k(x) = -x + 3$

■ $h(x) = 4x + 1$

■ $j(x) = \frac{1}{2}x - 4$

■ $l(x) = 3$

Activité 5 Représentation d'une fonction affine

1. Recopier et compléter le tableau de valeurs de la fonction affine h , définie par $h : x \mapsto -2x + 1$.
2. Ce tableau est-il un tableau de proportionnalité ? Justifier.
3. a. Dans un repère, placer les points de coordonnées $(x ; h(x))$ du tableau précédent.
b. Comment semble être la représentation graphique de la fonction h ?

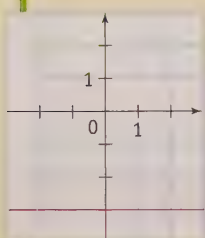
x	-2	-1	0	1	2
$h(x)$					

Ai-je bien compris ?

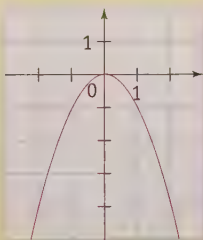
- Recopier et compléter :

Dans un repère, une fonction affine est représentée par une ...

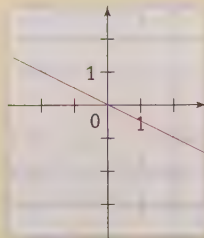
- Parmi les représentations de fonctions suivantes, lesquelles représentent des fonctions affines ?



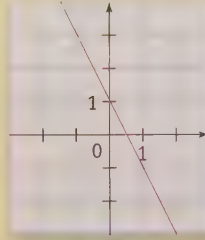
1



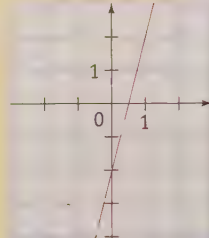
2



3



4

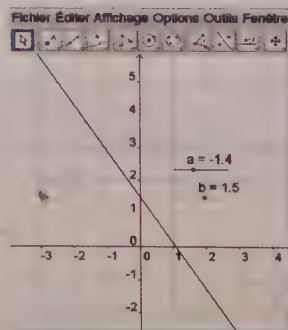
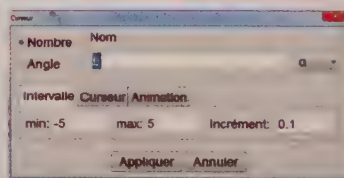


5

Activité 6 Coefficient directeur et ordonnée à l'origine

TICE

1. a. Ouvrir le logiciel GeoGebra.
b. Créer deux curseurs a et b à l'aide du bouton 
→ Créer un curseur, voir p. 319
c. Dans la fenêtre de saisie, écrire « $f(x) = a \cdot x + b$ ».
d. Quelle est la nature de la fonction f ?
Par quoi cette fonction est-elle représentée ?
2. a. Déplacer le curseur a . Que se passe-t-il ?
b. a s'appelle le **coefficient directeur** de la droite représentant f .
Justifier cette appellation.
3. a. Déplacer le curseur b . Que se passe-t-il ?
b. b s'appelle l'**ordonnée à l'origine** de la droite représentant f .
Justifier cette appellation.



Ai-je bien compris ?

- Soit h une fonction affine définie par $h(x) = 0,5x - 3$.
Donner les coordonnées du point d'intersection de la droite représentant h avec l'axe des ordonnées.

Activité 7 Proportionnalité des accroissements

Partie 1 Calculs

- Soit f la fonction affine définie par $f : x \mapsto 2x + 3$.
 - Recopier et compléter le tableau 1.
 - Que remarque-t-on ?
- Soit g la fonction affine définie par $g : x \mapsto -x + 5$.
 - Recopier et compléter le tableau 2.
 - Que remarque-t-on ?
- Recopier et compléter la conjecture ($\Rightarrow$ **Démonstration, exercice 103, p. 159**) :

f est une fonction affine de la forme $f : x \mapsto ax + b$.

Pour tous nombres x_1 et x_2 distincts, $\frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = \dots$

1

x_1	x_2	$x_2 - x_1$	$f(x_1)$	$f(x_2)$	$f(x_2) - f(x_1)$	$\frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$
1	4					
-1	2					
0	-1					

2

x_1	x_2	$x_2 - x_1$	$g(x_1)$	$g(x_2)$	$g(x_2) - g(x_1)$	$\frac{g(x_2) - g(x_1)}{x_2 - x_1}$
1	4					
-1	2					
0	-1					

Ai-je bien compris ?

- Soit f une fonction affine de la forme $f : x \mapsto ax + b$ telle que $f(5) = 14$ et $f(8) = 23$. Déterminer a .

Partie 2 Aspect graphique

On considère la fonction f de la **Partie 1**, définie par $f : x \mapsto 2x + 3$.

- D'après le tableau de la question 1., quelles sont les ordonnées respectives des points A, d'abscisse -1, et B, d'abscisse 2, de la représentation graphique de la fonction f ?

- On a représenté la fonction f sur le graphique ci-contre. Justifier cette construction.

- On décompose le déplacement de A vers B en un déplacement de A vers M, parallèle à l'axe des abscisses dans le sens croissant (ou dans le sens de l'écriture), puis par un déplacement de M vers B, parallèle à l'axe des ordonnées dans le sens croissant.

- On note « +3 » le déplacement de A vers M représenté sur le graphique.

Expliquer cette notation.

- De combien d'unités se déplace-t-on pour aller de M vers B ?

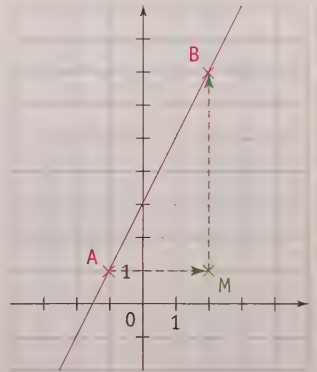
Traduire ce déplacement par le nombre relatif qui convient.

- Selena souhaite vérifier, par la formule de la **Partie 1**, la valeur du coefficient directeur de la droite (AB).

Elle choisit $x_1 = -1$ et $x_2 = 2$: $a = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = \frac{f(2) - f(-1)}{2 - (-1)}$.

- À quel déplacement, représenté sur le graphique, correspond graphiquement la différence $2 - (-1)$?

- À quel déplacement, représenté sur le graphique, correspond graphiquement la différence $f(2) - f(-1)$?

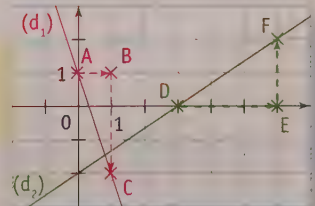


Pour trouver le coefficient directeur d'une droite représentant une fonction affine,

on peut choisir deux points de cette droite et calculer le quotient $\frac{\text{différence des ordonnées}}{\text{différence des abscisses}}$.

Ai-je bien compris ?

- Les droites (d_1) et (d_2) représentent deux fonctions affines. En s'aidant du graphique, donner le coefficient directeur des droites (d_1) et (d_2) .



1 Fonctions linéaires

a Définition

→ Testez-vous avec les exercices 1 à 4.

a est un nombre donné.

On appelle **fonction linéaire** de coefficient a la fonction qui, à tout nombre x , associe le nombre ax .

En notant f une telle fonction, on peut la schématiser de la manière suivante :



et on note $f : x \mapsto ax$.

Ainsi, pour déterminer l'image de x par f , notée $f(x)$, on multiplie x par a .

On peut donc écrire $f(x) = ax$.

Exemples

• $f : x \mapsto -5x$ est une fonction linéaire de coefficient $a = -5$.

• $g : x \mapsto \frac{x}{2}$ est une fonction linéaire de coefficient $a = \frac{1}{2}$.

• $h : x \mapsto -5x + 2$ n'est pas une fonction linéaire.

• $i : x \mapsto x^2$ n'est pas une fonction linéaire.

b Proportionnalité

→ Testez-vous avec les exercices 5 et 6.

Propriété

Un **tableau de valeurs** d'une fonction linéaire est un **tableau de proportionnalité**.

Le coefficient de la fonction est un coefficient de proportionnalité de ce tableau.

Exemple

Soit f la fonction linéaire définie par $f : x \mapsto 5x$.

Ce tableau de valeurs de la fonction f est un tableau de proportionnalité.

x	-4	-3	-2,5	-1	0	1,5	2	3	4,1
$f(x)$	-20	-15	-12,5	-5	0	7,5	10	15	20,5

× 5

Ce tableau a pour coefficient de proportionnalité 5, ce qui correspond au coefficient de la fonction linéaire f .

c Représentation graphique

→ Testez-vous avec les exercices 7 à 9.

Propriété

Dans un repère, la représentation graphique d'une fonction linéaire

$f : x \mapsto ax$ est une **droite passant par l'origine** du repère.

Définition

Le nombre a est appelé le **coefficient directeur** de cette droite.

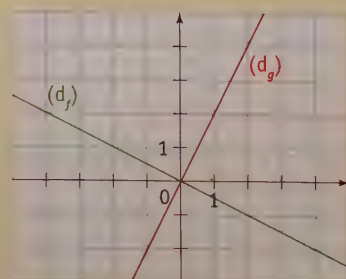
Exemples

• La droite (d_f) est la représentation graphique de la fonction $f : x \mapsto -\frac{1}{2}x$.

La droite (d_f) passe par l'origine du repère et son coefficient directeur est $-\frac{1}{2}$.

• La droite (d_g) est la représentation graphique de la fonction $g : x \mapsto 2x$.

La droite (d_g) passe par l'origine du repère et son coefficient directeur est 2.



Testez votre compréhension du cours

1 Clément : « À tout nombre x , j'associe le nombre x divisé par 5. »
 Mona : « Tu n'as pas défini une fonction linéaire ! »
 Clément : « Mais si ! »
 Qui a raison ? Pourquoi ?

- 4 a.** La fonction qui, à la longueur d'un côté d'un carré, associe son périmètre est-elle une fonction linéaire ?
b. La fonction qui, à la longueur d'un côté d'un carré, associe son aire est-elle une fonction linéaire ?

6 Voici des tableaux de valeurs de fonctions linéaires.
 Dans chaque cas, donnez le coefficient et le nombre manquant.

x	-4	-3
$f(x)$	-12	

1

x	-2	3
$g(x)$	1	

2

x	-3	1
$h(x)$	6	

3

x	10	120
$i(x)$		90

4

2 Que pensez-vous de la phrase de Saya ?
 « La fonction $x \mapsto x^2$ est une fonction linéaire de coefficient x . »

3 Que pensez-vous de l'affirmation de Thibault ?

La fonction $f: x \mapsto x$ n'est pas une fonction linéaire car elle n'a pas de coefficient !

Thibault

5 Ces tableaux peuvent-ils être des tableaux de valeurs de fonctions linéaires ? Justifiez.

x	-4	-3	-2
$f(x)$	8	6	4

1

x	0	1	2
$g(x)$	0	$-\frac{4}{3}$	$-\frac{8}{3}$

2

x	-2	0	2
$h(x)$	0	2	4

3

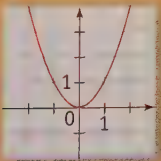
x	2	4	8
$i(x)$	-0,5	-1	-2

4

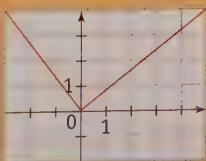
7 Corrigez la phrase de Scott :
 « Si la représentation d'une fonction passe par l'origine du repère, alors c'est une fonction linéaire. »

8 Corrigez la phrase d'Iskandar :
 « Si la représentation d'une fonction est une droite, alors c'est une fonction linéaire. »

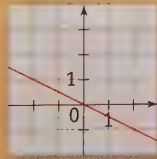
9 Parmi les représentations ci-dessous, laquelle (ou lesquelles) représente(nt) une fonction linéaire ?



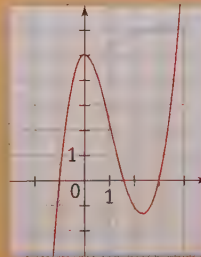
1



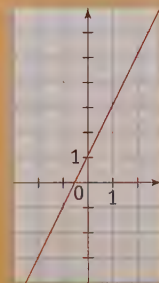
2



3



4



5

2 Fonctions affines

a Définition

a et b sont deux nombres donnés.

On appelle **fonction affine** de coefficients a et b la fonction qui, à tout nombre x , associe le nombre $ax + b$.

En notant f une telle fonction, on peut la schématiser de la manière suivante :

et on note $f : x \mapsto ax + b$.

Ainsi, pour déterminer l'image de x par f , on multiplie x par a , puis on ajoute b .

On peut donc écrire $f(x) = ax + b$.

Exemple

On donne $f : x \mapsto 7x - 8$. f est une fonction affine de la forme $f : x \mapsto ax + b$, avec $a = 7$ et $b = -8$.

Cas particuliers

- Si $b = 0$, alors $f(x) = ax$. f est une **fonction linéaire**.
- Si $a = 0$, alors $f(x) = b$. f est une **fonction constante**.

b Représentation graphique

Propriété

Dans un repère, la représentation graphique d'une fonction affine est une droite.

Définitions

- Le nombre a est appelé le **coefficient directeur** de la droite.
- Le nombre b est appelé l'**ordonnée à l'origine** de la droite.

Cas particulier

La représentation d'une fonction constante est une droite parallèle à l'axe des abscisses.

c Proportionnalité des accroissements

Propriété

Soit f une fonction affine telle que $f(x) = ax + b$, avec a et b deux nombres donnés.

Pour tous nombres x_1 et x_2 distincts, on a :

$$a = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$$

Graphiquement, on lit : $\frac{\text{différence des ordonnées}}{\text{différence des abscisses}}$

Testez-vous avec les exercices 10 à 12.

Exemples

- $g : x \mapsto 9x$ est une fonction linéaire, donc affine avec $a = 9$ et $b = 0$.
- $h : x \mapsto -4$ est une fonction constante, donc affine avec $a = 0$ et $b = -4$.

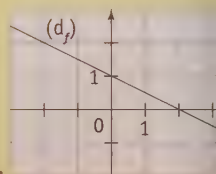
Testez-vous avec l'exercice 13.

Exemple

La droite (d_f) est la représentation graphique de la fonction

$$f : x \mapsto -\frac{1}{2}x + 1.$$

Le coefficient directeur est égal à $-\frac{1}{2}$.
L'ordonnée à l'origine est égale à 1.

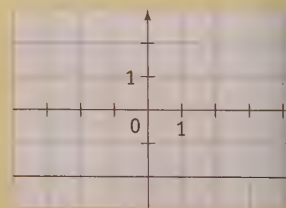


Exemple

La représentation graphique de la fonction constante

$$h : x \mapsto -2$$

est la droite ci-contre.



Testez-vous avec l'exercice 14.

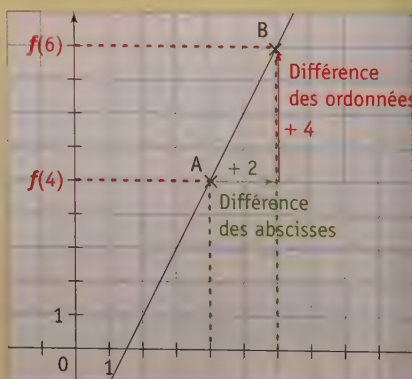
Exemple

Soit f une fonction affine telle que $f(4) = 5$ et $f(6) = 9$. Elle est du type : $f(x) = ax + b$.

$$a = \frac{f(6) - f(4)}{6 - 4}$$

$$a = \frac{9 - 5}{6 - 4}$$

$$a = 2$$



Testez votre compréhension du cours

10 Qu'en pensez-vous ?

Allegra

Si une fonction est affine, alors elle est linéaire.

Gordon

Si une fonction est linéaire, alors elle est affine.

12 Vrai ou faux ?

Stella

Si une fonction est constante, alors elle est linéaire.

Pierre

Si une fonction est affine, alors elle est constante.

Leonardo

Si une fonction est constante, alors elle est affine.

11 Les fonctions suivantes sont-elles affines, c'est-à-dire de la forme $x \mapsto ax + b$, avec a et b donnés ?

Si oui, donnez les valeurs de a et b .

$f : x \mapsto 2x - 3$

$g : x \mapsto -9x$

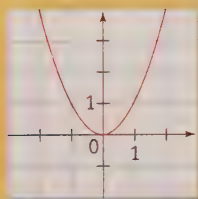
$h : x \mapsto -5$

$i : x \mapsto -4x - 3$

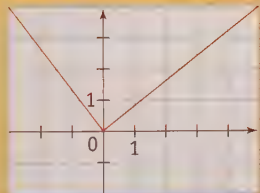
$j : x \mapsto x^2 + 3$

$k : x \mapsto \frac{1}{x} + 2$

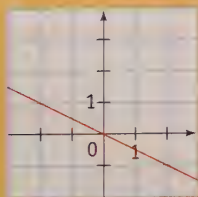
13 Parmi les représentations ci-dessous, laquelle (ou lesquelles) représente(nt) une fonction affine ?



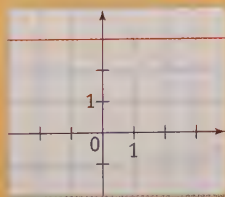
1



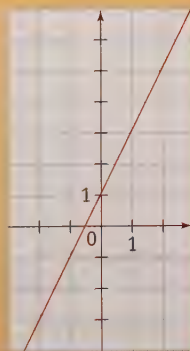
2



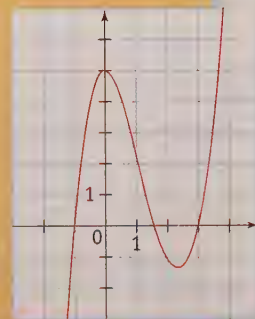
3



4



5



6

14 f est une fonction affine de la forme $x \mapsto ax + b$ telle que $f(2) = 5$ et $f(1) = 3$.

Deux élèves cherchent à calculer le nombre a .

Qui a raison ?

Tom

$$a = \frac{5-3}{2-1}$$

Fred

$$a = \frac{2-1}{5-3}$$

1 Calculer l'image ou l'antécédent d'un nombre par une fonction linéaire ou affine

Exercice 1

Soit f la fonction linéaire définie par $f : x \mapsto -2x$.

- Déterminer l'image de 3 par la fonction f .
- Déterminer l'antécédent de 6 par la fonction f .

Solution 1

1. étape

1 Je remplace x par 3 dans $f(x) = -2x$.

$$\begin{aligned} f(3) &= -2 \times 3 \\ f(3) &= -6 \end{aligned}$$

étape

2 Je traduis l'égalité $f(3) = -6$.

L'image de 3 par la fonction f est -6.

2. étape

1 Je cherche le nombre dont l'image par f est 6. Je résous ainsi l'équation $f(x) = 6$.

$$\begin{aligned} -2x &= 6 \\ \frac{-2x}{-2} &= \frac{6}{-2} \\ x &= -3 \end{aligned}$$

étape

2 Je traduis le résultat.

L'antécédent de 6 par la fonction f est -3.

Exercice 2

Soit g la fonction affine définie par $g : x \mapsto 3x - 7$.

- Déterminer $g(-2)$.
- Déterminer l'antécédent de 8 par la fonction g .

Solution 2

1.

Je remplace x par -2 dans $g(x) = 3x - 7$.

$$\begin{aligned} g(-2) &= 3 \times (-2) - 7 \\ g(-2) &= -6 - 7 \\ g(-2) &= -13 \end{aligned}$$

2. étape

1 Je cherche le nombre dont l'image par g est 8. Je résous ainsi l'équation $g(x) = 8$.

$$\begin{aligned} 3x - 7 &= 8 \\ 3x &= 8 + 7 \\ 3x &= 15 \\ \frac{3x}{3} &= \frac{15}{3} \\ x &= 5 \end{aligned}$$

étape

2 Je traduis le résultat.

L'antécédent de 8 par la fonction g est 5.

J'applique

15 Soit f la fonction linéaire définie par $f : x \mapsto 2x$.

Calculer $f(3)$, $f(-5)$ et $f\left(\frac{5}{3}\right)$.

16 Soit f la fonction linéaire définie par $f : x \mapsto -5x$.

Calculer $f(1)$, $f(-7)$ et $f\left(\frac{4}{7}\right)$.

17 Soit f la fonction linéaire définie par $f : x \mapsto -\frac{1}{2}x$.

Déterminer les images par f des nombres 4 ; -5 et $\frac{2}{11}$.

18 Soit f la fonction linéaire définie par $f : x \mapsto \frac{7}{3}x$.

Déterminer les images par f des nombres 6 ; -1 et $\frac{3}{8}$.

19 Soit f la fonction linéaire définie par $f : x \mapsto -6x$.

Déterminer l'antécédent par f des nombres -12 ; 6 ; 3.

20 Soit f la fonction linéaire définie par $f : x \mapsto \frac{3}{7}x$.

Déterminer l'antécédent par f des nombres 2 ; -5 ; $\frac{7}{3}$.

21 Soit f la fonction affine définie par $f : x \mapsto 7x - 3$.

Calculer $f(4)$, $f(-3)$ et $f\left(\frac{1}{7}\right)$.

22 Soit f la fonction affine définie par $f : x \mapsto -3x + 2$.

Calculer $f(10)$, $f(-1)$ et $f\left(\frac{2}{3}\right)$.

23 Soit f la fonction affine définie par $f : x \mapsto \frac{7}{2}x - 1$.

Déterminer les images par f des nombres 6 ; -9 et $\frac{4}{5}$.

24 Soit f la fonction affine définie par $f : x \mapsto \frac{1}{3}x - \frac{13}{2}$.

Déterminer les images par f des nombres 6 ; -5 et $\frac{6}{17}$.

25 Soit f la fonction affine définie par $f : x \mapsto -x + 6$.

Déterminer l'antécédent par f des nombres -1 ; $\frac{4}{3}$; $-\frac{5}{3}$.

26 Soit f la fonction affine définie par $f : x \mapsto 3x - 4$.

Déterminer l'antécédent par f des nombres 2 ; 15 ; $\frac{1}{2}$.

méthode

2

Représenter graphiquement une fonction linéaire ou affine

méthode animée sur

www.3e.zenitalevee.magnard.fr

Exercice 1 Dans un repère, tracer la représentation graphique de la fonction : $f : x \mapsto -3x$.

Solution 1

étape

- 1 Je détermine le type de la fonction f et je cite la propriété du cours qui convient.

La fonction f est une fonction linéaire.
Dans un repère, la représentation d'une fonction linéaire est une droite passant par l'origine du repère.

étape

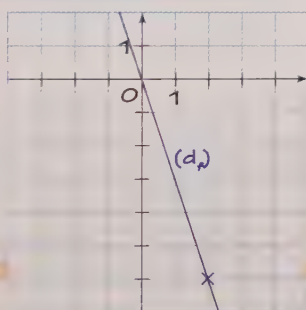
- 2 Je calcule l'image par f d'un nombre de mon choix, par exemple 2.

$$f(2) = -3 \times 2 = -6$$

étape

- 3 Je place dans un repère le point de coordonnées $(2; -6)$ et je trace la droite passant par ce point et l'origine.

La droite (d_f) est la représentation graphique de la fonction f .



Exercice 2 Dans un repère, tracer la représentation graphique de la fonction : $g : x \mapsto 2x - 1$.

Solution 2

étape

- 1 Je détermine le type de la fonction g et je cite la propriété du cours qui convient.

La fonction g est une fonction affine.
Dans un repère, la représentation d'une fonction affine est une droite.

étape

- 2 Je calcule l'image par g de deux nombres de mon choix, par exemple 0 et 2.

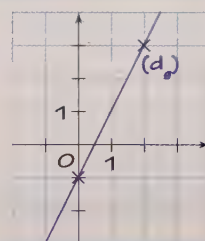
$$g(0) = 2 \times 0 - 1 = 0 - 1 = -1$$

$$g(2) = 2 \times 2 - 1 = 4 - 1 = 3$$

étape

- 3 Je place dans un repère les points de coordonnées $(0; -1)$ et $(2; 3)$ et je trace la droite passant par ces deux points.

La droite (d_g) est la représentation graphique de g .



J'applique

- 27** Soit f la fonction linéaire définie par $f(x) = 3x$.
1. Quelle est la nature de la représentation graphique de la fonction f ? Justifier en citant une propriété du cours.
2. Calculer $f(3)$, puis en déduire les coordonnées d'un point A appartenant à la représentation graphique de f .
3. Tracer, dans un repère, la représentation graphique de f .

- 28** Soit f la fonction linéaire définie par $f(x) = -2x$. Représenter la fonction f .

- 29** Soit f la fonction linéaire définie par $f(x) = -\frac{3}{4}x$.
1. Pour représenter la fonction f , Laure décide de calculer $f(1)$, alors que Delphine décide de calculer $f(4)$. Quel choix semble être le plus judicieux?
2. Représenter la fonction f .

- 30** Soit f la fonction linéaire définie par $f(x) = \frac{5}{2}x$. Représenter la fonction f .

- 31** Soit f la fonction linéaire définie par $f(x) = \frac{5}{3}x$. Représenter la fonction f .

- 32** Soit f la fonction affine définie par $f(x) = x + 2$.
1. Quelle est la nature de la représentation graphique de la fonction f ?

Justifier en citant une propriété du cours.

2. Calculer $f(0)$ et $f(4)$, puis en déduire les coordonnées de deux points A et B, appartenant à la représentation graphique de f .

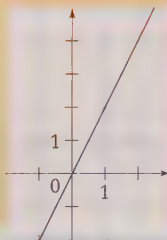
3. Tracer, dans un repère, la représentation graphique de f .

- 33** Soit f la fonction affine définie par $f(x) = -4x + 3$. Représenter la fonction f .

- 34** Soit f la fonction affine définie par $f(x) = \frac{3}{2}x + 2$. Représenter la fonction f .

- 35** Soit f la fonction affine définie par $f(x) = -\frac{3}{4}x + 2$. Représenter la fonction f .

Exercice 1 Déterminer la fonction linéaire f représentée ci-contre.



Solution 1

étape

1 J'utilise la définition d'une fonction linéaire.

f est une fonction linéaire : f est donc de la forme $f: x \mapsto ax$, avec a un nombre à déterminer.

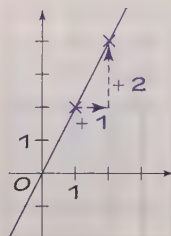
étape

2 Je choisis deux points de la droite, à coordonnées entières, et je détermine a en utilisant la propriété :

$$a = \frac{\text{différence des ordonnées}}{\text{différence des abscisses}}$$

$$a = \frac{2}{1}$$

$$a = 2$$

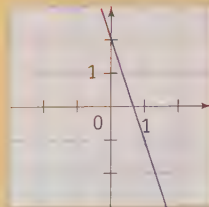


étape

3 Je conclus.

f est définie par $f(x) = 2x$.

Exercice 2 Déterminer la fonction affine g représentée ci-contre.



Solution 2

étape

1 J'utilise la définition d'une fonction affine.

g est une fonction affine : g est donc de la forme $g: x \mapsto ax + b$, avec a et b deux nombres à déterminer.

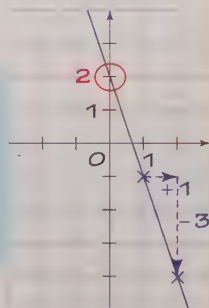
étape

2 Je choisis deux points de la droite, à coordonnées entières, et je détermine a en utilisant la propriété :

$$a = \frac{\text{différence des ordonnées}}{\text{différence des abscisses}}$$

$$a = \frac{-2}{1}$$

$$a = -2$$



étape

3 Je détermine b .

L'ordonnée du point d'intersection de la droite avec l'axe des ordonnées est 2, donc $b = 2$.

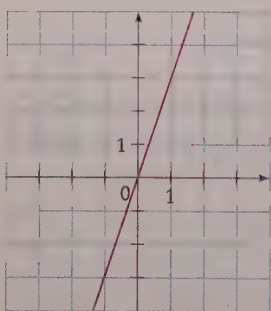
étape

4 Je conclus.

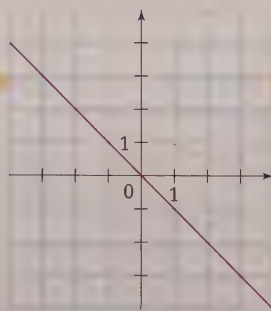
g est définie par $g(x) = -2x + 2$.

J'applique

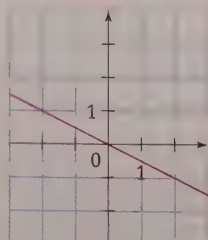
36 Déterminer les fonctions représentées ci-après.



1

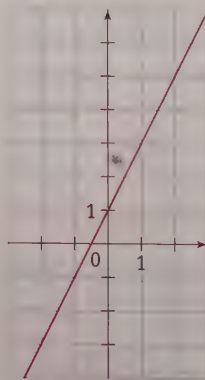


2

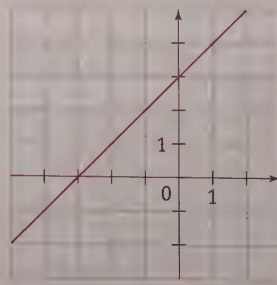


3

37 Déterminer les fonctions représentées ci-dessous.



1



2

4 Déterminer par le calcul une fonction linéaire ou affine

Exercice 1 Déterminer la fonction linéaire f telle que $f(-4) = 10$.

Solution 1

étape

1 J'utilise la définition d'une fonction linéaire.

f est une fonction linéaire, donc f est de la forme $f: x \mapsto ax$, avec a un nombre à déterminer.

étape

2 J'écris $f(x) = ax$ en remplaçant x par -4 .

$$f(-4) = a \times (-4)$$

$$\text{d'où } 10 = a \times (-4).$$

étape

3 Je résous l'équation obtenue.

$$a \times (-4) = 10$$

$$\frac{a \times (-4)}{-4} = \frac{10}{-4}$$

$$a = -\frac{10}{4}$$

$$a = -\frac{5}{2}$$

étape

4 Je conclus.

$$f(x) = -\frac{5}{2}x$$

Exercice 2 Déterminer la fonction affine g telle que $g(-5) = 14$ et $g(3) = -2$.

Solution 2

étape

1 J'utilise la définition d'une fonction affine.

g est une fonction affine : donc g est de la forme $g: x \mapsto ax + b$, avec a et b deux nombres à déterminer.

étape

2 Je détermine a en utilisant la formule du cours.

$$a = \frac{g(x_2) - g(x_1)}{x_2 - x_1}$$

En posant $x_1 = -5$ et $x_2 = 3$, j'obtiens :

$$a = \frac{g(3) - g(-5)}{3 - (-5)} = \frac{-2 - 14}{3 - (-5)} = \frac{-16}{8} = -2$$

Ainsi, g est de la forme $g(x) = -2x + b$.

étape

3 Je détermine b en utilisant $g(-5) = 14$.

J'écris $g(x) = -2x + b$ en remplaçant x par -5 .

$$g(-5) = -2 \times (-5) + b$$

$$\text{d'où } 14 = -2 \times (-5) + b$$

étape

4 Je résous l'équation obtenue.

$$-2 \times (-5) + b = 14$$

$$10 + b = 14$$

$$b = 14 - 10$$

$$b = 4$$

étape

5 Je conclus.

$$g(x) = -2x + 4$$

On peut aussi utiliser $g(3) = -2$.

En utilisant ce résultat, on peut vérifier que $g(-5) = 14$ et $g(3) = -2$.

J'applique

38 f est la fonction linéaire telle que $f(-3) = 45$.

1. Donner la forme d'une fonction linéaire.
2. Déterminer le coefficient de f .
3. Déterminer la fonction f .

39 Déterminer la fonction linéaire f telle que $f(2) = \frac{5}{3}$.

40 f est la fonction linéaire dont la représentation passe par le point $A(2; -6)$.

1. Recopier et compléter : $f(2) = \dots$
2. Déterminer la fonction f .

41 Déterminer la fonction linéaire f dont la représentation passe par le point $A(-9; -2)$.

42 f est une fonction de la forme $f: x \mapsto ax + b$ telle que $f(-5) = 17$ et $f(3) = 1$.

1. Quelle est la nature de la fonction f ?
2. Déterminer le coefficient a de la fonction f .
3. Déterminer le coefficient b de la fonction f .
4. Déterminer la fonction f .

43 Déterminer la fonction affine f telle que $f(1) = -9$ et $f(5) = -4$.

44 f est la fonction affine dont la représentation graphique passe par les points $A(1; 0)$ et $B(5; -16)$.

1. Recopier et compléter : $f(1) = \dots$ et $f(5) = \dots$
2. Déterminer la fonction f .

45 Déterminer la fonction affine f dont la représentation graphique passe par les points $A(2; -5)$ et $B(-2; 1)$.

Reconnaître une fonction linéaire ou affine

- 46** 1. Un rectangle a pour dimensions 2 et x , avec x un nombre positif. La fonction qui à x associe le périmètre du rectangle est-elle une fonction linéaire ? une fonction affine ?
 2. La fonction qui au rayon d'un cercle associe son périmètre est-elle une fonction linéaire ? une fonction affine ?
 3. La fonction qui au rayon d'un cercle associe son aire est-elle une fonction linéaire ? une fonction affine ?
- 47** QCM : Choisir la (ou les) bonne(s) réponse(s).

	a	b	c
1 On considère la fonction $f: x \mapsto -x + 9$:	f est linéaire.	f est affine.	f est constante.
2 On considère la fonction $f: x \mapsto -x$:	f est linéaire.	f est affine.	f est constante.
3 On considère la fonction $f: x \mapsto -9$:	f est linéaire.	f est affine.	f est constante.

- 48** SC Parmi les fonctions définies ci-dessous, lesquelles sont linéaires ?

Dans ce cas, donner la valeur du coefficient.

$$\begin{array}{lll} g(x) = -4x & i(x) = \frac{2}{x} & k(x) = 3x^2 \\ h(x) = 3x - 8 & j(x) = -\frac{12}{29}x & l(x) = -9 \end{array}$$

- 49** SC Parmi les fonctions définies ci-dessous, lesquelles sont linéaires ?

Dans ce cas, donner la valeur du coefficient.

$$\begin{array}{lll} g(x) = 3x & i(x) = 3x^2 & k(x) = \sqrt{x} \\ h(x) = -2x + 4 & j(x) = x & l(x) = 5 \end{array}$$

- 50** Parmi les fonctions définies ci-dessous, lesquelles sont affines ? Dans ce cas, donner la valeur des coefficients.

$$\begin{array}{lll} g(x) = 3x + 12 & i(x) = \frac{3}{x} + 6 & k(x) = -x + 6 \\ h(x) = -7x - 8 & j(x) = -8x & l(x) = 3x^2 - 1 \end{array}$$

- 51** Parmi les fonctions définies ci-dessous, lesquelles sont affines ? Dans ce cas, donner la valeur des coefficients.

$$\begin{array}{lll} g(x) = x + 2 & i(x) = 5 - \frac{1}{x} & k(x) = 78 \\ h(x) = -8 + \frac{5}{3}x & j(x) = 6x & l(x) = \sqrt{x} - 8 \end{array}$$

Calculer l'image ou l'antécédent d'un nombre par une fonction linéaire ou affine

méthode 1

➔ Premiers exercices d'application : 15 à 26 p. 150.

- 52** Soit f la fonction linéaire définie par $f(x) = -20x$.

1. Calculer $f(0)$; $f(-4)$ et $f\left(\frac{2}{5}\right)$.

2. Déterminer l'antécédent des nombres -20 ; -4 et 10 par la fonction f .

- 53** Soit f la fonction linéaire définie par $f(x) = \frac{4}{9}x$.

1. Calculer $f(9)$; $f(-4)$ et $f\left(\frac{3}{2}\right)$.

2. Déterminer l'antécédent des nombres -10 ; $\frac{1}{3}$ et 0 par la fonction f .

- 54** Soit f la fonction affine telle que $f: x \mapsto -3x - 1$. Déterminer les images par f des nombres 6 ; -1 et $\frac{3}{7}$.

55 f est la fonction affine telle que $f: x \mapsto -3x + 6$. Déterminer l'antécédent des nombres -27 ; 0 et 12 par la fonction f .

- 56** Soit f la fonction affine telle que $f: x \mapsto \frac{2}{7}x - \frac{1}{2}$.

1. Calculer $f(7)$; $f\left(-\frac{7}{2}\right)$ et $f\left(-\frac{5}{4}\right)$.

2. Déterminer l'antécédent des nombres -9 ; $\frac{2}{3}$ et 0 par la fonction f .

- 57** Un commerçant vend des T-shirts à 12 € la pièce.

1. Calculer le prix de 3 T-shirts.

2. Combien de T-shirts a-t-on achetés si on paie 48 € ?

3. On nomme f la fonction qui, au nombre de T-shirts achetés noté x , associe le prix à payer en euros.

a. Donner l'expression de f .

b. Est-ce une fonction affine ? linéaire ?

4. a. Calculer $f(5)$.

b. Interpréter le résultat précédent.

5. a. Déterminer l'antécédent de 108 par la fonction f .

b. Interpréter le résultat précédent.



Je calcule mentalement

- 64** SC Calculer $-5x$ pour :

a. $x = -8$; d. $x = -\frac{7}{2}$;
 b. $x = 0,4$; e. $x = -0,02$.
 c. $x = \frac{2}{5}$;

- 65** SC Calculer $\frac{3}{8}x$ pour :

a. $x = -16$; c. $x = -\frac{8}{3}$;
 b. $x = 4$; d. $x = \frac{16}{3}$.

- 66** SC Calculer $-4x + 9$ pour :

a. $x = -7$; c. $x = -\frac{1}{2}$;
 b. $x = 0,6$; d. $x = -0,25$.

58 Une pizzeria propose une formule permettant de personnaliser sa commande.

La pâte à pizza est à 5 €, puis chaque ingrédient supplémentaire (sauce tomate, jambon, dinde, champignons, etc.) est à la demande et au prix de 0,60 €.

1. a. Combien paie-t-on pour une pizza Margherita (sauce tomate et mozzarella) ?

b. Combien paie-t-on pour une pizza Hawaïenne (sauce tomate, mozzarella, jambon, ananas et poivrons) ?

2. On nomme f la fonction qui, au nombre d'ingrédients commandés noté x , associe le prix de la pizza en euros.

a. Donner l'expression de f .

b. Est-ce une fonction affine ? linéaire ?

3. a. Calculer $f(6)$.

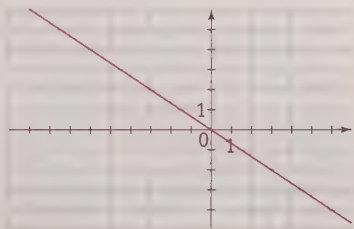
b. Interpréter le résultat précédent.

4. a. Déterminer l'antécédent de 9,8 par la fonction f .

b. Interpréter le résultat précédent.

Déterminer graphiquement l'image ou l'antécédent d'un nombre

59 f est la fonction représentée ci-dessous.



1. f est-elle linéaire ? affine ? Justifier.

2. Déterminer, par la fonction f , l'image des nombres -3 ;

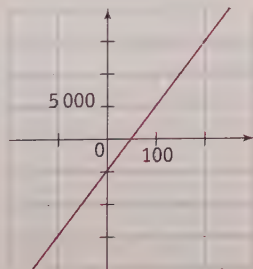
0 et 6 , puis l'antécédent des nombres -2 et 4 .

60 f est la fonction représentée ci-contre.

1. f est-elle linéaire ? affine ? Justifier.

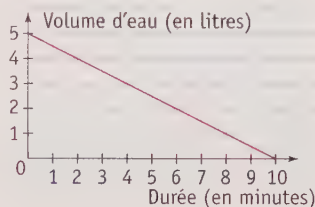
2. Déterminer l'image des nombres -100 ; 0 et 200 par la fonction f .

3. Déterminer l'antécédent des nombres $-15\ 000$ et $5\ 000$ par la fonction f .



61 On étudie l'étanchéité d'un évier rempli d'eau.

Ci-dessous, on donne le volume d'eau présent dans l'évier en fonction du temps.



1. La fonction, notée f , qui, au temps passé, associe le volume d'eau présent dans l'évier, est-elle une fonction linéaire ? affine ? Justifier.

2. Combien reste-t-il d'eau au bout de 2 min ? 8 min ?

Traduire chaque résultat en complétant : $f(\dots) = \dots$

3. S'il reste 2 L d'eau, combien de minutes se sont écoulées ?

En combien de temps l'évier se vide-t-il complètement ?

Traduire chaque résultat en complétant : $f(\dots) = \dots$

62 Un commerçant augmente tous les prix des articles de sa boutique de 3 %.

1. Recopier et compléter :

Augmenter de 3 % revient à multiplier par ...

2. Quel est le nouveau prix d'un article coûtant initialement 20 € ?

3. Quel est le prix initial d'un article coûtant 25,75 € après augmentation ?

4. Soit f la fonction qui, au prix initial x , associe le prix après augmentation. Donner l'expression de f .

Est-ce une fonction linéaire ? affine ?

63 Pendant les soldes,

un commerçant baisse

tous les prix des articles

de sa boutique de 15 %.

1. Recopier et compléter :

Diminuer de 15 % revient

à multiplier par ...

2. Quel est le nouveau prix d'un article coûtant initialement 20 € ?

3. Quel est le prix initial d'un article coûtant 110,40 € après remise ?

4. Soit f la fonction qui, au prix initial x , associe le prix après la baisse. Donner l'expression de f .

Est-ce une fonction linéaire ? affine ?



67 Calculer $\frac{3}{5}x - 4$ pour :

a. $x = -15$; **c.** $x = -2$;

b. $x = 1$; **d.** $x = \frac{11}{2}$.

68 Résoudre chaque équation.

a. $3x = 12$

c. $5x = 4$

b. $4x = 28$

d. $-2x = -3$

69 Résoudre chaque équation.

a. $3x + 1 = 10$

c. $5x - 6 = 4$

b. $-2x + 5 = -21$

d. $\frac{1}{2}x = 3$

Représenter graphiquement une fonction linéaire ou affine

méthode 2

➔ Premiers exercices d'application : 67 à 85 p. 151.

70 Représenter la fonction linéaire f telle que $f(4) = -5$.

71 Soit f la fonction linéaire définie par $f(x) = 2x$. Représenter la fonction f .

72 Représenter la fonction linéaire f de coefficient -3 .

73 Soit f la fonction linéaire définie par $f(x) = \frac{3}{2}x$. Représenter la fonction f .

74 1. Pour représenter la fonction linéaire f de coefficient $\frac{2}{3}$, Titouan calcule $f(4)$ et Rafic calcule $f(6)$. Quel choix semble être le plus judicieux ?

2. Tracer la représentation graphique de la fonction f .

75 Soit f la fonction affine définie par $f(x) = 2x + 1$. Représenter la fonction f .

76 Soit f la fonction affine définie par $f(x) = \frac{5}{2}x - 1$. Représenter la fonction f .

77 Représenter la fonction affine par une droite dont le coefficient directeur est -3 et l'ordonnée à l'origine, 4. Quelle est la fonction affine représentée par cette droite ?

78 Représenter la fonction affine par une droite dont le coefficient directeur est $-\frac{1}{4}$ et l'ordonnée à l'origine, 5. Quelle est la fonction affine représentée par cette droite ?

79 Représenter les fonctions suivantes définies par :

$f(x) = 3x - 2$; $g(x) = -x - 2$; $h(x) = \frac{2}{3}x - 2$.
Que constate-t-on ?

80 Représenter les fonctions suivantes définies par :

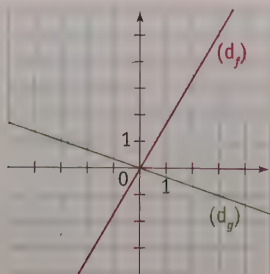
$f(x) = \frac{7}{2}x - 2$; $g(x) = \frac{7}{2}x + 1$; $h(x) = \frac{7}{2}x - \frac{7}{2}$.
Que constate-t-on ?

Déterminer graphiquement une fonction linéaire ou affine

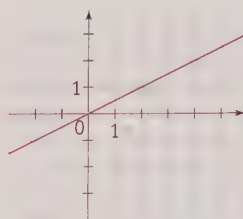
méthode 3

➔ Premiers exercices d'application : 86 et 87 p. 152.

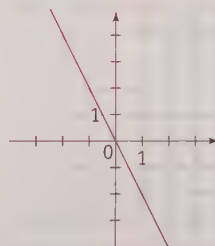
81 Déterminer graphiquement les fonctions représentées ci-dessous.



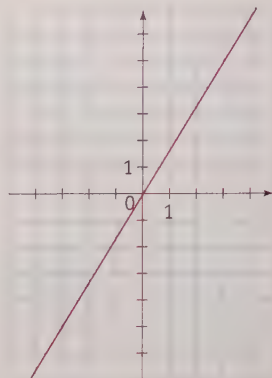
82 Déterminer graphiquement les fonctions représentées ci-dessous.



1

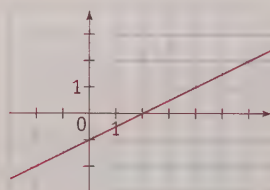


2

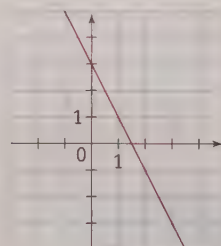


3

83 Déterminer graphiquement les fonctions représentées ci-dessous.

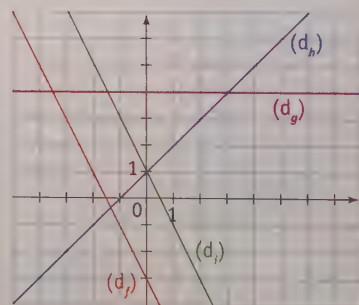


1

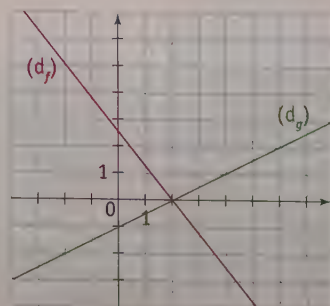


2

84 Déterminer graphiquement les fonctions représentées ci-contre.



85 Déterminer graphiquement les fonctions représentées ci-contre.



Déterminer par le calcul une fonction linéaire ou affine

méthode 4

→ Premiers exercices d'application : 89 à 95 p. 153.

86 Déterminer la fonction linéaire f telle que $f(-2) = 15$.

87 Déterminer la fonction linéaire f telle que $f\left(\frac{5}{6}\right) = 1$.

88 Déterminer la fonction linéaire f dont la représentation passe par le point $A(-5; 1)$.

89 Déterminer la fonction linéaire f dont la représentation passe par le point $B(-1; -12)$.

90 Déterminer la fonction affine f dont la droite représentative a pour coefficient directeur -9 et passe par le point $C(-5; 2)$.

91 Déterminer la fonction affine f dont la droite représentative a pour ordonnée à l'origine $\frac{11}{7}$ et passe par le point $D(1; -4)$.

92 Déterminer la fonction affine f dont la droite représentative a pour ordonnée à l'origine -10 et passe par le point $E\left(-9; -\frac{6}{13}\right)$.

93 Déterminer la fonction affine f telle que $f(13) = 4$ et $f(3) = -5$.

94 Déterminer la fonction affine f telle que $f(1) = -9$ et $f(5) = -45$.

95 Déterminer la fonction affine f dont la représentation graphique passe par les points $A(0; 5)$ et $B(5; -8)$.

96 Déterminer la fonction affine f dont la représentation graphique passe par les points $A(3; -5)$ et $B(-2; -5)$.

Utiliser un tableur

B2i 3

97 1. Pour compléter le tableau de valeurs d'une fonction f ci-dessous, on entre en B2 la formule « $-4*B1+2$ ».

	A	B	C	D	E
1	x	-5	0	5	10
2	f(x)	=4*B1+2			
3	g(x)				

a. De quelle fonction f s'agit-il ?

b. On étire la formule horizontalement.

Quelles valeurs obtient-on alors dans les cellules B2, C2, D2 et E2 ?

2. En ligne 3, on souhaite calculer les images de $-5; 0; 5$ et 10 par la fonction g définie par $g(x) = 5x - 4$.

a. Quelle formule entrer en B3 ?

b. On étire la formule horizontalement.

Quelles valeurs obtient-on dans les cellules B3, C3, D3 et E3 ?

Résoudre des problèmes

98 Mathématiques et ASSR

Brevet (Nouvelle-Calédonie, 2011)



En Nouvelle-Calédonie, le nombre d'accidents de la route ne cesse d'augmenter. Les principales causes de ces accidents sont l'alcool et la vitesse.

Dans cet exercice, on considère qu'une canette contient 330 mL de bière et que le degré d'alcool est de 5°.

La formule suivante permet de calculer le taux d'alcool dans le sang (en g/L) pour un homme de masse m :

$$\text{Taux} = \frac{\text{quantité de liquide bu} \times 0,05 \times 0,8}{\text{masse} \times 0,7}$$

La quantité de liquide bu est exprimée en millilitres.

La masse est exprimée en kilogrammes.

1. Montrer que le taux d'alcool dans le sang d'un homme de 60 kg qui boit deux cannettes de bière est d'environ 0,63 g/L.

2. La loi française interdit à toute personne de conduire si son taux d'alcool est supérieur ou égal à 0,5 g/L. D'après le résultat précédent, cette personne a-t-elle le droit de conduire ? Justifier la réponse.

3. Pour la suite, on considère un homme de 70 kg. Si x désigne la quantité de bière bue en décilitres, le taux d'alcool dans le sang est donné par $T(x) = \frac{4}{49}x$.

Recopier et compléter le tableau (arrondir les résultats au centième).

Quantité d'alcool (en décilitres)	0	1	5	7
Taux d'alcool (en grammes par litre)				

4. En utilisant les données du tableau, représenter graphiquement le taux d'alcool en fonction de la quantité de bière bue, sur une feuille de papier millimétré.

On prendra 2 cm pour 1 dL sur l'axe des abscisses et 2 cm pour 0,1 g/L sur l'axe des ordonnées.

5. Déterminer graphiquement le taux d'alcool correspondant à une quantité de bière de 3 dL (on laissera apparents les traits de construction).

6. Déterminer graphiquement la quantité de bière à partir de laquelle cet homme n'est plus autorisé à reprendre le volant (on laissera apparents les traits de construction).

99 Gilbert se fait livrer 4 chaises et Claire 9. Frais fixes de livraison inclus, Gilbert paie 90 € et Claire 165 €.

1. On considère la fonction f qui, au nombre de chaises achetées, associe le montant à payer en euros.

Quelle est la nature de la fonction f ?

2. Donner $f(4)$ et $f(9)$.

3. Déterminer l'expression de f .

4. Céline se fait livrer 11 chaises du même modèle. Combien paiera-t-elle ?

Je m'entraîne au brevet

Exercice (Centres étrangers, 2011)

20 min

Une école décide de tester un logiciel pour gérer sa bibliothèque.

Elle télécharge ce logiciel sur Internet.

1. Le fichier a une taille de 3,5 Mo (mégaoctets) et le téléchargement s'effectue en 7 s. Quel est le débit de la connexion Internet ?

On donnera le résultat en mégaoctets par seconde.

2. Après une période d'essai d'un mois, l'école décide d'acheter le logiciel.

Il existe trois tarifs :

- tarif A : 19 € ;
- tarif B : 10 centimes par élève ;
- tarif C : 8 € + 5 centimes par élève.

Recopier et compléter le tableau.

Nombres d'élèves	100	200	300
Tarif A	19 €		
Tarif B			30 €
Tarif C		18 €	

3. a. Si x représente le nombre d'élèves, laquelle des fonctions suivantes correspond au tarif C : $x \mapsto 8 + 5x$? $x \mapsto 8 + 0,05x$? $x \mapsto 0,05 + 8x$?

b. Quelle est la nature de cette fonction ?

4. Dans le même repère, représenter les tarifs A, B et C.

5. Par lecture graphique, à partir de combien d'élèves le tarif A est-il plus intéressant que le tarif C ? On fera apparaître les tracés nécessaires à la lecture.

6. Dans l'école, il y a 209 élèves.

Par lecture graphique, quel est le tarif le plus intéressant pour l'école ?

J'exploite l'énoncé.

Je peux m'aider de la question précédente même sans y avoir répondu : les trois fonctions proposées sont de la forme $x \mapsto ax + b$, donc affines.

Le tarif A est une fonction constante, sa représentation est donc une droite parallèle à l'axe des abscisses.

Le tarif B est une fonction linéaire, sa représentation est donc une droite passant par l'origine du repère.

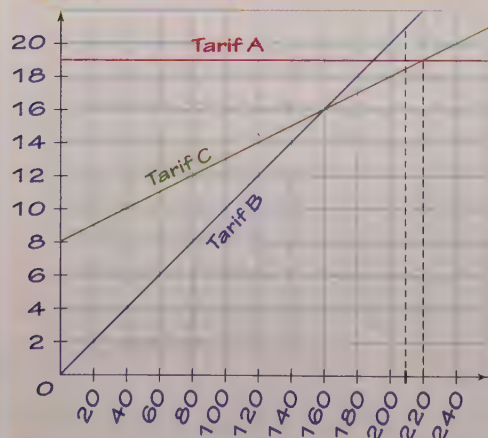
Solution

1. Pour calculer le débit de la connexion Internet, on divise la taille du fichier

par le temps mis pour le téléchargement : $d = \frac{3,5}{7} = 0,5$.

Le débit de la connexion Internet est de 0,5 Mo/s.

Nombres d'élèves	100	200	300
Tarif A	19 €	19 €	19 €
Tarif B	10 €	20 €	30 €
Tarif C	13 €	18 €	23 €



3. a. Si x représente le nombre d'élèves, la fonction correspondant au tarif C est $x \mapsto 8 + 0,05x$.

b. Cette fonction est affine.

4. Cf. graphique.

5. Le tarif A est plus intéressant que le tarif C à partir de 220 élèves.

6. S'il y a 209 élèves, le tarif C est le plus intéressant.

Je rédige clairement.

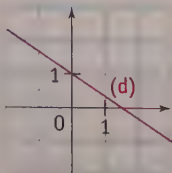
Je veille à faire des tracés propres, au crayon à papier. Je peux utiliser le tableau pour tracer la représentation des fonctions.

Je repère l'intersection des deux droites représentant le tarif A et le tarif C.

Pour $x = 209$, je repère le point de la droite représentant le tarif A, B ou C ayant l'ordonnée la plus petite.

100 (D'après Groupe Ouest, 2003)

On donne la représentation graphique (d) d'une fonction affine g . En utilisant le graphique, donner une valeur approchée au dixième près :



1. de l'image du nombre 1 par la fonction affine g ;
2. de l'image du nombre $-0,5$ par la fonction affine g ;
3. du nombre qui a pour image 0 par la fonction affine g ;
4. du nombre qui a pour image $\frac{1}{3}$ par la fonction affine g .

101 Voici un programme de calcul :

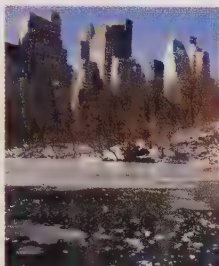
- Je choisis un nombre de départ.
- J'ajoute 2.
- Je multiplie par -3 .
- J'ajoute 6.

1. Effectuer le programme de calcul avec 1 comme nombre de départ, puis avec -9 .
2. On considère la fonction f qui, à un nombre x de départ, associe le résultat du programme de calcul. Donner l'expression et la nature de f .

102 Température en Fahrenheit

Le degré Fahrenheit ($^{\circ}\text{F}$) est une unité de mesure de la température. Cette unité est utilisée aux États-Unis. On sait que l'eau gèle à 32°F et bout à 212°F .

- a. Sachant que la température en degrés Fahrenheit est une fonction affine de la température en degrés Celsius, déterminer cette fonction.
- b. S'il fait 10°F à New York, quelle est cette température en degrés Celsius ?
- c. S'il fait 25°C à Paris, quelle est cette température en degrés Fahrenheit ?



103 Démonstration

Soit f une fonction affine de la forme $f: x \mapsto ax + b$. Soient deux nombres distincts x_1 et x_2 .

1. a. Exprimer l'image de x_1 par f .
- b. Exprimer l'image de x_2 par f .
2. Montrer que $f(x_2) - f(x_1) = a(x_2 - x_1)$.

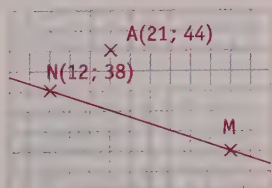
3. En déduire que $\frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = a$.

104 Un magasin réajuste ses prix de la manière suivante : on baisse de 10 %, puis on ajoute 2 € à tous les prix.

1. Soit f la fonction qui, au prix initial x , associe le prix après réajustement. Donner l'expression de f . Est-ce une fonction linéaire ? affine ?
2. a. Quel est le nouveau prix d'un article coûtant initialement 30 € ?
- b. Quel est le prix initial d'un article coûtant 27,20 € après réajustement ?
- c. Après réajustement, certains prix restent-ils inchangés ? Si oui, précisez lequel.

105 Voici une partie de la représentation graphique d'une fonction affine f passant par les points M et N.

1. Déterminer l'image de 0 par la fonction f .
2. Déterminer l'antécédent de 0 par la fonction f .



106 Brevet (Polynésie, 2011)

Partie 1 À l'approche des grandes vacances, Teva envisage de faire un séjour à Huahine durant le mois de juillet. Il réfléchit au nombre de jour(s) qu'il passera à Huahine. La pension de famille « Haeremai » de Huahine lui propose trois types de tarif en demi-pension :



- tarif A : 5 000 F par jour par personne ;
- tarif B : un forfait de 6 000 F pour le mois puis 4 000 F par jour et par personne ;
- tarif C : un forfait de 90 000 F par personne pour le mois.

1. Recopier et compléter le tableau.

Nombre de jour(s)	0	5	10		30
Coût avec le tarif A	0	25 000		125 000	
Coût avec le tarif B	6 000		46 000		126 000
Coût avec le tarif C	90 000	90 000		90 000	90 000

2. Quel est le tarif le plus avantageux pour Teva pour un séjour de 5 jours ? de 10 jours ?

Partie 2

1. Soit x le nombre de jour(s) passée(s) dans cette pension de famille au cours du mois de juillet.

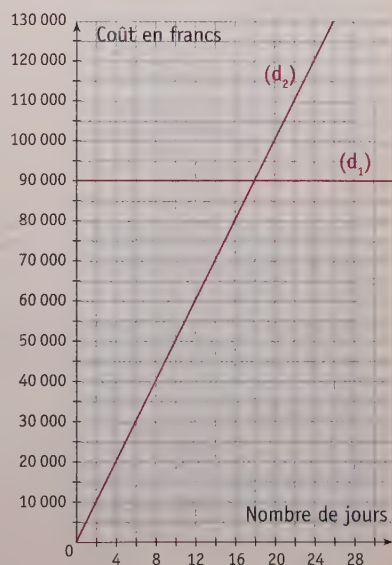
On note f la fonction qui à x associe le coût du séjour au tarif A, et g la fonction qui à x associe le coût du séjour au tarif B. Exprimer $f(x)$ et $g(x)$ en fonction de x .

2. Dans le repère ci-dessous, on a représenté le prix à payer pour x jour(s) au tarif A et au tarif C. Laquelle des deux droites tracées (d_1) et (d_2) représente graphiquement la fonction f ? Expliquer.

3. Reproduire le graphique et, dans le même repère, représenter graphiquement la fonction g .

4. En utilisant le graphique, répondre aux questions suivantes (on laissera apparents les traits de construction).

- a. Avec un budget de 60 000 F, combien de jours pourra-t-il rester s'il choisit le tarif B ?
- b. Il décide de rester 14 jours au tarif A. Quel est le coût de son séjour ?

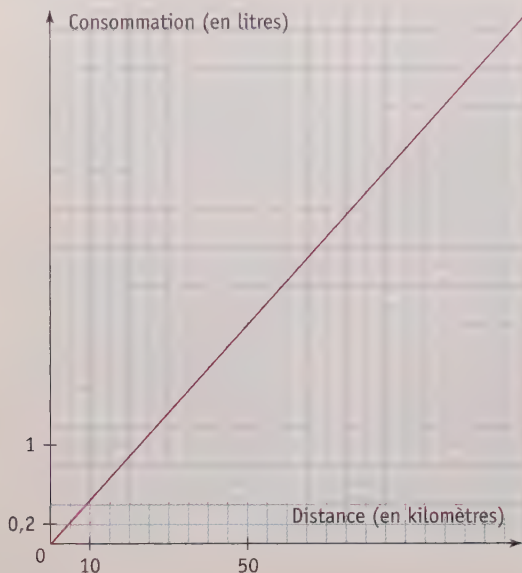


107 Brevet

(Métropole, série technologique et professionnelle, 2009)

Un constructeur fabrique deux types de moteur.

1. On étudie le moteur 1. La représentation graphique de la consommation C en fonction de la distance x parcourue est la droite tracée ci-dessous.



- Quelle est la nature de la fonction C ? Justifier.
 - Déterminer graphiquement, en litres, la consommation du moteur pour une distance parcourue de 50 km.
 - Déterminer graphiquement, en kilomètres, la distance parcourue avec 3,1 L de carburant.
2. On étudie le moteur 2 consommant 0,06 L de carburant par kilomètre. On considère D la fonction qui à x , le nombre de kilomètres parcourus, associe la consommation en litres. Donner l'expression de $D(x)$ en fonction de x . Quelle est la nature de la fonction D ?
3. Recopier et compléter le tableau de valeurs donnant la consommation D en litres en fonction de la distance x parcourue en kilomètres.

Distance x (en kilomètres)	0	10	60	80
Consommation $D(x)$ (en litres)			2,4	6

- Recopier le graphique ci-dessus et y ajouter la représentation graphique de la fonction D .
- Indiquer, pour chaque type de moteur, la consommation de carburant en litres pour 100 km.
 - En déduire le type de moteur le plus économique.
 - Le réservoir du véhicule équipé du moteur le plus économique a une capacité de 55 L. Calculer, en kilomètres, la distance parcourue avec un plein d'essence de 55 L.

108 1. Déterminer l'expression de la fonction affine f telle que $f(2) = -4$ et $f(-9) = 10$.

2. On considère la fonction affine g définie par $g(x) = 2x + 6$.

a. Dans un même repère, construire les représentations graphiques des fonctions f et g .

b. Lire graphiquement les coordonnées du point d'intersection des droites représentant les fonctions f et g .

3. Déterminer, grâce à une équation, les coordonnées du point d'intersection des droites représentant les fonctions f et g .

Prise d'initiatives

109

FACTURE SERVICE DES EAUX				
Numéro du compteur	Mode de relevé	Ancien index	Nouvel index	Consommation en m ³
	R	81	201	120 m ³
Détail de facturation	Quantité	Prix unitaire	Montant H. T.	Montant T.V.A.
Distribution de l'eau				
Abonnement	1	18,25	18,25 €	1,00 €
Eau	120	0,6300	75,60 €	4,16 €
Organismes Publics				
Redevance pollution	120	0,3323	39,88 €	2,19 €
Redevance prélèvement	120	0,048	5,76 €	0,32 €

À partir de cette facture, déterminer ce que l'on aurait payé pour une consommation de 150 m³, puis pour x m³.

Consigne

Vous présenterez votre démarche en faisant figurer toutes les pistes de recherche même si elles n'ont pas abouti.

Voir indications pour l'évaluation p. 307.

DÉFIS, JEUX, CASSE-TÊTE

110 Le cryptage affine

On code chaque lettre de l'alphabet par un nombre entier : A est codé par 0 ; B par 1 ; C par 2 ; etc.

Le cryptage consiste ensuite à calculer l'image de ces nombres par une fonction affine, puis à calculer le reste de la division euclidienne de cette image par 26. On décode ensuite 0 par A ; 1 par B ; 2 par C ; etc.

1. Dans cette question, on crypte en utilisant la fonction $f : x \mapsto 9x + 1$.

a. Montrer que E est codé par L. Coder les lettres B et F.

b. Crypter le mot « MATH ».

c. Décrypter le mot « KYBIX ».

2. On souhaite crypter par la fonction $g : x \mapsto 2x + 1$.

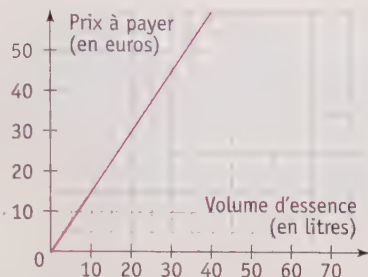
Crypter les lettres K et X. La fonction g est-elle un bon moyen de cryptage ?

Devoir A

111 La représentation ci-dessous donne le prix de l'essence dans une station-service en fonction du nombre de litres achetés.

1. La fonction f , qui, au volume d'essence acheté, associe le prix à payer est-elle une fonction linéaire ? affine ? Justifier.

2. Quel est le prix de 10 L d'essence ? Traduire ce résultat en complétant : $f(\dots) = \dots$



3. Combien de litres d'essence a-t-on achetés si on paie 30 € ? si on paie 45 € ?

Traduire ces résultats en complétant : $f(\dots) = \dots$



112 Représenter, dans un même repère, les fonctions suivantes définies par :

$$f(x) = 2x + 3; \quad g(x) = -x + 3; \quad h(x) = \frac{4}{3}x + 3.$$

Que constate-t-on ?

113 Déterminer la fonction affine f dont la droite représentative a pour coefficient directeur $\frac{2}{3}$ et passe par le point A(8 ; 0).

Exposé

116 Allongement d'un ressort

Si, au repos, le ressort a une longueur L_0 (en mètres) et une raideur k (en Newton par mètres), alors la longueur du ressort L (en mètres) peut s'exprimer en fonction de la force appliquée x (en Newton) : $L(x) = L_0 + \frac{x}{k}$.

La longueur d'un ressort varie en fonction de la force qu'on lui applique.

✗ Expliquer les termes **force** et **raideur**.

✗ a. Expliquer pourquoi l'on peut dire que la longueur du ressort est une fonction affine de la force appliquée.

b. En déduire que « L'allongement d'un ressort est proportionnel à la force appliquée ».

✗ Cette loi porte le nom d'un grand scientifique britannique du XVIII^e siècle, lequel ?

Donner quelques éléments de sa biographie.

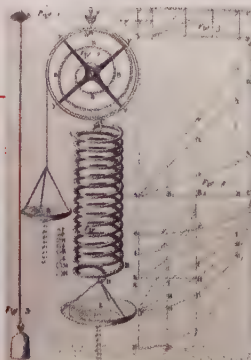


Planche de travail illustrant la loi sur l'élasticité des matières (allongement d'un ressort), 1678.

B2i 4

liens pour la recherche sur
www.3e.zeniuseleve.magnard.fr/liens

Devoir B

114 D'après Brevet (Polynésie, 2011)

Manuarii est un pâtissier confiseur et vend des boîtes de biscuits. La fonction définie par $f(x) = 180\,000 + 200x$, donne, en Francs, le coût total de la production de x boîtes sur un mois.

1. Calculer l'image de 26 par la fonction f .

2. a. Représenter graphiquement la fonction f .

b. Lire graphiquement l'image de 150 par la fonction f .

c. Lire graphiquement l'antécédent de 190 000 par la fonction f .

3. Justifier l'affirmation suivante : « f est une fonction affine. »

4. Manuarii vend chaque boîte 2 000 Francs. On désigne par $g(x)$ le montant en Francs perçu par Manuarii pour x boîtes vendues sur un mois. Recopier et compléter le tableau.

x	0	120		150
$g(x)$	0		60 000	300 000

5. Tracer la représentation graphique de la fonction g sur le même graphique.

6. Combien de boîtes Manuarii doit-il vendre dans le mois pour obtenir un montant supérieur ou égal au coût de production ?

115 Représenter, dans un même repère, les fonctions suivantes définies par :

$$f(x) = \frac{5}{2}x - 1; \quad g(x) = \frac{5}{2}x + 2; \quad h(x) = \frac{5}{2}x - \frac{3}{2}.$$

Que constate-t-on ?

Compétence du socle commun évaluées dans cette question

Compétence	4 : la maîtrise des techniques usuelles de l'information et de la communication
Domaine	S'informer, se documenter
Item	Identifier, trier et évaluer des ressources. Chercher et sélectionner l'information demandée.
Pour l'évaluation	Je suis capable d'identifier et d'exposer une nouvelle notion.

Je révise le cours et les méthodes

Connaissances exigibles

- ✓ **SC** La définition d'une fonction linéaire.
- ✓ La définition d'une fonction affine.
- ✓ La définition de « coefficient directeur d'une droite » et « ordonnée à l'origine d'une droite »
- ✓ La formule donnant le coefficient directeur d'une droite représentant une fonction affine.

Savoir-faire à acquérir

- ✓ **SC** Reconnaître une fonction linéaire. (→ exercice 117)
- ✓ Reconnaître une fonction affine. (→ exercices 117 et 120)
- ✓ Déterminer graphiquement ou par le calcul l'image ou l'antécédent d'un nombre par une fonction linéaire ou affine. (→ exercices 118, 120 et 122)
- ✓ Représenter graphiquement une fonction affine ou une fonction linéaire. (→ exercices 119 et 122)
- ✓ Déterminer graphiquement ou par le calcul une fonction linéaire ou affine. (→ exercice 121)

► Connaître le sens et l'orthographe de ces mots :

Abscisse, ordonnée, coordonnées, fonction affine, fonction linéaire, fonction constante, coefficient directeur, ordonnée à l'origine.

Je m'exerce

117 Les fonctions définies ci-dessous sont-elles linéaires ? affines ?

$$\begin{array}{lll} a(x) = -x & c(x) = 4x^2 + 2 & e(x) = \frac{3}{x} + 6 \\ b(x) = 4 & d(x) = -4x + 9 & f(x) = 6x \end{array}$$

118 Soit f la fonction affine définie par $f: x \mapsto -\frac{1}{2}x + 3$.

1. Calculer les images de 0 ; -5 et $\frac{2}{3}$ par la fonction f .
2. Déterminer l'antécédent des nombres 8 ; -6 et $\frac{1}{5}$ par la fonction f .

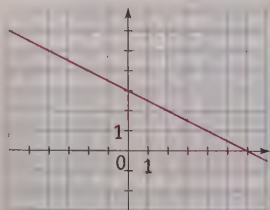
119 Dans un même repère, représenter les fonctions f , g et h définies par $f(x) = -\frac{4}{3}x$; $g(x) = -5x - 2$; $h(x) = 8$.

120 f est la fonction représentée ci-dessous.

1. Quelle est la nature de la fonction f ? Justifier.

2. Déterminer graphiquement l'image des nombres -4 ; 0 et 2 par f .

3. Déterminer graphiquement par f l'antécédent des nombres 0 ; 3 et 4.



- 121** 1. Déterminer la fonction linéaire f telle que $f(5) = 8$.
2. Déterminer la fonction affine g telle que $g(5) = 4$ et $g(-5) = 2$.

122 D'après Brevet (Amérique du Sud, 2010)

Charlotte souhaite s'inscrire dans un club d'équitation.

Le club lui propose trois formules différentes :

formule A : 18 € la séance ; **formule B** : 165 € par carte de 10 séances ; **formule C** : paiement d'une cotisation annuelle de 70 € plus 140 € par carte de 10 séances.

Partie 1

1. Vérifier que le coût pour 7 séances est de 126 € pour la formule A, 165 € pour la formule B et 210 € pour la formule C.
2. Calculer le coût de 20 séances pour ces trois formules. Quelle est la formule la plus avantageuse dans ce cas ?

Partie 2

Charlotte désirant faire du cheval toute l'année, elle décide de comparer les formules B et C.

1. Reproduire et compléter le tableau.

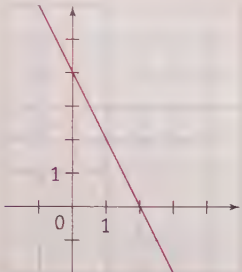
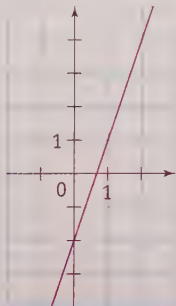
		1 carte	2 cartes	5 cartes
Prix	Formule B			
	Formule C			

2. Soit x le nombre de cartes de 10 séances achetées. Exprimer en fonction de x le coût si elle choisit la formule B, puis si elle choisit la formule C.
3. a. Dans un repère, construire les représentations graphiques des fonctions f et g définies par $f: x \mapsto 165x$ et $g: x \mapsto 140x + 70$.
b. Trouver graphiquement le nombre de cartes à partir duquel la formule C devient avantageuse.

Je m'évalue

QCM interactif sur
www.3e.zenitiseleve.
magnard.fr

Choisir la (ou les) bonne(s) réponse(s).

123 La fonction $x \mapsto 2x + 3$ correspond au programme de calcul :	je multiplie x par 3, puis j'ajoute 2.	je multiplie x par 2, puis j'ajoute 3.	je multiplie 2 par 3, puis j'ajoute x .	
124 f est une fonction linéaire si :	$f(x) = x + 6$.	$f(x) = 6$.	$f(x) = 6x$.	
125 f est une fonction affine si :	$f(x) = 5x - 2$.	$f(x) = -8$.	$f(x) = -x$.	
126 f est une fonction constante si :	$f(x) = x$.	$f(x) = -1$.	$f(x) = 1$.	
127 La fonction f est représentée ci-dessous. On peut dire que :		$f(0) = 2$.	$f(0) = 4$.	$f(2) = 4$.
128 La fonction f , représentée ci-dessous, est définie par :		$f(x) = 3x - 2$.	$f(x) = -2x + 3$.	$f(x) = -3x - 2$.
129 La droite représentant la fonction définie par $f(x) = 5x$ a :	un coefficient directeur égal à 5 et une ordonnée à l'origine égale à 0.	un coefficient directeur égal à $5x$ et une ordonnée à l'origine égale à 0.	un coefficient directeur égal à 5 et n'a pas d'ordonnée à l'origine.	
130 Une droite ayant une ordonnée à l'origine égale à 3 et un coefficient directeur égal à -5 représente la fonction définie par :	$f(x) = 3x - 5$.	$f(x) = -5x + 3$.	$f(x) = 3 - 5x$.	
131 La droite représentant la fonction définie par $f(x) = -4$ a :	un coefficient directeur égal à -4 et une ordonnée à l'origine égale à 0.	un coefficient directeur égal à 0 et une ordonnée à l'origine égale à -4 .	une ordonnée à l'origine égale à 4 mais n'a pas de coefficient directeur.	
132 Une droite représentant une fonction constante :	passse toujours par l'origine du repère.	est parallèle à l'axe des abscisses.	est parallèle à l'axe des ordonnées.	

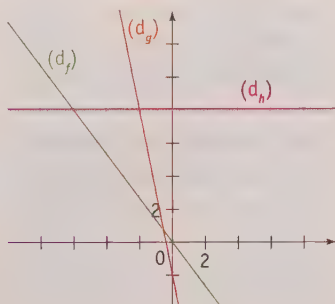
Je m'exerce

117. Les fonctions a et f sont linéaires. Les fonctions a , b , d et f sont affines.

118. 1. $f(0) = 3$; $f(-5) = \frac{11}{2}$; $f\left(\frac{2}{3}\right) = \frac{8}{3}$.

2. L'antécédent par f de 8 est -10 ; l'antécédent par f de -6 est 18 ; l'antécédent par f de $\frac{1}{5}$ est $\frac{28}{5}$.

119.



120. 1. f est une fonction affine.

2. L'image de -4 est 5 ; l'image de 0 est 3 ; l'image de 2 est 2.

3. L'antécédent de 0 est 6 ; l'antécédent de 3 est 0 ; l'antécédent de 4 est -2 .

121. 1. $f(x) = \frac{8}{5}x$

2. $g(x) = \frac{1}{5}x + 3$

122. Partie 1

1. Formule A : $7 \times 18 = 126$ €

Formule B : 165 €

Formule C : $70 + 140 = 210$ €

2. Formule A : $20 \times 18 = 360$ €

Formule B : $165 \times 2 = 330$ €

Formule C : $70 + 140 \times 2 = 350$ €

La formule la plus avantageuse est la formule B.

Partie 2

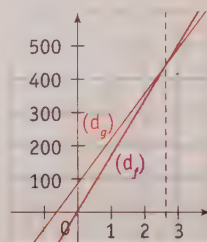
1.

		1 carte	2 cartes	5 cartes
Prix	Formule B	165	330	825
	Formule C	210	350	770

2. Pour la formule B, le coût est de $165x$ €.

Pour la formule C, le coût est de $140x + 70$ €.

3. a.



b. Graphiquement, on voit que la formule C devient plus avantageuse que la formule B à partir de trois cartes.

Je corrige

	Réponse(s)	Commentaires	Revoir
123.	b	a. On obtient $3x + 2$. c. On obtient $3 \times 2 + x$.	Cours, p. 146 et 148.
124.	c	Les fonctions proposées ne sont pas de la forme $f: x \mapsto ax$.	Cours, p. 146.
125.	a, b et c	Les fonctions proposées sont toutes de la forme $f: x \mapsto ax + b$.	Cours, p. 148.
126.	b et c	f doit être de la forme $f: x \mapsto k$, avec k un nombre fixé.	Cours, p. 148.
127.	b	a. Il ne faut pas confondre un nombre et son image. c. $f(2) = 0$	Cours, p. 148.
128.	a	b. Il ne faut pas confondre coefficient directeur et ordonnée à l'origine. c. Le coefficient directeur de la droite représentant f est positif.	Cours, p. 148 et Méthode 3, p. 152.
129.	a	f est de la forme $f: x \mapsto ax + b$ avec $a = 5$ et $b = 0$.	Cours, p. 148.
130.	b et c	Il ne faut pas confondre coefficient directeur et ordonnée à l'origine.	Cours, p. 148.
131.	b	a. Il ne faut pas confondre coefficient directeur et ordonnée à l'origine. c. f est de la forme $f: x \mapsto ax + b$ avec $a = 0$ et $b = -4$.	Cours, p. 148.
132.	b	Les points de cette droite ont tous la même ordonnée.	Cours, p. 148.

Systèmes d'équations

Objectifs

Résoudre algébriquement un système de deux équations du premier degré à deux inconnues admettant une seule solution.

Interpréter graphiquement la solution d'un système d'équations.

Traduire un problème par un système d'équations.

Je me rappelle

1 QCM : Choisir la (ou les) bonne(s) réponse(s).

		a	b	c
1	Si $5x = 3$ alors :	$x = 3 - 5.$	$x = \frac{5}{3}.$	$x = \frac{3}{5}.$
2	Si $x + 5 = 3$ alors :	$x = 3 - 5.$	$x = -3 + 5.$	$x = \frac{3}{5}.$
3	Si $2 - x = 11$ alors :	$x = 11 - 2.$	$x = -11 + 2.$	$2 - 11 = x.$
4	L'équation $3x + 5 = 2x + 7$ a les mêmes solutions que l'équation :	$12 = 5x.$	$x + 5 = 7.$	$-2 = -x.$
5	8 est solution de l'équation :	$x - 8 = 0.$	$0 = -x + 8.$	$\frac{x}{8} = 0.$
6	-2 est solution de l'équation :	$\frac{x}{2} = 0.$	$\frac{x}{2} = -1.$	$2x - 1 = 3.$

Figure 1

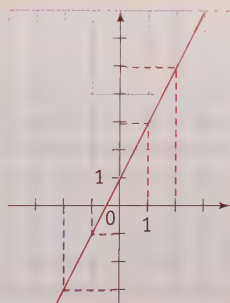
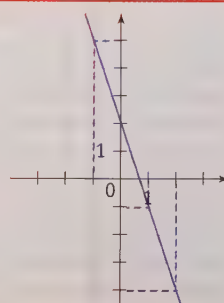


Figure 2



7	La fonction représentée par une droite rouge sur la figure 1 est définie par :	$x \mapsto x - 2.$	$x \mapsto 2x + 1.$	$x \mapsto 1x + 2.$
8	La fonction représentée par une droite bleue sur la figure 2 est définie par :	$x \mapsto -2x + 2.$	$x \mapsto 2x - 3.$	$x \mapsto -3x + 2.$
9	Les points de la droite de la figure 1 ont pour coordonnées :	$(x ; 2x).$	$(2x + 1 ; x).$	$(x ; 2x + 1).$

J'utilise un vocabulaire précis

exercice interactif sur
www.3e.zeniusélève.magnard.fr

2 Recopier et compléter les phrases en utilisant les étiquettes.

1. La droite représentant la ...
 $x \mapsto 2x - 3$ a pour ... - 3
et pour ... 2.

2. L'équation $5x - 3 = 2$ a
pour ... 5x - 3 et pour ... 2.
Son ... est x et sa ... est 1.

ordonnée à l'origine

solution

second membre

fonction affine

inconnue

premier membre

coefficient directeur

Activités

Activité 1 Plusieurs solutions pour une équation

1. On considère l'équation $2x + y = 5$. Combien cette équation a-t-elle d'inconnues ? Quelles sont-elles ?

Résoudre cette équation c'est trouver les valeurs de x et de y qui vérifient cette égalité.

2. a. Pour $x = 1$ et $y = 3$, l'égalité est-elle vérifiée ? pour $x = 2$ et $y = 1$? pour $x = 0$ et $y = 3$? pour $x = 0$ et $y = 5$?

b. Si pour une valeur de x et une valeur de y cette égalité est vérifiée, on dit que le couple $(x ; y)$ est une **solution** de l'équation.

Déduire de la question 2. a. des couples solutions de l'équation.

c. Trouver trois autres couples solutions de l'équation $2x + y = 5$ et trois autres couples qui ne sont pas solutions de cette équation.

d. Que penser du nombre de solutions de cette équation ?

Ai-je bien compris ?

■ Déterminer cinq couples solutions de l'équation $x + 2y = 3$.

Activité 2 Système de deux équations à deux inconnues

1. Nathan achète en ligne un titre MP3 x € et un jeu y €, et paie le tout 9 €.



a. Comment traduire cette phrase par une égalité ?

b. On propose différentes valeurs pour x et y dans le tableau suivant. Recopier et compléter ce tableau en indiquant « oui » si les valeurs proposées peuvent convenir et « non » dans le cas contraire.

x	3	4,5	4	1
y	6	5,5	5	8
$x + y = 9$	oui			

c. Donner d'autres valeurs possibles pour x et y .

2. Fatah achète en ligne deux titres MP3 et un jeu. Il paie 13 €. On note, en euros, x le prix d'un titre MP3, et y celui d'un jeu.

a. Comment traduire cette situation par une égalité ?

b. On propose différentes valeurs pour x et y dans le tableau suivant. Recopier et compléter ce tableau en indiquant « oui » si les valeurs proposées peuvent convenir et « non » dans le cas contraire.

x	1	4	2,9	1,5
y	11	5	7	10
$2x + y = 13$				

c. Donner d'autres valeurs possibles pour x et y .

3. On cherche à déterminer le prix d'un titre MP3 et celui d'un jeu, sachant que Nathan et Fatah ont acheté les mêmes sur le même site.

a. Pour Nathan, quelle équation doivent vérifier x et y ?

b. Pour Fatah, quelle équation doivent vérifier x et y ?

On présente généralement le problème en écrivant ces équations dans une seule accolade pour montrer que l'on cherche les valeurs de x et de y qui vérifient simultanément les deux équations :

$$\begin{cases} x + y = 9 \\ 2x + y = 13. \end{cases}$$

La solution du problème est donnée sous la forme d'un couple de nombres $(... ; ...)$: le premier nombre est la valeur de x , le second, la valeur de y .

On dit alors que l'on a résolu ce **système** d'équations.

c. On admet qu'il n'y a qu'une solution.

En s'aidant des tableaux des questions 1. et 2., déterminer la solution de ce système.

Ai-je bien compris ?

■ On considère le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} x + y = 5 \\ x - y = 1. \end{cases}$$

a. Proposer un problème pouvant se traduire par ce système d'équations.

b. Lequel des couples $(-3 ; -2)$ ou $(3 ; 2)$ est solution de ce système ?

Activité 3 Résolution d'un système par substitution

On cherche la solution du système
$$\begin{cases} 2x + 3y = 26 & (1) \\ x = 5y & (2) \end{cases}$$

1. a. Pourquoi peut-on remplacer x par $5y$ dans l'équation (1) ?
b. Remplacer x par $5y$ dans l'équation (1).
2. a. Combien d'inconnue(s) possède alors l'équation obtenue ? La résoudre.
b. En déduire la valeur de x .
c. Vérifier que la valeur obtenue pour x et celle obtenue pour y sont solutions des équations (1) et (2).
d. Écrire le couple solution du système.

On dit aussi **substituer** $5y$ à x dans l'équation (1).

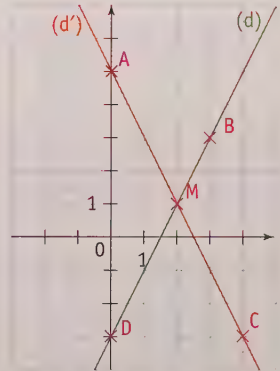
Ai-je bien compris ?

- Résoudre par substitution le système
$$\begin{cases} x + 3y = 10 \\ x = 2y \end{cases}$$

Activité 4 Interprétation graphique de la solution d'un système d'équations

On veut résoudre le système d'équations
$$\begin{cases} y = 2x - 3 & (1) \\ y = -2x + 5 & (2) \end{cases}$$

1. a. Quelle est la nature des fonctions $f: x \mapsto 2x - 3$ et $g: x \mapsto -2x + 5$.
b. On les a représentées ci-contre.
- Associer chaque droite à une de ces fonctions.
2. a. Choisir des points sur la droite (d) ou sur la droite (d').
b. Parmi ces points, lesquels ont des coordonnées qui vérifient l'équation (1) ?
Lesquels ont des coordonnées qui vérifient l'équation (2) ?
 3. Existe-t-il un point dont les coordonnées vérifient simultanément les deux équations ? Lequel ?
 4. En déduire la solution du système.

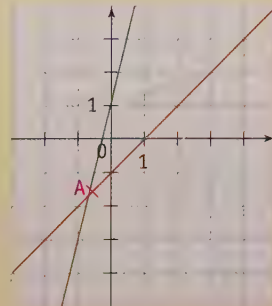


Ai-je bien compris ?

La solution du système d'équations
$$\begin{cases} y = 4x + 1 \\ y = x - 1 \end{cases}$$

est le couple $\left(-\frac{2}{3}; -\frac{5}{3}\right)$.

- Quelle fonction est représentée par la droite rouge ? par la droite verte ?
- Quelles sont les coordonnées du point d'intersection A des droites dessinées ci-contre ?



1 Système de deux équations à deux inconnues

⇒ Testez-vous avec les exercices 1 à 6.

Vocabulaire

- Une équation du type $2x + 5y = 8$ est une équation du premier degré à **deux inconnues**, x et y .
- On dit que 2 est le **coefficient** de x , et 5, celui de y .
- Lorsqu'on résout simultanément deux équations à deux inconnues (les mêmes pour chaque équation), on dit qu'on résout un **système** de deux équations à deux inconnues. On présente généralement ces deux équations dans une grande accolade.

Exemple

On numérote les équations pour faciliter la rédaction.

$$\begin{cases} 2x + y = 11 & (1) \\ x - 3y = -12 & (2) \end{cases}$$
 est un système de deux équations à deux inconnues, x et y .

Définition

Un **couple** $(x ; y)$ est **solution** d'un système de deux équations du premier degré à deux inconnues s'il vérifie simultanément les deux équations du système.

Exemples

Dans le système précédent :

- Si $x = 2$ et $y = 7$, alors
$$\begin{cases} 2 \times 2 + 7 = 4 + 7 = 11 & (1) \\ 2 - 3 \times 7 = 2 - 21 = -19 & (2). \end{cases}$$

Le couple $(2 ; 7)$ est une solution de l'équation (1), mais n'est pas solution de l'équation (2), donc ce couple n'est pas solution du système.

- Si $x = 3$ et $y = 5$, alors
$$\begin{cases} 2 \times 3 + 5 = 6 + 5 = 11 & (1) \\ 3 - 3 \times 5 = 3 - 15 = -12 & (2). \end{cases}$$

Le couple $(3 ; 5)$ est une solution des équations (1) et (2), donc il est solution du système.

Remarque : Pour résoudre un système à deux équations du premier degré à deux inconnues, deux méthodes sont présentées p. 170 et p. 171.

2 Interprétation graphique de la solution d'un système d'équations

⇒ Testez-vous avec l'exercice 7.

On considère le système d'équations
$$\begin{cases} y = 2x - 1 & (1) \\ y = x + 1 & (2). \end{cases}$$

La fonction affine $f : x \mapsto 2x - 1$ est représentée sur le graphique ci-contre par la droite (d).

La fonction affine $g : x \mapsto x + 1$ est représentée sur le graphique ci-contre par la droite (d').

Ces deux droites se coupent au point $A(2 ; 3)$.

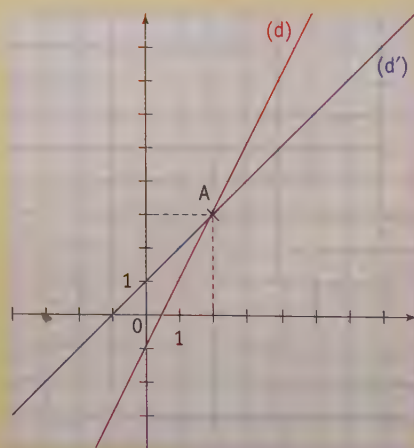
Les coordonnées des points de la droite (d), de la forme $(x ; y)$ avec $y = f(x) = 2x - 1$, sont solutions de l'équation (1).

Les coordonnées des points de la droite (d'), de la forme $(x ; y)$ avec $y = g(x) = x + 1$, sont solutions de l'équation (2).

Le point A étant le point d'intersection des droites (d) et (d'), ses coordonnées $(2 ; 3)$ sont solutions des deux équations (1) et (2).

On vérifie que $3 = f(2) = 2 \times 2 - 1$
et $3 = g(2) = 2 + 1$.

Le couple $(2 ; 3)$ est donc la solution du système
$$\begin{cases} y = 2x - 1 \\ y = x + 1. \end{cases}$$



Testez votre compréhension du cours

1 Vrai ou Faux ?

Le couple $(2 ; 1)$ est la solution du système $\begin{cases} 10x + y = 21 \\ x - y = 1. \end{cases}$

3 Vrai ou Faux ?

Le couple $(1 ; -1)$ est la solution

du système $\begin{cases} x + y = 0 \\ x - y = -2. \end{cases}$

2 Vrai ou Faux ?

Le couple $(-1 ; -1)$ est la solution du système $\begin{cases} x - y = 0 \\ x - y = -2. \end{cases}$

4 a. Complétez les égalités $\begin{cases} 2 \times (-1) + 3 \times 2 = \dots \\ 5 \times (-1) + 4 \times 2 = \dots \end{cases}$

b. Déduisez-en un système de deux équations dont le couple $(-1 ; 2)$ est solution.

5 Donnez un système de deux équations dont le couple $(2 ; 3)$ est solution.

6 Qui a raison ?

On donne le système $\begin{cases} x + y = 11 \\ x - y = 3. \end{cases}$

Maë

La solution du système est $(4 ; 7)$.

Aubane

La solution du système est $(7 ; 4)$.

Caroline

La solution du système est 7.

Noa

La solution du système est $(7,4)$.

7 a. Indiquez le graphique qui correspond à chaque système.
b. Donnez par lecture graphique la solution de chaque système.

$$\begin{cases} y = 3x - 1 \\ y = -2x - 6 \end{cases}$$

Système 1

$$\begin{cases} y = x - 3 \\ y = -x + 5 \end{cases}$$

Système 2

$$\begin{cases} y = -\frac{1}{2}x + 1 \\ y = 2x - 9 \end{cases}$$

Système 3

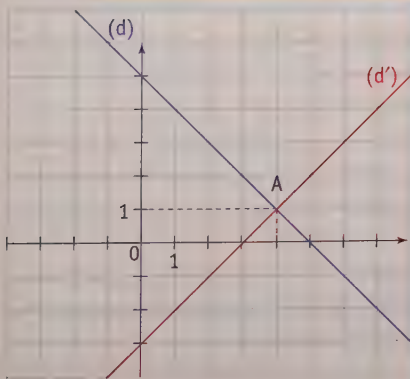


Figure 1

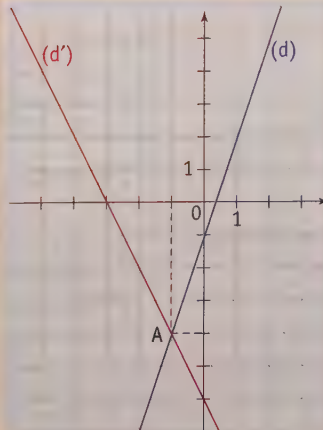


Figure 2

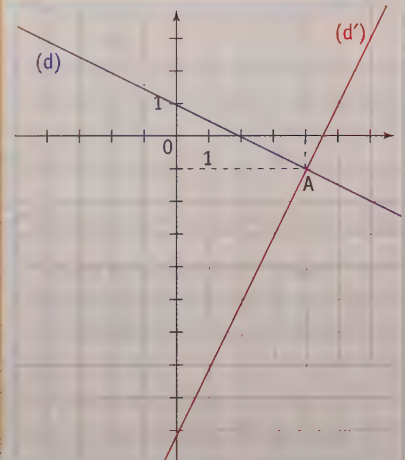


Figure 3

Résoudre un système d'équations par substitution

Exercice Résoudre le système d'équations (S) $\begin{cases} 3x + 4y = 5 & (1) \\ 2x + y = 5 & (2) \end{cases}$

Solution

étape

- 1** J'exprime l'une des inconnues en fonction de l'autre.
Je remarque que, dans l'équation (2), le coefficient de y est 1.
J'exprime donc y en fonction de x dans l'équation (2).

D'après l'équation (2),

$$2x + y = 5,$$

$$\text{d'où } y = 5 - 2x.$$

Le système (S) a la même solution

$$\text{que le système } \begin{cases} 3x + 4y = 5 & (1) \\ y = -2x + 5 & (2) \end{cases}$$

étape

- 2** Je substitue $-2x + 5$ à y dans l'équation (1).

Dans l'équation (1),

$$3x + 4y = 5.$$

En remplaçant y par $-2x + 5$, on obtient $3x + 4(-2x + 5) = 5$.

étape

- 3** Je résous cette dernière équation, qui n'a maintenant plus qu'une seule inconnue, x .

$$3x + 4(-2x + 5) = 5$$

$$3x - 8x + 20 = 5$$

$$-5x = 5 - 20$$

$$-5x = -15$$

$$x = \frac{-15}{-5} = 3$$

étape

- 4** Je substitue 3 à x dans l'équation (2).

Pour $x = 3$, d'après l'équation (2),

$$2 \times 3 + y = 5, \text{ donc } y = 5 - 6 = -1.$$

On trouve $x = 3$ et $y = -1$.

étape

- 5** Je vérifie mes résultats.

Si $x = 3$ et $y = -1$, alors :

$$\begin{cases} 3x + 4y = 3 \times 3 + 4 \times (-1) = 9 - 4 = 5 \\ 2x + y = 2 \times 3 + (-1) = 6 - 1 = 5. \end{cases}$$

étape

- 6** Je conclus.

Le couple $(3; -1)$ est la solution du système.

J'applique

- 8** On considère le système d'équations $\begin{cases} 2x + 5y = -2 & (1) \\ y = x + 1 & (2) \end{cases}$

- Remplacer y par $x + 1$ dans l'équation (1).
- Résoudre l'équation ainsi obtenue.
- Remplacer x par le résultat précédent dans l'équation (2).
- En déduire la solution du système proposé.

- 9** On considère le système d'équations $\begin{cases} 2x + y = 1 & (1) \\ x + y = -1 & (2) \end{cases}$

- Exprimer y en fonction de x dans l'équation (1).
- Remplacer y par cette expression dans l'équation (2).
- Résoudre l'équation ainsi obtenue.
- Remplacer x par le résultat précédent dans l'équation (2).
- En déduire la solution du système proposé.

- 10** Résoudre, par substitution, le système d'équations.

$$\begin{cases} x + 5y = 1 \\ x + y = -3 \end{cases}$$

- 11** Résoudre, par substitution, le système d'équations.

$$\begin{cases} -2x + y = -1 \\ x - y = -1 \end{cases}$$

- 12** Résoudre, par substitution, le système d'équations.

$$\begin{cases} x - 5y = 1 \\ x + y = -2 \end{cases}$$

- 13** Résoudre, par substitution, le système d'équations.

$$\begin{cases} 10x + 25y = 105 \\ x - 18y = 154 \end{cases}$$

- 14** Résoudre, par substitution, le système d'équations.

$$\begin{cases} -16x + 31y = 256 \\ x - 2y = 75 \end{cases}$$

- 15** Résoudre, par substitution, le système d'équations.

$$\begin{cases} 24x + 25y = 26 \\ x + y = 26 \end{cases}$$

méthode 2 Résoudre un système d'équations par combinaisons

méthode animée sur
www.3e.zeniusélève
magnard.fr

Exercice Résoudre le système d'équations (S) $\begin{cases} 5x + 2y = -2 \\ 7x + 3y = 1 \end{cases}$

Solution

étape 1 Je cherche à obtenir des coefficients opposés pour l'une des inconnues dans la première et dans la deuxième équation. Ici, je choisis les coefficients de x .
En multipliant la première équation par 7 et la seconde par -5 j'obtiens des coefficients de x opposés.
Le système (S) a les mêmes solutions que
le système $\begin{cases} 7 \times 5x + 7 \times 2y = 7 \times (-2) \\ (-5) \times 7x + (-5) \times 3y = (-5) \times 1 \end{cases}$

étape 2 Je simplifie les membres de chacune des deux équations.
Le système (S) a les mêmes solutions que
le système $\begin{cases} 35x + 14y = -14 \\ -35x - 15y = -5 \end{cases}$

étape 3 J'ajoute membre à membre les deux équations, et je réduis les deux membres de l'équation ainsi obtenue.
 $35x - 35x + 14y - 15y = -14 - 5$
D'où $-y = -19$.

étape 4 $-y = -19$ est une équation à une seule inconnue. Je peux donc la résoudre.

On obtient $y = 19$.

étape 5 Je remplace y par sa valeur dans une des deux équations pour calculer x . On choisit ici la première équation.

$$\begin{aligned} 5x + 2 \times 19 &= -2 \\ 5x + 38 &= -2 \\ 5x &= -2 - 38 \\ 5x &= -40 \\ x &= \frac{-40}{5} = -8 \end{aligned}$$

étape 6 Je vérifie mes résultats.

$$\begin{cases} 5 \times (-8) + 2 \times 19 = -40 + 38 = -2 \\ 7 \times (-8) + 3 \times 19 = -56 + 57 = 1 \end{cases}$$

étape 7 Je conclus.

Le couple $(-8 ; 19)$ est la solution du système.

J'applique

16 On considère le système $\begin{cases} 2x + 5y = 1 \\ 3x + 8y = 2 \end{cases}$

1. Multiplier les deux membres de la première équation par -3 et ceux de la seconde par 2 .
2. Résoudre le système par combinaisons.

17 On considère le système $\begin{cases} 5x - 3y = 12 \\ 10x + 2y = 32 \end{cases}$

1. Multiplier les deux membres de la première équation par -2 .
2. Résoudre le système par combinaisons.

18 On considère le système $\begin{cases} 5x + 8y = -5 \\ 3x + 5y = 3 \end{cases}$

1. Multiplier les deux membres de la première équation par -3 et ceux de la seconde par 5 .
2. Résoudre le système par combinaisons.

Dans les exercices 19 à 23, résoudre, par combinaisons, chaque système d'équations.

19 $\begin{cases} x - y = 2 \\ -2x + 5y = 1 \end{cases}$

20 $\begin{cases} -3x + 7y = 5 \\ 4x - 9y = 6 \end{cases}$

21 $\begin{cases} 5x + 4y = 11 \\ 6x + 5y = -5 \end{cases}$

22 $\begin{cases} 4x + 7y = -1 \\ 5x + 9y = -3 \end{cases}$

23 $\begin{cases} -5x + 7y = 7 \\ 7x - 10y = -4 \end{cases}$

Exercice 1. Résoudre par le calcul le système (S) $\begin{cases} y = 2x - 2 \\ y = -x + 7 \end{cases}$

2. Représenter, dans un même repère, les deux fonctions affines $f: x \mapsto 2x - 2$ et $g: x \mapsto -x + 7$, et retrouver la solution du système (S) précédent par lecture graphique.

Solution

1. J'observe que les deux équations donnent y en fonction de x .
Je choisis ici de substituer dans la première équation $-x + 7$ à y .

Le système (S) a la même solution que le système $\begin{cases} -x + 7 = 2x - 2 \\ y = -x + 7 \end{cases}$

On a $-x + 7 = 2x - 2$,
c'est-à-dire $-x - 2x = -2 - 7$,
ce qui donne $-3x = -9$.

D'où $x = 3$.

En remplaçant $x = 3$ dans la première équation du système (S),
on obtient $y = 4$.

La solution du système (S) est donc le couple $(3; 4)$.

2. Pour représenter les fonctions affines, je peux utiliser un tableau de valeurs (ou utiliser l'ordonnée à l'origine et le coefficient directeur).

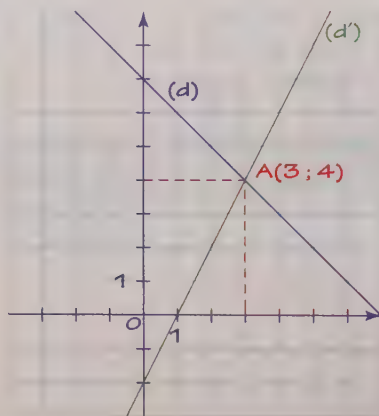
→ Chapitre 8, Méthode 1, p. 150.

La représentation de la fonction affine $x \mapsto -x + 7$
est la droite (d).

La représentation de la fonction affine $x \mapsto 2x - 2$
est la droite (d').

La solution du système (S) est le couple
de coordonnées du point d'intersection A
de ces deux droites.

Par lecture graphique, on retrouve comme solution
le couple $(3; 4)$.



J'applique

24 1. Résoudre, par le calcul, le système (S) $\begin{cases} y = 3x + 1 \\ y = x + 3 \end{cases}$

2. a. Représenter, dans un même repère, les deux fonctions affines $f: x \mapsto 3x + 1$ et $g: x \mapsto x + 3$.

b. Retrouver la solution du système par lecture graphique.

25 1. Résoudre, par le calcul, le système (S) $\begin{cases} y = x + 1 \\ y = -x + 3 \end{cases}$

2. a. Représenter, dans un même repère, les deux fonctions affines $f: x \mapsto x + 1$ et $g: x \mapsto -x + 3$.

b. Retrouver la solution du système par lecture graphique.

26 1. Résoudre, par le calcul, le système (S) $\begin{cases} y = -2x + 1 \\ y = -x + 3 \end{cases}$

2. a. Représenter, dans un même repère, les deux fonctions affines $f: x \mapsto -2x + 1$ et $g: x \mapsto -x + 3$.

b. Retrouver la solution du système par lecture graphique.

27 1. Résoudre, par le calcul, le système (S) $\begin{cases} y = -3x - 1 \\ y = 2x - 6 \end{cases}$

2. a. Représenter, dans un même repère, les deux fonctions affines $f: x \mapsto -3x - 1$ et $g: x \mapsto 2x - 6$.

b. Retrouver la solution du système par lecture graphique.

4 Résoudre un système d'équations en utilisant la calculatrice

TICE

Exercice En utilisant la calculatrice, résoudre le système
$$\begin{cases} 3x + 5y = 10 \\ 4x + 7y = -13. \end{cases}$$

Solution

Avec une Casio collège 2D +

étape

1

Je tape  .

1:COMP 2:STAT
3:EQN 4:TABLE
5:VERIF 6:RATIO

étape

2

Je sélectionne le menu 1.

1:anX+bnY=cn
2:anX+bnY+cnZ=dn

étape

3

J'entre les coefficients 3 ; 5 et 10 de la première équation, puis les coefficients 4 ; 7 et -13 de la deuxième équation. Après avoir entré un coefficient, je tape sur la touche .

1: a b c Math C
2: 3 5 10 4 7 -13
-13

étape

4

Une fois les coefficients entrés, je tape sur la touche  : la valeur de x s'affiche.

X= Math V
135

étape

5

Je tape une nouvelle fois sur la touche  : la valeur de y s'affiche.

Y= Math V
-79

étape

6

Je conclus. La solution du système est le couple (135 ; -79).

Avec une TI Collège +

étape

1

Je tape  .

X+ Y= 0
X+ Y= 0
Résol

étape

2

J'entre les coefficients 3 ; 5 et 10 de la première équation, puis les coefficients 4 ; 7 et -13 de la deuxième équation. Après avoir entré un coefficient, je tape sur la touche .

3X+ 5Y= 10
4X+ 7Y= -13
Résol

étape

3

Une fois les coefficients entrés, je tape sur la touche .

x=135
y=-79

étape

4

Je conclus. La solution du système est le couple (135 ; -79).

J'applique

28 On considère le système d'équations

$$\begin{cases} -2x + 13y = \frac{1}{2} \\ 3x - 7y = \frac{4}{7} \end{cases}$$

- Quels sont les coefficients de la première équation ?
 - Quels sont les coefficients de la deuxième équation ?
2. Résoudre ce système en utilisant la calculatrice.

29 Résoudre, en utilisant la calculatrice, le système d'équations

$$\begin{cases} 0,2x + 1,4y = -1,7 \\ 3,7x + 0,8y = 0,14 \end{cases}$$

30 Résoudre, en utilisant la calculatrice, le système d'équations

$$\begin{cases} 7x + 11y = 7,9 \\ 14x - 15y = 1 \end{cases}$$

31 Résoudre, en utilisant la calculatrice, le système d'équations

$$\begin{cases} 0,5x + 1,5y = 463 \\ -0,1x + 13y = 3312,2 \end{cases}$$

Exercice Pour arroser son jardin, Pierre utilise deux arrosoirs, l'un en plastique et l'autre en zinc.
S'il remplit 4 arrosoirs en plastique et 7 arrosoirs en zinc, il utilise 102 L d'eau.
S'il remplit 3 arrosoirs en plastique et 5 arrosoirs en zinc, il utilise 74 L d'eau.
Quelle est la contenance de chaque arrosoir ?

Solution

étape

1 J'identifie et je choisis les inconnues.

Je note x la contenance en litres de l'arrosoir en plastique, et je note y la contenance en litres de l'arrosoir en zinc.

étape

2 Je traduis le problème par un système d'équations.

« Avec 4 arrosoirs en plastique et 7 arrosoirs en zinc, il utilise 102 L d'eau » se traduit par : $4x + 7y = 102$.

« Avec 3 arrosoirs en plastique et 5 arrosoirs en zinc, il utilise 74 L d'eau » se traduit par : $3x + 5y = 74$.

Le problème se traduit donc par le système d'équations
$$\begin{cases} 4x + 7y = 102 \\ 3x + 5y = 74. \end{cases}$$

étape

3 Je résous le système (ici par combinaisons).

En multipliant les deux membres de la première équation par (-3) et les deux membres de la deuxième équation par 4, j'obtiens
$$\begin{cases} -12x - 21y = -306 \\ 12x + 20y = 296. \end{cases}$$

En ajoutant membre à membre les deux équations, j'obtiens $-y = -10$, c'est-à-dire $y = 10$.

En remplaçant y par 10 dans la première équation, j'obtiens $4x + 70 = 102$ ce qui donne $4x = 32$, et donc $x = 8$.

étape

4 Je vérifie mes résultats.

Si $x = 8$ et $y = 10$, j'obtiens :

$$4 \times 8 + 7 \times 10 = 102.$$

Si $x = 8$ et $y = 10$, j'obtiens :

$$3 \times 8 + 5 \times 10 = 74.$$

étape

5 Je réponds au problème.

L'arrosoir en plastique a une contenance de 8 L, et celui en zinc, une contenance de 10 L.

J'applique

32 Claire et Laure entrent dans une confiserie.

Claire prend 4 chocolats et 9 caramels et paie 3,80 €.

Laure prend 2 chocolats et 5 caramels et paie 2 €.

On note x le prix en euros d'un chocolat et y le prix en euros d'un caramel.

1. Traduire par une équation à deux inconnues la phrase :

« Claire prend 4 chocolats et 9 caramels et paie 3,80 €. »

2. Traduire par une équation à deux inconnues la phrase :

« Laure prend 2 chocolats et 5 caramels et paie 2 €. »

3. Écrire un système d'équations traduisant ces deux phrases et le résoudre.

4. Quel est le prix d'un chocolat ? d'un caramel ?



33 Au total, Elsa et Mejdi possèdent 120 titres MP3. Elsa en a 3 fois plus que Mejdi. On note x le nombre de titres MP3 que possède Elsa et y le nombre de titres MP3 que possède Mejdi.

1. Traduire par une équation à deux inconnues :

« Au total, Elsa et Mejdi possèdent 120 titres MP3. »

2. Traduire par une équation à deux inconnues :

« Elsa en a 3 fois plus que Mejdi. »

3. Écrire un système d'équations traduisant ces deux phrases et le résoudre.

4. Combien ont-ils chacun de titres MP3 ?

34 Jeanne et Flora possèdent à elles deux 40 bijoux fantaisies.

Si Jeanne donne 5 bijoux à Flora, alors elles ont le même nombre de bijoux. Combien Jeanne et Flora ont-elles de bijoux chacune ?



Résoudre un système d'équations par substitution

méthode 1

➔ Premiers exercices d'application : 8 à 15 p. 170.

35 Résoudre, par substitution, le système d'équations.

$$\begin{cases} 2x + y = 8 \\ 3x - 2y = 5. \end{cases}$$

36 Résoudre, par substitution, les systèmes d'équations.

$$\begin{aligned} 1. & \begin{cases} 2x + 4y = -5 \\ x - 2y = 1 \end{cases} & 2. & \begin{cases} 2x - 5y = -4 \\ -3x - y = 1 \end{cases} \end{aligned}$$

Résoudre un système d'équations par combinaisons

méthode 2

➔ Premiers exercices d'application : 16 à 23 p. 171.

37 Résoudre, par combinaisons, les systèmes d'équations.

$$\begin{aligned} 1. & \begin{cases} 4x + 7y = 11 \\ 5x + 9y = 2 \end{cases} & 2. & \begin{cases} 7x - 2y = 4 \\ -13x + 5y = -1 \end{cases} \end{aligned}$$

38 Résoudre, par combinaisons, les systèmes d'équations.

$$\begin{aligned} 1. & \begin{cases} 4x + 5y = 1 \\ 2x + 7y = 2 \end{cases} & 2. & \begin{cases} -7x + 15y = -1 \\ 4x - 5y = -7 \end{cases} \end{aligned}$$

Interpréter graphiquement la solution d'un système d'équations

méthode 3

➔ Premiers exercices d'application : 24 à 27 p. 172.

39 On donne la représentation graphique de deux fonctions affines, $f : x \mapsto x - 1$ et $g : x \mapsto -2x + 5$.

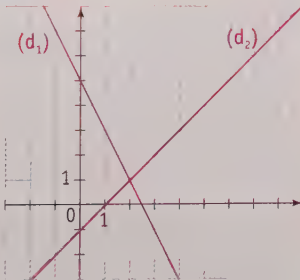
1. a. Si un point quelconque $M(x; y)$ est sur la droite (d_1) , quelle égalité peut-on écrire entre x et y ?

b. Même question pour un point quelconque de (d_2) .

2. En s'aidant du graphique, donner la solution du système

$$\begin{cases} y = x - 1 \\ y = -2x + 5. \end{cases}$$

3. Retrouver cette solution par le calcul.

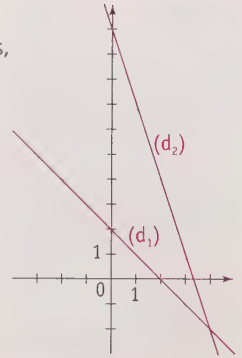


40 On donne la représentation graphique de deux fonctions affines, $f : x \mapsto -3x + 10$ et $g : x \mapsto -x + 2$.

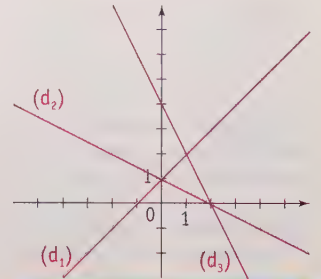
1. Lire graphiquement la solution

du système
$$\begin{cases} y = -3x + 10 \\ y = -x + 2. \end{cases}$$

2. Retrouver cette solution par le calcul.



41 On donne la représentation graphique de trois fonctions affines. QCM : Choisir la (ou les) bonne(s) réponse(s).



	a	b	c
1	La solution du système $\begin{cases} y = x + 1 \\ y = -\frac{1}{2}x + 1 \end{cases}$ est :	(1 ; 2).	(0 ; 1).
2	La solution du système $\begin{cases} y = x + 1 \\ y = -2x + 4 \end{cases}$ est :	(1 ; 2).	(2 ; 0).

42 1. Représenter graphiquement, dans un même repère, les deux fonctions affines $f : x \mapsto 2x - 6$ et $g : x \mapsto -3x + 4$.

2. Résoudre graphiquement le système $\begin{cases} y = 2x - 6 \\ y = -3x + 4. \end{cases}$

3. Retrouver ce résultat par le calcul.

43 1. Représenter graphiquement, dans un même repère, les deux fonctions affines $f : x \mapsto 2x - 5$ et $g : x \mapsto -x + 4$.

2. Résoudre graphiquement le système $\begin{cases} y = 2x - 5 \\ y = -x + 4. \end{cases}$

3. Retrouver ce résultat par le calcul.

Je calcule mentalement

44 Résoudre mentalement les systèmes. 1. $\begin{cases} x + y = 24 \\ y = 3x \end{cases}$

2. $\begin{cases} x + y = 39 \\ y = 2x \end{cases}$

3. $\begin{cases} 2x + y = 125 \\ y = 3x \end{cases}$

Résoudre un système d'équations en utilisant la calculatrice

méthode 4

► Premiers exercices d'application : 28 à 31 p. 173.

45 1. Résoudre, en utilisant la calculatrice, le système

$$\begin{cases} \frac{4}{3}x + \frac{5}{2}y = 2 \\ \frac{1}{3}x + \frac{7}{2}y = -1. \end{cases}$$

2. Donner la solution sous forme fractionnaire.

46 1. Résoudre, en utilisant la calculatrice, le système

$$\begin{cases} -\frac{1}{3}x - \frac{1}{2}y = 4 \\ -\frac{4}{5}x + \frac{5}{3}y = 5. \end{cases}$$

2. Donner la solution sous forme fractionnaire.

47 1. Résoudre, en utilisant la calculatrice, les systèmes

$$(S) \begin{cases} 2x + 3y = 12 & (1) \\ 5x + 7y = 7 & (2) \end{cases} \quad \text{et} \quad (S') \begin{cases} \frac{1}{6}x + \frac{1}{4}y = 1 & (3) \\ \frac{5}{7}x + y = 1 & (4) \end{cases}$$

Que remarque-t-on ?

2. a. Quel est le lien entre les équations (1) et (3) ? entre les équations (2) et (4) ? Que remarque-t-on ?

b. Expliquer comment on peut obtenir la solution du système (S') à partir de la solution du système (S).

Traduire et résoudre un problème avec un système d'équations

méthode 5

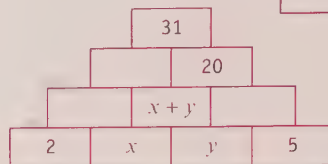
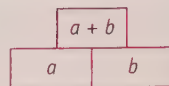
► Premiers exercices d'application : 32 à 34 p. 174.

48 Dans un parc animalier du Costa Rica, on compte 90 singes et paresseux. Il y a deux fois plus de singes que de paresseux. On note x le nombre de singes et y le nombre de paresseux.

1. Écrire deux équations faisant intervenir x et y et traduisant les données.
2. Résoudre le système obtenu.
3. Déterminer le nombre de singes et de paresseux dans ce parc animalier.



49 Dans cette pyramide, chaque cellule est calculée de la manière ci-contre.



1. Montrer que, pour compléter cette pyramide,

on est amené à résoudre le système $\begin{cases} x + 2y = 15 \\ 2x + y = 9. \end{cases}$

2. Résoudre ce système et compléter la pyramide.

50 On considère la fonction affine f définie par $f(x) = ax + b$. On donne $f(1) = 5$ et $f(2) = 7$.

1. Montrer que, pour déterminer a et b , on est ramené à résoudre le système $\begin{cases} a + b = 5 \\ 2a + b = 7. \end{cases}$

2. Résoudre ce système et en déduire $f(x)$.

51 On considère la fonction affine f définie par $f(x) = ax + b$. On donne $f(-2) = 3$ et $f(5) = -1$.

1. Montrer que, pour déterminer a et b , on est ramené à résoudre le système $\begin{cases} -2a + b = 3 \\ 5a + b = -1. \end{cases}$

2. Résoudre ce système. Donner a et b sous forme fractionnaire et en déduire $f(x)$.

52 Mathématiques et Industries

D'après BEP Secteur 1 productique et maintenance (Strasbourg, 2009)

Monsieur Dubois travaille auprès d'un industriel européen qui produit deux sortes de moteurs électriques. Il a vendu un nombre n de moteurs, dont le prix unitaire est 300 €, et un nombre p de moteurs à 500 € l'unité. Pour cette vente, il a encaissé 11 100 €, correspondant aux paiements de 27 moteurs.

1. Montrer que les données de l'énoncé peuvent se traduire par le système de deux équations suivant :

$$\begin{cases} n + p = 27 \\ 3n + 5p = 111 \end{cases} \quad (n \text{ et } p \text{ sont des entiers naturels}).$$

2. Donner le nombre de moteurs de chaque type vendus.

Je calcule mentalement

53 Résoudre mentalement les systèmes par combinaison.

1. $\begin{cases} x + y = 24 \\ 5x - y = 36 \end{cases}$

2. $\begin{cases} 2x + y = 33 \\ -2x + 5y = 3 \end{cases}$

3. $\begin{cases} 2x - 2y = 15 \\ 2x + 3y = 5 \end{cases}$

Exercice (Groupement Est, 2006)

15 min

On considère le système suivant :

$$\begin{cases} 2x + 3y = 5,5 \\ 3x + y = 4,05 \end{cases}$$

1. Le couple (2 ; 0,5) est-il solution de ce système ?
2. Résoudre le système d'équations.
3. À la boulangerie, Anatole achète 2 croissants et 3 pains au chocolat : il paie 5,50 €. Béatrice achète 3 croissants et 1 pain au chocolat et paie 4,05 €. Quel est le prix d'un croissant ? Quel est le prix d'un pain au chocolat ?

Solution

1. Pour $x = 2$ et $y = 0,5$ on a $2x + 3y = 4 + 1,5 = 5,5$

La première équation est donc vérifiée.

On a ensuite $3x + y = 6 + 0,5 = 6,5$.

La deuxième équation n'est pas vérifiée, donc le couple (2 ; 0,5) n'est pas la solution du système.

2. En exprimant y en fonction de x dans la deuxième équation, on obtient, dans la première équation, $y = 4,05 - 3x$.

Par substitution, on obtient $2x + 3(4,05 - 3x) = 5,5$.

Soit $2x + 12,15 - 9x = 5,5$

Ce qui donne $-7x = -6,65$.

Donc, la solution du système est le couple (0,95 ; 1,2).

3. Le problème revient à résoudre le système précédent en notant x le prix d'un croissant et y celui d'un pain au chocolat.

Donc, le prix d'un croissant est 0,95 €, et celui d'un pain au chocolat, 1,20 €.

Je lis bien l'énoncé : on me demande d'effectuer une vérification, et non de résoudre le système.

Je pense à faire le lien avec les questions précédentes.

Je choisis la méthode la plus adaptée : ici, la méthode par substitution, car dans la deuxième équation le coefficient de y est 1.

Je fais attention aux inconnues.

Je vérifie les résultats : les prix trouvés sont-ils cohérents avec la réalité ?

54 (Amérique du Sud, 2010)

1. On considère le système

$$\begin{cases} 45x + 30y = 510 \\ 27x + 20y = 316 \end{cases}$$

a. Le couple (10 ; 2) est-il solution de ce système ? Justifier.

b. Le couple (8 ; 5) est-il solution de ce système ? Justifier.

2. Pour les fêtes de fin d'année, un groupe d'amis souhaite emmener leurs enfants à un spectacle au Palais des Congrès, à Paris.

Les tarifs sont les suivants :

- 45 € par adulte et 30 € par enfant, s'ils réservent en catégorie 1. Ils paieraient alors en tout 510 €.
- 27 € par adulte et 20 € par enfant, s'il réservent en catégorie 2. Ils paieraient alors en tout 316 €.

Déterminer le nombre d'adultes et d'enfants de ce groupe.

55 (Métropole, 2008)

Pour 6 kg de vernis et 4 L de cire, on paie 95 €. Pour 3 kg de vernis et 3 L de cire, on paie 55,50 €.

Quels sont les prix du kilogramme de vernis et du litre de cire ? Justifier.

56 (Groupement Sud, 2006)

1. Résoudre le système

$$\begin{cases} 6x + 5y = 57 \\ 3x + 7y = 55,5 \end{cases}$$

2. Pour classer des photos, un magasin propose deux types de rangement : des albums ou des boîtes. Léa achète 6 boîtes et 5 albums et paie 57 € ; Hugo achète 3 boîtes et 7 albums et paie 55,50 €. Quel est le prix d'une boîte ? Quel est le prix d'un album ?

57 (Asie, 2009) Un train est constitué, à l'aller, de deux locomotives identiques et de dix wagons-citernes du même modèle. Ce train mesure 152 m de long. Après avoir vidé le contenu de tous les wagons-citernes, on décroche une locomotive et on ajoute deux wagons-citernes vides. Après ces changements, le train ainsi constitué mesure 160 m de long. On cherche la longueur x d'une locomotive et la longueur y d'un wagon-citerne.

1. Écrire un système de deux équations à deux inconnues représentant la situation.

2. Résoudre le système $\begin{cases} x + 5y = 76 \\ x + 12y = 160 \end{cases}$, puis en déduire la longueur, en mètres, d'une locomotive, et celle d'un wagon-citerne.

J'approfondis

58 Un groupe d'élèves a réservé des tables identiques au CDI. Si les élèves se répartissent sur 10 tables, 5 places restent inoccupées. Si les élèves se répartissent sur 8 tables, 3 élèves ne trouvent pas de place. Déterminer le nombre de places à chaque table et le nombre d'élèves de ce groupe. On notera p le nombre de places à chaque table, et x le nombre d'élèves.

59 Mathématiques et Anglais

1. Résoudre le système
$$\begin{cases} x - y = -2 \\ 2x - y = 3. \end{cases}$$

2. **Hillary** If you give me one, I'll have as many as you.

John But if you give me one, I'll have twice as many as you. What can you deduce from that?

60 Un problème dû à Clavius (vers 1608)

C. Clavius (1538-1612), mathématicien allemand, a une idée très personnelle de la pédagogie...

Afin d'encourager son fils à étudier l'arithmétique, Clavius accepte de lui donner 8 sous pour chaque problème correctement résolu. Mais il lui retire 5 sous dans le cas contraire.

Après 26 problèmes, chacun a donné autant qu'il a reçu. Combien son fils a-t-il résolu de problèmes ?

61 Hana et Yves comptent leurs bandes dessinées.

Traduire le dialogue suivant par un système d'équations.

Hana Si tu avais 5 bandes-dessinées de plus, les miennes représenteraient le double des tiennes.

Yves Au total, nous en avons 22.

Combien Hana et Yves possèdent-ils chacun de bandes dessinées ?

62 Dans un groupe de personnes, $\frac{1}{4}$ des garçons et $\frac{1}{3}$

des filles sont allés au cinéma dans la première semaine de janvier, ce qui représente 32 personnes. La semaine

suivante, $\frac{2}{3}$ des garçons et $\frac{3}{4}$ des filles sont allés au cinéma,

ce qui représente 77 personnes.

Calculer le nombre de personnes dans ce groupe.

Histoire des mathématiques

63

Il y a environ 2 000 ans, les Chinois résolvait déjà des systèmes d'équations.

Voici un extrait d'une traduction du manuscrit chinois *Neuf chapitres sur l'art du calcul*, datant du premier siècle après Jésus-Christ.

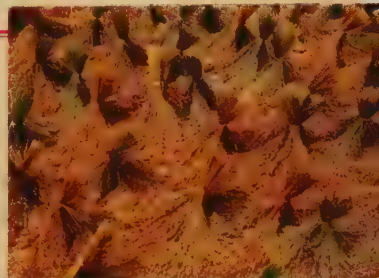
Les poids de deux gerbes d'une récolte A, de trois gerbes d'une récolte B, et de 4 gerbes d'une récolte C sont supérieures à une unité de poids.

Deux gerbes A valent, en sus de l'unité, une gerbe B.

Trois gerbes B valent, en sus de l'unité, une gerbe C, et

quatre gerbes C valent, en sus de l'unité, une gerbe A.

Quel est le poids d'une gerbe de chaque récolte ?



1. Écrire un système d'équations à trois inconnues traduisant ce texte.

2. Résoudre ce système.

Prise d'initiatives

64 On considère la pyramide OABC ci-contre. AOC, AOB et BOC sont des triangles rectangles en O.

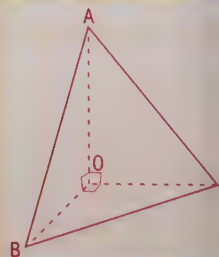
On donne $AB = \sqrt{41}$; $BC = 5$ et $AC = \sqrt{34}$.

Calculer OA, OB et OC.

Consigne

Vous présenterez votre démarche en faisant figurer toutes les pistes de recherche même si elles n'ont pas abouti.

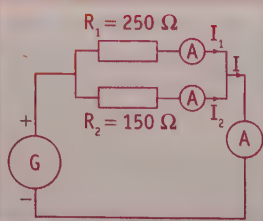
 Voir indications pour l'évaluation p. 308.



DÉFIS, JEUX, CASSE-TÊTE

65 Mathématiques et Physique

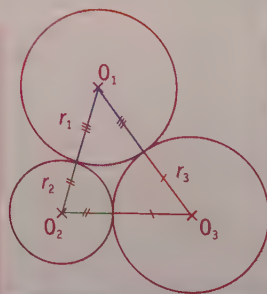
On donne le montage suivant avec $I = 2,4$ A. Calculer I_1 et I_2 .



66 Ces trois cercles sont tangents deux à deux (La figure n'est pas à l'échelle.)

On sait que
$$\begin{cases} O_1O_2 = 8 \\ O_1O_3 = 9 \\ O_2O_3 = 11. \end{cases}$$

Calculer chacun des rayons.



Devoir A

67 Parmi les systèmes suivants, lesquels admettent le couple $(3; -4)$ comme solution ?

$$\begin{aligned} (S_1) \begin{cases} 2x + 5y = -14 \\ x + y = -1 \end{cases} & \quad (S_2) \begin{cases} 3x - y = 13 \\ 2x - y = 10 \end{cases} \\ (S_3) \begin{cases} 10x - y = 10 \\ -3x - y = -5 \end{cases} & \quad (S_4) \begin{cases} \frac{1}{3}x - \frac{1}{4}y = 2 \\ -\frac{2}{3}x - \frac{3}{4}y = 1 \end{cases} \end{aligned}$$

68 Brevet (Académie de Bordeaux, 2004)

- Résoudre le système $\begin{cases} 5x + 2y = 12 \\ x + 2y = 8. \end{cases}$
- Montrer que le couple $(1; 3,5)$ est solution du système $\begin{cases} 10x + 4y = 24 \\ 3x + 6y = 24. \end{cases}$
- Un artisan fabrique des perles noires et des perles dorées. Un sac contenant 10 perles noires et 4 perles dorées est vendu 24 €. Un sac contenant 3 perles noires et 6 perles dorées est également vendu 24 €. Combien serait vendu un sac contenant 4 perles noires et 3 perles dorées ?

69 Donner un système de deux équations à deux inconnues admettant pour solution le couple $(2; 9)$.

Exposé

73 La méthode de fausse position

Voici un exemple d'utilisation de la *méthode de fausse position* pour résoudre un exercice du certificat d'études primaires du début du siècle dernier.

À la piscine, il existe le tarif enfant à 4 francs (noté F) et le tarif adulte à 6 F. Il est entré aujourd'hui 256 personnes et la recette s'élève à 1 248 F. Quel est le nombre d'entrées de chaque sorte ?

Voici la réponse d'un élève au certificat d'études primaires.

Si toutes les personnes avaient été des adultes, la recette aurait été de : $256 \times 6 = 1\,536$ F.
Or la recette est de 1 248 F, soit une différence de 288 F. Chaque fois que l'on remplace une entrée à 6 F par une entrée à 4 F, on perd 2 F. Le nombre d'entrées à 4 F est donc égal au nombre de fois que 2 F est contenu dans 288 F, soit : 144 fois. Il est donc entré 144 enfants et $256 - 144 = 112$ adultes.

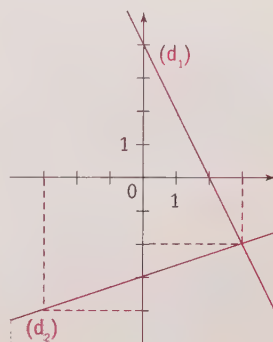
Devoir B

70 Résoudre, par substitution, le système $\begin{cases} x - 3y = -5 \\ 7x + 8y = 19. \end{cases}$

71 Résoudre, par combinaisons, le système $\begin{cases} -11x - 8y = 5 \\ -7x + 5y = -9. \end{cases}$

72 La droite (d_1) représente la fonction affine $f : x \mapsto ax + b$ et la droite (d_2) représente la fonction affine $g : x \mapsto cx + d$.

- Par lecture graphique, donner $f(0)$ et $f(3)$.
 - En déduire un système de deux équations vérifiées par a et b .
 - Résoudre ce système et en déduire l'expression de f .
- Par lecture graphique, donner $g(3)$ et $g(-3)$.
 - En déduire un système de deux équations vérifiées par c et d .
 - Résoudre ce système et en déduire l'expression de g .
- Résoudre, par le calcul, le système $\begin{cases} y = \frac{1}{3}x - 3 \\ y = -2x + 4. \end{cases}$
 - Vérifier la solution trouvée graphiquement.



Liens pour la recherche sur

www.3e.zeniusseve.magnard.fr/liens

- ✗ Effectuer une recherche sur le certificat d'études primaires.
- ✗ Lire attentivement le texte et la solution. Pourquoi appelle-t-on cette méthode « la fausse position » ?
- ✗ Traduire le texte par un système d'équations et résoudre ce système. Retrouve-t-on la même solution ?
- ✗ Rechercher à quand remontent les premières utilisations de cette technique. Depuis quand n'est-elle plus utilisée ? Saurez-vous expliquer pourquoi ?

Compétence du socle commun évaluée dans cette question **P**

Compétence	5 : La culture humaniste
Domaine	Situer dans le temps, l'espace, les civilisations.
Item	Situer des découvertes scientifiques.
Critère	Je sais me repérer dans les grandes périodes de l'Histoire.
d'évaluation	



Je révise le cours et les méthodes

Savoir-faire à acquérir

- ✓ Vérifier qu'un nombre est solution d'un système d'équations.
- ✓ Résoudre un système de deux équations du premier degré à deux inconnues admettant une seule solution. (→ exercices 74 à 77)
- ✓ Interpréter graphiquement la solution d'un système d'équations. (→ exercices 77 et 78)
- ✓ Traduire un problème par un système d'équations et le résoudre. (→ exercices 79 à 81)

► Connaître le sens et l'orthographe de ces mots :

Système, combinaison, graphiquement, équation, substitution.

Je m'exerce

74 Résoudre le système $\begin{cases} x + 2y = 5 \\ x = 4. \end{cases}$

75 Résoudre le système $\begin{cases} x + 2y = 5 \\ x = y. \end{cases}$

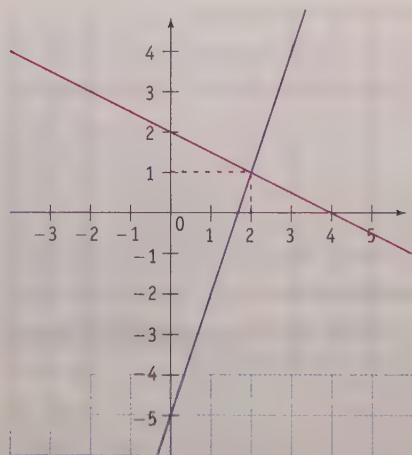
76 Résoudre le système $\begin{cases} x - 2y = 5 \\ 3x + 5y = -4. \end{cases}$

77 1. Représenter dans un même repère les fonctions affines $f: x \mapsto 2x - 1$ et $g: x \mapsto -x + 5$.

2. a. Résoudre le système $\begin{cases} y = 2x - 1 \\ y = -x + 5. \end{cases}$

b. Retrouver graphiquement la solution de ce système.

78 On donne le graphique ci-dessous.



Ce graphique permet de trouver la solution d'un des systèmes suivants. Lequel ? Expliquer.

$(S_1) \begin{cases} y = -2x + 2 \\ y = 3x - 5 \end{cases}$ $(S_2) \begin{cases} y = 2x - 3 \\ y = x - 1 \end{cases}$

$(S_3) \begin{cases} y = -\frac{1}{2}x + 2 \\ y = 3x - 5 \end{cases}$

79 1. Résoudre le système $\begin{cases} x + y = 19 \\ 5,5x + 3,5y = 90,5. \end{cases}$

2. Un groupe de 19 personnes paie, au total, 90,50 € leur entrée au Palais des Beaux-arts de Lille. Certaines personnes ont payé plein tarif, c'est-à-dire 5,50 € ; les autres ont payé un tarif réduit, soit 3,50 €. Déterminer le nombre de personnes ayant payé plein tarif et le nombre de personnes ayant payé tarif réduit.



80 **Prise d'initiatives** **Brevet** (Métropole, 2011)

On fabrique des bijoux à l'aide de triangles qui ont tous la même forme. Certains triangles sont en verre, et les autres sont en métal.

Trois exemples de bijoux sont donnés ci-dessous. Les triangles en verre sont représentés en blanc ; ceux en métal sont représentés en bordeaux.



Tous les triangles en métal ont le même prix.

Tous les triangles en verre ont le même prix.

Le bijou n° 1 revient à 11 € ; le bijou n° 2 revient à 9,10 €.

À combien revient le bijou n° 3 ?

Si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche. Elle sera prise en compte dans la notation.

81 Manon a gagné 100 € en bons d'achat dans une librairie. Tous les romans sont au même prix ; de même pour toutes les bandes dessinées. Si elle achète 5 romans et 3 bandes dessinées, il lui manque 21 €. Si elle achète 2 romans et 4 bandes dessinées, il lui reste 18 €.

Quels sont les prix d'un roman et d'une bande dessinée ?

Je m'évalue

QCM interactif sur
www.3e.zenluseleve.
magnard.fr

82 L'équation $2x - 3 = 0$ admet pour solution :

$\frac{2}{3}$

$-\frac{3}{2}$

$\frac{3}{2}$

83 Le couple $(1 ; 2)$ est solution du système :

$$\begin{cases} 2x + y = 3 \\ x - y = -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + 2y = 3 \\ x - y = -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + 5y = 11 \\ 2x - y = 0 \end{cases}$$

84 Le système $\begin{cases} 5x + 7y = 12 \\ 10x - y = 9 \end{cases}$ admet
comme solution :

$(1 ; 1)$

1

$(12 ; 9)$

85 Deux livres et cinq CD coûtent 60 €. Un livre et un CD coûtent 15 €. Quel(s) système(s) traduit(ent) cette situation ?

$$\begin{cases} 2y + 5x = 60 \\ y = x - 15 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x + 5y = 60 \\ x = 15 - y \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x + 5y = 60 \\ x + y = 15 \end{cases}$$

86 Dans un repère, on représente la fonction $x \mapsto 2x + 1$ par la droite (d_1) , et la fonction $x \mapsto x + 3$ par la droite (d_2) . Les coordonnées du point d'intersection de ces deux droites sont :

$(5 ; 2)$

$(2, 5)$

$(2 ; 5)$

87 Le système $\begin{cases} y = 2x + 1 \\ y = -2x + 5 \end{cases}$ a les mêmes solutions que le système :

$$\begin{cases} y = 2x + 1 \\ 2y = 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 2x + 1 \\ 2x + 1 = -2x + 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = -2x + 5 \\ 2x + 1 = -2x + 5 \end{cases}$$

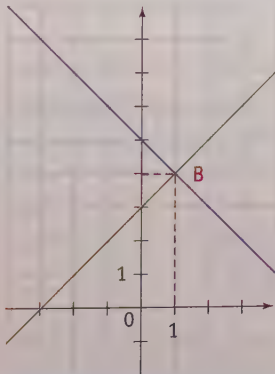
88 Le système $\begin{cases} 3x - 4y = 5 \\ x + 3y = 1 \end{cases}$ a les mêmes solutions que le système :

$$\begin{cases} 3x - 4y = 5 \\ 3x + 9y = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x - 4y = 5 \\ 3x + 9y = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 9x - 12y = 5 \\ 12x + 12y = 4 \end{cases}$$

89 Ce graphique permet de résoudre le système :



$$\begin{cases} x - y = -3 \\ x + y = 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = x + 3 \\ y = -x + 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = y - 3 \\ x = 5 + y \end{cases}$$

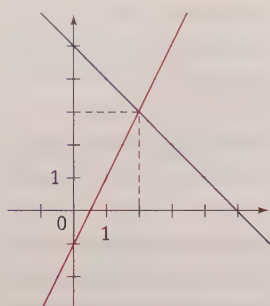
Je m'exerce

74. La solution est $\left(4; \frac{1}{2}\right)$.

75. La solution est $\left(\frac{5}{3}; \frac{5}{3}\right)$.

76. La solution est $\left(\frac{17}{11}; -\frac{19}{11}\right)$.

77. 1. On a représenté la fonction $x \mapsto 2x - 1$ en rouge et la fonction $x \mapsto -x + 5$ en bleu.



2. a. La solution est $(2; 3)$.

b. On retrouve graphiquement la solution du système en lisant les coordonnées du point d'intersection des deux droites représentant respectivement les deux fonctions affines $x \mapsto 2x - 1$ et $x \mapsto -x + 5$.

78. Le graphique permet d'interpréter la solution du système (S_3). En effet, la droite bleue représente la fonction $x \mapsto 3x - 5$ et la droite en rouge

représente la fonction $x \mapsto -\frac{1}{2}x + 2$.

79. 1. La solution du système est $(12; 7)$.

2. On note x le nombre de personnes payant plein tarif et y , ceux qui paient tarif réduit.

La mise en équation du texte revient à écrire le système proposé à la question 1.

On trouve donc 12 personnes payant plein tarif et 7, payant tarif réduit.

80. On note x le prix d'un triangle en verre et y le prix d'un triangle en métal.

On obtient le système

$$\begin{cases} 4x + 4y = 11 \\ 6x + 2y = 9,10. \end{cases}$$

La solution est $(0,9; 1,85)$.

Un triangle en verre coûte 0,90 € et un triangle en métal coûte 1,85 €. Le bijou n° 3 revient donc à 10,05 €.

81. Pour répondre à la question, il suffit de résoudre le système

$$\begin{cases} 5r + 3b = 121 \\ 2r + 4b = 82, \end{cases}$$

où r est le nombre de romans et b , le nombre de bandes dessinées.

On trouve $r = 17$ et $b = 12$.

Le prix d'un roman est 17 € et celui d'une bande dessinée, 12 €.

Je m'évalue

	Réponse(s)	Commentaires	Revoir
82.	c	a. Attention à ne pas confondre $\frac{3}{2}$ et $\frac{2}{3}$. b. Si $2x - 3 = 0$, alors $2x = 3$.	Les règles sur les opérations et sur les égalités.
83.	c	a. Si $x = 1$ et $y = 2$, alors $2x + y = 4$. b. Si $x = 1$ et $y = 2$, alors $x + 2y = 5$.	Cours, p. 168.
84.	a	b. La solution d'un système est un couple. c. $5 \times 12 + 7 \times 9 \neq 12$	Cours, p. 168.
85.	b et c	a. On a $x + y = 15$, donc $y = -x + 15$.	Les règles sur les opérations et sur les égalités.
86.	c	a. Attention à ne pas confondre abscisse et ordonnée. b. Il y a une erreur de notation : $(2,5) \neq (2; 5)$.	La notation d'une solution d'un système, p. 168
87.	a, b et c		Méthodes 1 p. 170 et 2 p. 171
88.	b	Il ne faut pas oublier de multiplier les deux membres de l'égalité par 3.	Les règles sur les opérations et sur les égalités.
89.	a et b	Si $y = -x + 5$, alors $y + x = 5$, et donc $x = 5 - y$.	Les règles sur les opérations et sur les égalités.

Objectifs

Une série statistique étant donnée sous la forme d'une liste, d'un tableau, d'un diagramme ou d'une représentation graphique :

Déterminer la médiane de cette série et en donner la signification.

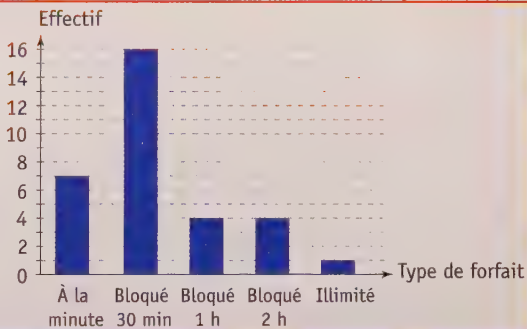
Déterminer les premier et troisième quartiles et en donner la signification.

Déterminer l'étendue et en donner la signification.

Je me rappelle

socle commun

1 QCM : Choisir la (ou les) bonne(s) réponse(s).

		a	b	c
1	Prendre 25 % d'un nombre revient à :	multiplier par 0,25.	diviser par 4.	multiplier par $\frac{1}{4}$.
2	On considère la série de valeurs : 5 ; 2 ; 12 ; 7 ; 23 ; 13 ; 8 ; 10. La moyenne des valeurs de cette série est :	10.	$\frac{5 + 2 + 12 + 7 + 23 + 13 + 8 + 10}{8}$.	80.
Pour les questions 3 à 5, on utilise ce diagramme, qui donne le type de forfait mensuel pour téléphone portable des 32 élèves d'une classe de 3^e. 				
3	Le nombre d'élèves qui ont un forfait bloqué de 2 h est :	4.	31.	7.
4	La fréquence des élèves de cette classe ayant un forfait bloqué d'une heure est :	$\frac{1}{8}$.	0,125.	4 %.
5	Pour représenter ces données sur un diagramme circulaire, le forfait bloqué 1 h sera représenté par un angle de :	45°.	4°.	22,5°.

J'utilise un vocabulaire précis

exercice interactif sur

www.3e.zeniusseve.magnard.fr

2 Recopier et compléter les phrases en utilisant les étiquettes.

Ce tableau répertorie les orientations proposées à l'issue du dernier conseil de classe d'une classe de 3^e.

Orientations	Seconde générale	Seconde professionnelle	Redoublement
Nombre d'élèves	10	15	5

1. a. L'... est 30.

b. L'... des élèves orientés en seconde générale est 10.

2. La ... des élèves orientés en seconde professionnelle est 50 %.

3. La plus grande ... de la série est 15, et la plus petite est 5.

effectif total

fréquence

valeur

effectif

Activité 1 Découverte et calcul de la médiane

Voici les résultats de la classe de Thibault à deux contrôles de mathématiques.

• Notes obtenues au contrôle A :

7 ; 13 ; 5 ; 16 ; 16 ; 15 ; 4 ; 11 ; 6 ;
7 ; 6 ; 11 ; 15 ; 20 ; 3 ; 8 ; 14 ; 15 ;
18 ; 3 ; 2 ; 7 ; 8 ; 9 ; 11

• Notes obtenues au contrôle B, où il y avait un absent :

13 ; 3 ; 5 ; 20 ; 6 ; 13 ; 13 ; 14 ; 15 ; 19 ;
14 ; 6 ; 7 ; 13 ; 19 ; 10 ; 7 ; 13 ; 8 ; 8 ;
9 ; 13 ; 8 ; 8

1. a. Le professeur de mathématiques annonce : « La moyenne de la classe au contrôle A est 10. » Vérifier cette affirmation.

b. Thibault conclut : « Il y a donc autant d'élèves qui ont une note inférieure à 10 que d'élèves qui ont une note supérieure à 10 au contrôle A. »

Réécrire toutes les notes du contrôle A en les classant dans l'ordre croissant, et commenter l'affirmation de Thibault.

c. Une note N , pour laquelle le nombre d'élèves qui ont une note inférieure ou égale à N est égal au nombre d'élèves qui ont une note supérieure ou égale à N , s'appelle la **médiane** de la série des notes.

Quel est l'effectif total de la série des notes du contrôle A ? Est-ce un nombre pair ou impair ? Entourer la note médiane de cette série de notes.

2. a. Réécrire toutes les notes du contrôle B en les classant dans l'ordre croissant.

b. Quel est l'effectif total de la série des notes du contrôle B ? Est-ce un nombre pair ou impair ?

c. Proposer une médiane pour la série des notes du contrôle B.

d. Entourer les deux notes centrales de cette série ordonnée.

e. Par convention, on prendra pour médiane, la moyenne des deux valeurs centrales.

En utilisant cette convention, donner la médiane de la série des notes du contrôle B.

Ai-je bien compris ?

• Recopier et compléter : Dire que la ... d'une série de notes est 12 signifie qu'il y a autant d'élèves qui ont une note ... à 12 que d'élèves qui ont une note ... à 12.

• Déterminer la médiane de chaque série : a. 1 ; 9 ; 12 ; 7 ; 15 ; 3 ; 14. b. 1 ; 9 ; 12 ; 7 ; 15 ; 3.

Activité 2 Découverte et calcul de l'étendue

Lors d'un TP de chimie, deux groupes suivent le même protocole et mesurent la concentration en ions cuivre d'une même solution. Voici les relevés de leurs mesures :

Concentration en mol.L^{-1}	Groupe 1	0,12	0,12	0,12	0,14	0,15	0,16	0,16	0,16	0,16	0,16	0,17	0,18
Concentration en mol.L^{-1}	Groupe 2	0,04	0,11	0,11	0,12	0,12	0,16	0,16	0,16	0,16	0,16	0,16	0,35

1. Calculer la concentration moyenne des relevés du groupe 1, puis du groupe 2.

2. Déterminer la concentration médiane des relevés du groupe 1, puis du groupe 2.

3. Que constate-t-on ? La médiane et la moyenne permettent-elles de différencier ces deux séries ?

4. Pour chacun des groupes, calculer la différence entre la plus haute et la plus basse des concentrations.

Cette différence s'appelle **l'étendue** de la série des concentrations.

5. Lequel de ces deux groupes a les relevés les plus dispersés ? Comment l'expliquer ?

Ai-je bien compris ?

• Voici le relevé des températures en degrés Celsius à Rennes au cours d'une journée : 12 ; 14 ; 21 ; 23 ; 17 ; 15. Calculer l'étendue des températures à Rennes ce jour-là.

• Voici le relevé des températures en degrés Celsius à Aurillac la même journée : 9 ; 10 ; 25 ; 27 ; 13 ; 12. Calculer l'étendue des températures à Aurillac ce jour-là.

• Dans quelle ville les températures sont-elles les moins dispersées ?



Activité 3 Découverte des premier et troisième quartiles

Voici, rangées dans l'ordre croissant, les températures en degrés Celsius relevées dans l'après-midi du 7 juillet 2011 en France :

15 ; 16 ; 18 ; 20 ; 20 ; 21 ; 21 ; 22 ; 22 ; 22 ; 22 ; 23 ;
24 ; 24 ; 24 ; 25 ; 25 ; 25 ; 25 ; 26 ; 31.

1. a. Déterminer la médiane de cette série.
b. Recopier et compléter : Il y avait autant de températures relevées inférieures ou égales à ... que de températures supérieures ou égales à ... le 7 juillet 2011 en France.
2. a. Calculer le pourcentage des températures relevées inférieures ou égales à 19 °C.
b. Calculer le pourcentage des températures relevées inférieures ou égales à 20 °C.
c. Calculer le pourcentage des températures relevées inférieures ou égales à 21 °C.
d. On cherche la plus petite des températures relevées, notée Q_1 , pour laquelle au moins 25 % des températures sont inférieures ou égales à Q_1 .
Donner Q_1 en justifiant la réponse.

Cette température Q_1 s'appelle le **premier quartile** de la série des températures.

- e. Trouver, en justifiant par des calculs, la plus petite des températures relevées, notée Q_3 , pour laquelle au moins 75 % des températures sont inférieures ou égales à Q_3 .

Cette température Q_3 s'appelle le **troisième quartile** de la série des températures.

Ai-je bien compris ?

On considère la série 4 ; 6 ; 7 ; 8 ; 9 ; 12 ; 16 ; 76 ; 87 ; 90.

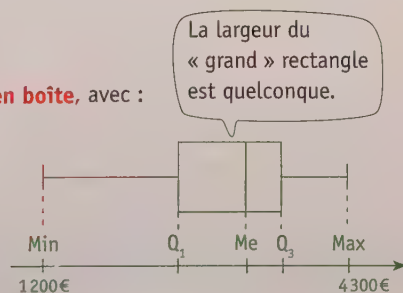
Donner Q_1 , le premier quartile, et Q_3 , le troisième quartile de cette série.

Activité 4 Résumé d'une série statistique

Dans une entreprise, le plus petit salaire est 1 200 € ; le plus haut salaire est 4 300 € ; la médiane est 2 400 € ; le premier quartile est 1 700 € et le troisième quartile est 3 000 €.

1. Recopier et compléter chaque phrase à l'aide des informations précédentes :
 - a. Au moins 25 % des salaires sont compris entre ... € et ... €.
 - b. Au moins 50 % des salaires sont compris entre ... € et ... €.
 - c. Au moins 75 % des salaires sont compris entre ... € et ... €.
 - d. L'étendue de cette série est ... €.
2. Cette série peut être représentée à l'aide d'un schéma, appelé **diagramme en boîte**, avec :
 - Min : la valeur minimale de la série ;
 - Max : la valeur maximale de la série ;
 - Q_1 : le premier quartile ;
 - Q_3 : le troisième quartile ;
 - Me : la médiane.

Réaliser ce schéma pour la série des salaires, en commençant le tracé à 1 200 € et en utilisant comme échelle 1 cm pour 400 € sur l'axe horizontal.



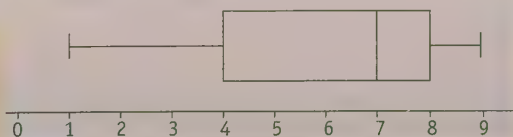
Ai-je bien compris ?

Voici le schéma résumant une série statistique.

Recopier et compléter.

Les nombres de cette série sont compris entre ... et ...

Au moins 50 % des nombres sont compris entre ... et ..., au moins 25 % entre ... et ..., et au moins 75 % entre ... et ...



1 Définitions

Testez-vous avec les exercices 1 à 8.

La **moyenne** d'une série est donnée par la formule

$$\frac{\text{somme de toutes les valeurs}}{\text{nombre de valeurs}}$$

La **moyenne pondérée** d'une série est donnée par la formule

$$\frac{\text{somme des produits de chaque valeur par son coefficient}}{\text{somme des coefficients}}$$

Exemple

La moyenne M des cinq valeurs 12 ; 5 ; 7 ; 3 ; 15 est :

$$M = \frac{12 + 5 + 7 + 3 + 15}{5} = 8,4.$$

Exemple

Note	7	9	10	12
Coefficient	1	2	3	2

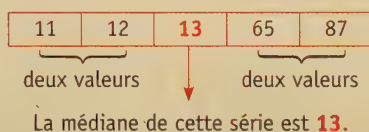
La moyenne M est :

$$M = \frac{7 \times 1 + 9 \times 2 + 10 \times 3 + 12 \times 2}{1 + 2 + 3 + 2} = 9,875.$$

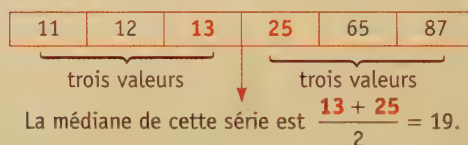
Une série statistique étant **rangée dans l'ordre croissant**, on appelle **médiane** la valeur qui partage cette série ordonnée en deux séries de même effectif. **Autrement dit**, il y a autant de valeurs inférieures ou égales à la médiane qu'il y a de valeurs supérieures ou égales à la médiane.

Exemples

Effectif impair : 5 valeurs rangées dans l'ordre croissant :



Effectif pair : 6 valeurs rangées dans l'ordre croissant :



Le **premier quartile** d'une série, noté Q_1 , est la plus petite valeur de la série pour laquelle au moins 25 % (ou un quart) des valeurs de la série sont inférieures ou égales à Q_1 .

Le **troisième quartile** d'une série, noté Q_3 , est la plus petite valeur de la série pour laquelle au moins 75 % (ou trois quarts) des valeurs de la série sont inférieures ou égales à Q_3 .

Exemple

Voici 9 valeurs rangées dans l'ordre croissant :

2 3 **6** 10 13 21 **34** 54 56

$\frac{25}{100} \times 9 = 2,25$ donc, pour avoir au moins 25 % des valeurs inférieures à Q_1 , on lit la 3^e valeur de la série ordonnée : **$Q_1 = 6$** .

$\frac{75}{100} \times 9 = 6,75$ donc, pour avoir au moins 75 % des valeurs inférieures à Q_3 , on lit la 7^e valeur de la série ordonnée : **$Q_3 = 34$** .

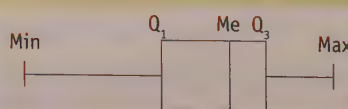
L'**étendue** d'une série statistique est la différence entre la plus grande valeur et la plus petite valeur de la série.

Exemple

L'étendue des cinq valeurs 13 ; 5 ; 7 ; 3 ; 15 est : $15 - 3 = 12$.

2 Bilan

On peut placer sur un schéma les valeurs minimale et maximale, les premier et troisième quartiles et la médiane. Il permet de visualiser la répartition de ces valeurs.



Ce schéma s'appelle **diagramme en boîte** ou **à moustaches**.

Testez votre compréhension du cours

1 La moyenne des notes d'un groupe de 9 élèves est 10 ; un 10^e élève a obtenu 12. Calculez la moyenne de ces 10 élèves.

2 La moyenne de quatre nombres est 25. Quelle est la somme de ces quatre nombres ?

3 Dans un magasin, on relève le prix de plusieurs calculatrices. Voici le relevé obtenu :

Prix (en euros)	7	9	12	14	15	17
Effectif	2	3	5	5	6	4

Vrai ou faux ?

- a. Le prix moyen d'une calculatrice est 12 €.
b. Le prix moyen d'une calculatrice est 7 €.

4 Vrai ou faux ?

- a. La médiane de la série 3 ; 3 ; 4 ; 5 ; 7 est 8.
b. La médiane de la série 3 ; 3 ; 5 ; 7 est 4.
c. La médiane de la série 3 ; 7 ; 5 ; 4 ; 1 est 5.

5 La médiane de chacune des séries suivantes est 6. Complétez les pointillés par une valeur qui convient :

a. 2 ; 3 ; ... ; 7 ; 10

c. 3 ; 5 ; ... ; 15

b. 3 ; ... ; 6 ; 9 ; ...

7 Avant de rendre ses copies, un professeur de mathématiques indique au tableau :

La note médiane est 12.

Le premier quartile est 10.

Le troisième quartile est 15.

Les affirmations suivantes sont-elles vraies ou fausses ? Justifiez vos réponses.

- a. Il y a au moins un élève qui a 10 et un élève qui a 15.
b. Au moins 25 % des élèves ont 10 ou moins.
c. Au moins 75 % des élèves ont 15 ou plus.
d. Il y a au moins un élève qui a 12.

6 Vrai ou faux ? Corrigez si nécessaire.

1. Sept élèves ont mesuré le pH d'une solution en TP de chimie.

Voici leurs relevés :

6,9 9,1 6,8 7,2 5,4 7 7,4

- a. La moyenne de cette série est 9,1.
b. La médiane de cette série est 7,2.
c. L'étendue de cette série est 7,4 – 6,9.

2. On considère la série des relevés sans les valeurs extrêmes 5,4 et 9,1 :

6,9 6,8 7,2 7 7,4

- a. La moyenne de cette nouvelle série est différente de la moyenne de la série précédente.
b. La médiane de cette nouvelle série est différente de la médiane de la série précédente.
c. L'étendue de cette nouvelle série est la même que celle de la série précédente.

8 Donnez une série de huit valeurs pour laquelle :

- le minimum est 1 ;
- l'étendue est 15 ;
- le premier quartile est 5 ;
- le troisième quartile est 8.

1 Déterminer la médiane d'une série donnée sous forme de liste

Exercice 1 On demande à un groupe de 15 élèves combien de SMS ils ont envoyé ce samedi.

Voici le relevé de leurs réponses : 10 ; 2 ; 0 ; 4 ; 5 ; 3 ; 25 ; 1 ; 6 ; 10 ; 4 ; 15 ; 3 ; 3 ; 1.

Quelle est la médiane de cette série ? Donner une interprétation du résultat.

Exercice 2 On pose la même question à un groupe de 14 élèves. Voici leurs réponses :

3 ; 6 ; 7 ; 9 ; 6 ; 4 ; 2 ; 1 ; 15 ; 10 ; 1 ; 0 ; 0 ; 10.

Quelle est la médiane de cette série ? Donner une interprétation du résultat.

Solution 1

étape

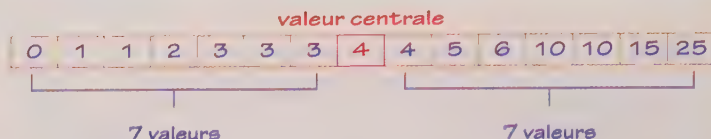
1 Je range la série dans l'ordre croissant, en prenant soin de n'oublier aucune valeur.

étape

2 La série a 15 valeurs : donc, la médiane est la valeur centrale, soit la 8^e valeur de la série ordonnée.

La médiane est 4.

Ici, la médiane est une valeur de la série.



étape

3 Pour interpréter ce résultat, je reviens à la définition d'une médiane.

Ce samedi, la moitié des élèves a envoyé 4 SMS ou moins, et l'autre moitié a envoyé 4 SMS ou plus.

Solution 2

étape

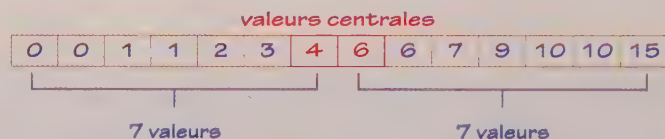
1 Je range la série dans l'ordre croissant en prenant soin de n'oublier aucune valeur :

étape

2 la série a 14 valeurs : donc, la médiane est la moyenne des deux valeurs centrales de la série, soit la moyenne des 7^e et 8^e valeurs de la série ordonnée.

La médiane est : $\frac{4 + 6}{2} = 5$.

Ici, la médiane n'est pas une valeur de la série.



étape

3 Pour interpréter ce résultat, je reviens à la définition d'une médiane.

Ce samedi, la moitié des élèves a envoyé 5 SMS ou moins, et l'autre moitié des élèves a envoyé 5 SMS ou plus.

J'applique

9 On considère la série 2 ; 6 ; 4 ; 7 ; 8 ; 1 ; 2.

1. Ranger cette série dans l'ordre croissant.
2. Combien a-t-elle de valeurs ?
3. Existe-t-il une valeur centrale ?
4. En déduire la médiane de cette série.

10 On considère la série suivante :

2 ; 6 ; 4 ; 7 ; 8 ; 1 ; 2 ; 5.

1. Ranger la série dans l'ordre croissant.
2. Combien cette série a-t-elle de valeurs ?
3. Existe-t-il une valeur centrale ?
4. En déduire la médiane de cette série.

11 Calculer la médiane de la série de valeurs :

4 ; 16 ; 32 ; 21 ; 23 ; 3 ; 10.

12 Calculer la médiane de la série de valeurs :

4 ; 16 ; 32 ; 21 ; 23 ; 3.

13 À la question « Combien de temps consacrez-vous à votre travail un soir de semaine ? », des élèves de 3^e ont répondu (en minutes) :

15 ; 0 ; 5 ; 30 ; 45 ; 40 ; 5 ; 15 ; 25 ; 60 ; 10 ; 90 ; 20 ; 45 ; 120 ; 90.

1. Calculer le temps moyen qu'un élève consacre à son travail dans ce groupe. En donner une interprétation.
2. Calculer le temps médian qu'un élève consacre à son travail dans ce groupe. En donner une interprétation.

méthode

2 Déterminer la médiane d'une série donnée sous forme de tableau

Exercice Voici la répartition de différents types de pain vendus en une journée, dans une boulangerie, en fonction de leur prix. Déterminer le prix médian d'un pain vendu dans cette boulangerie, et en donner une interprétation.

Prix en euros	0,90	1	1,10	1,20
Effectif	65	49	43	21

Solution

étape

1 Je calcule l'effectif total, en additionnant tous les effectifs.

$$65 + 49 + 43 + 21 = 178$$

L'effectif total est 178.

étape

2 Les valeurs de la série sont déjà données dans l'ordre croissant dans le tableau.

Comme l'effectif total est un nombre pair, la médiane est la moyenne des deux valeurs centrales. Je divise par 2 l'effectif total : $178 \div 2 = 89$.

La médiane est égale à la moyenne des 89^e et 90^e valeurs de la série ordonnée.

étape

3 Pour trouver les 89^e et 90^e valeurs, je fais un nouveau tableau dans lequel je cumule les effectifs en ajoutant les effectifs du tableau initial.

Prix en euros	$\leq 0,90$	≤ 1	$\leq 1,10$	$\leq 1,20$
Effectifs cumulés	65	$65 + 49 = 114$	$114 + 43 = 157$	$157 + 21 = 178$

Je retrouve l'effectif total.

étape

4 Je regarde dans le tableau les 89^e et 90^e valeurs.

Les 65 premières valeurs de la série sont toutes égales à 0,90 ; les suivantes, jusqu'à la 114^e valeur, sont égales à 1.

Les 89^e et 90^e valeurs sont toutes les deux égales à 1. Donc, le prix médian de cette série est 1 €.

étape

5 J'utilise la définition d'une médiane et le contexte de l'énoncé pour interpréter le résultat.

Il y a autant de pains qui coûtent 1 € ou moins que de pains qui coûtent 1 € ou plus.

J'applique

14 On demande à des élèves de 3^e le nombre de téléphones dans leur foyer.

Nombre de téléphones	0	1	2	3	4
Effectif	2	8	9	5	4

1. Recopier et compléter.

Nombre de téléphones	0	≤ 1	≤ 2	≤ 3	≤ 4
Effectifs cumulés					

2. Que représente le nombre écrit dans la dernière colonne de la ligne « Effectifs cumulés » ?

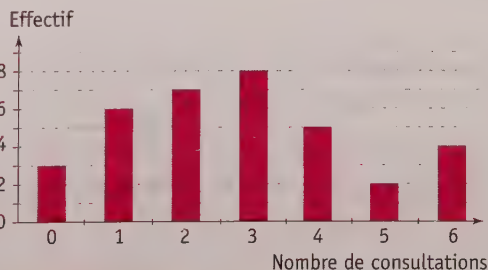
3. Diviser l'effectif total par 2 et en déduire la médiane de cette série.

4. Recopier et compléter :

La médiane partage la série en deux groupes de même effectif : un groupe de ... valeurs inférieures ou égales à ... et un groupe de ... valeurs supérieures ou égales à ...

15 On demande à des élèves combien de fois par semaine ils consultent leur cahier de texte en ligne.

Voici la répartition obtenue.



1. Recopier et compléter le tableau.

Nombre de consultations	0	1	2	3	4	5	6
Effectif							

2. Construire le tableau des effectifs cumulés.

3. Déterminer la médiane de cette série et interpréter le résultat.

Déterminer les premier et troisième quartiles d'une série donnée sous forme de liste

Exercice Voici le relevé, en centimètres, des tailles des élèves d'une classe de 3^e :

145 ; 154 ; 163 ; 165 ; 170 ; 140 ; 143 ; 157 ; 152 ; 168 ; 162 ; 171 ; 175 ; 181 ; 168 ; 160 ; 158 ; 161 ; 168 ; 167 ; 159

1. Déterminer le premier quartile Q_1 . En donner une interprétation.
2. Déterminer le troisième quartile Q_3 . En donner une interprétation.

Solution

1. étape

1 Je range la série dans l'ordre croissant en prenant soin de n'oublier aucune valeur.

140 ; 143 ; 145 ; 152 ; 154 ; 157 ; 158 ;
159 ; 160 ; 161 ; 162 ; 163 ; 165 ; 167 ;
168 ; 168 ; 168 ; 170 ; 171 ; 175 ; 181.

étape

2 Je calcule l'effectif total, et le divise par 4 pour en calculer 25 %.

Il y a 21 valeurs et $21 \div 4 = 5,25$.

étape

3 6 est le premier entier supérieur à 5,25. J'utilise la définition du premier quartile pour conclure.

Le premier quartile Q_1 est la 6^e valeur de la série ordonnée, c'est-à-dire 157 cm.

étape

4 J'utilise la définition de Q_1 pour interpréter ce résultat.

Au moins un quart des élèves de cette classe a une taille inférieure ou égale à 157 cm.

2. étape

1 Je calcule trois quarts de l'effectif total pour en calculer 75 %.

$$\frac{3}{4} \times 21 = 15,75$$

étape

2 16 est le premier entier supérieur à 15,75. J'utilise la définition du troisième quartile pour conclure.

Le troisième quartile est la 16^e valeur de la série ordonnée, c'est-à-dire 168 cm.

étape

3 J'utilise la définition de Q_3 pour interpréter ce résultat.

Au moins trois quarts des élèves de cette classe ont une taille inférieure ou égale à 168 cm.

J'applique

16 Une série de 36 valeurs est rangée dans l'ordre croissant. Donner les positions du premier quartile Q_1 et du troisième quartile Q_3 de la série ordonnée.

17 Une série de 34 valeurs est rangée dans l'ordre croissant. Donner les positions du premier quartile Q_1 et du troisième quartile Q_3 de la série ordonnée.

18 On considère la série statistique suivante :
7 ; 32 ; 17 ; 23 ; 43 ; 14 ; 26 ; 46 ; 32 ; 41 ; 25 ; 21 ; 8 ; 30.

1. Déterminer les valeurs du premier quartile Q_1 et du troisième quartile Q_3 .

2. Recopier et compléter :

Au moins 25 % des valeurs de la série sont ... à ...

Au moins 75 % des valeurs de la série sont ... à ...

19 Lors d'un TP, un professeur de SVT décide de peser les cartables de ses élèves. Voici le relevé effectué, exprimé en kilogrammes :

8,2 ; 7,5 ; 4,2 ; 4 ; 4,1 ; 5 ;
5,2 ; 8 ; 6,3 ; 4,1 ; 4,2 ; 4,8.

1. Calculer la masse moyenne d'un cartable pour un élève de ce TP. Arrondir au dixième.

2. Calculer la masse médiane de cette série. Interpréter le résultat.

3. Donner les valeurs des premier et troisième quartiles.

4. Recopier et compléter les phrases donnant une interprétation des résultats précédents :

a. Au moins un quart des élèves ont un cartable ayant une masse inférieure ou égale à ...

b. Au moins trois quarts des élèves ont un cartable ayant une masse inférieure ou égale à ...



méthode

4 Déterminer les premier et troisième quartiles d'une série donnée sous forme de tableau

Exercice On pose à des élèves de 3^e la question :
« Combien avez-vous d'animaux chez vous ? »

Voici le relevé de leurs réponses.

- Déterminer le premier quartile Q_1 , et interpréter le résultat.
- Déterminer le troisième quartile Q_3 , et interpréter le résultat.

Nombre d'animaux	0	1	2	3	4	Total
Effectif	4	7	6	5	2	24

Solution

1. étape

1

Je cherche le premier quartile, donc je calcule $\frac{1}{4}$ de l'effectif total.

$$\frac{1}{4} \times 24 = \frac{24}{4} = 6 \quad \text{Le premier quartile est la 6^e valeur de la série ordonnée.}$$

étape

2

Pour trouver la 6^e valeur, je cumule les effectifs dans un nouveau tableau.

Nombre d'animaux	≤ 0	≤ 1	≤ 2	≤ 3	≤ 4
Effectifs cumulés	4	4 + 7 = 11	11 + 6 = 17	17 + 5 = 22	22 + 2 = 24

étape

3

Je regarde dans le tableau le nombre d'animaux correspondant à la 6^e valeur.

La 6^e valeur est égale à 1. On a donc $Q_1 = 1$.

étape

4

J'utilise la définition du premier quartile pour interpréter le résultat.

Au moins un quart des élèves a, chez lui, au plus un animal.

2.

Pour chercher le troisième quartile, j'utilise la même méthode en calculant $\frac{3}{4}$ de l'effectif total.

$$\frac{3}{4} \times 24 = 18 \quad \text{Le troisième quartile est la 18^e valeur de la série ordonnée.}$$

La 18^e valeur est 3. On a donc $Q_3 = 3$.

Au moins trois quarts des élèves ont, chez eux, un nombre d'animaux inférieur ou égal à trois.

J'applique

20 On considère le tableau suivant.

Valeur	1	2	3	4	5
Effectifs cumulés	7	11	20	32	35

- Quel est l'effectif total ?
- Quelles sont les positions des premier et troisième quartiles dans la série ordonnée ?
- Donner les valeurs de ces quartiles.

21 On a relevé les résultats du lancer d'un dé à six faces dans le tableau suivant.

Face	1	2	3	4	5	6
Effectif	35	24	33	29	31	32

- Construire le tableau des effectifs cumulés.
- Donner l'effectif total.
- Quelles positions occupent les premier et troisième quartiles, Q_1 et Q_3 ?
En donner les valeurs.
- Donner la signification des premier et troisième quartiles.

Exercice En utilisant la calculatrice, donner : le minimum, le maximum, la médiane et les premier et troisième quartiles de cette série de notes.

Note	8	12	16	9
Coefficient	3	2	1	3

Solution Avec une Casio collège 2D +

étape

1 Je crée une colonne « Effectif ».

Je tape **MODE**, puis **MODE**, et je descends avec la flèche.

Je choisis le menu « STAT » (en

tapant **3**), puis je tape **1**.

Effectif?
1:ON 2:OFF

étape

2 J'entre les notes et leur coefficient.

Je tape **MODE**, puis **2**, puis **1**.

J'entre dans « X » les notes et dans « EFFC » les coefficients correspondants, en utilisant la touche **EXE** pour valider et les flèches pour changer de colonne.

SW X EFFC
1 8 1 12 2 16 1 9 3

étape

3 Je choisis le menu « STAT ».

Pour chaque paramètre, je tape **AC**, puis **MODE**, puis **1**.

Je choisis « Quartl » en tapant **5**.

étape

4 Je fais calculer les valeurs demandées.

Je sélectionne un des choix (1 pour le minimum, 2 pour le maximum...), et j'appuie sur **EXE**.

1:minX 2:maxX
3:Q1 4:méd
5:Q3

étape

5 Je réponds à la question.

Le minimum est 8, le maximum est 16, le premier quartile est 8, la médiane est 9 et le troisième quartile est 12.

Avec une TI Collège +

étape

1 Je choisis le menu « Stats ».

Je tape **stats**.

J'efface les données des listes L1 et L2 s'il y en a, en tapant **suppr**.

étape

2 J'entre les notes dans L1 et les coefficients dans L2.

J'utilise la touche **entrer** pour valider, et les flèches pour changer de colonne.

12
12
16
9
L1(1)=8

étape

3 Je choisis le menu « Stats calc ».

Je tape **2nde**, puis **stats** et je choisis « 1-Var Stats ». Je sélectionne L1 pour les données et L2 pour les effectifs correspondants avec la touche **entrer**.

1-Var Stats
DONNEES: L1 L2 L3
EFF: 1 L1 L2 L3

étape

4 Je fais calculer les valeurs demandées.

J'appuie sur **entrer**, et je descends avec la flèche pour consulter toute la liste.

1-Var: L1 L2
1 N=9
2: X=10, 11111111
3: méd=9

J'applique

22 Donner, en utilisant la calculatrice : le minimum, le maximum, la médiane et les premier et troisième quartiles de cette série.

Valeur	12	7	15	23
Effectif	41	56	32	15

23 Une usine emballe, dans des sachets de 49 g, des cacahuètes enrobées de chocolat. Elle décide de compter le nombre de cacahuètes par sachet sur un échantillon de 1 000 sachets. Voici le relevé effectué.

Nombre de cacahuètes	18	19	20	21	22	23	24
Effectif	2	45	295	487	159	10	2

En utilisant la calculatrice, donner l'étendue, la médiane, les premier et troisième quartiles de cette série.



sc Utiliser le vocabulaire

24 On s'intéresse aux nombres de buts encaissés par match d'une équipe de football.

But	0	1	2	3	4
Effectif	8	18	6	5	1

QCM : Choisir la (ou les) bonne(s) réponse(s).

	a	b	c
1 L'effectif total de cette série est :	18.	10.	38.
2 La moyenne est :	$\approx 1,3$.	1.	2.
3 La médiane est :	0.	1.	2.
4 Le minimum est :	0.	8.	4.
5 Le maximum est :	1.	4.	18.
6 L'étendue est :	4.	7.	3.
7 Le premier quartile est :	0.	1.	2.
8 Le troisième quartile est :	1.	2.	3.

25 Mathématiques et Développement durable

La puissance fournie par une éolienne dépend de la vitesse du vent. Lorsque la vitesse du vent est trop faible, l'éolienne ne fonctionne pas.

Le modèle d'éolienne pour cet exercice ne fonctionne pas avec un vent inférieur ou égal à 4 m/s.



On a relevé la vitesse du vent, en mètres par seconde, toutes les minutes, sur une année de 365 jours.

- Combien la série contient-elle de relevés ?
- Le nombre de relevés étant trop important, la série est présentée par les éléments suivants.

Min	Q_1	Médiane	Q_3	Max
0 m/s	4 m/s	6,2 m/s	14,6 m/s	28,4 m/s

Pendant combien de temps, sur l'année, peut-on estimer que le vent a soufflé à moins de 6,2 m/s ?

- Expliquer pourquoi on peut considérer que l'éolienne n'a pu fonctionner faute de vent suffisant pendant une durée totale de trois mois.

Je calcule mentalement

30 **sc** Calculer la moyenne de :

- a. 34 et 46 b. 13 et 41 c. 437 et 113

31 **sc** Calculer la moyenne de :

- a. 13 et 22 b. 12 ; 13 et 35 c. 11 ; 12 ; 28 et 29

32 Donner la médiane de :

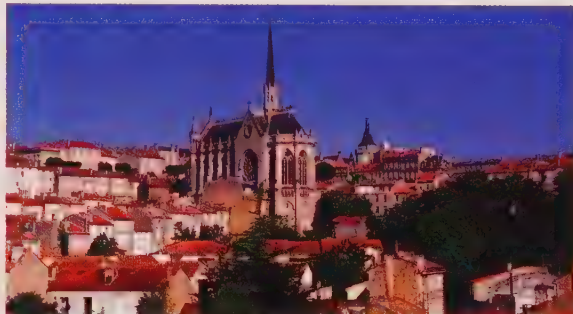
- a. 10 ; 11 ; 12 ; 13 b. 25 ; 24 ; 23 ; 26

26 Donner une série de cinq valeurs dont la médiane est 9 et la moyenne est 10.

sc Calculer une moyenne

27 Voici le relevé des températures (en degrés Celsius) à Angoulême au cours d'une journée de juillet :

13,7 ; 15,6 ; 22,2 ; 26,2 ; 27,3 ; 25 ; 20,4



- Calculer la température moyenne ce jour-là à Angoulême.
- Recopier et compléter cette interprétation : S'il avait fait la même température à Angoulême au cours de cette journée, il aurait fait ...

28 Voici, en kilomètres, les longueurs des étapes du tour de France 2011 dans l'ordre chronologique :

191 ; 23 ; 198 ; 172 ; 158 ; 226 ; 215 ; 190 ; 208 ; 161 ; 168 ; 209 ; 156 ; 168 ; 187 ; 163 ; 179 ; 189 ; 109 ; 41 ; 160.
Calculer la longueur moyenne d'une étape du tour.

29 **Brevet** (Pondichéry, 2010)

Les créateurs d'un site Internet de vente en ligne réalisent une enquête de satisfaction auprès de leurs clients. Ils leur demandent d'attribuer une note sur 20 au site. Le tableau suivant donne les notes de cinquante internautes.

Note	6	8	10	12	14	15	17
Effectif	1	5	7	8	12	9	8

- Calculer la note moyenne obtenue par le site.
- L'enquête est jugée satisfaisante si au moins 55 % des internautes ont donné une note supérieure ou égale à 14. Est-ce le cas ? Expliquer pourquoi.

33 Donner l'étendue de :

- a. 12 ; 15 ; 24 ; 11 ; 32 b. 3 ; 5 ; 11 ; 7 ; 9

34 Pour chacune des séries suivantes, calculer l'effectif total, puis la médiane.

a.	Note	10	12	14
	Effectif	7	4	4

b.	Note	10	12	14	15
	Effectif	36	13	43	8

Déterminer la médiane d'une série

méthode 1 méthode 2

➔ Premiers exercices d'application : 9 à 13 p. 188 et 14 et 15 p. 189.

35 Voici une série de notes : 12 ; 14 ; 10 ; 9 ; 8.

- Calculer la moyenne de cette série.
 - Interpréter ce résultat.
- a. Calculer la médiane de cette série.
 - Interpréter le résultat.

36 On demande de trouver la médiane de la série 4 ; 6 ; 7 ; 2 ; 9 ; 9 ; 4. Voici la copie de Tom.

Je range la série dans l'ordre croissant :

2 ; 4 ; 4 ; 6 ; 7 ; 9 ; 9.

L'effectif total de la série est 7 et $\frac{7}{2} = 3,5$.

La médiane de la série est donc 4. *Confusion*

Quelle confusion signale l'enseignant de Tom ?
Corriger la copie.

37 La répartition des salaires d'une entreprise en 2010 est résumée par le tableau ci-dessous.

Emploi	Salaire en euros	Effectif
Stagiaire	980	1
Technicien	1 400	10
Cadre	1 800	8
Directeur	3 450	1

- Quel est l'effectif total de cette entreprise ?
- a. Calculer le salaire mensuel moyen dans cette entreprise.
- Recopier et compléter :
Avec la somme des salaires distribués, si chaque salarié recevait le même salaire, il gagnerait ... par mois.
- Déterminer le salaire médian de cette entreprise. Interpréter ce résultat.
- En septembre 2011, le stagiaire est embauché comme technicien et le salaire mensuel du directeur augmente de 200 €. Calculer le salaire moyen et le salaire médian de la nouvelle série. Que constate-t-on ?

38 Brevet (Centres étrangers, 2011)

Grâce à un logiciel, on peut obtenir des informations précises sur les emprunts de livres effectués par 209 élèves dans un CDI. On a, par exemple, les données suivantes.

Nombre d'emprunts en novembre 2010	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Nombre d'élèves	39	30	36	23	20	22	18	10	11

- Quel est le nombre moyen d'emprunts par élève ?
- Quelle est la médiane de cette série ?

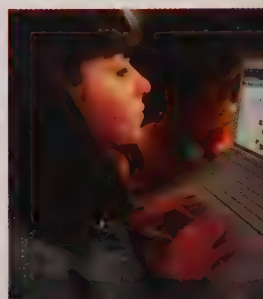
Déterminer les quartiles d'une série

méthode 3 méthode 4

➔ Premiers exercices d'application : 16 à 19 p. 190 et 20 et 21 p. 191.

39 Lors d'une enquête auprès de personnes inscrites à un réseau social sur Internet, on s'intéresse au nombre d'« amis » qu'elles ont sur ce réseau. Voici le relevé de cette enquête : 3 ; 5 ; 7 ; 4 ; 10 ; 20 ; 5 ; 15 ; 34 ; 33 ; 56 ; 87 ; 24 ; 43 ; 54 ; 12 ; 16 ; 32 ; 39 ; 39 ; 50 ; 48 ; 76 ; 121.

- Donner l'effectif total de cette série.
- Parmi les personnes interrogées, calculer le nombre moyen d'« amis ».
- Parmi les personnes interrogées, calculer le nombre médian d'« amis ». Interpréter le résultat.
- Calculer le pourcentage de personnes ayant un nombre d'amis supérieur ou égal à 30.
- Calculer le pourcentage de personnes ayant un nombre d'amis inférieur ou égal à 20.
- Calculer Q_1 et Q_3 et interpréter ces résultats.
- Calculer l'étendue de cette série.
- a. Recopier la série sans la valeur minimale et sans la valeur maximale.
- Reprendre les questions 2., 3. et 6. pour cette nouvelle série.
- Comparer les résultats obtenus pour les deux séries.



Je calcule mentalement

40 Calculer :

- un quart de 10 ;
- trois quarts de 10 ;
- 25 % de 200 ;
- 75 % de 200.

41 Indiquer la position du premier quartile d'une série comportant :

- 16 valeurs rangées dans l'ordre croissant.
- 14 valeurs rangées dans l'ordre croissant.
- 11 valeurs rangées dans l'ordre croissant.

42 Indiquer la position du troisième quartile dans les trois cas de l'exercice 41.

43 Donner l'étendue de la série de notes ci-contre.

Note	12	15	8
Effectif	2	3	1

44 Exprimer, en pourcentage, les proportions suivantes :

- $\frac{7}{20}$
- $\frac{123}{246}$
- $\frac{6}{15}$

45 Voici le tableau donnant le mois de naissance des élèves d'un club de théâtre.

Mois	Janvier	Février	Mars	Avril
Effectif	3	2	5	5
Mois	Mai	Juin	Juillet	Août
Effectif	6	7	3	2
Mois	Septembre	Octobre	Novembre	Décembre
Effectif	2	1	2	7

- Calculer l'effectif total de cette série.
- On considère que janvier correspond à la valeur 1, février à la valeur 2, etc. jusqu'au mois de décembre, qui correspond à la valeur 12.
 - Quelle est la médiane de cette série ?
 - Quelles sont les positions de Q_1 et Q_3 dans la série ordonnée ?
 - Donner Q_1 et Q_3 .
- Interpréter les résultats de la question 2.

46 On considère les résultats, en mètres, obtenus au lancer de javelot par des élèves d'une classe de 3^e :

12 ; 0 ; 4 ; 10 ; 1 ; 12 ;
14 ; 5 ; 6 ; 17 ; 8 ; 20 ; 0 ;
8 ; 11 ; 13 ; 14 ; 11 ; 15.

- Ranger cette série dans l'ordre croissant.
- Quel est l'effectif total de cette série ?
- En déduire les positions dans la série ordonnée des premier et troisième quartiles.
- Donner les valeurs des premier et troisième quartiles.



47 Prise d'initiatives

Donner une série de cinq valeurs telle que $Q_1 = 20$; $Q_3 = 75$ et $Me = 40$.

Calculer l'étendue d'une série

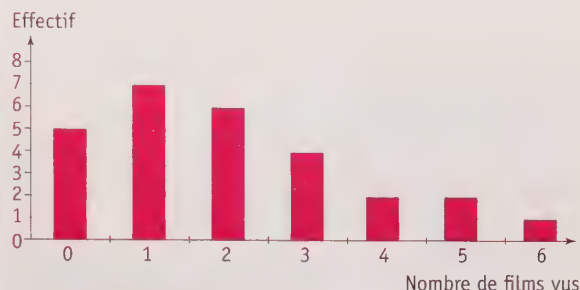
48 Mathématiques et Météo

Voici, en degrés Celsius, le relevé des températures de deux villes durant une journée et une nuit consécutive.

Ville A	23	24	27	30	34	31	24
Ville B	20	21	25	34	35	28	22

- Calculer l'étendue des températures de ces deux villes.
- D'après Météo-France, un des critères pour identifier une canicule est le faible écart de températures entre la journée et la nuit. Quelle ville présente les températures les moins dispersées et remplit ce critère ?
- Bzi 4** Rechercher quels autres critères permettent l'identification d'une canicule.

49 On a demandé aux élèves d'une classe de 3^e le nombre de films vus depuis la rentrée. Les résultats de cette enquête sont représentés dans le diagramme suivant.



- Recopier et compléter le tableau.

Nombre de films vus	0	...	6
Effectif	5	...	1

- Combien y a-t-il d'élèves dans cette classe ?
- Calculer l'étendue de la série.
- Calculer le nombre moyen de films vus par ces élèves. Interpréter ce résultat à l'aide d'une phrase commençant par : « Si chaque élève avait vu le même nombre de films, ... ».
- Calculer la médiane de cette série et interpréter le résultat.
- Donner le pourcentage d'élèves de cette classe qui n'ont pas vu de films depuis la rentrée.

Étudier une série statistique

méthode 5

→ Premiers exercices d'application : 22 et 23 p. 192.

50 Mathématiques et Physique

59 élèves mesurent, en suivant le même protocole, la résistance d'un conducteur ohmique avec un même type de ohmmètre. Voici le relevé de leurs mesures, en ohms.

- En utilisant la calculatrice, donner, pour cette série :
 - la valeur minimale ;
 - la valeur maximale ;
 - l'étendue ;
 - la médiane ;
 - la moyenne ;
 - le premier quartile ;
 - le troisième quartile.

- D'après le fabriquant, ce conducteur ohmique a une résistance de $1 \text{ k}\Omega$, avec une précision de plus ou moins 5 %.
 - Donner un encadrement de la résistance de ce conducteur d'après le fabriquant.
 - Les mesures de ces élèves semblent-elles cohérentes avec l'annonce du fabriquant ?

Mesure	Effectif
996	1
997	3
998	4
999	5
1 000	15
1 001	14
1 002	6
1 003	4
1 004	3
1 005	2
1 006	1
1 007	1

Comparer des séries statistiques

51 Mathématiques et Sport

Les tableaux suivants donnent les masses, en kilogrammes, des 15 joueurs des équipes de France et de Nouvelle Zélande, sur le terrain lors de la finale de la coupe du monde de rugby 2011.

France

110	117	100	89	100
108	114	110	90	104
108	103	78	91	94

Nouvelle Zélande

106	112	105	94	88
112	105	106	92	98
105	102	91	86	87

1. Pour chacune des équipes, déterminer :

- la valeur minimale ;
- la valeur maximale ;
- l'étendue ;
- la médiane ;
- la moyenne ;
- le premier quartile ;
- le troisième quartile.

2. Pour chaque phrase, préciser quel résultat permet d'écrire :

- Le plus léger et le plus lourd des joueurs sont chez les Bleus.
- La masse moyenne des joueurs de ces deux équipes est la même, à 2 kg près.
- Chez les All Blacks, le quart des joueurs les plus légers pèse entre 86 kg et 91 kg, alors que chez les Bleus, ces joueurs les plus légers pèsent entre 78 kg et 91 kg.
- La moitié des All Black pèse 102 kg ou plus contre 103 kg pour les Bleus.
- L'écart de masse chez les All Blacks est d'un tiers inférieur à celui des Bleus.



Construire des diagrammes

52 On a répertorié les superficies des magasins d'un centre commercial dans le tableau ci-dessous.

Superficie (en mètres carrés)	25	100	200	300	500	3 000
Effectif	8	72	24	10	3	1
Fréquence (en pourcentage)						
Angle (en degrés)						

- Recopier et compléter ce tableau, en détaillant un calcul par ligne. Arrondir les fréquences au dixième et les mesures d'angle à l'unité.
- Construire un diagramme circulaire pour représenter la série des superficies.
- Calculer la superficie moyenne et interpréter.
- Calculer la superficie médiane et interpréter.

53 Brevet (Métropole, 1998)

Lors d'un contrôle dans une usine, on a pesé 25 boîtes de conserve à la sortie d'une chaîne de remplissage.

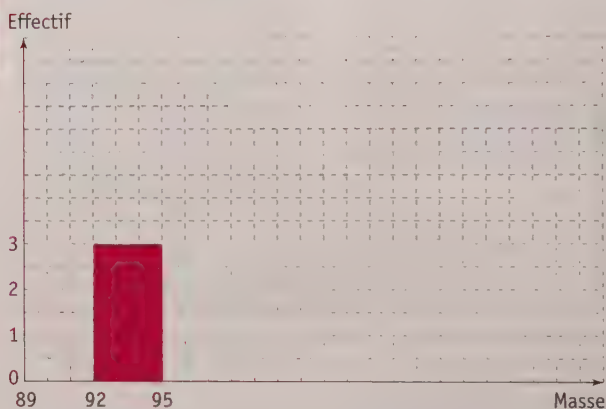
On a obtenu les masses suivantes, en grammes :

101 ; 95 ; 97 ; 101 ; 99 ; 103 ; 93 ; 97 ; 106 ; 100 ; 97 ; 104 ; 95 ; 105 ; 103 ; 97 ; 100 ; 106 ; 94 ; 99 ; 101 ; 92 ; 104 ; 102 ; 103.

1. Recopier et compléter le tableau.

Masse x en grammes	Effectif	Effectifs cumulés
$92 \leq x < 95$		
$95 \leq x < 98$		
$98 \leq x < 101$		
$101 \leq x < 104$		
$104 \leq x < 107$		

2. Recopier et compléter l'histogramme des effectifs de cette série statistique.



3. Quel est le pourcentage de ces 25 boîtes qui ont une masse strictement inférieure à 101 g ?

54 Brevet (Métropole, 1998)

On a répertorié les loisirs de 28 élèves d'une classe de 3^e en cinq catégories, et on les a reportés dans le tableau ci-dessous.

Loisir	Effectif	Fréquence (en pourcentage)	Angle (en degrés)
Sport	7	25	45
Télé	8		51
Lecture	3		
Musique	4	14,3	
Info	6		39
Total	28	100	180

- Recopier et compléter ce tableau. (Les fréquences seront arrondies au dixième ; les angles, au degré.)
- Construire un diagramme semi-circulaire représentant les loisirs des 28 élèves de cette classe.

Exercice (Polynésie, 2010)

15 min

Voici, pour la production de l'année 2009, le relevé des longueurs de gousses de vanille d'un cultivateur de Tahaa.

Longueur (en centimètres)	12	15	17	22	23
Effectif	600	800	1 800	1 200	600

- Quel est l'effectif total de cette production ?
- Le cultivateur peut seulement les conditionner dans des tubes de 20 cm de long. Quel pourcentage de cette production a-t-il pu conditionner sans plier les gousses ?
- Prise d'initiatives** La chambre d'agriculture décerne une récompense (un « label de qualité ») aux agriculteurs si :
 - la **longueur moyenne** des gousses de leur production est supérieure ou égale à 16,5 cm ;
 - et plus de la **moitié** des gousses de leur production a une taille supérieure à 17,5 cm.

Ce cultivateur pourra-t-il recevoir ce « label de qualité » ?

(Pour cette question, toute trace de recherche, même incomplète, sera prise en compte dans l'évaluation.)

Je traduis l'énoncé.

- Cela revient à déterminer le pourcentage de gousses ayant une taille inférieure à 20 %.
- Je dois calculer une **moyenne**, puis la **médiane**.

Je mets toutes les chances de mon côté.

Cela fait partie intégrante de la consigne : même si je n'arrive pas à répondre à la question finale, je mets toutes mes idées.

Solution

1. $600 + 800 + 1\,800 + 1\,200 + 600 = 5\,000$ Il y a 5 000 gousses.

2. Les gousses conditionnées sans être pliées sont les gousses de taille inférieure à 20 cm. L'effectif des gousses de tailles inférieures à 20 cm est :

$$600 + 800 + 1\,800 = 3\,200 \text{ et } \frac{3\,200}{5\,000} = 0,64.$$

64 % de gousses produites sont conditionnées sans être pliées.

3. Pour avoir le label, la production doit respecter deux conditions :

La moyenne de la série doit être supérieure à 16,5 cm. La médiane de la série doit être au moins de 17,5 cm.

$$5\,000 \div 2 = 2\,500.$$

Donc la médiane est la moyenne des 2 500^e et 2 501^e valeurs de la série rangée dans l'ordre croissant.

On cumule les effectifs :

$$600 + 800 = 1\,400 \text{ et } 600 + 800 + 1\,800 = 3\,200$$

Les 2 500^e et 2 501^e valeurs de la série sont 17 cm, donc la médiane de la série est 17 cm.

Le deuxième critère n'est pas respecté : ce cultivateur ne pourra pas recevoir le label de qualité.

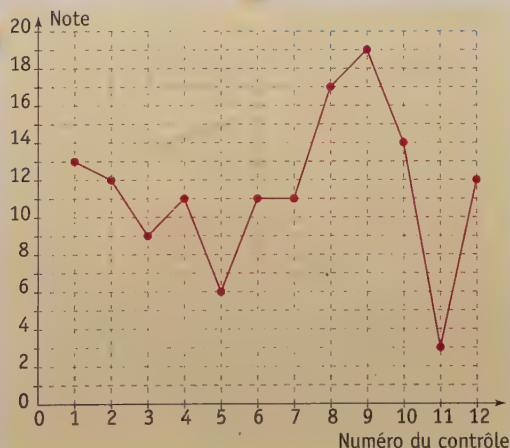
J'utilise le tableau des données où je peux ajouter une ligne « Effectifs cumulés ».

Je n'oublie pas la phrase réponse.

55 Brevet (Pondichéry, 2011)

Sur le graphique ci-contre, on a reporté les résultats obtenus en français par Mathieu tout au long de l'année scolaire.

- À quel devoir Mathieu a-t-il obtenu sa meilleure note ?
- Calculer la moyenne des notes de Mathieu sur l'ensemble de l'année.
- Déterminer l'étendue de la série de notes de Mathieu.
- a. Combien Mathieu a-t-il eu de notes strictement inférieures à 10 sur 20 ?
b. Exprimer ce résultat en pourcentage du nombre total de devoirs.



56 Brevet (Polynésie, 2010)

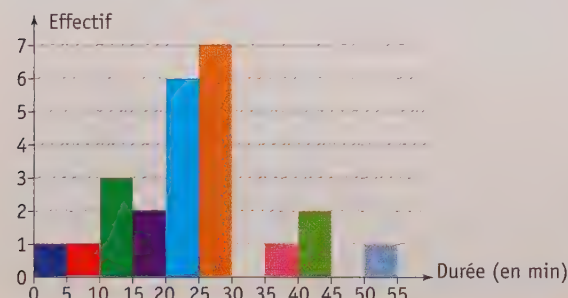
Hiti et Kalu sont deux entreprises de cent personnes chacune, qui ont fait paraître les informations suivantes.

Salaire moyen en francs	Entreprise Hiti	Entreprise Kalu
Hommes	168 000	180 000
Femmes	120 000	132 000

Effectif Hommes/Femmes	Entreprise Hiti	Entreprise Kalu
Hommes	50	20
Femmes	50	80

Kévin dit à sa sœur : « En moyenne, on est mieux payé chez Kalu. » Qu'en pensez-vous ?

57 Lors d'un exercice préparatoire à un contrôle, un professeur décide de laisser tout le temps nécessaire à ses élèves pour le terminer, mais il les chronomètre. Il présente ensuite aux élèves le compte-rendu de cette expérience sous la forme d'un histogramme.



1. Recopier et compléter le tableau.

Durée d (en min)	Durée centrale	Effectif
$0 \leq d < 5$	$\frac{0 + 5}{2} = 2,5$	1
$5 \leq d < 10$	$\frac{5 + 10}{2} = 7,5$	
$10 \leq d < 15$		
$15 \leq d < 20$		
$20 \leq d < 25$		
$25 \leq d < 30$		
$30 \leq d < 35$		
$35 \leq d < 40$		
$40 \leq d < 45$		
$45 \leq d < 50$		
$50 \leq d \leq 55$		

2. Calculer la durée moyenne nécessaire à un élève pour terminer l'exercice. Pour chaque ligne, utiliser la durée centrale.

3. Le professeur évalue entre 35 et 45 min la durée nécessaire pour réussir cet exercice. Calculer le pourcentage d'élèves de cette classe qui ont respecté cette durée.

58 Mathématiques et Physique

Le tableau ci-dessous rassemble des données concernant l'installation électrique d'un petit studio et sa consommation énergétique quotidienne.

Rappel :

$$E = P \times t$$

énergie électrique (J) ← E
 puissance (w) ← P
 durée (s) ← t

Appareil électrique	P (W)	t (h)	E (J)	E (%)
Éclairage	700	4,5		
Chauffage	1 500	6		
Chauffe-eau	1 000	4		
Réfrigérateur	150	8		
Micro-ondes	1 000	0,3		
Chaîne hi-fi	150	2,5		

1. a. Quelle est l'énergie consommée par l'éclairage de ce studio ?

Détailler le calcul.

b. Recopier le tableau et compléter l'avant-dernière colonne.

2. a. Quel est le pourcentage de l'énergie consommée par l'éclairage par rapport à la consommation totale ?

Détailler le calcul.

b. Compléter la dernière colonne du tableau.

3. Représenter dans un diagramme circulaire les énergies consommées, en faisant figurer les pourcentages.

Que remarque-t-on ?

4. On s'intéresse à la série des puissances des appareils électriques de ce studio.

a. Déterminer la moyenne de cette série.

b. Déterminer la puissance médiane et en donner la signification.

c. Calculer l'étendue de cette série.

5. Calculer l'énergie moyenne consommée par un appareil électrique de ce studio.

La convertir en kilowatts-heure (kW.h).



59 D'après Brevet (Polynésie, 2010) Dans ce problème, on lance deux dés de couleurs différentes. Les dés sont équilibrés et les faces sont numérotées de 1 à 6. On s'intéresse à la somme des valeurs obtenues par les dés.

Partie 1 : On lance 25 fois les deux dés et on note les valeurs dans un tableur.

1. La somme peut-elle être égale à 1 ? Justifier.

2. La somme 12 n'apparaît pas dans ce tableau.

Est-il toutefois possible de l'obtenir ? Justifier.

3. Pour le 11^e lancer des deux dés, quelle formule a-t-on écrite en D12 pour obtenir le résultat donné par l'ordinateur ?

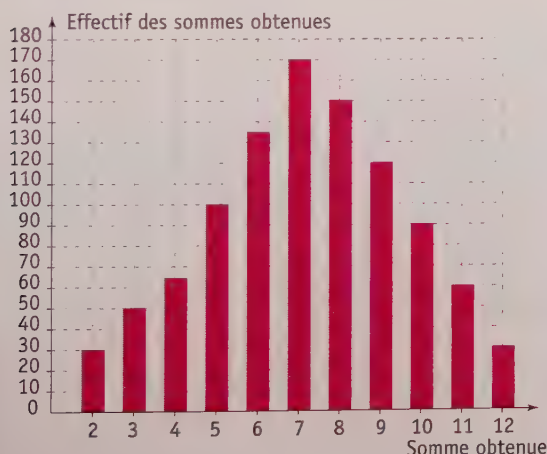
4. Dans cette expérience, combien de fois obtient-on la somme 7 ? En déduire la fréquence de cette somme en pourcentage.

5. Quelle est la médiane de cette série de sommes ?

6. Tracer le diagramme en bâtons de la série des sommes obtenues (colonne D).

Partie 2 : On fait une simulation de 1 000 expériences avec un tableur. Les résultats sont représentés dans le diagramme en bâtons suivant.

A33				
	A	B	C	D
1	N°	De 1	De 2	Somme
2	1	5	1	6
3	2	1	1	2
4	3	1	4	5
5	4	1	6	7
6	5	4	4	8
7	6	6	4	10
8	7	6	3	9
9	8	5	6	11
10	9	5	3	8
11	10	5	6	11
12	11	3	6	9
13	12	2	5	7
14	13	3	5	8
15	14	1	6	7
16	15	6	5	11
17	16	2	3	5
18	17	2	5	7
19	18	3	4	7
20	19	2	4	6
21	20	6	5	11
22	21	1	1	2
23	22	2	1	3
24	23	1	4	5
25	24	5	1	6
26	25	1	6	7



7. Quelles sont les deux sommes les moins fréquentes ?

8. Paul, un élève de 3^e, joue avec Jacques, son petit frère de CM2. Chacun choisit une somme à obtenir avec deux dés. Paul prend la somme 9 et Jacques la somme 3.

Pourquoi Paul a-t-il plus de chances de gagner que Jacques ?

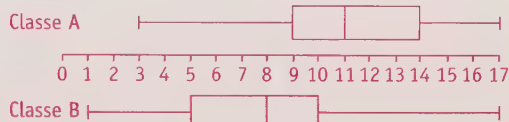
9. Quel est, pour cette simulation, le nombre de lancers qui donne la somme 7 ? En déduire la fréquence en pourcentage représentée par ces lancers.

60 Diagramme de Tukey

On considère deux classes de 1^{re} L, dont l'une est composée d'élèves ayant choisi l'option Cinéma.

Ces classes, appelées A et B, ont le même effectif :

32 élèves. On demande à chaque classe le nombre de films vus au cinéma dans l'année. On représente les résultats de cette enquête à l'aide de diagrammes en boîte et on place aux extrémités le maximum et le minimum.



1. Chaque assertion est-elle vraie ou fausse ? Justifier.

a. Dans la classe A, environ la moitié des élèves a vu moins de 9 films au cinéma.

b. Dans la classe B, environ huit élèves ont vu 10 films ou plus au cinéma.

c. Au moins la moitié des élèves de la classe A a vu plus de films au cinéma que trois-quarts des élèves de la classe B.

d. Environ un quart des élèves de la classe B a vu moins de films au cinéma que chaque élève de la classe A.

2. Ce schéma est un **diagramme de Tukey** simplifié.

a. **B2i** Trouver d'autres noms donnés à ce type de diagramme.

b. Expliquer en quoi c'est une version simplifiée.

c. Faire une présentation rapide de John Tukey.



John H. Tukey, photographie d'Alfred Eisenstaedt.

Prise d'initiatives

61 SC On s'intéresse aux nombres de chaînes de télévision réceptionnées au domicile de chaque élève d'un collège. Les données recueillies ont été synthétisées : valeur minimale : 0 ; valeur maximale : 460 ; médiane : 131 ; $Q_1 = 15$ et $Q_3 = 200$. Effectuez la même étude dans votre collège, puis comparez vos résultats avec ceux de ce collège.

Consigne

Vous présenterez votre démarche en faisant figurer toutes les pistes de recherche même si elles n'ont pas abouti.

Voir indications pour l'évaluation, p. 308.

DÉFIS, JEUX, CASSE-TÊTE

62 $x ; 3 ; 5 ; 10 ; y$ est une série de nombres rangés dans l'ordre croissant. Son étendue est 13 et sa moyenne est 7. Déterminer x et y . Proposer, si possible, une série de 9 valeurs telle que sa moyenne soit égale à son premier quartile et son étendue soit égale à 32.

63 Objectif : calculer des paramètres statistiques avec un tableur.

On veut créer une feuille de calcul automatique donnant la moyenne, la médiane, les premier et troisième quartiles, et l'étendue de cette série.

Voici les notes de Tania au premier trimestre :

9 ; 12 ; 14 ; 7 ; 9 ; 18 ; 16 ; 11 ; 9 ; 8 ; 14.

➔ Voir « Utiliser un tableur », p. 316.

Tutoriel sur
www.3e.zenfusedev
magnard.fr

1 Créer une feuille de calcul automatique

1. Ouvrir une feuille de calcul et recopier la série de notes.
2. Indiquer dans les cellules A2 à A6, les paramètres que l'on souhaite étudier pour cette série.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1		9	12	14	7	9	18	16	11	9	8
2	moyenne										
3	médiane										
4	1er quartile										
5	3e quartile										
6	etendue										

3. Écrire en cellule B2, la formule :
« =moyenne(B1:L1) ». Taper sur « Entrée ».
Quelle valeur s'affiche en cellule B2 ?

2 moyenne: =moyenne(B1:L1)

4. Écrire en cellule B3, la formule :
« =médiane(B1:L1) » et taper sur « Entrée ».
Donner la valeur affichée en cellule B3.

3 médiane: =MEDIANE(B1:L1)

5. Écrire en cellule B4, la formule :
« =quartile(B1:L1;1) », puis taper sur entrée.

Indique que
l'on demande
le premier quartile.

4 1er quartile: =quartile(B1:L1;1)

Donner la valeur affichée en cellule B4.

6. Quelle formule doit-on écrire en cellule B5 pour obtenir la valeur du troisième quartile ?
Donner cette valeur.

7. Utiliser les fonctions « min » et « max » pour écrire une formule en cellule B6 donnant l'étendue de la série.
Donner la valeur obtenue en cellule B6.

2 Utiliser la feuille de calcul automatique

8. Modifier deux notes de telle sorte que les résultats donnés en cellules B2 à B6 ne changent pas.
9. Modifier plusieurs notes pour obtenir une moyenne de 12, sans changer la médiane.
10. Modifier deux notes pour réduire l'étendue à 8 sans changer la médiane et les quartiles.
11. Modifier trois valeurs pour que le premier quartile augmente de 1 point.

3 Appliquer

- 64 Voici les notes de Tania au deuxième trimestre :
15 ; 18 ; 12 ; 7 ; 10 ; 15 ; 13 ; 11 ; 10 ; 11 ; 7 ; 12.

1. Réaliser une feuille de calcul automatique donnant la moyenne, la médiane, le premier quartile, le troisième quartile et l'étendue de cette série.
2. Modifier des notes pour que la moyenne augmente sans changer la médiane.
3. Modifier des notes pour réduire l'étendue à 8 sans changer la médiane et les quartiles.

Devoir A

65 On lance 36 fois un dé à 6 faces et on observe la face supérieure obtenue. Voici le relevé des résultats.

1 ; 5 ; 2 ; 3 ; 1 ; 6 ; 3 ; 6 ; 1 ; 3 ; 5 ; 6 ;
4 ; 2 ; 6 ; 2 ; 4 ; 1 ; 4 ; 1 ; 2 ; 1 ; 1 ; 1 ;
5 ; 6 ; 6 ; 1 ; 6 ; 1 ; 3 ; 2 ; 1 ; 3 ; 5 ; 6.

1. Recopier et compléter le tableau.

Face	1	...	6
Effectif		...	

2. Calculer la moyenne, la médiane et l'étendue des résultats.

3. Calculer le pourcentage d'apparition de la face 6 sur ces 36 lancers.

66 Un magasin de vêtements a comptabilisé pendant les 300 jours d'ouverture annuelle, le nombre de clients quotidiens. Ce magasin estime qu'une journée est sans bénéfice s'il y a moins de 15 clients ce jour-là. Voici le résumé d'une étude statistique.

	Min.	Q ₁	Med.	Q ₃	Max.
Nombre de clients	3	15	43	72	125



1. Donner, si possible, l'effectif total de la série. Justifier.

2. Expliquer pourquoi pendant au moins 75 jours le magasin a été ouvert sans faire de bénéfice.

3. Combien de jours le magasin a-t-il eu plus de 43 clients ? Justifier.

Exposé

69 Voici un tableau donnant, en 2009, la répartition des énergies renouvelables, en kilo-tonnes équivalent pétrole, dans la consommation des énergies primaires.

✗ Expliquer ce que sont les énergies primaires et renouvelables.

a. Calculer la part des énergies renouvelables dans la consommation totale d'énergie primaire.

b. Représenter, par un diagramme circulaire, la répartition des énergies renouvelables consommées en 2009.

c. Parmi la catégorie « Autres », on trouve l'énergie provenant des panneaux solaires photovoltaïques. Faire une recherche pour trouver la part de ce type d'énergie en France en 2009.

Bois-énergie	9 055
Hydraulique	4 931
Biocarburants	2 279
Déchets urbains	1 241
Autres	1 782
Éolien	666
Total	19 956
Consommation d'énergie primaire totale	257 810

Devoir B

67 Gabin a noté la durée en minutes d'un épisode pour 25 séries télévisées.

Durée	21	40	42	43	44	45	52
Effectif	1	2	12	2	2	4	2

1. Calculer la durée moyenne d'un épisode pour les 25 séries.

2. Recopier et compléter le tableau ci-dessus.

3. Construire le tableau des effectifs cumulés.

4. Calculer la durée médiane d'un épisode parmi les 25 séries. Interpréter ce résultat.

68 On pose à un groupe d'adolescents la question :

« Combien de temps en minutes consacrez-vous à discuter sur Internet par semaine ? » Voici le relevé de leurs réponses.

0 ; 0 ; 10 ; 60 ; 140 ; 15 ; 30 ; 0 ; 120 ; 180 ; 75 ; 0 ; 15 ;
40 ; 70 ; 35 ; 15 ; 35 ; 210 ; 30 ; 105 ; 70 ; 120 ; 140 ; 90 ;
210 ; 35 ; 75 ; 420 ; 210 ; 280 ; 420 ; 480 ; 105 ; 135 ; 0 ;
120 ; 80 ; 140 ; 70 ; 80 ; 50 ; 30 ; 120 ; 100

1. Recopier et compléter le tableau.

Durée en minutes	0	...	480
Effectif		...	

2. Donner l'étendue de la série.

3. Calculer la médiane, les premier et troisième quartiles de la série.

4. Donner le pourcentage d'élèves qui passent plus de deux heures par semaine à discuter. Arrondir à l'unité.

B2i

Liens pour la recherche sur

www.3e.zeniuscollege-magnard.fr/liens

✗ Le métier de technicien photovoltaïque est lié à ce type d'énergie.

Faire une fiche sur ce métier.

Compétence du socle commun évaluée dans cette question **P2**



Compétence	7 : L'autonomie et l'initiative
Domaine	Être acteur de son parcours de formation et d'orientation
Item	Se familiariser avec l'environnement économique, les entreprises, les métiers de secteurs et de niveaux de qualification variés.
Pour l'évaluation	Je suis capable de décrire des métiers : conditions de travail, liste d'activités...

Je révise le cours et les méthodes

Connaissances exigibles

✓ Les définitions de médiane, étendue, premier quartile et troisième quartile.

Savoir faire à acquérir

✓ Déterminer, puis interpréter la médiane d'une série. (→ exercices 70, 71 et 72)

✓ Déterminer, puis interpréter l'étendue d'une série. (→ exercices 70 et 72)

✓ Déterminer, puis interpréter les premier et troisième quartiles d'une série. (→ exercices 70 et 71)

✓ Calculer des effectifs cumulés. (→ exercice 71)

✓ **SC** Comprendre les données d'une série statistique présentée sous la forme d'une liste, d'un diagramme circulaire, à bâtons ou d'un histogramme. (→ exercices 70 et 72)

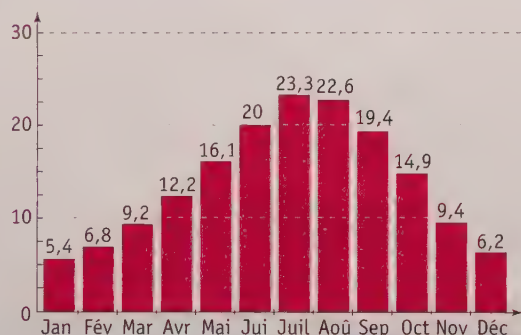
✓ **SC** Utiliser la calculatrice pour donner des paramètres d'une série.

► Connaître le sens et l'orthographe de ces mots :

Statistique, moyenne, médiane, quartile, étendue, diagramme

Je m'exerce

70 Voici, en degrés Celsius, les températures moyennes sur une année à Nîmes.



- Calculer la température moyenne annuelle à Nîmes.
- Déterminer la température médiane.
Traduire ce résultat par une phrase commençant par :
« La moitié de l'année ... »
- Déterminer le premier quartile. Interpréter le résultat.
- Déterminer le troisième quartile. Interpréter le résultat.
- Quelle est l'étendue des températures à Nîmes ?



71 Angélique a regroupé ses notes en français de l'année dans le tableau ci-dessous.

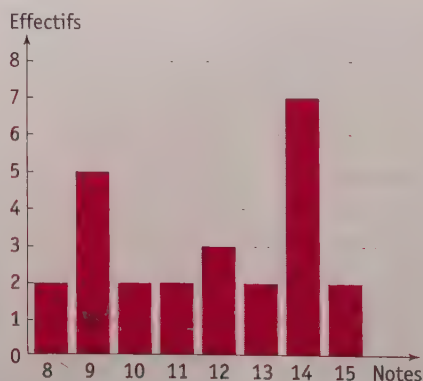
Note	7	9	11	12	15
Effectif	2	1	3	3	1
Effectifs cumulés					

- Recopier et compléter le tableau.
- Calculer sa note médiane.

- Déterminer les premier et troisième quartiles.
- Calculer la note moyenne d'Angélique et calculer le pourcentage de ses notes supérieures à cette moyenne.
- Indiquer les résultats permettant d'affirmer :
 - Si Angélique avait eu la même note à tous les contrôles de l'année, cette note aurait été 10,7.
 - Au moins la moitié des notes d'Angélique est comprise entre 9 et 12.
 - La valeur 11 partage la série en deux sous-groupes de même effectif.
 - Au plus, un quart des notes d'Angélique est supérieur à 12.

72 Brevet (Versailles, 2004)

Le diagramme en barre ci-dessous donne la répartition des notes obtenues à un contrôle de mathématiques par les élèves d'une classe de 3^e.



- Combien d'élèves y a-t-il dans cette classe ?
- Quelle est la note moyenne de la classe à ce contrôle ?
- Quelle est la note médiane ?
- Quelle est l'étendue de cette série de notes ?

Je m'évalue

QCM interactif sur
www.3e.xeniuscollege.
magnard.fr

Choisir la (ou les) bonne(s) réponse(s).

	a	b	c
73 Je dois ranger une série dans l'ordre croissant pour déterminer, à la main :	la médiane.	la moyenne.	l'étendue.
74 La médiane d'une série :	est toujours une valeur de la série.	n'est jamais une valeur de la série.	est parfois une valeur de la série.
75 Le premier ou le troisième quartile :	est une valeur de la série.	n'est pas une valeur de la série.	est parfois une valeur de la série.
76 La médiane de la série : 2 ; 7 ; 8 ; 4 ; 5 est :	8.	3.	5.
77 La médiane de la série : 2 ; 7 ; 8 ; 4 ; 5 ; 9 est :	5.	6.	7.
78 Le premier quartile de la série : 3 ; 5 ; 6 ; 7 ; 9 ; 11 ; 15 ; 21 ; 23 est :	3.	6.	5.
79 Le troisième quartile de la série : 3 ; 5 ; 6 ; 7 ; 9 ; 11 ; 15 ; 21 ; 23 est :	15.	18.	21.

Pour les exercices **80** à **82**, on considère le tableau suivant, donnant la répartition d'un groupe d'élèves en fonction du nombre de mails envoyés par jour.

Nombre de mails	0	1	2	3	4	5	6
Effectif	3	7	6	10	2	3	1

80 Le nombre médian de mails envoyés est :	2.	2,5.	3.
81 Le premier quartile est :	0.	1.	8.
82 Le troisième quartile est :	24.	2.	3.

Pour les exercices **83** à **87**, on considère une série de 200 valeurs, résumée ainsi :

Min	Q_1	Médiane	Q_3	Max
2	12	13,5	16	21

83 En considérant l'ensemble des valeurs de la série, les valeurs inférieures ou égales à 12 représentent :	au moins 25 %.	au moins 50 %.	au moins 75 %.
84 En considérant l'ensemble des valeurs de la série, les valeurs inférieures ou égales à 16 représentent :	25 %.	50 %.	au moins 75 %.
85 En considérant l'ensemble des valeurs de la série, les valeurs supérieures ou égales à 13,5 représentent :	25 %.	au moins 50 %.	75 %.
86 L'étendue de cette série est :	19.	16 – 12.	200.
87 La 100 ^e valeur est :	13.	13,5.	On ne peut pas savoir.

Je m'exerce

- 70. 1.** La température moyenne à Nîmes est d'environ $13,8^{\circ}\text{C}$.
2. La température médiane est $13,55^{\circ}\text{C}$. À Nîmes, la moitié de l'année, il fait une température inférieure ou égale à $13,55^{\circ}\text{C}$, et l'autre moitié de l'année, il fait une température supérieure ou égale à $13,55^{\circ}\text{C}$.
3. Le premier quartile est $6,8^{\circ}\text{C}$. Un quart de l'année, il fait des températures inférieures ou égales à $6,8^{\circ}\text{C}$.
4. Le troisième quartile est $19,4^{\circ}\text{C}$. Trois quarts de l'année, il fait moins de $19,4^{\circ}\text{C}$ à Nîmes.
5. L'étendue des températures est de : $23,3 - 5,4 = 17,9^{\circ}\text{C}$.

71.

1. Note	7	9	11	12	15
Effectif	2	1	3	3	1
Effectifs cumulés	2	3	6	9	10

- 2.** Sa note médiane est 11.
3. Le premier quartile est 9, le troisième quartile est 12.
4. La moyenne est 10,7. Il y a $3 + 3 + 1 = 7$ notes supérieures à cette moyenne, ce qui représente 70 % de ses notes. ♦
5. a. La moyenne.
b. Les premier et troisième quartiles.
c. La médiane.
d. Le troisième quartile.
72. 1. Il y a 25 élèves dans cette classe.
2. La note moyenne de la classe à ce contrôle est 11,72.
3. La note médiane est 12.
4. L'étendue est $15 - 8 = 7$.

Je m'évalue

	Réponse(s)	Commentaires	Revoir
73.	a	La médiane est une valeur telle que la moitié des valeurs de la série soient inférieures ou égales à cette médiane, d'où la nécessité de ranger la série dans l'ordre croissant.	Cours, p. 186.
74.	c	Quand l'effectif est impair, la médiane est toujours une valeur de la série, mais pas quand il est pair. Par exemple, la médiane de 1 ; 2 ; 3 ; 4 est 2,5.	Méthode 1, p. 188.
75.	a	Par définition, ce sont des valeurs de la série.	Cours, p. 186.
76.	c	Il faut d'abord ranger la série dans l'ordre croissant pour trouver la médiane. Il y a 5 valeurs, donc la médiane est la 3 ^e valeur de la série ordonnée.	Méthode 1, p. 188.
77.	b	Il y a 6 valeurs, donc la médiane est la moyenne des 3 ^e et 4 ^e valeurs de la série rangée dans l'ordre croissant.	Méthode 1, p. 188.
78.	b	Il y a 9 valeurs et $9 \div 4 = 2,25$. Donc, le premier quartile est la 3 ^e valeur de la série ordonnée.	Méthode 2, p. 189.
79.	a	$2,25 \times 3 = 6,75$. Donc, le troisième quartile est la 7 ^e valeur de la série ordonnée.	Méthode 2, p. 189.
80.	b	Il y a 32 élèves. Donc, la médiane est la moyenne des 16 ^e et 17 ^e valeurs de la série. Il faut cumuler les effectifs pour trouver ces valeurs.	Méthode 2, p. 189.
81.	b	$32 \div 4 = 8$. Le premier quartile est donc la 8 ^e valeur de la série ordonnée.	Méthode 4, p. 191.
82.	c	$8 \times 3 = 24$. Le troisième quartile est donc la 24 ^e valeur de la série ordonnée.	Méthode 4, p. 191.
83.	a	12 est le premier quartile.	Cours, p. 186.
84.	c	16 est le troisième quartile.	Cours, p. 186.
85.	b	13,5 est la médiane.	Cours, p. 186.
86.	a	L'étendue de la série est la différence entre le maximum et le minimum de la série.	Cours, p. 186.
87.	c	Comme la médiane est 13,5 et qu'il y a 200 valeurs dans cette série, on sait que la moyenne de la 100 ^e valeur et de la 101 ^e valeur vaut 13,5 mais on ne peut pas connaître ces valeurs.	Cours, p. 186.

Objectifs

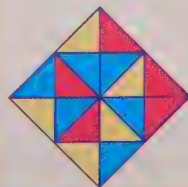
- **SC** Comprendre et utiliser le vocabulaire des probabilités.
- **SC** Découvrir et utiliser des notions élémentaires de probabilité.
- **SC** Calculer une probabilité dans les cas d'expériences à une épreuve.

Calculer une probabilité dans les cas d'expériences à deux épreuves.

Je me rappelle

socle commun

1 QCM : Choisir la (ou les) bonne(s) réponse(s).

		a	b	c	
1	$1 - \frac{2}{3} =$	$\frac{5}{3}$	$\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$	
2	$\frac{2}{3} \times \frac{4}{5} =$	$\frac{8}{15}$	$\frac{6}{8}$	$\frac{8}{30}$	
3	$1 - 0,05 =$	0,5	0,95	0,095	
4	30 % de 120 est égal à :	84.	36.	90.	
5	Christophe a observé 50 rapaces dont 12 milans. Parmi les rapaces remarqués, le pourcentage de milans est :	0,24 %.	4,17 %.	24 %.	
6	Dans une boîte, il y a 3 boules vertes et 5 boules rouges. La proportion de boules rouges dans cette boîte est :	$\frac{3}{8}$.	$\frac{3}{5}$.	$\frac{5}{8}$.	
7	Sur une calculatrice, la moitié des touches est de couleur bleue, et un sixième est de couleur rouge. Les autres sont de couleur noire. La proportion de touches de couleur noire est :	$\frac{1}{3}$	$1 - \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{2}\right)$.	$\frac{1}{6} + \frac{1}{2}$.	
8	Dans la figure ci-dessous :	L'aire des triangles bleus représente :	$\frac{3}{8}$ de l'aire totale.	$\frac{16}{6}$ de l'aire totale.	$\frac{6}{16}$ de l'aire totale.
9		L'aire des triangles non-roses représente :	$1 - \frac{5}{16}$ de l'aire totale.	$\frac{11}{16}$ de l'aire totale.	$\frac{5}{16} + \frac{6}{16}$ de l'aire totale.

J'utilise un vocabulaire précis

exercice interactif sur
www.3e.zeniusseleve.magnard.fr

pourcentage

chances

2 Recopier et compléter les phrases en utilisant les étiquettes.

Dans une classe de 25 élèves, on compte 15 filles. La ... de garçons dans cette classe est $\frac{10}{25}$.

Ce qui en ..., donne 40 % de filles dans cette classe. Si on choisit au hasard un élève de la classe, il y a 3 ... sur 5 que ce soit une fille.

proportion

Activité 1 Vocabulaire des probabilités

TICE

1. On va simuler le tirage au hasard d'un nombre entier compris entre 1 et 6 en utilisant la calculatrice.

Avec une TI collègue + : **maths**, choisir **NUM**, puis l'option

« partEnt(» en tapant **3**. Taper **6** **×** **maths**,

choisir **RND**, puis l'option « rand » en tapant **1**.

Enfin, taper **+** **1** **)** **entrer**.

Appuyer alors 10 fois sur la touche **entrer** ou **EXE** et noter à chaque fois le résultat obtenu.

2. Lorsqu'on effectue cette expérience, quels sont les résultats possibles ?

3. L'expérience aboutit à un résultat que l'on appelle **issue**.

a. Combien y a-t-il d'issues possibles ? Quelles sont-elles ?

b. Proposer une autre expérience qui donnerait les mêmes issues.

4. Dans une expérience, lorsqu'on ne sait pas à l'avance quelle issue va se réaliser, on dit que l'expérience est **aléatoire**.

Ici l'expérience est-elle aléatoire ?

Avec une Casio collègue 2D + : choisir « Ent » en tapant

ENT **×** **6** **×** puis « Ran# »

en tapant **ENT** **÷**.

Enfin, taper **+** **1** **)** **EXE**.

À chaque fois que l'on appuie sur la touche, on réalise l'expérience « choisir au hasard un nombre entier compris entre 1 et 6 (1 et 6 inclus) ».

Ai-je bien compris ?

■ Donner des expériences de la vie courante qui sont aléatoires.

■ Donner une expérience aléatoire à deux issues.

Activité 2 Première approche des probabilités

Une expérience consiste à lancer un dé bien équilibré à 6 faces, numérotées de 1 à 6, et à observer le numéro de la face supérieure.

1. *A priori*, quand on effectue cette expérience, quelle est la proportion de chances de réaliser chaque issue ? Donner le résultat sous forme fractionnaire.

2. a. Utiliser la simulation donnée dans l'Activité 1 et répéter 50 fois l'expérience (il suffit d'appuyer sur la touche **entrer** ou **EXE** 50 fois). Noter à chaque fois l'issue dans un tableau de ce type :

Issues possibles							Total
Effectif							50
Fréquence (ou proportion) sous forme fractionnaire							

b. Comparer avec la prévision faite à la question 1.

3. a. Regrouper dans un seul tableau les résultats avec ceux de votre voisin et calculer à nouveau la fréquence d'apparition de chaque issue. Comparer avec la prévision faite à la question 1.

b. Regrouper dans un seul tableau tous les résultats de la classe et calculer à nouveau la fréquence d'apparition de chaque nombre. Comparer avec la prévision faite à la question 1.

4. Si on répète un très grand nombre de fois l'expérience, on constate que la fréquence d'apparition d'une issue tend à se stabiliser vers une valeur fixe, qu'on appelle **probabilité de l'issue**.

Quelle probabilité peut-on attribuer à chaque issue ?

Si chaque issue possible dans une expérience a la même probabilité de se produire, on dit que l'on est dans une situation **d'équiprobabilité**.

Ai-je bien compris ?

On a simulé le lancer d'une pièce. Les résultats sont indiqués dans le tableau.

■ Quelle probabilité d'apparition peut-on attribuer à chaque côté de la pièce ?

■ Citer des expériences de la vie de tous les jours où les issues : a. sont équiprobables ; b. ne sont pas équiprobables.

Nombre de lancers	10 000	100 000	1 000 000
Pile	4 591	50 143	499 974
Face	5 409	49 857	500 026

Activité 3 Description d'événements

Une machine tire au hasard un numéro de cette grille ; on observe la valeur et la couleur du numéro obtenu.

1	2	3	4	5	6	7
	8	9	10	11	12	
		13	14	15		
			16			

1. a. Cette expérience est-elle aléatoire ? Pourquoi ?

b. Quelles sont les issues possibles ?

2. On note R l'événement « obtenir un numéro rouge ».

Écrire toutes les issues qui réalisent l'événement R.

3. On note X l'événement « obtenir un numéro qui n'est pas rouge ».

Écrire toutes les issues qui réalisent l'événement X.

On dit que X est l'**événement contraire** de R.

L'événement contraire de R est noté « **non R** ».

4. On note B l'événement « obtenir un numéro bleu »

et C l'événement « obtenir un numéro pair ».

a. Existe-t-il des issues qui réalisent en même temps R et C ? Existe-t-il des issues qui réalisent en même temps R et B ?

b. Citer deux événements incompatibles et deux événements compatibles.

Si deux événements n'ont aucune issue commune, on dit qu'ils sont **incompatibles**.

5. a. L'événement « obtenir un nombre inférieur à 17 » est un événement certain. Pourquoi ?

Un **événement certain** est un événement dont on est sûr qu'il va se réaliser.

b. L'événement « obtenir un nombre inférieur à 1 » est un événement impossible. Pourquoi ?

Un **événement impossible** est un événement qui ne peut pas se réaliser.

c. Parmi les événements suivants, reconnaître les événements certains et les événements impossibles : « obtenir 42 » ; « obtenir un nombre positif » ; « obtenir un nombre supérieur ou égal à 1 » ; « obtenir un nombre négatif ».

Ai-je bien compris ?

Une expérience consiste à lancer un dé à 6 faces et à lire le numéro de la face supérieure.

• Soit P l'événement « obtenir un numéro pair ». Écrire toutes les issues qui réalisent l'événement « non P ».

• Parmi les événements suivants, lesquels sont compatibles avec l'événement P ?

- a. « obtenir 2 » ; b. « obtenir 5 » ;
- c. « obtenir un nombre impair » ;
- d. « obtenir un multiple de 4 ».

• Citer un événement certain, puis un événement impossible.

Activité 4 Calculs de probabilités

On a mis, dans l'urne ci-contre, 7 boules indiscernables au toucher. L'expérience consiste à tirer une boule au hasard, puis à noter sa couleur et son numéro. Par exemple, on note R1 l'issue « on tire la boule rouge numérotée 1 ».



1. Cette expérience est-elle aléatoire ? Y a-t-il équiprobabilité ?

2. a. Combien y a-t-il d'issues possibles ?

b. On considère l'événement R « on tire une boule rouge ». Combien y a-t-il d'issues qui réalisent R ? On dit souvent « issues favorables à R ».

Quelle est la proportion d'issues favorables par rapport au nombre total d'issues ?

Cette proportion est la **probabilité** que l'événement R a de se produire.

On la note $p(R)$ et $p(R) = \frac{\text{nombre d'issues favorables à R}}{\text{nombre d'issues au total}}$.

3. On note P l'événement « on tire une boule portant un numéro pair » et I l'événement « on tire une boule portant un numéro impair ».

a. Citer toutes les issues favorables à l'événement P et toutes les issues favorables à l'événement I.

b. L'événement « P ou R » est l'événement constitué des issues qui réalisent P ou R.

Citer toutes les issues favorables à l'événement « P ou R ». Ces deux événements P et R sont-ils incompatibles ? Comparer $p(P \text{ ou } R)$ et $p(P) + p(R)$.

c. Reprendre la question 3. b. avec les événements P et I.

Ai-je bien compris ?

• M est l'événement « on tire une boule portant un numéro inférieur à 2 ». Que vaut $p(M)$?

• Si deux événements A et B sont incompatibles, on a $p(A \text{ ou } B) = \dots + \dots$

1 Vocabulaire

Testez-vous avec l'exercice 1.

Définitions

Chaque résultat possible d'une **expérience** est appelée une **issue**.

Une **expérience** est dite **aléatoire** lorsqu'on ne connaît pas à l'avance quelle issue va être réalisée.

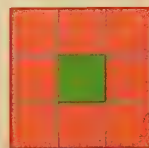
Exemples

1 On lance un dé à 6 faces numérotées de 1 à 6 et on note le numéro obtenu. Il y a six issues possibles : 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; et 6.

2 Une urne contient des boules indiscernables au toucher. On tire une boule au hasard. Il y a cinq issues possibles notées : R1 ; R2 ; R3 ; N1 ; N2.



3 Une fléchette est lancée au hasard sur la cible ci-contre sans jamais la rater. Il y a deux issues possibles notées, D : « la fléchette arrive dans le carré vert » et E : « la fléchette arrive dans la surface rouge ».



Définition

Un **événement** est constitué d'une ou de plusieurs issues.

Exemples

1 L'événement A : « obtenir 2 » est constitué de la seule issue 2. L'événement B : « obtenir un nombre strictement supérieur à 4 » est constitué des seules issues 5 et 6.

2 L'événement C : « on tire une boule rouge » est constitué des issues R1, R2 et R3.

2 Probabilité

Testez-vous avec les exercices 2 et 4.

Définition

Lorsqu'on répète un très grand nombre de fois une expérience aléatoire dans les mêmes conditions, la fréquence de réalisation d'un événement E se stabilise en se rapprochant d'une valeur fixe. Cette valeur, notée $p(E)$, est appelée **probabilité de l'événement E**.

Conséquences

- Une probabilité est un nombre positif ou nul et inférieur ou égal à 1.
- La probabilité d'un événement qui se réalise à coup sûr, appelé **événement certain**, est égale à 1.
- La probabilité d'un événement qui ne peut pas se réaliser, appelé **événement impossible**, est égale à 0.

Exemple

1 « Tirer un chiffre entre 1 et 6 » est un événement certain. « Tirer un 8 » est un événement impossible.

3 Calcul d'une probabilité

Testez-vous avec les exercices 3 et 5 à 8.

Définition

Si, dans une expérience, toutes les issues possibles ont la même probabilité de se réaliser, on dit qu'il y a **équiprobabilité**.

Propriété

Dans le cas où il y a équiprobabilité, la probabilité d'un événement E est $p(E) = \frac{\text{nombre d'issues favorables à E}}{\text{nombre d'issues possibles}}$.

Exemples

1 Si le dé est bien équilibré, on a la probabilité $p = \frac{1}{6}$ d'obtenir l'une quelconque des faces.

2 Puisqu'on tire au hasard et que les boules sont indiscernables au toucher, il y a équiprobabilité.

Il y a 3 issues favorables pour C. La probabilité de l'événement C est : $p(C) = \frac{3}{5}$.

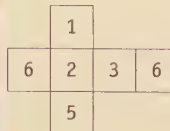
3 Puisqu'on tire au hasard, chaque point de la cible a la même probabilité d'être atteint.

Comme il est impossible de dénombrer ces points, on calcule : $p(D) = \frac{\text{aire du carré vert}}{\text{aire de la surface du grand carré}} = \frac{1}{9}$.

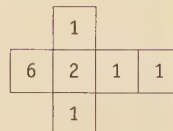
Testez votre compréhension du cours

- 1 SC** On dispose de quatre dés dont voici les patrons.
- Lorsqu'on lance chacun de ces dés, quelles sont les issues possibles ?
 - Pour chaque dé donné, y a-t-il équiprobabilité des issues ?
 - On considère l'événement A : « obtenir un nombre impair ». Pour chaque dé, donnez les issues qui constituent l'événement A.

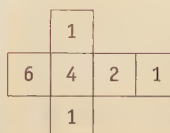
Dé 1



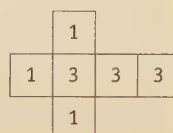
Dé 2



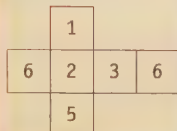
Dé 3



Dé 4



- 2 SC** On considère un dé dont voici un patron. On lance ce dé et on regarde le numéro de la face supérieure.
- Indiquez, parmi les événements suivants, ceux correspondant à un événement certain, ceux correspondant à un événement impossible :



- « on obtient le nombre 6 » ;
- « on obtient un nombre inférieur à 10 » ;
- « on obtient le nombre 4 » ;
- « on obtient un nombre inférieur à 5 » ;
- « on obtient un nombre supérieur ou égal à 1 ».

4 SC Qui a raison ?

On lance un dé à 6 faces sur lequel toutes les faces sont numérotées 2.

Léa

La probabilité d'obtenir 2 est 2.

La probabilité d'obtenir 2 est 1.

Rachid

- 6 SC** Un robot pique au hasard une épingle sur une grille comme celles-ci-dessous. Donnez, pour chaque figure, la probabilité de piquer une case jaune.

Fig. 1

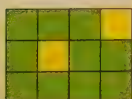
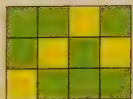


Fig. 2



Fig. 3



- 7 SC** On lance une pièce bien équilibrée et on considère la face visible obtenue. Quelles sont les issues possibles ? Y a-t-il équiprobabilité ?

- 8 SC** On lance la roue ci-contre et on note la couleur du secteur angulaire devant la flèche. Quelles sont les issues possibles ? Y a-t-il équiprobabilité ?



- 3 SC** On lance 10 fois une pièce bien équilibrée. La probabilité d'obtenir pile est $\frac{1}{2}$.

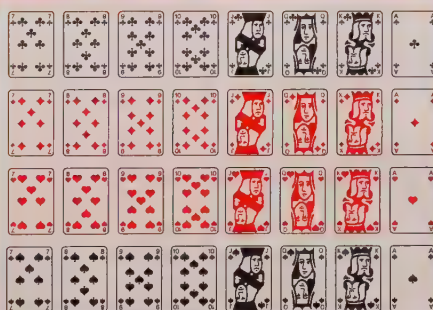
Vrai ou faux ?

- La pièce tombera obligatoirement 5 fois sur « pile ».
- La pièce peut tomber 8 fois sur « face ».
- Si j'obtiens « face » au premier lancer, j'aurais plus de chance d'obtenir « pile » au deuxième.

- 5 SC** On considère un jeu de 32 cartes.

Il y a 4 « familles » :

carreau ♦, trèfle ♣, cœur ♥ et pique ♠.



Dans chaque famille, il y a 8 valeurs : 7, 8, 9, 10, valet, dame, roi et as (le 1). Les valets, dames et rois sont appelés des figures. On tire une carte au hasard dans ce jeu, et on s'intéresse à sa famille et à sa valeur.

1. Donnez quatre issues possibles.

Combien y en a-t-il en tout ?

2. Quelle est la probabilité de tirer :

- le valet de carreau ?
- un cœur ?
- un roi ?
- une carte qui ne soit pas un roi ?
- un pique ou un trèfle ?
- une figure ?

4 Événements particuliers

Testez-vous avec les exercices 9 à 11 ; 14 et 15.

a Événements incompatibles

Définition

Deux événements sont **incompatibles** s'ils ne peuvent pas se réaliser simultanément.

Propriété

Si deux événements A et B sont incompatibles, la probabilité de l'événement « réaliser l'événement A ou l'événement B », notée $p(A \text{ ou } B)$, est telle que $p(A \text{ ou } B) = p(A) + p(B)$.

Propriété

La somme des probabilités associées de chaque issue d'une expérience aléatoire est égale à 1.

b Événement contraire

Définition

L'**événement contraire** de A est l'événement qui se réalise quand A n'est pas réalisé. On le note « non A ».

Propriété

On a $p(A) + p(\text{non } A) = 1$.
Conséquence : $p(\text{non } A) = 1 - p(A)$.

Exemple

On lance un dé à 6 faces bien équilibré, chaque face étant numérotée de 1 à 6. On note E l'événement « obtenir 1 » et F l'événement « obtenir un nombre pair ».

Puisque le nombre 1 n'est pas pair, ces deux événements E et F ne peuvent se produire en même temps : ils sont donc incompatibles.

On a vu que E et F sont incompatibles,

$$\text{donc } p(E \text{ ou } F) = p(E) + p(F) = \frac{1}{6} + \frac{3}{6} = \frac{4}{6}.$$

La probabilité de chaque issue est $\frac{1}{6}$.

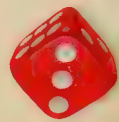
$$\text{On a } \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{6}{6} = 1.$$

On note G l'événement « obtenir un nombre strictement inférieur à 3 ». Les issues qui réalisent G sont : 1 et 2.

L'événement « non G » est l'événement « ne pas obtenir un nombre strictement inférieur à 3 ». Les issues qui réalisent « non G » sont 3, 4, 5 ou 6.

$$\text{On a } p(G) = \frac{2}{6} \text{ et } p(\text{non } G) = \frac{4}{6}.$$

$$\text{On a bien } p(G) + p(\text{non } G) = \frac{2}{6} + \frac{4}{6} = 1.$$



5 Expérience à deux étapes

Testez-vous avec l'exercice 13.

Exemple

On lance une pièce de monnaie, puis, dans un deuxième temps, un dé à 4 faces numérotées 1, 1, 2 et 3. Voici quelques exemples d'issues possibles : P puis 3, notée (P ; 3), ou encore F puis 1, notée (F ; 1).

On représente ce type d'expérience à deux étapes par un **arbre**. On appelle **branche** chacun des segments qui le composent. Si on complète les « branches » de l'arbre en y notant leur probabilité, on obtient alors un **arbre pondéré**.

Propriété

Pour obtenir la probabilité d'une issue, il suffit de faire le **produit** des probabilités des branches qui mènent à cette issue.

Exemple

La probabilité de l'issue (P ; 1) est $\frac{1}{2} \times \frac{2}{4} = \frac{2}{8}$.

Pièce	Dé	Issues	Probabilité
P	1	(P ; 1)	$\frac{1}{2} \times \frac{2}{4} = \frac{2}{8}$
	2	(P ; 2)	$\frac{1}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{8}$
	3	(P ; 3)	$\frac{1}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{8}$
F	1	(F ; 1)	$\frac{1}{2} \times \frac{2}{4} = \frac{2}{8}$
	2	(F ; 2)	$\frac{1}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{8}$
	3	(F ; 3)	$\frac{1}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{8}$

Testez votre compréhension du cours

9 **sc** On considère la boîte suivante contenant des jetons.

On tire au hasard un jeton de cette boîte.

On considère les événements :

A : « on obtient un multiple de 3 » ;

B : « on obtient un multiple de 11 » ;

C : « on obtient un multiple de 2 ».

a. Nommez les issues qui réalisent chacun des événements :

« A ou B » ; « A ou C » ; « C ou B ».

b. Parmi les trois événements vus à la question a., y en a-t-il d'incompatibles ?

c. Vrai ou faux ?

Thalita

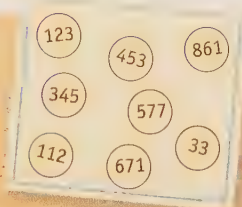
$$p(A \text{ ou } B) = p(A) + p(B)$$

Midori

$$p(C \text{ ou } B) = p(C) + p(B)$$

$$p(A \text{ ou } C) = p(A) + p(C)$$

Benjamin



d. Nommez les issues qui réalisent chacun des événements suivants :

- « non A » ;
- « non B » ;
- « non C ».

e. Calculez :

- $p(A)$ et $p(\text{non } A)$;
- $p(B)$ et $p(\text{non } B)$;
- $p(C)$ et $p(\text{non } C)$.

10 **sc** On lance une pièce mal équilibrée. La probabilité d'obtenir « pile » est 0,48. Quelle est la probabilité d'obtenir « face » ?

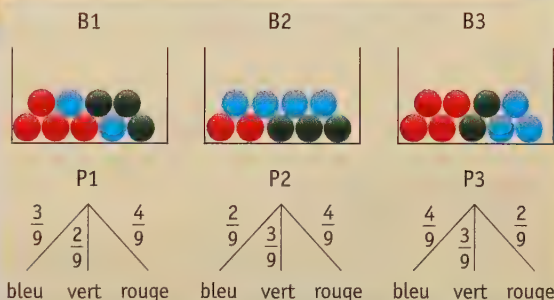
11 On tire au hasard une boule dans une urne et on note sa couleur.

Associez chaque arbre pondéré à une boîte.

12 **sc** On considère un dé à 4 faces numérotées de 1 à 4. Le tableau ci-dessous indique la probabilité d'apparition de chaque face.

N° de la face	1	2	3	4
Probabilité	0,2	0,2	0,2	a

Que vaut a ?



13 On tire au hasard une boule dans l'urne B1, puis une autre dans l'urne B2 de l'exercice 11. On note la couleur de chaque boule. Proposez un arbre pondéré décrivant cette situation.

14 **sc** On considère le mot « mathématiques ».

On choisit au hasard une lettre de ce mot.

X est l'événement « on tire une voyelle ».

a. Calculez $p(X)$.

b. Décrire par une phrase l'événement « non X ».

Calculez $p(\text{non } X)$.

15 **sc** Une boîte contient des craies de couleur blanche, des craies de couleur jaune et des craies de couleur verte.

On choisit au hasard une craie, et on note sa couleur. On note B

l'événement « on tire une craie blanche », et J l'événement « on tire une craie jaune ».

a. Décrivez par une phrase l'événement « non B ».

b. Décrivez par une phrase l'événement « non J ».

c. Les événements B et J sont-ils incompatibles ?

Les événements B et « non J » sont-ils incompatibles ?

Exercice 1 La boîte ci-contre contient 16 boules rouges, bleues, jaunes numérotées et indiscernables au toucher. On tire au hasard une boule dans cette boîte, et on note son numéro et sa couleur. On considère les événements B « on tire une boule bleue » et R « on tire une boule rouge ». Calculer la probabilité de chaque événement R et B. Donner le résultat sous forme de fraction irréductible.

Exercice 2 Lucas tire au hasard sur la cible carrée ci-contre sans jamais la manquer. Calculer la probabilité de l'événement H « il touche le disque jaune ». Donner l'arrondi au dixième (un carreau = $10 \times 10 \text{ cm}^2$).



Solution 1

étape

1 Je compte le nombre d'issues possibles.

Il y a 16 boules, donc 16 issues possibles.

étape

2 Je compte le nombre d'issues favorables à R, puis à B.

Pour l'événement R, il y a 4 boules rouges, donc 4 issues : R1, R2, R3 et R4.

Pour l'événement B, il y a 7 boules bleues, donc 7 issues possibles : B1, B2, ... B7.

étape

3 Les boules sont indiscernables au toucher et leur tirage se fait au hasard, donc les issues de l'expérience sont équiprobables.

J'utilise la formule $\frac{\text{nombre d'issues favorables}}{\text{nombre d'issues possibles}}$.

$$p(R) = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}. \text{ De même, } p(B) = \frac{7}{16}.$$

Solution 2

étape

1 Je détermine l'aire des zones possibles de tir et l'aire de la zone favorable à l'événement H.

Les deux zones possibles (la bleue et la jaune) correspondent à l'ensemble de la cible, soit la surface carrée d'aire $20 \times 20 \text{ cm}^2$.

La zone favorable à H correspond au disque jaune d'aire $\pi \times 10^2 \text{ cm}^2$.

étape

2 J'utilise la formule $p(H) = \frac{\text{aire du disque jaune}}{\text{aire du carré}}$.

$$\text{Donc } p(H) = \frac{\pi \times 10^2}{20^2} = \frac{\pi \times 100}{400} = \frac{\pi}{4},$$

soit, arrondi au dixième, $p(H) = 0,8$.

J'applique

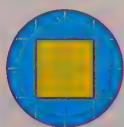


16 Une boîte contient 16 boules numérotées indiscernables au toucher de couleur rouge, bleu et jaune.



On tire au hasard une boule dans cette boîte et on note son numéro et sa couleur. On considère les événements R « on tire une boule rouge » et B « on tire une boule bleue ». Calculer la probabilité de chaque événement R et B. Donner le résultat sous forme de fraction irréductible.

17



Cible 1



Cible 2

- Acha tire au hasard sur la cible 1 sans jamais la manquer. Calculer la probabilité de l'événement D « elle touche la zone en jaune ». Donner l'arrondi au dixième (un carreau = 10 cm^2).
- Reprendre la question 1. avec la cible 2.

18 On lance un dé bien équilibré à 8 faces numérotées de 1 à 8.

- Donner les issues possibles.
- Calculer la probabilité d'obtenir un nombre pair.
- Calculer la probabilité d'obtenir un nombre multiple de 3.

19 Manu choisit au hasard une case dans la figure 1, et Mellick choisit au hasard une case de la figure 2. Qui a la plus grande probabilité d'obtenir une case colorée ?

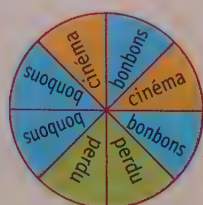
Fig. 1



Fig. 2



20 On lance cette roue et on observe le secteur indiqué par la flèche.



- Quelles sont les issues possibles ?
- Calculer la probabilité de chaque issue ; donner les résultats sous forme décimale.

Faire le lien entre probabilité et fréquence

socle commun

Exercice À la fin d'une chaîne de remplissage de bouteilles d'eau, on contrôle le remplissage de 20 000 bouteilles.

On obtient le tableau suivant.

	La bouteille n'est pas assez remplie.	La bouteille est bien remplie.	La bouteille est trop remplie.
Nombre de bouteilles	1 250	14 540	4 210

Solution

1. J'utilise la formule :

$$\text{fréquence} = \frac{\text{effectif de l'événement}}{\text{effectif total}}$$

La fréquence correspondant à l'événement A « la bouteille n'est pas assez remplie » est

$$f_A = \frac{1\,250}{20\,000} = 0,0625.$$

De même, $f_B = 0,727$ et $f_C = 0,2105$.

2. Les probabilités demandées sont égales aux fréquences.

On obtient :

$$p(A) = 0,0625,$$

$$p(B) = 0,727$$

$$\text{et } p(C) = 0,2105.$$

J'applique

SC

21 Une étude dans un collège a permis d'obtenir le nombre de SMS envoyés pendant une récréation.

Nombre de SMS	0	1	2	3
Fréquence	20 %	55 %	20 %	5 %

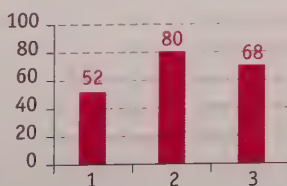
Un professeur choisit au hasard un élève. On note :

- A l'événement : « l'élève envoie 2 SMS durant la récréation ».
- B l'événement : « l'élève envoie au moins 2 SMS durant la récréation ».
- C l'événement : « l'élève envoie au plus 2 SMS durant la récréation ».

Estimer la probabilité de chaque événement A, B et C.

22 Un dé à 8 faces numérotées : 1 ; 1 ; 2 ; 2 ; 2 ; 3 ; 3 ; 3.

1. On jette ce dé 200 fois et on note à chaque fois le numéro de la face obtenue. Le schéma ci-contre donne la répartition des numéros obtenus lors des 200 lancers.



Déterminer la fréquence d'apparition de chaque numéro.

2. On suppose que le dé est bien équilibré.

- Quelle est la probabilité d'obtenir chaque numéro ?
- Pour obtenir à la question 1. des valeurs proches de celles obtenues à la question 2., qu'aurait-il fallu faire ?

23 Un dé à quatre faces numérotées 1 ; 1 ; 3 et 4.

1. On lance le dé 100 fois.

Le résultat de chaque lancer est indiqué dans le tableau ci-dessous.

3	3	4	1	1	4	4	4	1	1
3	3	4	4	4	1	1	1	3	4
3	3	4	1	1	4	1	1	4	1
3	3	1	1	1	4	4	3	1	3
1	1	3	1	1	1	3	3	1	1
1	4	1	3	3	1	4	1	3	1
1	1	1	3	4	1	1	1	4	1
1	1	3	1	4	3	1	4	1	1
3	3	4	3	1	3	1	1	3	1
3	3	3	4	1	4	1	1	3	4

Calculer la fréquence d'apparition de chaque numéro (donner les résultats sous forme fractionnaire).

2. On suppose que le dé est bien équilibré.

a. Calculer la probabilité d'apparition de chaque numéro (donner les résultats sous forme fractionnaire).

b. Les probabilités calculées sont-elles égales aux fréquences correspondantes ?

Pourquoi ?

Exercice On lance un dé cubique truqué. La probabilité d'apparition de chaque face est indiquée dans le tableau suivant.



Numéro n de la face	1	2	3	4	5	6
Probabilité $p(n)$	0,1	0,2	0,45	0,04	0,15	a

- Calculer la probabilité $a = p(6)$.
- Calculer la probabilité $p(n = 2 \text{ ou } n = 3)$.
- A est l'événement « obtenir un numéro pair supérieur à 3 ».

Solution

- Je sais que la somme des probabilités de chaque issue est égale à 1.

$$p(6) = 1 - (0,1 + 0,2 + 0,45 + 0,04 + 0,15)$$

$$p(6) = 1 - 0,94$$

$$p(6) = 0,06$$

- J'utilise la règle du cours sur la probabilité de deux événements incompatibles.

Les événements « obtenir 2 » et « obtenir 3 » sont incompatibles, donc

$$p(2 \text{ ou } 3) = p(2) + p(3) = 0,2 + 0,45 = 0,65.$$

- a. Je cherche les issues qui réalisent A, B ou C.

Les issues qui réalisent A sont : 4 et 6.

Les issues qui réalisent B sont : 1 ; 2 ; 3 ; 4.

Les issues qui réalisent C sont : 1 ; 3 ; 5.

B est l'événement « obtenir un numéro strictement inférieur à 5 ».

C est l'événement « obtenir un numéro impair ».

- Quelles sont les issues qui réalisent A ? qui réalisent B ? qui réalisent C ?
- Calculer $p(A)$, $p(B)$ et $p(C)$.
- Les événements A et B sont-ils incompatibles ? Les événements A et C sont-ils incompatibles ? Justifier.
- Quel est l'événement contraire de A ? Calculer sa probabilité.

- J'utilise la règle du cours sur la probabilité de deux événements incompatibles.

$$p(A) = p(4) + p(6) = 0,04 + 0,15 = 0,19$$

$$p(B) = p(1) + p(2) + p(3) + p(4) = 0,79$$

$$p(C) = p(1) + p(3) + p(5) = 0,7$$

- Je cherche des issues communes.

L'issue 4 est commune à A et B, donc ces événements sont compatibles.

Il n'y a aucune issue commune à A et C, donc ces événements sont incompatibles.

- ^{étape} 1 Je détermine les issues qui ne réalisent pas A.

Les issues qui réalisent « non A » sont :

1 ; 2 ; 3 ; 5.

- ^{étape} 2 J'utilise la formule $p(\text{non A}) = 1 - p(A)$.

$$p(\text{non A}) = 1 - 0,19 = 0,81$$

J'applique



24 On lance un dé truqué à 8 faces. La probabilité d'apparition de chaque face est indiquée dans le tableau suivant.

Numéro n de la face	1	2	3	4
Probabilité $p(n)$	0,1	0,1	0,05	a
Numéro n de la face	5	6	7	8
Probabilité $p(n)$	0,12	0,14	0,1	0,2

- Calculer la probabilité $a = p(4)$.
- Calculer la probabilité $p(1 \text{ ou } 2)$.
- A est l'événement « obtenir un numéro pair supérieur à 3 ». B est l'événement « obtenir un numéro inférieur à 5 ». C est l'événement « obtenir un numéro impair ».
 - Quelles sont les issues qui réalisent A ? qui réalisent B ? qui réalisent C ?
 - Calculer $p(A)$, $p(B)$ et $p(C)$.
 - Les événements A et B sont-ils incompatibles ? Justifier.
 - Les événements A et C sont-ils incompatibles ? Justifier.

25 Ce tableau décrit la répartition du stock de pots de confiture d'une épicerie, dans lequel Éva choisit au hasard un pot.

	Fraise	Framboise	Abricot	Total
250 ml			15	50
350 ml	10	12		
Total	25		23	80

- Recopier et compléter le tableau.
- F est l'événement « Éva choisit un pot de confiture de fraises ».
 - Combien d'issues sont favorables à F ?
 - Calculer la probabilité de l'événement F. Donner le résultat sous forme décimale.
- V est l'événement « Éva choisit un pot de confiture de 350 ml ».
 - Combien d'issues sont favorables à V ?
 - Calculer la probabilité de l'événement V. Donner le résultat sous forme décimale.
- a. Définir par une phrase l'événement « F ou V ».
 - Calculer la probabilité de cet événement. Donner le résultat sous forme décimale.

méthode

4

Calculer une probabilité à partir d'une expérience à deux étapes

Exercice Dans un jeu vidéo, Lison doit affronter un monstre. Pour cela, elle choisit au hasard un personnage parmi 2 mages et 3 guerriers, puis elle choisit au hasard une arme parmi 2 épées, 3 arcs et 4 lances.

1. Dessiner un arbre représentant toutes les issues possibles, et écrire sur toutes les branches les probabilités correspondantes.
2. Calculer la probabilité de chaque issue.

étape 1 J'identifie les événements de la 1^{re} étape.

- M est l'événement « on choisit un mage ».
- G est l'événement « on choisit un guerrier ».

étape 2 J'utilise la formule $\frac{\text{nombre d'issues favorables}}{\text{nombre total d'issues}}$.

Il y a 2 mages parmi ces 5 personnages, donc $p(M) = \frac{2}{5}$.

Il y a 3 guerriers parmi ces 5 personnages, donc $p(G) = \frac{3}{5}$.

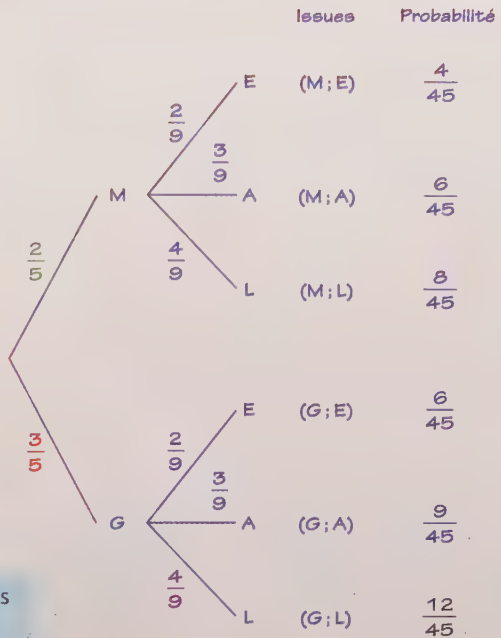
étape 3 Je procède de même avec la 2^e étape.

- E est l'événement « on choisit une épée ».
- A l'événement « on choisit un arc ».
- L l'événement « on choisit une lance ».

Par exemple, ici il y a 4 lances parmi ces 9 armes.

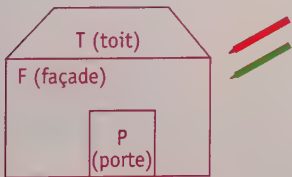
2. J'effectue le produit des nombres figurant sur les branches qui mènent à chaque issue.

Par exemple, (G ; L) est l'issue « on choisit un guerrier, puis une lance » et $p(G ; L) = \frac{3}{5} \times \frac{4}{9} = \frac{12}{45}$.
La probabilité de l'issue (G ; L) est $\frac{12}{45}$.

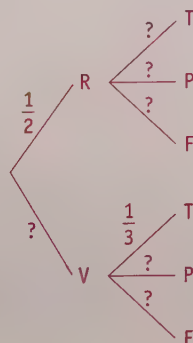


J'applique

26 Lisa est en petite section de maternelle. Elle choisit au hasard un crayon de couleur vert (V) ou rouge (R), puis colorie au hasard une partie de la maison.



1. Reproduire et compléter l'arbre ci-contre.
2. Quelle est la probabilité que le toit soit rouge ?
3. Quelle est la probabilité que la porte soit verte ?



27 On tire une boule au hasard dans la boîte 1, puis une autre boule dans la boîte 2. On observe à chaque tirage la couleur de la boule.

Boîte 1

Boîte 2



1. Construire un arbre à deux étapes représentant cette expérience.
2. Calculer la probabilité de chaque issue.

28 On lance deux fois une pièce bien équilibrée. On note la face sortie à chaque lancer.

1. Construire un arbre à deux étapes représentant cette expérience.
2. Combien y a-t-il d'issues à cette expérience ?
3. Calculer la probabilité de chaque issue.

Je m'entraîne

SC Utiliser le vocabulaire

Pour les exercices **29** à **36**, on utilise les 16 boules du billard américain. 8 sont de couleurs unies et portent les numéros 1 à 8. 7 autres sont blanches, avec une bande de couleur unie, et portent les numéros 9 à 15. La dernière est entièrement blanche. L'expérience consiste à tirer au hasard une boule de ce jeu : on observe son numéro (si elle en a un) et sa couleur. A est l'événement « on tire une boule dont le numéro est supérieur à 10 », et B, l'événement « on tire une boule unicolore ».



- 29** Combien y a-t-il d'issues possibles ?
- 30** Citer les issues qui réalisent A.
- 31** Citer les issues qui réalisent B.
- 32** 1. Définir par une phrase l'événement « non A ».
2. Définir par une phrase l'événement « non B ».
- 33** Définir par une phrase l'événement « A ou B ».
- 34** Les événements A et B sont-ils incompatibles ? Sont-ils contraires ?
- 35** Définir par une phrase un événement certain.
- 36** Définir par une phrase un événement impossible.

37 On a mis dans un sac les lettres du mot A-B-E-I-L-L-E. On tire au hasard une lettre dans ce sac. On note V l'événement « on tire une voyelle ».

1. a. Donner les issues qui réalisent V.
b. Définir par une phrase l'événement « non V ».
- c. Donner les issues qui réalisent « non V ».
2. Les événements V et « non V » sont-ils compatibles ? Sont-ils contraires ?



38 On choisit au hasard une case de la grille ci-contre.

Quelle est la probabilité d'obtenir :

1. le nombre 9 ? le nombre 6 ?
2. un nombre pair ?
3. un nombre supérieur à 5 ?
4. un nombre pair ou le nombre 9 ?
5. un nombre autre que 9 ?

2	5	8	4	9
9	1	6	6	2
9	6	5	1	1
5	7	4	8	8

SC Calculer des probabilités

méthode 1

➔ Premiers exercices d'application : **16** à **20** p. 212.

39 Une urne contient 4 boules vertes numérotées 1 ; 2 ; 2 ; 3 ainsi que 4 boules roses numérotées 1 ; 1 ; 2 ; 3.



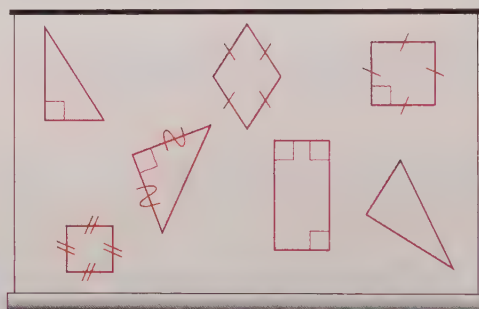
On tire au hasard une boule de la boîte, et on observe sa couleur et son numéro.

Calculer la probabilité des événements :

- A « on tire une boule verte ».
 - B « on tire une boule numérotée 1 ».
 - C « on tire une boule rose numérotée 1 ».
 - D « on tire une boule verte ou une boule numérotée 1 ».
- (Donner chaque résultat sous forme de fraction.)

40 Calculer la probabilité des événements « non A », « non B », « non C » et « non D » de l'expérience de l'exercice **39**. (Donner chaque résultat sous forme de fraction.)

41 Le professeur de mathématiques a dessiné au tableau ces 7 figures géométriques.



Il faut les identifier à l'aide de leur codage.

Le professeur interroge Luc, qui n'a pas appris son cours. Luc répond au hasard.

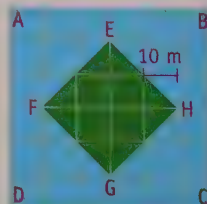
Quelle est la probabilité qu'il désigne :

1. un quadrilatère ?
 2. un triangle ?
 3. un carré ?
 4. un losange ?
 5. un triangle rectangle ?
 6. un triangle rectangle isocèle ?
- (Donner chaque résultat sous forme de fraction.)

42 L'île EFGH est située dans un étang ABCD.

1. À l'aide du quadrillage, calculer l'aire des carrés ABCD et EFGH.

2. Un canard se pose au hasard dans l'étang. Calculer la probabilité qu'il se pose sur l'île.



Je calcule mentalement

49 Calculer a sous forme fractionnaire.

$$\frac{1}{4} + a = 1 \quad \frac{2}{5} + a = 1 \quad \frac{3}{7} + a = 1 \quad a = 1 - \frac{5}{9} \quad a = 1 - \frac{2}{7}$$

50 Calculer a .

$$0,25 + a = 1 \quad 0,45 + a + 0,05 = 1 \\ a + 0,05 = 1 \quad a + 0,45 + 0,25 = 1$$

sc Faire le lien entre probabilité et fréquence

méthode 2

➔ Premiers exercices d'application : 21 à 23 p. 213.

43 1. On a simulé le lancer d'un dé à 4 faces, puis reporté les résultats dans ce tableau.

Nombre de lancers	Nombre de 1	Nombre de 2	Nombre de 3	Nombre de 4
10	2	2	5	1
100	30	19	23	28
1 000	219	258	285	238
10 000	2 458	2 599	2 453	2 490

2. Calculer, pour chaque cas, la fréquence d'apparition des différents numéros.

3. a. On suppose le dé bien équilibré. Quelle est la probabilité d'apparition de chaque face ?

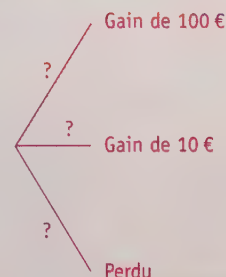
b. Comparer cette probabilité aux fréquences obtenues pour 10 lancers, pour 100 lancers, pour 1 000 lancers et pour 10 000 lancers. Que peut-on en déduire ?

sc Appliquer des propriétés des probabilités

méthode 3

➔ Premiers exercices d'application : 24 et 25 p. 214.

44 Dans une loterie, on a vendu 400 billets, dont 1 permet de gagner 100 €, 10 font gagner 10 € et les autres sont perdants. Louis a choisi un billet au hasard. Il dessine un arbre comme celui-ci pour représenter la probabilité qu'il a de gagner ou de perdre. Reproduire et compléter cet arbre.



45 Brevet (Nouvelle Calédonie, 2009)
La roussette rousse est une espèce de chauve-souris, endémique au territoire de la Nouvelle Calédonie. Elle est la mascotte officielle des XIV^e jeux du Pacifique de 2011. Dans une urne, on a 10 boules indiscernables au toucher, portant les lettres du mot R-O-U-S-S-E-T-T-E-S.



On tire au hasard une boule dans cette urne et on regarde la lettre inscrite sur la boule.

1. Quels sont les 6 résultats possibles à l'issue d'un tirage ?

2. Déterminer les probabilités suivantes :

a. la lettre tirée est un R ;

b. la lettre tirée est un S ;

c. la lettre tirée n'est pas un S.

3. Julie affirme qu'elle a plus de chance d'obtenir une voyelle qu'une consonne à l'issue d'un tirage. A-t-elle raison ?

Justifier.

46 On considère un dé truqué à 4 faces. Voici la probabilité de chaque issue.

Issue	1	2	3	4
Probabilité	a	$2a$	$3a$	$4a$

1. a. En utilisant une propriété du cours, calculer a .

b. Calculer la probabilité de chaque issue.

2. Calculer la probabilité de l'événement « obtenir 1 ou 4. »

3. Calculer la probabilité de l'événement « ne pas obtenir 3. »

47 Prise d'initiatives Mathématiques et ASSR



Voici le fonctionnement d'un feu tricolore à

un carrefour : le feu vert dure 50 s,

le feu rouge dure 25 s, et le feu jaune dure 5 s.

Louis arrive au hasard devant ce feu.

Voici la réglementation en vigueur.

- Tout conducteur doit marquer l'arrêt absolu devant un feu de signalisation **rouge**, fixe ou clignotant.
- Tout conducteur doit marquer l'arrêt devant un feu de signalisation **jaune** fixe, sauf dans le cas où, lors de l'allumage dudit feu, le conducteur ne peut plus arrêter son véhicule dans des conditions de sécurité suffisantes.
- Le feu de signalisation **vert** autorise le passage des véhicules.



Quelle est la probabilité de l'événement B « Louis s'arrête au feu » ? (On considère que Louis peut marquer l'arrêt dans des conditions de sécurité suffisantes.)

Calculer une probabilité à partir d'une expérience à deux étapes

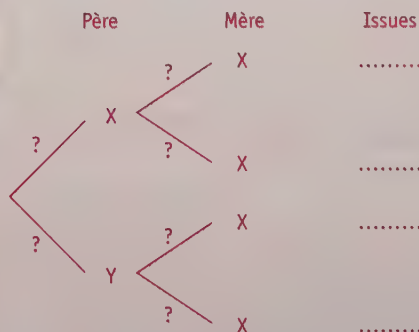
méthode 4

➔ Premiers exercices d'application : 26 à 28 p. 215.

48 Mathématiques et SVT

Dans chaque paire de chromosomes d'une personne, l'un vient de la mère, l'autre vient du père. La mère transmet un chromosome X, le père, un chromosome X ou Y. Le sexe d'une personne est déterminé par la 23^e paire de chromosomes qui est, soit XX pour une fille, soit XY pour un garçon.

1. Reproduire et compléter cet arbre.



2. Calculer la probabilité d'avoir un garçon et la probabilité d'avoir une fille.

Je m'entraîne au brevet

Exercice 5C (Métropole, 2011)

20 min



Un dé cubique a six faces peintes :
1 en bleu, 1 en rouge, 1 en jaune,
1 en vert et 2 en noir.

1. On jette ce dé 100 fois et on note à chaque fois la couleur de la face obtenue. Ce schéma donne la répartition des couleurs obtenues lors des 100 lancers.

- Déterminer la fréquence d'apparition de la couleur jaune.
 - Déterminer la fréquence d'apparition de la couleur noire.
2. On suppose que le dé est bien équilibré.
- Quelle est la probabilité d'obtenir la couleur jaune ?
 - Quelle est la probabilité d'obtenir la couleur noire ?
3. Expliquer l'écart entre les fréquences obtenues à la question 1. et les probabilités trouvées à la question 2.

Solution

- a. Sur les 100 lancers, la couleur jaune est apparue 20 fois, ce qui donne une fréquence égale à $\frac{20}{100} = 0,2$.
- b. Sur les 100 lancers, la couleur noire est apparue 30 fois, ce qui donne une fréquence égale à $\frac{30}{100} = 0,3$.

- a. Puisque le dé est bien équilibré, la probabilité d'obtenir la couleur jaune est $\frac{\text{nombre de cas favorables}}{\text{nombre de cas possibles}} = \frac{1}{6}$.
- b. De même, la probabilité d'obtenir la couleur noire est $\frac{\text{nombre de cas favorables}}{\text{nombre de cas possibles}} = \frac{2}{6}$.

3. Les fréquences obtenues dans la question 1. sont des fréquences sur des expériences passées. Les probabilités calculées dans la question 2. correspondent à des fréquences théoriques.

Si on répète un très grand nombre de fois l'expérience, les fréquences observées tendent à se rapprocher des fréquences théoriques obtenues à la question 2.

Je lis l'énoncé attentivement.

Le dé a 6 faces, mais seulement 5 couleurs.

J'organise mon temps. Les questions

1. et 2. étant indépendantes, je peux les traiter dans l'ordre de mon choix.

J'évite les pièges. Ici, on me demande une fréquence, et non une probabilité.

J'évite les pièges. Ici, on me demande une probabilité, et non une fréquence.

J'exploite les données de l'énoncé.

Les données utiles sont à extraire du graphique.

Je me pose les bonnes questions.

Combien d'issues l'expérience a-t-elle ?
Y a-t-il équiprobabilité entre ces issues ?

J'évite les pièges. Il faut faire la distinction entre des expériences qui ont eu lieu et la probabilité qu'un événement a de se produire.

51 5C (Pondichéry, 2009)

Un sac contient 6 boules :

4 blanches et 2 noires.

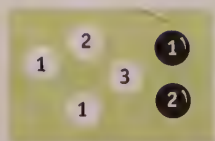
Ces boules sont numérotées :

les boules blanches portent

les numéros 1 ; 1 ; 2 et 3,

et les noires portent

les numéros 1 et 2.



	Question	A	B	C
1	Quelle est la probabilité de tirer une boule blanche ?	$\frac{2}{3}$	$\frac{6}{4}$	4
2	Quelle est la probabilité de tirer une boule portant le numéro 2 ?	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$
3	Quelle est la probabilité de tirer une boule blanche numérotée 1 ?	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{4}$	$\frac{3}{6}$

52 5C (Polynésie, 2009) Sur le manège « Carroussel »,

il y a 4 chevaux, 2 ânes, 1 coq, 2 lions et 1 vache.

Sur chaque animal, il y a une place.

Lisa s'assoit au hasard sur le manège.

1. Quelle est la probabilité qu'elle monte sur un cheval ?

Exprimer le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

2. On considère les événements suivants :

A : « Lisa monte sur un âne » ; C : « Lisa monte sur un coq » ;

L : « Lisa monte sur un lion ».

a. Définir par une phrase l'événement « non L », puis calculer sa probabilité.

b. Quelle est la probabilité de l'événement A ou C ?

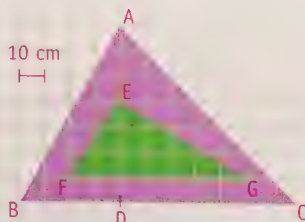
53 Prise d'initiatives 5C

(La Réunion, 2009) On a placé dans une urne 25 boules, les unes blanches, les autres noires. La probabilité d'obtenir une boule blanche est 0,32. Quelles sont les boules les plus nombreuses dans l'urne : les blanches ou les noires ?

54 SC Lancer de fléchettes

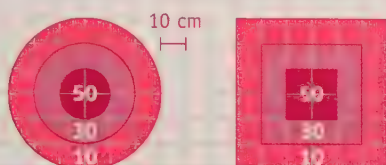
Un lanceur de fléchettes ne manque jamais le triangle ABC, mais il tire au hasard sur ce triangle.

Quelle est la probabilité de l'événement T « le tireur touche le triangle vert » ?



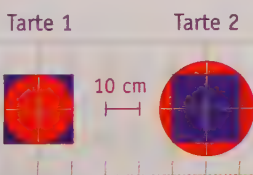
55 SC Saut de puce

Une puce saute au hasard sur une des figures ci-dessous. Dans quel cas la probabilité de tomber sur une zone notée 50 est-elle la plus grande ?



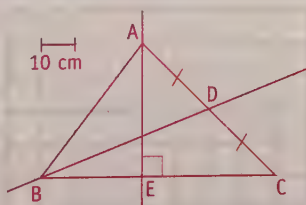
56 SC Pie voleuse

Léo a réalisé deux tartes. L'une (Tarte 1) est avec des fraises au centre et des prunes autour ; l'autre (Tarte 2) est avec des prunes au centre et des fraises autour. Il a laissé refroidir ses deux tartes sur le rebord de la fenêtre. Une pie lui vole au hasard un fruit sur chaque tarte. La probabilité qu'elle prenne une fraise dans la tarte 1 est-elle plus grande que la probabilité qu'elle prenne une prune dans la tarte 2 ?



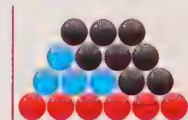
57 SC Lise pique au hasard sa pointe de compas dans le triangle ABC.

1. Quelle est la probabilité qu'elle tombe dans le triangle AEC ?
2. Quelle est la probabilité qu'elle tombe dans le triangle ABD ?



58 SC Une urne contient 15 boules noires et 10 boules jaunes. On tire une boule au hasard. Combien faut-il ajouter de boules jaunes ou de boules noires pour que la probabilité de tirer une boule noire soit :

1. $\frac{1}{2}$?
2. $\frac{1}{4}$?
3. $\frac{2}{3}$?



59 SC On tire au hasard une boule de l'urne ci-contre.

1. Quelle est la probabilité de l'événement A « on obtient une boule noire » ?
2. Quelle est la probabilité de l'événement « non A » ?
3. Combien faut-il ajouter de boules rouges pour que la probabilité de tirer une boule rouge soit $\frac{1}{2}$?

60 On lance deux dés cubiques bien équilibrés, l'un rouge et l'autre bleu. On note le résultat de l'expérience : par exemple, (3 ; 5) si 3 est le résultat du dé rouge, et 5 celui du dé bleu.

Dé rouge	1	2	3	4	5	6
Dé bleu						
1						
2						
3						
4						
5			(3 ; 5)			
6						

1. Recopier et compléter le tableau avec toutes les issues possibles.
2. A est l'événement « les deux chiffres sont pairs », et B, l'événement « les deux chiffres sont impairs ».
 - a. Les deux événements A et B sont-ils incompatibles ? Sont-ils contraires ?
 - b. Calculer la probabilité de l'événement « A ou B ».
 - c. Définir par une phrase l'événement « non A ». Quelle est sa probabilité ?

Prise d'initiatives

61 Une expérience consiste à lancer une punaise et à noter si elle tombe sur la pointe ou sur le dos. Quelle est la probabilité qu'elle tombe sur la pointe ?

Consignes

Vous présenterez votre démarche en faisant figurer toutes les pistes de recherche, même si elles n'ont pas abouti.

LRG ➔ Voir indications pour l'évaluation p. 308.

DÉFIS, JEUX, CASSE-TÊTE



62 Réaliser, avec une calculatrice ou un tableur, une simulation de l'expérience, qui consiste au tirage au hasard d'une boule de la boîte ci-contre.

63 On lance trois fois de suite une pièce bien équilibrée. Quelle est la probabilité d'obtenir deux fois « pile » et une fois « face » ?

64 Objectif : simulation, à l'aide d'un tableur, d'un tirage aléatoire parmi des nombres entiers.

→ Voir « Utiliser un tableur », p. 316.

Tutoriel sur
www.3e.zeniuseleve.magnard.fr

1 Découvrir quelques fonctions du tableur

A. La fonction « alea »

1. a. Ouvrir une feuille de calcul.
- b. Entrer dans la cellule A1 la formule ci-contre, puis taper « Entrée ».
- c. Recopier cette formule, de la cellule A1 à la cellule J1, puis copier les cellules de A1 à J1, jusqu'à la ligne 10.

2. a. Reproduire l'expérience en tapant sur la touche « F9 ».
Entre quels entiers les nombres obtenus semblent-ils compris ?

b. À la calculatrice, existe-t-il une touche permettant de retrouver cette fonctionnalité ? Si oui, laquelle ?

A B
1 =alea()

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	0,9613	0,9666	0,2975	0,9593	0,2804	0,6814	0,8641	0,7345	0,3849
2	0,1169	0,3482	0,772	0,7732	0,0486	0,29	0,5306	0,3079	0,4279
3	0,8914	0,2962	0,8747	0,141	0,2269	0,3439	0,9776	0,9933	0,3403
4	0,5349	0,0159	0,6736	0,515	0,0467	0,4319	0,7963	0,9715	0,5359
5	0,0413	0,6954	0,2277	0,9423	0,5964	0,4281	0,3004	0,4082	0,9015
6	0,5777	0,8444	0,1194	0,647	0,7825	0,898	0,012	0,8882	0,0683
7	0,7614	0,0318	0,7425	0,8555	0,3459	0,51	0,3605	0,7581	0,047
8	0,3516	0,2735	0,6997	0,2946	0,1381	0,1035	0,4189	0,6081	0,6297
9	0,0312	0,496	0,8545	0,3799	0,5115	0,0091	0,865	0,1536	0,1248
10	0,0939	0,3068	0,4814	0,1831	0,9421	0,8033	0,6763	0,6016	0,0429

B. La fonction « partie entière »

3. Ouvrir une nouvelle feuille de calcul.
4. a. Entrer dans la cellule A1 la formule ci-contre, puis taper sur « Entrée ».
- b. Que remarque-t-on ?
- c. Recommencer plusieurs fois en changeant 14,458 par un nombre quelconque.

5. À la calculatrice, existe-t-il une touche permettant de retrouver cette fonctionnalité ? Si oui, laquelle ?

A B
1 =ent(14,458)

2 Tirer un nombre entier au hasard

6. a. Ouvrir une nouvelle feuille de calcul.
- b. Entrer dans la cellule A1 la formule ci-contre, puis taper sur « Entrée ».
- c. Recopier cette formule, de la cellule A1 à la cellule J1, puis copier les cellules de A1 à J1, jusqu'à la ligne 10.

7. a. Quels sont les différents nombres obtenus ? Obtient-on le même tableau que ci-contre ? Pourquoi ?

b. Quel type de nombres obtient-on ? Expliquer.

A B
1 =ENT(3*ALEA())

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	1	0	0	1	2	2	0	2	2
2	1	2	1	0	2	1	0	0	0
3	1	1	1	1	1	0	2	1	2
4	1	1	0	0	0	0	0	1	1
5	2	2	2	0	2	0	1	0	0
6	1	2	2	1	2	0	1	1	1
7	1	2	1	1	2	2	0	2	1
8	1	0	2	1	1	1	1	1	2
9	1	1	0	1	1	1	1	1	1
10	1	0	2	1	0	2	0	0	0

3 Passer des fréquences aux probabilités

8. a. Dans le tableau obtenu à la question 6., calculer la fréquence d'apparition du 0, du 1 et du 2.

b. On met dans une boîte trois jetons indiscernables au toucher, numérotés de 0 à 2. On tire au hasard un jeton de cette boîte. Quelle est la probabilité d'obtenir 0 ? d'obtenir 1 ? d'obtenir 2 ?

Comparer ces probabilités aux fréquences obtenues à la question 8. a.

4 Appliquer

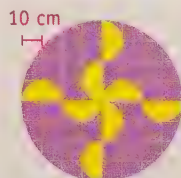
65 Simuler le lancer d'une pièce bien équilibrée, puis le lancer d'un dé à 6 faces.

Devoir A

66 **SC** On choisit au hasard un nombre compris entre 1 et 100 (1 et 100 inclus). On note E l'événement « on obtient un nombre avec un seul zéro », et I l'événement « on obtient un multiple de 3 ».

1. a. Quelles sont les issues de l'événement E ?
 - b. Calculer $p(E)$.
 - c. Décrire par une phrase l'événement « non E ».
 - d. Calculer de deux façons $p(\text{non } E)$.
 2. a. Calculer $p(I)$.
 - b. Décrire par une phrase l'événement « E ou I ».
- Les événements E et I sont-ils incompatibles ?
- c. Quelles sont les issues de l'événement « E ou I » ?
 - d. Calculer $p(I \text{ ou } E)$.

67 **SC** On tire au hasard sur la cible ci-contre. Quelle est la probabilité de tirer sur la zone colorée en jaune ?



68 **SC** On choisit au hasard un nombre compris entre 100 et 1 000 (100 et 1 000 inclus).

1. Quelle est la probabilité qu'il contienne deux zéros exactement ?
2. Quelle est la probabilité qu'il contienne un zéro ?

Exposé

71 Le paradoxe du Grand Duc de Toscane

En 1620, Galilée (1554-1642) rédige un mémoire sur un jeu de dés, comme suite à un problème posé par le Grand Duc de Toscane. Le problème du Grand Duc se fonde sur l'étude d'un jeu en vogue à la Cour de cette époque. Ce jeu de dés consiste à lancer trois dés et à faire la somme des numéros obtenus. Par exemple, si on obtient (2 ; 5 ; 1), on obtient 8. Le Duc observe que la somme 10 sort un peu plus souvent que la somme 9.



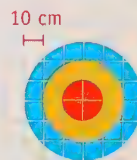
Galilée, portrait du XVII^e siècle.

Devoir B

69 **SC** On tire au hasard sur cette cible circulaire colorée.

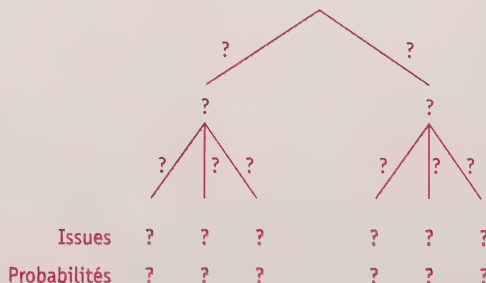
On note J l'événement « la zone colorée en bleu est touchée » et R l'événement « la zone colorée en rouge est touchée ».

Lequel de ces deux événements a la plus grande probabilité : J ou R ?



70 Dans un jeu vidéo, Lucie doit affronter un monstre. Pour cela, elle choisit au hasard une arme parmi 8 épées et 15 arcs, puis un personnage parmi 5 mages, 10 guerriers et 12 elfes.

1. Recopier et compléter cet arbre.



2. Pour espérer vaincre le monstre, Lucie doit utiliser un elfe avec un arc. Quelle probabilité a-t-elle de faire le bon choix ?

B2i

liens pour la recherche sur
www.3e.zentuseleve.
magnard.fr/liens

✖ À l'aide d'un tableur, vérifier la conjecture du Grand Duc de Toscane, en complétant une feuille de calcul comme ci-dessous

	A	B	C	D
1	=ENT(ALEA())*6+1	=ENT(ALEA())*6+1	=ENT(ALEA())*6+1	=SOMME(A1:C1)
2	6	3	6	15
3	1	6	1	8
4	6	6	6	18

✖ Justifier la conjecture du Grand Duc de Toscane.

✖ Rédiger un texte court justifiant l'importance historique de Galilée.

Compétence du socle commun évaluée dans cette question

Compétence	5 : La culture humaniste
Domaine	Avoir des connaissances et des repères
Item	Relevant du temps
Critère d'évaluation	Je suis capable de présenter un personnage historique en expliquant son importance ou sa portée.

Je prépare le contrôle

Je révise le cours et les méthodes

Connaissances exigibles

- ✓ **SC** Le vocabulaire des probabilités.
- ✓ **SC** Les notions élémentaires de probabilité.

Savoir faire à acquérir

- ✓ **SC** Calculer une probabilité dans les cas d'expériences à une épreuve.

(→ exercices 72 à 74)

- ✓ Calculer une probabilité dans les cas d'expériences à deux épreuves. (→ exercice 73)

► Connaître le sens et l'orthographe de ces mots :

probabilité, aléatoire, hasard, équiprobabilité, événement, incompatible, expérience, issue.

Je m'exerce

72 SC Dans un sachet, on trouve des bonbons unicolores, rouges, bleus ou jaunes.

On note R l'événement « on tire un bonbon rouge »,

B l'événement « on tire un bonbon bleu »,

et J l'événement « on tire un bonbon jaune ».

L'expérience consiste à tirer au hasard un bonbon du sachet.

On note $p(R)$ la probabilité de l'événement R, et

on utilise le même type de notation pour les autres

événements.

1. Les événements R et B sont-ils incompatibles ?
2. Que peut-on dire de $p(R) + p(B) + p(J)$?
3. Définir par une phrase l'événement « non R ».
4. Définir par une phrase un événement certain.
5. Définir par une phrase un événement impossible.

6. On sait que $p(R) = 0,23$ et $p(B) = \frac{2}{5}$.

a. Calculer $p(J)$.

b. Calculer $p(\text{non R})$ et $p(B \text{ ou } R)$.

7. Peut-on avoir $p(R) = 0,7$ et $p(B) = 0,5$?

73 Claire a mélangé ses chaussettes dans deux tiroirs.

Le tiroir 1 contient 5 chaussettes rouges, 3 jaunes et

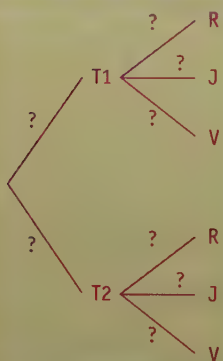
2 vertes, et le tiroir 2 contient 3 chaussettes rouges,

3 jaunes et 6 vertes.

1. Elle choisit au hasard un tiroir, puis tire au hasard une chaussette. Recopier et compléter l'arbre ci-contre.

2. Quelle probabilité a-t-elle de choisir :

- a. une chaussette rouge ?
- b. une chaussette jaune ?
- c. une chaussette verte ?



74 SC Dans un centre

de loisirs créatifs, trois

ateliers sont proposés

aux adultes et aux

enfants. Ils ont tous

lieu le mercredi, de 14 h

à 16 h, et ont plusieurs thématiques : la peinture, le

modelage et le dessin.

36 personnes, dont 20 adultes, se sont inscrites à l'un

de ces ateliers. Parmi les 36 personnes qui se sont

inscrites, on sait que :

- la peinture a été choisie par la moitié des enfants et 25 % des adultes ;
- 8 adultes ont opté pour le dessin, ainsi que 50 % des enfants.

1. Recopier et compléter le tableau.

	Peinture	Modelage	Dessin	Total
Adultes				
Enfants				
Total				

2. On appelle au hasard une personne qui s'est inscrite à un de ces ateliers. On note :

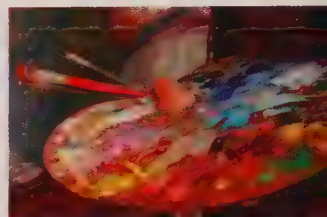
- A l'événement « la personne appelée est un adulte ».
- P l'événement « la personne appelée a choisi la peinture ».
- M l'événement « la personne appelée a choisi le modelage ».
- D l'événement « la personne appelée a choisi le dessin ».

a. Quelle est la probabilité que la personne appelée soit un enfant ?

b. Quelle est la probabilité que la personne appelée soit un adulte ayant choisi la peinture ?

c. Quelle est la probabilité que la personne appelée soit un enfant ayant choisi le modelage ?

3. Définir par une phrase l'événement « non D ». Calculer $p(\text{non D})$.



Je m'évalue

Choisir la (ou les) bonne(s) réponse(s).

75 **SC** La fraction qui ne peut pas représenter une probabilité est :

$$\frac{4}{5}$$

$$1.$$

$$\frac{5}{4}$$

76 **SC** On tire une lettre au hasard du mot A-C-C-I-D-E-N-T-E-L-L-E-M-E-N-T.
La probabilité d'obtenir une voyelle est :

$$0,375.$$

$$\frac{3}{8}$$

$$37,5 \%$$

77 **SC** Si $p(A) = 0,05$ alors :

$$p(\text{non } A) = 0,45.$$

$$p(\text{non } A) = 0,95.$$

$$p(\text{non } A) = \frac{19}{20}$$

78 **SC** Pour un tirage au hasard, on a placé dans une urne 25 boules de même taille et indiscernables au toucher, des blanches et des noires. La probabilité de tirer une boule blanche est 0,32. On peut donc dire :

qu'il y a plus de boules blanches que de noires.

qu'il y a plus de boules noires que de blanches.

qu'il est impossible de savoir quelles boules sont les plus nombreuses.

Pour les exercices **79** à **81**, on utilise le tableau suivant, qui donne la probabilité d'apparition de chaque face d'un dé à 4 faces.

Numéro de la face	1	2	3	4
Probabilité	0,17	0,43	0,28	0,12

79 **SC** L'événement « obtenir un nombre pair » :

a pour issues favorables 2 et 4.

a pour probabilité $\frac{11}{20}$.

a pour probabilité 0,43.

80 **SC** La probabilité de l'événement « obtenir un diviseur de 6 » est :

$$0,71.$$

$$0,88.$$

$$1.$$

81 **SC** Les événements A « obtenir 1 » et B « obtenir un diviseur de 4 » :

sont compatibles.

sont incompatibles.

ont une issue commune.

Pour les exercices **82** à **85**, on a réalisé l'expérience suivante : on tire au hasard une boule d'une urne contenant 3 boules noires, 4 boules blanches et 2 boules rouges, puis on note la couleur.
B est l'événement « on tire une boule blanche », R est l'événement « on tire une boule rouge ».

82 **SC** Les événements R et B :

sont compatibles.

sont incompatibles.

ont une issue commune.

83 **SC** L'événement « non B » est :

« on tire une boule blanche ».

« on tire une boule noire ».

« on tire une boule rouge ou une boule noire ».

84 **SC** Le nombre d'issues favorables à l'événement « non B » est :

$$5.$$

$$3.$$

$$\frac{5}{9}$$

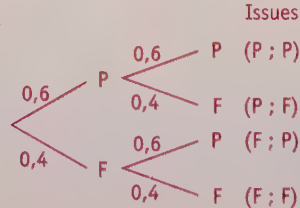
85 **SC** La probabilité de l'événement « R ou B » est :

$$\frac{6}{9}$$

$$\frac{6}{3}$$

$$\frac{3}{9}$$

On lance une pièce truquée deux fois. Pour les questions **86** à **88**, on utilise l'arbre pondéré ci-contre, qui représente cette expérience à deux étapes.



86 La probabilité de l'événement « obtenir deux fois "face" » est :

$$0,4 \times 0,4.$$

$$0,6 - 0,4.$$

$$0,6 \times 0,4.$$

87 La probabilité de l'événement « obtenir une fois "face" et une fois "pile" » est :

$$2 \times 0,6 \times 0,4.$$

$$0,6 \times 0,4.$$

$$1 - (0,6^2 + 0,4^2).$$

88 La probabilité de l'événement « obtenir au moins une fois "pile" » est :

$$0,6^2.$$

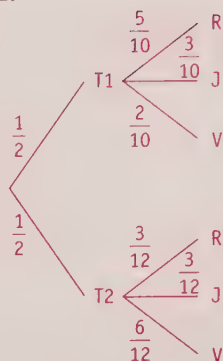
$$1 - 0,4^2.$$

$$0,6^2 + 2 \times 0,6 \times 0,4.$$

Je m'exerce

- 72. 1.** Oui, car chaque bonbon est unicolore.
2. $p(R) + p(B) + p(J) = 1$ puisqu'un bonbon est soit rouge, soit bleu, soit jaune.
3. On tire un bonbon non rouge c'est-à-dire bleu ou jaune.
4. « Tirer un bonbon soit rouge, soit bleu soit jaune » est l'événement certain.
5. « Tirer un bonbon vert » est un événement impossible.
6. a. $p(J) = 1 - \frac{2}{5} - 0,23 = 0,37$
b. $p(\text{non } R) = 1 - p(R) = 0,77$
 $p(B \text{ ou } R) = 0,23 + \frac{2}{5} = 0,63$
 car les événements sont incompatibles.
7. Non, car dans ce cas, on aurait $p(R) + p(B) > 1$.

73. 1.



- 2. a.** $p(R) = \frac{1}{2} \times \frac{5}{10} + \frac{1}{2} \times \frac{3}{12} = 0,375$
b. $p(J) = \frac{1}{2} \times \frac{3}{10} + \frac{1}{2} \times \frac{3}{12} = 0,275$
c. $p(V) = \frac{1}{2} \times \frac{2}{10} + \frac{1}{2} \times \frac{6}{12} = 0,35$

74. 1.

	Peinture	Modelage	Dessin	Total
Adultes	5	7	8	20
Enfants	8	0	8	16
Total	13	7	16	36

- 2. a.** $\frac{16}{36}$; **b.** $\frac{5}{36}$; **c.** 0.
3. « La personne appelée n'a pas choisi le dessin » est l'événement « non D ».
 $p(\text{non } D) = 1 - p(D) = 1 - \frac{16}{36} = \frac{20}{36}$

Je m'évalue

Réponse(s)	Commentaires	Revoir
75. c	Une probabilité ne peut pas prendre une valeur supérieure à 1, or $\frac{5}{4} > 1$.	Cours, p. 208.
76. a, b et c	Il y a 6 voyelles parmi les 16 lettres qui composent ce mot, et $0,375 = \frac{3}{8} = 37,5\%$.	Méthode 1, p. 212.
77. b et c	$p(\text{non } A) = 1 - 0,05$ (Attention, $p(A) = 0,05$ et non 0,5)	Méthode 3, p. 214.
78. b	La probabilité de tirer une boule noire est $1 - 0,32 = 0,68$. Cette probabilité est supérieure à celle de tirer une boule blanche.	Méthode 3, p. 214.
79. a et b	« obtenir 2 » et « obtenir 4 » sont incompatibles, on additionne donc $p(2)$ et $p(4)$.	Méthode 3, p. 214.
80. b	a. Il ne faut pas oublier que 1 est un diviseur de 6. c. On ne peut pas obtenir 1, car l'événement « obtenir un diviseur de 6 » n'est pas l'événement certain.	Méthode 3, p. 214.
81. a et c	Ces événements ont une issue commune : 1.	Méthode 3, p. 214.
82. b	Il n'y a aucune boule de deux couleurs.	Méthode 3, p. 214.
83. c	B est l'événement « tirer une boule non blanche », c'est-à-dire soit rouge, soit noire.	Méthode 3, p. 214.
84. a	b. Il ne faut oublier de compter les boules rouges. c. Il faut bien lire l'énoncé : on ne demande pas une probabilité, mais seulement de compter combien de boules ne sont pas blanches.	Méthode 3, p. 214.
85. a	b. Attention, une probabilité est toujours inférieure à 1. c. Il y a 4 blanches et 2 rouges, donc 6 issues favorables sur un total de 9.	Cours, p. 208.
86. a	On fait le produit des probabilités portées par les branches correspondant à l'issue FF.	Cours, p. 210 et méthode 4, p. 215.
87. a	Il faut bien lire l'arbre pondéré : il y a deux issues qui correspondent à l'événement « obtenir une fois "face" et une fois "pile" » : les issues PF et FP, qui ont chacune la même probabilité : $0,6 \times 0,4$.	Cours, p. 210 et méthode 4, p. 215.
88. b et c	Il y a deux façons de calculer : obtenir au moins une fois "pile", c'est obtenir (P ; P), (P ; F) ou (F ; P), ou bien c'est ne pas obtenir (F ; F).	Cours, p. 210 et méthode 4, p. 215.

1 Triangles sc

Propriété

La somme des mesures des angles d'un triangle est égale à 180° .

a Triangle isocèle

Propriété

Si un triangle est isocèle, alors ses angles à la base sont de même mesure.

Propriété

Si un triangle a deux angles de même mesure, alors il est isocèle.



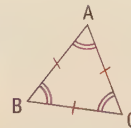
b Triangle équilatéral

Propriété

Si un triangle est équilatéral, alors chacun de ses angles mesure 60° .

Propriété

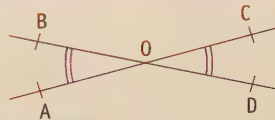
Si un triangle a trois angles de même mesure, alors il est équilatéral.



2 Angles opposés par le sommet

Propriété

Si deux angles sont opposés par le sommet, alors ils ont la même mesure.



3 Angles alternes-internes et correspondants

c Cas où les deux droites sont parallèles

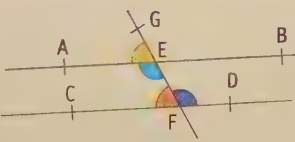
Propriété

Si deux angles alternes-internes sont définis par deux droites parallèles, alors ils sont de même mesure.
Si deux angles correspondants sont définis par deux droites parallèles, alors ils sont de même mesure.

Exemple

Données

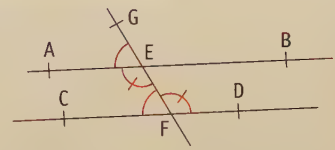
$\widehat{AEF}$ et $\widehat{EFD}$ sont alternes-internes.
 $\widehat{AEG}$ et $\widehat{CFE}$ sont correspondants.
(AB) // (CD)



Propriété

Conclusion

$\widehat{AEG} = \widehat{CFE}$
et $\widehat{AEF} = \widehat{EFD}$



d Cas où deux angles sont égaux

Propriété

Si deux angles alternes-internes sont égaux, alors ils sont définis par deux droites parallèles.

Propriété

Si deux angles correspondants sont égaux, alors ils sont définis par deux droites parallèles.

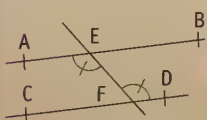
Exemple

Données

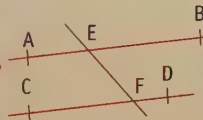
$\widehat{AEF}$ et $\widehat{EFD}$ sont alternes-internes.
 $\widehat{AEF} = \widehat{EFD}$

Conclusion

(AB) // (CD)



Propriété



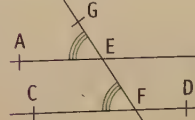
Exemple

Données

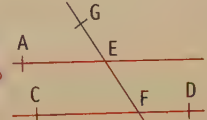
$\widehat{AEG}$ et $\widehat{CFE}$ sont correspondants.
 $\widehat{AEG} = \widehat{CFE}$

Conclusion

(AE) // (CD)

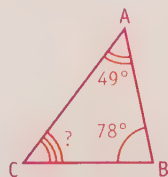


Propriété

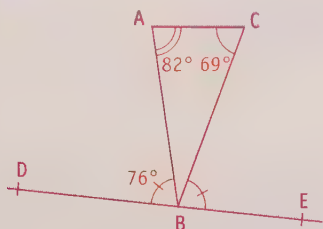


Testez-vous sur les angles

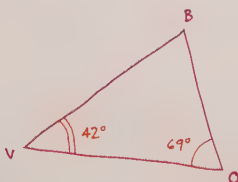
- 1** **sc** Calculer la mesure de l'angle marqué par un point d'interrogation.



- 2** **sc** Les points D, B et E sont-ils alignés? Justifier.

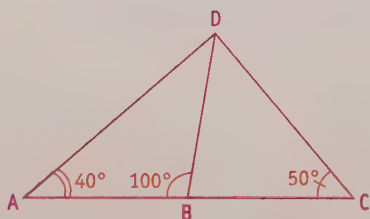


- 3** **sc** Voici une figure à main levée.



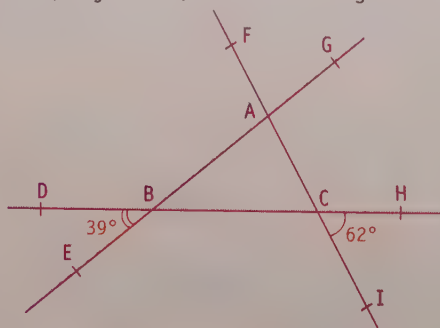
- Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{VBO}$?
- En déduire la nature du triangle VOB.

- 4** **sc** Sur la figure ci-dessous, les points A, B et C sont alignés.

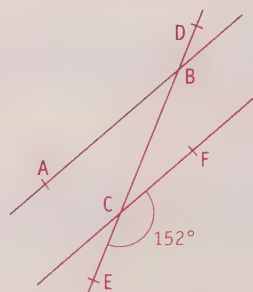


- Quelle est la nature exacte des triangles ABD, CBD et ADC? Justifier les réponses.
- Prouver que B est le milieu du segment [AC].

- 5** Calculer, en justifiant, la mesure de l'angle $\widehat{FAG}$.

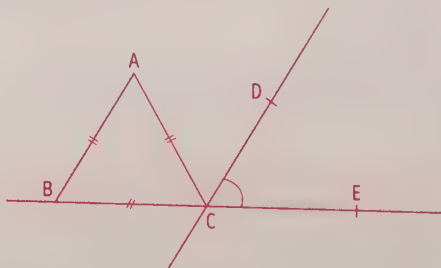


- 6** Sur cette figure, les droites (AB) et (CF) sont parallèles et l'angle $\widehat{ECF}$ mesure 152° .

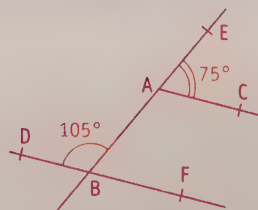


- Combien mesure l'angle $\widehat{BCF}$? Justifier.
- Combien mesure l'angle $\widehat{ABC}$? Justifier.

- 7** Les droites (AB) et (DC) sont parallèles. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{DCE}$, puis celle de l'angle $\widehat{ACD}$.

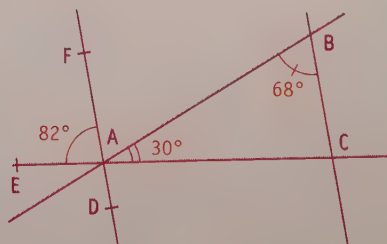


- 8** 1. Sur cette figure, quelle est la mesure de l'angle $\widehat{BAC}$?

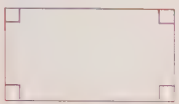
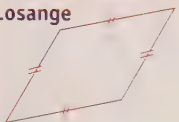
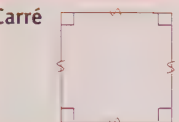


2. Que peut-on dire des droites (AC) et (DF)? Justifier.

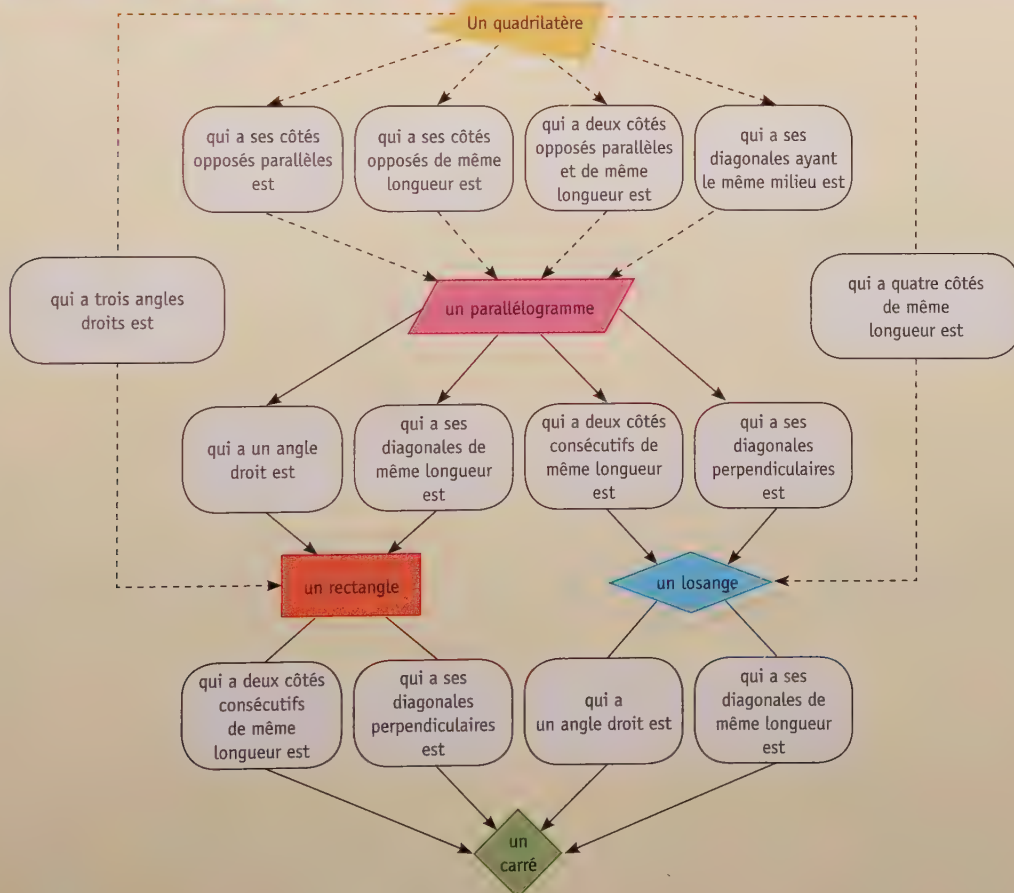
- 9** Sur cette figure, les droites (DF) et (CB) sont-elles parallèles? Justifier.



1 Parallélogrammes particuliers SC

Nature	Propriétés des côtés	Propriétés des diagonales	Propriétés des angles
Parallélogramme 	Les côtés opposés sont parallèles et de même longueur.	Elles se coupent en leur milieu.	Les angles opposés ont la même mesure.
Rectangle 	Les côtés opposés sont parallèles et de même longueur.	- Elles se coupent en leur milieu. - Elles sont de la même longueur.	Les quatre angles sont droits.
Losange 	- Les côtés opposés sont parallèles. - Les côtés sont de même longueur.	- Elles se coupent en leur milieu. - Elles sont perpendiculaires.	Les angles opposés ont la même mesure.
Carré 	- Les côtés opposés sont parallèles et de même longueur. - Les côtés sont de même longueur.	- Elles se coupent en leur milieu. - Elles sont de même longueur. - Elles sont perpendiculaires.	Les quatre angles sont droits.

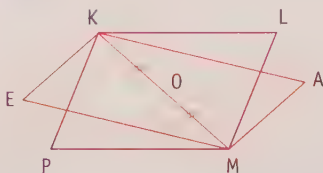
2 Schéma-bilan SC



Testez-vous sur les parallélogrammes

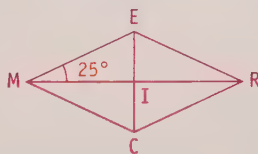
10 **SC** Sur cette figure, EKAM et KLMP sont des parallélogrammes.

On appelle O le milieu du segment [KM].



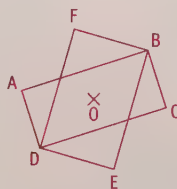
1. Pourquoi O est-il le milieu de [PL] ?
2. Le point O est-il le milieu d'un autre segment de la figure ? Justifier la réponse.

11 **SC** Le quadrilatère CREM est un losange de centre I, tel que $\widehat{EMI} = 25^\circ$.



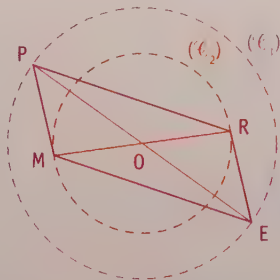
1. a. Quelle est la nature du triangle MIE ? Justifier.
- b. Quelle est la mesure de $\widehat{MEI}$?
2. Donner la mesure des angles du losange.

12 **SC** ABCD et DFBE sont deux rectangles de centre O.



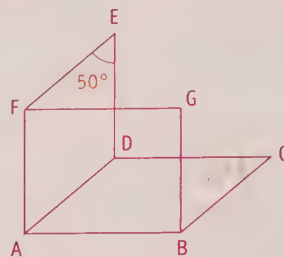
1. Prouver que les points A, B, C et D sont sur un même cercle ($\mathcal{C}$) de centre O.
2. Prouver que les points E et F sont aussi sur le cercle ($\mathcal{C}$).

13 **SC** ($\mathcal{C}_1$) et ($\mathcal{C}_2$) sont deux cercles de centre O. [PE] est un diamètre du cercle ($\mathcal{C}_1$). [MR] est un diamètre du cercle ($\mathcal{C}_2$).



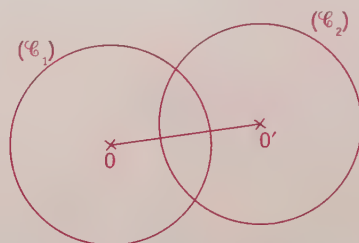
1. a. Construire une figure du même type.
- b. La coder en utilisant les données.
2. a. Quel est le milieu du segment [PE] ? Justifier.
- b. Quel est le milieu du segment [MR] ? Justifier.
3. a. Que représentent les segments [PE] et [MR] pour le quadrilatère PREM ?
- b. Prouver que le quadrilatère PREM est un parallélogramme.

14 **SC** ABCD, ADEF et ABGF sont trois parallélogrammes, tels que $\widehat{FED} = 50^\circ$ et $\widehat{BCD} = 40^\circ$.



1. a. Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{FAD}$? Justifier.
- b. Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{DAB}$? Justifier.
- c. Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{FAB}$? Justifier.
2. Montrer que ABGF est un rectangle.

15 1. Construire une figure du même type, sachant que :
 – $OO' = 6$ cm ;
 – O et O' sont les centres des cercles ($\mathcal{C}_1$) et ($\mathcal{C}_2$) ;
 – les cercles ($\mathcal{C}_1$) et ($\mathcal{C}_2$) ont pour rayon 4 cm.



2. On appelle M et N les points d'intersection des deux cercles.
- a. Quelle est la nature exacte du quadrilatère OMO'N ? Justifier.
- b. Calculer le périmètre de OMO'N.

16 1. a. Construire un triangle ABO, tel que :
 $AO = 4$ cm ; $\widehat{BAO} = 35^\circ$ et $\widehat{AOB} = 110^\circ$.

b. Placer les points C et D pour que le quadrilatère ABCD soit un parallélogramme de centre O.

2. a. Déterminer la mesure de l'angle $\widehat{OBA}$.
- b. Quelle est la nature exacte du triangle AOB ? Pourquoi ?
- c. Que peut-on en déduire pour OA et OB ?
3. a. Prouver que $AC = BD$.
- b. Prouver que le parallélogramme ABCD est un rectangle.

- 17 1. a. Tracer (d_1) et (d_2), deux droites perpendiculaires qui se coupent en un point I.
- b. Placer un point A sur la droite (d_1) et un point B sur (d_2), tels que $\widehat{IAB} = 45^\circ$.
- c. Construire le point A', symétrique du point A par rapport au point I et le point B', symétrique du point B par rapport au point I.
2. Prouver que le quadrilatère ABA'B' est un parallélogramme.
3. a. Quelle est la nature exacte du triangle AIB ? Justifier.
- b. En déduire la nature exacte du parallélogramme ABA'B'.

Mémento de géométrie

Triangle rectangle

1 Théorème de Pythagore SC

Théorème de Pythagore

Dire qu'un triangle ABC est rectangle en A revient à dire que $BC^2 = AB^2 + AC^2$.

Autrement dit, si ABC est un triangle rectangle en A, alors $BC^2 = AB^2 + AC^2$

et si $BC^2 = AB^2 + AC^2$, alors ABC est un triangle rectangle en A.

Exemple

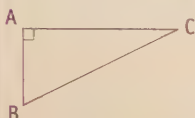
Données

ABC est un triangle rectangle en A.

Théorème de Pythagore

Conclusion

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$



Exemple

Données

ABC est un triangle tel que $BC^2 = AB^2 + AC^2$.

Théorème de Pythagore

Conclusion

Le triangle ABC est rectangle en A.



2 Cercle circonscrit à un triangle rectangle

a Cercle circonscrit à un triangle rectangle

Propriété

Si un triangle est rectangle, alors le centre de son cercle circonscrit est le milieu de son hypoténuse.

Exemple

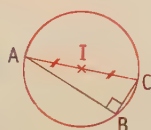
Données



ABC est un triangle rectangle en B.

Conclusion

Propriété



Le cercle circonscrit au triangle ABC a pour centre I, le milieu de l'hypoténuse [AC].

b Médiane issue du sommet de l'angle droit

Propriété

Si un triangle est rectangle, alors la médiane issue du sommet de l'angle droit a pour longueur la moitié de celle de son hypoténuse.

Exemple

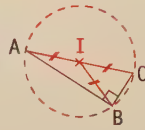
Données



- ABC est un triangle rectangle en B.
- I est le milieu de [AC].

Conclusion

Propriété



$$IB = IA = IC = \frac{AC}{2}$$

3 Triangle inscrit dans un cercle

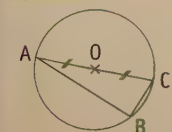
a Triangle inscrit dans un cercle

Propriété

Si un triangle a pour côté le diamètre d'un cercle et pour troisième sommet un point de ce cercle, alors il est rectangle en ce point.

Exemple

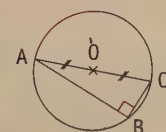
Données



B est un point du cercle de diamètre [AC].

Conclusion

Propriété



ABC est rectangle en B.

b Médiane mesurant la moitié d'un côté

Propriété

Dans un triangle, si la médiane issue d'un sommet mesure la moitié du côté opposé, alors le triangle est rectangle en ce sommet.

Exemple

Données



- I est le milieu de [AC].
- $IB = \frac{AC}{2}$.

Conclusion

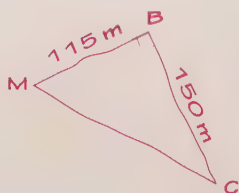
Propriété



ABC est rectangle en B.

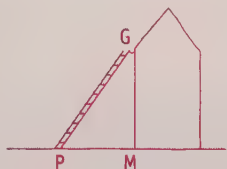
Testez-vous sur le triangle rectangle

18 **SC** Pour aller au collège en partant de sa maison, (notés C et M sur le schéma), Romane a deux trajets possibles.



- Elle peut y aller directement (chemin [MC]).
 - Elle peut passer par la boulangerie, notée B.
- Sur le schéma, on a noté les distances.
Calculer la longueur des deux trajets.

19 **SC** Pour réparer une gouttière (G), Jean place le pied (P) de son échelle à 1,4 m du mur (M). L'échelle mesure 5 m. Jean souhaite savoir à quelle hauteur se trouve la gouttière. Le sol est horizontal et le mur vertical.

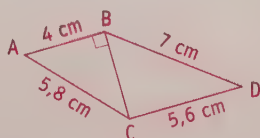


1. Schématiser PMG et l'annoter avec les données de l'énoncé.
2. À quelle hauteur se trouve la gouttière?

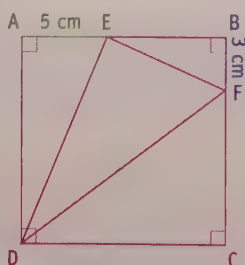
20 **SC** ABC est un triangle tel que $AB = 39$ mm ; $BC = 80$ mm et $AC = 89$ mm. Le triangle ABC est-il rectangle?

21 **SC** EFG est un triangle tel que $EF = 4,1$ cm ; $EG = 4,3$ cm et $FG = 5,8$ cm. Le triangle EFG est-il rectangle?

22 Prouver que BCD est rectangle en C.

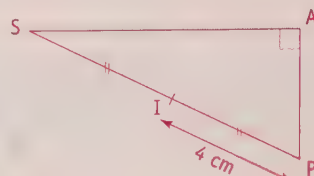


23 ABCD est un carré de 12 cm de côté.



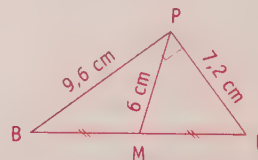
1. Dans le triangle ADE, calculer ED^2 .
2. Dans le triangle EBF, calculer EF^2 .
3. Dans le triangle FDC, calculer DF^2 .
4. Montrer que le triangle EDF n'est pas rectangle.

24 SPA est un triangle rectangle en A et I est le milieu de [SP].



Déterminer le diamètre du cercle circonscrit au triangle SPA.
Justifier la réponse.

25 BEP est rectangle en P.



1. Déterminer la longueur du côté [BE].
Justifier la réponse.
2. Reproduire la figure en vraie grandeur et construire le cercle circonscrit au triangle BEP.

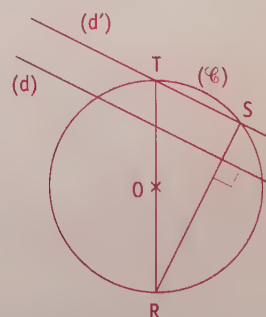
26 1. a. Tracer un segment [XY] de longueur 10 cm et nommer V son milieu.

b. Placer un point Z à 5 cm de V.

2. Quelle est la nature du triangle XYZ?
Justifier la réponse.

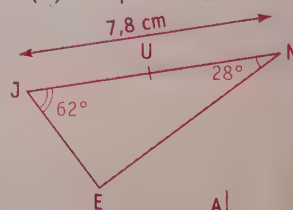
27 Sur cette figure :

- O est le centre du cercle ($\mathcal{C}$) de diamètre [RT] ;
- S est un point de ce cercle.



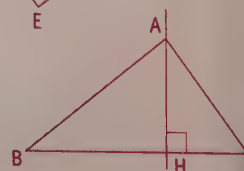
Démontrer que les droites (d) et (d') sont parallèles.

28 Calculer, en justifiant, la longueur UE.



29 (AH) est une hauteur du triangle ABC.

Prouver que H appartient à la fois au cercle de diamètre [AB] et au cercle de diamètre [AC].



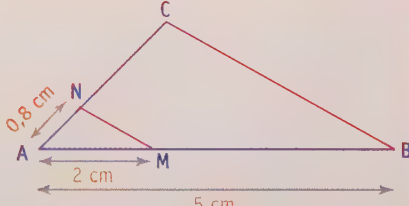
Théorème de Thalès – Agrandissement et réduction

Objectifs

- **SC** Connaître et utiliser le théorème de Thalès dans le cas de deux demi-droites de même origine.
Connaître et utiliser le théorème de Thalès dans le cas de deux droites sécantes.
Connaître et utiliser un énoncé réciproque du théorème de Thalès.
- **SC** Agrandir ou réduire une figure.
- **SC** Connaître et utiliser les effets d'un agrandissement ou d'une réduction sur les longueurs, les angles et les aires.

Je me rappelle

1 QCM : Choisir la (ou les) bonne(s) réponse(s).

		a	b	c
1	 On a :	$\frac{DA}{DB} = \frac{2}{5}$	$\frac{DA}{DB} = \frac{2}{3}$	$\frac{AD}{AB} = \frac{2}{5}$
2	Si $\frac{a}{2} = \frac{5}{7}$, alors :	$7a = 10$.	$5a = 14$.	$a = \frac{10}{7}$.
3	Si $\frac{7}{AM} = \frac{2}{3}$, alors :	$7 \times 2 = 3 \times AM$.	$7 \times 3 = 2 \times AM$.	$2AM = 21$.
Pour les questions 4 à 6, on utilise cette figure pour laquelle $N \in [AC]$, $M \in [AB]$ et (NM) est parallèle à (BC). 				
4	On a :	$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$	$\frac{CB}{NB} = \frac{AC}{AN}$	$\frac{NM}{CB} = \frac{AB}{AM}$
5	On a $AC =$	2 cm.	$\frac{5}{2} \times AN$ cm.	3,8 cm.
6	On peut affirmer que :	le triangle AMN est une réduction de ABC de rapport $\frac{2}{5}$	le triangle ABC est un agrandissement de AMN de rapport $\frac{3}{2}$	le triangle ABC est un agrandissement de AMN de rapport $\frac{5}{2}$
7	Une réduction ou un agrandissement conserve :	les longueurs.	les mesures d'angles.	le parallélisme.
8	$AB = 1,2$ cm. Si le segment $[A'B']$ est une réduction de rapport $\frac{2}{3}$ du segment $[AB]$, alors $A'B' =$	1,8 cm.	$\frac{2}{3} \times 1,2$ cm.	0,8 cm.

J'utilise un vocabulaire précis

exercice interactif sur
www.3e.zenitseleve.magnard.fr

sécantes

demi-droite

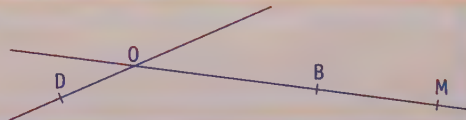
segment

intersection

droite

2 Recopier et compléter les phrases en utilisant les étiquettes.

1. O est un point de la ... (BM).
2. O n'est pas un point de la ... [BM].
3. O n'est pas un point du ... [BM].
4. O est le point d'... des deux droites ... (BM) et (DO).



Activité 1 Une nouvelle configuration de Thalès

TICE

Partie 1 Construire

- À l'aide de GeoGebra ou sur papier, tracer deux droites, (OA) et (OB).
- Tracer la droite (AB), puis placer un point M sur (OA) qui n'appartient pas à la demi-droite [OA).
- Construire la droite parallèle à la droite (AB) passant par M.
- Nommer N le point d'intersection de cette droite avec la droite (OB).

➔ Voir « Utiliser un logiciel de géométrie », p. 318-319.

Partie 2 Conjecturer

► Sur papier

- Mesurer les longueurs OA, OM, OB, ON, AB et MN.
- Recopier le tableau et compléter la première ligne (Figure 1) en effectuant les calculs nécessaires. Que constate-t-on ?

	$\frac{OA}{OM}$	$\frac{OB}{ON}$	$\frac{AB}{MN}$
Figure 1			
Figure 2			
Figure 3			

- Construire une deuxième figure du même type, en changeant la position du point M sur la droite (OA) tel qu'il n'appartienne pas à la demi-droite [OA).
- Compléter la deuxième ligne (Figure 2) du tableau en effectuant les mesures et calculs nécessaires. Que constate-t-on ?
- Reprendre la question 6. pour compléter la troisième ligne (Figure 3) du tableau.

8. Quelle égalité de rapports de longueurs peut-on alors conjecturer ?

Partie 3 Démontrer

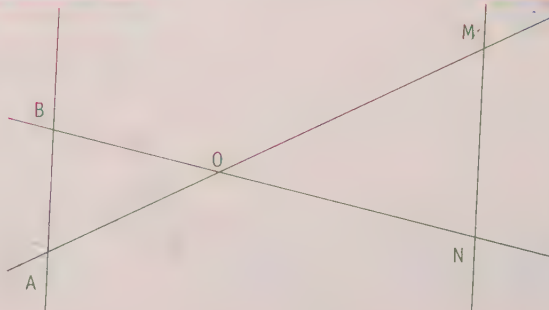
- Construire, sur la figure de la Partie 1, A' et B', les symétriques respectifs des points A et B par rapport à O.
- Démontrer que les droites (A'B') et (MN) sont parallèles.
- Prouver que $\frac{OA'}{OM} = \frac{OB'}{ON} = \frac{A'B'}{MN}$.
- En déduire que la conjecture faite à la question 8. est vraie.

Ai-je bien compris ?

Les droites (AB) et (DC) sont parallèles.

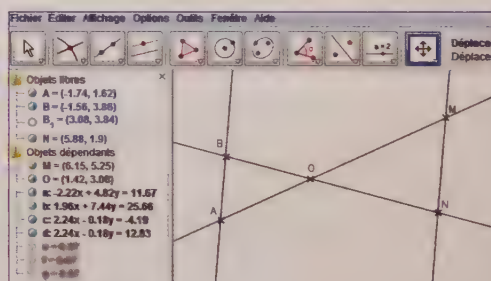
• Recopier et compléter : $\frac{EA}{ED} = \frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots}$.

• Que vaut $\frac{EA}{ED}$?

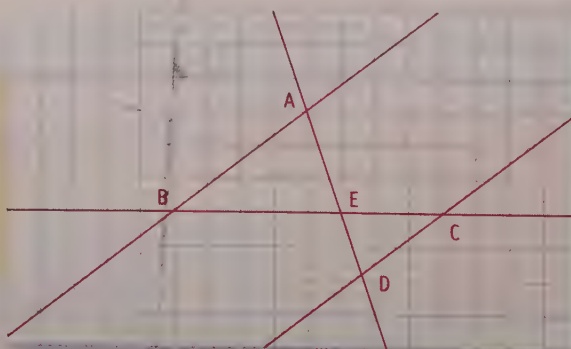


► Avec le logiciel

- Dans la ligne « Saisie » du logiciel, taper la formule : « Distance [O,A]/Distance [O,M] ». Le résultat s'affiche dans la fenêtre algébrique située à gauche. Que fait-on calculer au logiciel ?
- De même, faire afficher les valeurs de $\frac{OB}{ON}$ et $\frac{AB}{MN}$. Que constate-t-on pour les trois valeurs affichées ?

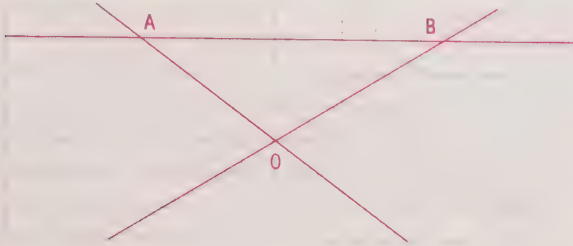


- Déplacer les points de la figure. Que constate-t-on ?



Activité 2 Réciproque du théorème de Thalès

1. Reproduire sur quadrillage la figure ci-dessous.



2. On souhaite placer un point M sur la droite (OA) et un point N sur la droite (OB) tels que $\frac{OM}{OA} = \frac{ON}{OB} = \frac{1}{3}$.

Combien y a-t-il de positions possibles pour chacun des points M et N ? Faire une figure pour chaque cas.

3. Recopier et compléter le tableau en ajoutant une ligne pour chaque figure.

Position relative de O, A et M	Position relative de O, B et N	(MN) et (AB) sont-elles parallèles ?
A, O et M sont alignés dans cet ordre.	B, O et N sont alignés dans cet ordre.	Oui

Ai-je bien compris ?

Les droites (AB) et (AC) sont sécantes ; M est un point de la droite (AB)

et N est un point de la droite (AC) tels que $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$.

Quelle condition faut-il ajouter pour que les droites (MN) et (BC) soient parallèles ?

Activité 3 Effet d'un agrandissement ou d'une réduction sur les aires

On considère la figure ci-contre pour laquelle 1 carreau a pour côté 1 cm.

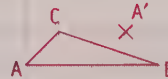
1. Calculer l'aire du triangle ABC.

2. Reproduire cette figure ci-contre. En vous aidant du quadrillage, construire A'B'C', un triangle obtenu par agrandissement de rapport 3 du triangle ABC.

3. Calculer l'aire du triangle A'B'C'.

4. Comment obtient-on l'aire du triangle A'B'C' à partir de l'aire du triangle ABC ?

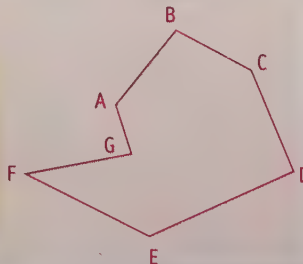
Quel lien y a-t-il avec le rapport d'agrandissement ?



Ai-je bien compris ?

On considère ABCDEFG, une figure d'aire 12 cm^2 , et A'B'C'D'E'F'G', une réduction de rapport 0,5.

Quelle est l'aire de A'B'C'D'E'F'G' ?



1 Théorème de Thalès

Testez-vous avec les exercices 1 à 9.

Théorème de Thalès

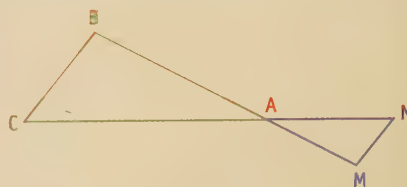
(BM) et (CN) sont deux droites sécantes en A.

Si les droites (BC) et (MN) sont parallèles, alors on a :

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$

Côtés du « petit » triangle AMN

Côtés du « grand » triangle ACB



Remarque : Les rapports inverses sont eux aussi égaux : $\frac{AB}{AM} = \frac{AC}{AN} = \frac{BC}{MN}$

Exemples

Données

A, M et B sont alignés ;

A, N et C sont alignés.

(MN) // (BC)



Théorème de Thalès

Conclusion

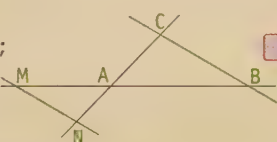
$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$

Données

A, M et B sont alignés ;

A, N et C sont alignés.

(MN) // (BC)



Théorème de Thalès

Conclusion

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$

Vocabulaire

Les figures pour lesquelles on peut appliquer le théorème de Thalès s'appellent des **configurations de Thalès**.

2 Réciproque du théorème de Thalès

Testez-vous avec les exercices 6 et 7.

Réciproque du théorème de Thalès

Si les points A, M, B d'une part et les points A, N, C d'autre part sont alignés dans le même ordre,

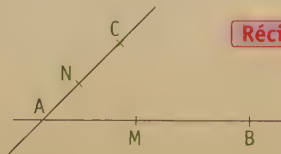
et si $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$, alors les droites (BC) et (MN) sont parallèles.

Exemples

Données

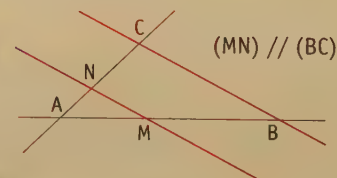
• A, M, B d'une part et A, N, C d'autre part sont alignés dans le même ordre.

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$$



Réciproque du théorème de Thalès

Conclusion

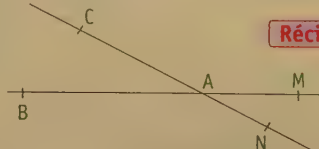


(MN) // (BC)

Données

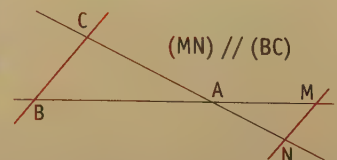
• A, M, B d'une part et A, N, C d'autre part sont alignés dans le même ordre.

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$$



Réciproque du théorème de Thalès

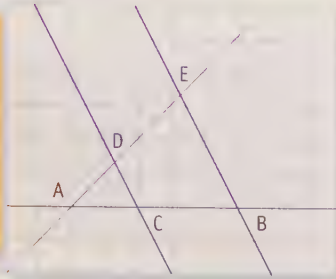
Conclusion



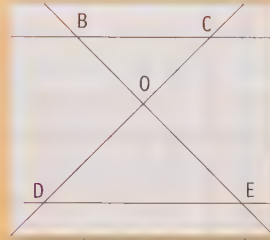
(MN) // (BC)

Testez votre compréhension du cours

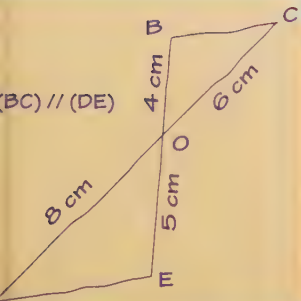
1 Sur cette figure, les droites bleues sont parallèles. Donnez des rapports de longueurs égaux à $\frac{2}{5}$.



2 On considère cette figure.

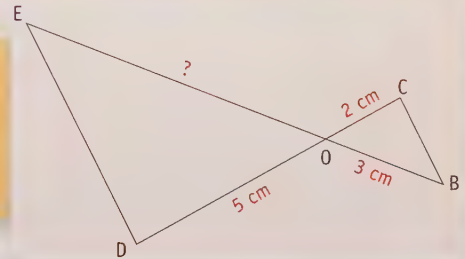


Donnez des rapports de longueurs égaux à $\frac{2}{3}$.

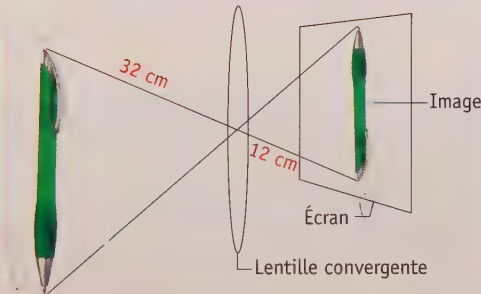


3 Terry a reproduit à main levée une figure qui était au tableau. Pierre observe la figure et affirme : « Tu as mal recopié les valeurs ! ». Comment peut-il en être certain ?

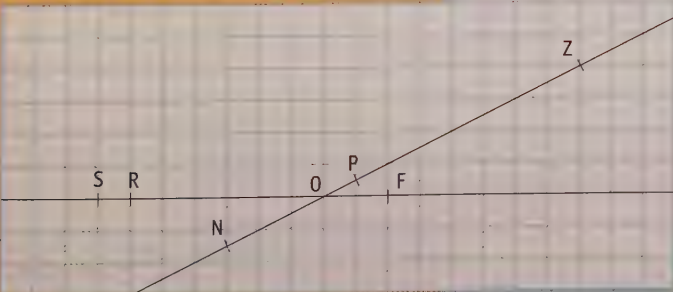
4 Sur cette figure, les droites (DE) et (BC) sont parallèles. Combien vaut OE ?



5 On considère un stylo de 14 cm de long et son image sur un écran, à travers une lentille convergente. On suppose que le stylo et son image sont parallèles. Donnez la longueur de l'image du stylo sur l'écran.



6 On considère la figure ci-dessous. Donnez un (ou des) couple(s) de droites parallèles. Justifiez.



7 Le professeur a écrit au tableau :

- A, O et B alignés dans cet ordre ;
- C, D et O alignés dans cet ordre ;
- $\frac{OA}{OB} = \frac{OC}{OD}$.

Noam affirme : « D'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (AC) et (BD) sont parallèles. ». Qu'en pensez-vous ?

3 Agrandissement et réduction

a Rappels

⇒ Testez-vous avec les exercices 8 et 10.

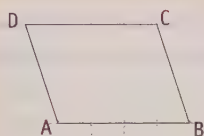
Définitions

Quand on multiplie par un nombre k strictement positif les longueurs des côtés d'une figure F pour obtenir les longueurs des côtés d'une figure F' , on dit que :

- F' est un **agrandissement** de F si $k > 1$;
- F' est une **réduction** de F si $k < 1$.

Le nombre k est appelé le **rapport d'agrandissement** ou le **rapport de réduction**.

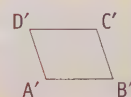
Exemple



Les longueurs sont multipliées par 0,5.



Les longueurs sont multipliées par 2.



ABCD est un agrandissement de $A'B'C'D'$ de rapport 2.

$A'B'C'D'$ est une réduction de ABCD de rapport 0,5.

Propriété

Un agrandissement (ou une réduction) conserve les mesures d'angles.

Exemple

Données

$A'B'C'D'$ est une réduction de ABCD ;
 $\widehat{ABC} = 71^\circ$.

Propriété

Conclusion

$$\widehat{A'B'C'} = 71^\circ$$

Propriété

Un agrandissement (ou une réduction) conserve le parallélisme.

Exemple

Données

$A'B'C'D'$ est une réduction de ABCD ;
 $(AB) \parallel (CD)$.

Propriété

Conclusion

$$(A'B') \parallel (C'D')$$

b Effet sur les aires

⇒ Testez-vous avec les exercices 9 à 13.

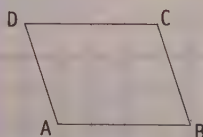
Propriété

Quand on agrandit ou réduit une figure, si les dimensions sont multipliées par k , alors l'aire est multipliée par k^2 .

Exemple

Données

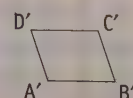
ABCD a une aire de 12 cm^2 .
 On multiplie ses dimensions par 0,5.



Propriété

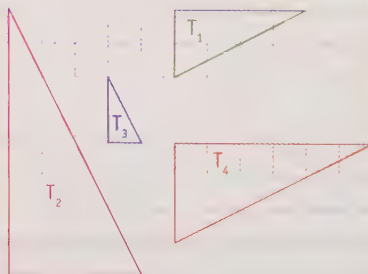
Conclusion

L'aire de $A'B'C'D'$ est :
 $12 \times 0,5^2 = 12 \times 0,25 = 3 \text{ cm}^2$.



Testez votre compréhension du cours

8 À partir de la figure ci-contre, et en utilisant les mots *agrandissement* ou *réduction*, proposez un maximum de phrases du type : « Le triangle ... est un *agrandissement* du triangle ... de rapport ... »



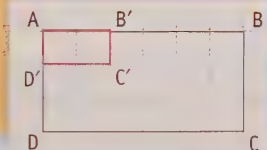
9 Choisir la bonne réponse.

Si un quadrilatère IJKL est un agrandissement du quadrilatère ABCD de rapport 9, alors l'aire de IJKL est égale à l'aire de ABCD multipliée par :

- a. 3 ; b. 18 ; c. 81.

11 Le rectangle $AB'C'D'$ est une réduction du rectangle ABCD.

Par combien faut-il multiplier l'aire de ABCD pour obtenir l'aire de $AB'C'D'$?

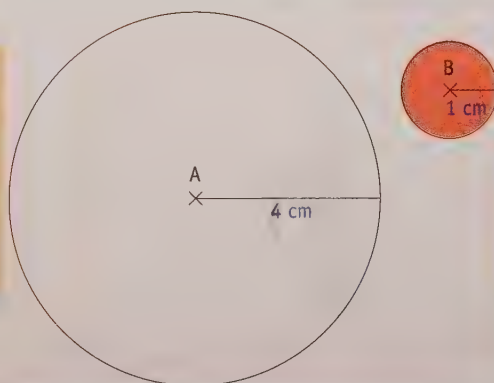


10 IJKL est un agrandissement de rapport 3 de ABCD.

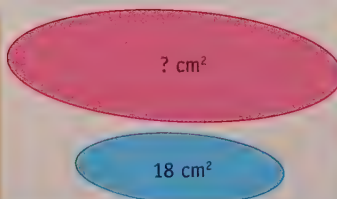
Vrai ou Faux ?

- a. ABCD est une réduction de IJKL de rapport $\frac{1}{3}$.
b. Si un côté de ABCD mesure 4 cm, alors un côté de IJKL mesure 36 cm.
c. Si l'aire de ABCD est 4 cm^2 , alors l'aire de IJKL est 36 cm^2 .
d. Si l'aire de IJKL est 18 cm^2 , alors l'aire de ABCD est 6 cm^2 .

12 Le petit disque a pour rayon 1 cm et le grand disque a pour rayon 4 cm. Pour peindre le petit disque, il me faut un pot de peinture. Combien de pots de peinture de même taille que le précédent me faudra-t-il pour peindre le grand disque ?



13 La figure rose est un agrandissement de rapport 1,6 de la figure bleue. Quelle est son aire ?



méthode
1

Calculer une longueur à l'aide du théorème de Thalès



Exercice Sur la figure ci-contre, les droites (ED) et (BC) sont parallèles.
Calculer la longueur du segment [AD].

Solution

étape

1 Je reconnais une configuration de Thalès : deux droites sécantes coupées par deux droites parallèles.

Je repère les données utiles de l'énoncé.

Les droites (EC) et (BD) sont sécantes en A et les droites (ED) et (BC) sont parallèles.

étape

2 Je cite le théorème adapté à la situation.

D'après le théorème de Thalès,

étape

3 Les deux triangles concernés sont AED et ACB. Je repère que E, A et C sont alignés, de même que B, A et D. J'écris donc les égalités de rapports de longueurs.

$$\frac{AE}{AC} = \frac{AD}{AB} = \frac{ED}{CB}$$

Côtés du « petit » triangle AED

Côtés du « grand » triangle ABC

étape

4 Je remplace les longueurs données par leur valeur.

$$\text{On a } \frac{4}{6} = \frac{AD}{7,5} = \frac{ED}{CB}$$

étape

5 Je cherche AD : je conserve les deux premiers rapports et j'applique l'égalité des produits en croix.

$$\text{Comme } \frac{4}{6} = \frac{AD}{7,5}, \text{ alors } 6 \times AD = 4 \times 7,5.$$

$$\text{D'où } 6 \times AD = 30$$

$$\text{et } AD = \frac{30}{6} = 5.$$

étape

6 Je réponds à la question.

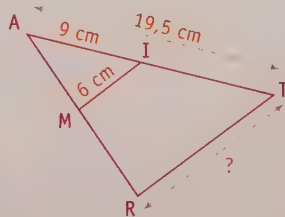
Le segment [AD] mesure 5 cm.

J'applique

14 Les droites (MI) et (RT) sont parallèles.

1. Quelles sont les deux droites sécantes coupées par les deux droites parallèles sur la figure ?

2. On souhaite calculer la longueur RT.
Recopier et compléter :



Données : Les droites (MR) et (IT) sont ... en A et les droites (MI) et (RT) sont

Propriété : D'après le théorème de ...

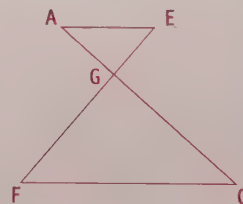
Conclusion : $\frac{AM}{AR} = \frac{AI}{AT} = \frac{MI}{RT}$ et ainsi, $\frac{AM}{AR} = \frac{9}{19,5} = \frac{6}{RT}$.

Comme $\frac{9}{19,5} = \frac{6}{RT}$ alors, ... $\times RT = ... \times ...$

D'où $RT = \frac{...}{...} = ...$

Le segment [RT] mesure ... cm.

15 Sur cette figure, les droites (AE) et (CF) sont parallèles.
On donne $FC = 8,5$ cm ; $GF = 5,6$ cm et $GE = 2,4$ cm.



1. Reproduire la figure ci-dessus à main levée en y reportant les mesures, et colorer les droites parallèles.
2. Calculer AE. Justifier la réponse.
Donner l'arrondi au dixième.

16 1. a. Construire un triangle ABC tel que $AB = 3,2$ cm ; $AC = 7,2$ cm et $BC = 4,8$ cm.

b. Placer le point M sur la droite (AB), M n'appartenant pas à la demi-droite [BA) et tel que $BM = 2$ cm.

c. Construire la droite parallèle à (AC) passant par le point M. Elle coupe (BC) en N.

2. Calculer MN et BN en justifiant.

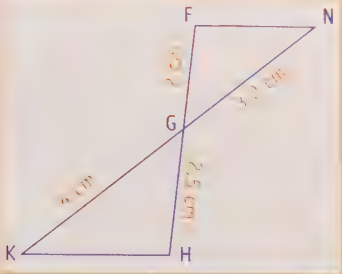
méthode
2

Déterminer si deux droites sont ou ne sont pas parallèles

méthode animée sur
www.3e.zenjuseleve-
magnard.fr

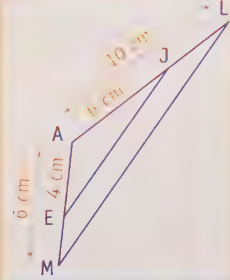
Exercice 1

Les droites (NF) et (KH) sont-elles parallèles ?



Exercice 2

Les droites (EJ) et (ML) sont-elles parallèles ?



Solution 1

étape

- 1 La figure semble être une configuration de Thalès. J'utilise donc les données pour calculer les rapports de longueurs correspondants.

$$\frac{GF}{GH} = \frac{2}{2,5} \text{ et } \frac{GN}{GK} = \frac{3,2}{4}$$

étape

- 2 Je compare les quotients.

$$\frac{2}{2,5} = 0,8 \text{ et } \frac{3,2}{4} = 0,8. \text{ Donc } \frac{GF}{GH} = \frac{GN}{GK}.$$

étape

- 3 Je vérifie l'ordre des points.

Les points K, G, N d'une part et les points H, G, F d'autre part sont alignés dans le même ordre.

étape

- 4 Je cite la propriété adaptée à la situation.

D'après la réciproque du théorème de Thalès,

étape

- 5 Je conclus. les droites (NF) et (HK) sont parallèles.

Solution 2

étape

- 1 La figure semble être une configuration de Thalès. J'utilise donc les données pour calculer les rapports de longueurs correspondants.

$$\frac{AJ}{AL} = \frac{6}{10} \text{ et } \frac{AE}{AM} = \frac{4}{6}$$

étape

- 2 Je compare les quotients en comparant les produits en croix.

Je peux aussi les comparer en écrivant les deux fractions avec le même dénominateur.

$$6 \times 6 = 36 \text{ et } 4 \times 10 = 40. \\ \text{Donc } \frac{AJ}{AL} \neq \frac{AE}{AM}.$$

étape

- 3 Je conclus en utilisant le théorème approprié.

Les points A, J et L sont alignés, de même que les points A, E et M. Si les droites (EJ) et (ML) étaient parallèles, d'après le théorème de Thalès,

$$\text{on aurait } \frac{AJ}{AL} = \frac{AE}{AM}.$$

Or, ce n'est pas le cas, donc les droites (EJ) et (ML) ne sont pas parallèles.

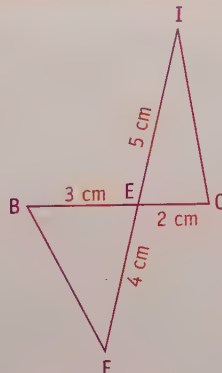
J'applique

- 17 1. Donner deux séries de trois points alignés.

2. Calculer $\frac{EB}{EC}$ et $\frac{EF}{EI}$

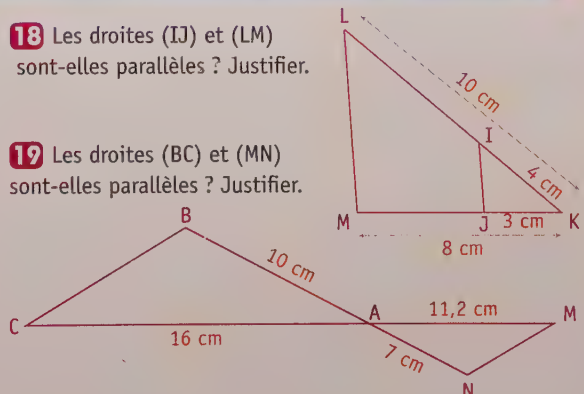
et les comparer.

3. Les droites (IC) et (BF) sont-elles parallèles ? Justifier.



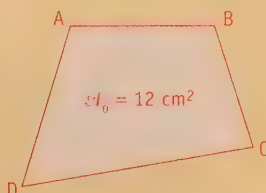
- 18 Les droites (IJ) et (LM) sont-elles parallèles ? Justifier.

- 19 Les droites (BC) et (MN) sont-elles parallèles ? Justifier.



Déterminer l'aire d'une figure obtenue par agrandissement ou réduction

Exercice ABCD est un quadrilatère dont l'aire $\mathcal{A}_0$ est 12 cm^2 .



1. EFGH est une réduction de ABCD de rapport $\frac{1}{3}$. Calculer l'aire $\mathcal{A}_1$ de EFGH.
2. IJKL est un agrandissement de ABCD de rapport $\frac{5}{3}$. Calculer l'aire $\mathcal{A}_2$ de IJKL.

socle commun

Solution

1. étape

1 Je repère les données utiles de l'énoncé.

$$\mathcal{A}_0 = 12 \text{ cm}^2$$

EFGH est une réduction de ABCD
de rapport $\frac{1}{3}$.

étape

2 J'utilise la propriété adaptée à la situation.

Quand on réduit une figure, si les dimensions sont multipliées par k , alors l'aire est multipliée par k^2 .

$$\text{Donc, } \mathcal{A}_1 = \left(\frac{1}{3}\right)^2 \times \mathcal{A}_0 = \frac{1}{9} \times 12 = \frac{4 \times 3}{3 \times 3} = \frac{4}{3}.$$

étape

3 Je conclus. L'aire de EFGH est $\frac{4}{3} \text{ cm}^2$.

2. étape

1 Je repère les données utiles de l'énoncé.

$$\mathcal{A}_0 = 12 \text{ cm}^2.$$

IJKL est un agrandissement de ABCD
de rapport $\frac{5}{3}$.

étape

2 J'utilise la propriété adaptée à la situation.

Quand on agrandit une figure, si les dimensions sont multipliées par k , alors l'aire est multipliée par k^2 .

$$\text{Donc, } \mathcal{A}_2 = \left(\frac{5}{3}\right)^2 \times \mathcal{A}_0 = \frac{25}{9} \times 12 = \frac{25 \times 4 \times 3}{3 \times 3}$$

$$\text{et } \mathcal{A}_2 = \frac{100}{3}.$$

étape

3 Je conclus. L'aire de IJKL est $\frac{100}{3} \text{ cm}^2$.

J'applique

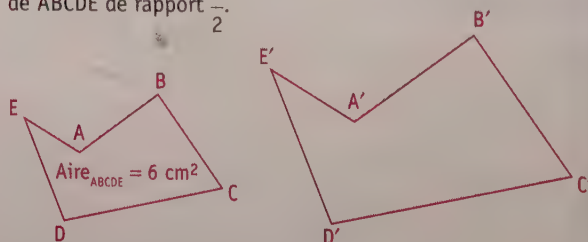


20 ABCD est un rectangle et IJKL est un agrandissement de ABCD de rapport 1,5.

1. Par combien doit-on multiplier le périmètre de ABCD pour obtenir celui de IJKL ?
2. Par combien doit-on multiplier l'aire de ABCD pour obtenir celle de IJKL ?

21 IJKL est une réduction de ABCD de rapport 0,5. Sachant que l'aire de ABCD est 4 cm^2 , donner l'aire de IJKL.

22 Sur la figure, A'B'C'D'E' est un agrandissement de ABCDE de rapport $\frac{3}{2}$.



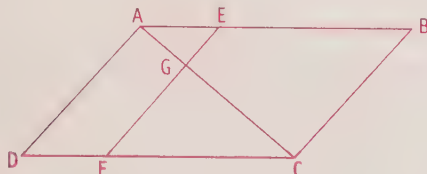
Calculer l'aire de A'B'C'D'E'.
Donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

Déterminer des rapports égaux

méthode 1

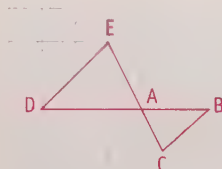
➔ Premiers exercices d'application : 14 à 16 p. 238.

23 ABCD est un parallélogramme et les droites (EF) et (AD) sont parallèles. G est le point d'intersection de (AC) et (EF).



1. Donner toutes les paires de triangles qui forment une configuration de Thalès. Justifier.
2. Pour chacune d'elles, écrire trois rapports de longueurs égaux. Justifier.

24 Les droites (ED) et (BC) sont parallèles. Utiliser le quadrillage pour donner trois rapports de longueurs égaux à $\frac{2}{3}$. Justifier.



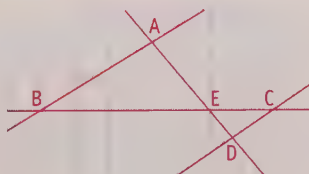
Calculer une longueur

méthode 1

➔ Premiers exercices d'application : 14 à 16 p. 238.

25 Les droites (AB) et (CD) sont parallèles et $ED = 1$ cm.

1. Quelles sont les deux droites sécantes coupées par les deux droites parallèles de cette figure ?
2. Écrire, en justifiant, trois rapports de longueurs égaux.
3. En déduire que $\frac{1}{AE} = \frac{2}{5}$.
4. Calculer AE.

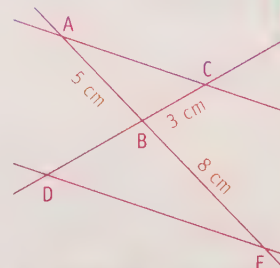


26 Sur la figure ci-contre, (AC) // (DE).

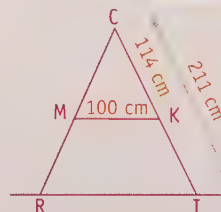
Un élève a effectué

$$\frac{3 \times 8}{5} = 4,8.$$

Quelle longueur a-t-il calculée ? Justifier.

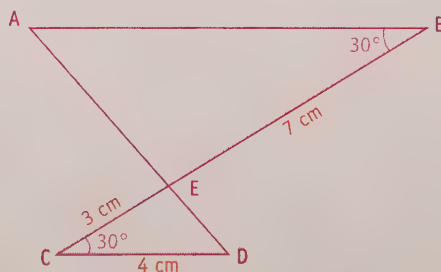


27 **5c** Le père de Gabrielle souhaite lui acheter un portique. Il cherche d'abord à connaître l'encombrement au sol. Il a trouvé sur Internet certaines longueurs du portique. Le côté du portique est schématisé ci-dessous.



On suppose que (MK) et (RI) sont parallèles. Calculer, en justifiant, l'écartement RI entre les deux pieds du côté du portique.

28 On considère la figure ci-dessous sur laquelle sont alignés A, E, D d'une part et B, E, C d'autre part.

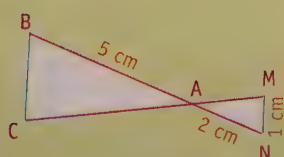


1. Démontrer que les droites (AB) et (CD) sont parallèles.
2. Calculer AB. Justifier.

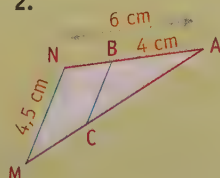
Je calcule mentalement

29 Dans les figures ci-dessous, les segments bleus sont parallèles. Donner, pour chaque cas, la longueur BC.

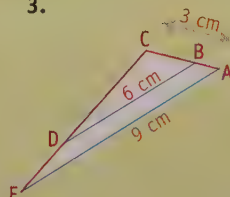
1.



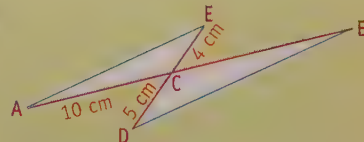
2.



3.



4.



Calculer une longueur

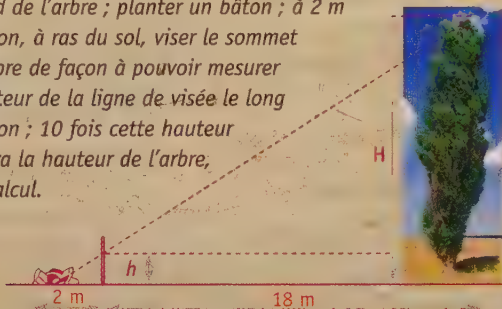
méthode 1

► Premiers exercices d'application : 14 à 16 p. 238.

Histoire des mathématiques

30 Selon la légende, les peuples antiques mesuraient la hauteur de sommets inaccessibles à l'aide d'un bâton, appliquant alors une technique qui repose sur le théorème de Thalès.

Voici la description d'une méthode qui, à l'aide d'un bâton, permet de mesurer la hauteur d'un arbre : Mesurer 18 m du pied de l'arbre ; planter un bâton ; à 2 m du bâton, à ras du sol, viser le sommet de l'arbre de façon à pouvoir mesurer la hauteur de la ligne de visée le long du bâton ; 10 fois cette hauteur donnera la hauteur de l'arbre, sans calcul.



Expliquer à l'aide des longueurs h et H du schéma, et du théorème de Thalès le résultat annoncé.

Déterminer si deux droites sont ou ne sont pas parallèles

méthode 2

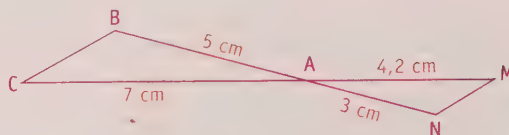
► Premiers exercices d'application : 17 à 19 p. 239.

31 $OA = 2,1$ cm ;
 $AB = 2,9$ cm ;
 $OC = 5$ cm
 et $CD = 7$ cm.

- Calculer les longueurs OB et OD .
- Les droites (AC) et (BD) sont-elles parallèles ? Justifier.



32 Sur cette figure, les points B, A, N d'une part et C, A, M d'autre part sont alignés.



On demande si les droites (BC) et (MN) sont parallèles. Voici la copie de Stéphane, annotée par son professeur.

$$\frac{AM}{AC} = \frac{4,2}{7} = 0,6 \text{ et } \frac{AN}{AB} = \frac{3}{5} = 0,6$$

Données à compléter.

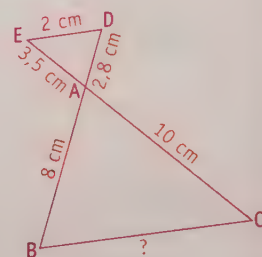
Donc les droites (MN) et (BC) sont parallèles.

Quel théorème utilisez-vous ? Le citer.

Compléter la rédaction de Stéphane.

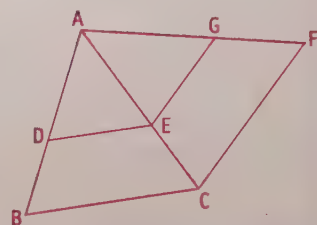
Résoudre des problèmes

- 33** 1. Sur la figure ci-contre, les droites (BC) et (DE) sont-elles parallèles ?
 2. En déduire BC .



34 Prise d'initiatives

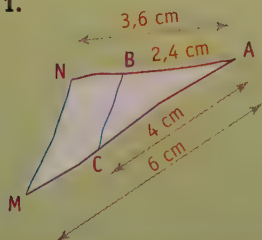
Sur cette figure, les droites (DE) et (BC) sont parallèles, de même que les droites (EG) et (CF) . Prouver que les droites (DG) et (BF) sont parallèles.



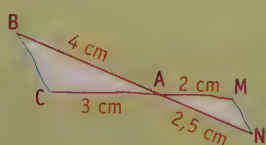
Je calcule mentalement

35 Dire, dans chaque cas, si les segments bleus sont parallèles. Les figures sont réalisées à main levée.

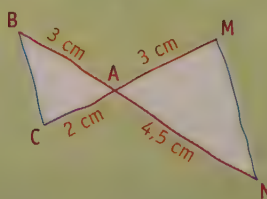
1.



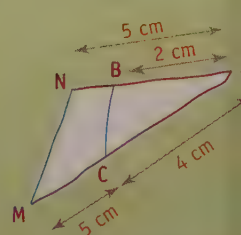
2.



3.



4.



Placer un point

36 **sc** 1. Tracer une droite (d), puis placer sur cette droite deux points A et B tels que $AB = 10$ cm.

2. Placer un point M de [AB] tel que $\frac{AM}{AB} = \frac{7}{10}$.

3. Placer un point N sur (d), n'appartenant pas à [AB], tel que $\frac{AN}{AB} = \frac{7}{10}$.

37 **sc** 1. Tracer un segment [AB] tel que $AB = 7$ cm.

2. On souhaite placer un point M de [AB] tel que $\frac{AM}{AB} = \frac{2}{3}$, en utilisant uniquement un compas et une règle non graduée.

a. Tracer la droite (AB).

b. Tracer une droite (d) sécante en A à la droite (AB).

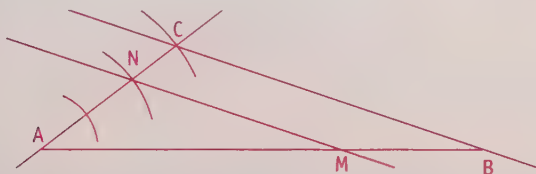
c. Utiliser un compas pour faire des graduations régulières sur la droite (d) et placer deux points N et C sur la droite (d)

tels que $\frac{AN}{AC} = \frac{2}{3}$.

d. Tracer la droite (BC).

e. Construire la droite parallèle à la droite (BC) passant par N. Elle coupe la droite (AB) en M.

On obtient la figure ci-dessous :



3. Utiliser le théorème de Thalès pour justifier que

le point M vérifie bien $\frac{AM}{AB} = \frac{2}{3}$.

38 1. Tracer un segment [AB] tel que $AB = 7$ cm.

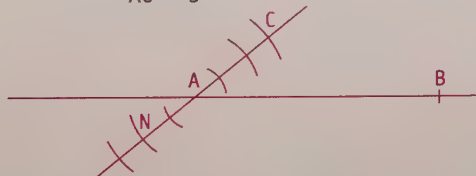
On souhaite placer un point M sur (AB), n'appartenant pas à [AB], tel que $\frac{AM}{AB} = \frac{2}{3}$, en utilisant uniquement un compas

et une règle non graduée.

2. a. Tracer la droite (AB).

b. Tracer une droite (d) sécante en A à la droite (AB).

c. Placer deux points N et C de part et d'autre du point A sur la droite (d) tels que $\frac{AN}{AC} = \frac{2}{3}$. On obtient la figure ci-dessous :



d. Tracer la droite (BC).

e. Construire la droite parallèle à la droite (BC) passant par N. Elle coupe la droite (AB) en M.

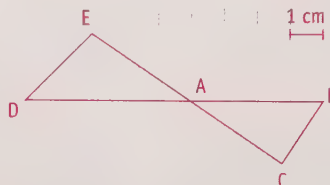
3. Utiliser le théorème de Thalès pour justifier

que le point M vérifie bien $\frac{AM}{AB} = \frac{2}{3}$.

Déterminer l'aire d'une figure obtenue par aggrandissement ou réduction

► Premiers exercices d'application : 20 à 22 p. 240.

39 Sur cette figure, les droites (BC) et (DE) sont parallèles.



1. Donner la valeur du rapport $\frac{AD}{AB}$.

2. Justifier que $AD = \frac{5}{4} AB$; $AE = \frac{5}{4} AC$ et $DE = \frac{5}{4} BC$.

3. Que peut-on en déduire pour le triangle ADE par rapport au triangle ABC ?

4. Calculer l'aire du triangle ADE.

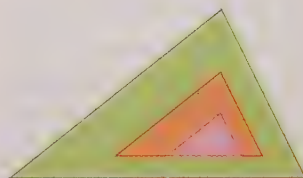
5. En déduire l'aire du triangle ABC.

40 **sc** Un carreau a pour côté 1 cm.

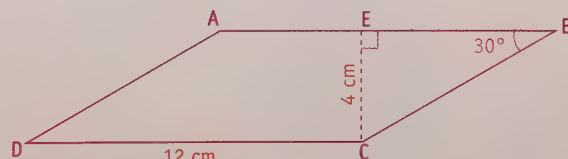
1. En s'aidant du quadrillage, donner le coefficient d'agrandissement ou de réduction permettant de passer du triangle orange à chaque autre triangle.

2. a. Calculer l'aire du triangle orange.

b. En déduire, en une seule opération, l'aire de chaque autre triangle.



41 **sc** 1. Construire une réduction A'B'C'D' du parallélogramme ABCD de rapport 0,4.

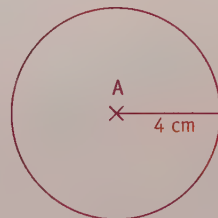


2. Calculer l'aire de ABCD.

3. En déduire l'aire de A'B'C'D'.

42 **sc** 1. Calculer l'aire du disque ci-contre, de centre A.

2. Calculer l'aire d'une réduction de ce disque de rapport $\frac{3}{4}$.



Je m'entraîne au brevet

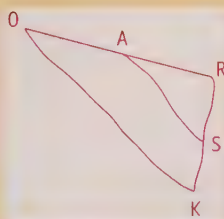
Exercice (Amérique du Nord, 2011)

12 min

Dans cette configuration, les droites (SA) et (OK) sont parallèles.
On sait que $SA = 5$ cm ; $OA = 3,8$ cm ; $OR = 6,84$ cm et $KR = 7,2$ cm.

Les questions de cet exercice ont été effacées, mais il reste des calculs effectués par un élève, en réponse aux questions manquantes.

- 1) $6,84 - 3,8 = 3,04$
- 2) $\frac{5 \times 6,84}{3,04} = 11,25$
- 3) $7,2 + 6,84 + 11,25 = 25,29$



Je repère les données utiles de l'énoncé.
C'est une configuration de Thalès.

Je suis astucieux. Je refais une figure à main levée pour y indiquer les longueurs connues.

Je lis l'énoncé attentivement.
Le résultat de la question 1. est utilisé à la question 2. Le résultat de la question 2. est utilisé à la question 3.

Je lis l'énoncé attentivement.
J'ai deux objectifs :
• formuler des questions ;
• rédiger les réponses.

En utilisant tous les calculs précédents, écrire les questions auxquelles l'élève a répondu et rédiger précisément ses réponses.

Solution

1. Question : Calculer RA.

Réponse : Les points R, A et O sont alignés dans cet ordre,
 $OA = 3,8$ cm et $OR = 6,84$ cm.

Donc, $RA = 6,84$ cm - $3,8$ cm = $3,04$ cm.

2. Question : Calculer OK.

Réponse : Les droites (OA) et (KS) sont sécantes en R et les droites (AS) et (OK) sont parallèles.

D'après le théorème de Thalès, on a $\frac{RA}{RO} = \frac{RS}{RK} = \frac{AS}{OK}$.

D'où $\frac{3,04}{6,84} = \frac{RS}{7,2} = \frac{5}{OK}$.

Comme $\frac{3,04}{6,84} = \frac{5}{OK}$, alors $OK = \frac{5 \times 6,84}{3,04} = 11,25$ cm.

3. Question : Calculer le périmètre du triangle ORK.

Réponse : $7,2 + 6,84 + 11,25 = 25,29$

Le périmètre vaut $25,29$ cm.

Je distingue bien les deux types de réponses attendues :
• la question ;
• la rédaction de la réponse.

Je pense aux unités.
Ici, on utilise le centimètre.

Je rédige clairement.
Je n'oublie pas la « phrase réponse ».

43 (Centres étrangers, 2011)

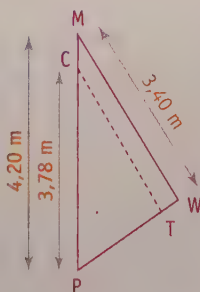
Un centre nautique souhaite effectuer une réparation sur une voile. La voile a la forme du triangle PMW ci-contre.

1. On souhaite faire une couture suivant le segment [CT].

a. Si (CT) est parallèle à (MW), quelle sera la longueur de cette couture ?

b. La quantité de fil nécessaire est le double de la longueur de la couture. 7 m de fil suffiront-ils ?

2. Une fois la couture terminée, on mesure $PT = 1,88$ m et $PW = 2,30$ m. La couture est-elle parallèle à (MW) ?



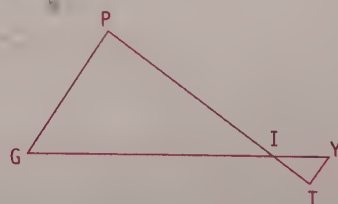
44 (Asie, 2011)

Les droites (TP) et (YG) sont sécantes en I.

On donne les longueurs :

$IP = 5$ cm ; $IG = 7$ cm ; $IY = 1,4$ cm ;

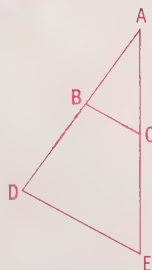
$YT = 0,8$ cm et $TI = 1$ cm.



1. Montrer que les droites (PG) et (YT) sont parallèles.
2. Calculer le périmètre du triangle IGP.

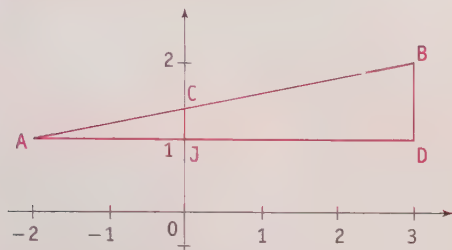
45 Avec une équation

Les droites (BC) et (DE) sont parallèles ; on donne : $AB = 3$ cm ; $BD = 9$ cm et $CE = 4$ cm. La figure n'est pas à l'échelle. On pose $AC = x$ cm. Calculer x . Donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.



46 Dans un repère du plan

Dans un repère orthogonal, on a : $A(-2 ; 1)$; $B(3 ; 2)$; $D(3 ; 1)$ et $J(0 ; 1)$.



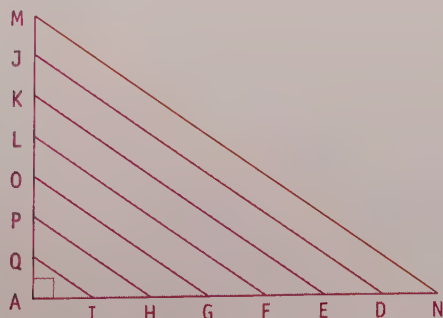
Donner les coordonnées exactes de C, le point d'intersection du segment [AB] et de l'axe des ordonnées, en utilisant le théorème de Thalès.

47 Mathématiques et Architecture

Le pont à haubans en harpe est une architecture de pont particulière. Le *South Quay Footbridge*, situé à Londres, et achevé en 1997, est un pont de ce type.



Sur un tel pont, les haubans sont tous parallèles et à intervalles réguliers le long de l'axe central. Donner la mesure de chacun des haubans en vous aidant du schéma ci-dessous et en prenant $AM = 30$ m et $AN = 90$ m. Le schéma ne respecte pas les proportions.



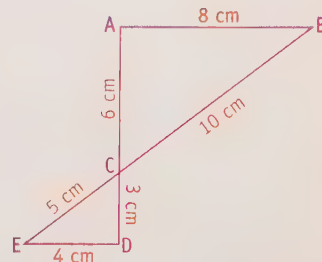
48 De deux façons différentes

1. Sur cette figure, un élève a

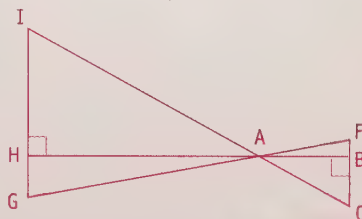
vérifié que $\frac{3}{6} = \frac{5}{10}$.

Que peut-il en déduire géométriquement ? Justifier.

2. Comment aurait-il pu aboutir à la même conclusion sans utiliser ni le théorème de Thalès ni sa réciproque ? Détailler la réponse.



49 Calculer le périmètre et l'aire des triangles ACF et AGI, sachant que $GI = 172$ mm ; $GA = 244$ mm ; $AF = 97,6$ mm ; $AB = 96$ mm et $AC = 108,8$ mm.



Prise d'initiatives

50 Frédéric a acheté un appartement avec un grenier qu'il peut aménager.

Une fois les travaux effectués, quelle nouvelle superficie pourra-t-il revendiquer en loi Carrez ?

Consignes

- Vous répondrez à cette question en exploitant les documents suivants.
- Vous présenterez votre démarche en faisant figurer toutes les pistes de recherche même si elles n'ont pas abouti.

Doc. 1 Schémas du grenier

Voici deux schémas annotés des mesures qu'il a pu effectuer sur place.

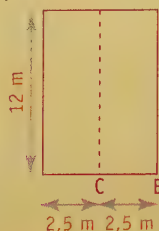
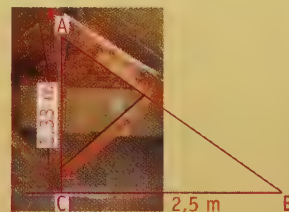


Schéma du sol



Vue du grenier

Doc. 2 Extrait de la loi Carrez

Décret du 23 mai 1997, article 4-1

La superficie de la partie privative d'un lot ou d'une fraction de lot mentionnée à l'article 46 de la loi du 10 juillet 1965 est la superficie des planchers des locaux clos et couverts [...]. Il n'est pas tenu compte des planchers des parties des locaux d'une hauteur inférieure à 1,80 m.

➔ Voir indications pour l'évaluation p. 308.

51 Objectif : construire, à l'aide d'un logiciel de géométrie, deux points M et N d'une droite (AB) tels que $\frac{MA}{MB} = \frac{NA}{NB} = \frac{7}{4}$.

➔ Voir « Utiliser un logiciel de géométrie », p. 316.

Tutoriel sur

www.3e.zeniuscollege-magnard.fr

1 Construire avec le logiciel GeoGebra

1. a. Tracer une droite (AB).
- b. Tracer une droite (d) passant par A.
- c. Supprimer l'affichage du point C en faisant un clic droit de la souris sur le point C.

- d. Tracer la droite (d') parallèle à la droite (d) passant par B.

2. a. En utilisant l'outil « Cercle (centre-rayon) » ainsi que l'outil « Intersection entre deux objets », placer les points D et E sur la droite (d) tels que $AD = AE = 7$.
- b. Supprimer l'affichage du point E et du cercle.
- c. De même, placer deux points F et G sur la droite (d') tels que $BF = BG = 4$ et supprimer l'affichage du cercle.

3. Tracer les droites (DF) et (DG) et placer leurs points d'intersection H et I avec la droite (AB).

2 Conjecturer

4. Dans la fenêtre « Saisie » située en bas, taper « Distance[H,A]/Distance[H,B] » pour faire afficher la valeur de $\frac{HA}{HB}$.
5. De même, faire afficher la valeur de $\frac{IA}{IB}$.

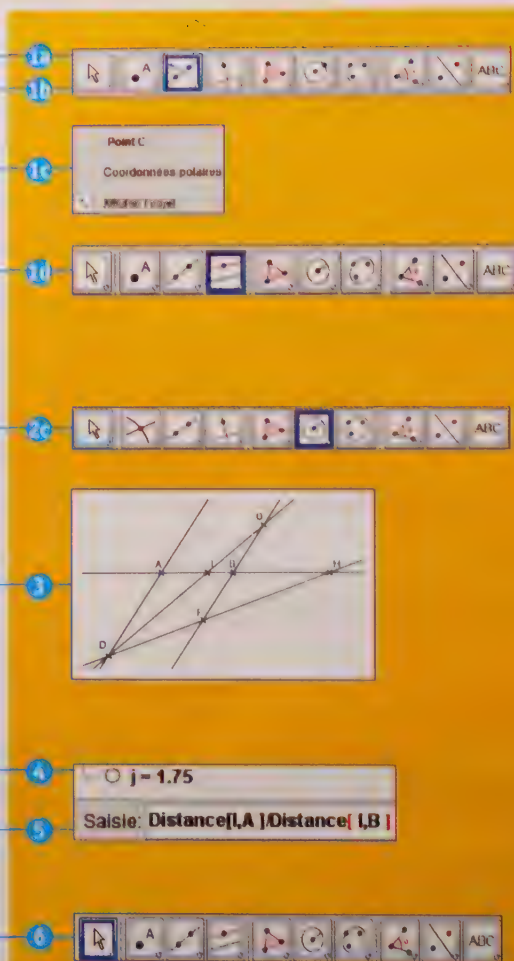
6. Déplacer les points A, B et D et observer les rapports calculés précédemment.

7. Comparer tous les rapports du type $\frac{HA}{HB}$ à la fraction $\frac{7}{4}$. Même question pour $\frac{IA}{IB}$.

3 Démontrer

8. On considère les triangles IAD et IBG.
 - a. Quel théorème peut-on utiliser pour écrire une relation utilisant IA, IB, AD et BG ? Quelle est cette relation ?
 - b. En déduire une fraction égale au rapport $\frac{IA}{IB}$.
9. On considère les triangles HBF et HAD.
 - a. Quel théorème peut-on utiliser pour écrire une relation utilisant HB, HA, BF et AD ? Quelle est cette relation ?
 - b. En déduire une fraction égale au rapport $\frac{HA}{HB}$.
10. Quels points de la figure correspondent aux points M et N cités dans l'objectif ? Les renommer.

52 Placer deux points M et N sur une droite (AB) tels que $\frac{MA}{MB} = \frac{NA}{NB} = \frac{2}{3}$.



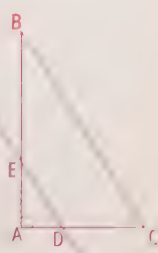
Devoir A

- 53** On considère un triangle ABC et K un point intérieur à ABC. On appelle A', B' et C' les points d'intersection respectifs de (AK) et (BC), de (AC) et (BK) et de (CK) et (AB). La droite parallèle à la droite (BB') et passant par A' coupe le segment [AC] en E. La droite parallèle à la droite (CC') et passant par A' coupe le segment [AB] en F.
1. Faire une figure.
 2. Montrer que $\frac{AC'}{AF} = \frac{AK}{AA'}$ et $\frac{AB'}{AE} = \frac{AK}{AA'}$.
 3. En déduire que les droites (B'C') et (EF) sont parallèles.

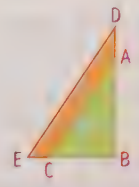
- 54** 1. a. Construire un cercle (C) de diamètre [AB] tel que AB = 5 cm.
b. Placer un point D sur le cercle (C) tel que AD = 2 cm.
c. Construire le cercle (C') tangent à (C) au point B et de diamètre [BC] : 4 cm, C extérieur au cercle (C').
d. Placer E, le point d'intersection de (BD) avec (C').
2. a. Prouver que les droites (AD) et (CE) sont parallèles.
b. Calculer EC. Justifier.
 3. a. Dans le triangle ABD, calculer BD. Donner l'arrondi au dixième.
b. En déduire EB. Donner l'arrondi au dixième.

Devoir B

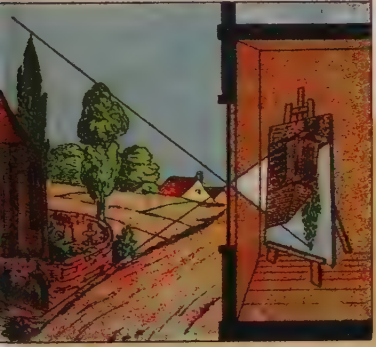
- 55** ABC est un triangle rectangle en A tel que AB = 9 cm et AC = 6 cm. D est le point du segment [AC] tel que AD = 2 cm. E est le point du segment [AB] tel que la droite (DE) soit parallèle à la droite (BC).
1. Reproduire la figure en vraie grandeur.
 2. Prouver que AE = 3 cm.
 3. a. Placer le point F sur le segment [AC] tel que AF = 5 cm.
b. Placer le point G sur le segment [AB] tel que AG = 7,5 cm.
c. Tracer le segment [FG].
 4. Démontrer que la droite (FG) est parallèle à la droite (BC).



- 56** Sur cette figure, un carreau a pour côté 1 cm et les droites (ED) et (AC) sont parallèles.
1. Calculer le périmètre du triangle ABC.
 2. Calculer l'aire du triangle ABC.
 3. On agrandit ce triangle pour obtenir le triangle DBE.
 - a. Calculer le coefficient d'agrandissement.
 - b. En déduire le périmètre et l'aire du triangle BED.



La CHAMBRE NOIRE



Exposé

Histoire des arts

57 La chambre noire est un instrument d'optique, c'est-à-dire qu'il forme une image en deux dimensions, proche de la vision humaine.

Cet instrument fabriqué à l'Antiquité s'est amélioré à partir du ^{xv}e siècle. Il s'agit d'une boîte opaque, comportant une face dotée d'une mince ouverture, pour laisser passer un infime rayon de lumière, et d'une paroi translucide sur la face opposée.

Le théorème de Thalès explique que l'image positionnée en face de l'ouverture est reflétée en plus petit et à l'envers sur la paroi translucide, comme on le voit sur l'illustration.

Cette technique est l'ancêtre de la photographie. Elle fut ainsi utilisée par des artistes pour reproduire en perspective, de manière quasi parfaite, des paysages, des natures mortes ou des portraits.



Une chambre noire de 1800.

B2i

Liens pour la recherche sur www.3e.zeniuselève.magnard.fr/liens

- ✖ Expliquer en quoi cette technique et le théorème de Thalès permettent, par exemple, de mesurer la hauteur d'un objet.
- ✖ Rédiger un texte citant des dates et des artistes qui utilisent la technique de la chambre noire.

Compétence du socle commun évaluées dans cette question **P C**

Compétence	5 : La culture humaniste
Domaine	Avoir des connaissances et des repères.
Item	La culture artistique.
Pour l'évaluation	Pour chaque œuvre citée, je suis capable de préciser le nom, l'auteur, l'époque.

Je révise le cours et les méthodes

Connaissances exigibles

- ✓ Le théorème de Thalès.
- ✓ La réciproque du théorème de Thalès.
- ✓ **SC** Les propriétés de conservation des agrandissements et des réductions.
- ✓ **SC** La propriété sur l'effet d'un agrandissement ou d'une réduction sur une aire.

Savoir-faire à acquérir

- ✓ **SC** Appliquer le théorème de Thalès dans le cas de deux demi-droites de même origine. (→ exercice 58)
- ✓ Appliquer le théorème de Thalès dans le cas de deux droites sécantes. (→ exercices 59 et 60)
- ✓ Appliquer la réciproque du théorème de Thalès. (→ exercice 60)
- ✓ **SC** Agrandir ou réduire une figure donnée. (→ exercice 61)
- ✓ **SC** Utiliser les effets d'un agrandissement ou d'une réduction sur les longueurs, les angles et les aires. (→ exercices 61 et 62)

► **Connaître le sens et l'orthographe de ces mots :**
rapport, quotient, parallèle, théorème de Thalès, réciproque, configuration, agrandissement, réduction.

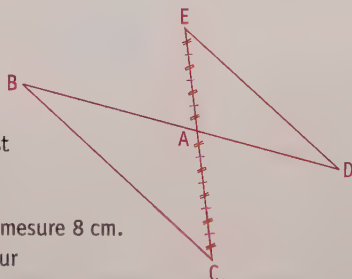
Je m'exerce

- 58** **SC** 1. a. Construire un triangle ABC tel que $AB = 5$ cm ; $BC = 4$ cm et $AC = 6$ cm.
b. Placer sur [AC] le point M tel que $AM = 2$ cm.
c. Tracer la parallèle à (BC) passant par M. Elle coupe [AB] en N.
2. Calculer MN, puis AN en justifiant. Donner l'arrondi au dixième de chaque longueur.

- 59** Les droites (DE) et (BC) sont parallèles.

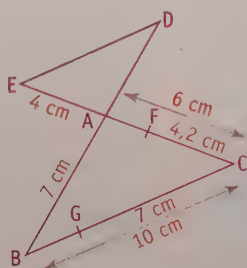
1. D'après le codage de la figure, quelle est la valeur de $\frac{AE}{AC}$?

2. Le segment [DE] mesure 8 cm. Quelle est la longueur du segment [BC] ? Justifier.

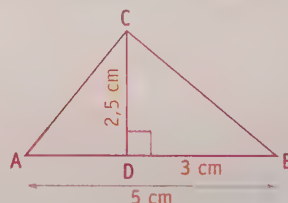


- 60** On considère la figure ci-contre pour laquelle les droites (DE) et (BC) sont parallèles.

1. Calculer AD et ED en justifiant.
2. Prouver que les droites (FG) et (AB) sont parallèles.



- 61** **SC** On considère le triangle ABC ci-dessous.



1. Construire un triangle $A'B'C'$ obtenu par agrandissement de rapport 1,2 du triangle ABC.
2. Calculer l'aire du triangle ABC.
3. En déduire l'aire du triangle $A'B'C'$.

- 62** **SC** Sur la figure ci-dessous, $T'O'M'$ est une réduction du triangle TOM rectangle en O.



1. Calculer le rapport de cette réduction.
2. Quelle est la nature du triangle $T'O'M'$? Justifier.
3. Quelle est l'aire du triangle TOM ?
4. Sans calculer de longueur supplémentaire, déterminer l'aire du triangle $T'O'M'$.

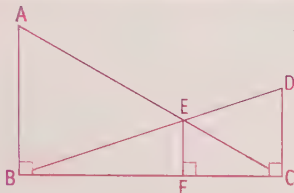
QCM interactif sur

www.3e.zenfuseteve.
magnard.fr

Je m'évalue

Choisir la (ou les) bonne(s) réponse(s).

63



Sur cette figure, combien y a-t-il de configurations de Thalès ?

a

1

b

2

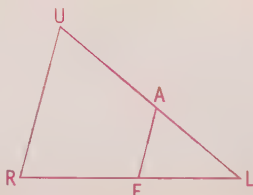
c

3

64

SC

$A \in [LU]$,
 $E \in [LR]$ et (AE) est
parallèle à (UR) .
D'après le théorème
de Thalès, on a :



$$\frac{LA}{LU} = \frac{AE}{UR}$$

$$\frac{LA}{LU} = \frac{LE}{LR}$$

$$\frac{LE}{LR} = \frac{UR}{AE}$$

65

SC

Sur la figure précédente, on donne :
 $LA = 3$ cm ; $AU = 4$ cm ; $AE = 2$ cm.
On a alors :

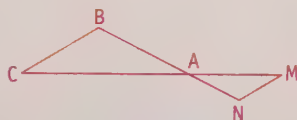
$$\frac{3}{4} = \frac{2}{UR}$$

$$UR = \frac{2 \times 7}{3} \text{ cm.}$$

$$UR = \frac{2}{3} UL.$$

66

B, A et N
sont alignés.
 C, A et M
sont alignés.



Les droites (BC) et (MN) sont parallèles.
D'après le théorème de Thalès, on a :

$$\frac{AB}{AN} = \frac{MN}{BC}$$

$$\frac{AM}{AN} = \frac{AC}{AB}$$

$$\frac{AM}{AC} = \frac{AN}{AB}$$

67

Sur la figure précédente, on donne
 $AM = 3$ cm ; $AN = 2$ cm et $AB = 5$ cm.
On a alors :

$$\frac{3}{AC} = \frac{2}{5}$$

$$\frac{3}{AC} = \frac{2}{7}$$

$$AC = 7,5 \text{ cm.}$$

68

Les points A, B et C sont alignés.

Les points E, A et D sont alignés. $\frac{AB}{AC} = \frac{AE}{AD}$.
Donc :

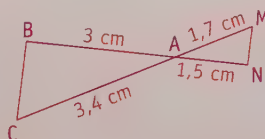
Les droites (BE) et
 (CD) sont parallèles.

Les droites (BE) et (CD)
ne sont pas parallèles.

On ne peut pas
conclure sur
le parallélisme
des droites (BE)
et (CD) .

69

Sur cette figure, je peux déduire que :



Les droites (BC)
et (MN) sont parallèles.

Les droites (BC)
et (MN) ne sont pas
parallèles.

On ne peut pas
conclure sur
le parallélisme
des droites (BC)
et (MN) .

70

L'aire du quadrilatère $ABCD$ est 12 cm^2 .
 $A'B'C'D'$ est un quadrilatère obtenu par
une réduction de $ABCD$ de rapport $\frac{1}{3}$.
Donc, l'aire de $A'B'C'D'$ est :

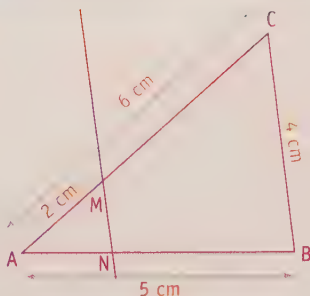
$$4 \text{ cm}^2.$$

$$\frac{4}{3} \text{ cm}^2.$$

$$48 \text{ cm}^2.$$

Je m'exerce

58. 1.



2. Dans le triangle ABC, $M \in [AC]$, $N \in [AB]$ et les droites (MN) et (BC) sont parallèles.

D'après le théorème de Thalès,

$$\text{on a } \frac{AM}{AC} = \frac{AN}{AB} = \frac{MN}{BC} \text{ et } \frac{2}{6} = \frac{AN}{5} = \frac{MN}{4}.$$

$$\text{Comme } \frac{2}{6} = \frac{AN}{5}, \text{ alors } AN = \frac{2 \times 5}{6} = \frac{5}{3} \text{ cm.}$$

L'arrondi de AN au dixième est 1,7 cm.

$$\text{Comme } \frac{2}{6} = \frac{MN}{4}, \text{ alors } MN = \frac{2 \times 4}{6} = \frac{4}{3} \text{ cm.}$$

L'arrondi de AN au dixième est 1,3 cm.

59. 1. $\frac{AE}{AC} = \frac{4}{5}$

2. Les droites (EC) et (BD) sont sécantes en A et les droites (DE) et (BC) sont parallèles. D'après le théorème de Thalès,

$$\text{on a } \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}, \text{ donc } \frac{4}{5} = \frac{8}{BC} \text{ et } BC = 10 \text{ cm.}$$

60. 1. Le théorème de Thalès donne $\frac{AE}{AC} = \frac{AD}{AB} = \frac{DE}{BC},$

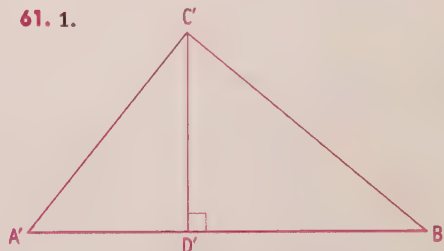
$$\text{d'où } \frac{4}{6} = \frac{AD}{7} = \frac{DE}{10}.$$

$$AD = \frac{4 \times 7}{6} = \frac{14}{3} \text{ cm et } DE = \frac{4 \times 10}{6} = \frac{20}{3} \text{ cm.}$$

2. $\frac{CF}{CA} = \frac{4,2}{6} = 0,7$ et $\frac{CG}{CB} = \frac{7}{10} = 0,7.$

On constate que $\frac{CF}{CA} = \frac{CG}{CB}.$ De plus, les points C, F et A d'une part et les points C, G et B d'autre part sont alignés dans le même ordre. D'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (FG) et (AB) sont parallèles.

61. 1.



2. L'aire du triangle ABC est 6,25 cm².

3. $6,25 \times 1,2^2 = 9.$ Donc l'aire du triangle A'B'C' est 9 cm².

62. 1. Le rapport de cette réduction est $\frac{4,2}{6} = 0,7.$

2. Le triangle T'O'M' est une réduction du triangle TOM rectangle en O. Or une réduction conserve les mesures d'angle, donc on peut en déduire que T'O'M' est un triangle rectangle en O'.

3. L'aire du triangle TOM est : $\frac{3,5 \times 6}{2} = 10,5 \text{ cm}^2.$

4. Dans une réduction de rapport 0,7, les aires sont multipliées par 0,7².

Donc, l'aire de T'O'M' est $10,5 \times 0,7^2 = 5,145 \text{ cm}^2.$

Je m'évalue

Réponse(s)	Commentaires	Revoir
63. c	Il ne faut pas oublier la configuration de Thalès pour laquelle les droites sont sécantes.	Cours, p. 234.
64. a et b	Les numérateurs des deux quotients doivent appartenir au même triangle.	Cours, p. 234.
65. b et c	Il faut penser à calculer $UL = 3 \text{ cm} + 4 \text{ cm} = 7 \text{ cm}.$	Méthode 1, p. 238.
66. c	Les numérateurs des deux quotients doivent appartenir au même triangle.	Cours, p. 234.
67. a et c	Il faut bien repérer les deux triangles en configuration de Thalès.	Méthode 1, p. 238.
68. c	Il manque une indication sur l'ordre des points sur les deux droites sécantes en A pour pouvoir conclure.	Méthode 2, p. 239.
69. a	$\frac{1,5}{3} = 0,5$ et $\frac{1,7}{3,4} = 0,5.$	Méthode 2, p. 239.
70. b	On multiplie l'aire de ABCD par $\left(\frac{1}{3}\right)^2.$	Cours, p. 236 et Méthode 3, p. 240.

Objectifs

Connaitre la définition du cosinus, du sinus et de la tangente d'un angle aigu dans un triangle rectangle.

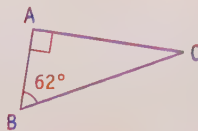
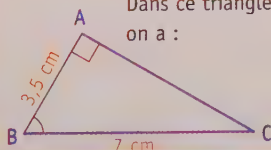
Déterminer une longueur d'un triangle rectangle en utilisant le cosinus, le sinus ou la tangente d'un des deux angles aigus.

Déterminer la mesure d'un angle aigu d'un triangle rectangle en utilisant le cosinus, le sinus ou la tangente.

Connaitre et utiliser les égalités $(\cos \hat{A})^2 + (\sin \hat{A})^2 = 1$ et $\tan \hat{A} = \frac{\sin \hat{A}}{\cos \hat{A}}$

Je me rappelle

1 QCM : Choisir la (ou les) bonne(s) réponse(s).

		a	b	c
1	Si $0,2 = \frac{3}{x}$, alors :	$x = 3 \times 0,2$.	$x = \frac{3}{0,2}$.	$x = \frac{0,2}{3}$.
2	Si $0,2 = \frac{x}{3}$, alors :	$x = 3 \times 0,2$.	$x = \frac{3}{0,2}$.	$x = \frac{0,2}{3}$.
3	Dans un triangle rectangle, le cosinus d'un angle aigu est égal à :	$\frac{\text{longueur de l'hypoténuse}}{\text{longueur du côté adjacent}}$.	$\frac{\text{longueur du côté opposé}}{\text{longueur de l'hypoténuse}}$.	$\frac{\text{longueur du côté adjacent}}{\text{longueur de l'hypoténuse}}$.
Pour les questions 4 à 7, on utilise le triangle rectangle ABC ci-contre.				
4	Le côté le plus grand de ce triangle est :	l'hypoténuse.	[BC].	[AC].
5	La mesure de l'angle $\widehat{BCA}$ est égale à :	118° .	62° .	28° .
6	Pour l'angle $\widehat{ABC}$:	[BC] est le côté adjacent.	[BA] est le côté adjacent.	[AC] est le côté opposé.
7	$\cos \widehat{ABC} =$	$\frac{AB}{BC}$.	$\frac{AC}{BC}$.	$\frac{AC}{AB}$.
8	Si $\cos \hat{A} = 0,5$ alors :	$\hat{A} = 60^\circ$.	$\hat{A} = \frac{0,5}{2}$.	$\hat{A} = \frac{0,5}{\cos}$.
9	 Dans ce triangle, on a :	$\widehat{ABC} = \frac{3,5}{7}$.	$\widehat{ABC} = 60^\circ$.	$\cos \widehat{ABC} = \frac{1}{2}$.

J'utilise un vocabulaire précis

exercice interactif sur
www.3e.zeniusélève.
magnard.fr

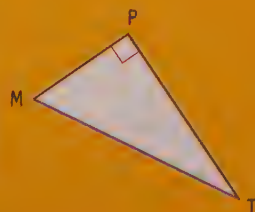
2 Recopier et compléter les phrases en utilisant les étiquettes.

- [MT] est l'... du triangle MPT.
- [MP] est le côté ... à l'angle $\widehat{PMT}$ et le côté ... à l'angle $\widehat{MTP}$.
- [TP] est le côté ... à l'angle $\widehat{PMT}$ et le côté ... à l'angle $\widehat{MTP}$.

opposé

hypoténuse

adjacent



Activité 1 Sinus d'un angle aigu

Partie 1 Conjecture

1. a. Construire un triangle ABC rectangle en B tel que $\widehat{ACB} = 22^\circ$.
b. Mesurer et relever les longueurs BA, BC et AC.
c. Calculer $\frac{AB}{AC}$ et en donner l'arrondi au centième.

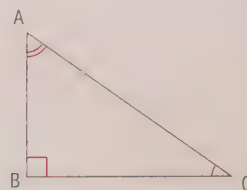
2. a. Comparer la valeur de $\frac{AB}{AC}$ avec les valeurs trouvées par les autres élèves de la classe.
b. Que remarque-t-on ? Faire une conjecture.

Partie 2 Démonstration

3. On considère le triangle ABC ci-contre. Recopier et compléter :

$$\frac{AB}{AC} = \frac{\text{longueur du côté ... à l'angle } \widehat{BCA}}{\text{longueur de l'hypoténuse}} = \frac{\text{longueur du côté ... à l'angle } \widehat{BAC}}{\text{longueur de l'hypoténuse}} = \dots \widehat{BAC}.$$

Par définition, on pose $\sin \widehat{BCA} = \cos \widehat{BAC} = \frac{AB}{AC}$
et $\sin \widehat{BCA}$ se lit **sinus de l'angle BCA**.



Partie 3 À la calculatrice

4. Comme pour la valeur du cosinus, on peut utiliser la touche (sin) de la calculatrice pour déterminer la valeur du sinus d'un angle.

- a. Vérifier que $\sin 22^\circ \approx 0,375$. Je pense à choisir le mode « degré ».
- b. Comparer avec la valeur trouvée à la question 1. c.

Ai-je bien compris ?

Recopier et compléter : $\widehat{A}$ est un angle aigu d'un triangle rectangle.

$$\cos \widehat{A} = \frac{\text{longueur du côté ... à l'angle } \widehat{A}}{\text{longueur de l'hypoténuse}}$$

$$\sin \widehat{A} = \frac{\text{longueur du côté ... à l'angle } \widehat{A}}{\text{longueur de l'hypoténuse}}$$

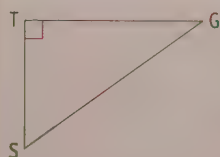
En utilisant la calculatrice, donner l'arrondi au dixième de $\sin 49^\circ$ et $\sin 78^\circ$.

Activité 2 Tangente d'un angle aigu

1. $\widehat{A}$ est un angle aigu d'un triangle rectangle. On pose :

$$\tan \widehat{A} = \frac{\text{longueur du côté opposé à l'angle } \widehat{A}}{\text{longueur du côté adjacent à l'angle } \widehat{A}}$$

$\tan \widehat{A}$ se lit **tangente de l'angle A**.



En utilisant le triangle rectangle STG ci-contre, recopier et compléter :

a. $\cos \widehat{SGT} = \frac{\dots}{\dots}$

b. $\sin \widehat{SGT} = \frac{\dots}{\dots}$

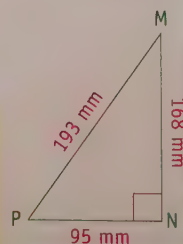
c. $\tan \widehat{SGT} = \frac{\dots}{\dots}$

2. Pour déterminer la valeur de la tangente d'un angle aigu, on peut utiliser la touche (tan) de la calculatrice.

- a. Vérifier que $\tan 22^\circ \approx 0,404$.
- b. Donner l'arrondi au dixième de $\tan 49^\circ$ et $\tan 84^\circ$.

Ai-je bien compris ?

Donner la valeur exacte, puis la valeur arrondie au centième de $\cos \widehat{NMP}$, $\sin \widehat{NMP}$ et $\tan \widehat{NMP}$.



Activité 3 Une autre formule pour la tangente

1. Conjecture

- a. En utilisant la calculatrice, calculer $\frac{\sin 42^\circ}{\cos 42^\circ}$ et $\tan 42^\circ$.

Arrondir au centième.

- b. Reprendre la question 1. a. en choisissant une autre valeur, différente de 42° et comprise entre 0° et 90° .

- c. Que constate-t-on ?

Quelle conjecture peut-on faire ?

2. Démonstration

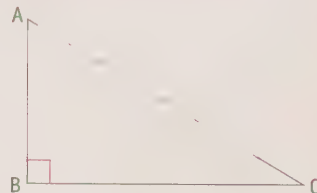
On considère un triangle ABC rectangle en B.

- a. Pour démontrer la conjecture de la question 1., recopier et compléter :

$$\frac{\sin \widehat{BAC}}{\cos \widehat{BAC}} = \frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots} \times \frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots}$$

$$\bullet \tan \widehat{BAC} = \frac{\dots}{\dots}$$

- b. Conclure.



Ai-je bien compris ?

$\hat{A}$ est un angle aigu d'un triangle rectangle tel que $\sin \hat{A} = 0,6$ et $\cos \hat{A} = 0,8$.

- Calculer $\tan \hat{A}$.

Activité 4 Pythagore et la trigonométrie

1. Conjecture

- a. À l'aide de la calculatrice donner la valeur de $(\sin 48^\circ)^2 + (\cos 48^\circ)^2$.

- b. Reprendre la question 1. a. en choisissant une autre valeur, différente de 48° et comprise entre 0° et 90° .

- c. Comparer ces résultats à ceux des autres élèves de la classe. Que constate-t-on ?

Quelle conjecture peut-on faire ?

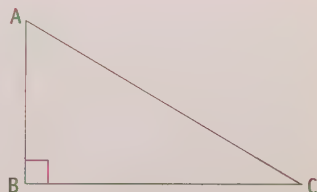
2. Démonstration

On considère un triangle ABC rectangle en B.

- a. Écrire l'égalité de Pythagore dans ce triangle.

- b. Diviser les deux membres de l'égalité par AC^2 .

- c. En déduire que $(\cos \widehat{BAC})^2 + (\sin \widehat{BAC})^2 = 1$.



Ai-je bien compris ?

$\hat{A}$ est un angle aigu d'un triangle rectangle. On donne $\cos \hat{A} = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

- Sans utiliser la calculatrice, calculer $\sin \hat{A}$.

Activité 5 Encadrement du cosinus et du sinus d'un angle aigu

1. Conjecture

- a. En utilisant la calculatrice, donner la valeur arrondie au centième de $\cos 15^\circ$; $\cos 37^\circ$; $\cos 59^\circ$ et $\cos 89^\circ$.

- b. En utilisant la calculatrice, donner la valeur arrondie au centième de $\sin 14^\circ$; $\sin 39^\circ$; $\sin 65^\circ$ et $\sin 84^\circ$.

- c. Que peut-on conjecturer sur les valeurs du cosinus et du sinus d'un angle aigu ?

2. Démonstration

- a. Dans le triangle ABC rectangle en A, justifier les inégalités :

- $0 < AB < BC$;
- $0 < AC < BC$.

- b. Diviser les deux inégalités par BC.

Démontrer ainsi la conjecture faite à la question 1. c.

3. Et la tangente ?

Peut-on obtenir le même encadrement pour la tangente d'un angle aigu ? Justifier.

Ai-je bien compris ?

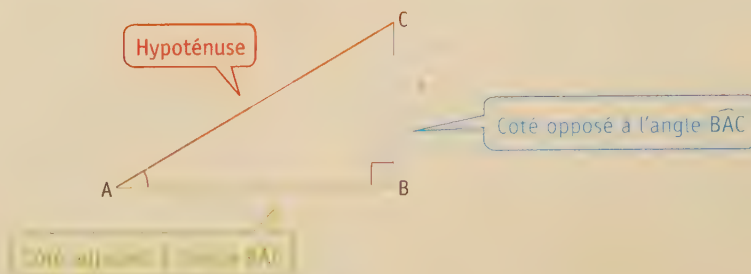
$\hat{B}$ est un angle aigu d'un triangle rectangle. Marie a trouvé $\sin \hat{B} = \frac{45}{44}$.

- Que peut-on en penser ?

1 Définitions

⇒ Testez-vous avec les exercices 1 à 7.

On considère un triangle ABC rectangle en B.



Définitions

- Dans un triangle rectangle, le **cosinus** d'un angle aigu est le quotient $\frac{\text{longueur du côté adjacent à cet angle}}{\text{longueur de l'hypoténuse}}$.
- Dans un triangle rectangle, le **sinus** d'un angle aigu est le quotient $\frac{\text{longueur du côté opposé à cet angle}}{\text{longueur de l'hypoténuse}}$.
- Dans un triangle rectangle, la **tangente** d'un angle aigu est le quotient $\frac{\text{longueur du côté opposé à cet angle}}{\text{longueur du côté adjacent à cet angle}}$.

Exemples

- $\cos \widehat{BAC} = \frac{\text{côté adjacent à l'angle BAC}}{\text{hypoténuse}}$
 $\cos \widehat{BAC} = \frac{AB}{AC}$
- $\sin \widehat{BAC} = \frac{\text{côté opposé à l'angle BAC}}{\text{hypoténuse}}$
 $\sin \widehat{BAC} = \frac{CB}{AC}$
- $\tan \widehat{BAC} = \frac{\text{côté opposé à l'angle BAC}}{\text{côté adjacent à l'angle BAC}}$
 $\tan \widehat{BAC} = \frac{CB}{AB}$

Remarque : On peut retenir le mot imaginaire « **SOHCAHTOA** » pour se rappeler de ces formules.

Sin = **O**pposé sur **H**ypoténuse

Cos = **A**djoint sur **H**ypoténuse

Tan = **O**pposé sur **A**djoint

2 Propriétés

⇒ Testez-vous avec les exercices 8 et 9.

Propriétés

$\widehat{A}$ est un angle aigu d'un triangle rectangle :

- $(\sin \widehat{A})^2 + (\cos \widehat{A})^2 = 1$.
- $\tan \widehat{A} = \frac{\sin \widehat{A}}{\cos \widehat{A}}$.
- $0 < \sin \widehat{A} < 1$.
- $0 < \cos \widehat{A} < 1$.

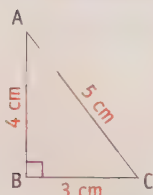
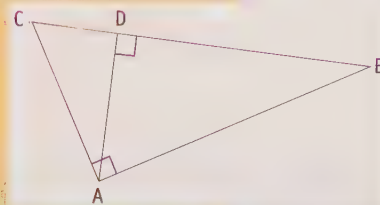
Exemples

- $(\sin 42^\circ)^2 + (\cos 42^\circ)^2 = 1$
- $\tan 42^\circ = \frac{\sin 42^\circ}{\cos 42^\circ}$
- $0 < \sin 42^\circ < 1$
- $0 < \cos 42^\circ < 1$

Testez votre compréhension du cours

1 Citez :

- deux segments qui sont les hypoténuses de triangles rectangles de cette figure en nommant ces triangles ;
- le côté adjacent à l'angle $\widehat{ABC}$ dans le triangle ABC ;
- le côté adjacent à l'angle $\widehat{ABC}$ dans le triangle ABD ;
- le côté opposé à l'angle $\widehat{ABC}$ dans le triangle ABC ;
- le côté opposé à l'angle $\widehat{ABC}$ dans le triangle ABD.



2 Le professeur demande de compléter : ... $\widehat{BCA} = \frac{4}{5}$.
Voici la réponse de trois élèves.
Qui a raison ?

Léa

cos !

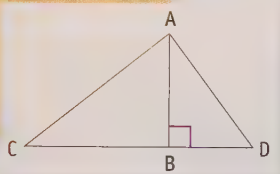
sin !

Léo

tan !

Lio

- 3 a. Donnez, si possible, l'expression de $\tan \widehat{ACD}$ en fonction des longueurs des côtés du triangle ABC.
b. Donnez, si possible, l'expression de $\tan \widehat{ACD}$ en fonction des longueurs des côtés du triangle ACD.

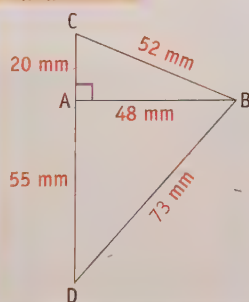


4 À partir de la figure de l'exercice 3, exprimez :

- $\sin \widehat{BAD}$;
- $\cos \widehat{BAC}$;
- $\tan \widehat{ADC}$;
- $\sin \widehat{ACD}$;
- $\cos \widehat{BAD}$;
- $\tan \widehat{BAC}$.

5 Vrai ou faux ?

- $\cos \widehat{ADB} = \frac{48}{55}$
- $\cos \widehat{ADB} = \frac{55}{73}$
- $\cos \widehat{ADB} = \frac{73}{55}$
- $\tan \widehat{BCA} = \frac{20}{52}$
- $\sin \widehat{ADB} = \frac{55}{73}$
- $\tan \widehat{BCA} = \frac{48}{20}$
- $\sin \widehat{ABC} = \frac{20}{52}$
- $\sin \widehat{ABD} = \frac{48}{73}$



6 Anaïs effectue le quotient $\frac{20}{48}$.

Quel angle de la figure de l'exercice 5 veut-elle déterminer ainsi ?
Comment va-t-elle procéder ?

7 En utilisant la calculatrice, déterminer $\cos 65^\circ$ et $\sin 25^\circ$.
Que remarque-t-on ?
Aurait-on pu prévoir ce résultat ?

8 Dans le triangle ABC rectangle en C,

$$\sin \widehat{BAC} = \frac{5}{13} \text{ et } \cos \widehat{BAC} = \frac{12}{13}.$$

Qui a raison ?

$$\tan \widehat{BAC} = \frac{5}{12}.$$

Awatet

Vivianne

$$\tan \widehat{BAC} = \frac{12}{5}.$$

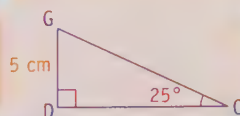
Je ne peux pas le savoir car je ne connais pas les longueurs du triangle ABC.

Rudy

9 Anne-Sophie termine son exercice et écrit $\sin \widehat{EDR} = 1,2$.
Sans vérifier les calculs, Malick lui affirme qu'elle a fait une erreur.
Qu'en pensez-vous ?

1 Calculer la longueur d'un côté d'un triangle rectangle

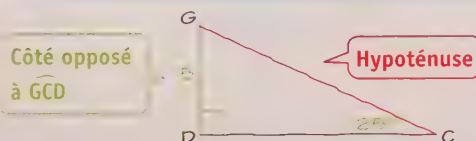
- Exercice 1.** Calculer la valeur exacte de GC, puis arrondir au dixième de centimètre.
2. Calculer la valeur exacte de DC, puis arrondir au dixième de centimètre.



Solution

1. étape

- 1 Je fais un schéma à main levée ; j'annote en vert les données, et en rouge ce que cherche.



étape 2

- 2 Je choisis la définition du cours faisant intervenir les deux côtés colorés.

Dans le triangle GDC rectangle en D,
 $\sin \widehat{GCD} = \frac{GD}{GC}$, donc $\sin 25^\circ = \frac{5}{GC}$.

étape 3

- 3 J'utilise l'égalité des produits en croix pour calculer GC.

$$\frac{\sin 25^\circ}{1} = \frac{5}{GC}, \text{ donc } GC \times \sin 25^\circ = 5.$$

$$GC = \frac{5}{\sin 25^\circ} \text{ cm}$$

étape 4

- 4 J'utilise la calculatrice.

Avec la Casio

5 [=] sin (25) [=] EXE

Il s'affiche :

5÷sin(25) M+ A
11.83100792

$GC \approx 11,8 \text{ cm}$

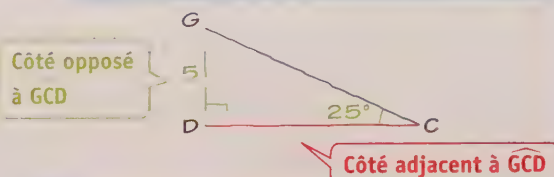
Avec la TI

5 [=] sin (2 5) [=] enter

5÷sin(25) M+ ~
11.83100792

2. étape

- 1 Je fais un schéma à main levée ; j'annote en vert les données, et en rouge ce que cherche.



étape 2

- 2 Je choisis la définition du cours faisant intervenir les deux côtés colorés.

Dans le triangle GDC rectangle en D,
 $\tan \widehat{GCD} = \frac{GD}{DC}$, donc $\tan 25^\circ = \frac{5}{DC}$.

étape 3

- 3 J'utilise l'égalité des produits en croix pour calculer DC.

$$\frac{\tan 25^\circ}{1} = \frac{5}{DC}, \text{ donc } DC \times \tan 25^\circ = 5.$$

$$DC = \frac{5}{\tan 25^\circ} \text{ cm}$$

étape 4

- 4 J'utilise la calculatrice.

Avec la Casio

5 [=] tan (2 5) [=] EXE

Il s'affiche :

5÷tan(25) M+ A
10.7225346

$DC \approx 10,7 \text{ cm}$

Avec la TI

5 [=] tan (2 5) [=] enter

5÷tan(25) M+ ~
10.7225346

J'applique

- 10** Le triangle LOP est rectangle en O. $\widehat{OPL} = 20^\circ$ et $OL = 8 \text{ cm}$.

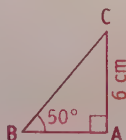
1. Faire une figure à main levée et y reporter les données.

2. a. Donner $\cos \widehat{OPL}$, $\sin \widehat{OPL}$ et $\tan \widehat{OPL}$ en fonction des longueurs des côtés du triangle OPL.

b. Des trois égalités précédentes, laquelle semble être celle utile pour calculer PL ?

c. Calculer la valeur exacte de PL, puis arrondir au dixième de centimètre.

- 11** Calculer la valeur exacte de BC, puis arrondir au dixième de centimètre.



- 12** Le triangle MNK est rectangle en M.

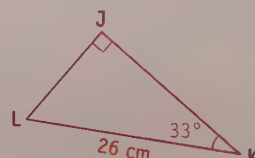
On donne $\widehat{MKN} = 43^\circ$ et $MK = 10 \text{ cm}$.

1. Faire une figure à main levée et y reporter les données.

2. Calculer la valeur exacte de MN, puis arrondir au dixième de centimètre.

- 13** 1. Calculer la valeur exacte de LJ, puis arrondir au dixième de centimètre.

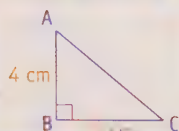
2. Même question pour JK.



méthode

2 Déterminer la mesure d'un angle aigu d'un triangle rectangle

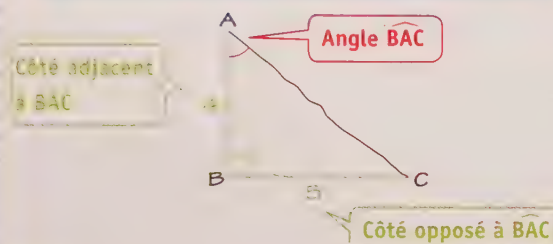
Exercice 1 Calculer l'arrondi au degré de la mesure de l'angle $\widehat{BAC}$.



Solution 1

étape

- 1 Je fais un schéma à main levée ; j'annote en vert les données et en rouge ce que cherche.



étape

- 2 Je choisis la définition du cours faisant intervenir les deux côtés colorés.

Dans le triangle ABC rectangle en B,
 $\tan \widehat{BAC} = \frac{BC}{BA}$, donc $\tan \widehat{BAC} = \frac{5}{4}$.

étape

- 3 J'utilise la calculatrice.

Avec la Casio

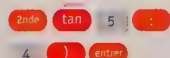


Il s'affiche :

Atn(5÷4)
51.34019175

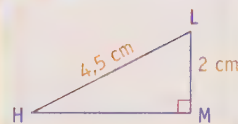
$\widehat{BAC} \approx 51^\circ$

Avec la TI



arctan(5:4)
51.34019175

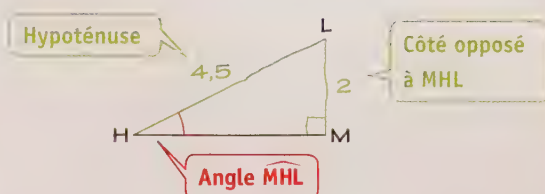
Exercice 2 Calculer l'arrondi au degré de la mesure de l'angle $\widehat{MHL}$.



Solution 2

étape

- 1 Je fais un schéma à main levée ; j'annote en vert les données et en rouge ce que cherche.



étape

- 2 Je choisis la définition du cours faisant intervenir les deux côtés colorés.

Dans le triangle LHM rectangle en M,
 $\sin \widehat{MHL} = \frac{LM}{HL}$, donc $\sin \widehat{MHL} = \frac{2}{4,5}$.

étape

- 3 J'utilise la calculatrice.

Avec la Casio

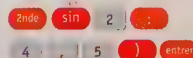


Il s'affiche :

Asn(2÷4.5)
26.38779996

$\widehat{MHL} \approx 26^\circ$

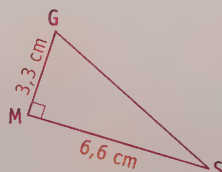
Avec la TI



arcsin(2:4.5)
26.38779996

J'applique

- 14 1. Que représente le côté [MS] pour l'angle $\widehat{MGS}$?
 2. Que représente le côté [MG] pour l'angle $\widehat{MGS}$?
 3. Quelle définition du cours peut-on utiliser pour calculer la mesure de l'angle $\widehat{MGS}$?
 4. Calculer l'arrondi au degré de la mesure de l'angle $\widehat{MGS}$.



15 On considère le triangle MNP rectangle en P tel que $MN = 26$ mm et $NP = 14$ mm.

1. Faire une figure à main levée et y reporter les données.
 2. Calculer l'arrondi au degré de la mesure de l'angle $\widehat{PMN}$.

16 1. Philippe tape sur sa calculatrice

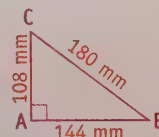
2nde sin 1 0 8 ÷ 1 8 0 =

Quel angle va-t-il ainsi déterminer ?

2. Didier tape sur sa calculatrice

2nde tan 1 4 4 ÷ 1 0 8 =

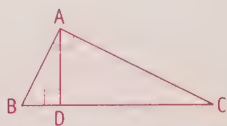
Quel angle va-t-il ainsi déterminer ?



Je m'entraîne

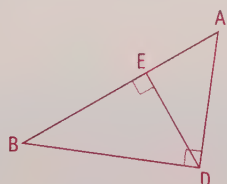
Revoir le vocabulaire

17 QCM : Choisir la (ou les) bonnes réponses.



		a	b	c
1.	Le côté adjacent à l'angle $\widehat{ABC}$ dans le triangle ABC est :	AB.	BC.	AC.
2.	Le côté adjacent à l'angle $\widehat{ABC}$ dans le triangle ABD est :	AB.	BD.	DA.
3.	Le côté opposé à l'angle $\widehat{ABC}$ dans le triangle ABC est :	AB.	BC.	AC.
4.	Le côté opposé à l'angle $\widehat{ABC}$ dans le triangle ABD est :	AB.	BD.	DA.

18 Recopier et compléter par *opposé* ou *adjacent*.



- Dans le triangle rectangle AED, [AE] est le côté ... à l'angle $\widehat{ADE}$.
- Dans le triangle rectangle ABD, [AD] est le côté ... à l'angle $\widehat{BAD}$.
- Dans le triangle rectangle AED, [ED] est le côté ... à l'angle $\widehat{ADE}$.
- Dans le triangle rectangle BED, [ED] est le côté ... à l'angle $\widehat{EBD}$.
- Dans le triangle rectangle ABD, [AD] est le côté ... à l'angle $\widehat{ABD}$.

Connaître les définitions

19 RHD est un triangle rectangle en H.

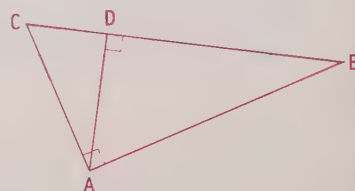
- Faire une figure à main levée.
- En fonction des longueurs des côtés du triangle RHD, écrire :
a. $\cos \widehat{HDR}$; b. $\sin \widehat{HDR}$; c. $\tan \widehat{HDR}$.

20 LDB est un triangle rectangle en B.
Relier les quotients à la bonne définition.

$\frac{LB}{DB}$	1	A	$\sin \widehat{DLB}$
$\frac{DB}{QL}$	2	B	$\cos \widehat{DLB}$
$\frac{LB}{DL}$	3	C	$\tan \widehat{DLB}$
$\frac{DB}{BL}$	4	D	$\tan \widehat{BDL}$

21 1. Suivant le triangle considéré, écrire de deux manières différentes $\cos \widehat{CBA}$, $\sin \widehat{CBA}$ et $\tan \widehat{CBA}$.

2. Suivant le triangle considéré, écrire de deux manières différentes $\cos \widehat{ACB}$, $\sin \widehat{ACB}$ et $\tan \widehat{ACB}$.



Utiliser la calculatrice TICE

22 Recopier et compléter le tableau en utilisant la calculatrice. (Arrondir au centième.)

Angle en degrés	sin	cos	tan
10			
30			
50			
70			

23 Recopier et compléter le tableau en utilisant la calculatrice. (Arrondir au centième.)

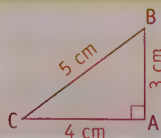
Angle en degrés	sin	cos	tan
20			
40			
60			
80			

24 En utilisant la calculatrice, déterminer la valeur arrondie au degré de l'angle $\widehat{A}$ dans les cas suivants :
1. $\cos \widehat{A} = 0,7$; 2. $\sin \widehat{A} = 0,35$; 3. $\tan \widehat{A} = 25$.

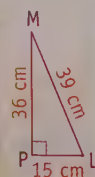
25 En utilisant la calculatrice, déterminer la valeur arrondie au degré de l'angle $\widehat{A}$ dans les cas suivants :
1. $\cos \widehat{A} = 0,25$; 2. $\sin \widehat{A} = 0,75$; 3. $\tan \widehat{A} = 0,5$.

Je calcule mentalement

26 Donner la valeur décimale de $\cos \widehat{C}$, $\sin \widehat{C}$ et $\tan \widehat{C}$.



27 Donner $\cos \widehat{L}$, $\sin \widehat{L}$ et $\tan \widehat{L}$ sous la forme de fractions irréductibles.



Calculer la longueur d'un côté d'un triangle rectangle

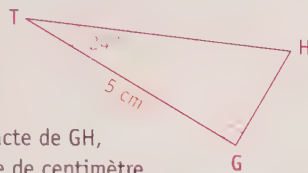
méthode 1

➔ Premiers exercices d'application : 10 à 13 p. 256.

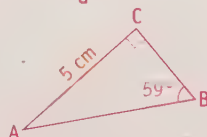
28 1. a. Donner $\cos \widehat{HTG}$, $\sin \widehat{HTG}$ et $\tan \widehat{HTG}$ en fonction des longueurs des côtés du triangle HTG .

b. Des trois égalités précédentes, laquelle semble être utile pour calculer GH ?

2. Calculer la valeur exacte de GH , puis arrondir au dixième de centimètre.



29 Calculer la valeur exacte de AB , puis arrondir au dixième de centimètre.



30 RST est un triangle rectangle en R . $RS = 7,2$ cm et $\widehat{RTS} = 41^\circ$.

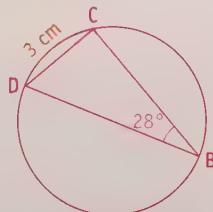
1. Faire une figure en vraie grandeur.
2. Calculer la valeur exacte de RT , puis arrondir au dixième de centimètre.

31 TYU est un triangle rectangle en T . $YU = 13$ cm et $\widehat{TUY} = 74^\circ$.

1. Faire une figure en vraie grandeur.
2. Calculer la valeur exacte de YT , puis arrondir au dixième de centimètre.

32 C est un point du cercle de diamètre $[BD]$.

Le professeur demande de calculer BC . Voici le début de la copie d'Olivier :



Dans le triangle BCD ,

$$\tan \widehat{CBD} = \frac{DC}{CB}$$

$$\tan 28^\circ = \frac{3}{CB}$$

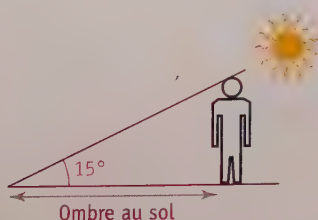
Tu as oublié de démontrer quelque chose de très important !

Expliquer le commentaire du professeur et répondre correctement à la question posée.

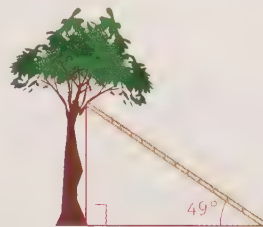
33 **sc** **Prise d'initiatives**

Une personne mesure 1,65 m.

Quelle est la longueur de l'ombre au sol de cette personne quand les rayons du soleil font un angle de 15° avec le sol ?



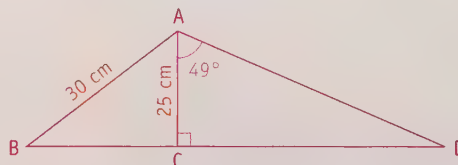
34 Je pose une échelle de 8 m contre le haut du tronc d'un arbre perpendiculaire au sol, en formant un angle de 49° avec le sol.



Quelle est la longueur du tronc ? Arrondir au centimètre.

35 **Brevet** (Amérique du Nord, 2011)

Dans cet exercice, on n'attend aucune justification, mais toutes les étapes du calcul devront apparaître. On considère la figure suivante où les points B , C et D sont alignés. La figure n'est pas à l'échelle.



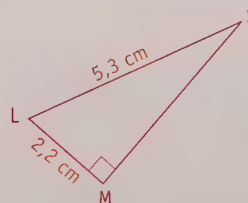
1. Calculer la valeur exacte de la longueur BC .
2. Calculer l'arrondi de la longueur BD au millimètre.

Déterminer la mesure d'un angle aigu d'un triangle rectangle

méthode 2

➔ Premiers exercices d'application : 14 à 16 p. 257.

36 1. Que représente le côté $[LS]$ pour le triangle LMS ?



2. Que représente le côté $[LM]$ pour l'angle $\widehat{LSM}$?
3. Déterminer la mesure arrondie à l'unité de l'angle $\widehat{LSM}$.

37 On considère le triangle STU rectangle en T tel que $ST = 108$ mm et $TU = 144$ mm.

1. Faire une figure à main levée et y reporter les données.
2. Calculer l'arrondi au degré de la mesure de l'angle $\widehat{TSU}$.

38 On considère le triangle ABC tel que $AB = 8$ cm ; $BC = 8,4$ cm et $AC = 11,6$ cm.

1. Démontrer que le triangle ABC est rectangle.
2. Calculer l'arrondi au degré de la mesure de l'angle $\widehat{BAC}$, puis de l'angle $\widehat{BCA}$.

Construire des angles à la règle et au compas

39 Christophe cherche à construire un angle $\hat{A}$ tel que $\cos \hat{A} = \frac{2}{5}$.

1. Construire à main levée un triangle ABC rectangle en B.
2. Exprimer $\cos \hat{A}$ en fonction des longueurs des côtés du triangle ABC.

3. Pour que $\cos \hat{A} = \frac{2}{5}$, à combien peut être égale la longueur AB ? et la longueur AC ?

4. Construire un triangle ABC rectangle en B tel que $\cos \hat{A} = \frac{2}{5}$.

40 Construire un angle $\hat{B}$ tel que $\sin \hat{B} = \frac{4}{7}$.

41 Construire un angle $\hat{C}$ tel que $\tan \hat{C} = \frac{5}{4}$.

Utiliser les propriétés de trigonométrie

42 Vrai ou Faux ? Justifier.

$\hat{A}$ est un angle aigu.

1. $\sin \hat{A} = \frac{\tan \hat{A}}{\cos \hat{A}}$

3. $\cos \hat{A} = \frac{\tan \hat{A}}{\sin \hat{A}}$

2. $\sin \hat{A} = \tan \hat{A} \times \cos \hat{A}$

4. $\cos \hat{A} = \frac{\sin \hat{A}}{\tan \hat{A}}$

43 $\hat{A}$ est un angle aigu tel que $\sin \hat{A} = \frac{\sqrt{5}}{4}$.
Déterminer $\cos \hat{A}$.

44 $\hat{B}$ est un angle aigu tel que $\cos \hat{B} = \frac{6}{13}$.
Déterminer $\sin \hat{B}$.

45 $\hat{C}$ est un angle aigu tel que $\sin \hat{C} = \frac{1}{5}$.
Déterminer $\cos \hat{C}$.

46 $\hat{D}$ est un angle aigu tel que $\sin \hat{D} = \frac{1}{3}$.

1. Déterminer $\cos \hat{D}$.

2. En déduire $\tan \hat{D}$.

47 $\hat{A}$ est un angle aigu tel que $\cos \hat{A} = \frac{5}{11}$.

1. Déterminer $\sin \hat{A}$.

2. En déduire $\tan \hat{A}$.

3. Déterminer la valeur de $\hat{A}$ arrondie au degré.

Résoudre des problèmes

48 ($\mathcal{C}$) est un cercle de centre O et de rayon 5 cm.

A est un point de ($\mathcal{C}$).

B est un point de ($\mathcal{C}$) tel que $\widehat{AOB} = 43^\circ$.

La droite (d) est la tangente au cercle ($\mathcal{C}$) en A.

(d) coupe (OB) en T.

1. Faire une figure en vraie grandeur.

2. Déterminer la longueur AT. Arrondir au dixième de centimètre.

49 1. a. Construire un cercle ($\mathcal{C}$) de diamètre [KL] tel que KL = 9 cm.

b. Placer un point M sur le cercle ($\mathcal{C}$) tel que KM = 7,2 cm.

2. Montrer que le triangle KLM est rectangle.

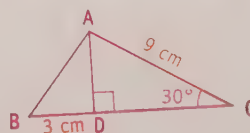
3. Déterminer la valeur exacte de ML.

4. a. Calculer la valeur arrondie au degré de la mesure de l'angle $\widehat{KLM}$.

b. En déduire la valeur arrondie au degré de la mesure de l'angle $\widehat{LKM}$.

50 1. Calculer AD.

2. En déduire la valeur arrondie au degré de $\widehat{ABD}$.



51 **Brevet** (Centres étrangers, 2008)

1. Construire un triangle SKI rectangle en S tel que SK = 9,6 cm et KI = 10,4 cm.

2. Calculer SI.

3. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{SKI}$.

On donnera l'arrondi au degré.

4. En déduire l'arrondi au degré de la mesure de l'angle $\widehat{KIS}$.

5. a. Où se situe le centre O du cercle circonscrit au triangle SKI ?

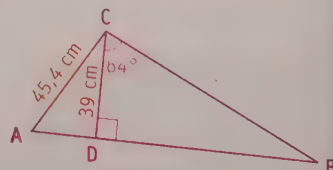
b. Placer le point O sur la figure et tracer ce cercle.

c. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{SOI}$ arrondie au degré.

52 1. Déterminer la valeur exacte de BD.

2. En déduire la valeur exacte de AB. Arrondir

au dixième de centimètre.



53 **Prise d'initiatives**

Construire un angle $\hat{B}$ tel que $\tan \hat{B} = 0,4$.

54 **Prise d'initiatives**

$\hat{B}$ est un angle aigu.

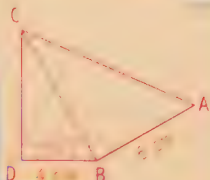
Démontrer que $1 + (\tan \hat{B})^2 = \frac{1}{(\cos \hat{B})^2}$.

Exercice (Amérique du Nord, 2009)

On donne $BD = 4$ cm ; $BA = 6$ cm et $\widehat{DBC} = 60^\circ$.
On ne demande pas de faire la figure en vraie grandeur.

1. Calculer BC.
2. Calculer DC. Donner la valeur arrondie au dixième.
3. Calculer AC.
4. Quelle est la valeur de $\tan \widehat{BAC}$?
5. En déduire la valeur arrondie au degré de $\widehat{BAC}$.

15 min



Solution

1. Dans le triangle BCD rectangle en D,

$$\cos \widehat{CBD} = \frac{BD}{BC}$$

$$\cos 60^\circ = \frac{4}{BC}$$

$$BC = \frac{4}{\cos 60^\circ}$$

$$BC = \frac{4}{0,5}$$

$$BC = 8 \text{ cm}$$

2. Dans le triangle BCD rectangle en D,

$$\tan \widehat{CBD} = \frac{DC}{BD}$$

$$\tan 60^\circ = \frac{DC}{4}$$

$$DC = 4 \times \tan 60^\circ$$

$$DC \approx 6,9 \text{ cm}$$

3. Dans le triangle ABC rectangle en B, d'après le théorème de Pythagore :

$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

$$AC^2 = 6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100$$

$$\text{Donc, } AC = \sqrt{100} = 10 \text{ cm.}$$

4. Dans le triangle BAC rectangle en B,

$$\tan \widehat{BAC} = \frac{BC}{BA}$$

$$\tan \widehat{BAC} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$$

$$5. \widehat{BAC} \approx 53^\circ$$

Je me pose les bonnes questions.

Quel triangle rectangle faut-il utiliser ?

Quelles sont les données de l'énoncé ?

Je choisis la méthode la plus adaptée.

Je peux aussi me servir du théorème de Pythagore, mais en utilisant la définition de la tangente, j'exploite les données de l'énoncé plutôt que les résultats intermédiaires. Je limite ainsi les risques d'erreurs.

J'exploite les résultats des questions précédentes.

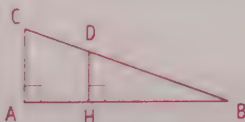
Avec la longueur BC calculée à la question 1. et la longueur AB donnée dans l'énoncé, j'ai toutes les données nécessaires pour calculer AC.

Ici, j'utilise la calculatrice.

55 (Nouvelle Calédonie, 2011)

Un cycliste se déplace sur un chemin [BC] de C vers B.

On donne $AH = 100$ m ; $HB = 400$ m et $\widehat{ABC} = 10^\circ$.



1. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{BCA}$.
2. Calculer le dénivelé AC arrondi au mètre.
3. Calculer la longueur BC arrondi au mètre.
4. Le cycliste s'est arrêté sur le chemin au point D. Calculer la distance DB arrondi au mètre qu'il lui reste à parcourir.

56 (Nouvelle Calédonie, 2011)

Voici une carte découverte par Ruffy lui permettant de déterrer le fabuleux trésor de Math le Pirate. On note :

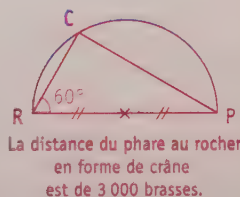
- R le rocher en forme de crâne ;
- C le cocotier sous lequel est enterré le trésor ;
- P le phare.

C est sur le demi-cercle de diamètre [PR].

Aidez-le à mettre la main sur le butin :

1. Démontrer que le triangle PRC est un triangle rectangle.
2. Calculer la distance RC en brasses.

À vos pelles !



J'approfondis

57 Construire un angle $\hat{A}$ tel que $9 \sin \hat{A} = 5$.

58  **Valeurs remarquables**

ABC est un triangle rectangle en A tel que $AB = AC = 1$ cm.

- Déterminer la longueur exacte du segment [BC].
- Donner la mesure des angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{ACB}$.
- En déduire la valeur exacte de $\cos 45^\circ$ et $\sin 45^\circ$.

59  **Valeurs remarquables**

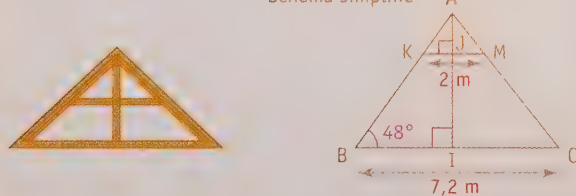
ABC est un triangle équilatéral de côté 2 cm. H est le pied de la hauteur issue de A.

- Déterminer les longueurs BH et AH.
- En déduire la valeur exacte de $\cos 30^\circ$; $\sin 30^\circ$; $\cos 60^\circ$; $\sin 60^\circ$; $\tan 30^\circ$ et $\tan 60^\circ$.

60 **Brevet** (Asie, 2011)

Un propriétaire souhaite aménager son grenier. Voici le croquis de cette pièce.

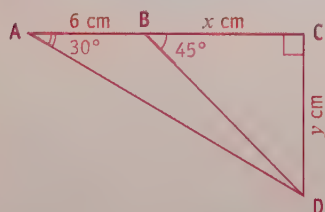
Schéma simplifié



Ce propriétaire mesurant 1,75 m souhaite savoir s'il peut rester debout sans se cogner la tête sur une des poutres représentée par le segment [KM]. I est le milieu du segment [BC]. J est le milieu du segment [KM].

- Calculer la longueur du segment [AI]. On donnera une valeur approchée par défaut au centimètre.
- Calculer la longueur du segment [AJ]. On donnera une valeur approchée par excès au centimètre.
- Le propriétaire peut-il se tenir debout sans se cogner la tête ?

61 Avec du calcul littéral



Donner la valeur arrondie au dixième de x et y .

DÉFIS, JEUX, CASSE-TÊTE

64 William sait nager 50 m sans s'arrêter.

Pourrait-il traverser la rivière représentée sur le schéma ci-contre sans s'arrêter ?

$\widehat{PMK} = 30^\circ$ et $\widehat{PMT} = 41^\circ$.

62 **TICE** Avec GeoGebra (D'après l'épreuve pratique 2009-2010, académie de Versailles)

$\hat{a}$ est un angle aigu dont la mesure en degré vérifie $0 < \hat{a} < 45$.

Le but de l'exercice est d'établir une relation entre $\sin(2\hat{a})$, $\cos \hat{a}$ et $\sin \hat{a}$.

On considère un triangle ABC rectangle en C avec $\widehat{BAC} = \hat{a}$ et O le centre de son cercle circonscrit.

- Faire une figure à l'aide d'un logiciel de géométrie. Afficher la mesure de $\hat{a}$ et de $\widehat{BOC}$.
 - Quelle conjecture peut-on émettre ?
- Afficher $\sin \hat{a}$ et $\sin \widehat{BOC}$.
 - Peut-on penser que $\sin \widehat{BOC} = 2 \sin \hat{a}$?
- Afficher $2 \sin \hat{a} \cos \hat{a}$. Faire varier la mesure de l'angle $\hat{a}$ et émettre une conjecture.
- Démontrer la conjecture émise à la question 1. b.
 - Soit H le pied de la hauteur issue de C du triangle ABC. En considérant les triangles rectangles HOC, ABC et HAC, démontrer la conjecture faite à la question 3.

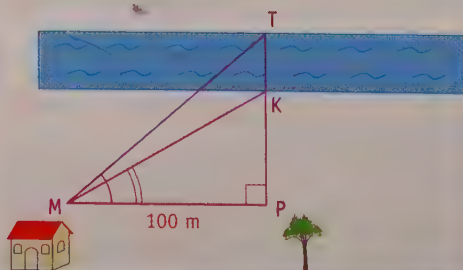
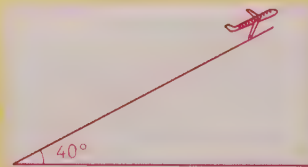
Prise d'initiatives

63 Un avion décolle et vole avec un angle constant de 40° par rapport au sol. En admettant que sa vitesse est constante et égale à $200 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$, à quelle hauteur est-il au bout de 20 secondes ?

Consigne

Vous présenterez votre démarche en faisant figurer toutes les pistes de recherche même si elles n'ont pas abouti.

 Voir indications pour l'évaluation, p. 308.

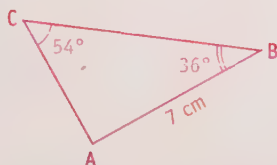


Devoir A

65 1. Montrer que le triangle ABC est rectangle en A.

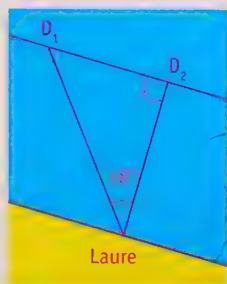
2. Déterminer la valeur exacte de BC, puis sa valeur arrondie au dixième.

3. Déterminer la valeur exacte de AC, puis sa valeur arrondie au dixième.



66 1. Dans le domaine des travaux publics, qu'appelle-t-on une drague ?

2. Deux dragues (D_1 et D_2) au large de La Rochelle sont distantes de 400 m. Laurent travaille sur la drague D_2 . Laure observe Laurent depuis la plage. À quelle distance se trouve-t-elle de lui ? Arrondir au mètre.



67 1. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{DCB}$ arrondie au degré.

2. a. Calculer BD.

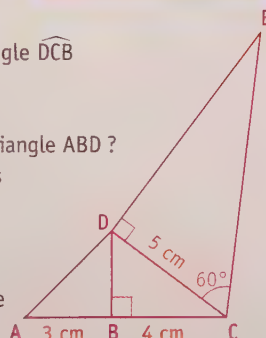
b. Quelle est la nature exacte du triangle ABD ?

c. En déduire la mesure des angles $\widehat{DAB}$ et $\widehat{BDA}$.

3. Montrer que $EC = 10$ cm.

4. a. Montrer que $ED = 5\sqrt{3}$ cm.

b. En déduire que l'aire du triangle EDC est égale à $12,5\sqrt{3}$ cm².

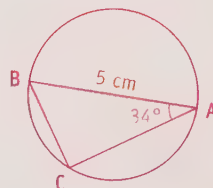


Devoir B

68 C est un point du cercle de diamètre [AB].

1. Montrer que le triangle ABC est rectangle en C.

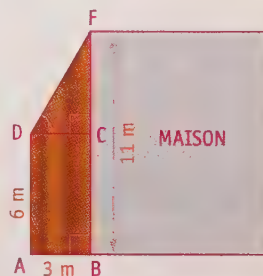
2. Donner la valeur exacte de BC, puis sa valeur arrondie au dixième de millimètre.



69 Pierre veut construire un abri-bois le long de sa maison, représenté par le rectangle ABCD et le triangle rectangle DCF, comme indiqué sur le plan ci-contre.

Calculer l'angle d'inclinaison $\widehat{CDF}$ du toit.

Arrondir au degré.



70 $\widehat{BC}$ est un arc de cercle de centre O et de rayon 1.

Les points O, A, B d'une part et les points O, C, D d'autre part sont alignés.

1. Montrer que le segment rouge a une longueur égale à $\cos \hat{O}$.

2. Montrer que le segment bleu a une longueur égale à $\sin \hat{O}$.

3. a. Montrer que le segment vert a une longueur égale à $\tan \hat{O}$.

b. Que représente la droite (BD) pour le cercle de diamètre [OB] ?

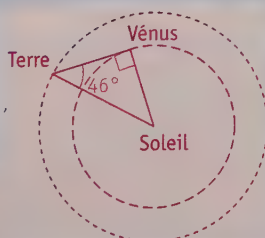
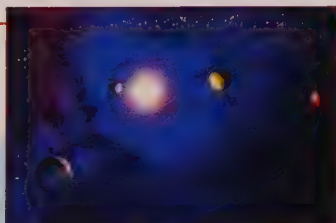


Exposé

71 Distance de Vénus au Soleil

En tournant autour du Soleil, pour un observateur terrestre, l'angle maximal que peut former la direction du Soleil avec la direction de Vénus est de 46° .

Dans ce cas-là, on remarque que le triangle formé par la Terre, Vénus et le Soleil est un triangle rectangle.



B2i

Liens pour la recherche sur
www.3e.zeniuselève-magnard.fr/liens

✗ Faire une recherche pour savoir quelle est la distance de la Terre au Soleil.

✗ En déduire la distance de Vénus au Soleil, puis de la Terre à Vénus.

✗ Faire une recherche pour vérifier ces calculs.

✗ De nos jours, comment les astrophysiciens peuvent-ils mesurer la distance Terre-Vénus ?

Compétence du socle commun évaluée dans cette question **B2i**

Compétence	3 : Les principaux éléments de mathématiques et la culture scientifique et technologique
Domaine	Savoir utiliser des connaissances dans divers domaines scientifiques.
Item	L'Univers et la Terre.
Pour	Je connais quelques caractéristiques
l'évaluation	de la propagation de la lumière dans l'Univers.

Je révise le cours et les méthodes

Connaissances exigibles

✓ La définition du cosinus, du sinus et de la tangente d'un angle aigu dans un triangle rectangle.

✓ Les égalités $(\cos \hat{A})^2 + (\sin \hat{A})^2 = 1$ et $\tan \hat{A} = \frac{\sin \hat{A}}{\cos \hat{A}}$.

Savoir-faire à acquérir

✓ Déterminer une longueur d'un triangle rectangle en utilisant le cosinus, le sinus ou la tangente d'un des deux angles aigus. (→ exercices 73 et 77)

✓ Déterminer la mesure d'un angle aigu d'un triangle rectangle en utilisant le cosinus, le sinus ou la tangente. (→ exercices 75 à 77)

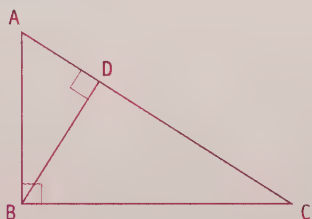
✓ Utiliser les égalités $(\cos \hat{A})^2 + (\sin \hat{A})^2 = 1$ et $\tan \hat{A} = \frac{\sin \hat{A}}{\cos \hat{A}}$.

► Connaître le sens et l'orthographe de ces mots :

Trigonométrie, cosinus, sinus, tangente, hypoténuse, côté adjacent, côté opposé.

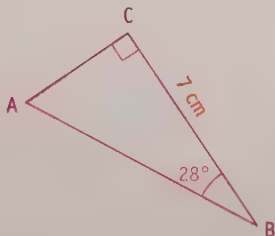
Je m'exerce

72 On considère la figure ci-dessous.



Exprimer de deux manières différentes $\cos \widehat{BAD}$ et $\cos \widehat{BCD}$, en fonction des côtés des triangles rectangles.

73 1. Calculer la valeur exacte, puis arrondie au dixième de la longueur AC.



2. Même question pour AB.

74 Vrai ou faux ?

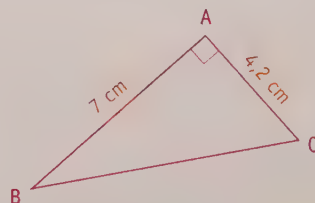
1. $\sin \widehat{PSM} = \cos \widehat{PSM}$
2. $\sin \widehat{PSM} = \cos \widehat{PMS}$
3. $\sin \widehat{PMS} = \cos \widehat{PMS}$
4. $\sin \widehat{PSM} = \cos \widehat{PSM}$
5. $\tan \widehat{PSM} = \tan \widehat{PMS}$



75 On considère le triangle JKL rectangle en J tel que $LK = 31$ cm et $LJ = 29$ cm.

1. Faire une figure à main levée et y reporter les données.
2. Calculer l'arrondi au degré de la mesure de l'angle $\widehat{JKL}$.

76 En observant la figure ci-dessous, David calcule $\frac{4,2}{7}$.



Quelle mesure d'angle va-t-il pouvoir ainsi déterminer ? En donner la valeur arrondie au degré.

77 **Brevet** (Liban, 2009)

L'unité de longueur est le centimètre.

ABCD est un carré tel que $AB = 4$.

Le point M est situé dans le carré ABCD et vérifie $AM = 2,4$ et $DM = 3,2$.

La droite (AM) coupe la demi-droite [DC) au point I.

1. Faire une figure en vraie grandeur.
2. Montrer que le triangle AMD est rectangle en M.
3. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{DAM}$, arrondi au degré.
4. Dans le triangle ADI rectangle en D, exprimer $\tan \widehat{DAI}$. En déduire la valeur arrondie au millimètre de la longueur DI.

Je m'évalue

QCM interactif sur
www.3e.zeniusseve.
magnard.fr

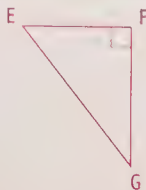
Choisir la (ou les) bonne(s) réponse(s).

a

b

c

Pour les questions 78 et 79, on considère le triangle EFG rectangle en F.



78 $\sin \widehat{EGF} =$

$$\frac{EF}{EG}$$

$$\frac{GF}{EG}$$

$$\frac{EG}{EF}$$

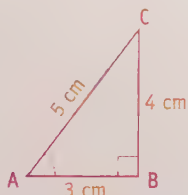
79 $\tan \widehat{EGF} =$

$$\frac{EF}{EG}$$

$$\frac{GF}{EG}$$

$$\frac{EF}{GF}$$

80 $\frac{4}{5}$ est égal à :



$$\sin \hat{A}.$$

$$\cos \hat{A}.$$

$$\tan \hat{A}.$$

81 Dans un triangle ABC rectangle en A, on sait que $AB = 4$ cm et que $\widehat{ACB} = 40^\circ$. La valeur exacte de BC est :

$$\frac{\tan 40^\circ}{4}.$$

$$4 \sin 40^\circ.$$

$$\frac{4}{\sin 40^\circ}.$$

82 Dans un triangle EFG rectangle en F, on sait que $EF = 7$ cm et que $\widehat{EGF} = 32^\circ$. La valeur exacte de GF est :

$$\frac{\tan 32^\circ}{7}.$$

$$7 \tan 32^\circ.$$

$$\frac{7}{\tan 32^\circ}.$$

83 Si $\sin \hat{A} = 0,9$ alors :

$$\hat{A} \approx 0,02^\circ.$$

$$\hat{A} \approx 64,16^\circ.$$

$$\hat{A} \approx 1,12.$$

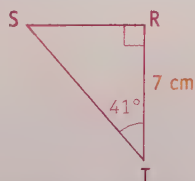
84 Si $\hat{B} = 53^\circ$, alors :

$$\sin \hat{B} \approx 0,4.$$

$$\sin \hat{B} \approx 0,8.$$

$$\sin \hat{B} \approx 0,6.$$

85 Dans le triangle RST rectangle en R, on a :



$$SR \approx 5,3 \text{ cm}.$$

$$SR \approx 6,1 \text{ cm}.$$

$$SR \approx 4,6 \text{ cm}.$$

86 Dans le triangle GHJ rectangle en G, $GH = 7,1$ cm et $JH = 12$ cm. Donc, la valeur arrondie au degré de $\widehat{JHG}$ est :

$$\approx 54^\circ.$$

$$\approx 0,59^\circ.$$

$$\approx 36^\circ.$$

87 Si $\cos \hat{A} = \frac{1}{3}$, alors :

$$\sin \hat{A} = \frac{2}{3}.$$

$$\sin \hat{A} = \frac{8}{9}.$$

$$\sin \hat{A} = \frac{2\sqrt{2}}{3}.$$

88 Si $\sin \hat{C} = 0,6$ alors :

$$\cos \hat{C} = 0,8.$$

$$\cos \hat{C} = 0,4.$$

$$\tan \hat{C} = 0,75.$$

Je m'exerce

72. $\cos \widehat{BAD} = \frac{AD}{AB} = \frac{AB}{AC}$ et $\cos \widehat{BCD} = \frac{CD}{CB} = \frac{CB}{CA}$.

73. 1. $\tan 28^\circ = \frac{AC}{BC} = \frac{AC}{7}$

D'où $AC = 7 \times \tan 28^\circ$ et $AC \approx 3,7$ cm.

2. $\cos 28^\circ = \frac{BC}{AB} = \frac{7}{AB}$

$AB = \frac{7}{\cos 28^\circ}$

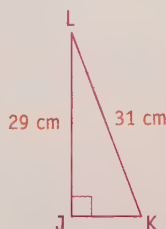
$AB \approx 7,9$ cm

74. 1. Faux ; 2. Vrai ; 3. Faux ; 4. Vrai ; 5. Faux.

75. 1. Voir figure ci-contre.

2. $\sin \widehat{JKL} = \frac{29}{31}$,

donc $\widehat{JKL} \approx 69^\circ$.



76. Il peut déterminer la mesure de l'angle $\widehat{ABC}$.

$\tan \widehat{ABC} = \frac{4,2}{7}$,

donc $\widehat{ABC} \approx 31^\circ$.

77. 1. Voir figure ci-dessous.

2. On a $2,4^2 + 3,2^2 = 5,76 + 10,24 = 16$ et $4^2 = 16$.

Donc, d'après la propriété de Pythagore, AMD est rectangle en M.

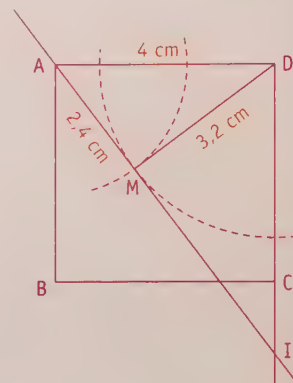
3. $\tan \widehat{DAM} = \frac{3,2}{2,4}$,

donc $\widehat{DAM} \approx 53^\circ$.

4. $\tan 53^\circ = \frac{DI}{4}$,

donc $DI = 4 \times \tan 53^\circ$

$DI \approx 5,3$ cm.



Je m'évalue

	Réponse(s)	Commentaires	Revoir
78.	a	Il faut utiliser la formule adaptée et bien repérer le côté opposé et l'hypoténuse.	Cours, p. 254 et Méthode 1, p. 256.
79.	c	Il faut utiliser la formule adaptée et bien repérer les côtés opposé et adjacent.	Cours, p. 254 et Méthode 1, p. 256.
80.	a	Il faut utiliser la formule adaptée et bien repérer le côté opposé et l'hypoténuse.	Cours, p. 254 et Méthode 1, p. 256.
81.	c	Il faut utiliser la formule adaptée aux données et utiliser l'égalité des produits en croix.	Cours, p. 254 et Méthode 1, p. 256.
82.	c	Il faut utiliser la formule adaptée aux données et utiliser l'égalité des produits en croix.	Cours, p. 254 et Méthode 1, p. 256.
83.	b	Il ne s'agit pas de calculer le sinus de 0,9 et il faut vérifier que la calculatrice est en mode degré.	Méthode 2, p. 257.
84.	b	Il faut utiliser la touche « sin » et vérifier que la calculatrice est en mode degré.	Méthode 2, p. 257.
85.	b	Il faut utiliser la formule adaptée à la situation : ici, la tangente.	Cours, p. 254 et Méthode 1, p. 256.
86.	a	Il faut utiliser la formule adaptée à la situation : ici, le cosinus, puis la calculatrice pour déterminer la mesure de l'angle.	Cours, p. 254 et Méthode 2, p. 256.
87.	c	$(\sin \widehat{A})^2 = 1 - \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{8}{9}$, donc $\sin \widehat{A} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$.	Cours, p. 254.
88.	a et c	Le carré de $\cos \widehat{C}$ vaut $1 - 0,6^2 = 0,64$ d'où $\cos \widehat{C} = 0,8$ et $\tan \widehat{C} = \frac{0,6}{0,8} = 0,75$.	Cours, p. 254.

Angle inscrit, angle au centre – Polygones réguliers

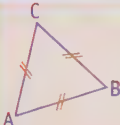
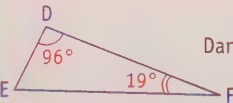
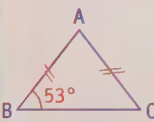
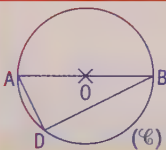
Objectifs

- Connaître et utiliser la relation entre un angle inscrit et l'angle au centre qui interceptent le même arc.
- Connaître et utiliser la relation entre deux angles inscrits interceptant le même arc.
- SC** Savoir construire un triangle équilatéral et un carré connaissant leur centre et un sommet.
- Savoir construire un hexagone et un octogone réguliers connaissant leur centre et un sommet.

Je me rappelle

socle commun

1 QCM : Choisir la (ou les) bonne(s) réponse(s).

		a	b	c
1	 Le triangle ABC est :	équilatéral.	rectangle.	isocèle.
2	Chaque angle du triangle ci-dessus mesure :	45°.	30°.	60°.
3	 Dans ce triangle, on a :	$\widehat{DEF} = 180^\circ - 96^\circ + 19^\circ$.	$\widehat{DEF} = 65^\circ$.	$\widehat{DEF} = 71^\circ$.
4	 Dans ce triangle, on est sûr que :	$\widehat{ABC} = \widehat{BAC} = 53^\circ$.	$\widehat{ACB} = \widehat{ABC} = 53^\circ$.	$\widehat{BAC} = 74^\circ$.
5	Si un quadrilatère a quatre angles droits, on est sûr que c'est un :	losange.	carré.	rectangle.
6	Si un quadrilatère a quatre côtés de même longueur, on est sûr que c'est un :	losange.	carré.	rectangle.
7	Si un quadrilatère a quatre côtés de même longueur et un angle droit, on est sûr que c'est un :	losange.	carré.	rectangle.
8	 [AB] est un diamètre du cercle (C) de centre O. Le point D est sur le cercle (C). On est sûr que :	le triangle ADB est rectangle.	$\widehat{ABD} = 30^\circ$.	$\widehat{ADB} = 90^\circ$.

J'utilise un vocabulaire précis

exercice interactif sur
www.3e.zeniuscollege.magnard.fr

sommet

demi-droites

côtés

arc

centre

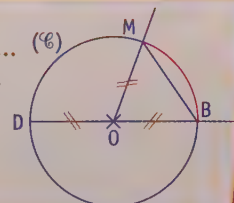
rayon

diamètre

2 Recopier et compléter les phrases en utilisant les étiquettes.

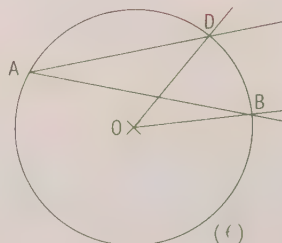
1. Un hexagone a ... côtés.
Un octogone a ... côtés.
Un heptagone a ... côtés.

2. Sur la figure, le point O est le ... du cercle (C). Le segment [OB] est un ... de ce cercle. Le segment [BD] est un ... de ce cercle. La partie du cercle tracée en rouge est un ... de ce cercle. L'angle MOB a pour ... le point O. Ses ... sont les ... [OB] et [OM].



Activité 1 Angle inscrit et angle au centre

1. Reproduire une figure du même type que celle-ci pour laquelle le point O est le centre du cercle ($\mathcal{C}$) passant par les points A, B et D.
2. Un **angle inscrit** dans un cercle est un angle dont le sommet est un point de ce cercle et dont les côtés coupent ce cercle.
 - a. Justifier que l'angle $\widehat{BAD}$ est un angle inscrit dans le cercle ($\mathcal{C}$).
 - b. Tracer en rouge l'arc de cercle le plus court reliant les points B et D. On dit que l'angle inscrit $\widehat{BAD}$ **intercepte** l'arc de cercle $\widehat{BD}$.
3. Un **angle au centre** d'un cercle est un angle dont le sommet est le centre de ce cercle.

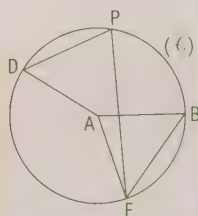


Par exemple, l'angle $\widehat{BOD}$ est un angle au centre du cercle ($\mathcal{C}$). On dit qu'il intercepte l'arc de cercle $\widehat{BD}$. Citer deux autres angles au centre du cercle ($\mathcal{C}$) en précisant l'arc de cercle intercepté.

Ai-je bien compris ?

Le point A est le centre du cercle ($\mathcal{C}$) ci-contre.

- Citer deux angles au centre du cercle ($\mathcal{C}$).
- Citer deux angles inscrits dans le cercle ($\mathcal{C}$).

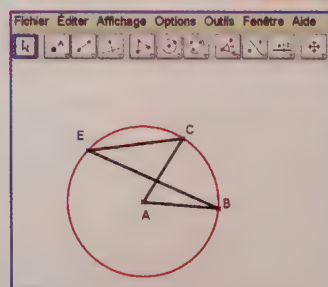


Activité 2 Relation entre angle inscrit et angle au centre

TICE

1. Reproduire, avec GeoGebra, une figure du même type que celle-ci-contre. (Tracer un cercle de centre A, et placer sur ce cercle les points B, C et E.)

➔ Voir « Utiliser un logiciel de géométrie », p. 318-319.
2. a. Quel arc de cercle les angles $\widehat{BAC}$ et $\widehat{BEC}$ interceptent-ils ?
 b. Afficher la mesure des angles $\widehat{BAC}$ et $\widehat{BEC}$.
 c. Déplacer les points E, B ou C sur le cercle. Quelle relation semble-t-il y avoir entre les angles $\widehat{BAC}$ et $\widehat{BEC}$?
 Est-ce encore vrai si l'on fait varier le rayon du cercle ?
 d. Recopier et compléter en utilisant la conjecture faite précédemment :
 Dans un cercle, si un angle inscrit et un angle au centre interceptent le même arc, alors la mesure de l'angle au centre est égale ... de celle de l'angle inscrit.
 Cette conjecture est vraie.



➔ La démonstration de ce résultat est à télécharger sur

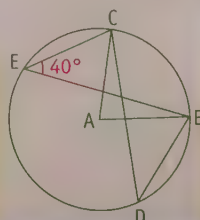
www.3e.zenituseleve.magnard.fr

3. a. Placer un point M sur le cercle.
 b. Afficher la mesure de l'angle $\widehat{BMC}$. Comparer cette mesure à celle de l'angle $\widehat{BEC}$.
 c. Démontrer ce résultat.

Ai-je bien compris ?

Le cercle passant par les points E, C, B et D a pour centre A.

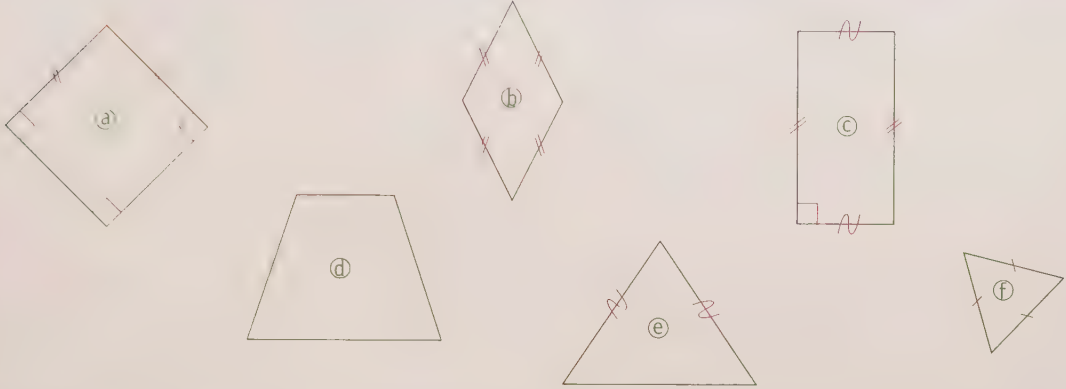
- Donner la mesure des angles $\widehat{CAB}$ et $\widehat{CDB}$.



Activité 3 Polygones réguliers

Partie 1 Reconnaître des polygones réguliers

Un **polygone régulier** est un polygone dont tous les côtés ont la même longueur et dont tous les angles ont la même mesure.



1. Parmi les polygones ci-dessus, lesquels sont réguliers ? Préciser leur nature.

2. a. Sur une feuille quadrillée, reproduire le polygone ABCDEFGH.

b. Combien le polygone ABCDEFGH a-t-il de côtés ?

Comment nomme-t-on un tel polygone ?

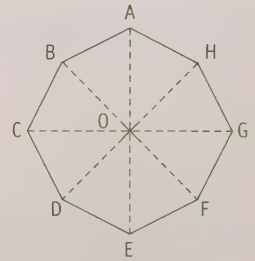
c. Tracer le cercle de centre O passant par A.

Par quels autres points de la figure ce cercle passe-t-il ?

d. Montrer que $BO \neq AO$.

e. En déduire que les angles $\widehat{OBA}$ et $\widehat{BAO}$ n'ont pas la même mesure.

f. Le polygone ABCDEFGH est-il régulier ?



Partie 2 Construire un polygone régulier

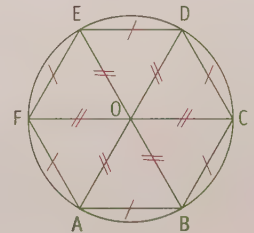
3. On considère le polygone ABCDEF.

a. Combien le polygone ABCDEF a-t-il de côtés ? Quel est le nom de ce polygone ?
Est-il régulier ? Justifier.

b. Quelle est la mesure de l'angle au centre $\widehat{DOC}$? Citer les angles au centre égaux à $\widehat{DOC}$.

c. En déduire que $CA = CB = AB$.

d. Reproduire ABCDEF en prenant pour rayon du cercle 4 cm.



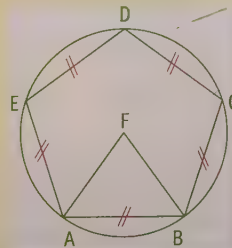
Ai-je bien compris ?

■ Quel quadrilatère est un polygone régulier ?

Quelle est la mesure de chacun de ses angles au centre déterminés par deux sommets consécutifs ?

■ Le pentagone ABCDE de centre F est régulier.

Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{AFB}$? de l'angle $\widehat{ABF}$?
de l'angle $\widehat{ABC}$?



1 Angles inscrits et angles au centre

Testez-vous avec les exercices 1 à 5.

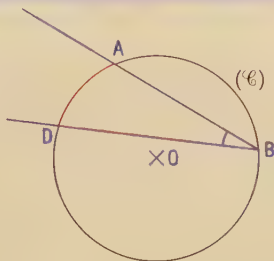
a Angle inscrit dans un cercle

Définition

Un **angle inscrit dans un cercle** est un angle dont le sommet est un point de ce cercle, et dont les côtés coupent ce cercle.

Exemple

L'angle $\widehat{DBA}$ est un angle inscrit dans le cercle $(\mathcal{C})$; il intercepte l'arc $\widehat{AD}$.



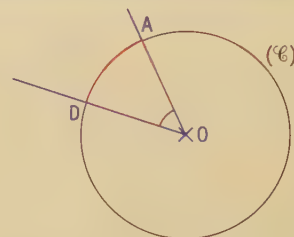
b Angle au centre dans un cercle

Définition

On appelle **angle au centre d'un cercle** un angle dont le sommet est le centre de ce cercle.

Exemple

Dans le cercle $(\mathcal{C})$ de centre O, l'angle au centre $\widehat{DOA}$ intercepte l'arc $\widehat{AD}$.



c Théorèmes

Théorème

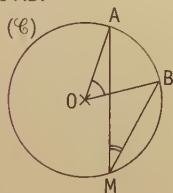
Dans un cercle, si un angle inscrit et un angle au centre interceptent le même arc, alors l'angle au centre mesure le double de l'angle inscrit.

Théorème

Dans un cercle, si deux angles inscrits interceptent le même arc, alors ils ont la même mesure.

Exemple Données

L'angle inscrit $\widehat{BMA}$ et l'angle au centre $\widehat{BOA}$ interceptent le même arc $\widehat{AB}$.

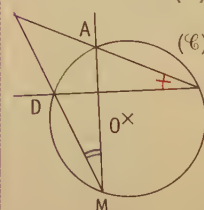


Conclusion

Théorème $\widehat{BOA} = 2\widehat{BMA}$

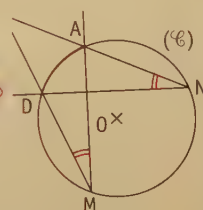
Exemple Données

Les angles inscrits $\widehat{DMA}$ et $\widehat{DNA}$ interceptent le même arc $\widehat{AD}$ du cercle $(\mathcal{C})$.



Conclusion

$\widehat{DMA} = \widehat{DNA}$



2 Polygones réguliers

Testez-vous avec les exercices 6 à 8.

Définition

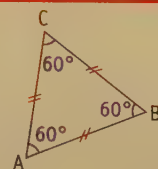
Un **polygone régulier** est un polygone dont tous les côtés ont la même longueur, et dont tous les angles ont la même mesure.

Propriété

Tout polygone régulier est inscrit dans un cercle. Le centre de ce cercle est appelé **centre du polygone régulier**. Les angles au centre déterminés par deux sommets consécutifs d'un polygone régulier à n côtés mesurent chacun $\frac{360^\circ}{n}$.

Exemple

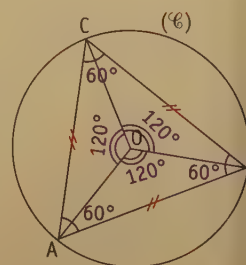
Le triangle équilatéral



Exemple

Un triangle équilatéral ABC est inscrit dans le cercle $(\mathcal{C})$ de centre O. Le point O est le centre du triangle équilatéral ABC.

$$\widehat{AOB} = \widehat{BOC} = \widehat{COA} = \frac{360^\circ}{3} = 120^\circ$$



Testez votre compréhension du cours

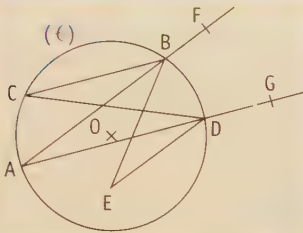
1 Parmi ces angles, lesquels sont inscrits dans le cercle ($\mathcal{C}$) de centre O passant par les points A, B, C et D ? Pour chaque angle inscrit, précisez l'arc de cercle intercepté.

$\widehat{BAD}$

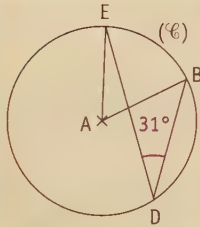
$\widehat{BCD}$

$\widehat{FAG}$

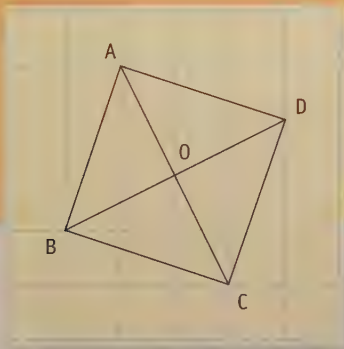
$\widehat{BED}$



4 Le point A est le centre du cercle ($\mathcal{C}$) passant par les points E, B et D . Indiquez, à l'aide des points marqués sur la figure, des angles au centre du cercle ($\mathcal{C}$). Dans chaque cas, précisez l'arc de cercle intercepté.



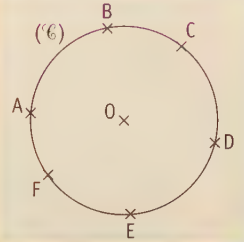
6 Le polygone $ABCD$ est-il régulier ? Quelle est sa nature exacte ? Combien mesure l'angle $\widehat{AOB}$?



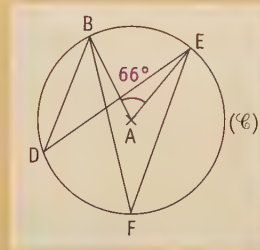
8 Le Pentagone (ici, vu du ciel) est un bâtiment qui se trouve à Arlington (Virginie, États-Unis), et dont la forme est un pentagone régulier. Quelle est la mesure des angles $\widehat{APB}$ et $\widehat{MKN}$?

2 Le cercle ($\mathcal{C}$) de centre O passe par les points A, B, C, D, E et F .

a. Citez trois angles inscrits qui interceptent l'arc $\widehat{BC}$.
b. Citez un angle au centre et un angle inscrit qui interceptent l'arc $\widehat{DF}$.



3 Le cercle ($\mathcal{C}$) de centre A passe par les points B, D, F et E . Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{BDE}$? de l'angle $\widehat{BFE}$?



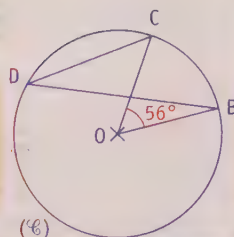
5 Sur la figure de l'exercice **4**, quelle est la mesure de l'angle $\widehat{BAE}$?

7 Un polygone régulier a 20 côtés. Combien mesure chacun des angles au centre déterminés par deux sommets consécutifs ?



Utiliser les propriétés des angles inscrits

Exercice Les points B, C et D sont sur le cercle $(\mathcal{C})$ de centre O. Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{BDC}$? Justifier.



Solution

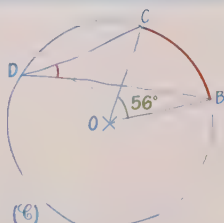
étape

1 Sur une figure à main levée, je repère l'angle donné et l'angle demandé, ainsi que les arcs qu'ils interceptent. Je détermine s'il s'agit d'angles au centre ou d'angles inscrits.

$\widehat{BDC}$ est un angle inscrit dans le cercle $(\mathcal{C})$.

$\widehat{BOC}$ est un angle au centre du cercle $(\mathcal{C})$.

Ils interceptent le même arc de cercle $\widehat{BC}$.



étape

2 Je cite le théorème du cours qui convient.

Dans un cercle, si un angle inscrit et un angle au centre interceptent le même arc, alors l'angle au centre mesure le double de l'angle inscrit.

On a donc $\widehat{BOC} = 2 \widehat{BDC}$.

étape

3 Je conclus.

$$\widehat{BDC} = \frac{1}{2} \widehat{BOC}$$

$$\widehat{BDC} = \frac{56}{2}$$

$$\widehat{BDC} = 28^\circ$$

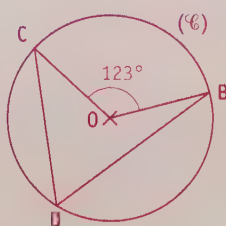
J'applique

9 Les points B, C et D sont sur le cercle $(\mathcal{C})$ de centre O.

1. a. Reproduire la figure à main levée, puis colorer en rouge l'angle $\widehat{BDC}$ et l'arc qu'il intercepte.

b. Colorer en vert l'arc intercepté par l'angle au centre $\widehat{BOC}$.

2. Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{BDC}$? Justifier.

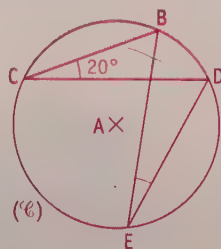


10 Le point A est le centre du cercle $(\mathcal{C})$ passant par les points C, B, D et E.

1. Que sont les angles $\widehat{BCD}$ et $\widehat{BED}$ pour le cercle $(\mathcal{C})$?

2. Préciser l'arc de cercle intercepté par ces deux angles.

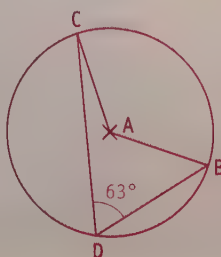
3. En déduire la mesure de l'angle $\widehat{BED}$.



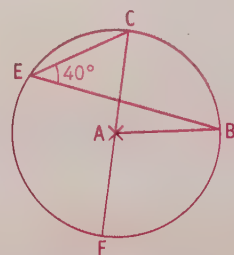
11 Les points B, C et D sont sur le cercle de centre A.

Déterminer la mesure

de l'angle $\widehat{BAC}$.



12 Les points B, C, E et F sont sur le cercle de centre A et [CF] est un diamètre de ce cercle.

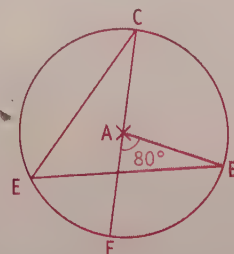


1. Déterminer la mesure de l'angle $\widehat{CAB}$.

2. En déduire la mesure de l'angle $\widehat{BAF}$.

13 Les points B, C, E et F sont sur le cercle de centre A et [CF] est un diamètre du cercle.

Déterminer la mesure de l'angle $\widehat{BEC}$.



14 1. Construire un triangle AOB, isocèle en O, tel que $\widehat{AOB} = 50^\circ$, puis tracer le cercle de centre O passant par A.

2. Sans utiliser de rapporteur, placer un point M tel que $\widehat{AMB} = 25^\circ$. Justifier la construction.

méthode

2 Construire un polygone régulier connaissant son centre et un sommet

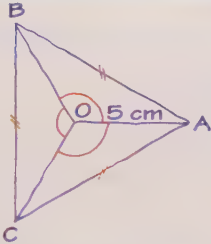
Exercice SC Tracer un segment $[OA]$ de longueur 5 cm et construire un triangle équilatéral ABC de centre O .

 méthode animée sur
www.3e.zeniuselève.magnard.fr

Solution

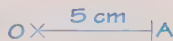
étape

1 Je dessine une figure à main levée.



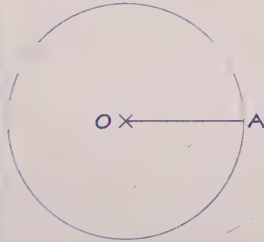
étape

2 Je trace un segment $[OA]$.



étape

3 Un polygone régulier étant inscriptible dans un cercle, je commence par tracer le cercle de rayon $OA = 5$ cm. Je sais que B et C seront sur ce cercle.



étape

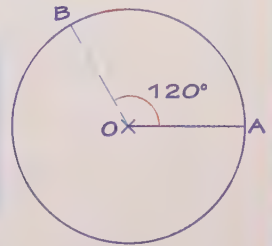
4 J'applique la propriété des angles au centre d'un polygone régulier à n côtés.

Le triangle ABC cherché est équilatéral, donc c'est un polygone régulier à 3 côtés.

$$\text{Ainsi, on a } \widehat{AOB} = \widehat{BOC} = \widehat{COA} = \frac{360^\circ}{3} = 120^\circ.$$

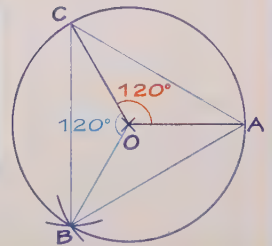
étape

5 Je construis donc un point B sur le cercle de centre O et de rayon OA tel que $\widehat{AOB} = 120^\circ$.



étape

6 Avec un compas, je place le point C (distinct de A) sur le cercle tel que $AB = BC$. Je trace le triangle ABC .



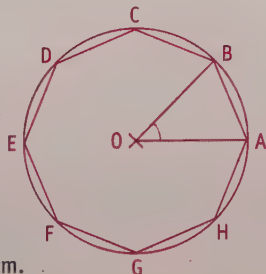
J'applique

15 SC L'objectif de cet exercice est de tracer un carré $ABCD$ de centre O tel que $OA = 4$ cm.

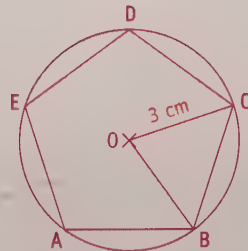
1. Faire une figure à main levée.
2. Tracer un segment $[OA]$, puis le cercle de centre O et de rayon OA .
3. Calculer la mesure de $\widehat{AOB}$.
4. Placer sur le cercle les points B , C et D tels que $ABCD$ soit un carré.

16 On a construit un polygone régulier $ABCDEFGH$.

1. Comment s'appelle un tel polygone ?
2. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{AOB}$.
3. Avec un compas, reproduire cette figure en prenant $OA = 3$ cm.



17 On a construit un polygone régulier $ABCDE$.



1. Quelle est la nature exacte de ce polygone ?
2. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{BOC}$.
3. Reproduire cette figure.

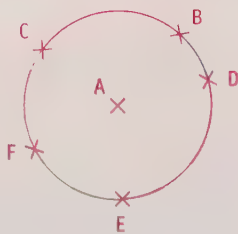
18 Tracer un segment $[OA]$ de longueur 4 cm et construire un hexagone régulier $ABCDEF$ de centre O .

Utiliser le vocabulaire

19 Le point A est le centre du cercle passant par les points B, C, F, E et D.

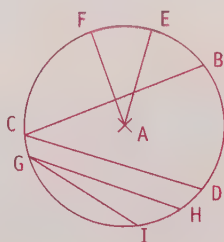
En s'aidant éventuellement d'une figure à main levée :

1. Citer des angles inscrits qui interceptent l'arc $\widehat{BD}$.
2. Citer l'angle au centre qui intercepte l'arc $\widehat{CF}$.
3. Citer l'angle au centre et un angle inscrit qui interceptent le même arc $\widehat{EF}$.

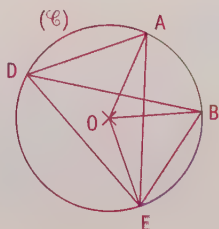


20 1. Reproduire à main levée cette figure où A est le centre du cercle.

2. Colorer en rouge l'angle $\widehat{EAF}$ et l'arc qu'il intercepte.
3. Colorer en vert l'angle $\widehat{BCD}$ et l'arc qu'il intercepte.
4. Colorer en bleu l'angle $\widehat{HGI}$ et l'arc qu'il intercepte.



Pour les exercices **21** à **23**, on utilise la figure ci-contre.



Les points A, B, E et D sont sur le cercle $(\mathcal{C})$ de centre O.

- 21** Citer deux angles au centre du cercle $(\mathcal{C})$ en précisant l'arc de cercle qu'ils interceptent.
- 22** Citer deux angles inscrits dans le cercle $(\mathcal{C})$ qui interceptent l'arc $\widehat{AB}$.
- 23** Citer, dans le cercle $(\mathcal{C})$, un angle inscrit et l'angle au centre qui interceptent l'arc $\widehat{BE}$.

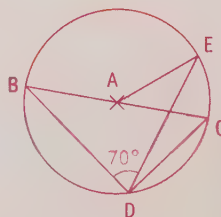
Utiliser les propriétés des angles inscrits

méthode 1

► Premiers exercices d'application : **9** à **14** p. 272.

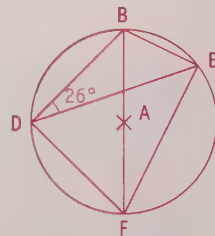
24 Les points B, C, D et E sont sur le cercle de centre A. [BC] est un diamètre de ce cercle.

1. Quelle est la nature du triangle BDC ?
2. En déduire la mesure de l'angle $\widehat{EDC}$.
3. a. Quelle est la nature du triangle AEC ?
b. Déterminer la mesure de l'angle $\widehat{AEC}$.



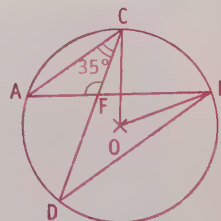
25 Les points E, B, D et F sont sur le cercle de centre A. [BF] est un diamètre de ce cercle.

1. Déterminer la mesure de l'angle $\widehat{BFE}$.
2. Déterminer la mesure des angles $\widehat{BDF}$ et $\widehat{EDF}$.
3. Déterminer la mesure de l'angle $\widehat{FBE}$.



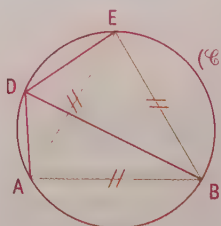
26 Les points A, C, B et D sont sur le cercle de centre O. L'angle $\widehat{AFC} = 111^\circ$. Déterminer la mesure des angles :

1. $\widehat{BAC}$
2. $\widehat{BOC}$
3. $\widehat{BDC}$
4. $\widehat{BFD}$
5. $\widehat{FBD}$



27 Les points A, B, E et D sont sur le cercle $(\mathcal{C})$.

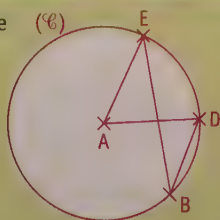
1. Déterminer la nature exacte du triangle ABE.
2. Déterminer la mesure des angles $\widehat{EDB}$ et $\widehat{BDA}$, puis celle de l'angle $\widehat{EDA}$.



Je calcule mentalement

38 Le cercle $(\mathcal{C})$ de centre A passe par les points E, D et B.

1. Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{EAD}$ si :
a. $\widehat{EBD} = 27^\circ$?
b. $\widehat{EBD} = 73^\circ$?
c. $\widehat{EBD} = 68^\circ$?
2. Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{EBD}$ si :
a. $\widehat{EAD} = 52^\circ$?
b. $\widehat{EAD} = 76^\circ$?
c. $\widehat{EAD} = 135^\circ$?



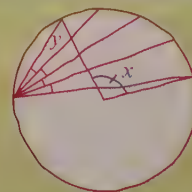
Pour les exercices **39** et **40**, on utilise la figure à main levée ci-contre. x est un angle au centre et y est un angle inscrit.

39 Donner la valeur de y si :

- a. $x = 48^\circ$;
- b. $x = 64^\circ$;
- c. $x = 56^\circ$;
- d. $x = 96^\circ$.

40 Donner la valeur de x si :

- a. $y = 16^\circ$;
- b. $y = 11,5^\circ$;
- c. $y = 17^\circ$;
- d. $y = 10,1^\circ$.



Construire un polygone régulier

méthode 2

→ Premiers exercices d'application : 15 à 18 p. 273.

Histoire des arts

Victor Vasarely (1908-1997), artiste contemporain d'origine hongroise, utilise des polygones réguliers de toutes les couleurs dans ses tableaux. Son œuvre est qualifiée d'**art optique**.

V. Vasarely, *Ambigu-B*, 1970, Musée Vasarely de Pécs, Hongrie.



28 Placer deux points O et A tels que $OA = 4$ cm. Construire l'octogone régulier $ABCDEFGH$ de centre O .

29 On considère le polygone régulier $ABCDEFGH$ de centre O .

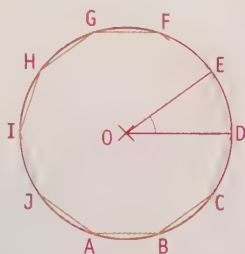
1. Combien a-t-il de côtés ?

Combien mesure l'angle au centre $\widehat{EOD}$?

2. Reproduire ce polygone en prenant $OD = 5$ cm.

3. Combien mesurent les angles :

a. $\widehat{DOF}$? b. $\widehat{DOA}$? c. $\widehat{OED}$?



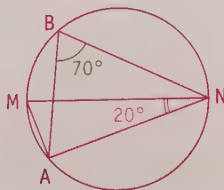
30 **SC** 1. Placer deux points O et A tels que $OA = 3$ cm.

2. Construire le triangle équilatéral ABC de centre O .

3. Placer les points D et E pour que le quadrilatère $ABDE$ soit un carré.

Résoudre des problèmes

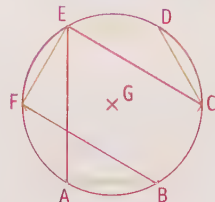
31 On considère la figure ci-contre sur laquelle les points A , B , M et N sont sur le cercle. Démontrer que le triangle AMN est rectangle.



41 Compléter le tableau.

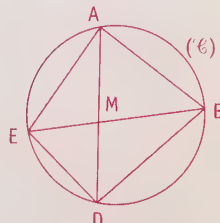
Nombre de côtés d'un polygone régulier	3	4	6	9	12
Mesure de l'angle au centre défini par deux sommets consécutifs	?	?	?	?	?

32 $ABCDEF$ est un hexagone régulier de centre G . Déterminer la mesure des angles $\widehat{AFB}$ et $\widehat{AEC}$.



33 Les points A , B , D et E sont sur le cercle $(\mathcal{C})$.

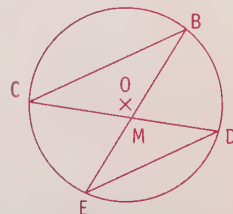
Démontrer que les triangles AEM et MDB ont les mêmes mesures d'angles.



34 Les points E , D , B et C sont sur le cercle de centre O .

Les droites (BC) et (ED) sont parallèles. On donne $\widehat{BCD} = 35^\circ$.

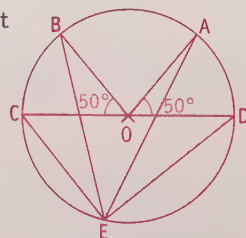
Citer tous les angles de la figure dont on peut calculer la mesure. Justifier.



35 Les points A , B , C , E et D sont sur le cercle de centre O . $[CD]$ est un diamètre de ce cercle.

1. Déterminer la mesure des angles $\widehat{BEC}$ et $\widehat{AED}$.

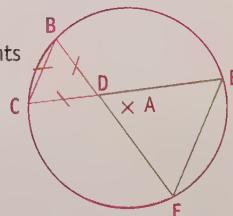
2. Déterminer la mesure de l'angle $\widehat{AEB}$.



36 Les points B , C , F et E sont sur le cercle de centre A . Les segments $[BF]$ et $[EC]$ sont sécants en D .

1. Quelle est la nature exacte du triangle BCD ?

2. Démontrer que le triangle EDF est équilatéral.



37 1. Tracer à main levée un octogone régulier $ABCDEFGH$ de centre O .

2. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{ABO}$.

42 Calculer le périmètre d'un pentagone régulier de côté 3,2 cm.

43 Calculer le périmètre d'un octogone régulier de côté 4,5 cm.

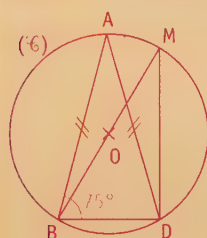
44 Calculer le périmètre d'un hexagone régulier de côté 12,5 cm.

45 Un hexagone régulier a pour périmètre 72 cm. Calculer son côté.

Je m'entraîne au brevet

Exercice (Pondichéry, 2011)

12 min



On considère cette figure qui n'est pas en vraie grandeur. On ne demande pas de refaire la figure. ABD est un triangle isocèle en A tel que $\widehat{ABD} = 75^\circ$.

(C) est le cercle circonscrit au triangle.

O est le centre du cercle (C).

[BM] est un diamètre de (C).

1. Quelle est la nature du triangle BMD ?

Justifier la réponse.

2. a. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{BAD}$.

b. Citer un angle inscrit qui intercepte le même arc que l'angle $\widehat{BMD}$.

c. Justifier que l'angle $\widehat{BMD}$ mesure 30° .

3. On donne $BD = 5,6$ cm et $BM = 11,2$ cm.

Calculer DM. On arrondira le résultat au dixième.

Je me rappelle la définition du cours.

Le cercle circonscrit à un triangle est le cercle qui passe par les sommets de ce triangle.

Je me pose les bonnes questions.

Quels sont les triangles particuliers que je connais : isocèle ? équilatéral ? rectangle ? rectangle isocèle ?

Je suis astucieux(se). Pour bien visualiser, je colorie l'arc intercepté par l'angle $\widehat{BMD}$.

Solution

1. D est un point du cercle de diamètre [BM], donc le triangle BDM est rectangle en D.

2. a. Le triangle ABD est isocèle de sommet principal A, donc $\widehat{ABD} = \widehat{BDA} = 75^\circ$.

On en déduit que $\widehat{BAD} = 180^\circ - (75^\circ + 75^\circ) = 30^\circ$.

b. Les angles $\widehat{BAD}$ et $\widehat{BMD}$ sont des angles inscrits qui interceptent le même arc BD.

c. Les angles $\widehat{BAD}$ et $\widehat{BMD}$ sont des angles inscrits qui interceptent le même arc BD, donc ils sont de même mesure. $\widehat{BMD} = \widehat{BAD} = 30^\circ$.

3. Le triangle DBM étant rectangle en D, d'après le théorème de Pythagore, on a $BM^2 = BD^2 + DM^2$.

D'où $DM^2 = 11,2^2 - 5,6^2 = 94,08$.

$DM = \sqrt{94,08}$ La calculatrice affiche 9,699999

La valeur de DM arrondie au dixième est donc 9,7 cm.

J'utilise le résultat de la question précédente.

Je n'oublie pas de justifier les calculs en énonçant le bon théorème.

J'utilise la touche « Racine carrée » de la calculatrice.

46 (Métropole – La Réunion – Mayotte, 2010)

Dans la figure ci-contre :

- ABCD est un carré de côté 9 cm ;
- les segments de même longueur sont codés.

1. Faire une figure en vraie grandeur.

2. a. Calculer JK.

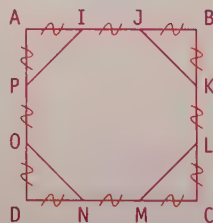
b. L'octogone IJKLMNOP est-il un octogone régulier ? Justifier.

c. Calculer l'aire de l'octogone IJKLMNOP.

3. Les diagonales du carré ABCD se coupent en S.

a. Tracer, sur la figure en vraie grandeur, le cercle de centre S et de diamètre 9 cm.

b. Le disque de centre S et de diamètre 9 cm a-t-il une aire supérieure à l'aire de l'octogone ? Justifier.



47 (Métropole – La Réunion – Mayotte, 2010)

Dans la figure ci-contre, qui n'est pas en vraie grandeur, nous savons que :

- (C) est un cercle de centre E dont le diamètre [AD] mesure 9 cm.
- B est un point du cercle (C) tel que $\widehat{AEB} = 46^\circ$.

1. Faire la figure en respectant les dimensions données.

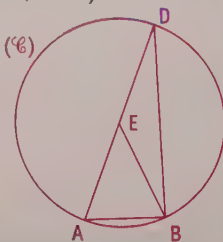
2. Montrer que le triangle ABD est un triangle rectangle.

3. Justifier que $\widehat{ADB} = 23^\circ$.

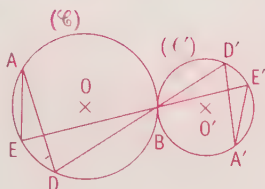
4. Calculer la longueur AB et préciser sa valeur arrondie au dixième de centimètre.

5. On trace la droite parallèle à la droite (AB) passant par E. Elle coupe le segment [BD] au point F.

6. Calculer la longueur EF et préciser sa valeur arrondie au dixième de centimètre.

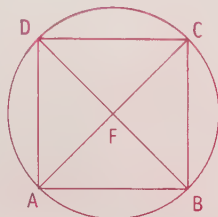


48 Les cercles $(\mathcal{C})$ et $(\mathcal{C}')$ sont tangents en B. Les droites (EE') et (DD') sont sécantes en B. Les points A, E et D sont sur le cercle $(\mathcal{C})$ et les points A', E' et D' sont sur le cercle $(\mathcal{C}')$. Comparer la mesure des angles $\widehat{EAD}$ et $\widehat{E'A'D'}$. Justifier.



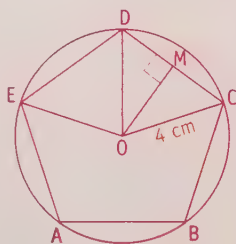
49 On considère le carré ABCD de centre F.

- On suppose, pour cette question, que $FC = 10$. Calculer CD.
- On suppose, pour cette question, que $CD = 10$. Calculer FC.

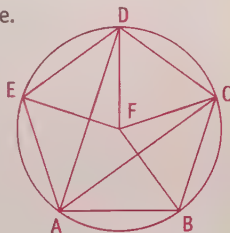


50 On considère le pentagone régulier ABCDE de centre O. On donne $OC = 4$ cm.

- Déterminer la mesure des angles $\widehat{DOC}$ et $\widehat{DOB}$.
 - Déterminer la mesure de l'angle $\widehat{MOC}$, puis calculer la valeur exacte de MC.
- En déduire le périmètre du pentagone ABCDE. Donner sa valeur exacte, puis sa valeur arrondie au millimètre.

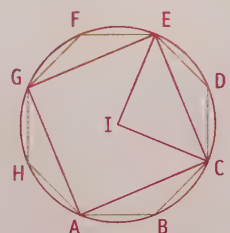


51 On considère le pentagone régulier ABCDE de centre F. Démontrer que $\widehat{EAD} = \widehat{DAC} = \widehat{CAB}$.



52 L'octogone ABCDEFGH est régulier de centre I.

- Déterminer la mesure de chacun des angles $\widehat{EIC}$ et $\widehat{EIG}$.
- Démontrer que le quadrilatère EGAC est un carré.
- Déterminer la mesure de l'angle $\widehat{EDC}$.



53 Mathématiques et Architecture

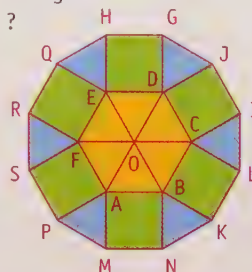
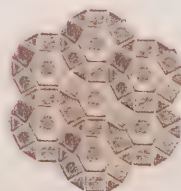
Dans la ville de Nîmes, se trouve une rosace qui était un élément du temple de Diane.

- B2i** Faire une recherche sur le temple de Diane.



Temple de Diane à Nîmes

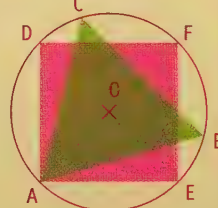
- Cette rosace est formée de plusieurs polygones réguliers. Saurez-vous les reconnaître ?



- TICE** Reproduire l'élément de la rosace ci-dessus à l'aide d'un logiciel de géométrie.

Prise d'initiatives

- 54** Vous devez réaliser un logo pour le club de mathématiques du collège. Le logo à réaliser est donné ci-contre. Le triangle équilatéral ABC et le carré AEFD ont pour centre le point O. Comment construire ce logo ?



Consignes

Vous présenterez votre démarche en faisant figurer toutes les pistes de recherche même si elles n'ont pas abouti.

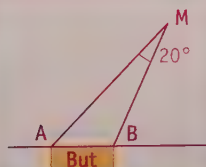
📁 ➔ Voir indications pour l'évaluation, p. 308.

DÉFIS, JEUX, CASSE-TÊTE

55 Un footballeur recherche, sur un terrain de football, les positions desquelles il pourra tirer dans le but sous un angle de 20° .

Comment déterminer ses différentes positions ?

TICE On pourra s'aider de GeoGebra pour exposer sa solution.



56 Objectif : construire des polygones réguliers à la demande, avec GeoGebra.

➔ Voir « Utiliser un logiciel de géométrie », p. 318-319.

1 Construire

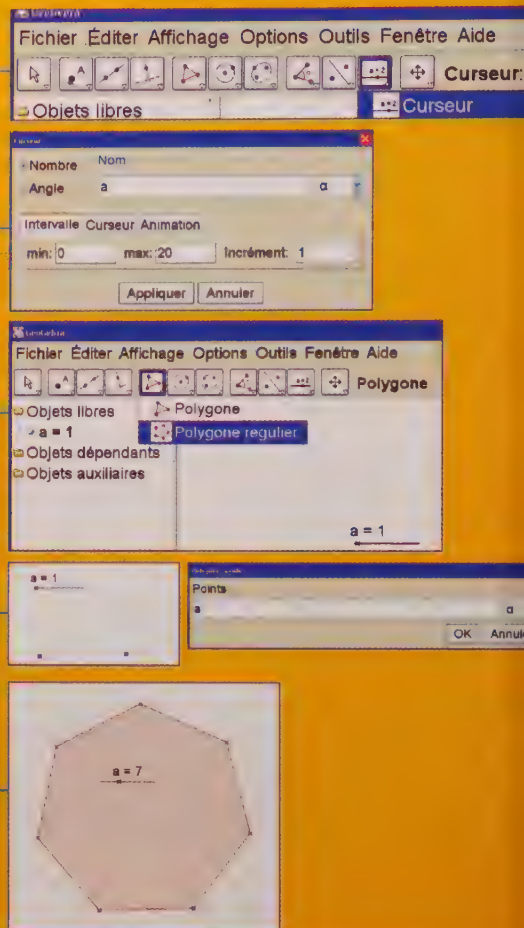
1. On crée un curseur : ce curseur va permettre de choisir le nombre de côtés du polygone créé. Pour cela, on clique sur le point marqué sur le curseur et on le déplace de gauche à droite.

2. On définit à l'aide du curseur le nombre maximal de côtés souhaités (ici, on choisit 20).

3. On sélectionne le menu « Polygone régulier » dans la barre d'outils.

4. On clique sur deux points de la feuille, puis sur « OK ». On rentre la valeur a , correspondant au curseur indiquant le nombre de côtés du polygone.

5. En réglant le curseur sur 7, on obtient un heptagone régulier à 7 côtés.

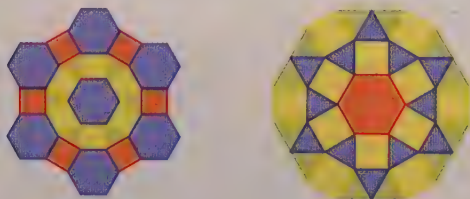


2 Appliquer

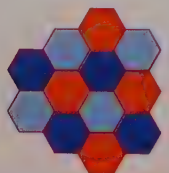
57 Réaliser ainsi :

1. un pentagone régulier 2. un octogone régulier.

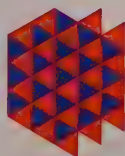
58 Reproduire ces figures et en inventer de nouvelles.



59 Réaliser ces figures.



Avec des hexagones réguliers

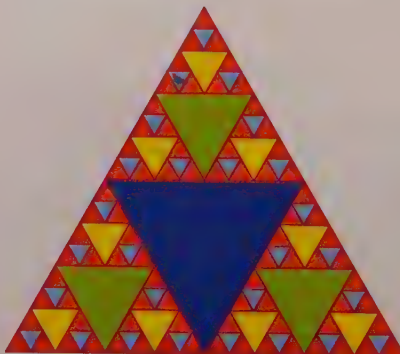


Avec des triangles équilatéraux

60 Construire un triangle de Sierpinski.

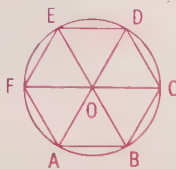
1. **B2i** Effectuer une recherche sur les triangles de Sierpinski.

2. En construire un comme ci-dessous.



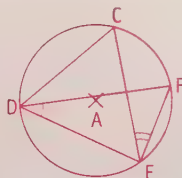
Devoir A

- 61** 1. Placer deux points O et A tels que $OA = 4$ cm.
2. Construire l'hexagone régulier ABCDEF de centre O.



3. Démontrer que le quadrilatère FAOE est un losange. Nommer tous les autres losanges de la figure.
4. Tracer en rouge le triangle AEC. Quelle est sa nature ? Justifier.
5. Quelle est la nature du quadrilatère DFAC ? Justifier.

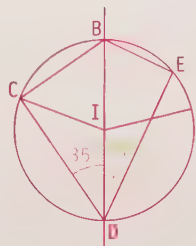
- 62** Les points C, D, E et F sont sur le cercle de centre A.



1. Démontrer que la demi-droite (DF) est la bissectrice de l'angle $\widehat{CDE}$.
2. Démontrer que les angles $\widehat{CAF}$ et $\widehat{FAE}$ ont la même mesure.

Devoir B

- 63** Les points C, B, E, F et D sont sur le cercle de centre I. On donne $\widehat{BDE} = 25^\circ$ et $\widehat{BDC} = 35^\circ$.

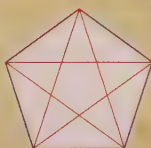


1. Déterminer la mesure des angles $\widehat{CFB}$ et $\widehat{CEB}$.
2. Déterminer la mesure des angles $\widehat{CIB}$ et $\widehat{BIE}$.

- 64** 1. Construire un triangle ABC tel que $BC = 6$ cm ; $\widehat{ABC} = 50^\circ$ et $\widehat{ACB} = 70^\circ$.
2. Construire le cercle circonscrit au triangle ABC.
3. Placer un point M différent de B tel que $\widehat{AMC} = 50^\circ$ (sans utiliser de rapporteur). Justifier.
4. Placer un point N différent de A tel que $\widehat{BNC} = 60^\circ$ (sans utiliser de rapporteur). Justifier.

Exposé

- 65** Pythagore et ses disciples ont toujours été considérés comme des magiciens car ils étaient les seuls à pouvoir dessiner un pentagone régulier et ils ne voulaient pas dévoiler leur secret. Leur symbole était l'étoile à cinq branches qui s'inscrit dans le pentagone régulier. On trouve des polygones réguliers dans la nature, les œuvres d'arts, l'architecture, etc.



- ✖ Effectuer une recherche pour savoir comment Pythagore procédait.
- ✖ Rechercher des pièces de monnaie en forme de polygones réguliers (européenne ou autre). Quelle pièce européenne choisir pour partager un gâteau circulaire en sept parts égales ?
- ✖ Effectuer une recherche sur la Chaussée des Géants.
- ✖ Rechercher de la matière minérale, de la matière produite par des êtres vivants, des êtres vivants et des objets fabriqués par l'homme, ayant une forme de polygone régulier.

Bzi 4

liens pour la recherche sur
www.3e.zentuseleve.magnard.fr/liens



La Chaussée des Géants en Irlande.

Compétence du socle commun évaluées dans cette question

Compétence	3 : Les principaux éléments de mathématiques et la culture scientifique et technologique
Domaine	Savoir utiliser des connaissances dans divers domaines scientifiques
Item	La matière
Critère d'évaluation	Je suis capable d'établir l'origine de la matière minérale ou produite par les êtres vivants.

Je prépare le contrôle

Je révise le cours et les méthodes

Connaissances exigibles

- ✓ La relation entre la mesure d'un angle inscrit et la mesure d'un angle au centre qui interceptent le même arc.
- ✓ La relation entre la mesure de deux angles inscrits interceptant le même arc.

Savoir-faire à acquérir

- ✓ Utiliser la relation entre la mesure d'un angle inscrit et la mesure de l'angle au centre qui interceptent le même arc.
(→ exercices 66, 68 à 70)
- ✓ Utiliser la relation entre la mesure de deux angles inscrits interceptant le même arc.
(→ exercices 66 à 70)
- ✓ **SC** Construire un triangle équilatéral et un carré connaissant leur centre et un sommet.
- ✓ Construire un hexagone et un octogone réguliers connaissant leur centre et un sommet.

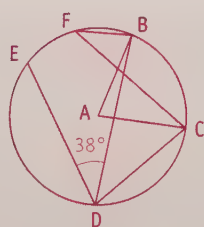
► Connaître le sens et l'orthographe de ces mots :

Polygone, pentagone, hexagone, heptagone, octogone, intercepter, inscriptible, inscrit.

Je m'exerce

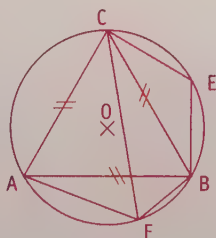
66 Les points E, F, B, C et D sont sur le cercle de centre A. La demi-droite [DB) est la bissectrice de l'angle $\widehat{EDC}$.

1. Déterminer la mesure de l'angle $\widehat{BDC}$.
2. Déterminer la mesure de l'angle $\widehat{BFC}$.
3. Déterminer la mesure de l'angle $\widehat{BAC}$.



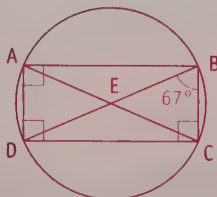
67 Les points A, F, B, E et C sont sur le cercle de centre O.

1. En s'aidant du codage, déterminer la nature exacte du triangle ABC.
2. Déterminer la mesure des angles $\widehat{AFC}$, $\widehat{CFB}$, $\widehat{AOC}$ et $\widehat{AFB}$.



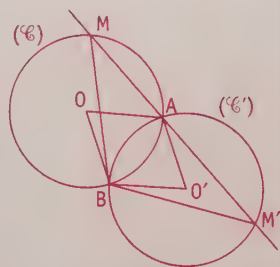
68 Le rectangle ABCD est inscrit dans le cercle de centre E.

1. Le rectangle ABCD est-il un polygone régulier ? Justifier.
2. Déterminer la mesure de l'angle $\widehat{DAC}$.
3. Déterminer la mesure de l'angle $\widehat{DEC}$.
4. Déterminer la mesure de l'angle $\widehat{DBA}$.



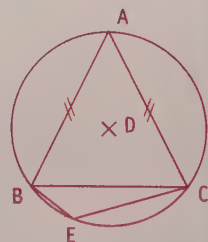
69 Les cercles $(\mathcal{C})$ et $(\mathcal{C}')$ sont de même rayon et sécants en A et B. Une droite passant par A coupe $(\mathcal{C})$ en M, et $(\mathcal{C}')$ en M'.

1. a. Déterminer la nature exacte du quadrilatère OBO'A.
b. Que peut-on en déduire pour les angles $\widehat{AOB}$ et $\widehat{AO'B}$?
2. a. Comparer la mesure des angles $\widehat{AMB}$ et $\widehat{AOB}$.
b. Comparer la mesure des angles $\widehat{AM'B}$ et $\widehat{AO'B}$.
c. En déduire la nature du triangle BMM'.



70 Les points A, B, E et C sont sur le cercle de centre D.

1. En s'aidant du codage, déterminer la nature exacte du triangle ABC.
2. Démontrer que la demi-droite [EA) est la bissectrice de l'angle $\widehat{BEC}$.



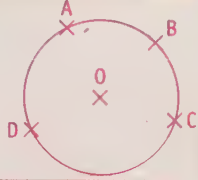
- 71** 1. Dessiner à main levée un pentagone régulier ABCDE de centre O.
2. a. Placer deux points O et A tels que $OA = 4$ cm.
b. Construire le pentagone régulier ABCDE.

Je m'évalue

QCM interactif sur
www.3e.zenluseleve.
magnard.fr

Choisir la (ou les) bonne(s) réponse(s).

72 Le cercle ($\mathcal{C}$) de centre O passe par les points A , B , C et D . L'angle $\widehat{BOC}$ est :



un angle au centre du cercle ($\mathcal{C}$).

un angle inscrit du cercle ($\mathcal{C}$).

un angle aigu.

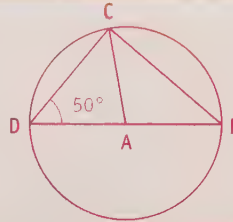
73 Dans la figure ci-dessus, l'angle $\widehat{ADC}$ intercepte l'arc :

$\widehat{AB}$.

$\widehat{AC}$.

$\widehat{BC}$.

Pour les exercices **74** et **75**, on utilise cette figure.
[BD] est un diamètre du cercle de centre A passant par le point C .



74 La mesure de l'angle $\widehat{CAB}$ est :

50° .

25° .

100° .

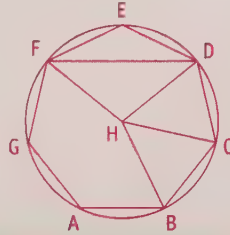
75 On a :

$\widehat{DCB} = 90^\circ$.

$\widehat{CBD} = 100^\circ$.

$\widehat{CAD} = 80^\circ$.

Pour les exercices **76** à **78**, on considère le polygone régulier ABCDEFG de centre H .



76 Ce polygone est un :

hexagone.

heptagone.

octogone.

77 La mesure de l'angle $\widehat{DHC}$ est :

$\frac{360^\circ}{7}$.

$\frac{180^\circ}{7}$.

51° arrondie au degré.

78 On a :

$\widehat{FHB} = 3\widehat{DHC}$.

$\widehat{FHB} = 2\widehat{FDB}$.

$\widehat{DFE} = \frac{1}{2} \widehat{DHE}$.

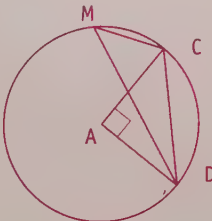
79 L'angle au centre déterminé par deux sommets consécutifs d'un polygone à 50 côtés a pour mesure :

$7,2^\circ$.

$3,6^\circ$.

$\frac{50^\circ}{360}$.

80 Les points M , C et D sont sur le cercle de centre A . On a donc :



$\widehat{CMD} = 30^\circ$.

$\widehat{CMD} = 45^\circ$.

$\widehat{CMD} = \widehat{ACD}$.

Je m'exerce

66. 1. La demi-droite $[DB]$ est la bissectrice de l'angle $\widehat{EDC}$, donc $\widehat{BDC} = \widehat{EDB} = 38^\circ$.

2. Les angles inscrits $\widehat{BDC}$ et $\widehat{BFC}$ interceptent le même arc, donc $\widehat{BFC} = 38^\circ$.

3. L'angle au centre $\widehat{BAC}$ intercepte le même arc que l'angle inscrit $\widehat{BDC}$, donc $\widehat{BAC} = 76^\circ$.

67. 1. ABC est un triangle équilatéral, donc la mesure de ses angles est égale à 60° .

2. Les angles inscrits $\widehat{AFC}$ et $\widehat{ABC}$ interceptent le même arc, donc $\widehat{AFC} = 60^\circ$.

Les angles inscrits $\widehat{CFB}$ et $\widehat{CAB}$ interceptent le même arc, donc $\widehat{CFB} = 60^\circ$.

L'angle au centre $\widehat{AOC}$ intercepte le même arc que l'angle inscrit $\widehat{AFC}$, donc $\widehat{AOC} = 120^\circ$.

$$\begin{aligned}\widehat{AFB} &= \widehat{AFC} + \widehat{CFB} \\ &= 60^\circ + 60^\circ \\ &= 120^\circ\end{aligned}$$

68. 1. Le rectangle ABCD n'est pas un polygone régulier car ses côtés ne sont pas de même longueur.

2. Les angles inscrits $\widehat{DAC}$ et $\widehat{DBC}$ interceptent le même arc, donc $\widehat{DAC} = \widehat{DBC} = 67^\circ$.

3. L'angle au centre $\widehat{DEC}$ intercepte le même arc que l'angle inscrit $\widehat{DAC}$, donc $\widehat{DEC} = 2\widehat{DAC} = 134^\circ$.

$$\widehat{DBA} = 90^\circ - 67^\circ = 23^\circ$$

69. 1. a. Le quadrilatère OBO'A est un losange car il a ses côtés de même longueur (les rayons des cercles sont égaux).

b. Puisque le quadrilatère OBO'A est un losange, $\widehat{AOB} = \widehat{AO'B}$.

2. a. Dans le cercle $(\mathcal{C})$, l'angle au centre $\widehat{AOB}$ intercepte le même arc que l'angle inscrit $\widehat{AMB}$, donc $\widehat{AOB} = 2\widehat{AMB}$.

b. De même, dans le cercle $(\mathcal{C}')$, on a $\widehat{AO'B} = 2\widehat{AM'B}$.

c. On en déduit que $\widehat{AM'B} = \widehat{AMB}$. Donc, le triangle BMM' est isocèle en B.

70. 1. ABC est un triangle isocèle en A, donc $\widehat{ABC} = \widehat{BCA}$.

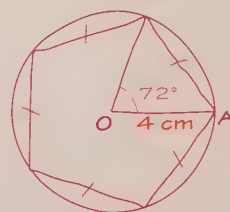
2. a. Les angles inscrits $\widehat{ABC}$ et $\widehat{AEC}$ interceptent le même arc, donc $\widehat{ABC} = \widehat{AEC}$.

De même, $\widehat{AEB} = \widehat{BCA}$.

D'où $\widehat{AEC} = \widehat{AEB}$.

La demi-droite $[EA]$ est donc la bissectrice de l'angle $\widehat{BEC}$.

71. 1. 2. 3.



Je m'évalue

Réponse(s)	Commentaires	Revoir
72. a et c	b. Un angle inscrit a son sommet sur le cercle.	Cours, p. 270.
73. b	b. Le point B n'est pas situé sur un des côtés de l'angle $\widehat{ADC}$.	Cours, p. 270.
74. c	a. Les angles $\widehat{CAB}$ et $\widehat{CDB}$ interceptent le même arc $\widehat{BC}$, mais l'angle $\widehat{CAB}$ est un angle au centre et non un angle inscrit. b. Attention à ne pas confondre « double » et « moitié ».	Méthode 1, p. 272.
75. a et c	b. Le triangle ADC est isocèle en A, donc $\widehat{DAC} = 80^\circ$. $\widehat{CBD}$ est l'angle inscrit interceptant le même arc que l'angle au centre $\widehat{DAC}$. Donc, $\widehat{CBD} = 40^\circ$.	Méthode 1, p. 272.
76. b	a. « hexa » : 6. c. « octo » : 8.	J'utilise un vocabulaire précis, p. 267.
77. a et c	b. « Un tour complet » fait 360° , et non 180° .	Cours, p. 270.
78. a, b et c		Méthode 1, p. 272.
79. a	b. « Un tour complet » fait 360° , et non 180° . c. Attention à ne pas confondre $\frac{360}{50}$ et $\frac{50}{360}$.	Cours, p. 270.
80. b et c	a. L'angle inscrit $\widehat{CMD}$ et l'angle au centre $\widehat{CAD}$ interceptent le même arc, donc $\widehat{CMD} = \frac{90^\circ}{2} = 45^\circ$.	Méthode 1, p. 272.

Objectifs

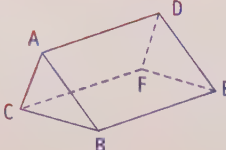
- **SC** Connaître et utiliser la définition de la sphère.
- **SC** Savoir représenter une sphère et certains de ses grands cercles.
Calculer l'aire d'une sphère de rayon donné.
- **SC** Calculer le volume d'une boule de rayon donné.
- **SC** Connaître et utiliser l'effet d'un agrandissement ou d'une réduction sur les volumes.
- **SC** Connaître et utiliser la nature de sections planes d'un cube, d'un parallélépipède rectangle, d'un cylindre de révolution, d'une sphère.

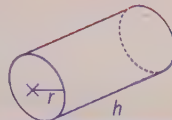
Connaître et utiliser la nature de sections planes d'un cône de révolution ou d'une pyramide.

Je me rappelle

socle commun

1 QCM : Choisir la (ou les) bonne(s) réponse(s).

		a	b	c
1	Toutes les faces d'un pavé droit sont des :	carrés.	rectangles.	parallélogrammes.
2	Un solide ayant une seule base peut être :	une pyramide.	un cône.	un cylindre.
3	Dans une pyramide, on est sûr que :	la base est un triangle.	toutes les faces latérales sont des triangles.	la base est un carré.
4	Un solide ayant un axe de révolution peut être :	une pyramide.	un cône.	un cylindre.
Pour les questions 5 à 7, on considère ce prisme droit : 				
5	Ce solide possède :	6 sommets.	3 faces.	5 faces.
6	Sur ce solide, on est sûr que :	les arêtes [AD] et [BE] sont parallèles.	les arêtes [CF] et [EF] sont perpendiculaires.	les arêtes [AC] et [BC] sont perpendiculaires.
7	La hauteur de ce prisme est :	la hauteur issue de A du triangle ABC.	AB.	AD.
8	$5 \text{ cm}^3 =$	50 mm^3	500 mm^3	$5\,000 \text{ mm}^3$
9	Le volume d'un cube de côté 3 cm est :	9 cm^2 .	9 cm^3 .	27 cm^3 .
10	Le volume d'un cylindre de révolution de rayon r et de hauteur h est donné par :	$\pi \times r^2 \times h$.	$\pi \times r \times 2 \times h$.	$\pi \times r \times h$.



J'utilise un vocabulaire précis

exercice interactif sur
www.3e.zeniuselevel.magnard.fr

2 **sc** Recopier et compléter les phrases en utilisant les étiquettes.

1. Le solide ci-contre est une ...
2. Elle possède 6 ..., 5 ... et 10 ...
3. La ... de la pyramide SABCDE est un ...
4. [SO] est la ... de cette pyramide.

sommets

pyramide

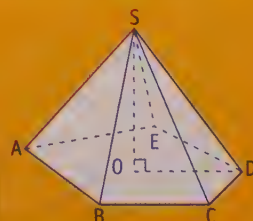
faces latérales

base

arêtes

polygone

hauteur



Activité 1 Visualiser des plans

En observant sa salle de classe, Vivien remarque :
« Le plateau de ma table et le plafond de la salle sont parallèles ».

Son professeur de mathématiques lui explique alors :
« Si on allongeait de façon infinie le plateau de ta table et le plafond, on obtiendrait ce que l'on appelle des **plans** en mathématiques. Tu viens donc de trouver **deux plans parallèles**. On peut appeler le premier : "plan de la table", et le deuxième : "plan du plafond". »

Ai-je bien compris ?

On considère le parallélépipède rectangle ci-dessus.

- Citer un plan parallèle au plan qui contient la face ABCD.
- Citer deux plans parallèles à la droite (DC).

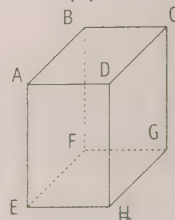
1. Observer la salle de classe et nommer plusieurs plans en prenant exemple sur ce qui précède.

2. Donner un exemple de deux plans parallèles dans la salle de classe.

3. Le professeur dessine au tableau le parallélépipède rectangle ci-contre et annonce :

« Le plan ($\mathcal{P}$) qui contient la face ADHE est parallèle à la droite (FG). »

- a. Expliquer cette affirmation.
- b. Le plan ($\mathcal{P}$) est-il parallèle à la droite (BC) ? à la droite (GH) ?



Par la suite, on parlera plus simplement de plan parallèle à la face ABCD.

Activité 2 Section d'un pavé droit

Partie 1 Dans la vie courante

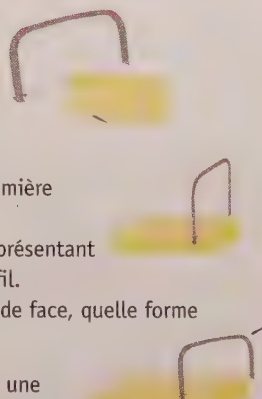
Pour couper des plaquettes de beurre, un cuisinier utilise un fil à couper, comme sur le schéma ci-contre.

1. Le cuisinier positionne une première plaquette de la façon suivante :

- a. Reproduire ce schéma en représentant en rouge la coupe faite par le fil.
- b. Si on regardait cette coupe de face, quelle forme géométrique verrait-on ?

2. Le cuisinier positionne ensuite une deuxième plaquette de la façon suivante :

- a. Reproduire ce schéma en représentant en rouge la coupe faite par le fil.
- b. Si on regardait cette coupe de face, quelle forme géométrique verrait-on ?



Partie 2 En mathématiques

3. a. En géométrie, comment nomme-t-on le solide qui représente une plaquette de beurre ?

b. Le représenter en perspective cavalière.

4. On coupe le solide par un plan parallèle à l'une de ses faces.

- a. À laquelle des deux situations étudiées dans la **Partie 1** cela correspond-il ?
- b. Dessiner, vue de face, la section obtenue.
- c. Quelle est la nature de la section obtenue ?

5. On coupe le solide par un plan parallèle à l'une de ses arêtes mais non parallèle à l'une des faces.

- a. À laquelle des deux situations étudiées dans la **Partie 1** cela correspond-il ?
- b. Dessiner, vue de face, la section obtenue.
- c. Quelle est la nature de la section obtenue ?

Ai-je bien compris ?

• Recopier et compléter :

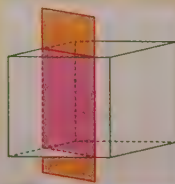
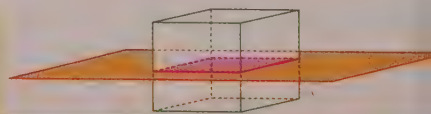
La section d'un pavé droit par un plan parallèle à l'une de ses faces est un ...

La section d'un pavé droit par un plan parallèle à l'une de ses arêtes est un ...

• Dans chaque cas, préciser la nature de la section obtenue :

Le solide est un cube et le plan est parallèle à l'une de ses faces.

Le solide est un cube et le plan est parallèle à l'une de ses arêtes.



Activité 3 Section d'un cylindre de révolution

Partie 1 Dans la vie courante

Une entreprise transforme des troncs d'arbres en bûches qu'elle revend en bois de chauffage.



1. Les troncs d'arbres sont d'abord découpés en plusieurs tronçons grâce à une scie électrique, comme le montre la photo 1.

a. Dessiner à main levée le tronc d'arbre présenté sur la photo 1.

b. Faire apparaître en rouge la coupe effectuée par la scie.

c. Si on regardait cette coupe de face, quelle forme géométrique verrait-on ?

2. Les tronçons passent ensuite par une deuxième machine appelée « fendeuse à bois », qui fend chaque tronçon en deux bûches, comme le montre la photo 2.

a. Dessiner à main levée un tronçon de bois.

b. Faire apparaître en rouge la coupe effectuée par la fendeuse.

c. Si on regardait cette coupe de face, quelle forme géométrique verrait-on ?



Partie 2 En mathématiques

3. a. En géométrie, comment nomme-t-on le solide qui représente un tronc d'arbre, comme ceux ci-contre ?
b. Le représenter en perspective cavalière.



4. On coupe le solide par un plan parallèle à une base.

a. À laquelle des deux découpes étudiées dans la Partie 1 cela correspond-il ?

b. Dessiner, vue de face, la section obtenue.

c. Quelle est la nature de la section obtenue ?

5. On coupe le solide par un plan parallèle à son axe.

a. À laquelle des deux découpes étudiées dans la Partie 1 cela correspond-il ?

b. Dessiner, vue de face, la section obtenue.

c. Quelle est la nature de la section obtenue ?

Ai-je bien compris ?

Recopier et compléter :

La section d'un cylindre par un plan parallèle à l'une de ses ... est un ...

La section d'un cylindre par un plan parallèle à son ... est un ...

Activité 4 Section d'un cône de révolution



Voici le présentoir à cornets d'un marchand de glaces.

1. Quelle forme géométrique a-t-on découpée dans le morceau de plastique, pour y faire tenir un cornet de glace ?

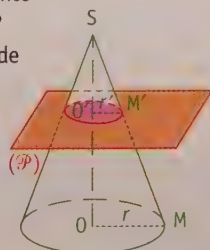
2. En géométrie, comment nomme-t-on le solide qui représente un cornet de glace ?

3. On coupe ce solide

par un plan $(\mathcal{P})$ parallèle à sa base.

a. Dessiner, vue de face, la section obtenue.

b. Quelle est la nature de la section ?



4. On nomme :

- O le centre de la base du cône et $[OM]$ un rayon ;
- O' le centre de la section du cône par le plan $(\mathcal{P})$;
- M' l'intersection du plan $(\mathcal{P})$ et de la droite (MS) .

a. Sur une même figure, dessiner à main levée les triangles SOM et $SO'M'$.

b. Les droites $(O'M')$ et (OM) sont parallèles.

Montrer que le rayon de la section r' est égal à $\frac{SO'}{SO} \times r$, où r est le rayon de la base du cône.

Ai-je bien compris ?

Recopier et compléter :

La section d'un cône par un plan parallèle à sa ... est un ...

Activités

Activité 5 Section d'une pyramide

SABC est un **tétraèdre** (c'est-à-dire une pyramide dont la base est un triangle) de hauteur [SO] et ($\mathcal{P}$) est un plan parallèle au triangle ABC.

1. Quelle est la nature de la section A'B'C' de la pyramide SABC par le plan ($\mathcal{P}$) ?

2. a. Télécharger sur le site www.3e-zenfusselleve.maonard.fr le fichier

Geospace, intitulé « Section d'une pyramide ».

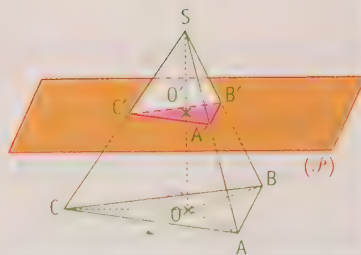
b. Déplacer le plan ($\mathcal{P}$) en maintenant le bouton gauche de la souris appuyé.

Que constate-t-on alors pour la section A'B'C' ?

3. a. Augmenter le nombre de faces de la pyramide en appuyant sur les touches directionnelles du clavier.

b. Écrire trois phrases du type : « Si la base est un ..., alors la section est un ... »

4. Que peut-on dire de la nature de la base de la pyramide ? de celle de la section ?



5. On nomme O' l'intersection de [SO] avec le plan ($\mathcal{P}$).

Les droites (CO) et (C'O') sont parallèles. On pose $\frac{SO'}{SO} = k$.

a. Dessiner à main levée le triangle SCO.

Placer les points O' et C', puis prouver que $\frac{SC'}{SC} = k$.

b. Montrer de la même façon que

$$\frac{SA'}{SA} = \frac{SB'}{SB} = \frac{A'B'}{AB} = \frac{A'C'}{AC} = \frac{B'C'}{BC} = k.$$

c. Que peut-on en déduire pour la pyramide SA'B'C' par rapport à la pyramide SABC ? pour le triangle A'B'C' par rapport au triangle ABC ?

Ai-je bien compris ?

■ Recopier et compléter :

La section d'une pyramide par un plan parallèle à sa ... est une ... de sa base.

Activité 6 De nouveaux solides

Pour décorer le plafond d'un gymnase, on suspend des cerceaux en plastique à des tiges métalliques verticales, comme le montre le schéma ci-contre.

1. Lorsque le cerceau tourne autour de la tige, il décrit un solide.

a. Ce solide est-il plein ou creux ?

b. Dessiner à main levée une représentation en perspective cavalière de ce solide.

En mathématiques, un tel solide s'appelle une **sphère**.

c. Citer des objets de la vie courante pouvant être assimilés à une sphère.

2. On remplace un cerceau par un disque métallique.

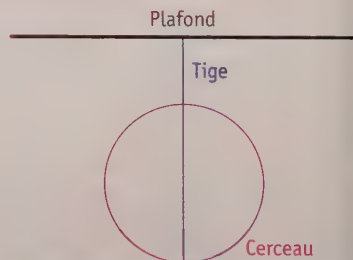
Lorsque le disque tourne autour de la tige, il décrit un autre solide.

a. Ce solide est-il plein ou creux ?

b. Dessiner à main levée une représentation en perspective cavalière de ce solide.

En mathématiques, un tel solide s'appelle une **boule**.

c. Citer des objets de la vie courante pouvant être assimilés à une boule.



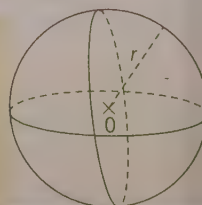
Ai-je bien compris ?

Soit O un point et r une longueur.

■ Recopier et compléter :

L'ensemble des points M de l'espace tels que $OM = r$ est appelé la ... de centre ... et de rayon ...

L'ensemble des points M de l'espace tels que $OM \leq r$ est appelé la ... de centre ... et de rayon ...



Activité 7 Section d'une sphère

Un artiste souhaite réaliser une sculpture composée d'une sphère en porcelaine et d'une plaque en ardoise.

Voici un schéma de ce qu'il souhaite obtenir, la plaque d'ardoise devant être parfaitement ajustée à la sphère.



On lui propose trois types de plaques d'ardoise découpées.



Proposition 1



Proposition 2



Proposition 3

- Laquelle de ces trois propositions doit-il retenir pour sa sculpture ?
- a. Télécharger sur le site www.3e.zeniusleve.magnard.fr le fichier Geospace, intitulé « Section de sphère », déplacer le point S et appuyer sur la touche « 1 » pour visualiser la section vue de face. Quelle est la nature de la section ?
b. Reprendre la question 1. si nécessaire.
c. Que peut-on dire de la section lorsque le plan est tangent à la sphère ?

Ai-je bien compris ?

Recopier et compléter :

La section d'une sphère par un plan non tangent à cette sphère est un ...

Activité 8 Réduction, agrandissement et volume

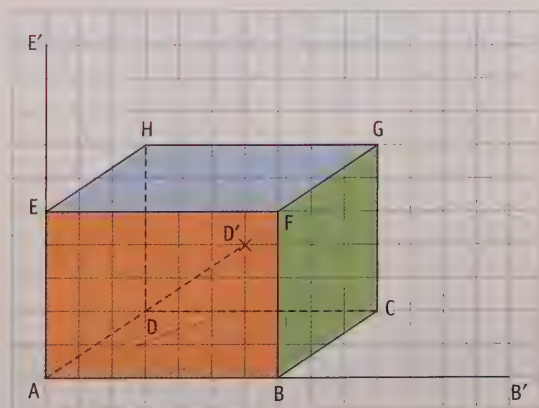
On considère un pavé droit ABCDEFGH.

On double sa longueur, sa largeur et sa hauteur pour construire un deuxième pavé droit AB'C'D'E'F'G'H'.

- Reproduire la figure sur quadrillage et terminer la construction de la perspective cavalière du pavé droit AB'C'D'E'F'G'H'.
- Combien de « petits » pavés droits de mêmes dimensions que ABCDEFGH contient le « grand » pavé droit AB'C'D'E'F'G'H' ?
- Recopier et compléter :
Quand on multiplie par 2 les dimensions d'un pavé droit, son volume est multiplié par ..., soit 2^3 .

La démonstration de ce résultat est à télécharger

sur www.3e.zeniusleve.magnard.fr



Ai-je bien compris ?

Recopier et compléter :

Quand on fait une réduction (ou un agrandissement) de rapport k d'un solide, son volume est multiplié par ...

1 Sections d'un pavé droit

Testez-vous avec les exercices 1, 2, 4 et 5.

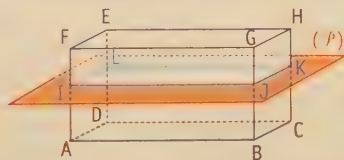
Propriété

Si on coupe un pavé droit par un **plan parallèle à l'une de ses faces**, alors la section obtenue est un rectangle qui a les mêmes dimensions que cette face.

Exemple

Données

On coupe le pavé droit ABCDEFGH par le plan $(\mathcal{P})$ parallèle à la face ABCD.



Propriété

Conclusion

La section IJKL est un rectangle qui a les mêmes dimensions que ABCD.

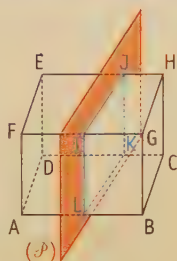
Propriété

Si on coupe un pavé droit par un **plan parallèle à l'une de ses arêtes**, alors la section obtenue est un rectangle.

Exemple

Données

On coupe le pavé droit ABCDEFGH par le plan $(\mathcal{P})$ parallèle à l'arête [GB].



Propriété

Conclusion

La section IJKL est un rectangle.

Remarque : $IL = GB$.

2 Sections d'un cylindre de révolution

Testez-vous avec les exercices 3, 4 et 5.

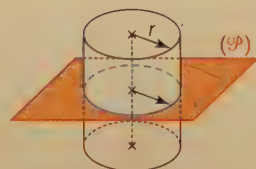
Propriété

Si on coupe un cylindre par un **plan parallèle à l'une de ses bases**, alors la section obtenue est un cercle qui a le même rayon que la base du cylindre.

Exemple

Données

On coupe le cylindre de rayon r par le plan $(\mathcal{P})$ parallèle à sa base.



Propriété

Conclusion

La section est un cercle de rayon r .

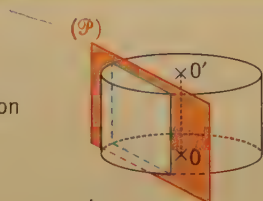
Propriété

Si on coupe un cylindre par un **plan parallèle à son axe**, alors la section obtenue est un rectangle.

Exemple

Données

On coupe le cylindre par le plan $(\mathcal{P})$ parallèle à son axe (OO') .



Propriété

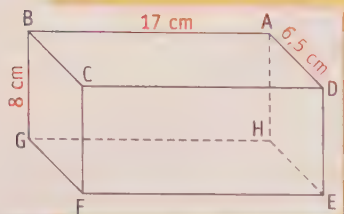
Conclusion

La section est un rectangle.

Remarque : L'une des dimensions du rectangle est égale à la hauteur OO' du cylindre.

Testez votre compréhension du cours

1 On considère le pavé droit ABCDEFGH.



On coupe ce pavé droit par un plan $(\mathcal{P})$ parallèle à l'une de ses faces.

1. Quelle est la nature de la section obtenue ? Justifier en citant le cours.
2. Quelles sont les dimensions de la section si :
 - a. $(\mathcal{P})$ est parallèle à la face EFGH ?
 - b. $(\mathcal{P})$ est parallèle à la face CDEF ?
 - c. $(\mathcal{P})$ est parallèle à la face AHED ?

2 Léna pense avoir trouvé un « truc » pour retenir sa leçon :

Léna

Comme les faces d'un pavé droit sont des rectangles, alors les sections du pavé droit étudiées dans le cours sont des rectangles. Et comme les faces d'un cube sont des carrés, alors les sections du cube étudiées dans le cours sont des carrés.

Qu'en pensez-vous ?

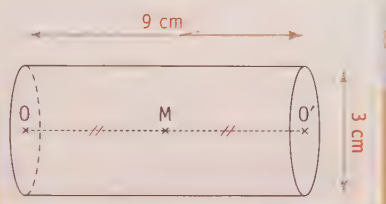
3 Observez ce cylindre.

1. On coupe le cylindre selon un plan parallèle à ses bases et passant par M, le milieu de $[OO']$.

- a. Quelle est la nature de la section obtenue ?
- b. Quels en sont les éléments caractéristiques ?

2. On coupe le cylindre selon le plan parallèle à son axe (OO') et passant par M.

- a. Quelle est la nature de la section obtenue ?
- b. Quels en sont les éléments caractéristiques ?



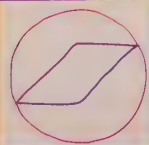
4 Ce solide est constitué d'un pavé droit et d'un cylindre de révolution.

On coupe ce solide par un plan parallèle aux bases du cylindre.

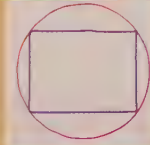
Le professeur demande de dessiner à main levée la section obtenue.

Qui a raison ?

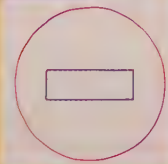
Fatim



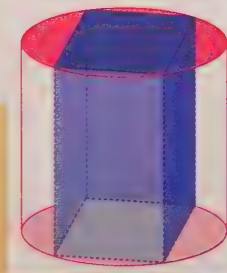
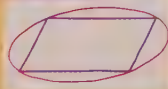
Audrey



Aurore



Ayumi



5 On coupe le solide de l'exercice 4 par un plan parallèle à l'axe du cylindre.

Le professeur demande de dessiner à main levée une section que l'on pourrait obtenir.

Qui a raison ?

Alister



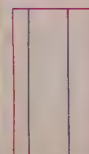
Anthony



Mike



Mandy



3 Section d'un cône de révolution

Testez-vous avec les exercices 6 et 7.

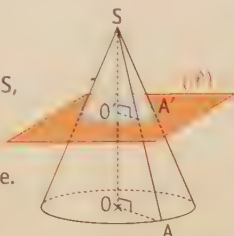
Propriété

Si on coupe un cône de révolution par un plan parallèle à sa base, alors la section obtenue est un cercle qui est une réduction du cercle de base.

Exemple

Données

On coupe le cône de sommet S , dont la base est le disque de centre O et de rayon r , par le plan $(\mathcal{P})$ parallèle à sa base.



Propriété

Conclusion

La section est un cercle de rayon r' qui est une réduction du cercle de base.

Remarque : Le rapport de réduction est égal à $\frac{SO'}{SO} = \frac{r'}{r}$.

4 Section d'une pyramide

Testez-vous avec les exercices 8 et 9.

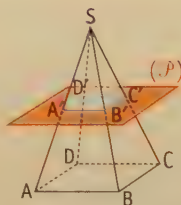
Propriété

Si on coupe une pyramide par un plan parallèle à sa base, alors la section obtenue est un polygone qui est une réduction du polygone de base.

Exemple

Données

On coupe la pyramide de sommet S , dont la base est le parallélogramme $ABCD$, par le plan $(\mathcal{P})$ parallèle à sa base.



Propriété

Conclusion

La section $A'B'C'D'$ est un parallélogramme qui est une réduction du parallélogramme $ABCD$.

Remarque : Le rapport de réduction est égal à $\frac{SA'}{SA} = \frac{SB'}{SB} = \frac{SC'}{SC} = \frac{SD'}{SD} = \frac{A'B'}{AB} = \frac{B'C'}{BC} = \frac{C'D'}{CD} = \frac{D'A'}{DA}$.

5 Effet d'un agrandissement ou d'une réduction sur les volumes

Testez-vous avec les exercices 10 et 11.

Propriété

Quand on agrandit ou quand on réduit un solide, si les dimensions sont multipliées par k , alors le volume est multiplié par k^3 .

Exemple

Données

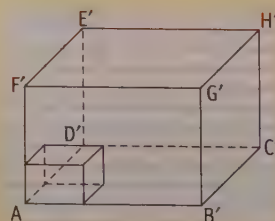


Le pavé droit $ABCDEFGH$ a un volume égal à 6 cm^3 . On multiplie ses dimensions par 3 pour obtenir un pavé droit $AB'C'D'E'F'G'H'$.

Propriété

Conclusion

Le volume de $AB'C'D'E'F'G'H'$ est égal à :
 $6 \times 3^3 = 6 \times 27$
 $= 162 \text{ cm}^3$.

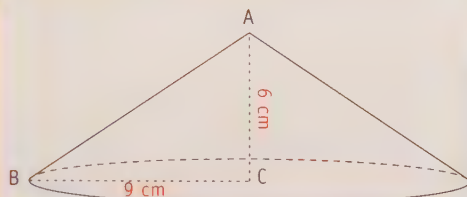


Testez votre compréhension du cours

6 Vrai ou faux ?

Le rayon de la section d'un cône par un plan parallèle à sa base peut être plus grand que le rayon de la base du cône.

7 On a représenté, en perspective cavalière, un cône de révolution de sommet A, dont la base est le disque de centre C et de rayon 9 cm.



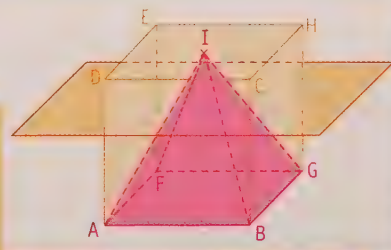
On coupe ce cône par un plan ($\mathcal{P}$) parallèle à sa base.

- Quelle est la nature de la section obtenue ?
- On nomme I l'intersection du plan ($\mathcal{P}$) avec le segment [AC]. Si $AI = 2$ cm, quel est le rayon de la section ?
- Quelle doit être la distance AI pour que la section ait un rayon égal à 1,8 cm ?

8 On coupe une pyramide par un plan parallèle à sa base.

Précisez la nature de la section si :

- la pyramide est un tétraèdre ;
- la pyramide est une pyramide régulière dont la base a 4 côtés ;
- la pyramide est une pyramide régulière dont la base a 5 côtés ;
- la pyramide possède 8 faces latérales.



9 Sur cette figure, on coupe le cube ABCDEFGH et la pyramide ABGFI par un plan parallèle à la face ABGF. Le professeur demande de dessiner la section obtenue à main levée. Qui a raison ?

Arthur



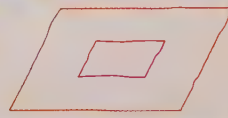
Mathieu



Aurore



Lisa



10 Par une réduction, le volume d'un solide a été divisé par 8.

Le professeur demande quel est le rapport de cette réduction ?

Qui a raison ?

Kaly

8^3

Mattéo

$\sqrt{8}$

Manon

2

Enora

$\frac{1}{8}$

$\frac{1}{2}$

Rafaël

11 Complétez :

Quand on effectue une réduction de rapport k d'un solide, alors :

- les longueurs de ses arêtes sont multipliées par ...
- les aires de ses faces sont multipliées par ...
- son volume est multiplié par ...

6 Sphère et boule

a Définitions et vocabulaire

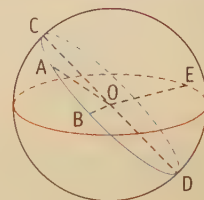
Testez-vous avec les exercices 12, 13, 14 et 15.

Définition

On appelle **sphère** de centre O et de rayon r l'ensemble des points M de l'espace tels que $OM = r$.

Exemple

On a représenté une sphère de centre O et de rayon r . Les points A, B, C et D appartiennent à la sphère, donc $OA = OB = OC = OD = r$. Les cercles de centre O et de rayon r , comme ceux tracés en bleu et en rouge sur la figure, sont appelés **grands cercles de la sphère**.



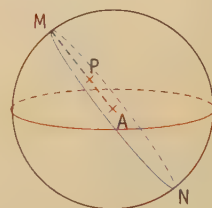
Définition

On appelle **boule** de centre O et de rayon r l'ensemble des points M de l'espace tels que $OM \leq r$.

Exemple

On a représenté une boule de centre A et de rayon AM . Le point P est un point du rayon $[AM]$. Les points M, N et P appartiennent à la boule et on a $AP \leq AM$.

Remarque : Une boule de centre A et de rayon r est constituée de la sphère de centre A et de rayon r et de son « intérieur ».



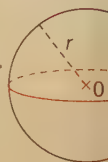
b Volume d'une boule et aire d'une sphère

Testez-vous avec les exercices 17 et 18.

- **Volume d'une boule** $= \frac{4}{3} \times \pi \times r^3$
- **Aire d'une sphère** $= 4 \times \pi \times r^2$

Exemple

Le volume de la boule de centre O et de rayon $r = 5$ cm est $V = \frac{4}{3} \pi 5^3 \text{ cm}^3$.
L'aire de la sphère de centre O et de rayon $r = 5$ cm est $A = 4\pi 5^2 \text{ cm}^2$.



c Section d'une sphère

Testez-vous avec l'exercice 16.

Propriété

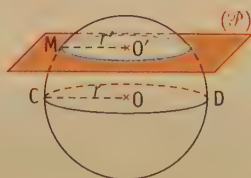
Si on coupe une sphère de centre O et de rayon r par un plan $(\mathcal{P})$, alors la section obtenue est un cercle de centre O' et de rayon r' . On a :

- (OO') perpendiculaire au plan $(\mathcal{P})$;
- $0 \leq r' \leq r$.

Exemple

Données

On coupe la sphère de centre O et de rayon r par le plan $(\mathcal{P})$ passant par M .



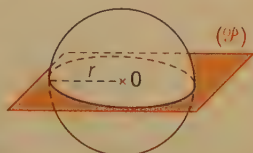
Propriété

Conclusion

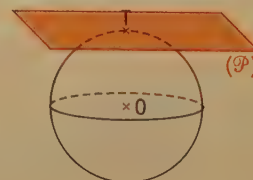
La section est un cercle de centre O' et de rayon r' tel que le triangle $OO'M$ soit rectangle en O' et $r' \leq r$.

Cas particuliers

Lorsque le plan $(\mathcal{P})$ passe par le centre de la sphère, la section obtenue est un **grand cercle de la sphère**.



Lorsque le plan $(\mathcal{P})$ est tangent à la sphère en un point T , la section obtenue est le point T .



Testez votre compréhension du cours

12 Pour chaque image, dites s'il s'agit d'une sphère ou d'une boule.

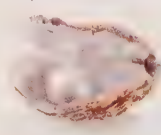
a. Une balle de tennis de table



b. Une boule de billard



c. Une perle



d. La planète Terre



e. Une bulle de savon



f. Un globe lumineux



g. Une orange



13 On considère la sphère ($\mathcal{S}$) de centre O et de rayon 6 cm, et la boule ($\mathcal{B}$) de centre O et de rayon 4 cm. Dans chaque cas, le point P appartient-il à la sphère ($\mathcal{S}$) ? à la boule ($\mathcal{B}$) ?

- a. P est un point de l'espace tel que $OP = 8$ cm.
- b. P est un point de l'espace tel que $OP = 6$ cm.
- c. P est un point de l'espace tel que $OP = 5$ cm.
- d. P est un point de l'espace tel que $OP = 3$ cm.

14 On considère la sphère ($\mathcal{S}$) et la boule ($\mathcal{B}$) de centre O et de rayon 4 cm.

Vrai ou faux ?

- a. $M \in (\mathcal{S})$, donc $OM < 4$ cm.
- b. $M \in (\mathcal{S})$, donc $OM = 4$ cm.
- c. $M \in (\mathcal{B})$, donc $OM < 4$ cm.
- d. $M \in (\mathcal{B})$, donc $OM \leq 4$ cm.
- e. $M \notin (\mathcal{S})$, donc $OM > 4$ cm.
- f. $M \notin (\mathcal{B})$, donc $OM > 4$ cm.

15 Vrai ou faux ?

Laurent

Tous les points de la sphère sont des points de la boule.

Cyril

Tous les points de la boule sont des points de la sphère.

17 Le volume d'une boule a diminué de moitié. En est-il de même pour le rayon ?

18 1. Si on nomme d le diamètre d'une boule, alors son volume est donné par :

Robin

$$\frac{4}{3} \pi \left(\frac{d}{2} \right)^3$$

Gabrielle

$$\frac{4}{3} \pi \frac{d^3}{8}$$

$$\frac{4}{3} \pi \frac{d^3}{2}$$

Delphine

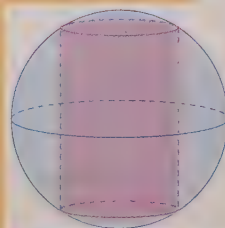
$$\frac{4}{3} \pi \frac{d^3}{6}$$

Fred

Qui a raison ?

2. On nomme d le diamètre d'une sphère. Proposez des expressions de son aire en fonction de d .

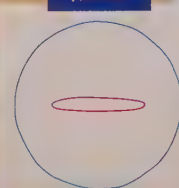
16 Ce solide est constitué d'une sphère et d'un cylindre. On coupe ce solide par un plan parallèle à l'une des bases du cylindre. Le professeur demande de dessiner la section obtenue à main levée. Qui a raison ?



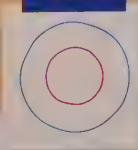
Ludo



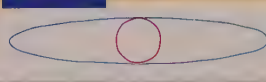
Amaïa



Marion

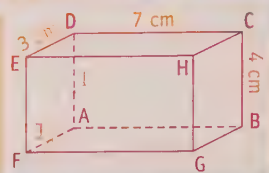


Clément



Exercice ABCDEFGH est un pavé droit. I est le point de [AD] tel que $IA = 1,5$ cm. J est le milieu de [AF]. On coupe ce pavé droit par le plan parallèle à l'arête [AB] passant par I et J.

1. Quelle est la nature de la section obtenue ? Justifier.
2. Dessiner en vraie grandeur cette section.



Solution

1. étape

- 1 Je repère les données utiles de l'énoncé.

ABCEFGH est un pavé droit coupé par un plan parallèle à son arête [AB].

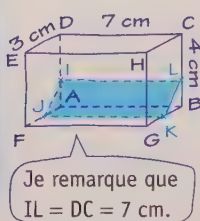
2. étape

- 2 Je cite la propriété adaptée à la situation et je conclus.

Si on coupe un pavé droit par un plan parallèle à l'une de ses arêtes, alors la section est un rectangle. La section est donc un rectangle.

2. étape

- 1 Je visualise au brouillon ou mentalement la section dans le pavé droit. Je nomme K et L les deux autres sommets de la section.



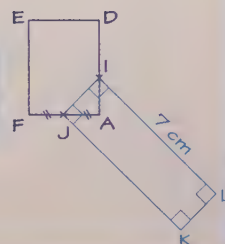
3. étape

- 3 Je place le point I sur [AD] et J sur [AF] en tenant compte des indications de l'énoncé.



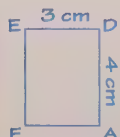
4. étape

- 4 Je construis le rectangle IJKL qui a pour largeur IJ et pour longueur 7 cm.



2. étape

- 2 Je représente en vraie grandeur la face EDAF qui contient le segment [IJ].



J'applique



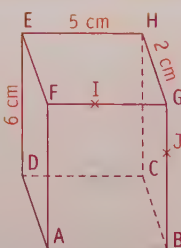
Pour les exercices 19 et 20, on considère le pavé droit ABCDEFGH, où $GI = 3$ cm et $GJ = 2$ cm.

19 Le plan ($\mathcal{P}$) passant par les points I et J et parallèle à l'arête [HG] coupe le pavé droit.

1. Quelle est la nature de la section obtenue ? Justifier en citant le cours.
2. a. Reproduire la figure à main levée. Faire apparaître en rouge la section obtenue.
b. Quelle face du pavé droit contient à la fois les points I et J ? Représenter cette face en vraie grandeur.
c. Placer les points I et J sur la figure précédente. Représenter la section du pavé droit par le plan ($\mathcal{P}$) en vraie grandeur.

20 On coupe le pavé droit par un plan ($\mathcal{P}$) parallèle à la face ABCD.

1. Quelle est la nature de la section obtenue ? Justifier.
2. Représenter cette section en vraie grandeur.



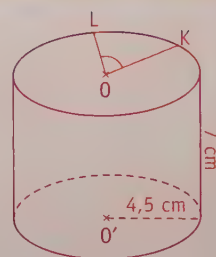
Pour les exercices 21 et 22, on considère le cylindre ci-contre d'axe (OO'), avec $\angle KOL = 70^\circ$.

21 On coupe ce cylindre par un plan ($\mathcal{P}$) parallèle à l'une de ses bases.

1. Quelle est la nature de la section obtenue ? Justifier.
2. Représenter cette section en vraie grandeur.

22 On coupe ce cylindre par le plan ($\mathcal{P}$) parallèle à l'axe (OO') et passant par les points K et L.

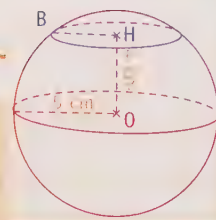
1. Quelle est la nature de la section obtenue ? Justifier en citant le cours.
2. a. Reproduire la figure à main levée. Faire apparaître en rouge la section obtenue.
b. Représenter en vraie grandeur la base de centre O du cylindre et y placer des points K et L.
c. Tracer le segment [KL] et représenter la section en vraie grandeur.



méthode

2 Étudier la section d'une sphère

Exercice On coupe une sphère de centre O et de rayon 5 cm par un plan. La section obtenue est le cercle bleu de centre H . B est un point de cette section. On admet que $BHO = 90^\circ$ et on donne $OH = 4$ cm.
Déterminer le rayon de la section.



Solution

étape

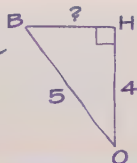
- 1 Je repère une figure plane dans laquelle je pourrai appliquer une propriété me permettant de déterminer BH .

Je sais que le triangle BHO est rectangle en H .

étape

- 2 Je représente le triangle BHO à main levée et j'y reporte les données.

Comme B est un point de la sphère, $[OB]$ est un rayon de la sphère. Donc, $OB = 5$ cm.



étape

- 3 Je reconnais une figure dans laquelle je peux appliquer le théorème de Pythagore.

D'après le théorème de Pythagore,

$$BO^2 = HB^2 + HO^2$$

$$5^2 = HB^2 + 4^2$$

$$25 = HB^2 + 16$$

$$\text{D'où } HB^2 = 25 - 16 = 9.$$

$$\text{Donc, } HB = \sqrt{9} = 3 \text{ cm.}$$

étape

- 4 Je conclus.

Le rayon de la section mesure 3 cm.

J'applique

23 Une sphère a pour centre O et pour rayon 11 cm. On place un point M sur cette sphère et on la coupe par un plan passant par M .

1. Quelle est la nature de la section obtenue ?

2. Le point O' est le centre de cette section.

On admet que $\widehat{OO'M} = 90^\circ$ et on donne $OO' = 8,8$ cm.

Quelle est la nature du triangle $OO'M$?

3. a. Quelle est la longueur du segment $[OM]$? Justifier.

b. Construire le triangle $OO'M$ en vraie grandeur.

4. a. Calculer, en justifiant la démarche, la longueur $O'M$. Vérifier le résultat sur la figure.

b. Que représente la longueur $O'M$ pour la section ?

24 Une sphère a pour centre A . On place un point P sur cette sphère et on la coupe par un plan passant par P . La section est un cercle de centre B tel que $AB = 12$ cm et de rayon 5 cm.

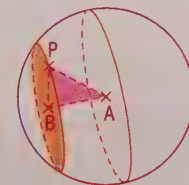
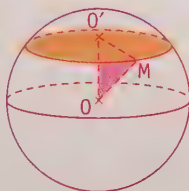
1. Quelle est la nature du triangle ABP ?

2. Construire le triangle ABP en vraie grandeur.

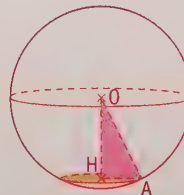
3. a. Calculer, en justifiant, la longueur AP .

Vérifier le résultat sur la figure.

b. Que représente cette longueur pour la sphère ?



Pour les exercices **25** à **28**, on considère la figure ci-dessous sur laquelle la sphère de centre O est coupée par un plan $(\mathcal{P})$. La section est un cercle de centre H , et le point A est un point de ce cercle.



25 Le rayon de la sphère mesure 9 cm et $\widehat{AOH} = 40^\circ$.

1. Quelle est la nature du triangle AOH ?

2. Construire le triangle AOH en vraie grandeur.

3. a. Exprimer le sinus de l'angle $\widehat{AOH}$ dans ce triangle.

b. En déduire la valeur arrondie au dixième de la longueur AH . Vérifier le résultat sur la figure.

26 On donne $OH = 2,7$ cm et $HA = 3,6$ cm. Déterminer le rayon de la sphère.

27 La sphère a un rayon égal à 8 cm et $OH = 6,4$ cm. Déterminer le rayon de la section.

28 On donne $OH = 5$ cm et $\widehat{HOA} = 72^\circ$. Déterminer le rayon de la sphère. Préciser la valeur exacte, puis la valeur arrondie au millimètre de cette longueur.

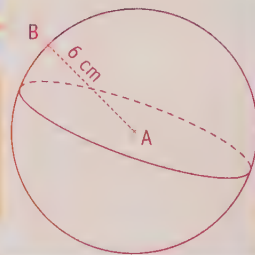
Calculer le volume d'une boule et l'aire d'une sphère

Exercice 1 **SC** Calculer le volume de la boule de centre A et de rayon [AB].

En donner la valeur exacte, puis la valeur arrondie au millimètre cube.

Exercice 2 Calculer l'aire de la sphère de centre A et de rayon [AB].

En donner la valeur exacte, puis la valeur arrondie au millimètre carré.



Solution 1

étape

1 J'écris la formule du volume d'une boule.

$$V_{\text{boule}} = \frac{4}{3} \times \pi \times r^3$$

étape

2 Je remplace le rayon par sa valeur dans la formule.

$$V_{\text{boule}} = \frac{4}{3} \times \pi \times 6^3 = \frac{864}{3} \times \pi = 288\pi \text{ cm}^3$$

$$V_{\text{boule}} = 904,779 \text{ cm}^3$$

Pour arrondir au millimètre cube, je dois arrondir à 3 chiffres après la virgule.

étape

3 Je conclus.

Le volume de la boule est égal à $288\pi \text{ cm}^3$.

Sa valeur arrondie au millimètre cube est $904,779 \text{ cm}^3$.

Solution 2

étape

1 J'écris la formule de l'aire d'une sphère.

$$S_{\text{sphère}} = 4 \times \pi \times r^2$$

étape

2 Je remplace le rayon par sa valeur dans la formule.

$$S_{\text{sphère}} = 4 \times \pi \times 6^2 = 144 \times \pi = 144\pi \text{ cm}^2$$

$$S_{\text{sphère}} = 452,39 \text{ cm}^2$$

Pour arrondir au millimètre carré, je dois arrondir à 2 chiffres après la virgule.

étape

3 Je conclus.

L'aire de cette sphère est égale à $144\pi \text{ cm}^2$.

Sa valeur arrondie au millimètre carré est $452,39 \text{ cm}^2$.

J'applique

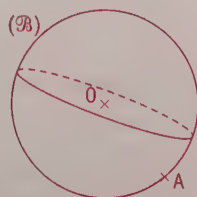
29 **SC** 1. Quelle est la formule du volume d'une boule de rayon r ?

2. Calculer le volume d'une boule de rayon 3 cm. En donner la valeur exacte, puis la valeur arrondie au millimètre cube.

30 1. Quelle est la formule de l'aire d'une sphère de rayon r ?

2. Calculer l'aire d'une sphère de rayon 4 cm. En donner la valeur exacte, puis la valeur arrondie au centimètre carré.

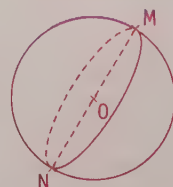
Pour les exercices **31** et **32**, on considère la boule (B) de centre O ci-contre. A est un point de la sphère de centre O et $OA = 9 \text{ cm}$.



31 **SC** Calculer le volume de la boule (B). En donner la valeur exacte, puis la valeur arrondie au millimètre cube.

32 Calculer l'aire de la sphère de centre O et de rayon [OA]. En donner la valeur exacte, puis la valeur arrondie au centimètre carré.

33 **SC** Le professeur a demandé de calculer le volume de la boule ci-contre de diamètre $MN = 7,2 \text{ cm}$. Voici la copie de Lucas, annotée par son professeur.



$$V = \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{4}{3} \times \pi \times 7,2$$

Le rayon n'est pas égal à 7,2 cm

$$V = \frac{4 \times 373,248}{3} \times \pi = 497,664\pi \text{ cm}^3$$

Rédiger la correction de cet exercice.

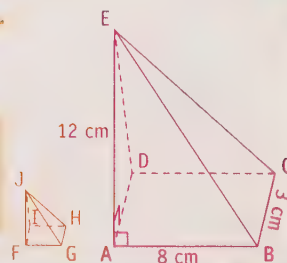
34 **SC** Calculer le volume d'une boule de diamètre 7 dm. En donner la valeur exacte, puis la valeur arrondie au centimètre cube.

35 Calculer l'aire d'une sphère de diamètre 21 mm. En donner la valeur exacte, puis la valeur arrondie au millimètre carré.

méthode

4 Déterminer le volume d'un solide obtenu par agrandissement ou réduction

Exercice ABCDE est une pyramide de sommet E et de hauteur [AE], dont la base ABCD est un rectangle. La pyramide FGHIJ est une réduction de la pyramide ABCDE de rapport 0,25. Déduire du volume de la pyramide ABCDE le volume de la pyramide FGHIJ.



Solution

étape

- 1 Je calcule le volume de la pyramide ABCDE en utilisant la formule adaptée.

$$V_{ABCDE} = \frac{\text{aire de } ABCD \times \text{hauteur}}{3} = \frac{8 \text{ cm} \times 3 \text{ cm} \times 12 \text{ cm}}{3} = 8 \times 12 \text{ cm}^3 = 96 \text{ cm}^3$$

étape

- 2 Je repère les données utiles.

FGHIJ est une réduction de la pyramide ABCDE de rapport 0,25.

étape

- 3 J'utilise la propriété adaptée à la situation.

Quand on réduit un solide, si les dimensions sont multipliées par k , alors le volume est multiplié par k^3 .

étape

- 4 J'en déduis le volume de la pyramide FGHIJ et je conclus.

$$V_{FGHIJ} = 0,25^3 \times V_{ABCDE} = 0,25^3 \times 96 \text{ cm}^3 = 1,5 \text{ cm}^3$$

Le volume de la pyramide FGHIJ est égal à 1,5 cm³.

J'applique

36 ABCDEFGH est un parallélépipède rectangle tel que EH = 1 cm, EF = 3,5 cm

et FC = 1,5 cm. A'B'C'D'E'F'G'H' est un agrandissement de

ABCDEFGH de rapport 1,8.

1. Calculer le volume V de ABCDEFGH.

2. a. Par combien doit-on multiplier les longueurs des côtés de ABCDEFGH pour obtenir celles des côtés de A'B'C'D'E'F'G'H' ?

- b. Par combien doit-on multiplier le volume V de ABCDEFGH pour obtenir le volume V' de A'B'C'D'E'F'G'H' ? Justifier en citant une propriété du cours.

3. En déduire le volume V' de A'B'C'D'E'F'G'H'.

37 Le cylindre rose a pour hauteur AB = 6 cm et une base O de rayon OA = 4 cm.

Le cylindre orange est une réduction

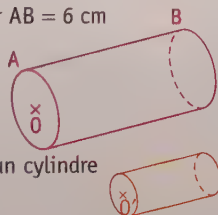
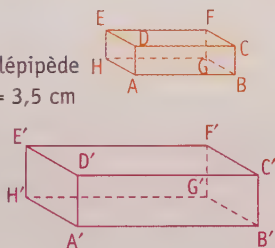
de rapport $\frac{1}{2}$ du cylindre rose.

1. a. Rappeler la formule du volume d'un cylindre de hauteur h et de rayon de base r .

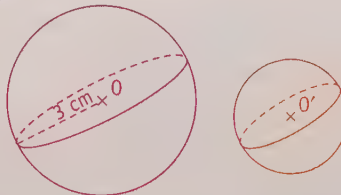
- b. Calculer le volume V du cylindre rose.

2. Par combien doit-on multiplier le volume V du cylindre rose pour obtenir le volume V' du cylindre orange ? Justifier en citant une propriété du cours.

3. En déduire le volume V' du cylindre orange.



- 38** La boule orange de centre O' est une réduction de rapport $\frac{3}{5}$ de la boule rose de centre O.



1. Calculer la valeur exacte du volume de la boule rose.
2. En déduire la valeur exacte du volume de la boule orange, puis préciser la valeur arrondie au centimètre cube de ce volume.

39 SABC est une pyramide pour laquelle :

- BC = 2 cm ; AB = 4,8 cm et $\widehat{CBA} = 90^\circ$;

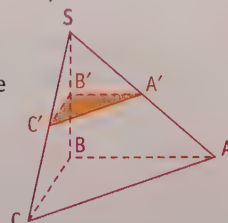
- la hauteur SB de la pyramide est égale à 3 cm.

1. Calculer le volume de la pyramide SABC en centimètres cubes.

2. On coupe la pyramide SABC par un plan parallèle à sa base.

On obtient une pyramide SA'B'C' qui est une réduction de la pyramide SABC telle que SB' = 1,5 cm.

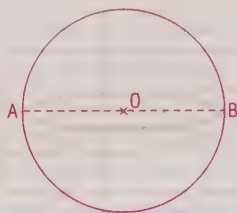
- a. Déterminer le rapport de la réduction.
b. En déduire le volume de la pyramide SA'B'C' en centimètres cubes.



Je m'entraîne

sc Représenter une sphère et certains de ses grands cercles

40 Ci-contre, $[AB]$ est un diamètre de la sphère et O est le milieu de $[AB]$.



QCM : Choisir la (ou les) bonne(s) réponse(s).

	a	b	c
1 Pour la sphère, le point O est le :	milieu.	centre.	sommet.
2 Le cercle vert s'appelle :	l'équateur de la sphère.	un tour de la sphère.	un grand cercle de la sphère.
3 Pour la sphère, $[OB]$ est :	un rayon de la sphère.	un diamètre de la sphère.	une arête de la sphère.

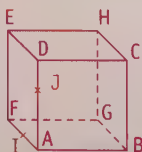
- 41** 1. Représenter en perspective cavalière une sphère de centre O et de rayon 3 cm.
 2. a. Placer un point A sur cette sphère, puis construire le point B de la sphère diamétralement opposé à A .
 b. Représenter en bleu le grand cercle de la sphère ayant $[AB]$ comme diamètre.
 3. Représenter en vert un autre grand cercle de la sphère.

Étudier des sections de solides

méthode 1

➔ Premiers exercices d'application : 19 à 22 p. 294.

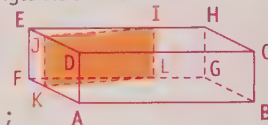
Pour les exercices 42 et 43, on considère la figure ci-contre où $ABCDEFGH$ est un cube de côté 6 cm. I est le milieu de $[AF]$ et J est le point de $[DA]$ tel que $DJ = 2$ cm.



- 42** **sc** On coupe le cube $ABCDEFGH$ par le plan parallèle à la face $ABGF$ et passant par J .
 1. Quelle est la nature de la section obtenue ?
 2. Représenter cette section en vraie grandeur.

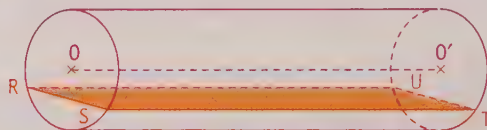
- 43** **sc** On coupe le cube $ABCDEFGH$ par le plan parallèle à l'arête $[FG]$ et passant par les points I et J .
 1. Quelle est la nature de la section obtenue ?
 2. Représenter cette section en vraie grandeur.

44 **sc** Le parallélépipède rectangle $ABCDEFGH$ ci-contre est coupé par le plan (P) , parallèle à l'arête $[EF]$ et passant par I et J .
 On donne $AF = 3$ cm ; $BC = 2$ cm ;
 $AB = 7$ cm ; $IE = 5$ cm et $EJ = 1$ cm.



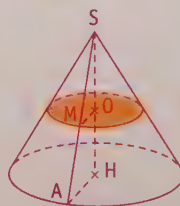
1. Quelle est la nature de la section $IJKL$? Justifier la réponse.
 2. Construire la section $IJKL$ en vraie grandeur.
 3. Calculer la valeur exacte de la longueur IJ et en déduire l'aire de la section $IJKL$.

45 **sc** Le cylindre ci-dessous est coupé par le plan (P) parallèle à son axe (OO') et passant par les points R et S .



- On donne $OR = 3$ cm ; $OO' = 8$ cm et $\widehat{ROS} = 60^\circ$.
 1. Quelle est la nature de la section $RSTU$? Justifier.
 2. Construire le triangle ROS en vraie grandeur. Quelle est sa nature ? Justifier.
 3. En déduire les dimensions de la section $RSTU$.
 4. Calculer l'aire de cette section.

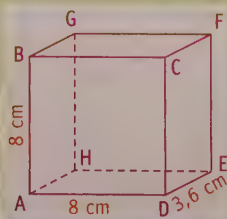
- 46** **sc** On considère un cône de révolution de hauteur $[SH]$.
 On donne $SH = 8$ cm ;
 $AH = 6$ cm et $SO = 5$ cm.
 Ce cône est coupé par le plan parallèle à la base et passant par O .
 1. Quelle est la nature de la section ? Justifier la réponse.
 2. a. Représenter le triangle SHA et le segment $[OM]$ en vraie grandeur.
 b. Calculer, en justifiant, le rayon OM de la section.



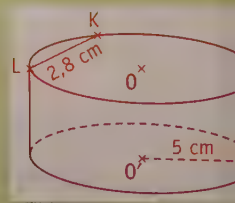
Je calcule mentalement

socle commun

- 53** Donner la nature, les dimensions et l'aire des sections obtenues lorsque ce pavé droit est coupé par :
 1. un plan parallèle à la face $EFGH$;
 2. un plan parallèle à la face $BGFC$.



- 54** Donner la nature, les dimensions et l'aire des sections obtenues lorsque ce cylindre est coupé par :
 1. un plan contenant l'axe (OO') ;
 2. un plan parallèle à l'axe (OO') et passant par les points K et L .



47 SABCD est une pyramide pour laquelle :

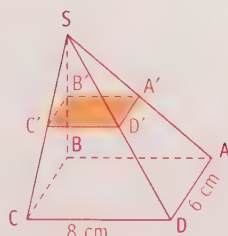
- ABCD est un rectangle ;
- la hauteur SB de la pyramide est égale à 10 cm.

On coupe la pyramide SABCD par un plan parallèle à sa base.

1. Quelle est la nature de la section A'B'C'D' ? Justifier.

2. On donne $SB' = 2$ cm.

Calculer les dimensions de la section A'B'C'D'. Justifier.



50 **Prise d'initiatives** Pour décorer sa table, Daphnée achète des bougies en forme de boule, de diamètre 10 cm, qu'elle coupe en suivant un plan de telle sorte que la base de chaque bougie ait un diamètre de 6 cm. Elle souhaite connaître la hauteur SH de la bougie découpée. O est le centre de la boule. [SH] passe par O et est perpendiculaire à la table. Quelle est la hauteur SH de la bougie ainsi découpée ?



Étudier la section d'une sphère

méthode 2

→ Premiers exercices d'application : 23 à 28 p. 295.

48 **SC** Ci-contre, on a représenté une sphère ($\mathcal{S}$) de centre O et de rayon 5 cm.

1. Reproduire cette figure.

On note O' le point de [AO] tel que $OO' = 4$ cm.

2. On réalise la section de la sphère ($\mathcal{S}$) par le plan ($\mathcal{P}$) perpendiculaire à la droite (AB) et passant par O'.

a. Placer le point O' sur la figure.

b. Tracer la section de ($\mathcal{S}$) par ($\mathcal{P}$) sur la figure, en perspective cavalière.

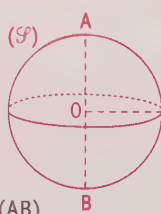
c. Quelle est la nature de la section ? Justifier.

3. On note M un point appartenant à cette section.

Sans faire aucun calcul et en laissant apparents les traits de construction :

a. tracer en vraie grandeur le triangle OO'M ;

b. tracer en vraie grandeur la section de ($\mathcal{S}$) par ($\mathcal{P}$).



49 **Brevet** (Nouvelle Calédonie, 2010)

1. On réalise la section d'une sphère de centre O

et de rayon $OA = 7$ cm

par le plan représenté

ci-contre. Quelle est

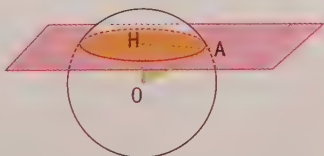
la nature de cette

section ?

2. Calculer la valeur

exacte du rayon HA de

cette section sachant que $OH = 4$ cm.



Calculer le volume d'une boule ou l'aire d'une sphère

méthode 3

→ Premiers exercices d'application : 29 à 35 p. 296.

51 **Mathématiques et Art**

Devant le musée des Beaux-Arts de la ville de Caen, on trouve cette sculpture intitulée

Demi-sphère, de l'artiste française

Marta Pan (1923-2008).

Cette œuvre est une demi-boule

en acier inoxydable et a un diamètre

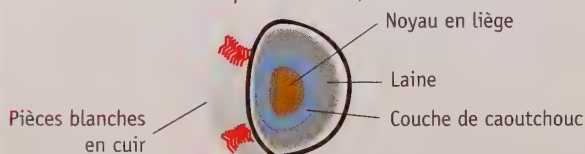
de 140 cm.

Calculer le volume d'acier qu'elle

contient. Donner l'arrondi au millimètre cube de ce volume.



52 Voici une coupe d'une balle de baseball de diamètre égal à 7 cm. Au cœur de cette balle se situe un noyau en liège d'un diamètre de 1,2 cm. Il est recouvert d'une couche de caoutchouc d'une épaisseur de 0,6 cm.



1. Calculer le volume exact de liège contenu dans cette balle. Préciser la valeur arrondie au millimètre cube.

2. a. Calculer le volume exact de la boule constituée du noyau de liège et de la couche de caoutchouc.

b. En déduire le volume exact de caoutchouc contenu dans cette balle. Préciser la valeur arrondie au millimètre cube.

3. Calculer la surface exacte de cuir recouvrant cette balle. Préciser la valeur arrondie au millimètre carré.

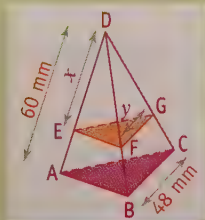
55 On coupe la pyramide ABCD parallèlement à sa base ABC et on obtient la section EFG.

1. Calculer x si :

a. $y = 8$ mm ; b. $y = 12$ mm.

2. Calculer y si :

a. $x = 5$ mm ; b. $x = 20$ mm.



56 On agrandit un pavé droit. Compléter le tableau.

Rapport de l'agrandissement	1	2	3	4	5	10
Rapport des longueurs des arêtes						
Rapport des aires des faces						
Rapport des volumes						

Calculer le volume d'une boule ou l'aire d'une sphère

méthode 3

► Premiers exercices d'application : 29 à 33 p. 296.

57 SC BEP (Outremer, juin 2008)

Une citerne est formée de deux demi-sphères et d'un cylindre (voir schéma de la coupe transversale ci-contre). Le dessin ne respecte pas les proportions. Les longueurs sont en mètres.



1. Calculer le rayon du cylindre (qui est aussi le rayon des demi-sphères).
2. Démontrer que la hauteur du cylindre est égale à 1,20 m.
3. Calculer, en mètres cubes, le volume des deux demi-sphères. Arrondir le résultat au centième.
4. Calculer, en mètres cubes, le volume du cylindre. Arrondir ce résultat au centième.
5. En déduire le volume total, en mètres cubes, de la citerne. Convertir ce volume en litres. (Rappel 1 L = 1 dm³.)

Déterminer un volume après agrandissement ou réduction

méthode 4

► Premiers exercices d'application : 36 à 39 p. 297.

58 Mathématiques et Architecture

La pyramide du Louvre est une pyramide régulière SABCD à base carrée, de 35 m de côté. Sa hauteur SH est égale à 22 m.

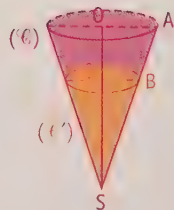
1. Faire une figure en perspective cavalière de la pyramide.
2. Calculer la valeur exacte du volume V de cette pyramide, puis donner sa valeur arrondie au mètre cube.
3. Dans un parc de loisirs, on souhaite construire une réduction de cette pyramide dont la base aurait 7 m de côté.
 - a. Calculer la hauteur du modèle réduit.
 - b. Calculer le volume V' du modèle réduit.

Histoire des arts



L'idée de construire une pyramide dans la cour du Louvre fut envisagée dès le XVIII^e siècle. Inaugurée le 30 mars 1989, la pyramide du Louvre a été construite par l'architecte sino-américain Ieoh Ming Pei (né en 1917), faisant suite à une commande de François Mitterrand (1916-1996), alors Président de la République.

59 On réalise la section d'un cône ($\mathcal{C}$) de sommet S, dont la base est le disque de centre O et de rayon [OA], par le plan parallèle à sa base et passant par B. On donne SA = 6,8 cm ; OA = 3,2 cm et SO' = 4,2 cm.



1. Calculer SO.
2. Le cône ($\mathcal{C}'$), dont la base est le disque de centre O' et de rayon [O'B], est une réduction du cône ($\mathcal{C}$). Quel est le rapport de réduction ?
3. a. Calculer la valeur arrondie au centimètre cube du volume du cône ($\mathcal{C}$).
b. En déduire la valeur arrondie au centimètre cube du volume du cône ($\mathcal{C}'$).

Résoudre des problèmes

60 SABCD est une pyramide de sommet S dont la base ABCD est un rectangle.

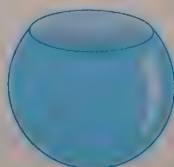
On donne AB = 7 cm ; AD = 4 cm et SA = 10 cm.

1. Représenter en perspective cavalière la pyramide SABCD.
2. On place le point A' sur l'arête [SA] tel que SA' = 6 cm. On coupe la pyramide par le plan parallèle à sa base passant par A'. On nomme A'B'C'D' la section obtenue. Quelle est la nature de la section A'B'C'D' ? Justifier la réponse.
3. Dessiner cette section sur la figure en perspective cavalière.
4. a. Calculer, en justifiant, A'B'.
b. Calculer, en justifiant, A'D'.
c. En déduire l'aire de la section.
5. Comment peut-on retrouver ce résultat à partir de l'aire du rectangle ABCD ? Expliquer.

61 Brevet (Métropole, 2011)

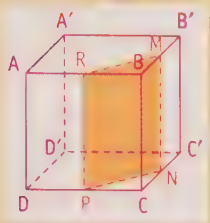
1. Dessiner un pavé droit en perspective cavalière.
2. Un aquarium a la forme d'un pavé droit de longueur 40 cm, de largeur 20 cm et de hauteur 30 cm.
 - a. Calculer le volume, en centimètres cubes, de ce pavé droit.
 - b. On rappelle qu'un litre correspond à 1 000 cm³. Combien de litres d'eau cet aquarium peut-il contenir ? (Aucune justification n'est demandée.)
3. Parmi les formules suivantes, recopier celle qui donne le volume, en centimètres cubes, d'une boule de diamètre 30 cm : $\frac{4}{3} \times \pi \times 30^3$; $4\pi \times 15^2$; $\frac{4}{3} \times \pi \times 15^3$.

4. **Prise d'initiatives** Un second aquarium contient un volume d'eau égal aux trois quarts du volume d'une boule de diamètre 30 cm. On verse son contenu dans le premier aquarium. À quelle hauteur l'eau monte-t-elle ? Donner la valeur arrondie au millimètre.



Exercice 5C (Amérique du Sud, 2009)

15 min



Le cube représenté ci-contre est un cube d'arête 6 cm. (La figure n'est pas aux dimensions réelles.) On considère les points M, N, P et R milieux respectifs des arêtes $[BB']$, $[CC']$, $[DC]$, et $[AB]$.

1. Quelle est la nature du triangle BRM ? Construire ce triangle en vraie grandeur. Calculer la valeur exacte de RM.

2. On coupe le cube par le plan passant par R et par M, parallèle à l'arête $[BC]$. La section est le quadrilatère RMNP. Quelle est la nature de la section RMNP ?

Construire RMNP en vraie grandeur.

Donner ses dimensions exactes.

Solution

1. $BR = BM = 6 \div 2 = 3$ cm, donc le triangle BRM est rectangle isocèle en B.

D'après le théorème de Pythagore, on a :

$$RM^2 = BR^2 + BM^2 = 3^2 + 3^2 = 18.$$

Donc,

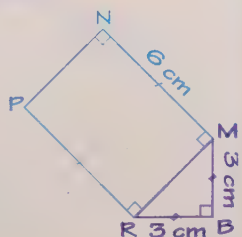
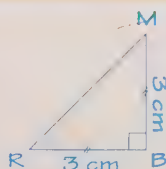
$$RM = \sqrt{18} \text{ cm} = \sqrt{9 \times 2} \text{ cm} = 3\sqrt{2} \text{ cm}.$$

2. Le cube est coupé par un plan parallèle à son arête $[BC]$.

Or, si on coupe un pavé droit par un plan parallèle à l'une de ses arêtes, alors la section est un rectangle.

La section RMNP est donc un rectangle.

Sa largeur est $3\sqrt{2}$ cm et sa longueur 6 cm.



Je lis attentivement l'énoncé. La valeur exacte de RM sera utilisée pour donner les dimensions exactes de RMNP à la question 2.

Je lis attentivement l'énoncé.

On me demande de dessiner en vraie grandeur avant de calculer la valeur exacte de RM. Je n'ai donc pas besoin de connaître RM pour construire le triangle RBM.

J'évite les pièges. On ne me demande pas de valeur approchée, donc je n'en donne pas.

J'exploite la question précédente.

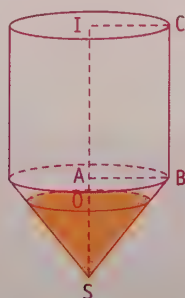
Je complète la figure précédente pour tracer la section avec une largeur égale à RM.

62 5C (Pondichéry, 2011)

Un silo à grains a la forme d'un cône surmonté d'un cylindre de même axe. A, I, O et S sont des points de cet axe.

On donne $SA = 1,60$ m ; $AI = 2,40$ m ; $AB = 1,20$ m.

On considère la figure ci-dessous.



1. On rappelle que le volume d'un cône est donné par

la formule $\frac{1}{3} \times \pi \times r^2 \times h$ et que $1 \text{ dm}^3 = 1 \text{ L}$.

a. Montrer que le volume du cône, arrondi au millième, est de $2,413 \text{ m}^3$.

b. Sachant que le volume du cylindre, arrondi au millième, est de $10,857 \text{ m}^3$, donner la contenance totale du silo en litres.

2. Actuellement, le silo à grains est rempli jusqu'à une hauteur $SO = 1,20$ m. Le volume de grains prend ainsi la forme d'un petit cône de sommet S et de hauteur $[SO]$. On admet que ce petit cône est une réduction du grand cône de sommet S et de hauteur $[SA]$.

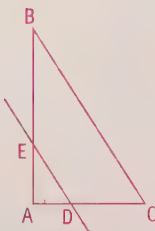
a. Calculer le coefficient de réduction.

b. En déduire le volume de grains contenu dans le silo.

On exprimera le résultat en mètres cubes et on en donnera la valeur arrondie au millième.

63 Des triangles qui tournent

ABC est un triangle rectangle en A tel que $AB = 9$ cm et $AC = 6$ cm. D est le point du segment [AC] tel que $AD = 2$ cm et E est le point du segment [AB] tel que $(DE) \parallel (BC)$.



1. Reproduire la figure en vraie grandeur.
2. a. Calculer, en justifiant, la valeur exacte de BC. Donner le résultat sous la forme $a\sqrt{b}$ où a et b sont des entiers, avec b le plus petit possible.
- b. Donner la valeur de BC arrondie au centième.

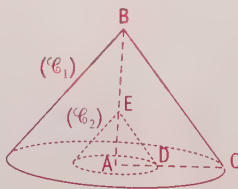
3. Calculer AE en justifiant.
4. En tournant autour de la droite (AB), le triangle ABC engendre un cône $(\mathcal{C}_1)$. AB est sa hauteur et AC est le rayon de sa base.

- a. Calculer la valeur exacte de l'aire de la base du cône.

- b. Calculer la valeur exacte du volume V_1 du cône $(\mathcal{C}_1)$, puis donner la valeur du résultat arrondie au millimètre cube.

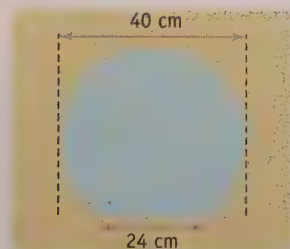
5. En tournant autour de la droite (AB) le triangle AED engendre un cône $(\mathcal{C}_2)$ de volume V_2 . AE est la hauteur de ce cône, AD est le rayon de sa base. Le cône $(\mathcal{C}_2)$ est une réduction de $(\mathcal{C}_1)$.

- a. Quel est le coefficient de réduction ?
- b. Exprimer le volume V_2 en fonction de V_1 , puis en déduire la valeur exacte de V_2 .



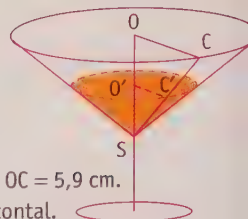
64 Hauteur d'un globe lumineux

Dans un magasin de bricolage, on peut acheter des globes lumineux que l'on pose à même le sol pour éclairer les allées. Voici le schéma technique qui figure sur le carton d'emballage. Quelle est la hauteur au sol de ces globes lumineux ?



65 Brevet (Asie, 2010)

Lors d'une fête, une personne sert un cocktail dans des verres qui ont la forme d'un cône de révolution. Le bord du verre est un cercle de rayon $OC = 5,9$ cm. Ce cercle est situé dans un plan horizontal. La droite (OS), axe du cône, est verticale et $OS = 6,8$ cm. La figure donnée n'est pas réalisée à l'échelle.



1. a. Calculer, en centimètres cubes, le volume de ce verre, arrondi à l'unité.
- b. En déduire que la contenance de ce verre est d'environ 25 cL. On utilisera cette valeur dans la suite du problème.
2. a. Dans cette question, le serveur remplit les verres aux quatre cinquièmes de leur hauteur. On admet que le liquide occupe un cône de hauteur SO' dont la base est le disque de rayon $O'C'$. On considère que ce disque est horizontal, comme le bord du verre. Calculer le volume de cocktail contenu dans chaque verre. On donnera le résultat arrondi au centilitre.
- b. 43 personnes sont attendues à cette fête. Sachant qu'en moyenne chacune d'elles consommera 3 verres, 20 L de cocktail suffiront-ils ?

Prise d'initiatives

- 66 SC** Une boule de pétanque est-elle creuse ou pleine ?
- Consignes :**
- Vous répondrez à cette question en exploitant les documents suivants.
 - Vous présenterez votre démarche en faisant figurer toutes les pistes de recherche même si elles n'ont pas abouti.

Doc. 1

Composition : 100 % acier
Diamètre : 73 mm
Masse : 720 g

Doc. 2

Métaux	Masse volumique moyenne en kilogrammes par mètre cube
Aluminium	2 700
Cuivre	8 800
Fer forgé	7 600
Acier	7 775
Nickel	8 700
Titane	4 540

→ Voir indications pour l'évaluation p. 308.

DÉFIS, JEUX, CASSE-TÊTE

- 67 (Kangourou, 2009)** Trois anneaux circulaires entourent une boule de telle sorte qu'ils soient perpendiculaires entre eux, comme le montre la figure. Une fourmi part d'un des points d'intersection des anneaux. Elle se promène ensuite sur les anneaux de la manière suivante : après un quart de cercle



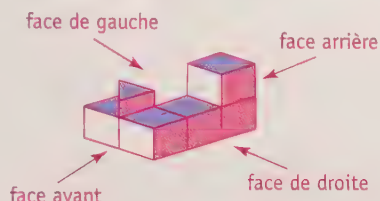
elle tourne de 90° à droite, puis après un quart de cercle, elle tourne de 90° à gauche, et ainsi de suite, jusqu'à revenir à son point de départ. Combien de quarts de cercles aura-t-elle parcourus la première fois qu'elle va repasser par son point de départ ?

Devoir A

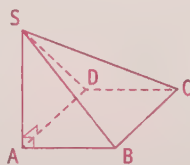
68 **SC** On a empilé et collé cinq cubes d'arête 3 cm et un prisme droit afin d'obtenir le solide ci-dessous. La hauteur du prisme est égale à la moitié de l'arête des cubes.

1. Dessiner en vraie grandeur une vue de gauche du solide.
2. Calculer le volume de ce solide en centimètres cubes.

3. On construit un solide identique avec des cubes d'arête 4 cm. Utiliser le résultat de la question 2. pour calculer le volume de ce deuxième solide en centimètres cubes.



69 La pyramide SABCD a pour base le parallélogramme ABCD tel que $AB = 4,8$ cm ; $BC = 6,4$ cm et $AC = 8$ cm. La hauteur SA de cette pyramide est 6 cm et l'arête [SC] mesure 10 cm.



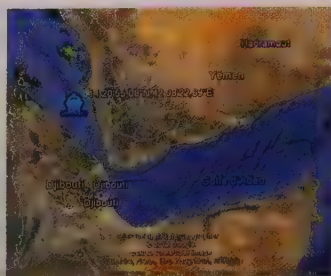
1. Construire en vraie grandeur la base ABCD.
2. Quelle est la nature exacte de ABCD ? Justifier.
3. Compléter la figure afin d'obtenir, sans calcul, le patron de la pyramide SABCD.
4. I est un point de [AS] tel que $IS = 4$ cm.
 - a. Quelle est la nature de la section de la pyramide par un plan parallèle à la base et passant par le point I ?
 - b. Reproduire la figure en perspective cavalière et représenter la section.
 - c. Calculer l'aire de la section.

Exposé

72 La Terre peut être assimilée à une boule. Pour repérer un point à sa surface, un système de coordonnées a été créé.

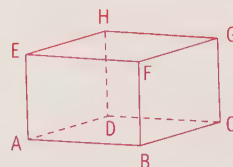
- ✖ Comment se nomment ces coordonnées terrestres ?
- ✖ Comment se nomment les lignes et les cercles imaginés à la surface du globe ?
En citer les exemples les plus célèbres.
- ✖ Rédiger un texte court expliquant les coordonnées terrestres, accompagné de schémas expliqués.

Le capitaine d'un paquebot faisant route vers Djibouti a renseigné sa position, $14^{\circ} 20' 55,08''$ N ; $42^{\circ} 08' 22,69''$ E, et on a obtenu l'écran ci-contre avec le service de cartographie Google Earth.



Devoir B

70 **SC** ABCDEFGH est un parallélépipède rectangle tel que $AE = 3$ cm ; $AB = 6$ cm ; $AD = 5$ cm.

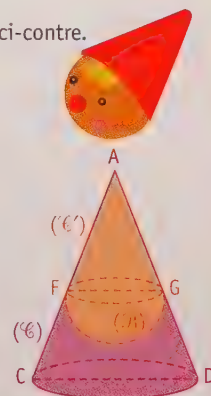


1. Représenter ABCDEFGH en perspective cavalière.
2. Placer I le point de [AB] tel que $AI = 5$ cm, puis K le point de [EH] tel que $EK = 3$ cm.
3. Ce parallélépipède rectangle est coupé par le plan parallèle à (AE) et passant par I et K.
 - a. Tracer sur la figure la section obtenue.
 - b. Quelle est la nature de cette section ? Justifier.
 - c. Calculer l'aire de cette section.
4. Tracer d'une autre couleur, sur la figure, la section du parallélépipède rectangle par le plan parallèle à la face BCGF et passant par I.

71 On souhaite fabriquer le culbuto ci-contre. On taille dans un cône ($\mathcal{C}$) en bois une réduction ($\mathcal{C}'$) de ce cône et une demi-boule ($\mathcal{B}$) comme indiqué sur le schéma.

On donne $AD = 20$ cm ; $CD = 8$ cm et $AG = 12$ cm.

1. Quel est le rapport de réduction de ($\mathcal{C}'$) ?
2. En déduire le rayon de la demi-boule ($\mathcal{B}$).
3. Calculer le volume de bois perdu dans la fabrication du culbuto.



Bzi 4

tiens pour la recherche sur
www.3e.reniseleve.magnard.fr/tiens

- ✖ Dans quelle mer se situe ce paquebot ?
 - ✖ Quelles sont les coordonnées terrestres de la ville de Djibouti ?
 - ✖ Rédiger une fiche expliquant le métier de capitaine de la Marine Marchande et détailler le cursus scolaire à suivre pour exercer ce métier.
- Compétence du socle commun évaluée dans cette question **EP**

Compétence	7 : L'autonomie et l'initiative
Domaine	Être acteur de son parcours de formation et d'orientation.
Item	Se familiariser avec l'environnement économique, les entreprises, les métiers de secteurs et de niveaux de qualification variés.
Critère d'évaluation	Je suis capable de décrire des métiers : conditions de travail, liste d'activités...

Je révise le cours et les méthodes

Connaissances exigibles

- ✓ **SC** La définition d'une sphère et d'une boule.
- ✓ **SC** Les représentations des solides usuels.
- ✓ La nature de sections planes d'un cube, d'un pavé droit, d'un cylindre, d'une sphère, d'un cône et d'une pyramide.
- ✓ La formule du volume d'une boule et de l'aire d'une sphère.
- ✓ **SC** L'effet d'un agrandissement ou d'une réduction sur les volumes.

Savoir-faire à acquérir

- ✓ **SC** Connaître et représenter les solides usuels et leurs caractéristiques. (→ exercices 73 et 74)
- ✓ Étudier des sections planes d'un cube, d'un pavé droit, d'un cylindre, d'une sphère, d'un cône ou d'une pyramide. (→ exercices 74, 77 et 78)
- ✓ Calculer le volume d'un cube, d'un pavé droit, d'un cylindre, d'une boule, d'un cône ou d'une pyramide. (→ exercice 75)
- ✓ **SC** Calculer l'aire d'un carré, d'un rectangle, d'un triangle, d'un disque ou d'une sphère. (→ exercices 76 et 77)

► Connaître le sens et l'orthographe de ces mots :

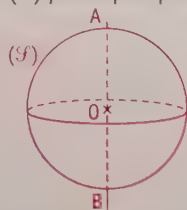
Arête ; face ; sommet ; parallélépipède rectangle ; cube ; cylindre ; cône ; pyramide ; sphère ; boule ; section ; agrandissement ; réduction.

Je m'exerce

73 **SC** Associer chaque objet concret avec l'objet géométrique qui lui correspond le mieux.

- | | |
|----------------------------|---------------------------|
| une balle de ping-pong | • • un cône de révolution |
| une orange | • • un pavé droit |
| une boîte à chaussures | • • une boule |
| une face d'une pièce de 2€ | • • un cylindre |
| un cornet de glace | • • une sphère |
| un bâton de colle | • • un disque |

74 ($\mathcal{S}$) est une sphère de centre O et de rayon 5 cm. On place I sur $[OA]$ tel que $OI = 3$ cm. On coupe la sphère ($\mathcal{S}$) par un plan passant par le point I .



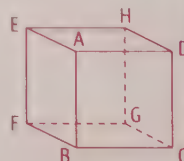
1. Reproduire la figure et placer le point I .
2. Tracer la section sur la figure en perspective cavalière.
3. Quel est le rayon de la section ?

75 **SC** 1. Calculer la valeur exacte, en centimètres cubes, du volume d'un ballon de football de rayon 9 cm.
2. Donner la valeur arrondie au millimètre cube de ce volume.

76 1. Calculer la valeur exacte, en centimètres carrés, de la surface à peindre sur une boule de Noël de diamètre 10 cm à décorer soi-même.
2. Donner la valeur arrondie au millimètre carré de cette surface.

77 **SC** Ci-contre, on a représenté en perspective

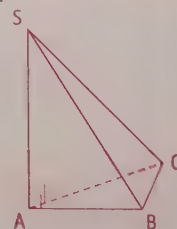
cavalière un cube $ABCDEFGH$ de côté 4 cm. On réalise la section de ce cube selon un plan parallèle à l'arête $[BC]$ et passant par la diagonale $[AF]$.



1. Nommer la section obtenue avec des points de la figure. Quelle est sa nature ? Justifier.
2. Sans effectuer de calcul, représenter en vraie grandeur la section obtenue.
3. Calculer la longueur AF . Préciser sa valeur arrondie au millimètre, puis vérifier le résultat sur la figure.
4. Déterminer l'aire exacte de la section, puis préciser une valeur arrondie au centimètre carré.

78 $SABC$ est un tétraèdre tel que $AB = BC = 3$ cm et $AC = 4$ cm. Sa hauteur SA est 8 cm.

On coupe cette pyramide par le plan parallèle à sa base ABC et passant par le point M , placé sur le segment $[AS]$ tel que $MS = 6$ cm. On nomme MNO la section obtenue telle que $N \in [SB]$ et $O \in [SC]$.

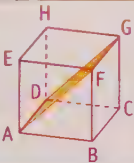


1. Quelle est la nature de MNO ? Justifier.
2. a. Reproduire la figure et placer le point M .
b. Représenter la section MNO en perspective cavalière sur la figure.
3. $SMNO$ est une réduction de la pyramide $SABC$.
a. Quel est le rapport de cette réduction ?
b. Calculer les dimensions de la section MNO .

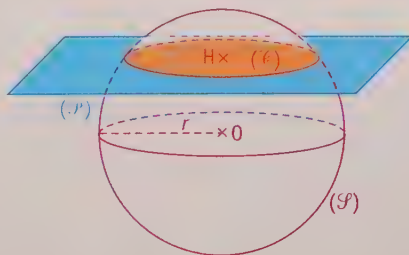
Je m'évalue

QCM interactif sur
www.3e.zenluseleve.
magnard.fr

Choisir la (ou les) bonne(s) réponse(s).

	a	b	c
79 SC La nature exacte de la section d'un cube par un plan parallèle à l'une de ses faces est un :	parallélogramme.	rectangle.	carré.
80 SC La nature de la section d'un cube par un plan parallèle à l'une de ses arêtes est un :	parallélogramme.	rectangle.	carré.
81 SC La section d'un cylindre par un plan parallèle à son axe est un :	ovale.	cercle.	rectangle.
82 SC La section d'un cylindre par un plan parallèle à sa base est un :	ovale.	cercle.	rectangle.
83 SC La section est un cercle quand on coupe :	un cône par un plan parallèle à sa base.	une sphère par un plan.	un cylindre par un plan parallèle à son axe.
84 SC Le volume exact en centimètres cubes d'une balle de tennis de rayon 3,3 cm est :	$13,2\pi$.	150.	$47,916\pi$.
85 SC Dans le cube ABCDEFGH, le quadrilatère ADGF est un : 	losange.	carré.	rectangle.

Pour les exercices **86** à **89**, on considère une sphère $(\mathcal{S})$ de centre O et de rayon r . Le plan $(\mathcal{P})$ coupe la sphère $(\mathcal{S})$ en formant un cercle $(\mathcal{C})$ de centre H .

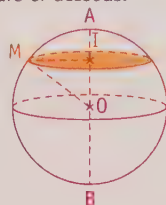


86 Le rayon du cercle $(\mathcal{C})$ est égal à :	$r - OH$.	$\sqrt{r^2 + OH^2}$.	$\sqrt{r^2 - OH^2}$.
87 L'aire de la sphère $(\mathcal{S})$ est :	$\frac{4}{3} \times \pi \times r^3$.	$4 \times \pi \times r^2$.	$2 \times \pi \times r$.
88 SC Le volume de la boule de rayon r est :	$\frac{4}{3} \times \pi \times r^3$.	$4 \times \pi \times r^2$.	$2 \times \pi \times r$.
89 SC Dans un agrandissement, si les longueurs sont multipliées par 5, alors les volumes sont multipliés par :	5.	15.	125.

Je m'exerce

73. une balle de ping-pong : une sphère ;
une orange : une boule ;
une boîte à chaussures : un pavé droit ;
une face d'une pièce de 2 € : un disque ;
un cornet de glace : un cône de révolution ;
un bâton de colle : un cylindre.

74. 1. et 2. Voir la figure ci-dessous.



3. Soit M un point de la section.
Le triangle OIM est rectangle en I. D'après le théorème de Pythagore, on a $OM^2 = IM^2 + IO^2$.
Donc, $IM = \sqrt{16} = 4$ cm.
Le rayon de la section mesure 4 cm.

75. 1. $V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3} \times \pi \times 9^3 = \frac{4 \times 729}{3} \pi = 972\pi \text{ cm}^3$

2. $V \approx 3\,053,628 \text{ cm}^3$

76. 1. $A = 4\pi r^2 = 4 \times \pi \times 5^2 = 4 \times 25 \times \pi = 100\pi \text{ cm}^2$

2. $A \approx 314,16 \text{ cm}^2$

77. 1. On nomme la section AFGD. Le cube est coupé par un plan parallèle à [BC].

Or, quand on coupe un parallélépipède rectangle par un plan parallèle à l'une de ses arêtes, alors la section est un rectangle.

Donc, la section AFGD est un rectangle.

2. Voir la figure ci-contre.

3. Dans le triangle AFB rectangle en B, d'après le théorème de Pythagore, on a $AF^2 = BA^2 + BF^2 = 32$.

Donc, $AF = \sqrt{32} = 4\sqrt{2} \text{ cm} \approx 5,7 \text{ cm}$.

4. Aire = $4 \times 4\sqrt{2} = 16\sqrt{2} \text{ cm}^2 \approx 23 \text{ cm}^2$.

78. 1. La base de SABC est un triangle isocèle en B.

Quand on coupe une pyramide par un plan parallèle à sa base, alors la section obtenue est une réduction de la base.

Donc, MNO est un triangle isocèle en N.

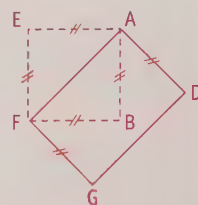
2. a. b. Voir la figure ci-contre.

3. a. Le rapport de cette réduction est

égal à $\frac{MS}{SA} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4} = 0,75$.

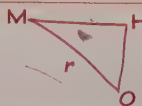
b. $MN = NO = 0,75 \times AB = 2,25 \text{ cm}$

et $MO = 0,75 \times AC = 3 \text{ cm}$.



Je m'évalue

Réponse(s)	Commentaires	Revoir
79. c	La section a la même nature que la face parallèle au plan de coupe.	Cours, p. 288.
80. b	Un cube est un pavé droit : quand on le coupe par un plan parallèle à l'une de ses arêtes on obtient donc un rectangle.	Cours, p. 288.
81. c	a. La section d'un cylindre est soit un cercle, soit un rectangle. b. Le plan du cylindre est parallèle à l'axe.	Cours, p. 290.
82. b	a. La section d'un cylindre est soit un cercle, soit un rectangle. c. Le plan est parallèle à la base du cylindre.	Cours, p. 290.
83. a et b	c. La section d'un cylindre par un plan parallèle à son axe est un rectangle et non un cercle.	Cours, p. 290 et p. 292.
84. c	a. Il ne faut pas confondre r^3 et $3r$. b. On demande la valeur exacte et non une valeur approchée.	Cours, p. 292.
85. c	Il s'agit de déterminer la section d'un cube par un plan parallèle à l'une de ses arêtes.	Cours, p. 288.
86. c	On nomme M un point de la section et on applique le théorème de Pythagore dans le triangle OHM rectangle en H.	Méthode 2, p. 295.
87. b	a. Cette formule donne le volume de la boule. c. Cette formule donne le périmètre du cercle de centre O.	Cours, p. 292.
88. a	b. Cette formule donne l'aire de la sphère ($\mathcal{F}$). c. Cette formule donne le périmètre du cercle de centre O.	Cours, p. 292.
89. c	Les volumes sont multipliés par $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$.	Cours, p. 292.



Remplissez la grille d'auto-évaluation en coloriant les cases validées.

grille complète à télécharger
www.3e.zeniusseve.magnard.fr

	C1	C2	C3	C4	D1	D2	D3	D4
Chapitre 1								
Chapitre 2								

Chapitre 1

- 113.** J'ai pensé à calculer quelques puissances de 2. (C3 ; D2)
 J'ai observé et comparé mes résultats. (C3)
 J'ai pensé à utiliser ma calculatrice pour calculer d'autres puissances de 2. (C2 ; C3)
 J'ai utilisé les propriétés sur les puissances. (D2)
 J'ai rédigé tout mon raisonnement et tous mes calculs, même ceux non aboutis. (C4)

Chapitre 2

- 88.** J'ai pensé à chercher le PGCD des nombres 51 et 57. (C1 ; D2)
 J'ai utilisé correctement la calculatrice pour trouver le PGCD des nombres 51 et 57. (C2)
 J'ai utilisé ce résultat pour en déduire le nombre cherché. (C4)
 J'ai pensé à interpréter le résultat à l'aide de phrases. (C1 ; D1)
 J'ai rédigé tout mon raisonnement et tous mes calculs, même ceux non aboutis. (C4)

Chapitre 3

- 109.** J'ai effectué plusieurs essais en prenant différents nombres impairs et en calculant leur carré. (C3 ; D2)
 J'ai compris que, pour répondre à la question, il fallait calculer le carré de tous les nombres impairs possibles. (C3)
 J'ai pensé à utiliser une lettre pour écrire un nombre impair. (C3)
 J'ai réussi à trouver une expression littérale donnant un nombre impair ($2n + 1$ par exemple). (C3)
 J'ai développé le carré de l'expression littérale d'un nombre impair. (D2)
 J'ai observé la nouvelle expression obtenue et reconnu un nombre impair. (C1 ; C3)
 J'ai rédigé les résultats de ma recherche (même non aboutie). (C4)

Chapitre 4

- 115.** J'ai utilisé les propriétés du rectangle ABCD. (C1 ; D3)
 J'ai pensé à utiliser le théorème de Pythagore pour calculer AC. (C3 ; D3)
 J'ai calculé correctement AC. (C2 ; D2)
 J'ai pensé à utiliser le théorème de Thalès pour calculer CG. (C3 ; D3)
 J'ai calculé correctement CG. (C2 ; D2)
 J'ai rédigé tout mon raisonnement et tous mes calculs, même ceux non aboutis. (C4)

Chapitre 5

- 107.** J'ai pensé à calculer le surcoût à l'achat d'un véhicule de motorisation diesel par rapport au véhicule de motorisation essence. (C1 ; C3)
 J'ai fait des essais en choisissant plusieurs distances parcourues. (C3)
 J'ai pensé à calculer le coût du carburant consommé pour chacun des véhicules en fonction de la distance x . (C3 ; D2)
 J'ai remarqué que la distance x était donnée en milliers de kilomètres et que la consommation moyenne était donnée pour 100 km. (C1 ; D4)
 J'ai intégré le surcoût lié à l'achat dans le coût du véhicule de motorisation diesel. (C2 ; D2)
 J'ai compris que, pour résoudre le problème, je pouvais résoudre une équation. (C3)
 J'ai rédigé tout mon raisonnement et tous mes calculs, même ceux non aboutis. (C4)

Chapitre 6

- 51.** J'ai compris que le volume de la boîte variait en fonction de la longueur du côté des carrés que l'on découpe. (C1 ; C3)
 J'ai compris que, pour résoudre le problème, il fallait calculer le volume de la boîte pour toutes les longueurs de côtés possibles. (C3)
 J'ai fait des essais en calculant le volume de la boîte pour différentes valeurs données au côté des carrés découpés. (C3 ; D4)
 J'ai pensé à nommer x la longueur du côté des carrés découpés. (C3)
 J'ai réussi à exprimer le volume de la boîte en fonction de x . (D4)
 J'ai tracé la courbe du volume de la boîte en fonction de la longueur du côté des carrés. (C2 ; C4)
 J'ai observé que la courbe obtenue atteignait une valeur maximale. (C1)
 J'ai rédigé tout mon raisonnement et tous mes calculs, même ceux non aboutis. (C4)

Chapitre 7

- 80.** J'ai utilisé le fait qu'augmenter un nombre de 10 % revient à le multiplier par 1,10. (C1 ; D1)
 J'ai utilisé le fait qu'augmenter un nombre de 20 % revient à le multiplier par 1,20. (C1 ; D1)
 J'ai traduit l'augmentation successive de 10 %, puis de 20 % en multipliant le prix par $1,1 \times 1,2 = 1,32$. (C1 ; D1)
 J'ai traduit l'augmentation moyenne de 15 % sur deux ans en multipliant le prix par $1,15 \times 1,15 = 1,3225$. (C1 ; C3 ; D1)
 J'ai pensé à comparer les deux résultats pour répondre. (C3)
 J'ai rédigé tout mon raisonnement et tous mes calculs, même ceux non aboutis. (C4)

Chapitre 8

109. J'ai extrait du document les quantités et prix unitaires. (C1)
J'ai pensé à multiplier chaque prix unitaire par la quantité correspondante. (C1 ; D2)
J'ai pensé à tenir compte de la TVA. (C1 ; C3)
J'ai conduit un calcul littéral simple. (D2)
J'ai rédigé tout mon raisonnement et tous mes calculs, même ceux non aboutis. (C4)

Chapitre 9

64. J'ai pensé à utiliser le théorème de Pythagore dans les triangles rectangles. (C3 ; D3)
J'ai résolu un système de trois équations à trois inconnues OA, OB et OC par la méthode de mon choix. (C3)
J'ai rédigé tout mon raisonnement et tous mes calculs, même ceux non aboutis. (C4)

Chapitre 10

61. J'ai compris que, pour résoudre le problème, il fallait interroger le plus grand nombre d'élèves possible de mon collège. (C3 ; D1)
J'ai pensé à partager, avec d'autres élèves, le travail permettant d'obtenir le relevé correspondant à mon collège. (C3)
J'ai pensé à regrouper les résultats des autres élèves. (C3)
J'ai calculé le minimum, le maximum, la médiane, les premier et troisième quartiles du relevé obtenu pour mon collège. (C1 ; D1)
J'ai compris que ces valeurs allaient me permettre une comparaison des résultats des deux collèges. (C1)
J'ai pensé à interpréter ces valeurs à l'aide de phrases. (C4 ; D1)
J'ai pensé à utiliser deux schémas bilan pour comparer les séries. (C4 ; D1)
J'ai rédigé tous mes résultats, même ceux non terminés. (C4)

Chapitre 11

62. J'ai compris que pour résoudre le problème il fallait réaliser le plus d'expériences possibles. (C3 ; D1)
J'ai pensé à lancer plusieurs punaises en même temps. (C3)
J'ai calculé la fréquence de sortie de la pointe. (D1 ; D2)
J'ai observé que les résultats de mes camarades sont assez différents les uns des autres. (C1)
J'ai pensé à regrouper les résultats des autres élèves. (C1 ; C3)
J'ai conclu que la probabilité était proche de la fréquence calculée pour un grand nombre d'expériences. (C3 ; D1)
J'ai utilisé un tableur pour réaliser les calculs et consigner les résultats. (C2 ; C4 ; D2)
J'ai rédigé une solution avec toutes les pistes suivies même fausses. (C4)

Chapitre 12

50. J'ai compris que, pour résoudre le problème, il fallait que je repère le critère sur la hauteur dans l'extrait de la loi Carrez. (C1)

J'ai réalisé un schéma du triangle rectangle ABC sur lequel j'ai placé un point D sur [AC], noté à 1,80 m du point C. J'ai tracé la droite parallèle à (BC) passant par D, et noté E son point d'intersection avec (AB). (C2 ; C3)
J'ai compris que la largeur de la surface à calculer serait donnée par le calcul de DE. (C3)
J'ai pensé à utiliser le théorème de Thalès pour calculer DE. (C3 ; D3)
J'ai pensé à utiliser le schéma du sol pour trouver la longueur de la pièce. (C1)
J'ai rédigé tout mon raisonnement et tous mes calculs, même ceux non aboutis. (C4)

Chapitre 13

63. J'ai calculé la distance parcourue par l'avion. (D4)
J'ai pensé à me placer dans un triangle rectangle. (C1 ; D3)
J'ai utilisé une formule de trigonométrie. (D3)
J'ai rédigé tout mon raisonnement et tous mes calculs, même ceux non aboutis. (C4)

Chapitre 14

54. J'ai remarqué que le triangle et le carré sont inscrits dans un même cercle. (C1)
J'ai commencé par tracer un cercle de centre O et placé un point A sur ce cercle. (C2 ; C3)
J'ai utilisé la propriété des polygones réguliers, d'après laquelle l'angle au centre d'un triangle équilatéral est égal à $\frac{360}{3} = 120^\circ$. (C3 ; D3)
J'ai placé un point B sur le cercle tel que $\widehat{AOB} = 120^\circ$. (C2 ; D3)
J'ai utilisé le fait qu'un triangle équilatéral a ses côtés de même longueur. (C3 ; D3)
J'ai pensé à utiliser le compas pour reporter la longueur BA et ainsi construire le point C du cercle tel que BA = BC. (C2 ; C3 ; D3)
J'ai utilisé la propriété des polygones réguliers d'après laquelle l'angle au centre d'un carré est égal à $\frac{360}{4} = 90^\circ$. (C3 ; D3)
J'ai placé un point E sur le cercle ($\mathcal{C}$) tel que $\widehat{AOE} = 90^\circ$. (C2 ; D3)
J'ai pensé à utiliser le compas pour placer les points F et D sur le cercle ($\mathcal{C}$) de façon à ce que EA = FE = FD. (C2 ; C3 ; D3)
J'ai tracé le carré AEFD. (C2)

Chapitre 15

66. J'ai assimilé la boule de pétanque à une sphère. (C1 ; D3)
J'ai compris que, pour résoudre le problème, il fallait calculer la masse d'une boule d'acier de 73 mm de diamètre et la comparer avec celle de la boule de pétanque. (C3)
J'ai calculé le volume d'une boule de 73 mm de diamètre. (D2 ; D4)
J'ai réussi à calculer la masse d'acier correspondant à ce volume. (C1 ; C3 ; D4)
J'ai réussi à comparer la masse d'une boule d'acier de 73 mm de diamètre avec celle de la boule de pétanque. (C1 ; D4)
J'ai rédigé tout mon raisonnement et tous mes calculs, même ceux non aboutis. (C4)

Le jour de l'épreuve, tout compte !

Lors de l'examen, le correcteur prendra en compte votre démarche, qu'elle aboutisse ou non : une idée, un raisonnement, voire un début de piste peuvent donc vous apporter des points, comme le montrent les copies d'élèves ci-dessous.

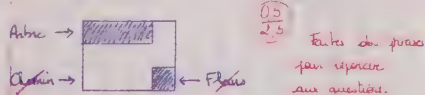
Exercice

Flora estime que son jardin est harmonieux si $\frac{1}{4}$ de sa superficie est réservée aux arbres, $\frac{2}{3}$ de la superficie restante est consacrée aux massifs de fleurs et la superficie restante à des chemins.

1. Calculer la proportion de la superficie de son jardin qui sera consacrée aux massifs de fleurs.
2. Calculer la proportion de la superficie de son jardin qui sera consacrée aux chemins.

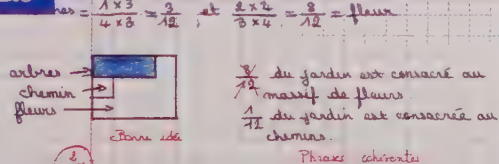
Toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative, même non fructueuse, sera prise en compte dans la notation.

Ruben



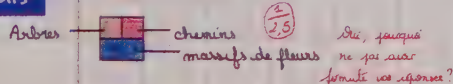
L'idée de proposer un schéma avec 12 carreaux est bonne. La superficie réservée aux arbres y est correctement représentée. Cependant, celle des massifs de fleurs est mal interprétée et Ruben n'a pas rédigé de « phrases réponses ». Il obtient donc des points pour la **démarche**, l'**expérimentation** et la mise en place d'une méthode de travail.

Zoé



Zoé a aussi suivi la piste d'un schéma représentant un jardin de 12 carreaux, et s'est également trompée dans l'interprétation de l'énoncé. Néanmoins, elle a rédigé des « **phrases réponses** » cohérentes avec le schéma, ce qui est valorisé par le professeur.

Mats



Le schéma est juste et l'énoncé est correctement interprété. Mats a compris l'exercice mais il n'a pas écrit les réponses aux questions. Il n'obtient donc pas la totalité des points.

Niels

$$\begin{aligned} \frac{1 \times 3}{4 \times 3} &= \frac{3}{12} \\ \frac{2 \times 4}{3 \times 4} &= \frac{8}{12} \end{aligned}$$

Mal compris

$$\frac{3}{12} + \frac{8}{12} = \frac{11}{12}$$

Ben, raisonnement

$$12 - 11 = 1$$

La soustraction 1/12 est une bonne idée

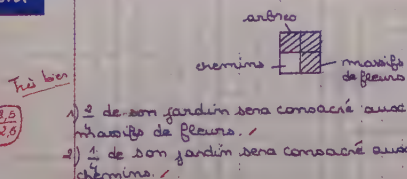
1) La proportion qui sera consacrée aux massifs de fleurs est $\frac{8}{12}$

2) La proportion qui sera consacrée aux chemins est $\frac{1}{12}$

Niels a raisonné par calculs, utilisant différentes opérations sur les fractions.

La proportion de la superficie réservée aux massifs de fleurs est mal interprétée. Cependant, les calculs sont détaillés et celui de la question 2. est cohérent. De plus, les « phrases réponses » sont correctement rédigées et la copie de Niels est **bien présentée**, ce qui lui permet d'obtenir des points pour cet exercice.

Zora



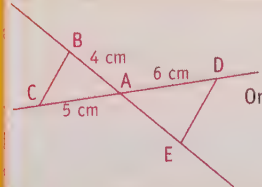
Zora a compris l'exercice. Elle a réalisé un schéma correct représentant le jardin et la superficie de chaque partie. Elle a ensuite rédigé des « phrases réponses » cohérentes et justes. Sa copie est claire et bien présentée. Elle obtient donc la totalité des points.

Se préparer au brevet

Sujet A

Tous les exercices sont indépendants. On pourra les traiter dans l'ordre que l'on souhaite.

Exercice 1 Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM). Pour chaque question, une seule réponse est exacte. Aucune justification n'est demandée. Indiquer sur la copie le numéro de la question et la réponse.

	Réponse A	Réponse B	Réponse C
1. Deux nombres premiers entre eux sont :	143 et 649.	10 011 et 1 111.	224 et 422.
2. $\frac{2}{3} - \frac{2}{3} + 3 \times \frac{7}{5} =$	$-1 + \frac{21}{15}$	$1 + 3 \times \frac{7}{5}$	$-1 + \frac{21}{5}$
3. $(2x - 1)^2 =$	$2x^2 - 4x + 1$	$4x^2 - 4x + 1$	$2x^2 - 4x - 1$
4. $\sqrt{4+16} =$	$\sqrt{4} + \sqrt{16}$	$2\sqrt{5}$	202
5.  On a $(BC) \parallel (DE)$, donc :	$AE = \frac{6}{5} \times 4.$	$AE = \frac{5}{6} \times 4.$	$AE = \frac{5}{4}.$
6. L'angle défini par deux sommets consécutifs d'un polygone régulier et le centre de ce polygone mesure 10° . Ce polygone a donc :	18 côtés.	10 côtés.	36 côtés.
7. On considère un cylindre de rayon 3 cm et de hauteur 6 cm. Quel est le volume de ce cylindre, exprimé en centimètres cubes ?	18π	54π	36π

Exercice 2

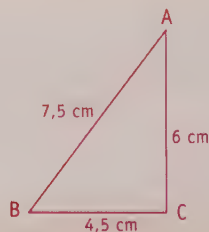
On donne la figure ci-contre.

1. Démontrer que le triangle BCA est rectangle en C.

2. Pauline effectue le calcul $\frac{4,5}{6}$.

a. Veut-elle calculer le sinus, le cosinus ou la tangente d'un des angles du triangle ?

b. De quel angle s'agit-il ? Donner sa mesure arrondie au degré.



Exercice 3

Dans sa tirelire, Léo a 12 pièces de 2 € et 8 pièces de 1 €. Dans sa tirelire, Line a 20 pièces de 2 € et 10 pièces de 1 €. Chacun tire une pièce au hasard dans sa tirelire.

1. Calculer la probabilité que Léo tire une pièce de 2 €.

2. Qui a la plus grande probabilité de tirer une pièce de 2 € ?

3. Combien faudrait-il ajouter de pièces de 1 € dans la tirelire de Léo pour que la probabilité de tirer une pièce d'1 € soit la même que de tirer une pièce de 2 € ?

4. **Prise d'initiatives** Après avoir tiré une pièce au hasard, Léo la remet dans sa tirelire et il retire une pièce au hasard. Quelle est la probabilité que la somme des valeurs de ces pièces soit 3 € ?

Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative, même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.

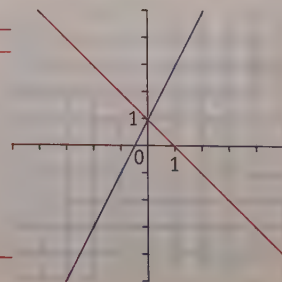
Exercice 4

On considère les fonctions :

$f: x \mapsto -x + 1$; $g: x \mapsto 2x + 1$; $h: x \mapsto x + 1$.

1. Quelle fonction est représentée par la droite rouge ? par la droite bleue ?

2. Tracer la droite représentant la fonction qui n'a pas été choisie dans la question 1.



Exercice 5

1. L'année dernière, Mélanie avait 5 € d'argent de poche par semaine. Cette année, elle a 6 €. De quel pourcentage son argent de poche a-t-il été augmenté ?
2. La population d'une ville a été multipliée par 1,05. De quel pourcentage a-t-elle augmenté ?
3. La population d'un village a été multipliée par 0,85. De quel pourcentage a-t-elle diminué ?

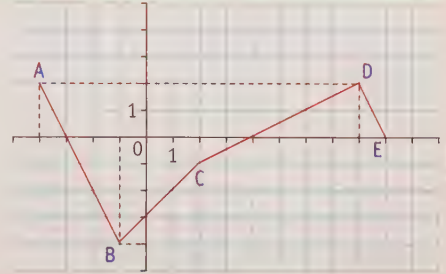
Exercice 6 Prise d'initiatives

Quel est le plus petit nombre entier par lequel il faut multiplier 180 pour obtenir le carré d'un nombre entier ?
Quelle est la racine carrée du nombre obtenu ?

Exercice 7

On a représenté ci-contre une fonction f par la courbe tracée en rouge.

1. a. Quelles sont les coordonnées du point A ?
b. Quel est le point de cette courbe d'abscisse 2 ?
c. Combien y a-t-il de points de cette courbe d'ordonnée 0 ?
2. a. Quelle est l'image de 8 par la fonction f ?
b. Quel est l'antécédent de -4 par la fonction f ?
c. Donner $f(0)$; $f(-1)$ et $f(2)$.



Sujet B

Tous les exercices sont indépendants. On pourra les traiter dans l'ordre que l'on souhaite.

Exercice 1

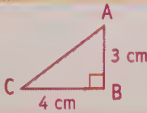
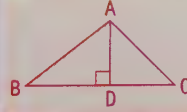
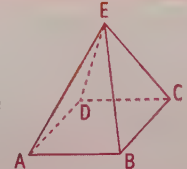
Voici le relevé mensuel des précipitations en 2007 à Saint-Sauveur-la-Pommeraye.

Mois	Janvier	Février	Mars	Avril	Mai	Juin	Juillet	Août	Septembre	Octobre	Novembre	Décembre	Total
mm de pluie	90	116	106	33	125	112	169	104	30	60	71	108	1 124

1. Calculer la moyenne de ces relevés.
2. Ranger ces valeurs dans l'ordre croissant.
 - a. Déterminer la médiane de ces relevés.
 - b. Déterminer les premier et troisième quartiles de ces relevés.

Exercice 2

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM). Pour chaque question, plusieurs réponses peuvent être correctes.
Aucune justification n'est demandée. Indiquer sur la copie le numéro de la question et la réponse.

		Réponse A	Réponse B	Réponse C
1.	Dans ce triangle, on a : 	$AC = \sqrt{4^2 + \sqrt{3}^2}$	$AC = 4 + 3$	$AC = \sqrt{4^2 + 3^2}$
2.	 À partir du codage de la figure, on est sûr que :	le cercle de diamètre [BC] passe par A.	le cercle de diamètre [AC] passe par D.	le cercle de diamètre [AB] passe par C.
3.	On considère, dans un cercle, un angle inscrit et un angle au centre qui interceptent le même arc. L'angle au centre mesure 34° . Combien l'angle inscrit mesure-t-il ?	34°	17°	68°
4.	Le dessin ci-contre représente en perspective cavalière une pyramide à base carrée de sommet S. Quelle est en réalité la nature du triangle ABC ? 	Ni rectangle, ni isocèle.	Rectangle et isocèle.	Isocèle mais non rectangle.

Se préparer au brevet

Exercice 3

1. On considère la figure ci-contre.

Rachida affirme, en comptant seulement les carreaux, que les droites (EC) et (FD) sont parallèles.

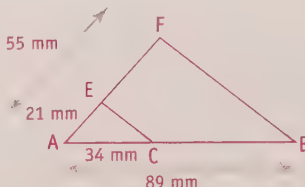
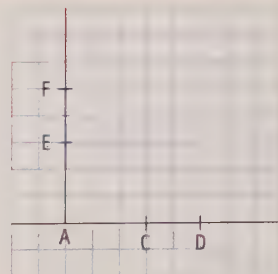
Est-ce correct ? Comment procède-t-elle ? Quel théorème utilise-t-elle ?

2. On considère la figure ci-dessous.

À l'aide de sa calculatrice, Manuel trouve que $\frac{55}{21}$ et $\frac{89}{34}$ ont pour valeur arrondie au centième 2,62.

Il en déduit que les droites (EC) et (FB) sont parallèles.

Quel théorème utilise-t-il ? A-t-il raison ?



Exercice 4 (Antilles – Guyane, 2007)

Un commerçant possède 175 boules de Noël rouges et 126 boules de Noël bleues.

Il a choisi de confectionner des sachets de boules de Noël tous identiques. Il voudrait en avoir le plus grand nombre en utilisant toutes les boules.

1. Combien de sachets pourra-t-il réaliser ?

2. Combien de boules de chaque couleur y aura-t-il dans chaque sachet ?

Exercice 5

Le double de la racine carrée du triple d'un nombre est 6. Quel est ce nombre ?

Exercice 6 (Métropole, 2009)

On donne ci-contre les représentations graphiques de trois fonctions. Ces représentations sont nommées C_1 , C_2 et C_3 .

L'une d'entre elles est la représentation graphique d'une fonction linéaire. Une autre est la représentation graphique de la fonction f telle que $f: x \mapsto -0,4x + 3$.

1. Lire graphiquement les coordonnées du point B.

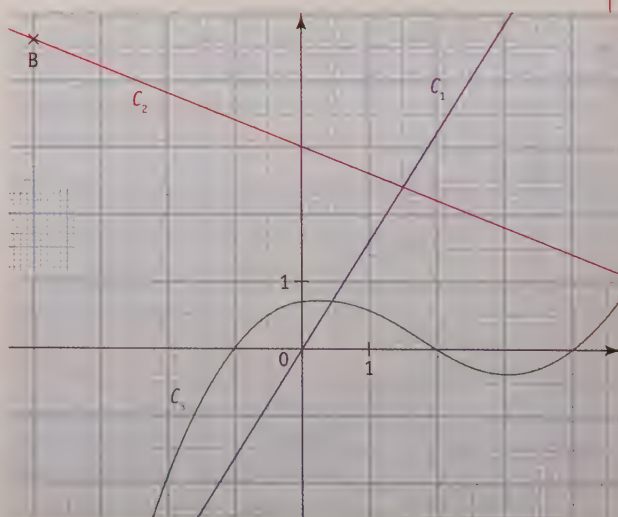
2. Par lecture graphique, déterminer les abscisses des points d'intersection de la courbe C_3 avec l'axe des abscisses.

3. Laquelle de ces représentations est celle de la fonction linéaire ? Justifier.

4. Laquelle de ces représentations est celle de la fonction f ? Justifier.

5. Quel est l'antécédent de 1 par la fonction f ? Justifier par un calcul.

6. A est le point de coordonnées $(4,6 ; 1,2)$. A appartient-il à C_2 ? Justifier par un calcul.



Exercice 7

1. On rappelle la propriété : Si $ab = 0$, alors $a = 0$ ou $b = 0$.

On donne les deux équations : (1) $(x + 3) + (x - 2) = 0$ et (2) $(x + 3)(x - 2) = 0$.

a. Pour résoudre ces équations, dans laquelle va-t-on utiliser la propriété ci-dessus ?

b. Résoudre ces équations

2. Je prends un nombre y , je l'élève au carré et je soustraits 1 au résultat.

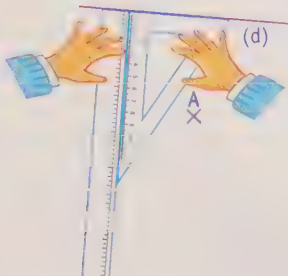
a. Exprimer en fonction de y le résultat obtenu.

b. Si j'obtiens 3 comme résultat, quelles sont les valeurs possibles pour y ?

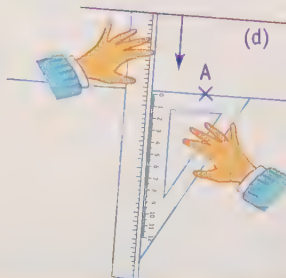
1 Utiliser une équerre

a Construire la **parallèle** à une droite passant par un point donné **socle commun**

étape 1



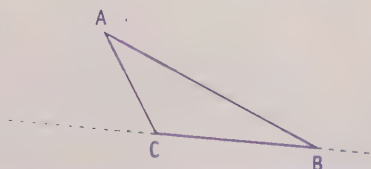
étape 2



b Construire une **hauteur** d'un triangle

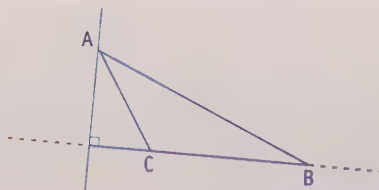
étape 1

Pour construire la hauteur issue de A du triangle ABC, je prolonge le segment [BC]



étape 2

Je trace la perpendiculaire à (BC) passant par A et je code la figure.



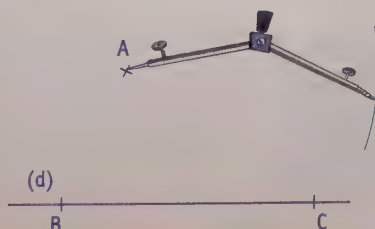
2 Utiliser un compas

a Construire la **parallèle** à une droite passant par un point donné **socle commun**

méthode animée sur
www.3e.zeniuseleve.magnard.fr

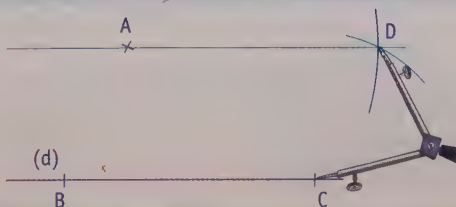
étape 1

Au compas, je prends l'écartement de longueur BC, puis je trace un arc de cercle de centre A.



étape 2

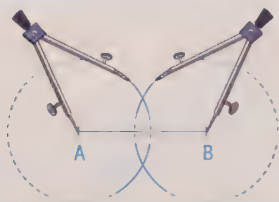
Au compas, je prends l'écartement de longueur AB, puis je trace un arc de cercle de centre C. J'appelle D le point d'intersection des deux arcs de cercle. Je trace la droite (AD) : c'est la droite parallèle à la droite (d) passant par A.



b Construire la médiatrice d'un segment

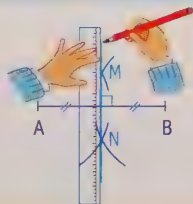
étape

- 1 Je trace deux cercles de centres A et B, sécants et de même rayon.



étape

- 2 Je trace la droite qui passe par les deux points d'intersection des deux cercles, M et N. (MN) est la médiatrice de [AB].

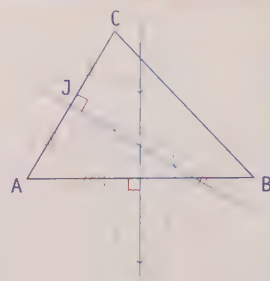


c Construire le cercle circonscrit à un triangle

méthode animée sur
www.3e.zenfuseleve.
magnard.fr

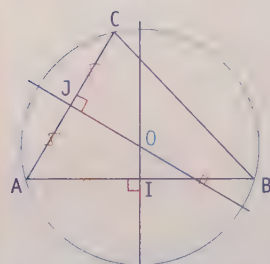
étape

- 1 Je construis deux médiatrices du triangle ABC.



étape

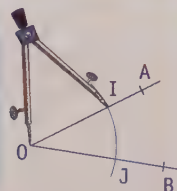
- 2 Je nomme O le point d'intersection des deux médiatrices. Je trace le cercle de centre O passant par A. Ce cercle passe aussi par les points B et C. C'est le cercle circonscrit au triangle ABC.



d Construire la bissectrice d'un angle

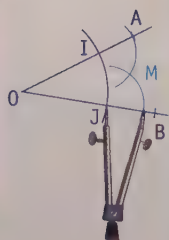
étape

- 1 Je trace un arc de cercle de centre O qui coupe les côtés [OA] et [OB] en I et J.



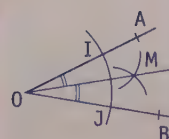
étape

- 2 Je trace un arc de cercle de centre I et un arc de cercle de centre J de même rayon. Ils se coupent en M.



étape

- 3 Je trace la demi-droite [OM]. C'est la bissectrice de l'angle AOB. Je code la figure.

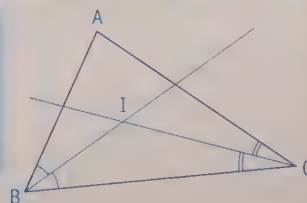


e Construire le cercle inscrit dans un triangle

méthode animée sur
www.3e.zenfuseleve.
magnard.fr

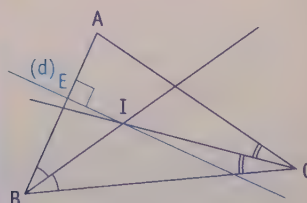
étape

- 1 Je construis deux bissectrices du triangle ABC. Je nomme I leur point d'intersection.



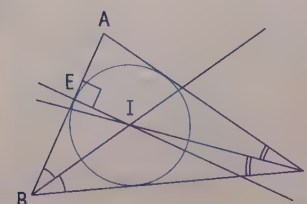
étape

- 2 Je trace (d) la perpendiculaire à un des côtés du triangle passant par I. Je nomme E le point d'intersection de (d) avec le côté choisi.



étape

- 3 Je trace le cercle de centre I et de rayon [IE]. Ce cercle est le cercle inscrit dans le triangle ABC.



3 Utiliser un rapporteur

socle commun

La graduation
extérieure se lit
de gauche à droite.

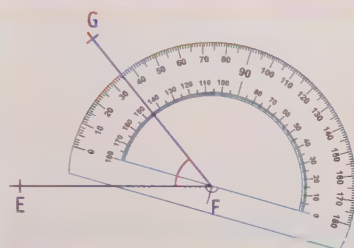


La graduation
intérieure se lit
de droite à gauche.

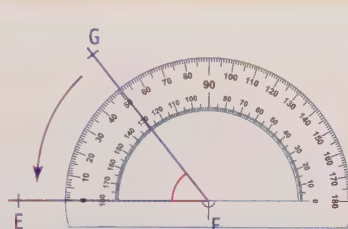
Le centre du rapporteur doit être
placé sur le sommet de l'angle.

a Mesurer un angle

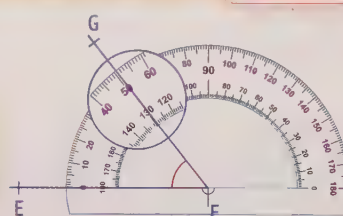
méthode animée sur
www.3e.zeniuscollege.com/magnard.fr



étape 1 Je place le centre
du rapporteur sur le sommet
de l'angle.



étape 2 Je fais tourner le rapporteur
pour que le zéro d'une
des graduations coïncide
avec un côté de l'angle.



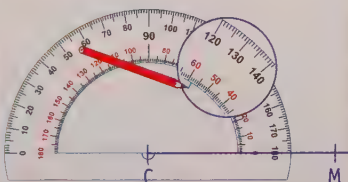
étape 3 Ici, j'utilise la graduation
extérieure.
Je lis la mesure qui correspond
au deuxième côté de l'angle.

✓ L'angle $\widehat{EFG}$ mesure 51° .

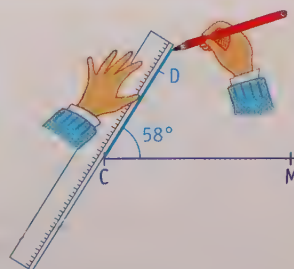
b Construire un angle de mesure donnée



étape 1 Pour tracer un angle $\widehat{MCD}$
de 58° , je trace une
demi-droite [CM], puis
je positionne le rapporteur.



étape 2 En partant de 0° , je compte
les graduations et marque
celle qui correspond à 58° .
Ici, j'utilise la **graduation
intérieure**.



étape 3 Je trace le second côté,
je marque un point D
et je code l'angle.

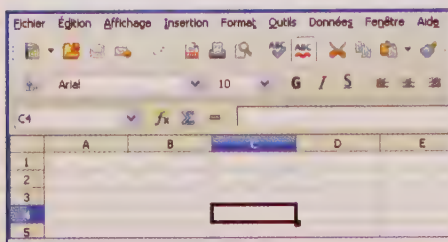
4 Utiliser un tableur

B2i 3

socle commun

a Présentation

Un tableur permet d'effectuer des calculs dans un tableau que l'on a créé.



- Chaque case, appelée **cellule**, est repérée par une lettre et un nombre. Par exemple, la cellule sélectionnée ici est la cellule C4.
- Pour indiquer à un tableur qu'il doit effectuer un calcul, on commence par écrire « = » ou « + » suivi de l'opération à effectuer. Cette écriture s'appelle une **formule**. Dans un tableur on utilise les symboles +, -, *, et / à la place de +, -, × et ÷.

b Créer et utiliser une feuille de calcul

On veut compléter ce tableau à l'aide d'un tableur :

a	b	a + b	2 × a	a × b
2	7			
4,3	9			
124	0,56			

On recopie les données dans une feuille de calcul du tableur :

	A	B	C	D	E
1	a	b	a + b	2 x a	a x b
2	2	7			
3	4,3	9			
4	124	0,56			

Dans la cellule C2, on inscrit **=A2+B2**.
Dans la cellule D2, on inscrit **=2*A2**.
Dans la cellule E2, on inscrit **=A2*B2**.

	A	B	C	D	E
1	a	b	a + b	2 x a	a x b
2	2	7	9	4	14
3	4,3	9			
4	124	0,56			

Les résultats sont affichés automatiquement dans les cellules C2, D2 et E2.

	A	B	C	D	E
1	a	b	a + b	2 x a	a x b
2	2	7	9	4	14
3	4,3	9			
4	124	0,56			

Pour étendre l'opération aux cellules C3 et C4, on sélectionne d'abord la cellule C2. On clique ensuite sur le coin en bas à droite de cette cellule et on étend la sélection aux cellules C3 et C4 en maintenant appuyé le bouton gauche de la souris.

	A	B	C	D	E
1	a	b	a + b	2 x a	a x b
2	2	7	9	4	14
3	4,3	9			
4	124	0,56			

Le tableur calcule et affiche automatiquement la somme de a et de b pour les valeurs contenues dans les lignes 3 et 4.

	A	B	C	D	E
1	a	b	a + b	2 x a	a x b
2	2	7	9	4	14
3	4,3	9	13,3	8,6	38,7
4	124	0,56	124,56	248	69,44

On procède de la même manière avec les colonnes D et E.

c Créer un graphique

Voici un relevé des températures minimales et maximales (en °C) à Marrakech durant une année.

Mois	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12
Min	7	8	10	12	15	22	24	26	22	17	10	7
Max	18	20	22	24	28	36	40	42	34	28	21	18

Entrer ces valeurs dans une feuille de calcul, puis faire apparaître un graphique représentant ces données.

étape

1 Je crée une feuille de calcul en ligne ou en colonne.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1	Mois	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
2	Min	7	8	10	12	15	22	24	26	22	17	10	7
3	Max	18	20	22	24	28	36	40	42	34	28	21	18

étape

2 Je mets en surbrillance les cellules correspondantes aux données.
Pour cela, je sélectionne les lignes de calculs.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1	Mois	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
2	Min	7	8	10	12	15	22	24	26	22	17	10	7
3	Max	18	20	22	24	28	36	40	42	34	28	21	18

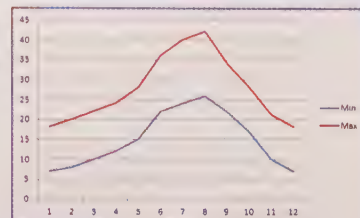
étape

3 Je vais dans l'onglet « Insertion » et je clique sur l'icône « Ligne ».

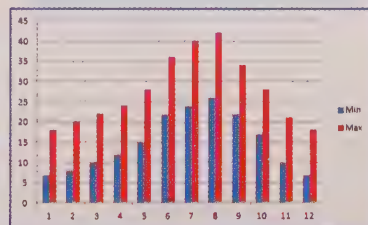
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1	Mois	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
2	Min	7	8	10	12	15	22	24	26	22	17	10	7
3	Max	18	20	22	24	28	36	40	42	34	28	21	18

étape

4 J'obtiens deux courbes à l'écran.



Je peux aussi obtenir un histogramme en sélectionnant le menu « Colonne ».



d Calculer une moyenne

Calculer la moyenne des températures minimales (présentées dans le paragraphe c) sur une année.

étape

1 J'écris dans une cellule la formule donnant la moyenne d'une série de valeurs.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
1	Mois	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	Moyenne	
2	Min	7	8	10	12	15	22	24	26	22	17	10	7	=MOYENNE(B2:M2)	
3	Max	18	20	22	24	28	36	40	42	34	28	21	18	=MOYENNE(B3:M3)	

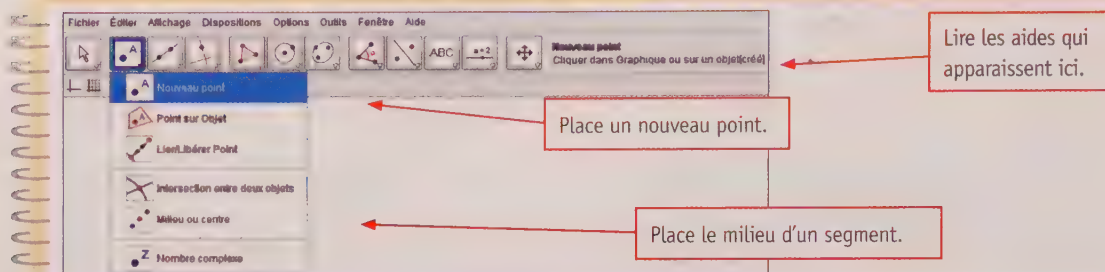
étape

2 Je tape sur la touche « Entrée » et la moyenne s'affiche.

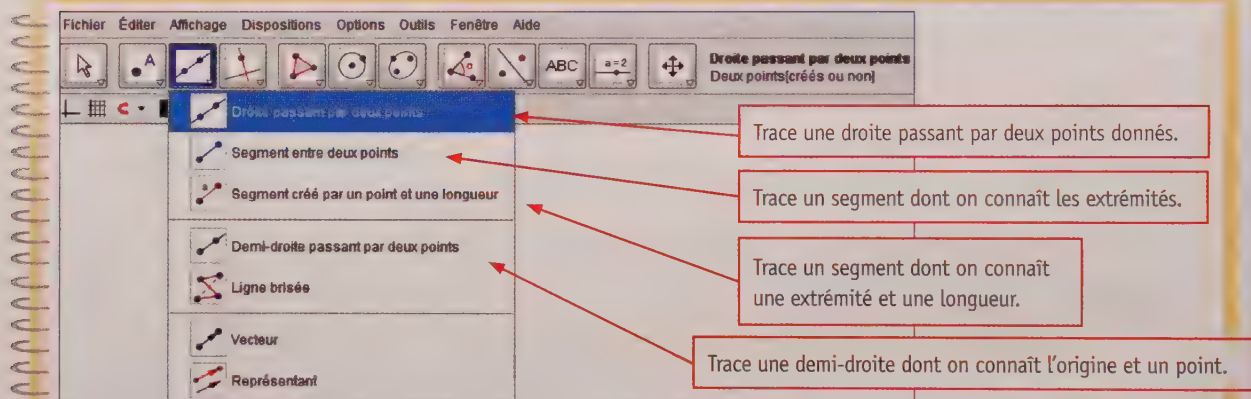
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
1	Mois	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	Moyenne	
2	Min	7	8	10	12	15	22	24	26	22	17	10	7	15	
3	Max	18	20	22	24	28	36	40	42	34	28	21	18		

5 Utiliser un logiciel de géométrie

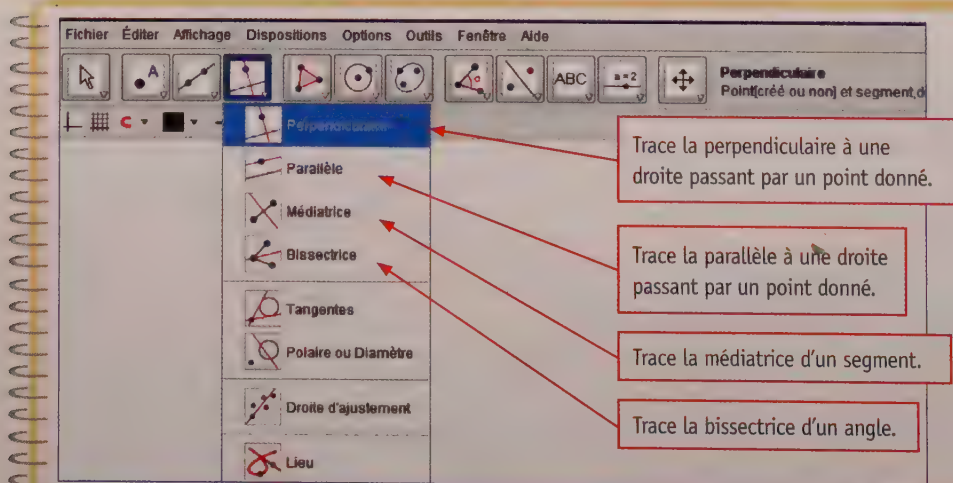
a Placer un point



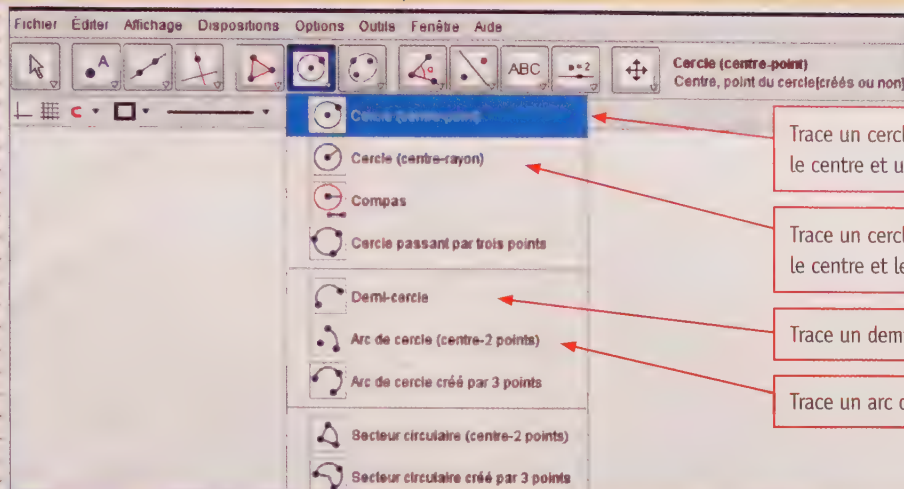
b Tracer une droite, une demi-droite, un segment



c Tracer une droite particulière



d Tracer un cercle



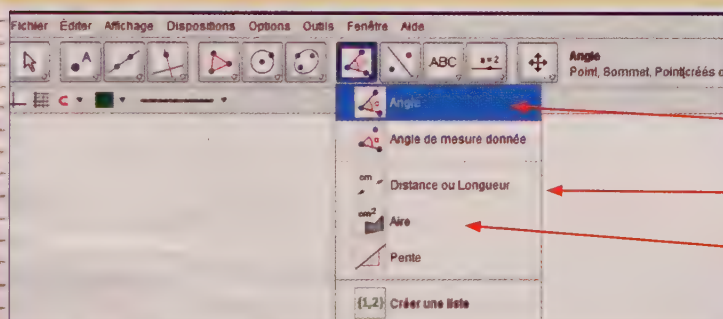
Trace un cercle dont on connaît le centre et un point.

Trace un cercle dont on connaît le centre et le rayon.

Trace un demi-cercle.

Trace un arc de cercle.

e Mesurer

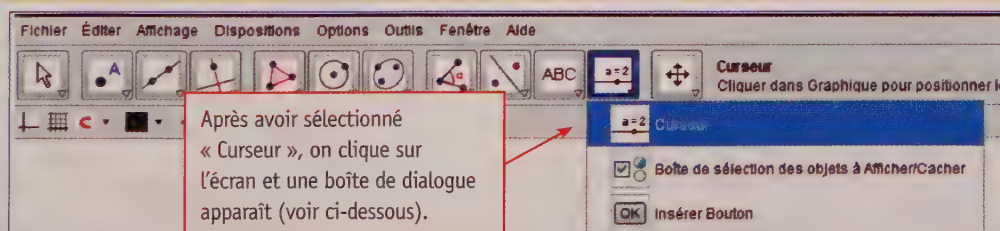


Mesure un angle.

Mesure une longueur.

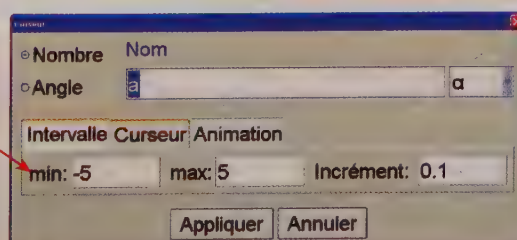
Mesure une aire.

f Créer un curseur



Après avoir sélectionné « Curseur », on clique sur l'écran et une boîte de dialogue apparaît (voir ci-dessous).

Ici, le curseur créé permet de faire varier un **nombre a** de - 5 à 5 (on peut changer ces valeurs.)



L'**incrément** indique le pas : ici on compte de 0,1 en 0,1 (on peut changer cette valeur.)

A

Agrandissement de figure	236
Algorithme d'Euclide	39
Algorithme des soustractions	39
Angle inscrit dans un cercle	270
Angle au centre d'un cercle	270
Antécédent	108
Arbre pondéré (probabilité)	210

B

Boule	292
Branche (probabilité)	210

C

Centre du polygone régulier	270
Coefficient de proportionnalité	126
Coefficient directeur d'une droite	146-148
Configurations de Thalès	234
Cosinus	254
Courbe représentative	108

D

Densité de population	128
Débit	128
Diagramme en boîte / à moustaches	186
Distance à zéro	14
Distributivité simple	54
Division euclidienne	34
Diviseur	34
Divisible	34
Diviseur commun	34
Double distributivité	54
Double produit	54
Droite passant par l'origine	146

E

Écriture (ou notation) scientifique	16
Énergie électrique	128
Équation du premier degré	90
Équation produit	90
Équations du type $x^2 = a$	90
Équation du premier degré à deux inconnues	168
Équiprobabilité	208
Étendue d'une série statistique	186
Événement	208
Événement certain	208

Événement impossible	208
Événement contraire	210
Expérience	208
Expérience aléatoire	208

F

Fonction	108
Fonction affine	148
Fonction linéaire	146-148
Fonction constante	148
Fraction irréductible	36

G

Grands cercles de la sphère	292
Grandeur produit	128
Grandeur quotient	128

I

Identités remarquables	54
Image	108
Incompatibilités de deux événements	210
Inéquation du premier degré à une inconnue	92
Issue	208

M

Masse volumique	128
Médiane	186
Moyenne	186
Moyenne pondérée	186
Multiple	34

N

Nombres premiers entre eux	36
Nombre relatif	14
Nuitées	128

O

Ordonnée à l'origine d'une droite	148
-----------------------------------	-----

P

Plus grand des diviseurs communs (PGCD)	34
Polygone régulier	270
Pourcentage	126

Premier quartile	186
Probabilité de l'événement	208
Produits en croix	126
Produit des probabilités	210
Proportionnalité	126
Puissances	16
Priorités opératoires	16

Q

Quotient	34
----------	----

R

Racine carrée	72
Rapport d'agrandissement	236
Rapport de réduction	236
Réciproque du théorème de Thalès	234
Réduction de figure	236
Règle des signes	14
Résoudre une équation	90
Résoudre une inéquation	92

S

Section d'un cône de révolution	290
Sections d'un cylindre de révolution	288
Sections d'un pavé droit	288
Section d'une pyramide	290
Signe	14
Sinus	254
Situation de proportionnalité	126
Solutions d'une équation	90
Solutions d'une inéquation	92
Somme algébrique	14
Sphère	292
Système de deux équations à deux inconnues	168

T

Tableau de valeurs	108
Tangente	254
Théorème de Thalès	234
Tonnes × kilomètres	128
Troisième quartile	186

V

Variation en pourcentage	126
Vitesse moyenne	128
Voyageurs × kilomètres	128
Volume d'une boule	292

Couverture : Éric DOXAT

Maquette intérieure : Delphine d'INGUIMBERT, Valérie GOUSSOT, Courant d'Idées

Réalisation : Nord Compo

Cartographie : Marie-Christine LIENNARD

Iconographie : Véronique LITTRÉ

Coordination éditoriale : Marie MAUNIER assistée d'Émeline MARX

Crédits photographiques

Couverture : © Comstock/Gettyimages et Photo12.com/Alamy; p. 22 : (g) © Flickr/Getty Images – (d) Kalle Kolod/Fotolia.com; p. 24 : (g) © D. Van Ravenswaay/SPL/Cosmos – (d) Denis Palanque/Biosphoto; p. 26 : (g) © Photononstop – (d) © Nicola-Alain Petit/Biosphoto; p. 27 : © Nasa; p. 28 : © Nasa/SPL/Cosmos; p. 32 : © M. Acevedo/Getty Images – p. 33 : © The Granger Collection NYC/Rue des Archives – p. 42 : © Illustrez-vous/Fotolia.com; p. 43 : © Nik Wheeler/Corbis; p. 45 : (g) © Antoine Juliette/Oredia – (d) © Claude Balcaen/Biosphoto; p. 47 : (h) Linda Mooney/Getty Images – (b) © MP/Leemage; p. 48 : © Steve Cukrov 2006/Fotolia.com; p. 59 : © Jean-Claude Moschetti/Réa; p. 63 : © Elie Bernager/Getty Images; p. 65 : (g) © Akg / Science Photo Library; (d) © Akg-Images; p. 70 : © Rue des Archives; p. 79 : (g) © Specialist Stock LBRF/Age Fotostock – (d) : © A. Rouse/Photoshot/Biosphoto; p. 81 : (h-g) © Leemage – (b-g) © Michael Wells/Corbis – (d) © Giraudon/The Bridgeman Art Library; p. 83 : © Keystone; p. 89 : © Yetishooter/Fotolia.com; p. 98 : © Stuart Dee/Getty Images; p. 100 : © Daniel Schoenen/Fotolia.com; p. 101 : © Leemage; p. 102 : © Pascal Gely/Agence Bernard; p. 106 : © Photocuisine; p. 107 : © Gérard Fritz/Age Fotostock; p. 116 : © Philippe Guignard; p. 119 : © Beerhoff/Fotolia.com; p. 125 : (h) © G. Andrushko /Age fotostock – (b) © Wojtek Buss/Age Fotostock; p. 129 : (h-g) © Karam Miri/Fotolia.com – (h-d) © Commission européenne – (b) © National Geographic Creative/Getty Images; p. 130 : © Tek Images/SPL/Cosmos; p. 131 : (h) © D.R. – (b) © Archmen/Fotolia.com; p. 132 : © Camille Moirenc/Hemis; p. 133 : © Anthony Mercieca/BSIP; p. 136 : (g) © Mikael Damkier/Fotolia.com – (d) © al62/Fotolia.com; p. 137 : © Nasa/SPL/Cosmos; p. 139 : © Kitch Bain/Fotolia.com; p. 142 : © Michel Xy/Fotolia.com; p. 143 : © Jean Claude Moschetti/REA; p. 154 : © xy/Fotolia; p. 155 : © Bloomberg/Getty Images; p. 159 : (g) © C. Heeb/Hemis – (d) © P. Frilet/Hemis; p. 161 : (g) © G. Rolle/Réa – (d) SMSSPL/Age fotostock; p. 166 : © M. Gaillard/Réa; p. 174 : (g) © Linda Mooney/Getty Images – (d) © Claude Prigent/MaxPPP; p. 176 : D.R.; p. 178 : © D. Santiago Garcia/Biosphoto; p. 179 : © Delius/Leemage; p. 180 : © R. Soberka/Hemis; p. 184 : © Laurence Gough/Fotolia.com; p. 190 : © Regis Duvignau/Fotolia.com; p. 192 : © Flickr/Getty Images; p. 193 : (g) © Jose Ignacio Soto/Fotolia.com – (d) © O. Anger/Getty Images; p. 194 : © J. Philippon/MaxPPP; p. 195 : © Brenda Carson/Fotolia; p. 196 : © Franck Fife/AFP Image Forum; p. 198 : © P.Massey/Redcover/Oredia; p. 199 : © Alfred Eisenstaedt/Getty Images; p. 201 : (g) © Sergios/Fotolia.com – (d) © Daniel Schoenen/Fotolia.com; p. 202 : © Dominique André Bim/MaxPPP; p. 210 et p. 214 : © Ivzfoto/Fotolia.com; p. 216 : (h) © Richard Harris/Getty images – (b) © Valery Seleznev/Fotolia.com; p. 217 : (g) © Tanguy/Biosphoto – (d) Pugstudio/Fotolia.com; p. 221 : © Heritage Images/Leemage; p. 222 : © Photononstop; p. 235 : © Jeka84/Fotolia.com; p. 237 : © Frog 974/Fotolia.com; p. 241 : Bricef/Fotolia.com; p. 242 : © Yuriy Kulik/Fotolia.com; p. 245 : (g) © Inge Kanakaris-Wirtl – (d) D.R.; p. 247 : (h) © Bianchetti/Leemage – (b) © Danilo Donadoni/Age Fotostock; p. 262 : © Arquiplay77/Fotolia.com; p. 263 : © Marc Garlick/SPL/Cosmos; p. 271 : © Spaceimaging.com; p. 275 : © Victor Vasarely/ADAGP; p. 277 : (h) © Lallemand/Wallis – (m) © Nemausensis.com – (b) © C. Pasatier/AFP Imageforum; p. 279 : © Andy Williams/Getty Images; p. 285 : (h-g) © Modesto Bee/Zuma/Réa – (m-g) © Taina Sohlman/Fotolia.com – (b-g) © Lew Robertson/Age Fotostock – (d) © Romaneau/Fotolia.com; p. 293 : (de g. à d.) © Yahia Loukkal/Fotolia.com – Pixeltrap/Fotolia.com – Volff/Fotolia.com (2) – Stasys Eidiejus/Fotolia.com – Marko/Fotolia.com – Galina Barskaya/Fotolia.com; p. 299 : © M. Seyve/Musée Beaux-Arts Caen; p. 300 : © Flickr RM/Getty Images; p. 303 : © Google.

1 Fractions

a, b, c et d sont des nombres relatifs.

- Pour $b \neq 0$, $\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b}$.
- Pour $b \neq 0$, $\frac{a}{b} - \frac{c}{b} = \frac{a-c}{b}$.
- Pour $b \neq 0$ et $d \neq 0$, $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$.
- Pour $b \neq 0$, $c \times \frac{a}{b} = \frac{ca}{b}$.
- Pour $b \neq 0$, $c \neq 0$ et $d \neq 0$, $\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$.

Exemples

- $\frac{-5}{3} + \frac{7}{3} = \frac{-5+7}{3} = \frac{2}{3}$
- $\frac{-5}{11} - \frac{7}{11} = \frac{-5-7}{11} = \frac{-12}{11}$
- $\frac{11}{2} \times \frac{-3}{5} = \frac{11 \times (-3)}{2 \times 5} = \frac{-33}{10}$
- $-5 \times \frac{3}{7} = \frac{-5 \times 3}{7} = \frac{-15}{7}$
- $\frac{\frac{5}{7}}{\frac{3}{13}} = \frac{5}{7} \div \frac{3}{13} = \frac{5}{7} \times \frac{13}{3} = \frac{5 \times 13}{7 \times 3} = \frac{65}{21}$

2 Puissances

a et b sont des nombres relatifs non nuls.
 m et n sont des entiers relatifs.

- $a^m = \underbrace{a \times a \times a \dots \times a \times a}_{m \text{ facteurs}}$
- $a^{-m} = \frac{1}{a^m}$
- $a^m \times a^n = a^{m+n}$
- $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$
- $(a^m)^n = a^{m \times n}$
- $(ab)^m = a^m \times b^m$
- $\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$

Exemples

- $5^4 = 5 \times 5 \times 5 \times 5 = 625$
- $3^{-2} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}$
- $5^4 \times 5^3 = 5^{4+3} = 5^7$
- $\frac{5^7}{5^5} = 5^{7-5} = 5^2 = 25$
- $(3^2)^7 = 3^{2 \times 7} = 3^{14}$
- $(2x)^3 = 2^3 \times x^3 = 8x^3$
- $\left(\frac{x}{2}\right)^3 = \frac{x^3}{2^3} = \frac{x^3}{8}$

3 Calcul littéral

a, b, c, d et k sont des nombres relatifs.

- $k(a+b) = ka+kb$
- $k(a-b) = ka-kb$
- $(a+b)(c+d) = ac+ad+bc+bd$
- $(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2$
- $(a-b)^2 = a^2-2ab+b^2$
- $(a+b)(a-b) = a^2-b^2$

Exemples

- $2(x+3) = 2x+6$
- $-3(x-5) = -3x+15$
- $(x+2)(x+5) = x^2+5x+2x+10 = x^2+7x+10$
- $(x+5)^2 = x^2+2 \times 5 \times x+5^2 = x^2+10x+25$
- $(x-5)^2 = x^2-2 \times 5 \times x+5^2 = x^2-10x+25$
- $(x+5)(x-5) = x^2-5^2 = x^2-25$

4 Racines carrées

Pour a et b positifs :

- $\sqrt{a^2} = a$
- $(\sqrt{a})^2 = a$
- $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}$
- Pour b non nul, $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$.

Exemples

- $\sqrt{7^2} = 7$
- $(\sqrt{7})^2 = 7$
- $\sqrt{3} \times \sqrt{12} = \sqrt{36} = \sqrt{6^2} = 6$
- $\sqrt{\frac{16}{25}} = \frac{\sqrt{16}}{\sqrt{25}} = \frac{4}{5}$

5 Périmètres – Aires – Volumes



Rectangle

Périmètre = $2L + 2l$
Aire = $L \times l$



Carré

Périmètre = $4c$
Aire = c^2

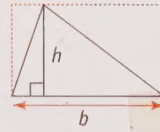


Cercle

Périmètre = $2\pi r$

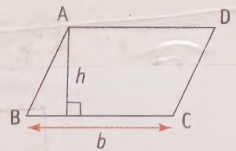
Disque

Aire = $\pi \times r^2$



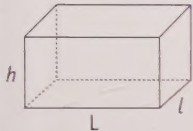
Triangle quelconque

Aire = $\frac{b \times h}{2}$



Parallélogramme

Aire = $b \times h$



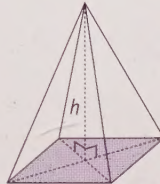
Parallélépipède rectangle

Volume = $L \times l \times h$



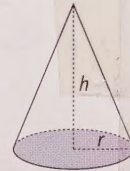
Cylindre de révolution

Volume = $\pi \times r^2 \times h$



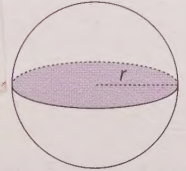
Pyramide

Volume = $\frac{\text{aire de la base} \times \text{hauteur}}{3}$



Cône

Volume = $\frac{\pi \times r^2 \times h}{3}$



Volume d'une boule

= $\frac{4}{3} \times \pi \times r^3$

Aire d'une sphère

= $4 \times \pi \times r^2$

6 Triangle rectangle

Théorème de Pythagore

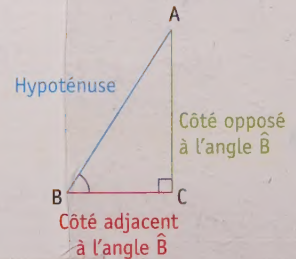
Dire que ABC est rectangle en C revient à dire que $AB^2 = BC^2 + AC^2$.

Trigonométrie

• $\cos \widehat{ABC} = \frac{\text{côté adjacent}}{\text{hypoténuse}}$

• $\sin \widehat{ABC} = \frac{\text{côté opposé}}{\text{hypoténuse}}$

• $\tan \widehat{ABC} = \frac{\text{côté opposé}}{\text{côté adjacent}}$

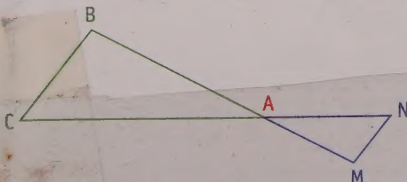


7 Théorème de Thalès

Théorème de Thalès

(BM) et (CN) sont deux droites sécantes en A.
Si les droites (BC) et (MN) sont parallèles,

alors on a : $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$.



8 Réciproque du théorème de Thalès

Si les points A, M, B d'une part et les points A, N, C d'autre part sont alignés dans le même ordre, et si $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$, alors les droites (BC) et (MN) sont parallèles.

Pour préparer le brevet, un site gratuit à utiliser en complément du manuel.

Ouvert à tous, il propose plus de 300 animations et exercices mathématiques pour bien comprendre les notions-clés du collège.

Des exercices interactifs sur
www.3e.zeniususeleve.magnard.fr

MAGNARD SITE ELEVE

Mathématiques collection zénius 3^e

Mathématiques Zénius 3e

Sommaire

- 1. Outils de calcul et puissances
- 2. Arithmétique
- 3. Calcul littéral
- 4. Racines carrées
- 5. Équations et inéquations
- 6. Notion de fonction
- 7. Proportionnalité et grandeurs composées
- 8. Fonctions linéaires et affines
- 9. Systèmes

Site de l'élève Mathématiques Zénius
Retrouvez ici toutes les ressources associées aux manuels de la collection

Méthodes animées
Des méthodes animées pas à pas pour mieux comprendre les notions essentielles.

J'effectue une recherche
Tous les liens Internet du manuel. Régulièrement contrôlés et mis à jour.

Les autres ressources

- ❖ **QCM**
Préparer les contrôles de fin de chapitre.
- ❖ **J'utilise un vocabulaire précis**
Exercices interactifs pour apprendre à utiliser les bons termes.

Repérage facile
des chapitres
du manuel

Des méthodes animées
pour mieux comprendre
les notions essentielles

Des exercices interactifs
(QCM) pour s'entraîner
et préparer le brevet

ISBN : 978-2-210-21027-1



9 782210 210271

Magnard allège le cartable
par un papier résistant
de faible poids



MAGNARD

www.magnard.fr

* 05-RJ1-715 *