

annabac

2004

sujets et CORRIGÉS

Physique S

enseignement obligatoire
et de spécialité



HATIER

www.annabac.com

- Les sujets corrigés du bac 2003
- Des sujets complémentaires corrigés
- Un classement thématique des sujets
- Un mémento
- Un lexique

annabac

2004

corrigés

Physique S

enseignement obligatoire et de spécialité

Julie Bouvry

professeur à l'I.U.T. de Saint-Denis,
département Sciences et Génie des Matériaux,
Université Paris XIII

Olivier Bouvry

professeur au lycée Jean-Jaurès, Montreuil-sous-Bois

Mode d'emploi

► *Annabac 2004 Corrigés Physique S* présente **des sujets corrigés du baccalauréat de septembre 2002 et de juin 2003** proposés en France et à l'étranger. Vous trouverez également de nombreux **sujets complémentaires**.

► **L'ensemble représente plus de 40 exercices** et recouvre les enseignements **obligatoire** et de **spécialité**.

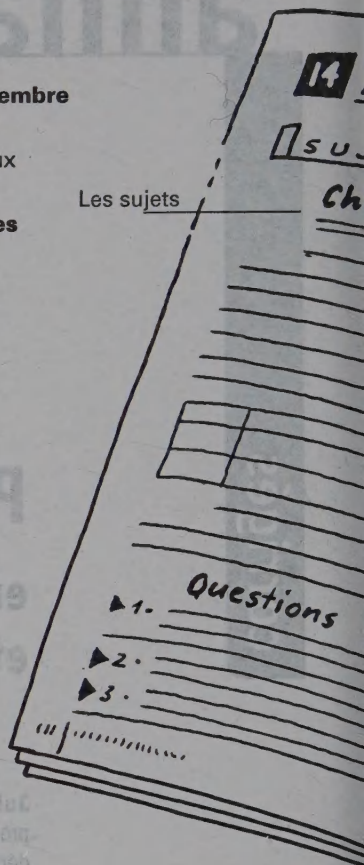
► Le **sommaire** est complété par un **index thématique**.

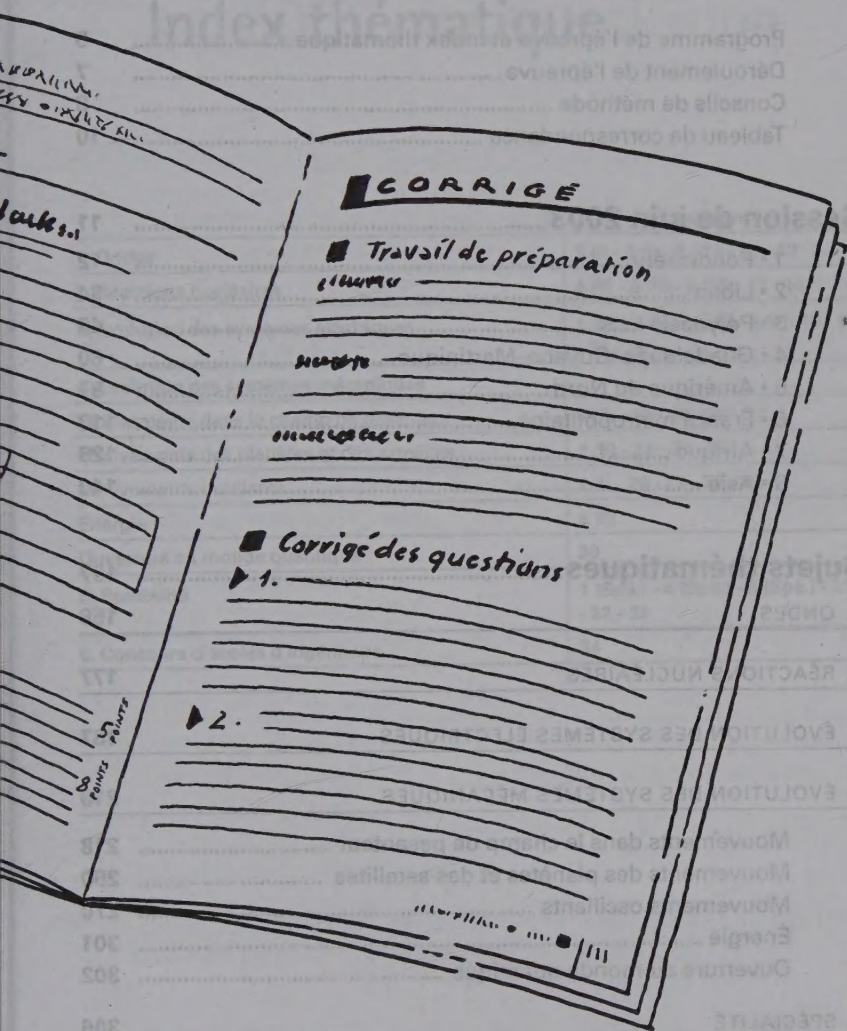
► Des **conseils** sont donnés pour préparer et rédiger l'épreuve du baccalauréat.

► Un **mémento**, avec un **formulaire**, est fourni à la fin de l'ouvrage ainsi qu'un **lexique**.

► Tous les sujets de cet ouvrage se trouvent dans l'*Annabac 2004 Sujets Physique-Chimie S*.

Les sujets





Annabac sur Internet : www.editions-hatier.fr

Principe de couverture :	Maquette de principe :	Coordination éditoriale :
Lacombe-Pingaud	Tout Pour Plaire	Claire Dupuis
Réalisation :	Coordination maquette :	et Christine Rosengard
Grégoire Bourdin	Dany Mourain	assistées de
Composition : MCP	Mise en pages :	Jean-Marc Cheminée
Schémas : MCP	Monique Alessandrini	Correction : Frank Boulanger

Sommaire

Programme de l'épreuve et index thématique	5
Déroulement de l'épreuve	7
Conseils de méthode	8
Tableau de correspondance	10

Session de juin 2003	11
1 • Pondichéry	12
2 • Liban	34
3 • Polynésie	48
4 • Guadeloupe–Guyane–Martinique	60
5 • Amérique du Nord	87
6 • France métropolitaine	110
7 • Afrique	125
8 • Asie	140

Sujets thématiques	157
1. ONDES	158
2. RÉACTIONS NUCLÉAIRES	177
3. ÉVOLUTION DES SYSTÈMES ÉLECTRIQUES	187
4. ÉVOLUTION DES SYSTÈMES MÉCANIQUES	218
Mouvements dans le champ de pesanteur	218
Mouvements des planètes et des satellites	250
Mouvements oscillants	270
Énergie	301
Ouverture au monde quantique	302
5. SPÉCIALITÉ	306

Concours d'écoles d'ingénieurs	327
Lexique	349
Mémento	354

Programme de l'épreuve

Index thématique

	<i>sujets n°</i>
1. Ondes	3 (I) - 7 (I) - 9 - 10 - 11 - 12
2. Réactions nucléaires	4 (II) - 6 (III) - 8 (III) - 13 - 14
3. Évolution des systèmes électriques	1 (III) - 4 (III) - 5 (III) - 6 (II) - 15 - 16 - 17 - 18
4. Évolution des systèmes mécaniques	
Mouvements dans le champ de pesanteur	5 (II) - 19 - 20 - 21 - 22
Mouvements des planètes et des satellites	1 (II) - 23 - 24 - 25
Mouvements oscillants	2 (I) - 26 - 27 - 28 - 29
Énergie	8 (II)
Ouverture au monde quantique	30
5. Spécialité	1 (Spé.) - 4 (Spé.) - 5 (Spé.) - 31 - 32 - 33
6. Concours d'écoles d'ingénieurs	34

Index par académie pour la session 2003

	<i>sujets n°</i>
Pondichéry	1 (II, III, Spé.)
Liban	2 (I)
Polynésie	3 (I)
Guadeloupe-Guyane-Martinique	4 (II, III, Spé.)
Amérique du Nord	5 (II, III, Spé.)
France métropolitaine	6 (II, III)
Afrique	7 (I)
Asie	8 (II, III)

Déroulement de l'épreuve

L'ÉPREUVE ÉCRITE DE SCIENCES PHYSIQUES

- Pour tous les candidats, **l'épreuve écrite** est désormais notée **sur 16 points** et comporte **trois exercices**.
- La répartition des exercices et des points entre la physique et la chimie n'est pas standardisée. Cependant, environ 60 % des points concernent la physique.
- Pour les candidats ayant choisi la **spécialité** sciences physiques, deux exercices sont communs avec l'épreuve d'enseignement obligatoire et notés sur 12 points. Le troisième exercice porte sur **l'enseignement de spécialité** et est noté sur 4 points.

Spécialité autre que sciences physiques	Spécialité sciences physiques
deux exercices communs (12 points)	
+	
un exercice sur le programme d'enseignement obligatoire (4 points)	un exercice sur le programme d'enseignement de spécialité (4 points)
Coefficient 6	Coefficient 8

- La durée de l'épreuve est de **3 h 30 min** ; consacrez environ 12 minutes par point et réservez 15 minutes à la relecture.

L'ÉPREUVE EXPÉRIMENTALE DE SCIENCES PHYSIQUES

- **L'épreuve expérimentale** de sciences physiques est notée **sur 4 points** qui sont ajoutés à la note de l'épreuve écrite.

Conseils de méthode

► Pour bien réussir l'épreuve écrite, il faut vous préparer tout au long de l'année en axant vos efforts sur les exercices.

SE PRÉPARER TOUT AU LONG DE L'ANNÉE

► Le premier exercice à faire à propos d'un chapitre de physique est **d'apprendre le cours** correspondant.

► Faites les exercices **au fur et à mesure** de l'avancement du cours sans attendre le contrôle ou, pire, la fin de l'année...

► Lorsque vous voulez traiter un exercice, commencez par **lire** très attentivement **son énoncé** dans **sa totalité**. Il contient des *données*, des *définitions*, voire des *indications*, qui pourront vous mettre sur la voie de sa résolution. La réponse à une question se trouve parfois dans la suite du texte...

N'hésitez pas à surligner au marqueur ce qui vous paraît important dans l'énoncé.

► Commencez toujours par chercher **vous-même** l'exercice, puis, une fois que **vous** l'avez résolu, étudiez attentivement le corrigé que nous vous proposons.

► Un corrigé ne se lit pas : **il s'étudie**. Il faut donc le travailler avec une feuille de papier et un stylo à la main.

► Ayez, à propos du corrigé d'un exercice, **trois niveaux** de travail :

- le premier concerne, évidemment, **la solution** proprement dite, les calculs, les résultats ;
- le deuxième consiste à en faire ressortir **la méthode de résolution** pour pouvoir l'utiliser à nouveau dans d'autres exercices ;
- le troisième, enfin, qui est loin d'être négligeable, concerne **la rédaction** de la solution. Dans ce but, nous nous sommes toujours efforcés de privilégier une rédaction structurée et argumentée, plutôt qu'une rédaction de style télégraphique.

► Enfin, afin de bien vous préparer à l'épreuve expérimentale, portez une grande attention aux séances de **travaux pratiques**, et mettez-les à profit pour acquérir de **bonnes aptitudes expérimentales**.

N'oubliez pas que certains exercices de l'épreuve écrite peuvent aussi faire appel à des connaissances d'ordre expérimental.

COMMENT BIEN RÉDIGER UN EXERCICE

► Ne recopiez ni l'énoncé ni les questions.

► Utilisez la **numérotation** de l'énoncé et écrivez **lisiblement**.

► Faites aussi souvent que possible des **schémas soignés** qui vous faciliteront la résolution des exercices. Ne négligez pas l'emploi de la **couleur**.

► Utilisez les **notations** de l'énoncé et précisez celles que vous employez si elles ne sont pas imposées par le texte.

► **Rédigez** votre réponse, sans faire une paraphrase de l'énoncé, en détaillant votre **raisonnement**.

► Essayez de mener les calculs **littéralement**, puis faites l'application numérique. **Encadrez** l'expression littérale finale et **soulignez** le résultat numérique.

► Évitez les calculs intermédiaires s'ils ne sont pas nécessaires et, le cas échéant, reprenez une **valeur non arrondie** conservée dans votre calculatrice pour faire le calcul suivant.

► **Arrondissez** vos résultats en conservant autant de **chiffres significatifs** que la donnée la moins précise.

► Ayez **l'esprit critique**, et interrogez-vous toujours sur la **vraisemblance** de vos résultats numériques.

► Faites attention **aux unités** : c'est un bon moyen pour éviter de trouver un résultat numérique faux, et n'oubliez pas de toujours bien **préciser l'unité** d'un résultat (quand il en a une).

► Enfin, n'hésitez pas à mettre en avant vos **connaissances personnelles** et votre **sens du concret**.

LE JOUR DE L'ÉPREUVE ÉCRITE

► Munissez-vous de votre calculatrice ainsi que de votre matériel de dessin (règle, compas, etc.).

► Consacrez une nouvelle copie à chacun des exercices.

Bon courage à toutes et tous.

Tableau de correspondance

entre Annabac Corrigés et Annabac Sujets

Annabac Corrigés	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Annabac Sujets	1	2	3	4	5	6	7	8	39	43	44	45	48

Annabac Corrigés	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26
Annabac Sujets	51	56	57	58	59	62	63	65	66	71	72	74	75

Annabac Corrigés	27	28	29	30	31	32	33	34
Annabac Sujets	76	79	80	83	87	92	93	99

Session de juin 2003

S U J E T

Enseignement obligatoire

II. Mise en orbite d'un satellite artificiel par la fusée Ariane (6 points)

Certains renseignements et données de ce document sont nécessaires à la résolution du sujet.

Document

Texte extrait de l'*Encyclopedia Universalis* (1998)

Le premier lanceur Ariane est une fusée à trois étages dont la hauteur totale est de 47,4 m et qui pèse, avec sa charge utile (satellite), 208 tonnes au décollage.

Le premier étage qui fonctionne pendant 145 secondes est équipé de quatre moteurs Viking V alimentés par du peroxyde d'azote N_2O_4 (masse de peroxyde emportée : 147,5 tonnes).

L'intensité de la force de poussée totale $\vec{F}$ de ces quatre réacteurs est constante pendant leur fonctionnement : elle vaut $F = 2\,445$ kN.

Ce lanceur peut mettre en orbite circulaire basse de 200 km d'altitude un satellite de 4 850 kg ; il peut également placer sur une orbite géostationnaire un satellite de 965 kg ; il peut aussi être utilisé pour placer en orbite héliosynchrone des satellites très utiles pour des applications météorologiques.

1 L'ascension de la fusée Ariane

Le champ de pesanteur $\vec{g}$ est supposé uniforme : son intensité est $g_0 = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

On choisit un axe Oz vertical dirigé vers le haut.

On étudie le mouvement de la fusée dans le référentiel terrestre qu'on suppose galiléen.

a) Représenter clairement, sur un schéma, en les nommant, les deux forces qui agissent sur la fusée Ariane lorsqu'elle s'élève verticalement. On néglige les frottements et la poussée d'Archimède dans l'air.

b) À un instant quelconque, la masse de la fusée est m .

Déterminer en fonction de m et des intensités des 2 forces précédentes la valeur de l'accélération a .

c) On considère d'abord la situation au décollage. La masse de la fusée vaut alors m_1 . Calculer la valeur numérique de l'accélération a_1 à cet instant.

On envisage la situation qui est celle immédiatement avant que tout le peroxyde d'azote ne soit consommé.

La masse de la fusée vaut alors m_2 . Calculer la valeur numérique de m_2 puis celle de l'accélération a_2 à cet instant.

Le mouvement d'ascension de la fusée est-il uniformément accéléré ?

d) La vitesse d'éjection $\vec{V}_e$ des gaz issus de la combustion du peroxyde d'azote est donnée par la relation :

$$\vec{V}_e = \frac{\vec{F}}{\Delta m / \Delta t}$$

où $\frac{\Delta m}{\Delta t}$ est la variation de masse de la fusée par unité de temps et caractérise la consommation des moteurs.

Vérifier l'unité de V_e par analyse dimensionnelle. Calculer la valeur numérique de V_e .

Quel est le signe de $\frac{\Delta m}{\Delta t}$? En déduire le sens de $\vec{V}_e$.

Qu'en pensez-vous ?

À l'aide d'une loi connue qu'on énoncera, expliquer pourquoi l'éjection des gaz propulse la fusée vers le haut.

2 Étude du satellite artificiel situé à basse altitude ($h \approx 200$ km)

On s'intéresse au mouvement d'un satellite artificiel S, de masse m_S en orbite circulaire (rayon r) autour de la Terre de masse M_T , de rayon R_T et de centre O.

On suppose que la Terre est une sphère et qu'elle présente une répartition de masse à symétrie sphérique et que le satellite peut être assimilé à un point.

a) Préciser les caractéristiques du vecteur accélération $\vec{a}$ d'un point animé d'un mouvement circulaire uniforme de rayon r et de vitesse v .

b) Énoncer la loi de la gravitation universelle. On appelle G la constante de gravitation universelle.

Faire un schéma sur lequel les vecteurs-forces sont représentés.

c) Le satellite S est à l'altitude h : on a donc $r = R_T + h$.

On appelle $\vec{F}_S$ la force qu'exerce la Terre sur le satellite. Cette force dépend de la position du satellite et on pose $\vec{F}_S = m_S \cdot \vec{g}(h)$. On note $g(h)$ l'intensité de la pesanteur $\vec{g}(h)$ à l'endroit où se trouve le satellite : $\|\vec{g}(h)\| = g(h)$.

Exprimer $g(h)$ en fonction de M_T , R_T , h et G puis $g(h)$ en fonction de R_T , h et $g_0 = g(0)$.

d) Appliquer la deuxième loi de Newton au satellite en orbite circulaire. En déduire l'expression de la vitesse v_S du satellite en fonction de g_0 , R_T et h puis celle de sa période de révolution T_S .

e) Application numérique :

Calculer v_S et T_S sachant que $g_0 = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$; $h = 200 \text{ km}$ et $R_T = 6\,400 \text{ km}$.

III. Le flash électronique (4 points)

Certains renseignements et données de ce document sont nécessaires à la résolution du sujet.

Document

Flash d'appareil photo

Un flash électronique d'appareil photo est alimenté par deux piles de 1,5 volt. Un oscillateur basse tension transforme le courant continu en courant alternatif. Un petit transformateur dont le bobinage primaire constitue l'inductance de ce circuit oscillant élève la tension qui est ensuite redressée au moyen d'une diode. Cette tension redressée permet de charger un condensateur de capacité $C = 150 \mu\text{F} \pm 10 \%$ à une tension de $U = 330 \text{ volts}$.

1 Étude du flash

a) Donner l'expression de l'énergie électrique E_e stockée dans le condensateur de ce flash lorsqu'il est chargé. Calculer sa valeur numérique.

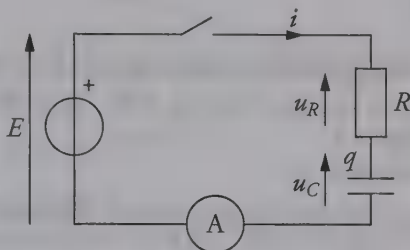
b) La décharge rapide dans la lampe à éclats provoque un éclair d'une durée d'environ une milliseconde. Quelle est la valeur numérique de la puissance électrique P_e consommée durant cet éclair ?

c) Pour quelle raison doit-on élever la tension avant de l'appliquer, une fois redressée, aux bornes du condensateur ?

2 Étude expérimentale du circuit RC

Pour vérifier la valeur de la capacité C de ce condensateur, un élève a réalisé le montage suivant.

La résistance R a une grande valeur et le générateur de tension continue a pour force électromotrice $E = 12 \text{ V}$.



À la date $t = 0$, il ferme le circuit et note les intensités dans le circuit toutes les 10 secondes :

$t \text{ (s)}$	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90
$i \text{ (}\mu\text{A)}$	54,0	40,6	30,6	23,0	17,4	13,1	9,8	7,3	5,6	4,2

a) Sachant que le condensateur est déchargé à la date $t = 0$, déterminer la valeur de la résistance R utilisée dans ce montage.

b) Tracer sur une feuille de papier millimétré la courbe $i = f(t)$ à partir du tableau de mesures ci-dessus.

On prendra 2 cm pour 10 s en abscisse et 2 cm pour 10 μA en ordonnée.

c) L'intensité du courant électrique durant cette expérience décroît en fonction du temps selon la loi :

$$i(t) = I_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}},$$

τ étant la constante de temps de ce circuit et I_0 l'intensité à $t = 0$: $I_0 = i(0)$.

Quelle est la valeur numérique de l'intensité $i(\tau)$ dans ce circuit lorsque $t = \tau$?

Lire sur le graphe la valeur de τ et en déduire la valeur de la capacité C de ce condensateur.

Ce résultat vous semble-t-il conforme aux indications du fabricant ?

Enseignement de spécialité

Le Télescope de Newton (4 points)

Les constructions géométriques sont à faire sur la feuille en annexe (à rendre avec la copie).

1 Images d'un objet réel AB dans un miroir plan et un miroir sphérique

a) Construire géométriquement l'image $A'B'$ de la flèche AB dans le miroir plan de la **figure 1**.

Que vaut le grandissement γ ?

b) On considère le miroir sphérique de foyer F (**figure 2**).

- Où se trouve l'image de l'objet AB si ce dernier est placé à une très grande distance (éloigné à l'infini) sur l'axe optique, à gauche du miroir sphérique ?

- Construire géométriquement l'image de la flèche AB telle qu'elle est placée sur la **figure 2** pour le miroir sphérique.

2 Étude du télescope

Un télescope de Newton est essentiellement constitué d'un miroir sphérique concave, d'axe optique Δ , de sommet S, de foyer F_1 et de distance focale $f_1 = SF_1$.

On souhaite observer un objet éloigné à l'infini (étoile, planète, Lune, ...) dans la direction de l'axe optique Δ du miroir.

Le télescope est équipé d'un oculaire assimilable à une lentille mince convergente de distance focale f'_2 ($f'_2 > 0$) et de foyers F_2 et F'_2 .

On souhaite que l'observation se fasse selon une axe Δ' perpendiculaire à l'axe Δ .

C'est pourquoi on place un miroir plan incliné à 45° par rapport à Δ , de centre I situé sur cet axe entre le foyer F_1 et le sommet S du miroir sphérique.

a) • Sur la **figure 3** de l'annexe, indiquer la position de l'image F'_1 de F_1 dans le miroir plan.

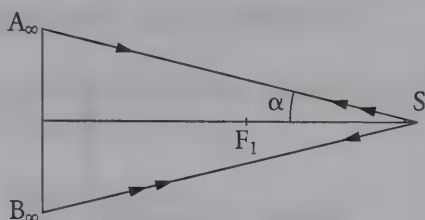
- L'axe Δ' de l'oculaire est perpendiculaire en I à Δ .

Le réglage du télescope est afocal : dans ces conditions, F'_1 et F_2 sont confondus.

Placer l'oculaire sur la **figure 3**. On ne tiendra pas compte sur le dessin des valeurs relatives de f_1 et f'_2 données ultérieurement.

Si l'objet observé est à l'infini sur Δ , où se trouve son image finale ?

b) L'astronome désire observer la Lune (considérée comme infiniment éloignée et de centre situé sur Δ). Le rayon lumineux issu du bord supérieur de la Lune A_∞ arrive en S en faisant l'angle α supposé faible avec Δ (voir la figure ci-dessous).



Justifier que $\theta = 2\alpha$ est le diamètre apparent de la Lune observée à l'œil nu.

Où se trouve l'image A_1 de A_∞ pour le miroir sphérique ?

Soit B_1 l'image de B_∞ , bord inférieur de la Lune.

Quelle relation existe-t-il entre A_1B_1 , f_1 et θ ? On supposera θ petit, soit : $\tan \theta \approx \theta$.

Que vaut A_2B_2 , taille de l'image de la Lune dans le miroir plan ?

Calculer numériquement A_2B_2 avec $f_1 = SF_1 = 1,20$ m ;

$\theta = 2\alpha = 30'$ d'arc = $0,008\,72$ rad.

c) Le télescope étant afocal, l'astronome observe la Lune dans l'oculaire.

Sur la feuille annexe (à rendre avec la copie), faire un schéma de l'oculaire (axe optique Δ' , foyers F_2 et F'_2) sur lequel on placera A_2B_2 .

Où se trouve l'image de la Lune dans l'oculaire (image finale) ?

Soit α' l'angle d'inclinaison sur Δ' du rayon passant par A_2 et le centre de l'oculaire.

Exprimer α' (supposé petit) en fonction de α , f_1 et f'_2 .

Justifier que $\theta' = 2\alpha'$ est le diamètre apparent de la Lune vue dans le télescope.

d) On donne : $f'_2 = 2,00$ cm.

Calculer la valeur numérique du rapport $\frac{\theta'}{\theta} = \frac{\alpha'}{\alpha}$.

Comment appelle-t-on ce quotient ?

Justifier ce nom.

Annexe à rendre avec la copie

Le télescope de Newton

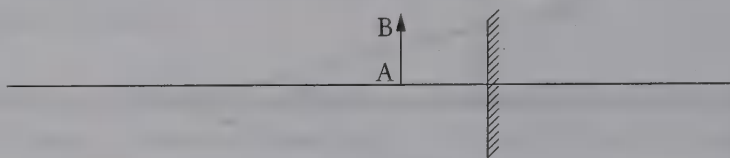


Figure 1 : le plan miroir

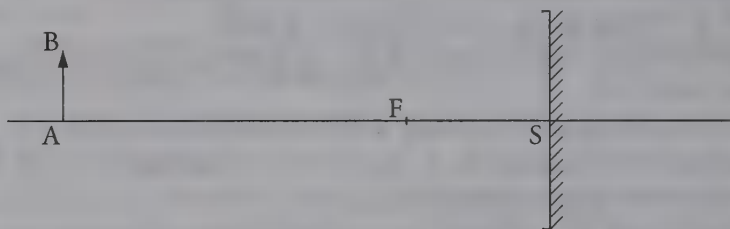


Figure 2 : le miroir sphérique

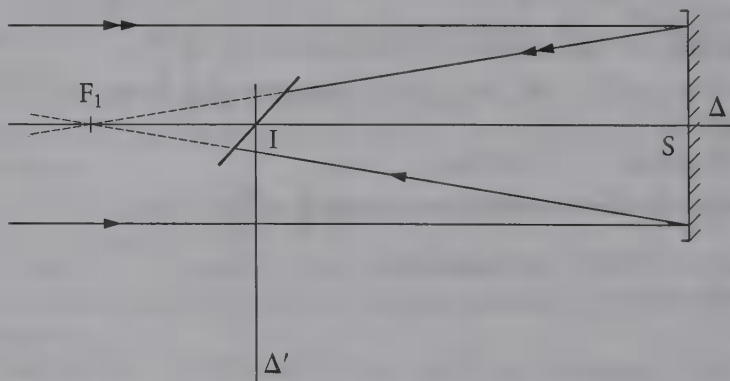


Figure 3 : le télescope

Enseignement obligatoire

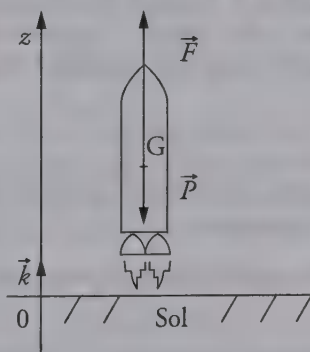
II. Mise en orbite d'un satellite artificiel par la fusée Ariane (6 points)

1 L'ascension de la fusée Ariane

a) **Remarque :** Exercez votre sens physique, la fusée étant initialement au repos, pour qu'elle décolle il faut nécessairement que $F > P$.

Dans cette première partie, le système étudié, dans le référentiel terrestre supposé galiléen, est la fusée Ariane. Elle est soumise uniquement à son poids $\vec{P}$ et à la force de poussée totale $\vec{F}$ de ses quatre réacteurs, puisqu'il nous est précisé de négliger les frottements et la poussée d'Archimède dans l'air.

La situation peut alors être schématisée comme suit en appliquant toutes les forces au centre d'inertie G de la fusée :



Remarque : La réaction normale du sol n'agit plus sur la fusée car celle-ci est représentée après le décollage. Il n'y a donc plus de contact de cette dernière avec le sol.

b) **Remarque** : La valeur de l'accélération est toujours positive.

Appliquons la deuxième loi de Newton au centre d'inertie de la fusée :

$$\vec{P} + \vec{F} = m\vec{a}_G.$$

Les deux forces étant dirigées verticalement suivant l'axe (Oz) tout au long de l'ascension verticale, il en est de même pour le vecteur accélération $\vec{a}_G$ qui ne possède alors qu'une seule composante non nulle :

$$\vec{a}_G = a_z \cdot \vec{k} \text{ et } a_x = a_y = 0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}.$$

La projection de la deuxième loi de Newton sur l'axe (Oz) conduit à :

$$P_z + F_z = ma_z \text{ d'où } F - P = ma_z$$

compte tenu du sens d'orientation positif choisi pour l'axe (Oz). Nous aboutissons alors à l'expression littérale de a_z :

$$a_z = \frac{F - P}{m}$$

et par suite à celle demandée, en posant $P = mg$, puisque $a_G = |a_z|$:

$$a_G = \left| \frac{F - mg}{m} \right| = \left| \frac{F}{m} - g \right|$$

Remarque : Nous pourrions faire « l'économie » des barres de valeur absolue durant la phase où les quatre réacteurs fonctionnent puisque alors la valeur de la force de poussée $\vec{F}$ est nécessairement supérieure à celle du poids $\vec{P}$ de la fusée pour que celle-ci décolle. Cependant la relation obtenue ne serait plus valable après l'arrêt des réacteurs ! En effet, que penser de $a_G = -g$?

c) **Remarque** : Attention, beaucoup de questions sont posées, lisez bien l'énoncé afin de ne pas en oublier.

Au décollage, la relation établie précédemment s'écrit :

$$a_1 = \left| \frac{F}{m_1} - g \right|$$

et permet de calculer la valeur de l'accélération du système au décollage sachant que $F = 2\,445 \times 10^3 \text{ N}$, $g = g_0 = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ et $m_1 = 208 \times 10^3 \text{ kg}$:

$$a_1 = 2,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

À l'instant où la dernière molécule de peroxyde d'azote est consommée la masse m_2 du système est telle que :

$$m_2 = m_1 - 147,5$$

soit :

$$m_2 = 60,5 \text{ tonnes} = 60,5 \times 10^3 \text{ kg}$$

D'où la valeur de l'accélération a_2 à l'instant où les réacteurs cessent de produire la force de poussée totale $\vec{F}$:

$$a_2 = \left| \frac{F}{m_2} - g \right| \text{ donc } a_2 = 31 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

Le mouvement d'ascension de la fusée n'est pas uniformément accéléré puisque $\vec{a}_G \neq \vec{c}t\vec{e}$. En effet ici la valeur de l'accélération varie au cours de l'ascension ($a_2 > a_1$) bien que la direction et le sens du vecteur accélération ne change pas jusqu'à l'extinction des réacteurs.

Remarque : La force de poussée étant constante et le poids du système diminuant du fait de la consommation de peroxyde d'azote, il est cohérent que la valeur de l'accélération augmente.

d) Remarque : Ne confondez pas dimension et unité. La dimension d'une grandeur est justement indépendante de l'unité utilisée.

Effectuons l'analyse dimensionnelle de V_e :

$$[V_e] = \left[\frac{\Delta t}{\Delta m} F \right] = [\Delta t] \times [\Delta m]^{-1} \times [m \cdot a] = T \times M^{-1} \times (M \times L \times T^{-2})$$

donc :

$$[V_e] = L \times T^{-1}$$

V_e est donc homogène à une longueur divisée par un temps. Cette grandeur s'exprime alors en mètre par seconde ($\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$) dans les unités du Système International, ce qui est parfaitement cohérent pour une vitesse. La valeur de V_e , grandeur positive, s'exprime par :

$$V_e = \left| \frac{\Delta t}{\Delta m} F \right|$$

avec $F = 2\,445 \times 10^3 \text{ N}$, et les deux variations $\Delta t = 145 \text{ s}$ et $\Delta m = m_2 - m_1 = -147,5 \times 10^3 \text{ kg}$ car la masse du système diminue au cours du temps du fait de la consommation de peroxyde d'azote, ce qui donne :

$$V_e = 2,4 \times 10^3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Le rapport $\frac{\Delta t}{\Delta m}$ est donc négatif ce qui implique que le vecteur

$\vec{V}_e = \frac{\Delta t}{\Delta m} \vec{F}$ a la même direction que la force de poussée totale $\vec{F}$ mais est de sens opposé. Ceci est cohérent puisque les gaz sont éjectés verticalement vers le bas lorsque la fusée décolle alors que $\vec{F}$ est dirigée verticalement vers le haut.

La troisième loi de Newton, ou loi des actions réciproques, nous enseigne que lorsque deux corps sont en interaction, la force qu'exerce A sur B, notée $\vec{F}_{A/B}$ est l'opposée de la force $\vec{F}_{B/A}$ exercée par B sur A. Le fait que les réacteurs de la fusée éjectent des gaz, c'est-à-dire que la fusée exerce une force $\vec{F}_{\text{fusée/gaz}}$ sur ceux-ci, entraîne d'après la troisième loi de Newton, que ces gaz exercent une force $\vec{F}_{\text{gaz/fusée}} = \vec{F}$ opposée à la précédente sur la fusée ce qui permet de la propulser vers le haut :

$$\vec{F} = -\vec{F}_{\text{fusée/gaz}}$$

2 Étude du satellite artificiel situé à basse altitude ($h = 200 \text{ km}$)

a) Le vecteur accélération $\vec{a}$ d'un objet ponctuel M en mouvement circulaire de rayon r à la vitesse v peut s'exprimer dans le repère de Frenet (M ; $\vec{T}$, $\vec{N}$) par :

$$\vec{a} = \frac{dv}{dt} \vec{T} + \frac{v^2}{r} \vec{N}$$

Or, si le mouvement est de surcroît uniforme, alors $v = \text{cte}$ d'où $\frac{dv}{dt} = 0$, ce qui implique :

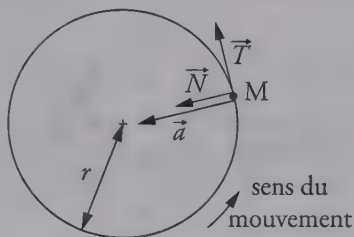
$$\vec{a} = \frac{v^2}{r} \vec{N}$$

Le vecteur accélération $\vec{a}$ est donc, comme $\vec{N}$, constamment normal à la trajectoire qui est un cercle. De ce fait il est dirigé suivant le rayon de ce cercle.

Nous parlons alors d'une accélération radiale.

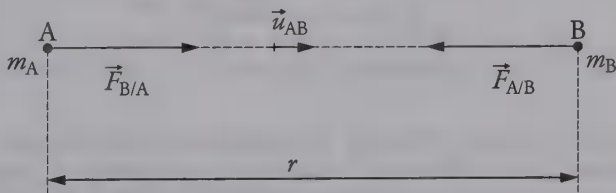
Le terme $\frac{v^2}{r}$ étant positif, le vecteur accélération est dirigé dans le même sens que le vecteur $\vec{N}$.

L'accélération est donc centripète de valeur $a = \frac{v^2}{r}$.



b) Deux corps A et B de masses respectives m_A et m_B , dont les centres de gravité sont distants de r , exercent l'un sur l'autre des forces d'attraction gravitationnelle $\vec{F}_{A/B}$ et $\vec{F}_{B/A}$ telles que :

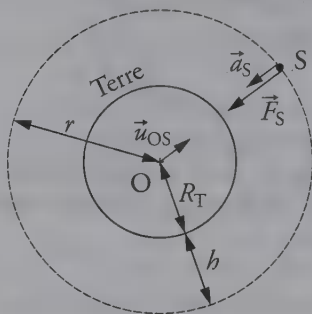
$$\vec{F}_{A/B} = -\vec{F}_{B/A}$$



De plus, si ces corps sont à répartition sphérique de masse et si la distance r qui sépare leur centre d'inertie est grande devant leurs dimensions, alors :

$$\vec{F}_{A/B} = -G \frac{m_A \cdot m_B}{r^2} \vec{u}_{AB} = -\vec{F}_{B/A}$$

c) Exprimons littéralement la force $\vec{F}_S$ qu'exerce la Terre sur le satellite situé à une distance $r = R_T + h$ de son centre de gravité en admettant que les conditions évoquées au 2.b) sont vérifiées :



$$\vec{F}_S = -G \frac{M_T \cdot m_S}{r^2} \vec{u}_{OS} = m_S \cdot \left(-G \frac{M_T}{(R_T + h)^2} \vec{u}_{OS} \right)$$

En identifiant cette relation avec celle fournie dans l'énoncé nous obtenons l'expression de $\vec{g}(h)$:

$$\vec{g}(h) = -G \frac{M_T}{(R_T + h)^2} \vec{u}_{OS}$$

et donc :

$$g(h) = G \frac{M_T}{(R_T + h)^2} \quad (1)$$

qui permet de calculer l'intensité de la pesanteur à toute altitude.

L'utilisation de cette relation à l'altitude $h = 0$ m conduit à l'expression de l'intensité de la pesanteur à la surface de la Terre g_0 :

$$g(0) = g_0 = G \frac{M_T}{R_T^2} \quad \text{d'où } GM_T = g_0 R_T^2$$

et, par suite, en remplaçant le produit GM_T dans la relation (1) nous aboutissons à :

$$g(h) = g_0 \left(\frac{R_T}{R_T + h} \right)^2$$

d) Le système étudié est le satellite en orbite circulaire, dans le référentiel géocentrique supposé galiléen, auquel nous appliquons la deuxième loi de Newton sachant qu'il n'est soumis qu'à la force d'attraction gravitationnelle $\vec{F}_S$ de la Terre :

$$\vec{F}_S = m_S \cdot \vec{a}_S \text{ donc } \vec{a}_S = \frac{\vec{F}_S}{m_S} = \vec{g}(h) = -g_0 \left(\frac{R_T}{R_T + h} \right)^2 \vec{u}_{OS}.$$

Le vecteur accélération $\vec{a}_S$ du centre d'inertie du satellite est donc radial et centripète puisqu'il a même sens et même direction que le vecteur force $\vec{F}_S$, ce qui nous conduit par identification avec la relation obtenue au 2.a) à l'égalité :

$$g_0 \left(\frac{R_T}{R_T + h} \right)^2 = \frac{v_S^2}{R_T + h} \text{ et donc}$$

$$v_S = R_T \sqrt{\frac{g_0}{R_T + h}}$$

Remarque : Notez que $-\vec{u}_{OS} = \vec{N}$.

Durant sa période de révolution T_S , le satellite parcourt la distance $2\pi(R_T + h)$ de son orbite à la vitesse constante v_S , d'où :

$$T_S = \frac{2\pi(R_T + h)}{v_S} \text{ soit}$$

$$T_S = \frac{2\pi}{R_T} \sqrt{\frac{(R_T + h)^3}{g_0}}$$

e) Numériquement, avec $R_T = 6\,400 \times 10^3 \text{ m}$, $g_0 = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ et $h = 200 \times 10^3 \text{ m}$, nous calculons :

$$v_S = 7,8 \times 10^3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

et

$$T_S = 5,3 \times 10^3 \text{ s} \approx 1 \text{ h } 28 \text{ min}$$

III. Le flash électronique (4 points)

1 Étude du flash

a) L'énergie électrique E_e stockée dans le condensateur de ce flash lorsqu'il est chargé sous une tension U s'exprime par :

$$E_e = \frac{1}{2} CU^2$$

d'où, numériquement, avec $C = 150 \times 10^{-6} \text{ F}$ et $U = 330 \text{ V}$, nous calculons :

$$E_e = 8,17 \text{ J}$$

b) **Remarque :** Revoyez votre cours de première S.

L'énergie stockée dans le condensateur est libérée en une durée d'environ une milliseconde, d'où la puissance électrique consommée durant cet éclair :

$$P_e = \frac{E_e}{\Delta t}, \text{ soit avec } E_e = 8,17 \text{ J et } \Delta t = 1 \times 10^{-3} \text{ s,}$$

nous obtenons :

$$P_e = 8 \times 10^3 \text{ W} = 8 \text{ kW}$$

c) Le flash de l'appareil photographique n'est alimenté que par deux piles de 1,5 V ce qui permettrait de n'appliquer qu'une tension de 3 V au maximum aux bornes du condensateur en l'absence de transformateur. Cette tension, environ 100 fois plus faible qu'en présence du transformateur, conduirait à une énergie électrique stockée dans le condensateur environ 10 000 fois plus faible et ne suffirait alors pas à produire un éclair lumineux suffisamment intense pour jouer le rôle de flash.

2 Étude expérimentale du circuit RC

a) **Remarque :** Observez bien le circuit représenté dans l'énoncé qui fait apparaître le sens positif choisi pour le courant, et revoyez les conventions utilisées pour exprimer la tension aux bornes des récepteurs.

Appliquons la loi d'additivité des tensions dans le circuit réalisé :

$$E = u_R(t) + u_C(t).$$

Avec $u_R(t) = Ri(t)$, d'après la loi d'Ohm, et $u_C(t) = \frac{q(t)}{C}$, on a quel que soit $t \geq 0 \text{ s}$:

$$E = Ri(t) + \frac{q(t)}{C}$$

Sachant qu'à l'instant $t=0$ s le condensateur est déchargé, nous en tirons $q(0)=0$ C et $E=Ri(0)$ alors :

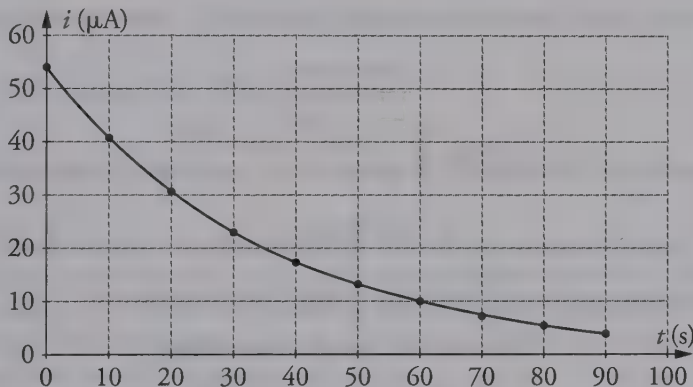
$$R = \frac{E}{i(0)}$$

Numériquement, avec $E=12$ V et $i(0)=54,0 \times 10^{-6}$ A, fourni dans le tableau de l'énoncé, nous calculons :

$$R = 2,2 \times 10^5 \Omega$$

Remarque : L'énoncé précise que le conducteur ohmique a une grande résistance. Ce résultat est en accord avec cette affirmation puisque $R=220$ k Ω .

b) **Remarque :** Le format de cet ouvrage ne nous permet pas de respecter l'échelle imposée par l'énoncé.



c) **Remarque :** Lisez attentivement l'énoncé qui comporte beaucoup de questions afin de ne pas en oublier.

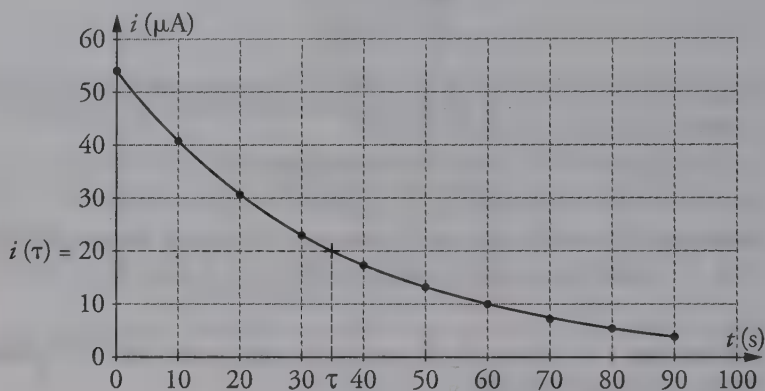
Utilisons l'expression analytique de l'intensité du courant $i=f(t)$ fournie dans l'énoncé pour calculer $i(\tau)$:

$$i(\tau) = I_0 e^{-\frac{\tau}{\tau}} = \frac{I_0}{e}$$

avec $I_0 = 5,4 \times 10^{-6}$ A, nous obtenons :

$$i(\tau) = 2,00 \times 10^{-5} \text{ A} = 20,0 \mu\text{A}$$

Nous cherchons ensuite sur le graphe tracé précédemment le point de la courbe $i = f(t)$ ayant pour ordonnée $i(\tau) = 20,0 \mu\text{A}$.



La valeur de son abscisse nous fournit la valeur de la constante de temps τ :

$$\tau = 35 \text{ s}$$

Dans le cas d'un circuit RC la constante de temps a pour expression :

$$\tau = RC \text{ d'où } C = \frac{\tau}{R},$$

donc, avec $\tau = 35 \text{ s}$ et $R = 2,2 \times 10^5 \Omega$, nous calculons :

$$C = 1,6 \times 10^{-4} \text{ F} \approx 160 \mu\text{F}$$

ce qui est bien conforme aux indications du fabricant qui indique que la capacité du condensateur est de $150 \mu\text{F}$ à plus ou moins 10 % près. La valeur de la capacité C du condensateur utilisé est donc censée être telle que :

$$135 \mu\text{F} \leq C \leq 165 \mu\text{F}$$

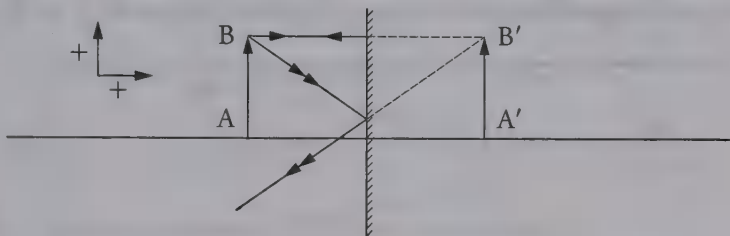
ce que confirme la valeur expérimentale déterminée.

Enseignement de spécialité

Le télescope de Newton (4 points)

1 Images d'un objet réel AB dans un miroir plan et un miroir sphérique

a) L'image $A'B'$ de l'objet AB donnée par le miroir plan est la symétrique orthogonal de AB par rapport au plan du miroir. L'image est donc droite et de même taille que l'objet.

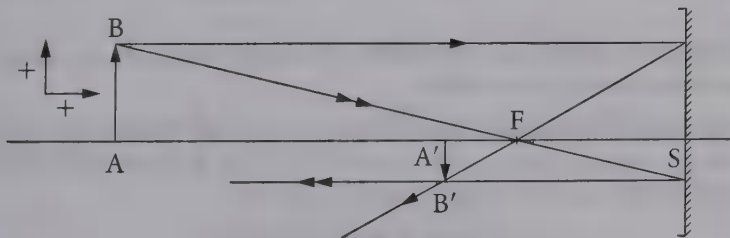


Le grandissement γ est défini par le rapport :

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} \text{ or ici } \overline{AB} = \overline{A'B'} \text{ d'où } \boxed{\gamma = 1}$$

b) Dans le cas où l'objet AB est situé à l'infini, à gauche sur l'axe optique du miroir sphérique, son image $A'B'$ se trouve dans le plan focal image du miroir. C'est le plan contenant le foyer F et perpendiculaire à l'axe optique. En conséquence, lorsque A est situé à l'infini sur l'axe optique nous obtenons $A' = F$.

Pour construire l'image $A'B'$ de l'objet AB nous devons utiliser les propriétés de deux rayons lumineux particuliers issus de B frappant le miroir sphérique dans les conditions de Gauss. Celui qui est parallèle à l'axe optique est réfléchi par le miroir et passe par le foyer F, alors que celui qui passe par le foyer F est réfléchi par le miroir parallèlement à l'axe optique.

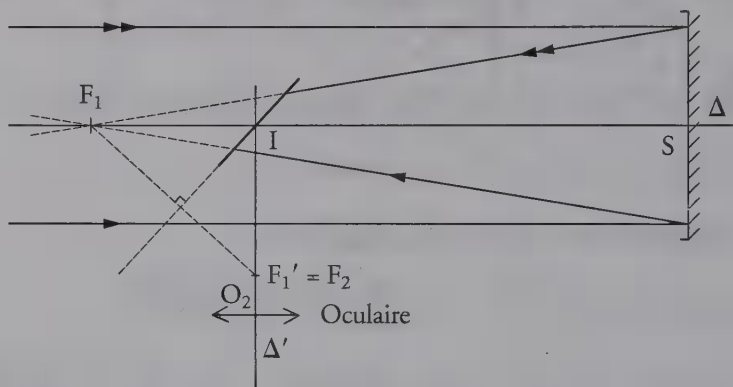


2 Étude du télescope

a) **Remarque :** Lisez bien la totalité de l'énoncé qui comporte plusieurs questions afin de ne pas en oublier.

F'_1 est le point symétrique de F_1 par rapport au plan du miroir plan de centre I.

L'oculaire, de centre optique O_2 , est perpendiculaire à son axe optique Δ' et situé au-delà de F'_1 , son foyer principal objet F_2 étant confondu avec F'_1 . C'est une lentille mince convergente ($f'_2 > 0$). Nous pouvons alors le placer sur la **figure 3** sans tenir compte des valeurs relatives de f_1 et f'_2 .



Si l'objet AB est à l'infini sur Δ , son image A_1B_1 donnée par le miroir sphérique se trouve dans le plan focal de celui-ci, à savoir dans le plan perpendiculaire à Δ contenant F_1 . Par conséquent, nous avons donc $A_1 = F_1$. L'image intermédiaire A_1B_1 joue alors le rôle d'objet pour le miroir plan de centre I qui en donne une image A_2B_2 dans le plan perpendiculaire à Δ' contenant F'_1 . Par conséquent, nous avons $A_2 = F'_1 = F_2$.

A_2B_2 joue un rôle d'objet pour l'oculaire qui en donne une image définitive $A'B'$ à l'infini puisque A_2B_2 se trouve dans le plan focal objet de la lentille convergente qui constitue l'oculaire.

b) **Remarque :** Lisez bien la totalité de l'énoncé qui comporte plusieurs questions afin de ne pas en oublier.

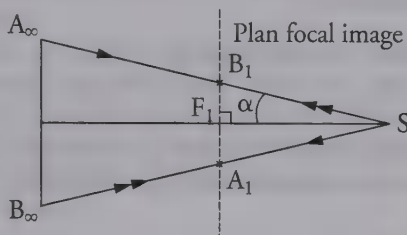
Par définition, le diamètre apparent θ d'un objet est l'angle sous lequel est vu cet objet depuis un point donné. Dans le cas de l'observation de la Lune présenté sur la figure de l'énoncé nous avons :

$$\theta = (\widehat{A_\infty S B_\infty}) \text{ depuis le points S.}$$

Or A_∞ et B_∞ étant symétriques par rapport à l'axe Δ passant par S , nous en déduisons, en notant O le milieu du segment $[A_\infty B_\infty]$, que :

$$\theta = 2 \times (\widehat{A_\infty S O}) \text{ donc } \boxed{\theta = 2 \times \alpha}$$

Nous avons déjà établi que l'image $A_1 B_1$ est située dans le plan focal image du miroir sphérique. Le rayon issu de A_∞ représenté sur la figure de l'énoncé se réfléchit donc en S et coupe le plan focal image du miroir sphérique en A_1 .



Un raisonnement analogue permet de placer le point B_1 .
Considérons maintenant le triangle $SF_1 B_1$ rectangle en F_1 qui nous permet d'écrire :

$$\boxed{\tan \alpha = \tan \frac{\theta}{2} = \frac{F_1 B_1}{SF_1}}$$

d'où avec $SF_1 = f_1$, $F_1 B_1 = \frac{A_1 B_1}{2}$ nous obtenons :

$$\boxed{\tan \frac{\theta}{2} = \frac{A_1 B_1}{2f_1}}$$

Or, puisque θ est suffisamment faible pour que nous puissions considérer que $\tan \theta \approx \theta$, et donc *a fortiori* $\tan \frac{\theta}{2} \approx \frac{\theta}{2}$, nous aboutissons finalement à :

$$\boxed{\theta \approx \frac{A_1 B_1}{f_1}} \text{ mais également } \alpha \approx \frac{A_1 B_1}{2f_1}.$$

Nous avons rappelé dans la réponse 1.a) que le grandissement d'un miroir plan vaut toujours 1, donc :

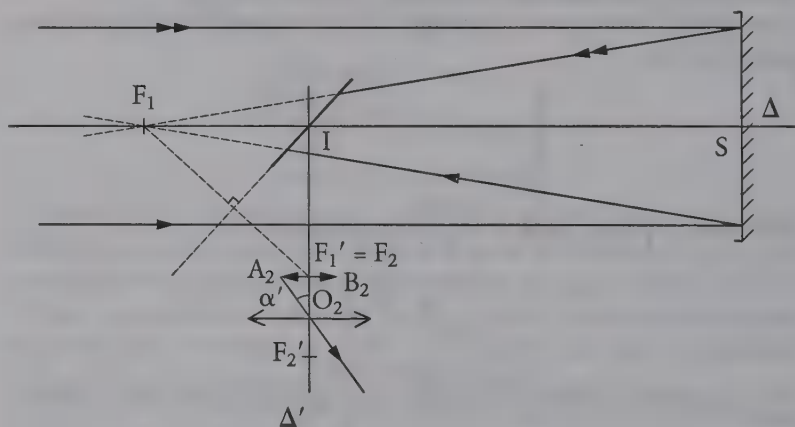
$$\boxed{A_2 B_2 = A_1 B_1 \approx \theta f_1}$$

Numériquement, avec $\theta = 8,72 \times 10^{-3}$ rad et $f_1 = 1,20$ m, nous calculons :

$$A_2B_2 = 1,05 \times 10^{-2} \text{ m} = 1,05 \text{ cm}$$

c) Remarque : Lisez bien la totalité de l'énoncé qui comporte plusieurs questions afin de ne pas en oublier, d'autant que certaines sont identiques à celles posées précédemment.

Nous avons déjà placé l'oculaire ainsi que le foyer F_2 en répondant à la question 2.a). Il ne nous reste donc plus qu'à positionner l'image A_2B_2 qui se trouve dans le plan focal de l'oculaire (A_2 et B_2 étant symétriques par rapport à Δ'), et le foyer principal image F_2' symétrique de F_2 par rapport au centre optique O_2 de l'oculaire.



Remarque : A_2B_2 ne peut pas être construit à partir des rayons lumineux de la figure 3 car ceux-ci proviennent d'un unique point situé à l'infini. Ils ne sont donc pas inclinés par rapport à l'axe optique Δ ce qui n'est pas réellement la situation décrite au 2.b).

Au risque de nous répéter (voir réponse 2.a), si un objet, ici la Lune, est situé à l'infini sur Δ , alors son image définitive est à l'infini sur Δ' puisque le télescope est afocal. Ceci permet une observation sans fatigue pour un œil normal.

Considérons le triangle $O_2F_2A_2$ rectangle en F_2 qui nous permet d'écrire :

$$\tan \alpha' = \frac{F_2A_2}{O_2F_2}.$$

D'où, avec $O_2F_2 = f'_2$, $F_2A_2 = \frac{A_2B_2}{2}$ et $\tan \alpha' \approx \alpha'$ (puisque α' est supposé être suffisamment petit pour que cette approximation soit vérifiée) nous obtenons :

$$\alpha' \approx \frac{A_2B_2}{2f'_2}$$

Or, A_2B_2 étant l'image de A_1B_1 donnée par le miroir plan, dont le grandissement vaut 1, nous avons alors $A_2B_2 = A_1B_1$, et puisque nous avons montré au 2.b) que :

$\alpha \approx \frac{A_1B_1}{2f_1}$ soit $A_2B_2 = A_1B_1 \approx 2\alpha f_1$, nous aboutissons finalement à la relation :

$$\alpha' \approx \alpha \frac{f_1}{f'_2}$$

Par un raisonnement analogue à celui développé au 2.b) nous montrons également que :

$$\theta' = 2 \times \alpha'$$

où $\theta' = (\widehat{A_2O_2B_2})$ est le diamètre apparent de la Lune vue dans le télescope.

d) Effectuons le rapport proposé :

$$\frac{\theta'}{\theta} = \frac{\alpha'}{\alpha} \approx \frac{f_1}{f'_2}$$

avec $f_1 = 1,20 \text{ m}$ et $f'_2 = 2,00 \times 10^{-2} \text{ m}$, nous calculons :

$$\frac{\theta'}{\theta} = \frac{\alpha'}{\alpha} \approx 60,0$$

Il s'agit de la valeur du grossissement G du télescope. L'œil ne pouvant percevoir des détails que s'ils sont vus sous un angle θ supérieur à une certaine valeur $\theta_{\min}$, le grossissement de l'instrument d'optique permet de « reculer » cette limite puisque l'angle θ' sous lequel est vu l'objet à travers l'instrument est tel que :

$$\theta' = G\theta > \theta \text{ puisque } G > 1.$$

Ainsi, le télescope donne accès à des détails non perceptibles à l'œil nu.

2

LIBAN

JUIN 2003

S U J E T

Enseignement obligatoire

I. Évolution temporelle de deux oscillateurs (9 points)

A. Oscillateur mécanique

Une table à digitaliser est un dispositif permettant d'enregistrer les positions d'un système mécanique en fonction du temps.

Un solide S , de masse $m = 100 \text{ g}$, relié à une soufflerie réglable est accroché à deux ressorts identiques à spires non jointives.

On enregistre la position de son centre d'inertie G au cours du temps à l'aide de l'ordinateur connecté à une table à digitaliser horizontale (voir le schéma n° 1).

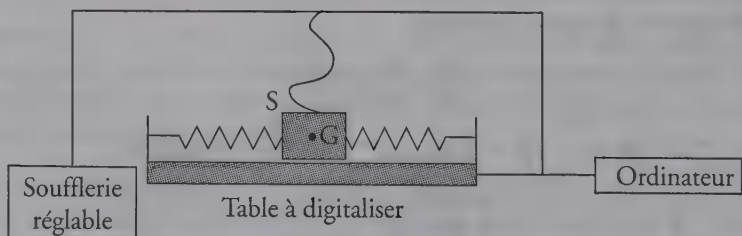


Schéma n° 1

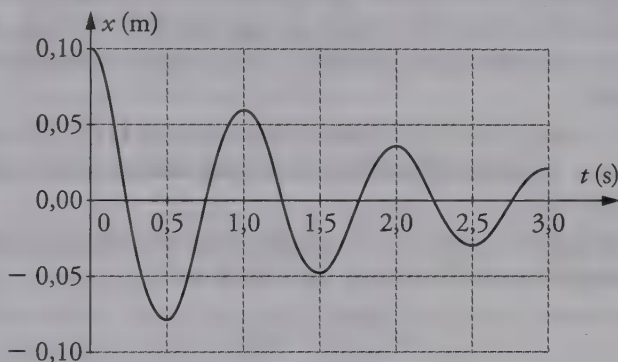
L'oscillateur décrit ci-dessus est équivalent à un solide de masse m accroché à un seul ressort à spires non jointives de constante de raideur k . La position du centre d'inertie G du solide est repérée par son abscisse x dans le repère $(O, \vec{i})$ (voir le **schéma n° 2 de l'annexe à rendre avec la copie**).

À l'équilibre, le centre d'inertie G coïncide avec l'origine O du repère.

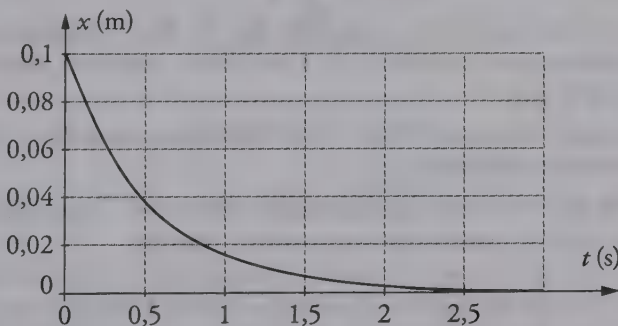
On réalise trois enregistrements dans les conditions suivantes :

- a) soufflerie à puissance maximale ;
- b) puissance de la soufflerie légèrement diminuée ;
- c) puissance de la soufflerie fortement diminuée.

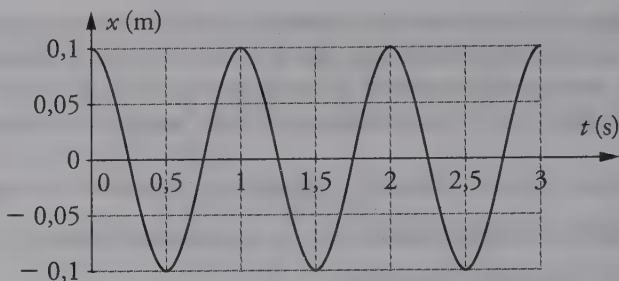
On obtient les enregistrements 1, 2 et 3 ci-dessous :



Enregistrement 1



Enregistrement 2



Enregistrement 3

1. Indiquer pour chacun des trois enregistrements :

- la condition (a, b ou c) de fonctionnement de la soufflerie ;
 - le régime d'évolution (périodique, pseudo-périodique ou apériodique).
- Dans toute la suite on se place dans le cas où les frottements sont négligeables.

2. a) Sur le **schéma n° 2** (voir l'**annexe à rendre avec la copie**), représenter au centre de gravité G les forces s'exerçant à l'instant t sur le solide S, et les nommer.

b) En appliquant la deuxième loi de Newton, montrer que l'équation différentielle du centre d'inertie G du solide S est :

$$m \frac{d^2x}{dt^2} + k \cdot x = 0.$$

c) La solution analytique de l'équation différentielle est de la forme :

$$x = X_M \cos \left(\frac{2\pi t}{T_0} + \Phi_0 \right)$$

Comment nomme-t-on les constantes X_M et Φ_0 ? Déterminer leurs valeurs sachant que S est lâché à $t = 0$ sans vitesse initiale au point d'abscisse $x = 10,0 \text{ cm}$.

d) Déterminer la période propre T_0 de l'oscillateur en utilisant l'un des enregistrements précédents.

e) À l'aide d'une analyse dimensionnelle, déterminer l'expression de la période propre T_0 parmi celles proposées ci-dessous :

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} ; \quad T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{k}{m}} ; \quad T_0 = 2\pi \frac{m}{k}.$$

En déduire la valeur numérique de la constante de raideur k du ressort équivalent.

3. On étudie maintenant les différentes formes d'énergie du solide dans le cas du régime périodique.

a) Exprimer pour le système {ressort-solide S} à une date t , en fonction de k , m , x et v :

- l'énergie potentielle élastique E_p ,
- l'énergie cinétique E_c .

Donner l'expression de l'énergie mécanique E en fonction de E_p et E_c .

b) Que peut-on dire de l'énergie mécanique au cours du mouvement ? Exprimer et calculer l'énergie mécanique à $t = 0$. En déduire la vitesse de S au passage par sa position d'équilibre.

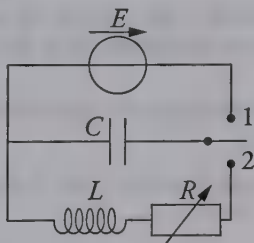
c) Les figures données sur le **schéma n° 3, (annexe à rendre avec la copie)**, représentent les variations au cours du temps des différentes énergies E , E_p , E_c . Compléter le schéma en identifiant chacune des courbes. Justifier.

d) Dans le cas d'un régime pseudo-périodique, pourquoi l'énergie mécanique E diminue-t-elle au cours du temps ?

B. Application des oscillations électriques

Dans cette partie, on étudie une application des oscillations électriques dans le domaine de la météorologie. Pour mesurer le taux d'humidité relative de l'air (noté % d'HR), on peut employer un capteur appelé « humidistance » dont le principe simplifié utilise un condensateur de capacité variant avec l'humidité.

Pour mesurer la valeur de la capacité d'un condensateur, on peut le placer dans le circuit ci-dessous dans lequel la bobine d'inductance L a une résistance négligeable.



L'interrupteur est d'abord placé en position 1 pour charger le condensateur, puis basculé en position 2 pour le décharger. Un système informatisé d'acquisition de données permet de relever la tension aux bornes du condensateur au cours de la décharge.

1. Suivant la valeur de la résistance R non nulle, l'évolution du système (R, L, C) se fait suivant deux régimes différents.

Tracer l'allure de la tension aux bornes du condensateur en fonction du temps pour ces deux régimes que l'on nommera.

2. On suppose maintenant que la résistance R est nulle ; reproduire la partie du circuit correspondant à la décharge. Établir l'équation différentielle régissant l'évolution temporelle de la charge q du condensateur.

3. Vérifier que l'expression : $q = Q_M \cos\left(\frac{2\pi t}{T_0} + \Phi_0\right)$ est solution de l'équation différentielle, si la période propre T_0 a pour expression $T_0 = 2\pi\sqrt{L \cdot C}$.

4. Le condensateur du capteur d'humidité est introduit dans le circuit précédent.

Dans les conditions atmosphériques de l'expérience, la période mesurée vaut $T = 31,4 \mu\text{s}$.

Sachant que l'inductance de la bobine est $L = 200 \text{ mH}$, calculer la capacité du condensateur.

5. On lit sur la notice de l'appareil :

Caractéristiques du capteur d'humidité

- gamme de mesures : 10 à 100 % d'HR
- sensibilité : 0,4 pF par % d'HR
- capacité à 25 °C et à 43 % d'HR : 122 pF
- température d'utilisation : 0 à 85 °C

a) L'expression de la capacité C du capteur est une fonction affine croissante du taux d'HR notée h (exprimée en % d'HR). On peut donc écrire $C = a \cdot h + b$.

En vous aidant des caractéristiques du capteur, déterminer les valeurs des constantes a et b positives.

b) Dans les conditions expérimentales de la question 4, déterminer le taux d'humidité relative de l'air.

Annexe à rendre avec la copie

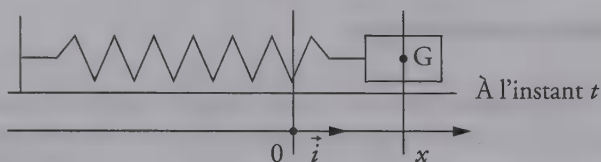
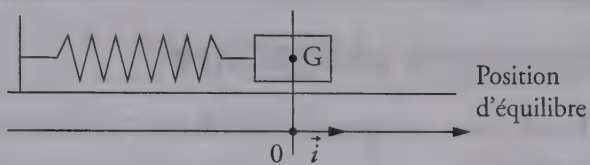


Schéma n° 2

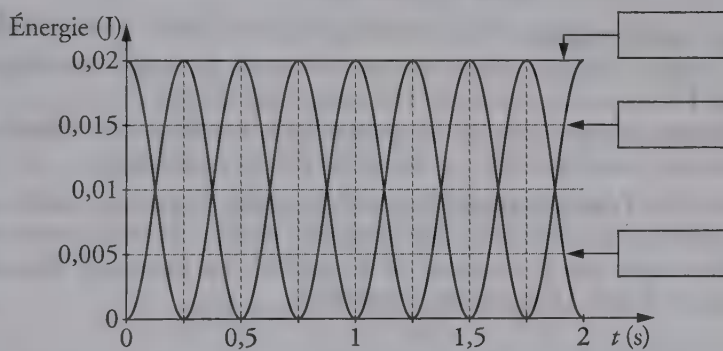


Schéma n° 3

Enseignement obligatoire

I. Évolution temporelle de deux oscillateurs
(9 points)

A. Oscillateur mécanique

1. Sur l'enregistrement 3 nous observons que l'amplitude des oscillations du solide S reste constante pendant toute la durée de l'enregistrement.

Nous en déduisons donc que les frottements sont alors négligeables et par conséquent que la soufflerie fonctionne à puissance maximale (condition (a)). Le régime est périodique.

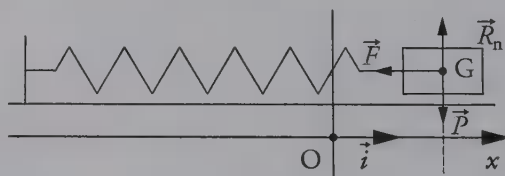
Sur l'enregistrement 1 nous observons que l'amplitude des oscillations du solide S diminue progressivement au cours du temps caractérisant ainsi l'existence de frottements relativement modérés.

Nous en déduisons donc que la puissance de la soufflerie est légèrement diminuée (condition (b)). Le régime est pseudo-périodique.

Enfin, sur l'enregistrement 2 nous n'observons plus aucune oscillation du système, les frottements sont donc importants au cours de cette expérience, signe que la puissance de la soufflerie est fortement diminuée (condition (c)). Le régime est apériodique.

2. a) Sur le schéma n° 2 de l'énoncé, dans le cas où la force de frottement est négligeable devant les autres forces, le solide S, qui constitue le système étudié, est alors soumis à son poids $\vec{P} = m\vec{g}$, à la réaction normale $\vec{R}_n$ de l'air pulsé par la soufflerie, et à la force de rappel $\vec{F} = -kx\vec{i}$ du ressort.

Représentons ces forces appliquées au centre de gravité G du système :



À l'instant t

b) **Remarque :** La notation x est utilisée ici pour $x(t)$.

Appliquons la deuxième loi de Newton au centre d'inertie G du système que nous étudions dans le référentiel terrestre supposé galiléen :

$$\vec{P} + \vec{F} + \vec{R}_n = m\vec{a}$$

soit en projection sur l'axe (Ox) :

$$P_x + F_x + R_{nx} = ma_x, \text{ qui conduit à :}$$

$$0 - kx + 0 = m \frac{d^2x}{dt^2}$$

puis finalement à :

$$m \frac{d^2x}{dt^2} + kx = 0$$

qui est l'équation différentielle qui régit le mouvement du système.

c) **Remarque :** L'amplitude est une grandeur positive par définition.

La phase à l'origine des dates est notée Φ_0 , et X_M est la notation utilisée pour l'amplitude des oscillations.

Nous pouvons exprimer littéralement la coordonnée $v_x(t)$ connaissant celle de $x(t)$, en effet :

$$v_x = \frac{dx}{dt} = -\frac{2\pi X_M}{T_0} \sin\left(\frac{2\pi t}{T_0} + \Phi_0\right)$$

$$\text{et } v = |v_x| = \frac{2\pi X_M}{T_0} \left| \sin\left(\frac{2\pi t}{T_0} + \Phi_0\right) \right|$$

puisque au cours du mouvement le solide S ne se déplace que suivant une direction parallèle à l'axe (Ox), ce qui implique $v_y = v_z = 0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

La connaissance des conditions initiales du système, c'est-à-dire à l'instant $t = 0 \text{ s}$, telles que : $x(0) = 10,0 \text{ cm}$ et $v(0) = 0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ nous permet d'écrire :

$$x(0) = X_M \cos \Phi_0 = 10,0 \text{ cm} \text{ et } v(0) = \frac{2\pi X_M}{T_0} |\sin \Phi_0| = 0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

ce qui impose :

$$\Phi_0 = 0 \text{ rad} \quad \text{et donc} \quad X_M = x(0) = 10,0 \text{ cm}$$

Remarque : Le choix de $\Phi_0 = \pi \text{ rad}$ conduirait aussi à $v(0) = 0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ mais alors nous obtiendrions $X_M = -10,0 \text{ cm}$ ce qui est en contradiction avec la définition de l'amplitude.

d) La période propre T_0 de l'oscillateur correspond à la période des oscillations libres non amorties, c'est-à-dire lorsque le système évolue sans subir de force de frottement. Nous devons donc utiliser **l'enregistrement 3** afin de déterminer la valeur de T_0 où nous lisons sans difficulté :

$$T_0 = 1,0 \text{ s}$$

e) **Remarque :** Ne confondez pas dimension et unité. La dimension d'une grandeur est justement indépendante de l'unité utilisée.

Commençons par réaliser l'analyse dimensionnelle de la constante de raideur k du ressort qui intervient dans toutes les propositions :

$$[k] = \left[\frac{F}{\ell} \right] = [ma] \times [\ell]^{-1} = M \times L \times T^{-2} \times L^{-1} = M \times T^{-2}.$$

Nous pouvons alors effectuer l'analyse dimensionnelle de toutes les expressions proposées :

$$\left[2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \right] = [2\pi] \times [m]^{1/2} \times [k]^{-1/2} = 1 \times M^{1/2} \times (M \times T^{-2})^{-1/2} = T$$

$$\left[2\pi \sqrt{\frac{k}{m}} \right] = [2\pi] \times [m]^{-1/2} \times [k]^{1/2} = 1 \times M^{-1/2} \times (M \times T^{-2})^{1/2} = T^{-1}$$

$$\left[2\pi \frac{m}{k} \right] = [2\pi] \times [m] \times [k]^{-1} = 1 \times M \times (M \times T^{-2})^{-1} = T^2$$

Seule la première expression est homogène à un temps comme l'est la période propre T_0 , c'est donc cette relation que nous retiendrons :

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

Après élévation au carré de cette formule nous tirons l'expression de la constante de raideur k du ressort équivalent :

$$k = \frac{4\pi^2 m}{T_0^2}, \text{ d'où avec } m = 100 \times 10^{-3} \text{ kg et } T_0 = 1,0 \text{ s, nous}$$

calculons :

$$k = 3,9 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$$

3. a) Pour le système { ressort-solide S }, l'expression générale de l'énergie potentielle élastique E_p s'écrit :

$$E_p = \frac{1}{2} kx^2 + C \quad \text{où } C \text{ est une constante.}$$

Mais il semble, *a priori*, que nous soyons amenés à prendre comme référence ($E_p = 0$ J) l'énergie potentielle élastique du ressort détendu ($x = 0$ m), donc $C = 0$ J, car l'énoncé nous demande d'exprimer les différentes énergies uniquement en fonction de k , m , x et v , alors :

$$E_p = \frac{1}{2} kx^2$$

L'énergie cinétique E_c s'exprime :

$$E_c = \frac{1}{2} mv^2$$

et l'énergie mécanique E :

$$E = E_c + E_p$$

b) L'énergie mécanique du système { ressort-solide S } est constante au cours du mouvement en l'absence de frottement. Nous pouvons alors calculer sa valeur à l'instant $t = 0$ s :

$$E = E_c(t = 0 \text{ s}) + E_p(t = 0 \text{ s}) = \frac{1}{2} mv^2(0) + \frac{1}{2} kx^2(0)$$

d'où, avec $m = 100 \times 10^{-3}$ kg, $v(0) = 0$ m $\cdot$ s $^{-1}$, $k = 3,9$ N $\cdot$ m $^{-1}$ et $x(0) = 10,0 \times 10^{-2}$ m, nous calculons :

$$E = 2,0 \times 10^{-2} \text{ J} = 20 \text{ mJ}$$

Cette valeur étant constante, elle nous permet de calculer la vitesse $v_{\text{éq}}$ du centre d'inertie du système lors de son passage par la position d'équilibre où $x_{\text{éq}} = 0$ m :

$$E = E_{c \text{ éq}} + E_{p \text{ éq}} = \frac{1}{2} mv_{\text{éq}}^2 + \frac{1}{2} kx_{\text{éq}}^2, \text{ soit, puisque } x_{\text{éq}} = 0 \text{ m}$$

$$v_{\text{éq}} = \sqrt{\frac{2E}{m}}$$

Numériquement, avec $E = 20 \times 10^{-3} \text{ J}$ et $m = 100 \times 10^{-3} \text{ kg}$, nous obtenons :

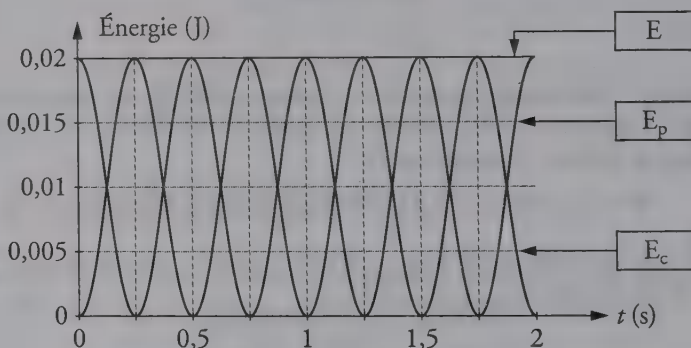
$$v_{\text{eq}} = 0,63 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

c) **Remarque :** Les graphes donnés sur le **schéma n° 3** en annexe de l'énoncé nous permettent de vérifier la justesse de la valeur trouvée pour l'énergie mécanique, et de confirmer le choix implicite fait par l'auteur pour l'énergie potentielle élastique de référence.

L'énergie mécanique du système est constante, nous en déduisons donc que sa courbe représentative est la droite horizontale.

À l'instant $t = 0 \text{ s}$ la vitesse du système est nulle, comme son énergie cinétique. La courbe représentant les variations temporelles de cette dernière est donc celle dont la valeur est nulle à l'instant $t = 0 \text{ s}$.

À ce même instant, l'énergie potentielle élastique du système est maximale puisque le ressort équivalent est au maximum de sa déformation ($x = X_M$).

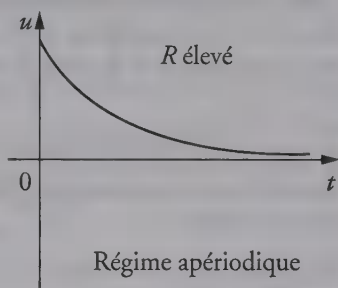
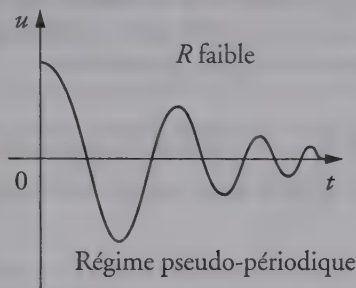


d) Dans le cas d'un régime pseudo-périodique l'énergie mécanique E diminue au cours du temps car il s'exerce une force de frottement sur le système, en plus des forces déjà évoquées jusqu'ici. La transformation d'énergie potentielle élastique en énergie cinétique au cours des oscillations, et réciproquement, se fait avec perte d'énergie cédée au milieu extérieur.

De ce fait l'énergie mécanique diminue au cours du temps et finit par devenir nulle.

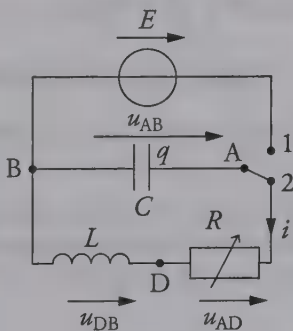
B. Application des oscillateurs électriques

1. Selon la valeur de la résistance R , non nulle, le circuit RLC est le siège d'oscillations électriques qui peuvent se faire suivant deux régimes : pseudo-périodique ou apériodique suivant que la valeur de la résistance est respectivement faible ou élevée.



2. **Remarque :** Pensez à orienter le circuit arbitrairement quand ce n'est déjà fait. Revoyez les conventions utilisées pour exprimer la tension aux bornes des différents récepteurs. La notation u est utilisée pour $u(t)$, q pour $q(t)$, etc.

Appliquons la loi d'additivité des tensions au circuit étudié pour lequel nous choisissons une orientation positive du courant :



$$u_{AB} = u_{AD} + u_{DB}$$

avec $u_{AB} = -\frac{q}{C}$, $u_{AD} = Ri = 0 \text{ V}$ puisque ici $R = 0 \text{ } \Omega$ et $u_{DB} = L \frac{di}{dt}$

donc $-\frac{q}{C} = L \frac{di}{dt}$

or $i = \frac{dq}{dt}$ alors $\frac{di}{dt} = \frac{d^2q}{dt^2}$ d'où finalement :

$$\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{q}{LC} = 0$$

C'est l'équation différentielle qui régit l'évolution temporelle de la charge q du condensateur. Dans le cas où la résistance R du circuit RLC est nulle, celui-ci est le siège d'oscillations électriques sinusoïdales.

3. Pour vérifier que l'expression $q = f(t)$ est solution de l'équation différentielle nous remplaçons q par cette relation dans l'équation obtenue précédemment :

$$A = \frac{d^2q}{dt^2} + \frac{q}{LC}$$

$$A = \frac{d^2}{dt^2} \left(Q_M \cos \left(\frac{2\pi t}{T_0} + \Phi_0 \right) \right) + \frac{Q_M}{LC} \cos \left(\frac{2\pi t}{T_0} + \Phi_0 \right)$$

$$A = \frac{-4\pi^2 Q_M}{T_0^2} \cos \left(\frac{2\pi t}{T_0} + \Phi_0 \right) + \frac{Q_M}{LC} \cos \left(\frac{2\pi t}{T_0} + \Phi_0 \right)$$

$$A = \left[\frac{-4\pi^2}{T_0^2} + \frac{1}{LC} \right] \cdot Q_M \cos \left(\frac{2\pi t}{T_0} + \Phi_0 \right)$$

Nous vérifions que $A = 0$ quel que soit t si, et seulement si :

$$\frac{-4\pi^2}{T_0^2} + \frac{1}{LC} = 0 \text{ soit si } T_0 = 2\pi\sqrt{LC}.$$

4. Calculons la capacité C du condensateur capteur d'humidité dans les conditions atmosphériques de l'expérience à l'aide de la relation précédente :

$$C = \frac{T_0^2}{4\pi^2 L}$$

d'où, avec $T_0 = 31,4 \times 10^{-6}$ s et $L = 200 \times 10^{-3}$ H, nous calculons :

$$C = 1,25 \times 10^{-10} \text{ F} = 125 \text{ pF}$$

5. a) La notice de l'appareil indique que la capacité du condensateur est de 122×10^{-12} F lorsque le pourcentage d'HR est tel que $h = 43$, d'où l'équation :

$$122 \times 10^{-12} = a \times 43 + b.$$

D'autre part la sensibilité du capteur est telle que la capacité du condensateur augmente de $0,4 \times 10^{-12}$ F lorsque le pourcentage d'HR augmente d'un point.

Elle correspond au coefficient directeur de la fonction affine : $\frac{\Delta C}{\Delta h} = a$.

D'où, avec $\Delta C = 0,4 \times 10^{-12}$ F et $\Delta h = 1$, nous obtenons :

$$a = 0,4 \times 10^{-12} \text{ F}$$

Nous en déduisons alors la valeur de la constante b à l'aide de la première équation :

$$b = 122 \times 10^{-12} - 43 \times a$$

soit

$$b = 1,05 \times 10^{-10} \text{ F}$$

b) Sachant que, dans les conditions expérimentales, la capacité C du condensateur est de 125×10^{-12} F, nous en déduisons la valeur h du pourcentage d'HR de l'atmosphère :

$$h = \frac{C - 1,05 \times 10^{-10}}{0,40 \times 10^{-12}}$$

soit

$$h = 50$$

Le taux d'humidité relative de l'air est donc de 50 % dans les conditions d'expérience.

S U J E T

Enseignement obligatoire

I. Des oscillations électriques à la cuve à ondes (9,5 points)

Les différentes parties du problème sont indépendantes.

Pour étudier les ondes progressives sinusoïdales à la surface de l'eau, on utilise une cuve à ondes.

Un vibreur permet de générer des ondes planes circulaires de fréquence N à la surface de l'eau.

Les crêtes des vagues donnent des rides brillantes et les creux des rides sombres sur un écran que l'on photographie. Afin d'apprécier l'échelle, deux marques A et B ont été faites sur l'écran qui correspondent à une distance $AB = 7,0$ cm dans la cuve.

A. Étude du vibreur

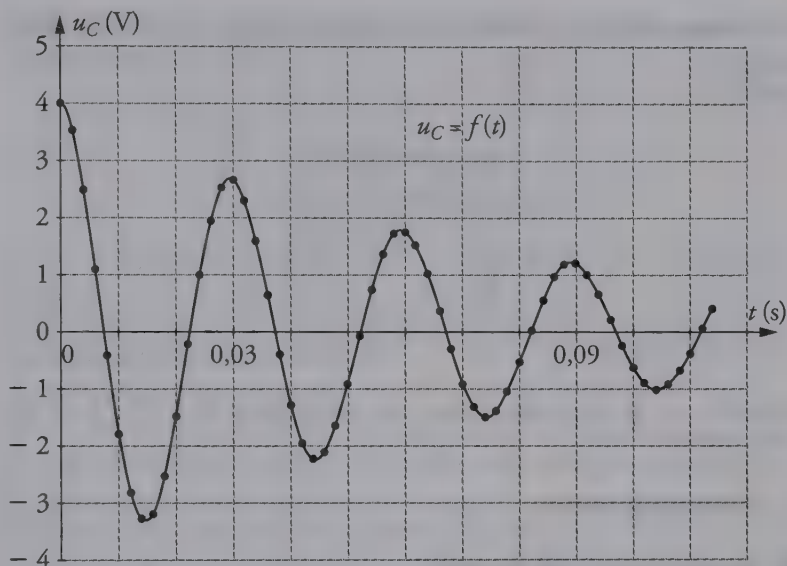
La surface de l'eau est excitée par de l'air pulsé : les pulsations sont créées par une petite pompe.

Leur fréquence peut être réglée de 10 à 40 Hz grâce à un oscillateur électrique entretenu.

Les oscillations électriques peuvent être obtenues à l'aide d'un condensateur de capacité $C = 30 \mu\text{F}$ relié à une bobine d'auto-inductance L et de résistance r .

1. À l'instant $t = 0$ s, on relie le condensateur portant la charge Q_0 à la bobine.

On peut, à l'aide d'une interface appropriée, visualiser $u_C(t)$: tension aux bornes du condensateur, sur l'écran d'un ordinateur et on obtient la courbe ci-après.



a) $u_C(t)$ est-elle une fonction périodique ?

Comment qualifie-t-on un tel régime d'oscillations ?

b) Calculer l'énergie E_0 emmagasinée par le condensateur à l'instant $t_0 = 0$ s.

c) Calculer l'énergie E_1 emmagasinée par le condensateur à l'instant $t_1 = 30$ ms.

d) Interpréter la variation de l'énergie entre les instants t_0 et t_1 .

e) Ce dispositif peut-il être utilisé pour créer les oscillations à la surface de l'eau ?

2. On désire entretenir les oscillations.

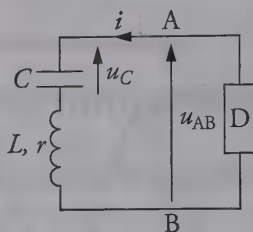
a) Que signifie : « entretenir les oscillations » ?

b) Pour ce faire, on introduit un montage équivalent à un dipôle D fournissant une puissance $p = ri^2$ où r a la même valeur que la résistance de la bobine.

Quel est le nouveau régime des oscillations ?

c) Quelle est alors la forme de $u_C(t)$?

Ce montage peut-il être utilisé pour générer des ondes sinusoïdales dans la cuve ?
Justifier.



d) Quelle est la fréquence propre des oscillations si $L = 0,75 \text{ H}$ et $C = 30 \mu\text{F}$?

B. Étude des ondes

1 Mesure de la célérité des ondes

1. À l'aide du vibreur, on crée des ondes progressives sinusoïdales de fréquence N à la surface de l'eau. Le phénomène observé possède une longueur d'onde λ .

a) Définir la longueur d'onde λ .

b) Quelle relation existe-t-il entre la longueur d'onde λ , la fréquence N et la célérité v des ondes observées ?

2. À l'aide de la **photo n° 1**, déterminer le plus précisément possible la longueur d'onde λ_1 et calculer la célérité v_1 des ondes sachant que pour cette expérience 1 la fréquence des vibrations est $N_1 = 8,0 \text{ Hz}$.

3. Une expérience 2 est réalisée à une fréquence différente $N_2 = 17 \text{ Hz}$.

a) À l'aide de la **photo n° 2**, montrer que la célérité des ondes varie avec leur fréquence.

b) Comment appelle-t-on ce phénomène ?

c) Décrire une expérience permettant d'observer ce phénomène avec des ondes lumineuses.

2 Influence de la profondeur de l'eau sur la célérité des ondes

1. Pour étudier l'influence de la profondeur h de l'eau sur la célérité des ondes, on place sur le fond de la cuve une plaque (P) de plexiglas transparent. On délimite ainsi des zones de profondeur h et h' ($h' < h$). On génère des ondes incidentes planes sinusoïdales de fréquence $N = 11 \text{ Hz}$.

Montrer, en utilisant la **photo n° 3**, que la célérité des ondes dépend de la profondeur de l'eau.



2. On remplace la plaque P par une plaque P', on obtient la **photo n° 4**.

Quel phénomène observe-t-on ? (On pourra se référer à des phénomènes lumineux abordés en seconde).

❸ 1. En eau très profonde, pour des vagues de basse fréquence, on peut démontrer que la célérité v des ondes ne dépend pratiquement plus de h .

Elle varie alors proportionnellement à la période T suivant la loi :

$$v = \frac{g}{2\pi} T, \text{ où } g \text{ est l'intensité de la pesanteur } (g = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}).$$

Calculer v_1 et v_2 pour les fréquences $N_1 = 5,0 \text{ Hz}$ et $N_2 = 10 \text{ Hz}$, ainsi que les longueurs d'onde λ_1 et λ_2 correspondantes.

2. On excite sinusoïdalement un point S à partir de l'instant $t = 0 \text{ s}$. On observe un point M à 10 m de S.

À quel instant t_1 le point M entre-t-il en vibration si la fréquence excitatrice en S est $N_1 = 5 \text{ Hz}$?

Calculer de même l'instant t_2 pour une fréquence $N_2 = 10 \text{ Hz}$.

3. En fait, on lance une pierre au point S ; l'ébranlement est supposé être constitué par la superposition d'ondes sinusoïdales de différentes fréquences allant de quelques Hertz à une dizaine de Hertz.

Le point M (au centre des **photos n°s 5 et 6**) est photographié à des instants différents.

Donner, en le justifiant, l'ordre chronologique des deux prises de vue.

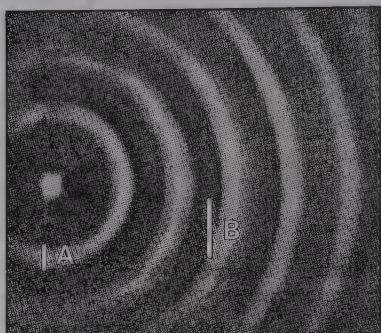


Photo 1

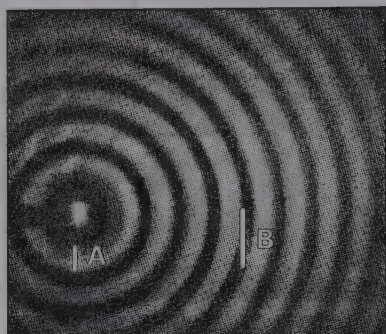


Photo 2

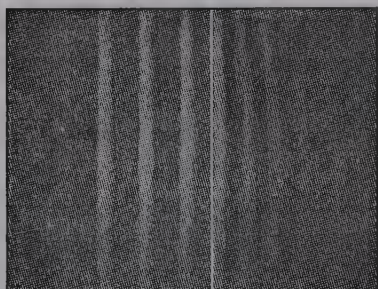


Photo 3

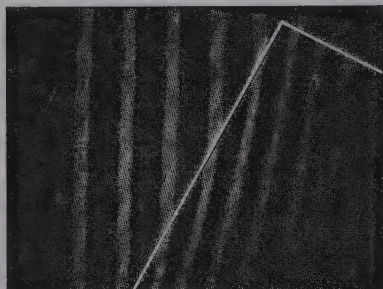


Photo 4

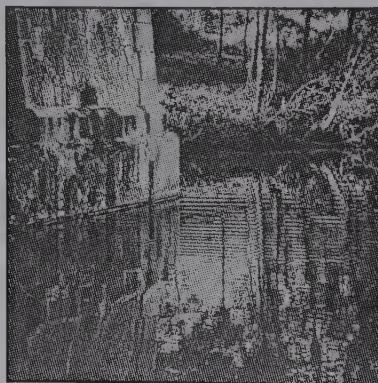


Photo 5



Photo 6

Enseignement obligatoire

I. Des oscillations électriques à la cuve à ondes (9,5 points)

A. Étude du vibreur

1. a) $u_C(t)$ n'est pas une fonction périodique car la courbe ne se reproduit pas identique à elle-même à intervalles de temps égaux. En effet, l'amplitude de la tension $u_C(t)$ diminue au cours du temps, le régime est alors qualifié de pseudo-périodique.

b) La courbe de l'énoncé permet de lire la valeur de la tension aux bornes du condensateur à la date $t_0 = 0$ s, soit :

$$u_C(t_0) = 4,0 \text{ V}$$

L'énergie emmagasinée dans le condensateur à cette date s'exprime alors par :

$$E_0 = \frac{1}{2} C u_C^2(t_0)$$

d'où, avec $u_C(t_0) = 4,0 \text{ V}$ et $C = 30 \times 10^{-6} \text{ F}$, nous calculons :

$$E_0 = 2,4 \times 10^{-4} \text{ J} = 0,24 \text{ mJ}$$

c) Par analogie avec ce qui précède, nous déterminons graphiquement, à la date $t_1 = 30 \text{ ms} = 0,030 \text{ s}$:

$$u_C(t_1) = 2,7 \text{ V}$$

puis l'énergie E_1 emmagasinée dans le condensateur à cette date :

$$E_1 = \frac{1}{2} C u_C^2(t_1)$$

soit avec $C = 30 \times 10^{-6} \text{ F}$:

$$E_1 = 1,1 \times 10^{-4} \text{ J} = 0,11 \text{ mJ}$$

d) Entre les deux instants t_0 et t_1 , l'énergie emmagasinée dans le condensateur passe par des valeurs maximales ; nous observons que le système que constitue le circuit électrique a perdu de l'énergie puisque :

$$\Delta E = E_1 - E_0 = -0,13 \text{ mJ} < 0.$$

Ceci est dû à l'effet Joule qui dissipe de l'énergie sous forme de chaleur lors de la circulation du courant, du fait de l'existence de résistances dans le circuit électrique.

e) Le dispositif évoqué ne peut donc pas être utilisé pour créer durablement les oscillations à la surface de l'eau car, très rapidement, les oscillations électriques cessent (probablement en moins de 0,5 s).

2. a) « Entretenir les oscillations » signifie que nous devons fournir au circuit électrique de l'énergie depuis une source extérieure, afin de compenser les pertes par effet Joule.

b) Dans le cas où le dipôle D fournit une puissance $p = ri^2$, où r a la même valeur que la résistance de la bobine, celui-ci transfère autant d'énergie au circuit que ce dernier en perd par effet Joule. Les oscillations électriques sont alors telles que le régime est périodique.

c) La courbe représentant $u_C(t)$ est une sinusoïde et dès lors ce montage peut être utilisé pour générer des ondes sinusoïdales dans la cuve. En effet, le vibreur, excité sinusoïdalement par l'oscillateur électrique, excitera à son tour la surface de l'eau par de l'air pulsé de manière sinusoïdale.

d) La période propre T_0 de l'oscillateur s'exprime par :

$$T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$$

d'où l'expression de la fréquence propre f_0 dans oscillations :

$$f_0 = \frac{1}{T_0} \text{ d'où } f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}.$$

Numériquement, avec $L = 0,75 \text{ H}$ et $C = 30 \times 10^{-6} \text{ F}$, nous calculons :

$$f_0 = 34 \text{ Hz}$$

B. Étude des ondes

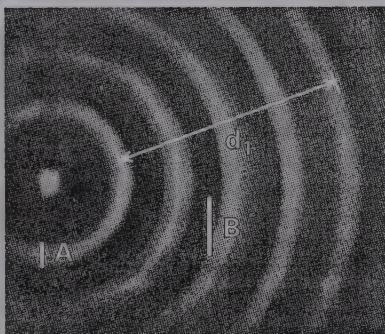
1 Mesure de la célérité des ondes

1. a) La longueur d'onde λ est la plus petite distance séparant deux points de l'onde dans le même état vibratoire (ou vibrant en phase).

b) La longueur d'onde λ s'exprime par :

$$\lambda = \frac{v}{N}$$

2. Afin d'améliorer la précision de notre résultat nous mesurons, sur la **photo n° 1**, la distance d_1 qui correspond à 4 longueurs d'onde, en repérant le milieu des rides brillantes :



$$d_1 = 3,0 \text{ cm}$$

La longueur ℓ_{λ_1} correspondant à une longueur d'onde λ_1 sur la **photo n° 1** est donc :

$$\ell_{\lambda_1} = \frac{d_1}{4}.$$

Il faut alors tenir compte de l'échelle de la **photo n° 1**, que nous apprécions à l'aide des deux marques A et B, pour déterminer la valeur de λ_1 . En effet, $\ell_{AB} = 2,2 \text{ cm}$ et $AB = 7,0 \text{ cm}$, d'où :

$$\lambda_1 = \frac{AB \cdot \ell_{\lambda_1}}{\ell_{AB}}$$

donc

$$\lambda_1 = \frac{AB \cdot d_1}{4 \times \ell_{AB}}.$$

Avec $AB = 7,0 \times 10^{-2}$ m, $\ell_{AB} = 2,2 \times 10^{-2}$ m et $d_1 = 3,0 \times 10^{-2}$ m, nous calculons :

$$\lambda_1 = 2,4 \times 10^{-2} \text{ m} = 2,4 \text{ cm}$$

Nous en déduisons alors la célérité v_1 des ondes visualisées :

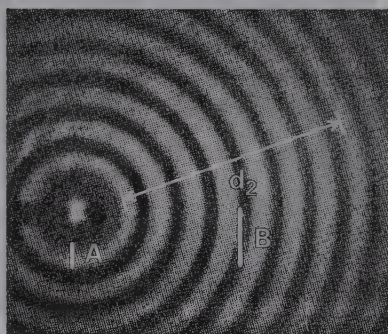
$$v_1 = \lambda_1 N_1,$$

avec $\lambda_1 = 2,4 \times 10^{-2}$ m et $N_1 = 8,0$ Hz, nous obtenons :

$$v_1 = 19 \times 10^{-2} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} = 19 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1}$$

3. a) La **photo n° 2** est à la même échelle que la photo n° 1 puisque $\ell_{AB} = 2,2$ cm sur chacune d'elles.

De manière analogue à ce qui précède nous mesurons la distance d_2 qui correspond à sept longueurs d'onde, sur la **photo n° 2** :



$$d_2 = 3,0 \text{ cm}$$

La longueur ℓ_{λ_2} correspondant à une longueur d'onde λ_2 sur la **photo n° 2** est donc :

$$\ell_{\lambda_2} = \frac{d_2}{7}.$$

En tenant compte de l'échelle, nous avons ici :

$$\lambda_2 = \frac{AB \cdot d_2}{7 \times \ell_{AB}}$$

d'où la célérité v_2 des ondes :

$$v_2 = \lambda_2 N_2, \text{ donc } v_2 = \frac{AB \cdot d_2 \cdot N_2}{7 \times \ell_{AB}}.$$

Numériquement, avec $AB = 7,0 \times 10^{-2} \text{ m}$, $\ell_{AB} = 2,2 \times 10^{-2} \text{ m}$, $N_2 = 17 \text{ Hz}$ et $d_2 = 3,0 \times 10^{-2} \text{ m}$, nous calculons :

$$v_2 = 23 \times 10^{-2} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} = 23 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1}$$

La célérité des ondes varie donc avec leur fréquence puisque :

$$\text{pour } N_1 \neq N_2 \text{ nous trouvons } v_1 \neq v_2$$

b) Le fait que la célérité des ondes, dans un milieu donné, dépende de leur fréquence illustre le phénomène de dispersion. Le milieu de propagation est alors qualifié de « dispersif ».

c) **Remarque :** *Rappelez-vous vos cours de seconde.*

Ce phénomène s'observe aussi avec les ondes lumineuses. Il est en particulier responsable de la décomposition d'une lumière polychromatique par un prisme.

En effet deux ondes électromagnétiques de fréquences f_1 et f_2 différentes possèdent des célérités respectives v_1 et v_2 différentes dans le matériau qui constitue le prisme.

Il en résulte un indice de réfraction n_i différent pour chacune des ondes puisque :

$$n_i = \frac{v_i}{c}$$

où c est la célérité d'une onde lumineuse dans le vide.

De ce fait, en vertu de la deuxième loi de Snell-Descartes, l'angle de déviation de chacune d'elles à la sortie du prisme sera différent, d'où la décomposition de la lumière.

2 Influence de la profondeur de l'eau sur la célérité des ondes

1. L'observation de la **photo n° 3** montre que :

$$\lambda_b > \lambda_{b'}$$

où λ_b et $\lambda_{b'}$ représentent respectivement la longueur d'onde de l'onde lorsqu'elle se situe dans la partie de la cuve où la profondeur d'eau est respectivement h et h' .

La fréquence N de l'onde étant imposée par le vibreur, celle-ci ne varie pas quelle que soit la profondeur, d'où :

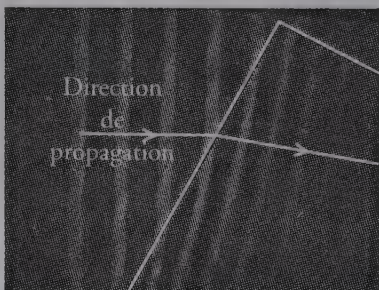
$$\frac{\lambda_h}{\lambda_{h'}} = \frac{\frac{v_h}{N}}{\frac{v_{h'}}{N}} = \frac{v_h}{v_{h'}} > 1 \quad \text{donc} \quad \boxed{v_h > v_{h'}}$$

où v_h et $v_{h'}$ sont les célérités de l'onde dans les zones où la profondeur est respectivement h et h' .

La célérité des ondes dépend donc de la profondeur de l'eau.

2. Remarque : Rappelez-vous vos cours de seconde.

Dans le cas où la plaque P est remplacée par la plaque P' les ondes n'arrivent plus en incidence normale à la verticale du bord de la plaque. Nous observons alors un brusque changement de direction de propagation des ondes. C'est le phénomène de réfraction, analogue à celui observé lorsqu'une onde lumineuse monochromatique vient frapper, sous une incidence quelconque, la surface de séparation entre deux milieux transparents d'indices de réfraction différents.



3 1. Exprimons la célérité d'une onde de basse fréquence en eau très profonde :

$$v_i = \frac{g}{2\pi} T_i, \quad \text{soit avec} \quad T_i = \frac{1}{N_i}$$

nous obtenons :

$$v_i = \frac{g}{2\pi N_i}.$$

Numériquement, avec $g = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ et $N_1 = 5,0 \text{ Hz}$, puis $N_2 = 10 \text{ Hz}$, nous calculons :

$$v_1 = 0,31 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \quad \text{et} \quad v_2 = 0,16 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Les ondes de faibles fréquences, donc de grandes longueurs d'onde, se déplacent donc plus vite que celles de fréquences plus élevées, et donc de plus faibles longueurs d'onde.

Par suite, nous exprimons les longueurs d'onde :

$$\lambda_i = \frac{v_i}{N_i} \quad \text{soit} \quad \lambda_i = \frac{g}{2\pi N_i^2}$$

et nous calculons :

$$\lambda_1 = 6,2 \times 10^{-2} \text{ m} = 6,2 \text{ cm} \quad \text{et} \quad \lambda_2 = 1,6 \times 10^{-2} \text{ m} = 1,6 \text{ cm}$$

2. La perturbation créée au point S arrive au point M à l'instant t_i telle qu'elle était auparavant au point S à l'instant $t = t_i - \tau_i = 0 \text{ s}$, τ_i étant le retard de l'onde de fréquence N_i , avec :

$$\tau_i = \frac{SM}{v_i}, \quad \text{soit ici avec } t_i = \tau_i, \text{ nous aboutissons à : } t_i = \frac{SM \times 2\pi N_i}{g}.$$

Numériquement, avec $SM = 10 \text{ m}$, $g = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ et $N_1 = 5,0 \text{ Hz}$, puis $N_2 = 10 \text{ Hz}$, nous calculons :

$$t_1 = 32 \text{ s} \quad \text{et} \quad t_2 = 64 \text{ s}$$

3. **Remarque :** Mais où se trouve le point de chute S de la pierre ?

Les ondes, sur la **photo n° 6**, ont manifestement une longueur d'onde plus grande que celle des ondes de la photo n° 5.

Les ondes de la **photo n° 6** sont donc celles qui s'éloignent le plus rapidement de la source S de l'ébranlement conformément à ce que nous avons montré au **B.3.1.**). Cette photo est donc la première chronologiquement (nous y voyons des ondes au premier plan).

La **photo n° 5** lui succède dans le temps. Les ondes figurent à l'arrière plan puisqu'au premier plan l'eau est calme, c'est donc que celles-ci se déplacent de l'avant vers l'arrière de la photographie. La pierre est donc tombée au premier plan de l'étendue d'eau.

S U J E T

Enseignement obligatoire

II. Radioactivité dans la famille de l'uranium
(5,5 points)

► Données (valables pour tout l'exercice) :

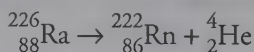
Unité de masse atomique	$u = 1,660\,54 \times 10^{-27} \text{ kg}$
Énergie de masse de l'unité de masse atomique	$E = 931,5 \text{ MeV}$
Électronvolt	$1 \text{ eV} = 1,60 \times 10^{-19} \text{ J}$
Megaélectronvolt	$1 \text{ MeV} = 1 \times 10^6 \text{ eV}$
Célérité de la lumière dans le vide	$c = 3,00 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

Nom du noyau ou de la particule	Radon	Radium	Hélium	Neutron	Proton	Électron
Symbole	$^{222}_{86}\text{Rn}$	$^{226}_{88}\text{Ra}$	^4_2He	^1_0n	^1_1p	$^0_{-1}\text{e}$
Masse (en u)	221,970	225,977	4,001	1,009	1,007	$5,49 \times 10^{-4}$

① Désintégration du radium

L'air contient du radon 222 en quantité plus ou moins importante. Ce gaz radioactif naturel est issu des roches contenant de l'uranium et du radium.

Le radon se forme par désintégration du radium (lui-même issu de la famille radioactive de l'uranium 238), selon l'équation de réaction nucléaire suivante :



1. Quel est le type de radioactivité correspondant à cette réaction de désintégration ?

Justifier votre réponse.

2. Défaut de masse

a) Donner l'expression littérale du défaut de masse Δm du noyau de symbole A_ZX et de masse m_X .

b) Calculer le défaut de masse du noyau de radium Ra. L'exprimer en unité de masse atomique u.

3. Écrire la relation d'équivalence masse-énergie.

4. Le défaut de masse $\Delta m(\text{Rn})$ du noyau de radon Rn vaut $3,04 \times 10^{-27} \text{ kg}$.

a) Définir l'énergie de liaison E_ℓ d'un noyau.

b) Calculer, en joule, l'énergie de liaison $E_\ell(\text{Rn})$ du noyau de radon.

c) Vérifier que cette énergie de liaison vaut $1,71 \times 10^3 \text{ MeV}$.

d) En déduire l'énergie de liaison par nucléon E_ℓ/A du noyau de radon. Exprimer ce résultat en $\text{MeV} \cdot \text{nucléon}^{-1}$.

5. Bilan énergétique

a) Établir littéralement la variation d'énergie ΔE de la réaction (1) en fonction de m_{Ra} , m_{Rn} et m_{He} , masses respectives des noyaux de radium, de radon et d'hélium.

b) Exprimer ΔE en joule.

2 Fission de l'uranium 235

À l'état naturel, l'élément uranium comporte principalement les isotopes

${}^{238}_{92}\text{U}$ et ${}^{235}_{92}\text{U}$.

Dans une centrale nucléaire « à neutrons lents », le combustible est de l'uranium « enrichi ».

Lors de la fission d'un noyau d'uranium 235, un grand nombre de réactions sont possibles.

Parmi celles-ci, il y en a une qui donne les noyaux de zirconium et de tellure, dont les symboles des noyaux sont ${}^{99}_{40}\text{Zr}$ et ${}^{134}_{52}\text{Te}$.

1. Définir le terme « isotope ».

2. Intérêt énergétique de la fission

a) Donner la définition de la fission.

b) Écrire la réaction de fission d'un noyau d'uranium 235 bombardé par un neutron, conduisant à la formations de Zr et de Te.

c) Les noyaux U, Zr et Te sont placés sur la courbe d'Aston (**annexe à rendre avec la copie**). À partir de cette courbe, dégager l'intérêt énergétique de cette réaction de fission.

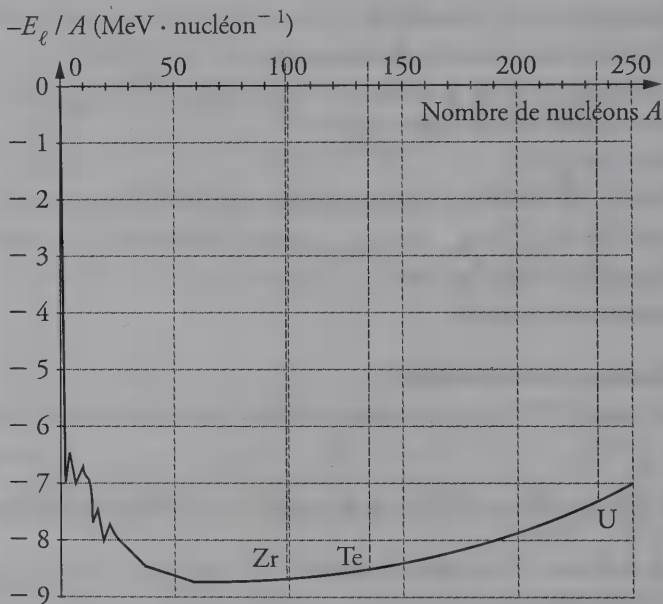
❶ Désintégration du noyau Zr

Le noyau Zr issu de la fission du noyau d'uranium est instable. Il se désintègre au cours d'une désintégration β^- en donnant le noyau de niobium Nb.

1. Donner la définition de la radioactivité β^- .
2. Écrire l'équation de désintégration du noyau Zr.

Annexe à rendre avec la copie

Courbe d'Aston

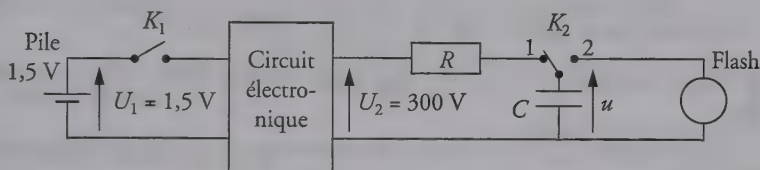


III. Condensateur d'un flash (4 points)

On se propose d'étudier le fonctionnement d'un flash d'appareil photographique jetable. Pour obtenir un éclair de puissance lumineuse suffisante, on utilise un tube flash qui nécessite pour son amorçage, une forte tension (au moins 250 V) pour émettre un éclair très bref. Pour stocker l'énergie électrique nécessaire au fonctionnement du tube flash, on utilise un condensateur de capacité C . Ce condensateur est chargé à l'aide d'un circuit électronique alimenté par une pile.

On schématise le fonctionnement de ce dispositif sur le schéma ci-dessous :

- l'alimentation est assurée par une pile de tension continue $U_1 = 1,50 \text{ V}$;
- un circuit électronique permettant d'élever la tension U_1 à une tension continue $U_2 = 300 \text{ V}$;
- un conducteur ohmique de résistance $R = 1,00 \text{ k}\Omega$ permettant la charge du condensateur de capacité $C = 150 \mu\text{F}$ en plaçant l'interrupteur inverseur K_2 en position 1 et en fermant l'interrupteur K_1 ;
- le tube flash qui est déclenché (une fois le condensateur chargé) en basculant l'interrupteur K_2 en position 2.



1 Charge du condensateur

On charge le condensateur en fermant l'interrupteur K_1 .

1. On donne l'expression de la constante de temps $\tau = RC$. Vérifier par analyse dimensionnelle l'homogénéité de cette formule.
2. Calculer numériquement τ .
3. Calculer l'énergie emmagasinée E par le condensateur de capacité C une fois la charge terminée à la tension U_2 .
4. En calculant l'énergie E' qu'aurait stockée le condensateur s'il avait été chargé directement à l'aide de la pile (tension U_1), justifier l'intérêt de charger le condensateur avec une haute tension de 300 V.

2 Décharge

En plaçant l'interrupteur inverseur K_2 sur la position 2 on provoque le flash grâce à l'énergie stockée dans le condensateur.

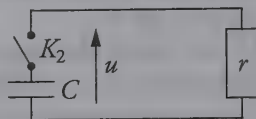
On enregistre la tension u aux bornes du condensateur C (voir le graphique en annexe).

1. Comparaison entre temps de charge et temps de décharge

a) Déterminer graphiquement la constante de temps τ' correspondant à la décharge en précisant la méthode employée (l'annexe complétée sera rendue avec la copie).

b) Comparer les constantes de charge τ et de décharge τ' . Ce constat est-il en accord avec les conditions de fonctionnement d'un tube flash ?

2. On assimilera, après son amorçage, le tube flash à un conducteur ohmique de résistance r . À partir du schéma électrique ci-contre montrer que l'équation différentielle de la décharge du condensateur à travers un conducteur ohmique de résistance r est de la forme :



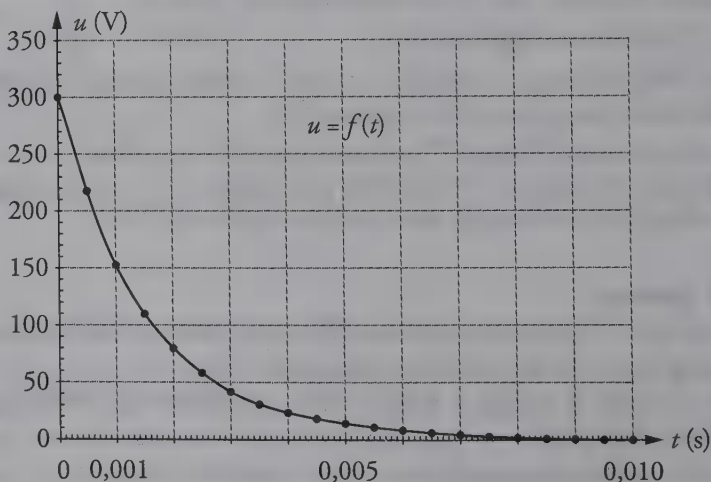
$$\frac{du}{dt} + \frac{1}{r \cdot C} \cdot u = 0$$

3. Vérifier que la solution est de la forme $u = U_0 \exp\left(-\frac{t}{\tau'}\right)$.

4. Que représente la tension U_0 pour le fonctionnement du tube flash ?

5. Déterminer U_0 . Cette valeur est-elle en accord avec la production de l'éclair ?

Annexe à rendre avec la copie



Enseignement de spécialité

III. Le télescope de Newton (4 points)

Un télescope de Newton est constitué de trois éléments optiques principaux :

- l'objectif (miroir concave convergent noté M_1),
- le miroir secondaire (miroir plan noté M),
- l'oculaire (lentille convergente notée L).

Le télescope amateur, dont le principe et la fiche technique figurent ci-dessous, est utilisé par un élève pour observer la planète Mars sous son diamètre apparent α . Le télescope sera considéré comme afocal.

Notice du constructeur :

Caractéristiques

Objectif : miroir concave

à courbure parabolique

Focale : 800 mm

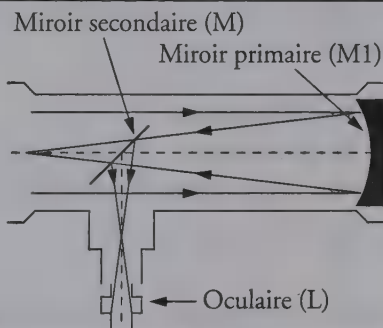
Diamètre : 130 mm

Pouvoir séparateur : $0,89''$

Magnitude limite : 12,4

Clarté : $469\times$

Grossissement maxi théorique : 325



Compléter et **rendre** les quatre figures en annexe **avec la copie**.

① Miroir sphérique

Envisageons le miroir sphérique M_1 de ce télescope.

1. Définir la distance focale d'un miroir concave.
2. Sur la **figure 1**, positionner le sommet (S), le centre (C), le foyer (F_1) en respectant l'échelle 10 mm sur la figure correspondant à 100 mm pour le télescope, sachant que la distance $SC = 1\,600$ mm.
3. Construire sur la **figure 1** l'image A_1B_1 de la planète Mars située à l'infini.

② Miroir secondaire

On considère maintenant le miroir plan (M) associé au miroir concave (M_1) comme indiqué sur la **figure 2**. L'image A_2B_2 donnée par ce miroir plan est notée sur le schéma de cette figure 2.

1. À partir de A_2B_2 replacer par construction l'image intermédiaire A_1B_1 de Mars sur la **figure 2**.
2. Quel rôle joue l'image intermédiaire A_1B_1 pour le système miroir plan (M) et l'oculaire (L) ?

3 Oculaire

Aux deux éléments d'optiques précédents, on associe une lentille convergente (L) qui constitue l'oculaire comme indique sur la **figure 3**.

1. Placer le foyer objet F_2 de la lentille.
2. Où se situe l'image définitive de la planète Mars observée à l'aide de ce télescope ?
3. Justifier la réponse précédente en traçant, sur la **figure 3**, la marche de deux rayons caractéristiques, à partir du point B_2 , passant la lentille (L).

4 Grossissement

1. Le grossissement maximum du télescope, noté G , correspond au quotient de la distance focale de l'objectif f'_1 par la distance focale de l'oculaire f'_2 . Soit $G = \frac{f'_1}{f'_2}$.

À partir des données de la fiche technique du télescope, calculer la distance focale f'_2 de l'oculaire.

2. Le grossissement G est aussi égal au quotient du diamètre apparent α' sous lequel est vu l'astre à travers le télescope par le diamètre apparent α sous lequel est vu l'astre à l'œil nu soit $G = \frac{\alpha'}{\alpha}$.

La planète Mars est observée sous le diamètre apparent α égal à $14''$ soit $3,88 \times 10^{-3}$ degré.

- a) Définir le diamètre apparent α .
- b) Calculer le diamètre apparent α' (en degré).
- c) Tracer la marche d'un rayon issu de Mars et passant par le foyer F_1 , sur la **figure 4**.
Pour faciliter la construction, l'angle α représenté sur la figure 4 est plus grand que la réalité.
- d) En respectant l'augmentation d'angle α faire figurer le diamètre apparent α' sur la **figure 4**.

Annexe à rendre avec la copie (figures 1 à 4)

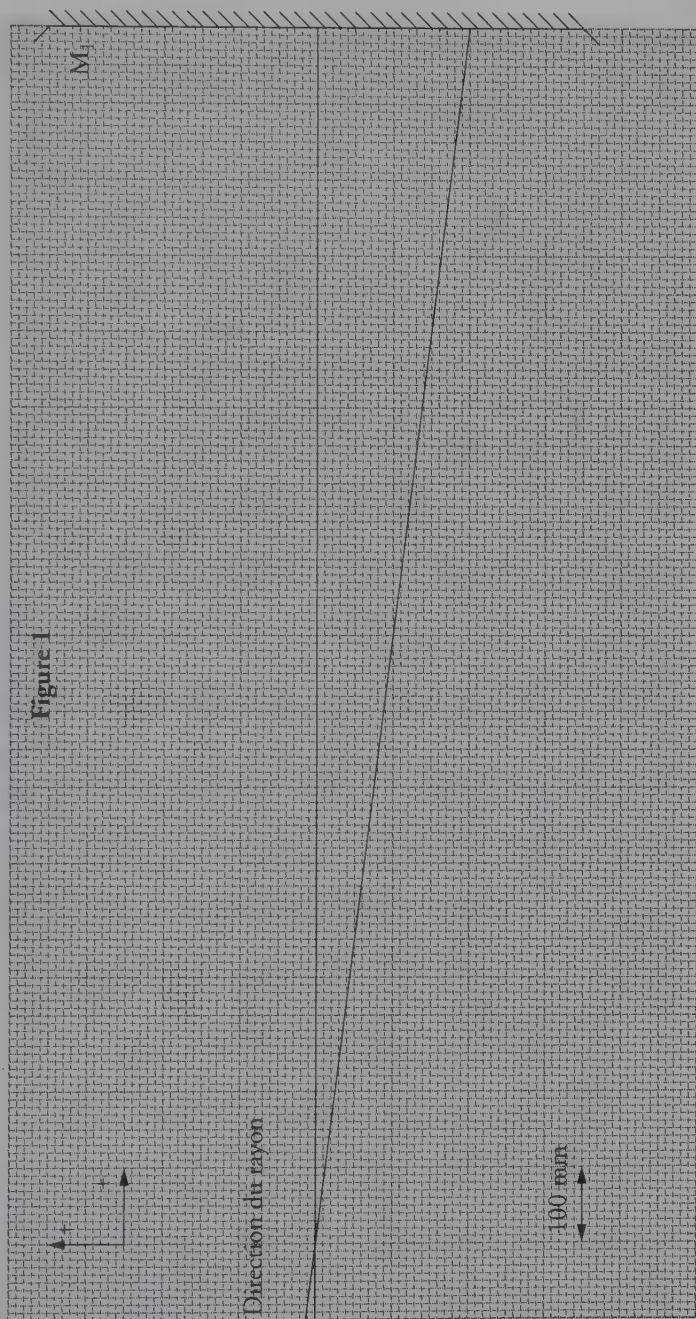


Figure 2

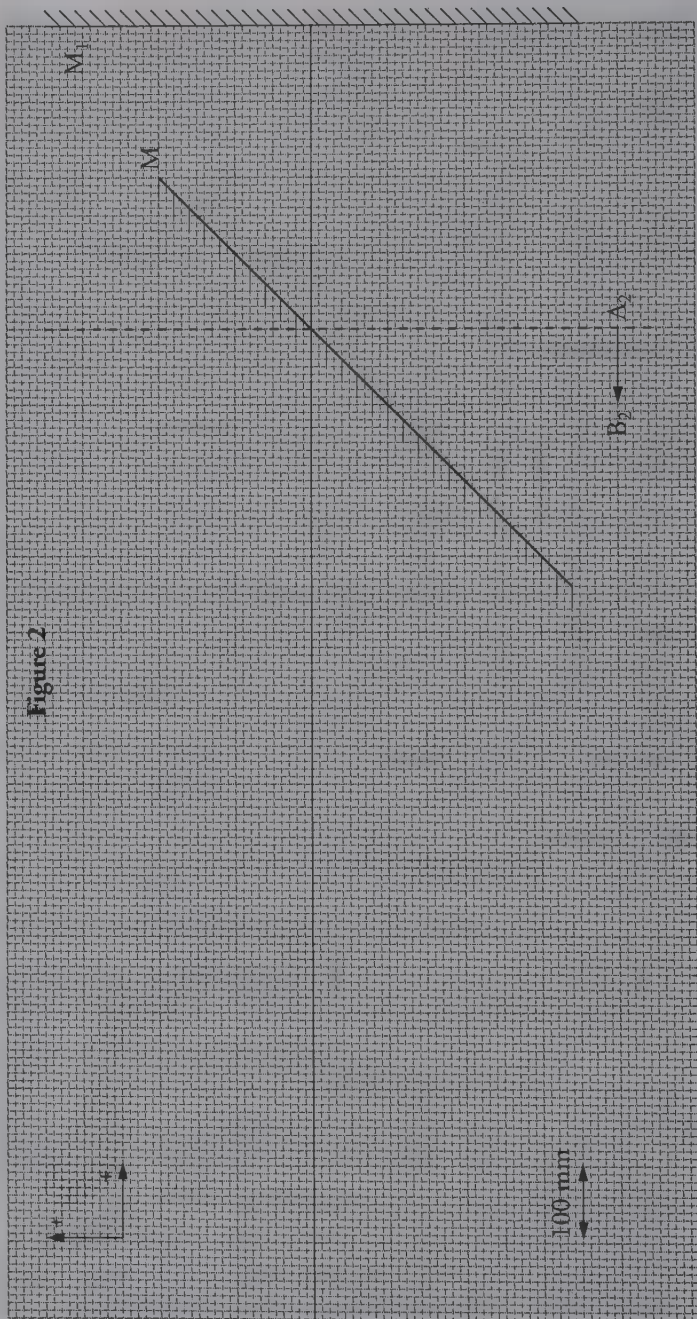


Figure 3

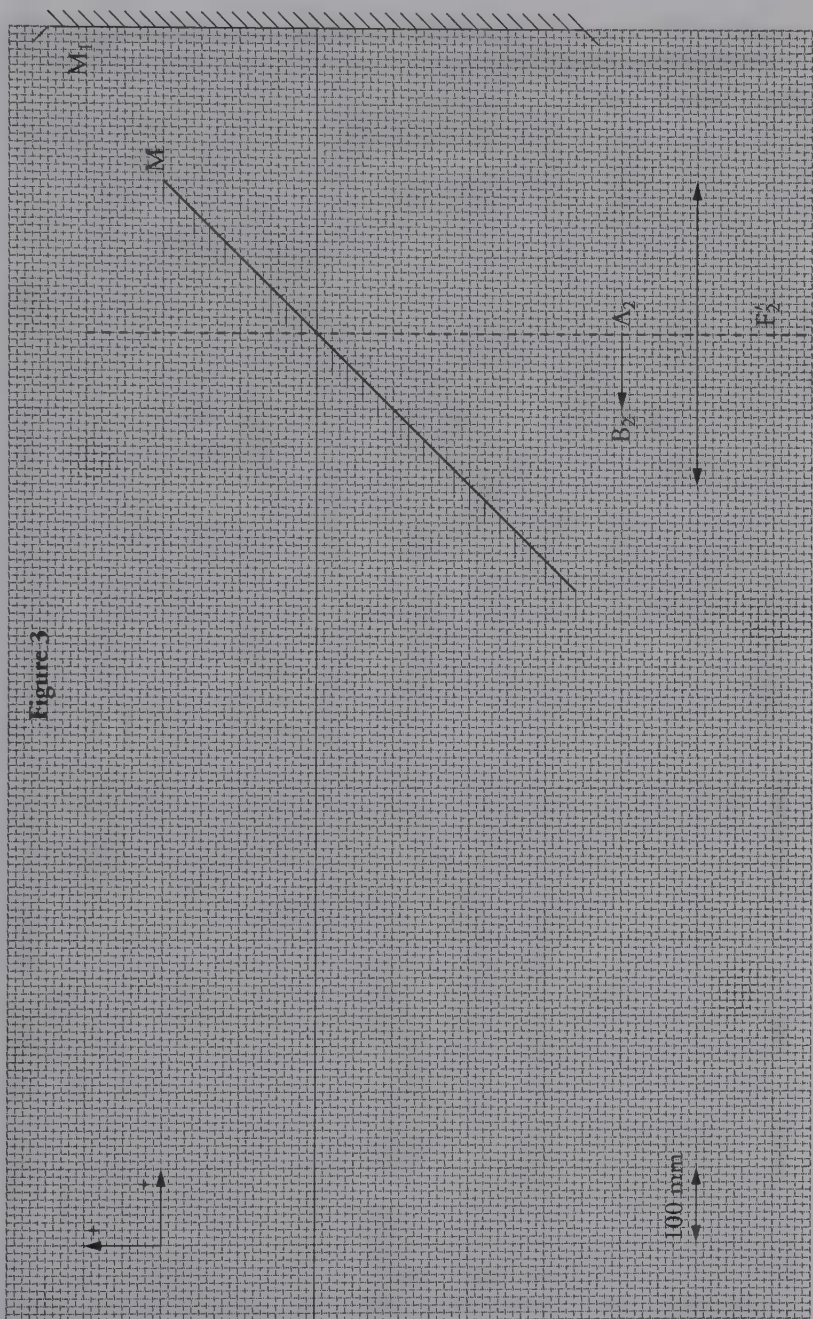
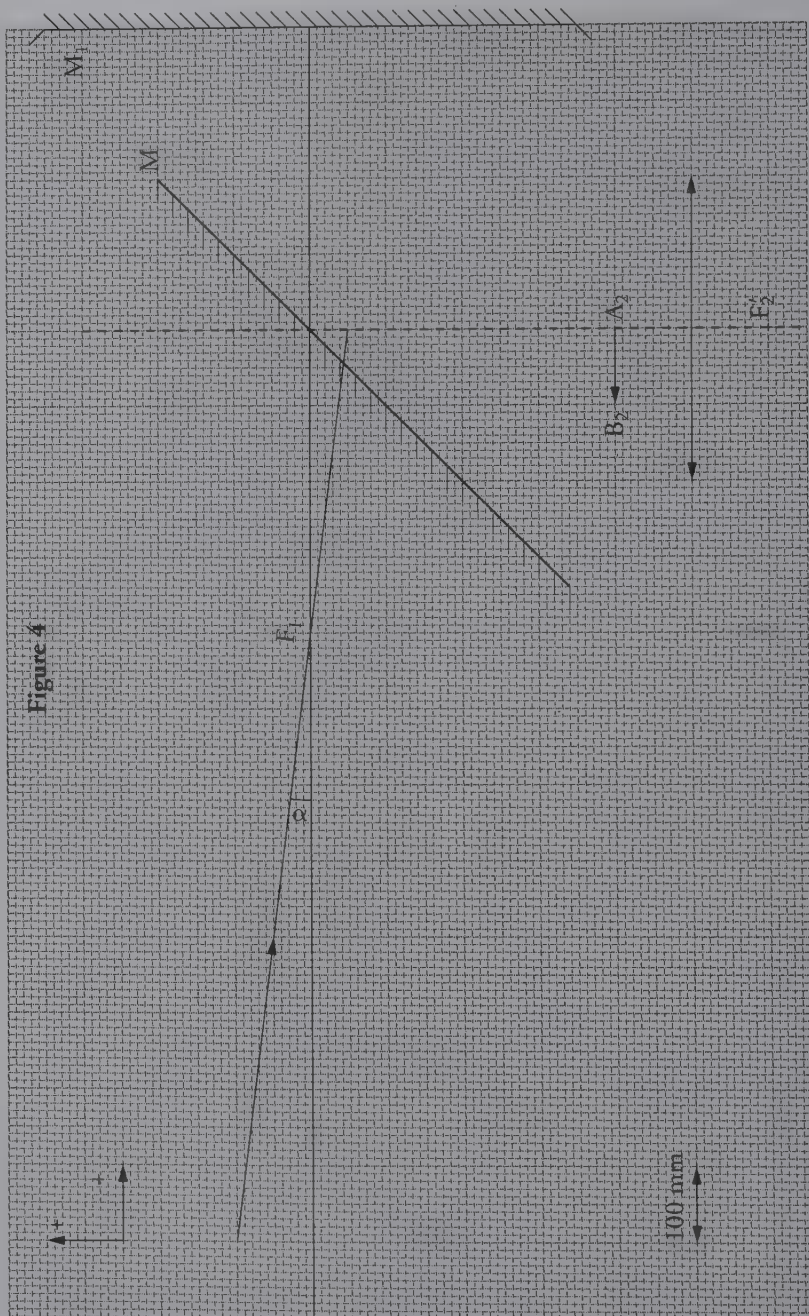


Figure 4



Enseignement obligatoire

II. Radioactivité dans la famille de l'uranium
(5,5 points)

1 Désintégration du radium

1. Le radium 226 se désintègre spontanément en émettant un noyau d'hélium ${}^4_2\text{He}$, cette réaction de désintégration correspond à la radioactivité α .

2. a) Le défaut de masse Δm correspond à la différence entre la somme des masses des nucléons, protons et neutrons, qui constituent le noyau de symbole ${}^A_Z\text{X}$, et la masse de ce noyau, tous étant immobiles, soit :

$$\Delta m = Zm_p + (A - Z)m_n - m_X$$

Le défaut de masse est toujours positif.

b) Appliquons la relation précédente au cas du noyau de radium ${}^{226}\text{Ra}$ pour lequel, $Z = 88$, $A = 226$, $m_p = 1,007 \text{ u}$, $m_n = 1,009 \text{ u}$ et $m({}^{226}\text{Ra}) = 225,977 \text{ u}$. Nous calculons :

$$\Delta m({}^{226}\text{Ra}) = 1,881 \text{ u}$$

3. La relation d'équivalence masse-énergie postulée par Einstein a pour expression :

$$E = mc^2$$

où E est l'énergie totale d'un corps de masse m au repos, et c est la célérité de la lumière dans le vide.

4. a) L'énergie de liaison E_ℓ est l'énergie qu'il faut fournir à un noyau au repos pour le dissocier en ses nucléons constitutifs, isolés et immobiles.

b) **Remarque** : Pensez à utiliser les unités S.I.

L'énergie de liaison correspond donc à la variation d'énergie associée à la réaction de transformation d'un noyau, constitué et immobile, en l'ensemble de tous ses nucléons séparés et immobiles :

$$E_{\ell}(^{222}\text{Rn}) = \Delta E = E(\text{nucléons séparés}) - E(\text{noyau})$$

$$E_{\ell}(^{222}\text{Rn}) = [Zm_p + (A - Z)m_n] \cdot c^2 - m(^{222}\text{Rn}) \cdot c^2 = \Delta m(^{222}\text{Rn}) \cdot c^2$$

d'où, avec $\Delta m = 3,04 \times 10^{-27} \text{ kg}$ et $c = 3,00 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, nous calculons :

$$E_{\ell}(^{222}\text{Rn}) = 2,74 \times 10^{-10} \text{ J}$$

c) Convertissons cette énergie en électron-volt sachant que $1 \text{ eV} = 1,60 \times 10^{-19} \text{ J}$:

$$E_{\ell}(^{222}\text{Rn}) = 1,71 \times 10^3 \text{ MeV}$$

d) Le noyau de radon 222 possède $A = 222$ nucléons d'où son énergie de liaison par nucléon :

$$\frac{E_{\ell}}{A}(^{222}\text{Rn}) = 7,70 \text{ MeV} \cdot \text{nucléon}^{-1}$$

5. a) Exprimons littéralement la variation d'énergie Δm de la réaction de désintégration du radium (1) :

$$\Delta E = E(^{222}\text{Rn}) + E(^4\text{He}) - E(^{226}\text{Ra})$$

$$\Delta E = m(^{222}\text{Rn})c^2 + m(^4\text{He})c^2 - m(^{226}\text{Ra})c^2$$

donc, avec les notations proposées dans l'énoncé :

$$\Delta E = m_{\text{Rn}}c^2 + m_{\text{He}}c^2 - m_{\text{Ra}}c^2 = (m_{\text{Rn}} + m_{\text{He}} - m_{\text{Ra}}) \cdot c^2$$

b) **Remarque :** Pensez à utiliser les unités S.I.

Avec $m_{\text{Rn}} = 221,970 \text{ u}$, $m_{\text{He}} = 4,001 \text{ u}$, $m_{\text{Ra}} = 225,977 \text{ u}$,
 $1 \text{ u} = 1,66054 \times 10^{-27} \text{ kg}$ et $c = 3,00 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, nous obtenons :

$$\Delta E = -8,97 \times 10^{-13} \text{ J}$$

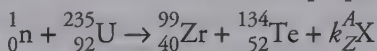
La variation d'énergie du système est négative ce qui signifie, d'après la convention de signe adoptée pour les transferts d'énergie en classe de Première S, que la réaction libère de l'énergie vers le milieu extérieur.

2 Fission de l'uranium 235

1. Le terme isotope désigne deux entités chimiques (atomes, noyaux ou ions) qui possèdent le même numéro atomique Z mais pas le même nombre de nucléons A (ou nombre de masse).

2. a) Une réaction de fission est une réaction au cours de laquelle un noyau lourd et instable se fragmente en noyaux plus légers et plus stables. Cette transformation n'est pas spontanée, elle nécessite d'être amorcée (souvent par le choc du noyau fissible avec un neutron).

b) Écrivons l'équation de la réaction de fission proposée :



où ${}_Z^AX$ est une particule inconnue et k un entier naturel non nul.

La loi de conservation de la charge électrique au cours de la réaction de fission conduit à :

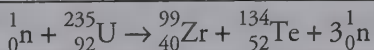
$$0 + 92 = 40 + 52 + kZ \quad \text{donc} \quad Z = 0.$$

Par ailleurs la loi de conservation du nombre de nucléons au cours de la réaction de fission impose :

$$1 + 235 = 99 + 134 + kA \quad \text{soit} \quad kA = 3.$$

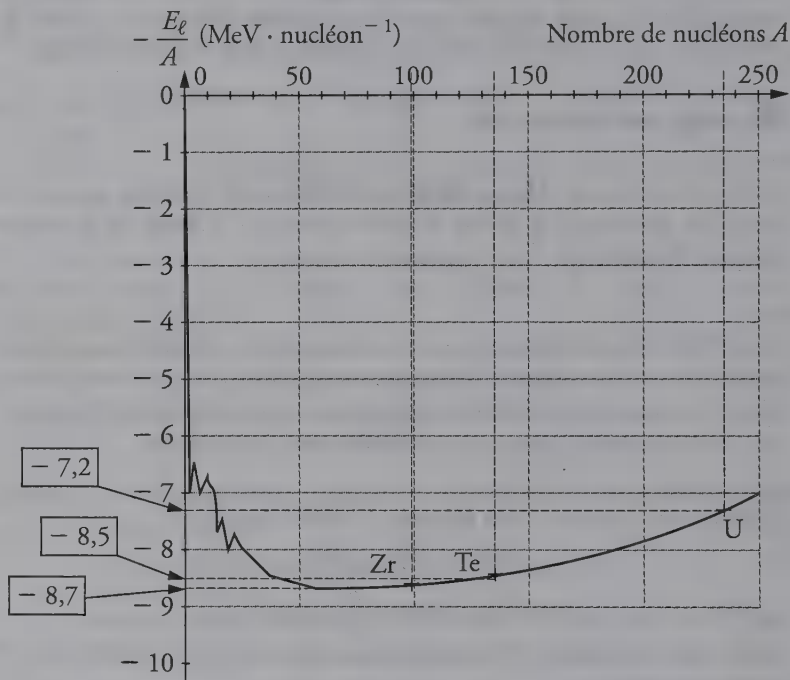
Or parmi les particules proposées dans le tableau de données, seul le neutron possède un numéro atomique nul. Son nombre de nucléons est $A = 1$, d'où nécessairement : $k = 3$.

L'équation de la réaction de fission s'écrit donc :



c) Le système, initialement constitué du noyau d'uranium et d'un neutron, conduit par fission à un ensemble formé par les noyaux de tellure et de zirconium ainsi que trois neutrons. Ce dernier état est plus stable car il y a augmentation de l'énergie moyenne de liaison par nucléon pour le système.

Courbe d'Aston



En effet, nous lisons :

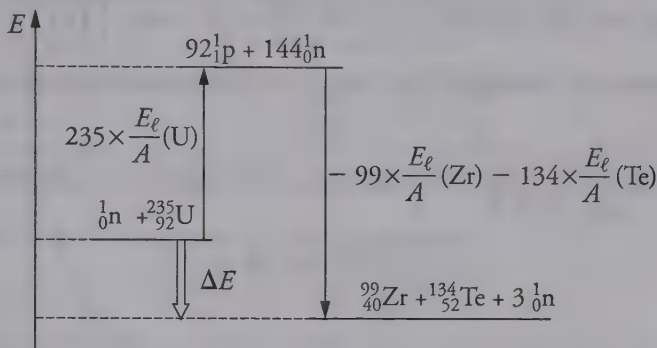
$$\frac{E_l}{A}(\text{Te}) = 8,5 \text{ MeV} \cdot \text{nucléon}^{-1}, \quad \frac{E_l}{A}(\text{Zr}) = 8,7 \text{ MeV} \cdot \text{nucléon}^{-1}$$

$$\text{et } \frac{E_l}{A}(\text{U}) = 7,2 \text{ MeV} \cdot \text{nucléon}^{-1}$$

d'où :

$$\left(\frac{E_l}{A}\right)_{\text{moy}} = 8,6 \text{ MeV} \cdot \text{nucléon}^{-1} > \frac{E_l}{A}(\text{U}) = 7,2 \text{ MeV} \cdot \text{nucléon}^{-1}$$

L'augmentation de l'énergie moyenne de liaison par nucléon du système se traduit par une diminution de son énergie de masse, et donc par la libération d'énergie vers le milieu extérieur, laquelle peut être récupérée et exploitée. Pour aller plus loin nous pouvons calculer la variation d'énergie ΔE du système au cours de la réaction de fission en s'aidant du diagramme énergétique suivant :



alors :

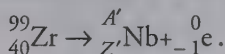
$$\Delta E = E_{\text{final}} - E_{\text{initial}} = -99 \times \frac{E_{\ell}}{A}(\text{Zr}) - 134 \times \frac{E_{\ell}}{A}(\text{Te}) + 235 \times \frac{E_{\ell}}{A}(\text{U})$$

$$\Delta E = -308 \text{ MeV} < 0, \text{ d'où l'énergie libérée : } E_{\text{lib}} = |\Delta E| = 308 \text{ MeV}.$$

3 Désintégration du noyau Zr

1. La radioactivité β^- est évoquée quand une réaction nucléaire spontanée conduit à l'émission d'un électron, noté $^0_{-1}\text{e}$.

2. L'équation de désintégration du noyau de zirconium 99 conduit à la formation d'un noyau de niobium, soit :



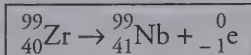
La loi de conservation de la charge électrique impose alors :

$$40 = Z' - 1, \text{ donc } Z' = 41$$

et la loi de conservation du nombre de nucléons conduit à :

$$99 = A' + 0, \text{ donc } A' = 99.$$

Le noyau fils produit a 41 protons et 99 nucléons, donc :



III. Condensateur d'un flash

① Charge du condensateur

1. Réalisons l'analyse dimensionnelle du produit RC :

$$[RC] = [R] \times [C] = \left[\frac{u}{i} \right] \times \left[\frac{q}{u} \right] = \left[\frac{t}{q} \right] \times [q] \quad \text{donc} \quad [RC] = T$$

Ce produit est homogène à un temps comme la constante de temps τ .

2. Calculons la valeur de la constante de temps avec $R = 1,00 \times 10^3 \, \Omega$ et $C = 150 \times 10^{-6} \, F$

$$\tau = 0,150 \, s = 150 \, ms$$

3. L'énergie E emmagasinée par le condensateur de capacité C , dont la tension aux bornes est U_2 , s'exprime par :

$$E = \frac{1}{2} C U_2^2$$

d'où, avec $C = 150 \times 10^{-6} \, F$ et $U_2 = 300 \, V$, nous obtenons :

$$E = 6,75 \, J$$

4. De manière analogue nous calculons la valeur de l'énergie E' stockée par le condensateur si la tension à ses bornes n'était que de $U_1 = 1,50 \, V$:

$$E' = 1,69 \times 10^{-4} \, J$$

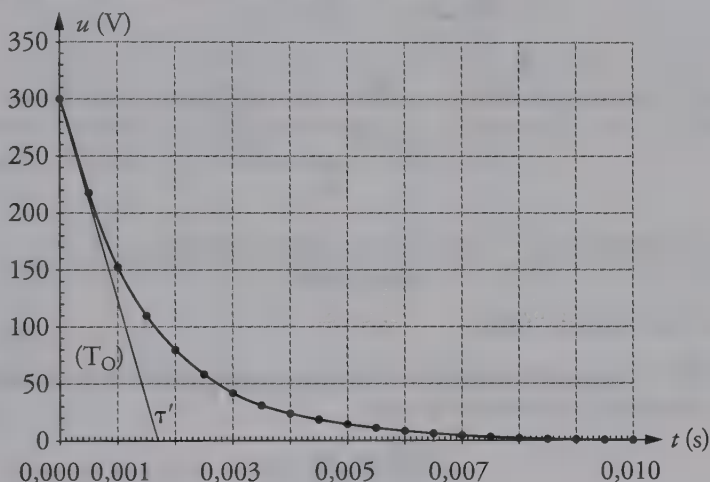
Comparons les énergies E et E' :

$$\frac{E}{E'} = 40 \times 10^3$$

Tout l'intérêt de charger le condensateur avec une haute tension $U_2 = 300 \, V$, 200 fois plus élevée que U_1 , est de pouvoir ainsi stocker une énergie 40 000 fois plus importante que dans le cas de la charge directe par la pile.

2 Décharge

1. a) La constante de temps τ' , correspondant à la décharge, est l'abscisse du point d'intersection de la tangente (T_O) à l'origine à la courbe représentative de $u = f(t)$ avec l'asymptote horizontale à celle-ci. Ici l'asymptote horizontale est confondue avec l'axe des abscisses :



Nous lisons :

$$\tau' = 0,0017 \text{ s} = 1,7 \text{ ms}$$

b) Comparons les constantes de temps de charge τ et de décharge τ' :

$$\frac{\tau}{\tau'} = 88$$

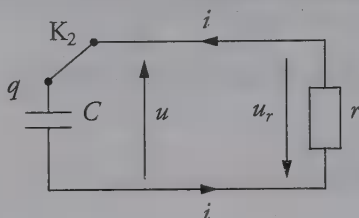
Le condensateur se décharge donc environ 88 fois plus vite qu'il ne se charge.

Ce constat est en accord avec les conditions de fonctionnement d'un flash où le temps de sa recharge entre deux prises de vue est toujours plus important que la durée du flash lui-même.

Le déstockage rapide de l'énergie emmagasinée fournit alors la puissance nécessaire pour obtenir un éclair de puissance lumineuse suffisante.

2. Remarque : Remémorez-vous les conventions utilisées pour exprimer les tensions aux bornes de récepteurs.

Orientons arbitrairement le circuit en choisissant un sens de circulation positif pour le courant d'intensité i :



La loi d'additivité des tensions nous conduit à écrire :

$$u + u_r = 0$$

avec d'après la loi d'Ohm $u_r = ri$.

De plus nous pouvons exprimer l'intensité i en fonction de la tension u aux bornes du condensateur puisque :

$$i = \frac{dq}{dt} \text{ et } q = Cu$$

donc $i = C \frac{du}{dt}$ car C est constant,

d'où :

$$u + rC \frac{du}{dt} = 0$$

soit encore :

$$\frac{du}{dt} + \frac{1}{rC} u = 0$$

qui est l'expression de l'équation différentielle régissant la décharge du condensateur.

3. La tension $u(t)$ est solution de l'équation différentielle si elle vérifie cette équation. Or :

$$\begin{aligned} \frac{du(t)}{dt} + \frac{1}{rC} u(t) &= \frac{d}{dt} \left(U_0 \exp \left(-\frac{t}{\tau'} \right) \right) + \frac{U_0}{rC} \exp \left(-\frac{t}{\tau'} \right) \\ &= -\frac{U_0}{\tau'} \exp \left(-\frac{t}{\tau'} \right) + \frac{U_0}{rC} \exp \left(-\frac{t}{\tau'} \right) \end{aligned}$$

et puisque $\tau' = rC$, nous obtenons :

$$\frac{du(t)}{dt} + \frac{1}{rC} u(t) = -\frac{U_0}{\tau'} \exp\left(-\frac{t}{\tau'}\right) + \frac{U_0}{\tau'} \exp\left(-\frac{t}{\tau'}\right) = 0$$

$u(t)$ est donc solution de l'équation différentielle.

4. La tension U_0 représente la forte tension qu'il est nécessaire d'appliquer au tube flash pour son amorçage. Elle doit être d'au moins 250 V d'après l'énoncé.

5. La tension U_0 est la tension aux bornes du condensateur à l'instant $t = 0$ s.

En effet :

$$u(0) = U_0 \exp\left(-\frac{0}{\tau'}\right) = U_0.$$

Sur le graphe fourni en annexe, nous lisons :

$$u(0) = U_0 = 300 \text{ V}$$

Cette tension étant supérieure à 250 V, sa valeur est suffisante pour amorcer le tube flash et produire l'éclair.

Remarque : Cette tension correspond également à la tension aux bornes du condensateur en fin de charge. Nous retrouvons $U_0 = U_2 = 300 \text{ V}$.

Enseignement de spécialité

III. Le télescope de Newton

1 Miroir sphérique

1. Les rayons lumineux d'un faisceau, parallèles à l'axe optique du miroir, se coupent tous, après réflexion, au même point F_1 appelé foyer du miroir. La distance focale est la distance SF_1 , où S est le sommet du miroir situé sur l'axe optique. La notice du constructeur nous donne :

$$SF_1 = f'_1 = 800 \text{ mm} = 80,0 \text{ cm}$$

Remarque : En réalité, à l'instar des lentilles minces, la distance focale d'un miroir sphérique est une grandeur algébrique, d'où : $f'_1 = \overline{SF_1} < 0$. Ceci est passé sous silence en terminale.

2. Compte tenu de l'échelle imposée, $10 \text{ mm} \equiv 100 \text{ mm}$, nous calculons les longueurs ℓ des segments SC et SF_1 sur le schéma, avec $SC = 1\,600 \text{ mm}$ et $SF_1 = 800 \text{ mm}$:

$$\ell_{SC} = \frac{10}{100} \times SC = 160 \text{ mm} = 16,0 \text{ cm}$$

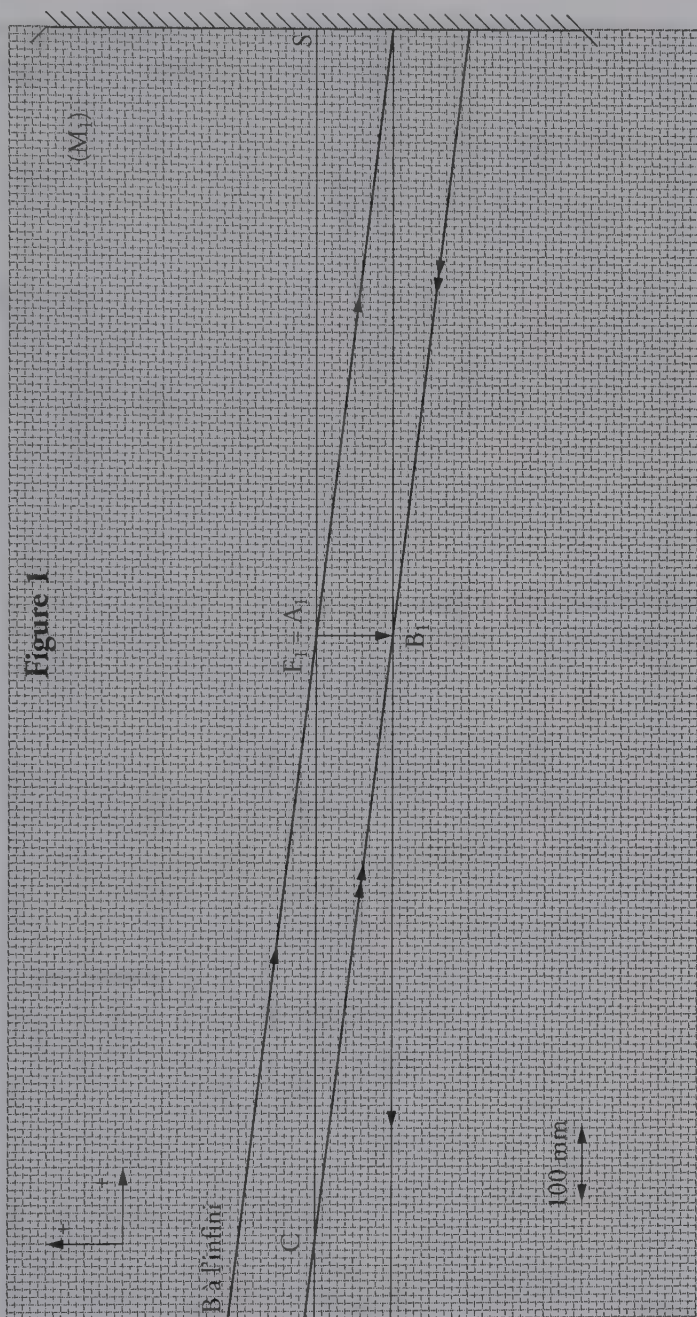
$$\ell_{SF_1} = \frac{10}{100} \times SF_1 = 80 \text{ mm} = 8,0 \text{ cm}$$

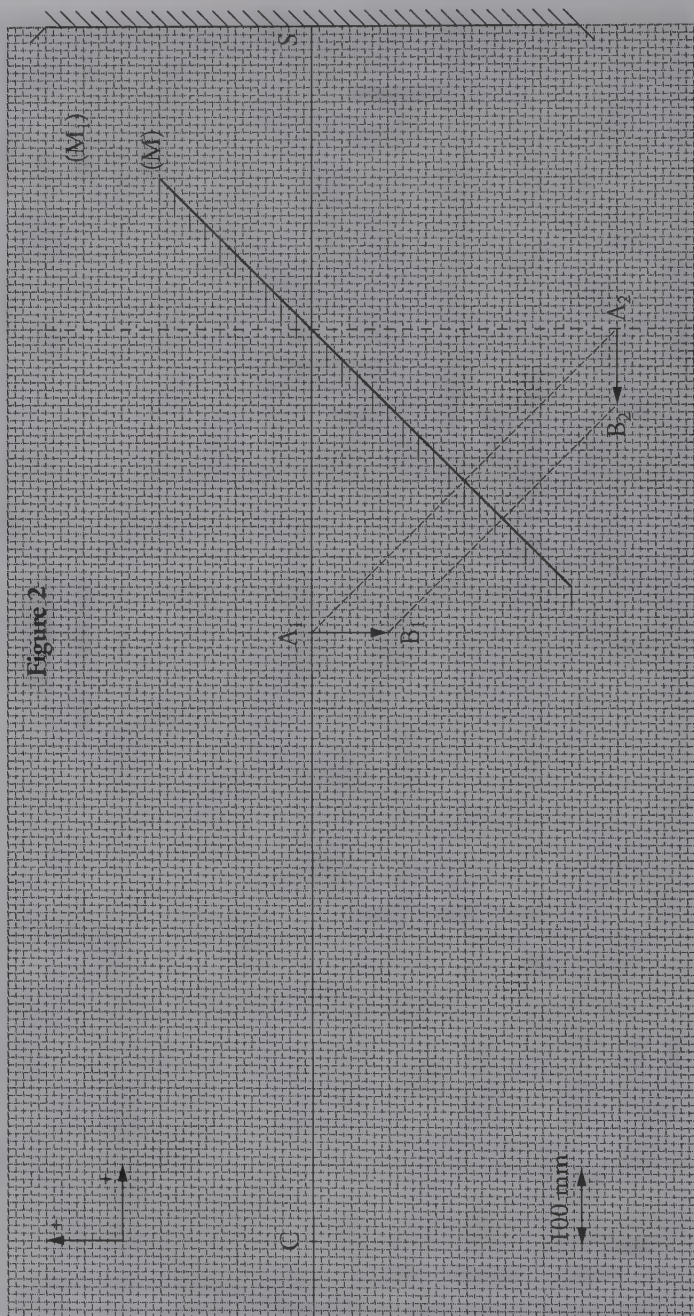
3. Sur la **figure 1** ci-après, la planète Mars (objet AB), est située à l'infini. Un rayon issu de B est représenté qui passe par le centre de courbure C du miroir ; il n'est pas dévié après réflexion sur le miroir (M_1). Traçons un second rayon lumineux issu de B , nécessairement parallèle au premier, et passant par le foyer F_1 . Ce rayon est parallèle à l'axe optique du miroir après réflexion.

2 Miroir secondaire

1. Le miroir (M) donne de l'image intermédiaire A_1B_1 une image A_2B_2 symétrique par rapport au plan de ce miroir. Réciproquement A_1B_1 est le symétrique de A_2B_2 par rapport au plan (M) (**figure 2**).

Figure 1





Remarque : Nous retrouvons l'image A_1B_1 à la même position et de même taille que sur la **figure 1**.

2. L'image intermédiaire A_1B_1 joue le rôle d'objet pour le système {miroir plan (M)-oculaire (L)}.

3 Oculaire

1. Notons O le centre optique de la lentille convergente (L). Le foyer principal objet F_2 est le symétrique du foyer principal image F'_2 par rapport au plan de la lentille (L) (**figure 3**).

Dans le cas présent F_2 est confondu avec le point A_2 .

2. L'image intermédiaire A_2B_2 se trouve dans le plan focal objet de la lentille (L), donc l'image définitive A_3B_3 de la planète Mars se trouve à l'infini.

3. Le rayon lumineux issu de B_2 , parallèle à l'axe optique de la lentille (L), émerge de celle-ci en passant par son foyer principal image F'_2 .

Le rayon lumineux issu de B_2 , passant par le centre optique O de la lentille (L), la traverse sans être dévié.

4 Grossissement

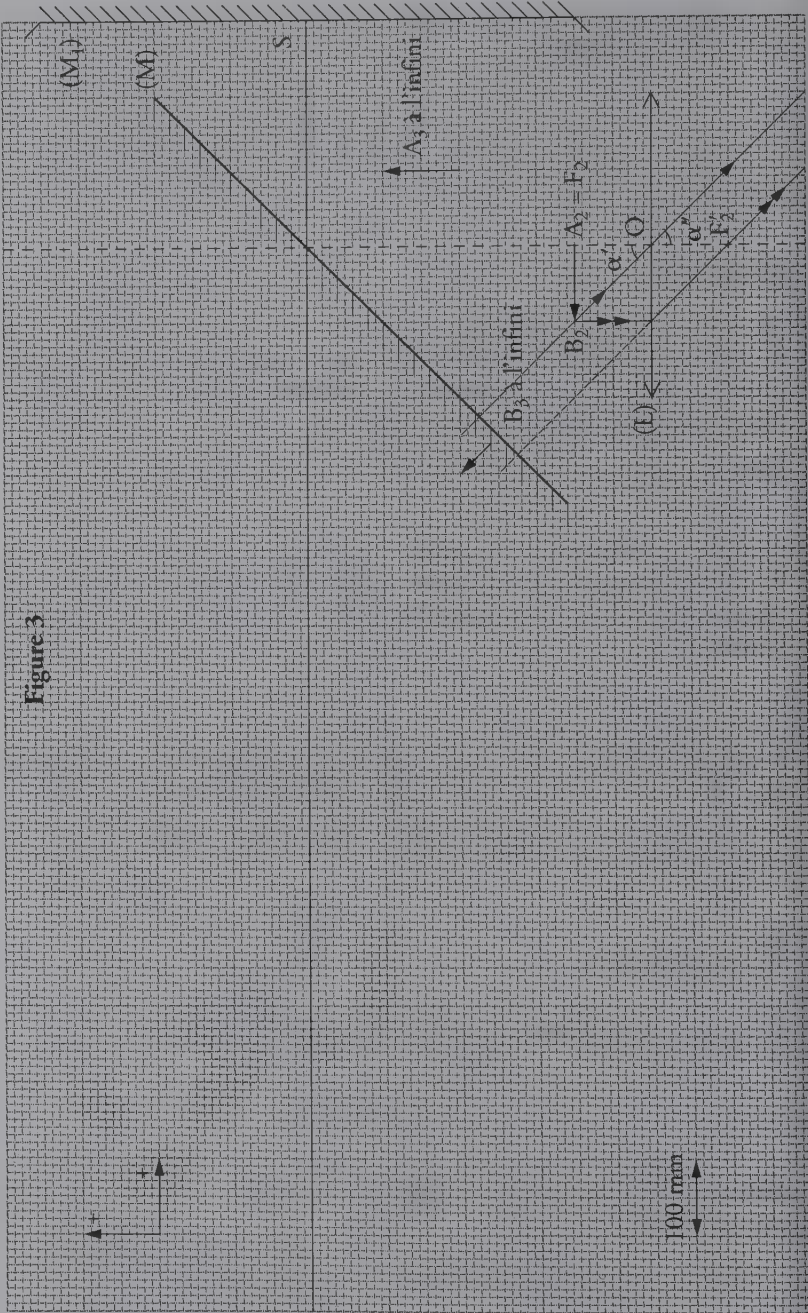
1. Exprimons la distance focale f'_2 de la lentille (L) :

$$f'_2 = \frac{f'_1}{G}$$

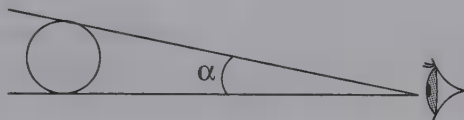
d'où, avec les données de la notice, $f'_1 = 800 \times 10^{-3} \text{ m}$ et $G = 325$, nous calculons :

$$f'_2 = 2,46 \times 10^{-3} \text{ m} = 2,46 \text{ mm}$$

Figure 3



2. a) Le diamètre apparent α est l'angle sous lequel est vu l'astre, ici la planète Mars, à l'œil nu :



b) La relation donnant le grossissement G nous conduit à :

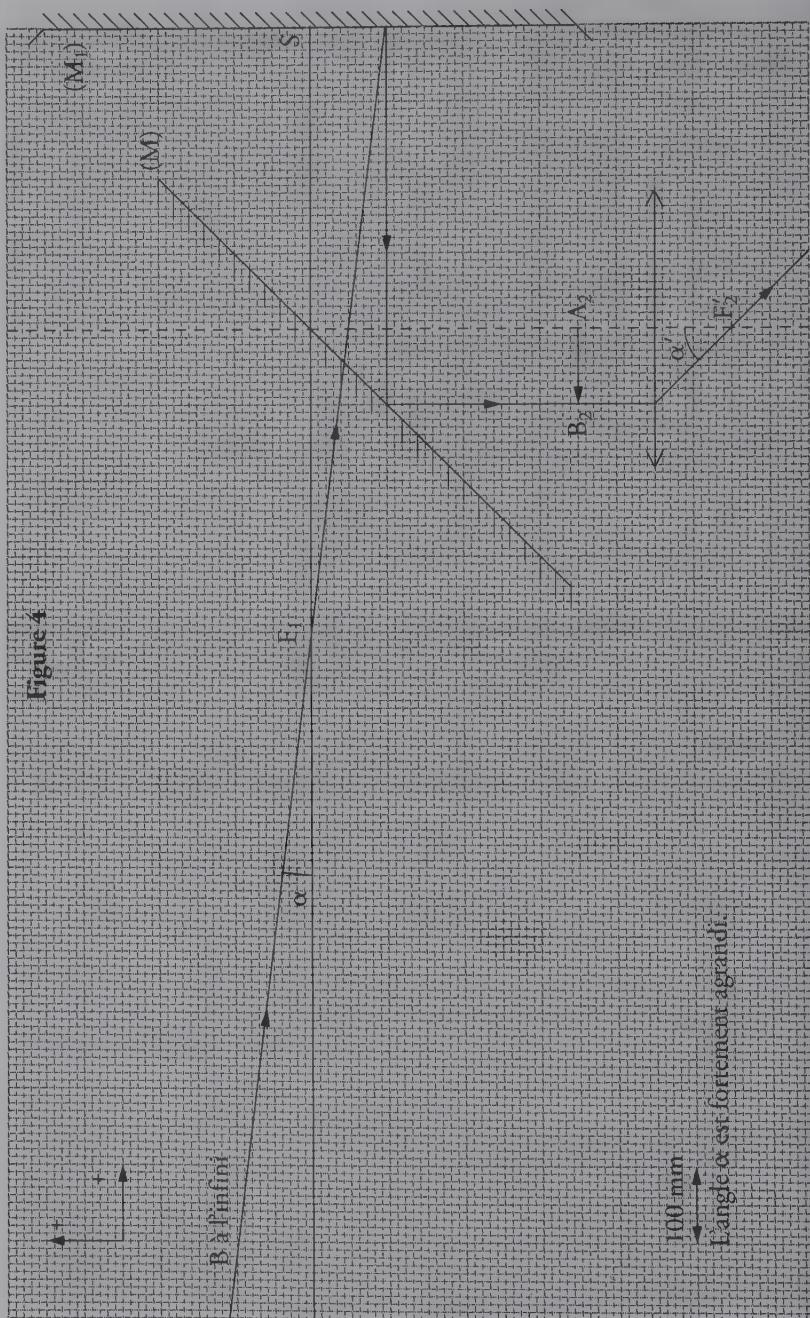
$$\alpha' = G\alpha,$$

soit avec $G = 325$ et $\alpha = 3,88 \times 10^{-3}^\circ$, nous obtenons :

$$\alpha' = 1,26^\circ$$

c) et d) Le rayon lumineux issu de Mars passant par le foyer F_1 est réfléchi par le miroir concave (M_1) parallèlement à son axe optique.

Il frappe alors le miroir plan (M) et s'y réfléchit en passant par B_2 pour émerger finalement de la lentille (L) en passant par son foyer principal image F'_2 (figure 4).



Enseignement obligatoire

II. Chute d'une balle de ping-pong (5,5 points)

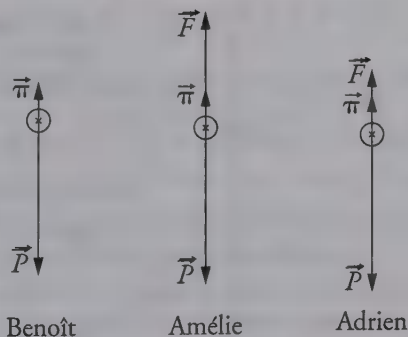
Au cours d'une séance, de travaux pratiques, un professeur propose à un groupe formé d'Adrien, Benoît et Amélie d'étudier la chute d'une balle de ping-pong dans l'air. Les élèves disposent de l'enregistrement du mouvement de chute (**document 1**).

► Données

- Masse de la balle $m = 2,3 \text{ g}$
- Rayon de la balle $r = 1,9 \text{ cm}$
- Accélération de la pesanteur $g = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$
- Masse volumique de l'air $\rho = 1,3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$
- Volume de la sphère : $V_S = \frac{4}{3} \pi r^3$

L'objectif de la séance est la modélisation de la chute par une méthode numérique en faisant l'hypothèse que les frottements dépendent de la vitesse.

La première étape consiste à faire le bilan des forces s'exerçant sur la balle. Chacun se met alors au travail. Au bout de quelques minutes, ils confrontent leurs résultats.



Schémas des élèves

Leur surprise est grande ; les trois schémas sont différents ! Ils appellent leur professeur.

Le professeur : Chacun d'entre vous a à la fois raison et tort, car chaque schéma correspond à une situation particulière. Réfléchissez !

Adrien : Moi je pense qu'il y a trois forces : le poids de la balle $\vec{P}$, la poussée d'Archimède $\vec{\Pi}$ et une force de frottement $\vec{F}$.

Amélie : Je crois que j'ai compris. Un des schémas correspond à l'instant initial, juste quand la balle est lâchée ; un autre représente les forces à une date t quelconque et un autre la situation au bout d'un temps de chute plus grand.

Benoît : Ne peut-on pas négliger la poussée d'Archimède devant le poids ?

Amélie : Bonne idée, fais le calcul !

Benoît trouve effectivement que la poussée est 62 fois plus petite que le poids.

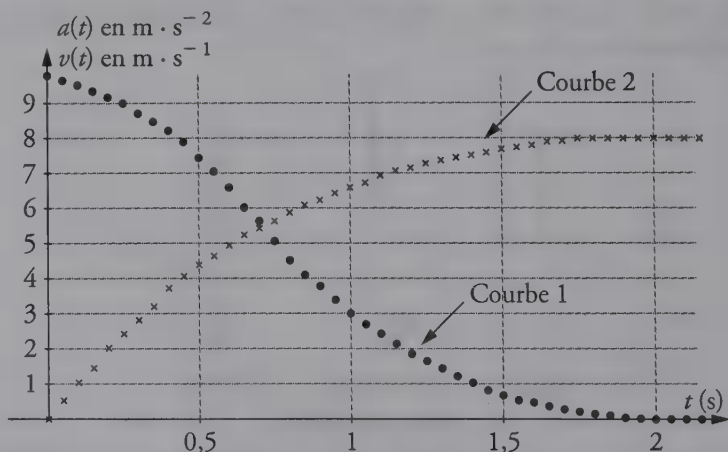
Adrien : Du coup, cela devient plus simple ! Maintenant on va appliquer la deuxième loi de Newton au centre d'inertie au système.

Il obtient l'équation suivante (notée **équation 1**) : $m \frac{dv}{dt} = m \cdot g - F$

Suite à cette première partie du dialogue, vous pouvez répondre aux questions 1, 2 et 3.

Amélie : C'est bien beau, mais on ne connaît pas F !

Le professeur : Plusieurs modèles sont envisageables. Je vous propose de faire l'hypothèse que la valeur de la force de frottement $\vec{F}$ est proportionnelle au carré de la vitesse : $F = k \cdot v^2$. Vous pouvez déterminer la valeur de k à partir des valeurs expérimentales du document 1 que voici :



Document 1

Amélie : L'une des courbes représente l'accélération en fonction du temps $a(t)$ et l'autre la vitesse $v(t)$.

Benoît : Bon, on sait qu'à $t = 0$, on doit avoir $v_0 = 0$ puisque la balle a été lâchée sans vitesse initiale.

Adrien : Tu as raison. On voit que la vitesse tend vers une limite v_{lim} . Je crois que j'ai trouvé comment calculer la valeur de k d'après l'enregistrement.

Adrien se livre alors à quelques calculs et obtient l'équation suivante :

$$\frac{dv}{dt} = 9,8 - 0,15 \cdot v^2 \quad (\text{équation 2})$$

À la suite de cette deuxième partie, vous pouvez répondre aux questions 4, 5 et 6.

Ces résultats étant validés, le professeur propose de résoudre l'équation (2) par la méthode numérique d'Euler à l'aide d'un tableur.

Benoît : Ça me revient ! il faut connaître les conditions initiales. On a dit qu'à $t = 0$ on avait $v_0 = 0$ donc on connaît $\left(\frac{dv}{dt}\right)_{t=0}$.

Amélie : Et après, il y a le pas d'itération Δt , il doit être petit.

Benoît : On pourrait essayer $\Delta t = 0,05$ s.

Amélie : Voyons si je peux calculer les premières valeurs. On part de $a_0 = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ et $v_0 = 0$. On admet que $\frac{dv}{dt}$ est proche de $\frac{\Delta v}{\Delta t}$, donc

$\Delta v = (9,8 - 0,15 \cdot v^2) \cdot \Delta t$, soit $\Delta v = 0,49 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ au départ.

Benoît : C'est bien cela ! On dit que pendant le petit intervalle de temps Δt , la valeur de la dérivée de la vitesse est constante. On peut en déduire Δv et la nouvelle valeur de v .

Amélie : Si j'ai bien compris, entre $t = 0$ et $t_1 = 0,05$ s, la vitesse est passée de $v_0 = 0$ à $v_1 = 0,49 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

Benoît : Mais oui ! Et maintenant on calcule la nouvelle valeur de l'accélération, je trouve : $\left(\frac{dv}{dt}\right)_{t_1} = 9,76 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$. Ainsi de suite, on procède par itérations successives.

Amélie et Benoît continuent leurs calculs à la main pendant qu'Adrien effectue les calculs avec le tableur d'un ordinateur.

Adrien : Ça y est ! j'ai fini ! Tenez, je vous imprime le début de ma page de calculs... mais j'ai effacé trois cases, je vous avertis ! (Voir les premières lignes du tableau en annexe à rendre avec la copie.)

Amélie : On a les mêmes résultats que toi, et sans tableur ! Mais tous ces chiffres après la virgule, ça me fait bien rire !

À la suite de cette dernière partie, vous pouvez répondre aux questions 7 et 8.

Questions

1. Faire correspondre chaque schéma d'élève à une des propositions d'Amélie. Justifier.
2. Calculer le rapport des forces entre le poids et la poussée d'Archimède. Conclure.
3. Retrouver alors l'équation 1 trouvée par Adrien. Indiquer l'axe de projection qui a été utilisé.
4. Identifier sur le document 1 les deux courbes représentées. Justifier.
5. Déterminer, à partir du document 1, la vitesse limite v_{lim} de la balle. En déduire la valeur expérimentale de k . Retrouver l'équation 2.

6. Dans le cas d'une sphère de rayon r se déplaçant dans un fluide de masse volumique ρ , la valeur théorique de k (notée k_t) a pour expression :

$$k_t = 0,22 \cdot \pi \cdot \rho \cdot r^2$$

Calculer la valeur théorique k_t .

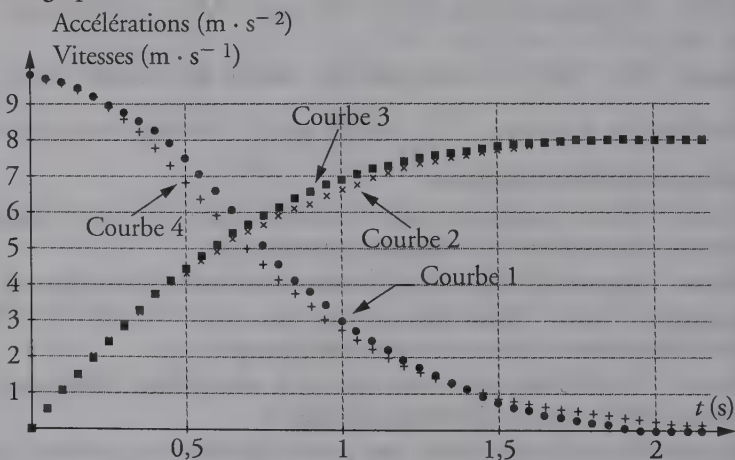
Comparer k et k_t et conclure.

7. a) Évaluer le temps caractéristique de l'évolution du système. Le choix du pas d'itération vous semble-t-il satisfaisant ? Justifier.

b) Compléter les trois cases vides du tableau donné en **annexe (à rendre avec la copie)**. Justifier.

c) Justifier très brièvement l'exclamation d'Amélie à propos de la précision des résultats des calculs d'Adrien.

8. a) Comparer les valeurs expérimentales (courbes 1 et 2) et les valeurs calculées avec la méthode d'Euler (courbes 3 et 4) qui sont rassemblées dans le graphe ci-dessous :



- b) Avant de conclure sur la validité du modèle utilisé pour la force de frottement, que faut-il modifier dans le calcul numérique ?
- c) Quel autre modèle pourrait-on proposer pour la force de frottement ? Expliquer brièvement ce qui serait modifié dans l'équation (2) qui sert de base à la méthode d'Euler.

Annexe à rendre avec la copie

Tableau des calculs utilisant la méthode d'Euler :

Temps	Vitesse	Accélération
t (s)	v (m/s)	$\frac{dv}{dt}$ (m/s ²)
0	0	9,8
0,05	0,49	
0,1		9,656 468 93
0,15	1,461 022 7	
0,2	1,935 013 29	9,238 358 53
0,25	2,396 931 22	8,938 208 11

III. Dipôle RLC (4 points)

On considère le circuit électrique comportant un générateur de tension continue de f.e.m $E = 6$ V, un condensateur de capacité C , une bobine d'inductance L et de résistance négligeable, deux conducteurs ohmiques de résistance R et deux interrupteurs K et K' (figure 1).

On utilise un dispositif informatisé d'acquisition de données qui permet de visualiser sur la voie 1 la tension u_1 aux bornes du condensateur en fonction du temps.

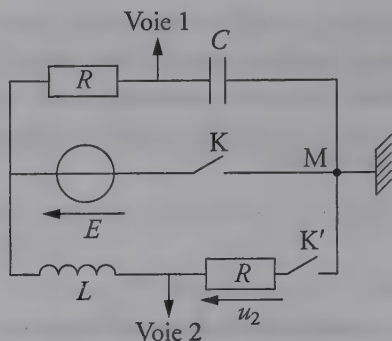


Figure 1

A. Première expérience

Dans cette expérience, on ferme K (en maintenant K' ouvert). Le dipôle (R, C) est alors soumis à un échelon de tension de valeur E .

1. Quel est le nom du phénomène observé sur la voie 1 à la fermeture de K ?
2. Reproduire sur la copie la partie de circuit concernée et indiquer sur ce schéma, juste après la fermeture de l'interrupteur K , le sens du courant, le signe des charges de chacune des armatures du condensateur. Indiquer la flèche-tension u_1 aux bornes du condensateur.
3. Sur la voie 1, on obtient la courbe de la **figure 2** ci-dessous :

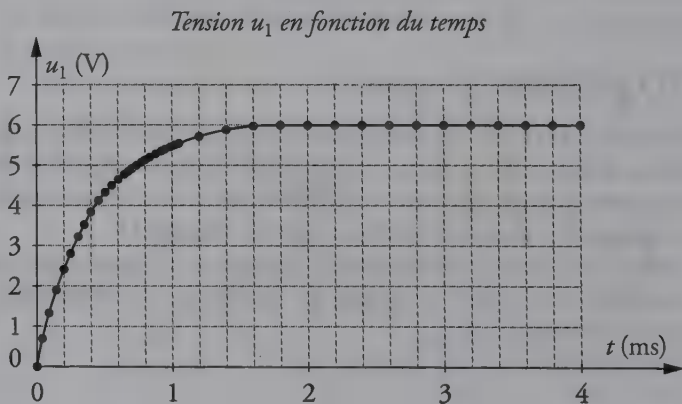


Figure 2

Déterminer graphiquement la constante de temps τ du dipôle (R, C) en expliquant la méthode utilisée. Sachant que $R = 20 \, \Omega$, en déduire la valeur de la capacité C .

4. L'étude théorique du dipôle (R, C) conduit à l'équation différentielle $\tau \frac{du_1}{dt} + u_1 = E$.

a) Retrouver cette équation différentielle en appliquant la loi d'additivité des tensions.

b) Compte tenu des conditions initiales, la solution de cette équation est

$$\text{de la forme } u_1 = E \left[\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right) \right].$$

Calculer la valeur de u_1 pour $t = 5\tau$. Conclure.

B. Deuxième expérience

Une fois la première expérience réalisée, on ouvre K puis on ferme K' . Le circuit est alors le siège d'oscillations électriques. On utilise le même dispositif informatisé d'acquisition de données pour visualiser, sur la voie 1, la tension u_1 aux bornes du condensateur et sur la voie 2, la tension u_2 aux bornes du conducteur ohmique R . L'acquisition est synchronisée avec la fermeture de l'interrupteur.

On obtient les courbes de la **figure 3** :

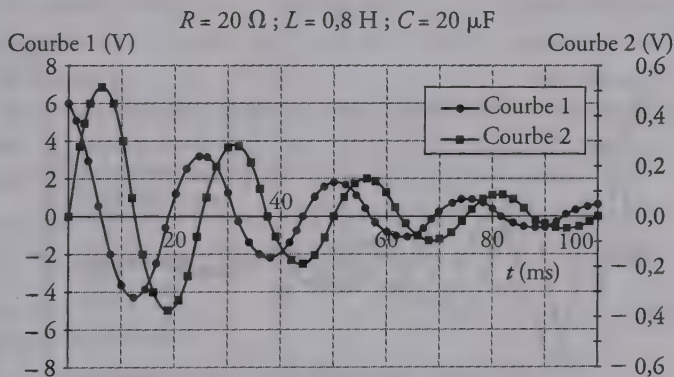


Figure 3

1. Attribuer à chaque courbe de la figure 3 la tension correspondante en justifiant brièvement pour une courbe seulement.

2. Mesurer la pseudo-période T des oscillations. Calculer la période propre correspondant au cas où les résistances R sont négligeables. Conclure.

3. Influence des paramètres : on réalise à présent la deuxième expérience en modifiant un seul des paramètres L ou C . Deux cas sont proposés. Dans l'un, on a diminué la valeur de L , dans l'autre, on a augmenté la valeur de C .

On obtient les figures 4 et 5.

Attribuer à chaque cas proposé la figure qui lui correspond. Justifier.

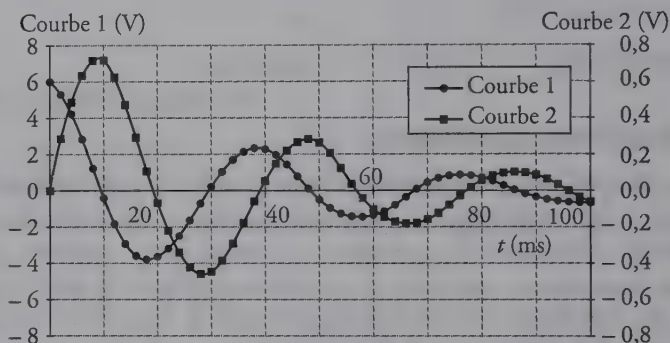


Figure 4

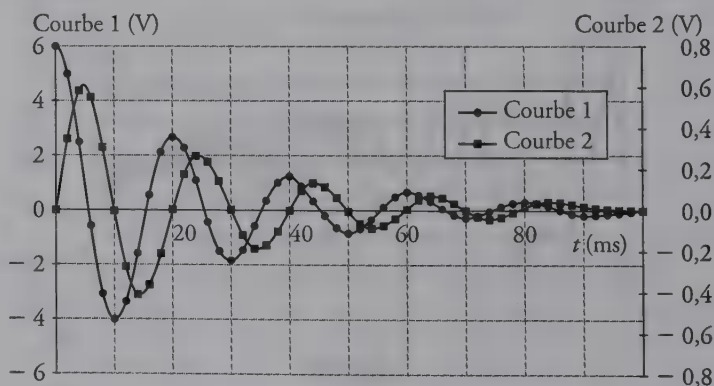


Figure 5

Enseignement de spécialité

Modélisation du principe du microscope (4 points)

Au cours d'une séance de travaux pratiques les élèves doivent modéliser un microscope en utilisant le banc d'optique.

Pour cela, ils disposent du matériel suivant :

- un banc d'optique ;
- un objet lumineux AB de hauteur 0,5 cm ;
- un écran ;
- une lentille mince convergente L_1 de distance focale $f'_1 = 5$ cm pour l'objectif ;
- une lentille mince convergente L_2 de distance focale $f'_2 = 20$ cm pour l'oculaire.

1 Étude de l'objectif

La consigne reçue par les élèves est la suivante : « Placer l'objet lumineux à 6 cm devant la lentille L_1 et observer l'image nette sur l'écran. Noter la position de l'image, sa taille et calculer le grandissement de l'objectif ».

1. Compléter le **schéma n° 1 (annexe à rendre avec la copie)** (échelle 1/2 suivant l'axe optique et échelle 1 suivant la perpendiculaire à l'axe optique) en plaçant les foyers de la lentille et en traçant l'image A_1B_1 donnée par L_1 .

2. En utilisant la relation de conjugaison et celle du grandissement, calculer la position et la taille de l'image ainsi que le grandissement γ_1 de l'objectif.

3. Après avoir réalisé l'expérience, un élève trouve une image A_1B_1 de hauteur 2,7 cm et située à 31 cm derrière la lentille. Ces mesures sont-elles compatibles avec les valeurs calculées ? Commenter.

4. Un élève, n'ayant pas respecté la consigne, a placé l'objet à 4 cm devant la lentille. Pourquoi ne peut-il pas obtenir d'image sur un écran ?

2 Étude de l'oculaire

A_1B_1 joue maintenant le rôle d'objet pour l'oculaire.

La consigne reçue par les élèves est la suivante : « Enlever l'écran et placer la lentille L_2 de telle façon que l'image A_2B_2 donnée par L_2 soit à l'infini ».

1. Où doit-on placer la lentille L_2 pour que la consigne soit respectée ? Justifier.

2. Compléter le **schéma n° 2 (annexe à rendre avec la copie)** (échelle 1/2 suivant l'axe optique et l'échelle 1 suivant la perpendiculaire à l'axe optique) en plaçant la lentille L_2 , ses foyers et en traçant la marche de deux rayons lumineux.

3° Grossissement du microscope

Dans cette partie, on pourra utiliser l'approximation $\tan \alpha \approx \alpha$ dans laquelle l'angle est exprimé en radians.

1. Calculer, en radian, la valeur de l'angle α' sous lequel l'œil voit l'image A_2B_2 , dans le cas où $A_1B_1 = 2,5 \text{ cm}$.
2. Calculer l'angle α sous lequel l'objet est vu, à l'œil nu, à une distance $d = 25 \text{ cm}$.
3. En déduire la valeur du grossissement $G = \frac{\alpha'}{\alpha}$ dans ces conditions.
4. Pour un microscope, le grossissement commercial est donné par la relation $G_C = C_2 \cdot |\gamma_1| \cdot d$, C_2 étant la vergence de l'oculaire. Montrer que le grossissement G calculé à la question 3. correspond au grossissement commercial.

Annexe à rendre avec la copie

Les schémas sont faits à l'échelle 1/2 suivant l'axe optique et à l'échelle 1 dans la direction perpendiculaire à l'axe.

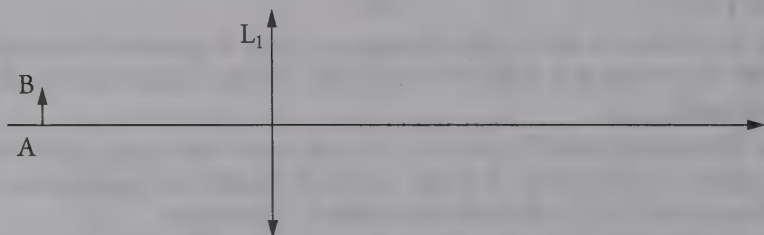


Schéma n° 1



Schéma n° 2

II. Chute d'une balle de ping-pong (5,5 points)

1. Remarque : Lisez très attentivement l'énoncé, il contient beaucoup d'informations.

À l'instant initial où la balle est lâchée, sa vitesse est nulle, donc la force de frottement $\vec{F}$ l'est également car nous sommes dans l'hypothèse où les frottements dépendent de la vitesse. La balle n'est alors soumise qu'à son poids $\vec{P} = m\vec{g}$ et à la poussée d'Archimède $\vec{\Pi}$; c'est la situation qu'a représentée Benoît.

Dès que la balle commence à chuter, sa vitesse augmente au cours du temps, et par conséquent il en est de même pour la force de frottement $\vec{F}$. Le schéma d'Adrien représente donc la situation à une date t quelconque et le schéma d'Amélie figure la situation au bout d'un temps de chute plus grand.

2. Remarque : Utilisez les unités S.I. pour effectuer les calculs.

Exprimons le rapport des valeurs du poids $\vec{P}$ et de la poussée d'Archimède $\vec{\Pi}$:

$$\frac{P}{\Pi} = \frac{mg}{\rho V_s g} = \frac{3m}{4\rho\pi r^3}.$$

Avec $m = 2,3 \times 10^{-3} \text{ kg}$, $\rho = 1,3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ et $r = 1,9 \times 10^{-2} \text{ m}$, nous calculons :

$$\frac{P}{\Pi} = 62$$

soit

$$P = 62 \times \Pi$$

ce qui est en accord avec le résultat trouvé par Benoît. Nous pouvons donc à juste titre négliger la poussée d'Archimède devant le poids.

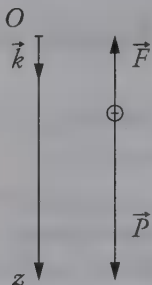
3. Dans le cadre de l'approximation faite à la question 2. nous appliquons la deuxième loi de Newton au centre d'inertie du système que constitue la balle de ping-pong dans le référentiel terrestre supposé galiléen :

$$\vec{P} + \vec{F} = m\vec{a}$$

d'où, en projection sur l'axe (Oz) vertical : $P_z + F_z = ma_z$ donc :

$$m \frac{dv_z}{dt} = P_z + F_z.$$

Afin de retrouver l'équation (1) il faut donc que : $P_z = mg$ et $F_z = -F$, ce qui implique que l'axe (Oz) ait été orienté vers le bas :



Nous obtenons donc :

$$m \frac{dv_z}{dt} = mg - F \quad (1)$$

Remarque : Nous pensons qu'il est préférable de conserver l'indice z pour noter la coordonnée v_z , du vecteur vitesse $\vec{v}$, qui est une grandeur algébrique, afin d'éviter la confusion avec la valeur v de la vitesse, grandeur toujours positive. Notez cependant qu'ici, compte tenu du mouvement étudié et de l'orientation de l'axe (Oz) choisie nous avons toujours : $v = v_z$.

4. Remarque : La réponse est pratiquement donnée dans le dialogue !

À l'instant $t = 0$ s où la balle est lâchée sans vitesse initiale nous devons lire, sur la courbe représentative de $v = f(t)$, $v(0) = 0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. C'est donc la **courbe 2** du **document 1** qui représente l'évolution temporelle de la vitesse.

La **courbe 2** montre que la vitesse atteint une valeur maximale après environ deux secondes. Celle-ci reste alors constante, ce qui conduit alors à une accélération nulle. La **courbe 1** représente donc l'évolution de l'accélération au cours du temps.

5. Par simple lecture graphique de la valeur maximale atteinte par la vitesse nous déterminons :

$$v_{\text{lim}} = 8,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Lorsque cette valeur est atteinte, la valeur de la vitesse demeure constante et l'accélération du centre de gravité de la balle est alors nulle :

$$\frac{dv_{\text{lim}}}{dt} = 0.$$

L'équation différentielle (1) prend alors la forme suivante :

$$0 = mg - F_{\text{lim}}.$$

Avec $F_{\text{lim}} = kv_{\text{lim}}^2$ nous aboutissons à :

$$k = \frac{mg}{v_{\text{lim}}^2}$$

Numériquement, avec $m = 2,3 \times 10^{-3} \text{ kg}$, $g = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ et $v_{\text{lim}} = 8,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, nous obtenons :

$$k = 3,5 \times 10^{-4} \text{ kg} \cdot \text{m}^{-1}$$

En remplaçant F par kv^2 dans l'équation différentielle (1), dans l'hypothèse d'une force de frottement proportionnelle au carré de la vitesse, puis en remplaçant k par $\frac{mg}{v_{\text{lim}}^2}$ nous obtenons :

$$m \frac{dv_z}{dt} = mg - kv_z^2 \quad \text{d'où} \quad \frac{dv_z}{dt} = g - \frac{k}{m} v_z^2 = g - \frac{g}{v_{\text{lim}}^2} v_z^2$$

qui conduit numériquement, avec $g = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ et $v_{\text{lim}} = 8,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, à :

$$\frac{dv_z}{dt} = 9,8 - 0,15v_z^2 \quad (2)$$

Remarque : Dans le cas particulier que nous étudions nous avons bien $v^2 = v_z^2$ et $v = v_z$.

6. Remarque : Pensez à utiliser les unités S.I.

Calculons la valeur théorique de k , notée k_t , avec $\rho = 1,3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ et $r = 1,9 \times 10^{-2} \text{ m}$:

$$k_t = 3,2 \times 10^{-4} \text{ kg} \cdot \text{m}^{-1}$$

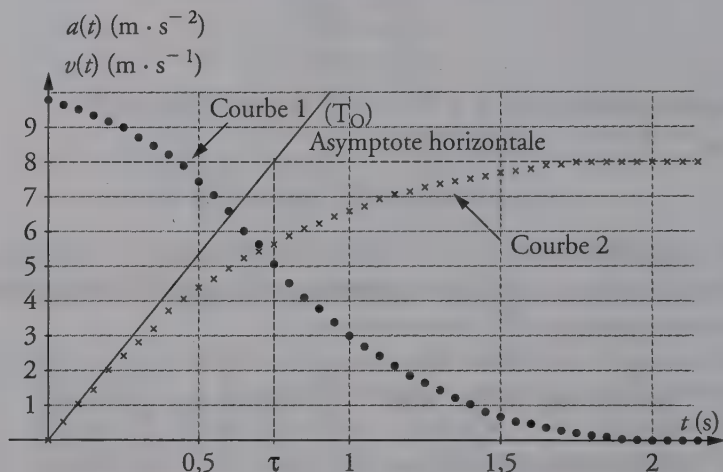
Comparons alors k et k_t :

$$\frac{k}{k_t} = \frac{3,5}{3,2} = 1,1$$

Les valeurs expérimentale et théorique sont donc voisines, ce qui permet de considérer le modèle de force de frottement proportionnelle au carré de la vitesse valable dans le cas de l'expérience réalisée.

Remarque : L'écart relatif de k par rapport à la valeur théorique est de 9,4 %.

7. a) Le temps caractéristique τ de l'évolution du système correspond à l'abscisse du point d'intersection de la tangente (T_O) à l'origine à la **courbe 2** avec l'asymptote horizontale de cette même courbe :



Graphiquement, nous lisons : $\tau = 0,75 \text{ s}$

Le pas d'itération Δt choisi est tel que $\frac{\tau}{\Delta t} = \frac{0,75}{0,05} = 15$, soit :

$$\tau = 15 \times \Delta t$$

Pour être satisfaisant, le pas d'itération doit être petit devant le temps caractéristique du phénomène étudié. Nous pouvons considérer que c'est le cas ici puisque $\frac{\Delta t}{\tau} < \frac{1}{10}$.

b) Remarque : Il faut effectuer les calculs comme le fait le tableur, en donnant tous les chiffres significatifs des résultats. Pensez à mémoriser les résultats des calculs dans votre calculatrice afin de les réutiliser sans arrondi.

Mettons en œuvre la méthode itérative, dite méthode d'Euler, décrite par Amélie, avec $\Delta t = 0,05 \text{ s}$.

• À $t_0 = 0 \text{ s}$: nous avons $v_0 = 0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

donc
$$a_0 = \left(\frac{dv}{dt} \right)_{t_0} = 9,8 - 0,15 \times v_0^2 = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}.$$

- À $t_1 = \Delta t = 0,05 \text{ s}$: nous avons $\Delta v_1 = a_0 \Delta t = 0,49 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} = v_1 - v_0$
d'où $v_1 = 0,49 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

et donc : $a_1 = 9,8 - 0,15 \times v_1^2 = 9,763 \, 985 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$

- À $t_2 = t_1 + \Delta t = 0,1 \text{ s}$: $\Delta v_2 = a_1 \Delta t = 0,488 \, 199 \, 25 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} = v_2 - v_1$
soit $v_2 = 0,978 \, 199 \, 25 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

et donc $a_2 = 9,8 - 0,15 \times v_2^2 = 9,656 \, 468 \, 934 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

- À $t_3 = t_2 + \Delta t = 0,15 \text{ s}$:
 $\Delta v_3 = a_2 \Delta t = 0,482 \, 823 \, 446 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} = v_3 - v_2$
d'où $v_3 = 1,461 \, 022 \, 696 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$,

et donc : $a_3 = 9,8 - 0,15 \times v_3^2 = 9,479 \, 811 \, 903 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$

c) Amélie a raison de s'exclamer, il faut effectivement faire les calculs avec tous les chiffres donnés par l'instrument de calcul (ordinateur ou calculatrice) mais ne donner les résultats qu'avec le nombre de chiffres significatifs de la donnée la moins précise intervenant dans les calculs, soit ici avec deux chiffres significatifs, d'où :

$$a_1 = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} ; v_2 = 0,98 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} ; a_3 = 9,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

La précision des résultats d'Adrien n'a aucune signification, elle est illusoire.

8. a) Les valeurs calculées avec la méthode d'Euler sont voisines de celles obtenues expérimentalement car la superposition des **courbes 3 et 4** aux **courbes 1 et 2** respectivement est plutôt satisfaisante.

b) Afin de conclure sur la validité du modèle utilisé pour la force de frottement, nous devons modifier le pas d'itération en diminuant encore sa valeur afin d'observer si l'ajustement de la courbe calculée à la courbe expérimentale se trouve amélioré.

c) Nous pourrions proposer un modèle de force de frottement proportionnelle à la vitesse, soit $F' = k'v$ avec $\vec{F}' = -k'\vec{v}$. Dans ce cas nous aboutissons, après projection de la deuxième loi de Newton sur l'axe (Oz), à :

$$P_z + F'_z = ma_z \text{ d'où } m \frac{dv_z}{dt} = mg - k'v_z$$

et finalement :

$$\frac{dv_z}{dt} = g - \frac{k'}{m} v_z$$

Le terme v_z^2 de l'équation différentielle (2) est donc remplacé par le terme v_z et la constante k par une constante k' .

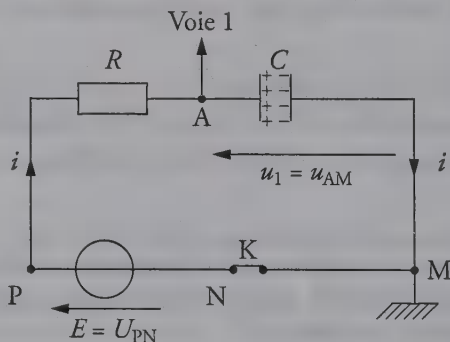
III. Dipôle RLC (4 points)

A. Première expérience

1. À la fermeture de K, qui permet la circulation du courant dans la partie supérieure du circuit, nous observons la charge du condensateur sur la voie 1.

2. La f.é.m E aux bornes du générateur est, par définition, la tension positive à ses bornes. Nous pouvons alors en déduire sa polarité : $E = U_{PN} = V_P - V_N > 0$ V.

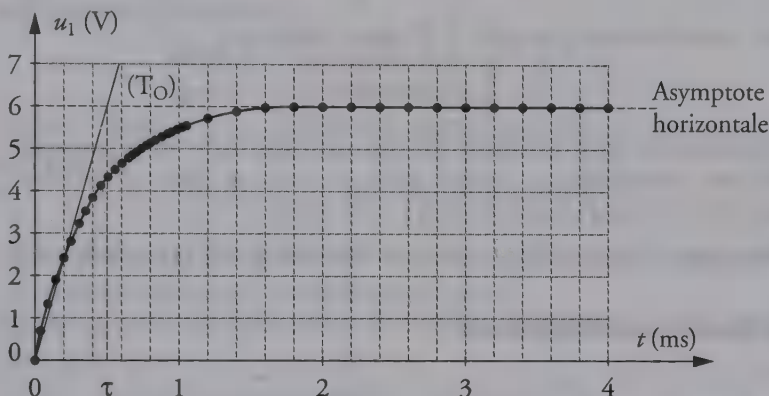
Par convention, le courant circule de la borne positive vers la borne négative du générateur à l'extérieur de celui-ci. Les électrons circulent quant à eux dans le sens opposé au courant. Nous sommes donc dans la situation suivante pour la partie du circuit concernée :



L'armature du condensateur reliée au point M accumule donc des charges négatives pendant que l'armature reliée au point A se charge positivement. Nous avons alors $q_A > 0$ et $q_M = -q_A < 0$.

Compte tenu du sens de branchement du dispositif informatisé, nous avons $u_1 = u_{AM}$; la flèche-tension représentative de cette tension, parallèle au condensateur, est donc dirigée vers le point A.

3. La constante de temps τ correspond à l'abscisse du point d'intersection de la tangente (T_O) à l'origine à la courbe $u_1 = f(t)$ avec l'asymptote horizontale de cette même courbe, soit :



Graphiquement nous lisons : $\tau = 0,50 \text{ ms}$

Sachant que $\tau = RC$ nous en déduisons $C = \frac{\tau}{R}$.

Numériquement avec $R = 20 \, \Omega$ et $\tau = 0,50 \times 10^{-3} \text{ s}$ nous obtenons :

$$C = 2,5 \times 10^{-5} \text{ F} = 25 \, \mu\text{F}$$

4. a) **Remarque :** La notation u est utilisée pour $u(t)$, i pour $i(t)$, etc.

Appliquons la loi d'additivité des tensions au circuit schématisé au 2. :

$$U_{PN} = u_{PA} + u_{AM} + u_{MN}$$

or $U_{PN} = E$, $u_{PA} = Ri$ d'après la loi d'Ohm, $u_{AM} = u_1$ et $u_{MN} = 0 \text{ V}$ car MN se comporte comme un fil de connexion, donc :

$$E = Ri + u_1.$$

De surcroît, l'intensité du courant s'exprime ici par :

$$i = \frac{dq}{dt} \text{ or } q = Cu_1 \text{ alors } i = C \frac{du_1}{dt}.$$

Nous aboutissons finalement à :

$$E = RC \frac{du_1}{dt} + u_1, \text{ soit en posant } \tau = RC : \tau \frac{du_1}{dt} + u_1 = E$$

b) Calculons la valeur $u_1(5\tau)$ à partir de l'expression analytique fournie :

$$u_1(5\tau) = E \left(1 - e^{-\frac{5\tau}{\tau}} \right) = E(1 - e^{-5})$$

soit numériquement, avec $E = 6 \text{ V}$, nous obtenons :

$$u_1(5\tau) = 6 \text{ V}$$

Nous pouvons donc considérer qu'après une durée $\Delta t = 5\tau$ le condensateur est complètement chargé, puisque alors $u_1(5\tau) = E$ et donc $u_{PA}(5\tau) = 0 \text{ V}$, d'où $i(5\tau) = 0 \text{ A}$.

Remarque : Ce résultat est en accord avec la courbe $u_1 = f(t)$ de la figure 2.

B. Deuxième expérience

1. L'acquisition étant synchronisée avec la fermeture de l'interrupteur K' à l'instant $t = 0 \text{ s}$, la tension u_1 aux bornes du condensateur vaut $E = 6 \text{ V}$ à cet instant, et l'intensité du courant étant nulle au même instant, alors la tension $u_2 = 0 \text{ V}$ en vertu de la loi d'Ohm. Il faut donc examiner les courbes à l'instant initial pour les attribuer à chacune des tensions.

La **courbe 1** étant non nulle à l'origine des dates, elle représente l'évolution temporelle de la tension u_1 et la **courbe 2** permet de visualiser les variations de la tension u_2 au cours du temps.

2. Afin de gagner en précision il est préférable de mesurer la valeur de plusieurs pseudo-périodes pour en déduire la valeur de T . Nous déterminons ainsi :

$$4T = 100 \text{ ms} \text{ donc } T = 25 \text{ ms}$$

Nous pouvons également calculer la valeur de la période propre T_0 des oscillations dans le cas où les résistances présentes dans le circuit sont négligeables.

En effet : $T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$

soit avec $L = 0,80 \text{ H}$ et $C = 20 \times 10^{-6} \text{ F}$, nous obtenons :

$$T_0 = 2,5 \times 10^{-2} \text{ s} = 25 \text{ ms}$$

Nous pouvons donc conclure que les résistances présentes dans le circuit ont des valeurs suffisamment faibles pour que nous puissions confondre pseudo-période T et période propre T_0 des oscillations.

3. Nous n'avons pas besoin de déterminer avec précision la valeur de la pseudo-période des oscillations lors des deux dernières expériences. Sa seule comparaison avec la valeur de $T = 25$ ms obtenue précédemment suffit pour conclure, ainsi :

figure 4 : $T_4 \approx 40$ ms soit $T_4 > T = T_0$

figure 5 : $T_5 \approx 20$ ms soit $T_5 < T = T_0$.

Quand la valeur de la capacité du condensateur est augmentée, nous avons alors :

$$C' > C = 20 \mu\text{F} \text{ donc } T'_0 = 2\pi\sqrt{LC'} > T_0$$

c'est-à-dire que la pseudo-période T' des oscillations doit augmenter, ce qui correspond au cas représenté sur la **figure 4**.

Quand la valeur de l'inductance de la bobine est diminuée, nous avons alors :

$$L' < L = 0,80 \text{ H} \text{ donc } T'_0 = 2\pi\sqrt{L'C} < T_0$$

c'est-à-dire que la pseudo-période T' des oscillations doit diminuer, ce qui correspond au cas représenté sur la **figure 5**.

Enseignement de spécialité

IV. Modélisation du principe du microscope

1 Étude de l'objectif

1. Remarque : La dimension de cet ouvrage ne nous permet pas de respecter l'échelle proposée dans l'énoncé.

Soit O_1 le centre optique de la lentille L_1 , le foyer principal image F'_1 est alors tel que : $\overline{O_1F'_1} = f'_1 = 5,0$ cm dans la réalité, c'est-à-dire 2,5 cm sur le **schéma n° 1**. Le foyer principal objet F_1 de la lentille est le symétrique de F'_1 par rapport à O_1 .

La position et la taille de l'image A_1B_1 sont obtenues en traçant deux rayons lumineux particuliers issus de B. Celui passant par le centre optique O_1 de la lentille n'est pas dévié, alors que celui parallèle à l'axe optique émerge de la lentille en passant par le foyer principal image F'_1 .



2. Déterminons la position de l'image A_1B_1 en utilisant la relation de conjugaison appliquée à la lentille L_1 :

$$\frac{1}{\overline{O_1A_1}} - \frac{1}{\overline{O_1A}} = \frac{1}{\overline{O_1F'_1}} = \frac{1}{f'_1}$$

ainsi :

$$\overline{O_1A_1} = \frac{\overline{O_1A} \cdot f'_1}{f'_1 + \overline{O_1A}}$$

Numériquement, avec $f'_1 = 5,0 \text{ cm}$ et $\overline{O_1A} = -6,0 \text{ cm}$, nous déterminons la position de l'image sur l'axe optique :

$$\overline{O_1A_1} = 30 \text{ cm}$$

$\overline{O_1A_1} > 0$, l'image est donc située derrière la lentille L_1 .

La relation de grandissement permet de déterminer la taille de l'image A_1B_1 :

$$\gamma_1 = \frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{O_1A_1}}{\overline{O_1A}} \quad \text{alors} \quad \overline{A_1B_1} = \overline{AB} \cdot \frac{\overline{O_1A_1}}{\overline{O_1A}}$$

soit avec, $\overline{AB} = 0,50 \text{ cm}$, $\overline{O_1A_1} = 30 \text{ cm}$ et $\overline{O_1A} = -6,0 \text{ cm}$, nous calculons :

$$\overline{A_1B_1} = -2,5 \text{ cm}$$

ainsi que le grandissement γ_1 :

$$\gamma_1 = -5$$

Il s'agit d'une image renversée puisque $\overline{AB}$ et $\overline{A_1B_1}$ sont de signes opposés.

3. Un banc d'optique est fréquemment gradué avec une précision du millimètre. L'élève qui suit la consigne donnée par le professeur placera donc, au pire, l'objet lumineux AB à 5,9 cm ou à 6,1 cm devant la lentille L_1 . Les relations données au 2. permettent de définir un encadrement de la position de l'image A_1B_1 ainsi que de sa taille.

Nous obtenons, avec $\overline{O_1A} = -5,9$ cm puis $\overline{O_1A} = -6,1$ cm :

$$28 \text{ cm} \leq \overline{O_1A} \leq 33 \text{ cm}$$

et

$$-2,3 \text{ cm} \leq \overline{A_1B} \leq -2,8 \text{ cm}$$

Les mesures obtenues par l'élève sont donc compatibles avec celles calculées, car elles sont comprises dans les deux intervalles déterminés. L'élève a donc positionné correctement les différents matériels.

4. Calculons la position de l'image dans le cas où l'objet a été placé à 4,0 cm devant la lentille, soit $\overline{O_1A} = -4,0$ cm. La relation de conjugaison évoquée au 2. conduit alors à :

$$\overline{O_1A_1} = -20 \text{ cm}$$

L'image est donc située à 20 cm devant la lentille L_1 , c'est-à-dire du même côté que l'objet, elle ne peut donc pas être observée sur un écran.

Remarque : En revanche, l'image peut être vue par un observateur regardant à travers la lentille en direction de l'objet.

2 Étude de l'oculaire

1. Nous noterons O_2 le centre optique de la lentille L_2 . La relation de conjugaison s'écrit pour cette lentille :

$$\frac{1}{\overline{O_2A_2}} - \frac{1}{\overline{O_2A_1}} = \frac{1}{\overline{O_2F'_2}} = \frac{1}{f'_2}.$$

Or le professeur demande que la lentille L_2 donne une image A_2B_2 à l'infini de l'objet A_1B_1 . Cette situation est telle que :

$$\overline{O_2A_2} = +\infty \text{ donc } \frac{1}{\overline{O_2A_2}} = 0$$

et pour cela il faut alors choisir $\overline{O_2A_1}$ tel que : $-\frac{1}{\overline{O_2A_1}} = \frac{1}{f'_2}$

soit :

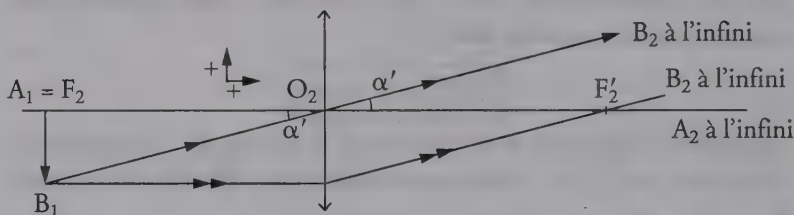
$$\overline{O_2A_1} = -f'_2 = -20 \text{ cm}$$

Le fait que $\overline{O_2 F_2} = -\overline{O_2 F'_2} = -f'_2$, indique que le foyer principal objet F_2 de la lentille L_2 doit être confondu avec le point A_1 . Il faut donc placer la lentille L_2 à 20 cm derrière la position qu'occupait l'écran. L'image $A_1 B_1$ est alors dans le plan focal objet de la lentille L_2 .

2. Remarque : La dimension de cet ouvrage ne nous permet pas de respecter l'échelle proposée dans l'énoncé.

Nous devons placer la lentille L_2 à 10 cm à droite de l'objet $A_1 B_1$ et le foyer principal image F'_2 à 10 cm de O_2 sur le **schéma n° 2** compte tenu de l'échelle 1/2.

Un des rayons lumineux issus de B_1 passe par le centre optique O_2 de la lentille L_2 et n'est pas dévié. Un autre de ces rayons, parallèle à l'axe optique, émerge de la lentille L_2 en passant par le foyer principal image F'_2 .



3 Grossissement du microscope

1. Dans le triangle $O_2 F_2 B_1$ rectangle en F_2 (figurant sur le schéma de la partie 2.) nous pouvons écrire la relation suivante :

$$\tan \alpha' = \frac{F_2 B_1}{O_2 F_2} = \frac{A_1 B_1}{f'_2}$$

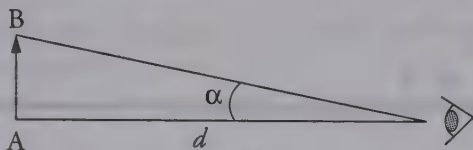
où α' est l'angle sous lequel l'œil voit l'image finale $A_2 B_2$ à travers le microscope. Dans l'hypothèse où l'angle α' est suffisamment petit pour que l'approximation $\tan \alpha' \approx \alpha'$ soit valable, nous aboutissons à :

$$\alpha' \approx \frac{A_1 B_1}{f'_2}$$

d'où, avec $A_1 B_1 = 2,5 \times 10^{-2}$ m et $f'_2 = 20 \times 10^{-2}$ m, nous calculons :

$$\alpha' \approx 0,125 \text{ rad} \approx 0,13 \text{ rad}$$

2. Schématisons la situation décrite dans l'énoncé :



L'angle α sous lequel est vu l'objet à l'œil nu depuis une distance d s'exprime, en utilisant la même approximation que précédemment :

$$\alpha \approx \tan \alpha = \frac{AB}{d}$$

et vaut, avec $AB = 0,50 \times 10^{-2} \text{ m}$ et $d = 25 \times 10^{-2} \text{ m}$:

$$\alpha \approx 2,0 \times 10^{-2} \text{ rad} = 20 \text{ mrad}$$

3. Par définition, le grossissement G du microscope s'exprime par :

$$G = \frac{\alpha'}{\alpha}$$

Numériquement, avec $\alpha \approx 20 \times 10^{-3} \text{ rad}$ et $\alpha' \approx 0,125 \text{ rad}$, nous calculons :

$$G \approx 6,3$$

4. Calculons la valeur du grossissement commercial G_c :

$$G_c = C_2 |\gamma_1| d \text{ soit } G_c = \frac{|\gamma_1| d}{f'_2}$$

d'où avec, $\gamma_1 = -5$, $f'_2 = 20 \times 10^{-2} \text{ m}$ et $d = 25 \times 10^{-2} \text{ m}$, nous obtenons :

$$G_c = 6,3$$

qui correspond exactement à la valeur obtenue à la question 3.

S U J E T

Enseignement obligatoire

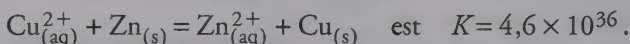
II. Charge d'un condensateur à l'aide d'une pile
(7 points)

① Réalisation de la pile

On souhaite réaliser une pile au laboratoire.

Pour cela, on dispose d'une lame de zinc et d'une lame de cuivre ainsi que d'un volume $V_1 = 100 \text{ mL}$ d'une solution aqueuse de sulfate de zinc de concentration molaire en soluté apporté $C_1 = 1,0 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$ et d'un volume $V_2 = 100 \text{ mL}$ d'une solution aqueuse de sulfate de cuivre de concentration molaire en soluté apporté $C_2 = 1,0 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$ et d'un pont salin.

L'expérience est réalisée à la température de 25°C . À cette température, la constante d'équilibre associée à l'équation :



La pile ainsi réalisée est placée dans un circuit électrique comportant une résistance et un interrupteur. On ferme ce circuit électrique à l'instant de date $t_0 = 0 \text{ s}$.

1. Faire un schéma légendé de cette pile. Compléter le schéma avec la résistance et l'interrupteur.
2. Déterminer le quotient de réaction $Q_{r,i}$ du système ainsi constitué à l'instant de date t_0 . En déduire le sens d'évolution spontanée du système.
3. Pour chaque électrode, écrire la demi-équation correspondant au couple qui intervient.
4. En déduire, en justifiant la réponse, à quel métal correspond le pôle + de la pile et à quel métal correspond le pôle -.
5. D'après la théorie, on considère que la pile s'arrête de fonctionner quand le réactif limitant, constitué soit par les ions Cu^{2+} , soit par les ions Zn^{2+} , a été complètement consommé.

En utilisant l'équation de la réaction se produisant à l'une des électrodes, calculer la quantité maximale d'électricité que pourrait théoriquement débiter cette pile.

On donne la constante d'Avogadro $N_A = 6,02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$, la charge électrique élémentaire $e = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$.

2 Charge d'un condensateur

On réalise un circuit électrique en montant en série la pile étudiée précédemment, un condensateur de capacité $C = 330 \mu\text{F}$ et un interrupteur K. Le schéma 1 est représenté ci-dessous :

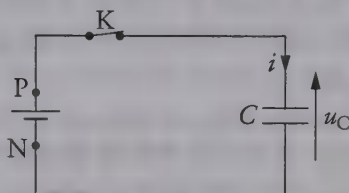


Schéma 1

Pour visualiser l'évolution de la tension u_C aux bornes du condensateur en fonction du temps, on utilise un dispositif d'acquisition comme un oscilloscope à mémoire ou un ordinateur avec une interface. À l'instant de date $t_0 = 0 \text{ s}$, on ferme l'interrupteur K et on obtient l'enregistrement $u_C = f(t)$ présenté sur la figure de l'annexe à rendre avec la copie.

Pour interpréter cette courbe, on modélise la pile par l'association en série d'une résistance r et d'un générateur idéal de tension de force électromotrice E (schéma 2).

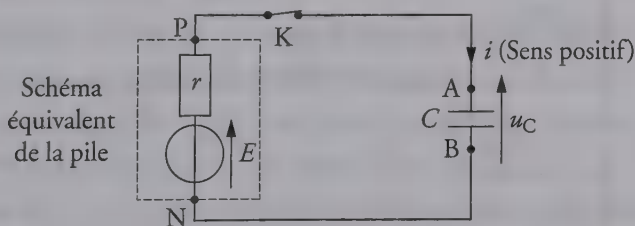


Schéma 2

1. À l'instant de date $t_1 = 20 \text{ s}$, on considère que le condensateur est chargé complètement.

Quelle est la valeur de l'intensité du courant qui circule alors dans le circuit ?

La force électromotrice E est la valeur de la tension aux bornes de la pile lorsqu'elle ne débite pas de courant.

À partir de l'enregistrement $u_C = f(t)$ sur la figure de l'**annexe à rendre avec la copie**, donner la valeur de E .

2. Détermination de la résistance interne de la pile

a) Donner l'expression littérale de la constante de temps τ . Justifier que cette grandeur est de même dimension qu'une durée.

b) Déterminer graphiquement la valeur de τ , par la méthode de votre choix qui apparaîtra sur la figure de l'**annexe à rendre avec la copie**.

c) En déduire la valeur de la résistance interne r de la pile.

3. Expression de $u_C(t)$

a) En respectant l'orientation du circuit indiquée sur le schéma 2, donner la relation entre l'intensité i du courant et la charge q portée par l'armature A.

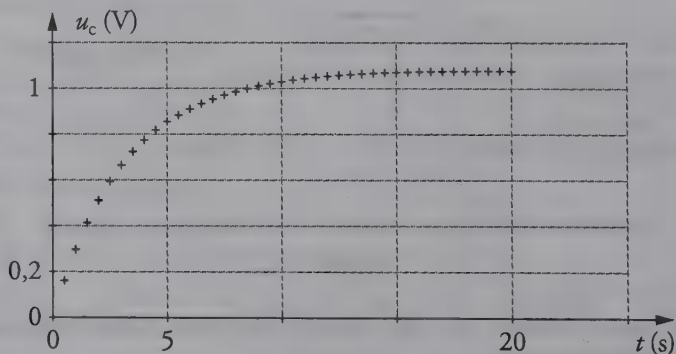
b) Donner la relation entre la charge q et la tension u_C aux bornes du condensateur.

c) Montrer qu'à partir de l'instant de date t_0 où l'on ferme l'interrupteur, la tension u_C vérifie l'équation différentielle suivante :

$$E = u_C + r \cdot C \cdot \frac{du_C}{dt}.$$

d) La solution générale de cette équation différentielle est de la forme $u_C(t) = E(1 - e^{-\alpha \cdot t})$. En déduire l'expression littérale de α .

Annexe



III. Autour du radium (5 points)

Cet exercice comporte dix AFFIRMATIONS indépendantes concernant les transformations radioactives. Toute réponse doit être accompagnée de justifications ou de commentaires. À chaque affirmation, vous répondrez donc par VRAI ou FAUX, en justifiant votre choix à l'aide de définitions, de calculs, d'équations de réactions nucléaires.

À la fin du XIX^e siècle, Pierre et Marie Curie découvrent deux éléments chimiques : le polonium puis le radium.

Marie Curie obtient en 1903 le prix Nobel de physique et, en 1911, celui de chimie.

Le radium $^{226}_{88}\text{Ra}$ se désintègre spontanément en émettant une particule α . Le noyau fils est un isotope du radon (Rn). Le radon est un gaz dans les conditions ordinaires de température et de pression.

Le $^{228}_{88}\text{Ra}$ est radioactif β^- .

On rappelle que les données sont en italique.

1. Affirmation : Le noyau de polonium noté $^{208}_{84}\text{Po}$ est composé de 84 neutrons et 124 protons.

2. Affirmation : La masse d'un noyau de radium est égale à la somme des masses de ses nucléons.

3. Affirmation : L'équation de désintégration du radium est $^{226}_{88}\text{Ra} \rightarrow ^4_2\text{He} + ^{222}_{86}\text{Rn}$.

4. Affirmation : Le radium $^{226}_{88}\text{Ra}$ et le radon $^{226}_{86}\text{Rn}$ sont isotopes.

5. Affirmation : Puisque le radium $^{228}_{88}\text{Ra}$ est radioactif β^- , son noyau-fils est donc un noyau de francium.

6. La demi-vie du radon $^{222}_{86}\text{Rn}$ est 3,8 jours.

Affirmation : Au bout de 11,4 jours, le pourcentage de noyaux de radon $^{222}_{86}\text{Rn}$ restant par rapport au nombre initial est de 12,5 %.

7. Le noyau de radium $^{226}_{88}\text{Ra}$ est obtenu à partir d'une suite de désintégrations radioactives α et β^- du noyau d'uranium $^{238}_{92}\text{U}$.

Affirmation : Au cours de ces désintégrations successives deux particules α et trois électrons sont émis.

8. Un échantillon de « radium 226 » a une activité de $6,0 \times 10^5$ Bq

Affirmation : $2,0 \times 10^4$ noyaux de radium $^{226}_{88}\text{Ra}$ se sont désintégrés en une minute.

9. Affirmation : L'énergie libérée par la réaction $^{226}_{88}\text{Ra} \rightarrow ^4_2\text{He} + ^{222}_{86}\text{Rn}$ est égale à 8 MeV.

10. La teneur en radon ^{222}Rn dans les gaz du sol a été déterminée en mesurant une activité de $3,75 \times 10^3 \text{ Bq}$ par m^3 de gaz prélevé. La constante radioactive λ du radon ^{222}Rn est $2,10 \times 10^{-6} \text{ s}^{-1}$.

Affirmation : La quantité de matière en radon ^{222}Rn dans 1 m^3 responsable de cette activité est d'environ $3 \times 10^{-15} \text{ mol}$.

► Données

- L'activité A d'un échantillon radioactif est le nombre de désintégrations qu'il produit par seconde soit $A(t) = \frac{|\Delta N(t)|}{\Delta t}$.
- À un instant de date t , A est proportionnelle au nombre $N(t)$ de noyaux radioactifs contenus dans l'échantillon à cet instant et à la constante de radioactivité λ : $A(t) = \frac{|\Delta N(t)|}{\Delta t} = \lambda \times N(t)$.
- La particule α est un noyau d'hélium noté ^4_2He .
- Célérité de la lumière dans le vide $c = 2,998 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.
- $1 \text{ eV} = 1,602 \times 10^{-19} \text{ J}$
- $1 \text{ an} = 3,156 \times 10^7 \text{ s}$
- Constante d'Avogadro : $N_A = 6,02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$.

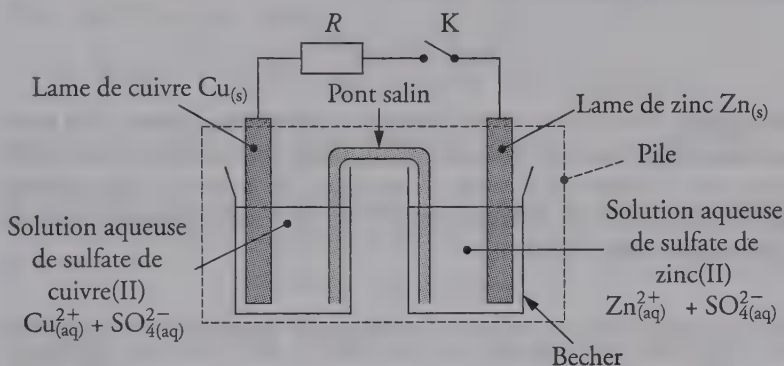
Élément	Symbole	Numéro atomique Z
Radon	Rn	86
Francium	Fr	87
Radium	Ra	88
Actinium	Ac	89
Thorium	Th	90
Protactinium	Pa	91

Entité	Masse (en kg)
Neutron	$1,674\,927 \times 10^{-27}$
Proton	$1,672\,621 \times 10^{-27}$
Noyau ^4_2He	$6,644\,65 \times 10^{-27}$
Noyau ^{226}Ra	$3,752\,438 \times 10^{-25}$
Noyau ^{222}Rn	$3,685\,904 \times 10^{-25}$

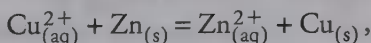
II. Charge d'un condensateur à l'aide d'une pile (7 points)

1 Réalisation de la pile

1. Le schéma de la pile placée dans le circuit électrique est le suivant :



2. Sachant que l'équation de la réaction s'écrit :



le quotient de réaction initial $Q_{r,i}$ du système constitué à l'instant de date t_0 s'exprime par :

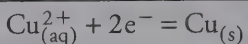
$$Q_{r,i} = \frac{[\text{Zn}^{2+}]_i}{[\text{Cu}^{2+}]_i}$$

Avec, $[\text{Zn}^{2+}]_i = C_1 = 1,0 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$ et $[\text{Cu}^{2+}]_i = C_2 = 1,0 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$, nous calculons :

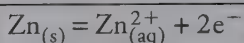
$$Q_{r,i} = 1,0$$

Le système est donc initialement dans la situation où $Q_{r,i} < K = 4,6 \times 10^{36}$, il va alors évoluer spontanément dans le sens direct de l'écriture de l'équation de la réaction.

3. D'après le sens d'évolution spontanée déterminé au **2.** nous constatons que ceci correspond à une réduction des ions cuivre(II) en cuivre métallique et à une oxydation du zinc métallique en ions zinc(II). L'équation de la réaction associée au couple $\text{Cu}_{(\text{aq})}^{2+}/\text{Cu}_{(\text{s})}$ a lieu au niveau de l'électrode de cuivre ; elle s'écrit :



et l'équation de la réaction associée au couple $\text{Zn}_{(\text{aq})}^{2+}/\text{Zn}_{(\text{s})}$ a lieu au niveau de l'électrode de zinc ; elle s'écrit :



Remarque : Le terme de « demi-équation », utilisé dans l'énoncé, est à notre avis mal choisi dans cette situation puisqu'il s'agit des réactions ayant réellement lieu au niveau de chacune des électrodes. En revanche, nous parlerons de demi-équations électroniques dans le cas de réactions d'oxydoréduction par transfert direct d'électrons.

4. D'après les équations de réaction établies au **3.**, le zinc métallique libère des électrons qui sont transférés aux ions cuivre(II) *via* le circuit électrique extérieur. Les électrons circulent donc de l'électrode de zinc vers l'électrode de cuivre dans le circuit électrique. Or les électrons se déplacent du pôle négatif de la pile au pôle positif à l'extérieur de celle-ci, donc l'électrode de cuivre constitue la borne positive de la pile et l'électrode de zinc la borne négative.

5. Remarque : Nous devons considérer que les métaux ne constituent pas le réactif limitant.

La pile réalisée est telle que ce sont les ions cuivre(II) qui sont consommés lors de son fonctionnement. Leur quantité de matière initiale régit donc la quantité d'électricité maximale Q_{max} qui peut être débitée par la pile. L'ion cuivre(II) constitue le réactif limitant.

Établissons le tableau d'évolution associé à la réaction ayant lieu à l'électrode de cuivre. Il conduit à l'état final dans lequel tous les ions cuivre(II) ont été consommés à partir d'un état initial fictif où tous les électrons nécessaires à cela seraient présents.

Équation chimique		$\text{Cu}_{(\text{aq})}^{2+}$	+	2e^-	=	$\text{Cu}_{(\text{s})}$
État du système	Avancement	Quantités de matière (mol)				
État initial	$x = 0 \text{ mol}$	$C_2 V_2$		$n(\text{e}^-)_{\text{max}}$		bcp
État intermédiaire	x	$C_2 V_2 - x$		$n(\text{e}^-)_{\text{max}} - 2x$		bcp
État final	$x_f = x_{\text{max}}$	$C_2 V_2 - x_{\text{max}}$		$n(\text{e}^-)_{\text{max}} - 2x_{\text{max}}$		bcp

Dans l'état final nous avons :

$$n(\text{Cu}^{2+})_f = C_2 V_2 - x_{\text{max}} = 0 \text{ mol}, \text{ donc } x_{\text{max}} = C_2 V_2$$

$$\text{et } n(\text{e}^-)_f = n(\text{e}^-)_{\text{max}} - 2x_{\text{max}} = 0 \text{ mol}, \text{ donc } x_{\text{max}} = \frac{1}{2} n(\text{e}^-)_{\text{max}}.$$

L'égalisation des deux relations permet d'exprimer la quantité de matière maximale d'électrons pouvant être débités par la pile :

$$n(\text{e}^-)_{\text{max}} = 2 \times C_2 V_2.$$

La quantité d'électricité maximale que peut débiter la pile s'exprime alors par :

$$Q_{\text{max}} = n(\text{e}^-)_{\text{max}} N_A e$$

donc :

$$Q_{\text{max}} = 2 \times C_2 V_2 N_A e$$

Numériquement, avec $C_2 = 1,0 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$, $V_2 = 100 \times 10^{-3} \text{ L}$, $e = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$ et $N_A = 6,02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$, nous calculons :

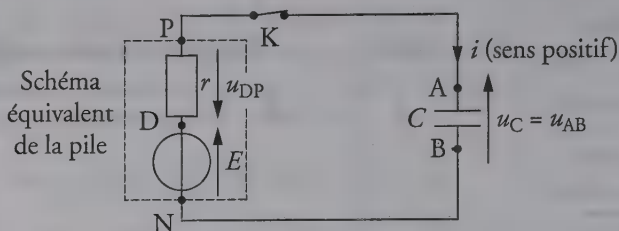
$$Q_{\text{max}} = 1,9 \times 10^4 \text{ C}$$

2 Charge d'un condensateur

1. Si à l'instant de date $t_1 = 20 \text{ s}$ nous pouvons considérer que le condensateur est complètement chargé, il ne circule alors plus d'électrons de façon ordonnée dans le circuit, donc :

$$i(t_1) = 0 \text{ A}$$

Appliquons la loi d'additivité des tensions au circuit de la **figure 2** :



$$u_{DN} = u_{DP} + u_{PA} + u_{AB} + u_{BN}$$

avec $u_{DN} = E$, $u_{DP} = ri$ (d'après la loi d'Ohm) $u_{AB} = u_C$ et $u_{PA} = u_{BN} = 0 \text{ V}$ (car PA et BN sont des fils de connexion).

Alors :

$$E = ri + u_C.$$

À l'instant de date $t_1 = 20 \text{ s}$, puisque $i = 0 \text{ A}$, nous avons donc :

$$E = u_C(t_1)$$

Nous obtenons alors la valeur de la f.é.m de la pile par lecture graphique à partir de l'enregistrement $u_C = f(t)$:

$$E = u_C(t_1) = 1,05 \text{ V}$$

2. a) Remarque : Ne confondez pas dimension et unité. La dimension d'une grandeur est indépendante de l'unité utilisée.

La constante de temps τ du circuit s'exprime par :

$$\tau = rC$$

Vérifions que cette expression est bien homogène à un temps par analyse dimensionnelle :

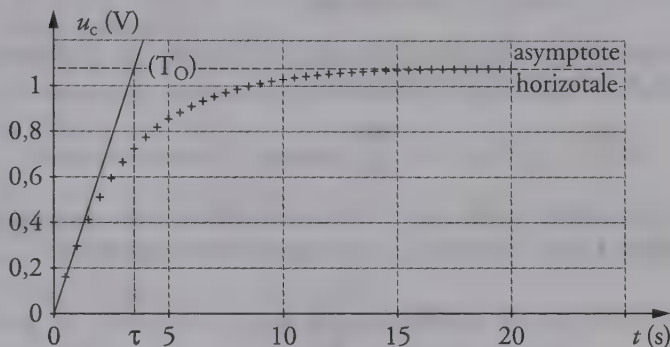
$$[rC] = \left[\frac{u}{i} \right] \times \left[\frac{q}{u} \right] = \left[\frac{q}{i} \right] = [t]$$

alors :

$$[rC] = T$$

Le produit rC est donc bien homogène à un temps.

b) La constante de temps τ correspond à l'abscisse du point d'intersection de la tangente (T_O) à l'origine à la courbe $u_C = f(t)$ avec l'asymptote horizontale de cette même courbe :



Nous lisons :

$$\tau = 3,3 \text{ s}$$

Remarque : Cette valeur peut aussi être obtenue graphiquement sachant que $u_C(\tau) = 0,63 \times E$.

c) Compte tenu de la relation rappelée au 2. a), nous avons :

$$r = \frac{\tau}{C},$$

d'où, avec $\tau = 3,3 \text{ s}$ et $C = 330 \times 10^{-6} \text{ F}$, nous calculons :

$$r = 10 \times 10^3 \Omega = 10 \text{ k}\Omega$$

3. a) Compte tenu de l'orientation du circuit, l'intensité du courant s'exprime par :

$$i = \frac{dq}{dt}$$

où q est la charge portée par l'armature A du condensateur.

b) En convention récepteur, la charge q portée par l'armature A du condensateur s'exprime par :

$$q = Cu_C$$

c) Nous avons déjà établi à la question ❶. 1. par application de la loi d'additivité des tensions que, quel que soit $t \geq 0$ s :

$$E = ri + u_C \quad (1)$$

Cherchons alors à exprimer l'intensité i du courant en fonction de la tension u_C aux bornes du condensateur :

$$i = \frac{dq}{dt} = \frac{d}{dt}(Cu_C) = C \frac{du_C}{dt} \text{ puisque } C \text{ est une constante.}$$

Nous aboutissons finalement à l'équation différentielle demandée en substituant i dans l'équation (1) par cette dernière expression :

$$E = rC \frac{du_C}{dt} + u_C$$

donc :

$$E = u_C + rC \frac{du_C}{dt}$$

d) Puisque l'expression fournie est solution générale de l'équation différentielle, $u_C(t)$ doit vérifier cette équation différentielle, or :

$$\begin{aligned} E = u_C(t) + rC \frac{du_C(t)}{dt} &= E(1 - e^{-\alpha t}) + rC \frac{d}{dt}(E(1 - e^{-\alpha t})) \\ &= E(1 - e^{-\alpha t}) + rC \cdot E\alpha \cdot e^{-\alpha t} \\ &= E + Ee^{-\alpha t}(rC\alpha - 1) \end{aligned}$$

ce qui impose :

$$Ee^{-\alpha t}(rC\alpha - 1) = 0.$$

Cette équation est satisfaite, quel que soit $t \geq 0$, si :

$$rC\alpha - 1 = 0$$

soit :

$$\alpha = \frac{1}{rC} = \frac{1}{\tau}$$

III. Autour du radium (5 points)

1. FAUX.

Pour un noyau noté A_ZX , Z est le numéro atomique qui représente le nombre de protons du noyau.

Le noyau de polonium comporte donc 84 protons et non pas 124.

N est le nombre de neutrons avec $N = A - Z = 208 - 84 = 124$ neutrons et non 84.

2. FAUX.

La somme des masses des nucléons qui constituent un noyau est toujours supérieure à la masse du noyau lui-même.

Mettons en évidence ce résultat général dans le cas du noyau de radium ${}^{226}\text{Ra}$. Sachant qu'il possède 88 protons, alors $N = A - Z = 226 - 88 = 138$ neutrons :

$$m({}^{226}\text{Ra}) = 3,752\,438 \times 10^{-25} \text{ kg}$$

$$\Sigma m(\text{nucléons}) = Z m_p + (A - Z) m_n$$

$$= 88 \times 1,672\,621 \times 10^{-27} + 138 \times 1,674\,927 \times 10^{-27}$$

$$= 3,783\,306 \times 10^{-25} \text{ kg},$$

donc :

$$m({}^{226}\text{Ra}) < \Sigma m(\text{nucléons})$$

3. VRAI.

Le radium étant émetteur α , il émet un noyau d'hélium ${}^4_2\text{He}$ en se désintégrant.

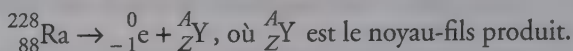
L'équation de la réaction de désintégration donnée vérifie la loi de conservation de la charge électrique (puisque $88 = 2 + 86$), et la loi de conservation du nombre de nucléons (puisque $226 = 4 + 222$). Enfin, l'élément chimique de numéro atomique 86 est le radon de symbole chimique Rn.

4. FAUX.

Ces deux noyaux ne sont pas isotopes car ils ne possèdent pas le même numéro atomique Z .

5. FAUX.

La particule β^- est un électron, noté ${}_{-1}^0\text{e}$. L'équation de la réaction de désintégration du radium 228 s'écrit donc :



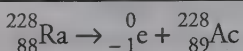
La loi de conservation de la charge électrique conduit à :

$$88 = -1 + Z \text{ donc } Z = 89$$

alors que la loi de conservation du nombre de nucléons entraîne :

$$228 = 0 + A \text{ donc } A = 228.$$

Le noyau-fils est donc de l'actinium qui a pour numéro atomique 89, d'où finalement :

**6. VRAI.**

Le nombre $N(t)$ de noyaux de radon 222 suit la loi de décroissance :

$$N(t) = N(0)e^{-\lambda t} \text{ avec } \lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}}$$

D'où :

$$100 \times \frac{N(t)}{N(0)} = 100 \times e^{-\frac{t \ln 2}{t_{1/2}}}$$

représente le pourcentage de noyau de radon 222 restant ($N(t)$) par rapport au nombre de noyaux présents initialement ($N(0)$).

Nous calculons alors la valeur de ce pourcentage pour $t = 11,4 \text{ j}$ avec $t_{1/2} = 3,8 \text{ j}$:

$$100 \times \frac{N(11,4)}{N(0)} = 12,5 \%$$

7. FAUX.

Soit ${}_Z^A\text{Y}$ le noyau-fils obtenu à l'issue des différentes désintégrations proposées du noyau d'uranium ${}_{92}^{238}\text{U}$. Si deux particules α (${}_2^4\text{He}$) et trois particules β^- (${}_{-1}^0\text{e}$) sont émises au cours des désintégrations successives, la loi de conservation de la charge électrique impose :

$$92 = 2 \times 2 - 1 \times 3 + Z \text{ donc } Z = 91$$

et la loi de conservation du nombre de nucléons implique :

$$238 = 4 \times 2 + 0 \times 3 + A \quad \text{donc} \quad A = 230.$$

Le noyau-fils obtenu est donc du protactinium 230, ${}^{230}_{91}\text{Pa}$, à l'issue de la série de désintégrations proposée et non du radium 226.

8. Remarque : Une activité de 1 Bq correspond à une désintégration par seconde.

FAUX.

Utilisons l'expression de l'activité moyenne fournie dans l'énoncé :

$$A(t) = \frac{|\Delta N(t)|}{\Delta t}$$

soit $|\Delta N(t)| = A(t) \Delta t$

d'où, avec $A(t) = 6,0 \times 10^5$ Bq et $\Delta t = 60$ s, nous calculons le nombre de noyaux qui se sont désintégrés en une minute :

$$|\Delta N(t)| = 36 \times 10^6 \text{ noyaux} = 3,6 \times 10^7 \text{ noyaux}$$

Remarque : $\Delta N(t) < 0$ car la population de noyaux radioactifs diminue.

9. FAUX.

Exprimons la variation de masse Δm au cours de la réaction de désintégration proposée :

$$\Delta m = m({}^4\text{He}) + m({}^{222}\text{Rn}) - m({}^{226}\text{Ra}) < 0$$

d'où l'expression de la variation d'énergie ΔE du système :

$$\Delta E = \Delta m \cdot c^2 \quad \text{soit} \quad \Delta E = (m({}^4\text{He}) + m({}^{222}\text{Rn}) - m({}^{226}\text{Ra})) \cdot c^2$$

qui conduit à la relation donnant l'énergie libérée E_{lib} par la réaction :

$$E_{\text{lib}} = |\Delta E| = (-m({}^4\text{He}) - m({}^{222}\text{Rn}) + m({}^{226}\text{Ra})) \cdot c^2$$

D'où, avec :

$$m({}^4\text{He}) = 6,644\,65 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

$$m({}^{222}\text{Rn}) = 3,685\,904 \times 10^{-25} \text{ kg}$$

$$m({}^{226}\text{Ra}) = 3,752\,438 \times 10^{-25} \text{ kg}$$

et $c = 3,00 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, nous calculons :

$$E_{\text{lib}} = 7,875 \times 10^{-13} \text{ J}$$

et avec $1 \text{ eV} = 1,602 \times 10^{-19} \text{ J}$, nous obtenons :

$$E_{\text{lib}} = 4,916 \text{ MeV}$$

10. VRAI.

L'activité $A(t)$ du radon 222 est proportionnelle au nombre de noyaux $N(t)$ de cet isotope radioactif contenus dans le mètre cube de gaz prélevés puisque :

$$A(t) = \lambda N(t)$$

donc

$$N(t) = \frac{A(t)}{\lambda}.$$

Nous en déduisons la quantité de matière de radon 222 dans le mètre cube de gaz :

$$n(^{222}\text{Rn}) = \frac{N(t)}{N_A} = \frac{A(t)}{\lambda N_A}.$$

Numériquement, avec $A(t) = 3,75 \times 10^3 \text{ Bq}$, $\lambda = 2,10 \times 10^{-6} \text{ s}^{-1}$ et $N_A = 6,02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$, nous calculons :

$$n(^{222}\text{Rn}) = 2,97 \times 10^{-15} \text{ mol} \approx 3 \times 10^{-15} \text{ mol}$$

Enseignement obligatoire

I. Les ondes sismiques (9,5 points)

Les parties A et B sont indépendantes.

Partie A : Étude d'un séisme

Lors d'un séisme, la Terre est mise en mouvement par des ondes de différentes natures, qui occasionnent des secousses plus ou moins violentes et destructrices en surface.

On distingue :

- les **ondes P**, les plus rapides, se propageant dans les solides et les liquides.
- les **ondes S**, moins rapides, ne se propageant que dans les solides.

L'enregistrement de ces ondes par des sismographes à la surface de la Terre permet de déterminer l'*épicentre* du séisme (lieu de naissance de la perturbation).

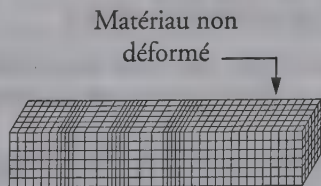
Les schémas A et B modélisent la progression des ondes sismiques dans une couche terrestre.

1. Les ondes P, appelées aussi ondes de compression, sont des ondes longitudinales.

Les ondes S, appelées aussi ondes de cisaillement, sont des ondes transversales.

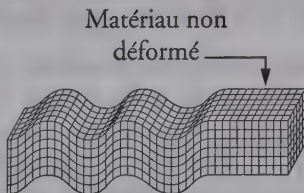
a) Définir une onde transversale.

b) Indiquer le schéma correspondant à chaque type d'onde.



Sens de propagation de l'onde

Schéma A



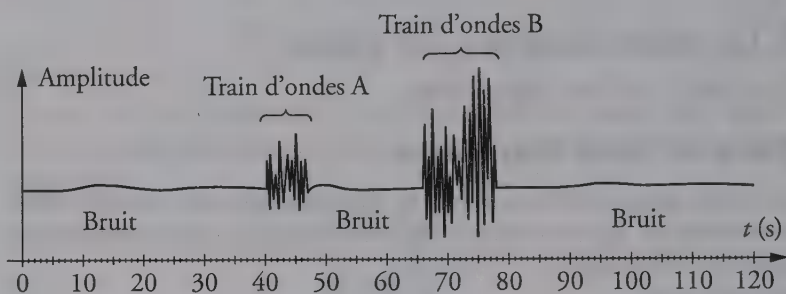
Sens de propagation de l'onde

Schéma B

2. Un séisme s'est produit à San Francisco (Californie) en 1989.

Le document ci-dessous présente le sismogramme obtenu, lors de ce séisme à la station Eureka.

Le sismogramme a été enregistré à Eureka, station sismique située au nord de la Californie. L'origine du repère ($t = 0$ s) a été choisie à la date du début du séisme à San Francisco.



Le sismogramme présente deux trains d'ondes repérés par A et B.

a) À quel type d'onde (S ou P) correspond chaque train ?

Justifier votre réponse à l'aide du texte d'introduction.

b) Sachant que le début du séisme a été détecté à Eureka à 8 h 15 min 20 s TU (Temps Universel), déterminer l'heure TU (h ; min ; s) à laquelle le séisme s'est déclenché à l'épicentre.

c) Sachant que les ondes P se propagent à une célérité moyenne de $10 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$, calculer la distance séparant l'épicentre du séisme de la station Eureka.

d) Calculer la célérité moyenne des ondes S.

Partie ■ : Oscillateur mécanique susceptible d'être excité par une onde sismique longitudinale

L'onde sismique longitudinale est modélisée par une onde sinusoïdale d'amplitude A_S et de période T_S qui se propage suivant une direction horizontale.

On peut considérer que cette onde agit sur un oscillateur mécanique horizontal et provoque des oscillations horizontales d'amplitude A et de période T .

On cherche à savoir comment l'amplitude A_S et la période T_S de l'onde sinusoïdale vont agir sur l'amplitude et la période des oscillations de l'oscillateur mécanique.

On étudie le comportement de l'oscillateur horizontal dans différentes situations.

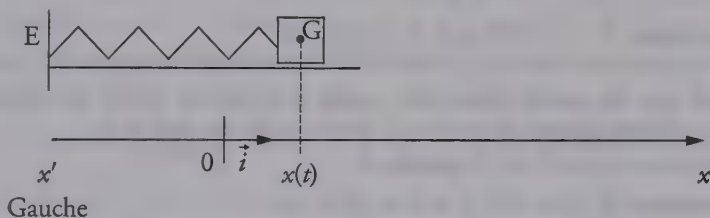
1 Oscillateur libre

L'oscillateur mécanique horizontal est constitué d'un ressort de constante de raideur k et d'un solide de masse m . La masse du ressort est négligeable devant la masse m du solide.

L'extrémité E du ressort est fixe. L'autre extrémité est accrochée au solide.

L'ensemble se déplace sur une surface plane et horizontale comme schématisé ci-dessous :

Schéma de l'oscillateur horizontal en mouvement



Le centre d'inertie G du solide est repéré sur un axe horizontal $x'x$ d'origine O par l'abscisse $x(t)$.

Le point d'origine O correspond à la projection de la position de G à l'équilibre du système solide – ressort au repos.

Tous les frottements sont négligés.

Dans ces conditions, on détermine le mouvement du solide.

1. Donner le nom des forces qui s'exercent sur le solide lorsqu'il occupe sa position d'équilibre. Faire un schéma illustrant la réponse.

2. Le système étant mis en oscillation, donner le nom des forces qui s'exercent sur le solide à un instant t , date à laquelle l'élongation du centre d'inertie est $x(t)$. Faire un schéma illustrant la réponse en considérant $x(t) > 0$.

3. En appliquant la deuxième loi de Newton au solide, écrire l'équation différentielle du mouvement du centre d'inertie.

La solution de l'équation différentielle est de la forme :

$x(t) = x_{\max} \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} t + \phi_0\right)$ et correspond au mouvement du centre d'inertie de l'oscillateur.

4. Donner le nom, la signification et l'unité des grandeurs dans le système d'unités internationales (SI) qui interviennent dans cette équation : $x_{\max}$, T_0 , t et ϕ_0 .

5. Donner l'expression de la période propre de l'oscillateur en fonction de la constante de raideur k et de la masse m .

② Pour étudier les facteurs qui pourraient influencer sur la période de l'oscillateur, on réalise plusieurs expériences.

Expérience 1 : $m = 250 \text{ g}$ et $k = 10 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$

On écarte l'oscillateur de 5 cm vers la droite et à l'instant $t = 0$, on le lâche sans vitesse initiale. Un système d'acquisition permet d'enregistrer la courbe $x(t)$.

Celle-ci est reportée sur le **graphe 1**.

Expérience 2 : $m = 250 \text{ g}$ et $k = 10 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$

On écarte l'oscillateur de 5 cm vers la droite et à l'instant $t = 0$, on le lance vers la gauche avec une vitesse initiale non nulle. Le système d'acquisition permet d'enregistrer une nouvelle courbe $x(t)$.

Celle-ci est reportée sur le **graphe 2**.

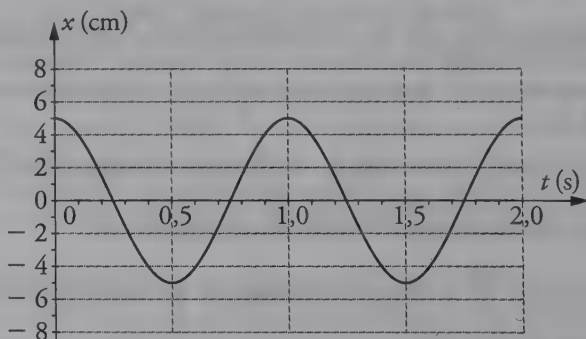
Expérience 3 : $m = 250 \text{ g}$ et $k = 10 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$

On écarte l'oscillateur de 7 cm vers la droite et à l'instant $t = 0$, on le lâche sans vitesse initiale. Le système d'acquisition permet d'enregistrer une nouvelle courbe $x(t)$.

Celle-ci est reportée sur le **graphe 3**.

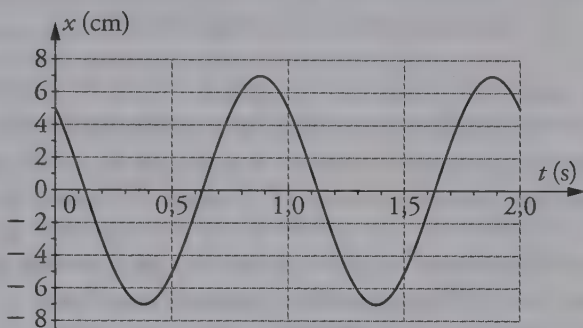
Grappe 1

$$x_0(1) = 5 \text{ cm}, v_0(1) = 0$$



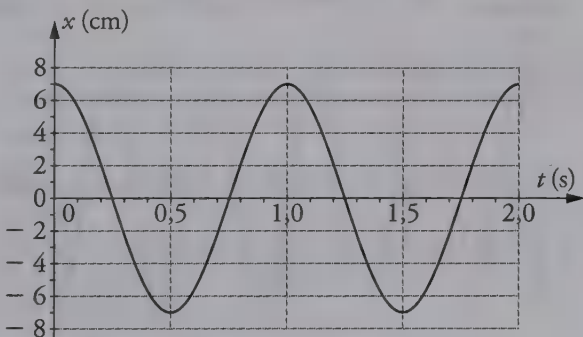
Graphe 2

$$x_0(2) = 5 \text{ cm}, v_0(2) < 0$$



Graphe 3

$$x_0(3), v_0(3) \text{ à déterminer}$$



Questions

1. La période des oscillations déterminée graphiquement pour les expériences 1, 2 et 3 est d'environ 1 s. Vérifier par le calcul la valeur de T_0 .
2. Les conditions initiales (x_0 et v_0) pour les expériences 1 et 2 étant données, déterminer celles de l'expérience 3, notées $x_0(3)$ et $v_0(3)$.
3. La période de l'oscillateur dépend-elle des conditions initiales de mise en oscillation ? Justifier votre réponse avec les graphes.
4. Pour chacune des expériences 1, 2 et 3 précédentes, déterminer graphiquement l'amplitude des oscillations.

En utilisant les conditions initiales indiquées ou déterminées à la question B.2.2. pour ces trois expériences :

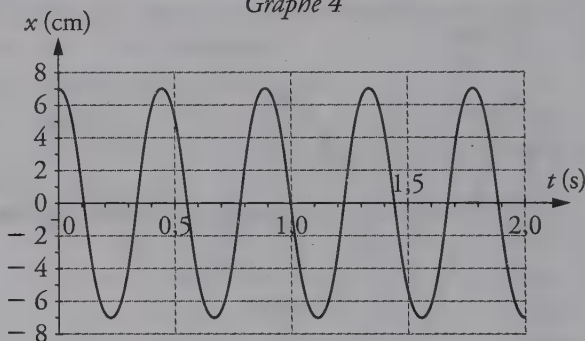
- préciser si l'amplitude dépend de la vitesse initiale ;
- préciser si l'amplitude dépend de l'élongation initiale.

3 Pour étudier les facteurs qui pourraient influencer sur l'amplitude du mouvement de l'oscillateur, on réalise de nouvelles expériences.

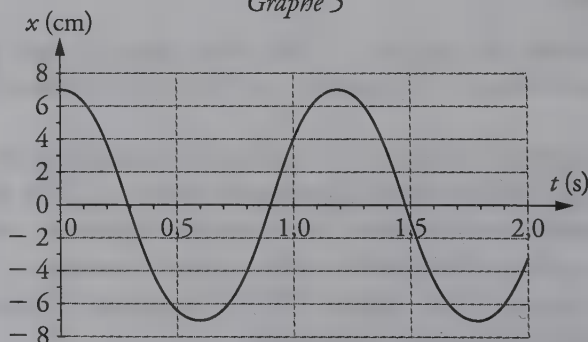
Expérience 4 : On modifie la masse, $m = 50 \text{ g}$ et $k = 10 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$. On écarte l'oscillateur de 7 cm vers la droite et à l'instant $t = 0$, on le lâche sans vitesse initiale. Le système d'acquisition permet d'enregistrer une nouvelle courbe $x(t)$. Celle-ci est reportée sur le **graphe 4**.

Expérience 5 : $m = 250 \text{ g}$, on modifie la constante de raideur $k = 7 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$. On écarte l'oscillateur de 7 cm vers la droite et à l'instant $t = 0$, on le lâche sans vitesse initiale. Le système d'acquisition permet d'enregistrer une nouvelle courbe $x(t)$. Celle-ci est reportée sur le **graphe 5**.

Graphe 4



Graphe 5



Question

Pour chacune des expériences 4 et 5 l'amplitude des oscillations est de 7 cm. Déterminer graphiquement la valeur de la période de l'oscillateur pour chaque expérience.

L'amplitude des oscillations dépend-elle de la période de l'oscillateur ?

4 Oscillateur élastique soumis à des oscillations forcées

L'oscillateur élastique est soumis à des oscillations provoquées par un système extérieur appelé excitateur. L'excitateur oscille avec une période T_E et une amplitude A_E .

On considère l'oscillateur élastique constitué du solide de masse $m = 250 \text{ g}$ et du ressort de constante de raideur $k = 10 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$.

Après un régime transitoire, l'oscillateur atteint un régime d'oscillations sinusoïdales de période T .

Pour étudier les facteurs qui influent sur la période et l'amplitude on réalise trois autres expériences.

Expérience 6 : Période de l'excitateur $T_E = 0,60 \text{ s}$, amplitude de l'excitateur $A_E = 5 \text{ cm}$.

Après le régime transitoire, le système d'acquisition permet d'enregistrer pour l'oscillateur élastique une nouvelle courbe $x(t)$. Celle-ci est reportée sur le **graphe 6**.

Expérience 7 : On modifie la période de l'excitateur ; on conserve l'amplitude A_E .

Après le régime transitoire on mesure la période de l'oscillateur élastique en fonction de la période de l'excitateur.

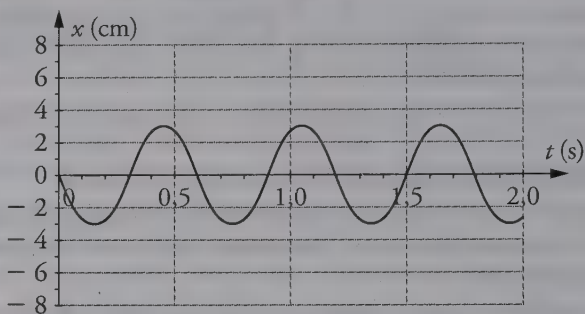
On obtient le **graphe 7** : $T = f(T_E)$.

Expérience 8 : On modifie la période de l'excitateur, on conserve l'amplitude A_E .

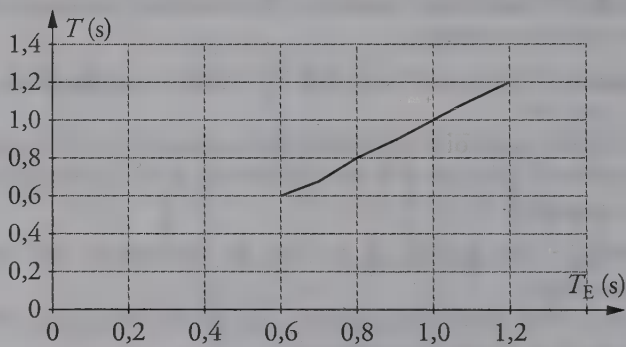
On mesure l'amplitude de l'oscillateur élastique en fonction de la période de l'excitateur.

On obtient le **graphe 8** : $x_{\max} = f(T_E)$.

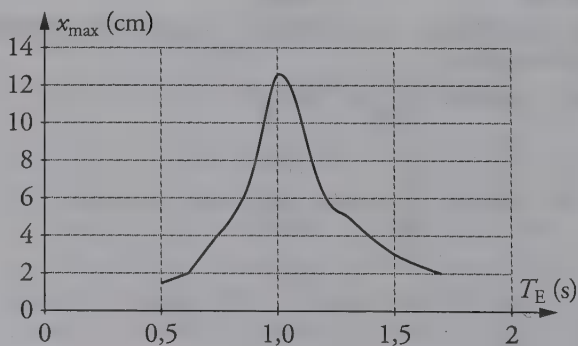
Graphe 6



Graphe 7



Graphe 8



Questions

1. En utilisant le **graphe 6**, déterminer l'amplitude $x_{\max}$ et la période T de l'oscillateur élastique. Comparer ces valeurs respectivement à A_E et T_E .

2. Quel renseignement sur la période de l'oscillateur élastique nous donne le **graphe 7** ?

Justifier en utilisant ce graphe.

3. Quel phénomène le **graphe 8** met-il en évidence ? Évaluer graphiquement la période caractéristique T_R de ce phénomène.

Comparer à la période propre T_0 de l'oscillateur élastique calculée à la question **2.1**.

5 Oscillateur soumis à une onde sismique longitudinale

L'onde sismique longitudinale est assimilée à une excitation sinusoïdale de période constante T_S et d'amplitude constante A_S .

1. L'oscillateur est dans le plan horizontal. Pour que l'excitation de l'oscillateur soit maximale, quelle doit être la direction privilégiée de l'onde sismique longitudinale ?

2. L'oscillateur est soumis à l'onde sismique de période T_S et d'amplitude A_S .

a) Après le régime transitoire, quelle sera la période T des oscillations de l'oscillateur soumis à l'onde sismique de période T_S ?

b) En utilisant le graphe de l'expérience 8, que peut-on dire de l'amplitude des oscillations de l'oscillateur pour une même amplitude A_S de l'onde sismique :

- si la période de l'onde sismique est égale à la période propre de l'oscillateur ?
- si la période de l'onde sismique est supérieure ou inférieure à la période propre de l'oscillateur ?

Enseignement obligatoire

I. Les ondes sismiques (9,5 points)

Partie A : Étude d'un séisme

1. a) Une onde mécanique est dite « transversale » quand sa direction de propagation est perpendiculaire à la direction de déformation du milieu dans lequel elle se propage.

b) Repérons les directions de déformation du matériau afin d'identifier les ondes P qui sont longitudinales et les ondes S qui sont transversales :



Sens de propagation de l'onde
Ondes P



Sens de propagation de l'onde
Ondes S

2. a) Le texte nous apprend que les ondes P sont les plus rapides, elles arrivent donc les premières à la station Eureka après avoir été émises à San Francisco (épïcêtre du séisme). Les ondes P correspondent donc au train d'ondes A, et les ondes S, moins rapides, correspondent au train d'ondes B.

b) Sur le sismogramme, l'instant de date $t = 0$ s a été choisi à l'instant où a débuté le séisme à San Francisco. Le premier train d'ondes P est détecté à la station Eureka après une durée $\Delta t_p = 40$ s. Il est alors 8 h 15 min 20 s TU à la station, c'est donc que le séisme a eu lieu 40 s plus tôt à San Francisco, c'est-à-dire à :

8 h 14 min 40 s

c) Exprimons la célérité moyenne v_P des ondes P en fonction de la distance d séparant l'épicentre du séisme de la station Eureka :

$$v_P = \frac{d}{\Delta t_P}, \text{ donc } d = v_P \Delta t_P.$$

Avec $v_P = 10 \times 10^3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ et $\Delta t_P = 40 \text{ s}$, nous calculons :

$$d = 40 \times 10^4 \text{ m} = 40 \times 10^1 \text{ km}$$

d) Par analogie avec ce qui précède, la célérité v_S des ondes S s'exprime par :

$$v_S = \frac{d}{\Delta t_S}$$

où Δt_S est la durée mise par les ondes S pour aller de l'épicentre du séisme jusqu'à la station Eureka. Nous lisons sur le sismogramme :

$$\Delta t_S = 66 \text{ s}$$

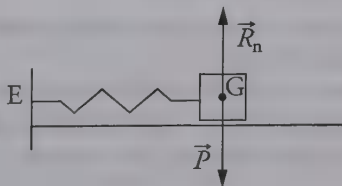
d'où, avec $d = 40 \times 10^4 \text{ m}$, nous tirons :

$$v_S = 6,1 \times 10^3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} = 6,1 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$$

Partie B : Oscillateur mécanique susceptible d'être excité par une onde sismique longitudinale

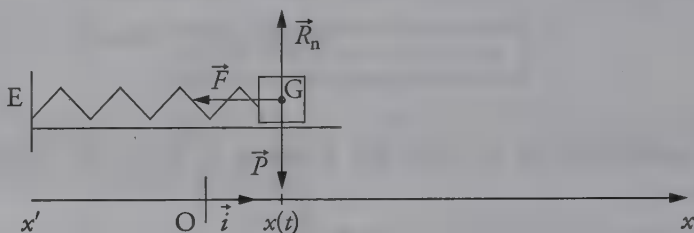
❶ 1. Lorsque le solide occupe sa position d'équilibre seul son poids $\vec{P} = m\vec{g}$ et la réaction normale $\vec{R}_n$ du support plan s'exercent sur lui. Le système est immobile dans le référentiel terrestre supposé galiléen, d'où, d'après la première loi de Newton (ou principe d'inertie) :

$$\vec{P} + \vec{R}_n = \vec{0} \text{ donc } \vec{P} = -\vec{R}_n$$



2. Lorsque le système oscille il s'exerce sur lui une force supplémentaire par rapport à la situation précédente. Il s'agit de la force de rappel $\vec{F} = -kx\vec{i}$ du ressort.

La réaction du support plan est toujours normale au plan car tous les frottements sont négligés.



3. Appliquons la deuxième loi de Newton au centre d'inertie G du solide dans le référentiel terrestre supposé galiléen :

$$\vec{P} + \vec{R}_n + \vec{F} = m\vec{a}$$

d'où en projection sur l'axe $(x'Ox)$, nous obtenons :

$$P_x + R_{nx} + F_x = ma_x, \text{ donc } 0 + 0 - kx = ma_x.$$

Par suite, avec $a_x = \frac{d^2x}{dt^2}$, nous aboutissons à :

$$m \frac{d^2x}{dt^2} + kx = 0$$

qui est l'équation différentielle régissant le mouvement du centre d'inertie du solide.

4. En toute rigueur, $|x_{\max}|$ représente l'amplitude des oscillations et s'exprime en mètre dans les unités S.I.

T_0 est la période propre des oscillations exprimée en seconde dans le Système International d'unités.

t représente la durée écoulée depuis l'instant de date $t_0 = 0$ s choisi comme origine des dates ($\Delta t = t - t_0 = t$). Elle s'exprime en seconde.

Φ_0 est la phase à l'origine des dates, elle s'exprime en radian.

5. Puisque l'expression analytique de $x(t)$ est solution de l'équation différentielle, elle vérifie cette équation, donc :

$$m \frac{d^2}{dt^2} \left(x_{\max} \cos \left(\frac{2\pi t}{T_0} + \Phi_0 \right) \right) + k x_{\max} \cos \left(\frac{2\pi t}{T_0} + \Phi_0 \right) = 0$$

$$\frac{-m4\pi^2}{T_0^2} x_{\max} \cos \left(\frac{2\pi t}{T_0} + \Phi_0 \right) + k x_{\max} \cos \left(\frac{2\pi t}{T_0} + \Phi_0 \right) = 0$$

d'où en factorisant :

$$x_{\max} \cos \left(\frac{2\pi t}{T_0} + \Phi_0 \right) \cdot \left[\frac{-m4\pi^2}{T_0^2} + k \right] = 0.$$

Cette équation est vérifiée, quel que soit t , si :

$$\frac{-m4\pi^2}{T_0^2} + k = 0$$

donc si :

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

2. 1. Calculons la valeur de T_0 avec $m = 250 \times 10^{-3} \text{ kg}$ et $k = 10 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$:

$$T_0 = 0,99 \text{ s}$$

Nous vérifions que la valeur de la période propre déterminée expérimentalement est en très bon accord avec la valeur calculée (écart relatif de 1,0 %).

2. Il nous suffit de lire attentivement la description de l'expérience 3 pour relever les valeurs des conditions expérimentales :

$$x_0(3) = 7 \text{ cm}$$

et

$$v_0(3) = 0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

3. Manifestement la période de l'oscillateur ne dépend pas des conditions initiales de mise en oscillation car elle est constamment égale à environ une seconde sur chacun des graphes alors que ces conditions sont modifiées.

Le système effectue des oscillations libres.

4. a) La comparaison des **graphes 1 et 2** permet d'affirmer que l'amplitude $x_{\max}$ dépend de la vitesse initiale. En effet, écarté de 5 cm vers la droite, l'oscillateur a une amplitude d'oscillation de 5 cm s'il est lâché sans vitesse initiale, alors qu'elle est de 7 cm s'il est lâché avec une vitesse initiale non nulle (la valeur n'est pas précisée).

L'amplitude $x_{\max}$ augmente donc avec la valeur de la vitesse initiale.

b) La comparaison des **graphes 1 et 3** permet d'affirmer que l'amplitude $x_{\max}$ dépend de l'élongation initiale. En effet, écarté de 5 cm vers la droite, l'oscillateur a une amplitude d'oscillation de 5 cm, alors qu'elle est de 7 cm s'il est lâché à 7 cm vers la droite de sa position d'équilibre. L'amplitude $x_{\max}$ augmente donc avec la valeur de l'élongation initiale.

③ **Remarque :** Dès que cela est possible, mesurez plusieurs périodes afin d'augmenter la précision de votre résultat.

Sur le **graphe 4** nous mesurons la durée de quatre périodes :

$4T_{04} = 1,8 \text{ s}$, donc :

$$T_{04} = 0,45 \text{ s}$$

Sur le **graphe 5** nous mesurons la durée d'une période :

$$T_{05} = 1,2 \text{ s}$$

En revanche nous notons que pour les deux expériences, de périodes d'oscillation différentes, l'amplitude reste constante et égale à l'élongation initiale. L'amplitude des oscillations ne dépend donc pas de la période de l'oscillateur.

④ 1. L'amplitude $x_{\max}$ des oscillations correspond à la valeur maximale de $x = f(t)$.

Sur le **graphe 6** nous lisons : $x_{\max} = 3 \text{ cm}$

et, puisque $3T = 1,8 \text{ s}$:

$$T = 0,60 \text{ s}$$

Nous remarquons que la période de l'oscillateur est identique à celle de l'excitateur alors que les amplitudes sont distinctes ; en effet : $A_E = 5 \text{ cm}$ et $T_E = 0,60 \text{ s}$. Le système effectue des oscillations forcées.

2. Le **graphe 7** montre que la période T de l'oscillateur est proportionnelle à la période T_E de l'excitateur dans le domaine $[0,60 \text{ s} ; 1,2 \text{ s}]$ puisque nous observons une droite passant par l'origine pour la représentation graphique de $T = f(T_E)$. De surcroît nous notons que, dans cet intervalle, $T = T_E$.

3. Le **graphe de l'expérience 3** montre que l'amplitude des oscillations du solide dépend de la période T_E de l'excitateur : c'est le phénomène de résonance.

Le temps caractéristique T_R de ce phénomène est la valeur de T_E qui , conduit à l'amplitude maximale des oscillations, soit :

$$T_R \approx 1,0 \text{ s}$$

Nous remarquons que l'amplitude des oscillations est maximale lorsque la période T_E de l'excitateur est égale à la période propre T_0 de l'oscillateur calculée au **2 1**.

5 1. Pour que l'excitation de l'oscillateur soit maximale, il faut que la direction privilégiée de propagation de l'onde soit celle de la direction d'oscillation de l'oscillateur.

2. a) Si nous nous appuyons sur l'étude expérimentale faite au **B. 4**, l'oscillateur doit finir par osciller à la même période que l'excitateur, à savoir l'onde sismique longitudinale, d'où :

$$T = T_S$$

Remarque : Attention l'indice S ne fait pas référence aux ondes S mais signifie que l'excitation est provoquée par une onde sismique.

b) • Si la période T_S de l'onde sismique est égale à la période propre T_0 de l'oscillateur, alors il y a résonance et l'amplitude des oscillations de celui-ci sera maximale.

• Si la période T_S de l'onde sismique est supérieure ou inférieure à la période propre T_0 de l'oscillateur, alors l'amplitude des oscillations de celui-ci sera inférieure à l'amplitude maximale.

Enseignement obligatoire

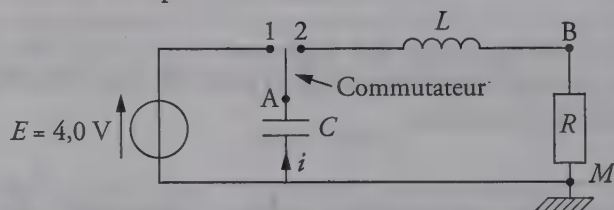
II. QROC : À propos de l'énergie (5,5 points)

Toutes les questions sont indépendantes.

Cet exercice est un QROC (questions à réponses ouvertes et courtes). À chaque affirmation, vous répondrez par VRAI ou FAUX. Toute réponse doit être accompagnée de justifications ou de commentaires brefs (définitions, calculs, exemples ou contre-exemples...).

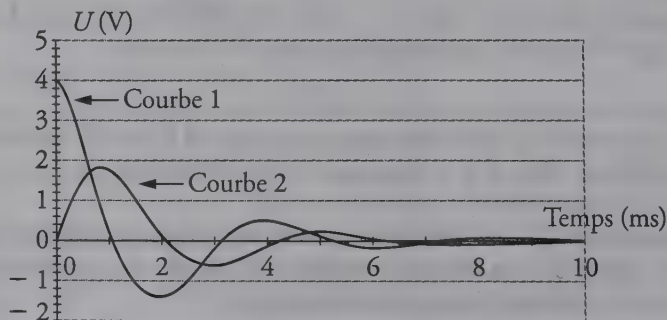
Question 1

On a réalisé le montage ci-dessous avec les composants suivants : un conducteur ohmique de résistance $R = 4,0 \times 10^2 \Omega$, une bobine d'inductance $L = 0,40 \text{ H}$ (résistance interne de la bobine négligée) et un condensateur de capacité $C = 1,0 \times 10^{-6} \text{ F}$.



On charge le condensateur, commutateur basculé en position 1, puis, à l'instant de date $t_0 = 0 \text{ s}$, le commutateur est basculé en position 2.

Les points A, B et M sont reliés à un ordinateur ou à un système d'acquisition. Grâce à un logiciel adapté on observe l'évolution des tensions au cours du temps (schéma ci-dessous).



1. À propos des courbes

La courbe 1 visualisée est :

- a) la tension aux bornes du condensateur ;
- b) la tension aux bornes du conducteur ohmique ;
- c) la tension aux bornes de la bobine.

La courbe 2 visualisée est :

- d) la tension aux bornes de la bobine ;
- e) la tension aux bornes du conducteur ohmique.

2. À propos des énergies

À l'instant initial, le circuit RLC a emmagasiné une énergie E_1 de :

- a) 8,0 mJ ;
- b) $8,0 \times 10^{-6}$ J ;
- c) $2,0 \times 10^{-6}$ J.

3. Lorsque les deux courbes se coupent pour la première fois, la valeur de l'intensité du courant vaut :

- a) 5,0 mA ;
- b) 7,7 mA ;
- c) 4,2 mA.

4. Lorsque les deux courbes se coupent pour la première fois, la somme des énergies emmagasinées dans la bobine et dans le condensateur notée E_2 est :

- a) $7,0 \times 10^{-6}$ J ;
- b) $5,0 \times 10^{-6}$ J ;
- c) $2,0 \times 10^{-6}$ J.

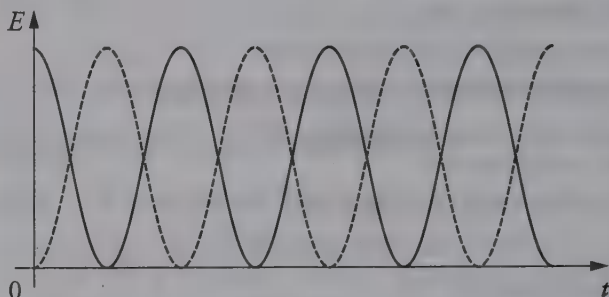
5. Lorsque les deux courbes se coupent pour la première fois, l'énergie qui a été dissipée dans la résistance vaut :

- a) $3,0 \times 10^{-6}$ J ;
- b) $1,0 \times 10^{-3}$ J ;
- c) 10 mJ.

Question 2

On donne le graphe représentant en fonction du temps l'énergie cinétique et l'énergie potentielle élastique d'un système solide-ressort horizontal, écarté de sa position d'équilibre, lâché sans vitesse initiale à l'instant de date $t_0 = 0$ s et à l'abscisse x_0 .

L'origine des abscisses correspond à la position d'équilibre du système.



1. La courbe correspondant à l'énergie cinétique est représentée en trait plein.
2. On suppose que l'énergie potentielle de pesanteur est nulle au niveau horizontal où se situe le système. Le système, de masse m , comporte un ressort de raideur k .
L'expression de l'énergie mécanique du système est donnée par l'expression $E_m = \frac{1}{2} kx_0^2$.
3. L'allure des courbes permet d'affirmer qu'il n'y a pas de frottement.

Question 1

On dispose d'une solution de nitrate d'argent $\text{Ag}_{(\text{aq})}^+ + \text{NO}_{3(\text{aq})}^-$ de concentration $0,10 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$, d'une solution de sulfate de cuivre de concentration $0,50 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$, d'un fil d'argent, d'une lame de cuivre et d'un pont salin au nitrate de potassium.

On peut former une pile par l'association des couples $\text{Ag}_{(\text{aq})}^+/\text{Ag}_{(\text{s})}$ et $\text{Cu}_{(\text{aq})}^{2+}/\text{Cu}_{(\text{s})}$.

Soit l'équation de réaction : $2\text{Ag}_{(\text{aq})}^+ + \text{Cu}_{(\text{s})} = 2\text{Ag}_{(\text{s})} + \text{Cu}_{(\text{aq})}^{2+}$.

La constante d'équilibre associée vaut $K = 2,0 \times 10^{15}$.

1. Si on relie les deux métaux constituant les bornes de la pile par une chaîne conductrice, le quotient de réaction initial de ce système, pour l'équation donnée est :

- a) $Q_{r,i} = 50$, alors la réaction est spontanée dans le sens direct ;
- b) $Q_{r,i} = 50$, alors la réaction est spontanée dans le sens inverse ;
- c) $Q_{r,i} = 0,02$, alors la réaction est spontanée dans le sens direct ;
- d) $Q_{r,i} = 0,02$, alors la réaction est spontanée dans le sens inverse.

2. Lorsque cette pile fonctionne (ou débite) son quotient de réaction :

- a) augmente ;
- b) diminue ;
- c) ne varie pas.

3. Quel est le pôle négatif de la pile :

- a) l'électrode d'argent ?
- b) l'électrode de cuivre ?

Question 4

Une pile de ce type a une f.e.m. $E = 2,0 \text{ V}$; elle est prévue pour fonctionner pendant 10 h si elle débite de manière constante un courant d'intensité 320 mA.

L'énergie maximale disponible peut se calculer par la relation $W = Q \times E$ où Q est la quantité d'électricité débitée dans le circuit.

► **Donnée :** $1 \text{ F} = 9,65 \times 10^4 \text{ C} \cdot \text{mol}^{-1}$.

1. L'énergie maximale disponible de cette pile est égale à :

- a) 11,5 J ;
- b) $1,15 \times 10^4 \text{ J}$;
- c) $2,30 \times 10^4 \text{ J}$.

2. La quantité d'électrons qui circulent pendant la durée totale du fonctionnement est égale à :

- a) 0,12 mol ;
- b) 1,0 mol ;
- c) 2,0 mol.

III. Les applications technologiques de la radioactivité (6,5 points)

Document

Médecine et radioactivité

Au cours du XX^e siècle, d'énormes progrès ont été réalisés en médecine grâce à la radioactivité. La technique consiste à introduire dans l'organisme des substances radioactives appelées traceurs pour diagnostiquer (identifier la maladie) et soigner. Par exemple, on sait que les phosphonates entrent dans le métabolisme* osseux : si on injecte du phosphonate radiomarké au « technétium 99 », celui-ci se comporte comme un traceur.

Il participe au métabolisme de la même façon que le phosphonate naturel auquel il est mélangé et se répartit sur le squelette. Le rayonnement gamma émis traverse les tissus et peut donc être détecté à l'extérieur de l'organisme par une gamma caméra. Cette caméra permet d'obtenir des informations sous forme d'une image appelée la scintigraphie. Celle-ci pourra apporter des renseignements fonctionnels comme, par exemple, le degré de consolidation d'une fracture.

D'autres traceurs sont utilisés ; citons : l'« iode 131 », le « carbone 11 », l'« azote 13 », l'« oxygène 15 ». Ils sont choisis parce que leur activité décroît rapidement. La radioactivité est utilisée dans le traitement des tumeurs et des cancers : c'est la radiothérapie. Le principe consiste à bombarder une tumeur avec le rayonnement β^- émis par le « cobalt 60 ». Dans certains cas, il faut une source radioactive plus ionisante : on utilise un rayonnement de type alpha, plus massif que les autres. La découverte de la radioactivité a donné aux sciences, à la médecine et à l'industrie un élan qui, après un siècle, ne s'est pas ralenti.

*Le métabolisme représente l'ensemble des transformations physiques et chimiques dans les tissus vivants.

1 Questions préalables

1. Par quels nombres caractérise-t-on le noyau d'un atome ?
2. Le « carbone 11 » et le « carbone 12 » sont deux isotopes. Qu'est-ce qui différencie les isotopes d'un même élément chimique ?
3. L'« oxygène 15 » est radioactif β^+ . Écrire l'équation de la désintégration correspondante. On supposera que le noyau fils n'est pas émis dans un état excité. Extrait de la classification périodique :

${}_6\text{C}$	${}_7\text{N}$	${}_8\text{O}$	${}_9\text{F}$	${}_{10}\text{Ne}$	${}_{11}\text{Na}$
----------------	----------------	----------------	----------------	--------------------	--------------------

2 À propos du texte

1. Dans le texte on parle de traceurs, quelle propriété commune présentent-ils ?
2. Le texte donne une particularité des radioéléments utilisables en scintigraphie, laquelle ?
3. Quelques types de rayonnement :
 - a) Dans le texte, il est question de radioactivité β^- et α ; donner le nom et le symbole ${}_Z^AX$ de chacune de ces particules.

b) Justifier à partir de la question précédente la phrase « un rayonnement de type alpha plus massif que les autres ». Justifier.

3 Scintigraphie

On injecte à un patient un échantillon d'« iode 131 » de temps de demi-vie égal à 8 jours environ.

1. Donner la définition du temps de demi-vie.
2. En vous aidant du tableau ci-dessous, justifier le choix de l'« iode 131 » en scintigraphie.

	Activité A_0 (en Bq) au moment de l'injection	Activité A_{400} (en Bq) 400 jours après l'injection
Traceur de demi-vie égale à 8 jours (Iode 131)	2×10^5	6×10^{-3}
Traceur de demi-vie égale à 80 jours	2×10^5	6 255

4 Radiothérapie

Le cobalt $^{60}_{27}\text{Co}$ est émetteur β^- de constante radioactive $\lambda = 4 \times 10^{-9} \text{ s}^{-1}$.

1. Écrire l'équation de la désintégration du « cobalt 60 ». On supposera que le noyau fils est produit dans un état excité.

► Données

- Extrait de la classification périodique

$^{25}_{25}\text{Mn}$	$^{26}_{26}\text{Fe}$	$^{27}_{27}\text{Co}$	$^{28}_{28}\text{Ni}$	$^{29}_{29}\text{Cu}$
-----------------------	-----------------------	-----------------------	-----------------------	-----------------------

- Constante d'Avogadro : $6,02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$
- Masse molaire atomique du cobalt 60 : $60 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$.

2. Un centre hospitalier reçoit un échantillon de « cobalt 60 ».

a) Déterminer le nombre N_0 de noyaux contenus dans l'échantillon de $1 \mu\text{g}$ à l'instant de sa réception dans l'établissement hospitalier.

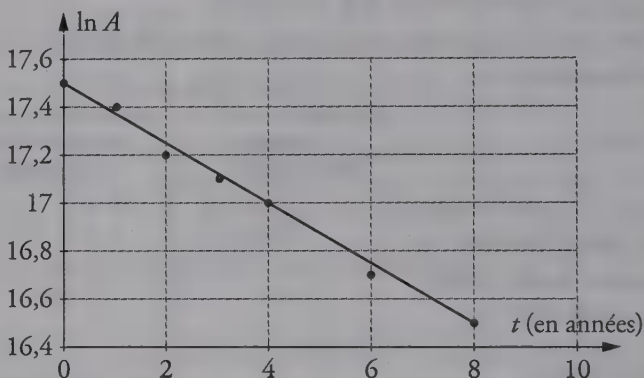
b) Rappeler l'expression liant ΔN , Δt , λ et N dans laquelle N représente le nombre de noyaux encore présents dans l'échantillon à l'instant de date t .

c) Donner l'expression donnant ΔN en fonction de Δt , λ , N_0 et t .

Le technicien du laboratoire est chargé de contrôler cette source, tous les ans, pendant 10 ans. À l'aide d'un compteur, il détermine le nombre de désintégrations ΔN obtenues pendant une courte durée notée $\Delta t = 1 \text{ s}$. Ce nombre est appelé activité A définie par $|\Delta N|/\Delta t$.

d) Montrer que l'activité $A = \frac{|\Delta N|}{\Delta t}$ peut se mettre sous la forme $A = A_0 e^{-\lambda t}$.
Que vaut littéralement A_0 ?

e) On trace à l'aide d'un logiciel approprié le graphe du logarithme de l'activité A en fonction du temps : $\ln A = f(t)$.



On rappelle que : $\ln(ab) = \ln a + \ln b$.

Exprimer $\ln A$ en fonction de t , λ et A_0 , activité initiale de l'échantillon à l'instant de sa réception.

f) Montrer que la forme de la courbe ci-dessus constitue une vérification expérimentale de l'expression trouvée précédemment.

g) Déterminer graphiquement la valeur de la constante de désintégration radioactive λ en an^{-1} .

h) Donner la relation entre $t_{1/2}$ et λ .

i) Calculer $t_{1/2}$ en années. Dans les tables, on trouve $t_{1/2} = 1,68 \times 10^8$ s pour le « cobalt 60 ». Commenter.

Enseignement obligatoire

II. QROC : À propos de l'énergie (5,5 points)

V = VRAI F = FAUX

Proposition	1 1.a)	1 1.b)	1 1.c)	1 1.d)	1 1.e)	1 2.a)	1 2.b)	1 2.c)
Réponse	V	F	F	F	V	F	V	F

Proposition	1 3.a)	1 3.b)	1 3.c)	1 4.a)	1 4.b)	1 4.c)	1 5.a)	1 5.b)	1 5.c)
Réponse	F	F	V	F	V	F	V	F	F

Proposition	2 1.	2 2.	2 3.	2 1.a)	2 1.b)	2 1.c)	2 1.d)	2 2.a)	2 2.b)	2 2.c)
Réponse	F	V	V	V	F	F	F	V	F	F

Proposition	2 3.a)	2 3.b)	2 1.a)	2 1.b)	2 1.c)	2 2.a)	2 2.b)	2 2.c)
Réponse	F	V	F	F	V	V	F	F

Brèves justifications

1 1. Les points A, B, et M étant reliés au système d'acquisition, ce sont les tensions u_{AM} et u_{BM} qui sont mesurées, c'est-à-dire celles aux bornes du condensateur et du conducteur ohmique.

À l'instant de date $t_0 = 0$ s le condensateur est complètement chargé. La tension à ses bornes est telle que $u_{AM}(t_0) = E = 4,0$ V, puis elle commence par diminuer du fait de la décharge de celui-ci.

La tension u_{BM} mesurée aux bornes du conducteur ohmique s'exprime, en convention récepteur et compte tenu du sens d'orientation choisi pour le courant :

$$u_{BM} = Ri.$$

Or à l'instant t_0 l'intensité du courant est nulle $i(t_0) = 0$ A, d'où :

$$u_{BM}(t_0) = 0 \text{ V}.$$

Cette tension augmente dans un premier temps car le courant circule effectivement dans le sens d'orientation choisi, soit $i > 0$ initialement.

2. Exprimons l'énergie $E(t)$ emmagasinée dans le circuit RLC :

$$E(t) = \frac{1}{2} C u_{AM}^2(t) + \frac{1}{2} L i^2(t).$$

À la date t_0 , où $u_{AM}(t_0) = E = 4,0 \text{ V}$ et $i(t_0) = 0 \text{ A}$,
et avec $C = 1,0 \times 10^{-6} \text{ F}$ et $L = 0,40 \text{ H}$, nous calculons :

$$E_1 = E(t_0) = 8,0 \times 10^{-6} \text{ J} = 8,0 \text{ } \mu\text{J}$$

3. Lorsque les deux courbes se coupent pour la première fois, à la date t' , la tension aux bornes du conducteur ohmique s'obtient par lecture graphique :

$$u_{BM}(t') = 1,7 \text{ V}.$$

Nous en déduisons alors la valeur de l'intensité du courant à la même date :

$$i(t') = \frac{u_{BM}(t')}{R}$$

d'où, avec $R = 4,0 \times 10^2 \text{ } \Omega$, nous calculons :

$$i(t') = 4,3 \times 10^{-3} \text{ A} = 4,3 \text{ mA}$$

ce qui est très proche de 4,2 mA, valeur que nous conserverons par la suite.

4. L'expression donnée au 2. permet de calculer l'énergie emmagasinée dans le circuit RLC à la date t' pour laquelle :

$$u_{AM}(t') = 1,7 \text{ V} \text{ et } i(t') = 4,2 \times 10^{-3} \text{ A}$$

avec $C = 1,0 \times 10^{-6} \text{ F}$ et $L = 0,40 \text{ H}$, nous obtenons :

$$E_2 = E(t') = 5,0 \times 10^{-6} \text{ J} = 5,0 \text{ } \mu\text{J}$$

5. Calculons la variation d'énergie ΔE du circuit RLC entre les instants de date t_0 et t' :

$$\Delta E = E(t') - E(t_0) = E_2 - E_1.$$

Numériquement, avec $E_2 = 5,0 \times 10^{-6} \text{ J}$ et $E_1 = 8,0 \times 10^{-6} \text{ J}$, nous obtenons :

$$\Delta E = -3,0 \times 10^{-6} \text{ J} < 0$$

ce qui indique que le système perd de l'énergie, d'où l'énergie dissipée E_{diss} :

$$E_{\text{diss}} = |\Delta E| = 3,0 \times 10^{-6} \text{ J}$$

2 À l'instant de date $t_0 = 0 \text{ s}$ le système est lâché sans vitesse initiale d'où :

$$v(t_0) = 0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

et par conséquent son énergie cinétique est telle que :

$$E_c(t_0) = \frac{1}{2} m v^2(t_0) = 0 \text{ J}.$$

C'est donc la courbe en pointillés qui représente $E_c = f(t)$.

Les amplitudes des courbes sont constantes au cours du temps ce qui signifie, puisque le système évolue librement, qu'il n'y a pas de frottement. Dans ce cas, l'énergie mécanique E_m du système se conserve et a pour expression :

$$E_m = E_{\text{pe}} + E_c + E_{\text{pp}} = \text{cte} \quad \text{quel que soit } t \geq 0 \text{ s},$$

où l'énergie potentielle de pesanteur E_{pp} est supposée nulle dans le plan d'oscillation du système. Exprimons l'énergie mécanique à la date t_0 en particulier :

$$E_m = \frac{1}{2} k x^2(t_0) + \frac{1}{2} m v^2(t_0), \text{ soit } E_m = \frac{1}{2} k x_0^2$$

3 1. Le quotient de réaction initial $Q_{r,i}$ a pour expression :

$$Q_{r,i} = \frac{[\text{Cu}^{2+}]_i}{[\text{Ag}^+]_i^2}$$

et vaut, avec $[\text{Cu}^{2+}]_i = 0,50 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$ et $[\text{Ag}^+]_i = 0,10 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$:

$$Q_{r,i} = 50$$

Le système évolue donc spontanément dans le sens direct de l'écriture de la réaction puisque $Q_{r,i} < K$.

2. Lorsque la pile fonctionne, le système évolue dans le sens direct de l'écriture de l'équation de la réaction.

Il y a alors formation d'ions cuivre(II), dont la concentration molaire augmente, et consommation d'ions argent, dont la concentration molaire diminue.

Ceci conduit à une augmentation du quotient de réaction. Il tend vers la valeur de la constante d'équilibre K .

3. D'après le sens d'évolution spontanée déterminé au 1., les électrons cédés par les atomes de cuivre sont captés par les ions argent. Les électrons vont alors de l'électrode de cuivre, constituant donc le pôle négatif de la pile, vers l'électrode d'argent, constituant le pôle positif.

4 1. Exprimons l'énergie maximale disponible W :

$$W = QE,$$

or

$$Q = I\Delta t,$$

donc :

$$W = I\Delta t E.$$

Numériquement, avec $I = 320 \times 10^{-3} \text{ A}$, $\Delta t = 10 \times 3\,600 = 36 \times 10^3 \text{ s}$ et $E = 2,0 \text{ V}$, nous calculons :

$$W = 2,3 \times 10^4 \text{ J} = 23 \text{ kJ}$$

2. Exprimons la quantité de matière d'électrons débités :

$$n(e^-) = \frac{Q}{F} = \frac{I\Delta t}{F}$$

d'où, avec $I = 320 \times 10^{-3} \text{ A}$, $\Delta t = 10 \times 3\,600 = 36 \times 10^3 \text{ s}$ et $F = 9,65 \times 10^4 \text{ C} \cdot \text{mol}^{-1}$, nous obtenons :

$$n(e^-) = 0,12 \text{ mol}$$

III. Les applications technologiques de la radioactivité (6,5 points)

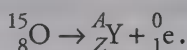
1 Questions préalables

1. Le noyau d'un atome est caractérisé par son numéro atomique Z , qui représente son nombre de protons, et son nombre de nucléons A (ou nombre de masse).

2. Des isotopes sont des entités chimiques (atomes, ions ou noyaux) qui ont le même numéro atomique Z , donc qui appartiennent au même élément chimique, mais qui n'ont pas le même nombre de nucléons A .

3. Lors de la désintégration d'un noyau d'oxygène 15 il y a émission d'un positon (ou positron), noté ${}^0_1\text{e}$ (rayonnement β^+), et formation d'un noyau fils noté ${}^A_Z\text{Y}$.

L'équation de la réaction de désintégration s'écrit alors :



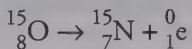
La loi de conservation de la charge électrique impose alors :

$$8 = Z + 1, \text{ donc } Z = 7$$

et la loi de conservation du nombre de nucléons implique :

$$15 = A + 0, \text{ donc } A = 15.$$

Le noyau-fils Y ayant pour numéro atomique $Z = 7$, il appartient à l'élément azote de symbole N, d'où finalement :



2 À propos du texte

1. Les traceurs ont tous le point commun d'avoir une activité qui décroît rapidement.

De ce fait, le patient traité ne reste pas contaminé, et donc irradié, trop longtemps par le produit injecté.

2. Pour que les radioéléments puissent être utilisés en scintigraphie, il faut que ceux-ci émettent un rayonnement gamma. Celui-ci traverse les tissus et peut être détecté à l'extérieur de l'organisme par une gamma-caméra.

3. a) La particule associée au rayonnement β^- , est un électron de symbole ${}^0_{-1}\text{e}$.

La particule α est un noyau d'hélium 4 de symbole ${}^4_2\text{He}$.

b) Il est écrit que le rayonnement de type α est « plus massif que les autres » car le noyau d'hélium est une particule dont la masse est plus élevée que celle d'un électron (radioactivité β^-) ou que celle d'un positon (radioactivité β^+).

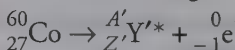
3 Scintigraphie

1. Le temps de demi-vie $t_{1/2}$ est la durée au bout de laquelle la moitié des noyaux d'un isotope radioactif présents dans un échantillon se sont désintégrés.

2. Une substance radioactive est d'autant plus dangereuse que son activité est importante. L'utilisation de l'iode 131 comme traceur se justifie par le fait qu'avec sa durée de vie relativement faible ($t_{1/2}({}^{131}\text{I}) = 8 \text{ j}$), son activité dans l'organisme du patient décroît relativement rapidement. Ainsi elle est diminuée d'un facteur $3,3 \times 10^7$ après 400 jours alors que l'activité d'un traceur de demi-vie dix fois plus importante n'a diminué que d'un facteur 32 pendant la même durée.

4 Radiothérapie

1. Nous repérons par un astérisque (*) le noyau-fils ${}^A_{Z'}\text{Y}'$ formé lors de la désintégration du cobalt 60 pour signifier qu'il se trouve dans un état excité. L'équation de la réaction de désintégration s'écrit :



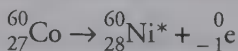
La loi de conservation de la charge électrique impose alors :

$$27 = Z' - 1, \text{ donc } Z' = 28$$

et la loi de conservation du nombre de nucléons implique :

$$60 = A' + 0, \text{ donc } A' = 60.$$

Le noyau-fils Y' ayant pour numéro atomique $Z' = 28$, il appartient à l'élément nickel de symbole Ni, d'où finalement :



Par suite, le noyau de nickel se désexcite par retour à son état d'énergie fondamental en émettant un rayonnement gamma.

2. a) Exprimons le nombre de noyaux N_0 de cobalt 60 à la réception de l'échantillon :

$$N_0 = n({}^{60}\text{Co})N_A.$$

$$\text{Or } n({}^{60}\text{Co}) = \frac{m({}^{60}\text{Co})}{M({}^{60}\text{Co})}, \text{ donc } N_0 = \frac{m({}^{60}\text{Co})N_A}{M({}^{60}\text{Co})}$$

soit, avec $m({}^{60}\text{Co}) = 1 \times 10^{-6} \text{ g}$, $N_A = 6,02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$

et $M({}^{60}\text{Co}) = 60 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$, nous calculons :

$$N_0 = 1 \times 10^{16} \text{ noyaux}$$

b) La variation ΔN du nombre de noyaux radioactifs d'un isotope est proportionnelle au nombre de noyaux radioactifs N encore présents dans l'échantillon à l'instant de date t :

$$\Delta N = -\lambda N \Delta t$$

c) La loi de décroissance radioactive nous donne :

$$N = N_0 e^{-\lambda t}$$

d'où, en substituant N par cette expression dans la relation écrite au 2. b), nous aboutissons à :

$$\Delta N = -\lambda N_0 e^{-\lambda t} \Delta t$$

d) Exprimons le rapport $\frac{\Delta N}{\Delta t}$ à partir de la relation établie au 2. c) :

$$\frac{\Delta N}{\Delta t} = -\lambda N_0 e^{-\lambda t}$$

d'où nous tirons l'expression de l'activité A :

$$A = \frac{|\Delta N|}{\Delta t} = \lambda N_0 e^{-\lambda t}$$

qui est bien une relation de la forme $A = A_0 e^{-\lambda t}$. Par identification nous déduisons l'expression littérale de l'activité initiale A_0 de l'échantillon :

$$A_0 = \lambda N_0$$

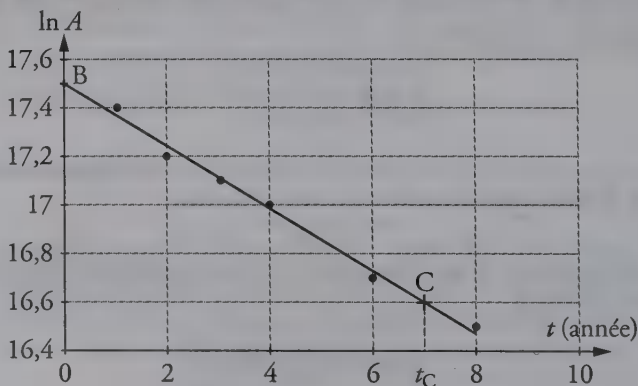
e) Exprimons le logarithme népérien de l'activité A :

$$\ln A = \ln (A_0 e^{-\lambda t}) = \ln A_0 + \ln (e^{-\lambda t}), \text{ donc :}$$

$$\ln A = \ln A_0 - \lambda t$$

f) L'expression de $\ln A = f(t)$ établie au 2. e) nous indique que $\ln A(t)$ est une fonction affine du temps. Il est donc parfaitement cohérent d'obtenir une droite pour la représentation graphique de $\ln A = f(t)$.

g) L'équation $\ln A = f(t)$ indique que la constante radioactive λ constitue l'opposé du coefficient directeur de la droite. Nous déterminons alors graphiquement cette constante à partir des coordonnées de deux points de cette droite. Soit B(0 ; 17,5) et C(7,0 ans ; 16,6) ces points :



Alors

$$\lambda = - \frac{\ln A_C - \ln A_B}{t_C - t_B}$$

donc :

$$\lambda = 0,13 \text{ an}^{-1}$$

b) D'après la définition du temps de demi-vie $t_{1/2}$ donnée à la réponse **3** 1. et l'utilisation de la loi de décroissance rappelée à la réponse **4** 2. c) nous tirons :

$$N(t_{1/2}) = \frac{1}{2} N_0, \text{ d'où } \frac{N(t_{1/2})}{N_0} = \frac{1}{2} = e^{-\lambda t_{1/2}}$$

Le passage au logarithme népérien conduit à :

$$\ln \frac{1}{2} = -\lambda t_{1/2}$$

donc :

$$t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}$$

i) Numériquement, avec $\lambda = 0,13 \text{ an}^{-1}$, nous calculons :

$$t_{1/2} = 5,3 \text{ ans} \approx 1,7 \times 10^8 \text{ s}$$

ce qui est en bon accord avec la valeur trouvée dans les tables (écart relatif de 1,2 %).

Sujets thématiques

1 Ondes

9

SUJET
COMPLÉMENTAIRE

6 POINTS

S U J E T

Le caillou dans l'eau

Un caillou jeté dans l'eau soulève un volume $V = 200 \text{ mm}^3$ d'eau d'une hauteur $h = 5,00 \text{ cm}$ par rapport à la surface de l'eau.

1. Quel type d'énergie est transmise au volume V d'eau par le caillou ?

2. Sous quelle forme est-elle stockée dans la goutte d'eau ?

Calculer sa valeur E_0 .

► Données

- Masse volumique de l'eau : $\mu = 1\,000 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$.
- Intensité de la pesanteur terrestre : $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

Quand ce volume d'eau retombe, il provoque la formation d'une onde circulaire dans l'eau.

3. L'onde circulaire à la surface de l'eau est-elle transversale ou longitudinale ? Justifier la réponse.

On enregistre l'évolution du rayon du front d'onde au cours du temps ($t = 0 \text{ s}$ lorsque l'onde commence à se propager). Les mesures sont consignées dans le tableau ci-dessous.

$t(\text{s})$	0,0	0,50	1,0	1,50	2,0	2,50
$r(\text{m})$	0,00	0,10	0,20	0,30	0,40	0,50

4. Déterminer la valeur de la célérité v de l'onde.

5. Donner la valeur du retard de mouvement d'un point M situé à une distance $d = 1,00 \text{ m}$ du point de chute du caillou.

L'énergie du front d'onde se répartit uniformément sur toute la longueur du front d'onde. L'énergie linéique E_ℓ ou énergie par unité de longueur du front d'onde et l'amplitude z du front sont reliés par la relation :

$$E_\ell = \mu \cdot g \cdot z^3$$

où E_ℓ est l'énergie linéique (en $\text{J} \cdot \text{m}^{-1}$) du front d'onde,

μ est la masse volumique de l'eau ,

g , l'intensité de la pesanteur,

z , l'amplitude de l'onde (en mètre).

On suppose que le milieu de propagation est non dissipatif, c'est-à-dire que l'énergie portée par le front d'onde est constante.

6. Donner l'expression de l'amplitude de l'onde en fonction du rayon r du front d'onde, du volume V et de la hauteur h de la goutte initiale.

7. Donner l'expression de l'amplitude de l'onde en fonction du temps.

L'œil est capable de voir un front d'onde d'amplitude supérieure à $z_{\min} = 1 \text{ mm}$.

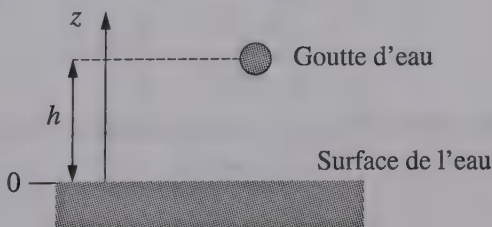
8. a) Combien de temps l'observateur peut-il voir l'onde se propager ?

b) Quel sera le rayon maximum du front d'onde observable ?

C O R R I G É

1. Nous prendrons la surface de l'eau comme référence pour l'énergie potentielle de pesanteur. Lorsque le caillou vient frapper la surface de l'eau, il ne possède alors que de l'énergie cinétique du fait de sa vitesse. C'est cette énergie qui est transmise au volume V d'eau.

2. Cette énergie est en partie transmise à la goutte d'eau de volume V qui s'élève, elle est donc transformée en énergie potentielle de pesanteur.



Nous avons alors :

$$E_0 = E_{pp} = m_{\text{goutte}} g h$$

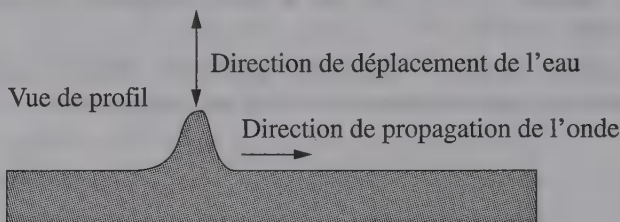
avec $m_{\text{goutte}} = \mu V$, soit finalement :

$$E_0 = E_{pp} = \mu V g h.$$

Numériquement, avec $\mu = 1\,000 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$, $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$, $V = 0,200 \times 10^{-6} \text{ m}^3$ et $h = 5,00 \times 10^{-2} \text{ m}$, nous obtenons :

$$E_n = 9,81 \times 10^{-5} \text{ J} = 98,1 \text{ } \mu\text{J}$$

3. L'onde créée à la surface de l'eau est transversale car la direction de propagation de cette onde est perpendiculaire au déplacement de l'eau.



4. Les mesures fournies montrent que le rayon de l'onde croît proportionnellement au temps. En effet, pour chaque variation de $\Delta t = 0,5 \text{ s}$, le rayon varie de $\Delta r = 0,1 \text{ m}$.

L'onde se propage donc à vitesse v constante telle que :

$$v = \frac{\Delta r}{\Delta t}$$

que l'on peut encore écrire, puisque à $t = 0 \text{ s}$, $r = 0 \text{ m}$:

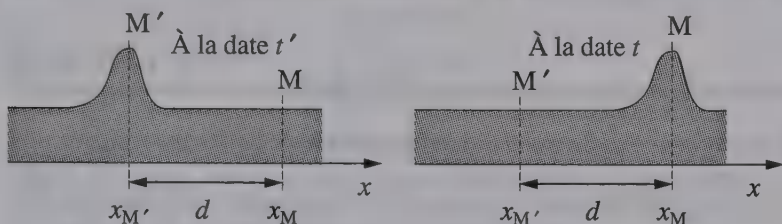
$$v = \frac{r}{t}$$

(1)

Numériquement, pour $\Delta t = 2,5 \text{ s}$, nous obtenons $\Delta r = 0,5 \text{ m}$, d'où :

$$v = 0,2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

5. Schématisons la situation décrite :



L'onde parvient au point M à l'instant t telle qu'elle était au point M' à l'instant $t' = t - \tau$, où τ est le retard.

Ce retard est tel que :

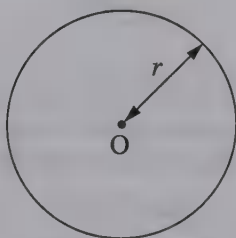
$$\tau = \frac{M'M}{v} = \frac{d}{v}$$

d'où, avec $d = 1,0 \text{ m}$ et $v = 0,2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, nous obtenons :

$$\tau = 5,0 \text{ s}$$

6. En retombant à la surface de l'eau, la goutte qui stockait de l'énergie potentielle de pesanteur E_0 la transmet à l'onde. Le milieu étant supposé non dissipatif, cette énergie se conserve au cours de la propagation de l'onde mais elle se répartit sur toute sa longueur. Lorsque le front d'onde est à la distance r du point de chute O de la goutte, celui-ci a pour longueur l , la circonférence du cercle de rayon r , soit $l = 2\pi r$. L'énergie de l'onde s'exprime alors par :

$$E_0 = l E_1 = 2\pi r \mu g z^3.$$



Vue de dessus

D'après la question 2. nous savons que $E_0 = \mu Vgh$, nous en déduisons alors l'expression littérale de l'amplitude z de l'onde :

$$z = 3 \sqrt[3]{\frac{Vh}{2\pi r}} \quad (2)$$

Il paraît cohérent de trouver que l'amplitude de l'onde est d'autant plus importante que le volume V de la goutte est important, ou qu'elle tombe d'une hauteur h élevée. De même, il est raisonnable de penser que plus le cercle sera grand, c'est-à-dire r important, plus l'amplitude z sera faible.

7. Utilisons la relation (1) établie à la réponse 4., alors $r = vt$, puis substituons r par cette expression dans la relation (2). Il vient :

$$z = 3 \sqrt[3]{\frac{Vh}{2\pi vt}}$$

8. a) L'énoncé indique que l'œil peut percevoir l'onde tant que $z \geq z_{\min}$ soit

$$z^3 \geq z_{\min}^3$$

c'est-à-dire tant que

$$\frac{Vh}{2\pi vt} \geq z_{\min}^3$$

d'où

$$t \leq \frac{Vh}{2\pi v z_{\min}^3}.$$

Numériquement, avec $V = 0,200 \times 10^{-6} \text{ m}^3$, $h = 5,00 \times 10^{-2} \text{ m}$, $v = 0,2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ et $z_{\min} = 1,0 \times 10^{-3} \text{ m}$, nous obtenons :

$$t \leq 8,0 \text{ s}$$

b) L'observateur peut donc voir l'onde se propager durant $t_{\max} = 8,0 \text{ s}$ au maximum après que la goutte d'eau est retombée dans l'eau.

Le rayon maximum $r_{\max}$ de l'onde sera alors de :

$$r_{\max} = vt_{\max}$$

soit :

$$r_{\max} = 1,6 \text{ m}$$

S U J E T

Diffraction par une porte

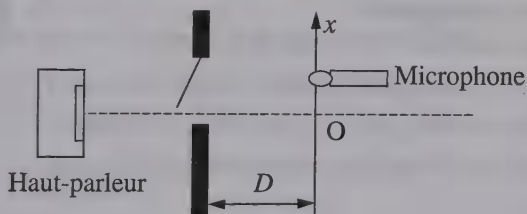
On peut entendre une conversation en se plaçant derrière une porte entrouverte. Cependant, le son est souvent déformé.

L'étude suivante s'intéresse à la diffraction du son à travers l'ouverture.

Afin de simplifier l'étude, on étudie le comportement d'une onde sonore à la traversée de l'ouverture selon sa fréquence.

Le dispositif est le suivant :

- Un haut-parleur relié à un générateur de tension sinusoïdale de fréquence variable est placé d'un côté de la porte.
- On place un microphone de l'autre côté de la porte à une distance $D = 2,0 \text{ m}$.
- Ce micro peut être déplacé parallèlement à la porte. Sa position est repérée sur un axe (O, x) comme indiquée sur le schéma du montage.



On utilise successivement les quatre fréquences suivantes : 500 Hz, 5 000 Hz, 10 000 Hz, 15 000 Hz.

Pour chacune de ces fréquences, on mesure le niveau sonore (exprimé en décibels dB) au niveau du microphone en fonction de sa position x . Pour des raisons de symétrie, on n'étudie que le niveau sonore pour des positions x positives.

Les résultats obtenus sont consignés dans le tableau :

$f = 500 \text{ Hz}$	$x(\text{m})$	0,00	0,20	0,50	1,00	5,00	7,00	10,0
	$I(\text{dB})$	50	50	50	50	50	50	50
$f = 5\,000 \text{ Hz}$	$x(\text{m})$	0,00	0,20	0,50	1,00	1,60	5,00	10,0
	$I(\text{dB})$	50	50	50	50	45	10	10

$f = 10\,000\text{ Hz}$	$x(\text{m})$	0,00	0,20	0,50	0,70	2,00	5,00	10,0
	$I(\text{dB})$	50	50	47	45	10	10	10
$f = 15\,000\text{ Hz}$	$x(\text{m})$	0,00	0,20	0,45	1,00	2,00	5,00	10,0
	$I(\text{dB})$	50	50	45	10	10	10	10

1. La célérité des ondes sonores dans l'air est $v = 340\text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.
Calculer les longueurs d'ondes des quatre sons utilisés dans cette expérience.
2. Sur un même schéma, identique au schéma du montage, délimiter approximativement les zones de l'espace dans lesquelles chaque fréquence est respectivement audible.
On supposera que le son est audible si son niveau sonore est supérieur à 45 dB.
3. Déterminer, pour chaque fréquence, l'angle α du cône de diffraction exprimé en radian.
4. Tracer la courbe représentant l'angle α en fonction de la longueur d'onde λ .
5. On rappelle que l'angle α a pour expression théorique : $\alpha = \frac{2\lambda}{a}$ où a est la taille de l'ouverture.
Déterminer la taille de l'ouverture de la porte.

C O R R I G É

1. La longueur d'onde λ de l'onde sonore s'exprime par :

$$\lambda = \frac{v}{f}$$

d'où, avec $v = 340\text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$:

$f(\text{Hz})$	500	5 000	10 000	15 000
$\lambda(\text{m})$	$6,80 \times 10^{-1}$	$6,80 \times 10^{-2}$	$3,40 \times 10^{-2}$	$2,27 \times 10^{-2}$

2. Le son n'est audible que si le niveau sonore est supérieur ou égal à 45 dB. La consultation du tableau permet de savoir jusqu'à quelle position x du microphone un son d'une fréquence donnée est audible.

Nous obtenons :

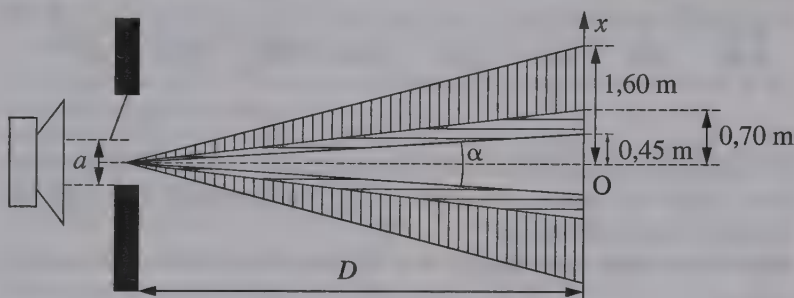
$x = 1,60$ m pour un son de fréquence 5 000 Hz ;

$x = 0,70$ m pour un son de fréquence 10 000 Hz ;

$x = 0,45$ m pour un son de fréquence 15 000 Hz.

Il est à noter que le tableau de valeurs ne permet pas de déterminer la zone de l'espace dans laquelle le son de fréquence 500 Hz est audible.

Pour des raisons de symétrie, les résultats obtenus pour des positions x positives peuvent être transposés aux valeurs de x négatives, d'où le schéma ci-après.



-  Zone d'audibilité d'un son de fréquence $f = 5\,000$ Hz
-  Zone d'audibilité d'un son de fréquence $f = 10\,000$ Hz
-  Zone d'audibilité d'un son de fréquence $f = 15\,000$ Hz

3. Utilisons les relations trigonométriques dans le triangle rectangle pour établir l'expression de l'angle α .

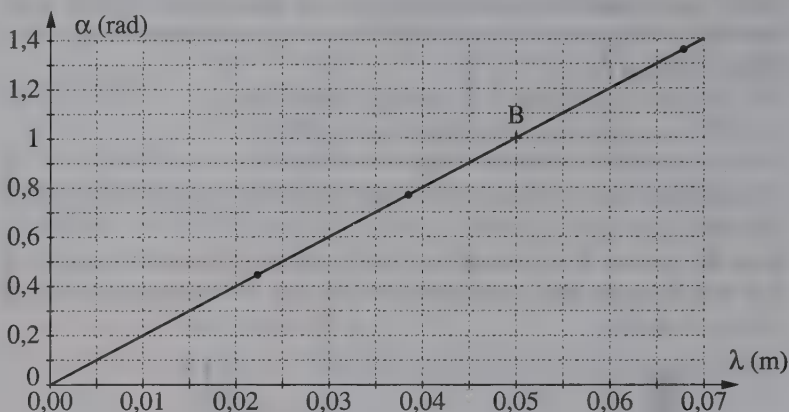
$$\tan \frac{\alpha}{2} = \frac{x}{D} \text{ d'où :}$$

$$\alpha = 2 \operatorname{Arctan} \frac{x}{D}$$

Nous calculons alors, avec $D = 2,0$ m :

λ (m)	$6,80 \times 10^{-1}$	$6,80 \times 10^{-2}$	$3,40 \times 10^{-2}$	$2,27 \times 10^{-2}$
x (m)	—	1,60	0,70	0,45
α (rad)	—	1,35	0,67	0,44

4. Traçons $\alpha = f(\lambda)$.



5. Le graphe obtenu est une droite passant par l'origine ce qui montre que l'angle du cône de diffraction α est proportionnel à la longueur d'onde λ de l'onde sonore.

Or l'énoncé nous rappelle que $\alpha = \frac{2\lambda}{a}$, ce qui confirme notre conclusion.

De plus, la formule proposée permet de donner l'expression littérale du coefficient directeur de la droite, soit $\frac{2}{a}$, que nous calculons à l'aide du graphe.

Choisissons deux points appartenant à la droite, $O(0 ; 0)$ et $B(0,05 ; 1)$, et calculons alors le coefficient directeur de celle-ci :

$$\frac{2}{a} = \frac{\alpha_B - \alpha_O}{\lambda_B - \lambda_O} = \frac{1 - 0}{0,05 - 0} = 20 \text{ m}^{-1}.$$

Nous en déduisons la taille de l'ouverture a de la porte :

$$a = 0,10 \text{ m} = 10 \text{ cm}$$

S U J E T

Le sonar

Il est possible de mesurer la profondeur des océans à l'aide d'un système émetteur et récepteur d'ultrasons : le sonar.

Le sonar est disposé sous la coque d'un navire. Schématiquement, l'émetteur émet une onde ultrasonore de fréquence $f = 40 \text{ kHz}$ verticalement vers le fond de l'océan.

Le récepteur situé juste à côté de l'émetteur arrête l'émission de l'onde à la réception de l'onde réfléchi.

Un compteur relié à l'émetteur permet de dénombrer le nombre n de périodes complètes émises.

1. La profondeur de l'eau dans le port est $h = 20,0 \text{ m}$. On réalise une mesure. Le compteur indique $n = 1\,100$.

Déterminer la célérité v des ultrasons.

2. Combien d'oscillations spatiales complètes l'onde réalise-t-elle entre l'émetteur et le fond du port ?

3. La précision du compteur étant d'une oscillation, déterminer l'incertitude de la mesure de la profondeur.

Le navire-sonar part en campagne pour faire des relevés de profondeur océanique.

4. Une mesure obtenue est $n = 330\,123$.

Quelle est la profondeur de l'océan à cet endroit ?

L'amplitude de l'onde ultrasonore diminue lors de la progression de l'onde ; après une distance parcourue L , l'onde a une amplitude :

$$P = P_0 - \exp(-\mu L).$$

μ est le coefficient d'amortissement : $\mu = 2,5 \times 10^{-4} \text{ m}^{-1}$.

L'émetteur émet une onde d'amplitude initiale $P_0 = 10,0 \text{ Pa}$.

Le récepteur est capable de détecter une onde d'amplitude supérieure à $P_{\min} = 1,0 \times 10^{-3} \text{ Pa}$.

5. Déterminer l'amplitude de l'onde reçue lors de la mesure précédente.

6. Quelle profondeur maximale le sonar peut-il mesurer ?

1. Remarque : Vous devriez avoir une idée de l'ordre de grandeur du résultat : environ $10^3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

L'onde ultrasonore a parcouru la distance $d = 2h$ entre l'instant où elle est émise et l'instant où elle est captée par le récepteur qui stoppe alors le fonctionnement de l'émetteur. Le capteur indique alors le nombre n de périodes T de l'onde ultrasonore émise.

Ceci permet de déterminer la durée d'émission de l'onde et donc le temps mis par l'onde pour effectuer un aller et retour entre la coque du bateau et le fond du port :

$$t = nT, \text{ or } T = \frac{1}{f}, \text{ donc } t = \frac{n}{f}.$$

Nous pouvons alors déterminer la célérité v des ultrasons dans l'eau :

$$v = \frac{d}{t} = \frac{2h}{t} = \frac{2hf}{n}. \quad (1)$$

Numériquement avec, $h = 20 \text{ m}$, $n = 1\,100$ et $f = 40 \times 10^3 \text{ Hz}$, nous obtenons :

$$v = 1,5 \times 10^3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

2. La périodicité spatiale d'une onde est associée à sa longueur d'onde λ . Le nombre d'oscillations spatiales complètes comprises entre l'émetteur et le fond du port vaut donc, en utilisant la relation (1) :

$$\frac{h}{\lambda} = \frac{h}{vT} = \frac{h}{\frac{2hf}{n} T} = \frac{h}{\frac{2hf}{n} \frac{1}{f}} = \frac{n}{2}.$$

3. Le compteur ne prend en compte que les périodes entières de l'onde ultrasonore émise ; ainsi, si 4,01 ou 4,99 périodes ont été émises, le compteur affichera $n = 4$. L'erreur maximale au compteur sera donc d'une unité : $\Delta n = 1$.

L'incertitude sur la mesure de la profondeur Δh , en utilisant la relation (1) s'exprime alors par :

$$\Delta h = \frac{v \Delta n}{2f}$$

soit, numériquement, avec $v = 1,5 \times 10^3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ et $f = 40 \times 10^3 \text{ Hz}$:

$$\Delta h = 1,9 \times 10^{-2} \text{ m} = 1,9 \text{ cm}$$

Ceci conduit à une erreur relative de $9,5 \times 10^{-2} \%$ sur la mesure de la profondeur du port, ce qui est tout à fait acceptable.

4. Utilisons la relation (1) pour calculer la profondeur p de l'océan lorsque le compteur indique $n = 330\,123$:

$$p = \frac{nv}{2f}$$

soit, numériquement, avec $v = 1,5 \times 10^3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ et $f = 40 \times 10^3 \text{ Hz}$:

$$p = 6,2 \times 10^3 \text{ m} = 6,2 \text{ km}$$

5. Lors de la mesure précédente l'onde ultrasonore parcourt la distance L telle que $L = 2p$, nous pouvons donc calculer l'amplitude de l'onde reçue à l'aide de la relation proposée :

$$P_{\text{reçue}} = P_0 \cdot \exp(-\mu L) = P_0 \cdot \exp(-\mu 2p).$$

Numériquement, avec $P_0 = 10 \text{ Pa}$, $\mu = 2,5 \times 10^{-4} \text{ m}^{-1}$ et $p = 6,2 \times 10^3 \text{ m}$, nous obtenons :

$$P_{\text{reçue}} = 4,5 \times 10^{-1} \text{ Pa}$$

6. Nous cherchons la profondeur maximale p_{max} que le sonar peut mesurer compte tenu de l'amplitude minimale que le récepteur est capable de détecter. Il faut donc que :

$$P_{\text{reçue}} \geq P_{\text{min}}$$

$$\text{soit } P_{\text{reçue}} = P_0 \exp(-\mu L) = P_0 \cdot \exp(-\mu \times 2p) \geq P_{\text{min}}$$

$$\text{donc } \exp(-\mu 2p) \geq \frac{P_{\text{min}}}{P_0}$$

$$\text{soit } -\mu 2p \geq \ln \frac{P_{\text{min}}}{P_0}$$

$$\text{d'où } p \leq \frac{1}{2\mu} \ln \frac{P_0}{P_{\text{min}}}.$$

Avec $P_0 = 10 \text{ Pa}$, $P_{\min} = 10^{-3} \text{ Pa}$ et $\mu = 2,5 \times 10^{-4} \text{ m}^{-1}$ nous obtenons $p \leq 1,8 \times 10^4 \text{ m}$, donc :

$$p_{\max} = 18 \text{ km}$$

Ce sonar permet de mesurer la profondeur de tous les océans du globe.

12

d'après FRANCE MÉTROPOLITAINE
SEPTEMBRE 2001

5 POINTS

S U J E T

À la recherche d'une mesure du diamètre d'un cheveu

L'usage des calculatrices n'est pas autorisé.

Ce sujet nécessite une feuille de papier millimétrée. Cet exercice ne nécessite aucune connaissance sur le fonctionnement d'un laser.

1 Propriétés du laser

Document

D'après *L'Optique moderne et ses développements depuis l'apparition du laser* de M. Françon

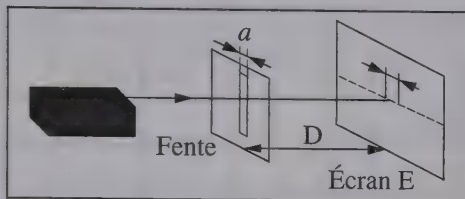
« En juillet 1969, les astronautes d'Apollo XI ont déposé sur la Lune cent réflecteurs permettant ainsi la mesure de la distance Terre – Lune avec une grande précision. Un laser envoie des impulsions qui sont rétrodiffusées par un réflecteur : le temps mis par une impulsion pour l'aller et retour permet de mesurer la distance du réflecteur connaissant la vitesse de la lumière... Pour réduire le plus possible les effets de l'absorption atmosphérique, on utilise des longueurs d'onde comprises entre 8 et 12 μm ... Les lasers à CO_2 , qui opèrent entre 9 et 11,5 μm , sont donc bien adaptés au radar optique. »

Le domaine du visible s'étend dans la bande : $400 \text{ nm} < \lambda < 800 \text{ nm}$. Le laser à CO_2 opère entre 9 et 11,5 μm . Ces radiations lumineuses font-elles partie du domaine des UV (ultraviolets) ? des IR (infrarouges) ? du visible ?

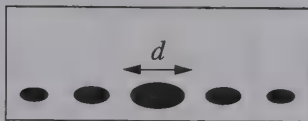
2 Observation d'un phénomène lié au laser

On utilise un laser produisant une lumière de longueur d'onde λ placée devant une fente de largeur a (**document 1** ci-dessous).

On observe la figure suivante (**document 2**), constituée de taches lumineuses, sur un écran E placé à la distance D de la fente.



Document 1



Document 2

1. Quel est le nom du phénomène observé ?
2. Quelle condition doit satisfaire la taille de la fente pour que l'on obtienne cette figure ?
3. La largeur de la tache centrale d sur l'écran varie lorsque l'on fait varier la distance D entre la fente et l'écran, la longueur d'onde λ de la lumière, ou la largeur a de la fente.

Une série d'expériences effectuées montrent que d est proportionnelle à la longueur d'onde de la lumière.

k étant une constante sans dimension, on propose les formules (1), (2), (3), (4) et (5) ci-dessous.

Lesquelles peut-on éliminer ?

$$d = \frac{k\lambda D}{a} \text{ (1)} ; d = \frac{k\lambda D}{a^2} \text{ (2)} ; d = \frac{kaD}{\lambda} \text{ (3)} ; d = \frac{k\lambda D^2}{a^2} \text{ (4)} ; d = ka\lambda D \text{ (5)}.$$

3 Influence de la largeur a de la fente

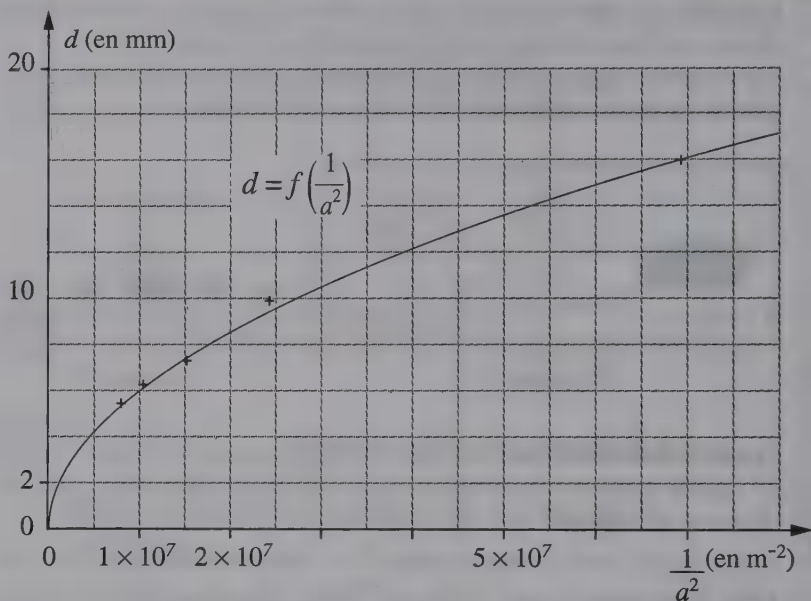
Tous les autres paramètres restant inchangés pendant les mesures, on fait varier la largeur a de la fente et on mesure les valeurs de d correspondantes.

Les résultats sont consignés dans le **tableau n° 1**.

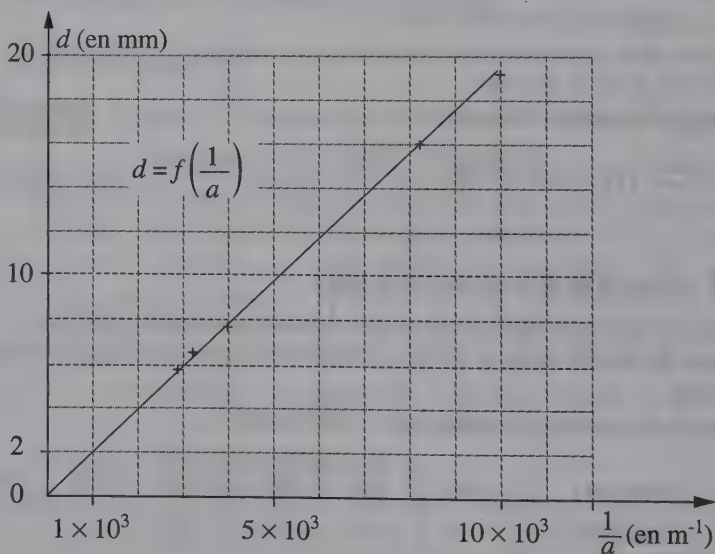
a (en μm)	100	120	200	250	300	340
d (en mm)	19	16	10	7,5	6,5	5,5

Tableau n° 1

Grâce à ces résultats, on obtient les courbes suivantes :



Document 3



Document 4

Préciser la quelle (ou lesquelles) des formules proposées à la question 2.3 est (sont) encore possible(s). Pourquoi ?

4 Influence de la distance D entre la fente et l'écran

On fixe λ et a ; on déplace l'écran et on obtient les résultats suivants :

D (en m)	1,70	1,50	1,20	1,00
d (en mm)	21	19	15	13

Tableau n° 2

1. Quelle(s) courbe(s) est-il judicieux de tracer pour vérifier la réponse à la question 3 ?

Justifier.

2. Tracer la représentation graphique de $d=f(D)$ en respectant l'échelle suivante :

abscisse : 1 cm représente 0,1 m ;

ordonnée : 1 cm représente 1 mm.

On utilisera une feuille de papier millimétré à rendre avec la copie.

3. Expliquer avec soin comment calculer le coefficient directeur p de cette droite. Choisir sa valeur parmi les propositions suivantes, en justifiant la réponse :

(1) $p = 12,5 \times 10^{-3}$; (2) $p = 12,5$; (3) $p = 12,5 \times 10^3$.

4. En déduire la valeur de k , sachant que c'est un entier et qu'on a fait les mesures pour $\lambda = 633 \text{ nm}$ et $a = 100 \text{ }\mu\text{m}$.

5 Détermination d'une dimension

Un fil placé à la position exacte de la fente du dispositif précédent produit exactement la même figure sur l'écran.

Des élèves disposant d'une diode laser ($\lambda = 670 \text{ nm}$) décident de mettre en œuvre cette expérience pour mesurer le diamètre a d'un cheveu qu'ils ont placé sur un support.

Ils obtiennent une tache centrale de largeur $d = 20 \text{ mm}$ lorsque l'écran est à $D = 1,50 \text{ m}$ du cheveu.

Calculer approximativement le diamètre du cheveu (le diamètre joue un rôle analogue à celui de la dimension a de la fente).

C O R R I G É

1 Propriétés du laser

Le laser à CO_2 opère entre 9 000 nm et 11 500 nm, ces radiations lumineuses font donc partie du domaine des infrarouge.

2 Observation d'un phénomène lié au laser

1. On observe le phénomène de diffraction de la lumière.

2. Pour que l'on puisse observer ce phénomène, il faut que la dimension de la fente soit de l'ordre de grandeur de la longueur d'onde de la radiation lumineuse utilisée.

3. La largeur de la tache centrale de diffraction d étant proportionnelle à la longueur d'onde λ de la lumière, nous pouvons écrire, tous les autres paramètres restant inchangés, que : $d = k'\lambda$ où k' est une constante.

Ceci exclut la relation (3) où λ apparaît au dénominateur.

Allons plus loin par l'analyse dimensionnelle des formules restantes sachant que les grandeurs a , d , D et λ ont la dimension d'une longueur, L, et que k est sans dimension. Il faut exprimer les grandeurs apparaissant dans l'expression à l'aide des unités de base du Système International.

Nous noterons $[X]$ la dimension d'une grandeur X :

$$(1) \left[\frac{k\lambda D}{a} \right] = L$$

$$(2) \left[\frac{k\lambda D}{a^2} \right] \text{ est sans dimension}$$

$$(4) \left[\frac{k\lambda D^2}{a^2} \right] = L$$

et

$$(5) [ka\lambda D] = L^3.$$

Les relations (2) et (5) doivent donc être éliminées car elles n'ont pas la dimension d'une longueur.

3 Influence de la largeur a de la fente

Tous les autres paramètres restant inchangés pendant les mesures, le **document 4** de l'énoncé montre que d est proportionnelle à $\frac{1}{a}$ puisque le graphe obtenu est une droite passant par l'origine. Seule la formule (1) est toujours en accord avec les résultats expérimentaux, soit :

$$d = \frac{k\lambda D}{a}$$

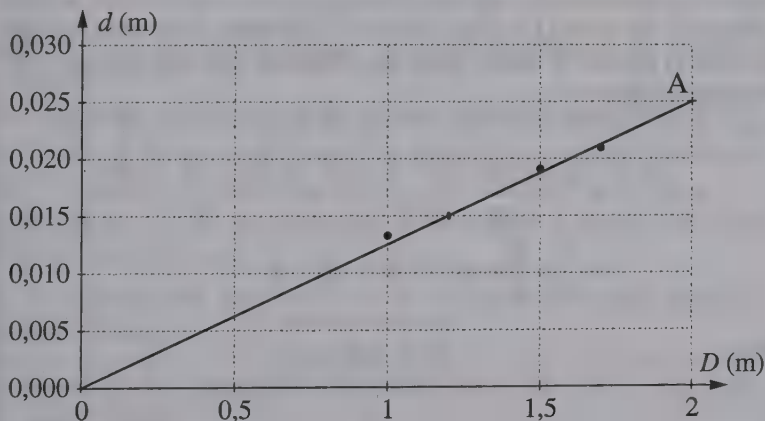
La formule (4) peut être exclue en étudiant le **document 3** qui montre que d n'est pas proportionnelle à $\frac{1}{a^2}$.

4 Influence de la distance D entre la fente et l'écran

1. Un moyen de vérifier la réponse à la question 3 est de tracer $d = f(D)$ qui doit être une droite passant par l'origine si la formule (1) est la correcte. En effet, dans ce cas, λ et a étant fixé, nous avons :

$\frac{k\lambda}{a} = \text{cte}$, d'où $d = \frac{k\lambda}{a} D$ qui est l'équation d'une droite passant par l'origine, de coefficient directeur $\frac{k\lambda}{a}$.

2. **Remarque :** Il est demandé de tracer $d = f(D)$ ce qui nous conforte dans le choix fait à la question précédente.



3. Remarque : La valeur du coefficient directeur dépend des unités choisies pour tracer le graphique précédent. Il n'y a donc pas une réponse unique à cette question.

Après avoir tracé la droite, nous choisissons deux points appartenant à celle-ci de façon que leurs coordonnées soient les plus simples possible à lire. Ici, c'est en particulier le cas de l'origine $O(0 ; 0)$ et du point $A(2 \text{ m} ; 25 \times 10^{-3} \text{ m})$. Le coefficient directeur, ou pente p de la droite, s'exprime alors par :

$$p = \frac{d_A - d_O}{D_A - D_O} = \frac{25 \times 10^{-3}}{2} = 12,5 \times 10^{-3}.$$

Nous retiendrons donc la proposition (2) pour la valeur de p .

4. Remarque : L'énoncé précise que k est un entier.

Nous avons alors : $p = \frac{k\lambda}{a}$, d'où $k = \frac{pa}{\lambda}$, soit, numériquement,

avec $p = 12,5 \times 10^{-3}$, $a = 100 \times 10^{-6} \text{ m}$ et $\lambda = 633 \times 10^{-6} \text{ m}$:

$$k = \frac{12,5 \times 10^{-3} \times 100 \times 10^{-6}}{633 \times 10^{-6}} = \frac{12,5}{6,33}$$

donc :

$$k \approx 2$$

5 Détermination d'une dimension

Utilisons la formule (1) pour calculer le diamètre du cheveu sachant que celui-ci produit la même figure de diffraction que celle obtenue avec une fente de largeur a .

Avec $k = 2$, $\lambda = 670 \times 10^{-9} \text{ m}$, $D = 1,50 \text{ m}$ et $d = 20 \times 10^{-3} \text{ m}$:

$$\begin{aligned} a &= \frac{k\lambda D}{d} = \frac{2 \times 670 \times 10^{-9} \times 1,50}{20 \times 10^{-3}} = \frac{0,67 \times 1,5 \times 10^{-6}}{10^{-2}} \\ &\approx \frac{2}{3} \times \frac{3}{2} \times 10^{-4} = 1 \times 10^{-4} \text{ m} \end{aligned}$$

donc :

$$a \approx 100 \text{ } \mu\text{m}$$

2 Réactions nucléaires

13

SUJET

■ POINTS

COMPLÉMENTAIRE

S U J E T

Loi de décroissance

Le phosphore $^{32}_{15}\text{P}$ est radioactif. Il se désintègre en émettant un électron. Sa demi-vie est égale à $t_{1/2} = 14,3$ jours.

1. La désintégration forme du soufre. Établir l'équation de désintégration.

► **Rappel** : relation entre la constante radioactive λ et la demi-vie $t_{1/2}$:

$$t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}$$

On veut déterminer l'évolution du nombre de noyaux radioactifs d'un échantillon au cours du temps en utilisant la méthode d'Euler.

Pour cela, on considère que la variation $\Delta N(t)$ du nombre de noyaux radioactifs, pendant un intervalle de temps Δt , a pour expression :

$$\Delta N(t) = -\lambda N(t) \Delta t$$

si $N(t)$ est le nombre de noyaux radioactifs au début de l'intervalle de temps considéré.

Le nombre de noyaux radioactifs initial de l'échantillon est $N(0) = 10^{22}$.

2. Combien de noyaux radioactifs se désintègrent pendant les cinq premiers jours ?

3. Combien de noyaux radioactifs reste-il après 5 jours ? On notera cette valeur $N(5 \text{ jours})$.

4. En répétant les questions 2. et 3. au cours du temps, remplir le tableau suivant :

t (jours)	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45
$N(t)$	10^{22}									

5. Sur un graphique, représenter l'évolution du nombre de noyaux radioactifs N en fonction du temps.

6. La masse atomique du phosphore 32 étant :

$$m(\text{P}) = 5,356\,31 \times 10^{-26} \text{ kg}$$

et celle du soufre formé :

$$m(\text{S}) = 5,356\,08 \times 10^{-26} \text{ kg},$$

calculer la perte de masse de l'échantillon étudié au bout de 45 jours.

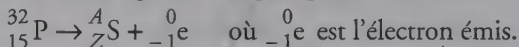
► **Donnée :** masse d'un électron $m_e = 9,109\,39 \times 10^{-31} \text{ kg}$.

7. En déduire l'énergie libérée en 45 jours.

On rappelle la valeur de la célérité de la lumière : $c = 3,0 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

C O R R I G É

1. L'équation de désintégration du phosphore 32 s'écrit :



Les lois de conservation permettent de déterminer A et Z :

- conservation de la charge électrique : $15 = Z - 1$, donc $Z = 16$;
- conservation du nombre de nucléons : $32 = A + 0$, donc $A = 32$.

Donc finalement :



2. Pour calculer la variation initiale $\Delta N(0)$ du nombre de noyaux radioactifs, il faut déterminer la constante radioactive λ .

Or
$$\lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}}$$

d'où, avec $t_{1/2} = 14,3$ jours, nous obtenons : $\lambda = 4,85 \times 10^{-2} \text{ jour}^{-1}$.

Exprimons alors $\Delta N(0)$: $\Delta N(0) = -\lambda N(0) \Delta t$

et, avec $N(0) = 10^{22}$ noyaux et $\Delta t = 5$ jours, nous obtenons :

$$\Delta N(0) = -2,43 \times 10^{21} \text{ noyaux}$$

3. La variation calculée permet de déterminer le nombre N (5 jours) de noyaux radioactifs présents après 5 jours :

$$N(5 \text{ jours}) = N(0) + \Delta N(0)$$

soit, numériquement, avec :

$$N(0) = 10^{22} \text{ noyaux} \quad \text{et} \quad \Delta N(0) = -2,43 \times 10^{21} \text{ noyaux} :$$

$$N(5 \text{ jours}) = 7,57 \times 10^{21} \text{ noyaux}$$

4. *Remarque : Programmez votre calculatrice.*

Par itérations successives, avec $\lambda = 4,85 \times 10^{-2}$ jours et $\Delta t = 5$ jours, nous trouvons :

$$\Delta N(5 \text{ jours}) = -\lambda N(5 \text{ jours}) \Delta t$$

soit :

$$\Delta N(5 \text{ jours}) = -1,84 \times 10^{21} \text{ noyaux.}$$

Puis :

$$N(10 \text{ jours}) = N(5 \text{ jours}) + \Delta N(5 \text{ jours}),$$

soit :

$$N(10 \text{ jours}) = 5,73 \times 10^{21} \text{ noyaux.}$$

De la même façon :

$$\Delta N(10 \text{ jours}) = -\lambda \times N(10 \text{ jours}) \Delta t,$$

et :

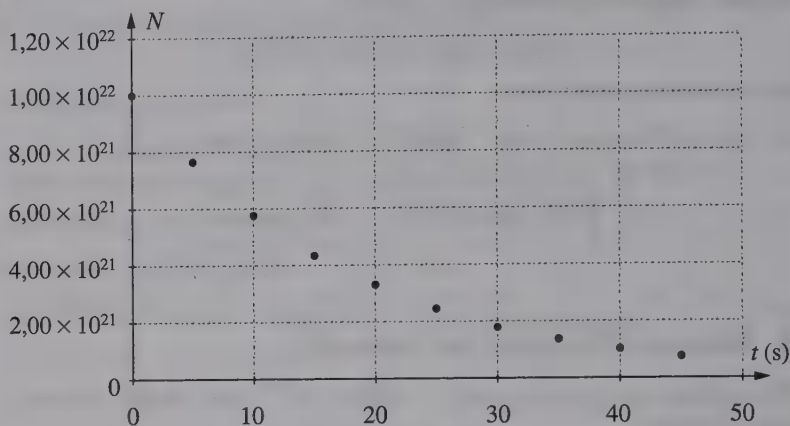
$$N(15 \text{ jours}) = N(10 \text{ jours}) + \Delta N(10 \text{ jours}), \text{ etc.}$$

Finalement :

t (jour)	0	5	10	15	20
$N(t)$	10^{22}	$7,57 \times 10^{21}$	$5,73 \times 10^{21}$	$4,34 \times 10^{21}$	$3,29 \times 10^{21}$

t (jour)	25	30	35	40	45
$N(t)$	$2,49 \times 10^{21}$	$1,89 \times 10^{21}$	$1,43 \times 10^{21}$	$1,08 \times 10^{21}$	$8,17 \times 10^{20}$

5. Traçons le graphe demandé :



6. À partir de l'écriture de la réaction (1), calculons la perte de masse Δm provoquée par une réaction de désintégration nucléaire du phosphore 32 :

$$\Delta m = m(\text{S}) + m({}_{-1}^0\text{e}) - m(\text{P}) .$$

Soit, avec :

$m(\text{S}) = 5,356\,08 \times 10^{-26}$ kg, $m(\text{électron}) = 9,109\,39 \times 10^{-31}$ kg et $m(\text{P}) = 5,356\,31 \times 10^{-26}$ kg :

$$\Delta m = -1,389\,06 \times 10^{-30} \text{ kg} .$$

Or, après 45 jours, nous avons déterminé par la méthode d'Euler que l'échantillon ne contenait plus que $N(45 \text{ jours}) = 8,17 \times 10^{20}$ noyaux de phosphore 32.

Ceci correspond à la disparition de : $N(0) - N(45 \text{ jours}) = 9,18 \times 10^{21}$ noyaux de phosphore, avec $N(0) = 10^{22}$ noyaux .

Sachant que chaque disparition d'un noyau de phosphore engendre une perte de masse Δm de l'échantillon, nous en déduisons qu'après 45 jours la perte de masse, $\Delta m(45 \text{ jours})$, est telle que :

$$\Delta m(45 \text{ jours}) = \Delta m [N(0) - N(45 \text{ jours})]$$

soit :

$$\Delta m(45 \text{ jours}) = -1,28 \times 10^{-8} \text{ kg}$$

7. Grâce à la relation d'équivalence masse-énergie d'Einstein, nous en déduisons l'énergie libérée durant ces 45 jours :

$$E_{\text{libérée}} = |\Delta m(45 \text{ jours})c^2|$$

soit, avec $c = 3,00 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ et $\Delta m(45 \text{ jours}) = -1,28 \times 10^{-8} \text{ kg}$:

$$E_{\text{libérée}} = 1,15 \times 10^9 \text{ J}$$

14

S U J E T

7 POINTS

COMPLÉMENTAIRE

S U J E T

La source d'énergie du Soleil

Le Soleil est une boule de gaz incandescents, essentiellement de l'hydrogène et de l'hélium. Il est le siège de réactions de fusion : actuellement, sa principale source d'énergie est la fusion de l'hydrogène en hélium. Il n'en sera pas toujours de même...

► Données

- Masse d'un positon : $0,000\,55 \text{ u}$.
- Masse d'un noyau ${}^1_1\text{H}$: $1,007\,28 \text{ u}$.
- Masse d'un noyau ${}^2_1\text{H}$: $2,013\,5 \text{ u}$.
- Masse d'un noyau ${}^3_2\text{He}$: $3,018\,4 \text{ u}$.
- Masse d'un noyau ${}^4_2\text{He}$: $4,001\,51 \text{ u}$.
- Masse d'un noyau ${}^{12}_6\text{C}$: $12,000\,00 \text{ u}$.
- $1 \text{ u} = 1,66 \times 10^{-27} \text{ kg}$.
- Célérité de la lumière : $c = 3,00 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

A. La réaction actuelle : la fusion de l'hydrogène

Au centre du Soleil, la température et la densité très élevées permettent des réactions de fusion.

La réaction de fusion de l'hydrogène ${}^1_1\text{H}$ en hélium ${}^4_2\text{He}$ se fait en plusieurs étapes :

- *réaction 1* : deux noyaux d'hydrogène fusionnent pour former un noyau de deutérium ${}^2_1\text{H}$;
- *réaction 2* : un noyau de deutérium fusionne avec un noyau d'hydrogène pour former un noyau d'hélium ${}^3_2\text{He}$;
- *réaction 3* : deux noyaux d'hélium 3 fusionnent pour former un noyau d'hélium ${}^4_2\text{He}$ et deux noyaux d'hydrogène.

1. Écrire les équations des trois réactions se produisant dans le Soleil. Préciser le type de particule émise lors de la réaction 1.

2. Au bilan, combien de noyaux d'hydrogène sont nécessaires pour former, par fusion, un noyau d'hélium ?

3. Calculer l'énergie totale qui est libérée lorsqu'un noyau d'hélium 4 est produit à partir de noyaux d'hydrogène.

4. L'énergie produite est totalement rayonnée. On mesure une puissance rayonnée $P = 4 \times 10^{26} \text{ W}$. Combien de noyaux d'hélium sont créés chaque seconde ?

5. Le Soleil a une masse $m = 2 \times 10^{30} \text{ kg}$. On suppose qu'il est uniquement constitué d'hydrogène.

Combien de temps, en théorie, le soleil va-t-il fonctionner avec la fusion de l'hydrogène ?

Le résultat sera exprimé dans une unité adaptée.

B. Les réactions futures : synthèses d'éléments lourds

Lorsque le Soleil aura épuisé tout l'hydrogène qu'il contient, il va subir une contraction.

L'hélium produit par la phase précédente va être tellement comprimé qu'il va pouvoir, à son tour, fusionner :

- *réaction 4* : deux noyaux d'hélium fusionnent pour former un noyau de béryllium ${}^8_4\text{Be}$.
- *réaction 5* : trois noyaux d'hélium fusionnent pour former un atome de carbone ${}^{12}_6\text{C}$.

1. Écrire les équations de ces deux réactions de fusion.

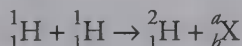
2. Calculer l'énergie libérée par la réaction 5.
3. Comparer avec la valeur déterminée à la question A.1 et expliquer brièvement pourquoi le Soleil serait rouge pendant cette seconde phase de fusion.

C O R R I G É

A. La réaction actuelle : la fusion de l'hydrogène

1. Chacune des équations des réactions doit satisfaire les lois de conservation de la charge électrique et du nombre de nucléons.

Réaction 1 :

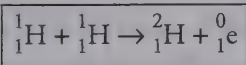


Conservation de la charge électrique : $1 + 1 = 1 + b$,
donc $b = 1$.

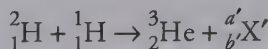
Conservation du nombre de nucléons : $1 + 1 = 2 + a$,
donc $a = 0$.

La particule émise est un positon noté ${}_1^0\text{e}$.

Donc :



Réaction 2 :

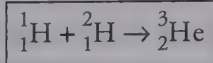


Conservation de la charge électrique : $1 + 1 = 2 + b'$,
donc $b' = 0$.

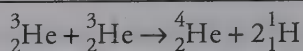
Conservation du nombre de nucléons : $2 + 1 = 3 + a'$,
donc $a' = 0$.

Il n'y a pas d'émission de particule.

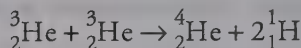
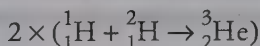
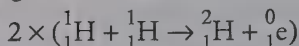
Donc :



Réaction 3 :



2. Effectuons le bilan de la synthèse de l'hélium 4 en utilisant les équations obtenues à la question 1. sachant que le seul réactif initialement présent est l'hydrogène :



Il faut donc quatre noyaux d'hydrogène pour former, par fusion, un noyau d'hélium.

3. Pour calculer l'énergie totale libérée lors de la formation d'un noyau d'hélium 4, évaluons la variation de masse Δm du système :

$$\Delta m = 2m({}^0_1\text{e}) + m({}^4_2\text{He}) - 4m({}^1_1\text{H})$$

d'où, avec :

$m({}^0_1\text{e}) = 0,000\,55\text{ u}$, $m({}^4_2\text{He}) = 4,001\,51\text{ u}$ et $m({}^1_1\text{H}) = 1,007\,28\text{ u}$, nous obtenons :

$$\Delta m = -2,651 \times 10^{-2}\text{ u}.$$

Cette perte de masse ($\Delta m < 0$) est à l'origine de l'énergie libérée par la réaction de fusion compte tenu de l'équivalence masse-énergie postulée par Einstein, selon : $\Delta E = \Delta m \cdot c^2$.

Donc, numériquement, avec :

$$u = 1,66 \times 10^{-27}\text{ kg} \text{ et } c = 3,00 \times 10^8\text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

nous obtenons :

$$\Delta E = -3,96 \times 10^{-12}\text{ J}.$$

La valeur obtenue est négative ce qui traduit le fait que l'énergie est libérée par le système.

Finalement, l'énergie libérée $E_{\text{libérée}}$ lors de la formation d'un noyau d'hélium vaut :

$$E_{\text{libérée}} = |\Delta E| = 3,96 \times 10^{-12}\text{ J} > 0$$

4. Sachant que la puissance rayonnée est $P = 4,0 \times 10^{26} \text{ W}$, nous calculons l'énergie produite E_P pendant un intervalle de temps $\Delta t = 1 \text{ s}$:

$$E_P = P\Delta t, \text{ soit } E_P = 4,0 \times 10^{26} \text{ J}.$$

Cette énergie produite chaque seconde est due à la réaction de fusion de l'hydrogène qui libère une énergie $E_{\text{libérée}}$ à chaque fois qu'un noyau d'hélium 4 est créé.

Nous en déduisons alors le nombre $N({}_2^4\text{He})$ de noyaux formés chaque seconde :

$$N({}_2^4\text{He}) = \frac{E_P}{E_{\text{libérée}}}$$

d'où, avec $E_{\text{libérée}} = 3,96 \times 10^{-12} \text{ J}$, nous obtenons :

$$N({}_2^4\text{He}) = 1,0 \times 10^{38} \text{ noyaux}$$

5. Nous venons de déterminer que $1,0 \times 10^{38}$ noyaux d'hélium 4 sont produits chaque seconde. D'après l'équation de fusion (1) du 2. ceci entraîne la consommation de quatre fois plus de noyaux d'hydrogène.

Il disparaît donc $4,0 \times 10^{38}$ noyaux d'hydrogène par seconde.

Déterminons maintenant quel nombre N_0 de noyaux d'hydrogène contient le Soleil :

$$m_{\text{Soleil}} = N_0 m({}_1^1\text{H}), \quad \text{donc } N_0 = \frac{m_{\text{Soleil}}}{m({}_1^1\text{H})}$$

d'où, avec :

$u = 1,66 \times 10^{-27} \text{ kg}$, $m_{\text{Soleil}} = 2,0 \times 10^{30} \text{ kg}$ et $m({}_1^1\text{H}) = 1,007 \text{ 28 u}$, nous calculons :

$$N_0 = 1,2 \times 10^{57} \text{ noyaux d'hydrogène.}$$

Sachant que $4,0 \times 10^{38}$ noyaux d'hydrogène sont consommés chaque seconde, nous en déduisons le temps τ de « fonctionnement » théorique du Soleil par fusion de l'hydrogène en supposant la puissance rayonnée constante :

$$\tau = \frac{N_0}{4 \times N({}_2^4\text{He})}$$

soit :

$$\tau = 3,0 \times 10^{18} \text{ s} = 9,5 \times 10^{10} \text{ ans}$$

B. Les réactions futures : synthèses d'éléments lourds

1. Chacune des équations des réactions de fusion satisfait les lois de conservation de la charge électrique et du nombre de nucléons :



2. Évaluons la perte de masse $\Delta m'$ au cours de la réaction 5 :

$$\Delta m' = m({}_6^{12}\text{C}) - 3m({}_2^4\text{He})$$

d'où, avec :

$m({}_6^{12}\text{C}) = 12,000\,00\text{ u}$, $m({}_2^4\text{He}) = 4,001\,51\text{ u}$ et $\text{u} = 1,66 \times 10^{-27}\text{ kg}$, nous obtenons :

$$\Delta m' = -7,519\,8 \times 10^{-30}\text{ kg}$$

ce qui libère une énergie $E'_{\text{libérée}}$:

$$E'_{\text{libérée}} = |\Delta E'| = |\Delta m' c^2|.$$

Soit numériquement, avec $c = 3,00 \times 10^8\text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$:

$$E'_{\text{libérée}} = 6,78 \times 10^{-13}\text{ J}$$

3. Comparons cette valeur à celle trouvée au A. 3. :

$$\frac{E'_{\text{libérée}}}{E_{\text{libérée}}} = \frac{6,78 \times 10^{-13}}{3,96 \times 10^{-12}} = 0,171$$

Durant cette seconde phase le Soleil libérera moins d'énergie que durant la période de fusion de l'hydrogène.

De ce fait, la température à sa surface va décroître, et il y aura donc un décalage vers le rouge dans le spectre lumineux d'origine thermique du Soleil.

3 Évolution des systèmes électriques

15

GUADELOUPE-GUYANE-MARTINIQUE
SEPTEMBRE 2002

5 POINTS

S U J E T

Comportement d'une bobine dans un circuit

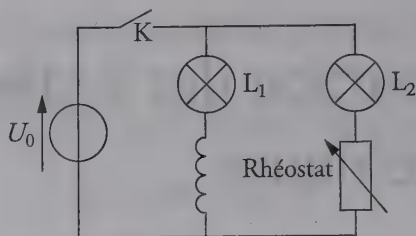
Un groupe de deux élèves dispose au cours d'une séance de TP du matériel suivant :

- 1 bobine de 1 000 spires d'inductance L et de résistance $r = 9 \, \Omega$,
- 1 générateur idéal de tension,
- 1 conducteur ohmique de résistance $R = 50 \, \Omega$,
- 1 rhéostat,
- 2 lampes identiques de résistance $1 \, \Omega$,
- 1 G.B.F.,
- 1 boîte de condensateurs,
- 1 ohmmètre,
- 1 ordinateur muni de sa carte d'acquisition.

① Étude qualitative

Le groupe d'élèves effectue une première expérience.

- *1^{re} phase* : Il branche l'ohmmètre aux bornes du rhéostat et ajuste la valeur de sa résistance à $9 \, \Omega$.
- *2^e phase* : Il réalise le montage schématisé ci-après.

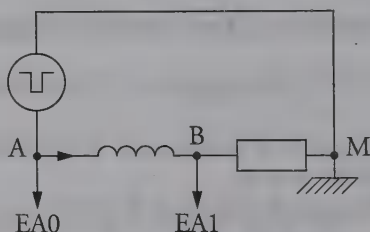


Le groupe d'élèves ferme l'interrupteur K et observe que la lampe L_2 s'allume avant la lampe L_1 .

1. Quel est le phénomène mis en évidence dans cette deuxième expérience ? À quel dipôle est-il dû ?
2. Quelle observation le groupe doit-il faire, une fois le régime permanent établi ?

② Étude expérimentale d'un circuit RL

Le circuit représenté ci-dessous est constitué d'un générateur basse fréquence (G.B.F.) délivrant une tension crêteaux de fréquence f , de valeur minimale 0 V et de valeur maximale E . Ce G.B.F. alimente la bobine précédente en série avec le conducteur ohmique de résistance R .



L'ordinateur est connecté aux points A et B sur les voies EA0 et EA1 comme indiqué sur le schéma. Les courbes obtenues sont représentées **figure 1** de la feuille **annexe**.

1. Parmi les tensions nommées u_{AB} , u_{AM} , u_{BA} , u_{BM} , u_{MA} et u_{MB} , quelles sont celles enregistrées par l'ordinateur ?
2. À quelles courbes de la **figure 1 de l'annexe** correspondent ces tensions ?
3. L'une des courbes permet de déduire les variations de l'intensité i du courant en fonction du temps. Laquelle ? Justifier la réponse.
4. Sur l'intervalle de temps $[0 ; 10 \cdot 10^{-3} \text{ s}]$, exprimer littéralement l'intensité I_0 du courant en régime permanent et calculer sa valeur.

5. Utiliser la loi des tensions pour établir une relation entre la tension aux bornes du G.B.F., la tension aux bornes de la bobine et la tension aux bornes du conducteur ohmique.

En déduire qu'au temps $t = 0$ s, cette relation peut s'écrire :

$$\left(\frac{di}{dt}\right)_{t=0} = \frac{E}{L} = \frac{(R+r) \times I_0}{L} = \frac{I_0}{\tau}$$

sachant que la constante de temps est définie par la relation $\tau = \frac{L}{R+r}$.

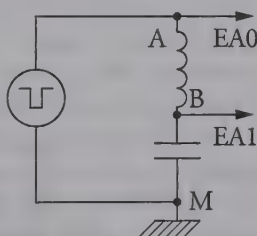
6. Le logiciel permet de tracer au temps $t = 0$ s la tangente à la courbe 2 de la **figure 1** (voir la **feuille annexe** correspondante).

Déterminer graphiquement la valeur de τ . En déduire la valeur de L .

Rappel de la méthode des tangentes : la tangente à la courbe $i = f(t)$, à la date $t = 0$ s, coupe l'asymptote horizontale d'équation $i = I_0$ au point d'abscisse τ .

3 Étude expérimentale d'un circuit LC avec une bobine réelle

La bobine est placée maintenant en série avec un condensateur de capacité $C = 1 \mu\text{F}$, l'ensemble est alimenté par le G.B.F. délivrant une tension crête à crête. Le groupe réalise alors une nouvelle expérience qui correspond au schéma suivant :



Les connexions à l'ordinateur sont indiquées sur le schéma. Le groupe obtient les courbes de la **figure 2** de la feuille annexe.

1. Quelles sont les tensions visualisées sur les voies EA0 et EA1 ?
2. Associer les courbes 1 et 2 aux tensions visualisées.
3. Déterminer la période de la tension délivrée par le G.B.F.
4. Déterminer la pseudo-période des oscillations.
5. On admet que la pseudo-période des oscillations vérifie la relation $T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$.
En déduire la valeur de l'inductance L . La valeur trouvée est-elle en accord avec celle obtenue précédemment ?

Feuille annexe à rendre avec la copie

SUJET

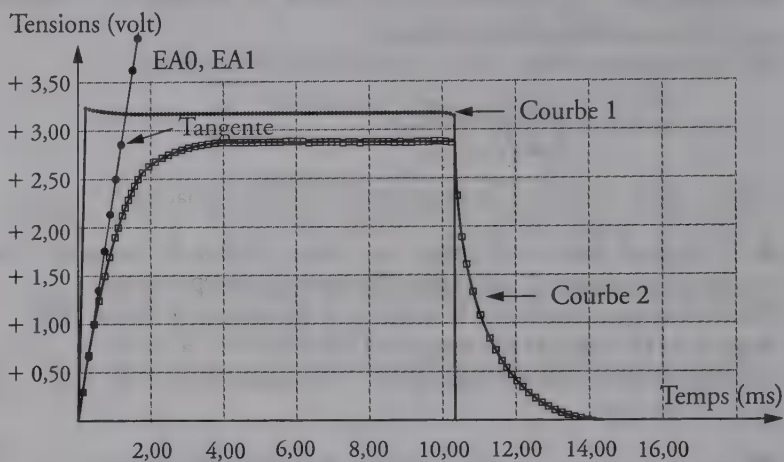


Figure 1

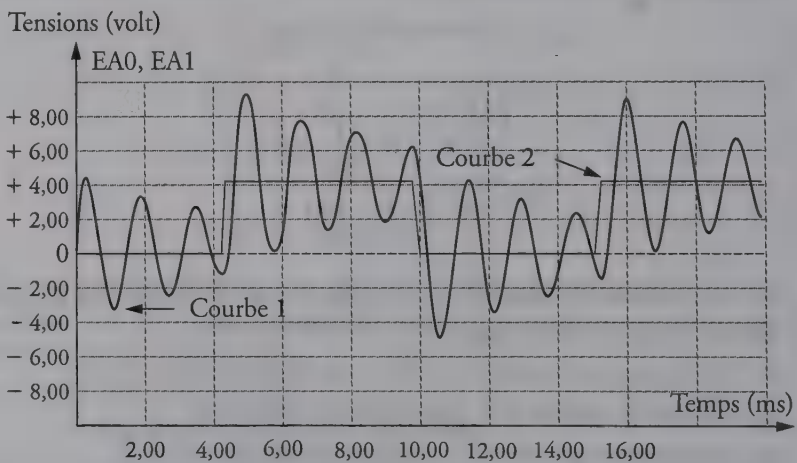


Figure 2

1 Étude qualitative

1. Le groupe d'élèves observe un retard à l'établissement du courant dans la branche du circuit contenant la lampe L_1 puisque celle-ci s'allume après la lampe L_2 . Le montage réalisé est tel que les deux lampes sont identiques et que le rhéostat possède la même résistance que la bobine. Le phénomène du retard à l'établissement du courant dans la branche qui contient la lampe L_1 est donc dû à la bobine.

2. Lorsque le régime permanent est établi, une bobine se comporte comme un conducteur ohmique, ici de résistance $r = 9 \, \Omega$, comme le rhéostat. Le groupe d'élèves doit alors observer que la lampe L_1 brille aussi intensément que la lampe L_2 .

2 Étude expérimentale d'un circuit RL

1. La tension mesurée entre le point du circuit relié à la voie EA1 et le point du circuit relié à la masse (point M) correspond à la différence de potentiel $V_{EA1} - V_M$; la voie EA0 permet donc ici d'enregistrer la tension u_{AM} et la voie EA1 permet de mesurer la tension u_{BM} .

2. La tension u_{AM} correspond à la tension délivrée par le générateur. L'énoncé indique qu'il s'agit d'un signal crêteaux de fréquence f , par conséquent la tension u_{AM} est représentée par la **courbe 1**. La **courbe 2** correspond à la tension u_{BM} .

3. La **courbe 2** permet de déduire les variations de l'intensité i du courant en fonction du temps. En effet, la tension u_{BM} , mesurée aux bornes d'un conducteur ohmique, est proportionnelle à l'intensité du courant d'après la loi d'Ohm :

$$u_{BM} = Ri \text{ d'où } i = \frac{u_{BM}}{R}.$$

R étant une constante, l'intensité i du courant varie de manière analogue à la tension u_{BM} .

4. En régime permanent, l'intensité du courant est constante et notée I_0 ; la bobine se comporte alors comme un conducteur ohmique de résistance r . De plus la tension u_{AM} est égale à E aux bornes du G.B.F. sur l'intervalle de temps $[0 ; 10 \times 10^{-3} \text{ s}]$. L'utilisation de la loi d'additivité des tensions et de la loi d'Ohm conduit à écrire :

$$u_{AM} = u_{AB} + u_{BM} \quad (1)$$

donc
$$E = rI_0 + RI_0 = I_0(r + R).$$

D'où l'expression de I_0 :

$$I_0 = \frac{E}{r + R}$$

Numériquement, avec $E = 3,25 \text{ V}$, obtenue par lecture graphique, $r = 9 \, \Omega$ et $R = 50 \, \Omega$, nous calculons :

$$I_0 = 5,5 \times 10^{-2} \text{ A} = 55 \text{ mA}$$

5. La loi d'additivité des tensions est également valable lors du régime transitoire ; or durant cette phase l'intensité du courant varie dans le circuit. La tension aux bornes de la bobine s'exprime alors :

$$u_{AB} = ri + L\left(\frac{di}{dt}\right)$$

d'où en remplaçant u_{AB} par son expression dans (1), nous obtenons :

$$u_{AM} = ri + L\left(\frac{di}{dt}\right) + Ri = (R + r)i + L\left(\frac{di}{dt}\right)$$

Soit, avec $u_{AM} = E$ sur l'intervalle de temps $[0 ; 10 \times 10^{-3} \text{ s}]$:

$$E = (R + r)i + L\left(\frac{di}{dt}\right) \text{ donc : } \left(\frac{di}{dt}\right) = \frac{E - (R + r)i}{L}$$

À l'instant $t = 0 \text{ s}$, $i = 0$, cette relation conduit alors à :

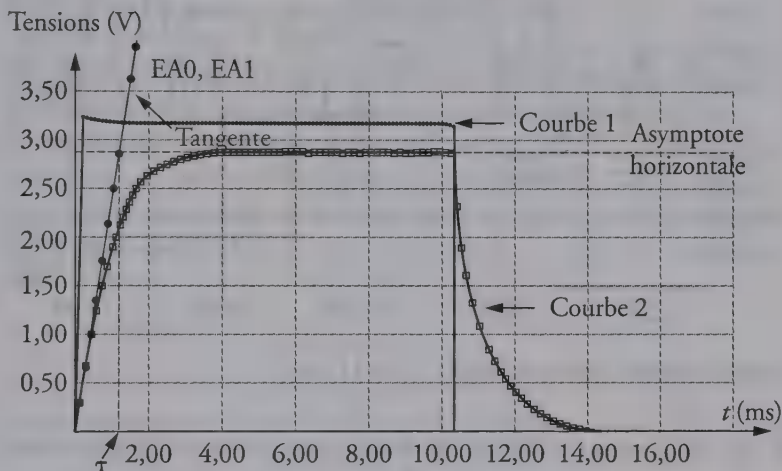
$$\left(\frac{di}{dt}\right)_{t=0} = \frac{E - (R + r) \times 0}{L} = \frac{E}{L}$$

soit, avec $E = (R + r)I_0$ et sachant que $\tau = \frac{L}{R + r}$:

$$\left(\frac{di}{dt}\right)_{t=0} = \frac{(R + r)I_0}{L} = \frac{I_0}{\tau}$$

6. Remarque : Transposez le rappel de la méthode des tangentes au cas de la tension u_{BM} qui est liée à la valeur de i puisque $u_{BM} = Ri$.

La **courbe 2** représente $u_{BM} = f(t)$ dont les variations sont les mêmes que celles de $i = f(t)$. La tangente à la courbe 2, à la date $t = 0$ s, coupe donc l'asymptote horizontale d'équation $u_{BM} = RI_0 < E$ au point d'abscisse τ :



Graphiquement, nous déterminons : $\tau = 1,0 \text{ ms}$

Sachant que $\tau = \frac{L}{R+r}$ alors $L = \tau(R+r)$.

Numériquement, avec $R = 50 \Omega$, $r = 9 \Omega$ et $\tau = 1,0 \times 10^{-3} \text{ s}$, nous obtenons :

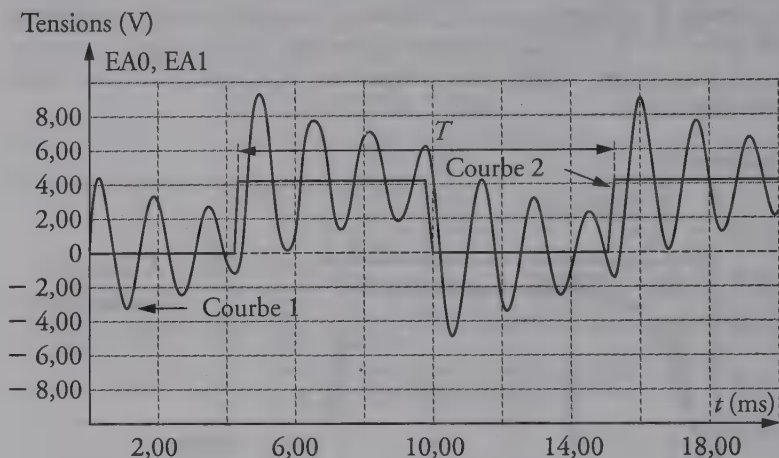
$$L = 5,9 \times 10^{-2} \text{ H} = 59 \text{ mH}$$

3 Étude expérimentale d'un circuit LC avec une bobine réelle

1. Pour les mêmes raisons que celles avancées au 2 1., la tension u_{AM} est visualisée sur la voie EA0 et la tension u_{BM} sur la voie EA1.

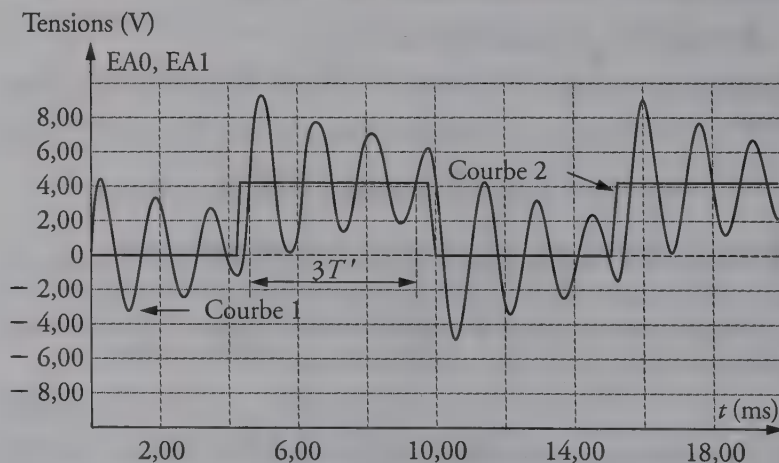
2. La tension u_{AM} est celle délivrée par le G.B.F. (l'énoncé indique qu'elle a la forme de crêteaux), elle est donc représentée par la **courbe 2**. La **courbe 1** reproduit les variations de la tension u_{BM} .

3. Nous pouvons déterminer la durée correspondant à une période T de la tension u_{AM} sur la figure 2 :



Graphiquement nous mesurons : $T = 11 \text{ ms}$

4. Afin d'accroître la précision du résultat nous mesurons la durée correspondant à trois pseudo-périodes T' des oscillations de la tension u_{BM} sur la figure 2 :



Graphiquement nous obtenons : $3T' = 4,8 \text{ ms}$ d'où $T' = 1,6 \text{ ms}$

5. Remarque : Nous pouvons en effet confondre la période propre T_0 des oscillations avec la pseudo-période T' car celles-ci sont faiblement amorties.

Conformément à ce que propose l'énoncé, nous admettons que :

$$T' = T_0 = 2\pi\sqrt{LC} \quad \text{soit} \quad T_0^2 = 4\pi^2 LC$$

donc
$$L = \frac{T_0^2}{4\pi^2 C}.$$

Numériquement, avec $T_0 = 1,6 \times 10^{-3} \text{ s}$ et $C = 1 \times 10^{-6} \text{ F}$, nous calculons :

$$L = 6,5 \times 10^{-2} \text{ H} = 65 \text{ mH}$$

Cette valeur est proche de celle obtenue au 2 6. qui est de 59 mH (écart relatif de 10 %).

16

NOUVELLE-CALÉDONIE
MARS 2003

5,5 POINTS

S U J E T

À propos de la bobine

Le but de l'exercice est de déterminer les caractéristiques d'une bobine. Un montage électrique est constitué d'une bobine d'inductance L et de résistance r , en série avec une résistance $R = 875 \Omega$, alimentés par un générateur basse fréquence (G.B.F.), délivrant une tension rectangulaire u_G (figure 1).

Cette tension vaut soit $u_G = 0 \text{ V}$ durant une demi-période, soit $u_G = +E = 4,00 \text{ V}$ durant l'autre demi-période.

On note u_B la tension aux bornes de la bobine. On note u_R la tension aux bornes de la résistance.

Le sens pris arbitrairement comme sens positif du courant est indiqué sur la figure 1.

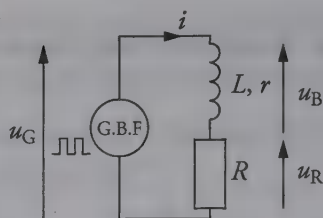


Figure 1

1 Étude expérimentale à partir des oscillogrammes

1. On visualise simultanément sur l'écran d'un oscilloscope, les tensions u_G et u_R (figure 2). Sur votre copie, recopier le schéma de la figure 1 et indiquer sur ce schéma les branchements de l'oscilloscope pour visualiser u_G en voie A, et u_R en voie B.

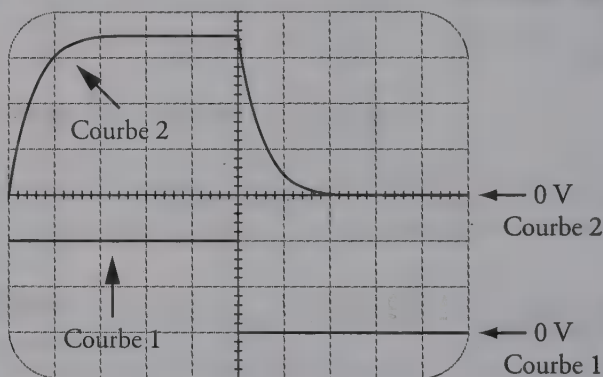


Figure 2

Les réglages de l'oscilloscope sont les suivants :

sensibilité pour la courbe 1 : 2 V/div,

sensibilité pour la courbe 2 : 1 V/div,

durée de balayage pour les deux voies : 0,2 ms/div.

Pour plus de clarté, on a décalé la trace représentant 0 V pour la courbe 1, de 3 divisions vers le bas.

2. Justifier que la courbe 1 correspond à la visualisation de la tension u_G délivrée par le générateur.

3. Expliquer pourquoi la courbe 2 permet de connaître l'allure de l'intensité i dans le circuit.

4. Au cours de la première demi-période à l'écran (**figure 2**), interpréter brièvement et sans calcul, l'évolution de l'intensité.

5. On admet que la tension u_R atteint 63 % de sa valeur maximale au bout d'une durée τ appelée constante de temps. Déterminer τ à partir de la courbe utile de la **figure 2**.

Le régime permanent est atteint quand l'intensité du courant est stabilisée : elle vaut alors soit I_0 , soit 0.

6. Déterminer I_0 à partir de la courbe 2 (**figure 2**).

2 Détermination de la résistance r de la bobine

1. Exprimer les tensions u_B et u_R en fonction de i ou de sa dérivée par rapport au temps, en tenant compte du sens positif choisi arbitrairement pour l'intensité sur la **figure 1**.

On se place en régime permanent dans le cas où $u_G = E$; ceci correspond à la première demi-période à l'écran de la **figure 2**.

2. Que deviennent alors les expressions des tensions u_B et u_R ?

3. Écrire la relation entre E , u_B et u_R .

4. En déduire l'expression littérale de la résistance r de la bobine. Calculer sa valeur à partir des résultats précédents.

3 Étude de la constante de temps

L'expression de la constante de temps théorique du circuit de la **figure 1**

$$\text{est } \tau = \frac{L}{r + R}.$$

1. En vous aidant d'une ou plusieurs des relations suivantes, vérifier que

l'expression $\frac{L}{r + R}$ est homogène à une durée.

$$\tau = RC ; \quad u = Ri ; \quad T = 2\pi\sqrt{LC} ; \quad e = -L \frac{di}{dt}$$

$$E_{\text{condensateur}} = \frac{1}{2} C u_C^2 ; \quad E_{\text{bobine}} = \frac{1}{2} L i^2$$

2. Donner l'expression littérale de l'inductance L de la bobine.

Calculer sa valeur numérique à partir des résultats précédents.

3. On double la valeur de l'inductance L tout en maintenant la résistance $(r + R)$ constante.

On obtient alors l'une des courbes de la **figure 3**. Laquelle ? Justifier.

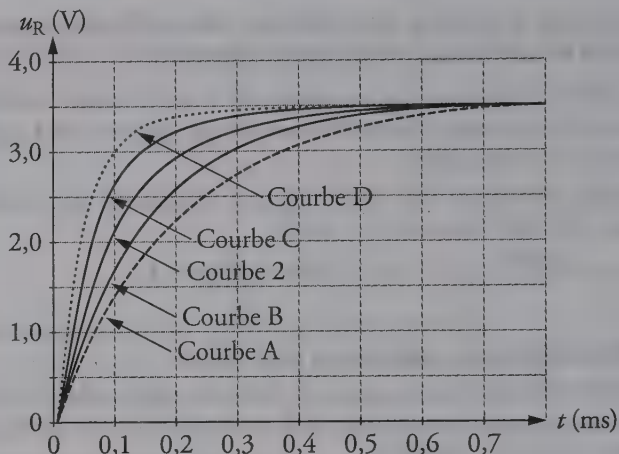
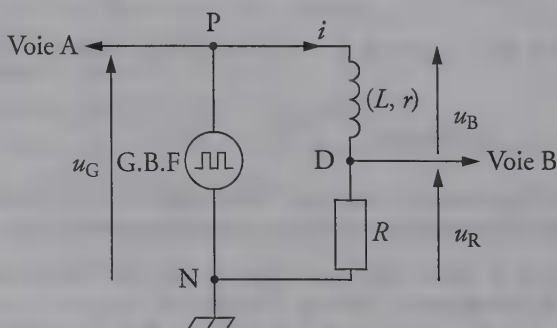


Figure 3

C O R R I G É

1 Étude expérimentale à partir des oscillogrammes

1. Pour visualiser une tension u_{MN} quelconque sur la voie A d'un oscilloscope, nous devons relier le point M du circuit à la voie A et le point N à la masse de l'oscilloscope, d'où les branchements à réaliser ici pour visualiser $u_G = u_{PN}$ en voie A et $u_R = u_{DN}$ en voie B :



2. Remarque : Dans tout le problème nous noterons k_i la sensibilité verticale sur la voie i de l'oscilloscope, et k' la durée de balayage.

La **courbe 1** correspond à un signal de forme rectangulaire. Cette tension vaut 0 V sur une demi-période, et $k_1 Y_{1\max} = 2 \times 2 = 4$ V durant l'autre demi-période. Ce sont les caractéristiques de la tension u_G délivrée par le générateur, donc la courbe 1 correspond à la visualisation de la tension u_G .

3. La **courbe 2** représente l'évolution temporelle de la tension u_R aux bornes d'un conducteur ohmique. D'après la loi d'Ohm, celle-ci est liée à l'intensité i du courant qui le parcourt :

$$u_R = Ri \text{ d'où } i = \frac{u_R}{R}.$$

La **courbe 2** représente donc aussi l'allure de l'intensité i dans le circuit puisque i et u_R sont identiques à un facteur R près.

4. Durant la première demi-période visible à l'écran, l'évolution de l'intensité présente deux régimes distincts : l'un transitoire (lorsque i varie) et l'autre permanent ($i = \text{cte}$). En effet, lorsque la tension aux bornes du générateur passe instantanément de la valeur nulle à $E = 4,0$ V, la bobine tend à s'opposer à l'établissement du courant dans le circuit qui en résulte. De ce fait, l'intensité ne présente pas de discontinuité lors de cette brusque variation de tension.

5. Raisonnons sur la première demi-période visible à l'écran. L'énoncé indique qu'au bout d'une durée τ la tension u_R atteint 63 % de sa valeur maximale $u_{R\max}$, soit $u(\tau) = 0,63 \times u_{R\max}$.

Or nous pouvons exprimer $u_{R\max}$ en utilisant la **courbe 2** :

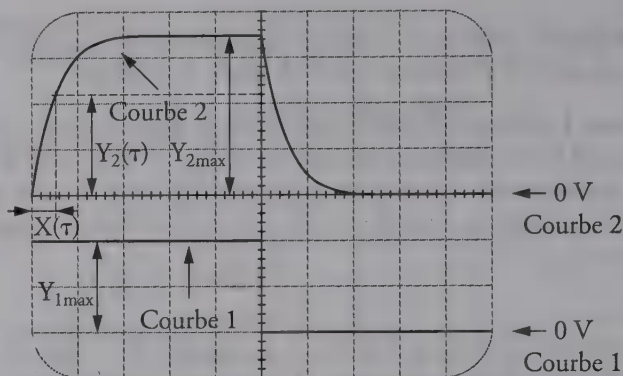
$$u_{R\max} = k_2 Y_{2\max}$$

afin d'en déduire l'expression de $u(\tau)$:

$$u(\tau) = 0,63 \times k_2 Y_{2\max}$$

qui correspond à $Y_2(\tau)$ divisions verticales depuis le 0 V de la **courbe 2** sur l'écran de l'oscilloscope telles que :

$$Y_2(\tau) = \frac{u(\tau)}{k_2} = \frac{0,63 \times k_2 Y_{2\max}}{k_2} = 0,63 \times Y_{2\max}.$$



Nous calculons alors, avec $Y_{2\max} = 3,5 \text{ div}$: $Y_2(\tau) = 2,2 \text{ div}$.

Le spot a alors parcouru $X(\tau)$ divisions horizontales sur l'écran pendant la durée τ donc :

$$\tau = k' X(\tau),$$

qui conduit, avec $X(\tau) = 0,5 \text{ div}$ et $k' = 0,2 \text{ ms} \cdot \text{div}^{-1}$, à :

$$\tau = 0,1 \text{ ms}$$

6. À l'aide de la loi d'Ohm, rappelée au ❶ 3., nous tirons :

$$I_0 = \frac{u_{R\max}}{R} \text{ lorsque le régime permanent est atteint.}$$

Numériquement, avec $u_{R\max} = k_2 Y_{2\max} = 1 \times 3,5 = 3,5 \text{ V}$ et $R = 875 \Omega$:

$$I_0 = 4,0 \times 10^{-3} \text{ A} = 4,0 \text{ mA}$$

❷ Détermination de la résistance r de la bobine

1. **Remarque :** Observez bien la **figure 1** de l'énoncé qui fait apparaître le sens positif choisi pour le courant et revoyez les conventions utilisées pour exprimer la tension aux bornes de récepteurs.

Nous avons déjà écrit l'expression de la tension aux bornes du conducteur ohmique au ❶ 3. :

$$u_R = Ri$$

La tension u_B aux bornes d'une bobine d'inductance L et de résistance r s'exprime quant à elle :

$$u_B = ri + L \frac{di}{dt}$$

2. Dans le cas où le régime permanent est atteint, l'intensité du courant ne varie plus dans le circuit et vaut I_0 sur la demi-période où la tension u_G est égale à E . Dans ce cas particulier les tensions u_R et u_B s'expriment par :

$$u_R = RI_0$$

et

$$u_B = rI_0$$

puisque alors $\frac{di}{dt} = 0 \text{ A} \cdot \text{s}^{-1}$ quand l'intensité du courant ne varie pas.

3. L'utilisation de la loi d'additivité des tensions, vérifiée à chaque instant, nous permet d'écrire :

$$u_{PN} = u_{PD} + u_{DN}$$

$$\text{soit encore } u_G = u_B + u_R.$$

Dans le cas particulier où $u_G = E$ nous aboutissons alors à la relation entre E , u_R , et u_B demandée :

$$E = u_B + u_R$$

4. Lorsque le régime permanent est atteint, l'expression précédente est transformée :

$$E = RI_0 + rI_0 = I_0(R + r), \text{ d'où } R + r = \frac{E}{I_0}$$

et finalement :

$$r = \frac{E}{I_0} - R$$

Numériquement, avec $E = 4,0 \text{ V}$, $I_0 = 4,0 \times 10^{-3} \text{ A}$ et $R = 875 \Omega$, nous trouvons :

$$r = 125 \Omega$$

3 Étude de la constante de temps

1. Les expressions proposées permettent d'effectuer l'analyse dimensionnelle du rapport $\frac{L}{R+r}$ puisqu'en effet nous avons :

$$T = 2\pi\sqrt{LC}, \text{ soit } L = \frac{T^2}{4\pi^2 C}, \text{ et } \tau = RC, \text{ soit } R = \frac{\tau}{C}, \text{ d'où :}$$

$$\left[\frac{L}{R+r} \right] = \left[\frac{T^2 C}{4\pi^2 C \tau} \right] = \left[\frac{1}{4\pi^2} \right] \times \left[\frac{T^2}{\tau} \right] = 1 \times T$$

donc :

$$\left[\frac{L}{R+r} \right] = T$$

Le rapport $\frac{L}{R+r}$ est donc homogène à un temps.

2. L'expression de la constante de temps fournie dans l'énoncé permet de donner l'expression littérale de l'inductance de la bobine :

$$L = (r + R)\tau$$

puis de la calculer, sachant que $r = 125 \, \Omega$, $R = 875 \, \Omega$ et $\tau = 0,1 \times 10^{-3} \, \text{s}$:

$$L = 0,1 \, \text{H}$$

3. Notons L' la nouvelle valeur de l'inductance de la bobine telle que $L' = 2L$. La valeur de la constante de temps est alors modifiée et passe de τ à τ' telle que :

$$\tau' = \frac{L'}{R+r} = \frac{2L}{R+r} = 2\tau.$$

Dans ces conditions, la tension u_R met donc deux fois plus de temps que précédemment à atteindre 63 % de sa valeur maximale, soit 2,2 V. Il lui faut alors $\tau' = 0,2 \, \text{ms}$ pour atteindre environ 2,2 V. C'est donc la courbe A qui représente l'évolution temporelle de la tension u_R .

S U J E T

Comportement d'une bobine

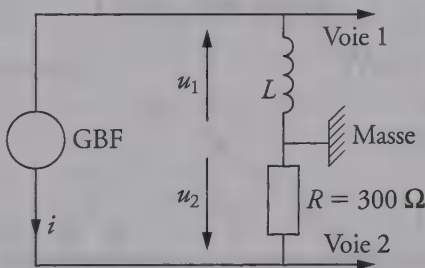
Les deux parties sont indépendantes.

Partie 1

Le circuit comporte, en série, un conducteur ohmique de résistance $R = 300 \, \Omega$ et une bobine idéale (de résistance négligeable) d'inductance propre L .

Le courant imposé dans ce circuit est un courant en dent de scie délivré par un générateur basse fréquence.

On visualise, sur l'écran d'un ordinateur, les tensions u_1 et u_2 en fonction du temps.



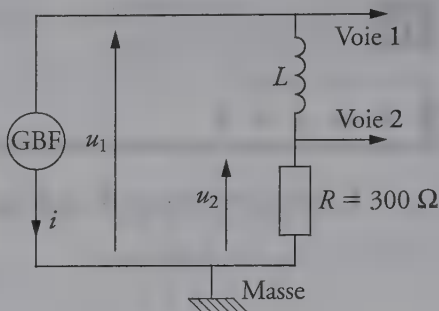
1. Donner les expressions des tensions u_1 et u_2 en fonction de L , R , i et di/dt .
2. Quelle est la courbe de l'**annexe** qui permet de visualiser l'intensité du courant dans le circuit ?
3. Montrer que l'inductance L de la bobine est :

$$L = \frac{-R \cdot u_1}{\frac{du_2}{dt}}$$

Calculer la valeur de L à partir des deux **courbes de l'annexe**.

Partie 2

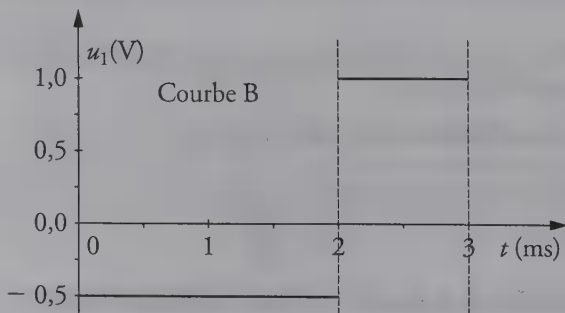
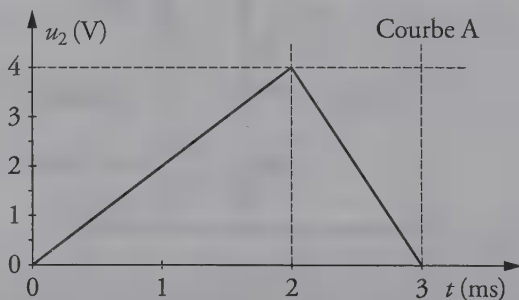
Soit le montage dans lequel le G.B.F. délivre une tension crêteau modélisant l'ouverture et la fermeture d'un circuit RL.



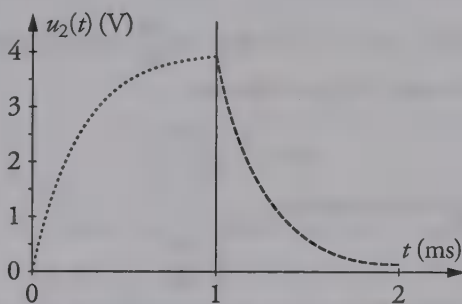
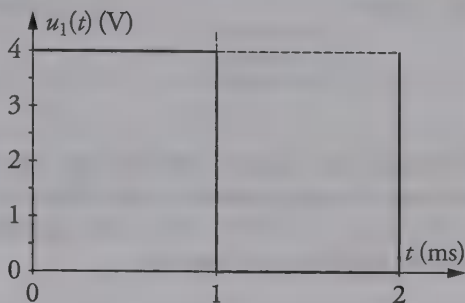
À partir des courbes de l'**annexe**, répondre aux questions suivantes :

1. Quel est le phénomène physique mis en évidence ?
2. Dédire la période et la fréquence de la tension d'alimentation du montage.
3. Donner un ordre de grandeur de la constante de temps du circuit RL en utilisant la méthode de votre choix.
4. En déduire un ordre de grandeur de la valeur de l'inductance L de la bobine.

Annexe de la partie 1



Annexe de la partie 2



CORRIGÉ

Partie 1

1. Remarque : Observez bien la figure qui fait apparaître le sens positif choisi pour le courant et revoyez les conventions utilisées pour exprimer la tension aux bornes de récepteurs.

La tension u_1 aux bornes de la bobine idéale d'inductance propre L s'exprime par :

$$u_1 = -L \frac{di}{dt} \quad (1)$$

et la tension u_2 aux bornes du conducteur ohmique de résistance R est donnée par la loi d'Ohm :

$$u_2 = Ri \quad (2)$$

2. La tension visualisée sur la voie 2 est celle mesurée aux bornes du conducteur ohmique, elle est proportionnelle à l'intensité du courant dans le circuit d'après la loi d'Ohm. Sa courbe représentative permet donc de visualiser les variations de l'intensité.

3. La relation (2) conduit à écrire : $i = \frac{u_2}{R}$, que nous pouvons introduire dans la relation (1) pour obtenir :

$$u_1 = -L \frac{d}{dt} \left(\frac{u_2}{R} \right).$$

puis, sachant que R est constant :

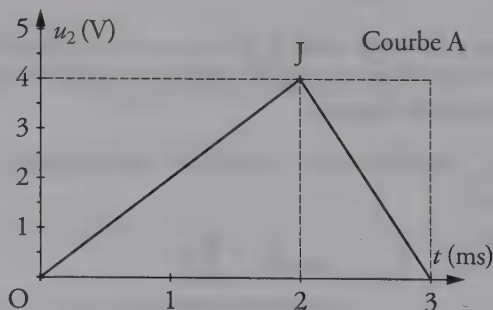
$$u_1 = -\frac{L}{R} \frac{du_2}{dt}$$

Nous arrivons alors à l'expression de l'inductance L demandée :

$$L = \frac{-Ru_1}{\frac{du_2}{dt}}$$

Dans l'intervalle $[0 \text{ ms} ; 2 \text{ ms}]$ la **courbe A** de l'annexe de la partie 1 montre que $u_2 = f(t)$ est une droite.

Son coefficient directeur correspond donc à $\frac{du_2}{dt}$.



Calculons-le. Les points $O(0 ; 0)$ et $J(2 \times 10^{-3} \text{ s} ; 4 \text{ V})$ appartiennent à cette droite d'où :

$$\frac{du_2}{dt} = \frac{u_{2J} - u_{2O}}{t_J - t_O} = \frac{4 - 0}{2 \times 10^{-3} - 0} = 2,0 \times 10^3 \text{ V} \cdot \text{s}^{-1}.$$

Dans ce même intervalle de temps la courbe B montre que $u_1 = -0,5 \text{ V}$, ce qui conduit numériquement, avec $R = 300 \, \Omega$, à la valeur de l'inductance L :

$$L = 7,5 \times 10^{-2} \text{ H} = 75 \text{ mH}$$

Partie 2

1. Remarque : La tension u_1 est maintenant celle mesurée aux bornes du GBE.

La courbe $u_2 = f(t)$ de l'annexe de la partie 2 permet de visualiser les variations de l'intensité du courant dans le circuit.

Nous voyons qu'il apparaît un retard à l'établissement du courant dans l'intervalle de temps $[0 \text{ ms} ; 1 \text{ ms}]$ et un retard à l'annulation (ou à la rupture) du courant dans l'intervalle $[1 \text{ ms} ; 2 \text{ ms}]$ lors, respectivement, de la fermeture et de l'ouverture du circuit RL, modélisées par la tension créneau.

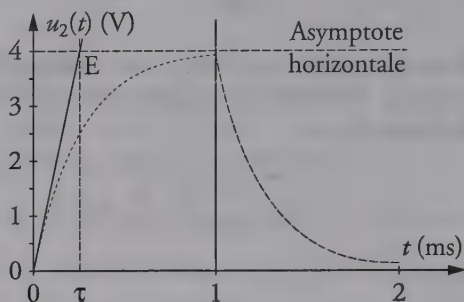
2. La période de la tension d'alimentation s'obtient par lecture graphique :

$$T = 2 \text{ ms}$$

Puisque $f = \frac{1}{T}$, nous en déduisons alors la valeur de la fréquence f de cette même tension avec $T = 2 \times 10^{-3} \text{ s}$:

$$f = 500 \text{ Hz}$$

3. La constante de temps τ du circuit RL est l'abscisse du point d'intersection E de la tangente à l'origine à la courbe $u_2 = f(t)$ et de l'asymptote horizontale de cette même courbe.



Par lecture graphique, nous déterminons :

$$\tau = 0,25 \text{ ms}$$

4. Dans le cas d'un circuit RL la constante de temps a pour expression $\tau = \frac{L}{R}$ d'où $L = R\tau$.

Numériquement avec $R = 300 \, \Omega$ et $\tau = 0,25 \times 10^{-3} \text{ s}$ nous obtenons :

$$L = 7,5 \times 10^{-2} \text{ H} = 75 \text{ mH}$$

Le résultat est égal à celui obtenu à la question 3. de la partie 1.

S U J E T

Étude expérimentale de dipôles : condensateur et bobine

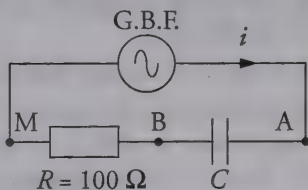
La calculatrice n'est pas autorisée.

On dispose au laboratoire d'un condensateur de capacité C et d'une bobine, sans noyau de fer, d'inductance L . On pourrait mesurer les valeurs numériques de C et de L avec un multimètre. On se propose d'utiliser, dans cet exercice, les connaissances et les savoir-faire acquis par les candidats pour :

- retrouver la valeur numérique de C (première partie de l'exercice) et celle de L (deuxième partie de l'exercice) ;
- étudier la décharge de ce condensateur dans cette bobine (troisième partie).

1 Première partie : mesure de la capacité C d'un condensateur

On réalise le montage ci-contre. Le générateur basse fréquence (G.B.F.) délivre une tension sinusoïdale de fréquence 250 Hz et d'amplitude voisine de 5 V. On visualise à l'oscilloscope, sur la voie 1, l'évolution au cours du temps de la tension $u_1 = u_{AM}(t)$ et, sur la voie 2, l'évolution au cours du temps de la tension $u_2 = u_{BM}(t)$. Le sens de i choisi comme sens positif est indiqué sur le schéma.



Le sens de i choisi comme sens positif est indiqué sur le schéma.

1. Reproduire le schéma du circuit sur votre copie et indiquer les connexions à réaliser au niveau de l'oscilloscope pour visualiser les tensions u_1 et u_2 .

2. Exprimer la tension u_{AB} en fonction de u_1 et u_2 en précisant la loi utilisée.

3. On remplace l'oscilloscope par un dispositif d'acquisition relié à un ordinateur qui suit l'évolution des tensions u_1 et u_2 au cours du temps. Un logiciel adapté effectue les calculs et les représentations graphiques souhaités. Le **graphe 1-a** représente l'évolution de u_{AB} au cours de la durée t .

En utilisant ce graphe :

- donner le signe de la charge q_A portée par l'armature A aux instants de dates t_1 et t_3 ;
- préciser deux intervalles de temps entre les instants de dates t_1 et t_5 pendant lesquels le condensateur se charge. On admettra ici que le condensateur se charge lorsque la valeur absolue de q_A croît en fonction du temps.

4. L'intensité i est égale à la dérivée par rapport au temps de la charge q , portée par l'armature A :

$$i = \frac{d(q_A)}{dt}$$

On pose $\dot{u}_{AB} = \frac{d(u_{AB})}{dt}$. Établir la relation $i = C\dot{u}_{AB}$.

5. En déduire le signe de i entre les instants de dates t_1 et t_3 . Justifier.
6. La mesure de u_2 et les données introductives permettent le calcul de i . Préciser pourquoi.
7. Le logiciel calcule i et $\dot{u}_{AB}$: il permet d'obtenir, entre les instants de dates t_2 et t_4 , le **graphe 1-b** représentant l'évolution de i en fonction de $\dot{u}_{AB}$.
- a) Montrer que le **graphe 1-b** permet d'obtenir la valeur de la capacité C du condensateur.
- b) Calculer une valeur numérique approchée de C .
- c) Les coordonnées du point P, placé sur le **graphe 1-b** ont été calculées à un instant de date t_P . Cette date t_P est voisine d'une des trois dates t_2 , t_3 ou t_4 indiquées sur le **graphe 1-a**. Préciser laquelle en utilisant ce graphe.

② Deuxième partie : mesure de l'inductance L d'une bobine

Dans le montage précédent, on remplace le condensateur par une bobine sans noyau de fer, d'inductance L et de résistance $r = 12 \, \Omega$ à 250 Hz. On rappelle que la tension u_{AB} aux bornes de la bobine est :

$$u_{AB} = ri + L \frac{di}{dt}.$$

Le logiciel permet les calculs de la grandeur $u = u_1 - u_2 - ri$ et permet d'obtenir le **graphe 2** donnant l'évolution de u en fonction de $\frac{di}{dt}$.

1. Représenter le schéma du circuit et établir la relation $u = L \frac{di}{dt}$.

2. Montrer que le **graphe 2** permet d'obtenir la valeur de l'inductance L de la bobine. Calculer une valeur approchée de L .

3 Troisième partie : association du condensateur et de la bobine

On envisage, immédiatement après avoir chargé le condensateur étudié dans la première partie, d'étudier sa décharge à travers un circuit comportant la bobine précédente d'inductance L et de résistance $r = 12 \, \Omega$ à 250 Hz. On souhaite limiter les pertes de puissance par effet Joule lors de cette décharge. On dispose du matériel suivant : un générateur de tension continue, divers interrupteurs, plusieurs conducteurs ohmiques de résistance R , un oscilloscope adapté pour les visualisations souhaitées et les deux dipôles étudiés précédemment.

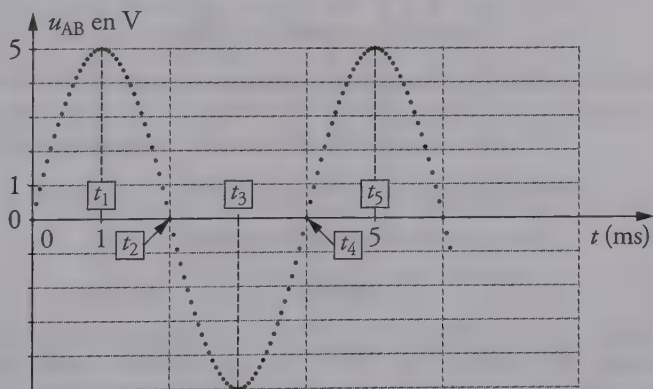
1. Représenter le schéma d'un circuit électrique permettant la visualisation à l'oscilloscope de la tension $u_3(t)$ aux bornes du condensateur lors de sa charge et de sa décharge. Indiquer les connexions à réaliser aux bornes de l'oscilloscope pour visualiser $u_3(t)$ au cours d'une charge et au cours d'une décharge.

2. Représenter graphiquement l'allure de la courbe $u_3(t)$ lors de la décharge. Quel phénomène est donc mis en évidence lors de la décharge du condensateur dans ce circuit ?

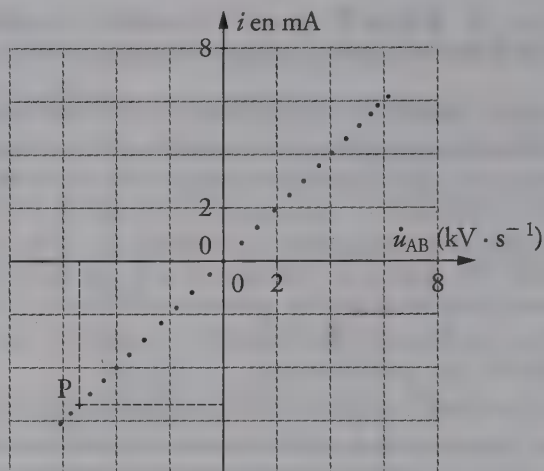
3. Donner une valeur approchée de la pseudo-période de la tension $u_3(t)$ en prenant $C \approx 1 \, \mu\text{F}$ et $L \approx 0,1 \, \text{H}$.

► Données : $\pi\sqrt{10} \approx 10$ et $\frac{\pi}{\sqrt{10}} \approx 1$.

Graphes relatifs à la première partie

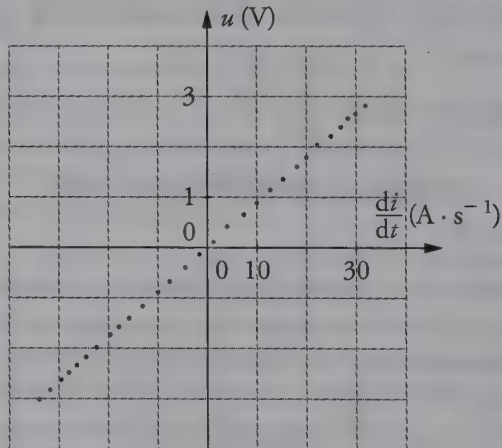


Graphe 1-a



Graphe 1-b

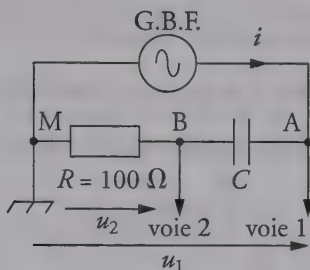
Graphe relatif à la deuxième partie



Graphe 2

1 Première partie : mesure de la capacité C d'un condensateur

1. Les connexions à réaliser au niveau de l'oscilloscope pour visualiser les tensions $u_1 = u_{AM}(t)$ et $u_2 = u_{BM}(t)$ sont les suivantes :



2. Utilisons la loi d'additivité des tensions pour exprimer u_{AB} :

$$u_{AB} = u_{AM} + u_{MB} \text{ avec } u_{AM} = u_1 \text{ et } u_{MB} = -u_{BM} = -u_2$$

donc :

$$u_{AB} = u_1 - u_2$$

3. La tension u_{AB} est la différence de potentiel entre les bornes du condensateur. En convention récepteur, et d'après le sens du courant choisi comme sens positif, celle-ci s'exprime par :

$$u_{AB} = \frac{q_A}{C} \text{ soit } q_A = C u_{AB}$$

La capacité C du condensateur étant une grandeur positive, la charge q_A portée par l'armature A possède le même signe que u_{AB} à tout instant. En utilisant le **graphe 1-a** nous observons que :

$$u_{AB}(t_1) > 0 \text{ donc } q_A(t_1) \text{ est positive}$$

$$u_{AB}(t_3) < 0 \text{ donc } q_A(t_3) \text{ est négative}$$

L'énoncé nous demande d'admettre que le condensateur se charge lorsque la valeur absolue de q_A croît en fonction du temps, or $|q_A| = C |u_{AB}|$ puisque la capacité C du condensateur est une grandeur positive.

Ceci implique que le condensateur se charge lorsque la valeur absolue de u_{AB} croît au cours du temps. En ne considérant que l'intervalle $[t_1 ; t_5]$ nous en déduisons, grâce au **graphe 1-a**, que le condensateur se charge sur les deux intervalles de temps :

$$[t_2 ; t_3] \quad \text{et} \quad [t_4 ; t_5]$$

4. Dérivons par rapport au temps l'expression $q_A = Cu_{AB}$:

$$\frac{dq_A}{dt} = \frac{d(Cu_{AB})}{dt} \text{ avec } C = \text{cte} \text{ ce qui conduit à } \frac{dq_A}{dt} = C \frac{du_{AB}}{dt}$$

Nous obtenons alors la relation demandée en utilisant la notation proposée :

$$i = C \dot{u}_{AB}$$

5. La capacité C du condensateur étant une grandeur positive, l'intensité i a le même signe que $\dot{u}_{AB}$, la dérivée par rapport au temps de la tension u_{AB} .

Entre les instants de dates t_1 et t_3 la tension u_{AB} est décroissante ce qui implique que sa dérivée $\dot{u}_{AB}$ est négative entre ces mêmes instants. Nous en concluons donc que :

sur l'intervalle $[t_1 ; t_3]$ le signe de i est négatif

6. La tension u_2 est mesurée aux bornes d'un conducteur ohmique. Elle est, en vertu de la loi d'Ohm, proportionnelle à la résistance R de celui-ci ainsi qu'à l'intensité i du courant qui le traverse :

$$u_{BM} = u_2 = Ri \text{ d'où } i = \frac{u_2}{R}.$$

La mesure de u_2 et la connaissance de la valeur de R permettent donc le calcul de i .

7. a) Nous avons établi au **1** 4. la relation entre i et $\dot{u}_{AB}$ montrant que ces deux grandeurs sont proportionnelles. Le coefficient de proportionnalité, égal à la capacité C du condensateur, n'est autre que le coefficient directeur de la droite $i = f(\dot{u}_{AB})$ représentée sur le **graphe 1-b**.

b) **Remarque :** Pensez à utiliser les unités du Système International.

Choisissons deux points $A(-6 \times 10^3 \text{ V} \cdot \text{s}^{-1}; -6 \times 10^{-3} \text{ A})$ et $B(6 \times 10^3 \text{ V} \cdot \text{s}^{-1}; 6 \times 10^{-3} \text{ A})$ appartenant à la droite pour déterminer la valeur approchée de la capacité C :

$$C \approx \frac{i_B - i_A}{(\dot{u}_{AB})_B - (\dot{u}_{AB})_A} = \frac{6 \times 10^{-3} - (-6 \times 10^{-3})}{6 \times 10^3 - (-6 \times 10^3)} = \frac{12 \times 10^{-3}}{12 \times 10^3}$$

d'où :

$$C \approx 1 \times 10^{-6} \text{ F} = 1 \mu\text{F}$$

c) Le graphe montre qu'à l'instant de date t_P nous avons $\dot{u}_{AB}(t_P) < 0$. C'est donc qu'au même instant la tension u_{AB} est décroissante.

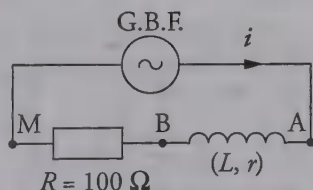
La date t_P est donc, soit voisine de la date t_2 indiquée sur le **graphe 1-a**, soit légèrement inférieure à la date t_3 .

Néanmoins au voisinage de t_3 la tension u_{AB} tend vers l'un de ses extremums et donc sa dérivée par rapport au temps $\dot{u}_{AB}$ prend des valeurs se rapprochant de 0, ce qui n'est pas le cas de la valeur de l'abscisse du point P.

Nous en déduisons donc que la date t_P est voisine de la date t_2 .

2 Deuxième partie : mesure de l'inductance L d'une bobine

1. Le schéma du circuit est le suivant :



avec toujours $u_{AM} = u_1$ et $u_{BM} = u_2$.

Transformons l'expression de la tension u fournie dans l'énoncé en utilisant celle établie au **1 2.** :

$$u = u_1 - u_2 - ri = u_{AB} - ri$$

Alors, avec $u_{AB} = ri + L \frac{di}{dt}$ nous aboutissons à :

$$u = L \frac{di}{dt}$$

La tension u est donc proportionnelle à $\frac{di}{dt}$.

2. Le **graphe 2** représente la fonction $u = f\left(\frac{di}{dt}\right)$ qui est une droite passant par l'origine, ce qui est en accord avec la relation établie au **2 1**. Le coefficient directeur de cette droite correspond à l'inductance L de la bobine. Pour calculer sa valeur, nous choisissons deux points C($-10 \text{ A} \cdot \text{s}^{-1}$; -1 V) et D($10 \text{ A} \cdot \text{s}^{-1}$; 1 V) de la droite :

$$L \approx \frac{u_D - u_C}{\left(\frac{di}{dt}\right)_D - \left(\frac{di}{dt}\right)_C} \approx \frac{1 - (-1)}{10 - (-10)} = \frac{2}{10} = \frac{1}{10}$$

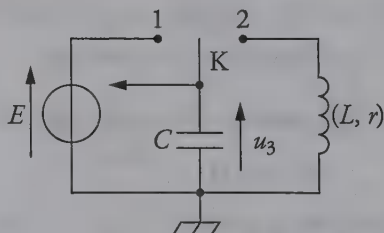
donc :

$$L \approx 0,1 \text{ H}$$

3 Troisième partie : association du condensateur et de la bobine

1. Afin de limiter les pertes de puissance par effet Joule lors de la décharge du condensateur, il faut minimiser la résistance du circuit dans lequel a lieu cette décharge. À cette fin l'utilisation de conducteurs ohmiques est à proscrire.

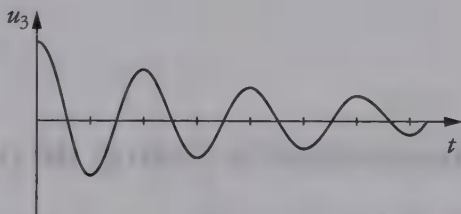
Nous proposons donc le schéma suivant pour réaliser l'étude :



Le basculement de l'interrupteur K en position 1 permet la charge du condensateur. Son basculement en position 2 permet de le décharger dans le circuit comportant la bobine.

2. Remarque : Notez qu'à l'instant où l'interrupteur est basculé, le condensateur est déjà chargé.

Le circuit dans lequel s'effectue la décharge est résistif du fait principalement de la présence de la bobine dont la résistance vaut $r = 12 \, \Omega$. Nous observons donc des oscillations amorties de la tension u_3 aux bornes du condensateur :



Nous avons choisi de représenter un régime pseudo-périodique plutôt qu'apériodique compte tenu de la relativement faible valeur de la résistance r de la bobine.

3. Remarque : D'une part les valeurs de C et L fournies nous permettent de penser que les réponses fournies aux questions ① 7.b) et ② 2. sont celles attendues, d'autre part la question posée ici conforte notre choix du ③ 2.

Pour un amortissement relativement faible des oscillations nous pouvons confondre la période propre T_0 des oscillations électriques d'un circuit LC idéal avec la pseudo-période T des oscillations électriques d'un circuit LC réel, donc :

$$T \approx T_0 = 2\pi\sqrt{LC}.$$

Soit, numériquement, avec $L = 0,1 \, \text{H}$ et $C = 1 \times 10^{-6} \, \text{F}$:

$$T \approx 2\pi\sqrt{1 \times 10^{-1} \times 10^{-6}} = 2\pi\sqrt{10^{-6}} \times \sqrt{10^{-1}} = 2 \times 10^{-3} \times \frac{\pi}{\sqrt{10}}$$

donc :

$$T \approx 2 \times 10^{-3} \, \text{s} = 2 \, \text{ms}$$

4 Évolution des systèmes mécaniques

Mouvements dans le champ de pesanteur

19

FRANCE MÉTROPOLITAINE
SEPTEMBRE 2002

5 POINTS

S U J E T

Toujours plus loin

La calculatrice n'est pas autorisée.

Deux enfants Amélie et Benoît sont sur un balcon. Ils jouent avec des palets de hockey identiques et, au cours de leurs différentes parties, ils s'interrogent...

Première partie

Amélie lâche son palet A sans vitesse initiale et, en même temps, de la même altitude par rapport au sol, Benoît lance son palet B avec une vitesse initiale horizontale $\vec{v}_0$. Benoît pense que son palet touchera le sol plus tard que celui d'Amélie.

La modélisation est la suivante :

- les palets sont assimilés à des points matériels (confondus avec leur centre d'inertie) de masse M ,
- les actions de l'air sont négligeables par rapport aux autres forces,
- les palets sont initialement à une altitude $h = 5,0 \text{ m}$ par rapport au sol (**schéma n° 1**).

On considérera que le référentiel terrestre est galiléen et on prendra pour accélération de la pesanteur $g = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

La situation est schématisée ci-dessous :

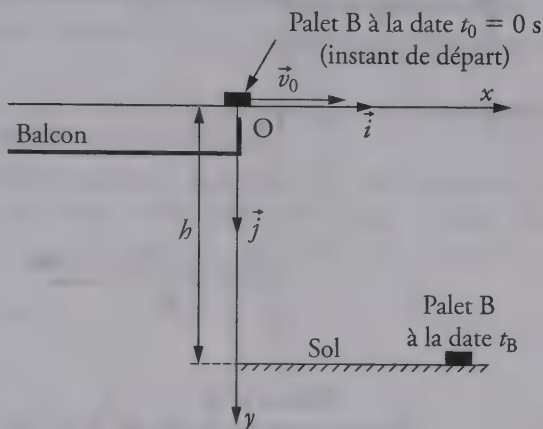


Schéma n° 1
Ce schéma n'est pas à l'échelle

1. On considère que le mouvement a lieu dans le plan vertical xOy (**schéma n° 1**). Dans le repère $(O ; \vec{i}, \vec{j})$, représenté sur le **schéma n° 1**, établir sous forme littérale les équations horaires $x_B(t)$ et $y_B(t)$ du palet B.
2. En déduire l'expression littérale de la durée de chute t_B .
3. À l'aide de ce résultat, montrer que Benoît a tort, et préciser si son palet arrive plus tôt ou en même temps que le palet d'Amélie.

Deuxième partie

Amélie et Benoît décident de comparer leur force. Une gouttière lisse et horizontale leur sert de rampe de lancement. L'un après l'autre, chacun d'eux place son palet en K et le pousse jusqu'au point O où le palet quitte la rampe (**schéma n° 2**).

Le palet A touche le sol à la distance $D_A = 8,0$ m du pied H du balcon, le point H appartenant au plan vertical xOy . Le palet B touche le sol à la distance $D_B = 4,0$ m de H. Amélie affirme à Benoît : « je suis deux fois plus forte que toi. ».

On se propose de savoir si elle a raison.

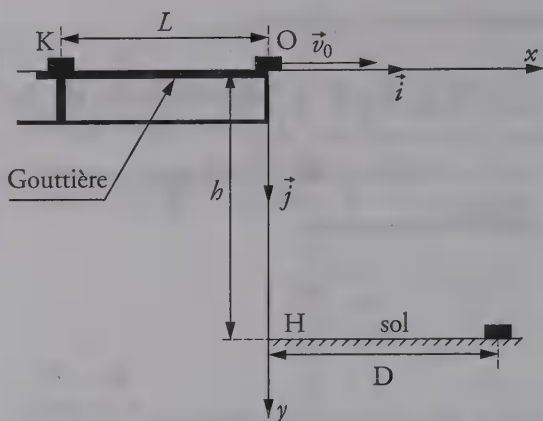


Schéma n° 2
Ce schéma n'est pas à l'échelle

L'étude dynamique du mouvement du centre d'inertie du palet dans la phase de chute conduit à l'expression : $D = v_0 \times \sqrt{\frac{2 \times h}{g}}$, où v_0 est la valeur de la vitesse en O.

On modélise l'action des mains d'Amélie (ou de Benoît) sur un palet par une force horizontale constante $\vec{F}$ qui s'exerce sur la distance $KO = L = 1,0 \text{ m}$. La vitesse en K est nulle. Les forces de frottement agissant sur un palet sont négligées par rapport aux autres forces.

1. Faire le bilan des forces appliquées à un palet entre K et O et les représenter sur un schéma.
2. En appliquant le théorème de l'énergie cinétique, déterminer l'expression de v_0 en fonction de F , M et L .
3. En déduire l'expression de F en fonction de D , M , L , g et h .
4. En déduire, sans calcul numérique, si la valeur de la force exercée par Amélie est deux fois plus grande que celle exercée par Benoît. Justifier.

Troisième partie

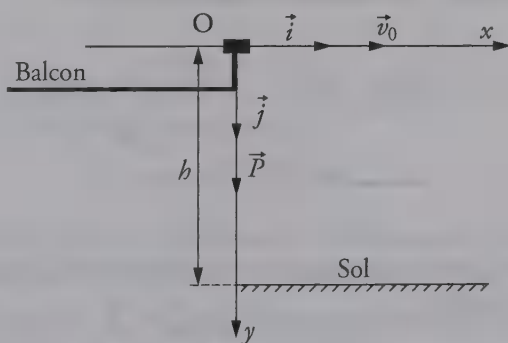
Amélie se demande quelle vitesse devrait avoir le palet s'il tournait au voisinage de la surface de la Terre. Le mouvement supposé du palet peut être assimilé, dans ce cas, à un mouvement circulaire de centre T, centre de la Terre, et de rayon $R = 6,4 \times 10^3 \text{ km}$.

1. Au cours d'un tel mouvement, le champ de gravitation peut-il être considéré comme uniforme ? Justifier.
2. Dans quel référentiel faut-il se placer pour étudier ce mouvement circulaire ?
3. En assimilant le champ de gravitation au champ de pesanteur, montrer que ce mouvement est uniforme.
4. Établir alors l'expression de la vitesse du palet en fonction de g et de R . Calculer la valeur numérique de cette vitesse, en prenant $g = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

CORRIGÉ

1. Première partie

1. Le système étudié est le palet de masse M , de centre d'inertie G , dans le référentiel terrestre considéré galiléen. Une fois lancé, et jusqu'à ce qu'il touche le sol, le palet n'est soumis qu'à son poids $\vec{P} = M\vec{g}$ puisque les actions de l'air sont négligées. Il est donc en chute libre. Schématisons la situation à la date $t_0 = 0 \text{ s}$ où son centre de gravité est confondu avec l'origine du repère O :



Appliquons la deuxième loi de Newton (ou théorème du centre d'inertie) au centre d'inertie G du palet :

$$M\vec{a}_G = \sum \vec{F}_{\text{ext}} = \vec{P} = M\vec{g} \quad \text{donc} \quad \vec{a}_G = \vec{g}.$$

Or le vecteur accélération de la pesanteur est tel que $\vec{g} = g\vec{j}$, les coordonnées du vecteur accélération $\vec{a}_G$ dans le repère $(O ; \vec{i}, \vec{j})$ sont donc :

$$\vec{a}_G(t) \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = g \end{cases}$$

Intégrons ces coordonnées par rapport au temps pour obtenir les coordonnées du vecteur vitesse $\vec{v}_G$ du palet :

$$\vec{v}_G(t) \begin{cases} v_x = v_{x0} \\ v_y = gt + v_{y0} \end{cases}$$

À $t_0 = 0$ s, nous avons : $\vec{v}_G(0) = \vec{v}_0 = v_0 \vec{i}$ d'où $v_{x0} = v_0$ et $v_{y0} = 0$ donc :

$$\vec{v}_G(t) \begin{cases} v_x = v_0 \\ v_y = gt \end{cases}$$

Suite à une nouvelle intégration par rapport au temps, nous obtenons les coordonnées du vecteur position $\overrightarrow{OG}$:

$$\overrightarrow{OG}(t) \begin{cases} x = v_0 t + x_0 \\ y = \frac{1}{2} g t^2 + y_0 \end{cases}$$

Or, à $t_0 = 0$ s, le palet se trouve à l'origine du repère d'où $\overrightarrow{OG}(0) = \vec{0}$ alors : $x_0 = y_0 = 0$.

Nous obtenons alors les équations horaires du palet B :

$$\overrightarrow{OG}(t) \begin{cases} x_B(t) = x(t) = v_0 t \\ y_B(t) = y(t) = \frac{1}{2} g t^2 \end{cases}$$

2. À la date t_B le palet B touche le sol, l'ordonnée de son centre d'inertie vaut alors h , d'où :

$$y_B(t_B) = \frac{1}{2} g t_B^2 = h$$

donc :

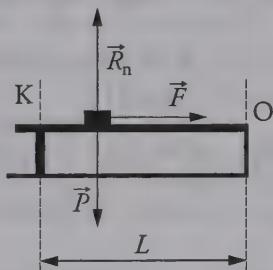
$$t_B = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

3. Ce résultat montre que Benoît a tort de penser qu'en communiquant une vitesse initiale horizontale à un palet ce dernier touchera le sol plus tard que celui d'Amélie. En effet, l'expression littérale de la durée de chute t_B est indépendante de la valeur de la vitesse initiale v_0 . Son palet arrivera au sol en même temps que celui d'Amélie car tous les deux ont été lancés de la même hauteur h .

Remarque : Attention cependant, la vitesse initiale aurait eu de l'importance si le vecteur vitesse initiale avait possédé une composante verticale non nulle. Refaites le calcul dans un tel cas avec $v_{y0} \neq 0$ pour vous en convaincre.

2. Deuxième partie

1. Les forces qui s'exercent sur un palet entre K et O sont le poids du palet $\vec{P} = M\vec{g}$, la réaction normale $\vec{R}_n$ de la gouttière puisque les forces de frottement sont négligées, et la force $\vec{F}$ résultant de l'action des mains d'Amélie (ou de Benoît).



2. Dans le référentiel terrestre, considéré comme étant galiléen, le théorème de l'énergie cinétique s'écrit ici :

$$\Delta E_{cK \rightarrow O} = \sum W(\vec{F}_{\text{ext}})_{K \rightarrow O}$$

$$\text{soit } \frac{1}{2} M v_O^2 - \frac{1}{2} M v_K^2 = W(\vec{P})_{K \rightarrow O} + W(\vec{F})_{K \rightarrow O} + W(\vec{R}_n)_{K \rightarrow O}$$

avec $v_K = 0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ car la vitesse du palet est nulle en K.

En outre, puisque $\vec{P}$, $\vec{R}_n$ et $\vec{F}$ sont des forces constantes nous obtenons :

$$W(\vec{P})_{K \rightarrow O} = \vec{P} \cdot \overrightarrow{KO} = 0$$

$$W(\vec{R}_n)_{K \rightarrow O} = \vec{R}_n \cdot \overrightarrow{KO} = 0$$

$$W(\vec{F})_{K \rightarrow O} = \vec{F} \cdot \overrightarrow{KO} = FL$$

Nous aboutissons alors à l'expression de la vitesse v_O au point O :

$$\frac{1}{2} M v_O^2 = FL$$

donc :

$$v_O = \sqrt{\frac{2FL}{M}}$$

3. La relation obtenue au 2. permet également d'exprimer F en fonction de M , L et v_O :

$$F = \frac{M v_O^2}{2L} \quad (1)$$

L'énoncé nous donne l'expression de la distance D du palet au pied du balcon :

$$D = v_O \sqrt{\frac{2h}{g}} \quad \text{donc} \quad v_O = D \sqrt{\frac{g}{2h}} \quad (2)$$

L'expression de F en fonction de D , M , L , g et h s'obtient alors en remplaçant v_O par la relation (2) dans (1) :

$$F = \frac{M}{2L} D^2 \frac{g}{2h} \quad \text{donc} \quad F = \frac{gMD^2}{4hL}$$

4. Notons F_A et F_B les valeurs des forces exercées respectivement par Amélie et Benoît et exprimons leur rapport sachant que, pour chacune des expériences, les grandeurs M , h , L et, évidemment, g sont identiques :

$$\frac{F_A}{F_B} = \frac{D_A^2}{D_B^2} = \left(\frac{D_A}{D_B} \right)^2$$

d'où, numériquement, avec $D_A = 8,0$ m et $D_B = 4,0$ m nous calculons :

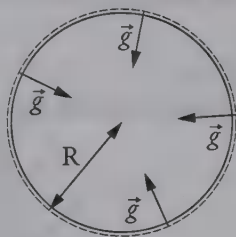
$$\frac{F_A}{F_B} = \left(\frac{8,0}{4,0} \right)^2 = (2,0)^2 = 4,0 \quad \text{donc} \quad F_A = 4,0 \times F_B$$

Amélie se trompe quand elle pense avoir exercé une force deux fois plus importante que celle de Benoît, car c'est en réalité une force quatre fois plus importante qu'elle a appliquée au palet.

3. Troisième partie

1. Remarque : Au niveau de la terminale, nous confondons champ de gravitation et champ de pesanteur.

Lorsque le palet se déplace au voisinage de la surface de la Terre, le champ de pesanteur n'est pas uniforme car le vecteur $\vec{g}$ qui le représente change de direction au cours du mouvement.



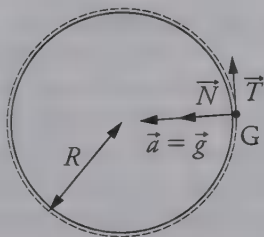
2. Le référentiel le plus adapté à l'étude de ce mouvement est le référentiel géocentrique supposé galiléen.

3. Le système que constitue le palet n'est alors soumis qu'à son poids $\vec{P} = m\vec{g}$.

L'application de la deuxième loi de Newton au centre d'inertie G du palet conduit alors à :

$$\vec{P} = m\vec{g} = m\vec{a}_G \quad \text{donc} \quad \vec{a}_G = \vec{g}.$$

Le vecteur accélération du centre de gravité du système ne possède donc qu'une composante normale dans le repère de Frenet ($G ; \vec{T}, \vec{N}$) ; sa composante tangentielle est nulle :



$$\vec{a}_G = a_T \vec{T} + a_N \vec{N} = g \vec{N}$$

Or, puisque par définition $a_T = \frac{dv}{dt}$, nous avons ici :

$$\frac{dv}{dt} = 0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

ce qui implique :

$$v = \text{cte}$$

Le mouvement du palet est alors uniforme.

4. Par définition, la composante normale du vecteur accélération a pour expression :

$$a_N = \frac{v^2}{R}$$

Or, nous avons ici $g = a_N$, donc $g = \frac{v^2}{R}$, qui conduit à :

$$v = \sqrt{gR}$$

5. Numériquement, avec $g = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ et $R = 6,4 \times 10^6 \text{ m}$, nous obtenons :

$$v = \sqrt{10 \times 6,4 \times 10^6} = \sqrt{64 \times 10^6}$$

donc :

$$v = 8,0 \times 10^3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

S U J E T

Le chemin le plus court est-il le plus rapide ?

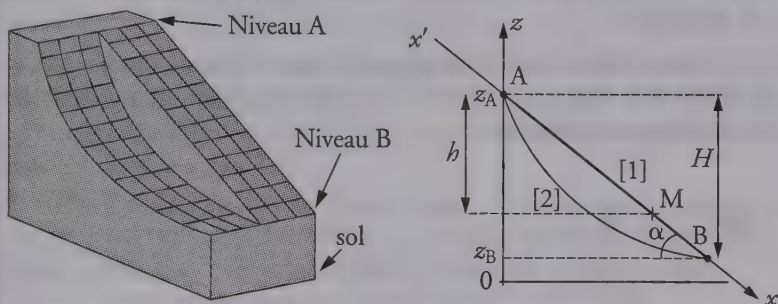


Figure 1

Une expérience proposée à la Cité des Sciences et de l'Industrie (La Villette) permet à un observateur de suivre le mouvement de deux billes identiques se déplaçant entre deux niveaux d'altitude z_A et z_B par rapport au sol ; les cotes z_A et z_B sont repérées sur un axe vertical ascendant. Le profil des pistes empruntées par les deux billes est pour l'un rectiligne (noté profil [1]), pour l'autre curviligne en forme de brachistochrone (noté profil [2]) (figure 1). L'expérience incite l'observateur à libérer, à partir du niveau d'altitude z_A , les deux billes à la même date $t_0 = 0$ s, avec une vitesse initiale nulle : il doit alors répondre à la question suivante :

« Le chemin le plus court est-il le plus rapide ? »

Afin de faciliter la résolution du problème posé, on se propose de raisonner sur le modèle simplifié suivant :

- Les billes étudiées sont modélisées par des points de masse $m = 200$ g se déplaçant sans frottement.
- La dénivellation entre les niveaux d'altitude z_A et z_B est notée $H = 1,80$ m. Elle est mesurée sur l'axe vertical Oz .
- Le profil [1] est rectiligne entre les niveaux A et B, suivant la ligne de plus grande pente, et inclinée d'un angle $\alpha = 39^\circ$ par rapport à l'horizontale. Soit $x'x$ un axe parallèle à cette ligne de plus grande pente (figure 1).

► Données : accélération du champ de pesanteur : $g = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

1 Vitesse et dénivellation

Chaque bille quitte le niveau d'altitude z_A avec une vitesse initiale nulle ; on note v la valeur de la vitesse acquise par chaque bille après un déplacement correspondant à une dénivellation h (figure 1).

On se place dans le **cas du profil [1]**.

1. Sur le **schéma 1 de l'annexe à rendre avec la copie**, schématiser les forces appliquées à la bille située au point M (seuls la direction et le sens sont demandés).

2. À l'aide du théorème de l'énergie cinétique, établir l'expression littérale donnant le carré de la vitesse v^2 en fonction de h . Une démonstration rigoureuse est attendue.

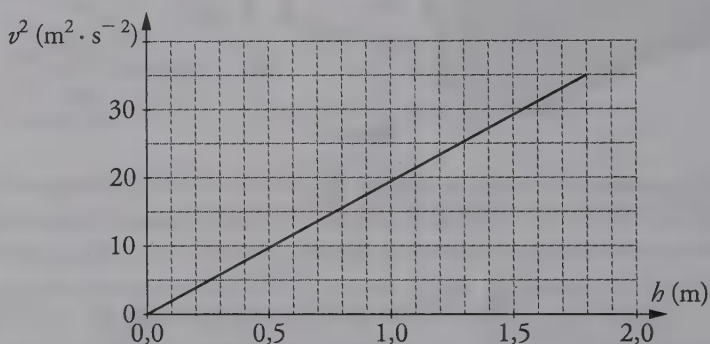


Figure 2

La **figure 2** donnée ci-dessus représente l'évolution du carré de la vitesse v^2 en fonction de h pour le profil [1].

3. Montrer sans calcul que l'allure de la courbe $v^2 = f(h)$ est compatible avec l'expression démontrée à la question 2.

4. Montrer que la relation obtenue à la question 2. est aussi valable pour le profil [2].

Remarque : on admettra que le travail de l'action de la piste est nul lors de tout déplacement sur ce profil.

5. En exploitant la **figure 2**, calculer la valeur v_B de la vitesse acquise par les billes quand celles-ci parviennent au niveau d'altitude z_B .

Il est à noter que la valeur expérimentale donnée par la Cité des Sciences est $5,94 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

2 Vitesse et durée

On se propose de déterminer la valeur de la vitesse en fonction du temps dans le cas du profil [1] (**schéma 1**).

1. À partir du théorème du centre d'inertie (ou deuxième loi de Newton), établir l'expression de la valeur de la vitesse de la bille en fonction de la durée t . On prend comme date $t_0 = 0$ s l'instant où la bille part du point A.

Une démonstration rigoureuse est attendue.

À partir d'une étude chronophotographique, on obtient la courbe du **document 1 de l'annexe, à rendre avec la copie**, donnant l'évolution de la valeur de la vitesse v de la bille en mouvement sur le profil [2] en fonction de la durée t .

2. Tracer, sur le **document 1 de l'annexe à rendre avec la copie**, la courbe $v = f(t)$ correspondant à l'expression obtenue à la question **2.1.** (pour $0 \leq v \leq v_B$, en prenant pour v_B la valeur calculée en **1.5.**).

3 Le chemin le plus court est-il le plus rapide ?

1. En utilisant la réponse à la question **1.5.** et les courbes du **document 1 de l'annexe à rendre avec la copie**, déterminer la durée t_1 du trajet de la bille sur le profil [1] et la durée t_2 du trajet de la bille sur le profil [2].

2. En déduire la réponse à la question suivante : le chemin le plus court (la trajectoire rectiligne) est-il le plus rapide ?

Remarque : Ce problème bien connu en mécanique classique, étudié et résolu en 1696 par Jacques Bernoulli et son frère Jean, a trouvé depuis quelques années une application pour optimiser les trajectoires des skieurs de compétition.

Dans le cas de l'expérience de la Cité des Sciences et de l'Industrie (La Villette), le profil [2] a la forme d'une brachistochrone ; c'est la courbe sur laquelle doit glisser, sans frottement et sans vitesse initiale, un point matériel pesant, pour avoir, sous l'action de son poids la durée la plus petite possible de parcours entre deux points fixes.

Annexe

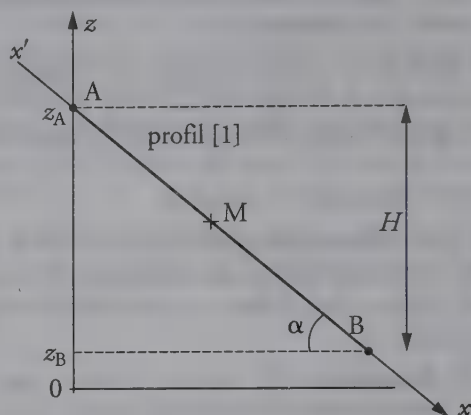
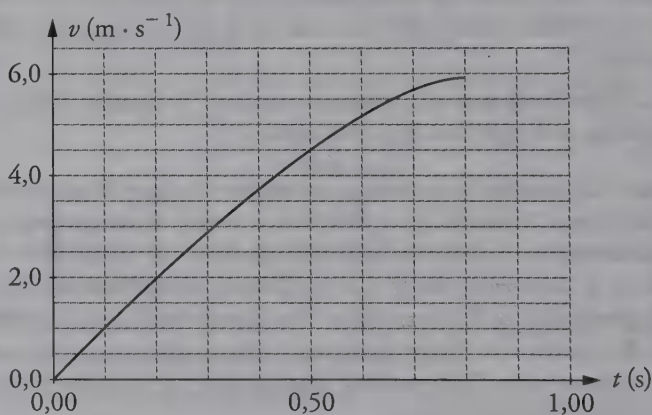


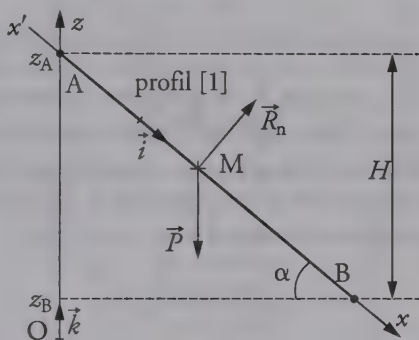
Schéma 1



Document 1 : Évolution de la vitesse de la bille en mouvement sur le profil [2] en fonction du temps.

1 Vitesse et dénivellation

1. Seules deux forces s'appliquent sur la bille située au point M ; son poids $\vec{P} = m\vec{g}$ et la réaction normale de la piste $\vec{R}_n$ puisqu'aucune force de frottement n'est à prendre en considération. La situation peut être schématisée ainsi :



2. Le théorème de l'énergie cinétique peut s'appliquer, dans le référentiel terrestre supposé galiléen, à la bille qui passe du niveau d'altitude z_A avec une vitesse v_A au niveau d'altitude z_M avec une vitesse v sur le profil [1] :

$$\Delta E_c = E_{cM} - E_{cA} = \sum W(\vec{F}_{\text{extérieures}})_{A \rightarrow M}$$

soit ici

$$\frac{1}{2} m v^2 - \frac{1}{2} m v_A^2 = W(\vec{P})_{A \rightarrow M} + W(\vec{R}_n)_{A \rightarrow M}$$

avec $v_A = 0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$;

$$W(\vec{P})_{A \rightarrow M} = \int_A^M \vec{P} \cdot d\vec{\ell} = \int_A^M -mg\vec{k} \cdot (dx\vec{i} + dy\vec{j} + dz\vec{k}) = \int_{z_A}^{z_M} -mgdz$$

soit

$$W(\vec{P})_{A \rightarrow M} = [-mgz]_{z_A}^{z_M} = -mg(z_M - z_A) = mgh$$

et

$$W(\vec{R}_n)_{A \rightarrow M} = \int_A^M \vec{R}_n \cdot d\vec{\ell} = 0 \text{ car } \vec{R}_n \text{ est en permanence}$$

perpendiculaire au déplacement de la bille.

Nous obtenons finalement $\frac{1}{2} m v^2 = m g h$

donc :

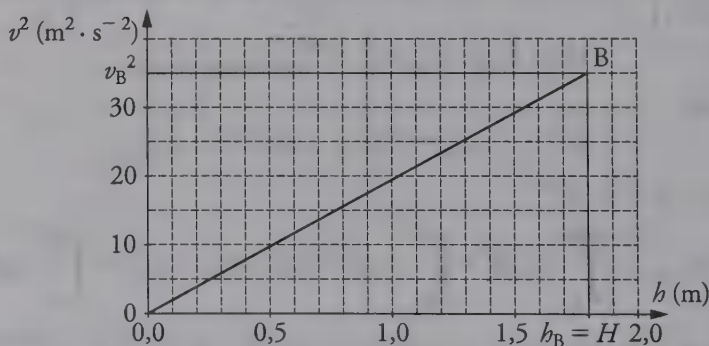
$$v^2 = 2 g h$$

3. La courbe représentative de $v^2 = f(h)$ est une droite passant par l'origine ce qui est parfaitement compatible avec la relation de proportionnalité entre v^2 et h démontrée au ❶ 2. Le coefficient directeur de la droite vaut alors $2g$.

4. Pour le profil [2], le poids $\vec{P}$ de la bille est toujours dirigé verticalement vers le bas, donc $\vec{P} = -mg\vec{k}$, et l'énoncé nous fait remarquer que l'action $\vec{R}_n$ de la piste est toujours perpendiculaire au déplacement de la bille lorsque celle-ci parcourt la dénivellation h . Le raisonnement développé au ❶ 2. reste alors inchangé, d'où :

$$v^2 = 2 g h$$

5. Lorsque les billes parviennent au niveau d'altitude z_B , la dénivellation correspondante est alors $h_B = H = 1,80$ m. Nous déterminons alors par lecture graphique la valeur de la vitesse au carré v_B^2 au point B :



$$v_B^2 = 35 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2} \quad \text{donc}$$

$$v_B = 5,92 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Ce résultat est en bon accord avec la valeur expérimentale donnée par la Cité des Sciences (écart relatif de 0,3 %).

2 Vitesse et durée

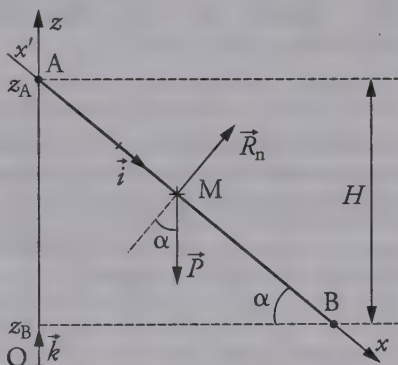
1. Remarque : Ne vous laissez pas dérouter par le repère proposé dans l'énoncé où les axes ne sont pas orthogonaux. Ayez à l'esprit les caractéristiques du vecteur vitesse.

Le vecteur vitesse est toujours tangent à la trajectoire de la bille en mouvement.

Dans le cas du profil [1] qui est linéaire, le vecteur vitesse est donc colinéaire à l'axe $x'x$, donc $\vec{v}(t) = v_x(t)\vec{i}$.

L'application de la deuxième loi de Newton au système que constitue la bille conduit à :

$$\vec{P} + \vec{R}_n = m\vec{a}$$



D'où, en projection sur l'axe $x'x$ nous obtenons :

$$P_x + R_{nx} = ma_x, \text{ soit } mg \sin \alpha = ma_x \text{ et finalement } a_x = g \sin \alpha.$$

Par intégration de cette relation par rapport au temps, nous obtenons l'expression de $v_x(t)$:

$$v_x(t) = g \sin \alpha \cdot t + v_{x0}$$

Or, à $t = 0$ s, auquel la bille part du point A, nous avons $v_x(0) = v_{x0} = 0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ donc :

$$v_x(t) = g \sin \alpha \cdot t.$$

Nous aboutissons alors finalement à l'expression de la valeur de la vitesse de la bille en fonction de la durée t :

$$v(t) = \sqrt{v_x^2(t)} = |v_x(t)| \quad \text{donc} \quad \boxed{v(t) = g \sin \alpha \cdot t}$$

2. Nous venons d'établir que sur le profil [1] $v = f(t)$ est une fonction linéaire du temps.

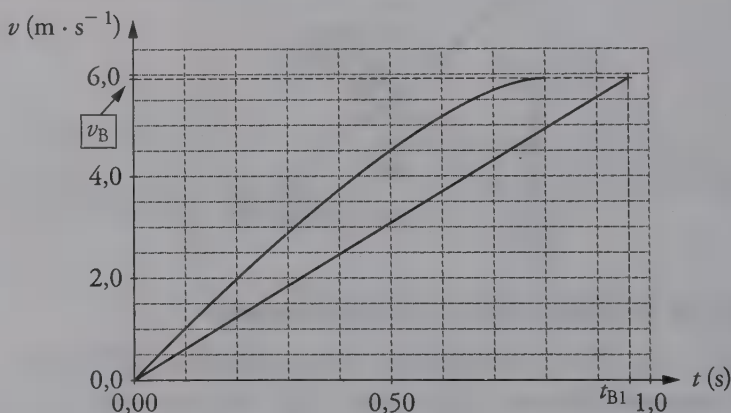
Nous pouvons donc calculer la valeur de la date t_{B1} à laquelle la bille se trouve au point B sur le profil [1] et possède la vitesse v_B , puisque :

$$t_{B1} = \frac{v_B}{g \sin \alpha}.$$

Numériquement, avec $v_B = 5,92 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, $g = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ et $\alpha = 39^\circ$, on obtient :

$$t_{B1} = 0,96 \text{ s}.$$

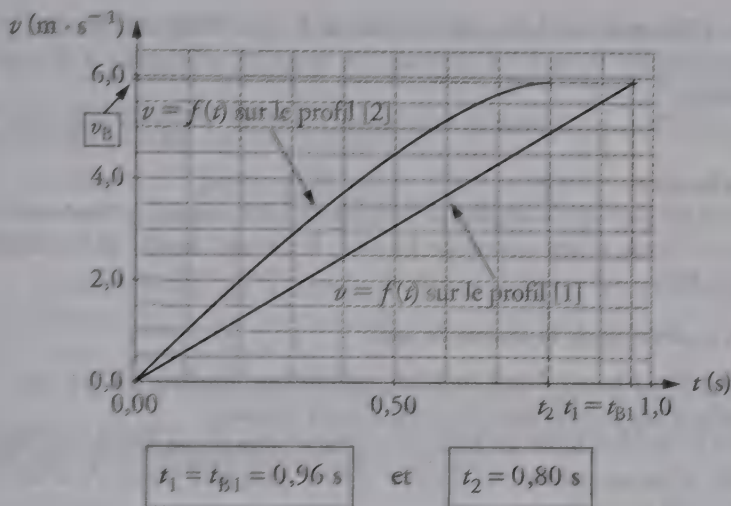
Ce résultat nous permet alors de tracer, sur le **document 1** de l'annexe, la droite $v = f(t)$ passant par les points de coordonnées $(0 \text{ s} ; 0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1})$ et $(0,96 \text{ s} ; 5,92 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1})$:



3 Le chemin le plus court est-il le plus rapide ?

1. Nous avons montré que, quel que soit le profil de la piste, les billes parviennent au point B avec la même vitesse $v_B = 5,92 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

La durée t_i du trajet d'une bille sur le profil [i] se détermine donc par lecture graphique de l'abscisse du point d'ordonnée $v_B = 5,92 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ sur chacune des courbes de la figure ci-après.



2. Le chemin le plus court entre deux points A et B est bien celui qui correspond au profil [1] pour lequel la trajectoire de la bille est une droite. En revanche, ce n'est pas le chemin le plus « rapide » car la durée mise par la bille pour le parcourir est plus importante que sur le chemin du profil [2] puisque $t_1 > t_2$.

21

POLYNÉSIE
JUIN 2002

6 POINTS

S U J E T

Elastic bungee ou le saut à l'élastique

Très loin dans le temps, on trouve des traces de jeux de lianes, réservés à quelques initiés. Il s'agissait alors d'une épreuve pour acquérir le statut de guerrier. Plus récemment, c'est dans les années 1930 à Londres, que l'on mentionne des sauts à l'élastique à partir de petits ponts.

C'est en 1987 en Nouvelle-Zélande et en France (Pont de la Caille 147 m) que se situe la véritable naissance du saut à l'élastique ou « Bungee ».

En 1988, une société prend l'initiative de faire découvrir le « bungee » aux citoyens français en amenant ce sport en ville grâce à des grues géantes.

Aujourd'hui, on saute d'un hélicoptère ou même d'une montgolfière.

Le bungee

C'est un élastique composé de 960 fils de latex naturel, provenant de la sève d'hévéa, d'une section de 10 cm^2 . Il mesure en général une dizaine de mètres.

Déroulement de la séance de saut

Première phase : Avant tout, la personne est attachée par un baudrier intégral fixé à l'élastique (lui-même fixé à la grue).

Elle est ensuite hissée en haut de la grue à l'aide d'une nacelle qui joue le rôle d'un ascenseur. La nacelle s'élève jusqu'au point A d'altitude $Y_A = 60 \text{ m}$ au-dessus du sol.

Deuxième phase : En position A, la porte de la nacelle est ouverte, il est demandé à la personne de sauter avec une faible vitesse initiale $\vec{V}_0$ supposée de direction horizontale. Dans cette phase de saut, la personne est en chute libre jusqu'au point B' d'altitude $Y_{B'} = 50 \text{ m}$ (ce qui signifie que l'élastique n'a aucune action sur la personne).

Troisième phase : Après que le sauteur a passé le point B', l'élastique commence alors à s'étirer : le sauteur effectue quelques oscillations avant de s'immobiliser et d'être ramené au sol.

► **Donnée :** accélération de la pesanteur $g = 9,8 \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1}$.

On étudiera les différents systèmes dans le référentiel terrestre supposé galiléen muni d'un repère (O, X, Y).

(Voir le schéma en fin d'exercice).

A. Questions relatives à la première phase du saut

Un sauteur de masse $m = 70 \text{ kg}$ est immobile dans la nacelle de masse $M = 200 \text{ kg}$ et l'ensemble a pour centre d'inertie G.

1. Faire le bilan des forces extérieures qui agissent sur le système { nacelle + sauteur } lors de sa montée.

2. La nacelle démarre avec une accélération verticale a_1 de valeur $1,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ puis s'élève ensuite à vitesse constante et ralentit avec une décélération verticale a_2 de valeur $1,2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

Calculer la tension du câble qui maintient la nacelle contenant le sauteur dans chacun des trois cas.

B. Questions relatives à la deuxième phase du saut

1. Faire le bilan de la (ou des) force(s) qui s'exerce(nt) sur le sauteur durant cette phase du saut.

On négligera les frottements de l'air.

2. En utilisant le théorème du centre d'inertie, établir les équations horaires du mouvement du sauteur et l'équation de sa trajectoire en fonction de g , V_0 et Y_A .

3. Calculer la valeur de la vitesse en B' en utilisant le théorème de l'énergie cinétique.

On prendra $V_0 = 0,1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

4. Soit B le point d'abscisse $X_B = 0$ et d'ordonnée $Y_B = 50 \text{ m}$.

Calculer la distance BB' et montrer en comparant AB et BB' que l'on peut considérer la chute comme quasi-verticale.

C. Questions relatives à la troisième phase du saut

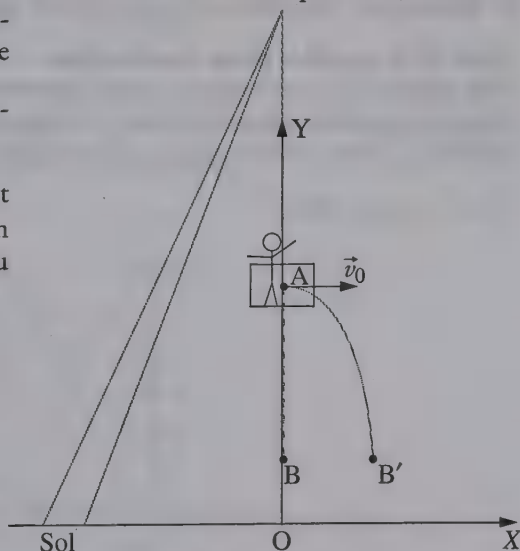
L'élastique, que l'on assimilera à un ressort de constante de raideur k , commence à s'étirer en B' et oscille dans une direction quasi verticale pendant environ 34 s, durée pendant laquelle le sauteur a effectué quatre allers et retours avant de s'immobiliser.

1. Comment qualifie-t-on de telles oscillations ?

2. Estimer la constante de raideur k de l'élastique en assimilant la pseudo-période du sauteur à la période propre

$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$ d'un pendule élastique.

(Cette valeur de T_0 est approximative car on néglige la masse du Bungee).

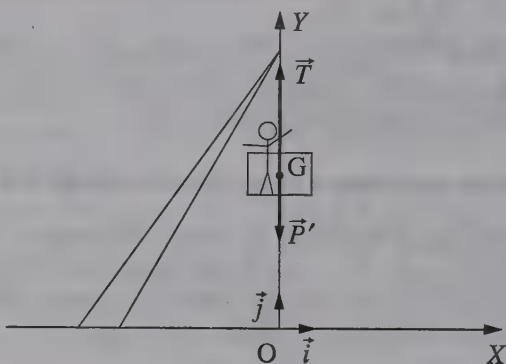


A. Questions relatives à la première phase du saut

1. Lors de sa montée, le système {nacelle-sauteur} est soumis à deux forces :

- son poids $\vec{P}' = (m + M)\vec{g}$,
- la tension $\vec{T}$ du câble de la grue.

Représentons ces forces appliquées au centre d'inertie G du système.



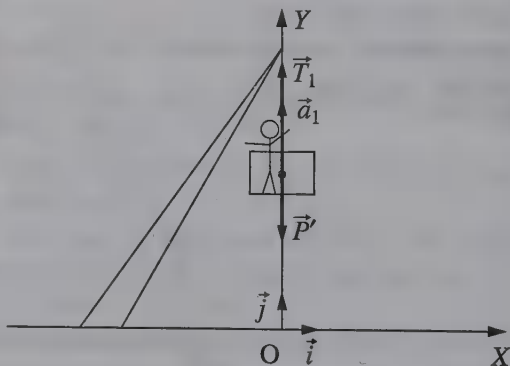
2. *Remarque :* Nous allons décomposer l'étude en trois parties.

Étude de la première phase (accélération)

Nous noterons T_1 la valeur de la tension recherchée.

Durant la première phase, où la nacelle démarre avec une accélération verticale $\vec{a}_1$, il est possible d'écrire, d'après la deuxième loi de Newton :

$$\vec{P}' + \vec{T}_1 = (m + M)\vec{a}_1$$



Soit en projetant sur l'axe (OY) :

$$P'_y + T_{1y} = (m + M)a_{1y}$$

or $a_{1y} = a_1$ puisque le vecteur $\vec{a}_1$ est vertical dirigé vers le haut, donc :

$$-(m + M)g + T_1 = (m + M)a_1$$

soit :

$$T_1 = (m + M)(a_1 + g)$$

Numériquement, avec $m = 70 \text{ kg}$, $M = 200 \text{ kg}$, $g = 9,8 \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1}$ et $a_1 = 1,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$, nous obtenons :

$$T_1 = 2,9 \times 10^3 \text{ N}$$

Étude de la deuxième phase

Nous noterons T' la valeur de la tension recherchée.

Pendant la deuxième phase, où le système s'élève à vitesse constante, la réciproque du principe d'inertie (ou première loi de Newton) nous enseigne que la somme des forces extérieures appliquées au système est nulle ; le système est pseudo-isolé, d'où :

$$\vec{P}' + \vec{T}' = 0, \text{ soit } T' = P' = (m + M)g.$$

Numériquement, avec $m = 70 \text{ kg}$, $M = 200 \text{ kg}$ et $g = 9,8 \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1}$:

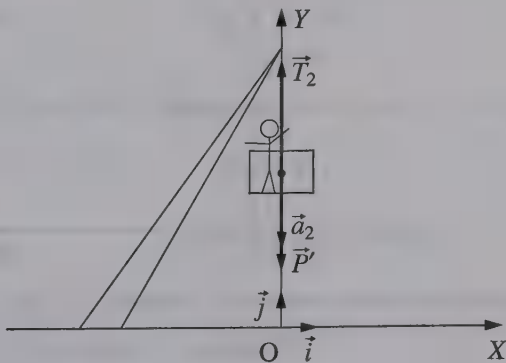
$$T' = 2,6 \times 10^3 \text{ N}$$

Étude de la troisième phase : décélération

Nous noterons T_2 la tension recherchée.

Durant la dernière phase du mouvement, pendant laquelle la nacelle ralentit avec une décélération verticale $\vec{a}_2$, la deuxième loi de Newton s'écrit :

$$\vec{P}' + \vec{T}_2 = (m + M)\vec{a}_2$$



Soit en projetant sur l'axe (OY) :

$$P'_y + T_{2y} = (m + M)a_{2y}.$$

Or $a_{2y} = -a_2$ puisque le vecteur $\vec{a}_2$ est vertical dirigé vers le bas, donc :

$$-(m + M)g + T_2 = -(m + M)a_2$$

soit :

$$T_2 = (m + M)(g - a_2)$$

Numériquement, avec $m = 70 \text{ kg}$, $M = 200 \text{ kg}$, $g = 9,8 \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1}$ et $a_2 = 1,2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$, nous obtenons :

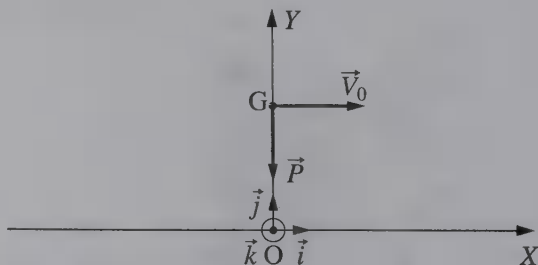
$$T_2 = 2,3 \times 10^3 \text{ N}$$

B. Questions relatives à la deuxième phase du saut

1. Remarque : L'énoncé nous dit que durant cette phase le sauteur est en chute libre, cela signifie qu'il n'est soumis qu'à son poids.

Lors de la phase de saut proprement dite, la personne n'est soumise qu'à son poids $\vec{P} = m\vec{g}$ puisque les frottements de l'air sont négligés et qu'il nous est précisé dans l'énoncé que l'élastique n'a alors aucune action sur la personne.

2. Remarque : Nous noterons G le centre d'inertie du sauteur.



Utilisons la deuxième loi de Newton (où théorème du centre d'inertie) :

$$\vec{P} = m\vec{a}_G.$$

D'où, en projetant cette relation sur les axes du repère $(O ; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, nous obtenons :

$$\vec{a}_G \begin{cases} a_x = \frac{P_x}{m} \\ a_y = \frac{P_y}{m} \\ a_z = \frac{P_z}{m} \end{cases}$$

Or $\vec{P} = P_y \vec{j}$ avec $P_y = -P = -mg$

d'où

$$\vec{a}_G \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \\ a_z = 0 \end{cases}$$

Intégrons par rapport au temps pour obtenir les coordonnées du vecteur vitesse $\vec{V}_G$:

$$\vec{V}_G \begin{cases} V_x = V_{x_0} \\ V_y = -gt + V_{y_0} \\ V_z = V_{z_0} \end{cases}$$

Or à $t = 0$ s, $\vec{V}_G = \vec{V}_0 = V_0 \vec{i}$

donc

$$\vec{V}_0 \begin{cases} V_{x_0} = V_0 \\ V_{y_0} = 0 \\ V_{z_0} = 0 \end{cases}$$

et finalement

$$\vec{V}_G \begin{cases} V_x = V_0 \\ V_y = -gt \\ V_z = 0 \end{cases}$$

Une nouvelle intégration donne les coordonnées du vecteur position $\vec{OG}$:

$$\vec{OG} \begin{cases} x = V_0 t + x_0 \\ y = -\frac{1}{2} g t^2 + y_0 \\ z = z_0 \end{cases}$$

Or à $t = 0$ s, le sauteur est au point A,

donc

$$\overrightarrow{OA} \begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = Y_A \\ z_0 = 0 \end{cases}$$

et finalement

$$\overrightarrow{OG} \begin{cases} x = V_0 t \\ y = -\frac{1}{2} g t^2 + Y_A \\ z = 0 \end{cases} \quad (1)$$

L'équation (1) permet d'écrire $t = \frac{x}{V_0}$, que nous introduisons dans la relation (2) pour obtenir l'équation de la trajectoire :

$$y = -\frac{g}{2V_0^2} x^2 + Y_A$$

3. Le théorème de l'énergie cinétique appliqué au sauteur s'écrit :

$$\Delta E_{c_{A \rightarrow B'}} = \sum W(\vec{F}_{\text{extérieures}})_{A \rightarrow B'}$$

$$\text{donc : } \frac{1}{2} m V_{B'}^2 - \frac{1}{2} m V_A^2 = W(\vec{P})_{A \rightarrow B'} = mg(Y_A - Y_{B'}) > 0$$

le travail du poids est moteur.

$$\text{Or } V_A = V_0, \text{ donc } V_{B'} = \sqrt{2g(Y_A - Y_{B'}) + V_0^2}.$$

Numériquement, avec $Y_A = 60 \text{ m}$, $Y_{B'} = 50 \text{ m}$, $g = 9,8 \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1}$ et $V_0 = 0,10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, nous obtenons :

$$V_{B'} = 14 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

4. Les points B et B' sont à la même altitude puisque $Y_B = Y_{B'} = 50 \text{ m}$. La distance BB' s'exprime alors ainsi :

$$BB' = \sqrt{(X_{B'} - X_B)^2} = |X_{B'}| \text{ puisque } X_B = 0 \text{ m}.$$

Le point B' est un point de la trajectoire du sauteur donc ses coordonnées vérifient l'équation de la trajectoire obtenue au **B. 2.**,

soit :

$$Y_{B'} = -\frac{g}{2V_0^2} X_{B'}^2 + Y_A, \text{ ce qui conduit à } X_{B'} = V_0 \sqrt{\frac{2(Y_A - Y_{B'})}{g}}.$$

Numériquement, avec $V_0 = 0,10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, $Y_A = 60 \text{ m}$, $Y_{B'} = 50 \text{ m}$ et $g = 9,8 \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1}$, nous obtenons $X_{B'} = 0,14 \text{ m}$, et par suite :

$$\boxed{BB' = 0,14 \text{ m}}$$

Nous voyons donc que pour une hauteur de chute verticale $AB = 10 \text{ m}$, le sauteur n'a dévié horizontalement que de $BB' = 14 \text{ cm}$, ce qui nous permet de considérer que la chute est quasi verticale.

C. Questions relatives à la troisième phase du saut

1. Le sauteur effectue des oscillations libres puisque aucun dispositif extérieur ne le force à osciller. Nous pouvons également dire que ces oscillations sont amorties, puisqu'après quatre allers et retours le sauteur finit par s'immobiliser.

2. La durée d'un aller et retour, ou d'une oscillation, correspond à la pseudo-période T du sauteur.

Sachant qu'il effectue quatre allers et retours en 34 s avant de s'immobiliser, nous en déduisons que :

$$T = \frac{34}{4} = 8,5 \text{ s}.$$

En assimilant la pseudo-période T à la période propre T_0 , nous en déduisons la constante de raideur k de l'élastique :

$$k = \frac{4\pi^2 m}{T_0^2}.$$

Avec $m = 70 \text{ kg}$ et $T_0 = 8,5 \text{ s}$, nous obtenons :

$$\boxed{k = 38 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}}$$

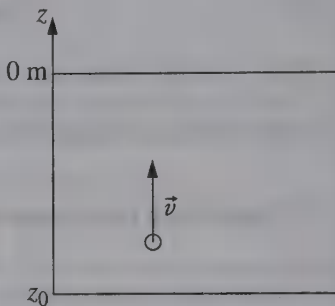
S U J E T

Bulle d'air dans une piscine

Un plongeur au fond d'une piscine, de profondeur $z_0 = -3,0$ m, produit une petite bulle d'air à l'instant $t = 0$ s. La bulle sera supposée sphérique dans tout l'exercice.

Initialement, la bulle a un rayon $r(z_0) = r_0 = 0,50$ mm.

La température de l'eau et de l'air de la bulle est constante : $T_0 = 300$ K.



La pression de l'eau de la piscine varie en fonction de la profondeur z selon la relation de la statique des fluides :

$$P_{\text{eau}}(z) = P_{\text{atm}} - \rho g z$$

avec :

$P_{\text{atm}} = 1,0 \times 10^5$ Pa, la pression à la surface de l'eau ($z = 0$ m) ;

$\rho = 1,0 \times 10^3$ kg $\cdot$ m $^{-3}$, la masse volumique de l'eau ;

$g = 9,8$ m $\cdot$ s $^{-2}$, l'intensité de la pesanteur.

La pression de l'air dans la bulle est toujours égale à la pression de l'eau à la même profondeur.

On donne la constante des gaz parfaits : $R = 8,314$ S.I.

1. En faisant l'hypothèse que l'air de la bulle se comporte comme un gaz parfait, déterminer l'expression du rayon de la bulle $r(z)$ en fonction de la profondeur.

2. Calculer la quantité de matière n_{air} d'air contenue dans la bulle.

3. Calculer le rayon de la bulle lorsqu'elle va finalement atteindre la surface. On néglige la variation du rayon de la bulle, si cette variation est inférieure à 10 % (en valeur absolue) de la valeur initiale.

Peut-on la négliger ?

4. Si l'air a une masse molaire de $M(\text{air}) = 29$ g $\cdot$ mol $^{-1}$, calculer la masse m de la bulle, puis donner les caractéristiques du poids $\vec{P}$ de la bulle.

5. Donner les caractéristiques de la poussée d'Archimède $\vec{F}_A$ qui s'applique sur la bulle en fonction du rayon r_0 de la bulle.

6. La bulle est également soumise à une force de frottement fluide de la forme $f = -6\pi \cdot \eta \cdot r_0 \cdot v$, avec la viscosité de l'eau $\eta = 1,0 \times 10^{-3} \text{ Pa} \cdot \text{s}$, le rayon de la bulle r_0 (en mètre) et le vecteur vitesse v de la bulle.

a) Placer, sur un schéma, les forces qui s'appliquent sur la bulle.

b) Le mouvement de la bulle étant vertical, établir l'équation différentielle régissant la vitesse verticale v de la bulle en fonction du temps.

7. On montre que la vitesse $v(t)$ est de la forme :

$$v(t) = v_\ell \cdot (1 - e^{-t/\tau}).$$

Sachant que $A + Be^X$ est nulle pour toutes valeurs de X si $A = B = 0$, déterminer les valeurs de v_ℓ et de τ telles que l'expression proposée de v soit solution.

8. Quelle vitesse maximale la bulle va-t-elle atteindre ?

CORRIGÉ

1. Remarque : Attention au signe de z , l'origine de l'axe se trouve au niveau de la surface de l'eau.

La bulle étant supposée sphérique, son volume $V(z)$ s'exprime par :

$$V(z) = \frac{4\pi}{3} r^3(z). \quad (1)$$

Or, si on assimile l'air de la bulle à un gaz parfait, son volume s'exprime grâce à la loi des gaz parfaits par :

$$V(z) = \frac{n_{\text{air}} RT_0}{P(z)}$$

avec $P(z) = P_{\text{atm}} - \rho g z$, puisque la pression de l'air de la bulle est toujours égale à la pression de l'eau à la même profondeur.

Soit

$$V(z) = \frac{n_{\text{air}} RT_0}{P_{\text{atm}} - \rho g z}. \quad (2)$$

En rapprochant les relations (1) et (2), nous obtenons finalement :

$$V(z) = \frac{4\pi}{3} r^3(z) = \frac{n_{\text{air}} R T_0}{P_{\text{atm}} - \rho g z} \quad (3)$$

soit :

$$r(z) = \sqrt[3]{\frac{3 n_{\text{air}} R T_0}{4\pi (P_{\text{atm}} - \rho g z)}} \quad (4)$$

2. La relation (3) établie au 1. nous permet de calculer la quantité de matière d'air contenue dans la bulle puisque :

$$n_{\text{air}} = \frac{4\pi (P_{\text{atm}} - \rho g z) r^3(z)}{3 R T_0}.$$

Nous pouvons alors calculer cette grandeur quand la bulle se trouve en z_0 . Numériquement :

avec $g = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$, $\rho = 1,0 \times 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$, $z_0 = -3,0 \text{ m}$,

$R = 8,314 \text{ S.I.}$, $P_{\text{atm}} = 1,0 \times 10^5 \text{ Pa}$, $r(z_0) = 0,50 \times 10^{-3} \text{ m}$

et $T_0 = 300 \text{ K}$, nous obtenons :

$$n_{\text{air}} = 2,7 \times 10^{-8} \text{ mol}$$

3. **Remarque :** Le volume de la bulle augmente lors de la remontée puisque la pression exercée par l'eau diminue. Nous attendons donc une valeur de rayon plus importante que $r(z_0)$ pour la bulle en surface.

Utilisons la relation (4) du 1. en prenant $z = 0$, donc :

$$r(0) = \sqrt[3]{\frac{3 n_{\text{air}} R T_0}{4\pi P_{\text{atm}}}}$$

soit avec $n_{\text{air}} = 2,7 \times 10^{-8} \text{ mol}$, $R = 8,314 \text{ S.I.}$, $P_{\text{atm}} = 1,0 \times 10^5 \text{ Pa}$ et $T_0 = 300 \text{ K}$:

$$r(0) = 5,4 \times 10^{-4} \text{ m} = 0,54 \text{ mm}$$

Ceci est conforme à nos prévisions puisque $r(0) > r(z_0)$.

Le rayon de la bulle augmente lors de la remontée jusqu'à atteindre $0,54 \text{ mm}$.

Ceci correspond à une variation relative de :

$$\frac{r(0) - r(z_0)}{r(z_0)} = 8,0 \times 10^{-2}, \text{ soit } 8 \% \text{ de la valeur initiale.}$$

Cette variation du rayon de la bulle étant inférieure à 10 % nous pourrions la négliger dans la suite de l'exercice et considérer que le rayon de la bulle reste constamment égal à $r(0) = r(z_0) = 0,50 \text{ mm}$. Il en sera donc de même pour son volume $V_0 = V(z_0) = \text{cte}$.

4. Remarque : La quantité de matière d'air contenue dans la bulle ne change pas au cours de la remontée.

La masse d'air m contenue dans la bulle s'exprime par :

$$m = n_{\text{air}} M(\text{air}).$$

Numériquement, avec $M(\text{air}) = 29 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$ et $n_{\text{air}} = 2,7 \times 10^{-8} \text{ mol}$,

nous trouvons : $m = 7,8 \times 10^{-7} \text{ g} = 7,8 \times 10^{-10} \text{ kg}$

Le poids de la bulle vaut $P = mg$, soit avec $g = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$:

$$P = 7,6 \times 10^{-9} \text{ N}$$

Cette force est appliquée au centre de la bulle, elle est dirigée verticalement et vers le bas.

5. La bulle d'air est immergée dans un fluide (ici de l'eau), elle subit donc de la part de celui-ci une force $\vec{F}_A$, appelée poussée d'Archimède, appliquée à son centre d'inertie, verticale et dirigée vers le haut. Sa valeur est égale au poids du volume de fluide déplacé par la bulle d'air, soit ici :

$$F_A = \rho V_0 g$$

donc :

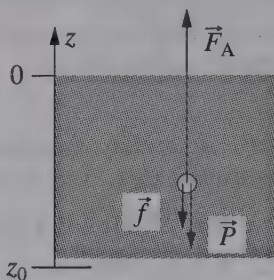
$$F_A = \frac{4\pi}{3} \rho g r_0^3$$

Numériquement, avec $g = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ et $\rho = 1,0 \times 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ et $r_0 = 0,50 \times 10^{-3} \text{ m}$, nous obtenons :

$$F_A = 5,1 \times 10^{-6} \text{ N}$$

L'intensité de la poussée d'Archimède étant plus importante que celle du poids de la bulle d'air, il est cohérent d'observer une remontée de la bulle.

6. a) L'expression de la force de frottement fluide $\vec{f}$ montre que celle-ci a la même direction que le vecteur vitesse $\vec{v}$ mais est de sens opposé. Le schéma suivant représente l'ensemble des forces extérieures appliquées à la goutte.



b) Appliquons la deuxième loi de Newton (où théorème du centre d'inertie) au centre d'inertie de la bulle d'air dont nous étudions le mouvement dans le référentiel terrestre supposé galiléen :

$$\vec{P} + \vec{F}_A + \vec{f} = m\vec{a}.$$

En projetant cette relation sur l'axe (Oz) nous obtenons :

$$P_z + F_{Az} + f_z = ma_z$$

soit

$$P_z + F_{Az} - 6\pi\eta r_0 v_z = ma_z$$

mais comme

$$a_z = \frac{dv_z}{dt} = \dot{v}_z$$

alors

$$-mg + \frac{4\pi}{3} \rho g r_0^3 - 6\pi\eta r_0 v_z = m\dot{v}_z$$

soit

$$\dot{v}_z + \frac{6\pi\eta r_0}{m} v_z + g - \frac{4\pi}{3} \frac{\rho g r_0^3}{m} = 0$$

et finalement : $\dot{v}_z + \frac{6\pi\eta r_0}{m} v_z + g \left(1 - \frac{4\pi}{3} \frac{\rho r_0^3}{m}\right) = 0.$

Mais le vecteur vitesse $\vec{v}$ étant toujours dirigé verticalement et vers le haut, alors $v_z = v$, d'où l'équation différentielle :

$$\dot{v} + \frac{6\pi\eta r_0}{m} v + g \left(1 - \frac{4\pi}{3} \frac{\rho r_0^3}{m}\right) = 0$$

7. La fonction $v = v_1 \left(1 - \exp \left(-\frac{t}{\tau} \right) \right)$ est solution de l'équation différentielle, et sa dérivée par rapport au temps vaut $\dot{v} = \frac{v_1}{\tau} \exp \left(-\frac{t}{\tau} \right)$.

Remplaçons maintenant v et $\dot{v}$ par leur expression dans l'équation différentielle obtenue, nous avons alors :

$$\frac{v_1}{\tau} \exp \left(-\frac{t}{\tau} \right) + \frac{6\pi\eta r_0}{m} v_1 \left(1 - \exp \left(-\frac{t}{\tau} \right) \right) + g \left(1 - \frac{4\pi}{3} \frac{\rho r_0^3}{m} \right) = 0$$

soit, en regroupant les termes contenant une exponentielle :

$$g \left(1 - \frac{4\pi}{3} \frac{\rho r_0^3}{m} \right) + \frac{6\pi\eta r_0}{m} v_1 + v_1 \left(\frac{1}{\tau} - \frac{6\pi\eta r_0}{m} \right) \exp \left(-\frac{t}{\tau} \right) = 0.$$

Cette équation est de la forme $A + B \exp X = 0$ avec :

$$A = g \left(1 - \frac{4\pi}{3} \frac{\rho r_0^3}{m} \right) + \frac{6\pi\eta r_0}{m} v_1, \quad B = v_1 \left(\frac{1}{\tau} - \frac{6\pi\eta r_0}{m} \right) \quad \text{et} \quad X = -\frac{t}{\tau}.$$

Or, l'énoncé nous dit que l'expression $A + B \exp X$ est nulle pour toutes valeurs de X si $A = B = 0$, ce qui implique ici que :

$$A = g \left(1 - \frac{4\pi}{3} \frac{\rho r_0^3}{m} \right) + \frac{6\pi\eta r_0}{m} v_1 = 0$$

soit :

$$v_1 = \frac{mg}{6\pi\eta r_0} \left(\frac{4\pi}{3} \frac{\rho r_0^3}{m} - 1 \right)$$

et

$$B = v_1 \left(\frac{1}{\tau} - \frac{6\pi\eta r_0}{m} \right) = 0$$

soit :

$$v_1 = 0$$

ou

$$\tau = \frac{m}{6\pi\eta r_0}$$

Remarque : La solution $v_1 = 0$ signifie que la bulle d'air reste immobile, ce qui ne correspond pas à la réalité physique que nous décrivons. Néanmoins, cette situation correspond au cas où la bulle se trouve immobile à une profondeur telle que son poids compense exactement la poussée d'Archimède qu'elle subit.

Numériquement, avec $m = 7,8 \times 10^{-10} \text{ kg}$, $\eta = 10^{-3} \text{ Pa} \cdot \text{s}$ et $r_0 = 0,50 \times 10^{-3} \text{ m}$, nous obtenons :

$$\tau = 8,3 \times 10^{-5} \text{ s} = 83 \text{ } \mu\text{s}$$

Et avec $g = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$, $\rho = 1,0 \times 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$, $m = 7,8 \times 10^{-10} \text{ kg}$, $\eta = 10^{-3} \text{ Pa} \cdot \text{s}$ et $r_0 = 0,50 \times 10^{-3} \text{ m}$, nous obtenons :

$$v_1 = 0,54 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

8. La vitesse maximale de la bulle s'obtient mathématiquement en faisant tendre t vers l'infini dans l'expression $v = v_1 \left(1 - \exp \left(-\frac{t}{\tau} \right) \right)$, puis-que lorsque $t \rightarrow +\infty$, alors $v(t) \rightarrow v_1$.

La vitesse maximale de la bulle est donc de $0,54 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

Dans ce cas, la bulle remonte en ligne droite, à vitesse constante. Elle constitue, en vertu de la réciproque du principe d'inertie (ou première loi de Newton), un système pseudo-isolé.

Lorsque cette vitesse est atteinte, la relation $\vec{P} + \vec{F}_A + \vec{f} = \vec{0}$ est vérifiée.

Mouvements des planètes et des satellites

23

GUADELOUPE-GUYANE-MARTINIQUE
SEPTEMBRE 2002

6 POINTS

S U J E T

Le système mondial des satellites météorologiques opérationnels

Sur Internet, le site d'Eumetsat donne la définition suivante de ce système de satellites : « ... une constellation [synonyme : ensemble ou groupe] d'au moins cinq satellites espacés régulièrement autour de l'équateur en orbite géostationnaire et au minimum deux satellites quasi polaires... »

Les satellites des deux familles citées ayant des orbites circulaires, nous allons commencer par définir les caractéristiques générales des mouvements circulaires des satellites terrestres, puis nous examinerons les caractéristiques propres aux deux familles.

► Données

- Terre :
 - supposée parfaitement sphérique de centre O ;
 - masse $M_T = 5,98 \times 10^{24} \text{ kg}$;
 - rayon $R_T = 6\,380 \text{ km}$;
 - période du mouvement d'ouest en est, autour de l'axe des pôles : $T_T = 86\,164 \text{ s}$.
- Satellite :
 - centre d'inertie S ;
 - masse m telle que $m \ll M_T$;
 - altitude h .
- Constante de gravitation universelle :
 $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$.

Partie 1 : Caractéristiques générales des mouvements circulaires des satellites

① Force(s) mise(s) en jeu

a) Quelles sont les actions négligées lorsqu'un satellite est supposé soumis à la seule attraction gravitationnelle de la Terre (ce que nous admettrons dans la suite de l'exercice) ?

b) Quelles hypothèses fait-on sur la répartition de la masse de la Terre et sur la taille du satellite quand l'intensité de la force d'attraction a pour

expression : $F_{T/S} = \frac{G \times M_T \times m}{(R_T + h)^2}$?

c) Faire un schéma clair représentant la Terre, le satellite et sa trajectoire ainsi que la force de gravitation exercée par la Terre sur le satellite.

② Grandeurs cinématiques

a) Par rapport à quel référentiel considéré comme galiléen le satellite est-il animé d'un mouvement circulaire ? Montrer que le satellite a une accélération centripète et un mouvement uniforme.

b) En déduire l'expression suivante donnant la vitesse linéaire :

$$v = \sqrt{\frac{G \times M_T}{R_T + h}}$$

d) Retrouver la troisième loi de Kepler (relation liant le carré de la période de révolution et le cube du rayon r de l'orbite circulaire : $T^2/r^3 = \text{constante}$) en utilisant l'expression de v établie à la question précédente.

③ Énergie potentielle d'interaction gravitationnelle E_p (analyse dimensionnelle). L'énergie potentielle d'interaction gravitationnelle entre deux objets de masse m et M situés à la distance r l'un de l'autre augmente avec r et a même dimension que le travail d'une force. Choisir parmi les expressions suivantes celle qui convient pour E_p après justification.

Hypothèse	a	b	c	d
Expression	$G \times M \times m \times r$	$-\left(\frac{G \times M \times m}{r}\right)$	$\frac{G \times M \times m}{r}$	$-(G \times M \times m \times r)$

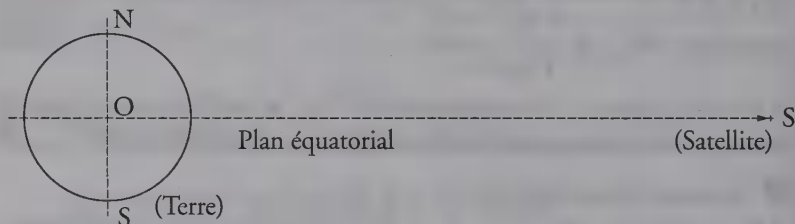
Partie 2 : Caractéristiques propres aux satellites météorologiques opérationnels

① Les satellites géostationnaires évoluent dans le plan équatorial à une altitude d'environ 35 800 km et restent à la verticale d'un point fixe de la surface terrestre.

a) Quel est le mouvement d'un satellite géostationnaire par rapport au référentiel terrestre ?

b) Donner dans le référentiel galiléen d'étude les caractéristiques de la vitesse angulaire d'un satellite géostationnaire.

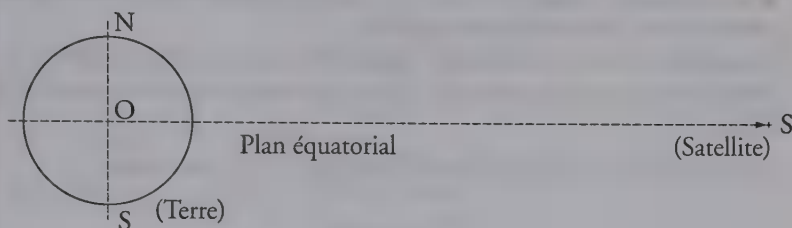
c) Le schéma ci-dessous est reproduit en **annexe** (le schéma n'est pas à l'échelle pour les distances R_T et OS).



Montrer géométriquement qu'il n'est pas possible d'observer les régions polaires depuis un satellite géostationnaire en complétant le schéma de la feuille annexe. Établir que le parallèle nord ($+81,3^\circ$) et le parallèle sud ($-81,3^\circ$) séparent les zones observables ou non observables.

② Les satellites quasi polaires ont des orbites très inclinées par rapport au plan de l'équateur, ils survolent donc des régions situées à proximité des pôles du globe terrestre.

En utilisant la 3^e loi de Kepler, indiquer à quelle altitude doit évoluer un satellite quasi polaire dont la période de révolution est de 103 minutes ?



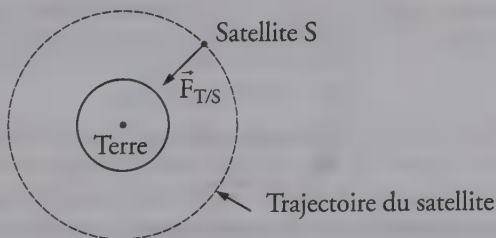
CORRIGÉ

Partie 1 : Caractéristiques générales des mouvements circulaires des satellites

1 a) Dans tout l'exercice nous négligerons l'action de l'air sur le satellite, ainsi que l'attraction gravitationnelle exercée par la Lune et les autres astres devant la force d'attraction gravitationnelle exercée par la Terre.

b) Pour que l'intensité de la force d'attraction $\vec{F}_{T/S}$ ait pour expression celle fournie dans l'énoncé, la Terre doit être considérée comme un corps à répartition sphérique de masse et le satellite doit être assimilé à un objet ponctuel.

c) Le satellite a un mouvement circulaire autour de la Terre et subit la seule force d'attraction gravitationnelle exercée par celle-ci, d'où le schéma demandé :



2 a) Le satellite est animé d'un mouvement circulaire dans le référentiel géocentrique considéré comme galiléen.

Dans le référentiel géocentrique, le satellite, qui constitue le système de l'étude, est uniquement soumis à la force d'attraction gravitationnelle de la Terre $\vec{F}_{T/S}$.

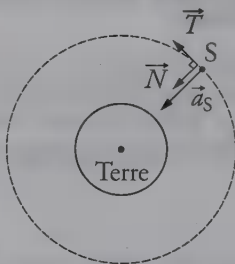
L'application de la deuxième loi de Newton à ce système donne :

$$\vec{F}_{T/S} = m\vec{a}_S$$

donc :

$$\vec{a}_S = \frac{\vec{F}_{T/S}}{m} \quad (1)$$

Le vecteur accélération du système a donc la même direction que le vecteur force $\vec{F}_{T/S}$ et le même sens puisque $m > 0$. L'accélération du satellite est donc centripète.



Ce vecteur accélération peut s'exprimer dans le repère de Frenet ($S ; \vec{T}, \vec{N}$) selon :

$$\vec{a}_S = \frac{dv}{dt} \vec{T} + \frac{v^2}{r} \vec{N} \quad (2)$$

où r est le rayon du cercle qui constitue la trajectoire, soit ici $r = R_T + h$, et v la vitesse du satellite.

Or, nous venons de montrer que le vecteur accélération est centripète ce qui implique que sa composante tangentielle dans le repère de Frenet est nulle, d'où :

$$\frac{dv}{dt} = 0 \text{ soit } v = \text{cte}$$

Le mouvement du satellite est donc uniforme.

b) L'égalisation des relations (1) et (2) conduit à :

$$\frac{\vec{F}_{T/S}}{m} = \frac{v^2}{R_T + h} \vec{N}$$

soit en égalisant les normes : $\frac{GM_T}{(R_T + h)^2} = \frac{v^2}{R_T + h}$.

L'expression de la vitesse linéaire est donc :

$$v = \sqrt{\frac{GM_T}{R_T + h}}$$

c) Le cercle qui représente la trajectoire a un périmètre égal à $2\pi r$, avec $r = R_T + h$, que le satellite parcourt à la vitesse constante v . La durée d'une révolution du satellite autour de la Terre correspond à sa période de révolution T . Elle s'exprime par :

$$T = \frac{2\pi r}{v}$$

En remplaçant v par l'expression obtenue au b) nous trouvons :

$$T = 2\pi r \sqrt{\frac{r}{GM_T}} \quad \text{soit} \quad T^2 = \frac{4\pi^2 r^3}{GM_T}$$

donc finalement :

$$\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{GM_T} = \text{cte}$$

3 Cherchons tout d'abord la dimension du travail W d'une force F :

$$[W] = [F \cdot d] = [ma \cdot d] = M \times L \times T^{-2} \times L = M \times L^2 \times T^{-2}$$

L'énoncé indique que l'énergie potentielle d'interaction gravitationnelle a cette même dimension, à savoir celle d'une masse que multiplie une longueur au carré et que divise un temps au carré.

En considérant l'unité de la constante gravitationnelle G donnée dans l'énoncé nous pouvons en déduire sa dimension :

$$[G] = L^3 \times M^{-1} \times T^{-2}.$$

Nous remarquons aussi que, parmi les quatre expressions proposées, certaines ne diffèrent que par leur signe, ce qui n'a aucune incidence sur la dimension de l'expression. Ainsi, nous n'effectuerons une analyse dimensionnelle que sur les expressions des hypothèses a et c :

Hypothèse a :

$$[GMmr] = L^3 \times M^{-1} \times T^{-2} \times M \times M \times L = M \times L^4 \times T^{-2}$$

Hypothèse c :

$$\left[\frac{GMm}{r} \right] = L^3 \times M^{-1} \times T^{-2} \times M \times M \times L^{-1} = M \times L^2 \times T^{-2}$$

Nous pouvons alors exclure les expressions des hypothèses **a** et **d** pour l'énergie potentielle d'interaction puisqu'elles n'ont pas la dimension du travail d'une force.

De plus, l'énoncé indique que l'énergie potentielle d'interaction gravitationnelle augmente avec r ce qui permet d'exclure l'hypothèse **c** et d'en conclure que :

$$E_p(r) = - \frac{GMm}{r}$$

Partie 2 : Caractéristiques propres aux satellites météorologiques opérationnels

① a) Puisqu'un satellite géostationnaire reste à la verticale d'un point fixe sur la surface de la Terre, le satellite est donc immobile dans le référentiel terrestre.

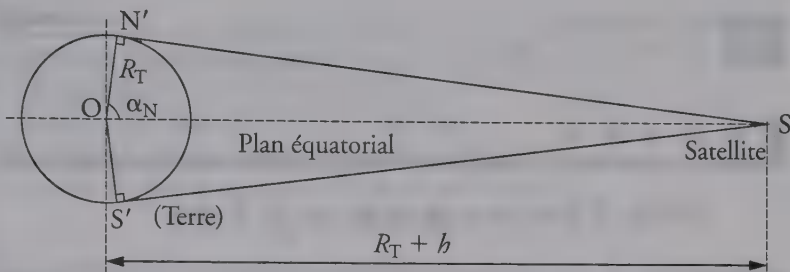
b) Calculons la vitesse angulaire ω du satellite géostationnaire dans le référentiel géocentrique :

$$\omega = \frac{2\pi}{T_T}$$

Avec $T_T = 86\,164$ s nous obtenons :

$$\omega = 7,29 \times 10^{-5} \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$$

c) Puisque la lumière se propage en ligne droite, si on considère que les milieux traversés sont homogènes et transparents, elle ne peut pas parvenir au satellite S en partant depuis les pôles. Les dernières zones observables par le satellite se situent au niveau des parallèles passant par les points N' et S'. En effet, les rayons lumineux qui arrivent au satellite S sont tangents à la surface de la Terre en ces deux points.



Nous observons que le triangle $SN'O$ est rectangle en N' donc :

$$\cos \alpha_N = \frac{ON'}{OS} = \frac{R_T}{R_T + h}.$$

Avec $R_T = 6\,380$ km et $R_T + h = 6\,380 + 35\,800 = 42\,180$ km, nous calculons :

$$\cos \alpha_N = 0,151 \text{ soit } \alpha_N = 81,3^\circ$$

Cet angle représente la latitude du parallèle nord.

Par des considérations de symétrie, et en orientant positivement les angles dans le sens trigonométrique, nous obtenons :

$$\alpha_S = -81,3^\circ$$

2 Déterminons l'altitude h à laquelle doit évoluer un satellite quasi polaire en utilisant la troisième loi de Kepler :

$$\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{GM_T} \text{ donc } r^3 = \frac{T^2 GM_T}{4\pi^2} \text{ soit } r = \sqrt[3]{\frac{T^2 GM_T}{4\pi^2}}$$

d'où en posant $r = R_T + h$, nous obtenons :

$$h = \sqrt[3]{\frac{T^2 GM_T}{4\pi^2}} - R_T$$

Avec $T = 103 \times 60 = 6,18 \times 10^3$ s, $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$, $M_T = 5,98 \times 10^{24}$ kg et $R_T = 6\,380 \times 10^3$ m, nous calculons :

$$h = 9,00 \times 10^5 \text{ m} = 900 \text{ km}$$

S U J E T

1969 : L'homme marche sur la Lune

Document

D'après un article de la *Revue du Palais de la Découverte*

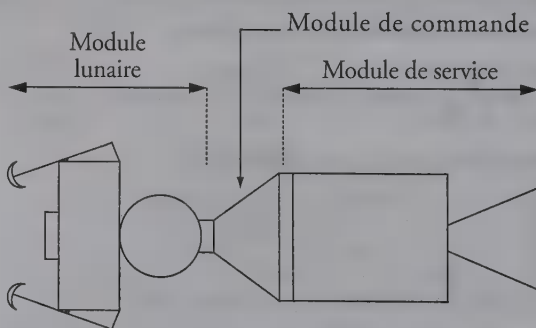
Le 21 juillet 1969 à 3 h 56 min (heure française), Armstrong est le premier homme à poser le pied sur la Lune : c'est la mission Apollo XI.

Parti de la Terre le 16 juillet avec trois astronautes à bord, Apollo XI se satellise autour de la Lune le 19 juillet sur une orbite circulaire à 100 km d'altitude.

Apollo XI comprend trois parties (schéma ci-après) : un module de service (masse 24 tonnes), un module de commande (6 tonnes) et le module lunaire ou LEM (15 tonnes).

Le 20 juillet Armstrong et Aldrin quittent Collins (qui reste en orbite dans le module de commande) et se glissent dans le module lunaire. Le LEM se sépare du module de commande et commence à descendre vers la Lune : juste avant le contact, à 20 m du sol, sa vitesse n'est plus que de 1,5 km/h par rapport au sol ; il se pose à 21 h 17 min.

Armstrong sortira après quelques heures de travail préparatoire et de vérifications.



On se propose d'étudier l'orbite lunaire d'Apollo XI et la descente du LEM. On ne s'intéresse qu'au mouvement des centres d'inertie du vaisseau et du LEM.

► Données

- Absence d'atmosphère sur la Lune.
- Rayon lunaire : $R_L = 1,74 \times 10^3 \text{ km}$.
- Masse de la Lune : $M = 7,35 \times 10^{22} \text{ kg}$
(répartition de masse supposée à symétrie sphérique).
- Valeur du champ de gravitation sur le sol lunaire :

$$g_L = 1,62 \text{ m} \times \text{s}^{-2}.$$

- Constante de gravitation universelle :

$$G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ unité SI}.$$

On négligera l'influence de la Terre et du Soleil sur les objets étudiés au voisinage de la Lune.

L'étude sera faite par rapport à un référentiel défini par le centre de la Lune et trois étoiles « fixes ».

Ce référentiel sera considéré comme galiléen.

A. Étude de l'orbite d'Apollo XI

1. a) Écrire l'expression de la valeur de la force subie par un vaisseau de masse m au voisinage de la Lune à l'altitude h ; préciser les unités des grandeurs utilisées (sauf celle de G).

b) Sur un schéma clair où apparaîtra la Lune, représenter la force subie par le vaisseau en orbite ainsi que la direction du vecteur vitesse de ce vaisseau.

2. a) Établir l'expression de la valeur de l'accélération du vaisseau en fonction des données.

b) La valeur de l'accélération dépend-elle de la masse de l'objet en orbite ?

c) Représenter le vecteur accélération sur le schéma précédent.

3. On rappelle que l'orbite d'Apollo XI est circulaire.

a) Démontrer que le mouvement de son centre d'inertie C est uniforme.

b) Établir l'expression de la vitesse de C.

Dépend-elle de la masse m ?

c) En déduire l'expression de la période de révolution T d'Apollo XI sur son orbite lunaire.

d) Calculer numériquement la vitesse de C et la période T ; on rappelle que $h = 100 \text{ km}$.

4. Quel est le mouvement du LEM par rapport à Apollo XI, entre l'instant où on enlève ses attaches avec le reste du vaisseau et l'instant où on allume les moteurs pour amorcer la descente ?

B. Étude de la descente du LEM sur la Lune

L'étude menée dans la partie A montre que le LEM, en orbite circulaire, ne peut pas quitter cette orbite sous l'action de la seule force de gravitation lunaire. Sa descente sur la Lune ne peut donc s'effectuer que sous l'action de forces supplémentaires.

1. À quoi sont dues ces forces :

- à un (ou des) parachute(s) ?
- à des moteurs fusées (exerçant une force résultante de même sens que la vitesse) ?
- à des rétrofusées (exerçant une force résultante de sens contraire à la vitesse) ?

Justifier la réponse.

2. La masse du LEM varie au cours de la descente. Dans quel sens et pourquoi ?

C O R R I G É

A. Étude de l'orbite d'Apollo XI

Remarque : Dans tout le problème, le centre d'inertie du LEM sera noté C. Le vaisseau se trouve à une altitude $r = R_L + h$.

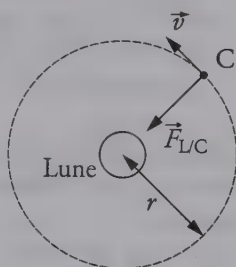
1. a) Un vaisseau au voisinage de la Lune est soumis à la force d'attraction gravitationnelle exercée par celle-ci :

$$F_{L/C} = G \frac{Mm}{(R_L + h)^2} = G \frac{Mm}{r^2}$$

où les masses M et m sont exprimées en kilogramme et les distances R_L et h en mètre.

b) La force gravitationnelle subie par le vaisseau est une force radiale centripète et le vecteur vitesse $\vec{v}$ du vaisseau est tangent à la trajectoire de celui-ci, qui d'après le texte est un cercle.

Le schéma demandé est donc :



Rien ne permet de préciser le sens de $\vec{v}$, le choix est arbitraire.

2. a) Utilisons la deuxième loi de Newton (ou théorème du centre d'inertie) appliquée au vaisseau dans le référentiel défini par l'énoncé. Le système n'est soumis qu'à la force gravitationnelle, d'où :

$$\vec{F}_{L/C} = m\vec{a}_C$$

alors

$$\vec{a}_C = \frac{\vec{F}_{L/C}}{m}.$$

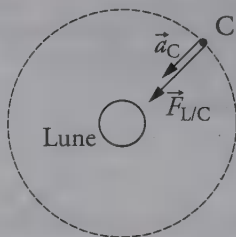
L'expression de la valeur de l'accélération du vaisseau est donc :

$$a_C = \frac{F_{L/C}}{m} = G \frac{M}{r^2} \quad (1)$$

b) L'expression (1) montre que la valeur de l'accélération ne dépend pas de la masse m de l'objet en orbite, ce terme n'apparaissant pas dans la relation après simplification.

c) Nous avons établi au 2. a) que $\vec{a}_C = \frac{\vec{F}_{L/C}}{m}$ donc le vecteur accélération a la même direction et le même sens (car $m > 0$) que la force $\vec{F}_{L/C}$.

En revanche $a_C < F_{L/C}$ car $m > 1$, d'où le schéma demandé :



3. a) Le vecteur accélération $\vec{a}_C$ peut s'exprimer dans le repère de Frenet (C ; $\vec{T}$, $\vec{N}$). Nous obtenons :

$$\vec{a}_C = \frac{dv}{dt} \vec{T} + \frac{v^2}{r} \vec{N} \quad (2)$$

Or nous venons de déterminer que le vecteur accélération est radial et centripète, sa composante tangentielle dans le repère de Frenet est donc nulle, alors :

$$\frac{dv}{dt} = 0 \text{ ce qui implique } \boxed{v = \text{cte}}$$

Le mouvement du centre d'inertie C est donc uniforme.

b) Continuons d'exploiter la relation (2), nous avons :

$$\vec{a}_C = \frac{v^2}{r} \vec{N} \text{ mais aussi, d'après (1), } \vec{a}_C = G \frac{M}{r^2} \vec{N}.$$

En égalisant les normes, nous obtenons : $\frac{v^2}{r} = G \frac{M}{r^2}$ ce qui conduit à :

$$\boxed{v = \sqrt{\frac{GM}{r}}}$$

La valeur de la vitesse est également indépendante de la masse m de l'objet en orbite.

c) La période de révolution T d'Apollo XI est le temps mis pour qu'il effectue un tour complet autour de la Lune, donc pour qu'il parcoure la distance $2\pi r$. La vitesse étant constante, nous avons :

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi r}{\sqrt{\frac{GM}{r}}}$$

Soit :

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{r^3}{GM}}$$

d) Numériquement, en rappelant que $r = R_L + h$, et avec $h = 100 \times 10^3 \text{ m}$, $R_L = 1,74 \times 10^6 \text{ m}$, $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ U.S.I.}$ et $M = 7,35 \times 10^{22} \text{ kg}$, nous obtenons :

$$T = 7,08 \times 10^3 \text{ s}$$

4. Au moment où on enlève les attaches du LEM avec le reste du vaisseau, le LEM n'est soumis qu'à la force gravitationnelle de la Lune (les moteurs ne sont pas encore allumés). De plus, il a la même vitesse v qu'Apollo XI et ne quitte donc pas l'orbite sur laquelle il se trouve ; de ce fait il est immobile par rapport à Apollo XI.

B. Étude de la descente du LEM sur la Lune

1. **Remarque :** Imaginez un instant que la vitesse devienne nulle ; le vaisseau serait alors en chute libre vers la Lune.

Pour que le LEM puisse amorcer sa descente, il faut diminuer sa vitesse. Il est exclu d'utiliser un (ou des) parachute(s) compte tenu du fait que la Lune ne possède pas d'atmosphère. Il faut donc allumer les rétrofusées du LEM qui, en exerçant une force résultante de sens opposé à $\vec{v}$, diminueront sa vitesse.

2. La masse du LEM diminue au cours de la descente car le fonctionnement des moteurs consomme du carburant contenu dans les réservoirs.

S U J E T

Newton et les satellites de Jupiter

La calculatrice n'est pas autorisée.

Document

Extraits de l'ouvrage de Newton

Les Principes mathématiques de la philosophie naturelle,
d'après la traduction de Mme de Chastelet (1756-1759)

Proposition I

Les forces par lesquelles les satellites de Jupiter sont retirés perpétuellement du mouvement rectiligne (...) sont dirigées vers le centre de Jupiter et sont inversement proportionnelles aux carrés de leur distance à ce centre.

Proposition V

Les satellites de Jupiter gravitent vers Jupiter, ceux de Saturne vers Saturne, et les planètes principales vers le Soleil, et c'est par la force de leur gravité que ces corps (...) sont retirés à tout moment de la ligne droite et qu'ils sont retenus dans des orbites curvilignes.

Proposition VI

Tous les corps gravitent vers chaque planète et, sur la même planète, (...) leurs forces de gravité, à égale distance du centre, sont proportionnelles à la masse que chacun d'eux contient.

On considère que tous les satellites et les planètes sont des corps dont la répartition de la masse est à symétrie sphérique.

Les mouvements sont étudiés dans le référentiel « jupitérocentrique » (d'origine le centre de Jupiter et d'axes dirigés vers trois étoiles fixes).

On note M la masse de Jupiter et G la constante de gravitation universelle.

A. Étude du champ de gravitation de Jupiter

1. Donner l'expression vectorielle de la force d'interaction gravitationnelle exercée par Jupiter sur un de ses satellites de masse m et situé à la distance r du centre O de Jupiter.

Faire un schéma explicatif.

2. Donner, dans les propositions ci-dessus extraites du livre I, les citations en accord avec cette expression vectorielle.

3. Pourquoi est-il important de préciser que la répartition de la masse des corps est à symétrie sphérique ?

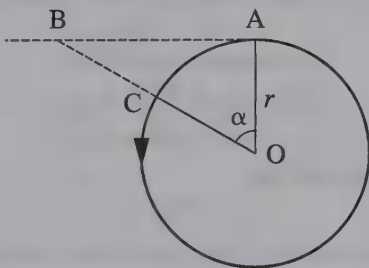
B. Étude du satellite Ganymède

On considère que Ganymède, un satellite de Jupiter, satellite de masse m , est soumis à la seule force de gravitation due à Jupiter et que son mouvement est circulaire de centre O (centre de Jupiter) et de rayon r .

1. Montrer que le mouvement du satellite est uniforme.
2. Établir l'expression de la vitesse v de Ganymède en fonction de G , M et r ; en déduire l'expression de la période T de révolution.
3. Parmi les plus gros satellites de Jupiter, Europe gravite à raison de 14 km par seconde alors que Ganymède met 1 minute pour parcourir 660 km. Quel est le satellite le plus éloigné de Jupiter ? Justifier.

C. L'orbite de Ganymède

On considère que Ganymède se déplace sur son orbite de A en C en 1 seconde (figure ci-dessous) et que le rayon r de cette orbite est de l'ordre de un million de kilomètres.



La figure n'est pas à l'échelle.

1. D'après les extraits cités, que représente la droite AB sur la figure ?
2. Si α (en radian) est très petit, BC est égal à $\frac{1}{2} r \alpha^2$.

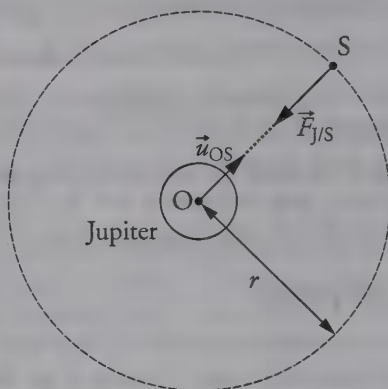
En déduire que BC est aussi égal à $\frac{1}{2} \frac{\widehat{AC}^2}{r}$, où $\widehat{AC}$ représente l'arc de cercle entre A et C . Vérifier que la distance BC vaut environ 6 cm.

3. En parlant de la Lune, satellite naturel de la Terre, on dit qu'elle n'arrête pas de tomber sur la Terre.

Commenter cette phrase en l'appliquant à Ganymède.

A. Étude du champ de gravitation de Jupiter

1.



Soit $\vec{F}_{J/S}$ la force gravitationnelle exercée par Jupiter sur le satellite situé au point S :

$$\vec{F}_{J/S} = -G \frac{Mm}{r^2} \vec{u}_{OS}$$

où $\vec{u}_{OS}$ est un vecteur unitaire.

2. Cette expression vectorielle montre que :

- « les forces (...) sont dirigées vers le centre de Jupiter et sont inversement proportionnelles au carré de leur distance à ce centre » ;
- « (...) leurs forces de gravité, à égale distance du centre, sont proportionnelles à la masse que chacun d'eux contient ».

3. L'expression de la force gravitationnelle donnée au 1. n'est valable que si les corps en interaction possèdent une répartition de masse à symétrie sphérique et si la distance qui sépare leurs centres de gravité est grande devant leurs dimensions.

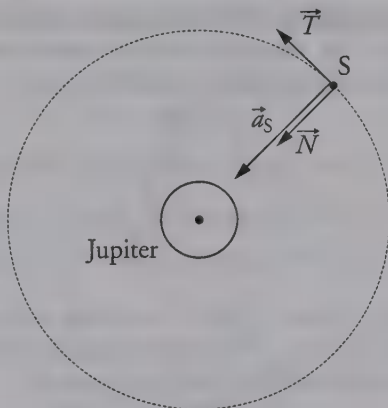
B. Étude du satellite Ganymède

1. Utilisons et complétons le schéma précédent en appliquant la deuxième loi de Newton (ou théorème du centre d'inertie) à Ganymède.

Nous étudions son mouvement dans le référentiel jupitocentrique supposé galiléen :

$$\vec{F}_{J/S} = m\vec{a}_S, \text{ d'où } \vec{a}_S = \frac{\vec{F}_{J/S}}{m}$$

Le vecteur accélération $\vec{a}_S$ du centre d'inertie de Ganymède a donc la même direction et le même sens (car $m > 0$) que la force $\vec{F}_{J \rightarrow S}$. L'accélération est donc radiale et centripète.



Le vecteur accélération peut être exprimé dans le repère de Frenet ($S ; \vec{T}, \vec{N}$) selon :

$$\vec{a}_S = \frac{dv}{dt} \vec{T} + \frac{v^2}{r} \vec{N}$$

puisque'il est précisé que le mouvement est circulaire de rayon r . Or l'accélération étant uniquement radiale, la composante tangentielle du vecteur accélération exprimé dans le repère de Frenet est nulle, d'où :

$$\frac{dv}{dt} = 0, \text{ ce qui implique :}$$

$$v = \text{cte}$$

Le mouvement du centre d'inertie de Ganymède est donc uniforme.

2. Nous venons de montrer que le vecteur accélération s'exprime par

$$\vec{a}_S = \frac{\vec{F}_{J/S}}{m} = -G \frac{M}{r^2} \vec{u}_{OS} \text{ d'après le théorème du centre d'inertie, mais}$$

aussi $\vec{a}_S = \frac{v^2}{r} \vec{N}$ dans le repère de Frenet.

La norme du vecteur est la même dans les deux cas, donc :

$$G \frac{M}{r^2} = \frac{v^2}{r}$$

d'où :

$$v = \sqrt{\frac{GM}{r}} \quad (1)$$

La distance parcourue par Ganymède au cours d'une révolution autour de Jupiter est $2\pi r$. La vitesse du satellite étant constante, nous en déduisons l'expression de sa période T de révolution :

$$T = \frac{2\pi r}{v}$$

soit :

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{r^3}{GM}}$$

3. Exprimons les valeurs v_G et v_E des vitesses des satellites Ganymède et Europe dans les unités du Système International :

$$v_G = 660 \text{ km} \cdot \text{min}^{-1} = \frac{660 \times 10^3}{60} = \frac{66 \times 10^4}{6 \times 10^1} = 11 \times 10^3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} ;$$

$$v_E = 14 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1} = 14 \times 10^3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}.$$

Utilisons la relation (1) : $v^2 = \frac{GM}{r}$ donc $r = \frac{GM}{v^2}$.

Or ici $v_G^2 < v_E^2$ d'où $\frac{1}{v_G^2} > \frac{1}{v_E^2}$ alors $\frac{GM}{v_G^2} > \frac{GM}{v_E^2}$.

Nous en déduisons

$$r_G > r_E$$

Le rayon de l'orbite de Ganymède est plus important que celui de l'orbite d'Europe. C'est donc Ganymède qui est le plus éloigné de Jupiter.

C. L'orbite de Ganymède

1. Dans la proposition V, il est écrit : « (...) c'est par la force de leur gravité que ces corps (...) sont retirés à tout moment de la ligne droite et qu'ils sont retenus dans des orbites curvilignes ». Cette ligne droite évoquée est la droite AB qui représente la trajectoire qu'aurait le satellite en l'absence de force gravitationnelle.

2. L'arc de cercle $\widehat{AC}$, s'exprime par $\widehat{AC} = r\alpha$, avec α en radian. L'énoncé nous indique que lorsque α est petit, la distance BC peut s'écrire $BC = \frac{1}{2}r\alpha^2$, soit également $BC = \frac{1}{2r}\widehat{AC}^2$.

Or $\widehat{AC} = r\alpha$, nous aboutissons donc à l'expression recherchée :

$$BC = \frac{1}{2r}\widehat{AC}^2$$

L'arc $\widehat{AC}$ est parcouru par Ganymède en $\Delta t = 1$ s avec une vitesse $v_G = 11 \times 10^3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, nous avons donc $\widehat{AC} = v_G \Delta t = 11 \times 10^3 \text{ m}$. Calculons alors la distance BC sachant que $r \approx 10^6 \text{ km} = 10^9 \text{ m}$:

$$BC = \frac{1}{2 \times 10^9} \times (11 \times 10^3)^2 = \frac{121 \times 10^6}{2 \times 10^9} = 60,5 \times 10^{-3} \text{ m} = 6,05 \text{ cm}$$

$$BC = 6,05 \text{ cm}$$

soit environ 6 cm.

3. De la même façon que la Lune n'arrête pas de tomber sur la Terre, le satellite Ganymède n'arrête pas de tomber sur Jupiter d'une hauteur d'environ 6 cm toutes les secondes. Cette hauteur de chute correspond à la distance BC.

Mouvements oscillants

28

AMÉRIQUE DU SUD
NOVEMBRE 2002

6 POINTS

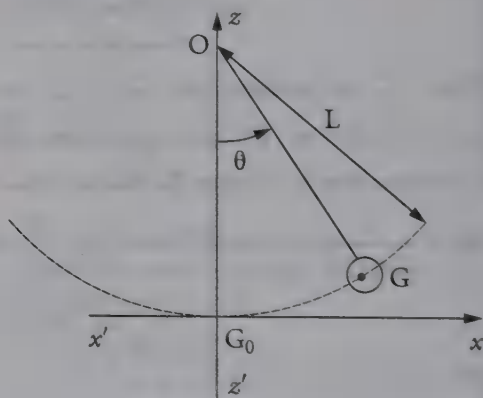
S U J E T

Pendule simple et énergie

Le mouvement d'un pendule a été enregistré à l'aide d'une table à digitaliser reliée à un ordinateur et disposée verticalement.

Ce pendule est constitué du mobile à coussin d'air de masse m , adapté à la table, suspendu à l'extrémité d'un fil inextensible et de masse négligeable devant celle du mobile. L'autre extrémité du fil est accrochée en un point fixe O.

On pourra assimiler ce pendule à un pendule simple de longueur L . Le plan vertical du mouvement du pendule est rapporté à un axe horizontal $x'x$ et à un axe vertical $z'z$ d'origine G_0 , orientés comme l'indique la figure ci-contre.



► Données

$$L = 41 \text{ cm} ; m = 236 \text{ g} \text{ et } g = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}.$$

À l'aide d'un logiciel adapté, on enregistre les différentes positions du centre d'inertie G du mobile.

On obtient la succession de points représentée sur le **document en annexe**.

① Étude du mouvement

Ce document correspond à l'enregistrement effectué à l'échelle $1/2$. L'intervalle de temps entre deux points consécutifs est $\tau = 30 \text{ ms}$.

1. Déterminer, dans le système d'axes, les valeurs V_3 et V_5 des vecteurs vitesse instantanée du centre d'inertie du mobile aux points G_3 et G_5 . Représenter ces vecteurs à l'échelle : $1 \text{ cm} \rightarrow 0,1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.
2. Construire, avec l'origine au point G_4 , le vecteur $\Delta \vec{V}_4 = \vec{V}_5 - \vec{V}_3$ et déterminer, à l'aide de l'échelle précédente la valeur ΔV_4 du vecteur $\Delta \vec{V}_4$.
3. Calculer la valeur a_4 du vecteur accélération du centre d'inertie au point G_4 .

2 Étude énergétique

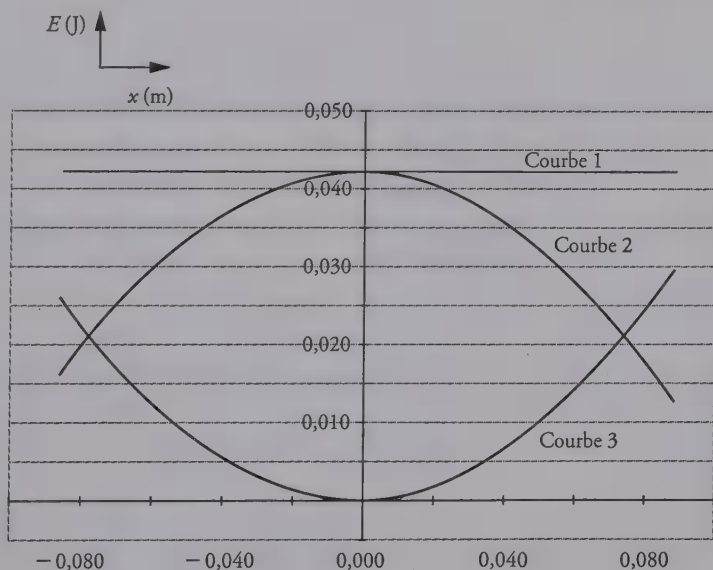
1. Étude théorique

Rappeler l'expression, en explicitant chaque terme.

- a) de l'énergie cinétique du pendule simple ainsi constitué,
- b) de l'énergie potentielle du pendule en fonction de z . Le niveau de référence des énergies potentielles est choisi à la position d'équilibre.
- c) Donner l'expression de l'énergie mécanique totale du pendule.

2. Exploitation des courbes d'énergie

- a) En justifiant votre choix, attribuer l'énergie correspondant à chaque type de courbe ci-dessous.



b) Expliquer brièvement ce qui se passe du point de vue énergétique lors des oscillations.

3. Étude des oscillations

Faire l'analyse dimensionnelle des quatre formules suivantes. En déduire l'expression de la période propre des petites oscillations d'un pendule simple.

$$T_0 = 2\pi \frac{mg}{L} ;$$

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{g}{L}} ;$$

$$T_0 = 2\pi \frac{L}{g} ;$$

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} .$$

4. Dans la réalité, au cours du temps, on constate que les oscillations sont légèrement amorties.

a) Quelle est l'origine de cet amortissement ?

b) Que devient l'énergie perdue ?

Échelle 1/2



1 Étude du mouvement

1. Remarque : Les dimensions du document présentant l'enregistrement dans cet ouvrage peuvent avoir été modifiées par rapport à l'original lors de sa réalisation. Des variations peuvent donc être trouvées par rapport aux valeurs de longueurs données ci-dessous mais elles devraient être minimales. Quoi qu'il en soit, c'est le raisonnement qu'il est fondamental d'assimiler.

Pour calculer les valeurs des vecteurs vitesse $\vec{V}_3$ et $\vec{V}_5$ du centre d'inertie du mobile aux points G_3 et G_5 nous devons, en première approximation, considérer que la vitesse instantanée en un point G_i peut être considérée comme égale à la vitesse moyenne $\vec{V}_m$ du mobile lorsqu'il passe de la position G_{i-1} à G_{i+1} durant l'intervalle de temps 2τ , d'où :

$$\vec{V}_i \approx \vec{V}_m = \frac{\overrightarrow{G_{i-1}G_i}}{2\tau}$$

alors
$$\vec{V}_3 = \frac{\overrightarrow{G_2G_4}}{2\tau} \text{ et } \vec{V}_5 = \frac{\overrightarrow{G_4G_6}}{2\tau}.$$

Sur le document de la page suivante, qui correspond à l'enregistrement, nous mesurons :

$$\ell_{\overrightarrow{G_2G_4}} = 2,35 \text{ cm et } \ell_{\overrightarrow{G_4G_6}} = 2,65 \text{ cm}$$

D'où, compte tenu de l'échelle 1/2, nous déduisons les distances réellement parcourues par le mobile :

$$G_2G_4 = 4,7 \text{ cm et } G_4G_6 = 5,3 \text{ cm}$$

qui nous permettent de calculer numériquement les valeurs des vitesses demandées avec $\tau = 30 \times 10^{-3} \text{ s}$:

$$V_3 = 0,78 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

et

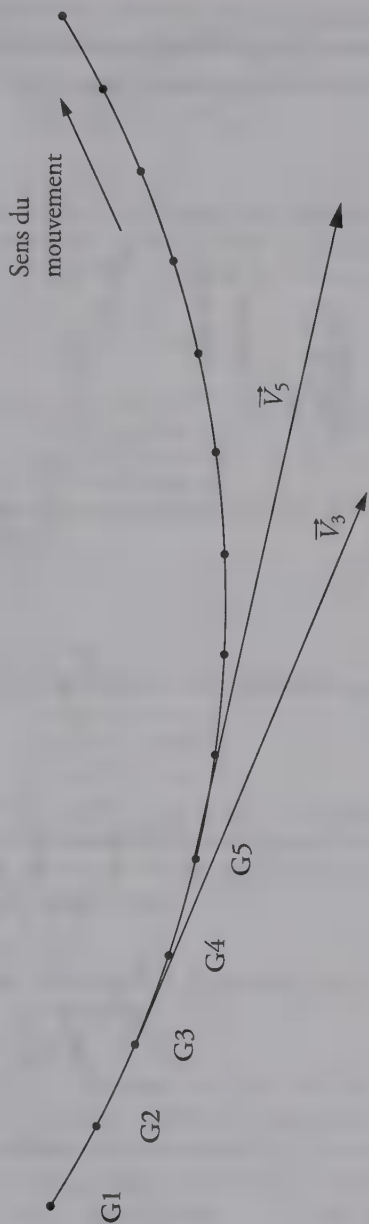
$$V_5 = 0,88 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

L'échelle $1 \text{ cm} \equiv 0,1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ permet de déterminer la longueur des vecteurs vitesse à représenter :

$$\ell_{\vec{V}_3} = 7,8 \text{ cm et } \ell_{\vec{V}_5} = 8,8 \text{ cm}$$

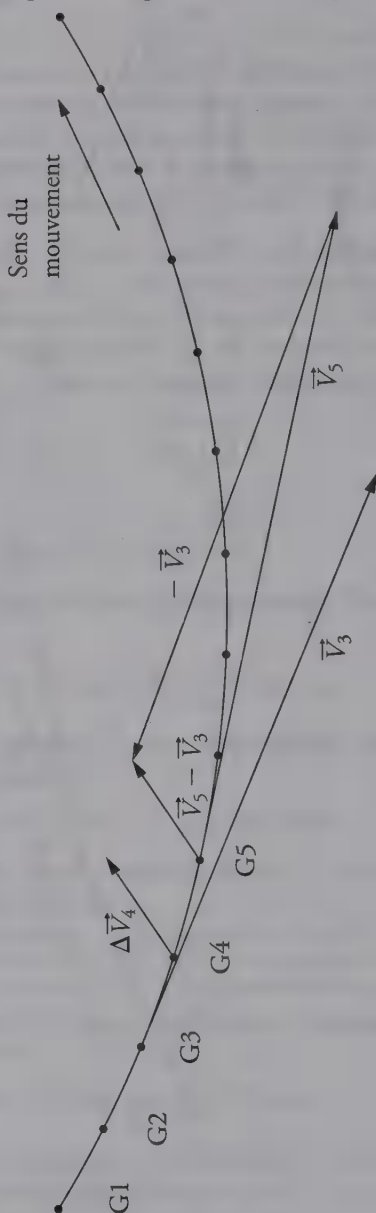
sachant que ceux-ci sont tangents à la trajectoire du mobile aux points G_3 et G_5 et orientés dans le sens du mouvement.

Échelle 1/2



2. Construisons à la règle et au compas le vecteur $\Delta \vec{V}_4 = \vec{V}_5 - \vec{V}_3$ et translatons-le de manière que son origine se trouve au point G_4 .

Échelle 1/2



Nous mesurons la longueur de ce vecteur sur le document (page précédente), soit $\ell_{\Delta \vec{V}_4} = 1,6 \text{ cm}$, ce qui conduit, compte tenu de l'échelle $1 \text{ cm} \equiv 0,1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, à :

$$\Delta V_4 = 0,16 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

3. Ici encore, nous ferons l'approximation qui consiste à assimiler le vecteur accélération instantanée $\vec{a}_4$ au vecteur accélération moyenne lorsque le mobile passe du point G_3 au point G_5 , d'où :

$$\vec{a}_4 \approx \vec{a}_m = \frac{\vec{V}_5 - \vec{V}_3}{2\tau} \quad \text{donc} \quad \vec{a}_4 = \frac{\Delta \vec{V}_4}{2\tau}.$$

Numériquement, avec $\Delta V_4 = 0,16 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ et $\tau = 30 \times 10^{-3} \text{ s}$, nous calculons :

$$a_4 = 2,7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

Remarque : Le vecteur accélération a même direction que $\Delta \vec{V}_4$ et même sens également puisque $2\tau > 0$.

2 Étude énergétique

1. a) L'énergie cinétique E_c du pendule simple s'exprime par :

$$E_c = \frac{1}{2} m V^2$$

où m représente la masse du pendule exprimée en kilogramme, c'est-à-dire celle du mobile ici car la masse du fil est négligeable devant celle-ci, et V représente la vitesse (en $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$) du centre d'inertie du mobile exprimée en mètre par seconde au carré.

b) L'énergie potentielle de pesanteur E_{pp} du pendule s'exprime par :

$$E_{pp}(z) = mgz + C$$

où g représente l'intensité de la pesanteur du lieu considéré, exprimée en mètre par seconde au carré, z est la coordonnée du centre d'inertie du mobile dans le repère considéré, exprimée en mètre. C est une constante exprimée en joule dont la valeur dépend du niveau de référence choisi pour l'origine de l'énergie potentielle. Ici l'énoncé impose $E_{pp}(z=0) = 0 \text{ J}$, d'où :

$$E_{pp}(z) = mgz$$

c) Par définition l'énergie mécanique E_m totale du pendule est la somme des énergies cinétique et potentielle :

$$E_m = E_c + E_{pp}$$

2. a) Dans l'énoncé, il a été fait le choix de prendre l'énergie potentielle de pesanteur nulle lorsque le centre d'inertie du mobile passe par la position G_0 pour laquelle $x_{G_0} = 0$ m. Or seule la **courbe 3** satisfait à cette condition, elle représente donc l'évolution de l'énergie potentielle de pesanteur en fonction de l'abscisse x du mobile.

La **courbe 2** représente la variation d'énergie cinétique du pendule. Notons d'une part que c'est bien lors de son passage par le point G_0 que le mobile possède la plus grande vitesse, et donc l'énergie cinétique la plus élevée. En outre, de part et d'autre de ce point la vitesse du mobile est plus faible, et donc son énergie cinétique également.

L'énergie mécanique étant ici la somme des énergies potentielle de pesanteur et cinétique, toutes deux positives ici, nous en déduisons que la **courbe 1** représente la variation de E_m en fonction de l'abscisse x du mobile.

En résumé nous proposons les attributions suivantes :

$$\text{courbe 1 : } E_m(x) ; \text{ courbe 2 : } E_c(x) ; \text{ courbe 3 : } E_{pp}(x)$$

b) Lors des oscillations, les variations opposées des courbes 2 et 3 et la constance de la valeur de l'énergie mécanique montrent qu'il y a conversion intégrale d'énergie potentielle de pesanteur en énergie cinétique. C'est un cas idéal où le système est conservatif.

3. Remarque : Ne confondez pas dimension et unité. La dimension d'une grandeur est indépendante de l'unité utilisée.

Effectuons l'analyse dimensionnelle des quatre expressions proposées :

$$\begin{aligned} \left[2\pi \frac{mg}{L} \right] &= [2\pi] \times [m] \times [g] \times [L]^{-1} = 1 \times M \times (L \times T^{-2}) \times L^{-1} \\ &= M \times T^{-2} \end{aligned}$$

$$\left[2\pi \sqrt{\frac{g}{L}} \right] = [2\pi] \times [g]^{1/2} \times [L]^{-1/2} = 1 \times (L \times T^{-2})^{1/2} \times L^{-1/2} = T^{-1}$$

$$\left[2\pi \frac{L}{g} \right] = [2\pi] \times [g]^{-1} \times [L] = 1 \times (L \times T^{-2})^{-1} \times L = T^2$$

$$\left[2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \right] = [2\pi] \times [g]^{-1/2} \times [L]^{1/2} = 1 \times (L \times T^{-2})^{-1/2} \times L^{1/2} = T$$

Seule la dernière relation proposée est homogène à un temps, nous en déduisons que la période propre T_0 des petites oscillations d'un pendule simple s'écrit :

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$$

4. a) Dans la réalité, les oscillations sont légèrement amorties du fait des frottements qu'exerce l'air sur le pendule en mouvement, ainsi que des frottements qu'exerce le fil sur l'axe de rotation du pendule, perpendiculaire au plan d'oscillation de celui-ci.

b) L'énergie perdue par le système est dissipée sous forme de chaleur dans l'air de la salle où a lieu l'expérience ainsi qu'au niveau du contact entre le fil et l'axe de rotation.

27

NOUVELLE-CALÉDONIE
NOVEMBRE 2002

5 POINTS

S U J E T

Oscillateur mécanique

La calculatrice n'est pas autorisée.

*Dans cet exercice, les réponses attendues doivent être rédigées de façon succincte. À cet effet, il faut répondre exclusivement dans les **cadres de l'annexe** dont la taille est prévue pour contenir toute la réponse. Le **feuillet des annexes** est à rendre avec la copie.*

Le modèle d'oscillateur étudié est décrit ci-dessous, et les notations utilisées (noms des objets, des paramètres...) sont reprises dans tout l'exercice.

Pendule élastique

Le ressort est à spires non jointives.

La constante de raideur du ressort est k .

La longueur du ressort non déformé est L_0 .

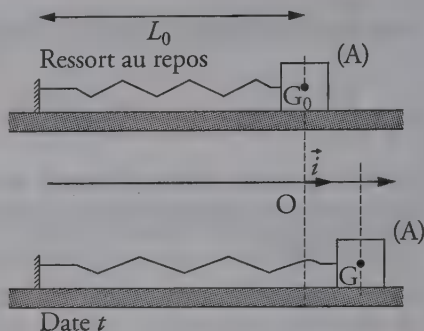
La masse du ressort sera négligée.

La masse de l'objet (A) est m .

Le centre d'inertie de (A) est G .

La position de G quand le ressort n'est pas déformé est G_0 , d'abscisse 0 sur l'axe Ox horizontal. À un instant de date t quelconque, l'abscisse de G est x . La force exercée par le ressort sur (A) est notée $\vec{F}$.

On étudie le mouvement de l'objet (A) dans un référentiel galiléen. Le contact entre l'objet (A) et le support est sans frottement **sauf dans la question 6**.



1. Tracer sans soucis d'échelle **dans le cadre 1** :

a) les vecteurs représentant les forces exercées sur l'objet (A) dans le cas (a) du **cadre 1** ;

b) les vecteurs représentant les forces exercées sur l'objet (A) dans le cas (b) du **cadre 1**.

2. **Dans le cadre 2.**, donner l'expression vectorielle de la force de rappel $\vec{F}$ exercée par le ressort sur l'objet (A).

3. **Dans le cadre 3.**, en appliquant le théorème du centre d'inertie (deuxième loi de Newton) à l'objet (A), établir la relation existant entre l'accélération $\frac{d^2x}{dt^2}$ et l'abscisse x de G .

4. **Dans le cadre 4.**, T désignant la période des oscillations de (A), parmi les propositions (P_1) et (P_2) choisir la proposition exacte et justifier la réponse par une analyse dimensionnelle.

5. **Dans le cadre 5.3.**, la **figure 1** donne la représentation graphique de l'abscisse x en fonction du temps, alors que la **figure 2** donne les représentations des énergies potentielle et mécanique en fonction de l'abscisse x .

a) **Dans le cadre 5.1.**, identifier les deux courbes qui apparaissent sur la figure 2 du cadre 5.3. en cochant ☐ les réponses correctes.

b) **Dans le cadre 5.2.**, donner au moins une justification à la réponse précédente.

c) Dans le cadre 5.3., placer sur la courbe (b) de la figure 2 les points N_1 , N_2 , N_3 , N_4 et N_5 correspondant aux points M_1 , M_2 , M_3 , M_4 et M_5 de la figure 1.

d) Dans le cadre 5.3., construire sur la figure 2 l'allure de la courbe donnant l'énergie cinétique en fonction de l'abscisse x , en choisissant quelques points particuliers.

e) Dans le cadre 5.4., donner au moins une justification à la réponse précédente.

6. Dans cette question, des forces de frottement interviennent. L'équation différentielle régissant l'évolution de l'abscisse devient

$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{h}{m} \frac{dx}{dt} + \frac{k}{m} x = 0$. La figure 3 du cadre 6 donne la représentation graphique de l'abscisse x en fonction du temps, alors que la figure 4 donne les représentations des énergies potentielle et mécanique en fonction de l'abscisse x .

a) Dans le cadre 6.1., identifier les deux courbes qui apparaissent sur la figure 4 du cadre 6.3. en cochant ☒ les réponses correctes.

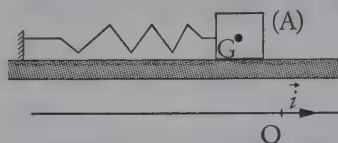
b) Dans le cadre 6.2., donner au moins une justification à la réponse précédente.

c) Dans le cadre 6.3., construire sur la figure 4 l'allure de la courbe donnant l'énergie cinétique en fonction de l'abscisse x en utilisant les points P_1 , P_2 , P_3 , P_4 et P_5 de la courbe (d). On pourra s'aider de la figure 3 donnée à titre indicatif.

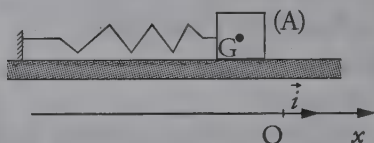
d) Dans le cadre 6.4., indiquer comment varient les valeurs extrémales de la vitesse.

Cadre 1. Représentation des vecteurs force

Cas (a)



Cas (b)



Cadre 2.

Expression vectorielle de la force de rappel $\vec{F}$ exercée par le ressort sur l'objet (A) pour les cas 1 (a) et 1 (b) précédents :

Cadre 3.

Relation existant entre l'accélération $\frac{d^2x}{dt^2}$ et l'abscisse x de G

Cadre 4.

Proposition (P_1) : $T = 2\pi \sqrt{\frac{k}{m}}$

Proposition (P_2) : $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$

Proposition exacte :

Justification :

Cadre 5.

1. La courbe (a) représente $E_{\text{potentielle}}$ ☐

La courbe (a) représente $E_{\text{mécanique}}$ ☐

La courbe (b) représente $E_{\text{potentielle}}$ ☐

La courbe (b) représente $E_{\text{mécanique}}$ ☐

2. Justification :

3. *Figure 1*

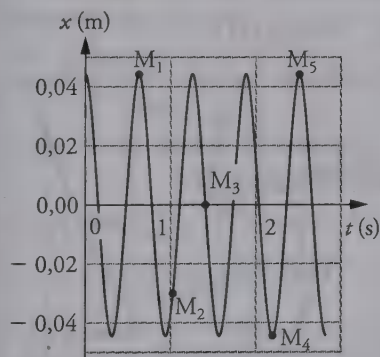
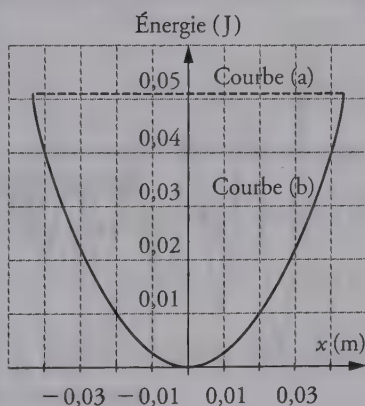


Figure 2



4. Justification :

Cadre 6.

1. La courbe (c) représente $E_{\text{potentielle}}$ ☐

La courbe (c) représente $E_{\text{mécanique}}$ ☐

La courbe (d) représente $E_{\text{potentielle}}$ ☐

La courbe (d) représente $E_{\text{mécanique}}$ ☐

2. Justification :

3. Figure 3 (donnée à titre indicatif)

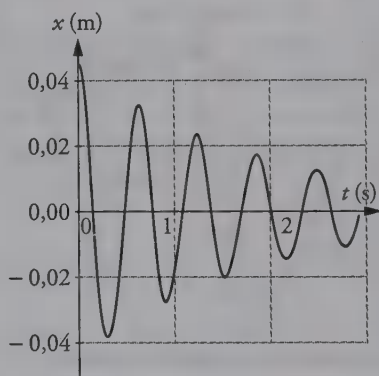
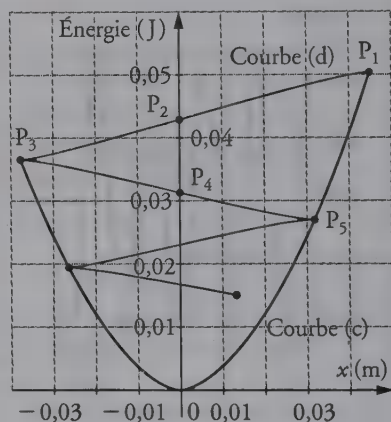
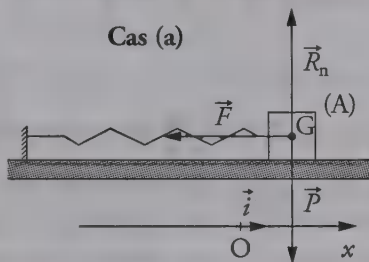


Figure 4

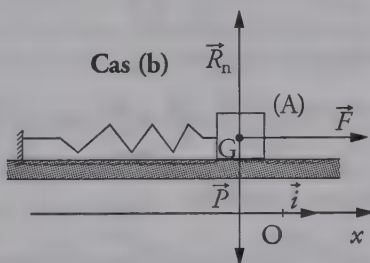


4. Valeurs extrémales de la vitesse :

1. a) Les forces qui s'exercent sur l'objet (A) sont son poids $\vec{P}$, la réaction normale $\vec{R}_n$ du support (les frottements sont négligés), ainsi que la force de rappel $\vec{F}$ du ressort qui tend toujours à rapporter l'objet (A) vers sa position d'équilibre.



- b) Les mêmes forces que dans la situation de la question 1. a) s'exercent sur l'objet (A).



2. Expression vectorielle de la force de rappel $\vec{F}$ exercée par le ressort sur l'objet (A) pour les cas (a) et (b) précédents :

$$\vec{F} = -kx \vec{i}$$

3. Relation existant entre l'accélération $\frac{d^2x}{dt^2}$ et l'abscisse x de G :

Appliquons la deuxième loi de Newton au centre d'inertie G de l'objet (A) :

$$\vec{P} + \vec{R}_n + \vec{F} = m\vec{a}_G$$

d'où, en projetant la relation sur l'axe (Ox), nous obtenons :

$$P_x + R_{nx} + F_x = ma_x$$

Puisque $P_x = R_{nx} = 0$, $F_x = -kx$ et $a_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}$ nous aboutissons à la relation demandée, qui est une équation différentielle :

$$-kx = m \frac{d^2x}{dt^2}$$

4. L'expression correcte est $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$ (proposition (P₂)).

Justification : vérifions par analyse dimensionnelle que l'expression de la période T des oscillations de (A) est homogène à un temps.

D'après la relation établie au 3., nous déterminons une expression de la constante de raideur du ressort :

$$k = -\frac{m}{x} \cdot \frac{d^2x}{dt^2}.$$

L'analyse dimensionnelle de k donne :

$$[k] = \left[-\frac{m}{x} \cdot \frac{d^2x}{dt^2} \right] = \frac{M}{L} \times \frac{L}{T^2} = M \times T^{-2}$$

Nous obtenons alors pour la période :

$$\left[2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \right] = [2\pi] \times \left[\frac{m}{k} \right]^{1/2} = 1 \times M^{1/2} \times \frac{1}{(M \times T^{-2})^{1/2}} = \frac{1}{T^{-1}} = T$$

La relation choisie est bien homogène à un temps.

5. a) La **courbe (a)** représente $E_{\text{mécanique}}$.

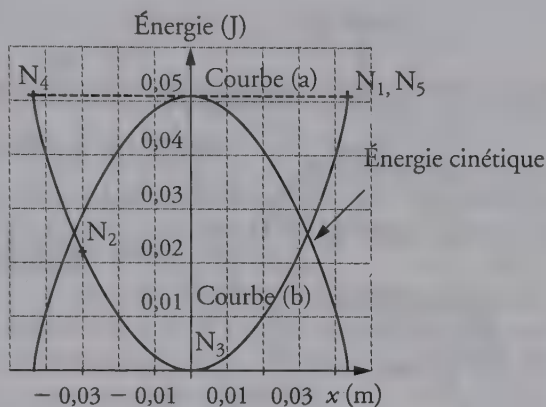
La **courbe (b)** représente $E_{\text{potentielle}}$.

b) Justification : l'énergie potentielle élastique du système s'exprime par :

$$E_{\text{potentielle}} = \frac{1}{2} kx^2.$$

Ceci conduit à $E_{\text{potentielle}} = 0$ J pour $x = 0$ m, or seule la **courbe (b)** passe par l'origine du repère.

c) et d)



e) Justification : le système évoqué est conservatif puisqu'il n'y a pas de frottement entre l'objet (A) et le support. L'énergie mécanique se conserve. Par ailleurs, celle-ci est la somme de l'énergie cinétique $E_{\text{cinétique}}$ et de l'énergie potentielle élastique $E_{\text{potentielle}}$ du système :

$$E_{\text{mécanique}} = E_{\text{cinétique}} + E_{\text{potentielle}} = \text{cte}$$

soit
$$E_{\text{cinétique}} = E_{\text{mécanique}} - E_{\text{potentielle}}$$

nous avons donc en particulier :

$$E_{\text{cinétique}} = E_{\text{mécanique}} = \text{cte} \text{ lorsque } E_{\text{potentielle}} = 0 \text{ J}$$

et
$$E_{\text{cinétique}} = 0 \text{ J lorsque } E_{\text{potentielle}} = E_{\text{mécanique}} = \text{cte}.$$

6. a) La **courbe (c)** représente $E_{\text{potentielle}}$.

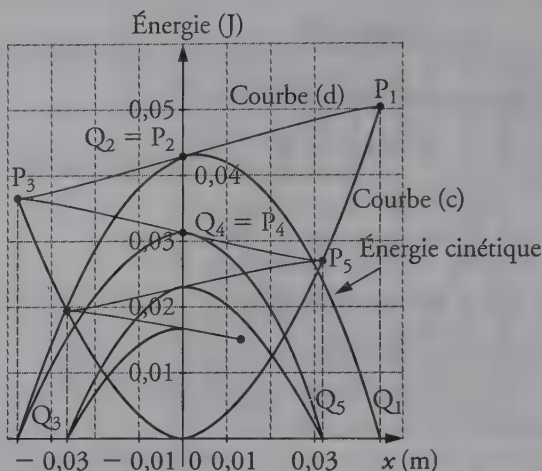
La **courbe (d)** représente $E_{\text{mécanique}}$.

b) Justification : là encore, l'énergie potentielle élastique du système s'exprime par :

$$E_{\text{potentielle}} = \frac{1}{2} kx^2.$$

Ceci conduit à $E_{\text{potentielle}} = 0 \text{ J}$ pour $x = 0 \text{ m}$, or seule la courbe (c) passe par l'origine du repère.

c)



d) Les valeurs extrêmes de la vitesse correspondent aux valeurs extrêmes de l'énergie cinétique puisque $E_{\text{cinétique}} = \frac{1}{2} mv^2$.

Ces valeurs sont repérées notamment par les points $Q_2 = P_2$ et $Q_4 = P_4$ sur le graphe du 6. c).

La courbe représentant l'évolution de l'énergie cinétique est parcourue dans le sens Q_1, Q_2, Q_3 , etc. sur le graphe lorsque le temps s'écoule, ce qui nous permet d'affirmer que les valeurs extrêmes de la vitesse diminuent au cours du temps puisque $E_{cQ_4} < E_{cQ_2}$.

S U J E T

Étude d'un ressort

On étudie ici par deux méthodes différentes, statique et dynamique, la raideur d'un ressort. La constante de raideur est notée k dans toute la suite de l'exercice.

Le ressort est à spires non jointives et est utilisé dans le domaine d'élasticité. On rappelle que la force exercée par un ressort sur un corps accroché à son extrémité de position E (figure 1) par rapport à sa position à vide O est donnée par : $\vec{F} = -k \cdot \overrightarrow{OE}$.

Les parties A et B sont indépendantes.

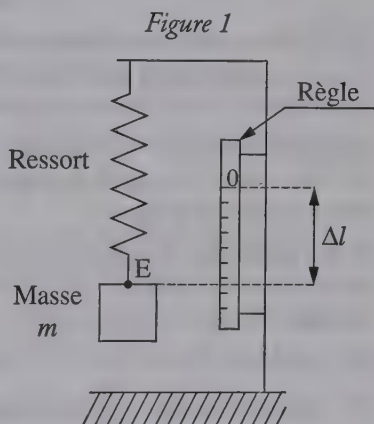
A. Étude statique

Le ressort à étudier est accroché à une potence.

À l'extrémité libre appelée E, on suspend successivement des masses de différentes valeurs (figure 1).

Le zéro de la règle correspond à la position de E à vide.

Pour chaque masse m , on mesure l'allongement Δl du ressort.



On obtient le tableau ci-dessous :

m (kg)	0	0,2	0,4	0,5	0,7	1
Δl (cm)	0	5	10	12,5	17,5	24,9

1. Tracer le graphe de l'allongement Δl en fonction de la masse m .
En déduire la relation numérique entre Δl et m .

2. Sur un schéma, représenter les forces s'exerçant sur la masse m .
Exprimer leur somme à l'équilibre.

3. En déduire l'expression littérale de la constante de raideur k . Après avoir rappelé l'unité de cette constante dans le Système International, vérifier l'homogénéité de l'expression par l'analyse dimensionnelle et calculer k .
On prendra la valeur $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

B. Étude dynamique

Dans cette partie, le ressort précédent est utilisé pour réaliser un oscillateur élastique horizontal. Tous les frottements sont négligés.

On utilise un axe Ox horizontal, orienté par le vecteur unitaire $\vec{i}$ et on repère la position du centre d'inertie G du solide de masse M , de valeur inconnue, par son abscisse x sur cet axe (figure 2).

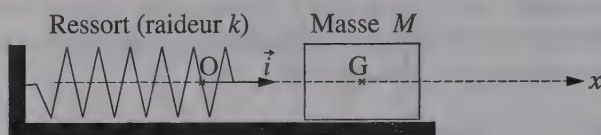


Figure 2

À l'équilibre (ressort ni allongé ni comprimé), l'abscisse x est nulle (le point G est confondu avec le point O).

À un instant choisi comme origine des temps, la masse est écartée de sa position d'équilibre, et lâchée sans vitesse initiale. Le système oscille.

1. Faire un schéma des forces qui s'exercent sur la masse M à l'instant t correspondant à la figure 2.

2. En appliquant le théorème du centre d'inertie, appelé aussi deuxième loi de Newton, montrer que l'équation différentielle du mouvement de la masse M peut s'écrire sous la forme : $\ddot{x} + \omega_0^2 \cdot x = 0$.

3. En déduire l'expression de la constante ω_0 , puis de la période propre T_0 sachant que $T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0}$ en fonction de k et de M .

4. On mesure la durée de dix oscillations et on obtient 10,6 s. Calculer T_0 .

5. La masse précédente est surchargée d'une masse m fixée sur M .

Ce nouveau système est mis en oscillation comme la précédent. La nouvelle durée de 10 oscillations est alors de 10,7 s. La surcharge m est de 20 g.

a) Exprimer la nouvelle période T_1 en fonction de M , m et k .

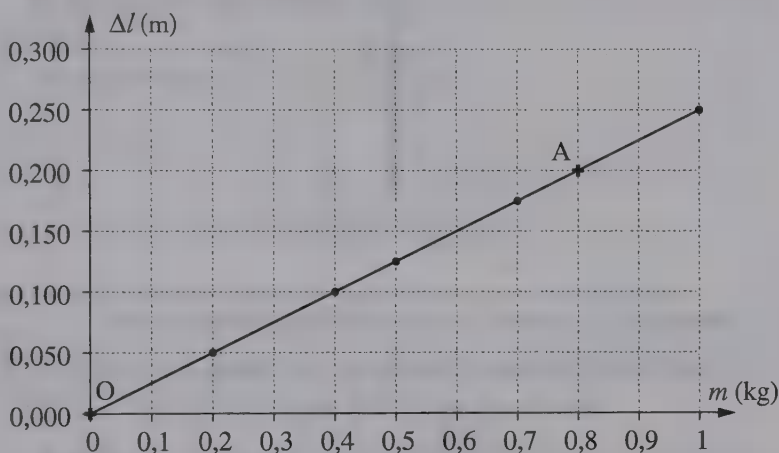
b) En déduire l'expression de k en fonction de T_0 , T_1 et m .

c) Calculer la valeur de k .

Est-elle en accord avec celle trouvée par la méthode statique ?

A. Étude statique

1. *Remarque* : Il serait judicieux de tracer le graphe en utilisant les unités SI.



Le graphe représente une droite, passant par l'origine, d'équation $\Delta l = am$ où a est le coefficient directeur de la droite.

Choisissons judicieusement deux points appartenant à cette droite : $O(0 ; 0)$ et $A(0,8 \text{ kg} ; 0,2 \text{ m})$ et calculons la valeur de a :

$$a = \frac{\Delta l_A - \Delta l_O}{m_A - m_O} = 0,25 \text{ m} \cdot \text{kg}^{-1}.$$

Nous obtenons alors la relation numérique entre Δl et m :

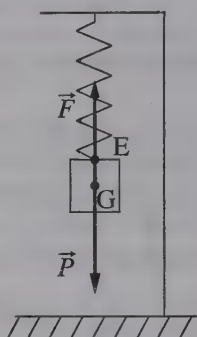
$$\Delta l = 0,25 \times m \quad (1)$$

2. *Remarque* : Notons O la position de l'extrémité du ressort à vide.

La masse m subit l'action de deux forces :

- son poids $\vec{P} = m\vec{g}$;
- la force de rappel exercée par le ressort $\vec{F} = -k \overrightarrow{OE}$.

À l'équilibre, la masse est immobile dans le référentiel terrestre supposé galiléen ce qui implique, d'après la réciproque du principe d'inertie, que ces deux forces se compensent : $\vec{P} + \vec{F} = \vec{0}$.



3. Remarque : La norme d'un vecteur est une grandeur positive.

L'expression vectorielle précédente conduit à la relation suivante :

$$P = F, \text{ soit } mg = k \text{ OE avec } \text{OE} = \Delta l.$$

Nous pouvons alors exprimer littéralement la constante de raideur k :

$$k = \frac{mg}{\Delta l} \quad (2)$$

où k est en $\text{kg} \cdot \text{s}^{-2}$.

Vérifions l'homogénéité de la formule par l'analyse dimensionnelle. Il faut exprimer les grandeurs apparaissant dans l'expression à l'aide des unités de base du Système International. Nous noterons $[X]$ la dimension d'une grandeur X , et en particulier L , M et T les dimensions respectives de la longueur, de la masse et du temps.

$$[g] = L \times T^{-2}, [\Delta l] = L, \text{ et } [m] = M,$$

alors :

$$\left[\frac{mg}{\Delta l} \right] = \frac{M \times L \times T^{-2}}{L} = M \times T^{-2}$$

ce qui est cohérent avec l'unité de k .

En utilisant la relation numérique (1) nous pouvons écrire : $\frac{m}{\Delta l} = \frac{1}{0,25}$.

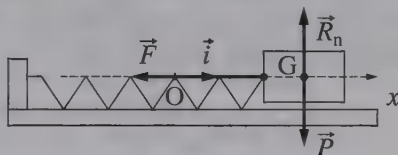
Alors, d'après (2), $k = \frac{g}{0,25}$ soit, numériquement, avec $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$:

$$k = 39 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-2}$$

B. Étude dynamique

1. À l'instant t , qui correspond à la situation de la **figure 2**, trois forces s'exercent sur la masse M :

- son poids $\vec{P} = M\vec{g}$;
- la réaction normale du support $\vec{R}_n$ (tous les frottements sont négligés) ;
- la force de rappel $\vec{F} = -kx \vec{i}$ du ressort.



2. Appliquons la deuxième loi de Newton (ou théorème du centre d'inertie) à l'objet de masse M , il vient :

$$\vec{P} + \vec{R}_n + \vec{F} = M\vec{a}_G$$

Projetons cette relation sur l'axe Ox horizontal :

$$P_x + R_{nx} + F_x = Ma_x$$

or $R_{nx} = P_x = 0$ et $F_x = -kx$, d'où $-kx = Ma_x$.

Par définition : $a_x = \frac{d^2x}{dt^2} = \ddot{x}$ donc $-kx = M\ddot{x}$

alors :

$$\ddot{x} + \frac{k}{M}x = 0$$

qui est bien de la forme $\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0$.

3. Par identification des deux équations différentielles il vient :

$\omega_0^2 = \frac{k}{M}$ soit $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{M}}$ et comme $T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0}$:

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{M}{k}}$$

4. Le temps mis par le solide pour effectuer une oscillation (ou un aller et retour) correspond à une période. Si la durée de 10 oscillations est 10,6 s alors :

$$T_0 = \frac{10,6}{10} = 1,06 \text{ s}$$

5. a) Nous pourrions réécrire toute l'étude faite au 1. en considérant un nouvel objet de masse $(M + m)$. Ce travail est inutile puisqu'il suffit juste de substituer M dans les relations précédentes par $(M + m)$ pour obtenir les « nouvelles » formules, en particulier :

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{M + m}{k}}$$

b) **Remarque :** Il faut faire disparaître M des différentes relations.

Élevons les périodes au carré, nous obtenons :

$$T_0^2 = 4\pi^2 \frac{M}{k}$$

alors
$$M = \frac{kT_0^2}{4\pi^2} \quad \text{et} \quad T_1^2 = 4\pi^2 \frac{M + m}{k}.$$

En remplaçant M par son expression dans cette relation, nous obtenons

$$T_1^2 = \frac{4\pi^2}{k} \left(m + \frac{kT_0^2}{4\pi^2} \right) \quad \text{soit, en développant,} \quad kT_1^2 = 4\pi^2 m + kT_0^2,$$

et finalement après factorisation par k :

$$k = \frac{4\pi^2 m}{T_1^2 - T_0^2}$$

c) Numériquement, avec $m = 20 \times 10^{-3} \text{ kg}$, $T_1 = \frac{10,7}{10} = 1,07 \text{ s}$ et $T_0 = 1,06 \text{ s}$, nous calculons :

$$k = 37 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-2}$$

Cette valeur est en bon accord avec celle trouvée par la méthode statique puisqu'elle n'en diffère que de 5 % environ.

S U J E T

Oscillateurs mécaniques, oscillateurs électriques

Les deux parties de cet exercice sont indépendantes.

Tout édifice peut être le siège de phénomènes vibratoires qui peuvent éventuellement lui être néfastes. Il est donc indispensable, lors de la conception d'une structure d'étudier les phénomènes oscillants qu'elle pourra subir lors de son existence. Différentes techniques peuvent être utilisées pour simuler ces oscillations.

A. Modélisation à l'aide d'un pendule élastique

Le bâti d'une machine, monté sur des supports élastiques, peut être simulé par un pendule horizontal, composé d'un solide S de masse m , reposant sur le sol et maintenu par deux ressorts identiques de raideur k . La position du centre d'inertie G de S est repérée au cours du temps par son abscisse $x(t)$ sur un axe (Ox) horizontal.

Les deux ressorts restent étirés au cours du mouvement.

L'origine O de l'axe correspond à l'abscisse de G à la position d'équilibre, selon la **figure 1** ci-dessous.

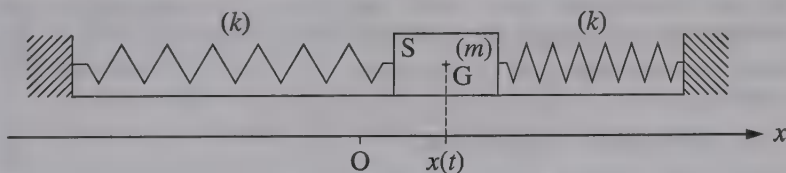


Figure 1

1. Il est possible de démontrer que, si on néglige les frottements, l'équation différentielle qui régit le mouvement du solide S s'écrit :

$$m \frac{d^2x}{dt^2} + 2kx = 0 \quad (\text{équation (a)}).$$

Montrer que la fonction $x(t) = A \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right)$; où A , T_0 et φ sont des constantes, est solution de l'équation (a) pour une expression particulière de T_0 qu'on précisera.

2. La masse du solide S est $m = 900 \text{ kg}$, la constante de raideur de chaque ressort est $k = 2,25 \times 10^4 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$. En déduire la valeur numérique de la période T_0 propre de cet oscillateur.

3. On appellera $v_x(t)$ la coordonnée du vecteur-vitesse du mouvement du solide S sur (Ox). À l'instant $t = 0$, un choc est donné au bâti de la machine (c'est-à-dire au solide S). Cela communique au solide une vitesse $v_x(0) = 1,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. On supposera qu'à cet instant $t = 0$, $x(0) = 0$.

Établir les valeurs des constantes A et φ , ainsi que l'expression numérique de $x(t)$. Que représente la constante A ?

4. Tracer approximativement l'allure de la courbe représentative de $x(t)$. (Il est inutile de graduer les axes.)

B. Simulation par des analogies électromécaniques

Le dispositif mécanique modélisé par l'équation (a) peut être simulé par le circuit (L, C) représenté sur la **figure 2** ci-contre, où la bobine ne possède aucune résistance.

1. Établir l'équation différentielle que suit la charge $q(t)$ portée par l'armature A du condensateur. (On l'appellera « équation (b) ».)

2. En considérant que $x(t)$ est « l'analogue mécanique » de $q(t)$, préciser en le justifiant, quel est l'analogue mécanique :

- a) de l'inductance L de la bobine ;
- b) de la capacité C du condensateur ;
- c) de l'intensité $i(t)$ du courant dans le circuit.

3. Donner l'expression de l'énergie E_1 stockée dans la masse du dispositif mécanique évoqué dans la première partie et établir l'expression de son analogue pour le circuit (L, C).

4. La résistance totale R du circuit précédent n'est jamais négligeable dans la réalité. Modifier en conséquence l'équation (b) en tenant compte de R .

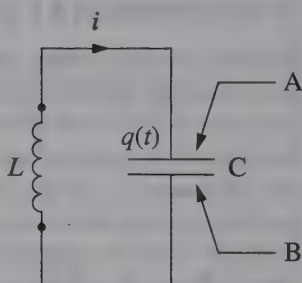


Figure 2

A. Modélisation à l'aide d'un pendule élastique

1. Calculons la dérivée seconde de la fonction $x(t)$ proposée :

$$\frac{dx}{dt} = \dot{x}(t) = -\omega_0 A \sin(\omega_0 t + \varphi)$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \ddot{x}(t) = -\omega_0^2 A \cos(\omega_0 t + \varphi)$$

Remplaçons alors $\frac{d^2x}{dt^2}$ et x par leur expression dans l'équation (a) :

$$m \frac{d^2x}{dt^2} + 2kx = -m\omega_0^2 A \cos(\omega_0 t + \varphi) + 2kA \cos(\omega_0 t + \varphi) = 0$$

$$m \frac{d^2x}{dt^2} + 2kx = (2k - m\omega_0^2)A \cos(\omega_0 t + \varphi) = 0$$

La fonction $x(t)$ est solution de l'équation, quel que soit t , si $2k - m\omega_0^2 = 0$, c'est-à-dire si :

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{2k}{m}}$$

2. La période propre T_0 de l'oscillateur est liée à sa pulsation propre ω_0 suivant :

$$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{2k}} = \pi \sqrt{\frac{2m}{k}}.$$

Numériquement, avec $m = 900 \text{ kg}$ et $k = 2,25 \times 10^4 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$, nous obtenons :

$$T_0 = 8,89 \times 10^{-1} \text{ s}$$

3. Utilisons les conditions initiales pour déterminer les valeurs des constantes A et φ sachant que :

$$x(t) = A \cos(\omega_0 t + \varphi) \text{ et } v_x(t) = \frac{dx}{dt} = \dot{x}(t) = -\omega_0 A \sin(\omega_0 t + \varphi).$$

À $t = 0$ nous avons $x(0) = 0 = A \cos \varphi$, donc $\cos \varphi = 0$ soit :

$$\varphi = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$$

Remarque : La solution $A = 0$ conduit à un système immobile puisque alors $x(t) = 0$ quel que soit t .

De plus, à $t = 0$, $v_x(0) = -\omega_0 A \sin \varphi = -\omega_0 A > 0$.

$$\text{Donc } A = \frac{-v_x(0)}{\omega_0} = \frac{-v_x(0)}{2\pi} T_0,$$

soit avec $v_x(0) = 1,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

et $T_0 = 8,89 \cdot 10^{-1} \text{ s}$:

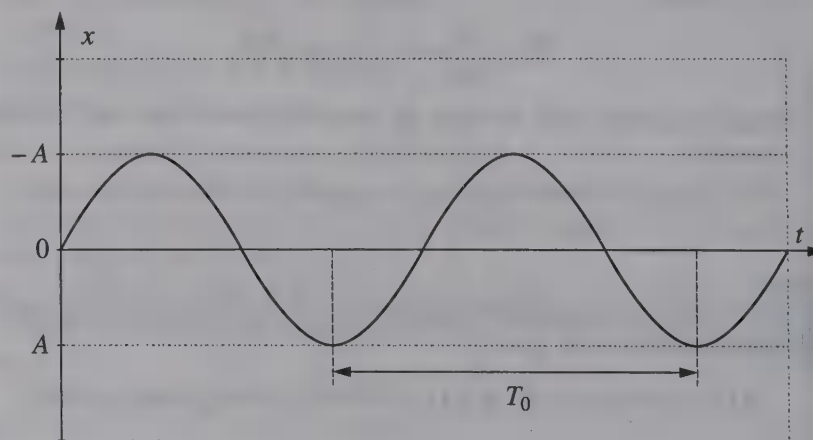
$$A = -2,1 \times 10^{-1} \text{ m}$$

La constante $|A|$ représente l'amplitude des oscillations. L'expression numérique de $x(t)$ est donc :

$$x(t) = -2,1 \times 10^{-1} \cos \left(7,1t + \frac{\pi}{2} \right)$$

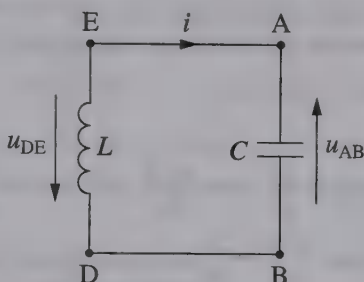
4. Remarque : $A < 0$ donc $-A > 0$.

Représentation de l'allure de $x(t) = A \cos (\omega_0 t + \varphi)$:



B. Simulation par analogies électromécaniques

1. Remarque : Observez bien la figure qui fait apparaître le sens positif choisi pour le courant et revoyez les conventions utilisées pour exprimer la tension aux bornes de récepteurs.



Utilisons la loi d'additivité des tensions :

$$u_{DE} = u_{DB} + u_{BA} + u_{AE}$$

avec $u_{DB} = u_{AE} = 0$ V (tensions aux bornes de fils de connexion).

Nous avons aussi $u_{DE} = L \frac{di}{dt}$ puisque la bobine ne possède aucune résistance ($r = 0 \Omega$) et $u_{BA} = -u_{AB} = -\frac{q}{C}$, ce qui conduit à :

$$L \frac{di}{dt} = -\frac{q}{C}$$

donc

$$L \frac{di}{dt} + \frac{q}{C} = 0.$$

Par définition, l'intensité du courant s'exprimant par $i = \frac{dq}{dt}$, d'où $\frac{di}{dt} = \frac{d^2q}{dt^2}$; nous aboutissons donc à :

$$L \frac{d^2q}{dt^2} + \frac{q}{C} = 0$$

équation (b)

2. Remarque : Les deux équations différentielles $m \frac{d^2x}{dt^2} + 2kx$ et $L \frac{d^2q}{dt^2} + \frac{q}{C} = 0$ permettent de considérer que $x(t)$ est « l'analogue mécanique » de $q(t)$.

a) En rapprochant ces deux équations différentielles, nous en déduisons que la masse m du solide est l'analogie mécanique de l'inductance L de la bobine.

b) De la même manière nous en déduisons que l'inverse de la constante de raideur k des ressorts est l'analogie mécanique de la capacité C du condensateur.

c) L'analogie mécanique du terme $\frac{d^2 q}{dt^2}$ est le terme $\frac{d^2 x}{dt^2}$, or $i = \frac{dq}{dt}$ et $v_x = \frac{dx}{dt}$, donc le terme $\frac{d^2 q}{dt^2} = \frac{di}{dt}$ a pour analogue mécanique le terme $\frac{d^2 x}{dt^2} = \frac{dv_x}{dt}$.

Finalement $i(t)$ a pour analogue mécanique $v_x(t)$.

3. Remarque : L'énergie stockée dans la masse du dispositif mécanique est communément appelée énergie cinétique E_c .

Rappelons l'expression de l'énergie cinétique : $E_c = \frac{1}{2} m v^2$ avec ici $v^2 = v_x^2$ puisque le mouvement ne s'effectue que suivant l'axe (Ox) , donc :

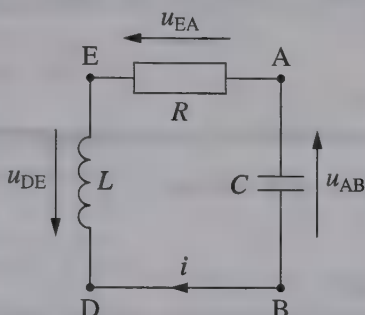
$$E_1 = \frac{1}{2} m v_x^2$$

En utilisant les analogies électromécaniques précédentes nous pouvons établir l'expression de l'énergie E_2 analogue pour le circuit (L, C) :

$$E_2 = \frac{1}{2} L i^2$$

c'est l'énergie stockée dans la bobine.

4. Modifions le schéma précédent en conservant les mêmes conventions :



La loi d'additivité des tensions donne :

$$u_{AB} = u_{AE} + u_{ED} + u_{DB}$$

avec $u_{AB} = \frac{q}{C}$, $u_{ED} = -u_{DE} = -L \frac{di}{dt}$ et $u_{DB} = 0$ V.

Et, d'après la loi d'Ohm : $u_{AE} = -u_{EA} = -Ri$, d'où $\frac{q}{C} = -Ri - L \frac{di}{dt}$.

Or $i = \frac{dq}{dt}$, donc :

$$L \frac{d^2 q}{dt^2} + R \frac{dq}{dt} + \frac{1}{C} q = 0$$

Énergie

Ce thème est traité dans le sujet 8, p. 140.

Ouverture au monde quantique

30

GUADELOUPE-GUYANE-MARTINIQUE

5 POINTS

JUIN 1987

S U J E T

L'hydrogène des étoiles

► Données

- Constante de Planck : $h = 6,62 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$.
- Célérité dans le vide des ondes électromagnétiques :
 $c = 300\,000 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$.
- Charge élémentaire : $e = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$.

A. 1^{re} partie

Le tableau ci-dessous donne une vue d'ensemble des ondes électromagnétiques (les longueurs d'onde dans le vide sont exprimées en mètres) :

10^{-12}	10^{-11}	10^{-10}	10^{-8}	10^{-7}	10^{-6}	10^{-4}	10^{-3}	1
↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓
Rayons γ	Rayons X	U.V.			Infrarouges	Ondes hertziennes		
				↑				
				Visible				

1. À toute onde électromagnétique est associée un photon.

Calculer, en eV, l'énergie du photon associée :

- à une radiation infrarouge de longueur d'onde $\lambda_1 = 10^{-5} \text{ m}$;
- à une radiation dans le domaine des rayons X telle que $\lambda_2 = 10^{-9} \text{ m}$;
- à une radiation dans le domaine des rayons γ telle que $\lambda_3 = 10^{-12} \text{ m}$.

2. Au cours de quels phénomènes physiques observe-t-on l'émission de photons γ ? À quoi est due cette émission ?

B. 2^e partie

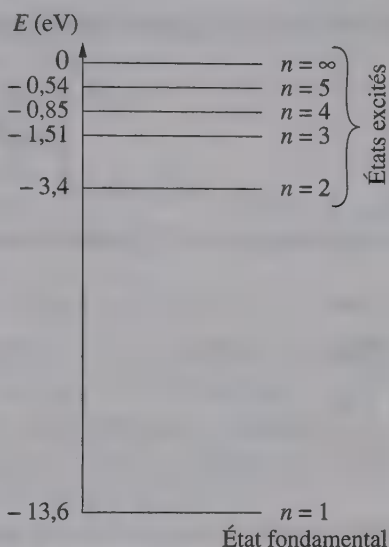
La grande nébuleuse d'Orion comporte quatre étoiles très chaudes rayonnant de la lumière ultraviolette de longueur d'onde inférieure à 91,2 nm, au sein d'un grand « nuage » de gaz interstellaire constitué en majorité d'atomes d'hydrogène.

Le diagramme ci-contre présente quelques-uns des niveaux d'énergie possibles pour l'atome d'hydrogène.

1. À quoi correspond le niveau d'énergie $E = 0 \text{ eV}$?

2. Quel est le comportement d'un atome d'hydrogène pris à l'état fondamental lorsqu'il reçoit une radiation de longueur d'onde $\lambda = 91,2 \text{ nm}$?

3. Un atome d'hydrogène qui reçoit une radiation de longueur d'onde $\lambda' = 110 \text{ nm}$ peut-il être excité ? Pourquoi ?



4. Lorsque le gaz interstellaire de la nébuleuse d'Orion est ionisé, les électrons se recombinent avec les protons pour former des atomes d'hydrogène dans un état excité. Un atome d'hydrogène excité se désexcite ensuite progressivement en émettant une succession de photons.

Quelle est la longueur d'onde de la radiation émise lorsque cet atome d'hydrogène passe de l'état excité $n = 3$ à l'état excité $n = 2$? Cette radiation est-elle visible ?

C O R R I G É

A. 1^{re} partie

1. L'électronvolt est une unité d'énergie telle que :

$$1 \text{ eV} = 1,6 \times 10^{-19} \text{ J}.$$

Pour chaque longueur d'onde des rayonnements évoqués, il est possible de calculer l'énergie E du photon associé suivant : $E = h\nu$, où ν est la fréquence de l'onde électromagnétique.

Elle est liée à la longueur d'onde λ par la relation :

$$v = \frac{c}{\lambda}, \text{ donc :}$$

$$E = \frac{h c}{\lambda}$$

Avec $h = 6,62 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$, $c = 3 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

et $1 \text{ eV} = 1,6 \times 10^{-19} \text{ J}$, nous obtenons :

Onde	1	2	3
$\lambda \text{ (m)}$	10^{-5}	10^{-9}	10^{-12}
$E \text{ (J)}$	$1,99 \times 10^{-20} \text{ J}$	$1,99 \times 10^{-16} \text{ J}$	$1,99 \times 10^{-13} \text{ J}$
$E \text{ (eV)}$	$0,12 \text{ eV}$	$1,2 \times 10^3 \text{ eV} = 1,2 \text{ keV}$	$1,2 \times 10^6 \text{ eV} = 1,2 \text{ MeV}$

2. L'émission de rayonnement γ est observée lors des désintégrations nucléaires lorsqu'un noyau-fils passe d'un état excité, dans lequel il est produit à l'issue de la transformation nucléaire, à son état fondamental.

B. 2^e partie

1. Le niveau d'énergie $E_{\infty} = 0 \text{ eV}$ correspond à l'état d'excitation maximale. Dans cet état l'atome d'hydrogène est ionisé.

2. La radiation de longueur d'onde $\lambda = 91,2 \text{ nm} = 91,2 \times 10^{-9} \text{ m}$

possède une énergie $E = \frac{h c}{\lambda}$.

Avec $h = 6,62 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$, $c = 3,00 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

et $1 \text{ eV} = 1,6 \times 10^{-19} \text{ J}$, nous obtenons :

$$E = 2,18 \times 10^{-18} \text{ J}, \text{ soit } E = 13,6 \text{ eV}.$$

Cette énergie est justement l'énergie exactement nécessaire pour que l'atome d'hydrogène effectue une transition de l'état fondamental vers le dernier niveau excité $n = \infty$ puisque :

$$\Delta E_{0 \rightarrow \infty} = E_{\infty} - E_0 = 13,6 \text{ eV}.$$

Le rayonnement de longueur d'onde $\lambda = 91,2 \text{ nm}$ provoque donc l'ionisation de l'atome d'hydrogène.

3. Calculons l'énergie du photon associé à l'onde de longueur d'onde $\lambda' = 110 \times 10^{-9} \text{ nm}$.

Avec $h = 6,62 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$, $c = 3,00 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

et $1 \text{ eV} = 1,6 \times 10^{-19} \text{ J}$, nous obtenons :

$$E' = \frac{h c}{\lambda'} = 1,81 \times 10^{-18} \text{ J}, \text{ soit } E' = 11,3 \text{ eV}.$$

La transition de l'état fondamental d'énergie E_0 vers le premier état excité $n = 1$ d'énergie E_1 nécessite :

$$\Delta E_{0 \rightarrow 1} = E_1 - E_0 = -3,4 + 13,6 = 10,2 \text{ eV}$$

et la transition vers le deuxième état excité $n = 2$ d'énergie E_2 nécessite :

$$\Delta E_{0 \rightarrow 2} = E_2 - E_0 = -1,51 + 13,6 = 12,1 \text{ eV}.$$

Il est à ce stade inutile de poursuivre les calculs puisque les autres transitions possibles, en théorie, nécessitent encore plus d'énergie que ne peut en fournir le photon associé à l'onde de longueur d'onde λ' .

Le rayonnement de longueur d'onde λ' ne permet donc pas à l'atome d'hydrogène, pris dans son état fondamental, d'effectuer une transition vers un quelconque de ses états excités. En effet, l'énergie E' fournie par le rayonnement ne correspond à aucun écart énergétique entre l'état fondamental et un état excité de l'atome d'hydrogène.

4. Lorsque l'atome d'hydrogène passe de l'état excité $n = 3$ à l'état excité $n = 2$, la variation d'énergie s'écrit :

$$\Delta E_{3 \rightarrow 2} = E_2 - E_3 = -3,4 + 1,51 = -1,89 \text{ eV}.$$

La valeur négative obtenue indique que le système, ici l'atome d'hydrogène, libère de l'énergie telle que :

$$E_{\text{libérée}} = |\Delta E_{3 \rightarrow 2}| = 1,89 \text{ eV}.$$

L'énergie est libérée sous forme d'un rayonnement de longueur d'onde λ'' telle que :

$$\lambda'' = \frac{h c}{E_{\text{libérée}}}.$$

D'où avec $E_{\text{libérée}} = 1,89 \times 1,6 \times 10^{-19} \text{ J}$, $h = 6,62 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$ et $c = 3,00 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, nous calculons :

$$\lambda'' = 6,57 \times 10^{-7} \text{ m} = 657 \text{ nm}$$

À l'aide du **tableau 1** fourni dans l'énoncé, nous pouvons affirmer que cette radiation est visible pour l'œil puisque sa longueur d'onde est située entre 10^{-6} m et 10^{-7} m qui sont les limites fournies pour le domaine visible.

S U J E T

Utilisation d'une lunette d'approche

Dans cet exercice, tous les angles rencontrés sont suffisamment petits pour qu'on puisse considérer que : $\tan \theta \approx \theta$ (rad).

Rappel de la relation de conjugaison :

Les conventions sont celles utilisées habituellement. O étant le centre de la lentille, l'axe principal optique Ox est orienté dans le sens de propagation de la lumière. A étant un point de l'objet situé sur l'axe Ox, A' son image et F' le foyer image de la lentille, la formule de conjugaison des lentilles minces s'écrit :

$$\frac{1}{OA'} - \frac{1}{OA} = \frac{1}{OF'}$$

Une lunette grossissante est constituée :

- d'un objectif, assimilable à une lentille convergente L_1 , de centre O_1 et de distance focale $f' = 50$ cm ;
- d'un oculaire, assimilable à une lentille convergente L_2 , de centre O_2 et de distance focale $f' = 8$ cm.

Ces deux lentilles ont le même axe optique principal et le foyer objet F_2 de L_2 est confondu avec le foyer image F'_1 de L_1 .

1. Représenter sur la **figure 1**, donnée en annexe et réalisée à l'échelle $\frac{1}{10}$ (4 mm sur la figure représente 4 cm en réalité) :

- le foyer image F'_1 de L_1 ;
- la lentille L_2 et ses deux foyers F_2 et F'_2 .

Cette annexe sera à rendre avec votre copie.

2. On observe avec cette lunette un objet réel AB, situé à l'infini. AB est perpendiculaire à l'axe optique et A se trouve sur l'axe optique. Sur la **figure 1**, on a représenté deux rayons lumineux issus de B. Ils font un angle θ avec l'axe optique.

a) Où l'image A_1B_1 de AB, donnée par L_1 se forme-t-elle ? Justifier la réponse. Réaliser sur la **figure 1**, la construction correspondante.

b) Calculer la dimension de A_1B_1 . Pour l'application numérique, on prendra $\theta = 0,012$ rad. (Cette valeur n'a pas été respectée sur la **figure 1** pour davantage de clarté de la construction).

3. Pour l'oculaire L_2 , A_1B_1 est un objet. Il en forme donc une image, notée $A'B'$.

a) Où cette image définitive $A'B'$ de AB à travers toute la lunette se forme-t-elle ? Réaliser la construction correspondante sur la **figure 1**.

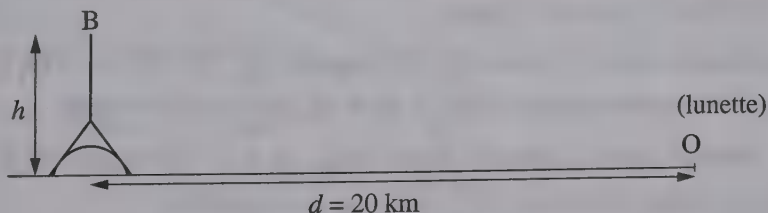
b) Indiquer le sens de cette image $A'B'$.

4. On appelle grossissement G de la lunette, le rapport $G = \frac{\theta'}{\theta}$; où θ représente l'angle sous lequel l'observateur voit l'image $A'B'$ à travers la lunette.

a) Représenter θ' sur la **figure 1**.

b) Exprimer littéralement le grossissement G de cette lunette, en fonction de f_1 et f_2 , puis faire l'application numérique.

5. On place maintenant dans le plan focal objet de l'oculaire L_2 un micromètre, c'est-à-dire une plaque de verre sur laquelle sont gravées des graduations régulières, espacées de 0,1 mm les unes des autres (figure ci-contre). Avec la lunette ainsi équipée, on observe la tour Eiffel (figure ci-après), située à une distance $d = 20$ km du lieu d'observation (elle pourra ainsi être considérée comme un objet à l'infini pour la lunette).



L'image de la tour vue dans la lunette couvre 79 graduations du micromètre :
déterminer la hauteur h de la tour Eiffel.

Annexe

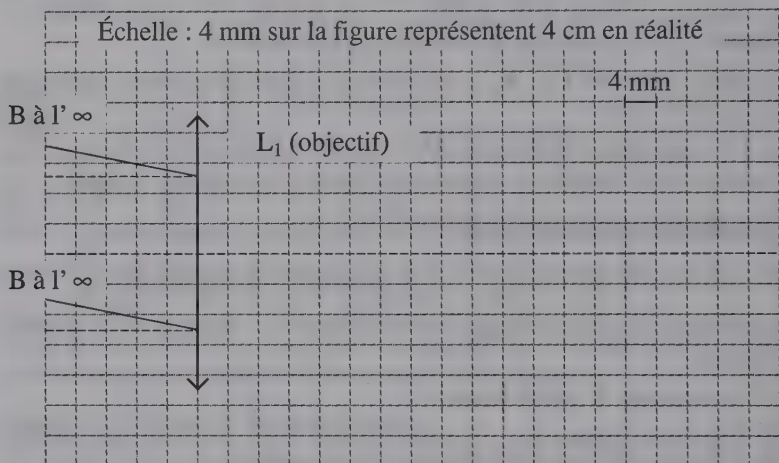


Figure 1

C O R R I G É

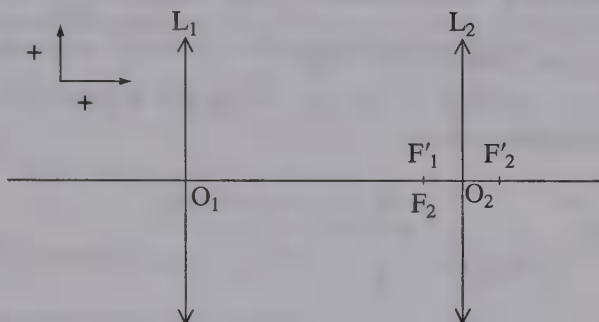
1. Remarque : Le format de cet ouvrage ne nous permet pas de respecter l'échelle proposée dans l'énoncé.

L'énoncé donne la distance focale image de L_1 : $f'_1 = 50 \text{ cm} = \overline{O_1F'_1}$ qui sera représentée par $50 \times \frac{1}{4} = 12,5 \text{ cm}$ sur le schéma ci-après.

L'énoncé donne la distance focale image de L_2 : $f'_2 = 8 \text{ cm} = \overline{O_2F'_2}$ qui sera représentée par $8 \times \frac{1}{4} = 2,0 \text{ cm}$ sur le schéma.

Nous avons : $\overline{O_2 F_2} = -\overline{O_2 F'_2} = -8,0 \text{ cm}$, soit $-2,0 \text{ cm}$ sur le schéma.

Nous obtenons la figure ci-dessous sachant que F'_1 et F_2 sont confondus :



2. a) $A_1 B_1$ est l'image donnée par la lentille L_1 de l'objet AB situé à l'infini. Le point A étant sur l'axe optique, il en est de même pour son image A_1 .

Ces deux points vérifient alors la relation de conjugaison :

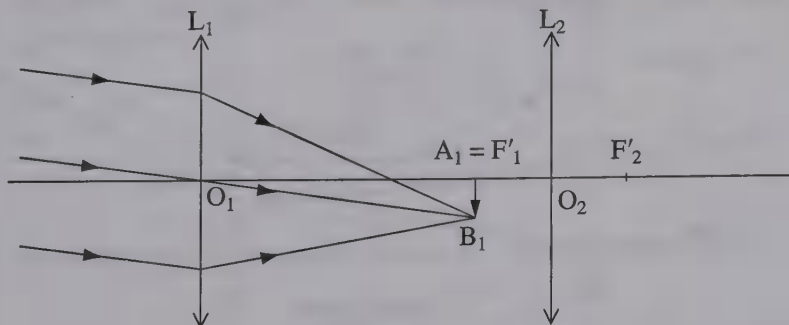
$$\frac{1}{\overline{O_1 A_1}} - \frac{1}{\overline{O_1 A}} = \frac{1}{\overline{O_1 F'_1}}.$$

Mais l'objet lumineux étant à l'infini, alors :

$$\overline{O_1 A} = -\infty, \text{ donc } \frac{1}{\overline{O_1 A}} = 0 \text{ ainsi : } \frac{1}{\overline{O_1 A_1}} = \frac{1}{\overline{O_1 F'_1}}$$

$$\text{d'où } \overline{O_1 A_1} = \overline{O_1 F'_1} = f'_1 = 50 \text{ cm}.$$

L'image $A_1 B_1$ est donc dans le plan focal image de la lentille L_1 :



b) **Remarque :** Attention de ne pas confondre les distances, toujours positives, et les mesures algébriques qui peuvent être négatives.

Exprimons $\tan \theta$ dans le triangle $O_1 A_1 B_1$: $\tan \theta = \frac{A_1 B_1}{O_1 A_1}$.

Or : $O_1 A_1 = f'_1$, donc $A_1 B_1 \approx \theta f'_1$.

Avec $O_1 A_1 = O_1 F'_1 = f'_1 = 50 \text{ cm}$ et $\tan \theta \approx \theta = 0,012 \text{ rad}$, nous obtenons numériquement :

$$A_1 B_1 = 6,0 \times 10^{-1} \text{ cm}$$

3. a) **Remarque :** Le foyer principal objet F_2 de L_2 est confondu avec le foyer principal image F'_1 de L_1

$A_1 B_1$ est un objet pour L_2 . Le point A_1 étant sur l'axe optique, il en est de même pour son image A' .

Ces deux points vérifient alors la relation de conjugaison :

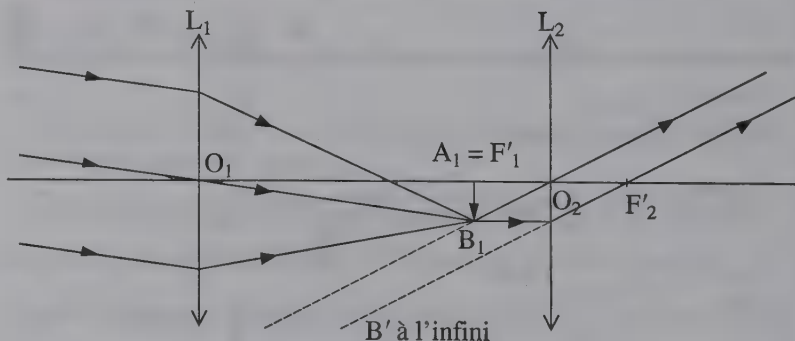
$$\frac{1}{\overline{O_2 A'}} - \frac{1}{\overline{O_2 A_1}} = \frac{1}{\overline{O_2 F'_2}}$$

$$\text{Or } \overline{O_2 A_1} = \overline{O_2 F'_1} = \overline{O_2 F_2} = -\overline{O_2 F'_2},$$

d'où $\frac{1}{\overline{O_2 A'}} = 0$ ce qui implique :

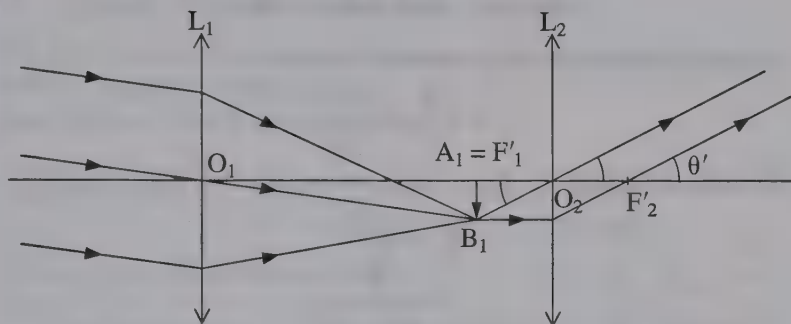
$$\overline{O_2 A'} = +\infty$$

L'image $A' B'$ est donc située à l'infini.



b) La construction graphique précédente nous montre que l'image $A'B'$ est dans le sens opposé de l'objet AB ; l'image est donc renversée.

4. a) **Remarque :** Repérez bien tous les angles de valeur θ' .



b) **Remarque :** Attention de ne pas confondre les distances, toujours positives et les mesures algébriques qui peuvent être négatives : $O_2F_2 = O_2F'_2 > 0$ mais $\overline{O_2F'_2} = -\overline{O_2F_2}$.

Exprimons $\tan \theta'$ dans le triangle $O_2A_1B_1$:

$$\tan \theta' = \frac{A_1B_1}{O_2A_1} \quad \text{avec} \quad O_2A_1 = O_2F_2 = O_2F'_2 = f'_2.$$

En considérant que l'approximation $\tan \theta' \approx \theta'$ reste valable, nous obtenons :

$$\theta' \approx \frac{A_1B_1}{f'_2}.$$

En utilisant le résultat du 2. b) nous pouvons exprimer le grossissement G de la lunette :

$$G = \frac{\theta'}{\theta} \approx \frac{A_1B_1 \cdot f'_1}{f'_2 \cdot A_1B_1}$$

soit :

$$G \approx \frac{f'_1}{f'_2}$$

Nous obtenons donc numériquement, avec $f'_1 = 50 \text{ cm}$ et $f'_2 = 8 \text{ cm}$:

$$G \approx 6,25$$

5. Remarque : La tour Eiffel a une hauteur de l'ordre de 300 m, ce qui doit nous permettre de vérifier le résultat. L'image de la tour donnée par la lentille L_1 correspond à l'image A_1B_1 .

Utilisons la trigonométrie pour exprimer l'angle θ :

$$\tan \theta = \frac{h}{d} \approx \theta, \text{ si } \theta \text{ est faible.}$$

Les résultats du 4. b) nous permettent d'écrire :

$$\theta = \frac{\theta'}{G} \approx \frac{A_1B_1}{Gf'_2}.$$

Par suite, en égalisant les deux expressions précédentes, nous obtenons :

$$\frac{h}{d} \approx \frac{A_1B_1}{Gf'_2}$$

soit :

$$h \approx \frac{A_1B_1 \cdot d}{Gf'_2}$$

Compte tenu du fait que l'image de la tour A_1B_1 couvre 79 graduations du micromètre, espacées de 0,1 mm les unes des autres, nous avons $A_1B_1 = 7,9 \text{ mm}$.

Numériquement, avec $A_1B_1 = 7,9 \times 10^{-3} \text{ m}$, $d = 20 \times 10^3 \text{ m}$, $G = 6,25$ et $f'_2 = 8,0 \times 10^{-2} \text{ m}$, nous obtenons :

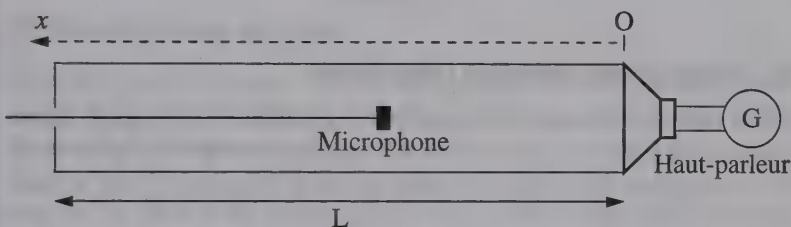
$$h \approx 316 \text{ m}$$

S U J E T

Étude d'onde sonore dans un tube

On désire étudier les modes de vibration d'une colonne d'air dans un tube de longueur $L = 50 \text{ cm}$.

Pour cela, on réalise le montage suivant :



Le tube est bouché, à une extrémité par le haut-parleur, à l'autre par une paroi percée d'un trou qui permet de faire glisser une tige portant un microphone à électret, *sensible à la pression de l'air*.

Ce microphone est relié à une interface d'acquisition. Cette interface permet d'enregistrer la valeur de la tension aux bornes du microphone qui est proportionnelle à la valeur de la pression.

Le haut-parleur est relié à un générateur de tension sinusoïdale de fréquence variable.

► Donnée : célérité du son dans l'air : $v = 340 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

A. Spectre en fréquence

Dans un premier temps, le générateur est éteint : le haut-parleur ne sert donc que de paroi fixe.

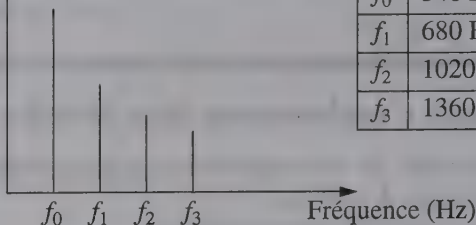
On tape sur la paroi latérale du tube afin d'exciter l'air intérieur au tube avec un très grand nombre de fréquences.

Après avoir enregistré la tension aux bornes du microphone pendant un certain temps, on réalise, grâce à un logiciel de traitement de données, le spectre en fréquence de l'onde générée par le tube (document 1).

1. Repérer la fréquence fondamentale et donner sa fréquence.

2. Le son émis est-il pur ? Justifier.

Amplitude
de la tension



f_0	340 Hz
f_1	680 Hz
f_2	1020 Hz
f_3	1360 Hz

Document 1

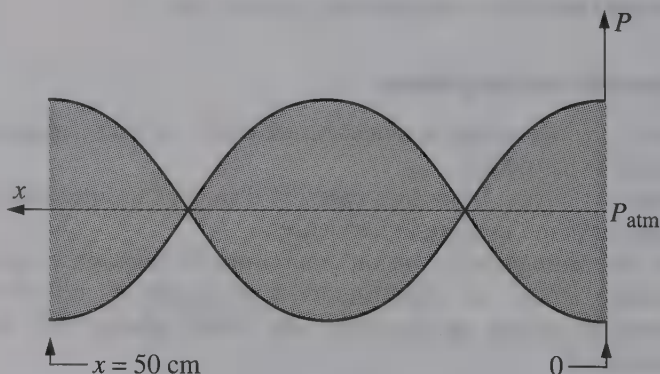
B. Étude d'une certaine fréquence

Dans cette deuxième partie, le générateur est allumé. On place le microphone dans le tube et on fait varier la fréquence f du signal du générateur. Le haut-parleur émet alors une onde sonore de fréquence f dans le tube. Pour certaines valeurs de fréquence f , le son émis par le tube est intense : il devient aisément audible. Ces fréquences sont celles obtenues dans la première expérience (voir le *tableau* du **document 1**).

1. Quel est le nom donné au phénomène qui se produit à ces fréquences particulières et qui rend le son intense ?

2. On règle la fréquence du générateur à une de ces fréquences particulières. Puis, on déplace le microphone selon l'axe Ox , afin de mesurer la valeur de la pression P mesurée en fonction de l'abscisse x du microphone.

On a représenté les valeurs extrêmes de pression sur le **document 2**.

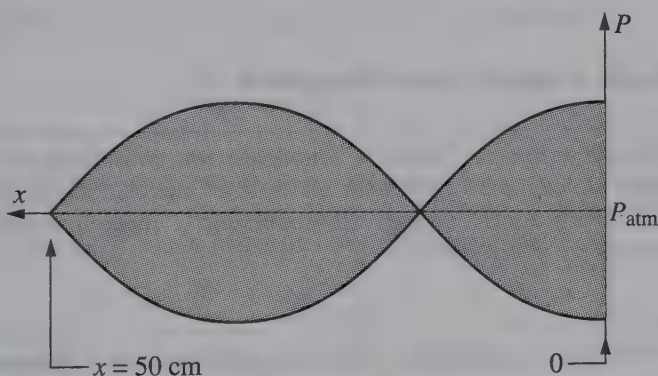


Document 2

- a) Aux deux extrémités du tube, observe-t-on un nœud ou un ventre de pression ? Justifier le choix.
- b) Quelle est la longueur d'onde de l'onde sonore observée ?
- c) La célérité du son dans l'air étant $v = 340 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, déterminer la valeur de la fréquence de l'onde sonore.
3. Calculer la longueur d'onde correspondant au mode fondamental.
4. Étant fermées, on observe toujours un ventre de pression aux extrémités. En vous inspirant du **document 2**, représenter l'allure du mode fondamental.

C. Modification du tube

On décide de déboucher l'extrémité opposée au haut-parleur. L'expérience de la partie B réalisée à la fréquence du mode fondamental donne la courbe du **document 3**.



Document 3

1. À l'aide du **document 3**, déterminer la longueur d'onde du mode fondamental.
2. Dans cette configuration, le son entendu lorsqu'on tape sur le tube est-il plus aigu ou plus grave qu'avec le tube fermé aux deux extrémités ? Justifier.

A. Spectre en fréquence

1. La fréquence du mode fondamental de vibration, ou fréquence fondamentale, est celle de plus faible valeur observée sur le spectre en fréquence du **document 1**, soit :

$$f_0 = 340 \text{ Hz}$$

2. Un son pur est une onde sonore purement sinusoïdale. Le son émis ici n'est donc pas un son pur, car il est composé de plusieurs ondes de fréquences différentes.

B. Étude d'une certaine fréquence

1. L'augmentation de l'intensité sonore du son émis, lorsque la fréquence f du signal du générateur est égale à l'une des fréquences propres données dans le tableau du **document 1**, met en évidence le phénomène de résonance.

2. a) Aux deux extrémités du tube nous observons sur le **document 2** un ventre de pression puisqu'en ces points la pression de l'air prend des valeurs extrêmes.

b) Nous observons qu'il s'établit un système d'ondes stationnaires à l'intérieur du tube de longueur L . La distance d séparant deux nœuds (ou deux ventres) successifs de l'onde est alors égale à une demi-longueur d'onde λ , soit ici :

$$\frac{\lambda}{2} = d = \frac{L}{2}, \text{ donc :}$$

$$\lambda = L = 50 \times 10^{-2} \text{ m} = 50 \text{ cm}$$

c) La fréquence f de l'onde sonore est telle que :

$$f = \frac{v}{\lambda}.$$

D'où, avec $v = 340 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ et $\lambda = 50 \times 10^{-2} \text{ m}$, nous calculons :

$$f = 680 \text{ Hz}$$

Remarque : Nous vérifions que cette fréquence est bien l'une de celles données dans le tableau du document 1.

3. Calculons la longueur d'onde λ_0 correspondant au mode de vibration fondamental :

$$\lambda_0 = \frac{v}{f_0}.$$

D'où, avec $v = 340 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ et $f_0 = 340 \text{ Hz}$, nous obtenons :

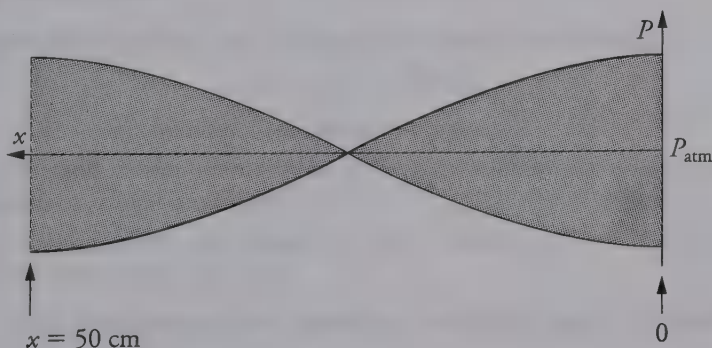
$$\lambda_0 = 1,00 \text{ m} = 100 \text{ cm}$$

4. Compte tenu de la valeur de la longueur d'onde λ_0 correspondant au mode de vibration fondamental, nous déduisons la distance d_0 qui doit séparer deux nœuds (ou deux ventres) successifs de l'onde :

$$d_0 = \frac{\lambda_0}{2}$$

d'où, avec $\lambda_0 = 100 \text{ cm}$, nous tirons : $d_0 = 50 \text{ cm}$.

L'onde stationnaire aura donc l'allure suivante :



C. Modification du tube

1. Nous considérons un nouveau système résonant dans le cas où le tuyau est maintenant ouvert à l'une de ses extrémités. La longueur d'onde λ'_0 du nouveau mode fondamental est telle que :

$$\frac{\lambda'_0}{2} = d'_0.$$

Or nous mesurons $d'_0 = \frac{2}{3} L$, donc : $\lambda'_0 = \frac{4}{3} L$.

Numériquement, avec $L = 50 \times 10^{-2} \text{ m}$, nous calculons :

$$\lambda'_0 = 0,67 \text{ m} = 67 \text{ cm}$$

2. Calculons la fréquence f'_0 du nouveau mode de vibration fondamental :

$$f'_0 = \frac{v}{\lambda'_0}$$

avec $v = 340 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ et $\lambda'_0 = 67 \times 10^{-2} \text{ m}$, nous obtenons :

$$f'_0 = 510 \text{ Hz}$$

Le son entendu lorsque nous tapons sur le tube ouvert à l'une de ses extrémités est donc plus aigu que lorsqu'il est fermé à ses deux extrémités puisque $f'_0 > f_0$.

S U J E T

Télécommunication

A. Ondes électromagnétiques

Les bandes de fréquences allouées à la radiodiffusion sont repérées par :

- GO de 1052 à 2 000 m,
- FM de 87,5 à 108 MHz.

Les ondes électromagnétiques se propagent dans l'air à la vitesse de $3 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

1. Recopier et compléter le tableau associant fréquences et longueurs d'onde :

	Fréquence	Longueur d'onde
GO	de ... à ...	de 1 052 à 2 000 m
FM	de 87,5 MHz à 108 MHz	de ... à ...

2. La commission d'allocation des fréquences attribue un canal à chaque émetteur.

En GO, chaque canal a une largeur spectrale de 9 kHz.

Quel est le nombre maximum d'émetteurs autorisés par la commission en GO ?

B. Modulation

D'une façon générale, un signal modulé s'exprime par la relation :

$$s(t) = A(t) \cos(\Theta(t)).$$

1. $A(t)$ et $\Theta(t)$ sont des fonctions du temps.

a) En modulation d'amplitude (MA), quelle est la fonction qui contient le signal modulant ?

b) En modulation de fréquence (MF), quelle est la fonction qui contient le signal modulant ?

2. On a enregistré un signal modulé en fonction du temps. L'enregistrement est reproduit en **annexe**.

Sur cette **annexe**, dans les cadres prévus à cet effet :

- préciser la nature de la modulation correspondant à chaque signal ;
- tracer, dans chaque cas, l'allure du signal modulant.

3. La modulation de la porteuse est réalisée par le dispositif représenté sur la **figure 1**.

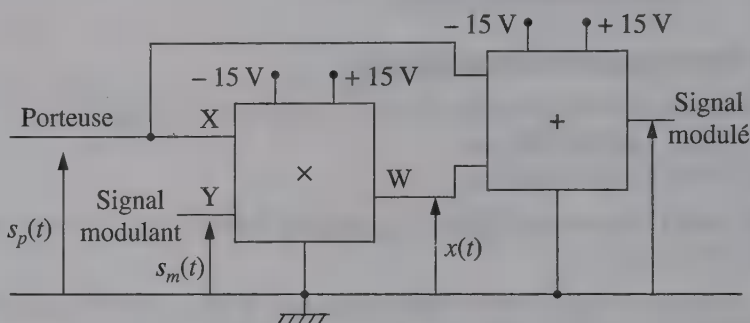


Figure 1

Soit :

$$s_p(t) = U_p \cos \omega_p t \quad \text{et} \quad s_m(t) = U_m \cos \omega_m t ;$$

$$x(t) = \frac{s_m(t) s_p(t)}{10} \quad \text{et} \quad s(t) = x(t) + s_p(t) .$$

- Quelle est la nature de la modulation réalisée ?
- Quelle propriété doit posséder la fréquence de la porteuse par rapport à la fréquence du signal modulant pour avoir une bonne qualité de modulation ?
- Montrer que $s(t)$ s'exprime par la relation :

$$s(t) = \frac{U_m U_p}{20} [\cos (\omega_p + \omega_m)t + \cos (\omega_p - \omega_m)t] + U_p \cos \omega_p t$$

On rappelle que :

$$2 \cos a \cos b = \cos (a + b) + \cos (a - b) .$$

- Quelle est la largeur de la bande passante nécessaire à la transmission du signal ?

e) *Application numérique*

En GO, chaque canal a une largeur spectrale de 9 kHz.

Quelle est la fréquence maximale du signal sinusoïdal modulant qui peut être transmis dans cette bande GO ?

C. Réception

Dans le récepteur, un circuit oscillant accordable par variation de la capacité C du condensateur permet de sélectionner le canal souhaité. Le schéma de ce circuit est donné **figure 2**.

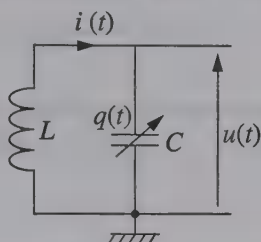
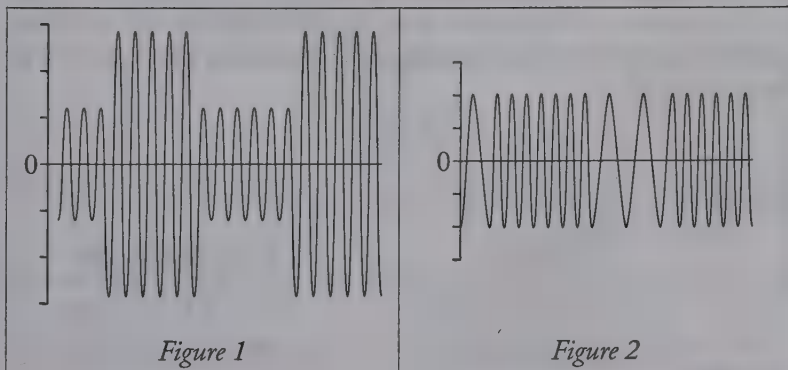


Figure 2

1. Établir l'équation différentielle liant $u(t)$ et sa dérivée seconde.
2. En déduire l'expression de la fréquence propre f_0 des oscillations en fonction de L et C .
3. Avec $L = 1 \text{ mH}$, quelle doit être la plage de variation de la capacité du condensateur pour capter tous les canaux de la bande GO ?

Annexe

Signal visualisé en fonction du temps



Type de modulation

Type de modulation

Allure du signal modulant

Allure du signal modulant

C O R R I G É

A. Ondes électromagnétiques

1. Complétons le tableau après avoir rappelé la relation qui lie la fréquence f d'une onde électromagnétique (se propageant à la vitesse v) à sa longueur d'onde λ :

$$f = \frac{v}{\lambda}$$

Avec ici $v = c = 3 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ nous obtenons :

	Fréquence	Longueur d'onde
GO	de 150 kHz à 285 kHz	de 1 052 m à 2 000 m
FM	de 87,5 MHz à 108 MHz	de 2,78 m à 3,43 m

2. La bande de fréquences allouées en GO va de 150 kHz à 285 kHz, ce qui donne une largeur de bande $\Delta f = 135$ kHz.

Sachant que chaque émetteur dispose d'un canal de largeur spectrale de 9 kHz, il ne peut donc y avoir plus de $n_{\max}$ émetteurs autorisés par la commission en GO, tels que :

$$n_{\max} = \frac{135}{9} = 15 \text{ émetteurs}$$

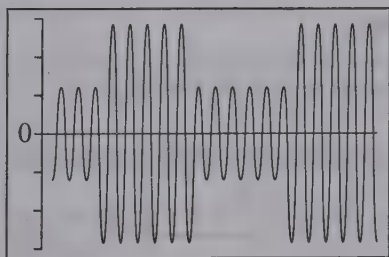
B. Modulation

1. a) En modulation d'amplitude c'est la fonction $A(t)$ qui contient le signal modulant.

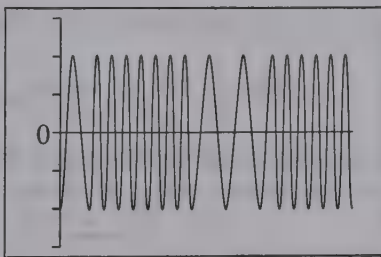
b) En modulation de fréquence c'est la fonction $\Theta(t)$ qui contient le signal modulant.

2. a) La modulation d'amplitude consiste à modifier l'amplitude d'une onde porteuse de fréquence très élevée par le signal modulant.

La modulation de fréquence consiste à modifier la fréquence d'une onde porteuse de fréquence très élevée par le signal modulant.

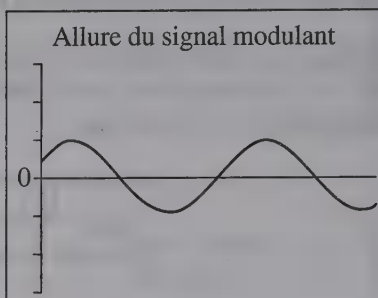
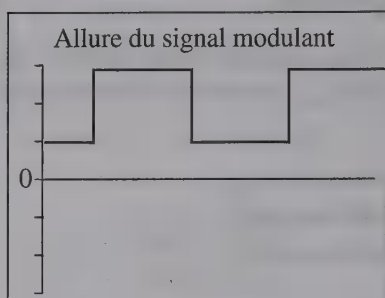


Modulation d'amplitude



Modulation de fréquence

b)



3. a) Le circuit électronique représenté utilise un multiplieur, c'est donc une modulation d'amplitude qui est réalisée.

b) Pour avoir une bonne qualité de modulation, la fréquence f_p de la porteuse doit être beaucoup plus élevée que la fréquence f_m du signal modulant.

c) Utilisons les relations fournies dans l'énoncé :

$$s(t) = x(t) + s_p(t) = \frac{s_m(t)s_p(t)}{10} + s_p(t)$$

soit :

$$s(t) = \frac{1}{10} U_m \cos(\omega_m t) U_p \cos(\omega_p t) + U_p \cos(\omega_p t)$$

que nous pouvons mettre sous la forme :

$$s(t) = \frac{1}{20} 2 U_m U_p \cos(\omega_m t) \cos(\omega_p t) + U_p \cos(\omega_p t).$$

Ceci conduit, après utilisation de la transformation mathématique donnée (en posant $a = \omega_m t$ et $b = \omega_p t$), à :

$$s(t) = \frac{U_m U_p}{20} [\cos((\omega_p + \omega_m)t) + \cos((\omega_p - \omega_m)t)] + U_p \cos(\omega_p t)$$

d) La fonction obtenue correspond à la somme de trois tensions sinusoïdales de pulsation respectives ω_p , $\omega_p + \omega_m$, $\omega_p - \omega_m$ où ω_p est la pulsation de la porteuse et ω_m la pulsation du signal modulant.

Pour que le signal $s(t)$ puisse être transmis, il faut que la bande passante couvre l'intervalle $[f_p - f_m ; f_p + f_m]$ où $f_p = \frac{\omega_p}{2\pi}$ et $f_m = \frac{\omega_m}{2\pi}$.

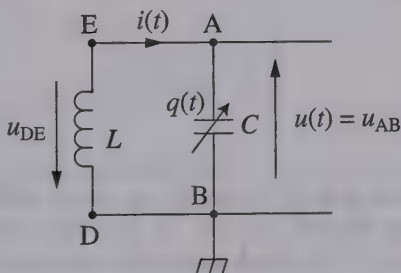
e) En GO, l'intervalle défini ci-dessus a une largeur spectrale de 9 kHz, ce qui implique : $(f_p + f_m) - (f_p - f_m) = 9 \text{ kHz}$, soit $2f_m = 9 \text{ kHz}$.

Nous en déduisons donc la fréquence maximale du signal modulant qui peut être transmis en GO :

$$f_m = 4,5 \text{ kHz}$$

C. Réception

1. **Remarque :** Observez bien la **figure 2** de l'énoncé qui fait apparaître le sens positif choisi pour le courant et revoyez les conventions utilisées pour exprimer la tension aux bornes de récepteurs.



Utilisons la loi d'additivité des tensions :

$$u(t) = u_{AB} = u_{AE} + u_{ED} + u_{DB}$$

avec $u_{AE} = u_{DB} = 0$ (tensions aux bornes de fils de connexion) et

$$u_{ED} = -u_{DE} = -L \frac{di(t)}{dt}, \text{ d'où : } u(t) = -L \frac{di(t)}{dt} \text{ soit :}$$

$$u(t) + L \frac{di(t)}{dt} = 0 \quad (1)$$

Or la tension aux bornes d'un condensateur est telle que $u(t) = \frac{q(t)}{C}$, soit $q(t) = Cu(t)$.

Par définition, $i(t) = \frac{dq(t)}{dt}$, donc $i(t) = C \frac{du(t)}{dt}$
soit :

$$\frac{di(t)}{dt} = C \frac{d^2u(t)}{dt^2}$$

En remplaçant l'expression de $\frac{di(t)}{dt}$ ainsi obtenue dans l'équation (1), nous obtenons l'équation différentielle liant $u(t)$ et sa dérivée seconde :

$$\boxed{\frac{d^2u(t)}{dt^2} + \frac{1}{LC} u(t) = 0} \quad (2)$$

2. Cette équation différentielle est de la forme :

$$\frac{d^2u(t)}{dt^2} + \omega_0^2 u(t) = 0.$$

Par identification avec l'équation (2), nous obtenons : $\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$.

Or $f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi}$ donc :

$$\boxed{f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}}$$

3. Le récepteur doit pouvoir s'accorder sur toutes les fréquences comprises dans la bande allouée aux GO. Il faut donc pouvoir modifier la valeur de la capacité C du condensateur de sorte que f_0 puisse prendre les valeurs allant de 150 kHz jusqu'à 285 kHz.

Par conséquent, avec $C = \frac{1}{4\pi^2 f_0^2 L}$, nous obtenons la plage de variation de la capacité du condensateur si $L = 1 \text{ mH}$:

$$\boxed{C \in [0,31 \text{ nF} ; 1,1 \text{ nF}]}$$

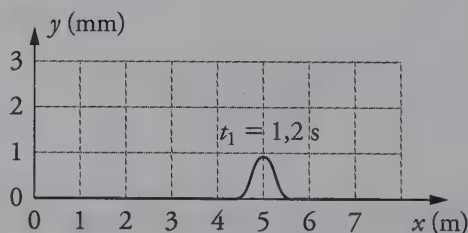
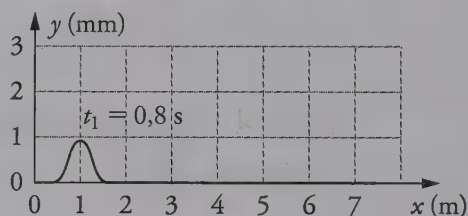
Concours d'écoles d'ingénieurs

S U J E T

EXERCICE 1

Une perturbation créée en un point source S, se propage le long d'une corde.

Cette corde a été photographiée aux instants $t_1 = 0,8 \text{ s}$ et $t_2 = 1,2 \text{ s}$ (voir le schéma ci-dessous).

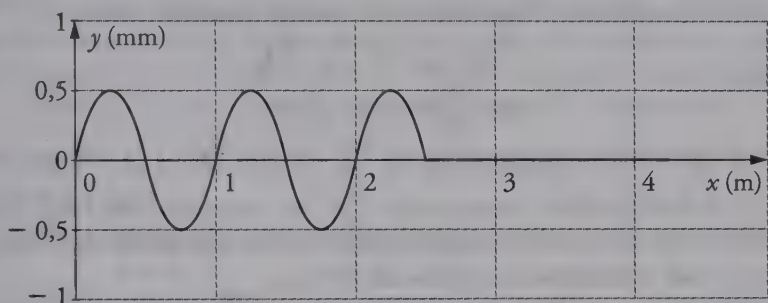


Remarque : L'abscisse 0 m sur le schéma ne correspond pas à la position du point source S.

- Il s'agit d'une onde progressive longitudinale.
- Au cours de sa progression l'onde est amortie.
- La célérité moyenne entre t_1 et t_2 est de $10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.
- En un point M de la corde on aura $y_M(t) = y_S(t + 0,4)$, le temps étant exprimé en seconde et l'élongation y en centimètre.

EXERCICE 2

Un vibreur est relié à l'extrémité S d'une corde. À l'instant $t=0$, le vibreur est mis en mouvement. L'aspect de la corde au bout d'un temps de 200 ms est représenté ci-dessous, l'origine des abscisses $x=0$ correspond à la position de l'extrémité S.



- À l'instant $t=0$ le vibreur s'est mis en mouvement vers le haut.
- La longueur d'onde est de 1 m.
- La période du mouvement du vibreur est de 100 ms.
- La célérité de l'onde v pour valeur $12,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

EXERCICE 3

La réaction de fusion entre un noyau de deutérium ${}^2_1\text{H}$ et un noyau de tritium ${}^3_1\text{H}$ conduit à la formation d'un noyau d'hélium ${}^4_2\text{He}$.

► Données

Noyau	${}^2_1\text{H}$	${}^3_1\text{H}$	${}^4_2\text{He}$
$\frac{E_\ell}{A}$ (MeV/ nucléon)	1,183	2,825	7,074

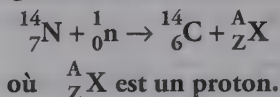
- Le noyau de deutérium ${}^2_1\text{H}$ contient un proton et deux neutrons.
- Il y a formation d'un proton au cours de cette réaction.
- L'énergie libérée par la réaction est égale à 17,455 MeV.
- L'énergie libérée par la réaction se trouve entièrement sous la forme de rayonnement γ .

EXERCICE 4

À haute altitude, l'azote $^{14}_7\text{N}$ bombardé par des neutrons se transforme en carbone $^{14}_6\text{C}$ radioactif β^- , de demi-vie $t_{1/2} = 5\,600$ ans.

► Données : $\frac{\ln 2}{5\,600} = 1,24 \times 10^{-4}$; $\frac{5\,600}{\ln 2} = 8\,080$.

a) À haute altitude, l'équation de la réaction nucléaire s'écrit :



b) L'équation de désintégration de $^{14}_6\text{C}$ s'écrit : $^{14}_6\text{C} \rightarrow {}^0_1\text{e} + ^{14}_5\text{X}$.

Un vieil échantillon contenant du $^{14}_6\text{C}$ a une activité de 2 Bq. Un échantillon identique, récent et de même masse a une activité de 16 Bq.

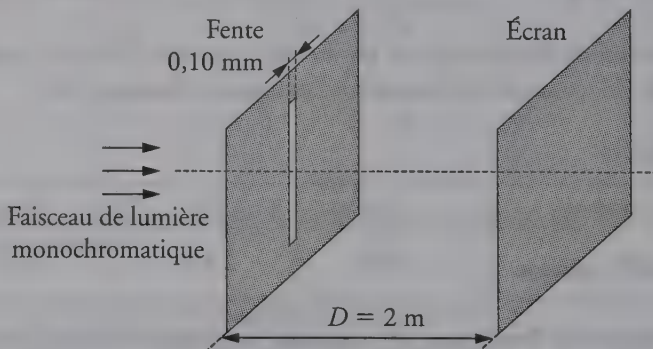
c) Ce vieil échantillon est âgé de 22 400 ans.

d) La constante radioactive caractéristique de $^{14}_6\text{C}$ radioactif a pour valeur $1,24 \times 10^{-4} \text{ an}^{-1}$.

EXERCICE 5

Une fente de largeur 0,10 mm, est éclairée par un faisceau de lumière monochromatique de longueur d'onde 450 nm.

Un écran, disposé perpendiculairement à la direction du faisceau de lumière, est placé à 2 m de la fente.



a) La couleur de cette lumière monochromatique est plus proche du rouge que du bleu.

b) On observe sur l'écran une succession de taches verticales de plus en plus larges, alternativement brillantes et sombres.

- c) L'écart angulaire entre le milieu de la frange centrale et la première extinction est de $4,5 \text{ mrad}$.
- d) Le diamètre de la tache centrale est de $0,9 \text{ cm}$.

EXERCICE 6

On charge un condensateur sous une tension $U_0 = 10 \text{ V}$ à travers une résistance $R = 10 \text{ k}\Omega$. À l'instant $t = 0$, la charge du condensateur est nulle et au bout d'un temps très long, la charge tend vers la valeur finale $Q = 430 \text{ }\mu\text{C}$. On note $u(t)$ la tension aux bornes du condensateur.

► Donnée

$$\ln x = 2,3 \log x.$$

- a) D'après l'additivité des tensions dans le circuit, on peut écrire :

$$\frac{1}{RC} u(t) + \frac{du(t)}{dt} = U_0.$$

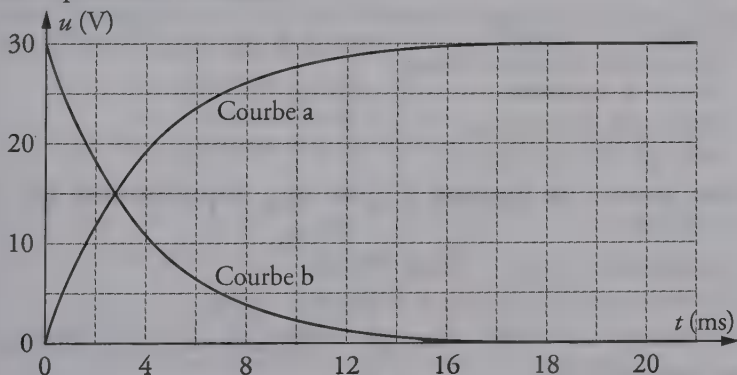
- b) La capacité C du condensateur a pour valeur $C = 43 \text{ }\mu\text{C}$.
- c) La constante de temps du circuit a pour valeur $\tau = 0,43 \text{ ms}$.

La tension aux bornes du condensateur est $u(t) = U_0 \left[1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \right]$.

- d) La charge à 90 % est obtenue au bout d'un temps d'environ 10 s .

EXERCICE 7

On charge un condensateur sous une tension U à travers une résistance $R = 10 \text{ k}\Omega$. À l'aide d'un oscilloscope bicourbe, on visualise deux tensions représentées ci-dessous :



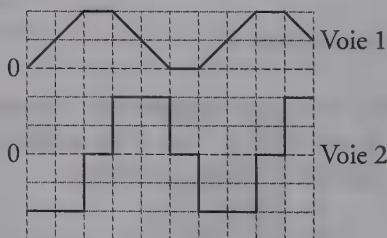
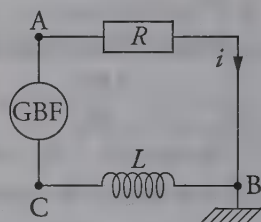
- a) La courbe présentant les variations de la tension u_C aux bornes du condensateur C en fonction du temps est la courbe b.
- b) La constante de temps τ est la durée au bout de laquelle le condensateur est complètement chargé.
- c) La valeur maximale de l'intensité traversant le circuit est de 3 mA. On charge deux condensateurs identiques en série sous la tension U .
- d) L'énergie emmagasinée dans chaque condensateur est le quart de ce qu'elle aurait été avec un seul condensateur chargé sous la même tension U .

EXERCICE 8

On dispose d'une bobine longue d'inductance L et de résistance négligeable. Elle est placée dans un circuit comportant un conducteur ohmique de résistance R et un générateur basse fréquence de tension variable alimenté par un transformateur d'isolement.

L'intensité maximale délivrée par le générateur est $I_{\max} = 2 \text{ mA}$.

Un oscilloscope bicourbe permet de visualiser les tensions u_{AB} et u_{CB} . Les traces des voies en l'absence de tension figurent en pointillé sur la représentation ci-contre.

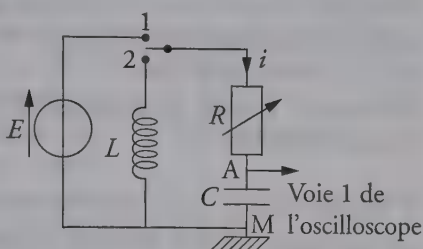


Réglages de l'oscilloscope :

- Sensibilité de déviation verticale
Voie 1 : 1 V/division
Voie 2 : 10 mV/division.
- Balayage : 10 ms/division.

- a) On observe les tensions u_{AB} et u_{CB} respectivement sur les voies 1 et 2.
- b) La résistance R a pour valeur $500 \, \Omega$.
- c) L'inductance de la bobine a pour valeur $0,2 \text{ H}$.
- d) À l'instant $t = 10 \text{ ms}$, l'énergie emmagasinée dans la bobine a pour valeur $0,4 \, \mu\text{J}$.

Le circuit ci-contre comporte un générateur de tension constante E , une bobine d'inductance L (de résistance négligeable), un conducteur ohmique de résistance R (R ajustable de 0 à 10 k Ω), un condensateur de capacité C , et un interrupteur.



• On place l'interrupteur en position 1.

a) L'équation liant la tension u_{AM} , sa dérivée par rapport au temps et les caractéristiques du circuit s'écrit :

$$\frac{du_{AM}}{dt} + \frac{u_{AM}}{RC} + \frac{E}{RC} = 0$$

• On bascule l'interrupteur en position 2.

b) Quand l'interrupteur est en position 2, l'intensité circule initialement dans le sens indiqué sur le schéma.

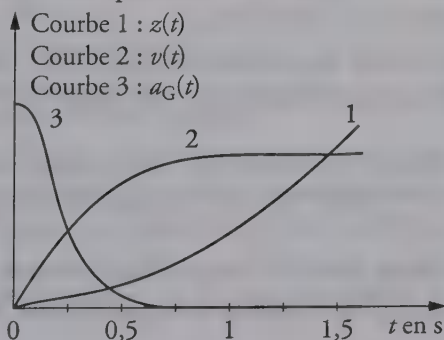
c) On observe des oscillations forcées sur la voie 1 de l'oscilloscope.

d) Dans le cas où $R = 0$, l'équation liant la tension u_{AM} , sa dérivée par rapport au temps et les caractéristiques du circuit s'écrit :

$$\frac{d^2 u_{AM}}{dt^2} + \frac{u_{AM}}{LC} = 0$$

EXERCICE 10

Une petite bille de volume V et de masse m est abandonnée sans vitesse initiale à l'instant $t = 0$ dans un mélange eau-glycérol de masse volumique ρ' contenu dans une éprouvette.



L'expérience filmée est traitée par un système informatique : on obtient les tracés de la position $z(t)$ du centre d'inertie de la bille, de sa vitesse $v(t)$ et de son accélération $a_G(t)$ en fonction du temps. L'axe vertical $\vec{Oz}$ est orienté vers le bas.

On note $\vec{P}$ le poids de la bille, $\vec{f} = -k\vec{v}$ la force de frottement et $\vec{F}$ la poussée d'Archimède.

► Donnée : accélération de la pesanteur : $g = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

a) La deuxième loi de Newton s'écrit : $\vec{P} + \vec{f} + \vec{F} = m\vec{a}_G$.

b) Après avoir projeté la deuxième loi de Newton sur l'axe $\vec{Oz}$, on peut écrire : $mg + kv - \rho' Vg = m \frac{dv}{dt}$.

c) La vitesse limite est atteinte par la bille à la date $t = 0,25 \text{ s}$.

d) Au bout de $t = 1 \text{ s}$ le mouvement de la petite bille est rectiligne uniforme.

EXERCICE 11

Dans le référentiel terrestre, on considère le mouvement d'un parachute de masse m portant une masse M .

À l'instant $t = 0$, le parachute et sa charge sont abandonnés sans vitesse initiale à une hauteur h .

On prend un axe de référence $\vec{Oz}$, ascendant, O étant un point du sol.

► Données

$m = 20 \text{ kg}$.

$h = 245 \text{ m}$.

Accélération de la pesanteur : $g = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

Le parachute ne s'ouvre pas.

La résistance de l'air est négligeable.

a) L'équation horaire du parachute chargé s'écrit : $z = -5t^2$.

b) Le parachute chargé arrive au sol avec la vitesse de valeur $70 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

Le parachute s'ouvre, la résistance de l'air est proportionnelle au carré de la vitesse $R = kv^2$ avec $k = 20 \text{ S.I.}$ Le parachute atteint la vitesse limite $8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

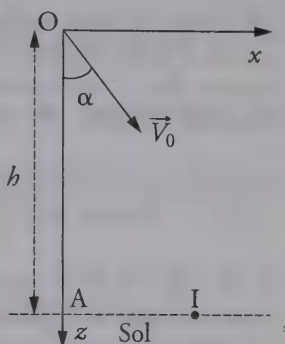
c) Quand la vitesse limite est atteinte l'accélération est nulle.

d) La charge que porte le parachute a pour valeur $M = 128 \text{ kg}$.

EXERCICE 12

Une petite balle considérée ponctuelle de masse $m = 200 \text{ g}$ est lancée d'un point O, d'une fenêtre d'un immeuble, située à la distance h du sol, avec une vitesse de valeur $V_0 = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, le vecteur vitesse faisant un angle $\alpha = 8^\circ$ avec la verticale orientée vers le bas. La balle touche le sol en un point I situé à 1,40 m de A, pied de l'immeuble.

La résistance de l'air est négligeable.



► Données

- Accélération de la pesanteur : $g = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.
- $\tan 8^\circ \approx \sin 8^\circ \approx 0,14$.
- $\cos 8^\circ \approx 1$.

a) La distance h a pour valeur 5 m.

b) Le temps de chute a pour valeur 0,14 s.

c) La vitesse de la balle, quand elle arrive au sol en I, a pour valeur $14,1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

d) La valeur de la vitesse de la balle, quand elle arrive au sol en I, dépend de l'angle α .

EXERCICE 13

Une navette spatiale a été placée sur une orbite circulaire à une altitude $h = 260 \text{ km}$ de la surface de la Terre. À cette altitude, l'accélération de la pesanteur a pour valeur $9 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ environ.

► Données

$$\pi^2 \approx 10. \quad \sqrt{6\,660} \approx 81$$

Rayon de la Terre : $R_T = 6\,400 \text{ km}$.

a) Les spationautes sont dit « en impesanteur » car à cette altitude, l'attraction terrestre peut être négligée.

b) Le vecteur accélération de la navette est un vecteur constant.

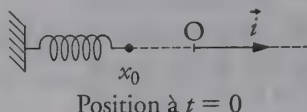
c) Le satellite spot, en orbite circulaire à une altitude $h = 830 \text{ km}$ de la surface de la Terre, a une vitesse angulaire supérieure à celle de la navette spatiale.

d) La période de révolution de la navette spatiale a pour valeur $T = 1,5$ heure.

EXERCICE 14

Un ressort de masse négligeable, à spires non jointives, de coefficient de raideur k et de longueur à vide ℓ_0 , est fixé à son extrémité gauche à un support fixe. L'axe du ressort est horizontal.

Une bille de masse $m = 100 \text{ g}$ est fixée à l'autre extrémité libre.



Le mouvement de la bille est étudié dans un repère $(O ; \vec{i})$ où l'origine O du repère coïncide avec la position de repos du centre d'inertie de la bille. On comprime le ressort de telle sorte que à $t = 0$ on ait $x = -0,10 \text{ m}$, puis on abandonne le système sans vitesse initiale.

Pendant 10 secondes, on observe 20 oscillations de la bille, l'amplitude de ces oscillations restant pratiquement constante.

► Donnée : $\pi^2 = 10$.

a) La période des oscillations est de 10 s.

b) La période des oscillations est donnée par la relation $T = 2\pi \sqrt{\frac{k}{m}}$.

c) La valeur de la constante de raideur k du ressort est de $1,6 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$.

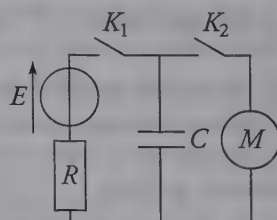
d) L'accélération du mouvement du centre d'inertie de la bille à $t = 0$ a pour valeur $a = 16 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

EXERCICE 15

Soit le circuit ci-contre :

► Données

- Générateur : f.e.m. $E = 6 \text{ V}$.
- Résistance ohmique : $R = 3 \Omega$.
- Condensateur de capacité : $C = 1 \text{ mF}$.
- Accélération de la pesanteur : $g = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.



Sur l'axe du moteur M s'enroule un fil relié à un objet de masse 100 g. L'interrupteur K_2 étant ouvert, on ferme K_1 :

a) L'intensité maximale du courant débité par le générateur est de 2 A.

b) L'énergie maximale emmagasinée, dans le condensateur est 18 mJ.

On ouvre K_1 , on ferme K_2 : le moteur tourne et l'objet s'élève d'une hauteur $h = 1,0$ cm. Le moteur cesse de tourner, la tension aux bornes du condensateur est alors $U = 4$ V.

c) La variation d'énergie dans le condensateur entre le début de la décharge et l'instant où le moteur s'arrête est $|\Delta E| = \text{■}$ mJ.

d) La transformation de l'énergie électrique en énergie mécanique s'effectue avec un rendement de 25 %.

EXERCICE 16

Les niveaux d'énergie possibles de l'atome d'hydro-

gène sont données par la relation $E_n = -\frac{E_0}{n^2}$ (n entier supérieur ou égal à 1) avec $E_0 = 13,6$ eV.

La constante de Planck est notée h et la célérité de la lumière est notée c .

Un diagramme simplifié de ces niveaux est donné ci-contre :

a) L'atome d'hydrogène est dans son état fondamental pour $n = \infty$.

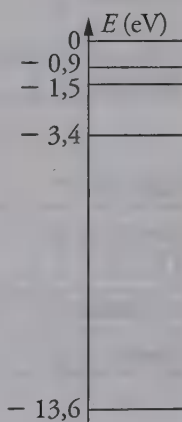
b) L'énergie de la molécule de dihydrogène n'est pas quantifiée.

On fournit successivement à l'atome d'hydrogène, pris dans son état fondamental, les quanta d'énergie suivants : 6 eV, 12,7 eV et 15 eV grâce à des radiations électromagnétiques.

c) Les quanta d'énergie 6 eV et 12,7 eV sont absorbés par l'atome.

d) L'atome d'hydrogène se désexcite du niveau d'énergie 2 au niveau d'énergie 1 en émettant une radiation de longueur d'onde

$$\lambda = \frac{hc}{E_2 - E_1}.$$



CORRIGÉ

V = VRAI F = FAUX

Exercice n°	1	2	3	4
Question a)	F	V	F	V
Question b)	F	V	F	F
Question c)	V	F	V	F
Question d)	F	V	F	V

Exercice n°	5	6	7	8
Question a)	F	F	F	V
Question b)	F	F	F	F
Question c)	V	F	V	V
Question d)	F	F	V	F

Exercice n°	9	10	11	12
Question a)	F	V	F	F
Question b)	F	F	V	F
Question c)	F	F	V	F
Question d)	V	F	F	F

Exercice n°	13	14	15	16
Question a)	F	F	V	F
Question b)	F	F	V	F
Question c)	F	F	F	F
Question d)	V	V	F	V

Brèves justifications

1. a) L'onde n'est pas longitudinale puisque la direction de la déformation de la corde est perpendiculaire à la direction de propagation de l'onde. C'est une onde progressive transversale.

b) L'onde n'est pas amortie entre les instants t_1 et t_2 puisque son amplitude reste constante entre ces deux dates.

c) La célérité moyenne v de l'onde entre t_1 et t_2 vaut :

$$v = \frac{x(t_2) - x(t_1)}{t_2 - t_1} = \frac{5 - 1}{1,2 - 0,8} = \frac{4}{0,4} = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}.$$

d) Dans le cas de l'onde progressive évoquée se propageant sans amortissement, un point M de la corde reproduit le mouvement de la source S avec un retard τ ($\tau > 0$). L'amplitude y_M d'un point M de la corde à l'instant t est identique à celle de la source S à la date $t - \tau$, soit : $y_M(t) = y_S(t - \tau)$.

2. a) L'onde progressive se déplace dans le sens positif choisi pour orienter l'axe Ox. La perturbation créée à l'instant $t = 0$ s se trouve donc à l'abscisse $x = 2,5$ m après 200 ms et montre que le vibreur a été initialement déplacé vers le haut.

b) La longueur d'onde λ , ou période spatiale de l'onde, est la plus petite distance séparant deux points du milieu de propagation qui vibrent en phase. Elle vaut ici 1 m.

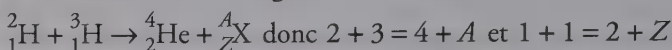
c) La période temporelle T du mouvement du vibreur est la durée minimale au bout de laquelle le mouvement se reproduit identique à lui-même. Ici en 200 ms le mouvement du vibreur s'est déjà répété plus de 2 fois identiquement à lui-même, sa période est donc inférieure à 100 ms.

d) La célérité v de l'onde se calcule en remarquant qu'elle a parcouru la distance $d = 2,5$ m en une durée $\Delta t = 200$ ms = 200×10^{-3} s :

$$v = \frac{d}{\Delta t} = \frac{2,5}{200 \times 10^{-3}} = 1,25 \times 10^1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} = 12,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}.$$

3. a) Le noyau de deutérium contient un proton puisque $Z = 1$ mais un seul neutron puisque son nombre de masse A vaut 2 : $N = A - Z = 2 - 1 = 1$ neutron.

b) Écrivons l'équation de la réaction nucléaire évoquée en appliquant les lois de conservation de la charge et du nombre de nucléons :



La particule ${}^A_Z\text{X}$ est donc un neutron ${}_0^1\text{n}$ et non un proton ${}_1^1\text{p}$.

c) Calculons la variation d'énergie associée à l'équation de la réaction nucléaire :

$$\Delta E = 2 \times \frac{E_\ell}{A} ({}^2_1\text{H}) + 3 \times \frac{E_\ell}{A} ({}^3_1\text{H}) - 4 \times \frac{E_\ell}{A} ({}^4_2\text{He})$$

$$\Delta E = 2 \times 1,183 + 3 \times 2,825 - 4 \times 7,074 = -17,455 \text{ eV}$$

d'où l'énergie libérée par la réaction : $E_{\text{libérée}} = |\Delta E| = 17,455 \text{ eV}$.

d) **Remarque :** La question fait appel à des connaissances hors programme en Terminale.

Une partie de l'énergie libérée se trouve sous forme d'énergie cinétique puisque le noyau d'hélium produit ainsi que le neutron n'ont pas une vitesse nulle à l'issue de la réaction de fusion.

4. a) Appliquons les lois de conservation de la charge et du nombre de nucléons :

$$14 + 1 = 14 + A \text{ donc } A = 1$$

$$7 + 0 = 6 + Z \text{ donc } Z = 1,$$

la particule ${}^A_Z\text{X}$ est bien un proton ${}_1^1\text{p}$.

b) Le carbone ${}^{14}_6\text{C}$ est émetteur β^- . Sa désintégration libère donc un électron noté ${}^0_{-1}\text{e}$ et non un positon noté ${}^0_1\text{e}$.

c) L'activité d'un échantillon radioactif décroît de moitié après une durée correspondant à la valeur d'une demi-vie $t_{1/2}$. Ainsi, si pour un échantillon récent contenant du carbone 14, dont la demi-vie est de 5 600 ans, nous mesurons une activité de 16 Bq alors celle-ci ne sera plus que de 8 Bq après 5 600 ans, 4 Bq après 11 200 ans et 2 Bq après finalement 16 800 ans.

$$d) \text{ Par définition : } \lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}} = \frac{\ln 2}{5\,600} = 1,24 \times 10^{-4} \text{ an}^{-1}.$$

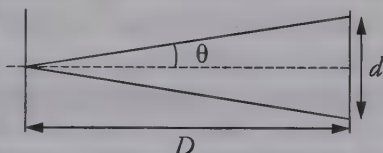
5. a) Le spectre de la lumière visible s'étend du violet au rouge pour des longueurs d'onde dans le vide comprises respectivement entre 400 nm et 800 nm environ. La couleur de la lumière monochromatique est donc plus proche du bleu que du rouge.

b) La fente étant verticale, les taches de diffraction sont disposées horizontalement.

c) Par définition de l'écart angulaire donné en classe de Terminale :

$$\theta = \frac{\lambda}{a} = \frac{450 \times 10^{-9}}{0,10 \times 10^{-3}} = \frac{450 \times 10^{-9}}{1,0 \times 10^{-4}} = 450 \times 10^{-5} \text{ rad} = 4,5 \text{ mrad}.$$

d) Le diamètre d de la tache centrale est liée à l'écart angulaire θ et à la distance D séparant l'écran de la fente.



En effet : $\tan \theta = \frac{\frac{d}{2}}{D} = \frac{d}{2D}$ or lorsque la valeur de θ est suffisamment faible nous pouvons écrire :

$\tan \theta \approx \theta$ d'où $\theta \approx \frac{d}{2D}$ et donc :

$$d \approx 2D\theta = 2 \times 2 \times 4,5 \times 10^{-3} = 18 \times 10^{-3} \text{ m} = 1,8 \text{ cm}.$$

6. a) Le membre de gauche de l'égalité est homogène à une tension divisée par un temps alors que celui de droite est homogène à une tension uniquement.

b) La capacité d'un condensateur s'exprime en farad (symbole F), pas en coulomb ! Celle-ci a pour valeur :

$$C = \frac{Q}{U_0} = \frac{430 \times 10^{-6}}{10} = 430 \times 10^{-7} \text{ F} = 43 \text{ } \mu\text{F}.$$

c) Calculons la constante de temps τ :

$$\tau = RC = 10 \times 10^3 \times 43 \times 10^{-6} = 430 \times 10^{-3} \text{ s} = 430 \text{ ms}.$$

d) Évaluons la durée nécessaire, notée t_{90} , pour que la charge du condensateur soit égale à 90 % de sa valeur maximale :

$$u(t_{90}) = 0,9 \times U_0 \text{ d'où } 0,9 = 1 - \exp\left(-\frac{t_{90}}{\tau}\right)$$

$$\text{alors} \quad \exp\left(-\frac{t_{90}}{\tau}\right) = 10^{-1}$$

$$\text{donc} \quad -\frac{t_{90}}{\tau} = \ln 10^{-1} = 2,3 \times \log 10^{-1} = -2,3$$

$$\text{soit} \quad t_{90} = 2,3\tau \approx 1\,000 \text{ ms} = 1 \text{ s} < 10 \text{ s}.$$

7. a) Lors de la charge d'un condensateur la valeur absolue de la tension augmente à ses bornes.

b) La constante de temps est la durée au bout de laquelle le condensateur est chargé à 63 % de sa valeur maximale.

c) La tension u_R aux bornes du conducteur ohmique est proportionnelle à l'intensité qui circule dans le circuit selon la loi d'Ohm. La **courbe b** représente les variations de u_R , nous avons donc :

$$U_{R\max} = RI_{\max} \text{ donc } I_{\max} = \frac{U_{R\max}}{R} = \frac{30}{10 \times 10^3} = 3 \times 10^{-3} \text{ A} = 3 \text{ mA}.$$

d) Dans le cas d'un unique condensateur de capacité C chargé sous une tension U , l'énergie emmagasinée par celui-ci en régime permanent s'exprime par :

$$E_C = \frac{1}{2} CU^2.$$

Dans le cas de deux condensateurs identiques de capacité C , la tension à leurs bornes n'est alors que de $\frac{U}{2}$ en régime permanent, d'où l'énergie emmagasinée par chacun d'eux :

$$E_{C1} = \frac{1}{2} C \left(\frac{U}{2}\right)^2 = E_{C2} = \frac{1}{4} \times \frac{1}{2} CU^2 = \frac{1}{4} E_C.$$

8. a) La bobine ayant une résistance négligeable, la tension à ses bornes s'exprime par : $u_{BC} = L \frac{di}{dt}$ compte tenu du sens d'orientation positif

choisi pour le courant, d'où $u_{CB} = -L \frac{di}{dt}$.

La tension u_{AB} est celle mesurée aux bornes du conducteur ohmique de résistance R et s'exprime suivant la loi d'Ohm par $u_{AB} = Ri$, d'où $i = \frac{u_{AB}}{R}$.

La tension u_{CB} est donc proportionnelle à la dérivée de la tension u_{AB} puisque :

$$u_{CB} = -L \frac{d}{dt} \left(\frac{u_{AB}}{R} \right) = -\frac{L}{R} \frac{du_{AB}}{dt}.$$

Sur la voie 1, la tension visualisée est linéairement croissante sur les deux premières divisions temporelles alors qu'elle est constante et négative dans le même temps sur la voie 2.

La tension visualisée sur cette dernière voie est donc u_{CB} alors que u_{AB} est visualisée sur la voie 1.

b) D'après la loi d'Ohm : $R = \frac{U_{AB\max}}{I_{\max}} = \frac{2 \times 1}{2 \times 10^{-3}} = 10^3 \, \Omega = 1 \, 000 \, \Omega.$

c) Considérons les signaux des voies 1 et 2 sur les deux premières divisions temporelles pour calculer l'inductance de la bobine :

$$L = - \frac{Ru_{CB}}{\frac{du_{AB}}{dt}} = \frac{-1 \, 000 \times (-2 \times 10 \times 10^{-3})}{\frac{2 \times 1 - 0}{2 \times 10 \times 10^{-3} - 0}} = \frac{20}{2 \times 10^{-2}} = 20 \times 10^{-2} \, \text{H} = 0,2 \, \text{H}.$$

d) Calculons l'énergie E_L emmagasinée dans la bobine à l'instant $t_1 = 10 \, \text{ms}$, c'est-à-dire au niveau de la première division temporelle de l'écran de l'oscilloscope :

$$E_L(t_1) = \frac{1}{2} Li^2(t_1) = \frac{1}{2} L \left(\frac{u_{AB}(t_1)}{R} \right)^2 = \frac{1}{2} \times 0,2 \times \left(\frac{1 \times 1}{10^3} \right)^2$$

$$E_L(t_1) = 10^{-1} \times 10^{-6} = 10^{-7} \, \text{J} = 0,1 \, \mu\text{J}.$$

9. a) Appliquons la loi d'additivité des tensions au circuit lorsque l'interrupteur est en position 1 :

$$E = u_R + u_{AM} = Ri + u_{AM} \text{ or } i = \frac{dq}{dt} = \frac{d}{dt}(Cu_{AM}) = C \frac{du_{AM}}{dt}$$

$$\text{donc } E = RC \frac{du_{AM}}{dt} + u_{AM} \text{ et finalement } \frac{du_{AM}}{dt} + \frac{u_{AM}}{RC} - \frac{E}{RC} = 0.$$

b) Lorsque l'interrupteur est en position 1 le condensateur se charge et le courant circule réellement dans le sens indiqué sur le schéma compte tenu de la polarité du générateur. Au moment où l'interrupteur est basculé en position 2 le courant circule initialement dans le sens opposé à celui indiqué car le condensateur commence par se décharger.

c) Le circuit électrique n'est relié à aucune source extérieure lorsque l'interrupteur est en position 2, nous observons alors des oscillations libres.

d) Appliquons la loi d'additivité des tensions :

$$u_{AM} + u_R + u_L = 0 \text{ donc } u_{AM} + Ri + L \frac{di}{dt} = 0$$

soit si $R = 0 \, \Omega$ nous obtenons :

$$u_{AM} + LC \frac{d^2 u_{AM}}{dt^2} = 0 \text{ donc } \frac{d^2 u_{AM}}{dt^2} + \frac{u_{AM}}{LC} = 0.$$

10. a) La bille de masse m qui constitue le système n'est soumise qu'aux trois forces $\vec{P}$, $\vec{f}$ et $\vec{F}$.

b) Projétons la deuxième loi de Newton sur l'axe (Oz) orienté vers le bas :

$$P_z + f_z + F_z = ma_z \text{ donc } mg - kv_z + \rho' Vg = m \frac{dv_z^2}{dt}.$$

c) La vitesse limite est atteinte par la bille lorsque cette grandeur ne varie plus au cours du temps. Ce n'est pas le cas à la date $t = 0,25 \text{ s}$ comme le montre la **courbe 2**.

d) Lorsque la vitesse limite est atteinte par la bille, l'accélération du centre d'inertie de celle-ci est alors nulle. Ceci se produit avant $t = 1 \text{ s}$ comme en atteste la **courbe 3**.

11. a) À l'instant $t = 0 \text{ s}$ le système {parachute-masse} est abandonné d'une hauteur h d'où $z(0) = h$, ce qui n'est pas le résultat donné par l'expression proposée pour $t = 0 \text{ s}$.

b) Appliquons le théorème de l'énergie cinétique, dans le référentiel terrestre supposé galiléen, entre l'instant t_i où le système est abandonné sans vitesse initiale et l'instant t_{sol} où il touche le sol sachant qu'il n'est alors soumis qu'à son poids $\vec{P} = (m + M)\vec{g}$:

$$\Delta E_c = \frac{1}{2} (m + M) v_{\text{sol}}^2 - \frac{1}{2} (m + M) v_i^2 = W(\vec{P}) = (m + M)gh$$

avec $v_i = 0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

$$v_{\text{sol}} = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \times 10 \times 245} = \sqrt{4900} = 70 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}.$$

c) Le vecteur accélération traduit la variation du vecteur vitesse du système. Dans le cas d'un mouvement rectiligne, lorsque la vitesse limite est atteinte, le vecteur vitesse est constant et colinéaire à la trajectoire du système, alors le vecteur accélération est nul.

d) Dans le cas où la résistance de l'air $\vec{R}$ n'est plus négligeable la projection de la deuxième loi de Newton sur l'axe (Oz) conduit à :

$$P_z + R_z = (m + M)a_z \text{ soit } -(m + M)g + kv_z^2 = (m + M)a_z.$$

Lorsque la vitesse limite est atteinte alors $a_z = 0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$, d'où :

$$-(m + M)g + kv_{z\text{lim}}^2 = 0 \text{ dont nous tirons } M = \frac{kv_{z\text{lim}}^2}{g} - m,$$

$$M = \frac{20 \times 8^2}{10} - 20 = 2 \times 64 - 20 = 128 - 20 = 108 \text{ kg}.$$

12. a) Appliquons la deuxième loi de Newton à la petite balle de centre d'inertie G dans le référentiel terrestre supposé galiléen : $\vec{P} = m\vec{a}$, d'où

$$\vec{a} = \frac{\vec{P}}{m} = \vec{g}, \text{ alors :}$$

$$\vec{a}(t) \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = 0 \\ a_z = +g \end{cases}$$

puis par intégrations successives en tenant compte des conditions initiales nous obtenons :

$$\vec{V}(t) \begin{cases} V_x = V_0 \sin \alpha \\ V_y = 0 \\ V_z = gt + V_0 \cos \alpha \end{cases} \quad \text{et} \quad \overrightarrow{OG}(t) \begin{cases} x = V_0 \sin \alpha \cdot t \\ y = 0 \\ z = \frac{1}{2}gt^2 + V_0 \cos \alpha \cdot t \end{cases}$$

Nous en tirons alors l'équation de la trajectoire de la balle :

$$z = \frac{g}{2V_0^2 \sin^2 \alpha} x^2 + \frac{x}{\tan \alpha}.$$

Lorsque la balle touche le sol au point d'impact I nous avons alors : $z_I = h$ et $x_I = 1,40$ m et ces coordonnées vérifient l'équation de la trajectoire, donc :

$$h \approx \frac{10}{2 \times 10^2 \times 0,14^2} \times 1,4^2 + \frac{1,4}{0,14} = \frac{1,4^2}{2 \times 10 \times 1,4^2 \times 10^{-2}} + 10$$

$$= 5 + 10 = 15 \text{ m.}$$

b) À l'instant t_I , qui correspond au temps de chute, la balle touche le sol au point I d'où :

$$x_I = V_0 \sin \alpha \cdot t_I$$

donc
$$t_I = \frac{x_I}{V_0 \sin \alpha} = \frac{1,4}{10 \times 0,14} = 1 \text{ s.}$$

c) Appliquons le théorème de l'énergie cinétique entre l'instant où la balle est lancée et celui où elle touche le sol :

$$\Delta E_c = E_{cI} - E_{c0} = \frac{1}{2} m V_I^2 - \frac{1}{2} m V_0^2 = W(\vec{P})_{0 \rightarrow I} = mgh$$

alors
$$V_I = \sqrt{2gh + V_0^2} = \sqrt{2 \times 10 \times 15 + 10^2} = \sqrt{400} = 20 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}.$$

d) L'expression précédente montre que $V(t)$ ne dépend pas de l'angle α mais uniquement de la valeur de la vitesse initiale et de la hauteur de chute.

13. a) Les spationautes sont « en impesanteur » mais l'attraction terrestre n'est pas négligeable puisque nous pouvons en fait considérer que c'est la seule force qui s'exerce sur eux.

b) Le vecteur accélération n'est pas constant puisque sa direction change au cours du temps : il est toujours radial et centripète durant la rotation de la navette autour de la Terre.

Sa valeur en revanche est constante.

c) Plus un satellite est éloigné de la Terre, plus sa vitesse linéaire v est faible. Il en est de même pour sa vitesse angulaire ω puisque : $\omega = \frac{v}{R_T + h}$.

d) La navette est en mouvement circulaire uniforme, son accélération, qui vaut $9 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$, est radiale et centripète :

$$a = \frac{v^2}{R_T + h}$$

d'où
$$v = \sqrt{a(R_T + h)}.$$

La navette parcourt son orbite de longueur $2\pi(R_T + h)$ à la vitesse v constante, d'où l'expression de sa période de révolution T :

$$T = \frac{2\pi(R_T + h)}{v} = \sqrt{\frac{4\pi^2(R_T + h)}{a}} \approx \sqrt{\frac{4 \times 10 \times (6\,400 + 260) \times 10^3}{9}}$$

$$T \approx \sqrt{\frac{4 \times 6\,600 \times 10^4}{9}} \approx \frac{81 \times 2 \times 10^2}{3} = 27 \times 2 \times 10^2 = 5\,400 \text{ s} \\ = 1,5 \text{ h}.$$

14. a) Pendant $\Delta t = 10 \text{ s}$ il se produit 20 oscillations du système, d'où la période T des oscillations : $T = \frac{\Delta t}{20} = \frac{10}{20} = 0,5 \text{ s}$.

b) La période des oscillations s'exprime par : $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$.

c) La relation précédente conduit à :

$$k = \frac{4\pi^2 m}{T^2} \approx \frac{4 \times 10 \times 100 \times 10^{-3}}{0,5^2} = 16 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}.$$

d) Appliquons la deuxième loi de Newton à la bille dont nous étudions le mouvement dans le référentiel terrestre supposé galiléen. Elle est soumise à son poids $\vec{P}$, la force de rappel du ressort $\vec{F}$ et la réaction normale $\vec{R}_n$ du support, d'où :

$$\vec{P} + \vec{R}_n + \vec{F} = m\vec{a} \text{ soit en projection sur l'axe (Ox) : } -kx = ma_x$$

donc :
$$a_x = \frac{-kx}{m}.$$

Le mouvement ne s'effectuant que suivant l'axe (Ox) alors $a_y = a_z = 0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ et par conséquent :

$$a = |a_x| \text{ soit } a(0) = \left| \frac{-kx(0)}{m} \right| = \frac{16 \times 0,10}{100 \times 10^{-3}} = 16 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}.$$

15. a) À l'instant $t = 0 \text{ s}$ où l'interrupteur K_1 est fermé, la tension est nulle aux bornes du condensateur initialement déchargé. La loi d'additivité des tensions donne alors :

$$E = U_{R_{\max}} = RI_{\max} \text{ donc } I_{\max} = \frac{E}{R} = \frac{6}{3} = 2 \text{ A}.$$

b) À l'issue de la charge, la tension aux bornes du condensateur vaut E d'où l'énergie maximale emmagasinée :

$$E_{C_{\max}} = \frac{1}{2} CE^2 = 0,5 \times 1 \times 10^{-3} \times 6^2 = 18 \times 10^{-3} \text{ J} = 18 \text{ mJ}.$$

c) Calculons la variation d'énergie dans le condensateur entre le début de la décharge et l'instant où le moteur s'arrête :

$$\Delta E = \frac{1}{2} CU^2 - E_{C_{\max}} = 0,5 \times 1 \times 10^{-3} \times 4^2 - 18 \times 10^{-3} = -10 \text{ mJ}$$

soit $|\Delta E| = 10 \text{ mJ}$.

d) L'énergie électrique stockée dans le condensateur a permis d'élever l'objet d'une hauteur $h = 1,0 \text{ cm}$, ce qui correspond à une variation d'énergie potentielle de pesanteur :

$$\Delta E_{P_p} = mgh = 100 \times 10^{-3} \times 10 \times 1 \times 10^{-2} = 1 \times 10^{-2} \text{ J} = 10 \text{ mJ}.$$

Il en résulte une variation d'énergie mécanique : $\Delta E_m = \Delta E_c + \Delta E_{P_p} = 10 \text{ mJ}$ puisque $\Delta E_c = 0 \text{ J}$ car l'objet est initialement et finalement immobile. La transformation d'énergie électrique en énergie mécanique s'effectue donc avec un rendement de 100 % !

16. a) L'état fondamental de l'atome est celui de plus basse énergie, or $E_\infty = 0 \text{ eV}$ obtenu pour $n = \infty$ est l'état de plus haute énergie.

b) Tout comme pour un atome, l'énergie d'une molécule est quantifiée.

c) Les quanta d'énergie ne sont absorbés que s'ils correspondent exactement à une variation d'énergie entre deux niveaux énergétiques de l'atome d'hydrogène dont l'un est ici celui de l'état fondamental d'énergie $E_1 = -E_0 = -13,6 \text{ eV}$. Or :

$$\Delta E_{1 \rightarrow 2} = -3,4 - (-13,6) = 10,2 \text{ eV}$$

$$\Delta E_{1 \rightarrow 3} = -1,5 - (-13,6) = 12,1 \text{ eV}$$

$$\Delta E_{1 \rightarrow 4} = -0,9 - (-13,6) = 12,7 \text{ eV}$$

$$\Delta E_{1 \rightarrow \infty} = 0 - (-13,6) = 13,6 \text{ eV}.$$

Le quantum d'énergie 6 eV n'est pas absorbé par l'atome.

d) Exprimons la variation d'énergie de l'atome lors de sa désexcitation du niveau d'énergie 2 au niveau d'énergie 1 : $\Delta E_{2 \rightarrow 1} = E_1 - E_2 < 0$. L'onde électromagnétique émise possède donc l'énergie :

$$E = |E_1 - E_2| = E_2 - E_1 \text{ or } E = h\nu = \frac{hc}{\lambda} \text{ d'où : } \lambda = \frac{hc}{E_2 - E_1}.$$

Lexique

Terme employé	Signification
Afocal (système optique)	Se dit d'un système optique dont les foyers principaux objet et image sont à l'infini. Un tel système donne, d'un objet à l'infini, une image à l'infini (exemple : la lunette astronomique)
Centre d'inertie d'un solide	Point particulier du solide qui est animé, par rapport à un référentiel galiléen, d'un mouvement rectiligne uniforme lorsque ce solide est isolé ou pseudo-isolé. Le centre d'inertie (ou centre de masse ou centre de gravité) d'un solide est le barycentre des masses.
Champ de pesanteur uniforme	Région de l'espace dans laquelle le vecteur champ de pesanteur $\vec{g}$ est identique en tout point (direction, sens, intensité).
Chemin optique	Soit une onde électromagnétique se propageant en une durée Δt entre deux points A et B. Le chemin optique entre A et B est la distance que parcourrait la lumière dans le vide dans le même temps Δt .
Chute libre	Mouvement d'un corps soumis uniquement à son poids.
Cohérentes (sources)	Deux sources d'ondes sont cohérentes lorsque les ondes qu'elles émettent gardent un déphasage constant au cours du temps.
Constante de temps	Grandeur homogène à un temps, caractéristique d'un dipôle RL ou RC, permettant d'évaluer la durée des régimes transitoires.
Créneaux (tension en)	Tension variable périodique présentant, au cours de chaque période, deux paliers d'égales durées, l'un correspondant à 0 V ou $-U_0 < 0$ et l'autre à $+U_0$.
Demi-vie	Durée nécessaire pour que la moitié des noyaux radioactifs d'un isotope dans un échantillon se soient désintégrés.
Densité	Nombre sans unité qui ne dépend pas de la température. Pour un liquide et un solide : rapport entre sa masse volumique et celle de l'eau. Pour un gaz : rapport entre sa masse volumique et celle de l'air.
Différence de marche	Différence des chemins optiques de deux ondes monochromatiques.
Diffraction	Phénomène produit par des ondes lorsqu'elles rencontrent des obstacles ou des ouvertures. Il est particulièrement marqué lorsque les dimensions de l'obstacle ou de l'ouverture sont du même ordre de grandeur que la longueur d'onde des ondes.
Dioptrie	Surface de séparation entre deux milieux d'indice de réfraction différents.
Distance focale	Mesure algébrique de la distance séparant le centre optique d'une lentille de son foyer principal image F'.
Divergence (d'un faisceau lumineux)	Élargissement d'un faisceau lumineux lors de sa propagation.

Terme employé	Signification
Échelon de tension	Tension variable passant instantanément d'une valeur constante nulle à une valeur constante non nulle.
Fission	Réaction nucléaire au cours de laquelle un noyau lourd se brise pour donner deux noyaux plus légers et plus stables.
Flèche d'une trajectoire	Altitude maximale atteinte au cours du mouvement.
Fréquence propre d'un oscillateur	Fréquence des oscillations libres d'un oscillateur non amorti.
Fusion	Réaction nucléaire au cours de laquelle deux noyaux légers s'unissent pour donner un noyau plus lourd.
Géostationnaire (satellite)	Adjectif s'appliquant à un satellite qui reste constamment à la verticale d'un même point de la surface terrestre.
Homogène (milieu)	Milieu matériel de même composition en tout point.
Indice de réfraction	Rapport sans dimension entre la célérité de la lumière dans le vide et la vitesse de la lumière dans le milieu considéré.
Interférences	Phénomène résultant de la superposition dans une région de l'espace de deux ondes issues de deux sources vibratoires synchrones et cohérentes.
Interfrange	En optique, distance entre les centres de deux franges sombres ou brillantes consécutives.
Isolé	Adjectif qualifiant un système qui n'est soumis à aucune force.
Isotopes	Se dit de noyaux, d'atomes ou d'ions qui ont le même numéro atomique (ou nombre de charge), mais pas le même nombre de masse (ou nombre de nucléons).
Isotrope (milieu)	Milieu dont les propriétés physiques sont les mêmes dans toutes les directions.
Laser	Nom masculin constitué des initiales de " Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation ". Source de lumière possédant des propriétés bien spécifiques : cohérence, monochromaticité. Le faisceau laser a une très faible divergence, il est très directif.
Longueur d'onde	Distance parcourue par une onde pendant une période de vibration, ou encore, distance minimale séparant deux points du milieu de propagation vibrant en phase pour une onde mécanique.
Lumière monochromatique	Onde lumineuse sinusoïdale caractérisée par sa longueur d'onde dans le vide.
Lumière polychromatique	Superposition d'ondes monochromatiques.
Masse volumique	Grandeur caractéristique d'un corps pur, définie par le rapport de la masse du corps sur son volume. Elle dépend de la température du corps.
Milieu dispersif	Milieu matériel dans lequel la célérité d'une onde dépend de sa fréquence.
Miroir	Toute surface pouvant réfléchir des ondes lumineuses, et par extension, des ondes électromagnétiques.

Terme employé	Signification
Mouvement circulaire uniforme	Mouvement d'un corps dont la trajectoire est un cercle parcouru à vitesse constante.
Mouvement rectiligne uniformément varié	Mouvement d'un corps dont la trajectoire est une droite et dont le vecteur accélération est constant.
Onde	Perturbation périodique ou non dans un milieu matériel (onde mécanique ou électromagnétique).
Onde mécanique longitudinale	Onde pour laquelle la direction de la déformation du milieu de propagation est parallèle à la direction de propagation de l'onde.
Onde mécanique transversale	Onde pour laquelle la direction de la déformation du milieu de propagation est perpendiculaire à la direction de propagation de l'onde.
Opposition de phase	Situation dans laquelle deux ondes sinusoïdales sont telles que l'une est maximale quand l'autre est minimale (et réciproquement). Le déphasage entre ces deux grandeurs vaut π rad.
Oscillateur auto-entretenu	Oscillateur relié à une source continue d'énergie réglant lui-même la prise d'énergie nécessaire à l'entretien de ses oscillations, afin de compenser des pertes d'énergie provoquant son amortissement.
Oscillateur entretenu	Oscillateur relié à une source d'énergie qui compense périodiquement l'amortissement de ses oscillations dû aux pertes d'énergie.
Oscillateur forcé	Oscillateur relié à une source d'énergie extérieure qui lui impose sa propre fréquence.
Oscillateur libre	Système qui, écarté de sa position d'équilibre et abandonné à lui-même, a un mouvement oscillatoire.
Oscillation	Cycle complet décrit par un oscillateur pendant une période ou une pseudo-période.
Pendule simple	Système constitué d'un fil inextensible, de masse négligeable, lié à un objet ponctuel de masse m .
Période de révolution	Durée nécessaire pour qu'un satellite effectue un tour complet sur son orbite.
Période de rotation propre	Durée nécessaire pour qu'un objet effectue un tour complet sur lui-même.
Période propre	Durée d'une oscillation d'un oscillateur libre non amorti.
Période spatiale	Autre nom donné à la longueur d'onde.
Période temporelle	Durée minimale au bout de laquelle un phénomène se reproduit identique à lui-même.
Phase (en physique)	Terme homogène à un angle intervenant dans l'équation d'une grandeur physique variant sinusoïdalement dans le temps et indiquant son décalage par rapport à une origine.
Phase (en)	Situation dans laquelle deux ondes sinusoïdales sont telles qu'elles sont maximales (et minimales) en même temps. Le déphasage entre ces deux grandeurs est nul.
Portée (d'un tir)	Distance entre le point de lancement du projectile et le point du sol qu'il atteint (ou qu'il atteindrait s'il est arrêté avant) au cours de son mouvement.
Pseudo-isolé	Adjectif qualifiant un système qui est soumis à des forces qui se compensent.

Terme employé	Signification
Pseudo-période	Les oscillations libres d'un oscillateur amorti ne sont pas rigoureusement périodiques, mais un certain nombre d'événements se reproduisent au cours du temps (passage par un maximum ou un minimum, etc). La pseudo-période est la plus petite durée séparant deux de ces phénomènes identiques.
Quantum d'énergie	Quantité d'énergie indivisible.
Rayonnement infrarouge	Onde lumineuse de longueur d'onde supérieure à 800 nm et inférieure à 1 mm.
Rayonnement UV	Onde lumineuse de longueur d'onde inférieure à 400 nm et supérieure à 10 nm.
Référentiel	Solide auquel on se réfère pour étudier le mouvement (ou l'équilibre) d'un système. Un référentiel est de nature physique.
Référentiel de Copernic	Référentiel associé à un repère dont l'origine est le centre de gravité du système solaire et dont les axes orthonormés sont dirigés vers trois étoiles fixes.
Référentiel galiléen	Référentiel dans lequel la première loi de Newton (ou le principe d'inertie) est vérifiée.
Référentiel géocentrique	Référentiel associé à un repère dont l'origine est le centre d'inertie de la Terre et dont les axes orthonormés pointent dans la direction de trois étoiles considérées fixes pendant la durée du mouvement. Ce référentiel n'est pas entraîné par la rotation journalière de notre planète.
Référentiel héliocentrique	Référentiel associé à un repère dont l'origine est le centre d'inertie du Soleil et dont les axes orthonormés pointent dans la direction de trois étoiles considérées fixes pendant la durée du mouvement.
Régime apériodique	Régime où l'amplitude d'une grandeur physique caractéristique d'un oscillateur libre tend vers sa valeur d'équilibre sans osciller.
Régime apériodique critique	Régime où l'amplitude d'une grandeur physique caractéristique d'un oscillateur libre tend le plus rapidement possible vers sa valeur d'équilibre sans osciller.
Régime permanent	Dans le cadre du programme de Terminale, régime au cours duquel une grandeur n'évolue plus au cours du temps.
Régime pseudo-périodique	Régime où l'amplitude des oscillations décroît lentement au cours du temps.
Régime transitoire	Régime passager séparant deux régimes permanents.
Repère	Ensemble constitué d'une origine et d'un(de) vecteur(s) de base (1, 2, ou 3 suivant les cas). Un repère est de nature mathématique.
Repère de Frenet	Repère lié à un point matériel et mobile avec lui. Pour un mouvement plan, deux vecteurs unitaires suffisent : le premier, noté $\vec{T}$, est tangent à la trajectoire et orienté dans le sens du mouvement, le second, noté $\vec{N}$, est perpendiculaire au premier et dirigé vers l'intérieur de la concavité de celle-ci.
Réseau de diffraction	Surface sur laquelle sont tracés un grand nombre de traits parallèles et équidistants qui diffractent la lumière incidente.

Terme employé	Signification
Résistance critique	Valeur de la résistance d'un circuit RLC libre pour laquelle le régime d'oscillations est apériodique critique. Lorsque la résistance est inférieure à la résistance critique, le régime est pseudo-périodique ; il est apériodique lorsque la résistance est supérieure à la résistance critique.
Résonance	Phénomène traduisant le passage d'une grandeur physique caractéristique d'un oscillateur en oscillations forcées par un maximum pour une fréquence donnée.
Spectre lumineux	Résultat de la séparation des différentes radiations d'une lumière polychromatique. Il existe des spectres d'émission et d'absorption, des spectres continus, de raies et de bandes.
Spectrophotométrie	Technique d'analyse qualitative et quantitative consistant à mesurer l'absorption d'un rayonnement de longueur d'onde donnée par une substance placée dans la cuve d'un spectrophotomètre.
Synchrones (sources)	Sources de vibration de même fréquence.
Travail d'extraction	Énergie qu'il faut fournir à un atome pour extraire un électron.
Vergence	Grandeur exprimée en dioptries (δ). C'est l'inverse de la distance focale d'une lentille qui, elle, est exprimée en mètre. La vergence est positive pour une lentille convergente et négative pour une lentille divergente.
Vitesse de libération	Vitesse initiale minimale à communiquer à un objet, qui n'est soumis par la suite qu'à la seule force de pesanteur, afin qu'il puisse se libérer de l'attraction terrestre.

Mémento

1. QUELQUES UNITÉS S.I. ET LEURS SYMBOLES

- **Masse** : kilogramme (kg)
- **Temps** : seconde (s)
- **Longueur** : mètre (m)
- **Force** : newton (N)
- **Fréquence** : hertz (Hz)
- **Vitesse** :
mètre par seconde ($\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$)
- **Vitesse angulaire** :
radian par seconde ($\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$)
- **Accélération** : mètre par
seconde au carré ($\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$)
- **Résistance** : ohm (Ω)
- **Inductance** : henry (H)
- **Intensité du courant** :
ampère (A)
- **Capacité** : farad (F)
- **Tension** : volt (V)
- **Charge électrique** :
coulomb (C)
- **Énergie** : joule (J)
- **Puissance** : watt (W)
- **Activité** : becquerel (Bq)

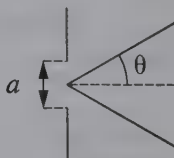
2. MULTIPLES ET SOUS-MULTIPLES

- | | | |
|---------------------|-------------------------|-------------------------------|
| • giga (G) : 10^9 | • déci (d) : 10^{-1} | • micro (μ) : 10^{-6} |
| • méga (M) : 10^6 | • centi (c) : 10^{-2} | • nano (n) : 10^{-9} |
| • kilo (k) : 10^3 | • milli (m) : 10^{-3} | • pico (p) : 10^{-12} |

3. FORMULAIRE

3.1. ONDES

- Longueur d'onde : $\lambda = v \times T = \frac{v}{\nu}$
- Angle de diffraction : $\theta = \frac{\lambda}{a}$



3.2. RÉACTIONS NUCLÉAIRES

- Loi de décroissance radioactive : $N = N_0 \exp(-\lambda t)$
- Activité : $A = -\frac{dN}{dt} = \lambda N$

- Constante de temps : $\tau = \frac{1}{\lambda}$
- Demi-vie : $t_{1/2} = \tau \times \ln 2$
- Énergie : $E(\text{eV}) = \frac{E(\text{J})}{1,6 \times 10^{-19}}$
- Équivalence masse/énergie : $E = mc^2$

3.3. SYSTÈMES OSCILLANTS

Soit B une grandeur variable dans le temps.

- Équation différentielle dans le cas d'oscillations libres non amorties :

$$\frac{d^2 B}{dt^2} + \left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 \cdot B = 0$$

- Solution de l'équation différentielle pour des oscillations libres non amorties :

$$B = B_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} t + \varphi\right)$$

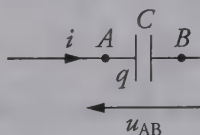
- Équation différentielle dans le cas d'oscillations libres amorties :

$$\frac{d^2 B}{dt^2} + A \frac{dB}{dt} + \left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 \cdot B = 0$$

- Fréquence et période : $f = \frac{1}{T}$
- Pulsation : $\omega = \frac{2\pi}{T}$

3.4. ÉLECTRICITÉ

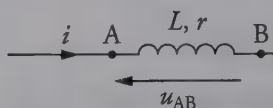
- Constante de temps d'un dipôle RC : $\tau = RC$.
- Relation entre i et q : $i = \frac{dq}{dt}$ avec la convention :



- Tension aux bornes d'un condensateur : $u_{AB} = \frac{q}{C}$
- Énergie emmagasinée dans un condensateur : $E_C = \frac{1}{2} C u^2$
- Constante de temps d'un dipôle RL : $\tau = \frac{L}{R}$

- Tension aux bornes d'une bobine :

$$u_{AB} = ri + L \frac{di}{dt} \text{ avec la convention :}$$



- Énergie emmagasinée dans une bobine : $E_B = \frac{1}{2} Li^2$
- Période propre d'un circuit oscillant LC : $T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$
- Champ magnétique B à l'intérieur d'un solénoïde long :

$$B = \mu_0 \frac{NI}{L}$$

3.5. MÉCANIQUE

- Loi de gravitation universelle :

$$\vec{F}_{A/B} = -\vec{F}_{B/A} = -G \frac{m_A m_B}{d^2} \vec{u}_{AB}$$

$$\left(\text{encore notée } \vec{F}_{A \rightarrow B} = -\vec{F}_{B \rightarrow A} = -G \frac{m_A m_B}{d^2} \vec{u}_{AB} \right)$$

- Poids : $\vec{P} = m\vec{g}$
- Force de rappel d'un ressort élastique à spire non jointives : $\vec{F} = -k\overrightarrow{G_0G}$, où G_0 est la position d'équilibre du centre d'inertie
- Poussée d'Archimède : $\vec{\pi} = -\rho_{\text{fluide}} V_{\text{corps}} \vec{g}$

- Loi de Coulomb : $\vec{F}_{A/B} = -\vec{F}_{B/A} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_A q_B}{d^2} \vec{u}_{AB}$

$$\left(\text{encore notée } \vec{F}_{A \rightarrow B} = -\vec{F}_{B \rightarrow A} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_A q_B}{d^2} \vec{u}_{AB} \right)$$

- Vecteur vitesse : $\vec{v} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt}$

- Vecteur accélération : $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$

- Coordonnées des vecteurs vitesse et accélération :

$$\vec{v} \begin{cases} v_x = \frac{dx}{dt} = \dot{x} \\ v_y = \frac{dy}{dt} = \dot{y} \\ v_z = \frac{dz}{dt} = \dot{z} \end{cases} \quad \vec{a} \begin{cases} a_x = \frac{dv_x}{dt} = \dot{v}_x = \ddot{x} \\ a_y = \frac{dv_y}{dt} = \dot{v}_y = \ddot{y} \\ a_z = \frac{dv_z}{dt} = \dot{v}_z = \ddot{z} \end{cases}$$

- Mouvement uniforme : $v = \text{cte}$
- Mouvement rectiligne uniforme : $\vec{v} = \overrightarrow{\text{cte}}$
- Mouvement uniformément varié : $\vec{a} = \overrightarrow{\text{cte}}$
- Expression du vecteur accélération dans le repère de Frenet ($M, \vec{T}, \vec{N}$) :

$$\vec{a} = a_T \cdot \vec{T} + a_N \cdot \vec{N}$$

avec $a_T = \frac{dv}{dt}$ et $a_N = \frac{v^2}{r}$ (r étant le rayon de courbure de la trajectoire).

- Première loi de Newton (ou principe d'inertie) :

$$\text{dans un référentiel galiléen : } \sum \vec{F}_{\text{ext}} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{v} = \overrightarrow{\text{cte}}$$

- Deuxième loi de Newton (ou théorème du centre d'inertie ou relation fondamentale de la dynamique) :

$$\text{dans un référentiel galiléen : } \sum \vec{F}_{\text{ext}} = m \vec{a}_G$$

- Troisième loi de Newton (ou principe d'interaction) : $\vec{F}_{A/B} = -\vec{F}_{B/A}$
(ou encore $\vec{F}_{A \rightarrow B} = -\vec{F}_{B \rightarrow A}$)

- Travail d'une force $\vec{F}$ constante : $W(\vec{F})_{A \rightarrow B} = \vec{F} \cdot \overrightarrow{AB}$

- Travail du poids : $W(\vec{P})_{A \rightarrow B} = -mg(z_B - z_A)$

- Puissance instantanée : $P = \vec{F} \cdot \vec{v}$

- Énergie cinétique : $E_c = \frac{1}{2} mv^2$

- Énergie potentielle de pesanteur : $E_{p_p} = mgz + \text{cte}$

- Énergie potentielle élastique :

$$E_{p_e} = \frac{1}{2} k G_0 G^2, \text{ où } G_0 \text{ est la position d'équilibre du centre d'inertie}$$

- Énergie du photon : $E = h\nu = \frac{hc}{\lambda}$

- Théorème de l'énergie cinétique :

$$\Delta E_{cA \rightarrow B} = \frac{1}{2} mv_B^2 - \frac{1}{2} mv_A^2 = \sum W(\vec{F}_{\text{ext}})_{A \rightarrow B}$$

- Période propre des oscillations d'une masse m accrochée à un ressort de raideur k : $T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$

- Période propre d'un pendule de longueur ℓ : $T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}}$

- Troisième loi de Kepler : $\frac{T^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{GM}$

3.6. SPÉCIALITÉ

- Relation de conjugaison et grandissement γ d'une lentille mince (AB objet, A'B' image, O centre optique, F' foyer principal image, F foyer principal objet, f' distance focale) :

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{\overline{OF'}} = \frac{1}{f'} ; \quad \gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$$

- Vergence : $C = \frac{1}{f'}$
- Ondes stationnaires entre deux obstacles fixes :

$$\text{Longueurs d'onde : } \lambda_n = \frac{2L}{n} \quad (n \text{ entier})$$

$$\text{Fréquences propres : } \nu_n = \frac{nv}{2L} \quad (n \text{ entier})$$

- Niveau sonore : $L = 10 \log \left(\frac{I}{I_0} \right)$ avec $I_0 = 1 \times 10^{-12} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$

4. PENSE-BÊTE MATHÉMATIQUE

4.1. COORDONNÉES ET NORME D'UN VECTEUR

Soit deux points $A(x_A, y_A, z_A)$ et $B(x_B, y_B, z_B)$ dans le repère $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

Coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$:

$$\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \\ z_B - z_A \end{pmatrix}$$

avec $\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A) \cdot \vec{i} + (y_B - y_A) \cdot \vec{j} + (z_B - z_A) \cdot \vec{k}$

Norme du vecteur $\overrightarrow{AB}$:

$$\|\overrightarrow{AB}\| = AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2} \geq 0$$

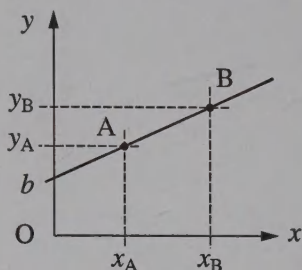
Application au vecteur vitesse $\vec{V} \begin{pmatrix} V_x \\ V_y \\ V_z \end{pmatrix}$:

$$\vec{V} = V_x \cdot \vec{i} + V_y \cdot \vec{j} + V_z \cdot \vec{k} \quad \text{et} \quad V = \|\vec{V}\| = \sqrt{V_x^2 + V_y^2 + V_z^2} \geq 0$$

4.2. COEFFICIENT DIRECTEUR (OU PENTE) D'UNE DROITE

- Équation d'une droite : $y = ax + b$

- Coefficient directeur : $a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$

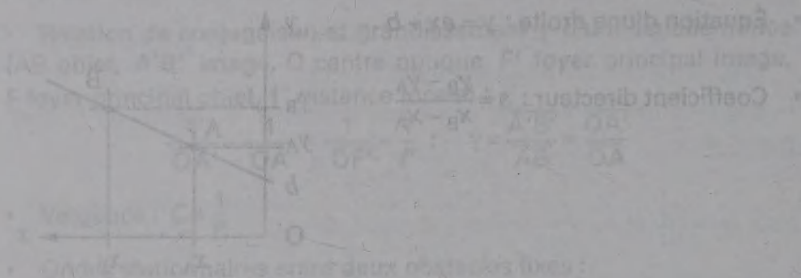


N.B. : En sciences physiques, la pente d'une droite a très souvent une unité.

Par exemple, si la représentation graphique de la vitesse v en fonction du temps t est une droite, la pente a pour expression :

$$a = \frac{v_B - v_A}{t_B - t_A} \text{ qui s'exprime en } \text{m} \cdot \text{s}^{-2}.$$

1.2. COEFFICIENT DIRECTEUR (OU PENTE) D'UNE DROITE



M.B. : En sciences physiques, la pente d'une droite a une unité.

Par exemple, si la représentation graphique de la vitesse v en fonction du temps t est une droite, la pente a pour expression :

$$m = \frac{v_B - v_A}{t_B - t_A} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = a$$

1.3. NOTION DE VECTEUR

1.3.1. DÉFINITION D'UN VECTEUR

Soient deux points $A(x_A, y_A)$ et $B(x_B, y_B)$. Le vecteur $\vec{AB}$ est défini par :

$$\vec{AB} = \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$$

$$\vec{AB} = (x_B - x_A) \vec{i} + (y_B - y_A) \vec{j}$$

Norme du vecteur $\vec{AB}$:

$$|\vec{AB}| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

Application au vecteur vitesse $\vec{v}$:



Bussière Camedan Imprimeries
à Saint-Amand (Cher), France.

GROUPE CPI

Dépôt légal : août 2003. N° d'édition : 38758. N° d'impression : 033909/4.

Physique S

- Plus de 30 sujets corrigés pour couvrir l'ensemble du programme
- Tout ce qu'il faut savoir sur l'épreuve du bac
- Des conseils de méthode
- La notation des exercices
- Un index thématique des sujets

collection **annabac**

2004

sujets

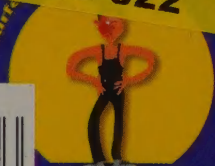
- 1 Français 1^{re} L, ES, S
- 2 Français BTS
- 3 Anglais LV1 et LV2
- 4 Mathématiques ES
- 5 Mathématiques S
(enseignement obligatoire
et de spécialité)
- 6 Sciences de la Vie
et de la Terre S
- 7 Physique-Chimie S

sujets et corrigés

- 8 Français 1^{re} L, ES, S
- 9 Français 1^{re} STT, STI, STL, SMS
- 10 Français BTS
- 11 Philosophie L, ES, S
- 12 Philosophie STT
- 13 Anglais LV1 et LV2
- 14 Histoire-Géographie L, ES, S
- 15 Sciences économiques
et sociales ES
- 16 Mathématiques ES
- 17 Mathématiques-Informatique
Enseignement scientifique 1^{re} L
- 18 Mathématiques S
(enseignement obligatoire)
- 19 Mathématiques S
(enseignement de spécialité)
- 20 Sciences de la Vie
et de la Terre S
- 21 Physique S
- 22 Chimie S



Sur le



www.sosphilo.com
Le service complet
et personnalisé
sur la philo.

48 2550 1



9 782218 744556