

COLLECTION
CINQ
sur
CINQ

maths



Digitized by the Internet Archive
in 2023 with funding from
Kahle/Austin Foundation

COLLECTION
CINQ
sur
CINQ

maths

6^e

sous la direction de

Robert Delord et Gérard Vinrich

avec

Michel Bourdais

la collaboration de

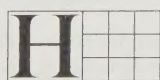
Dominique Woillez

la participation de

Frank Boulanger

pour les rubriques Math-info

et **Françoise Richard**, professeur de Français



HACHETTE
Éducation

Les auteurs remercient Mme Bourgoing et Mme Robert pour leur contribution à l'ouvrage.

Crédits photographiques

- 16 © J.-P. Vieil / Rapho
21 © Pix
22 © Mary Evans / Explorer
34 © Eurasia Press / DIAF
35 © Thierry Orban / Sygma
44 © Pascal Sittler / Rea
49 © Giansanti / Sygma
50 © Edimia
51 © Cary Wolinsky / Cosmos
63 © BMW
64 © Mario Fourmy / Réa
68 (à gauche) © Orsi Battaolini / AKG Paris ; (à droite) © Visioars / AKG Paris
81 © Giansanti / Sygma
82 © Mazin / DIAF
91 © Philippe Dannic / DIAF
96 (de gauche à droite et de haut en bas) © Bernard Winkelmann / Agence Top ; © Alfred Pasieka / Science Photo Library ;
© A. le Bot / DIAF
107 (photo de gauche) © Michel Gounot ; (photos de droite) © Mario Fourmy / Réa
111 © Vandystaat
112 (de haut en bas et de gauche à droite) © Alain Soldeville / Rapho ; © Michel Baret / Rapho ; © H. A. Segalen / Rapho ;
© Tony Pukewitz ; © Sommer / Rapho ; © Christian Cuny / Rapho.
118 © Etienne Revault / Pix
120 © Vandystadt
126 © Jean Daniel Sudres / DIAF
158 © Paul Klee / Edimédia / ADAGP Paris 2000
159 © Victor Vasarely / Edimédia / ADAGP Paris 2000
160 (en haut) © Yvan Traver / DIAF ; (en bas) © Explorer ; (à droite) © Éd. Odile Jacob, *La science des illusions*
170 © Collection Kharbine / Tapabor
175 © Sylva Villerot / DIAF
176 © Palais de la Découverte
219 © Masterfile / Pix
245 © J.-L. Charmet
254 © Carl Larson / Edimédia
258 (en haut) © Yvan Traver / DIAF ; (en bas) © Charles D. Winters

Crédit texte

- 242 © Guillevic, *Euclidiennes*, Éd. Gallimard, 1967

Couverture : SG Création

Maquette intérieure : Jean-Michel Descouy

Composition et mise en pages : CMB Graphic

Suivi éditorial : F & B Édition

Schémas : L'Écho Graphic

Illustrations : Jean-Louis Goussé

© Hachette-Livre, 2000. 43, quai de Grenelle, F 75905 Paris Cedex 15
ISBN 2.01.125222.9

Tous droits de traduction, de reproduction et d'adaptation réservés pour tous pays.

Le Code de la propriété intellectuelle n'autorisant, aux termes des articles L. 122-4 et L. 122-5, d'une part, que les « copies ou reproductions strictement réservées à l'usage privé du copiste et non destinées à une utilisation collective », et, d'autre part, que « les analyses et les courtes citations » dans un but d'exemple et d'illustration, « toute représentation ou reproduction intégrale, ou partielle, faite sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droits ou ayants cause, est illicite ».

Cette représentation ou reproduction, par quelque procédé que ce soit, sans autorisation de l'éditeur ou du Centre français de l'exploitation du droit de copie (20, rue des Grands-Augustins, 75006 Paris), constituerait donc une contrefaçon sanctionnée par les articles 425 et suivants du Code pénal.

Intentions et choix pédagogiques

► Le souci d'établir la continuité avec le cycle 3 de l'école primaire

Les apprentissages prennent appui sur les acquis mis en place au cycle des approfondissements et les expériences mathématiques accumulées à l'école.

À cet effet, la première page de chaque chapitre propose *un QCM permettant d'identifier les acquis et certaines lacunes des élèves.*

► Une démarche construite autour de la résolution de problèmes

Elle contribue à entraîner les élèves à la pratique d'une démarche scientifique et concourt à la formation du futur citoyen en développant les capacités d'expérimentation et de raisonnement, d'imagination et d'analyse critique.

En conséquence, chaque chapitre s'articule autour de *2, 3 ou 4 grandes questions posées dans les pages « De quoi s'agit-il ? » dont les réponses permettent d'aborder l'ensemble du programme.*

On trouvera entre autres :

- dans les pages « **Retenir notions et méthodes** », *des exercices résolus accompagnés de méthodes suivis de références aux exercices d'application permettant de réinvestir ces méthodes ;*
- dans la page « **Évaluation** », la rubrique « Pour débattre en classe » ne comportant que *des affirmations à justifier ou à infirmer.*

► Des exercices et des problèmes différenciés

On trouvera donc :

- une première partie « **Appliquer le cours** » qui comporte *des exercices (classés par thèmes) relevant essentiellement des compétences exigibles du programme ;*
- une dernière partie « **S'exercer et approfondir** » qui comporte *des exercices et des problèmes mettant en jeu des compétences plus élaborées* (un ou deux cactus signalent les exercices les plus difficiles).

► Le calcul mental, l'utilisation d'une calculatrice ou d'un ordinateur

Ces différentes formes de calcul, souvent complémentaires, font l'objet, pour chaque chapitre, de nombreux exercices regroupés dans la page « **De tête ou à la calculatrice** » ou dans la page « **De tête ou à l'ordinateur** ».

► La lecture, la compréhension des énoncés et la rédaction d'une solution

Dans chaque chapitre, cette rubrique très importante comporte des *exercices spécifiques* regroupés dans la page « **Lire, comprendre, rédiger** ».

► Un temps pour le soutien

Afin de pallier les difficultés de certains élèves, des exercices regroupés dans la page « **Soutien** » permettent de revenir sur les grandes questions du chapitre.

► L'énigme et des « infos »

Une énigme se présentant sous la forme d'un *défi*, toujours palpitant à relever, ainsi qu'une rubrique prenant appui sur *l'histoire des mathématiques*, terminent chacun des seize chapitres dans la page « **Math-info** ».

► Des bilans réguliers et différés

Après chaque grand domaine étudié, un « **bilan** » offrant de nombreux *exercices différenciés* permet de faire le point sur les connaissances. On trouvera, à la fin de l'ouvrage, des *aides* relatives à ces exercices.

Les auteurs

Sommaire des pages : « De quoi s'agit-il ? »

CHAPITRE 1	Comment écrire les nombres en écriture décimale ? Quelle est la différence entre « chiffre des ... » et « nombre de ... » ? 10 Comment multiplier ou diviser par 10, 100 ou 1 000 ? Comment convertir et choisir une unité ? 11	CHAPITRE 10	Comment reconnaître et tracer des droites perpendiculaires ? Comment reconnaître et tracer des droites parallèles ? 146 Comment reconnaître et tracer un triangle rectangle, un rectangle ? Comment reconnaître et tracer un losange et un carré ? 147
CHAPITRE 2	Quand additionner ou soustraire en écriture décimale ? Comment éviter certaines erreurs de calcul ? ... 24 Quand et comment multiplier en écriture décimale ? 25	CHAPITRE 11	Comment différencier le périmètre et l'aire ? Comment effectuer des changements d'unités de mesure ? 162 Comment calculer le périmètre et l'aire de figures simples ? Comment calculer la longueur d'un cercle ? 163
CHAPITRE 3	Qu'est-ce qu'un quotient entier et un reste ? ... 38 Comment continuer une division après le quotient entier ? Obtient-on un résultat exact ou un résultat approché ? 39	CHAPITRE 12	Qu'est-ce qu'un angle ? Comment comparer des angles ? 180 Comment mesurer un angle ? Qu'est-ce que la bissectrice d'un angle ? 181
CHAPITRE 4	Qu'est-ce qu'une écriture fractionnaire ? Comment placer un quotient sur une demi-droite graduée ? 54 Comment multiplier par un quotient d'écriture $\frac{a}{b}$? Comment reconnaître que deux quotients sont égaux ? 55	CHAPITRE 13	Comment s'organiser pour construire une figure ? Comment rédiger un programme de construction ? 196 Comment justifier sans utiliser d'instrument ? 197
CHAPITRE 5	Comment passer d'une écriture décimale à une écriture fractionnaire et inversement ? 70 Comment comparer et ranger des nombres décimaux ? 71	CHAPITRE 14	Qu'est-ce qu'un axe de symétrie ? Comment reconnaître deux figures symétriques ? 210 Comment tracer des figures symétriques ? Comment effectuer des tracés à la règle et au compas ? 211
CHAPITRE 6	Comment utiliser et construire une formule ? Comment remplacer les lettres d'une formule par des nombres ? 84 Qu'est-ce qu'une égalité d'expressions littérales ? Qu'est-ce que résoudre une équation ? 85	CHAPITRE 15	Comment tracer un triangle isocèle et son axe de symétrie ? Comment tracer un losange et ses axes de symétrie ? 228 Comment tracer un rectangle et ses axes de symétrie ? Comment tracer un carré et ses axes de symétrie ? 229
CHAPITRE 7	Comment appliquer un pourcentage ? 100 Comment représenter des relevés statistiques ? 101	CHAPITRE 16	Comment fabriquer un parallélépipède rectangle ? Comment représenter un parallélépipède rectangle ? 244 Qu'est-ce que le volume d'un solide ? Comment déterminer le volume d'un pavé droit ? 245
CHAPITRE 8	Qu'est-ce qu'un nombre relatif ? 114 Comment repérer un point sur une droite ? dans un plan ? 115		
CHAPITRE 9	Comment comparer des longueurs ? Qu'est-ce qu'un cercle ? 130 Comment reconnaître un triangle isocèle ou équilatéral ? Comment tracer un triangle isocèle ou équilatéral ? 131		

Sommaire

Le livre : mode d'emploi	6
Ce que dit le programme	8

Travaux numériques – Gestion de données

1. Lecture des nombres et écriture décimale.....	9
2. Additionner – Soustraire – Multiplier	23
3. Diviser par un nombre entier	37
Bilan 1	51
4. Les écritures fractionnaires.....	53
5. Le point sur les nombres décimaux.....	69
6. Écritures littérales – Les premières équations	83
Bilan 2	97
7. Pourcentages et relevés statistiques	99
8. Nombres relatifs et repérage	113
Bilan 3	127

Travaux géométriques – Gestion de données

9. Avec un compas et une règle graduée.....	129
10. Avec une équerre et une règle.....	145
11. Périmètres et aires.....	161
Bilan 4	177
12. Avec un rapporteur.....	179
13. Descriptions, constructions, justifications.....	195
14. Symétrie axiale	209
Bilan 5	225
15. Figures symétriques.....	227
16. Dans l'espace	243
Bilan 6	259

Aides aux bilans	262
Les 3 types de calcul	264
Unités de mesures (longueurs, aires,...)	266
Formulaire de géométrie	267
Exemples d'utilisation d'un logiciel de construction géométrique	268
Mini Dico	270
Index	272

Le livre : mode d'emploi

Ce manuel est composé de deux parties de huit chapitres chacune avec gestion de données intégrée :

• une partie numérique

• une partie géométrique

Dans chaque chapitre, on trouve les pages suivantes :

2 De quoi s'agit-il ?

Quand additionner ou soustraire en écriture décimale ?
Comment éviter certaines erreurs de calcul ?

1 À propos du calcul : $21,50 - (9,80 + 4)$

1^{re} partie : les trois étapes ci-dessous, retrouver celui dont la solution correspond au calcul $21,50 - (9,80 + 4)$, puis rédiger la réponse.

Exercice A : Aliocha achète un gâteau à 21,50 €, des bonbons à 9,80 € et une paire de gants pour 4 €. De moins que les bonbons ?

Exercice B : Émilien part faire ses courses avec deux billets de 10 €, et trois pièces de 20 cents. Il achète un gâteau pour 9,80 € et des bonbons pour 4 €. Combien lui reste-t-il ?

Exercice C : Clara dispose de 21,50 €. Elle achète un livre à 9,80 € et n'a pas suffisamment d'argent pour acheter un stylo qui coûte 4 €. De plus que le livre, combien lui manque-t-il ?

2^e Donner la solution des deux autres exercices.

3 À la recherche des erreurs

1^{re} Retrouver et corriger les erreurs commises dans les calculs suivants :

$1834,3$	$26,5 + 4,7 = 67,2$	740
$+ 67$		
$229,45$	$8,06 - 3,4 = 5,02$	-280
$2280,75$		$51,2$

2^e Pour chacune des opérations ci-dessous, trois résultats sont proposés, un seul est correct. Trouver le bon résultat sans poser l'opération.

$2909 + 252 = 42$	résultat 1 : 2854	résultat 2 : 3064	résultat 3 : 3164
$8802 + 298,5 = 49,1$	$922,8$	$909,5$	$909,8$
$5472 - 198,2$	$5273,8$	$5371,2$	$5274,8$

Consigne : ne pas hésiter à effectuer une opération à la main ou à la machine, on peut diviser de grosses erreurs en procédant éventuellement l'ordre de grandeur du résultat.

4 - Additionner - Soustraire - Multiplier

16 De quoi s'agit-il ?

Qu'est-ce que le volume d'un solide ?
Comment déterminer le volume d'un pavé droit ?

3 Histoire de cubes

1^{re} Les deux solides ci-dessous, composés de cubes identiques.

A) ont-ils des volumes égaux ?

B) ont-ils le même volume ?

2^e a) Combien faut-il de petits cubes bleus pour remplir le grand cube ci-dessus ?

b) Combien faut-il de cubes de 1 cm d'arête pour remplir une boîte cubique de 1 dm d'arête ?

3^e Recopier et compléter :

• Le volume d'un cube de 1 cm d'arête est égal à un cube (soit 1 cm³).

• Le volume d'un cube de 1 dm d'arête est égal à un cube (soit 1 dm³).

• 1 dm³ = 1000 cm³.

4 Des cubes, encore et toujours

1^{re} Une boîte de fudge est un cube de 10 cm d'arête. Combien peut-on ranger de boîtes de fudge dans le carton de fudge ci-dessous ?

2^e En remplissant des cubes, on a obtenu le grand cube ci-dessus. Combien de cubes faut-il pour remplir une boîte parallélépipédique de 8 cm de longueur, 3 cm de largeur et 2 cm de hauteur ?

Les pages
De quoi s'agit-il ?
posent les questions
essentielles...
... les réponses à ces
questions couvrent
l'ensemble
du programme.

4 Retenir notions et méthodes

1 Écriture fractionnaire d'un quotient

Quotient

Le quotient d'un nombre a par un nombre b (où b n'est pas nul) est le nombre qui, multiplié par b , donne a .

On écrit l'écriture fractionnaire de ce quotient $\frac{a}{b}$. Elle se lit « a sur b ».

Exemple 1 : $a = 8$; $b = 5$; $\frac{8}{5}$ = huit sur cinq (soit huit sur cinq).

Exemple 2 : $a = 1,25$; $b = 0,5$; $\frac{1,25}{0,5}$ = un quart sur deux (soit un quart sur deux).

Fraction

On utilise le mot « fraction » à la place de « écriture fractionnaire » seulement si le numérateur et le dénominateur sont des nombres entiers.

Exemple 1 : Le quotient $\frac{8}{5}$ est la fraction $\frac{8}{5}$.

Exemple 2 : Le quotient $\frac{1,25}{0,5}$ est la fraction $\frac{1,25}{0,5}$.

Exercice résolu 1

Exercice : Trouver le quotient $\frac{3}{4}$ sur une demi-droite graduée.

Solution : Le quotient $\frac{3}{4}$ est un nombre décimal. On peut le trouver facilement en 3 parties égales, puis en utilisant l'une des deux méthodes suivantes :

Méthode 1 : À partir de 0, on reporte 3 fois la longueur du tiers de l'unité.

Méthode 2 : On divise 3 par 4. Le quotient entier est 0 et il reste 3. On divise par 4.

À partir de 0, on reporte 3 fois l'unité et un tiers d'unité.

Application : Exercice n° 6.9

4 - Les écritures fractionnaires

Les pages
Retenir
regroupent
ce qu'il faut
absolument
savoir.

Les exercices
résolus
accompagnés
de méthodes
montrent
comment
résoudre un
problème.

15 Retenir notions et méthodes

2 Losange

Propriétés

Un losange a deux axes de symétrie perpendiculaires : ses diagonales.

On en déduit que :

- Les angles opposés d'un losange sont égaux.
- Les diagonales d'un losange sont les bissectrices de ses angles.

Propriétés des losanges (et d'eux seuls)

- Si un quadrilatère est un losange, alors ses diagonales sont perpendiculaires et ont le même milieu.
- Si les diagonales d'un quadrilatère sont perpendiculaires et ont le même milieu, alors ce quadrilatère est un losange.

Exercice résolu 2

Exercice : Tracer un losange ABCD tel que AC = 8 cm et BD = 4 cm.

Solution : (Le dessin est à l'échelle 1 : 2.)

1^{re} On trace deux droites d et d' perpendiculaires en O (soit le point d'intersection des diagonales).

2^e On trace les segments AO et CO tels que AO = 4 cm et CO = 2 cm.

3^e On trace les segments BO et DO tels que BO = 2 cm et DO = 1 cm.

4^e On relie les points A, B, C et D.

Application : Exercice n° 7

15 - Figures symétriques

Ce que dit le programme

CHAPITRE

1

- Utiliser l'écriture décimale et en connaître le sens.
- Multiplier et diviser un décimal par 10, 100, 1 000.
- Effectuer, pour les longueurs, des changements d'unités de mesure.

CHAPITRE

2

- Addition, soustraction et multiplication : savoir effectuer ces opérations sous les trois formes de calcul (mental, à la main, à la calculatrice), dans des situations n'exigeant pas de virtuosité technique.
- Proposer des ordres de grandeur de deux nombres et les utiliser pour donner un ordre de grandeur de leur somme, et éventuellement, pour contrôler un calcul sur machine.

CHAPITRE

3

- Calculer le quotient et le reste de la division euclidienne d'un nombre par un nombre entier d'un ou deux chiffres.
- Effectuer dans des cas simples, la division décimale d'un nombre entier ou décimal par un nombre entier.
- Prendre l'arrondi à l'unité ou la troncature.

CHAPITRE

4

- Placer le quotient de deux entiers sur une droite graduée dans des cas simples.
- Savoir utiliser un quotient de deux entiers dans un calcul sans effectuer la division.

CHAPITRE

5

- Pour des nombres décimaux courants, passer d'une écriture décimale à une écriture fractionnaire et vice-versa.
- Ranger des nombres donnés en écriture décimale.
- Sur une droite graduée :
 - lire l'abscisse d'un point ou en donner un encadrement,
 - situer un point d'abscisse donnée.

CHAPITRE

6

- Appliquer une formule littérale dans une situation familière à l'élève.
- Trouver dans des situations numériques simples :
 - le nombre à ajouter à un nombre donné pour obtenir un résultat donné ;
 - le nombre par lequel multiplier un nombre donné pour obtenir un résultat donné.

CHAPITRE

7

- Appliquer un taux de pourcentage.

CHAPITRE

8

- Graduer régulièrement une droite.
- Sur une droite graduée, les valeurs en jeu étant des entiers relatifs : lire l'abscisse d'un point donné, placer un point d'abscisse donnée.
- Dans le plan repéré, les valeurs en jeu étant des entiers relatifs : lire les coordonnées d'un point donné, placer un point de coordonnées données.

CHAPITRE

9

- Sur papier blanc et sans que la méthode soit imposée reporter une longueur.
- Utiliser correctement, dans une situation donnée, le vocabulaire suivant : cercle, centre, rayon, diamètre, segment, milieu.

Tracer et reproduire sur papier blanc les figures suivantes : triangle, triangle isocèle, triangle équilatéral, cercle. Reconnaître ces figures dans un environnement plus complexe.

CHAPITRE

10

Sur papier blanc et sans que la méthode soit imposée tracer, par un point donné, la perpendiculaire ou la parallèle à une droite donnée.

Utiliser correctement, dans une situation donnée, le vocabulaire suivant : droite, droites perpendiculaires, droites parallèles.

Tracer et reproduire sur papier blanc les figures suivantes : triangle rectangle, rectangle, losange, carré.

Reconnaître ces figures dans un environnement plus complexe.

CHAPITRE

11

Déterminer l'aire d'une surface à partir d'un pavage simple.

Comparer des périmètres, comparer des aires.

Calculer l'aire et le périmètre d'un rectangle.

Évaluer, à partir de l'aire du rectangle, l'aire d'un triangle rectangle.

Calculer la longueur d'un cercle.

Effectuer, éventuellement, avec une calculatrice, des calculs faisant intervenir des longueurs, et des aires.

Effectuer, pour les longueurs et les aires, des changements d'unités de mesure.

CHAPITRE

12

Sur papier blanc et sans que la méthode soit imposée, reproduire un angle, un arc de cercle de centre donné.

Utiliser correctement, dans une situation donnée, le vocabulaire suivant : angle, demi-droite.

Construire la bissectrice d'un angle à l'aide d'un rapporteur.

Effectuer des calculs faisant intervenir des angles.

CHAPITRE

13

Reconnaître des figures simples dans un environnement complexe.

CHAPITRE

14

Construire le symétrique d'un point, d'une droite, d'un segment, d'un cercle, que l'axe de la symétrie coupe ou non la figure.

Construire avec une règle et un compas, la médiatrice d'un segment, la bissectrice d'un angle.

CHAPITRE

15

Tracer le ou les axe(s) de symétrie des figures suivantes : triangle isocèle, triangle équilatéral, losange, rectangle, carré.

Utiliser la symétrie axiale pour construire un triangle isocèle, un losange, un rectangle et un carré.

Relier les propriétés de la symétrie axiale à celles des figures du programme.

CHAPITRE

16

Fabriquer un parallélépipède rectangle de dimensions données.

Déterminer le volume d'un parallélépipède rectangle en se rapportant à un dénombrement d'unités.

Effectuer, éventuellement avec une calculatrice, des calculs faisant intervenir des longueurs, des aires et des volumes.

CHAPITRE 1

Lecture des nombres et écriture décimale

De l'école au collège

QCM

Pour chaque question,
indiquer la réponse exacte.

R É P O N S E S

		A	B	C
1	« Deux mille deux » s'écrit :	210 002	20 002	2 002
2	1 500 000 se lit :	quinze millions	un million cinq cent mille	cent cinquante millions
3	Dans le nombre 6 789 le chiffre des dizaines est :	8	7	678
4	Dans le nombre 9 876 le nombre de dizaines est :	7	76	987
5	Dans le nombre 123,456 le chiffre des dixièmes est :	2	4	5
6	$3,5 \times 10$ est égal à :	30,5	3,50	35
7	$53 : 100$ est égal à :	5 300	0,53	0,053

De quoi s'agit-il ?

Comment écrire les nombres en écriture décimale ?

Quelle est la différence entre « chiffre des ... » et « nombre de ... » ?

1 Nombres croisés

Horizontalement

A : Nombre entier juste avant deux mille.

B : Soixante et onze centaines.

C : Soixante et onze centièmes.

D : Une année révolutionnaire !

Verticalement

1 : Nombre entier juste après dix-sept centaines.

2 : Quatre-vingt-onze unités sept dixièmes.

3 : $(9 \times 1\,000) + (7 \times 10) + 8$.

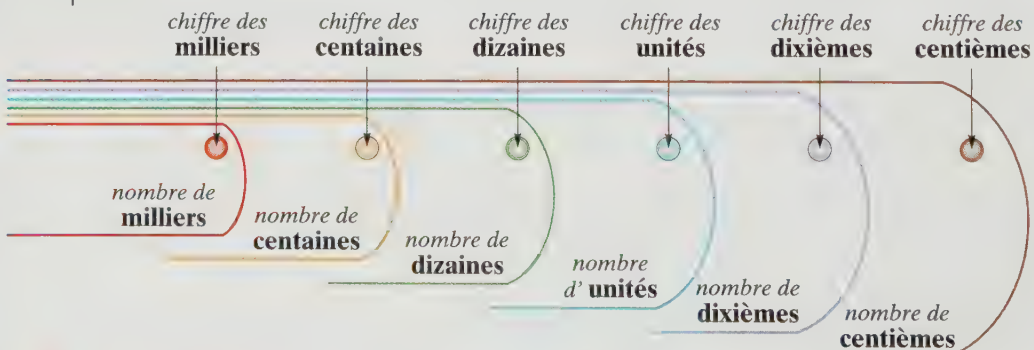
4 : Neuf cent une dizaines et neuf unités.

	1	2	3	4
A				
B				
C		,		
D				

2 Devinettes

- Je suis un nombre entier dont le chiffre des unités est 0 et le chiffre des dizaines est 1. Mon nombre de centaines est 20. Qui suis-je ?
- Je suis un nombre entier dont le nombre de dizaines est 198. Mon chiffre des unités est le même que celui des centaines. Qui suis-je ?
- Je suis un nombre qui s'écrit avec un chiffre après la virgule. Mon nombre d'unités est 245 et mon chiffre des dixièmes est le même que celui des dizaines. Qui suis-je ?
- Je suis un nombre qui s'écrit avec deux chiffres après la virgule. Mon nombre de centièmes est 314. Qui suis-je ?
- Imaginer et écrire une devinette pour faire trouver le nombre 12,4 à un camarade.

Pour mieux comprendre la différence entre « chiffre des ... » et « nombre de ... », on retiendra la disposition :



ATTENTION

Dans l'écriture décimale 2000, le chiffre des milliers, 2, est aussi le nombre de milliers.

Comment multiplier ou diviser par 10, 100 ou 1 000 ?

Comment convertir et choisir une unité ?

3 Recherche d'entiers

Parmi les neuf calculs suivants, quels sont ceux qui donnent des résultats entiers ?

$$A = 0,413 \times 100$$

$$B = 25,40 \times 10$$

$$C = 0,6095 \times 1\,000$$

$$E = 620 : 10$$

$$G = 83 : 100$$

$$I = 1,78 \times 10 \times 100$$

$$M = 0,056 \times 100$$

$$N = 12\,700 : 10$$

$$P = 4\,710 : 100$$

(En plaçant dans le bon ordre les lettres répondant à la question, il apparaîtra un petit mot !)

4 Choisir une unité de mesure adaptée

Écrire les mesures ci-dessous avec une unité mieux adaptée à chaque cas, afin de trouver les phrases qui ont un sens et celles qui n'en ont pas.

a Olivier mesure 152 dm.

e Une pièce d'un euro pèse environ 1 200 mg.

b La hauteur de ma chambre est 0,00265 km.

f Une pomme pèse environ 0,2 hg.

c La distance entre Paris et Lyon est égale à 4810 dam.

g Une bouteille peut contenir 1 500 mL.

d Un ours polaire a une masse de 350 000 g.

h Une baignoire est remplie avec 400 cL d'eau.

i Un pot de yaourt a une contenance de 0,0125 daL.

masses	→	t	q		kg	hg	dag	gramme g	dg	cg	mg	
longueurs	→				km	hm	dam	mètre m	dm	cm	mm	
volumes (ou capacités)	→					hL	daL	litre L	dL	cL	mL	
			3	5	0	0	0	0		1	2	5

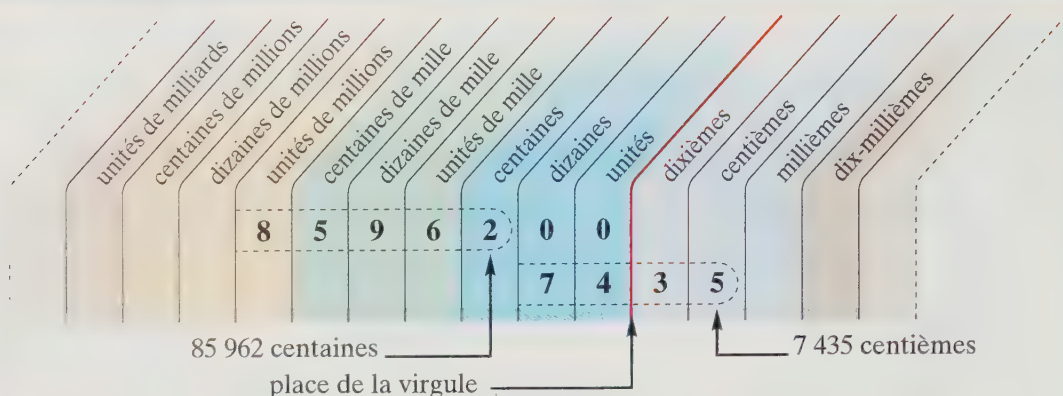
On lit sur le tableau...

pour une masse : 350 000 g
ou 35 000 dag
ou 350 kg
ou 3,5 q
ou 0,35 t

pour un volume : 125 mL
ou 12,5 cL
ou 1,25 dL
ou 0,125 L
ou 0,0125 daL

Retenir notions et méthodes

1 Lecture des nombres et écriture décimale



Exemple 1

$$8\,596\,200 = (8 \times 1\,000\,000) + (596 \times 1\,000) + (2 \times 100)$$

[huit millions cinq cent quatre-vingt-seize mille deux cents]

$$8\,596\,200 = 85\,962 \times 100$$

[quatre-vingt-cinq mille neuf cent soixante-deux centaines]

Exemple 2

$$74,35 = 74 + (35 : 100) \quad [\text{soixante-quatorze unités trente-cinq centièmes}]$$

$$74,35 = 7\,435 : 100 \quad [\text{sept mille quatre cent trente-cinq centièmes}]$$

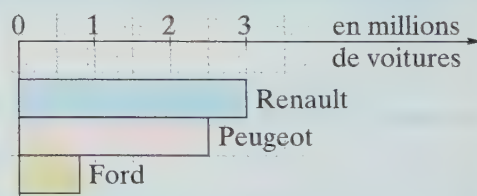


Pour écrire un nombre en écriture décimale, on se contente d'écrire les chiffres significatifs : on n'écrit pas les zéros inutiles.

$$\begin{aligned} \text{Exemples : } 4,05 &= 4,050 = 4,0500 = 04,05 \\ 13,00 &= 13,0 = 13 \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} 4,05 &= 4,050 = 4,0500 = 04,05 \\ 13,00 &= 13,0 = 13 \end{aligned}} \right\} \text{ (les zéros inutiles sont barrés)}$$

Exercice résolu 1

Énoncé : En observant le graphique en bandes ci-contre, donner le nombre de chaque catégorie de voitures.



Solution : Renault : 3 (millions), soit 3 000 000 de voitures Renault.
 Peugeot : 2,5 (millions), soit 2 500 000 de voitures Peugeot.
 Ford : 0,8 (million), soit 800 000 voitures Ford.

Méthode

Pour les grands nombres qui comportent de nombreux zéros, le changement d'unité facilite la lecture et fait gagner de la place au niveau de l'écriture décimale.

Application → exercice n° 21

2 Multiplier ou diviser par 10, 100, 1 000...

Les règles

Multiplier un nombre par 10, 100, 1 000,... revient à déplacer la virgule d'un, deux, trois,... rangs vers la droite.

On complète par un ou plusieurs zéros si nécessaire.

$$39,45 \times 10 = 394,5$$

$$39,45 \times 100 = 3945$$

$$39,45 \times 1\,000 = 39\,450$$

Diviser un nombre par 10, 100, 1 000,... revient à déplacer la virgule d'un, deux, trois,... rangs vers la gauche.

On complète par un ou plusieurs zéros si nécessaire.

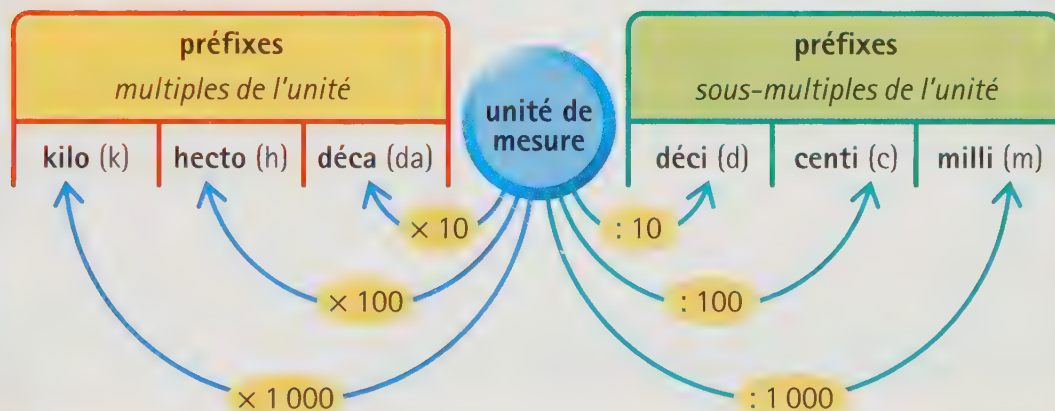
$$39,45 : 10 = 3,945$$

$$39,45 : 100 = 0,3945$$

$$39,45 : 1\,000 = 0,03945$$

Convertir une mesure

Il est nécessaire de bien connaître la série des préfixes ci-dessous :



Exercice résolu 2

Énoncé : Les carnets de correspondance sont vendus par paquets de dix.
Combien faut-il commander de paquets pour distribuer un carnet à chacun des quatre cent cinquante-sept élèves d'un collège ?

Solution : Quatre cent cinquante-sept s'écrit : $457 = (45 \times 10) + 7$.
Dans cette écriture décimale, on lit **45 dizaines** plus 7 unités.
Il faut donc commander **46** ($45 + 1$) **paquets** de 10 carnets.
(Il restera 3 carnets de correspondance non distribués.)

Méthode

Tous les résultats des multiplications ou des divisions par 10, 100, 1 000,... sont immédiats si l'on utilise les règles de l'écriture décimale des nombres.
On ne pose donc pas ces opérations et, bien sûr, la calculatrice est interdite !

Applications → exercices n^{os} 22 et 23

Appliquer le cours

Écritures décimales

1 Écrire en chiffres les nombres suivants :

- a) cinq cent cinq ;
- b) cent quatre-vingt mille ;
- c) cent quatre mille vingt ;
- d) cent mille quatre-vingts ;
- e) quatre millions quatre-vingt-dix-neuf mille.

2 Écrire en lettres les nombres suivants :

2 020 ; 100 001 ; 30 303 ; 900 090 ; 7 007 700.
(Voir les règles d'orthographe à la page 20.)

3 Recopier et compléter les égalités :

- a) $8\,642 = (8 \times \dots) + (6 \times \dots) + (\dots \times 10) + \dots$
- b) $6\,824 = (8 \times \dots) + (6 \times \dots) + (\dots \times 10) + \dots$
- c) $4\,826 = (\dots \times 100) + \dots$
- d) $2\,648 = (\dots \times 10) + \dots$

4 Recopier et compléter les égalités :

- a) $(3 \times 1\,000) + (9 \times 100) + (7 \times 10) + 5 = \dots$
- b) $(3 \times 10) + (9 \times 1\,000) + 7 + (5 \times 100) = \dots$
- c) $73 \times 100 + 59 = \dots$
- d) $73 + (59 \times 100) = \dots$

5 Reproduire et compléter le tableau :

nombre donné	chiffre des dizaines	nombre de dizaines	chiffre des centaines	nombre de centaines
543	...	...	...	...
7 665	...	...	...	...
40 000	...	...	...	...

6 1° Parmi les nombres suivants, retrouver ceux dont le nombre de dizaines est 22 :

222 ; 2 200 ; 122 ; 221 ; 202 ; 2 220 ; 220.

2° Parmi les nombres suivants, retrouver ceux dont le nombre de centaines est 99 :

9 909 ; 990 ; 9 099 ; 999 ; 9 999 ; 9 900 ; 99 900.

7 1° Je suis un nombre entier dont le chiffre des unités est deux. Mon chiffre des dizaines est le double du chiffre des unités. Mon nombre de centaines est trente. Qui suis-je ?

2° Je suis un nombre entier dont le chiffre des unités est 2. Mon nombre de centaines est 47. Qui suis-je ? Suis-je unique ?

8 Écrire en chiffres les nombres suivants :

- a) cinq dizaines ;
- b) cinq dixièmes ;
- c) cinquante-cinq centaines ;
- d) cinquante-cinq centièmes ;
- e) cinq cent cinq millièmes ;
- f) cinq unités cinq millièmes.

9 Trouver les nombres égaux dans chacune des listes ci-dessous :

Liste a : 3,1 ; 3,01 ; 3,10.

Liste b : 7,05 ; 7,5 ; 07,50.

Liste c : 4,09 ; 4,090 ; 4,009 ; 04,9.

10 Recopier et compléter les égalités :

- a) $86,42 = (\dots \times 10) + 6 + (\dots : 10) + (\dots : 100)$
- b) $86,42 = 86 + (\dots : 100)$
- c) $2,468 = 2 + (\dots : 10) + (6 : \dots) + (\dots : 1\,000)$
- d) $2,468 = 2 + (\dots : 1\,000)$

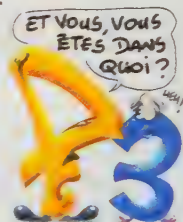
11 Recopier et compléter les égalités :

- a) $(3 \times 100) + (9 \times 10) + 7 + (5 : 10) = \dots$
- b) $3 + (9 : 10) + (7 : 100) + (5 : 1\,000) = \dots$
- c) $73 + (59 : 100) = \dots$
- d) $(73 : 100) + 59 = \dots$

12 À propos du nombre 357,642

Compléter les phrases ci-dessous.

- a) Le chiffre des dixièmes est
- b) Le chiffre des dizaines est
- c) Le chiffre 4 est celui des
- d) Le chiffre 3 est celui des
- e) Le chiffre 2 est celui des



13 Reproduire et compléter le tableau :

nombre donné	chiffre des dixièmes	nombre de dixièmes	chiffre des centièmes	nombre de centièmes
54,32	...	...	...	...
9,60	...	...	...	...
3,125	...	...	...	...

14 Qui suis-je ?

Je suis un nombre qui s'écrit avec deux chiffres après la virgule. Mon nombre d'unités est 517. Mon chiffre des centièmes est le même que celui des centaines. Mon chiffre des dixièmes est le même que celui des dizaines.

Multiplier ou diviser par 10, 100 ou 1 000

15 Reproduire et compléter le tableau en notant les résultats des multiplications et des divisions.

on le divise par			nombre	on le multiplie par		
1 000	100	10		10	100	1 000
...	...	...	7	...	...	...
...	...	...	80	...	...	...
...	...	...	925	...	...	...

16 Reproduire et compléter le tableau :

$\times 10$	5	9,2				
			760	41		
					900	3

17 Compléter par des multiplications ou des divisions par 10, 100 ou 1 000.

73	$\xrightarrow{\quad \dots \quad}$	7 300	6,3	$\xrightarrow{\quad \dots \quad}$	63
5	$\xrightarrow{\quad \dots \quad}$	0,5	248	$\xrightarrow{\quad \dots \quad}$	2,48
950	$\xrightarrow{\quad \dots \quad}$	0,95	1,6	$\xrightarrow{\quad \dots \quad}$	1 600

18 Parmi les huit résultats suivants, quels sont ceux qui sont entiers ?

A = $0,44 \times 100$	E = $1\,440 : 100$
B = $0,4014 \times 1\,000$	F = $440 : 10$
C = $1,40 \times 10$	G = $4\,100 : 100$
D = $1,444 \times 10 \times 100$	H = $0,4 : 10$

Convertir (exercices 19 et 20)

19 En dessin industriel, les mesures sont toujours exprimées en millimètres (mm).

Convertir, en mm, les mesures suivantes :

a) 8 cm ;	12,5 cm ;	40 cm.
b) 1 dm ;	2,4 dm ;	8,75 dm.
c) 1,2 m ;	1,245 m ;	0,93 m.

20 Pour chaque nombre ci-dessous, le chiffre 5 est dans la colonne des kilogrammes (kg).

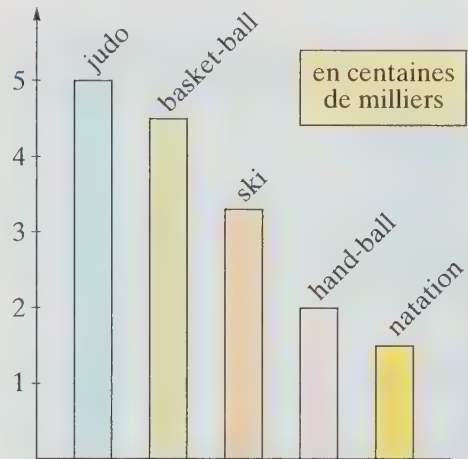
Retrouver les unités utilisées.

250 ...	1 530 ...	45 700 ...
1,65 ...	50 000 ...	0,985 ...

Petits problèmes

21 Voir l'exercice résolu 1 de la page 12.

Le graphique ci-dessous représente le nombre de licenciés dans cinq disciplines sportives en 1999.



1° Combien de licenciés pratiquaient le judo ? le basket-ball ? le ski ?

2° Le foot avait dix fois plus de licenciés que le hand. Combien cela faisait-il de footballeurs licenciés ?

3° En tennis, il y avait dix fois plus de licenciés qu'en natation.

Combien cela faisait-il de joueurs de tennis licenciés ?

22 Voir l'exercice résolu 2 de la page 13.

Un boulanger-pâtissier a préparé 120 croissants et 1 450 chocolats.

1° Il emballe les croissants par sachets de 10.

Combien de sachets peut-il remplir ?

2° Il emballe les chocolats par boîtes de 100.

Combien de boîtes peut-il remplir ?

Lui restera-t-il des chocolats non emballés ? Si oui, combien ?

23 Voir l'exercice résolu 2 de la page 13.

Une banque, qui doit envoyer une lettre à chacun de ses trois mille cent quarante-deux clients, achète des enveloppes par paquets de cent.

Combien de paquets d'enveloppes doit-elle acheter ?

24 À la poste, les timbres se présentent par planches de cent.

On a vendu dix planches de timbres à 0,46 € chacun et une planche de timbres à 1,75 € chacun.

Quelle recette a-t-on réalisée avec la vente de ces timbres ?

De tête ou à la calculatrice

25 Sur chacun des compteurs A et B on peut lire les deux entiers suivants :

A **1 8 3 5 4 2** B **3 9 9 6 9 5**

Reproduire et compléter de tête le tableau :

	nouveau nombre	
	au compteur A	au compteur B
si on ajoute dix		
si on ajoute mille		
si on ajoute dix mille		

Exercices n°s 26 et 27

Pour chacun des nombres, indiquer (si possible de tête) le nombre de zéros utiles dans leur écriture décimale.

Exemples : cinq cent (500) → 2
neuf dixièmes (0,9) → 1

- 26** a) mille un → ...
b) vingt mille cent → ...
c) trois cent mille → ...
d) quarante millions → ...
e) cinq milliards → ...

- 27** a) dix unités trois dixièmes → ...
b) cent unités cinq centièmes → ...
c) deux dixièmes → ...
d) quatre centièmes → ...
e) six millièmes → ...

28 Calculer mentalement :

- a) $357 - 10 = ?$ b) $357 \times 10 = ?$
c) $357 : 10 = ?$ d) $48 + 100 = ?$
e) $48 \times 100 = ?$ f) $48 : 100 = ?$

29 Calculer mentalement :

- a) $1\,072 - 100 = ?$ b) $1\,072 \times 100 = ?$
c) $1\,072 : 100 = ?$ d) $65 + 1\,000 = ?$
e) $65 \times 1\,000 = ?$ f) $65 : 1\,000 = ?$

30 Calculer mentalement :

- a) $24,5 - 10 = ?$ b) $24,5 \times 10 = ?$
c) $24,5 : 10 = ?$ d) $6,9 + 100 = ?$
e) $6,9 \times 100 = ?$ f) $6,9 : 100 = ?$

31 Réponses de tête

À la fin de l'été, la municipalité d'une ville a décidé d'organiser un « cross pour tous ». Les concurrents devront se grouper par équipes de dix.



1° Quatre cent soixante-douze personnes souhaitent y participer.

Combien d'équipes pourra-t-on inscrire ?

2° Cinq mille tracts destinés à informer la population sont livrés par paquets de cent.

Combien cela fait-il de paquets ?

3° Pour mille tracts, l'imprimeur demande 50 €.

À combien revient chaque tract imprimé ?

32



3,5 13,9 3,14 10,05 0,1

0,22 3,303 0,004 5,0505

Comment afficher chacun des nombres ci-dessus sans utiliser la touche **.** ?

Exemple : pour 3,5 on tape 35 **÷** 10 **=**.

33



Afficher le nombre 7 531

1° Comment passer de 7 531 à 7 541 sans effacer l'affichage ? On utilisera, si possible, une seule touche d'opération.

2° Même question pour passer :

- a) de 7 531 à 7 731 ; b) de 7 531 à 7 431 ;
c) de 7 531 à 7 642 ; d) de 7 531 à 7 621.

34



Afficher le nombre 13,468

1° Comment passer de 13,468 à 13,568 sans effacer l'affichage ? On utilisera, si possible, une seule touche d'opération.

2° Même question pour passer :

- a) de 13,468 à 13,478 ; b) de 13,468 à 13,467 ;
c) de 13,468 à 14,568 ; d) de 13,468 à 23,478.

35



Afficher le nombre 146 785

1° Comment permuter le chiffre des dizaines et le chiffre des centaines sans effacer l'affichage ?

On utilisera, si possible, une seule touche d'opération.

2° Même question pour permuter le chiffre des unités et le chiffre des dizaines de mille.

36 Attention aux écritures !

Relier les écritures du même nombre.

vingt unités un dixième	•
vingt et un dixièmes	•
vingt unités un centième	•
vingt et un centièmes	•

• 20,01
• 0,21
• 20,1
• 2,1

37 Chiffre ou nombre ?

Recopier et compléter les phrases suivantes :

« 567 et 765 sont deux ... constitués des mêmes ...
Ils ont le même ... des dizaines, mais pas le même ...
de dizaines. »

38 Lecture d'informations

Le tableau ci-dessous indique, en millions d'habitants, la population des 15 pays de l'Union Européenne en 1997 et la prévision de leur population pour 2025.

pays	1997	2025
Allemagne	82	76,2
Autriche	8,1	8,2
Belgique	10,2	10,3
Danemark	5,3	5,4
Espagne	39,3	39
Finlande	5,1	5,2
France	58,6	62,7
Grande-Bretagne	59	57,2
Grèce	10,5	10,2
Irlande	3,6	3,6
Italie	57,4	54,8
Luxembourg	0,4	0,5
Pays-Bas	15,6	17,4
Portugal	9,9	10,5
Suède	8,9	8,7

Quid 1999

1° Combien y avait-il d'habitants en France en 1997 ? (Écrire ce nombre en écriture décimale, puis en lettres.)

2° Combien prévoit-on d'habitants au Danemark en 2025 ?

3° Que représente, dans ce tableau, le nombre 0,4 ?

4° Quel est l'intérêt de noter les nombres comme dans le tableau ci-dessus ?

5° *Facultatif* : Quels sont les pays pour lesquels on prévoit une diminution de la population ?

39 Attention au rang des chiffres !

Je suis un nombre entier dont le chiffre des unités est 4. Mon chiffre des centaines est 6 et mon nombre de dizaines est 925.

Est-ce possible ? Pourquoi ?

40 Vraisemblance des mesures

Remettre un peu d'ordre dans la colonne de droite du tableau ci-dessous !

distance entre Paris et Marseille	1,65 m
masse d'une moto	0,1 mm
capacité d'un réfrigérateur	155 kg
largeur d'une voiture	3 cm
contenance d'un verre.....	125 L
épaisseur d'un livre.....	800 km
volume d'une boîte à chaussures	3 L
masse d'un poste de télévision	6 t
épaisseur d'une feuille de papier.....	15 cL
masse d'un éléphant.....	15 kg

41 Remettre en place avant de résoudre

1° Replacer dans le texte ci-dessous les quatre nombres encadrés et mis en désordre.

10

95

0,95

4

2° Vérifier que la facture de l'automobiliste s'élève à 389,5 €.

.....
Dans un garage, un automobiliste fait changer les pneus de sa voiture et fait remplir son réservoir d'essence dans lequel il manque L.
Le litre de super est affiché € et un pneu vaut € (pose comprise).
.....

42 Énoncé à trous

1° Recopier l'énoncé suivant en le complétant.

.....
Un camion ... en moyenne 14,5 L de gazole aux 100 km. En un an, il a ... une distance de 100 000 km.

Quelle quantité de ... le camion a-t-il ... pendant l'année ?

(On exprimera cette quantité en ...)

2° Répondre à la question posée.

Évaluation

Pour débattre en classe

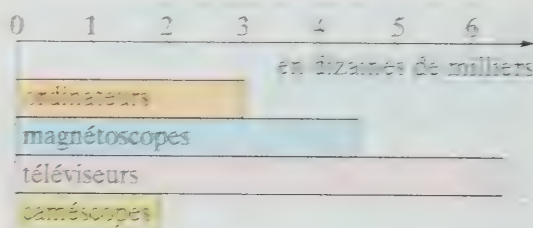
43

Répondre par Vrai ou Faux à chacune des affirmations suivantes et justifier la réponse.

- (a) Cent millions s'écrit avec le chiffre *un* suivi de sept zéros.
- (b) Les deux nombres 678 et 578 ont le même nombre de dizaines.
- (c) Le nombre de centaines dans 54 321 est 3.
- (d) $98\,765 = 98 \times 1\,000 + 765$.
- (e) Le nombre de dixièmes dans 8,956 est 895.
- (f) Le nombre 737,373 a le même chiffre des dizaines et des centièmes.
- (g) 00,1020 et 0,102 sont deux nombres égaux.
- (h) $0,046\text{ km} = 4\,600\text{ cm}$.
- (i) $5\,100\text{ kg} = 0,51\text{ t}$.
- (j) $0,970\text{ hL} = 97\text{ L}$.
- (k) $34,50 : 100 = 0,0345$.

- (l) Sachant qu'un feutre coûte 0,2 €, le prix d'un paquet de 100 pochettes de 10 feutres s'élève à 2 000 €.

Pour les affirmations m à p, on considère le graphique suivant :



- (m) On lit 3 000 ordinateurs.
- (n) On lit 45 000 magnétoscopes.
- (o) On lit 640 000 téléviseurs.
- (p) On lit 19 000 caméscopes.

Pour s'évaluer à la maison

44

Je suis un nombre entier qui peut se lire « quatre-vingts dizaines ».

M'écrire en écriture décimale (en chiffres).

45

Soit le nombre 2945.

- a) Quel est son nombre de centaines?
- b) Parmi les trois égalités ci-dessous, quelle est celle qui correspond à la réponse précédente :

$$2945 = (2 \times 1\,000) + 945 ?$$

$$2945 = (29 \times 100) + 45 ?$$

$$2945 = (294 \times 10) + 5 ?$$

- c) Que devient ce nombre si on lui ajoute une centaine?

46

Soit le nombre 321,476.

- a) Quel est son chiffre des dizaines?
- b) Quel est son chiffre des dixièmes?
- c) Quel est son nombre de dixièmes?
- d) Que devient ce nombre si on lui ajoute trois centièmes?

47

Donner les résultats des calculs ci-dessous, sans poser les opérations.

- a) $805 - 10 = ?$
- b) $73 \times 10 = ?$
- c) $1,45 \times 1\,000 = ?$
- d) $2,69 \times 100 = ?$
- e) $6\,982 + 100 = ?$
- f) $37 : 100 = ?$
- g) $142,6 : 10 = ?$
- h) $2\,000,5 : 1\,000 = ?$

48

1° Dans un wagon, il y a soixante-dix quintaux de maïs. Combien y a-t-il de kilogrammes de maïs dans le wagon?

2° Dans une remorque, il y a 4,65 t de maïs. Exprimer cette masse en quintaux.

49

Il y a 1 640 cm de ruban sur une bobine.

1° Quel est le nombre maximum de morceaux d'un mètre qu'on peut découper?

2° Quelle longueur de ruban manque-t-il pour faire un morceau supplémentaire?

À propos des nombres en écriture décimale

50 Pour chaque nombre écrit en lettres, trouver la bonne écriture en chiffres parmi celles qui sont proposées :

a) dix mille cent un :

100 001 001 1 101 10 101 101 001

b) vingt-deux unités deux centièmes :

22,02 202,02 22,2 22,002

c) trois cent trois millièmes :

303,000 0,303 3,303 303,303

51 Recopier les phrases ci-dessous en les complétant à l'aide des mots suivants :

chiffre; nombre; dizaines; centaines.

a) Le ... de ... de 9 745 est 974.

b) Le ... des ... de 9 745 est 4.

c) Le ... des ... de 9 745 est 7.

d) Le ... de ... de 9 745 est 97.

52 2351 805 2587 56 5

Écrire chaque nombre ci-dessus en plaçant une virgule de façon que 5 soit le chiffre des dixièmes du nombre obtenu.

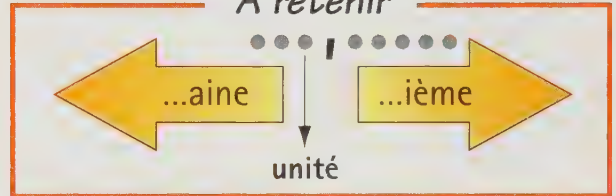
53 Reproduire et compléter le tableau :

nombre donné	chiffre des dizaines	chiffre des dixièmes
2 896,25		
365,478		
138,197		
1 476,52		

54 Reproduire et compléter le tableau :

nombre donné	chiffre des centaines	chiffre des centièmes
2 096,25		
365,478		
138,197		
1 476,5		

À retenir



À propos de la multiplication ou de la division par 10, 100 ou 1000

55 Pour chaque opération, trouver le bon résultat parmi ceux qui sont proposés.

7,5 × 100 = 700,5 0,075 7,500 750

12,4 : 100 = 0,124 0,0124 12,400 1,24

2,63 × 10 = 2,630 0,263 26,3 20,63

0,98 : 10 = 0,980 0,098 9,8 00,98

56 Reproduire et compléter le tableau :

6		
8,3		
	29	
		50

57 Écrire le nombre donné dans le tableau dans chacune des six unités indiquées.

hL	daL	L	dL	cL	mL
	1	2	5		

58 Transformer les mesures suivantes :

en m	en L	en kg
2,560 km	2,5 hL	6 500 g
400 cm	6,1 daL	790 hg
7 dm	75 cL	48 dag
391 mm	38 dL	1,4 t

À revoir... si nécessaire !

→ Les règles de multiplication et de division par 10, 100, 1 000,... (page 13).

→ Le tableau des unités de mesure (page 11).

Écritures décimales

59 Soit le nombre entier : 149 753.

- Quel est le chiffre des dizaines de mille ?
- Quel est le nombre de dizaines de mille ?
- Que devient cet entier si on lui ajoute mille ?

60  Ci-dessous, on a affiché *quatre vingt mille* en plaçant côte à côte trois cartons. On a écrit sous chacun d'eux son écriture en chiffres, puis on a indiqué les opérations pour obtenir 80 000.

quatre vingt(s) mille
4 × 20 × 1000 = 80 000

Refaire le même travail pour tous les nombres qu'on peut afficher en déplaçant les trois cartons.

(On placera des parenthèses si nécessaire et on ne tiendra pas compte des traits d'union.)

Quelques règles d'orthographe

- Vingt** et **cent** prennent un « s » lorsqu'ils sont multipliés et terminent le nombre.

Cent quatre-vingts Mille cinq cents

Ils gardent ce « s » s'ils sont suivis d'un nom.
Attention : million et milliard sont des noms !

Quatre-vingts jouets Trois cents millions

Dans les autres cas, ils ne s'accordent pas.

Quatre-vingt-trois Cinq cent sept

- On place un **trait d'union** dans les noms des nombres composés inférieurs à cent sauf ceux reliés par la conjonction **et** (*vingt et un*).

62 Que représente le chiffre 4 dans l'écriture de chacun des nombres suivants ?

9,54 14,3 0,764 401 10,4 49,8 2,004

63 Sur chacun des compteurs C et D, on peut lire les deux nombres « à virgule » suivants :

C 5 6 0 (7 1 2) D 0 9 5 (9 9 0)

Reproduire et compléter de tête le tableau :

	nouveau nombre au compteur C	au compteur D
si on ajoute une dizaine		
si on ajoute un dixième		
si on ajoute un centième		

64  Je suis un nombre qui s'écrit avec deux chiffres après la virgule :

- mon nombre d'unités est le même que celui du nombre 68,543 ;
 - mon chiffre des centièmes est le même que celui du nombre 375,091 ;
 - mon chiffre des dixièmes est le même que celui du nombre 192,685.
- M'écrire en écriture décimale.



65   Les quatre cartons

Voici quatre cartons qu'on peut déplacer :

9 , 0 2

Dans cette position, ils affichent le nombre :
neuf unités deux centièmes.

1° Trouver tous les nombres différents qu'on peut afficher en utilisant les quatre cartons.

(Indications : La virgule ne sera placée ni en première ni en dernière position. Les réponses comportant des zéros inutiles sont acceptées. On trouvera ainsi dix solutions.)

2° Écrire chacun des dix nombres en lettres.

61 Écrire les quatre nombres A, B, C, D en écriture décimale à partir des informations données dans le tableau :

	A	B	C	D
chiffre des unités	7	0	5	1
chiffre des dizaines	3	9	0	4
chiffre des dixièmes	1	6	3	0
chiffre des centaines	4	8	1	2
chiffre des centièmes	5	2	7	6

Multiplier ou diviser par 10, 100 ou 1 000

66 Compléter chacune des égalités :

- a) $2,8 \times 100 = \dots$
- b) $5,02 \times 1\,000 = \dots$
- c) $3,5 \times \dots = 350$
- d) $0,04 \times \dots = 0,4$
- e) $\dots \times 10 = 789$
- f) $\dots \times 100 = 142,5$
- g) $\dots \times 1\,000 = 1$

67 Recopier ces étiquettes et colorier d'une même couleur celles qui désignent un même nombre.

$$0,614 \times 10$$

$$6014 : 100$$

$$60,14 : 10$$

$$60,14$$

$$6 + (14 : 1\,000)$$

$$6,14$$

$$6 + (14 : 100)$$

$$6,014$$

$$60 + (14 : 100)$$

Convertir (exercices 68 à 70)

68 Recopier en complétant tantôt avec un nombre, tantôt avec une unité.

- 1° a) $84 \text{ m} = \dots \text{ cm} = 840 \dots$
- b) $9 \text{ dm} = \dots \text{ m} = 900 \dots$
- 2° a) $550 \text{ g} = \dots \text{ kg} = 5,5 \dots$
- b) $0,46 \text{ t} = \dots \text{ kg} = 4,6 \dots$
- 3° a) $4,9 \text{ L} = \dots \text{ cL} = 49 \dots$
- b) $1\,700 \text{ dL} = \dots \text{ L} = 1,7 \dots$

69 Dans chaque ligne, retrouver l'intrus :

- a) 39 cm ; $0,39 \text{ m}$; $3,9 \text{ mm}$; $0,039 \text{ dam}$.
- b) $0,7 \text{ hg}$; 70 g ; 7 dag ; $0,7 \text{ kg}$.
- c) $1,01 \text{ dL}$; $0,101 \text{ L}$; $10,01 \text{ cL}$; 101 mL .

70 Affranchissement (en 1999)

poids (en g) jusqu'à...	20	50	100	250	500	1 000
tarif (en F)	3	4,50	6,70	11,50	16,00	21,00

Donner le tarif pour chacune des six lettres dont voici les « poids » :

35 g ; 15 g ; 4 dag ; 200 g ; 8 hg ; $0,5 \text{ kg}$.

Problèmes et graphiques

71 Les 453 demi-pensionnaires d'un collège prennent leur repas (en deux services) dans une salle qui comporte trente tables de dix places chacune.

Combien devrait-il y avoir de tables dans la salle pour que tous les élèves puissent déjeuner en même temps ?

72 L'âge de la Terre

On estime l'âge de la Terre à environ quatre milliards six cent millions d'années.

Écrire ce nombre en chiffres.

Combien de siècles l'âge de la Terre représente-t-il ?

73 Que de pièces !

Pendant six mois, Clémence a gardé toutes les pièces que le boulanger lui rendait.

Aujourd'hui, elle fait le compte :

- douze pièces de 1 euro ;
- dix pièces de 50 cents ;
- dix pièces de 20 cents ;
- seize pièces de 10 cents ;
- dix pièces de 5 cents.

De quelle somme dispose-t-elle ?



74 Les sportifs licenciés (suite de l'exercice 21)

Construire un graphique du même type que celui donné dans l'exercice 21 (voir la page 15) avec les données ci-contre.

badminton	45 000
canoë-kayak	80 000
surf	10 000
tir à l'arc	63 000
volley-ball	95 000

Conseil : écrire les nombres en dizaines de milliers.

75 Audio-vidéo

Représenter, à l'aide d'un graphique, les données numériques indiquées dans le tableau ci-dessous :

magnétoscopes	6 000
téléviseurs	9 500
caméscopes	1 000
chaînes hi-fi	4 300
radiocassettes	5 500

Appareils vendus chaque jour en France

Langue, chiffres et virgules

D'où cela vient-il ?

Les mots *un, deux, trois,...* sont d'origine latine. Les symboles (1, 2, 3,...) nous viennent, eux, probablement des Hindous : bien qu'appelés chiffres arabes, ils n'ont fait que passer entre leurs mains aux environs de l'an 800.

Le **zéro**, apparu plus tard, est, lui, d'origine arabe. Il était nommé *sifr* qui signifiait « vide ». Transformé en latin, il a donné *cephira*, puis *zéfiro* en italien, puis finalement « zéro ».

Un vient de *unus*. Il a donné : unité, union et même oignon.

Deux vient de *duo*. En musique, un duo est un ensemble de deux instruments.

Trois vient de *tres*. Il a formé : trio, triple, tricolore, trident, trimestre, trancher (couper en trois).

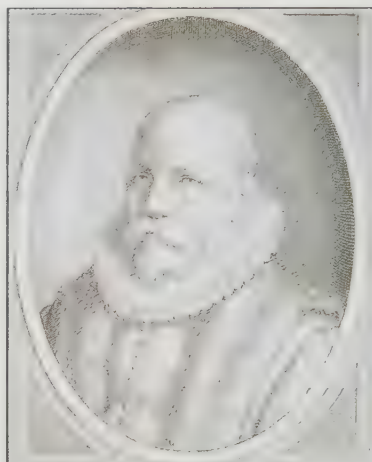
Quatre vient de *quattuor*. Un quattuor (avec un seul *t*) est un ensemble de quatre instruments. De *quattuor*, on a tiré : quadrilatère, carré, carreau, carrefour, quartier,...

Qui a eu l'idée... ?

Qui a eu l'idée d'écrire les nombres avec une virgule ?

C'est le mathématicien néerlandais Snellius (ci-contre) en... 1608 !

Il a employé une virgule pour séparer la partie entière de la partie décimale des nombres. Mais Snellius



RODOLPHUS SNELLIUS MATHE-
MATICARUM ARTIUM PROFES.

n'a fait qu'améliorer la notation, révolutionnaire pour l'époque, proposée en 1582 par l'ingénieur-comptable néerlandais Simon Stevin. Pour écrire le nombre 123,45 Stevin notait :

123④4①5②.

Dans cette écriture, le ④ indiquait les unités, le ① indiquait les dixièmes et le ② les centièmes.

Avant Snellius, en 1592, l'Italien Magini écrivait : 123.45.

Cette notation, dans laquelle un point sépare la partie entière de la partie décimale, est toujours employée de nos jours dans les pays anglo-saxons (Grande-Bretagne, États-Unis,...). On la trouve également sur les calculatrices.

À vous de jouer !

◆ À votre avis, pourquoi les mots *quadrilatère, carré, carreau, carrefour* et *quartier* viennent-ils du mot *quattuor* ?



L'ENIGME DU CHAPITRE



On se propose de découvrir le mot caché ci-dessous à partir des renseignements ci-contre :



Il suffira ensuite de remplacer chaque nombre trouvé par la lettre de l'alphabet correspondante en respectant la règle :

0 → A, 1 → B, 2 → C, 3 → D, etc.

■ nombre de dixièmes dans 1,8.

■ nombre de dizaines dans 156.

■ nombre de dizaines de mille dans 175 000.

■ $0,02 \times 1000$.

■ chiffre des centièmes dans 987,543.

CHAPITRE 2

Additionner - Soustraire Multiplier

De l'école au collège

QCM

Pour chaque question,
indiquer la réponse exacte.

R É P O N S E S

		A	B	C
1	La somme $4825 + 25\,196$ est proche de :	27 000	30 000	33 000
2	$4 \star 1 + 27 = 518$ Le chiffre manquant (l'étoile) dans le premier terme de l'addition est :	9	1	0
3	$2 \star 6 - 79 = 137$ Le chiffre manquant (l'étoile) dans le premier terme de la soustraction est :	9	1	0
4	12×98 est égal à :	976	1 176	11 176
5	Il y a 33 packs de jus de fruit dans un magasin. Un pack contient 12 bouteilles de 0,33 L. Le nombre de bouteilles de jus de fruit dans le magasin est :	$33 + 12$	$12 \times 0,33$	33×12

De quoi s'agit-il ?

Quand additionner ou soustraire en écriture décimale ?

Comment éviter certaines erreurs de calcul ?

1 À propos du calcul : $21,50 - (9,80 + 4)$

1° Parmi les trois énoncés ci-dessous, retrouver celui dont la solution correspond au calcul : $21,50 - (9,80 + 4)$, puis rédiger la réponse.

Énoncé A : Alexis achète un casque à 21,50 €, des lunettes à 9,80 € et une paire de gants pour 4 € de moins que les lunettes.
Combien a-t-il dépensé ?

Énoncé B : Bastien part faire ses courses avec deux billets de 10 € et trois pièces de 50 cents. Il achète un gâteau pour 9,80 € et des bonbons pour 4 €.
Combien lui reste-t-il ?

Énoncé C : Clara dispose de 21,50 €. Elle achète un livre à 9,80 € et n'a pas suffisamment d'argent pour acheter un stylo qui coûte 4 € de plus que le livre.
Combien lui manque-t-il ?

2° Donner la solution des deux autres énoncés.

2 À la recherche des erreurs

1° Retrouver et corriger les erreurs commises dans les calculs suivants :

$$\begin{array}{r} 1894,3 \\ + \quad 67 \\ + \quad 329,45 \\ \hline 2280,75 \end{array}$$

$$26,5 + 41,7 = 67,12$$

$$8,06 - 3,4 = 5,02$$

$$\begin{array}{r} 742 \\ - 289 \\ \hline 547 \end{array}$$

2° Pour chacune des opérations ci-dessous, trois résultats sont proposés ; un seul est correct. Trouver le bon résultat sans poser l'opération.

	résultat 1	résultat 2	résultat 3
$2\,609 + 352 + 43$	2804	3004	3304
$650,2 + 208,5 + 49,1$	1207,8	707,8	907,8
$5413 - 198,2$	5214,8	5911,2	4914,8

Lorsqu'on est amené à effectuer une opération à la main ou à la machine, on peut éviter de grosses erreurs en prévoyant **mentalement** l'ordre de grandeur du résultat.

Quand et comment multiplier en écriture décimale ?

3 À propos du produit $2,95 \times 1,4$

1° Dans le texte qui suit, certains nombres ont été effacés. Observer les calculs effectués par le commerçant et recopier le texte en complétant les cases.

Chez l'épicier, Lisa achète trois boissons à € chacune et kg de fruits à 2,95 € le kg. Lisa sort un billet de € pour payer. Le commerçant calcule la dépense et lui dit : « Je vous rends €. »

Calculs de l'épicier

$$1,05 \times 3 = 3,15$$

$$2,95 \times 1,4 = 4,13$$

$$3,15 + 4,13 = 7,28$$

$$10 - 7,28 = 2,72$$

2° Lisa comprend le calcul du prix des boissons (souvenirs de l'école), mais se demande comment l'épicier calcule le prix des fruits.

Ses amis, Elsa et Léo, lui proposent les méthodes suivantes :

Elsa	Léo
$2,95$ $\times 1,4$ 	• J'effectue la multiplication comme s'il n'y avait pas de virgule et je trouve : 4 130. • Je compte le nombre de chiffres après la virgule dans les deux facteurs du produit : 2 au premier facteur et 1 au second facteur, ce qui fait 3 au total. • Je place la virgule dans le résultat 4 130 pour qu'il y ait 3 chiffres après la virgule. • Finalement je trouve 4,130 donc 4,13.

Terminer les calculs d'Elsa. Trouve-t-elle le même résultat que Léo ? Pourquoi ? (On peut vérifier le calcul de l'épicier à la calculatrice.)

4 Encore des erreurs !

Retrouver et corriger les erreurs commises dans les calculs ci-contre* :

$$\begin{array}{r}
 4,35 \\
 \times 20,8 \\
 \hline
 3480 \\
 8700 \\
 \hline
 12,180
 \end{array}$$

$$11,2 \times 0,4 = 44,8$$

$$\begin{array}{r}
 0,36 \\
 \times 650 \\
 \hline
 180 \\
 216 \\
 \hline
 23,40
 \end{array}$$

* Si le professeur est d'accord, on peut utiliser la calculatrice pour vérifier le travail.

Retenir notions et méthodes

1 Additionner – Soustraire

Exemple 1

Calcul de la somme :
 $51,6 + 89,75 = ?$

les termes de la somme

Exemple 2

Calcul de la différence :
 $141,35 - 51,6 = ?$

les termes de la différence

➤ **Mentalement :** On calcule un ordre de grandeur :

$$50 + 90 = 140$$

➤ **À la main :**

On pose l'addition :

$$\begin{array}{r} 51,6 \\ + 89,75 \\ \hline 141,35 \end{array}$$

➤ **À la machine :**

$$51,6 (+) 89,75 (=)$$

Il s'affiche : **141.35**

$$140 - 50 = 90$$

On pose la soustraction :

$$\begin{array}{r} 141,35 \\ - 51,6 \\ \hline 89,75 \end{array}$$

$$141,35 (-) 51,6 (=)$$

Il s'affiche : **89.75**

O N C O N T R Ô L E

O N C O N T R Ô L E



➔ Pour le calcul de la somme de plusieurs nombres, l'ordre n'a pas d'importance.

$$\begin{array}{l} 18,4 + 13 + 1,6 + 47 = \\ 18,4 + 1,6 + 13 + 47 = \\ \quad 20 \quad + \quad 60 = 80 \end{array}$$

➔ En revanche, pour le calcul d'une différence, l'ordre des termes est important.

$$100 - 48 \neq 48 - 100$$

impossible à calculer pour le moment

Exercice résolu 1

Énoncé : Kevin a 27,45 € dans sa tirelire.

Il dit : « J'ai 5,80 € de moins que Julie et 75 cents de plus que Théo. »

De quelle somme Julie et Théo disposent-ils ?

Solution :

Julie : $\overbrace{\hspace{10em}}^{5,80 \rightarrow}$

$$27,45 + 5,80 = 33,25$$

Julie a **33,25 €** dans sa tirelire.

Kevin : $\overbrace{\hspace{10em}}^{27,45 \rightarrow}$

Théo : $\overbrace{\hspace{10em}}^{0,75 \rightarrow}$

$$27,45 - 0,75 = 26,70$$

Théo a **26,70 €** dans sa tirelire.

Méthode

La représentation des données numériques par des segments de droite est une bonne méthode pour éviter les pièges, en particulier avec les expressions comme « de moins que » ou « de plus que ».

Application ➔ exercice n° 12

2 Multiplier

Exemple

Calcul du produit : $3,14 \times 7,9 = ?$

les facteurs du produit

➤ **Mentalement** : On calcule un ordre de grandeur : $3 \times 8 = 24$

➤ **À la main** :

1° On pose la multiplication et on l'effectue sans tenir compte des virgules.

2° On place correctement la virgule au résultat, selon le principe ci-contre :

$$\begin{array}{r} 3,14 \\ \times 7,9 \\ \hline 2826 \\ 2198 \\ \hline 24806 \end{array}$$

2 chiffres
après la virgule

1 chiffre
après la virgule

3 chiffres
après la virgule (2 + 1)

O
N
C
O
N
T
R
Ô
L
E

➤ **À la machine** : $3,14 \times 7,9 =$ Il s'affiche : **24.806**

Exercice résolu 2

Énoncé : Comment calculer rapidement les huit produits suivants ?

1° A = $284 \times 0,1$

B = $32,7 \times 0,1$

C = $284 \times 0,01$

D = $32,7 \times 0,01$

E = $284 \times 0,001$

F = $32,7 \times 0,001$

2° G = $2,5 \times 9,02 \times 4$

H = $0,2 \times 68,7 \times 5$

Solution : 1° A = 28,4

B = 3,27

C = 2,84

D = 0,327

E = 0,284

F = 0,0327

en multipliant par 0,1
on a déplacé la virgule
d'un rang vers la gauche

en multipliant par 0,01
on a déplacé la virgule
de deux rangs vers la gauche

en multipliant par 0,001
on a déplacé la virgule
de trois rangs vers la gauche

2° G = $2,5 \times 9,02 \times 4 = (2,5 \times 4) \times 9,02 = 10 \times 9,02 = 90,2$

H = $0,2 \times 68,7 \times 5 = (0,2 \times 5) \times 68,7 = 1 \times 68,7 = 68,7$

Méthode

Multiplier par 0,1 ; 0,01 ; 0,001... revient à diviser par 10 ; 100 ; 1 000...

Pour le calcul du produit de plusieurs nombres, l'ordre des facteurs n'a pas d'importance. Il est conseillé de faire des regroupements qui simplifient les calculs.

On retiendra en particulier :

$0,5 \times 2 = 1$

$0,25 \times 4 = 1$

Applications → exercices n°s 25 et 27

Additionner – Soustraire

1 Reproduire et compléter le tableau, en s'inspirant de la première ligne.

	ordre de grandeur du résultat	résultat exact	erreur commise
913 + 6058	6900	6971	71
3895 + 97			
2805 - 412			
71,25 + 19,9			
261 - 58,8			
6,508 - 0,49			

2 1° Pour chaque somme, quel est le meilleur ordre de grandeur du résultat ?

- a) $21\,584 + 10\,470 + 38\,955$:
 50 000 60 000 70 000
- b) $20,9 + 5 + 15,1 + 39,85$:
 60 70 80 90

2° Dans les deux cas, calculer le résultat exact.

3 12,3 456 7,89

On a additionné les nombres ci-dessus deux à deux de toutes les façons possibles.

- a) Combien y a-t-il de façons ?
 b) Trouver l'intrus parmi les résultats suivants :

20,19	463,89	19,19	468,3
-------	--------	-------	-------

4 69,8 140 95,43

On a effectué toutes les soustractions qu'il était possible d'effectuer avec les nombres ci-dessus. Trouver l'intrus parmi les résultats suivants :

44,57	34,43	25,63	70,2
-------	-------	-------	------

5 Retrouver les chiffres manquants :

- a)
$$\begin{array}{r} 527, \star 5 \\ + 7 \star, 2 \\ \hline \star 36, 1 \star \end{array}$$
- b)
$$\begin{array}{r} \star 6, 91 \\ - 1 \star, 2 \star \\ \hline 66, \star 6 \end{array}$$
- c) $1 \star 7, 53 + 46, \star = \star 0 \star, 7 \star$
 d) $30, \star 2 - \star 38, 6 = 7 \star, 7 \star$

Multiplier

6 1° Pour chaque produit, quel est le meilleur ordre de grandeur du résultat ?

- a) $19,4 \times 48,75 \rightarrow$ 500 800 1000
 b) $0,9 \times 31,02 \rightarrow$ 3 30 300

2° Dans les deux cas, calculer le résultat exact.

7 1° Pour le produit ci-dessous, on propose quatre résultats dont la bonne réponse.

42×198	83 216	836	8 316	8 320
-----------------	--------	-----	-------	-------

Pourquoi 83 216 et 836 sont-ils des résultats faux ? Quel est le bon résultat ? Pourquoi ?

2° De même, pour le produit ci-dessous, expliquer comment reconnaître le bon résultat.

$0,9 \times 72$	6,46	64,6	64,8	648
-----------------	------	------	------	-----

8 La virgule a été effacée dans les nombres en couleur. La replacer correctement.

- $24,5 \times 3,5 = 8575$ $0,31 \times 5,4 = 1674$
 $197 \times 0,7 = 1,379$ $246 \times 28 = 6,888$
 $2,8 \times 132 = 36,96$ $0,75 \times 134 = 10,05$

9 6,07 49 3,50

On a multiplié les nombres ci-dessus deux à deux de toutes les façons possibles.

- a) Combien y a-t-il de façons ?
 b) Trouver l'intrus parmi les résultats suivants :

212,45	171,5	21,245	297,43
--------	-------	--------	--------

10 Reproduire et compléter le tableau :

$\times$	600	18,2	4,16
0,1			
0,5			
0,25			
	6		

11 Retrouver les chiffres manquants :

- a) $1 \star 2 \star 57 \times \star = \star 9 \star 9 \star 9$
 b) $\star 7 \star 7 \times 0, \star = 24 \star 3,3$

Petits problèmes

12 Voir l'exercice résolu 1 de la page 26.

1° Dialogue entre Paul et Valérie :

Valérie : Je mesure 1,58 m.

Paul : Alors, tu mesures 11 cm de moins que moi !

Quelle est la taille de Paul ?

2° Dialogue entre Pierre et Virginie :

Virginie : Je mesure 1,58 m.

Pierre : Alors, tu mesures 11 cm de plus que moi !

Quelle est la taille de Pierre ?

13 Une école de campagne comporte deux classes. Dans la première classe, on compte treize filles et onze garçons ; dans la seconde, vingt-neuf élèves. Il y a en tout vingt-huit filles dans l'école.

1° Quel est le nombre d'élèves de l'école ?

2° Quel est le nombre de filles de la seconde classe ?

14 Le tableau ci-dessous donne la répartition des élèves de collège en 1999-2000 (en milliers).

	garçons	filles	TOTAL
6 ^e	421,4	396,2	817,6
5 ^e	399,1	Y	785,4
4 ^e	W	356,3	794,8
3 ^e	391,4	323,5	714,9
TOTAL de 6^e à la 3^e	X	Z	T

1° Après avoir observé le tableau ci-dessus, calculer les quatre nombres : W, X, Y et Z.

2° Calculer T de deux façons pour contrôler ainsi vos résultats.

15 Histoire de melons (Évaluation 6^e, 1996)

Sur un étalage, sont présentées 9 caisses contenant des melons. Chaque caisse vide pèse 0,7 kilogramme. Dans chaque caisse, sont rangés 12 melons et les 12 melons pèsent 7,2 kilogrammes.

1° Parmi les opérations ci-dessous, indiquer celle qui convient pour calculer le nombre total de melons se trouvant sur l'étalage :

$$9 \times 0,7 \quad 9 \times 12 \quad 0,7 + 7,2$$

$$7,2 - 0,7 \quad 9 + 12 \quad 9 \times 7,2$$

2° Combien pèse une caisse pleine de melons ?

16 Vérifions les étiquettes

Dans les étiquettes ci-dessous, certains prix à payer sont faux. Les corriger.

Poids : 2,450 kg
Prix au kg : 11,00 €
Prix à payer : **26,95 €**

Poids : 1,740 kg
Prix au kg : 7,50 €
Prix à payer : **12,05 €**

Poids : 0,225 kg
Prix au kg : 14,40 €
Prix à payer : **32,40 €**

Poids : 0,960 kg
Prix au kg : 12,50 €
Prix à payer : **12,00 €**

17 Ticket de caisse incomplet

Reproduire et compléter le ticket de caisse :

3 art. $\times$ 2,00 €	6,00 €
5 art. $\times$ 1,50 €	
2,350 kg (5,80 €/kg)	
0,125 kg (15,20 €/kg)	
TOTAL	

18 Les quatre énoncés mélangés

1° Reconstituer les quatre énoncés de problème à partir des phrases ci-dessous. (Chaque énoncé comporte trois phrases, chacune dans un rectangle différent.)

2° Répondre aux quatre questions posées.

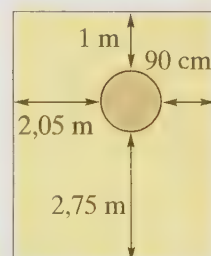
Hélène est partie au marché avec 25 €.
Ida achète un disque à 14,50 € et une cassette.
Un ouvrier est payé 9,25 € de l'heure.
Boris veut acheter trois CD à 15,25 € l'un.

Le vendeur lui rend 13 € sur deux billets de 20 €.
Elle revient avec 8,05 €.
Il s'aperçoit qu'il lui manque 4,25 €.
Il travaille 7 h par jour et 5 jours par semaine.

Combien a-t-il d'argent ?
Quel est son salaire hebdomadaire ?
Quel est le prix de la cassette ?
Combien a-t-elle dépensé ?

19 La salle de séjour

Calculer la longueur et la largeur de la pièce représentée ci-contre, sachant que la petite table ronde a un diamètre de 85 cm.



20 Calculer *mentalement* les sommes :

$$2,4 + 93 + 17,6 + 7 = ?$$

$$0,2 + 7,5 + 2,5 + 9,8 = ?$$

$$0,49 + 9 + 0,51 = ?$$

21 Parmi les quatre nombres de chaque ligne ci-dessous, repérer les trois dont la somme est un nombre entier.

Calculer *mentalement* ces trois entiers.

a) 20,6; 40,5; 9,3; 30,1.

b) 4,35; 4,15; 4,25; 4,50.

c) 0,2; 0,08; 0,02; 0,9.

22 Donner *rapidement* :

le double de 35; de 108; de 8,5; de 13,4.

le triple de 21; de 102; de 0,5; de 10,3.

23  1° Sans effectuer les opérations, indiquer les résultats qui semblent exacts.

a) $234 \times 11,5 = ?$ 269,1 9 621 2 691

b) $9 \times 28,9 = ?$ 260,1 602,1 2 061

c) $20 \times 408,1 = ?$ 816,2 8 162 2 816

d) $8 725 \times 0,92 = ?$ 8 027 802,7 2 087

2° Vérifier vos réponses à la calculatrice.

24 Sans calculer, retrouver les produits égaux :

A = $12,3 \times 4,56$ D = $12,3 \times 45,6$

B = $1 230 \times 0,456$ E = $123 \times 4,56$

C = $0,123 \times 456$ F = $1,23 \times 45,6$

25 Voir l'exercice résolu 2 de la page 27.

Écrire *rapidement* les résultats sans poser les opérations (bien sûr!).

$28,75 + 10 = ?$ $63,9 + 100 = ?$

$28,75 - 10 = ?$ $63,9 \times 10 = ?$

$28,75 \times 10 = ?$ $63,9 \times 0,1 = ?$

$28,75 \times 0,1 = ?$ $63,9 \times 100 = ?$

$28,75 \times 100 = ?$ $63,9 \times 0,01 = ?$

$28,75 \times 0,01 = ?$ $63,9 \times 1 000 = ?$

$28,75 \times 1 000 = ?$ $63,9 \times 0,001 = ?$

26 Recopier et compléter les égalités :

$1 789 \times \dots = 178,9$ $\dots \times 0,01 = 17,89$

$178,9 \times \dots = 1,789$ $\dots \times 0,001 = 1,789$

$17,89 \times \dots = 1,789$ $\dots \times 0,1 = 1 789.$

27 Voir l'exercice résolu 2 de la page 27.

Calculer *mentalement* les produits :

$$4 \times 8,75 \times 0,25 = ?$$

$$0,2 \times 756 \times 5 = ?$$

$$50 \times 6,35 \times 2 \times 2,5 \times 4 = ?$$

28 Une même règle permet de passer d'un nombre au suivant. Trouver la règle et compléter :

a) 15; 22; 29; 36; ? ; ? ; ? .

b) ? ; 4,5; 9; 13,5; 18; ? ; ? .

c) 1,5; 4,5; 13,5; 40,5; ? ; ? ; ? .

d) ? ; 5; 11; 23; 47; ? ; ? .

29



Matthieu est sur la nationale 10 qui relie Paris à Bordeaux en passant par Orléans et Poitiers. Alors qu'il traverse un village il voit les panneaux ci-dessus. En calculant mentalement, l'aider à retrouver :

a) la distance de Bordeaux à Paris;

b) la distance de Paris à Orléans;

c) la distance de Bordeaux à Poitiers;

d) la distance de Poitiers à Paris.

30 Les âges... (de tête)

1° Une personne est née en 1968. Quel est son âge actuellement?

2° Un élève a 12 ans aujourd'hui. Quelle est son année de naissance?

3° Dans 3 ans, une personne aura 20 ans. Quelle est son année de naissance?

31 Les achats... (de tête)

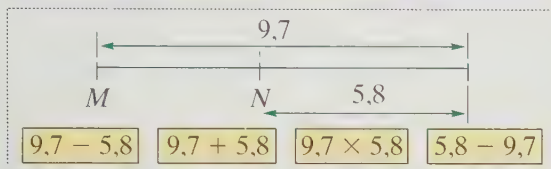
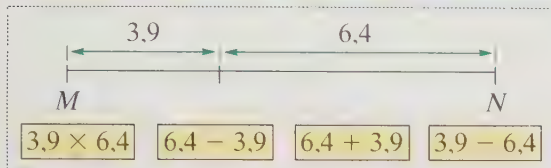
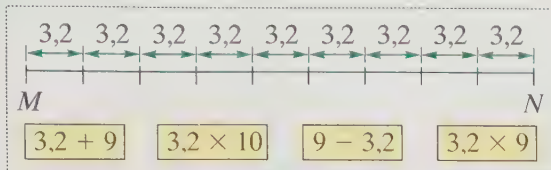
1° J'achète deux CD à 19 € chacun. Je donne un billet de 50 €. Combien me rend-on?

2° J'achète un stylo à 3,50 €. Je donne 5 € au libraire. Il n'a pas de monnaie et me demande 50 cents. Combien me rend-il?

3° J'achète un livre. Je donne 20 € au libraire. Il me demande 20 cents et me rend une pièce de 2 €. Combien coûte le livre?

32 La bonne opération

Retrouver l'opération qui permet de calculer la distance MN dans chacun des cas suivants :



33 Savoir expliquer

Julien a deux euros de plus que Jérémy. En réunissant l'argent de Julien et celui de Jérémy, on compte douze euros.

a) Justine dit que Julien a dix euros et que Jérémy a deux euros. Justine a-t-elle raison ?

(Expliquer la réponse « oui » ou « non ».)

b) Judith dit que Julien a sept euros et que Jérémy a cinq euros. Judith a-t-elle raison ?

(Expliquer la réponse « oui » ou « non ».)

34 Attention à la lecture d'un tableau !

Ce tableau donne le nombre de victimes d'accidents de la route par catégorie d'usagers (en 1997).

1° a) Que signifie le nombre 1 631 du tableau ?

	tués	blessés
piétons	929	B
2 roues	1 631	45 783
dont cyclistes	329	7 191
cyclomotoristes	471	20 526
motocyclistes	831	C
voitures de tourisme	5 069	98 259
poids lourds	110	1 721
TOTAL	A	164 915

b) Pourquoi y a-t-il des nombres écrits en *italique* dans le tableau ?

c) Le nombre qu'on doit mettre à la place de A correspond-il à la somme de tous les nombres de la colonne « tués » ?

2° Calculer les trois nombres A, B et C manquants.

35 Un texte puzzle (IREM de Rennes)

Numéroter les morceaux de phrases dans l'ordre pour reconstituer un texte correct.

- ☐ 50 kg de pommes de terre
- ☐ 3,5 t ;
- ☐ Un camion vide pèse
- ☐ il est chargé de 30 sacs de
- ☐ 5875 kg.
- ☐ ainsi chargé, le camion pèse
- ☐ 25 kg de carottes ;
- ☐ et de 35 sacs de



36 Offre...

Expliquer, avec un exemple, comment vous comprenez cette annonce.

AMIS CLIENTS

*Si vous trouvez
moins cher ailleurs,
nous vous remboursons
le double
de la différence.*

37 Que cherche-t-on ?

La coopérative d'un collège édite un journal.

Pour le réaliser, il a fallu acheter quinze ramettes de papier de cinq cents feuilles chacune. Chaque ramette coûte six euros.

Ensuite, on a utilisé la photocopieuse du collège et le montant du tirage s'élève à soixante euros.

On a tiré cinq cents journaux, mais soixante-dix n'ont pas été vendus. Le prix de vente de chaque journal est d'un euro cinquante cents.

1° Que cherche-t-on quand on effectue chacune des opérations suivantes :

a) 6×15 ?

b) $500 - 70$?

2° Que cherche-t-on quand on effectue chacun des calculs suivants :

a) $(6 \times 15) + 60 = D$?

b) $(500 - 70) \times 1,50 = R$?

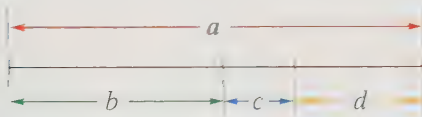
3° Que cherche-t-on quand on effectue l'opération : $R - D$?

Vérifier que le résultat de cette dernière opération est légèrement inférieur à cinq cents euros.

Pour débattre en classe

38 Répondre par Vrai ou Faux à chacune des affirmations suivantes et justifier la réponse.

- (a) $(5,23 + 18,67 + 0,1)$ est un nombre entier. (d) $0,4 \times 0,2 = 0,8$.
- (b) $(37,50 - 4,5)$ est un nombre entier. (e) $(213,82 \times 96\,450)$ est un nombre entier.
- (c) D'après le schéma ci-dessous, on peut écrire : $b + d = a - c$. (f) $17,35 \times 0,1 = 173,5$.
- (g) $0,9 \times 0,01 = 0,09$.
- (h) En multipliant un nombre par 10, puis par 0,01 et encore par 10, on retrouve le nombre de départ.



Pour s'évaluer à la maison

39 Opérations sans calculatrice

Effectuer à la main :

- a) $436,261 + 39 + 15,27$; b) $516,24 - 48,3$;
c) $182,5 \times 29,4$; d) $3,14 \times 2,5$.

40 Le bon résultat

Pour chacune des deux opérations ci-dessous, on propose quatre résultats dont l'un est la bonne réponse. Indiquer le bon résultat et expliquer ce qui permet de le reconnaître.

- a) $367,2 + 54 + 981,25$

1 392,27 140,45 1 402,45 3 402,45

- b) $49,82 \times 2,07$

103,1274 13,1274 101,274 113,1279

41 Une histoire d'âge

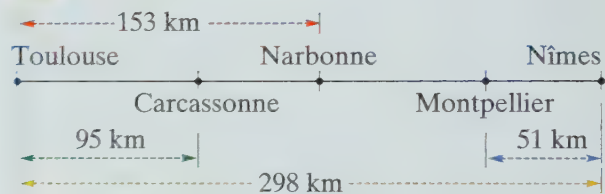
Antoine fête son anniversaire le 15 octobre : il a 12 ans. Il dit à son papa : « J'ai exactement 35 ans de moins que toi. »

Quel est l'âge du papa d'Antoine ?

42 Franc et euro

La valeur de l'euro par rapport au franc a été fixée le 1^{er} janvier 1999. Ainsi, un franc vaut environ 0,15 euro. Quel est le prix, en euros, de quatre articles qui coûtaient 95,40 francs chacun en mai 1999 ?

43 Distances



1° Calculer les distances Carcassonne-Narbonne et Carcassonne-Montpellier.

2° Quelles distances cherche-t-on quand on propose les calculs suivants :

- a) $298 - 95$?
b) $298 - 51$?
c) $298 - (153 + 51)$?

44 Le camping

Romain (12 ans) et sa famille (son père, sa mère et sa sœur Marion de 6 ans) sont partis camper dix jours pendant les vacances.

Le tarif journalier du camping est le suivant :

- emplacement : €
- personne de plus de 8 ans : 5 €
(moitié prix pour les enfants de moins de 8 ans)

Sachant que l'ensemble du séjour a coûté 210 €, retrouver le montant journalier de l'emplacement.

À propos du contrôle d'un calcul en écriture décimale

Addition – Soustraction

45 Quelle est la réponse la plus proche ?

$$438 + 65 \rightarrow 500 \quad 600 \quad 700 \quad 1\,000$$

$$1\,616 - 1\,020 \rightarrow 500 \quad 600 \quad 700 \quad 1\,000$$

$$(398 + 798) - 498 \rightarrow 500 \quad 600 \quad 700 \quad 1\,000$$

46 Clara a effectué les calculs suivants :

$$A = 22,51 + 9,95 \quad D = 51,17 - 0,98$$

$$B = 32,17 + 99,8 \quad E = 71,05 - 9,89$$

$$C = 19,321 + 0,89 \quad F = 111,1 - 10,9$$

Elle a noté ci-dessous les résultats justes, mais dans le désordre :

61,16 131,97 100,2 32,46 50,19 20,211

Pour chaque opération, retrouver le résultat sans refaire les calculs, mais en utilisant uniquement les ordres de grandeur des nombres.

47 a) Reproduire et compléter les deux tickets de caisse suivants en faisant les calculs à la main.

5,50 €
0,60 €
9,10 €
34,00 €
1,90 €
TOTAL

0,90 €
3,50 €
.....
2,80 €
15,20 €
TOTAL 26,50 €

b) Contrôler vos résultats à la calculatrice.

48 Repérer *trois cases qui se touchent* (horizontalement ou verticalement) et dont les nombres additionnés donnent un total de 10. (Il y a 6 solutions !)

Exemple : D1, E1 et F1 (car $2 + 5,8 + 2,2 = 10$).

	A	B	C	D	E	F
1	0,2	1	5,4	2	5,8	2,2
2	1,4	0,6	1,2	4,2	4,6	6,4
3	8,4	0,4	4,2	2	2,8	0,4
4	4	0,8	5	4,2	6	3,6
5	3,6	3	3,4	7	1,8	6

Multiplication

49 Un professeur a demandé à quatre élèves de donner, sans poser l'opération, un nombre proche de $3,9 \times 25,86$.

Audrey propose 1 000.

Benjamin propose 75.

Célia propose 100.

Doris propose 7 500.

Qui a donné la meilleure réponse ? Expliquer pourquoi.

50 Nicolas et Sébastien effectuent le calcul suivant : $79,8 \times 1,9$.

Sébastien calcule mentalement et dit :

« C'est à peu près 80×2 , ce qui fait 160. »

Nicolas pose l'opération et affirme :

« Ça fait exactement 151,26. »

Sébastien lui dit : « C'est impossible. »

Expliquer pourquoi il a raison, sans effectuer l'opération.

51 Sans poser les opérations, retrouver le bon résultat pour chaque multiplication. Écrire les sept égalités correspondantes.

multiplications

$$15,4 \times 2,3 \quad 154 \times 2,3 \quad 1,54 \times 2,3 \quad 1,54 \times 23$$

$$15,4 \times 0,023 \quad 0,154 \times 2,3 \quad 15,4 \times 0,23$$

résultats

35,42

354,2

0,3542

3,542

52 Retrouver les chiffres manquants et placer la virgule au résultat.

$$\begin{array}{r} 2,6 \\ \times 3, \\ \hline 52 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4,3 \\ \times , \\ \hline 41 \\ \hline 6 \end{array}$$

Contrôler vos résultats à la calculatrice.

À retenir

Pour contrôler le résultat d'un calcul :

→ vérifier le dernier chiffre du résultat ;

→ trouver un ordre de grandeur du résultat.

Additionner – Soustraire Multiplier

53 219,05 36,249 105,6 78

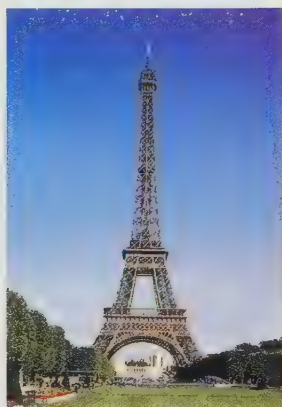
On a additionné les nombres ci-dessus deux à deux de toutes les façons possibles.

- a) Combien y a-t-il de façons ?
b) Trouver les deux intrus parmi les résultats :

173,6	324,65	114,249	297,05
141,849	183,6	255,299	324,11

54 Compléter les étiquettes B, C, D, E et F.

F		← - 1 472
E		← × 14,336
D		← - 7
C		← × 0,015
B		← + 6 911
A	1889	

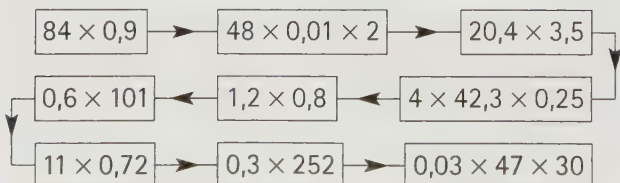


- A : année d'inauguration de la tour Eiffel.
B : masse de la tour (en tonnes).
C : nombre total de visiteurs (en millions).
D : largeur de la base de la tour (en mètres).
E : nombre de marches d'escalier.
F : hauteur de la tour (en mètres).

55 Message secret

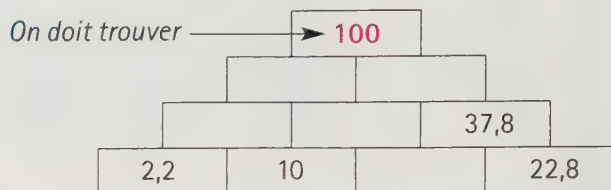
code secret	A	C	E	S	T	X
	7,92	75,6	0,96	71,4	42,3	60,6

À l'aide de ce code, retrouver le message :



56 Pyramidal

Chaque nombre est la somme des nombres se trouvant dans les deux cases juste en dessous. Reproduire et compléter :



57 Carrés magiques

1° Vérifier que dans le carré ci-contre, on obtient le même résultat en effectuant la somme des nombres de chaque ligne, de chaque colonne et de chaque diagonale. Un tel carré est appelé carré magique.

1,7	2,2	1,5
1,6	1,8	2
2,1	1,4	1,9

2° Recopier et compléter ces deux carrés de nombres pour qu'ils deviennent magiques.

	2,5	7,5
	4,5	
1,5		

1,5			1,2
		1	0,7
0,8	0,5		
0,3		1,3	0

58 L'erreur dans le carré magique

(Voir l'exercice 57 pour la définition d'un carré magique.)

Retrouver et corriger l'erreur qui s'est glissée dans le carré magique ci-contre :



0,1	9,5	0,7	1,4
0,8	1,3	8,5	1,1
9,3	0,3	1,6	1,5
1,5	0,6	0,9	8,7

Problèmes

59 Quel mélange !

Dans cette liste, regrouper les quantités qu'on peut ajouter (attention aux unités !), puis effectuer les additions correspondantes.

7 800 m ; 75 cL ; 4,5 km ; 59 dag ;
2,5 L ; 123 hm ; 1,8 kg ; 16,5 dL.

60 Circuits européens

Les nombres du tableau ci-dessous représentent des distances, par la route, en milliers de kilomètres.

	Paris	Lyon	Marseille
Barcelone	1,125	0,644	0,515
Berlin	1,1	1,29	1,584
Venise	1,145	0,79	0,81

Émile fait le circuit :

Paris – Barcelone – Marseille – Berlin – Paris.

Émilie fait le circuit :

Lyon – Berlin – Marseille – Venise – Lyon.

Émilie dit qu'il y a 15 km d'écart entre les longueurs des deux circuits. A-t-elle raison ?

61 Unités de longueur anglo-saxonnes*

.....

ligne	line	→	2,117 mm
pouce	inch	→	12 lines
pied	foot	→	12 inches
	yard	→	3 feet**
mille	mile	→	1760 yards

.....

1° En informatique :

On parle de disquettes de 3,5 pouces et de cédéroms d'un diamètre de 4,7 pouces.

Calculer ces deux dimensions en centimètres, à un millimètre près.

2° Au tennis :

La hauteur du filet est de 1 yard. Lorsqu'on joue en double, le terrain a pour longueur 26 yards et pour largeur 12 yards.

Calculer la hauteur du filet et les dimensions du terrain de tennis, en mètres, à un centimètre près.

3° En athlétisme :

Montrer que l'épreuve du *Mile* consiste à courir sur une distance très légèrement inférieure à 1 610 m.

* Utilisées en Grande-Bretagne, en Irlande, aux États-Unis, ...

** Foot donne feet au pluriel.

62 La voiture dans le garage

Une voiture mesure 4,10 m de long et 1,65 m de large. Son garage rectangulaire a une longueur de 6,50 m et une largeur de 3,40 m.

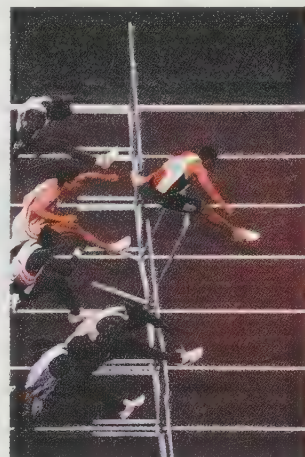
Lorsque la voiture est bien garée, peut-on disposer d'un espace de 1,20 m à l'avant et à l'arrière et d'un espace de 90 cm de chaque côté ?

(Conseil : faire un schéma.)

63 Le 110 m haies

Au 110 m haies, il y a dix haies de 1,067 m de haut. La première haie est à 13,72 m de la ligne de départ. Les haies sont espacées de 9,14 m.

Quelle est la distance de la dernière haie à la ligne d'arrivée ? (Conseil : faire une figure.)



64 Addition codée

Retrouver les nombres de l'addition ci-contre, sachant que les seuls chiffres utilisés sont :

1 ; 2 ; 4 ; 6 ; 7 ; 9 ;
et que l'addition n'a pas de retenue.

(Règle : une même lettre représente un même chiffre.)

$$\begin{array}{r}
 EABA \\
 + CCAA \\
 + ACCA \\
 \hline
 FEDB
 \end{array}$$

65 Avec des dominos

(Sur une idée du rallye de Maine-et-Loire)

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{|c|c|} \hline \cdot & \cdot \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|c|} \hline \cdot & \cdot \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|c|} \hline \cdot & \cdot \\ \hline \end{array} \\
 \times \quad \begin{array}{|c|c|} \hline \cdot & \cdot \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|c|} \hline \cdot & \cdot \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|c|} \hline \cdot & \cdot \\ \hline \end{array} \\
 \hline
 \begin{array}{|c|c|} \hline \cdot & \cdot \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|c|} \hline \cdot & \cdot \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|c|} \hline \cdot & \cdot \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|c|} \hline \cdot & \cdot \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|c|} \hline \cdot & \cdot \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|c|} \hline \cdot & \cdot \\ \hline \end{array} \\
 \hline
 \begin{array}{r}
 135 \\
 \times 6 \\
 \hline
 4421
 \end{array}
 \end{array}$$

Les quatre dominos ont été placés de façon à représenter une multiplication. Or, le résultat de cette multiplication est faux.

Comment replacer les mêmes dominos pour obtenir une multiplication juste ?

Histoires de symboles et de doigts

plus, moins et multiplié : une vieille histoire !

La première apparition, dans un ouvrage de mathématiques, des signes + et - date de 1489 : elle est due au mathématicien allemand Johann Widman. Cependant, l'usage de ces deux signes n'est devenu courant qu'au XIX^e siècle. On suppose que l'origine de ces symboles est de nature commerciale : on inscrivait le signe + sur des marchandises pour indiquer un excès de poids, et le signe - pour indiquer une insuffisance de poids. En France, jusqu'au XVI^e siècle, on utilisait les lettres « p » et « m » (*p* pour *plus* et *m* pour *moins*). Le signe $\times$ n'est, lui, apparu qu'en 1632 grâce au mathématicien anglais William Oughtred. Enfin, le signe = a été introduit, par le mathématicien anglais Robert Recorde en 1557.

Multiplier avec les doigts

Avant l'apparition des premières calculatrices, les hommes ont toujours tenté d'effectuer des

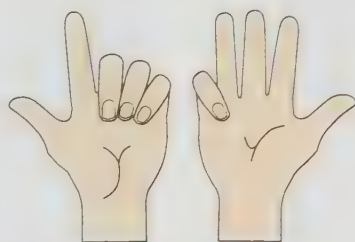
calculs d'une façon plus rapide et plus sûre.

Le premier instrument pour calculer était tout naturellement la main. La méthode décrite ci-après est très ancienne : on en trouve trace encore de nos jours, en Iran, en Inde, en Afrique du Nord.

Multiplier des nombres de 5 à 10

Exemple : calculons ainsi 8×6 .

On replie 8 - 5 doigts (soit 3 doigts) d'une main et 6 - 5 doigts (soit 1 doigt) de l'autre :



La somme des doigts pliés multipliée par 10, soit :

$$(3 + 1) \times 10 = 40,$$

ajoutée au produit des doigts levés, soit :

$$2 \times 4 = 8,$$

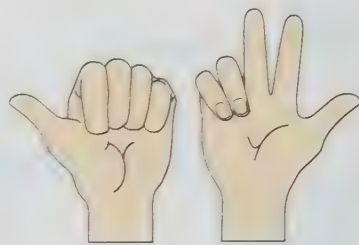
donne le résultat :

$$40 + 8 = 48.$$

Multiplier des nombres de 10 à 15

Exemple : calculons ainsi 14×12 .

On replie 14 - 10 doigts (soit 4 doigts) d'une main et 12 - 10 doigts (soit 2 doigts) de l'autre :



La somme des doigts pliés multipliée par 10, soit :

$$(4 + 2) \times 10 = 60,$$

ajoutée au produit des doigts pliés, soit :

$$4 \times 2 = 8,$$

ajoutée encore à 100, donne le résultat :

$$60 + 8 + 100 = 168.$$

À vous de jouer !

◆ À votre tour, essayez de calculer ainsi : 9×8 et 14×11 . (Les résultats sont faciles à contrôler !)



L'ENIGME DU CHAPITRE



Voici une égalité fausse :

$$605 + 65 + 2345 = 945.$$

Sans rien changer d'autre, placer des virgules pour que cette égalité soit vraie.

CHAPITRE

3

Diviser

par un nombre entier

De l'école au collège

QCM

Pour chaque question,
indiquer la réponse exacte.

R É P O N S E S

		A	B	C
1	Avec 85 m de fil électrique, on réalise des rallonges de 6 m. On peut faire, au maximum :	13 rallonges	14 rallonges	15 rallonges
2	Avec une bouteille de jus de fruit, on peut remplir 8 verres. Pour remplir 60 verres, il faut ouvrir :	6 bouteilles	7 bouteilles	8 bouteilles
3	405 divisé par 11 donne un résultat proche de :	4	5	40
4	10 379 divisé par 97 donne un résultat proche de :	10	100	1 000
5	Dans la division d'un nombre par 13, le reste ne peut pas être :	15	9	0
6	Le calcul, correctement effectué, de 4 567 divisé par 9 est :	$\begin{array}{r l} 4\,567 & 9 \\ 067 & 57 \\ \hline 4 & \end{array}$	$\begin{array}{r l} 4\,567 & 9 \\ 067 & 507 \\ \hline 5 & \end{array}$	$\begin{array}{r l} 4\,567 & 9 \\ 067 & 507 \\ \hline 4 & \end{array}$
7	En effectuant la division de 239 par 17, on obtient :	quotient 14 reste 1	quotient 14 reste 11	quotient 13 reste 18

Qu'est-ce qu'un quotient entier et un reste?

Madame Doc, responsable du C.D.I. d'un collège, dispose de 650 € pour acheter des dictionnaires à 22 € ou des cédéroms à 26 €.

2° Compléter l'encadrement à l'aide de deux entiers consécutifs (qui se suivent) :

3° Quel est le plus grand nombre de dictionnaires que madame Doc peut acheter? Lui restera-t-il de l'argent? Si oui combien?

4° Poser, puis effectuer l'opération qui permet de donner directement les différentes réponses à la question précédente?

Compléter l'égalité qui donne ces différentes réponses : $650 = 22 \times \dots + \dots$

① Chercher le **quotient entier** de 650 par 22, c'est chercher le nombre entier (ici 29) qui, multiplié par 22, donne 650 ou s'en rapproche le plus possible en restant plus petit que 650. L'écart (ici 12) avec 650 est le **reste** de la **division euclidienne**.

22×27 22×28 22×29 650 22×30

② Avant d'effectuer une division euclidienne, on peut prévoir le nombre de chiffres du quotient. Ceci permet d'éviter certaines erreurs.

dividende	diviseur	encadrement du dividende	nombre de chiffres du quotient
650	22	$22 \times 10 < 650 < 22 \times 100$ quotient compris entre 10 et 100	2 car les nombres entiers entre 10 et 100 s'écrivent avec 2 chiffres

2^{ème} partie Répondre aux questions 1^o, 3^o et 4^o de la première partie en remplaçant « dictionnaires » par « cédéròms ».

Retrouver,
puis corriger
les erreurs
commises
dans les
calculs ci-co

$$\begin{array}{r|l} 843 & 6 \\ 24 & 14 \\ 03 & \\ \hline \text{quotient : } & 14 \\ \text{reste : } & 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 500 \\ - 34 \\ \hline 160 \\ - 156 \\ \hline 006 \end{array} \quad \begin{array}{r} 17 \\ \hline 29 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 737 & 15 \\ 137 & 48 \\ 17 & \end{array}$$
$$737 = 15 \times 48 + 17$$

Comment continuer une division après le quotient entier ? Obtient-on un résultat exact ou un résultat approché ?

3 Trois réponses avec une même opération

1° Dans une salle des fêtes, on doit renouveler 154 chaises. Les chaises sont vendues par lot de 8.

Combien doit-on prévoir de lots ?

2° Un soir, 154 invités dînent par tables de 8. Combien compte-t-on de tables complètes ? Combien y a-t-il de places libres à la table incomplète ?

3° La facture des chaises est de 154,00 € pour un lot de 8.
À combien revient une chaise ?



4 Résultat exact ou approché

Problème 1 On veut découper une grande planche de 5,8 m de long en 4 morceaux de même longueur.

1° Calculer, si possible, la longueur exacte de chacun de ces morceaux.

2° Même question en découpant la planche en 6 morceaux.

Problème 2 On paye 3,36 € pour un lot de 6 bouteilles d'eau de 1,5 litre chacune.

1° Calculer, si possible, le prix exact d'une bouteille d'eau.

2° Calculer, si possible, le prix exact d'un litre d'eau.

Problème 3 Une caisse contenant 25 paquets de sucre pèse 28,75 kg.
La caisse vide pèse 2,5 kg.

Calculer, si possible, la masse exacte d'un paquet de sucre.

Pour continuer une division
après le quotient entier (tant
que le reste n'est pas 0) :

- on *abaisse* le chiffre des dixièmes sans oublier de placer la virgule au quotient ;
- puis on abaisse le chiffre des centièmes, etc.

Exemple 1

$$\begin{array}{r} 154,00 \\ 8 \overline{) 154,00} \\ \underline{74} \\ 20 \\ \underline{16} \\ 40 \\ \underline{40} \\ 0 \end{array}$$

La division se termine.
19,25 est la **valeur exacte**
du quotient.

Exemple 2

$$\begin{array}{r} 5,800 \\ 6 \overline{) 5,800} \\ \underline{58} \\ 40 \\ \underline{40} \\ 40 \\ \underline{40} \\ 0 \end{array}$$

La division ne se termine pas.
0,966 est une **valeur**
approchée du quotient.

1 Quotient entier (division euclidienne)

Effectuer la division euclidienne de deux nombres entiers, c'est trouver deux nombres entiers, le quotient entier et le reste, qui vérifient l'égalité :

$$\text{dividende} = \text{diviseur} \times \text{quotient entier} + \text{reste}$$

Le reste doit être inférieur au diviseur.

Exemple 1 Effectuer, à la main*, la division euclidienne de 942 par 24.

On pose la division avec ou sans les soustractions.

$$\begin{array}{r} 942 \\ - 72 \\ \hline 222 \\ - 216 \\ \hline 6 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{dividende} \rightarrow 942 \\ \text{diviseur} \rightarrow 24 \\ \text{quotient entier} \rightarrow 39 \\ \text{reste} \rightarrow 6 \end{array}$$

On vérifie que :
 $6 < 24$
 et
 $942 = 24 \times 39 + 6$
 La division est exacte.

Exemple 2 $936 = 24 \times 39 + 0$ (le reste est 0 et la valeur exacte du quotient est 39)

On est dans le cas particulier où le reste est nul.

On dit alors que : 936 est un multiple de 24 car $24 \times 39 = 936$
 936 est divisible par 24 car $936 : 24 = 39$.

Exercice résolu 1

Énoncé : Voici une liste d'entiers : 19 ; 25 ; 27 ; 32 ; 40 ; 133 ; 246 ; 2 385 ; 17 214.
 Quels sont ceux qui sont divisibles par 2 ? par 5 ? par 3 ? par 9 ?

Solution : On peut effectuer les divisions pour savoir quels sont les restes nuls.
 Cependant, il est beaucoup plus rapide d'appliquer les règles énoncées dans la méthode ci-dessous :

- entiers divisibles par 2 : 32 ; 40 ; 246 ; 17 214 ;
- entiers divisibles par 5 : 25 ; 40 ; 2 385 ;
- entiers divisibles par 3 : 27 ; 246 ; 2 385 ; 17 214 (justification : $1 + 7 + 2 + 1 + 4 = 15$) ;
- entiers divisibles par 9 : 27 ; 2 385 (justification : $2 + 3 + 8 + 5 = 18$).

Méthode

Un nombre entier est :

divisible par 2, si son chiffre des unités est 0, 2, 4, 6 ou 8 ;

divisible par 5, si son chiffre des unités est 0 ou 5 ;

divisible par 3, si la somme de ses chiffres est un multiple de 3 ;

divisible par 9, si la somme de ses chiffres est un multiple de 9.

Applications → exercices n^{os} 11 et 12

* Certaines calculatrices possèdent une touche qui permet d'afficher le quotient entier et le reste.

2 Quotient non entier (division décimale)

À la main

1^{er} cas La division **se termine** :

$$\begin{array}{r} 38,7 \\ 27 \overline{) 6,45} \\ \underline{30} \\ 0 \end{array}$$

L'écriture décimale 6,45 est **la valeur exacte** du quotient.

On peut donc écrire :

$$38,7 : 6 = 6,45.$$

2nd cas La division **ne se termine pas** :

$$\begin{array}{r} 38,7 \\ 57 \overline{) 3,51818} \\ \underline{20} \\ 90 \\ \underline{20} \\ 90 \\ \underline{2} \end{array}$$

même chiffre

même chiffre

Les écritures décimales 3,5 ; 3,51 ; 3,518 ne sont que **des valeurs approchées** du quotient.

On peut écrire, par exemple :

$$38,7 : 11 \approx 3,518 \text{ (troncature au millième).}$$

est proche de

À la machine

Affichage

$$38,7 \div 6 = 6.45$$

Affichage

$$38,7 \div 11 = 3.518181818$$

Exercice résolu 2

Énoncé : Donner les troncatures et les arrondis à l'unité, au dixième et au centième du nombre 3,518.

Solution :

	troncature	arrondi	
à l'unité	3	4	car dans 3,518, après le 3, il y a un 5
au dixième	3,5	3,5	car dans 3,518, après le 5, il y a un 1
au centième	3,51	3,52	car dans 3,518, après le 1, il y a un 8

Méthode

Pour tronquer un nombre :

On coupe au rang indiqué et on supprime les chiffres à droite de la coupure.

Pour arrondir un nombre :

D'abord on tronque le nombre au rang indiqué.

Alors, deux cas sont à envisager :

- si le chiffre qui suit cette coupure est supérieur ou égal à 5, on augmente de 1 le dernier chiffre du nombre tronqué ;
- si le chiffre qui suit cette coupure est inférieur à 5, on garde le nombre tronqué.

Applications → exercices n^{os} 14 et 27

Division euclidienne

- 1

1° Compléter les inégalités ci-dessous avec deux nombres entiers consécutifs :

$9 \times \dots < 65 < 9 \times \dots$

$12 \times \dots < 71 < 12 \times \dots$

$6 \times \dots < 123 < 6 \times \dots$

$19 \times \dots < 200 < 19 \times \dots$

- 2° À l'aide des résultats précédents, donner, sans poser les divisions, les quotients entiers et les restes des divisions suivantes :

a) 65 divisé par 9 ;

b) 71 divisé par 12 ;

c) 123 divisé par 6 ;

d) 200 divisé par 19.

- 2

1° Encadrer chacun des nombres ci-dessous par deux multiples successifs de 11 :

30 ; 48 ; 69 ; 95 ; 115 ; 1102.

Exemple : $2 \times 11 < 30 < 3 \times 11$.

2° Pour chacun de ces nombres, déterminer ainsi le quotient entier et le reste de la division par 11.

- 3

1° Compléter les deux égalités suivantes :

$\dots = 52 \times 35 + 10$

$13700 = 325 \times 42 + \dots$

2° En observant ces égalités, donner le quotient entier et le reste de :

a) 1830 divisé par 52 ;

b) 1830 divisé par 35 ;

c) 13 700 divisé par 325 ;

d) 13 700 divisé par 42.

- 4

Reproduire et compléter le tableau :

dividende	diviseur	quotient entier	reste
317	7		
1170	15		
	21	18	9
	6	67	3

- 5

Vérifier les résultats des quatre divisions ci-dessous (sans refaire les divisions), puis indiquer celle qui est fausse :

a) 287 divisé par 9 : quotient 31, reste 8 ;

b) 456 divisé par 12 : quotient 38, reste 0 ;

c) 609 divisé par 17 : quotient 35, reste 14 ;

d) 834 divisé par 23 : quotient 39, reste 7.

- 6

1° Une des trois égalités ci-dessous ne correspond pas à une division euclidienne. Laquelle ? Expliquer pourquoi.

- ① $223 = 16 \times 13 + 15$

② $223 = 17 \times 12 + 19$

③ $223 = 15 \times 14 + 13$

- 2° Pour les deux autres égalités, préciser le dividende, le diviseur, le quotient entier et le reste des différentes divisions euclidiennes correspondantes.

- 7

Attention !

On divise le nombre entier a par le nombre entier b . On obtient alors le nombre q pour quotient entier et le nombre r pour reste.

Reproduire et compléter ce tableau sachant qu'il y a deux colonnes « impossibles » qu'il faut retrouver.

a	2 584	81	25			
b	37	154	0	13	12	18
q				51	15	19
r				12	13	3

- 8

Chiffres manquants

Retrouver les chiffres cachés par des étoiles :

★★★

16

- 32

125

- 112

★★

2★★★

8

36

★★

0

★★★

- 9

Nombre de chiffres au quotient

285 : 53	193 : 6	4700 : 108	9764 : 3	5348 : 9	1997 : 27
----------	---------	------------	----------	----------	-----------

- 1° Reproduire et colorier ces drapeaux en respectant les règles suivantes (sans effectuer les divisions !) :

un chiffre au quotient → vert

deux chiffres au quotient → rouge

trois chiffres au quotient → jaune

quatre chiffres au quotient → noir.

2° Associer, à son drapeau, chacun des États suivants : Monaco, Belgique, Italie.

Divisibilité

10 Quels sont les élèves qui ont raison ? Justifier.

Axel : « 63 est divisible par 7. »

Bastien : « 77 est un multiple de 11. »

Chloé : « 192 est divisible par 12. »

Dorine : « 100 est un multiple de 15. »

Éric : « 27 est divisible par 0. »

11 Voir l'exercice résolu 1 de la page 40.

Recopier le tableau et indiquer, dans chaque case, OUI ou NON.

est divisible par	2	3	5	9
240				
823				
7965				
42876				

12 Voir l'exercice résolu 1 de la page 40.

Voici une liste de dix entiers :

423 ; 815 ; 79 ; 116 ; 48 ; 135 ; 950 ; 29 ; 5208 ; 360.

Lesquels sont divisibles par 2 ? par 3 ? par 5 ? par 9 ?

Quotient non entier

13 Poser et effectuer les divisions suivantes :

① 71 : 3 ② 45 : 8 ③ 376 : 5

④ 118 : 66 ⑤ 13 : 52

Parmi celles-ci, lesquelles se terminent ?

Pourquoi est-on sûr que les autres ne se terminent pas ?

14 Voir l'exercice résolu 2 de la page 41.

On divise 76,8 par 9. Recopier et compléter le tableau.

	troncature du quotient...	arrondi du quotient...
... à l'unité		
... au dixième		

15 Pour chacune des divisions, donner, si elle existe, l'écriture décimale exacte du quotient ; sinon donner une troncature au centième.

① 8,8 : 5 ② 80 : 55 ③ 550 : 8

Petits problèmes

16 Chaque voiture de seconde classe de TGV comporte 22 rangées de 4 places assises.

Combien faut-il réserver de voitures pour transporter les cinq cents supporters d'une équipe de basket ?

17 Un reporter prévoit de projeter 230 diapositives pendant sa conférence. Il les range, à l'avance, dans des paniers de projection. Chaque panier contient 48 diapositives.

1° Combien doit-il utiliser de paniers ?

2° Combien reste-t-il de places libres dans le dernier panier ?

18 Un collège a reçu 470 livrets scolaires.

On les range dans des cartons pouvant contenir chacun 25 livrets.

1° Combien faut-il de cartons ?

2° Ces 470 livrets seront distribués dans les classes. Dans combien de classes complètes de 25 élèves pourra-t-on les distribuer ?

3° La facture reçue au collège indique 47 € pour un lot de 25 carnets. Combien coûte un carnet ?

19 Pour faciliter la vente d'une moto d'une valeur de 2275 €, le marchand affiche :

.....
400 €
 le jour de l'achat,
 le reste en 12 mensualités.

Quel sera le montant de chaque mensualité ?

20 Votre hypermarché vous propose des cassettes audio (de même qualité) aux prix suivants :

- le lot de 3 pour 6,75 € ;
- le lot de 4 pour 8,60 € ;
- le lot de 5 pour 9,80 € ;
- le lot de 5 et la 6^e gratuite pour 11 €.

Quel choix allez-vous faire ?

(Bien sûr, vous cherchez le choix le plus avantageux !)

21 Simon veut acheter 6 cahiers de même prix. La marchande lui demande 11,40 €, mais Simon constate qu'il lui manque 3 €.

Combien peut-il en acheter au maximum ?

22 De tête (facile !)

$$\begin{array}{lll} 63 : 7 = ? & 72 : 9 = ? & 55 : 5 = ? \\ 100 : 4 = ? & 90 : 3 = ? & 60 : 5 = ? \\ 210 : 7 = ? & 360 : 6 = ? & 100 : 5 = ? \end{array}$$

23 De tête (moins facile !)

$$\begin{array}{lll} 41 : 2 = ? & 10 : 4 = ? & 130 : 2 = ? \\ 22 : 4 = ? & 75 : 5 = ? & 105 : 2 = ? \end{array}$$

Un mètre de tissu coûte 11 €.
Quel est le prix de 50 cm de ce même tissu ?

24 De tête

- a) Quel est le double de 35 ; de 15,2 ; de 0,7 ?
b) Quelle est la moitié de 130 ; de 14,6 ; de 1,8 ?
c) Quel est le double de la moitié de 123 456 ?
d) Une ménagère part au marché avec 50 €. En revenant, elle constate qu'il lui reste la même somme que celle qu'elle a dépensée. Combien a-t-elle dépensé ?

25 Ordre de grandeur

Pour chaque division, indiquer le nombre qui paraît le plus proche du quotient.

dividende	diviseur	ordre de grandeur du quotient				
897	9	10	50	80	100	200
492	95	2	4	5	20	50
9985	49	20	100	120	200	400
1 517	497	1	3	5	8	10
71 240	35 815	1	2	3	4	5

- 26** • $17 \times 19 = 323$ • $13 \times 168 = 2\,184$
• $35 \times 41 = 1\,435$ • $87 \times 56 = 4\,872$

À l'aide des produits ci-dessus, donner, sans effectuer les divisions, les quotients entiers et les restes des divisions suivantes :

- a) 2 184 divisé par 13 ; b) 4 880 divisé par 56 ;
c) 325 divisé par 19 ; d) 1 435 divisé par 41 ;
e) 4 892 divisé par 87 ; f) 333 divisé par 17.

27 Voir l'exercice résolu 2 de la page 41.

À propos du nombre 36,845 recopier et compléter :

- a) ... est l'arrondi au dixième ;
b) ... est la troncature au dixième ;
c) 36 est ;
d) 37 est ;
e) ... est l'arrondi au centième ;
f) ... est la troncature au centième.

28 Compléter les égalités :

- a) $651 \times \dots = 87\,234$; b) $\dots : 123 = 789$;
c) $21\,008 : \dots = 208$; d) $59 \times \dots = 307\,744$;
e) $\dots : 88 = 1945$; f) $69\,020 : \dots = 4\,060$.

29 On divise 36 537 par 98.

- 1° Proposer un ordre de grandeur du quotient.
2° Effectuer la division à la calculatrice.
3° Reproduire et compléter le tableau suivant :

	troncature du quotient ...	arrondi du quotient ...
... à l'unité		
... au dixième		
... au centième		
... au millièm		

30 À la caisse

Recopier le ticket ci-contre en le complétant par les quatre nombres manquants.

prix (au kg)	poids (en kg)	prix (en €)
7,4 €	1,5	
... €	3	16,50
... €	4	
TOTAL		60,20

**31** Reste et calculatrice

À l'aide d'une calculatrice, donner les quotients entiers et les restes des divisions ci-dessous. (Attention : on suppose que la calculatrice ne possède pas la touche qui affiche directement le quotient entier et le reste d'une division euclidienne !)

- ① 4 894 divisé par 37 ② 6 859 divisé par 245
③ 455 023 divisé par 1 987 ④ 789 615 divisé par 587

32 Le mot juste

Recopier et compléter avec les mots suivants :
reste, quotient entier, dividende, diviseur.

$$4825 = 38 \times 125 + 75$$

.....

33 Arrondi ou troncature ?

Soit le nombre : $A = 25,64$.

Valérie : « 25,7 est l'arrondi de A au dixième. »

Sylvie : « Non ! 25,7 est la troncature de A au dixième. »

Valérie a-t-elle raison ? et Sylvie ?

34 Attention au quotient !

Pour résoudre tous les problèmes ci-dessous, il faut faire une division.

À chaque réponse, préciser s'il faut donner :

- le quotient entier ;
- le quotient entier plus un ;
- le quotient exact.

① Un restaurateur reçoit 175 invités.

Il veut mettre 12 personnes par table.

Combien de tables devra-t-il prévoir dans la salle de restaurant ?

② J'ai acheté 4 cassettes vidéo. J'ai payé 27 €. Quel est le prix d'une cassette ?

③ Un pâtissier a préparé 300 pruneaux fourrés. Il les vend par boîtes de 24.

Combien de boîtes peut-il remplir ?

④ Rosine a une boîte de 550 perles. Elle fabrique des colliers de 28 perles chacun. Combien de colliers peut-elle fabriquer ?

⑤ Un vitrier coupe une longue plaque de verre de 214 cm en 5 morceaux de même longueur. Combien mesure chaque morceau ?

⑥ Lors d'une course automobile, les coureurs ont parcouru 435 km en 60 tours. Quelle est la longueur d'un tour ?

35 Rédiger un énoncé

Rédiger un énoncé de problème dont la solution correspond au point d'interrogation :

$$300 = (7 \times ?) + 6.$$

36 Bien lire...

La nouvelle voie ferrée de Paris à Lyon, spécialement construite pour le TGV, a une longueur de 426 km. Cette nouvelle voie ferrée est ainsi plus courte que l'ancienne.

Chaque TGV comprend huit wagons. Il y a trois wagons de première classe ; les autres sont des wagons de seconde classe.

Un TGV peut transporter au total 386 passagers assis. Il y a 111 places assises en première classe.

Les trains sont de plus en plus rapides. En 1999, il fallait 2 heures pour aller de Paris à Lyon.

Il fallait :

- 31 heures en 1851 ; - 15 heures en 1891 ;
- 6 heures en 1970 ; - 3 heures 50 minutes en 1980.

1° Quelle est la durée du parcours entre Paris et Lyon en TGV en 1999 ?

2° Combien y a-t-il de wagons de seconde classe dans un TGV ?

3° Quelle opération permet de calculer le nombre de places assises dans un wagon de première classe ?

$$386 - 111 \quad 111 : 3 \quad 386 : 8 \quad 111 \times 3$$

4° Peut-on trouver la longueur de l'ancienne voie ferrée de Paris à Lyon ? Pourquoi ?

37 Informations en désordre

1° Compléter le texte ci-dessous avec les informations numériques suivantes, qui sont données dans le désordre : 150 ; 15,31 ; 8,56.

Un camion vide pèse tonnes. Chargé de sacs de blé, il pèse tonnes.

2° Vérifier que la masse d'un sac de blé est de 45 kg.

38 Texte à trous

1° Lire et compléter le texte suivant :

Pour se ... au collège cinq ... par semaine, Rémi utilise sa Mobylette. Le lundi, le mardi, le jeudi et le vendredi, il fait deux fois le trajet ... et retour, mais le ... , il ne le fait qu'une fois. Il parcourt ainsi 117 km par

2° Vérifier que Rémi habite à 6,5 km du collège.

Pour débattre en classe

39

Répondre par Vrai ou Faux à chacune des affirmations suivantes et justifier la réponse.

Pour les affirmations **a**, **b** et **c**, on utilisera l'égalité ci-dessous, sans faire de calcul :

$$640 = 28 \times 22 + 24.$$

- a

24 est le reste de la division euclidienne de 640 par 22.
- b

28 est le quotient de la division euclidienne de 640 par 22.
- c

22 est le quotient de la division euclidienne de 640 par 28.
- d

Dans une division, le reste est toujours plus petit ou égal au diviseur.
- e

Un nombre pair est divisible par 2.
- f

Diviser un nombre par 2, puis par 5 revient à diviser ce nombre par 7.

- g

187 est un multiple de 17.
- h

76 830 est divisible par 2, par 3, par 5 et par 9.
- i

N'importe quel nombre terminé par 3 est divisible par 3.
- j

Tout nombre divisible par 9 est aussi divisible par 3.
- k

Si l'on divise 47 par 3, on peut écrire :
47 : 3 = 15,66.
- l

Si l'on divise 87,5 par 14, on peut écrire :
87,5 : 14 = 6,25.
- m

Si le diviseur est plus grand que le dividende, alors le quotient entier est 0.

Pour s'évaluer à la maison

40

Effectuer, si c'est possible, les divisions euclidiennes dans les cas suivants :

	1 ^{er} cas	2 ^e cas	3 ^e cas	4 ^e cas
dividende	3 425	871	72	85
diviseur	9	13	0	148

- 41

1^o Soit : 15 ; 16 ; 30 ; 58 ; 85 ; 93 ; 110.
Quels sont les nombres divisibles par 2 ? par 5 ?
2^o Soit : 13 ; 21 ; 35 ; 57 ; 91 ; 105 ; 111.
a) Quels sont les nombres divisibles par 3 ?
b) Quels sont les nombres multiples de 7 ?

42

Soit : 63 ; 109 ; 117 ; 135 ; 156 ; 351 ; 2781.
1^o Quels sont les nombres multiples de 9 ?
2^o Quels sont les nombres divisibles par 13 ?

43

Les boîtes d'œufs

Simone doit ranger 183 œufs dans des boîtes qui peuvent contenir chacune 12 œufs.
Combien de boîtes seront nécessaires à Simone pour ranger tous les œufs ?

44

Le tuyau d'arrosage

On dispose de 196,8 m de tuyau d'arrosage.
1^o Combien de morceaux de tuyau mesurant chacun 16 m de long peuvent être coupés ?
2^o Quelle longueur de tuyau restera-t-il ?

45

Quotient non entier

On divise 105,5 par 11.
1^o Proposer un ordre de grandeur du quotient.
2^o Effectuer la division et compléter le tableau :

	troncature du quotient...	arrondi du quotient...
... à l'unité		
... au dixième		

46

Chez le libraire

J'ai acheté un stylo à 5,95 €, un livre à 9,55 € et trois pochettes de feuilles pour classeur.
Le libraire m'a rendu 1,05 € sur mes deux billets de 10 €. Quel est le prix d'une pochette de feuilles ?

À propos des quotients entiers

47 Un menuisier doit découper en morceaux une baguette de bois de 2 m de long. Chaque morceau doit mesurer 28 cm. Il dispose d'un double mètre gradué en centimètres.

1° Indiquer en face de quelles graduations il doit mettre un point de repère pour couper la baguette.

2° Combien de morceaux peut-il couper ?

3° Quelle longueur de baguette lui reste-t-il ?

48 À partir de l'égalité $740 = 23 \times 31 + 27$, compléter la phrase suivante :
Le quotient entier de ... par ... est ... ; le reste est ...

49 Sans refaire ni compléter les divisions, indiquer celles qui sont fausses et celles qui sont justes en précisant pourquoi :

246	9	1994	24	5275	162
..	27	...	82	...	32
3		26		92	

50 Un fleuriste a reçu 130 roses. Il prépare des corbeilles de 7 roses chacune.

1° Combien de corbeilles peut-il préparer ?

2° Combien manque-t-il de roses pour préparer une corbeille de plus ?

51 Le professeur a demandé à trois élèves le résultat de la division euclidienne de 438 par 15.

Léa : « $438 : 15 = 29,2$ »

Lucas : « $438 = 15 \times 28 + 18$ (quotient 28) »

Lisa : « $438 : 15 = 29$ (reste 3) »

Donner son avis sur chaque réponse.

Qu'auriez-vous répondu ?

À retenir

Division euclidienne de 130 par 7 :

$$7 \times 18 < 130 < 7 \times 19 \text{ ou } 130 = 7 \times 18 + 4$$

quotient entier de 130 par 7

reste inférieur à 7

À propos des quotients non entiers

52 Arrondis et troncatures

Après un calcul, la calculatrice affiche :

374.85666

a) Écrire la troncature à l'unité du résultat.

b) Écrire l'arrondi à l'unité du résultat.

c) Écrire la troncature au dixième du résultat.

d) Écrire l'arrondi au dixième du résultat.

53 Effectuer (à la main) les deux divisions, puis compléter le tableau suivant :

	troncature à l'unité du quotient	arrondi à l'unité du quotient
134 divisé par 9		
43,2 divisé par 17		

54 Effectuer (à la main) les trois divisions ci-dessous en indiquant celle qui ne se termine pas. Donner la valeur exacte des deux autres quotients.

- ① $10,8 : 12$ ② $14 : 21$ ③ $17,6 : 32$

55 Ordre de grandeur

Retrouver, pour chaque division, le bon résultat (sans effectuer les divisions).

- $5120 : 5$ • $197,6 : 19$ • $25,8 : 12$ • $1220 : 4$

résultats

2,15 10,4 305 1024

56 Dans une grande surface, Norbert commande une platine laser coûtant 372,90 €.

1° Quel sera le montant d'un versement s'il paie en trois fois sans frais ?

2° Norbert préfère payer en six fois, mais le prix de la platine se trouve alors augmenté de 37,10 €.

Quel sera alors le montant de chaque versement ?

À revoir... si nécessaire !

→ Quotient non entier (page 41).

S'exercer et approfondir

Division et divisibilité

57 Nombres croisés

Horizontalement

A : ... : 35 = 11.

B : ... $\times$ 6 = 924.

C : Multiple de 9 compris entre 955 et 965.

Verticalement

1 : Plus grand reste possible dans une division par 320.

2 : Quotient entier de 7 710 par 9.

3 : ... $\times$ 17 = 9 231.

	1	2	3
A			
B			
C			

58 Trois devinettes

1° Le diviseur est 24, le quotient entier est la moitié du diviseur et le reste est nul. Quel est le dividende ?

2° Le quotient entier est 7, le diviseur est le triple du quotient entier et le reste est 3.

Quel est le dividende ?

3° Le diviseur est la moitié du dividende et le reste est nul. Quel est le quotient entier ?

Divisibilité par 2, 3, 5, 9 (exercices 59 à 62)

59 Remplacer chaque étoile par un chiffre afin que le nombre obtenu soit divisible par 9 :

345★ ; ★160 ; 7★38.

60 On considère les nombres de la forme 4★36★, où deux chiffres ont été cachés.

Trouver tous les nombres de cette forme qui sont divisibles à la fois par 3 et par 5.

61 On considère les nombres de trois chiffres écrits en utilisant un 3, un 4 et un 5 (par exemple 345, 543,...). Écrire :

- le plus grand nombre divisible par 2 ;
- le plus grand nombre divisible par 5 ;
- le plus petit nombre divisible par 3.

62 Qui suis-je ?

1° Je suis le plus grand entier de trois chiffres divisible par 5. Qui suis-je ?

2° Je suis le plus petit entier de trois chiffres divisible par 9. Qui suis-je ?

63 Rosine a commencé à classer les nombres entiers dans ce tableau :

0	1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12	13
14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24			
.....						

1° Que peut-on dire des nombres de la première colonne ?

2° Indiquer dans quelles colonnes vont se trouver les nombres suivants :

38 ; 49 ; 67 ; 111 ; 2 000 ; 15 436

64 a) Former tous les nombres de trois chiffres avec les chiffres 3, 4 et 5 sans les répéter.

b) Diviser la somme de tous ces nombres par la somme des trois chiffres (3 + 4 + 5).

c) Quel est le quotient entier ? et le reste ?

d) Qu'obtient-on si on recommence avec trois autres chiffres ?

65 Souvenir, souvenir !

Loïc affirme : « Je crois me souvenir d'une division dont j'ai oublié le détail, mais il me semble que :

- le reste était 13 ;
- le quotient était 17 ;
- le dividende était plus petit que 200. »

Les souvenirs de Loïc sont-ils corrects ? Expliquer.

66 Réfléchissons !

Le diviseur est 17 et le reste 10.

De combien peut-on augmenter le dividende sans changer le quotient entier ?

De combien peut-on le diminuer ?

67 Par 7, par 11 et par 13

1° Effectuer $468 \times 1\,001$.

Énoncer et justifier une méthode rapide pour multiplier un nombre de trois chiffres par 1 001.

2° Écrire un nombre de trois chiffres, puis le réécrire à droite du premier pour former un nombre de six chiffres (par exemple 752 752).

Diviser ce nombre par 7, puis le quotient obtenu par 11, puis le nouveau quotient par 13. Oh miracle

Qu'obtient-on comme tout dernier quotient ?

Expliquer pourquoi.

Problèmes

68 En 1905, on découvrit un énorme diamant de 3 105 carats, « Le Cullinan ». Quelle était sa masse en grammes ? (Donnée : 1 g = 5 carats.)

69 Une piste d'athlétisme mesure 400 m.

- 1° Combien de tours les athlètes doivent-ils effectuer pour courir :
le 10 000 m ?
le 5 000 m ?
le 3 000 m ?



2° Dans les pays anglo-saxons, on court encore le Mile (1 610 m).

Combien de tours de piste entiers cela fait-il ?
Combien de mètres restera-t-il à parcourir pour finir ?

70 Un marchand reçoit cinq mille billes en vrac. Il veut les vendre par sachets de deux douzaines.

- 1° Combien de sachets peut-il réaliser ?
2° Combien manque-t-il de billes pour préparer un sachet de plus ?

71 Six personnes mangent ensemble au restaurant. Toutes ont choisi le menu du jour. Elles commandent, en plus, deux bouteilles de vin à 6,45 € l'une et six cafés à 1,95 € l'un. Le montant total s'élève à 90 €.

Quel est donc le prix du menu du jour ?

72 1° Il manque un renseignement pour résoudre le problème ci-dessous. Lequel ?

2° Faire une proposition pour la donnée numérique manquante, puis résoudre le problème.

Les élèves de sixième veulent organiser un voyage de 350 km aller et retour.

La location du car reviendra à 0,90 € le kilomètre. Pour la visite d'un château, chaque élève devra payer 1,50 €.

Pour ce projet, le foyer du collège leur accorde une aide de 230 €, mais cela ne suffira pas à couvrir les frais.

Combien chaque élève devra-t-il payer ?

73 Nombres croisés

Horizontalement

A : ... : 12 = 424.

B : Arrondi au centième du quotient de 225 divisé par 42.

C : Troncature au dixième du quotient de 3 987 divisé par 76.

D : Nombre de secondes dans 1 h 32 min.

Verticalement

1 : La moitié de 11 110.

2 : Écriture décimale du quotient de 1 par 4.

3 : $1\,248 : 15 = \dots$

4 : $\dots : 2\,700 = 3,2$.

	1	2	3	4
A				
B		,		
C			,	
D				

Petits problèmes de moyenne (exercices 74 à 77)

74 Trois élèves ont obtenu les notes suivantes :

Audrey	13 - 15 - 9 - 11 - 12 - 14
Bruno	13 - 17 - 8 - 9 - 14
Clarisse	13,5 - 14 - 10,5 - 11

Lequel des trois élèves a la meilleure *moyenne* ?

75 Au mois de décembre 1999, le T.G.V. (Atlantique) a transporté 1 735 000 passagers.

Jason affirme : « Le T.G.V. a donc transporté environ 56 000 passagers en moyenne par jour. »

D'accord ou pas avec Jason ?

76 C'est en 1959 qu'ont débuté les travaux du tunnel du Mont-Blanc. Ils ont duré 2 160 jours. Ce tunnel, de 7 m de largeur et de 11,6 km de longueur, relie le Val d'Aoste en Italie à la vallée de Chamonix en France.

Quelle a été la longueur *moyenne* creusée en un jour ? (On donnera le résultat approché au centimètre.)

77 1° En 1999, la redevance de télévision coûtait 785 F pour l'année.

Combien cela faisait-il en *moyenne* par jour ?

2° Il paraît que cela faisait, par jour, un peu moins de 0,33 €. Est-ce exact ? (On prendra 6,56 F pour 1 €.)

À propos de la division

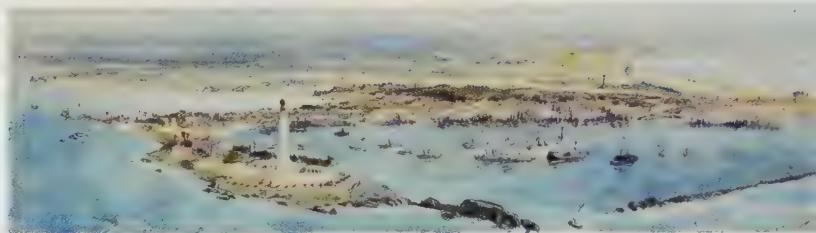
Au début, c'était moins...

Au xv^e siècle, le signe « : » signifiait « moins » ; il était le symbole utilisé pour noter les soustractions. Après l'introduction du symbole « - » en 1489 (voir la page 36), les mathématiciens anglais John Wallis et William Oughtred réutilisèrent, au $xvii^e$ siècle, le signe « : » pour en faire celui de la division.

Pourquoi « euclidienne » ?

La division de deux nombres entiers donnant un quotient entier avec un reste entier est appelée *division euclidienne*.

Cette référence au grand mathématicien grec Euclide est due au fait qu'il est le premier à avoir travaillé sur la division en considérant son reste.



La vie d'Euclide reste un mystère. On ne connaît pas sa date de naissance ; on sait simplement qu'il est né vers 330 av. J.-C. et mort vers 275 av. J.-C. À cette période, les mathématiques grecques sont au sommet de leur art.

Ayant fait ses études à Athènes, il part ensuite, en Égypte, à Alexandrie (ci-dessus), ville qui, sous l'influence de Ptolémée I^{er} était devenue un grand centre culturel.

L'œuvre majeure d'Euclide est constituée des treize livres formant « *Les Éléments* ».

Euclide n'a pas « inventé » la géo-

métrie, mais il a eu le mérite de mettre en ordre les connaissances mathématiques de son époque.

Dans cet ouvrage, il donne des définitions et construit sa géométrie en démontrant les propriétés de façon rigoureuse et indiscutable.

À vous de jouer !

◆ En vous aidant d'un dictionnaire ou d'une encyclopédie, rechercher pour quelle raison la ville d'Alexandrie est célèbre. (Un indice : *merveille*.)



L'ENIGME DU CHAPITRE



On se propose de découvrir le nom d'un *mathématicien grec* du III^e siècle avant J.-C. :



Pour cela, on dispose des renseignements ci-contre.

Il suffira ensuite de remplacer chaque nombre trouvé par la lettre correspondante dans l'alphabet, en respectant la règle :

$0 \rightarrow A$, $2 \rightarrow B$, $4 \rightarrow C$, $6 \rightarrow D$, etc.

 Arrondi à l'unité du quotient de 196 divisé par 9.

 Reste de la division euclidienne de 2004 par 222.

 Nombre divisible par 2 et par 5 compris entre 31 et 49.

 Troncature à l'unité du quotient de 397 divisé par 24.

 Quotient entier de la division de 1079 par 216.

 Plus grand reste possible dans une division euclidienne par neuf.

BILAN 1

En cas de difficultés, se reporter aux aides de la page 262.

1 Changement de position

nombre de départ	dans le nombre de départ, 8 est le chiffre des ...	opération sur le nombre de départ	dans le nouveau nombre, 8 est le chiffre des ...
88,888		$\times 100$	unités
88 888,8		$: 1\ 000$	
0,08888			centaines
88,88			millièmes
888		$\times 0,01$	
0,8		$\times 0,1$	

2 1° À l'éclosion, la masse moyenne d'un ver à soie est 0,625 milligramme (mg). Quelle est, en grammes, la masse moyenne de 80 000 vers ?

2° En 35 jours d'élevage, chaque ver mange 0,025 kg de feuilles de mûrier. Quelle est, en kilogrammes, la masse de feuilles nécessaire pour élever les 80 000 vers ?



3 Ça existe ou ça n'existe pas ?

Justifier chaque réponse.

- Un hérisson de 0,002 hm.
- Une langue de girafe de 0,0052 km.
- Une marmotte de 0,032 dam.
- Un éléphant buvant par jour, au maximum, 1 053 mL.
- Une masse totale de 7 000 018 g pour un rouge-gorge perché sur le dos d'un éléphant qui, lui, pèse 7 tonnes.

4 Charlotte achète un gâteau pour Sylvain, un autre pour Benoît et une glace à 1,6 € pour elle-même.

Elle paie le tout 4,4 €.

Sachant que le gâteau de Benoît coûte 0,6 € de plus que celui de Sylvain, calculer le prix du gâteau de Sylvain et de celui de Benoît.

5 Rénovation

Pour rénover la décoration d'une porte, Loïc a besoin de baguettes de bois. En voici la liste : deux baguettes de 0,37 m ; deux autres de 69 cm ; une de 1,55 m ; quatre de 7 cm.

1° Loïc achète deux baguettes de 2 m de long chacune.

Comment doit-il prévoir son découpage pour obtenir les neuf morceaux dont il a besoin ?

2° Quelle longueur de bois restera-t-il sur chacune des deux baguettes achetées ?

6 Faire les courses

Ève part avec 46 €. Elle achète 3,7 kg de clémentines à 2,3 € le kg, 300 g de taboulé à 1,2 € les 100 g, 4 croissants au jambon à 1,8 € l'un et un rôti de bœuf. Elle revient avec 14,2 €.

Quel est le prix du rôti de bœuf ?

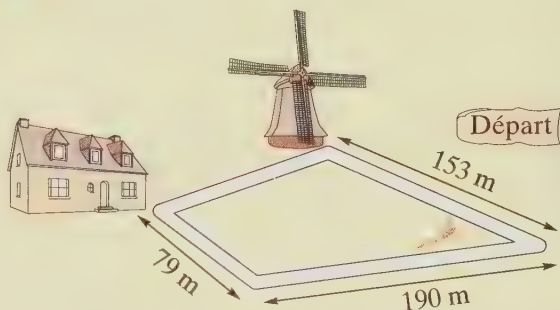
7 Mesures anciennes

Une ancienne mesure de masse s'appelait la *livre*. Une livre valait 2 marcs et un marc valait 8 onces. En 1782, à Marseille, un maraîcher vendit, un jour de marché, deux lots de légumes, l'un de 68 livres 1 marc 7 onces et l'autre de 31 livres 1 marc 5 onces.

1° Calculer, à l'aide de ces anciennes mesures, la masse totale de légumes vendus par le maraîcher.

2° Sachant qu'une once valait 21,25 g, calculer, en kilogrammes, la masse de légumes vendus.

8 Course à pied



Tous les élèves de sixième du collège Papillon participent à une course organisée sur un circuit représenté ci-dessus. Les élèves doivent faire trois tours complets, puis s'arrêter au moulin. Le parcours total est de 2 045 mètres.

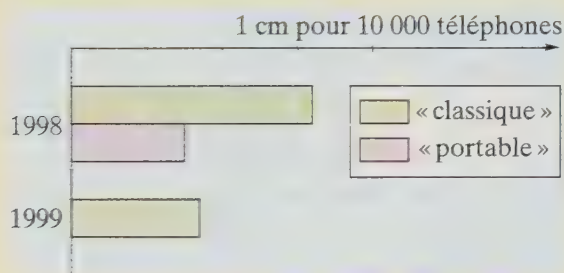
Calculer la distance de la maison au moulin.

BILAN 1

- 9** Une entreprise, qui fabrique des téléphones, fait son bilan pour les années 1998, 1999 et 2000.
1° À l'aide du graphique, compléter le tableau.

	téléphone classique	téléphone portable	total
1998			
1999		44 000	
2000	12 000	67 000	
total			

- 2° Compléter le graphique pour 1999 et 2000.



- 10** 1° Le nombre obtenu dans chaque case de la ligne ci-dessous est-il le même ? Si oui, quel est-il ?

$480 : 100$	$0,48 \times 10$	$0,048 \times 100$	$48 : 10$
-------------	------------------	--------------------	-----------

- 2° Recopier le tableau ci-dessous. Le compléter pour que dans les quatre cases d'une même ligne, on obtienne le même nombre.

a	$\dots \times 10$	$\dots : 10$	5,2	$\dots : 100$
b	327×10	$\dots : 10$	...	$\dots : 100$
c	$\dots \times 10$	$948 : 10$	...	$\dots : 100$
d	$\dots \times 10$	$\dots : 10$	...	$36,1 : 100$

- 11** Arthur offre à Lætitia et Michèle une promenade en pédalo. Seul Arthur pédale. Il donne en moyenne 35 tours de pédalier par minute. À chaque tour de pédalier, le pédalo avance de 1,4 m en moyenne.

- 1° a) Si Arthur pédale sans arrêt, quelle distance le pédalo parcourt-il en une minute ?

- b) Combien de temps la promenade de 4,9 km durera-t-elle ?

- 2° Le pédalo est loué 4,95 € la demi-heure. Toute demi-heure commencée est due en totalité. Combien Arthur va-t-il payer ?

- 12** Julien a conservé 478 numéros de sa revue hebdomadaire préférée. Il les a rangés dans des coffrets spéciaux qui contiennent chacun 25 revues.

- 1° Combien de coffrets Julien a-t-il dû acheter pour ranger toutes ses revues ?

- 2° Combien de coffrets a-t-il remplis ?

- 3° Combien y a-t-il de revues dans le coffret non rempli ?

$$\begin{array}{r} 4824 \quad | \quad 8 \\ 024 \quad | \quad 63 \\ 0 \quad | \end{array} \quad \begin{array}{r} 809 \quad | \quad 13 \\ 29 \quad | \quad 61 \\ 16 \quad | \end{array}$$

- 1° Sans refaire les divisions ci-dessus, explique pourquoi on peut savoir immédiatement que les quotients sont faux.

- 2° Rectifier les erreurs.

- 14** Pas épais, mais haut !

Un milliard d'euros en billets de 100 € empilés les uns sur les autres formeraient une tour haute de 1 km !

Évaluer l'épaisseur d'un billet de 100 €.

- 15** Valeurs exactes de quotients

- 1° Sans calculatrice, calculer :

$$372 : 12 \quad 6 : 12 \quad 3 : 12 \quad 9 : 12.$$

- 2° Compléter les égalités suivantes :

$$\dots + 6 = 378; \quad 372 - \dots = 366; \quad \dots - 9 = 363.$$

- 3° Sans faire de nouvelles divisions, mais en utilisant les résultats obtenus au 1° et au 2°, compléter en écrivant la valeur exacte de chaque quotient :

$$\begin{array}{ll} 378 : 12 = \dots & 366 : 12 = \dots \\ 363 : 12 = \dots & 375 : 12 = \dots \\ 381 : 12 = \dots & 369 : 12 = \dots \end{array}$$

- 16** 1° Poser et effectuer la division $918 : 34$.

- 2° Sans faire les divisions, prévoir le nouveau quotient :

- a) si on double le dividende ;

- b) si on double le diviseur ;

- c) si on divise par deux le dividende ;

- d) si on divise par deux le diviseur ;

- 3° Vérifier en effectuant les divisions.

CHAPITRE 4

Les écritures fractionnaires

De l'école au collège

QCM

Pour chaque question, indiquer la réponse exacte (ou les réponses exactes).

R É P O N S E S

		A	B	C
1	Le dessin sur lequel on a colorié $\frac{1}{3}$ du disque est :			
2	Florent a deux douzaines de billes. Théo a 6 billes. Par rapport au nombre de billes de Florent, Théo peut dire :	« j'en ai le tiers »	« j'en ai le quart »	« j'en ai quatre fois plus »
3	« Un demi » peut s'écrire :	1 : 2	0,5	$\frac{1}{2}$
4	Quelle fraction d'heure représente 30 min ?	$\frac{1}{30}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{30}{60}$
5	$\frac{1}{4}$ d'heure est égal à :	15 min	4 min	25 min
6	$10 \times 0,001 \times 100$ est égal à :	0,1	1	10

De quoi s'agit-il ?

Qu'est-ce qu'une écriture fractionnaire ?

Comment placer un quotient sur une demi-droite graduée ?

1 Écrire un quotient sous la forme $\frac{a}{b}$

Jusqu'à présent, le quotient de 4 par 3 était noté $4 : 3$. Or, $4 : 3 \approx 1,33$.
1,33 est une *valeur approchée* du quotient, car la division ne se termine pas.

Pour désigner la **valeur exacte** de ce quotient, c'est-à-dire le nombre qui, multiplié par 3, donne 4, on utilise
l'écriture fractionnaire $\frac{4}{3}$ qui se lit : *quatre tiers*.

$$4 : 3 = \frac{4}{3} \text{ donc } \boxed{\frac{4}{3}} \times 3 = 4$$

1° Recopier le tableau en complétant les phrases et les égalités.

$\frac{5}{3}$	se lit : cinq... c'est le nombre qui, multiplié par 3, donne ...	$\frac{5}{3} \times 3 = \dots$
$\frac{7}{4}$	se lit : sept... c'est le nombre qui, multiplié par ..., donne 7.	$\frac{7}{4} \times \dots = 7$
$\frac{4}{7}$	se lit : quatre... c'est le nombre qui, multiplié par ..., donne ...	$\frac{4}{7} \times \dots = \dots$

2° Parmi les trois quotients du tableau ci-dessus, quels sont ceux pour lesquels on ne peut donner leur valeur exacte qu'en écriture fractionnaire ? Justifier.

2 Graduations et quotients

Cocktail de jus de fruit

- $\frac{1}{2}$ litre de jus d'orange
- $\frac{3}{10}$ de litre de jus de pamplemousse
- $\frac{1}{5}$ de litre de sirop de grenadine

Voulant préparer ce cocktail, Marion utilise un verre doseur. Le schéma ci-contre n'est pas en vraie grandeur.



1° Reproduire trois fois la graduation (prendre 5 cm pour 1 L).
Marquer :

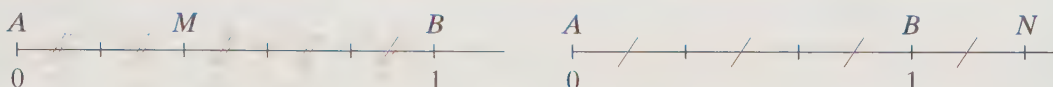
- sur la première le niveau de jus d'orange ;
- sur la deuxième le niveau de jus de pamplemousse ;
- sur la troisième le niveau de sirop de grenadine.

2° Après avoir effectué le mélange, Marion se demande si elle obtient un litre de cocktail.
Comment faire pour répondre à cette question ?

Comment multiplier par un quotient d'écriture $\frac{a}{b}$?

Comment reconnaître que deux quotients sont égaux ?

3 Des quotients pour mesurer des longueurs



1° Julia affirme que le point M correspond au quotient $\frac{2}{5}$. A-t-elle raison ? Pourquoi ?

2° Joris affirme que le point N correspond au quotient $\frac{3}{4}$. A-t-il raison ? Pourquoi ?

3° On suppose que le segment $[AB]$ a pour longueur 60 mm.

Quelle méthode peut-on proposer pour calculer, en mm, la longueur AM ?

Quelle méthode peut-on proposer pour calculer, en mm, la longueur AN ?

Calculer les $\frac{4}{3}$ de 60, c'est multiplier 60 par $\frac{4}{3}$.

Pour calculer $60 \times \frac{4}{3}$ sans effectuer la division de 4 par 3 (division qui ne se termine pas), on peut utiliser deux méthodes différentes.

4 Un quotient qui ne change pas

1° À l'aide du renseignement de la case ci-contre, compléter de la même manière les quatre cases ci-dessous :

$$8 \times 2,5 = 20$$

$$\text{ou } 2,5 = \frac{20}{8}$$

$$16 \times 2,5 = \dots$$

$$\text{ou } 2,5 = \frac{\dots}{16}$$

$$40 \times 2,5 = \dots$$

$$\text{ou } 2,5 = \frac{\dots}{40}$$

$$4 \times 2,5 = \dots$$

$$\text{ou } 2,5 = \frac{\dots}{4}$$

$$2 \times 2,5 = \dots$$

$$\text{ou } 2,5 = \frac{\dots}{2}$$

2° Compléter : a) $\frac{20}{8} = \frac{\dots}{16}$; b) $\frac{20}{8} = \frac{\dots}{40}$; c) $\frac{20}{8} = \frac{10}{\dots}$; d) $\frac{20}{8} = \frac{5}{\dots}$.

Les égalités ci-dessus montrent, à partir d'exemples, qu'un quotient ne change pas quand on multiplie ou quand on divise son numérateur et son dénominateur par un même nombre non nul.

3° Dans chaque cas, dire si les deux quotients sont égaux. Justifier la réponse.

a) $\frac{2}{5}$ et $\frac{4}{10}$;

b) $\frac{27}{12}$ et $\frac{9}{4}$;

c) $\frac{24}{30}$ et $\frac{12}{10}$;

d) $\frac{1}{6}$ et $\frac{5}{30}$;

e) $\frac{1,5}{70}$ et $\frac{15}{7}$.

1 Écriture fractionnaire d'un quotient

Quotient

Le quotient d'un nombre a par un nombre b (b non nul) est le nombre qui, multiplié par b , donne a .

Une **écriture fractionnaire** de ce quotient est $\frac{a}{b}$. Elle se lit « a sur b ».

$$a : b = \frac{a}{b} \quad \begin{array}{l} \leftarrow \text{numérateur} \\ \leftarrow \text{dénominateur} \\ \text{(non nul)} \end{array} \quad \text{donc} \quad \boxed{\frac{a}{b}} \times b = a$$

Fraction

On utilise le mot « *fraction* » à la place de « *écriture fractionnaire* » seulement si le numérateur et le dénominateur sont des nombres entiers.

Exemple 1 Le quotient 5 : 4

Il a pour écriture de sa valeur exacte la fraction $\frac{5}{4}$ (cinq quarts) ou 1,25, car la division de 5 par 4 se termine :

$$\frac{5}{4} \times 4 = 5 \quad \text{et} \quad 1,25 \times 4 = 5.$$

Exemple 2 Le quotient 5 : 3

Il a seulement pour écriture de sa valeur exacte la fraction $\frac{5}{3}$ (cinq tiers), car la division de 5 par 3 ne se termine pas :

$$\frac{5}{3} \times 3 = 5 \quad \text{mais} \quad 1,66 \times 3 \neq 5.$$

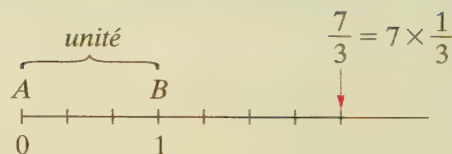
Exercice résolu 1

Énoncé : Placer le quotient $\frac{7}{3}$ sur une demi-droite graduée.

Solution : Le dénominateur étant 3, on choisit un segment unité AB qui se partage facilement en 3 parties égales, puis on utilise l'une des deux méthodes suivantes :

Méthode 1

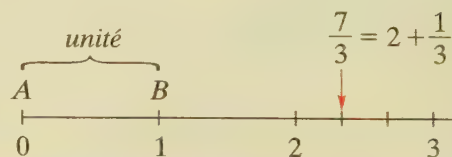
À partir de A , on reporte 7 fois la longueur du tiers de l'unité.



Méthode 2

– On divise 7 par 3. Le quotient entier est 2 et il reste 1, à diviser par 3.

– À partir de A , on reporte 2 fois l'unité et un tiers d'unité.



Applications → exercices n^{os} 6 à 9

2 Multiplier par un quotient d'écriture $\frac{a}{b}$

Pour multiplier un nombre par $\frac{a}{b}$, on peut :

Exemples

Méthode 1

Multiplier ce nombre par a ,
puis diviser le résultat par b

$$\longrightarrow 60 \times \frac{2}{5} = \frac{60 \times 2}{5} = 120 : 5 = 24$$

Méthode 2

Diviser ce nombre par b ,
puis multiplier le résultat par a

$$\longrightarrow 60 \times \frac{2}{5} = \frac{60}{5} \times 2 = 12 \times 2 = 24$$

Méthode 3

Multiplier ce nombre par
le résultat de la division de a par b .

$$\longrightarrow 60 \times \frac{2}{5} = 60 \times 0,4 = 24$$

Exercice résolu 2

Énoncé :

1° Calculer $15 \times \frac{2}{3}$ par les trois méthodes de calcul énoncées ci-dessus.

Quelles méthodes donnent le résultat exact ?

2° Choisir la méthode la plus rapide pour calculer $45 \times \frac{13}{9}$, puis $36 \times \frac{24}{8}$.

Solution :

1° Pour ce calcul, les méthodes 1 et 2 donnent un résultat exact.

Avec la méthode 1 : $15 \times \frac{2}{3} = \frac{15 \times 2}{3} = \frac{30}{3} = 10$ (valeur exacte)

Avec la méthode 2 : $15 \times \frac{2}{3} = \frac{15}{3} \times 2 = 5 \times 2 = 10$ (valeur exacte)

Avec la méthode 3 : $15 \times \frac{2}{3} \approx 15 \times 0,66$, donc $15 \times \frac{2}{3} \approx 9,9$ (valeur approchée)

2° L'observation des nombres 45 et 9 impose la méthode 2. $\longrightarrow 45 \times \frac{13}{9} = \frac{45}{9} \times 13 = 5 \times 13 = 65.$

L'observation des nombres 24 et 8 impose la méthode 3. $\longrightarrow 36 \times \frac{24}{8} = 36 \times 3 = 108.$

Conseil

Mentalement ou à la main :

- si l'une des divisions tombe juste, on commence par cette division ;
- si aucune division ne tombe juste, on commence par la multiplication.

À la calculatrice, on peut utiliser indifféremment l'une des trois méthodes.

Applications $\rightarrow$ exercices n°s 10 et 11

3 Égalité de deux quotients

Un quotient $\frac{a}{b}$ ne change pas quand on multiplie (ou bien quand on divise) son numérateur et son dénominateur par un même nombre non nul.

Cette propriété permet de reconnaître si deux écritures fractionnaires différentes sont celles d'un même nombre.

Exemple 1

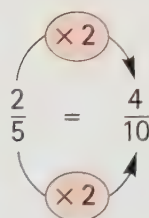
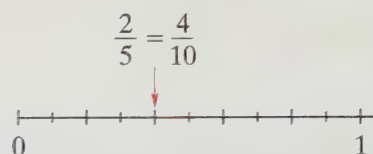


Illustration sur une demi-droite graduée



Exemple 2

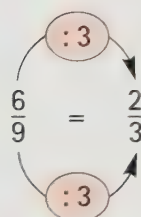
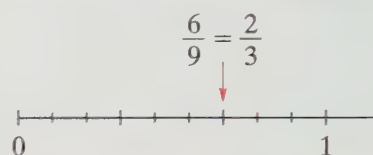


Illustration sur une demi-droite graduée



Exercice résolu 3

Énoncé : Remplacer chacune des fractions $\frac{25}{35}$, $\frac{10}{90}$, $\frac{42}{30}$ et $\frac{54}{99}$ par une fraction égale, avec un numérateur et un dénominateur les plus simples possibles.

Solution :

- Le numérateur et le dénominateur de $\frac{25}{35}$ sont divisibles par 5, donc : $\frac{25}{35} = \frac{25 : 5}{35 : 5} = \frac{5}{7}$.
- Le numérateur et le dénominateur de $\frac{10}{90}$ sont divisibles par 10, donc : $\frac{10}{90} = \frac{10 : 10}{90 : 10} = \frac{1}{9}$.
- Le numérateur et le dénominateur de $\frac{42}{30}$ sont divisibles par 6, donc : $\frac{42}{30} = \frac{42 : 6}{30 : 6} = \frac{7}{5}$.
- Le numérateur et le dénominateur de $\frac{54}{99}$ sont divisibles par 9, donc : $\frac{54}{99} = \frac{54 : 9}{99 : 9} = \frac{6}{11}$.

Conseil

Pour simplifier une écriture fractionnaire, il est très utile de bien connaître les critères de divisibilité par 2, 3, 5 et 9 (revoir la méthode de la page 40).

Application → exercice n° 27

4 Diviser par 0,1 ; 0,01 ; 0,001

Diviser un nombre par 0,1 ; 0,01 ; 0,001 revient à multiplier ce nombre par 10 ; 100 ; 1000.

Exemple 1

$$\begin{array}{c} \times 10 \\ \curvearrowright \\ \frac{8}{0,1} = \frac{80}{1} = 80 \\ \curvearrowleft \\ \times 10 \end{array}$$

Exemple 2

$$\begin{array}{c} \times 100 \\ \curvearrowright \\ \frac{1,25}{0,01} = \frac{125}{1} = 125 \\ \curvearrowleft \\ \times 100 \end{array}$$

Exemple 3

$$\begin{array}{c} \times 1000 \\ \curvearrowright \\ \frac{4,7}{0,001} = \frac{4700}{1} = 4700 \\ \curvearrowleft \\ \times 1000 \end{array}$$

Exercice résolu 4

Énoncé : Pour entourer sa piscine dont le périmètre est de 46,8 m, Monsieur Genage a utilisé des bordures de 0,65 m de long.
Combien de bordures a-t-il utilisées ?

Solution :

Le nombre de bordures est égal au nombre qui, multiplié par 0,65, donne 46,8.

On doit donc calculer le quotient $\frac{46,8}{0,65}$.

Pour effectuer cette division, il faut que le diviseur soit entier.

On transforme donc le dénominateur (0,65) en nombre entier en le multipliant par 100.

Pour ne pas changer le quotient il faut aussi multiplier le numérateur (46,8) par 100.
(Voir à la page 58 : Égalité de deux quotients.)

$$\begin{array}{c} \times 100 \\ \curvearrowright \\ \textcircled{1} \quad \frac{46,8}{0,65} = \frac{4680}{65} \\ \curvearrowleft \\ \times 100 \end{array}$$

division à la main :

$$\begin{array}{r} \textcircled{2} \quad \begin{array}{r} 46,80 \quad | \quad 0,65 \\ 130 \quad | \quad 72 \\ 0 \end{array} \end{array}$$

$$\textcircled{3} \quad \frac{46,8}{0,65} = 72$$

$\textcircled{4}$ Monsieur Genage a utilisé 72 bordures.

Méthode

Pour effectuer une division par un nombre qui n'est pas entier, il faut d'abord transformer cette division en une division par un nombre entier.

Pour cela, on multiplie le diviseur et le dividende par 10, ou par 100, ou...

Applications → exercices n^{os} 20 et 21

Appliquer le cours

Écriture fractionnaire d'un quotient

1 1° Recopier, puis colorier d'une même couleur les cases indiquant le même quotient.

$7 : 33$	$33 : 7$	$77 : 3$
$\frac{77}{3}$	$\frac{7}{33}$	$\frac{33}{7}$

2° Compléter chaque égalité :

$$\frac{33}{7} \times 7 = \dots ; \quad \frac{77}{3} \times \dots = 77 ; \quad \dots = 33 \times \frac{7}{33}$$

2 1° Par quel nombre faut-il multiplier quatre tiers pour obtenir quatre ?

2° Par quel nombre faut-il multiplier treize dixièmes pour obtenir treize ?

3 Contrôler, en effectuant une multiplication, les égalités suivantes, puis retrouver celle qui est fausse :

$$\frac{238}{14} = 17 ; \quad \frac{104}{16} = 6,5 ; \quad \frac{7}{8} = 0,85 ; \quad \frac{81,2}{29} = 2,8$$

4 Les trois écritures de chaque ligne du tableau ci-dessous sont celles d'un même nombre. Reproduire et compléter ce tableau lorsque cela est possible.

écriture en lettres	écriture fractionnaire	écriture décimale
sept quarts		
quatre septièmes		
	$\frac{10}{3}$	
	$\frac{3}{10}$	
cinq centièmes		

5 1° Je suis une fraction dont le dénominateur est vingt et un. Mon numérateur est égal au tiers du dénominateur. Qui suis-je ?

2° Je suis une écriture fractionnaire dont le numérateur est neuf. Mon numérateur est égal au double du dénominateur. Qui suis-je ?

Quotient sur une demi-droite graduée

Pour les exercices 6 à 9, voir l'exercice résolu 1 de la page 56.

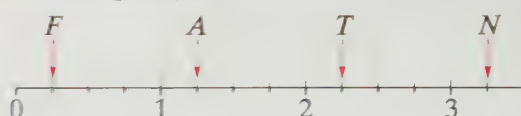
6



Reproduire la demi-droite graduée ci-dessus, puis y placer les quotients : $\frac{1}{6}$; $\frac{11}{6}$; $\frac{2}{3}$; $\frac{4}{3}$.

7

1° Donner une écriture fractionnaire des nombres désignés par les lettres F, A, T et N.

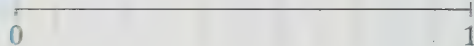


2° Reproduire la demi-droite graduée. Y placer les points F, A, T, N, puis R, C, I et O, sachant que :

$$R \rightarrow \frac{3}{4} ; \quad C \rightarrow \frac{7}{4} ; \quad I \rightarrow 2 + \frac{3}{4} ; \quad O \rightarrow \frac{12}{4}$$

Quel mot lit-on ?

8



Reproduire le segment unité ci-dessus et placer les cinq lettres E, T, C, A, X, sachant que :

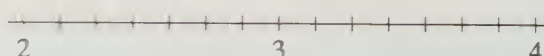
$$E \rightarrow \frac{1}{12} ; \quad T \rightarrow \frac{1}{2} ; \quad C \rightarrow \frac{1}{3} ; \quad A \rightarrow \frac{1}{4} ; \quad X \rightarrow \frac{1}{6}$$

9

1° Reproduire et compléter le tableau :

quotient	$\frac{17}{7}$	$\frac{25}{7}$	$\frac{28}{7}$	$\frac{20}{7}$	$\frac{23}{7}$
quotient entier					
reste de la division					

2° Placer les cinq quotients sur une demi-droite graduée de type ci-dessous.



Multiplier par un quotient $\frac{a}{b}$

10 Voir l'exercice résolu 2 de la page 57.

Calculer en utilisant trois méthodes différentes :

a) $68 \times \frac{3}{4}$; b) $7,5 \times \frac{8}{5}$.

(Conseil : revoir l'exemple 1 de la page 56.)

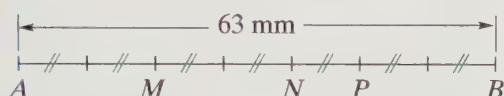
11 Voir l'exercice résolu 2 de la page 57.

Calculer avec la méthode de votre choix :

a) $21 \times \frac{3}{7}$; b) $13 \times \frac{36}{12}$; c) $3,6 \times \frac{10}{6}$;

d) $\frac{7}{56} \times 8$; e) $\frac{13}{3} \times 18$; f) $\frac{16}{4} \times 1,5$.

12



Calculer (en mm) les longueurs AM, AN et AP.

Égalités de quotients

13 Sans effectuer les divisions, dire si les quotients suivants sont égaux :

a) $\frac{36}{5}$ et $\frac{71}{10}$; b) $\frac{5}{7}$ et $\frac{12}{14}$; c) $\frac{25}{15}$ et $\frac{5}{3}$;

d) $\frac{0,4}{3}$ et $\frac{4}{30}$; e) $\frac{9}{25}$ et $\frac{32}{100}$; f) $\frac{60}{100}$ et $\frac{3}{5}$.

14 Recopier et compléter les égalités :

a) $\frac{6}{8} = \frac{3}{\quad}$; b) $\frac{2}{3} = \frac{\quad}{15}$; c) $\frac{7}{35} = \frac{1}{\quad}$;

d) $\frac{2}{50} = \frac{1}{\quad} = \frac{\quad}{100}$; e) $\frac{1,8}{2,7} = \frac{\quad}{27} = \frac{2}{\quad}$.

15 Remplacer chaque quotient par un quotient égal dont le dénominateur est un entier :

$\frac{7}{1,5}$ $\frac{4,5}{2,3}$ $\frac{8}{3,25}$ $\frac{2,4}{0,15}$ $\frac{1}{0,125}$

Petits problèmes

16 Relier chaque fraction d'heure à sa durée correspondante en minutes.

1 h	$\frac{1}{2}$ h	$\frac{1}{3}$ h	$\frac{1}{4}$ h	$\frac{1}{5}$ h	$\frac{1}{6}$ h	$\frac{1}{10}$ h
30 min	20 min	60 min	15 min	6 min	10 min	12 min

17 Les bonbons

J'ai vingt bonbons, j'en mange les trois quarts. Combien m'en reste-t-il ?

18 Le Grand prix

Un Grand prix automobile se dispute sur 240 km. Après une heure de course, le coureur A a effectué les trois quarts du trajet et le coureur B les deux tiers. Lequel des deux coureurs a parcouru le plus de kilomètres ?

19 Les parcelles de jardin

Un petit jardin carré mesure 12 m de côté. Calculer, en m², les aires suivantes :

- un quart du jardin ;
- les trois huitièmes du jardin ;
- les cinq douzièmes du jardin.



Pour les exercices 20 et 21, voir l'exercice résolu 4 de la page 59.

20 Le gazole

Un litre de gazole est affiché 0,85 €.

- Combien paie-t-on pour un plein de 46 L ?
- Combien de litres de gazole peut-on acheter avec un billet de 20 € ?

21 Les allumettes

Considérons qu'une allumette mesure 4,5 cm.

- Sachant qu'une boîte en contient 50, quelle serait la longueur de toutes les allumettes mises bout à bout ?
- Combien faudrait-il de boîtes pour entourer, avec des allumettes, un terrain de football de 360 m de périmètre ?

22 Calculer mentalement :

- a) $\frac{5}{3} \times 3$; b) $11 \times \frac{94}{11}$; c) $\frac{5,2}{2,5} \times 25$;
d) $\left(\frac{7}{6} \times 6\right) \times \frac{1}{7}$; e) $\left(13 \times \frac{12}{13}\right) \times \frac{11}{12}$.

23 Calculer de tête :

- a) le quart de vingt-huit;
b) le tiers de vingt-sept;
c) le cinquième de cent;
d) les trois quarts de vingt;
e) les deux tiers de trente.

24 Recopier, puis compléter de tête :

- a) 8 quarts d'heure = ... heures;
b) 8 demi-heures = ... heures;
c) 8 heures = ... demi-heures;
d) 24 heures = ... quarts d'heure;
e) 24 demi-heures = ... heures;
f) 24 quarts d'heure = ... heures.

25 Calculer mentalement :

- a) $70 \times \frac{1}{2}$; b) $90 \times \frac{1}{3}$; c) $120 \times \frac{1}{4}$;
d) $\frac{1}{15} \times 30$; e) $\frac{2}{11} \times 33$; f) $\frac{3}{10} \times 40$.

26 Multiplier par 0,5 et par 0,25

- 1° Donner une écriture décimale de $\frac{1}{2}$, puis de $\frac{1}{4}$.
2° Recopier et compléter les deux phrases suivantes :
Multiplier un nombre par 0,5 revient à diviser ce nombre par...
Multiplier un nombre par 0,25 revient à...
3° Utiliser les deux règles précédentes pour calculer mentalement :
a) $14 \times 0,5$; b) $24 \times 0,25$; c) $140 \times 0,5$;

27 Voir l'exercice résolu 3 de la page 58.

Remplacer (de tête) chaque fraction ci-dessous par la fraction la plus simple possible :

$\frac{30}{70}$ $\frac{15}{25}$ $\frac{8}{6}$ $\frac{12}{15}$ $\frac{200}{500}$ $\frac{9}{36}$

28 Calculer mentalement :

- a) $\frac{4}{0,1}$; b) $\frac{1,3}{0,1}$; c) $\frac{5}{0,01}$; d) $\frac{17,8}{0,01}$; e) $\frac{6}{0,001}$

29 Calculer mentalement :

- a) $\frac{78}{0,1}$; b) $\frac{78}{10}$; c) $\frac{140}{0,01}$; d) $\frac{140}{100}$; e) $\frac{0,25}{0,001}$

30 Diviser par 5

- 1° Compléter l'égalité : $\frac{1}{5} = \frac{2}{\dots}$.
2° Recopier, puis compléter la phrase suivante :
Pour diviser un nombre par 5, on peut multiplier ce nombre par ..., puis diviser le résultat par ...
3° Utiliser cette règle pour calculer de tête :
a) $\frac{13}{5}$; b) $\frac{44}{5}$; c) $\frac{102}{5}$; d) $\frac{243}{5}$

31  Reproduire, puis compléter le tableau :

	écriture décimale du quotient	
	tronqué à l'unité	arrondi à l'unité
$4567 \times \frac{17}{12}$		
$\frac{13}{18} \times 74,5$		
$10,1 \times \frac{11}{27}$		

32  **La facture incomplète**
Calculer les cinq nombres manquants.

article	quantité (en m)	prix unitaire (en €)	total (en €)
tissu uni	4,5	11,40	
imprimé		13,15	42,08
voilage	6,75		
total des articles			
frais d'expédition			3,50
total à payer			134,68

33 Le bon vocabulaire

Recopier les quatre phrases ci-dessous en les complétant par l'une des expressions suivantes :

une écriture décimale; une écriture fractionnaire; le numérateur; le dénominateur.

a) 9 est de la fraction $\frac{9}{4}$.

b) $\frac{9}{4}$ est du quotient de 9 par 4.

c) 2,25 est du quotient de 9 par 4.

d) 4 est de la fraction $\frac{9}{4}$.

34 Lecture de pub !

COQUELET

la pièce de 500 g **2,90 €**
soit le kg :

PIZZAS

la boîte de 1250 g **2,90 €**
soit le kg :

FRITES

le sac de 2,5 kg **2,90 €**
soit le kg :

GLACE

la boîte de 1,2 L **2,90 €**
soit le L :

Que calcule-t-on lorsque l'on effectue les opérations suivantes ?

a) $2,90 : 2,5$;

c) $2,90 : 1,2$;

b) $2,90 \times 2$;

d) $2,90 : 1,25$.

35 Correction

1° Il s'agit de noter sur 20 le travail de Pauline (voir ci-dessous) en attribuant 4 points si l'égalité est juste et 0 point si l'égalité est fausse.

Pauline obtient-elle la moyenne ?

Travail de Pauline

$$\frac{30}{40} = \frac{3}{4} \quad \frac{5}{15} = \frac{0}{3} \quad \frac{2}{5} = \frac{4}{7}$$

$$\frac{7}{21} = 3 \quad \frac{9}{0,5} = \frac{90}{5}$$

2° Rectifier les erreurs commises par Pauline.

36 Expressions de tous les jours

1° Que signifie chacune de ces expressions ?

- Une demi-douzaine d'œufs.
- Un demi de bière.
- Un quart de siècle.
- Le quart nord-est de la France.
- Un gâteau quatre-quarts.
- Le deuxième tiers-temps du match de hockey sur glace.

2° Pour avoir à peu près 100 g de beurre, Madame Toga achète une demi-livre de beurre, la partage en cinq et en prend deux parts.

Cela vous paraît-il correct ?

37 Nombres en vrac

1° Compléter le texte avec les nombres ci-dessous, qui sont donnés dans le désordre :

225

6,25

0,75

Pour commercialiser le vin, on utilise, le plus souvent, des bouteilles de litre.

Combien de bouteilles pourra-t-on remplir avec une barrique de litres ? et avec un tonneau de hL ?

2° Vérifier que les réponses aux deux questions sont 300 et 833 bouteilles.

38 Comprendre l'affiche

PARTEZ AU $\frac{1}{4}$ DE TOUR

POUR LE $\frac{1}{4}$ DU PRIX !

Credit gratuit

le $\frac{1}{4}$ comptant
et 3 mensualités égales



Le 1^{er} janvier Ahmed voit l'annonce ci-dessus et en profite pour acheter une moto dont le prix est affiché 3 680 €.

Expliquer, avec cette annonce, comment Ahmed va payer sa moto.

Pour débattre en classe

39 Répondre par Vrai ou Faux à chacune des affirmations suivantes et justifier la réponse.

(a) $153 : 35 = \frac{35}{153}$.

(g) $\frac{21}{5} = \frac{26}{10}$.

(b) $\frac{2001}{1002} \times 1002 = 2001$.

(h) $\frac{7,50}{30} = \frac{7,5}{3}$.

(c) $\frac{7}{3} = 2,3$.

(i) $\frac{79,5}{0,1} = 795$.

Pour les affirmations d à f, on considère la demi-droite graduée ci-dessous :



(d) La lettre N correspond au nombre $\frac{2}{6}$.

(k) $5 \times \frac{3}{4} = \frac{15}{20}$.

(e) La lettre R correspond au nombre $1 + \frac{1}{3}$.

(l) Multiplier un nombre par $\frac{8}{16}$ revient à diviser ce nombre par 2.

(f) La lettre J correspond au nombre $\frac{8}{3}$.

(m) Une heure trois quarts correspond à soixante-quinze minutes.



Pour s'évaluer à la maison

40 Quel est le nombre qui n'est pas égal aux autres ?

$125 \times 0,1$ $\frac{1,25}{0,1}$ $\frac{0,125}{0,01}$ $12,5 \times 10$

41 Multiplier par une fraction

1° Effectuer les quatre calculs suivants :

$6,4 \times \frac{30}{40}$; $\frac{6}{8} \times 6,4$; $6,4 \times \frac{15}{20}$; $\frac{3}{4} \times 6,4$.

2° Obtient-on les mêmes résultats ? Pourquoi ?

42 Une fraction de...

Calculer les quatre septièmes de :

- a) 56 €;
- b) 1330 cm (résultat en m);
- c) de 0,14 hL (résultat en L);
- d) de 0,357 kg (résultat en g).

43 Fractions de minute

Combien de secondes y a-t-il dans :

- a) une demi-minute ?
- b) un quart de minute ?
- c) un tiers de minute ?
- d) trois quarts de minute ?
- e) deux tiers de minute ?
- f) neuf dixièmes de minute ?



44 Le ticket de caisse incomplet

Trouver les quatre nombres manquants.

prix au kg	poids (en kg)	prix (en €)
5,90	3	
.....	2,5	33,00
8,25		11,55
total		

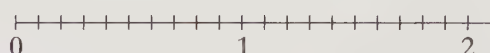
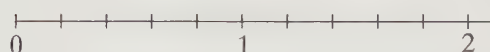
À propos du quotient sur une demi-droite graduée

45 1^{re} partie

Recopier, puis compléter les tableaux :

écriture en lettres	écriture fractionnaire
deux tiers	
	$\frac{3}{2}$
trois quarts	
	$\frac{4}{5}$

écriture en lettres	écriture fractionnaire
	$\frac{5}{4}$
sept cinquièmes	
	$\frac{7}{10}$
treize dixièmes	



3^e partie

1^o Le signe « = » est-il bien employé dans chacun des cas suivants? Justifier la réponse.

a) $\frac{2}{3} = 0,66$; b) $\frac{3}{2} = 1,5$; c) $\frac{3}{4} = 0,75$.

2^o Compléter chaque égalité :

a) $\frac{2}{3} \times 3 = \dots$; b) $\frac{3}{2} \times \dots = 3$; c) $\dots = 4 \times \frac{3}{4}$.

2^e partie

Reproduire les demi-droites graduées ci-après. Placer les huit quotients des tableaux ci-dessus en choisissant, pour chacun d'eux, la demi-droite graduée reproduite qui convient le mieux.

À propos de multiplication par un quotient

46 1^o

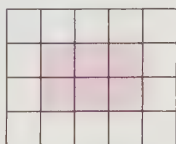


Le segment [AB] a-t-il été partagé en quarts? Pourquoi?

2^o Tracer un segment de 96 mm, puis le partager en quarts.

47 Le carrelage

1^o La partie coloriée représente une fraction de ce carrelage. Laquelle?



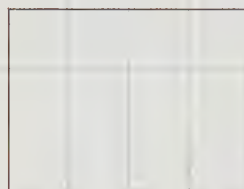
2^o Sachant que le carrelage tout entier a une aire de 500 dm², quelle est l'aire de la partie coloriée?

48 Des erreurs!

Retrouver les erreurs qui se sont glissées dans certains des calculs ci-dessous, puis les corriger.

• $14 \times \frac{2}{7} = 2$ • $60 \times \frac{7}{10} = 42$ • $5 \times \frac{1}{6} = \frac{5}{30}$
 • $\frac{7}{4} \times 28 = 49$ • $\frac{8}{9} \times 18 = 4$ • $\frac{2}{3} \times 12 = 8$

49



1^o Reproduire le rectangle ci-dessus sur un quadrillage « cahier » de même type.

a) Colorier en rouge une première partie qui correspond au quart du quadrillage.

b) Colorier ensuite en vert une nouvelle partie qui correspond aux $\frac{5}{12}$ du quadrillage.

c) À quelle fraction du quadrillage correspond la partie non coloriée?

2^o Si ce quadrillage correspond à un terrain de 228 m², calculer l'aire de chacune des trois parties. Comment contrôler les résultats?

À revoir... si nécessaire!

→ Les trois méthodes de calcul pour multiplier un nombre par un quotient (page 57).

Écritures fractionnaires

50 Calculer les nombres manquants :

$$\frac{756}{84} = \dots \quad \frac{\dots}{11} = 19 \quad \dots = \frac{774}{18}$$

$$\frac{\dots}{15} = 0,6 \quad \frac{901}{85} = \dots \quad \frac{\dots}{18} = 3,25.$$

51 1° Proposer un ordre de grandeur pour chacun des quotients suivants :

$$\frac{38}{9,5}; \quad \frac{8,67}{2,04}; \quad \frac{3,06}{0,9}$$

2° Poser, puis effectuer chaque division.
(Les divisions se terminent !)

52 Reproduire, puis compléter le tableau :

divisé par	0,5	0,2	0,1
7			
		12	
			16

53 Graduer une demi-droite en prenant comme unité de graduation 3 cm.

Placer sur cette demi-droite les quotients suivants :

$$\frac{2}{3}; \quad \frac{4}{5}; \quad \frac{11}{5}; \quad \frac{8}{3}; \quad \frac{8}{5}$$

Égalités de quotients

54 $\frac{7}{11}$ $\frac{6}{10}$ $\frac{70}{110}$ $\frac{9}{13}$ $\frac{22}{14}$ $\frac{21}{33}$

Sans effectuer les divisions, trouver, parmi les écritures ci-dessus, celles qui désignent le même nombre que $\frac{35}{55}$.

55 Parmi les écritures fractionnaires suivantes, retrouver celles qui désignent un même nombre :

$$\frac{15}{25}; \quad \frac{30}{50}; \quad 5; \quad \frac{30}{14}; \quad \frac{15}{3}; \quad \frac{15}{7}; \quad \frac{1,5}{2,5}; \quad \frac{1,5}{0,3}; \quad \frac{3}{5}$$

56 $\frac{20}{300}$ $\frac{0,2}{0,03}$ $\frac{20}{30}$ $\frac{0,2}{3}$ $\frac{2}{0,3}$ $\frac{0,2}{0,3}$

Classer ces quotients dans le tableau suivant :

égaux à $\frac{2}{3}$	égaux à $\frac{20}{3}$	égaux à $\frac{2}{30}$

57 L'intrus

Dans chaque tableau il y a un intrus ; lequel ?

$\frac{14}{4}$	$\frac{7}{2}$	$\frac{120}{90}$	$\frac{12}{9}$
$3 + \frac{1}{2}$	$\frac{26}{8}$	$\frac{8}{6}$	$1 + \frac{1}{3}$
3,5	$\frac{35}{10}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{20}{16}$

Multiplier par un quotient $\frac{a}{b}$

58 Effectuer les calculs suivants :

$$45 \times \frac{7}{15}; \quad 5,6 \times \frac{3}{8}; \quad \frac{6}{11} \times 3,85; \quad \frac{5}{9} \times 7,02.$$

59 Reproduire, puis compléter le tableau :

$\times \frac{2}{7}$	7	35	98	4,9	7,42	0,161

60 Effectuer les calculs en donnant un résultat arrondi à l'unité :

$$51 \times \frac{3}{7}; \quad \frac{4}{9} \times 23; \quad 12 \times \frac{8}{11}; \quad 39,5 \times \frac{1}{6}.$$

61 Reproduire, puis compléter le tableau :

	250 g	500 g	800 g	
fraction de kilogramme	$\frac{1}{5}$		$\frac{3}{4}$	$\frac{3}{2}$

Problèmes

62 La foire aux jus de fruits

Pour chacune de ces étiquettes, compléter le prix du litre.

ORANGE

le magnum de 3 L
(soit le litre €) 3,15 €

PÊCHE

la bouteille de 1,5 L
(soit le litre €) 2,40 €

RAISIN

le lot de 6 bouteilles de 75 cL
(soit le litre €) 6,00 €

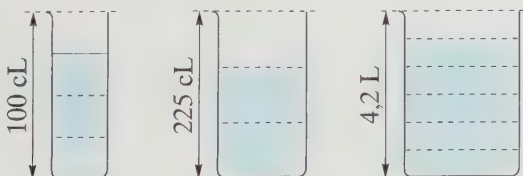
63 Le budget du foyer

Dans un collège, les recettes du foyer sont :

- 724 cartons de loto à 1,25 € l'un ;
- 238 boissons à 1,50 € l'une ;
- vente du journal : 190 exemplaires à 1 € le numéro.

Avec cette somme, le foyer décide d'acheter un magnétoscope à 449 € et un caméscope à 889 €. Avec la moitié de la somme restante, il est question d'acheter des cassettes vidéo à 5,60 € pièce. Combien de cassettes pourra-t-on acheter ?

64 Quelle quantité de liquide chacun de ces trois récipients contient-il ? (La contenance totale de chaque récipient est indiquée.)



65 L'argent de poche

Au milieu du mois, j'ai encore 30 € d'argent de poche. Combien me restera-t-il d'argent si j'en consacre le tiers à un cadeau et les $\frac{5}{12}$ à une place au stade ?

66 La clôture du jardin

Un jardin rectangulaire a une longueur de 95 m. Sa largeur est les $\frac{3}{5}$ de sa longueur. On veut entourer ce jardin avec une clôture qui revient à 27 € le mètre. Calculer la dépense pour cette clôture, sachant qu'il y a une entrée de 4 m de large.

67 Les quatre nombres 27, 15, 36 et 23 ont été enlevés du texte encadré ci-dessous.

1° Recopier le texte en remplaçant ces nombres.

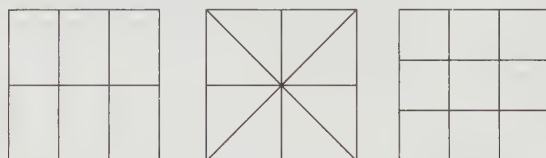
On allume à h une grande bougie qui mesure cm de hauteur. Le même jour, on éteint la bougie à h, elle ne mesure plus que cm.

2° Julie affirme : « La bougie est restée allumée pendant un tiers de la journée. » A-t-elle raison ? Justifier la réponse.

3° Julien affirme : « Ce jour-là, la bougie a diminué du quart de sa longueur. » A-t-il raison ? Justifier la réponse.

68 Un quart des élèves d'une classe sont nés en 1988, les trois huitièmes en 1989 et les autres en 1990.

1° Parmi les trois carrés ci-dessous, choisir et reproduire celui qui convient pour représenter la répartition de ces élèves selon leur âge. Faire la représentation avec trois couleurs.



2° Sachant qu'il y a 28 élèves dans la classe, calculer le nombre d'élèves nés en 1988, en 1989 et en 1990.

69 Suis-je économe ?

Je disposais de 360 €.

J'en ai dépensé les $\frac{2}{3}$, puis les $\frac{2}{3}$ du reste.

Me reste-t-il 160 € ? 40 € ? ou rien ?

• • • L'écriture fractionnaire chez les Égyptiens • • •

Au III^e siècle av. J.-C., la ville d'Alexandrie, située sur la Méditerranée à l'ouest du delta du Nil, était le « phare de la connaissance ». Les mathématiciens les plus éminents s'y installaient : Euclide (voir la page 52 et ci-dessous), mais aussi Archimède, Eratosthène, Diophante et d'autres ont contribué à faire de cette ville la capitale du savoir. Alexandrie avait ainsi supplanté Athènes dans ce rôle.



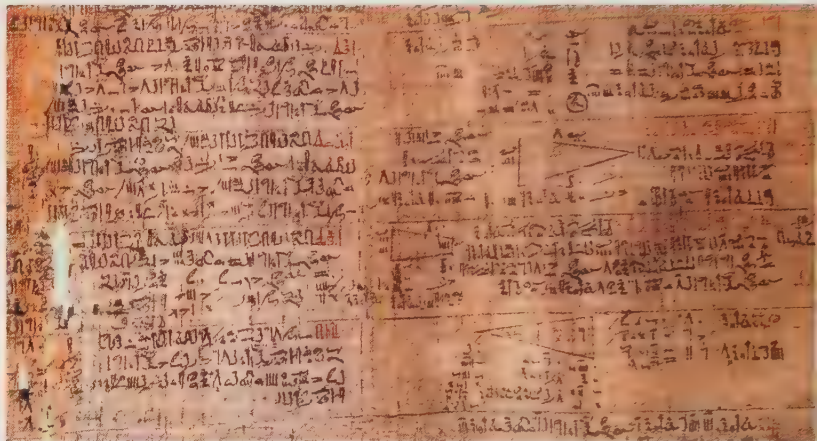
Mais bien avant la suprématie d'Alexandrie, les Égyptiens écrivaient d'une curieuse façon les écritures fractionnaires : ils n'utilisaient que des fractions dont le numérateur était 1 et le dénominateur un nombre entier supérieur à 1. Ainsi, ils employaient :

$$\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \text{etc.}$$

$\frac{2}{3}$, qui avait un symbole particulier, faisait exception.

Mais les Égyptiens n'écrivaient pas les chiffres comme nous le faisons : ils utilisaient les hiéroglyphes (du grec *hieros*, « sacré » et *gluphein*, « graver »).

Un hiéroglyphe est une sorte de pictogramme (voir ci-dessous). L'écriture hiéroglyphique a été déchiffrée par le Français Champollion en 1822.



L'ENIGME DU CHAPITRE



Il s'agit de trouver l'écriture fractionnaire d'un quotient en utilisant certains des chiffres ci-contre.

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

On dispose des renseignements suivants :

- le numérateur est formé de deux chiffres ;
- le dénominateur est un multiple de dix ;
- le trait de fraction est un axe de symétrie pour l'écriture du quotient (c'est-à-dire que si on plie le papier sur le trait de fraction, les chiffres du numérateur et ceux du dénominateur doivent se superposer) ;
- le quotient est égal à 0,4.

—

CHAPITRE 5

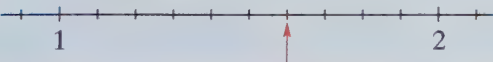
Le point sur les nombres décimaux

De l'école au collège

QCM

Pour chaque question,
indiquer la réponse exacte
(ou les réponses exactes).

R É P O N S E S

		A	B	C
1	Quinze dixièmes peut s'écrire :	0,15	$\frac{15}{10}$	1,5
2	Cent onze centièmes peut s'écrire :	$\frac{111}{100}$	11,1	1,11
3	Sur la graduation ci-dessous, la flèche correspond au nombre : 	0,6	1,6	$\frac{16}{10}$
4	Dans quelle case les trois nombres 7,8 ; 8,7 et 7,25 sont-ils rangés par ordre croissant ?	8,7 ; 7,8 ; 7,25	7,8 ; 7,25 ; 8,7	7,25 ; 7,8 ; 8,7
5	$2,5 < ? < 2,6$ Le point d'interrogation peut-il être remplacé par un (ou plusieurs) des nombres ci-dessous ? 2,58 2,7 1,52 2,504	oui : 2,58	non	oui : 2,58 et 2,504

De quoi s'agit-il ?

Comment passer d'une écriture décimale à une écriture fractionnaire et inversement ?

1 Diverses écritures d'un nombre décimal

Dans le chapitre 4, nous avons vu que, pour certains nombres, on pouvait passer d'une écriture fractionnaire à une écriture décimale ayant un nombre fini de chiffres.

Exemples : $\frac{12}{3} = 4$; $\frac{7}{2} = 3,5$. Ces nombres sont appelés : **nombre décimaux**.

Inversement, tout nombre décimal peut s'écrire sous forme de **fractions décimales**.

Leur numérateur est un entier et leur dénominateur est 1, 10, 100, 1 000, etc.

Le nombre décimal *trois unités cinq dixièmes* admet donc diverses écritures :

$$\begin{array}{ccccccc} \text{écriture décimale} & 3,5 & = & \frac{7}{2} & = & \frac{35}{10} & = & 3 + \frac{5}{10} \\ & & & \text{écritures fractionnaires} & & \text{fraction décimale} & & \text{écriture additive} \\ & & & & & & & \text{partie entière : 3} \\ & & & & & & & \text{partie décimale : } \frac{5}{10} \end{array}$$

Consigne : En s'inspirant de la première ligne, reproduire et compléter le tableau.

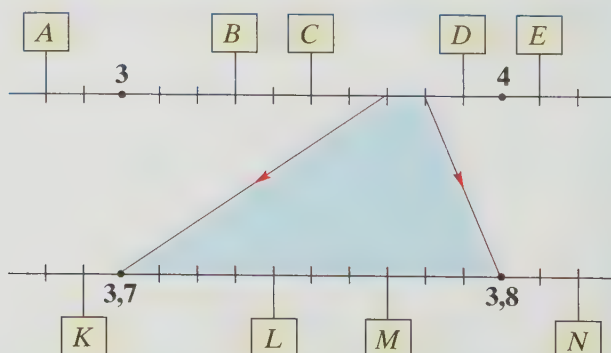
écritures décimales **fractions décimales**

douze unités six dixièmes	12,6	$\frac{126}{10}$	$12 + \frac{6}{10}$
	15,4		
six unités vingt-cinq centièmes			
		$\frac{987}{100}$	
			$4 + \frac{275}{1000}$

2 Écritures décimales et demi-droite graduée

1° Quels sont les nombres correspondant aux étiquettes A, B, C, D et E ?

2° Quels sont les nombres correspondant aux étiquettes K, L, M et N ?



Comment comparer et ranger des nombres décimaux ?

Depuis l'école, on sait comparer et ranger des nombres décimaux (en écriture décimale). Les questions ci-dessous permettent de revoir ces compétences.

En cas de difficultés, lire les différentes méthodes énoncées à la page 73.

3 Lire, choisir et comparer des informations

Voici des renseignements sur huit modèles de congélateurs :

modèles	A	B	C	D	E	F	G	H
volume utile (L)	205	176	170	245	211	240	283	238
largeur (cm)	59,5	59	55,5	59,8	58,5	59,2	59,5	58
hauteur (cm)	158	117	134	158,5	146	160	180	163,5
profondeur (cm)	58,5	58,2	59	60	59,5	59	59,5	58,5
tiroirs	4	3	3	5	3	4	6	5
consommation (kWh par 24 heures)*	1,05	1,35	0,95	1,9	1,5	1,65	1,8	1,7
référence	159 K	133 R	154 J	138 T	142 P	912 N	906 D	873 D
prix (€)	509	399	449	460	490	609	598	589

1° Quelle est la référence du modèle qui a le plus grand volume utile ?

2° Quelle est la référence du modèle le moins cher ?

3° Ranger les huit modèles A, B,... H selon leur prix, en commençant par le moins cher (on dit, dans ce cas, qu'on range les prix par **ordre croissant**).

4° Quel est le modèle le plus haut ?
Quel est le modèle le moins large ?
Quel est le modèle le plus profond ?

5° Ranger les huit modèles A, B,... H selon leur consommation, en commençant par celui qui consomme le plus (on dit, dans ce cas, qu'on range les consommations par **ordre décroissant**).

6° Parmi les huit modèles, quels sont ceux dont la consommation est comprise entre 1 et 1,6 kWh par 24 heures ?



* kWh par 24 heures : nombre de kilowattheures utilisés pendant 24 heures.

Le kilowattheure est une unité de consommation d'énergie des appareils électriques.

1 Fractions décimales et nombres décimaux

Un **nombre décimal** est un nombre qui admet des écritures fractionnaires avec un entier au numérateur et 1, 10, 100, 1 000, etc. au dénominateur.

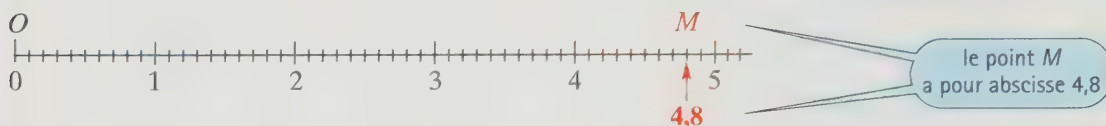
Ces écritures fractionnaires particulières sont appelées fractions décimales.

Attention ! Un nombre entier est un nombre décimal.

Exemple

$4,8 = \frac{48}{10} = \frac{24}{5} = \frac{120}{25} = \frac{480}{100}$
 écriture décimale fractions décimales écritures fractionnaires

$4,8 = 4 + \frac{8}{10}$
 partie entière partie décimale



Chaque point d'une demi-droite graduée peut être repéré par un nombre appelé l'abscisse de ce point. L'origine O a pour abscisse 0 (zéro).

Exercice résolu 1

Énoncé : Soit les deux nombres décimaux : $A = 4,8$ et $B = 1,25$.

Effectuer les trois calculs : $A + B$, $A - B$ et $A \times B$ en écriture décimale, puis en écriture fractionnaire. Contrôler ainsi les résultats.

Solution :

A

$$4,8 = \frac{48}{10} = \frac{480}{100}$$

B

$$1,25 = \frac{125}{100}$$

A + B

$$4,8 + 1,25 = 6,05$$

$$\frac{480}{100} + \frac{125}{100} = \frac{605}{100}$$

A - B

$$4,8 - 1,25 = 3,55$$

$$\frac{480}{100} - \frac{125}{100} = \frac{355}{100}$$

A × B

$$4,8 \times 1,25 = 6$$

$$\frac{48}{10} \times \frac{125}{100} = \frac{6000}{1000}$$

Méthode

Pour additionner ou pour soustraire deux fractions décimales, il faut obligatoirement qu'elles aient le même dénominateur. Pour les multiplier, ce n'est pas obligatoire.

Applications → exercices n^{os} 9 et 10

2 Comparer deux nombres décimaux

1^{er} cas : les parties entières sont différentes

On compare les parties entières.

Exemple $64,12 > 46,215$ car $64 > 46$.

2nd cas : les parties entières sont égales

Méthode 1

On compare l'un après l'autre les chiffres des dixièmes, puis des centièmes, etc.

Exemple $6,375 < 6,39$
car les chiffres des dixièmes sont égaux, mais les chiffres des centièmes 7 et 9 sont tels que $7 < 9$.

Méthode 2

On complète par des zéros pour que les parties décimales aient le même nombre de chiffres, puis on compare les parties décimales ainsi obtenues.

Exemple $6,375 < 6,39$
car $6,39 = 6,390$ et 375 millièmes sont inférieurs à 390 millièmes.

Exercice résolu 2

Énoncé : 1° Placer les nombres 4 ; 5 ; 4,8 ; 4,08 ; 5,1 et 4,43 sur une demi-droite graduée, puis ranger ces six nombres par ordre croissant, et enfin par ordre décroissant.

2° Encadrer 4,8 par les deux entiers les plus proches.

3° Intercaler un nombre décimal entre 4,7 et 4,8.

Solution :



Rangement par ordre **croissant** :

le plus petit d'abord

$$4 < 4,08 < 4,43 < 4,8 < 5 < 5,1$$

Rangement par ordre **décroissant** :

le plus grand d'abord

$$5,1 > 5 > 4,8 > 4,43 > 4,08 > 4$$

deux entiers consécutifs

2° Encadrement de 4,8 par les entiers les plus proches : $4 < 4,8 < 5$

3° Exemple de nombre décimal entre 4,7 et 4,8 : $4,70 < 4,73 < 4,80$

il y a beaucoup d'autres réponses

À Retenir

On peut toujours intercaler un décimal entre deux décimaux donnés.

Application → exercice n° 60

Appliquer le cours

Diverses écritures

1 Recopier et compléter le tableau :

	écriture décimale	fraction décimale
un dixième		
deux centièmes		
trois millièmes		

2 Donner l'écriture décimale (sans zéros inutiles) des nombres suivants :

$\frac{25}{100}$; $\frac{9}{10}$; $\frac{17}{10}$; $\frac{71}{1000}$; $\frac{715}{100}$; $\frac{4321}{1000}$; $\frac{40}{100}$

3 Recopier ces étiquettes et colorier d'une même couleur celles qui désignent un même nombre.

$\frac{725}{100}$
 $\frac{7025}{1000}$
 $\frac{7025}{100}$

$70,25$
 $7,025$
 $7,25$

$7 + \frac{25}{100}$
 $7 + \frac{25}{1000}$
 $70 + \frac{25}{100}$

4 Dans chaque ligne, trouver le nombre qui n'est pas égal aux autres.

① $\frac{19}{10}$; 1,9 ; 1,90 ; $\frac{1900}{100}$

② 30,30 ; $\frac{303}{10}$; $30 + \frac{30}{10}$; 30,3

③ $\frac{4}{10}$; 0,04 ; $\frac{4}{100}$; $\frac{1}{25}$

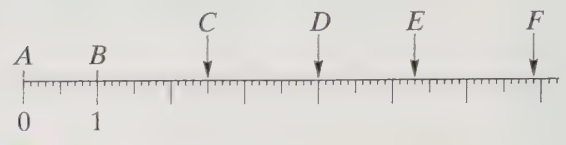
5 Voici une liste de nombres décimaux :

4,35 ; 21,7 ; 0,069 ; 0,450

- 1° Écrire chacun des nombres comme la somme de sa partie entière et d'une fraction décimale.
- 2° Écrire chacun des nombres sous forme d'une fraction décimale dont le dénominateur est le plus petit possible.
- 3° Écrire ces quatre nombres sous la forme de fraction décimale ayant le même dénominateur.

Sur la demi-droite graduée

6 Sur la demi-droite graduée d'origine A ci-dessous, indiquer l'abscisse de chacun des points A, B, C, D, E et F.



7 Sur la demi-droite graduée d'origine O ci-dessous, indiquer l'abscisse de chacun des points P, Q, R, S et T.



8

Sur du papier millimétré, reproduire cette partie de demi-droite graduée et placer avec précision les nombres suivants :

• 9,2 • 9,5 • 9,35 • 9,08 • 9,42

Opérations

9 Voir l'exercice résolu 1 de la page 72. Reproduire et compléter le tableau suivant. On donnera les résultats sous formes de fractions décimales.

A	B	A + B	A - B	A × B
$\frac{15}{10}$	$\frac{7}{10}$			
$\frac{11}{10}$	$\frac{85}{100}$			

10 Voir l'exercice résolu 1 de la page 72. Soit les deux nombres décimaux :
C = 7,5 et D = 3,86.

- 1° Calculer : a) C + D ; b) C - D ; c) C × D.
- 2° Effectuer les mêmes calculs en écriture fractionnaire.
- 3° Comparer les résultats obtenus au 1° et au 2° afin de contrôler les calculs.

Comparer et ranger

11 Recopier chaque cas en entourant le plus grand des deux nombres proposés :

- a) 89 765 et 89 675 ; b) 103,5 et 105,3 ;
 c) 4 187,2 et 418,72 ; d) 19,56 et 16,9 ;
 e) 25,24 et 25,42 ; f) 150,45 et 150,5 ;
 g) 53,13 et 53,103 ; h) 0,086 et 0,0806.

12 Dans chaque case, placer le symbole $<$ ou $>$ qui convient :

- a) 9 789 9 798 ; b) 46,35 35,46 ;
 c) 8,705 8,507 ; d) 15,02 15,2 ;
 e) 5,11 5,012 ; f) 0,506 0,65.

13 8,7 8,4 8,45 8,55 8,3 8,6 8,09

Classer ces sept nombres dans le tableau :

nombres plus petits que 8,5	nombres plus grands que 8,5
...	...

14 a) Ranger par ordre décroissant les nombres : 26014 ; 26 140 ; 26 104 ; 26 410.

b) Ranger par ordre croissant les nombres : 37,7 ; 37,37 ; 3,773 ; 7,373.

Encadrer et intercaler

15 Encadrer chaque nombre décimal par deux entiers consécutifs.

- ... $<$ 5,4 $<$ $<$ 17,6 $<$...
 ... $<$ 7,05 $<$ $<$ 26,89 $<$...
 ... $<$ 0,96 $<$ $<$ 0,808 $<$...

16 4,031 3,42 4,1 4,008

1° Ranger les nombres ci-dessus par ordre croissant en utilisant le symbole qui convient.

2° Compléter ce rangement en intercalant le nombre 4,02 à la bonne place.

17 Compléter avec un nombre qui convient :

- a) 28 989 $<$... $<$ 29 898 b) 67 $<$... $<$ 68
 c) 4,25 $<$... $<$ 4,3 d) 61,4 $<$... $<$ 61,5.

Petits problèmes

18

	taille (m)	masse (kg)
Audrey	1,1	30,4
Benoît	1,17	31,8
Clarisse	1,2	31,5
Delphine	1,02	30
Étienne	1,04	29,5

1° Ranger les cinq enfants du plus lourd au moins lourd.

2° Ranger les cinq enfants du plus petit au plus grand.

19

À l'occasion d'une épreuve de saut en longueur, on a noté d'une manière curieuse, pour chaque concurrent, les résultats obtenus lors des trois essais.

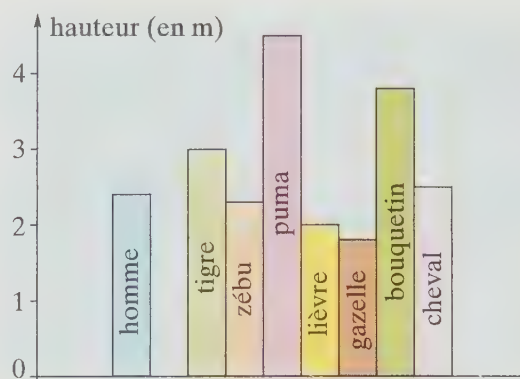
Alex	Bob	Carl
7,89 m	0,8 dam	82 dm
79,8 dm	7,95 m	802 cm
790 cm	806 cm	8 260 mm

1° Retrouver le meilleur résultat de chacun de ces trois athlètes.

2° Combien manque-t-il de centimètres à chacun pour égaler le record de France qui était de 8,30 m le jour de cette épreuve ?

20

Ce graphique indique la hauteur maximale à laquelle l'homme et quelques animaux peuvent sauter.



1° Quels animaux sautent plus haut que l'homme ?

2° Ranger les huit hauteurs par ordre décroissant.

21 Écrire *directement*, en écriture décimale, le résultat donné par chacune des expressions suivantes :

- a) le dixième de treize ;
- b) le dixième de cent deux ;
- c) le centième de quinze ;
- d) le centième de cent seize ;
- e) le millième de deux cent douze ;
- f) le millième de mille cent onze.

22 Recopier et relier chaque écriture de gauche à la bonne écriture décimale de droite.

$4 + \frac{5}{10}$	•
$\frac{405}{100}$	•
$\frac{450}{100}$	•
$4 + \frac{5}{100}$	•

• 4,05
• 4,5

23 Recopier et relier chaque écriture décimale à la fraction décimale correspondante.

12,3	•
0,123	•
0,0123	•
1,23	•

• $\frac{123}{100}$
• $\frac{123}{10\,000}$
• $\frac{123}{10}$
• $\frac{123}{1\,000}$

24 Parmi les écritures fractionnaires ci-dessous, préciser celle qui correspond à l'écriture décimale 290,75 :

$\frac{29\,075}{10}$ $\frac{290}{75}$ $\frac{2\,975}{100}$ $\frac{29\,075}{100}$ $\frac{29\,075}{1\,000}$

25 Parmi les écritures décimales ci-dessous, indiquer celle qui correspond à la fraction décimale $\frac{180}{100}$:

0,18 1,8 18 180,100 18 000

26 Comparer mentalement les nombres donnés comme dans l'exemple suivant :

Exemple : Pour comparer $\frac{7}{10}$ et $\frac{69}{100}$ il suffit d'observer que $\frac{7}{10} = \frac{70}{100}$.
Or $\frac{70}{100} > \frac{69}{100}$, donc $\frac{7}{10} > \frac{69}{100}$.

- a) $\frac{28}{100}$ et $\frac{3}{10}$;
- b) $\frac{27}{10}$ et $\frac{267}{100}$;
- c) $\frac{245}{1\,000}$ et $\frac{25}{100}$;
- d) $\frac{137}{100}$ et $\frac{1\,307}{1\,000}$.

27 Même consigne que pour l'exercice n° 26.

- a) $\frac{43}{10}$ et $\frac{22}{5}$;
- b) $\frac{19}{5}$ et $\frac{37}{10}$;
- c) $\frac{39}{10}$ et $\frac{7}{2}$;
- d) $\frac{3}{25}$ et $\frac{13}{100}$.

28 Voici un encadrement : $4,2 < \star < 4,3$.
Le symbole $\star$ peut-il être remplacé par un (ou plusieurs) des nombres ci-dessous ? Lequel ou lesquels ?

$\frac{4\,207}{1\,000}$ $\frac{435}{100}$ $\frac{421}{100}$ $\frac{41}{10}$

29 Lire un tableau

Chaque nombre indique la distance routière, en milliers de kilomètres, entre deux villes.

	Barcelone	Berlin	Venise
Paris	1,125	1,1	1,145
Lyon	0,644	1,29	0,79
Marseille	0,515	1,584	0,81
Strasbourg	1,07	0,8	0,89

1° Éric dit que la distance entre Paris et Berlin est plus courte que la distance entre Strasbourg et Barcelone.

A-t-il raison ? Justifier.

2° Citer les deux villes du tableau séparées par plus de 1 500 km.

3° Citer deux villes du tableau séparées par moins de 700 km (il y a deux solutions).

30 Le bon vocabulaire

Recopier le texte ci-dessous en le complétant par les quatre expressions suivantes :

la partie entière ; l'abscisse ; une écriture décimale ; une fraction décimale.

À propos du nombre *six unités cinq dixièmes* :

6,5 est $\frac{65}{10}$ est 6 est

6,5 est du point A indiqué ci-dessous :



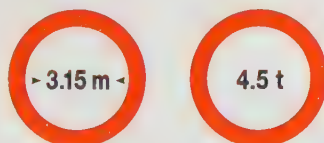
31 Chercher l'erreur

Trouver la faute dans le raisonnement de Julie qui compare les nombres 23,1478 et 22,149, et dans celui de Julien qui compare 12,451 et 12,49.

Julie : « Pour comparer 23,1478 et 22,149, j'utilise la méthode 1 du 2nd cas de la leçon (p. 73) : ces deux nombres ont le même chiffre des dixièmes (1), le même chiffre des centièmes (4), mais les chiffres des millièmes sont différents (7 et 9) ; donc 23,1478 est plus petit que 22,149. »

Julien : « Je dis que 12,451 est plus grand que 12,49 car ces deux nombres ont la même partie entière (12) et la partie décimale du premier (451) est plus grande que celle du second (49). »

32 Comprendre des interdictions !

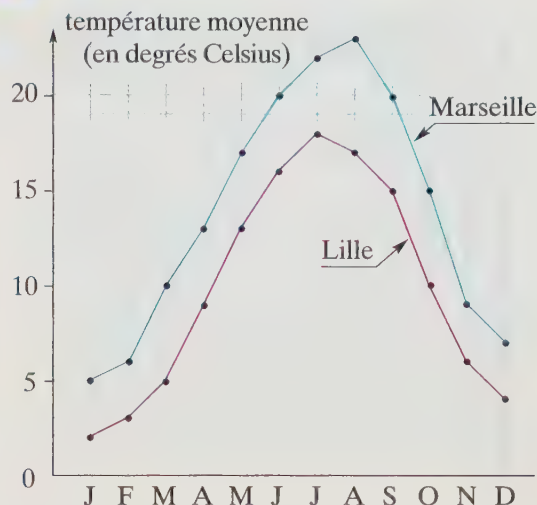


Quatre camions se trouvent à l'entrée d'un pont signalé par les deux panneaux ci-dessus.

	largeur	« poids »
camion X	3 m	5,4 t
camion Y	31 dm	4 400 kg
camion Z	3,5 m	4 900 kg
camion T	315 cm	4,5 t

Charline affirme qu'un seul de ces camions a le droit de franchir le pont. A-t-elle raison ?

33 Comprendre un graphique



1° Le mois le plus chaud est-il le même pour les deux villes ? Justifier.

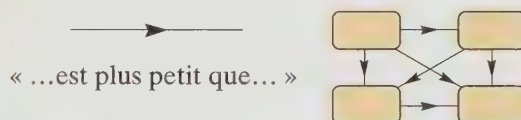
2° Le mois le plus froid est-il le même pour les deux villes ? Justifier.

3° Les quatre mois les plus froids sont-ils les mêmes à Lille qu'à Marseille ? Justifier.

4° Y a-t-il eu, à Lille, deux mois ayant la même température moyenne ? et à Marseille ? Justifier.

34 Comprendre un schéma fléché

Placer les nombres 4,05 ; 5,04 ; 4,5 ; 5,4 sur le schéma :



35 Correction de travaux d'élèves

On a proposé à trois élèves de 6^e de ranger les nombres suivants par ordre décroissant :

3,3 3,313 3,13 3,33 3,131

Agnès	Bastien	Clément
3,313	3,33	3,13
3,131	3,313	3,131
3,33	3,3	3,3
3,13	3,131	3,313
3,3	3,13	3,33

1° De ces trois élèves, un seul a donné le bon résultat. Lequel ?

2° Les deux autres n'ont pas respecté la consigne. Comment expliquer leurs erreurs ?

Pour débattre en classe

36 Répondre par Vrai ou Faux à chacune des affirmations suivantes et justifier la réponse.

- a

$0,050 = \frac{50}{100}$.
- b

$\frac{1234}{100} = 12,34$.
- c

$\frac{2}{10} + \frac{3}{10} = \frac{5}{20}$.
- d

$\frac{2}{10} \times \frac{3}{10} = \frac{6}{100}$.
- e

Quel que soit le chiffre caché, on a toujours : $27,415 > 27,3\Box25$.
- f

Les nombres suivants sont rangés par ordre croissant : 0,61 ; 0,602 ; 0,66 ; 0,7.
- g

Les nombres suivants sont rangés par ordre décroissant : 0,9 ; 0,88 ; 0,825 ; 0,82.
- h

Il n'existe pas de nombre décimal compris entre 0,15 et 0,16.

Pour les affirmations i à k, on considère une partie de la demi-droite graduée suivante :



- i

L'abscisse de A est 5,75.
- j

L'abscisse de B est 5,8.
- k

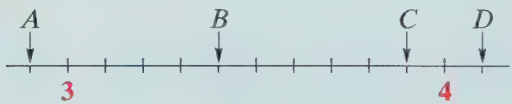
L'abscisse de C est 6.

Pour s'évaluer à la maison

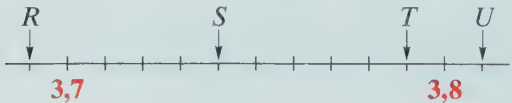
37 Reproduire et compléter : (voir p. 70, Activité 1)

deux unités trois dixièmes			
	8,05		
		$\frac{456}{100}$	
			$3 + \frac{75}{1000}$

38 1° Indiquer l'abscisse de chacun des points A, B, C et D.



2° Indiquer l'abscisse de chacun des points R, S, T et U.



3° Ranger les huit abscisses des points des questions 1° et 2° par ordre croissant.

39 Trouver l'intrus

$\frac{915}{10}$
 $91,5$
 $91 + \frac{5}{10}$
 $\frac{915}{100}$
 $\frac{9\ 150}{100}$

40 Ranger les longueurs des quatre objets A, B, C et D par ordre décroissant.

objet A	objet B	objet C	objet D
12,5 dm	0,13 dam	125,7 cm	1,2 m

41 Recopier le tableau, puis, pour chacune des questions suivantes, répondre par OUI ou par NON.

7,7	est-il compris entre 7,8 et 7,9 ?	
7,81	est-il compris entre 7,8 et 7,9 ?	
7,98	est-il compris entre 7,8 et 7,9 ?	
7,807	est-il compris entre 7,8 et 7,9 ?	
7,89	est-il compris entre 7,8 et 7,9 ?	

À propos des diverses écritures des nombres décimaux

42 Recopier et compléter les égalités :

- a) $0,5 = \frac{5}{\square}$ b) $2,3 = \frac{\square}{10}$
 c) $0,09 = \frac{9}{\square}$ d) $4,02 = \frac{\square}{100}$
 e) $0,038 = \frac{38}{\square}$ f) $1,605 = \frac{\square}{1000}$

43 Recopier et compléter les égalités :

- a) $1,2 = \frac{\square}{10} = \frac{120}{\square} = \frac{\square}{1000}$
 b) $0,75 = \frac{75}{\square} = \frac{\square}{1000} = \frac{7500}{\square}$

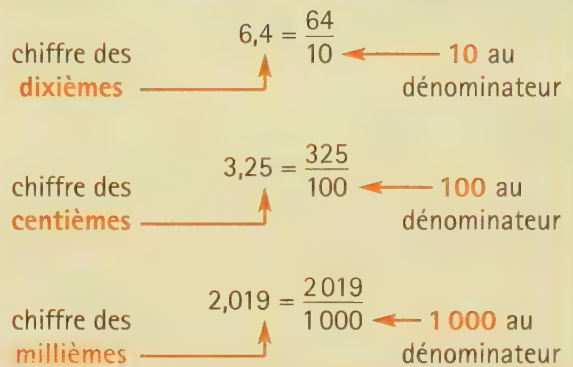
44 Écrire chaque nombre sous forme d'une fraction décimale.

- a) 7,5; b) 6,21; c) 5,834;
 d) 0,06; e) 0,107; f) 0,9.

45 Donner l'écriture décimale (sans zéros inutiles) des nombres :

- a) $\frac{906}{10}$; b) $\frac{152}{100}$; c) $\frac{7064}{1000}$;
 d) quatre dixièmes;
 e) trente-trois centièmes;
 f) vingt millièmes.

À retenir



À propos de la comparaison de nombres décimaux

46 Recopier chacune des lignes, puis entourer le plus petit des deux nombres :

- a) 102,85 103,15;
 b) 5 364,1 536,41;
 c) 750,25 750,3;
 d) 0,42 0,5;
 e) 010,10 01,010.

47 0,15 35,6 57 0,2 95 35,06

Compléter chaque case en choisissant, parmi les nombres ci-dessus, celui qui convient :

- a) $59 < \square$; b) $35,60 = \square$; c) $0,18 > \square$.

48 Dans chaque case, placer le symbole qui convient (< ou > ou =).

- 689 $\square$ 698 2,34 $\square$ 2,340
 6,54 $\square$ 6,45 23,04 $\square$ 23,4
 6,31 $\square$ 6,032 0,203 $\square$ 0,23

49 Indiquer, dans chaque cas, si on peut comparer les deux nombres malgré certains chiffres cachés.

Exemples :

- 34, $\square$ 5 et 43, $\square$ $\square$ on peut comparer
 17, $\square$ et 17,2 $\square$ on ne peut pas comparer

- a) 132, $\square$ et 123, $\square$ $\square$;
 b) 51,29 et 51,28 $\square$;
 c) 10, $\square$ 5 et 10, $\square$ 6;
 d) 234 $\square$,8 et 235 $\square$,4;
 e) 139,17 et 139, $\square$ 5;
 f) 28,05 et 28, $\square$ 6.



À revoir... si nécessaire!

→ Les différentes méthodes pour comparer deux nombres décimaux (page 73).

Diverses écritures

50 Donner l'écriture décimale (sans zéros inutiles) des nombres :

$$\frac{34}{100}; \quad \frac{7}{10}; \quad \frac{26}{100}; \quad \frac{189}{10}; \quad \frac{4620}{100}; \quad \frac{9}{100}.$$

51 Écrire les nombres suivants sous forme de fractions décimales dont le dénominateur est le plus petit possible.

- a) 0,3; b) 4,60; c) 3,72; d) 2,015;
e) treize dixièmes; f) cent vingt centièmes.

52 Écrire chaque quotient sous la forme d'une fraction décimale, puis donner son écriture décimale.

Exemples : $\frac{4}{5} = \frac{4 \times 2}{5 \times 2} = \frac{8}{10} = 0,8$
 $\frac{3}{5} = \frac{3 \times 25}{5 \times 25} = \frac{75}{125} = 0,75$

a) $\frac{7}{5}$; b) $\frac{9}{2}$; c) $\frac{11}{4}$; d) $\frac{8}{25}$.

53 Même consigne qu'à l'exercice 52.

a) $\frac{66}{20}$; b) $\frac{35}{50}$; c) $\frac{10}{40}$; d) $\frac{120}{250}$.

Comparer et ranger

54 Dans chaque case, placer le symbole qui convient ($<$ ou $>$ ou $=$).

2,13		2,123	0,013		0,12
3,12		30,12	0,11		0,110
4,210		4,21	0,101		1,01

55 Recopier chaque ligne puis entourer le plus petit des trois nombres proposés.

- | | | | |
|----|------|------|--------|
| a) | 4,8 | 8,2 | 6,2; |
| b) | 6,32 | 6,26 | 6,23; |
| c) | 5,01 | 5,1 | 5,11; |
| d) | 8,3 | 8,27 | 8,13; |
| e) | 0,4 | 0,04 | 0,404. |

56 a) Ranger, par ordre croissant, les nombres :
8,609; 7,98; 8,55; 7,898; 8,5.

b) Ranger, par ordre décroissant, les nombres :
9,25; 9,245; 9,15; 9,05; 9,6.

57 Ranger les nombres de la première ligne par ordre croissant et ceux de la seconde par ordre décroissant.

1 11,1 11,01 1,01 10,01 10,1 10 0,11
9 99,9 99,09 9,09 90,09 90,9 90 0,99

58 Ranger par ordre croissant les nombres :

- deux unités deux dixièmes;
- vingt-deux centièmes;
- deux unités deux centièmes;
- deux unités deux cent deux millièmes;
- deux dixièmes.

59 a) Ranger par ordre croissant :

3,8; $3 + \frac{685}{1000}$; 3,804; $\frac{36}{10}$; $\frac{3658}{1000}$; $3 + \frac{71}{100}$.

b) Ranger par ordre décroissant :

$\frac{51}{10}$; $\frac{501}{100}$; $0,511 \times 10$; $\frac{5}{10} + \frac{1}{100}$; $0,511 \times 100$.

60 Voir l'exercice résolu 2 de la page 73.

1° Indiquer les abscisses des points E, I, A et X.



2° Reproduire cette partie de demi-droite graduée et placer les points M, C, U et D d'abscisses respectives :
0,9; 0,73; 1,05; 0,45.

Quel mot lit-on ?

3° Ranger les huit abscisses par ordre croissant.

61 Ranger les six distances par ordre décroissant :

26,5 hm; 2,64 km; 26,54 hm;
266 dam; 2 655 m; 266,5 dam.

62 Recopier, puis, dans chaque cas, entourer la masse comprise entre la plus lourde et la plus légère.

- | | | | |
|----|----------|-----------|-----------|
| a) | 1 450 g; | 1,045 kg; | 15 hg. |
| b) | 0,1 t; | 99,1 kg; | 0,99 q. |
| c) | 6,05 g; | 0,56 dag; | 6 500 mg. |

Encadrer et intercaler

63 13,4 10,48 0,35 8,7 99,562

Pour chaque nombre ci-dessus, donner un encadrement par deux entiers consécutifs.

64 Dans chaque cas, intercaler deux décimaux :

- a) $0 < \dots < \dots < 1$ b) $4,2 < \dots < \dots < 4,3$
 c) $7,7 < \dots < \dots < 7,71$ d) $9,99 < \dots < \dots < 10$

65 1,657 1,66 1,65 1,689

Remplacer ces quatre nombres à la bonne place dans les quatre cases :

1,6 < < 1,655 < < 1,658
 1,659 < < 1,68 < < 1,7.

66 Retrouver les erreurs

Recopier le tableau en corrigeant (en rouge) les erreurs éventuelles dans les réponses « oui » ou « non ».

	inférieur à 1,5	compris entre 1,5 et 1,6	supérieur à 1,6
1,7	non	non	oui
1,58	non	oui	non
1,07	non	non	oui
1,61	non	oui	oui
1,504	oui	non	non

Opérations

67 Compléter les quatre cases pour que la somme des nombres dans chacune des trois barres de l'arche soit la même. (Les résultats seront écrits sous forme de fraction décimale.)

$\frac{3}{10}$		$\frac{2}{10}$
$\frac{7}{10}$		
$\frac{1}{10}$		$\frac{4}{10}$

$\frac{7}{10}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{25}{100}$
		$\frac{5}{10}$
$\frac{45}{100}$		

Problèmes

68 Le lancer du poids

Voici les résultats obtenus par cinq athlètes au lancer du poids :

Rachid : 15,38 m ;
 Ivan : 15 m ;
 Yohan : 15,8 m ;
 Éric : 16,1 m ;
 Stan : 15,08 m.

Établir le classement de ces lanceurs (du meilleur au moins bon).



69 Le triple saut

Au 1^{er} essai :

- Luc a sauté à 10,35 m ;
- Marc a sauté à 50 cm de moins que Luc ;
- Norbert a réalisé 90 cm de plus que Marc.

Au 2^e essai :

- Luc améliore son saut de 70 cm ;
- Marc améliore son saut d'un mètre ;
- Norbert n'améliore pas son saut.

Établir le classement de l'épreuve sachant qu'on prend en compte, pour chaque concurrent, le meilleur de ses deux essais.

70 Les neuf planètes

planète	diamètre (en milliers de km)	distance au Soleil (en km)
Uranus	47	2 869 000 000
Vénus	12,1	108 200 000
Neptune	48	4 497 000 000
Terre	12,76	149 600 000
Mars	6,8	228 000 000
Jupiter	142,2	778 300 000
Mercure	4,84	58 000 000
Saturne	119,3	1 425 800 000
Pluton	3	5 912 400 000

1^o Écrire les distances de chaque planète au Soleil en prenant comme unité le milliard de kilomètres.

2^o Ranger ces planètes de notre Système solaire de la plus proche à la plus éloignée du Soleil.

3^o Quelles planètes ont un diamètre compris entre 5 000 km et 15 000 km ?

Le nombre d'or ou la divine proportion

Un architecte romain du nom de Vitruve (vers 50 avant Jésus-Christ) étudia l'art architectural des Grecs et plus particulièrement les proportions utilisées. Il constata que dans toute l'architecture grecque on retrouvait une certaine proportion dans les formes, proportion très harmonieuse à l'œil. On retrouve cette proportion, appelée « la divine proportion », dans la construction de temples antiques (au Parthénon, en particulier) ou dans celle de cathédrales (comme à Reims) ainsi que dans un grand nombre de peintures à travers les siècles.



Ainsi, un rectangle, par exemple, de longueur L et de largeur ℓ , serait le plus harmonieux au regard (serait donc dans la divine proportion) quand :

$$L = \ell \times k$$

où k est un nombre valant 1,61803398... appelé le nombre d'or.

k n'est pas un nombre décimal puisque son écriture à virgule ne se termine pas.

On peut néanmoins trouver des écritures fractionnaires qui sont proches du nombre k .

Pour cela, on va écrire une liste de nombres entiers en partant de l'entier 1 qu'on ajoute à lui-même, ce qui donne 2, on ajoute alors 2 à 1 (le nombre juste avant 2 dans la liste), ce qui donne 3, puis on ajoute 2 à 3, ce qui donne 5, puis on ajoute 3 à 5, ce qui donne 8, puis on ajoute 5 à 8, ce qui donne 13 et ainsi de suite. On obtient alors la liste : 2 ; 3 ; 5 ; 8 ; 13 ; 21 ; 34 ; 55 ; 89 ; etc.

On écrit ensuite les écritures fractionnaires :

$$\frac{3}{2}, \frac{5}{3}, \frac{8}{5}, \frac{13}{8}, \frac{21}{13}, \frac{34}{21}, \frac{55}{34}, \frac{89}{55}; \text{ etc.}$$

À l'aide d'une calculatrice, on s'aperçoit que plus les numérateurs et dénominateurs sont grands, plus l'écriture fractionnaire est proche de k .

À vous de jouer !

◆ Parmi les écritures fractionnaires précédentes, lesquelles ont des écritures décimales ?

◆ Les statues grecques étaient dans la divine proportion : la hauteur de la statue divisée par la hauteur du nombril était voisin de k . Pour savoir si « vous êtes dans la divine proportion », divisez votre taille par la hauteur de votre nombril. Si le nombre trouvé est inférieur à k , vous avez des grandes jambes, s'il est supérieur à k , vous avez un grand buste...



L'ENIGME DU CHAPITRE



Il s'agit de découvrir le nombre décimal caché ci-dessus. On sait qu'il est compris entre trente et un dixièmes et trente-deux dixièmes et on a les renseignements suivants :

- son chiffre des centièmes est égal à la somme du chiffre des unités et du chiffre des dixièmes ;
- son chiffre des millièmes est égal au chiffre des dixièmes ;
- son chiffre des dix millièmes est égal au double de la partie entière.

CHAPITRE 6

Écritures littérales Les premières équations

De l'école au collège

QCM

Pour chaque question,
indiquer la réponse exacte
(ou les réponses exactes).

R É P O N S E S

	A	B	C
1 On a écrit le programme de calcul : « Choisir un nombre, le multiplier par 2, ajouter 1 ». En suivant ce programme, quand on choisit 5, on trouve :	14	11	2
2 En suivant le même programme de calcul que ci-dessus, quand on trouve 5, le nombre choisi est :	2	14	2,5
3 L'aire d'un rectangle de dimensions a et b est :	$L \times \ell$	$a \times b$	$2 \times (L + \ell)$
4 Le périmètre d'un rectangle de dimensions L et ℓ est :	$2 \times (L + \ell)$	$(2 \times L) + (2 \times \ell)$	$L + \ell + L + \ell$
5 Dans « ... + 5,6 = 63 », le nombre manquant est :	68,6	7	57,4
6 Dans « ... - 5,6 = 63 », le nombre manquant est :	68,6	7	57,4
7 Dans « ... $\times$ 5,6 = 63 », le nombre manquant est :	11,25	$\frac{630}{56}$	57,4

Comment utiliser et construire une formule ?Comment remplacer les lettres d'une formule par des nombres ?

1 Bilan d'un commerce

Une commerçante achète des fruits et des légumes pour les vendre.
Elle calcule le bénéfice réalisé en appliquant la *formule* :

$$B = Pv - Ca$$

B est le **B**énéfice.

Pv est le **P**rix de vente.

Ca est le **C**oût d'achat : il comprend le prix d'achat et les frais de transport des marchandises.

Acte 1

1° Recopier, puis compléter les deux phrases suivantes :

Le bénéfice est la différence entre ... et

Pour obtenir le bénéfice, il faut soustraire le ... du

2° a) Pour 5 kg de pommes de terre, le coût d'achat est de 2,25 € et le prix de vente de 3,4 €. Calculer le bénéfice.

b) Calculer B pour une botte de carottes, sachant que $Pv = 1,47$ € et $Ca = 0,98$ €.

Acte 2

Le coût d'achat (Ca) est la somme du prix d'achat (Pa) et des frais (F).

Le schéma ci-après traduit toutes les opérations : c'est un **arbre de calcul**.

1° Le prix d'achat d'un lot de bananes est 12,5 €, les frais s'élèvent à 5,75 € et le prix de vente est 38,5 €.

Calculer le coût d'achat, puis le bénéfice.

2° Écrire une formule qui fournit le coût d'achat à l'aide du prix d'achat et des frais :

$Ca = \dots$

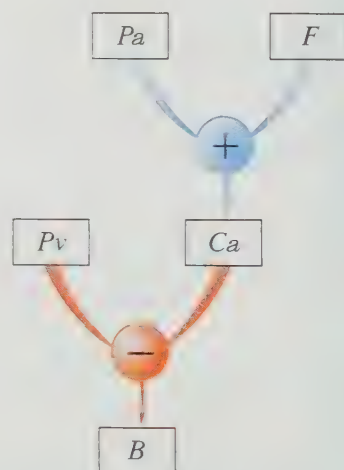
3° a) Écrire une formule qui exprime B à l'aide de Pv , Pa et F .

b) Utiliser cette formule pour calculer B en remplaçant :
 Pv par 38,5 € ; Pa par 12,5 € ; F par 5,75 €.

Comparer avec le bénéfice trouvé au 1°.

c) Calculer le bénéfice réalisé sur la vente de poireaux lorsque :

$Pa = 45,7$ € ; $Pv = 127$ € et $F = 50$ €.



Qu'est-ce qu'une égalité d'expressions littérales ?

Qu'est-ce que résoudre une équation ?

2 De belles égalités

1° Faire fonctionner le programme ci-contre pour chacun des nombres suivants :

0,1 ; 1 ; et 100.

Que remarque-t-on ?

Programme de calcul

- Choisir un nombre décimal.
- Calculer son double et son triple.
- Ajouter ces deux nombres.
- Diviser le résultat par 5.

2° a) Pour expliquer ce qui se passe lors de l'exécution de ce programme de calcul, désigner par n le nombre choisi, puis :

- écrire **deux** expressions littérales* du double de n ;
- écrire **deux** expressions littérales du triple de n ;
- écrire **deux** expressions littérales de la somme du double de n et du triple de n .

b) Si n est le nombre entré dans le programme, écrire, le plus simplement possible à l'aide de n , le résultat sorti.

3° Parmi les égalités suivantes quelles sont celles qui sont vraies pour tous les nombres n ?

$$n + 2 = 2 \times n \quad n + n = 2 \times n \quad n + n + n = n + 3 \quad (2 \times n) + (3 \times n) = 5 \times n$$

$$3 \times n = n + n + n \quad (n + n) + (n + n + n) = 5 \times n \quad (n \times 5) - 5 = n \quad (5 \times n) : 5 = n$$

3 Les nombres manquants

On réutilise les formules de la page 84 : ① $B = Pv - Ca$ ② $Ca = Pa + F$

1° a) Calculer le prix d'achat dans les cas suivants, en précisant la formule choisie :

- le coût d'achat (Ca) est 34 € et les frais (F) de 3,4 € ;
- $F = 8,75$ € et $Ca = 15,09$ €.

b) Écrire une formule qui fournit le prix d'achat à l'aide du coût d'achat et des frais.

2° a) Calculer le prix de vente dans les cas suivants, en précisant la formule choisie :

- $Ca = 23$ € et $B = 5$ € ;
- $Pa = 15$ €, $F = 7$ €, $B = 17$ €.

b) Écrire une formule qui fournit Pv à l'aide de B et Ca .

3° a) Calculer le coût d'achat dans les cas suivants, en utilisant la formule trouvée au 2° :

- le prix de vente est 5,12 € et le bénéfice est 1,05 € ;
- $B = 3,45$ € et $Pv = 8,54$ €.

b) Écrire une formule qui fournit Ca à l'aide de B et de Pv .

* $a + 3$, $2 \times b$, $x + x + x$ sont des exemples d'expressions littérales car certains nombres sont désignés par des lettres.

1 Programme de calcul

Pour décrire un programme de calcul, on peut :

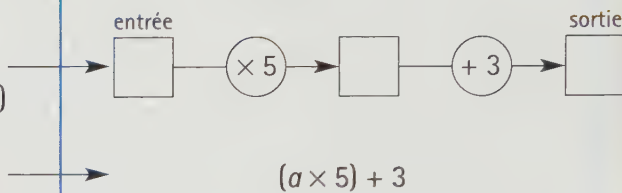
• Écrire **une suite d'instructions** (en français)

• Réaliser **un schéma de calcul** (ce schéma montre les opérations et l'ordre dans lequel on doit les effectuer)

• Écrire **une expression littérale** (la lettre désigne le nombre entré)

Exemple

- Choisir un nombre.
- Le multiplier par 5.
- Ajouter 3.



Pour faire fonctionner un programme, on peut :

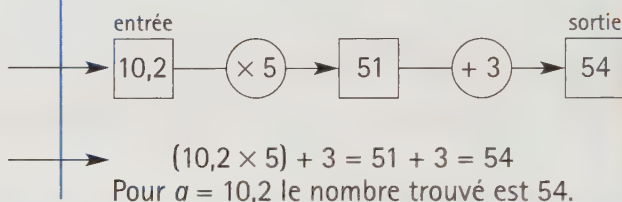
• Suivre la suite d'instructions en français

• Entrer un nombre dans le schéma de calcul

• Remplacer la lettre par un nombre

Exemple

Faire fonctionner le programme précédent pour 10,2.



2 Formule en mathématiques

Qu'est-ce qu'une formule ?

Une formule est une égalité qui indique comment calculer une grandeur à l'aide d'autres grandeurs.

Exemple

Si $\mathcal{A}$ désigne l'aire d'un rectangle, L et ℓ ses dimensions, la formule :

$$\mathcal{A} = L \times \ell$$

indique la façon dont on peut calculer $\mathcal{A}$ lorsqu'on connaît L et ℓ .

Que signifie : appliquer une formule ?

Appliquer une formule pour calculer une grandeur, c'est remplacer par des nombres les grandeurs connues, puis effectuer les calculs.

Exemple

Pour calculer l'aire $\mathcal{A}$ d'un rectangle lorsque $L = 12$ cm et $\ell = 6$ cm, on applique la formule $\mathcal{A} = L \times \ell$.

3 Égalité de deux expressions littérales

Pour n'importe quel nombre mis à la place de « a » :

Le double de a

$$a + a = 2 \times a$$

et

$$2 \times a = a + a$$

Le triple de a

$$a + a + a = 3 \times a$$

et

$$3 \times a = a + a + a$$

Le quadruple de a

$$a + a + a + a = 4 \times a$$

et

$$4 \times a = a + a + a + a$$

4 Premières équations : retrouver le nombre entré

Les exemples ci-dessous montrent comment retrouver le nombre entré désigné par x .

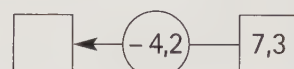
Exemple 1

Programme avec addition



Équation : $x + 4,2 = 7,3$

alors

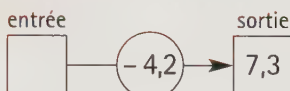


$$x = 7,3 - 4,2$$

le nombre cherché est 3,1

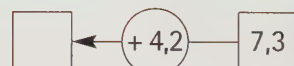
Exemple 2

Programme avec soustraction



Équation : $x - 4,2 = 7,3$

alors

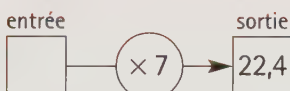


$$x = 7,3 + 4,2$$

le nombre cherché est 11,5

Exemple 3

Programme avec multiplication



Équation : $x \times 7 = 22,4$

alors



$$x = 22,4 : 7$$

le nombre cherché est 3,2

Exercice résolu

Énoncé : 1° Écrire plus simplement : $(2 \times x) + (3 \times x) + x$.

2° Emma a payé 3,84 euros pour 6 grammes de petites perles à bracelet. Combien vaut le gramme de perles ?

Solution : 1° $(2 \times x) + (3 \times x) + x = (x + x) + (x + x + x) + x = 6 \times x$.

2° On désigne par x le prix du gramme de perles. Le prix de 6 g s'écrit $6 \times x$.

$$\text{Donc : } 6 \times x = 3,84$$

$$x = 3,84 : 6$$

$$x = 0,64.$$

Le gramme de perles vaut 0,64 euro.

Applications → exercices n°s 13 et 14

Programmes de calcul

1 Voici un programme de calcul appelé A :
« Choisir un nombre ; lui ajouter 4. »

1° Recopier et compléter le tableau :

nombre entré	nombre sorti
4	
5,5	
12	
100	

2° Réaliser un schéma de calcul qui décrit le programme A.

3° En désignant par n le nombre entré, écrire l'expression littérale qui décrit le programme A.

4° Recopier, puis compléter la phrase encadrée ci-dessous en utilisant deux des six expressions :

la différence, la somme, le produit, le quotient, et de, par.

Le résultat obtenu en appliquant le programme A est ... du nombre entré ... 4.

2 Recommencer l'exercice 1 avec le programme B suivant :

« Choisir un nombre ; le multiplier par 4. »

3 Recommencer l'exercice 1 avec le programme C suivant :

« Choisir un nombre ; lui soustraire 4. »

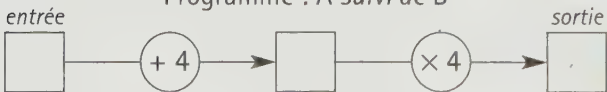
4 Recommencer l'exercice 1 avec le programme D suivant :

« Choisir un nombre ; le diviser par 4. »

5 Enchaînements de programmes

On fait suivre le programme A de l'exercice 1 du programme B de l'exercice 2.

Programme : A suivi de B



1° Pour le nouveau programme obtenu :

- a) écrire la suite d'instructions en français ;
- b) écrire son expression littérale en désignant par a le nombre entré.

2° Réaliser le schéma de calcul du programme « B suivi de A ».

3° Les deux programmes « A suivi de B » et « B suivi de A » donnent-ils les mêmes résultats ?

Écrire des formules

6 Formule de conversion

Pour avoir une valeur approchée de la valeur des francs en euros, on peut utiliser le procédé simple suivant :

« À la valeur en francs, ajouter la moitié de cette valeur, puis diviser le total par dix. »

1° Écrire une formule qui exprime ce procédé.

2° Utiliser cette formule pour convertir 100 francs en euros. Comparer avec la valeur exacte.

(Rappel : 1 euro vaut 6,55957 francs.)

7 Chaussures françaises (1)

La pointure française d'une chaussure se calcule en multipliant la longueur du pied en centimètres par 1,5.

a) Écrire une formule qui exprime ce procédé.

b) Calculer la pointure française pour les longueurs de pied suivantes :

20 cm, 24 cm et 25 cm.



8 Chaussures françaises (2)

a) En reprenant les informations de l'exercice 7, écrire une formule qui donne la longueur du pied lorsqu'on connaît la pointure.

b) Calculer la longueur du pied (en cm) pour les pointures suivantes : 33 ; 39 ; 42.

9 Voici un programme de calcul écrit en français :

« Choisir un nombre, additionner 3,456, multiplier la somme obtenue par 0,32. »

Faire fonctionner ce programme avec les nombres suivants : 10,4 ; 0,453 ; 100 ; 7,98.

10 Pour trouver le prix de vente de ses marchandises, un commerçant applique toujours le procédé suivant :

il multiplie le prix d'achat par 1,82.

1° Écrire une formule qui exprime ce procédé.

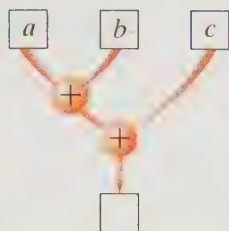
2° Calculer le prix de vente des marchandises dont les prix d'achat sont respectivement 3,75 ; 0,54 ; 17,4 euros.

3° Quel est le prix d'achat d'un produit dont le prix de vente est de 5,67 euros ?

Égalités

11 1° a) Des deux expressions littérales :

$(a + b) + c$ et $a + (b + c)$
laquelle correspond à l'arbre de calcul ci-contre ?



b) Réaliser l'arbre de calcul de l'expression littérale restante.

2° Recopier et compléter en calculant mentalement :

a	b	c	$(a + b) + c$	$a + (b + c)$
4	5	6		
3,4	0,6	1		
7	0,25	0,75		

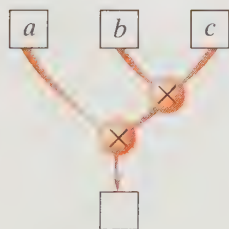
3° Que peut-on dire des expressions littérales : $(a + b) + c$ et $a + (b + c)$?

4° Quelqu'un a exécuté le calcul : $(4,675 + 9,43) + 87,0987$ et a trouvé 101,2037.
Peut-on, sans calcul, connaître la somme : $4,675 + (9,43 + 87,0987)$? Justifier la réponse.

On peut écrire $a + b + c$ au lieu de $(a + b) + c$ ou de $a + (b + c)$.

12 1° a) Des deux expressions littérales :

$(a \times b) \times c$ et $a \times (b \times c)$
laquelle correspond à l'arbre de calcul ci-contre ?



b) Réaliser l'arbre de calcul de l'expression littérale restante.

2° Recopier et compléter en calculant mentalement :

a	b	c	$(a \times b) \times c$	$a \times (b \times c)$
10	1	2		
4	5	6		
7	0,01	100		

3° Que peut-on dire des expressions littérales : $(a \times b) \times c$ et $a \times (b \times c)$?

4° Quelqu'un a exécuté le calcul : $(4,675 \times 9,43) \times 0,0987$ et a trouvé 4,351214175.
Peut-on, sans calcul, connaître le produit : $4,675 \times (9,43 \times 0,0987)$. Justifier la réponse.

On peut écrire $a \times b \times c$ au lieu de $(a \times b) \times c$ ou de $a \times (b \times c)$.

13 Voir l'exercice résolu de la page 87.

Écrire plus simplement chacune des expressions littérales suivantes :

$$E = a + a + a + a + a + a + a \quad F = (a + 12) + 5$$

$$G = (a \times 3) + (a \times 4) \quad H = a + 4 + a + a + 4$$

$$I = (a \times 12) \times 5 \quad J = (5 \times a) + a + (a \times 4)$$

$$K = (a + 2) + (a + 2) + (a + 2) + (a + 2)$$

Équations

14 Voir l'exercice résolu de la page 87.

Voici trois énoncés de problème et deux équations.

1° Associer chaque problème à l'équation qui lui correspond. (Attention, une même équation correspond à deux problèmes !)

① On désigne la longueur du côté d'un losange par x .

Exprimer le périmètre du losange à l'aide de x . Sachant que ce périmètre est 35 cm, calculer x .

② Un rectangle a une largeur de 4 cm et sa longueur est désignée par x .

Écrire son demi-périmètre à l'aide de x .

Sachant que le périmètre du rectangle est 35 cm, calculer x .

③ Un rectangle a une largeur de 4 cm et sa longueur est désignée par x .

Écrire son aire à l'aide de x .

Sachant que cette aire est 35 cm^2 , calculer x .

④ $x + 4 = 35 : 2$

⑤ $4 \times x = 35$

2° Résoudre chaque problème.

Dans les exercices 15 et 16, retrouver le nombre désigné par x qui convient.

15 a) $65 + x = 108$

b) $12,7 = x + 6$

c) $10 \times x = 67$

d) $x \times 4 = 64$.

16 a) $x - 5 = 56$

b) $x - (3 + 5,98) = 2,56$

c) $57 = 3 \times x$

d) $124 = 5 \times x$.

17 L'aire d'un triangle rectangle est $13,5 \text{ cm}^2$.

L'un des côtés de l'angle droit mesure 4,5 cm.

Calculer la longueur x de l'autre côté de l'angle droit.

18 Pour avoir une valeur approchée de la valeur des francs en euros, on peut utiliser ce procédé simple :

« À la valeur en francs, ajouter la moitié de cette valeur, puis diviser le total par dix. »

Utiliser le procédé pour convertir mentalement :

- a) 200 F; b) 30 F; c) 1 500 F.

Anciennes recettes de calcul mental

Dans les exercices 19 et 20, chaque recette est décrite par une égalité d'expressions littérales dans lesquelles x désigne un nombre.

19 $x : 4 = (x : 2) : 2$

1° Compléter la description du procédé en français :

« Pour ... un nombre par quatre, ... ce nombre par deux, puis ... encore par deux. »

2° Appliquer ce procédé aux nombres suivants :

- a) 64; b) 38; c) 56;
d) 104; e) 1002; f) 45.

20 $x : 5 = (x \times 2) : 10$

1° Compléter la description du procédé en français :

« Pour ... un nombre par ..., ... ce nombre par deux, puis ... par dix. »

2° Appliquer ce procédé aux nombres suivants :

- a) 27; b) 38; c) 84;
d) 104; e) 3007; f) 60500.

Appliquer une formule

21 Calculer *mentalement*, en m^2 , les aires des rectangles suivants (attention aux unités!) :

- a) $L = 10$ m et $\ell = 3$ m
b) $L = 2$ m et $\ell = 0,6$ m
c) $L = 4$ m et $\ell = 10$ cm
d) $L = 0,5$ m et $\ell = 0,5$ m
e) $L = 1$ m et $\ell = 15$ cm.

22 Calculer *mentalement*, en m, le périmètre des figures suivantes (attention aux unités!).

- a) Un carré de côté 5 m.
b) Un rectangle de dimensions 50 m et 0,5 m.
c) Un losange de 10 cm de côté.
d) Un triangle équilatéral de 40 m de côté.
e) Un triangle dont les côtés mesurent 6 m, 10 m, 7 m.

23 Écrire plus simplement les expressions littérales suivantes :

- a) $(7 \times a) + (5 \times a)$ b) $(10 \times b) + (6 \times b)$
c) $x + (3 \times x) + (4 \times x)$ d) $5 \times 8 \times x$;
e) $10 \times x \times 7$ f) $(4 \times a) + a$.

24 Retrouver mentalement le nombre désigné par x qui convient :

- a) $x + 7 = 10$ b) $x - 7 = 10$
c) $5 = x + 3$ d) $10 \times x = 6$
e) $15 = x - 4$ f) $60 = x \times 4$
g) $17 + x = 30$ h) $(3 \times x) + x = 4$.

25 Calculer mentalement :

$$35 + 12,6851 - 12,6851 = ?$$

$$3,897 + 12,456 - 3,897 = ?$$

$$10,56 + 9,7654 - 9,7654 = ?$$

$$9,2374 + 7 - 9,2374 = ?$$

À partir d'un résultat, en déduire d'autres

26 Une calculatrice a fourni le résultat suivant :

$$98,765 + 4,5678 = 103,3328$$

Calculer mentalement les nombres suivants :

$$A = 4,5678 + 98,765$$

$$B = (98,765 + 4,5678) - 3$$

$$C = 98,765 + 4,5678 + 10$$

$$D = 98,765 + (4,5678 + 100)$$

$$E = 98,765 + 0,1 + 4,5678$$

$$F = 103,3328 - 98,765$$

$$G = \frac{45\,678}{10\,000} + \frac{98\,765}{1\,000}$$

$$H = 10 \times (98,765 + 4,5678)$$

$$I = (0 + 4,5678) + 98,765$$

27 Une calculatrice a fourni le résultat suivant :

$$1111 \times 2222 = 2468642$$

Calculer mentalement les nombres suivants :

$$A = 1111 \times 0 \times 2222$$

$$B = (1111 \times 2) \times 1111$$

$$C = 2222 \times 11,11$$

$$D = 1111 \times 5 \times 2222 \times 2$$

$$E = (1111 \times 2222) + 1$$

$$F = 1,111 \times 22,22$$

$$G = 2468\,642 : 1111$$

$$H = 2468\,642 : 2222$$

28 De l'expression littérale au français

Chacune des expressions littérales ci-dessous décrit un programme de calcul pour lequel n désigne un nombre entré.

Transcrire chacune d'entre elles en une suite d'instructions en français :

- a) $n - 7$ b) $(n \times 7) + 6$ c) $(n - 9) \times 6$
 d) $n : 10$ e) $(n + 5) : 2$

29 Changer de nom, remplacer

Voici une expression littérale qui décrit un programme de calcul pour lequel a désigne un nombre entré :

$$(6 \times a) + (5 \times 4) + a$$

1° Changer le nom du nombre entré.

2° Remplacer le nombre entré par 6 et calculer le résultat.

3° Remplacer le nombre entré par $(2 \times b)$.

Désigner avec des lettres

30 Bob a x euros. Il en dépense 5.

Écrire, à l'aide de x , ce qui lui reste.

31 Un caramel coûte x euros.

Écrire, à l'aide de x , le prix de 7 caramels.

32 Les cheveux de Laura mesurent x cm. Ils poussent de 1 cm par mois. Écrire, à l'aide de x , la longueur des cheveux de Laura dans six mois.



33 Un vêtement vendu par correspondance coûte x euros plus 6 euros de frais de port.

Écrire, à l'aide de x , le prix de revient du vêtement.

34 Au café, une orangeade coûte a euros et une limonade b euros. Écrire, à l'aide de a et b , le prix total de 3 orangeades et 4 limonades.

35 Un élève de 6^e a 12 ans et son père x ans de plus que lui. Écrire, à l'aide de x , l'âge du père.

36 Une cassette coûte 20 euros dans un magasin et x euros de moins dans un autre.

Écrire, à l'aide de x , son prix dans le second magasin.

Les phrases mathématiques

37 1° Les écritures :

$$x + 2 = 3$$

$$8 > 5$$

$$6 < 7$$

sont des exemples de phrases mathématiques.

Chaque groupe verbal a été mis en rouge.

Exprimer, en français, chacune des phrases ci-dessus.

2° Recopier le tableau ci-dessous.

Pour chacune des lignes, mettre une croix :

- dans la colonne A, s'il s'agit d'une phrase ;
- dans la colonne B, s'il s'agit d'une phrase vraie ;
- dans la colonne C, s'il s'agit d'une phrase fausse.

	A	B	C
$30 = 6 \times 5$			
le triple de 4			
24 est un multiple de 9			
$y + y + y = 3 \times y$			
$2,45 > 2,5$			
$(x \times 4) + 6$			
$65 = (7 \times 9) + 2$			
101 est un diviseur de 1313			
55 %			
$13 \times 2 = 26 - 4 = 22$			

38 Formules de périmètre

Aude prétend que le périmètre P d'un rectangle de longueur L et de largeur ℓ est donné par la formule :

$$P = 2 \times (L + \ell).$$

Béa prétend que c'est :

$$P = (2 \times L) + (2 \times \ell).$$

Qui a raison et pourquoi ?

39 L'écriture qui montre

La phrase $1001 = 11 \times 91$ est vraie. Elle montre que 1001 est divisible par 11 (et par 91).

1° Que montrent les écritures de 1001 suivantes :

- a) $1001 = 77 \times 13$?
 b) $1001 = 7 \times 143$?
 c) $1001 = (500 \times 2) + 1$?

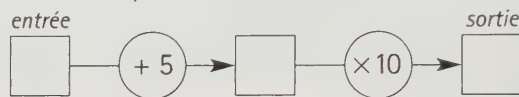
2° Que montrent les écritures de 154 suivantes :

- a) $154 = 11 \times 14$?
 b) $154 = (5 \times 30) + 4$?
 c) $154 = (1 \times 100) + (5 \times 10) + 4$?

Pour débattre en classe

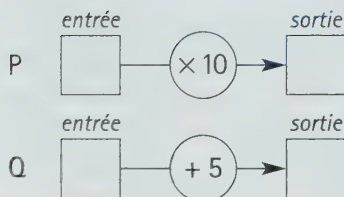
40 Répondre par Vrai ou Faux à chacune des affirmations suivantes et justifier la réponse.

- a) $(2 \times a) + 7$ est une expression littérale.
- b) Pour $a = 10$, alors $2 \times (a + 7)$ donne 27.
- c) Soit $x \times 5 = 10$. Le nombre désigné par x est 5.
- d) Les programmes décrits par « $x + 2$ » et par « $x \times 2$ » donnent le même résultat pour $x = 2$.
- e) Les programmes décrits par « $x + 2$ » et par « $x \times 2$ » donnent le même résultat quel que soit le nombre entré.
- f) $6 \times a$ est égal à $a + a + a + a + a$.
- g) Soit le programme : « $(8 \times x) - 10$ ». Si le nombre sorti est 38, le nombre entré est 6.
- h) Lorsqu'on applique le programme : « Choisir un nombre ; le diviser par 2 ; ajouter 3 » on obtient 6 quand on choisit 6.
- i) Le schéma de calcul ci-dessous décrit le programme d'expression littérale $x + (5 \times 10)$.



Pour s'évaluer à la maison

Les exercices 41 à 45 concernent les deux programmes de calcul P et Q :

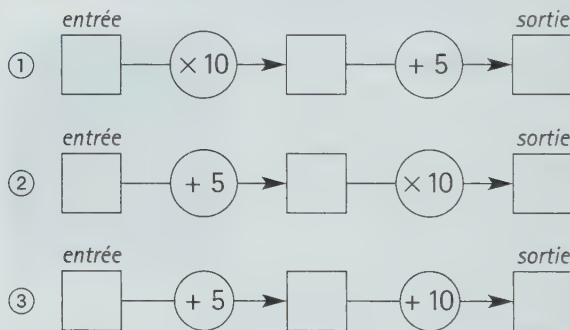


- 41** 1° Décrire P et Q en français.
 2° Parmi les expressions littérales quelle est celle qui décrit P ? celle qui décrit Q ?
 a) $x + 10$ b) $x + 5$ c) $x \times 10$ d) $x \times 5$

- 42** 1° On désigne par a le nombre entré.
 Calculer les nombres sortis par P pour :
 $a = 0,01$; $a = 5$; $a = 0$.
 2° Calculer les nombres sortis par Q pour :
 $a = 0,01$; $a = 5$; $a = 0$.

- 43** 1° On a trouvé 15 en appliquant le programme P. Quel était le nombre entré ?
 2° On a trouvé 15 en appliquant le programme Q. Quel était le nombre entré ?
 3° Sans faire *aucun* calcul, dire quels sont les nombres x et y tels que $x + 5 = 15$ et $y \times 10 = 15$.

- 44** 1° Des schémas de calcul suivants, quel est celui qui correspond au programme « Q suivi de P » ?



- 2° À quelle écriture littérale correspond « Q suivi de P » ?

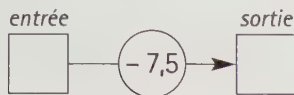
$(10 \times a) + 5$ $(5 \times a) + 10$ $(a + 5) \times 10$

- 45** En donnant à a quelques valeurs simples, tester les égalités ci-dessous pour reconnaître celles qui sont obligatoirement fausses.
 $(a + 5) \times 10 = a + 50$
 $(a + 5) \times 10 = (10 \times a) + 50$
 $(5 \times a) + 5 = 5 \times (a + 5)$
 $(a + 5) \times 10 = (a + 5) + (a + 5) + (a + 5) + (a + 5) + (a + 5)$

À propos de programmes de calcul

Retrouver les nombres entrés

46 On considère le programme de calcul décrit par le schéma ci-dessous :



1° Des élèves ont fait fonctionner ce programme :

Lucie : $10 - 7,5 = 2,5$

Loïc : $7,83 - 7,5 = 0,33$

Momo : $65 - 7,5 = 57,5$

Eva : $7,56 - 7,5 = 0,06$

a) Quel était le nombre entré par chaque élève ?

b) Si le nombre entré est désigné par a , quelle est l'expression littérale de ce programme de calcul ?

2° Extraits des copies des mêmes élèves qui ont caché le nombre entré par une $\star$:

Lucie : $\star - 7,5 = 3,5$

Loïc : $\star - 7,5 = 15$

Momo : $\star - 7,5 = 5,43$

Eva : $\star - 7,5 = 6,875$

a) Retrouver ce que cache $\star$ pour chaque élève.

b) Comment obtient-on le nombre entré dans le programme si on connaît le nombre sorti : en lui soustrayant 7,5 ou en lui ajoutant 7,5 ?

47 On considère le programme décrit par l'expression littérale : $x \times 9$ où x désigne le nombre entré. Des élèves ont fait fonctionner ce programme en cachant le nombre entré par $\star$.

Lucie : $\star \times 9 = 4,5$

Loïc : $\star \times 9 = 0,153$

Momo : $\star \times 9 = 540$

Eva : $\star \times 9 = 6,1101$

1° Retrouver ce que cache $\star$ pour chaque élève.

2° Comment obtient-on le nombre entré dans ce programme quand on connaît le nombre sorti ?

48 Le magicien

« Pensez à un nombre, que vous me cachez. Sans me montrer vos calculs, multipliez-le par 100. Divisez par 25 le produit obtenu. Combien trouvez-vous ? »

Lulu qui a pensé 24, a calculé :

$24 \times 100 = 2400$, puis $2400 : 25 = 96$.

Lulu répond « 96 » au magicien.

« Alors, c'est que le nombre de départ était 24 ! » dit le magicien.

1° Comme Lulu, appliquer le programme du magicien avec des nombres de votre choix.

2° Quelle est l'expression littérale de ce programme de calcul ? On désignera par x le nombre entré.

3° Le magicien a compliqué le programme pour embrouiller les gens.

Simplifier le programme et expliquer comment le magicien fait pour calculer le nombre entré.

Appliquer une formule

49 La formule d'Euler

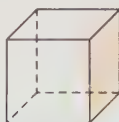
En 1758, le mathématicien Euler proposa la formule suivante pour certains solides :

$$A = S + F - 2$$

S désigne le nombre de sommets du solide, F le nombre de faces, A le nombre d'arêtes.

1° Vérifier cette formule pour les solides suivants :

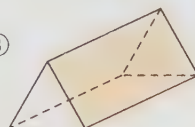
①



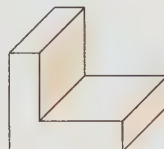
②



③



④



2° En appliquant la formule, trouver le nombre d'arêtes d'un solide qui a 20 faces et 12 sommets.

À revoir... si nécessaire !

→ Premières équations : retrouver le nombre entré (page 87).

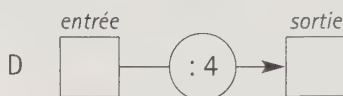
À revoir... si nécessaire !

→ Formule en mathématiques (page 86).

Programmes de calcul

50 Programme et division

On considère le programme de calcul, appelé D, décrit par le schéma de calcul suivant :



1° Compléter le tableau :

nombre entré	0	1	4	10,8
nombre sorti				

nombre entré				
nombre sorti	24	5	1,6	70,2

2° Trouver le nombre entré dans chacun des cas :

a) $x : 4 = 8,6$; b) $x : 4 = 99$; c) $\frac{x}{4} = 11,2$.

3° Comment retrouver le nombre entré dans le programme D lorsqu'on connaît le nombre sorti ?

En donner une expression littérale si on désigne par y le nombre sorti.

Équations et problèmes

51 Montrer que, dans chaque cadre, le nombre désigné par une lettre est le même :

$$117 = (7 \times x) + (2 \times x) \quad x + 9 = 2 \times 11$$

$$x - (19 - 13) = 14 : 2$$

$$y + (2 \times 25) = 80 \quad y - (30 - 13) = 13$$

$$z + z + z + z + z = 21 \quad z + 2,8 = 7$$

$$z - 0,2 = 4$$

Dans les exercices 52 et 53 retrouver le nombre (désigné par une lettre) qui convient.

- 52 a) $2 \times y \times 4 = 128$
 b) $4 \times (9 \times y) = 81 \times 1$
 c) $y + y + y + y + y + y = 456$
 d) $12,3 + y + 45 = 560,85$

- 53 a) $8 \times y = 8$; b) $1234,56 + y = 1234,56$;
 c) $12,456 \times y = 12,456$; d) $18 \times y = 0$.

54 Une histoire de frais de port

Un jeu, vendu par correspondance, coûte 25 euros dans tous les pays d'Europe. Lorsqu'on passe une commande, des frais de port, variables selon les pays, s'ajoutent au prix du jeu. On note x euros ces frais.

1° À l'aide de x , écrire le total à payer lorsqu'on commande un jeu.

2° Si on achète un de ces jeux en France, on doit payer 26,75 euros.

Quel est le montant des frais de port pour la France ?

3° Aux Pays-Bas, pour la même commande, on doit payer 27,65 euros.

Quel est le montant des frais de port pour ce pays ?

55 Une histoire de rectangle

Un rectangle a une largeur de x cm et une longueur double de sa largeur.

1° Écrire à l'aide de x :

a) sa longueur; b) son aire; c) son périmètre.

2° Si le périmètre de ce rectangle est 15 cm, calculer la mesure de ses côtés puis son aire.

56 Une histoire de triangle isocèle

Un triangle T est isocèle ; ses côtés de même longueur mesurent 6 cm, sa base x cm.

1° Écrire à l'aide de x son périmètre.

2° Si son périmètre mesure 15,8 cm, combien mesure la base ?

57 Une histoire de dividende

Le quotient entier de la division de l'entier x par 5 est 64.

Quelles sont les valeurs possibles pour le nombre x ?

58 Une histoire de divisibilité

Dans le nombre $15a78$ la lettre a désigne un chiffre. Par quels chiffres peut-on remplacer la lettre a pour que le nombre $15a78$ soit divisible par 3 ?

59 Une histoire d'âge

Mon petit frère a 4 ans et moi x ans de plus que lui.

1° Écrire mon âge à l'aide de x .

2° À nous deux, nous avons 21 ans. Trouver notre différence d'âge.

Formules et problèmes

60 L'âge de ma meilleure amie (1)

Le chien vieillit plus vite que l'Homme et on pense d'ordinaire qu'il suffit de multiplier l'âge du chien par 7 pour connaître l'âge qu'il aurait s'il était un être humain.

1° Écrire une formule qui décrit cette façon de procéder.

2° Si elle était un être humain, ma chienne Lili aurait 24 ans et 6 mois. Quel âge a-t-elle ?

61 L'âge de ma meilleure amie (2)

Pour trouver l'équivalence entre l'âge d'un chien et celui de l'Homme, les vétérinaires utilisent la formule suivante pour les chiens d'au moins 2 ans :

$$h = (4 \times c) + 16$$

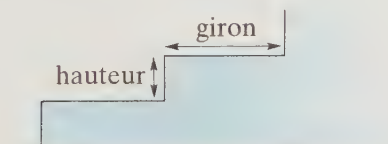
dans laquelle « c » est l'âge du chien et « h » son âge équivalent s'il était un Homme.

Compléter le tableau suivant :

c	h
2 ans	
5 ans	
5 ans et demi	
7 ans et 6 mois	

62 Les marches d'escalier

Une marche d'escalier est caractérisée par sa hauteur (H en abrégé) et par la mesure du « plat » appelé giron (G) illustrées dans le dessin ci-dessous.



On considère qu'un escalier est confortable si la hauteur et le giron respectent la formule suivante (en centimètres) :

$$G = 65 - (2 \times H)$$

1° Exprimer cette formule par une suite d'instructions en français.

2° a) Calculer le giron pour une hauteur de vingt-deux centimètres.

b) Calculer la longueur d'un tapis qui recouvrirait un escalier composé de 5 de ces marches.

63 Une histoire de monstre

Dans le message suivant, un explorateur de l'espace, terrorisé, décrit un monstre intergalactique :

$$\begin{aligned} t &= (g : p) + (g : 12) & d + p &= g \\ p &= \ell & g &= \ell \times \ell \end{aligned}$$

On a fini par comprendre que d désigne le nombre de dents du monstre, g désigne le nombre de ses griffes, ℓ désigne sa longueur en mètres, p désigne le nombre de ses pattes, t désigne le nombre de ses tentacules, et qu'il mesure six mètres !

Combien le monstre a-t-il de dents, de griffes, de pattes et de tentacules ?

64 Histoire de carrelage

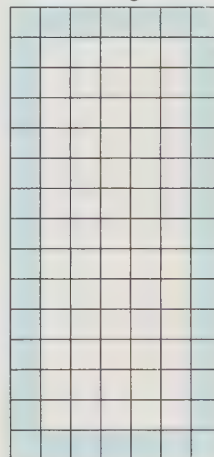
Pour chaque rectangle « p » désigne le nombre de carreaux de couleur, « m » désigne le nombre de carreaux blancs sur la longueur, « n » désigne le nombre de carreaux blancs sur la largeur.

Le but de l'exercice est de trouver « p », dès que l'on connaît « m » et « n ».

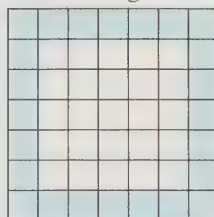
Rectangle 1



Rectangle 3



Rectangle 2



1° Compléter le tableau suivant :

	m	n	p
rectangle 1	5		
rectangle 2			
rectangle 3			

2° Écrire une formule qui fournit p à l'aide de m et n .

3° Prévoir le nombre de carreaux de couleur nécessaires pour entourer un rectangle de 100 carreaux blancs de longueur sur 75 carreaux blancs de largeur.

La formule dans tous ses états



Le mot formule vient du latin *formula* qui signifie : forme, règle, moule à fromage, formule,...

Le seul point commun entre le fromage et les

mathématiques est donc le latin *formula* qui a donné « forme » pour le fromage (le fromage est moulé dans une forme) et « formule » pour les mathématiques !

Qu'elle soit de mathématique ou de politesse, une formule suit une... forme, donc des règles.

La formule de politesse

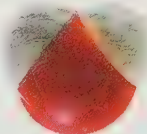
C'est une façon de s'exprimer consacrée par l'usage social. On la retrouve, par exemple, à la fin d'une lettre : « Veuillez agréer, Monsieur, l'expression de mes sentiments distingués. »

La formule magique

Le fait de la prononcer est censé produire un événement extraordinaire. Par exemple : « Sésame, ouvre-toi ! » ou « Abracadabra ».

La formule chimique

Elle indique le nombre et le nom des atomes formant une molécule. Par exemple, l'eau a pour formule H_2O . Cela signifie qu'il y a deux atomes d'hydrogène (H) pour un atome d'oxygène (O) dans une molécule d'eau.



La formule de physique

La plus célèbre est due à Albert Einstein (1879-1955), physicien allemand. Elle s'écrit :

$$E = m \times c^2$$

La formule dentaire

Elle fournit le nombre de dents qu'un animal ou que l'homme possède. Chez les animaux comme chez l'Homme, le crâne étant symétrique, on n'écrit cette for-



mule que pour la moitié droite ou gauche.

La formule dentaire de l'homme est alors :

$$\frac{2}{2} I + \frac{1}{1} C + \frac{2}{2} PM + \frac{3}{3} M$$

ce qui signifie :

deux incisives pour la demi-mâchoire supérieure et deux incisives pour la demi-mâchoire inférieure, une canine pour la demi-mâchoire supérieure et une canine pour la demi-mâchoire inférieure, etc., ce qui fait bien un total de :

$$2 \times 16 = 32 \text{ dents.}$$

Le formulaire

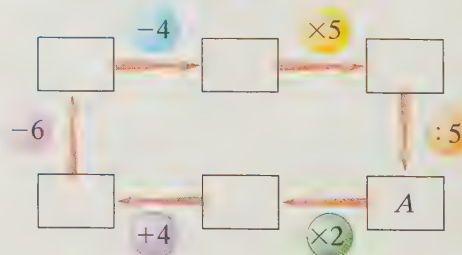
Le formulaire est un recueil de formules. Il y a les formulaires administratifs (qui sont souvent difficiles à remplir !), mais aussi les formulaires de mathématiques comme celui de la page 267 de ce manuel.

À vous de jouer !

◆ À l'aide d'un dictionnaire ou d'une encyclopédie, chercher d'autres sens au mot *formule*.



L'ENIGME DU CHAPITRE



Trouver le nombre entier qui se cache derrière A.

BILAN 2

En cas de difficultés, se reporter aux aides de la page 262.

1 Égalités de quotients

1° Reproduire le dessin ci-dessous avec $AB = 12$ cm, puis compléter :



2° Placer, sur le même dessin, les points E, F, G, H et I correspondant respectivement aux nombres :

$$\frac{2}{3}, \frac{1}{6}, 1 + \frac{1}{12}, \frac{1}{4} \text{ et } \frac{7}{6}.$$

2 Où sont passées les virgules ?

Les égalités suivantes étaient vraies, mais, dans chaque cas, une et une seule virgule a disparu ; la replacer.

a) $\frac{3,72}{0,4} = \frac{372}{4}$ b) $\frac{0,9007}{0,03} = \frac{9007}{3}$
 c) $\frac{805}{37} = \frac{8,05}{3,7}$ d) $\frac{68}{1,92} = \frac{680}{192}$

3



Compléter soit par une fraction, soit par un entier :

• $DE = \dots \times AF$ • $DE = \dots \times AD$
 • $CD = \dots \times AF$ • $AB = \dots \times AD$
 • $BC = \dots \times CD$ • $BC = \dots \times EF$
 • $BC = \dots \times BD$ • $AF = \dots \times BD$

4 1° Recopier en complétant :

trois $\dots = \frac{3}{\dots} = 0,3 = 0,30 = \frac{30}{\dots} =$ trente $\dots$

donc $\frac{3}{\dots} = \frac{\dots}{100}$.

2° Calculer chaque somme et chaque différence en prenant modèle sur l'exemple ci-dessous :

$$\frac{3}{10} + \frac{5}{100} = \frac{30}{100} + \frac{5}{100} = \frac{30+5}{100} = \frac{35}{100}.$$

a) $\frac{6}{10} + \frac{9}{100}$ b) $\frac{48}{100} + \frac{2}{10}$ c) $\frac{72}{10} + \frac{5}{100}$
 d) $\frac{8}{10} - \frac{77}{100}$ e) $\frac{32}{100} - \frac{2}{10}$ f) $\frac{1}{10} - \frac{1}{100}$

5 Trois amies achètent 18 kg de pommes.

Annie garde $\frac{2}{5}$ des 18 kg achetés, Régine garde $\frac{1}{3}$ de ce qu'a laissé Annie, et Lydia prend tout le reste. Est-il vrai que Annie et Lydia ont acheté le même « poids » de pommes ? Justifier la réponse.

6 Travailler sans calculatrice

À certaines étiquettes correspondent des nombres entiers. Les retrouver et écrire ces entiers.

$0,83 : 0,001$ $(25,3 : 0,1) + 0,7$ $27 : 1,8$

$7,25 + \frac{3}{4}$ $14,1 - \frac{1}{10}$ $35 \times \frac{4}{7}$

$\frac{7,58}{0,1}$ $162 + \frac{24}{10} + \frac{60}{100}$ $\frac{40}{3} \times 4,2$

7 Q.C.M., sans calculatrice

Dans chaque cas, indiquer la bonne réponse parmi les trois proposées :

1° Le quotient $0,1 : 0,02$ est égal à :

- 0,05 • 5 • 0,2

2° Le quotient $\frac{0,3}{7}$ peut aussi s'écrire :

- 0,04 • 0,4 • $\frac{3}{70}$

3° En divisant le nombre n par 43, on a trouvé 2, mais on ne se souvient plus du chiffre des dixièmes. On peut malgré tout, affirmer que :

- $n > 125$ • $n < 129$ • $n < 86$

4° Le quotient $60,7 : 20,1$ a pour valeur arrondie au centième :

- 3,02 • 3,01 • 3,20

5° $(49,752 \times 10) : 0,1$ est égal à :

- 49,752 • 497,52 • 4975,2

8 1° Pour vérifier la division ci-contre, Jean effectue le calcul :

$27,28 \times 14 + 8$.
Combien trouve-t-il ?

2° Jean est déçu. Combien pensait-il trouver ?
Rectifier son erreur.

$$\begin{array}{r} 382,00 \quad | \quad 14 \\ 102 \quad | \quad 27,28 \\ 40 \quad | \\ 120 \quad | \\ 08 \quad | \end{array}$$



9 1° a) Reproduire la graduation ci-dessous sur du papier millimétré.



b) Placer, très précisément, les nombres suivants :
8,35; 8,306; 8,362; 8,329.

2° Quels sont les nombres de la liste ci-dessus qui ont le même arrondi au dixième? Écrire cet arrondi.

10 Écrire des nombres, puis les ranger

1° Soit le nombre 45,27.

On déplace successivement le chiffre 4 de ce nombre, comme dans l'exemple ci-dessous :

45,27; 54,27; 5,427; 5,247; 5,274.

Ranger par ordre croissant ces cinq nombres.

2° Même consigne qu'au 1°, mais en déplaçant :

a) le chiffre 6 du nombre 60,79;

b) le chiffre 0 du nombre 10,23;

c) le chiffre 3 du nombre 32,05.

11 Problème de taille

Debout sur un tabouret de 50 cm de haut, Ève « mesure » 1,96 m.

Guy, debout sur une table de 75 cm de haut, « mesure » 2,17 m.

Léa, debout sur une chaise de 4,3 dm, « mesure » 1,87 m.

Ranger ces enfants, par ordre croissant, selon leur taille réelle.

12 Des nombres à ranger

1° Voici quatre renseignements sur un nombre décimal h :

- h s'écrit avec quatre chiffres;
- les chiffres utilisés sont 2, 4, 5 et 9;
- aucun chiffre n'est répété;
- $4,58 < h < 4,595$.

Trouver le nombre h .

2° Si on pouvait répéter les chiffres (les autres renseignements restant inchangés), quel nouveau nombre h pourrait-on écrire?

3° Si on pouvait écrire h seulement avec trois chiffres (les autres renseignements donnés au 1° restant inchangés), quel serait le nombre h ?

4° Écrire par ordre croissant les trois nombres trouvés dans les questions précédentes.

13 1° Effectuer les opérations suivantes. Écrire chaque résultat, d'abord en écriture fractionnaire, puis en écriture à virgule.

$$\bullet \frac{12}{10} + \frac{38}{100} = \dots$$

$$\bullet \frac{430}{100} \times \frac{2}{10} = \dots$$

$$\bullet \frac{120}{100} - \frac{38}{100} = \dots$$

$$\bullet \frac{2538}{1000} + \frac{4462}{1000} = \dots$$

2° Utiliser les résultats précédents pour compléter les égalités :

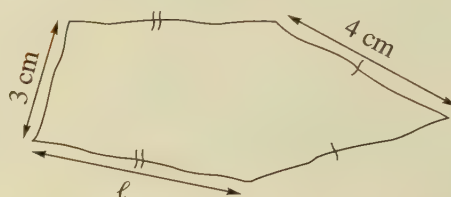
$$\bullet 1,2 - 0,38 = \square$$

$$\bullet 2,538 + \square = 7$$

$$\bullet \square \times 0,2 = 0,86$$

$$\bullet 0,82 + \square = 1,2.$$

14 « En fonction de ℓ »



1° Quelles sont les écritures correctes du périmètre de la figure ci-dessus?

$(\ell + 2) + 11$	$8 + 3 + (\ell \times 2)$
$\ell + 3 + \ell + (2 \times 4)$	$4 + (4 \times \ell) + (3 \times \ell)$
$\ell + 11$	$(2 \times \ell) + 11$

2° Calculer le périmètre de la figure pour :

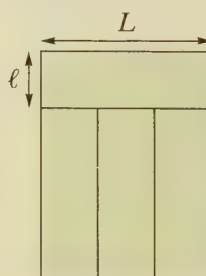
a) $\ell = 2,5$;

b) $\ell = 38$ mm.

15 Le pavage ci-dessous est composé de rectangles superposables.

$\mathcal{P}$ désigne le périmètre de la figure.

1° Recopier le cadre de droite et compléter par des nombres.



$$\begin{aligned} L &= \dots \times \ell \\ \mathcal{P} &= \dots \times L + 2 \times \ell \\ \mathcal{P} &= 3 \times L + \dots \times \ell \\ \mathcal{P} &= 2 \times L + \dots \times \ell \\ \mathcal{P} &= \dots \times \ell \end{aligned}$$

2° Calculer $\mathcal{P}$ pour $L = 5,4$ cm.

3° Par une méthode analogue à celle employée au 1°, représenter un pavage tel que $L = 4 \times \ell$.

CHAPITRE 7

Pourcentages et relevés statistiques

De l'école au collège

QCM

Pour chaque question,
indiquer la réponse exacte
(ou les réponses exactes).

R É P O N S E S

1



Quelle fraction de la mosaïque a été :
coloriée en rouge ?

coloriée en jaune ?

coloriée en bleu ?

A

$$\frac{14}{25}$$

$$\frac{6}{25}$$

$$\frac{5}{25}$$

B

$$\frac{12}{25}$$

$$\frac{8}{25}$$

$$\frac{1}{5}$$

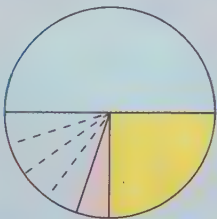
C

$$\frac{10}{25}$$

$$\frac{32}{100}$$

$$\frac{20}{100}$$

2



Quelle fraction du disque correspond :
au secteur bleu ?

au secteur jaune ?

au secteur rouge ?

$$\frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{5}$$

$$\frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{20}$$

$$\frac{50}{100}$$

$$\frac{25}{100}$$

$$\frac{5}{100}$$

De quoi s'agit-il ?

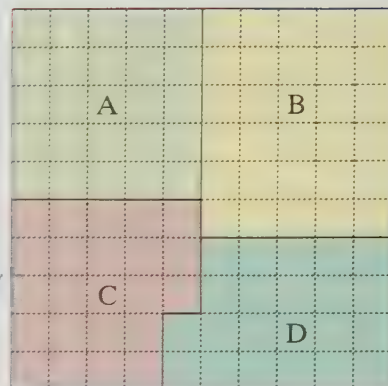
Comment appliquer un pourcentage ?

1 Un premier exemple

Le terrain représenté ci-contre a été découpé en quatre parcelles (A, B, C et D) pour quatre enfants d'une même famille :

- Rémi a obtenu $\frac{23}{100}$ du terrain ;
- Sonia a obtenu $\frac{3}{10}$ du terrain ;
- Thierry a obtenu le quart du terrain ;
- Valérie a obtenu le reste.

$\frac{23}{100}$ /



1° Retrouver la parcelle attribuée à chacun.

2° On dit aussi : « Rémi a obtenu 23 % (lire : « 23 pour cent ») du terrain. »

D'après cet exemple, exprimer les parts de Sonia, Thierry et Valérie sous forme de pourcentages. Que doit-on trouver en additionnant les quatre pourcentages ?

3° L'aire totale du terrain est de 7 500 m². Calculer les aires des quatre parcelles.

2 Un second exemple

1° Olivier, voyant ces deux affiches, se demande dans quel magasin il fera la meilleure affaire.

Pouvez-vous l'aider à faire son choix ?

2° Perrine affirme :

« C'est facile de trouver le montant d'une remise de 20 % : il suffit de diviser le prix par 5. »

Perrine a-t-elle raison ? Justifier.

3° Sahim dit :

« C'est encore plus facile de diviser le prix par 10 et de multiplier le résultat par 2. »

Sahim a-t-il raison ? Justifier.

Magasin X

Coffret 3 CD 30 €

*Remise 20 %
à la caisse*

Magasin Y

Coffret 3 CD 30 €

Soldé 25 €

Comment représenter des relevés statistiques ?

3 Les marques de voitures

« Quelle est la marque de la voiture de vos parents ? »

Cette question a été posée à l'ensemble des élèves d'un collège.

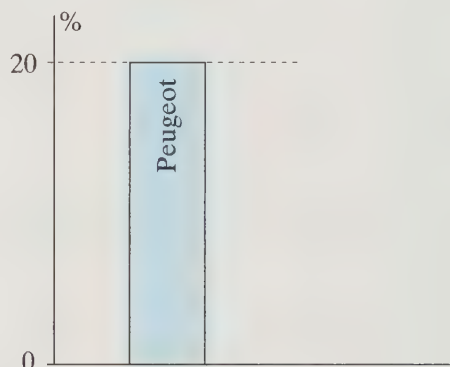
Voici, en pourcentages, les résultats de cette enquête.

marque de la voiture	Peugeot	Citroën	Renault	étrangères
pourcentage	20 %	10 %	25 %	45 %

1^{re} partie Diagramme en barres

Pour représenter les données du tableau ci-dessus, on a commencé à tracer un diagramme en barres (ci-contre).

Terminer cette représentation en prenant **1 cm pour 5 %**.



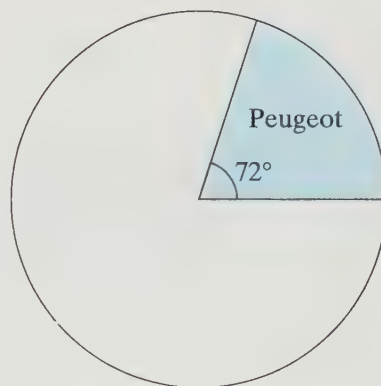
2^{de} partie Diagramme circulaire

Pour représenter les données du tableau précédent, on a commencé à tracer un diagramme circulaire (ci-contre).

Pour trouver l'angle du secteur « Peugeot », on a calculé les 20 % de 360° :

$$360 \times \frac{20}{100} = 20 \times \frac{360}{100} = 20 \times 3,6 = 72.$$

Cet angle mesure 72°.



1° a) Recopier et compléter le tableau suivant :

× 3,6 →	pourcentage	20	10	25	45
	angle en degrés	72			

b) S'agit-il d'un tableau de proportionnalité ? Pourquoi ?

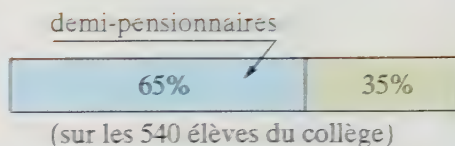
2° Terminer la représentation sur un diagramme circulaire de 5 cm de diamètre.

1 Appliquer un pourcentage

Calculer $t\%$ d'un nombre, c'est multiplier ce nombre par $\frac{t}{100}$.

$$t\% = \frac{t}{100}$$

Exemple A l'aide des renseignements ci-contre, calculer le nombre d'élèves demi-pensionnaires et le nombre d'élèves qui rentrent chez eux à midi.



Remarquons que $65 + 35 = 100$ (ce qui fait bien 100 %).

Il faut calculer les 65 % de 540 :

$$540 \times \frac{65}{100} = 540 \times 0,65 = 351$$

351 élèves sont demi-pensionnaires.

Il faut calculer les 35 % de 540 :

$$540 \times \frac{35}{100} = 540 \times 0,35 = 189$$

189 élèves rentrent chez eux à midi.

Vérifions : $351 + 189 = 540$.

On aurait pu calculer le nombre d'élèves qui rentrent chez eux en effectuant $540 - 351 = 189$. C'est plus rapide, mais cela empêche la vérification !

Exercice résolu

Énoncé :

Calculer rapidement : a) 10 % de 48 ; b) 50 % de 48 ; c) 25 % de 48.

Solution :

a) 10 % de 48

$$48 \times \frac{10}{100} = 48 \times \frac{1}{10} = 4,8$$

b) 50 % de 48

$$48 \times \frac{50}{100} = 48 \times \frac{1}{2} = 24$$

c) 25 % de 48

$$48 \times \frac{25}{100} = 48 \times \frac{1}{4} = 12$$

Méthode

Calculer 10 % d'un nombre, c'est diviser ce nombre par 10.

Calculer 50 % d'un nombre, c'est diviser ce nombre par 2.

Calculer 25 % d'un nombre, c'est diviser ce nombre par 4.

Applications → exercices n^{os} 20 et 21

2 Représentations de relevés statistiques

Exemple Voici les résultats d'un sondage réalisé auprès de 1 200 personnes :

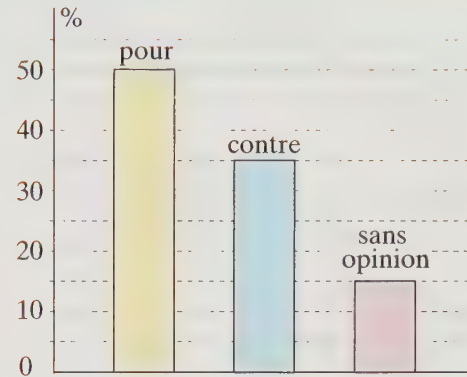
pour : 50 % *contre* : 35 % *sans opinion* : 15 %.

On peut représenter ces renseignements à l'aide d'un tableau ou de diagrammes.

Un tableau

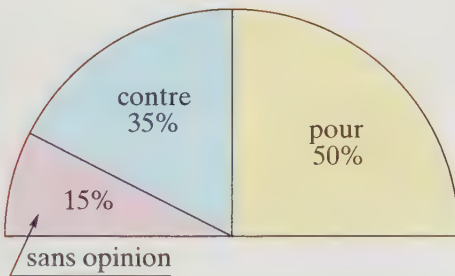
	nombre de personnes	pourcentage de personnes
<i>pour</i>	600	50 %
<i>contre</i>	420	35 %
<i>sans opinion</i>	180	15 %
total	1 200	100 %

Un diagramme en barres



Les hauteurs des barres
sont proportionnelles aux pourcentages

Un diagramme semi-circulaire



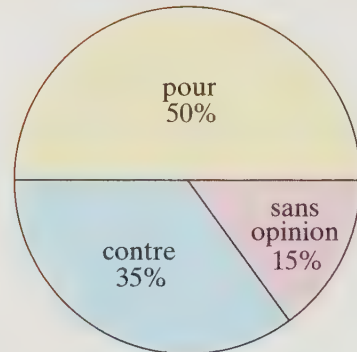
Les mesures des angles
sont proportionnelles aux pourcentages

$$\text{pour : } 180 \times \frac{50}{100} = 1,8 \times 50 = 90^\circ$$

$$\text{contre : } 180 \times \frac{35}{100} = 1,8 \times 35 = 63^\circ$$

$$\text{sans opinion : } 180 \times \frac{15}{100} = 1,8 \times 15 = 27^\circ$$

Un diagramme circulaire



Les mesures des angles
sont proportionnelles aux pourcentages

$$\text{pour : } 360 \times \frac{50}{100} = 3,6 \times 50 = 180^\circ$$

$$\text{contre : } 360 \times \frac{35}{100} = 3,6 \times 35 = 126^\circ$$

$$\text{sans opinion : } 360 \times \frac{15}{100} = 3,6 \times 15 = 54^\circ$$

Représenter un pourcentage

Appliquer un pourcentage

1 Reproduire et compléter le tableau en prenant comme modèle la première ligne.

pourcentage	fraction décimale	nombre décimal
11 %	$\frac{11}{100}$	0,11
30 %		
	$\frac{7}{100}$	
		0,5
4 %		

2 Parmi les nombres ci-dessous, quel est celui qui ne correspond pas à l'écriture de 25 % ?

- $\frac{1}{4}$
- $\frac{2}{5}$
- 0,25
- $\frac{25}{100}$
- $\frac{5}{20}$

3 Sur du papier millimétré, tracer quatre segments de 10 cm chacun.

1° Sur le premier, repasser en couleur 75 % de la longueur du segment. Sur le deuxième, repasser 33 %, sur le troisième 8 % et sur le dernier 100 %.

2° Pour chacun des quatre cas, indiquer le pourcentage de la longueur du segment non colorié.

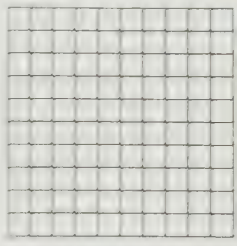
4 Les vacances des Français

On constate que 44 % des vacanciers vont au bord de la mer, 12 % vont à la montagne, 19 % recherchent des vacances « vertes » à l'intérieur des terres et les autres ne partent pas.

1° Quel est le pourcentage des Français qui ne partent pas en vacances ? Est-il exact qu'un quart des Français ne partent pas en vacances ?

2° Tracer un quadrillage comme celui ci-contre.

Représenter ensuite, avec des couleurs différentes, la répartition des Français selon leur lieu de vacances.



5 Calculer :

- a) 8 % de : 100 € ; 400 € ; 825 €.
- b) 40 % de : 100 L ; 500 L ; 6,75 hL

6 Calculer :

- a) 2,5 % de : 100 € ; 800 € ; 3 260 €.
- b) 15 % de : 100 g ; 600 g ; 1,4 kg.

7 Dans un collège de 450 élèves, 74 % d'entre eux sont demi-pensionnaires.

1° Quel est le pourcentage d'élèves qui ne restent pas déjeuner au collège ?

2° Combien de repas doivent être préparés chaque jour, pour les élèves, au collège ?

8 Sur les 21 500 habitants d'une ville, 14 % ont 60 ans ou plus.

1° Quel est le pourcentage des moins de 60 ans dans la population de cette ville ?

2° Combien de personnes de 60 ans ou plus résident dans cette ville ?

9 Une B.D. coûte 6 €. Le libraire fait une remise de 10 %.

Quel est le prix de cette B.D. après remise ?

10 1° Une paire de chaussures de tennis, qui valait 50 €, a subi une augmentation de 20 %.

Quel est le prix de ces tennis après augmentation ?

2° Un jeu vidéo, qui valait 50 €, a subi une diminution de 20 %.

Quel est le prix de ce jeu après diminution ?

11 Sur les 150 élèves de 6° d'un collège, on constate la répartition suivante pour l'apprentissage des langues (chaque élève n'étudie qu'une seule langue) :

anglais	espagnol	allemand
60 %	28 %	...

Calculer combien d'élèves étudient chacune de ces langues.

12 Le montant des remises

Reproduire et compléter le tableau :

	300 €	54 €	7,60 €
30 %			
10 %		5,4 €	
5 %			

13 L'huile d'olive

Les olives donnent 18 % de leur « poids » en huile.
Quel « poids » d'huile obtient-on avec 100 g d'olives ?
avec 250 g ? avec 2,750 kg ?

14 La commission du vendeur

La commission* d'un vendeur de voitures est de 1,5 % du prix de vente.
Combien le vendeur gagne-t-il sur la vente d'une voiture de 8 600 € ?
Même question pour une voiture de 12 400 €, puis de 19 200 €.

15 Matières grasses

Supposons que je décide de manger, en entier (!), l'un de ces trois fromages !
Lequel dois-je choisir pour absorber le moins de matières grasses ?

CAMEMBERT
45 % M.G.
240 g

BLEU
50 % M.G.
200 g

CAPRICE
60 % M.G.
170 g

16 L'addition

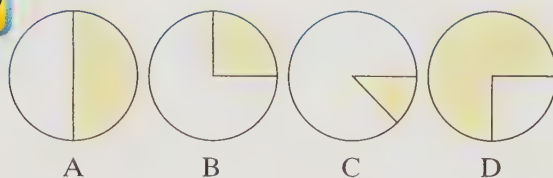
Reproduire et compléter la note de restaurant :

« CHEZ GÉRARD »	
4 menus à 12 €	...
1 pichet	4,30 €
4 cafés à 1,80 €	...
sous total	...
service 15 %	...
Total	...

* Ce que le vendeur reçoit pour chaque vente qu'il réalise.

Diagrammes

17



Pour chaque *diagramme circulaire*, retrouver le pourcentage représenté par la partie coloriée.

25 %

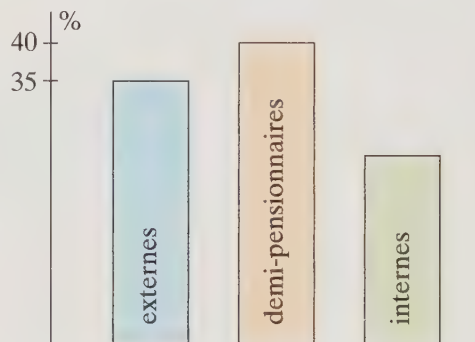
75 %

50 %

12,5 %

18 Externes, internes...

Le *diagramme en barres* ci-dessous représente la répartition de 1 800 élèves d'un lycée.

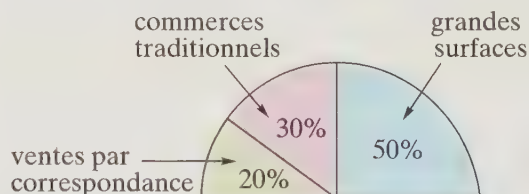


1° Est-il vrai qu'un quart des élèves sont internes ? Justifier.

2° Calculer le nombre d'élèves de chaque catégorie.

19 Vente de jouets

Le *diagramme semi-circulaire* ci-dessous indique la répartition, en pourcentages, des ventes de jouets selon la nature des points de vente.



1° Est-il vrai qu'un quart des jouets sont vendus en grandes surfaces ? Justifier.

2° Quel est le pourcentage de jouets vendus par correspondance ?

3° Calculer l'angle (en degrés) de chacun des trois secteurs du diagramme ci-dessus.

20 Voir l'exercice résolu de la page 102.

Calculer de tête :

a) 50 % de : 100 ; 400 ; 80.

b) 25 % de : 100 ; 400 ; 80.

c) 10 % de : 100 ; 400 ; 80.

21 Voir l'exercice résolu de la page 102.

Calculer de tête :

a) 50 % de : 1 200 ; 444 ; 32.

b) 25 % de : 1 200 ; 444 ; 32.

c) 10 % de : 1 200 ; 444 ; 32.

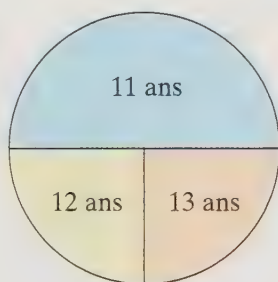
22 Calculer de tête :

a) 10 % de : 300 ; 60 ; 46.

b) 5 % de : 300 ; 60 ; 46.

c) 20 % de : 300 ; 60 ; 46.

23 Le diagramme circulaire ci-contre indique la répartition de 120 élèves de 6^e selon leur âge. Combien y a-t-il d'élèves de 11 ans ? de 12 ans ? de 13 ans ?

**24** À propos de 33 %

1° Calculer 33 % de : 900 ; 150 ; 48.

Calculer le tiers de : 900 ; 150 ; 48.

2° Quelle remarque peut-on faire sur les résultats précédents ? Justifier. (Conseil : comparer les écritures décimales des deux quotients $\frac{33}{100}$ et $\frac{1}{3}$.)

3° Recopier et compléter la règle suivante :

Calculer 33 % d'un nombre, c'est (à peu près) diviser ce nombre par ...

25 À propos de 33 % (suite)

À l'occasion d'une enquête sur 2 350 familles, on constate que 33 % de ces familles possèdent un téléphone portable.

« Cela fait environ 1 600 portables », affirme aussitôt Thomas.

« Non, réplique Mélanie, cela fait à peu près 800 portables. »

Qui a raison ? Justifier.

26 Montant de la T.V.A.*

Reproduire et compléter le tableau :

	200 €	435 €	89 €	37,60 €
5,50 %	11 €			
19,60 %				

Exercices 27 et 28

• Le montant H.T. (Hors Taxes) d'une facture d'eau ou de téléphone s'obtient en ajoutant deux nombres : le coût fixe H.T. de l'abonnement et le coût H.T. de la consommation.

• Le montant T.T.C. (Toutes Taxes Comprises) s'obtient en ajoutant le montant H.T. et le montant de la T.V.A.*

27 Facture d'eau

Retrouver les quatre nombres manquants.

Facture	
Abonnement H.T. (6 mois)	8,53 €
Montant de la consommation H.T. : 45 m ³ à 1,04 €	... €
Montant total H.T.	... €
Montant de la T.V.A. (5,50 %)	... €
Montant total facture T.T.C.	... €

28 Facture de téléphone

Retrouver les quatre nombres manquants.

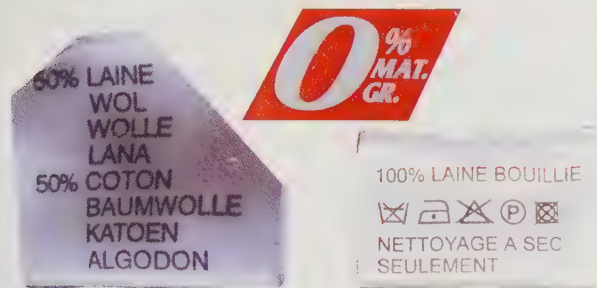
Facture	
Abonnement H.T. (2 mois)	19,71 €
Montant de la consommation H.T. : 475 unités téléphoniques à 0,09 €	... €
Montant total H.T.	... €
Montant de la T.V.A. (19,60 %)	... €
Montant total facture T.T.C.	... €

* T.V.A. signifie : Taxe sur la Valeur Ajoutée.

En 2000, le taux réduit est de 5,50 % et le taux normal de 19,60 %, depuis le 1^{er} avril.

29 Comprendre des étiquettes

Quelle est la signification des nombres écrits sur chacune des étiquettes ci-dessous ?



30 Vie courante

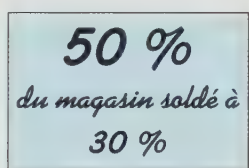
En choisissant un ou deux exemples, expliquer les deux réflexions suivantes souvent entendues :

1° « J'attends avec impatience la période où je pourrai profiter des soldes à 40 % »

2° « Je vais régler mon amende tout de suite, sinon je risque de payer 10 % de plus »

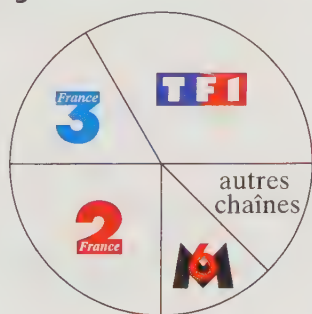
31 Comprendre une publicité

Comment interpréter la publicité ci-contre ?



32 Comprendre un diagramme circulaire

Le diagramme circulaire ci-dessous indique la répartition des téléspectateurs selon la chaîne de télévision regardée le soir du 3 septembre 2000.



1° Est-il vrai que 25 % des téléspectateurs ont regardé France 2 ? Justifier.

2° Est-il vrai que plus de 50 % des téléspectateurs ont regardé une chaîne du service public (France 2 ou France 3) ? Justifier.

3° Est-il vrai qu'environ 33 % des téléspectateurs ont regardé TFI ? Justifier.

33 Trouver une explication

Sur 140 élèves d'un collège qui pratiquent des activités de club, on constate les pourcentages suivants :

informatique	jeu d'échecs	chorale
55 %	35 %	45 %

1° Calculer le nombre d'élèves pratiquant chacune des activités.

2° Sandrine dit : « C'est bizarre, si l'on fait le total de tous les élèves, on trouve 189 ! »

Est-ce une erreur de calcul ?

Quelle explication peut-on donner à ce résultat ?

34 Retrouver les nombres

Conditions exceptionnelles

Bonne route avec votre nouvelle VOITURE !

- Prix catalogue € ;
- % à la commande ;
- $\frac{1}{\text{input type="text"}}$ à la livraison ;
- Le reste à crédit sur mois sans frais.

Voyant cette affiche, le père de Nicolas a effectué les opérations ci-dessous pour calculer le montant de chaque mensualité :

$$9\,600 \times \frac{5}{100} = 480$$

$$\frac{9\,600}{3} = 3\,200$$

$$9\,600 - (480 + 3\,200) = 5\,920$$

$$5\,920 : 8 = 740.$$

Aider Nicolas à remettre les quatre nombres manquants sur l'affiche.

35 Rédiger un énoncé

Imaginer un énoncé de problème où les deux données

25 % et 40

doivent être obligatoirement utilisées.

(Bien sûr, d'autres données numériques peuvent intervenir.)

Pour débattre en classe

36 Répondre par Vrai ou Faux à chacune des affirmations suivantes et justifier la réponse.

- (a) 10 % de 40 €, c'est 10 €.
- (b) Calculer 25 % d'un nombre revient à diviser ce nombre par 4.
- (c) Calculer 1 % d'un nombre revient à diviser ce nombre par 100.
- (d) Calculer 5 % d'un nombre revient à diviser ce nombre par 10, puis le résultat par 2.
- (e) 100 % de 50 €, c'est 100 €.
- (f) Calculer 90 % d'un nombre revient à multiplier ce nombre par 0,9.
- (g) Calculer 5,5 % d'un nombre revient à multiplier ce nombre par 0,55.
- (h) Diminuer un nombre de 50 % revient à le diviser par 2.

Pour s'évaluer à la maison

37 Dans une médiathèque

Dans une médiathèque qui possède 640 vidéos et cédéroms, on affirme qu'il y a 75 % de vidéos. Quel est le nombre de cédéroms ?

38 Des prix réduits

Recopier et compléter les étiquettes avec les prix soldés.

~~14 €~~
– 10 %
.....

~~56 €~~
– 25 %
.....

~~125 €~~
– 30 %
.....

39 Les lunettes (Évaluation 6^e EVAPM, 1997)

L'infirmière d'un collège de 500 élèves a réalisé le tableau ci-dessous. Elle y a indiqué les pourcentages d'élèves du collège portant des lunettes de façon permanente ou occasionnelle.

Combien d'élèves de ce collège ne portent jamais de lunettes ?

port de lunettes	
toujours	parfois
12 %	18 %

40 Les dépenses de santé

Sur 180 € dépensés par les Français pour leur santé, on constate la répartition suivante :

- la moitié pour les frais d'hôpitaux ;
- 30 % pour les frais de médecins, dentistes, etc.
- le reste pour les frais de pharmacie.

1° Recopier et compléter le tableau suivant :

	pourcentage	montant en euros
frais d'hôpitaux		
frais de médecins, dentistes, etc.		
frais de pharmacie		
total		180 €

2° Représenter la répartition des différents frais à l'aide d'un diagramme en barres, en prenant 1 cm pour 5 %.

3° Représenter la répartition des différents frais à l'aide d'un diagramme semi-circulaire. (On calculera la valeur des trois angles et on prendra 5 cm pour le rayon du diagramme semi-circulaire.)

À propos des pourcentages

41 Recopier et compléter chaque étiquette indiquant la composition de différents vêtements.

55 % COTON
... % LAINE

96 % POLYESTER
... % ÉLASTHANNE

33 % MOHAIR
33 % VISCOSE
... % LIN

50 % ANGORA
45 % COTON
... % LYCRA

42 Sur du papier quadrillé, tracer un carré de dix carreaux de côté.

1° Colorier en rouge 15 % de l'aire du carré, en bleu 22 % de l'aire du carré et en jaune 13 % de l'aire de ce carré.

2° Est-il exact que la moitié de l'aire du carré n'a pas été coloriée ? Justifier.

43 Sachant qu'un gâteau contient 15 % de sucre, recopier et compléter les phrases suivantes :

- a) Dans 100 g de ce gâteau, il y a ... g de sucre.
- b) Dans 200 g de ce gâteau, il y a ... g de sucre.
- c) Dans 500 g de ce gâteau, il y a ... g de sucre.
- d) Dans ... g de ce gâteau, il y a 60 g de sucre.
- e) Dans ... g de ce gâteau, il y a 150 g de sucre.

44 Au moment des soldes, un commerçant fait un rabais de 30 % sur chaque article.

Recopier et compléter les phrases suivantes :

- a) Sur un article de 100 €, il y a ... € de rabais ; l'article sera donc vendu ... €.
- b) Sur un article de 200 €, il y a ... € de rabais ; l'article sera donc vendu ... €.
- c) Sur un article de 50 €, il y a ... € de rabais ; l'article sera donc vendu ... €.
- d) Sur un article de 25 €, il y a ... € de rabais ; l'article sera donc vendu ... €.

45 1° Un jouet qui coûtait 80 € a subi une hausse de 5 %. Quel est son nouveau prix ?

85 € 80,40 € 80,50 € 84 €

2° Un téléviseur qui coûtait 1 000 € a subi une baisse de 12 %. Quel est son nouveau prix ?

988 € 880 € 980 € 890 €

À retenir

Pour calculer les 15 % d'un nombre, on multiplie ce nombre par $\frac{15}{100}$ ou 0,15.

À propos des diagrammes

46 Dans un hôtel de tourisme, la moitié des clients sont des Français, 25 % sont des Anglais et les autres clients sont des Belges.

1° Recopier et compléter le tableau suivant :

	Français	Anglais	Belges
pourcentage		25 %	

2° Représenter la répartition des clients de l'hôtel à l'aide d'un diagramme en barres en prenant 1 cm pour 5 %.

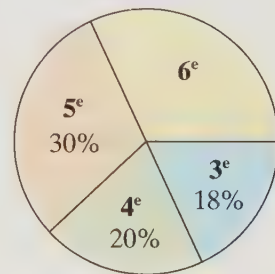
3° Représenter la répartition des clients de l'hôtel à l'aide d'un diagramme semi-circulaire (on prendra un rayon de 4 cm).

47 Le diagramme circulaire ci-dessous indique la répartition des 500 élèves d'un collège selon le niveau de classe.

1° Quel est le pourcentage d'élèves en 6° ?

2° Quel est le nombre d'élèves en 6° ?

3° Calculer l'angle (en degrés) du secteur 6°.



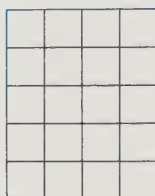
À revoir... si nécessaire !

Les différentes représentations de relevés statistiques (page 103).

Appliquer un pourcentage

48 Reproduire quatre fois le quadrillage ci-contre et hachurer respectivement :

50 % sur le 1^{er} ; 25 % sur 2^e ;
20 % sur le 3^e ; 10 % sur le 4^e.



49 L'élection

Compléter les cinq cases du tableau indiquant les résultats d'une élection où il y a eu 18 300 votants.

	monsieur X	madame Y	monsieur Z	bulletins nuls
nombre de voix				
pour- centage	42 %	28 %	25 %	

50 Dans une bibliothèque

Dans une bibliothèque qui comporte 950 ouvrages, on affirme qu'il y a 50 % de romans, 30 % de livres scientifiques et des B.D. Calculer le nombre de B.D.

51 Attention aux erreurs !

Un commerçant a modifié les étiquettes en appliquant une réduction de 15 %. Mais il a commis des erreurs sur les nouveaux prix. Retrouver les erreurs.

40 € 35 €	120 € 102 €	260 € 225 €	88 € 75 €	780 € 663 €
-------------------------	---------------------------	---------------------------	-------------------------	---------------------------

52 Pourcentages de remise

Pour chaque article, retrouver, parmi les quatre remises, celle qui a été appliquée.

	- 10 %	- 20 %	- 25 %	- 30 %
Le blouson		24 €		18 €
Les boots		30 €		27 €
Le sweat		20 €		14 €
La parka		35 €		28 €

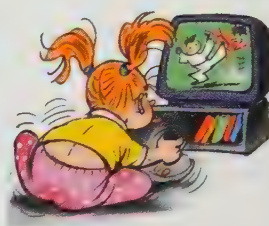
53 Des prix majorés

1,06 super €/L	0,85 SP 95 €/L
0,90 SP 98 €/L	0,70 gazole €/L

Un pompiste doit remettre à jour les étiquettes ci-dessus en augmentant le prix du gazole de 10 %, le prix du super de 5 % et le prix du sans plomb de 4 %. Refaire les étiquettes du pompiste (on arrondira au centième d'euro près).

54 Super réduction

En profitant d'une super réduction de 50 %, ma sœur vient de m'acheter un jeu vidéo pour 18 €. Quel était donc le prix initial de ce jeu ?



55 Augmentation importante !

La population d'un village très touristique est de 2 500 habitants au mois de juin. Au mois de juillet, cette population augmente de 100 % et, au mois d'août, elle augmente de 50 % par rapport à celle de juillet. Combien le village compte-t-il d'habitants au mois de juillet ? au mois d'août ?

56 Augmentation, puis diminution

En septembre, un jeu électronique est vendu 60 €. Juste avant Noël, son prix augmente de 15 %. Après Noël, le même jeu est affiché avec 15 % de réduction sur le prix augmenté. « Finalement, j'ai eu raison d'attendre » dit Matthieu. A-t-il raison ? Justifier.

57 La commande de livres

Un collège commande :

- 110 livres d'histoire-géographie à 11,60 € l'un ;
 - 220 livres de français à 13,20 € l'un ;
 - 180 livres de mathématiques à 12,40 € l'un.
- Établir la facture du libraire sachant qu'il accorde une remise de 12 % sur l'ensemble des prix des livres, mais pas sur les frais de livraison qui sont de 35 € en tout.

Construire des diagrammes

58 « À quoi servent les vacances ? »

Cette question a été posée à un échantillon de Français lors d'une enquête.

Voici les résultats de cette enquête :

se reposer	40 %
visiter	30 %
faire du sport	20 %
bricoler	10 %

On veut représenter ces résultats à l'aide d'un diagramme circulaire.

1° Recopier et compléter le tableau suivant :

pourcentage	10 %	20 %	30 %	40 %
angle en degrés				

2° Représenter le diagramme circulaire (on tracera un cercle de 8 cm de diamètre).

59 Un sondage sur les métiers indique :

45 % de salariés ;

30 % de professions libérales ;

15 % d'agriculteurs ;

le reste des personnes étant des demandeurs d'emploi.

1° Quel est le pourcentage des demandeurs d'emploi ?

2° Représenter la répartition des différents métiers à l'aide d'un diagramme en barres en prenant 1 cm pour 5 %.

3° On veut aussi représenter les résultats de ce sondage à l'aide d'un diagramme circulaire.

a) Recopier et compléter le tableau suivant :

	pourcentage	angle en degrés
salariés		
professions libérales		
agriculteurs		
demandeurs d'emploi		

b) Représenter le diagramme circulaire en choisissant un diamètre de 8 cm.

60 « Quel est votre sport préféré ? »

Cette question a été posée aux 450 élèves d'un collège. Voici les résultats obtenus :

basket	...
football	30 %
rugby	18 %
tennis	20 %
volley	...
autre sport	12 %



1° Quels sont les deux pourcentages manquants sachant qu'ils sont égaux ?

2° Calculer le nombre de collégiens pratiquant chaque sport.

3° Représenter les résultats de cette enquête à l'aide d'un diagramme en barres en prenant, pour hauteur des barres, 2 mm pour 1 %.

61 Population française

En 2000, la France comptait 60 millions d'habitants. On observe les statistiques suivantes :

	moins de 20 ans	de 20 à 59 ans	60 ans et plus
% de la population	25 %	55 %	
population	15 000 000		

1° Reproduire et compléter le tableau.

2° Représenter ces relevés statistiques à l'aide d'un diagramme de votre choix (diagramme en barres, diagramme semi-circulaire ou diagramme circulaire).

Note

Actuellement, les ordinateurs permettent de réaliser facilement des représentations de relevés statistiques.

Des logiciels, appelés *tableurs-grapheurs*, proposent et construisent eux-mêmes les différents diagrammes rencontrés dans ce chapitre.

Au cours de la scolarité au collège, on aura l'occasion de travailler avec ces logiciels, mais, avant, il faut bien comprendre comment on construit soi-même de tels diagrammes.

La France en chiffres

La France métropolitaine (avec les îles côtières et la Corse) couvre une superficie d'environ 55,2 millions d'hectares (c'est-à-dire 552 000 kilomètres carrés) pour une population d'environ 60 millions d'habitants. Cela représente une densité de 109 habitants au kilomètre carré.

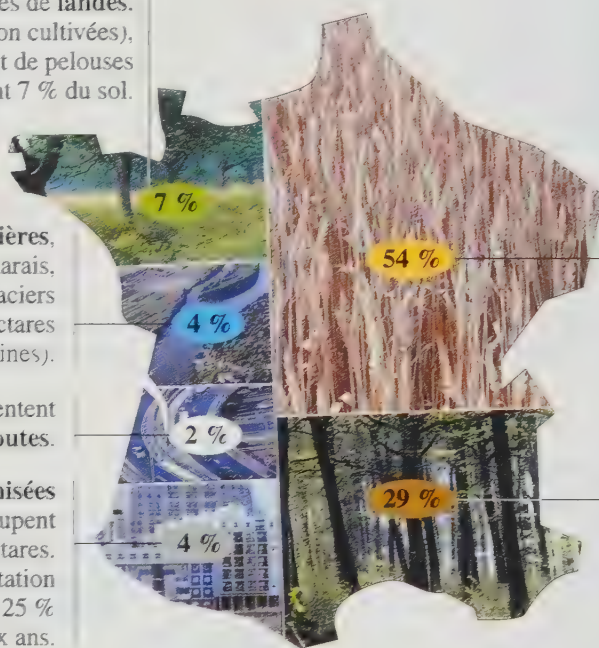
Voyons comment sont occupés ces millions d'hectares.

4 millions d'hectares de **landes, de terres en friche** (non cultivées), de chemins enherbés et de pelouses représentent 7 % du sol.

Les fleuves, rivières, canaux, lacs, étangs, marais, retenues, bassins et glaciers totalisent 2 millions d'hectares (autant que les zones urbaines).

2 %, c'est ce que représentent routes et autoroutes.

Les zones urbanisées (villes et villages) occupent 2 millions d'hectares. Cette part est en augmentation constante; elle a progressé de 25 % en dix ans.



Les terres agricoles constituent 54 % du territoire national, soit 29,5 millions d'hectares. La France est un pays réputé mondialement pour ses vins, mais les vignes ne représentent pourtant que 1,7 % de sa superficie totale !

Les sols boisés couvrent 16,2 millions d'hectares, soit environ 29 % du territoire. En 1945, les bois et forêts n'occupaient que 20 % du sol français. Les trois quarts des forêts françaises sont privées : seuls 3,6 millions d'hectares appartiennent aux communes et à l'État.

L'ENIGME DU CHAPITRE

On se propose de découvrir le mot caché ci-dessous à partir des renseignements ci-contre :



Il suffira ensuite de remplacer chaque nombre trouvé par la lettre de l'alphabet correspondante en respectant la règle :

$1 \rightarrow A$, $\frac{1}{2} \rightarrow B$, $3 \rightarrow C$, $\frac{1}{4} \rightarrow D$, $5 \rightarrow E$, etc.

 1 % de 500.

 fraction simple traduisant 5 %.

 20 % de 95.

 0,1 % de 21 000.

 pourcentage de réduction (exprimé en fraction) correspondant à une remise de 5 € sur un prix de 50 €.

Nombres relatifs et repérage

De l'école au collège

QCM

Pour chaque question,
indiquer la réponse exacte
(ou les réponses exactes).

R É P O N S E S

		A	B	C																									
1	Le résultat du calcul $74 - 47$ est :	33	27	impossible à calculer																									
2	Le résultat du calcul $56 - 65$ est :	11	9	impossible à calculer																									
3	En utilisant la grille ci-dessous, dire quel est le mot qui est codé par : (3 ; 2) (1 ; 4)	OU	VU	UN																									
4	2^e nombre <table border="1"> <tr><td>4</td><td>U</td><td>P</td><td>I</td><td>K</td></tr> <tr><td>3</td><td>A</td><td>O</td><td>L</td><td>T</td></tr> <tr><td>2</td><td>M</td><td>F</td><td>V</td><td>D</td></tr> <tr><td>1</td><td>E</td><td>P</td><td>R</td><td>N</td></tr> <tr> <td></td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td></tr> </table> 1^{er} nombre (3 ; 3) (2 ; 3) (3 ; 4)	4	U	P	I	K	3	A	O	L	T	2	M	F	V	D	1	E	P	R	N		1	2	3	4	ROI	LOT	LOI
4	U	P	I	K																									
3	A	O	L	T																									
2	M	F	V	D																									
1	E	P	R	N																									
	1	2	3	4																									
5	Quel est le code du mot FIN ?	(2 ; 2) (4 ; 3) (4 ; 1)	(2 ; 2) (3 ; 4) (1 ; 4)	(2 ; 2) (3 ; 4) (4 ; 1)																									

De quoi s'agit-il ?

Qu'est-ce qu'un nombre relatif ?

1 Rencontre avec de nouveaux nombres

1° Quelle signification doit-on donner aux différents boutons de la commande d'ascenseur ci-contre ?

2° Quelle est la signification des deux expressions :

« $J - 3$ » et « $- 52$ »

que l'on trouve dans les informations ci-dessous ?

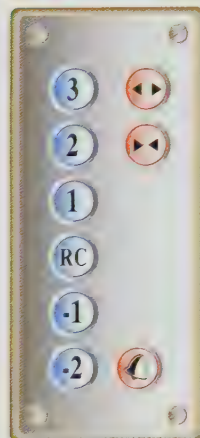
Compte à rebours

Nous sommes à $J - 3$ de l'ouverture des Jeux Olympiques.

La paix romaine

En l'an $- 52$, à Alésia, Vercingétorix se rendit à Jules César et ce fut la fin de la guerre des Gaules.

Commande d'ascenseur



Les informations précédentes contiennent des nombres précédés du signe « $-$ » (moins). Ce sont des **nombres négatifs**. Ils sont inférieurs à zéro.

Les nombres qu'on connaissait déjà sont appelés des **nombres positifs**. Ils sont supérieurs à zéro.

Ces nombres positifs et négatifs, qui prennent tout leur sens par rapport à zéro, sont appelés des **nombres relatifs**, car ils sont relatifs à zéro.

2 Géographie et températures

1° Retrouver (c'est assez facile !) le nom des douze villes indiquées sur la carte par leur première lettre.



2° Le présentateur de la météo affirme (et il ne se trompe pas) que dans six villes les températures sont **négatives**, et que dans sept villes, les températures sont **positives**.

a) Citer les six villes aux températures négatives.

b) Citer les sept villes aux températures positives.

3° Quelle remarque peut-on faire pour la ville de Lyon ?

4° À Bordeaux et Strasbourg les températures sont dites **opposées**.

Citer deux autres villes où les températures sont aussi opposées (il y a 3 solutions).

Comment repérer un point sur une droite ? dans un plan ?

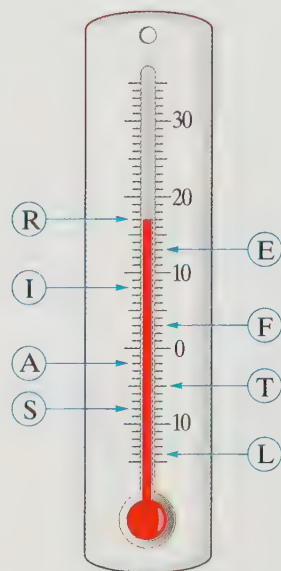
3 Bien lire et bien placer !

1° Recopier et compléter le tableau ci-dessous, soit avec une température, soit avec la lettre indiquant le niveau de l'alcool dans le thermomètre dessiné ci-contre.

niveau de l'alcool	R		L		T		F	
température (en degrés Celsius)		13		- 2		8		- 8

2° Tracer une droite graduée en plaçant l'origine O et en prenant pour unité deux côtés de carreaux de cahier.

Placer ensuite les points E , T , I , R et D associés respectivement aux nombres 4 ; 2,5 ; 1 ; - 2 et - 3.



4 Bien repérer !

Reproduire trois fois le quadrillage ci-contre.

1° Sur le premier quadrillage, marquer les points repérés par les couples :

(5 ; 5), (3 ; 5), (2 ; 4), (2 ; 2), (3 ; 1) et (5 ; 1).

Attention ! Prendre le premier nombre de chaque couple sur la graduation rouge « horizontale ».

Joindre ces points dans l'ordre, par des segments.

Vérifier qu'on obtient la lettre « C ».

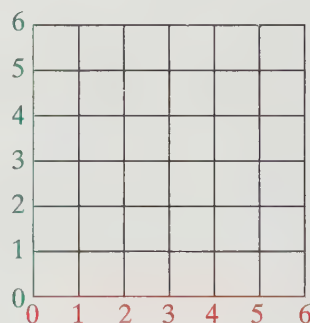
2° Sur le deuxième quadrillage, marquer les points repérés par les mêmes couples qu'au 1°, mais en prenant le premier nombre de chaque couple sur la graduation verte « verticale ».

Joindre ces points dans l'ordre, par des segments.

Obtient-on la même lettre qu'au 1° ?

3° Sur le troisième quadrillage, en joignant par des segments les points repérés par les couples (5 ; 5), (4 ; 1), (3 ; 3), (2 ; 1) et (1 ; 5), on souhaite obtenir la lettre « W ».

Pour cela, doit-on prendre le premier nombre de chaque couple sur la graduation « horizontale » ou sur la graduation « verticale » ?



Pour éviter les confusions, lorsqu'on utilise deux nombres pour repérer un point, il a été décidé que :

→ le **premier nombre** appartient à la graduation « horizontale » (c'est l'**abscisse**) ;

→ le **second nombre** appartient à la graduation « verticale » (c'est l'**ordonnée**).

1 Les nombres relatifs

Les nombres précédés du signe $-$ sont des **nombres négatifs**.

Les nombres précédés ou non du signe $+$ sont des **nombres positifs**.

Les nombres positifs ou négatifs s'appellent des **nombres relatifs**.

Exemples Voici une liste de nombres relatifs : 8 ; -6 ; $+3$; 0 ; $-2,7$; $14,3$; -11 ; $+25$.
 Dans cette liste, il y a 4 nombres négatifs : -6 ; 0 ; $-2,7$; -11 .
 Il y a aussi 5 nombres positifs : 8 ; $+3$; 0 ; $14,3$; $+25$.

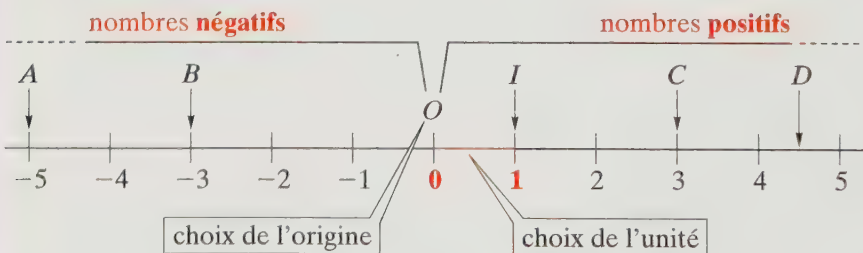


→ Le nombre 0 est le seul nombre qui soit à la fois positif et négatif.

→ Le signe « $+$ » est souvent inutile (la calculatrice ne l'affiche jamais !) :
 $+3 = 3$; $+8 = 8$; $+14,3 = 14,3$; $+25 = 25$.

2 Lire et placer un point sur une droite graduée

Une droite graduée (ou axe) est une droite sur laquelle on a choisi une origine (le point O repéré par zéro) et un point unité (le point I repéré par 1).
 Une unité est la distance de 0 à 1 .



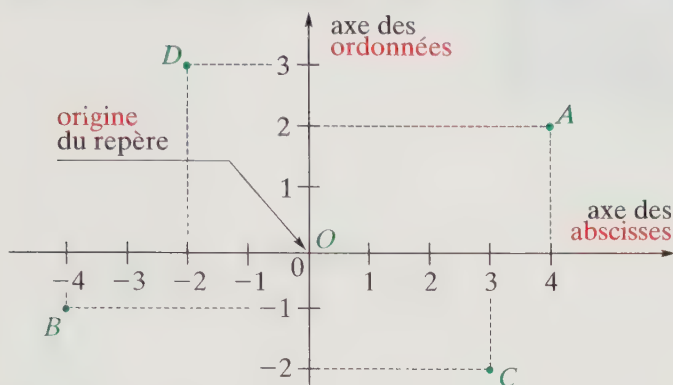
point	abscisse
A	-5
B	-3
O	0
C	3
D	$4,5$

Chaque point d'une droite graduée peut être repéré par un nombre relatif appelé **abscisse** du point.

Remarque : Les points B et C sont de part et d'autre de l'origine O et à la même distance de O . Les nombres relatifs -3 et 3 (abscisses des points B et C) sont dits **opposés**.

3 Lire et placer un point dans un repère

Un **repère orthogonal** est constitué de deux axes perpendiculaires de même origine. L'axe des abscisses est « horizontal » ; l'axe des ordonnées est « vertical ».



point	coordonnées
A	(4 ; 2)
B	(- 4 ; - 1)
C	(3 ; - 2)
D	(- 2 ; 3)
O	(0 ; 0)

Chaque point du plan peut être repéré par deux nombres relatifs appelés **coordonnées** du point. Le premier nombre cité est toujours l'**abscisse** ; le second est l'**ordonnée**.

On note :
 $M(x ; y)$
 abscisse $\rightarrow$ $\uparrow$ $\uparrow$ ordonnée

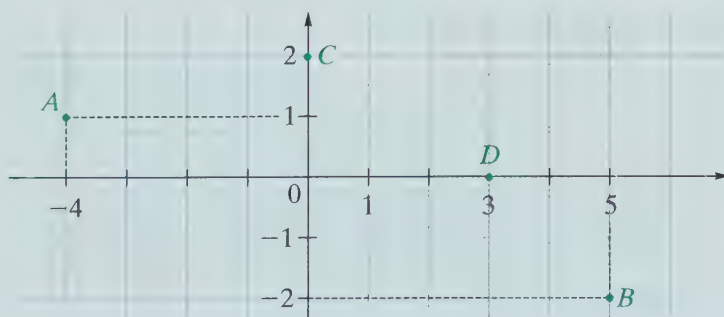


- Ne pas confondre les coordonnées des deux points C et D : le point C (3 ; - 2) est différent du point D (- 2 ; 3).
- **Abcisse** s'écrit **abc...** C'est un nom féminin. On dit « une abscisse ».

Exercice résolu

Énoncé : Dans un repère, placer les points : A (- 4 ; 1), B (5 ; - 2), C (0 ; 2) et D (3 ; 0).

Solution :



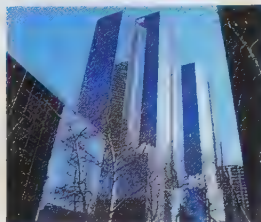
À retenir

Si l'abscisse d'un point est égale à 0, alors ce point est sur l'axe des ordonnées.
 Si l'ordonnée d'un point est égale à 0, alors ce point est sur l'axe des abscisses.

Application → exercice n° 12

Nombres relatifs

1 Une tour comporte douze étages et quatre niveaux en sous-sol. Comment imaginez-vous la plaque de commande de l'ascenseur de cette tour ?



2 Imaginons que l'on prenne l'année 2000 pour repérer les années : 2005 est alors repérée par (+ 5) et 1995 par (- 5).

1° Donner les nombres relatifs permettant de repérer les années suivantes :

2010; 1997; 2000; 1960; 2024; 1789.

2° Inversement, donner les années correspondant aux entiers relatifs suivants :

+ 8; - 10; - 35; + 100.

3° Par quel entier relatif l'année de votre naissance est-elle repérée ?

3 1° Olivier a obtenu les notes suivantes :

17; 7; 10; 13; 8; 14,5; 11,5; 9,5.

Pour indiquer les écarts à la moyenne 10, il décide de noter + 4 pour 14 et - 4 pour 6.

Donner pour chaque note d'Olivier l'écart à la moyenne.

2° Comme Olivier, Olivia a indiqué l'écart à la moyenne de chacune de ses notes. Elle obtient :

+ 5; - 1; + 2; - 3; 0; + 7,5; - 1,5; + 0,5. Retrouver les notes (sur 20) obtenues par Olivia.

4 Écrire l'opposé de chacun des nombres suivants : 4; - 8; + 12; - 35; 0; 99.

5 Reproduire et compléter le tableau :

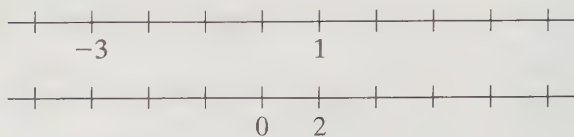
a pour opposé	7		0	- 5		
		3			- 11	
a pour opposé						- 24

Matthieu affirme que prendre l'opposé de l'opposé d'un nombre, c'est ne rien faire !

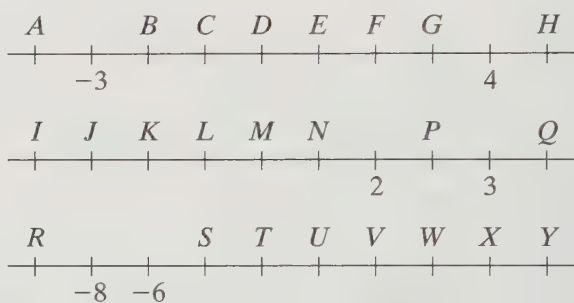
A-t-il raison ?

Sur une droite graduée...

6 Reproduire et compléter ces deux droites graduées en écrivant sous chaque trait de graduation le nombre relatif qui convient.



7 Pour chacune des droites graduées ci-dessous, quelle est la lettre qui indique l'origine, c'est-à-dire le point d'abscisse 0 ?

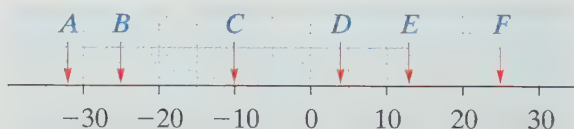


8 M, A, N, B, C

1° Donner l'abscisse de chacun des points A, B et C.

2° Entre quels entiers relatifs est comprise l'abscisse du point M? du point N?

9 1° Donner l'abscisse de chacun des points A, B, C, D, E, F.



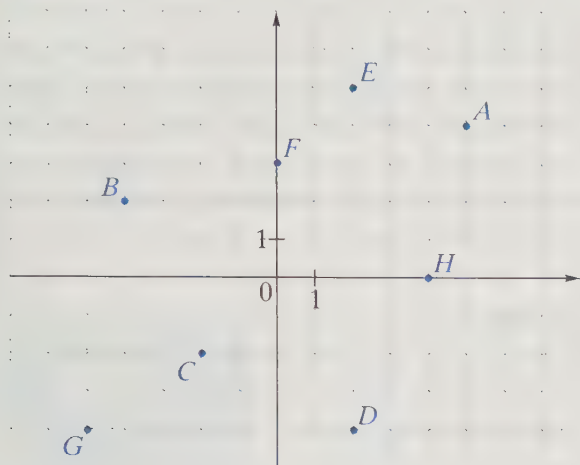
2° Indiquer deux points dont les abscisses sont opposées.

10 En prenant pour unité le centimètre, tracer une droite graduée en marquant l'origine C. Placer ensuite les points A, E, T, X d'abscisses respectives : - 1; - 4; 3; - 3.

Quel mot lit-on ?

Repère orthogonal...

11 1° Donner les coordonnées des huit points A, B, C, D, E, F, G et H dans le repère ci-dessous.



- 2° Citer les deux points qui ont la même abscisse.
3° Citer les deux points qui ont la même ordonnée.

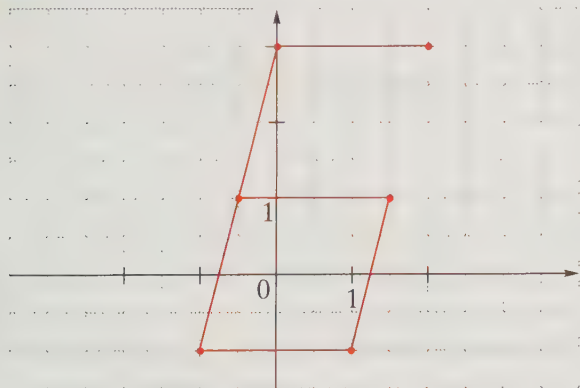
12 Voir l'exercice résolu de la page 117.

Tracer un repère orthogonal en prenant le côté du carreau du cahier comme unité sur les deux axes.

1° Placer les cinq points suivants : A (5 ; 2), B (3 ; - 4), C (- 3 ; - 4), D (- 5 ; 2) et E (0 ; 6).

2° Tracer les cinq segments suivants : [AC], [AD], [BD], [BE] et [CE].

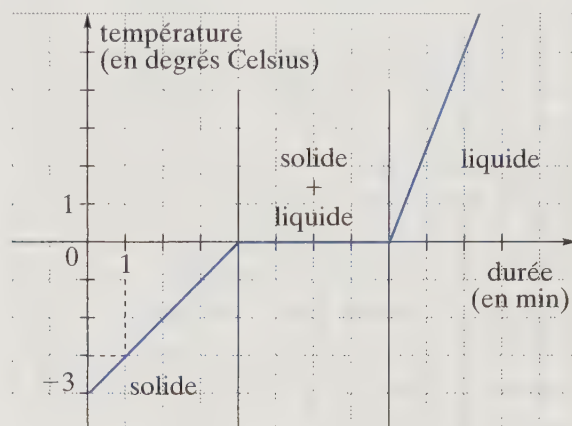
13 Dans le repère ci-dessous, on a tracé une figure qui a la forme d'un six.



Indiquer les coordonnées des points qui permettent de tracer cette figure en commençant par le point de coordonnées (2 ; 3).

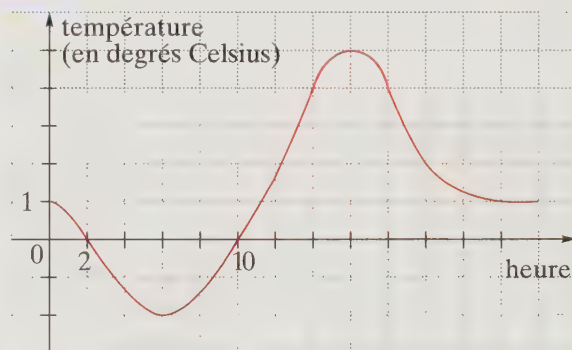
Lire des graphiques

14 En chauffant des glaçons, on a relevé la température toutes les minutes. On a relevé, par exemple, -3°C après une minute. On a ainsi construit le graphique suivant :



- 1° Quelle est la température des glaçons au départ ?
2° Quelle est la température au bout de trois minutes ? de cinq minutes ? de dix minutes ?
3° Au bout de combien de temps n'a-t-on que de l'eau liquide ?

15 Une journée pas très chaude !



- 1° Quelle est la température la plus basse relevée dans la journée ? À quelle heure ?
2° Quelle est la température la plus haute relevée dans la journée ? À quelle heure ?
3° Je rentre du collège à 18 h. Quelle température fait-il à cet instant de la journée ?
4° Il fait 2° . Quelle heure peut-il être ?
5° À quelle période de la journée a-t-il gelé (de quelle heure à quelle heure) ?

16

Trouver la règle

Dans chaque cas, une même règle permet de passer d'un nombre au suivant. Trouver la règle et compléter.

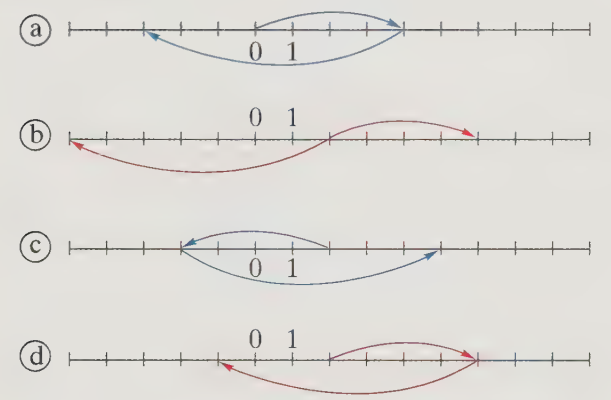
- a) 4; 3; 2; ?; ?; ?; ?; - 3.
- b) 8; 6; 4; ?; ?; ?; ?; - 6.
- c) 9; 7; 5; ?; ?; ?; ?; - 5.
- d) 12; 9; 6; ?; ?; ?; ?; - 9.
- e) 14; 10; 6; ?; ?; ?; ?; - 14.

17

Le bon schéma

Le matin on note une température de 2° C.
À midi, on note une hausse de 4° C de la température
et le soir une baisse de 7° C par rapport à midi.

1° Retrouver ci-après le schéma qui correspond à cette situation.



2° Donner la température notée le soir.

18

Les parties de billes

Fabien joue deux parties de billes. Lors de la première partie, il gagne 3 billes et à la seconde, il en perd 5. Finalement, Fabien a perdu 2 billes.

Si on note + 3 le gain de 3 billes et - 5 la perte de 5 billes, on peut dire que le bilan de Fabien est - 2.

Reproduire et compléter de tête le tableau :

1 ^{re} partie	+ 3	+ 5	+ 9	- 4	+ 7	- 9	- 8
2 ^{de} partie	- 5	- 8	+ 1	- 2	- 6	+ 4	+ 8
bilan	- 2						

19

Sur un escalier...

Laure et Laurent, Marc et Marion, Paul et Pauline, Sylvie et Sylvain sont sur une même marche d'un large escalier.

1° Laure monte trois marches, puis monte cinq marches. Que doit faire Laurent pour rejoindre directement Laure ?

2° Marc monte quatre marches, puis redescend sept marches. Que doit faire Marion pour rejoindre directement Marc ?

3° Paul descend trois marches, puis descend quatre marches. Que doit faire Pauline pour rejoindre directement Paul ?

4° Sylvie descend cinq marches, puis remonte huit marches. Que doit faire Sylvain pour rejoindre directement Sylvie ?

20

Goal average

Ci-dessous, se trouve le classement des 18 clubs de football de 1^{re} division à la fin de l'automne 1999 avec leur *goal average** (incomplet).

1° Que constate-t-on pour Rennes ?

2° Dans la colonne « Diff », que signifie :
+ 24 pour Monaco ?
- 12 pour Montpellier ?



	Bp	Bc	Diff
1 Monaco	41	17	+ 24
2 Lyon	25	18	...
3 P.S.G.	30	23	...
4 Auxerre	26	23	...
5 Bordeaux	31	29	...
6 St. Etienne	30	28	...
7 Sedan	27	28	...
8 Marseille	27	25	...
9 Bastia	25	23	...

	Bp	Bc	Diff
10 Rennes	26	26	0
11 Troyes	22	28	...
12 Nantes	22	24	...
13 Metz	22	21	...
14 Nancy	26	28	...
15 Strasbourg	19	27	...
16 Lens	18	26	...
17 Le Havre	19	29	...
18 Montpellier	20	32	- 12

3° Recopier la liste des 18 clubs en indiquant pour chacun leur goal average.

4° Pour Montpellier, si on tape sur la calculatrice 20 $\ominus$ 32 $\ominus$ =, elle affiche - 12.

De la même façon, contrôler avec la calculatrice tous les résultats précédents.

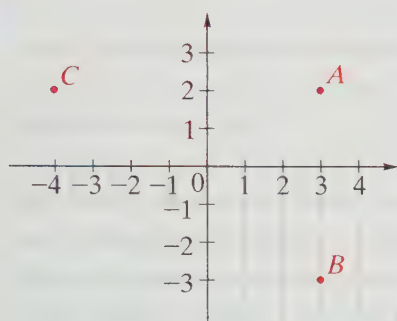
* Différence de buts Bp - Bc (colonne « Diff »)
Bp : nombre de buts marqués;
Bc : nombre de buts encaissés.

21 Recopier le texte ci-dessous en le complétant par les quatre mots suivants :

positifs; négatifs; opposés; relatifs.

-
- 10; 2,5; - 4; 19; 0; 13; - 5; 4
- ① Tous les nombres de cette liste sont des nombres ...
- ② Les nombres - 10 et - 15 sont ...
- ③ Les nombres 2,5 et 19 sont ...
- ④ Les nombres - 4 et 4 sont ...
-

22

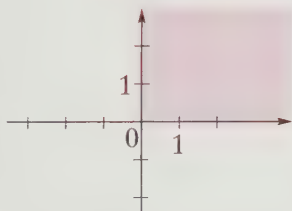


Recopier le texte ci-dessous en le complétant à l'aide des mots suivants :

coordonnées; abscisse; ordonnée.

-
- ① Les points A et B ont même ... 3.
- ② Les points A et C ont même ... 2.
- ③ L' ... de B est - 3; l' ... de C est - 4.
- ④ Le point C a pour ... (- 4; 2)
-

23 On a colorié en rose la région où les points ont deux coordonnées positives. On appelle cette région le premier quadrant.



1° Reproduire ce même type de repère et colorier en vert la région où les points ont l'abscisse négative et l'ordonnée positive.

(On appelle cette région le deuxième quadrant.)

2° Colorier en jaune la région où les points ont les deux coordonnées négatives.

(On appelle cette région le troisième quadrant.)

3° Il reste un quatrième quadrant à colorier en bleu. Que peut-on dire des coordonnées des points bleus?

24 Températures et vie pratique

- 41 °C 6 °C à - 2 °C 37 °C

1500 °C 44 °C 6000 °C

0 °C - 18 °C à - 40 °C

Il s'agit de placer les températures (en degrés Celsius) ci-dessus dans les bonnes cases.

- a) Corps humain (température normale)
- b) Transformation de la glace en eau
- c) Dans un réfrigérateur
- d) Dans un congélateur
- e) Flamme
- f) Surface du Soleil
- g) Température la plus élevée en France (à Toulouse en 1923)
- h) Température la plus basse en France (dans le Doubs en 1985)

Note

Aucune température ne peut descendre en dessous de - 273° C.

Cette valeur est le **zéro absolu**.

25 Avoir négatif !

M. FITAGEN		RELEVÉ DE COMPTE	
AVOIR PRÉCÉDENT		200,00 €	
DATE	LIBELLÉ	DÉBIT	CRÉDIT
10/05	CHÈQUE 8450012	150,00 €	
12/05	VERSEMENT		100,00 €
15/05	CHÈQUE 8450013	200,00 €	
NOUVEL AVOIR		- 50,00 €	

1° Que signifient les expressions :

« avoir précédent », « débit » et « crédit » ?

2° Quel est l'avoir sur le compte de M. Fitagen au soir du 12 mai ?

3° Comment expliquer le nouvel avoir de - 50,00 € sur le compte de M. Fitagen ?

Pour débattre en classe

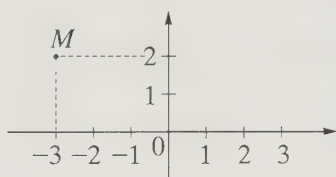
26

Répondre par Vrai ou Faux à chacune des affirmations suivantes et justifier la réponse.

Pour les affirmations **a** à **c**, on considère la liste de nombres relatifs suivante :

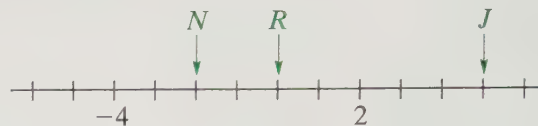
-1 4 -3 5 2 0 -5

- a** Il y a quatre nombres positifs dans la liste.
b Il y a trois nombres négatifs dans la liste.
c Il y a deux nombres opposés dans la liste.
d Les coordonnées de *M* sont (2 ; -3).



- e** Si un point est sur l'axe des abscisses, son ordonnée est égale à 0.

Pour les affirmations **f** à **h**, on considère la droite graduée suivante :

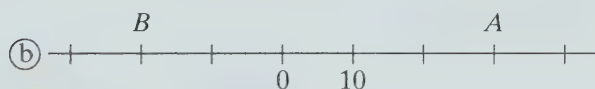
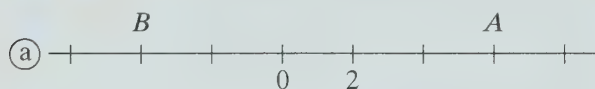


- f** L'abscisse du point *N* est égale à -6.
g L'abscisse du point *R* est égale à 0.
h L'abscisse du point *J* est égale à 6.
i L'opposé d'un nombre négatif est un nombre positif.
j Deux nombres relatifs de signes différents sont opposés.

Pour s'évaluer à la maison

27 Lire l'abscisse d'un point

Dans chaque cas, donner l'abscisse des points *A* et *B*.



28



1° Donner les abscisses des points *A* et *B*.

2° **a**) Reproduire la droite graduée et placer le milieu *M* du segment $[AB]$. Donner l'abscisse du point *M*.

b) Placer le point *C* sachant que son abscisse est opposée à celle du point *A*.

29

Placer des points sur une droite graduée

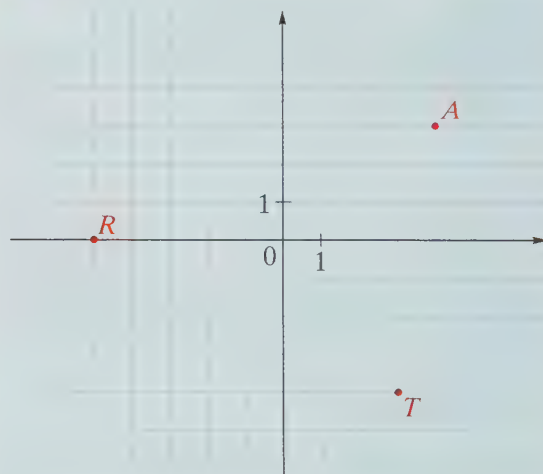
Tracer une droite graduée (unité : le centimètre).

1° Placer les points *T*, *E*, *U* et *J* d'abscisses respectives +2,5 ; +4 ; -3 et -5.

2° Placer un point *S* dont l'abscisse est comprise entre -2 et -1. Quel mot lit-on ?

30

Lire les coordonnées d'un point et placer des points dans un repère



1° Reproduire le repère ci-dessus, puis donner les coordonnées des trois points *A*, *T* et *R*.

2° Placer les quatre points suivants :

E (-4 ; 3) ; *F* (-3 ; -4) ; *L* (3 ; 4) ; *I* (0 ; -5).

3° Soit *O* l'origine du repère. Avec le compas, vérifier que les sept points se trouvent sur le cercle de centre *O* et de rayon 5 fois le côté d'un carreau.

À propos du repérage d'un point sur une droite

31 On considère huit points dont les abscisses sont données dans le tableau suivant :

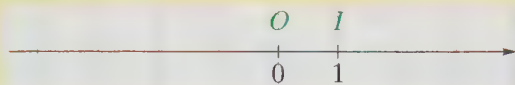
point	E	C	F	A	D	H	G	B
abscisse	2	-3	4	-5	-1	6	5	-4

1° Imaginons ces points placés sur une droite graduée, d'origine O et d'unité OI .



- Quels sont les points qui sont situés à droite de l'origine O ?
 - Quels sont les points qui sont situés à gauche de l'origine O ?
 - Quels sont les deux points situés à 5 unités de O ?
- 2° Reproduire la droite graduée et placer les huit points.

À retenir

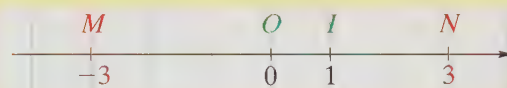


Comment placer, sur la droite graduée ci-dessus, le point M d'abscisse -3 et le point N d'abscisse 3 ? L'abscisse -3 est négative d'où :

-3 M est à gauche de O
 M est à 3 unités de O

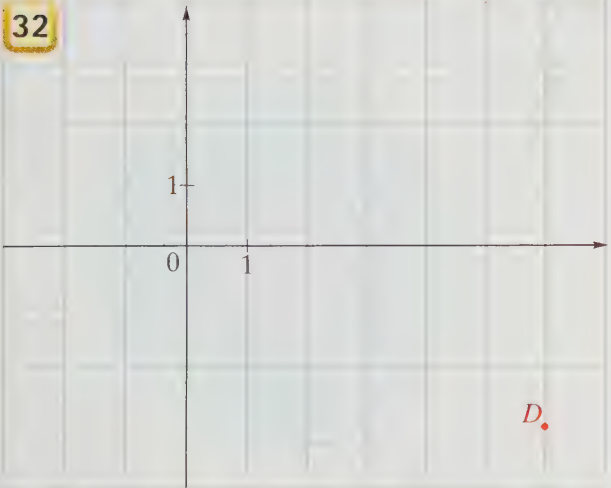
L'abscisse 3 ou $+3$ est positive d'où :

$+3$ N est à droite de O
 N est à 3 unités de O



On retiendra, dans ce cas, que M et N ont des abscisses opposées.

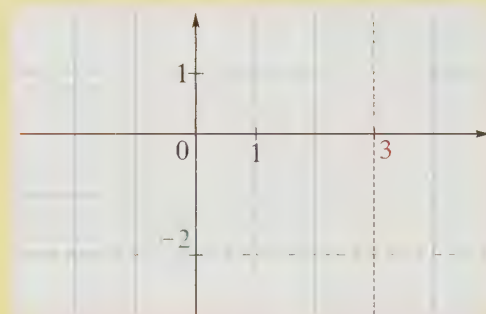
À propos du repérage d'un point dans le plan



- Reproduire le repère ci-dessus et donner les coordonnées du point D .
- Placer les trois points suivants :
 $C(6; 3)$; $B(-2; 3)$ et $A(-2; -3)$.
- Tracer les deux segments $[AC]$ et $[BD]$; ils se coupent en M .
 « Lire » les coordonnées du point M .

À retenir

Comment placer le point M de coordonnées $(3; -2)$ dans le repère suivant?



3 est la première coordonnée du point M : c'est l'abscisse de M . On imagine la parallèle à l'axe des ordonnées passant par « 3 » (droite rouge).

-2 est la seconde coordonnée du point M : c'est l'ordonnée de M . On imagine la parallèle à l'axe des abscisses passant par « -2 » (droite verte).

M est à l'intersection de ces deux droites.

Nombres relatifs

33 Entiers relatifs

Exemples :

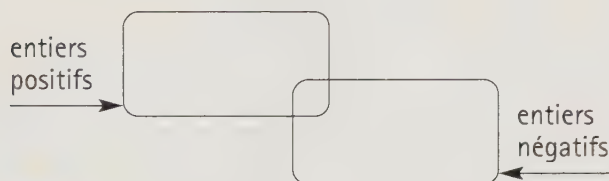
- 3 ; - 5 ; 4 ; 7 sont des nombres entiers relatifs.
- 1,5 ; 8,6 sont des nombres relatifs qui ne sont pas entiers.

Voici une liste de nombres relatifs :

2,5 ; - 5 ; 2 ; 0 ; - 5,2 ; - 52 ; 5 ; - 2 ; 0,2 ; - 0,5.

1° Donner les entiers relatifs de cette liste.

2° Placer ces entiers relatifs dans un schéma du type ci-dessous.



34 Midi, origine des heures

Imaginons que l'on prenne midi pour repérer les heures dans une journée. Ainsi, + 3 h signifie 15 h et - 2 h signifie 10 h.

1° Reproduire et compléter le tableau suivant :

heure habituelle	10 h	14 h	7 h		
heure repérée par rapport à midi	- 2 h			+ 8 h	- 1 h

2° Voici trois durées :

- de - 5 h à + 2 h ;
- de - 3 h à + 3 h ;
- de - 1 h à + 7 h.

Quelle est la durée la plus longue ? la plus courte ?

35 Anomalie !

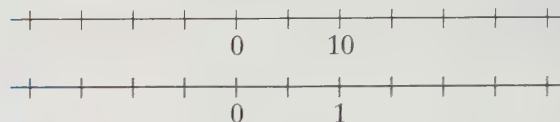
Un centre commercial dispose d'un rez-de-chaussée et de quatre étages. De plus, il y a un parking en sous-sol avec trois niveaux.

Je laisse ma voiture au parking au deuxième sous-sol, je monte de cinq étages, je descends de trois, je remonte de cinq étages et enfin je redescends de quatre étages.

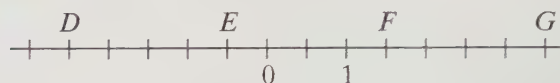
Dans tout cela, il y a quelque chose qui ne va pas ! Où est le problème ?

Sur une droite graduée...

36 Reproduire et compléter ces deux droites graduées en écrivant sous chaque trait de graduation le nombre relatif qui convient.



37 1° Donner l'abscisse de chacun des points D, E, F et G indiqués ci-dessous.

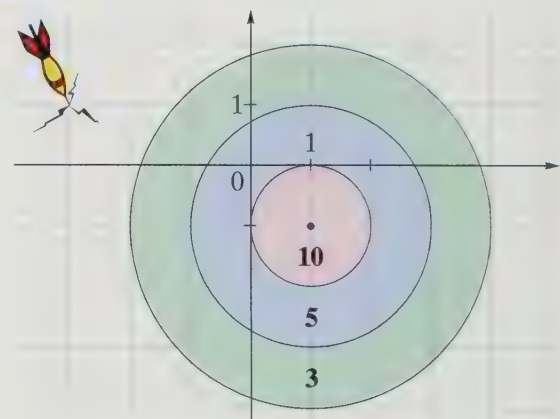


2° Donner un encadrement de chacune de ces abscisses par deux entiers relatifs consécutifs.

3° Reproduire cette droite graduée et placer les points A, B et C d'abscisses respectives - 1,5 ; 0,5 et 2,5.

Dans un repère orthogonal...

38 La cible



1° Quelles sont les coordonnées du centre de la cible ?

2° L'impact (- 2 ; 1) rapporte-t-il des points ? (Si oui, combien ? si non, pourquoi ?)

3° Tom et Jerry font une partie de fléchettes en lançant trois flèches chacun.

Les impacts de Tom sont : (- 1 ; - 3), (3 ; 1) et (2 ; - 2). Les impacts de Jerry sont : (0 ; - 2), (2 ; 0) et (4 ; - 2). Qui a gagné la partie ?

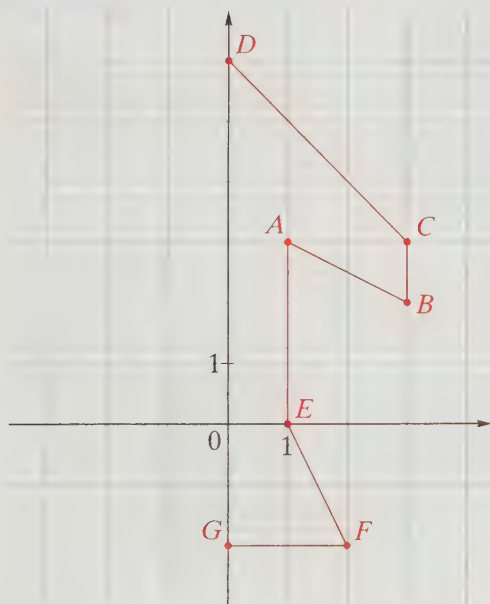
Géométrie dans un repère (exercices 39 à 41)

- 39** 1° Dans un repère orthogonal, placer les points suivants : $A(-1; -2)$, $B(-1; 3)$ et $C(5; 3)$.
2° Placer le sommet D du rectangle $ABCD$.
Quelles sont les coordonnées de D ?

- 40** 1° Dans un repère orthogonal, placer les points suivants : $M(-1; 1)$, $N(2; 5)$, $P(5; 1)$.
2° Marquer le point Q pour que le quadrilatère $MNPQ$ soit un losange.
3° Donner les coordonnées du centre du losange.

- 41** 1° Reproduire le dessin ci-dessous, puis recopier et compléter ce premier tableau :

point	A	B	C	D	E	F	G
coordonnées	(1; 3)						



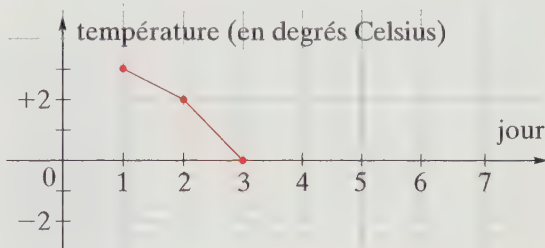
- 2° On appelle A' , B' , ... G' les symétriques des points A , B , ... G par rapport à l'axe des ordonnées.
Placer ces points sur le dessin, puis recopier et compléter ce second tableau :

point	A'	B'	C'	D'	E'	F'	G'
coordonnées							

- 3° Quelle remarque peut-on faire en observant les coordonnées des points dans les deux tableaux?

Problèmes et graphiques

- 42** 1° **Températures sur une semaine**
Le graphique ci-dessous donne les températures relevées à Lyon du 1^{er} au 3 janvier à 7 h.



Reproduire et compléter le graphique pour les quatre jours suivants, avec les renseignements ci-dessous :

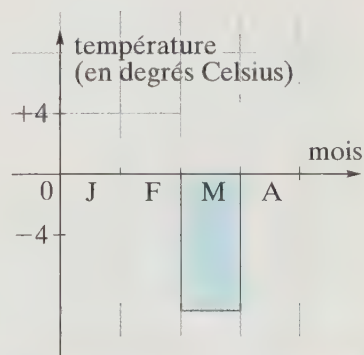
jour	4	5	6	7
température (en degré Celsius)	-2	-3	-1	+4

- 43** 1° **Les minimales à Paris !**

Le tableau ci-dessous indique les températures minimales relevées à Paris depuis plus d'un siècle.

mois	minimales	année
janvier	- 18° C	1985
février	- 15° C	1956
mars	- 9° C	1890
avril	- 4° C	1879
mai	0° C	1874
juin	+ 3° C	1881
juillet	+ 6° C	1907
août	+ 7° C	1881
septembre	+ 2° C	1889
octobre	- 3° C	1887
novembre	- 14° C	1890
décembre	- 24° C	1879

En s'inspirant du modèle ci-contre, construire un graphique représentant ces températures.



La date de Pâques

Pâques (avec un « s », une majuscule et sans article) est une fête de l'église chrétienne qui commémore la résurrection du Christ. Cette fête dérive de la pâque juive (sans « s » et avec une minuscule), fête annuelle des juifs qui commémorent leur sortie d'Égypte.

La date de Pâques a été fixée en l'an 325. Il a été décidé que ce serait, chaque année, le premier dimanche *après* la première pleine lune de printemps (21 mars).

La date de Pâques est donc variable (contrairement à celle de Noël, par exemple).

Si la pleine lune a lieu le 21 mars, alors Pâques est au plus tôt le 22 mars.

Si la pleine lune tombe le 20 mars, alors la suivante sera le 18 avril (29 jours après), et si ce jour est un dimanche, il faudra attendre sept jours de plus : Pâques sera alors le 25 avril.

La date de Pâques est donc comprise entre le 22 mars et le 25 avril.

Voici un programme simple qui permet de déterminer la date de Pâques jusqu'en 2099 inclus.

Appelez A l'année pour laquelle on veut calculer cette date.

1. Soustrayez 1900 de A.

Appelez B ce résultat.

2. Divisez B par 19 (division euclidienne !). Appelez C le reste.

3. Divisez $(7C + 1)$ par 19. Ne tenez pas compte du reste et appelez D le quotient.

4. Divisez $(11C + 4 - D)$ par 29. Soit E le reste.

5. Divisez B par 4. Ignorez le reste et soit F le quotient.

6. Divisez $(B + F + 31 - E)$ par 7.

Soit G le reste.

7. La **date** de Pâques est :

$$25 - E - G.$$



Si le résultat est positif, le mois de Pâques sera avril.

Si le résultat est négatif ou nul, le mois de Pâques sera mars.

Dans ce dernier cas, on considère que la valeur 0 correspond au 31 mars, que la valeur -1 correspond au 30 mars, -2 au 29 mars et ainsi de suite jusqu'à -9 pour le 22 mars.

À vous de jouer !

◆ Quelle sera la date de Pâques l'année prochaine ? et en 2020 ?



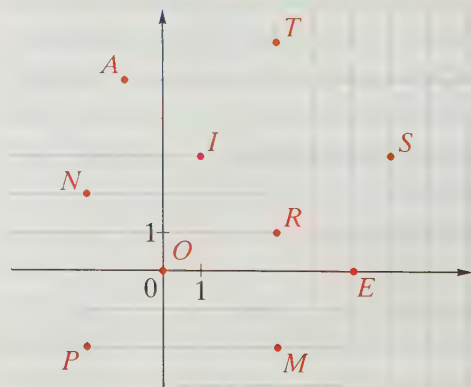
L'ENIGME DU CHAPITRE



Un mot est à découvrir. Il est composé de cinq lettres cachées parmi toutes celles situées dans le plan repéré ci-contre (*repéré* signifie : qui possède un repère).

Pour retrouver ces cinq lettres, on dispose des cinq renseignements suivants :

- 1^{re} lettre : son abscisse est égale à son ordonnée ;
- 2^e lettre : son ordonnée et son abscisse sont nulles ;
- 3^e lettre : son abscisse est le tiers de son ordonnée ;
- 4^e lettre : son abscisse et son ordonnée sont opposées ;
- 5^e lettre : son ordonnée est le double de son abscisse.



BILAN 3

En cas de difficultés, se reporter aux aides de la page 262.

1 Une pomme de terre contient en moyenne 91 % d'eau.

Quelle masse d'eau contiennent les 5 kg de pommes de terre que Sylvie vient d'acheter ?

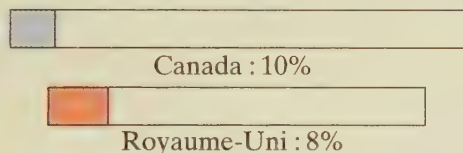
2 Les betteraves donnent 12 % de leur masse en sucre.

Quelle masse de betteraves a été nécessaire pour obtenir : **a)** 12 kg de sucre ? **b)** 1,2 t de sucre ?

3 Un marchand de jouets liquide son stock. Il fait une remise de 25 % sur les jouets vendus moins de 60 € et de 20 % sur les autres.

Simon aura-t-il un rabais plus important sur un jouet à 57 € ou sur un à 64 € ?

4 Chaque bande représente 100 % des enfants de chaque pays et la partie colorée représente le pourcentage d'enfants vivant dans la pauvreté :



1° Mesurer afin de déterminer si les représentations suivantes sont exactes. Corriger, s'il y a lieu.

2° Sur des bandes de 20 cm de long, représenter le pourcentage d'enfants vivant dans la pauvreté dans chacun des pays suivants :

pays	Suède	France	Australie	États-Unis
%	1,7	5	8,5	21

5 Les résultats d'un contrôle commun en mathématiques pour les 100 élèves de sixième d'un collège ont permis d'établir la répartition suivante :

notes	moins de 5	entre 5 et 10	entre 10 et 15	entre 15 et 20
nombre d'élèves	8	22	50	20

On veut représenter cette répartition à l'aide d'un diagramme semi-circulaire.

1° Quelle est la mesure en degrés de l'angle correspondant : **a)** aux 100 élèves ? **b)** à un élève ?

2° Réaliser le diagramme semi-circulaire.

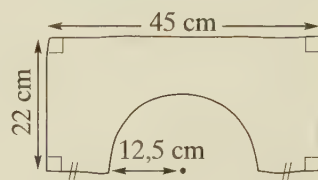
6 1° 100 % des 360 élèves d'un collège ont un cartable. À la suite d'un sondage, on a établi le tableau ci-dessous.

Le reproduire et le compléter. Arrondir, si besoin, les résultats à l'entier le plus proche.

« poids » des cartables	entre 10 et 11 kg	entre 8 et 10 kg	entre 5 et 8 kg	entre 2 et 5 kg
pourcentage d'élèves	10 %	18 %	47 %	25 %
nombre d'élèves				

2° Représenter les résultats de ce sondage à l'aide d'un diagramme circulaire. On calculera d'abord la mesure des angles.

7 Construire à l'échelle $\frac{1}{5}$ la figure ci-contre faite à main levée.



8 Dans un magasin, trois amies ont acheté les mêmes articles. Les quantités et les montants de leurs achats sont indiqués ci-dessous :

	Pauline	Marie	Jeanne
bouteille de jus de fruits	2	3	4
paquet de gâteaux	4	2	4
collier de bonbons	5	5	5
montant (en €)	11,90	10,10	14,30

1° En comparant les achats de Pauline et de Jeanne, calculer le prix d'une bouteille de jus de fruits.

2° Quelles auraient été les dépenses de Marie et de Pauline si elles n'avaient pas acheté de bouteilles de jus de fruits ?

3° Calculer le prix d'un paquet de gâteaux et celui d'un collier de bonbons.

4° En sortant, les trois amies s'aperçoivent que le magasin concurrent faisait une réduction de 30 % sur les mêmes jus de fruits.

Quelle économie chacune aurait-elle faite en faisant leurs achats dans ce magasin ?

BILAN 3

9 Repérage sur une droite graduée

1° Sur une droite graduée d'origine O , marquer les points A , B , et C d'abscisses respectives 4, -1 et -3 .

2° a) Placer les points M , N et P sur cette droite de façon que O soit le milieu de $[AM]$, $[BN]$ et $[CP]$.

b) Quelles sont les abscisses des points M , N et P ?

3° Placer sur cette droite, le point R tel que B soit le milieu du segment $[AR]$.

Quelle est l'abscisse du point R ?

10 Avec des coordonnées

Tracer un repère orthogonal en prenant le côté du carreau du cahier comme unité de graduation sur les deux axes.

1° Placer les douze points suivants :

$A(2; 7)$, $B(3; 7)$, $C(3; 0)$, $D(2; -2)$, $E(2; -4)$, $F(1; -7)$, $G(-2; -4)$, $H(-3; 0)$, $I(-2; 3)$, $J(0; 4)$, $K(1; 4)$ et $L(1; 7)$

2° Tracer les douze segments suivants :

$[AB]$, $[BC]$, $[CD]$, $[DE]$, $[EF]$, $[FG]$, $[GH]$, $[HI]$, $[IJ]$, $[JK]$, $[KL]$, et $[LA]$.

3° Ce dessin rappelle le contour de la célèbre « Île de Beauté ». Quel est son nom?

11 Symétrie

Tracer un repère orthogonal en prenant le côté du carreau du cahier comme unité sur les deux axes.

1° a) Placer les points suivants :

$A(-2; 1)$, $B(3; 1)$, $C(7; 3)$ et $D(0; 5)$.

b) Tracer le quadrilatère $ABCD$.

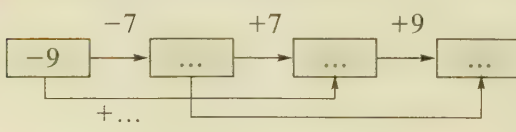
2° Placer, sur l'axe des ordonnées, le point E de façon que le triangle DAE soit isocèle en A .

Quelles sont les coordonnées du point E ?

3° a) Quelles doivent être les coordonnées du point F pour que la droite (AB) soit l'axe de symétrie de la figure $ADCBFE$?

b) Quelles doivent être les coordonnées du point G pour que la figure $AEGD$ soit un losange?

12 Reproduire et compléter :



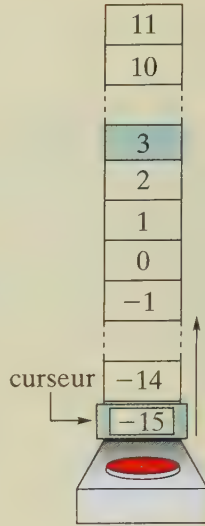
13 Au stand « Force et adresse »

Le but du jeu est de faire monter le curseur juste sur la case 3, en sautant sur le disque rouge.

Si le curseur monte, par exemple, jusqu'à la case (-2) , le joueur marque 5 points (ce qui correspond à l'écart entre -2 et 3).

S'il monte jusqu'à la case 9, le joueur marque 6 points (ce qui correspond à l'écart entre 9 et 3).

Plus un joueur fait monter le curseur près de la case 3, moins il marque de points et, donc, plus il est habile.



1° Dominique a fait trois essais. Le curseur s'est arrêté sur les cases 11, (-14) et 3.

Combien de points a-t-elle obtenus?

2° Robert, Michel et Gérard sont en compétition.

	1 ^{er} essai	2 ^e essai	3 ^e essai
Robert	case (-4)	case (-1)	case 5
Michel	case 2	case 10	case 1

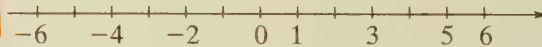
a) Qui est le perdant, Robert ou Michel? Pourquoi?

b) Lors des deux premiers essais, Gérard a obtenu 4, puis 3 points. Sur quelles cases le curseur s'est-il arrêté?

Donner toutes les combinaisons possibles.

c) Pour être le gagnant, Gérard doit atteindre certaines cases. Les citer toutes.

14



1° Frank déplace la pointe de son crayon « sur une droite graduée ». La pointe est à 6 et il veut qu'elle atteigne l'opposé de ce nombre.

Doit-il l'avancer ou la reculer?

De combien?

2° Même consigne lorsque la pointe de son crayon est à -7 , puis à 130 et enfin à -9382 .

3° Trouver les nombres relatifs manquants :

• $3 + \dots = -3$

• $-11 + \dots = 11$

• $-92 + \dots = 92$

• $754 + \dots = -754$

CHAPITRE 9

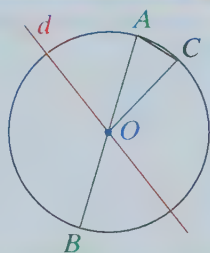
Avec un compas et une règle graduée

De l'école au collège

QCM

Pour chaque question,
indiquer la réponse exacte
(ou les réponses exactes).

Pour les
affirmations
de 1 à 5,
on considère
la figure :



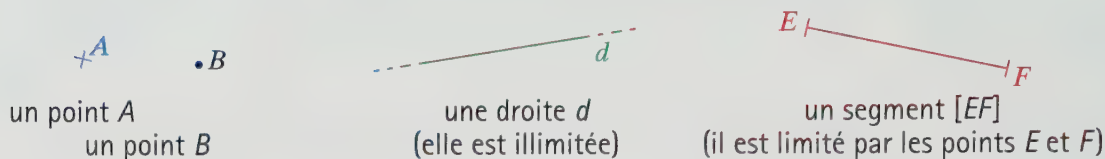
RÉPONSES

		A	B	C
1	Le segment vert est :	un rayon du cercle	un diamètre du cercle	une corde du cercle
2	Le segment bleu est :	un rayon du cercle	un diamètre du cercle	une corde du cercle
3	Le point O est :	la moitié du segment AB	le milieu du segment AB	le centre du cercle
4	La droite d (en rouge) coupe le cercle en :	1 point	2 points	3 points
5	Le triangle OAC est :	équilatéral	quelconque	isocèle
6	Dans quel(s) cas a-t-on dessiné : - une ligne droite ? - un segment de droite ?			

De quoi s'agit-il ?

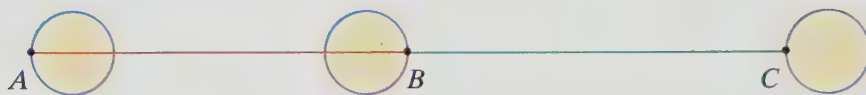
Comment comparer des longueurs ?

Qu'est-ce qu'un cercle ?



1 Avoir le compas dans l'œil !

1°

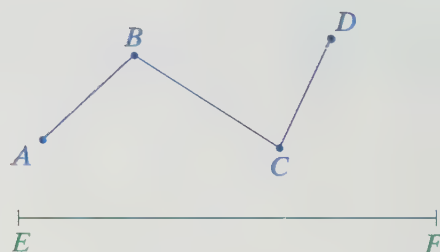


- Dire, *spontanément*, si le point B est plus éloigné du point C que du point A.
- En utilisant un compas, contrôler la réponse précédente.

2° Quelle est la plus grande longueur : celle de la ligne brisée ABCD ou celle du segment $[EF]$?

(Interdit de mesurer !)

Indication : Avec un compas, placer, sur le segment $[EF]$, le point G tel que les longueurs EG et AB soient égales, puis ...



3° a) Tracer une droite d .

Sur celle-ci, placer deux points R et I à 3 cm l'un de l'autre.

b) Au compas, placer sur la droite d le point S tel que $IS = IR$.

c) Recopier et compléter la phrase suivante avec l'un des mots : *moitié, milieu, centre*.

Le point I est le (la) ... du segment $[RS]$.

2 À la même distance d'un point

1° a) Marquer un point I.

b) Avec une règle graduée, placer cinq points A, B, C, D et E situés à 4 cm du point I.

c) Comment obtenir, le plus rapidement possible, le tracé de tous les points situés à 4 cm du point I ? Effectuer ce tracé.

2° Marquer un point O. Ensuite, colorier :

a) en vert, la surface constituée de tous les points situés à moins de 4 cm du point O ;

b) en bleu, la surface constituée des points situés à plus de 5 cm du point O.

3° Tracer :

- au crayon à papier, un cercle de centre K et de 3 cm de rayon ;
- en bleu, un rayon ;
- en rouge, un diamètre ;
- en vert, une corde ;
- en noir, un arc de cercle.

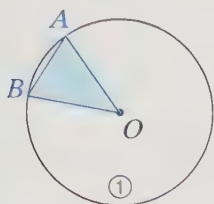
Comment reconnaître un triangle isocèle ou équilatéral ?

Comment tracer un triangle isocèle ou équilatéral ?

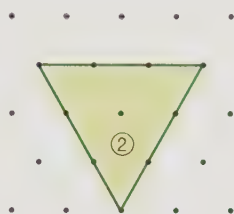
3 Avec des côtés de même longueur

1° Tracer un triangle DEF . Nommer ses sommets et ses côtés.

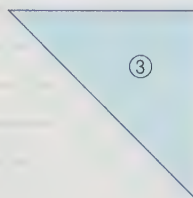
2° On s'intéresse aux figures ci-dessous :



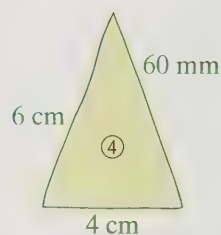
A et B sont sur le cercle de centre O.



Réseau triangulaire « régulier ».



Quadrillage « 5 x 5 ».



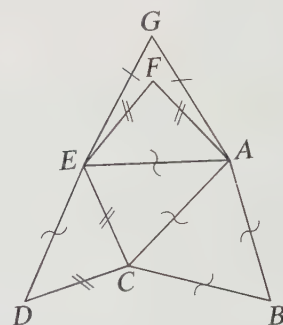
Dessin « à main levée ».

Vrai ou Faux ?

- Chacun des triangles n'a que deux côtés de même longueur.
- Trois de ces triangles n'ont que deux côtés de même longueur.
- Le triangle ② est équilatéral. Il est aussi « trois fois » isocèle.

3° On considère la figure codée ci-contre.

- Nommer trois triangles isocèles.
- Nommer un triangle équilatéral.
- Combien y a-t-il de triangles isocèles de sommet principal C ?



4 Jeu de construction

- Tracer un segment $[AB]$ mesurant 5 cm.
 - Tracer le cercle de centre A et de rayon 6 cm.
 - En utilisant un compas, placer un point E situé à 6 cm de A et à 6 cm de B.

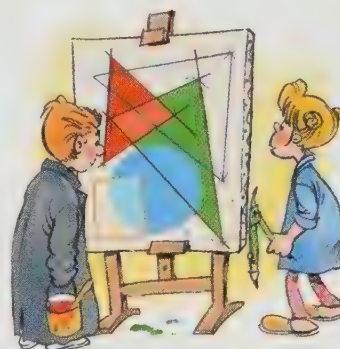
Qui a raison ?

Julie : « Il y a deux possibilités pour placer le point E. »

Arnaud : « Mais non ! Il n'y en a qu'une ! »

Marie : « Le triangle EAB est isocèle en E ! »

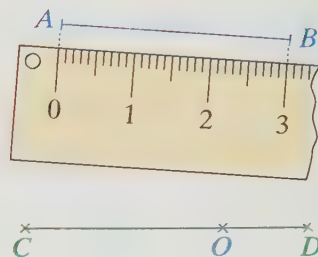
- Tracer un segment $[RS]$ mesurant 6 cm.
 - En utilisant un compas, placer un point T tel que le triangle RST soit équilatéral.
 - Combien y a-t-il de solutions (de possibilités) pour le point T ?
 - Le triangle RST est-il isocèle en T ? en S ? en R ?



1 Connaître et utiliser le vocabulaire

Segment

- Le segment d'extrémités A et B se note $[AB]$ ou $[BA]$.
- La longueur du segment $[AB]$ se note AB .
Dans l'exemple ci-contre, $AB = 3$ cm.
- Le point O appartient au segment $[CD]$.
On écrit, en abrégé : $O \in [CD]$.



Milieu : définition

Le **milieu d'un segment** est le point :

- ① qui appartient à ce segment ;
- ② et qui est situé à égale distance de ses extrémités.

Exemple Sur le dessin ci-contre :

- on a $I \in [EF]$ et $IE = IF$;
- on a codé l'égalité des longueurs IE et IF en mettant deux petits traits identiques.

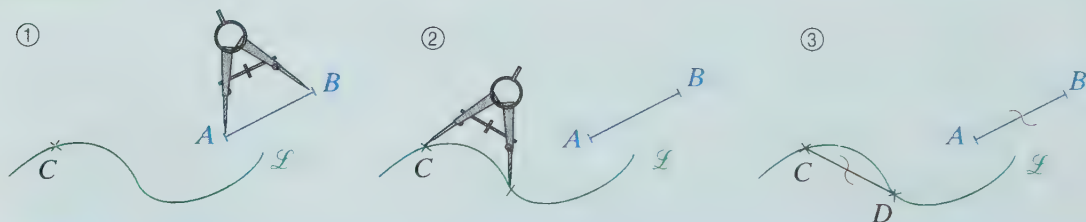


Le point I est le milieu du segment $[EF]$.

Exercice résolu 1

Énoncé : Construire, au compas, le point D de la ligne $\mathcal{L}$ tel que $CD = AB$.

Solution :



Méthode

Pour reporter une longueur, on n'a pas besoin de la mesurer. Il vaut mieux utiliser un compas qui est un excellent « transporteur » de longueurs.

Application → exercice n° 1

2 Connaître et utiliser le vocabulaire du cercle

Exemple Le cercle de centre O et de rayon 2 cm est constitué de tous les points situés à 2 cm du point O .

- Un **rayon** d'un cercle est un segment ayant pour extrémités le centre du cercle et un point du cercle.

Exemples : $[OA]$, $[OB]$, $[OC]$.

- On appelle aussi rayon la longueur commune de ces segments :

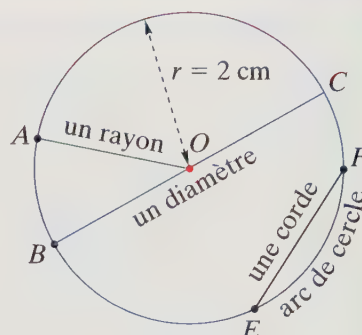
$$r = OA = OB = OC = OE = OF = 2\text{ cm}.$$

- Un **diamètre** est un segment passant par le centre du cercle et ayant pour extrémités deux points du cercle. Exemple : $[BC]$.

- Le mot diamètre désigne aussi la longueur BC (ici 4 cm).

- On a l'égalité suivante :

$$\text{diamètre} = \text{rayon} \times 2$$

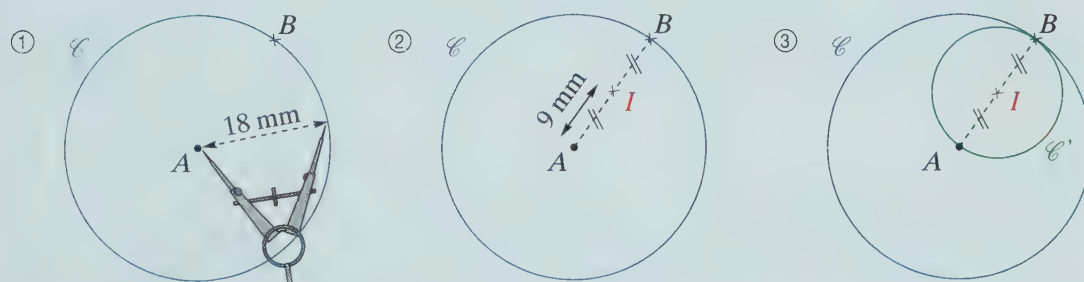


Exercice résolu 2

Énoncé : Tracer un cercle $\mathcal{C}$ de centre A et de rayon 18 mm .

Placer un point B de ce cercle, puis tracer le cercle $\mathcal{C}'$ (lire « C prime ») de diamètre $[AB]$: on appellera I son centre.

Solution :



Le centre d'un cercle est le milieu de n'importe quel diamètre.

Donc : $AI = AB : 2$ et $IB = AB : 2$. D'où $AI = 18\text{ mm} : 2 = 9\text{ mm}$.

Méthode

Pour tracer le cercle ayant pour diamètre un segment $[AB]$, on place le milieu I de $[AB]$, puis on trace le cercle de centre I et passant par A : ce cercle passe aussi par B , puisque $IA = IB$ (voir la figure ③).

Application → exercice n° 8

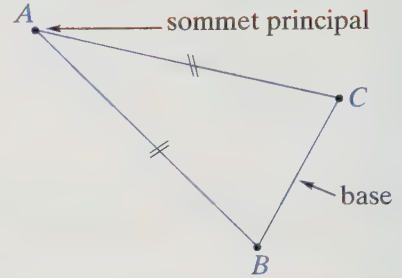
3 Reconnaître et tracer un triangle isocèle

Définition

Un **triangle isocèle** est un triangle qui a deux côtés de même longueur.

Exemple Le triangle ABC est isocèle en A , car $AB = AC$ (on lit cette égalité grâce au dessin codé).

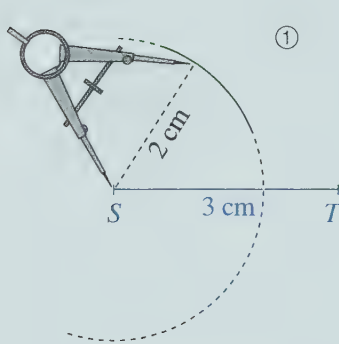
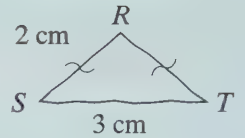
- Le point A est le **sommet principal** de ce triangle isocèle.
- Le côté $[BC]$ est la **base** de ce triangle isocèle.



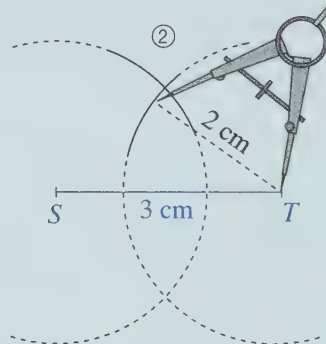
Exercice résolu 3

Énoncé : Tracer un triangle RST , isocèle en R , tel que $RS = 2$ cm et $ST = 3$ cm.

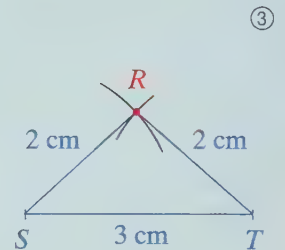
Solution : Le triangle RST est isocèle en R , donc $RT = RS$.
Or, $RS = 2$ cm, donc $RT = 2$ cm.
(Voir le dessin à main levée ci-contre.)



On trace un segment $[ST]$ mesurant 3 cm. Ensuite, on trace le cercle de centre S et de 2 cm de rayon.



On trace le cercle de centre T et de 2 cm de rayon.



On choisit l'un des deux points d'intersection des deux cercles : on l'appelle R . Ensuite, on trace les segments $[RS]$ et $[RT]$.

Remarque

Dans la pratique, il suffit de tracer les deux arcs de cercle en traits pleins (voir la figure ③).

Application → exercice n° 14

4 Reconnaître et tracer un triangle équilatéral

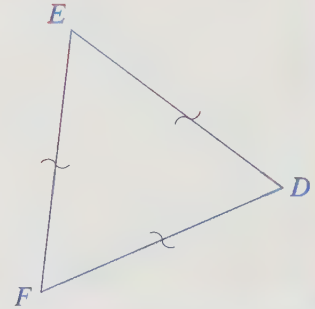
Définition

Un triangle équilatéral est un triangle dont les trois côtés ont la même longueur.

Exemple Le triangle DEF est équilatéral, car : $DE = EF = FD$.

Remarque :

Un triangle équilatéral est un triangle isocèle particulier : il est « trois fois » isocèle.



Exercice résolu 4

Énoncé : Tracer un triangle équilatéral ABC de périmètre 75 mm.

Solution : Le périmètre d'un triangle est égal à la somme des longueurs des trois côtés.
Le triangle ABC étant équilatéral, on a :

$$\text{côté} \times 3 = 75 \text{ mm},$$

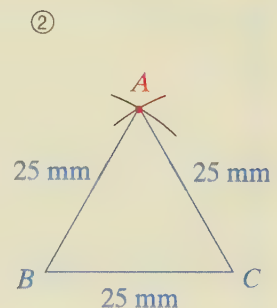
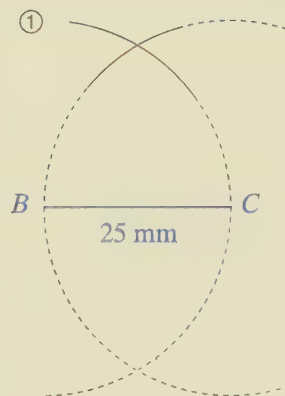
$$\text{d'où } \text{côté} = 75 \text{ mm} : 3 = 25 \text{ mm}.$$

Méthode

Tracer un triangle équilatéral est un cas particulier de la construction d'un triangle isocèle.

Après avoir tracé $[BC]$, on trace le cercle de centre B passant par C , puis le cercle de centre C passant par B .

(Ces deux cercles ont pour rayon le côté du triangle.)



Application → exercice n° 16

Longueurs, milieu, cercle

1 Voir l'exercice résolu 1 de la page 132.

À la règle et au compas, tracer un segment de longueur 3 pouces (le pouce est une unité de longueur anglo-saxonne).



2 1° Tracer un segment $[AB]$ mesurant 6 cm. Placer les points E , F et G sachant que :

- $E \in [AB]$ et $EB = 4$ cm ;
- $F \in [EB]$ et $BF = 1$ cm ;
- $G \in [AE]$ et $AG = 15$ mm.

2° Calculer la longueur du segment $[FG]$.

3 1° Tracer un segment $[IJ]$ tel que $IJ = 6,8$ cm, puis marquer son milieu O .

2° Refaire une construction semblable pour $IJ = 9,8$ cm, puis pour $IJ = 7,4$ cm.

4 1° Tracer un segment $[AB]$ mesurant 4 cm. Placer les points C et D tels que :

- le point C est le milieu du segment $[AB]$;
- le point B est le milieu du segment $[AD]$.

2° a) Placer le milieu I du segment $[BD]$.

b) Calculer la longueur du segment $[AI]$.

5 a) Placer deux points A et B .

Tracer le cercle de centre A et passant par B .

b) Tracer un rayon, un diamètre et une corde de ce cercle.

6 Tracer un segment $[EF]$.

Placer le milieu L de ce segment.

Tracer le cercle de centre L et passant par E .

Comment contrôler la qualité du tracé de ce cercle ?

7 Tracer :

- a) un cercle de centre O et de rayon 5 cm ;
- b) deux diamètres $[AB]$ et $[CD]$ du cercle ;
- c) une corde quelconque $[EF]$;
- d) une corde $[IJ]$ mesurant 4 cm.

8 Voir l'exercice résolu 2 de la page 133.

1° À la règle et au compas, reproduire le dessin suivant ($C \in [AB]$) :

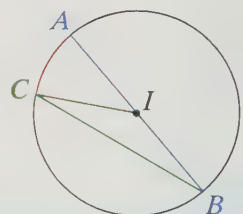


2° Tracer :

- le cercle de centre C et passant par A ;
- le cercle de centre C et passant par B ;
- le cercle de diamètre $[AB]$;
- le cercle de centre C et de rayon AB .

9 1° Recopier et compléter avec l'un des groupes nominaux suivants :

- le centre
- le milieu
- un sommet
- une extrémité.



Le point I est ... du cercle.

Le point I est ... du segment $[AI]$.

Le point I est ... du segment $[BA]$.

Le point I est ... du triangle BIC .

2° Même consigne qu'au 1° avec les groupes nominaux suivants :

- le centre
- un rayon
- un diamètre
- un côté
- le milieu
- un arc de cercle
- une corde.

Le segment $[IC]$ est ... du cercle.

Le segment $[IC]$ est ... du triangle BIC .

Le segment $[BC]$ est ... du cercle.

Le segment $[AB]$ est ... du cercle.

La ligne rouge est ...

10 1° Tracer un segment $[DE]$ mesurant 7 cm.

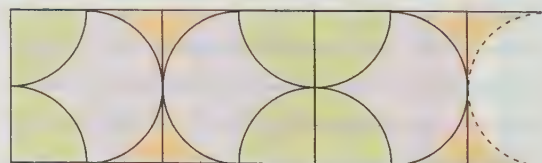
Sur ce segment, placer le point F tel que $DF = 4$ cm.

2° a) Calculer la distance EF .

b) Tracer le cercle de centre E et de rayon 3 cm.

Expliquer pourquoi ce cercle passe aussi par le point F .

11 Reproduire la frise ci-dessous.



Triangle isocèle, triangle équilatéral

12 a) Tracer un cercle de centre A et de rayon 3 cm.

b) Placer, sans instrument, deux points E et F tels que le triangle AEF soit isocèle en A .

c) Citer la base de ce triangle isocèle.

13 a) Tracer un cercle de centre I et de diamètre 8 cm. *Conseil* : calculer le rayon.

b) Tracer une corde $[RS]$ mesurant 4 cm.

c) Quelle est la nature du triangle RIS ?

(En cas de besoin, voir le Mini-dico, page 270.)

14 Voir l'exercice résolu 3 de la page 134.

Tracer un triangle isocèle ABC tel que :

$$AB = AC = 5 \text{ cm et } BC = 4 \text{ cm.}$$

15 a) Tracer un triangle DEF , isocèle en F , tel que :
 $DF = 6 \text{ cm et } DE = 4 \text{ cm.}$

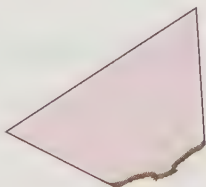
b) Citer la base et le sommet principal de ce triangle.

16 Voir l'exercice résolu 4 de la page 135.

Tracer un triangle équilatéral DEF de côté 4 cm.

17 Tracer un triangle équilatéral RST de périmètre 18 cm.

18 Sur une feuille de papier, reproduire, en entier, le triangle équilatéral ci-contre qui a été en partie brûlé.



19 1° a) Tracer un segment $[AB]$ mesurant 8 cm.

b) Tracer le cercle de diamètre $[AB]$.

2° a) Placer un point E sur le cercle tel que $BE = 3 \text{ cm.}$

b) Au compas, placer le point D du cercle tel que $BD = BE$.

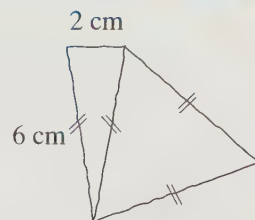
3° Sans donner de preuve :

a) comparer la longueur des petits arcs de cercle $\widehat{BD}$ et $\widehat{BE}$;

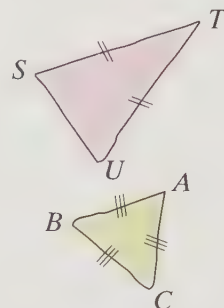
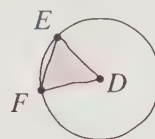
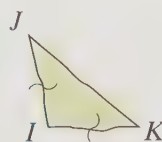
b) indiquer la nature du triangle ADE .

20 1° Construire, en vraie grandeur, la figure à main levée ci-contre.

2° Calculer le périmètre de toute la figure.



21



Recopier et compléter avec l'une des expressions suivantes :

- triangle isocèle
- triangle équilatéral
- sommet principal
- la base.

Le ... du ... STU est le point T .

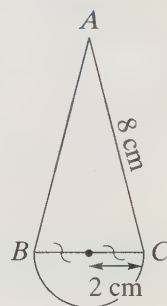
ABC est un ...

DEF est un ... de ... D .

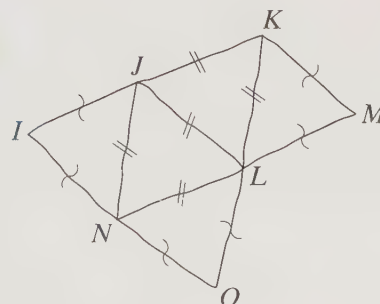
... du ... JK est le segment $[JK]$.

22 1° Tracer la figure ci-contre en vraie grandeur (elle est constituée d'un triangle isocèle et d'un demi-cercle).

2° Rédiger un « programme » de construction de cette figure.



23

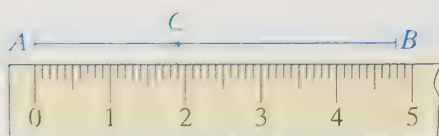


Grâce aux codages, citer :

a) tous les triangles équilatéraux;

b) tous les triangles isocèles non équilatéraux.

24



1° Lire sur le dessin ci-dessus la longueur des segments $[AB]$ et $[AC]$.

2° Calculer la longueur du segment $[BC]$.

25

Recopier et compléter :

- a) $15 \text{ m} = \dots \text{ cm}$; b) $38 \text{ cm} = \dots \text{ m}$;
 c) $72,5 \text{ km} = \dots \text{ m}$; d) $45,3 \text{ cm} = \dots \text{ m}$;
 e) $75,2 \text{ dm} = \dots \text{ m}$; f) $580 \text{ m} = \dots \text{ km}$.

26

I est le milieu d'un segment $[AB]$.

Calculer la longueur AI dans chaque cas suivant :

- $AB = 9 \text{ cm}$ • $AB = 36 \text{ mm}$ • $AB = 25 \text{ dm}$.

27

Recopier et compléter le tableau suivant dans lequel d et r désignent le diamètre et le rayon d'un cercle.

d	15 m	$\dots \text{ cm}$	17,4 mm	$\dots \text{ dm}$
r	$\dots \text{ m}$	7,6 cm	$\dots \text{ cm}$	9,32 m

28

Un marronnier mesure 3 m de plus qu'un chêne. La hauteur du marronnier est 8,70 m. Quelle est la hauteur du chêne ?

29

1° Quel est le périmètre d'un triangle équilatéral de côté : 5,3 cm ? 2,8 cm ? 3,25 cm ?

2° Combien mesure le côté d'un triangle équilatéral de périmètre 24 cm ? 3,9 cm ? 12,6 cm ?

30

Combien doit-on donner de coups de ciseaux pour partager une bande de papier de 1 m de long en 10 morceaux de 10 cm ?

Attention !

31



Lors d'une course automobile, les concurrents doivent réaliser 36 tours d'un circuit de 24 575 m.

Quelle est, en kilomètres, la distance parcourue par les coureurs ?

32



L'empan de la main de Louis est compris entre 13 cm et 15 cm.

Pour mesurer la longueur de son lit, Louis a reporté 12 fois son empan.

Donner un encadrement, en mètres, de la longueur du lit de Louis.



À l'ordinateur

Pour les exercices suivants, utiliser un logiciel de construction géométrique.

33

Marquer deux points (grâce à la commande Point).

Nommer ces points A et B (Nommer).

Tracer le segment $[AB]$ (Segment).

Tracer le cercle de centre A et passant par B (Cercle).

34

Marquer deux points A et B , puis placer le milieu I de $[AB]$ (Milieu, Nommer).

Tracer le cercle de diamètre $[AB]$.

35

Construire deux cercles se coupant en deux points A et B . Déplacer un cercle, puis l'autre.

S'interroger sur le nombre de points d'intersection de deux cercles.

36

Construire un cercle, puis une droite (Droite) coupant le cercle. Faire apparaître les points d'intersection de la droite et du cercle (Point(s) sur deux objets). Déplacer la droite le plus possible.

Y a-t-il toujours deux points d'intersection ?

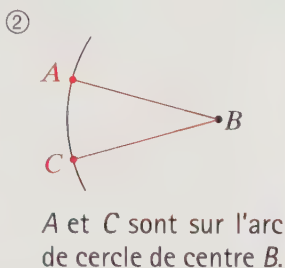
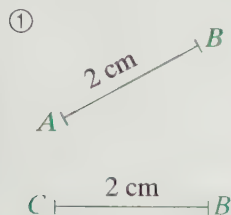
Expérimenter de même en déplaçant le cercle.

37 Jouer au professeur

Attention ! Sur une figure, deux points différents ne peuvent pas avoir le même nom.

Le professeur : « Tracer deux segments $[AB]$ et $[CB]$ de même longueur. »

Parmi les deux dessins d'élèves ci-dessous, un seul est correct. Lequel ? Corriger l'autre.

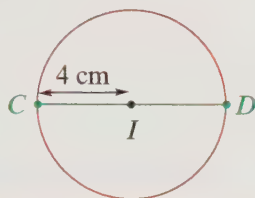


38 Utiliser le bon vocabulaire

On considère la figure ci-contre :

1° Recopier et compléter avec :

le ou la ou un ou une.



- ... point I est ... centre du cercle.
- ... rayon de ce cercle est égal à 4 cm.
- ... segment $[CD]$ est ... diamètre du cercle.

2° Corriger les trois erreurs de Jonatan :

$[CD] = 8 \text{ cm}$. I est le centre du segment $[CD]$ et le milieu du cercle.

39 Chercher et rédiger une preuve

1° a) Tracer un triangle ABC isocèle en A tel que $BC = 4 \text{ cm}$ et $AB = 7 \text{ cm}$.

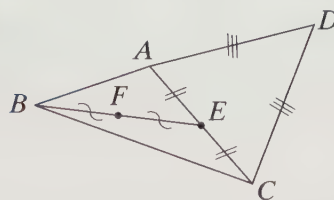
b) Placer le point D tel que le point A soit le milieu du segment $[CD]$.

c) Coder le dessin.

2° Recopier et compléter :

*ABC est isocèle en A , donc $AB = AC$.
 A est le milieu de $[CD]$, donc $AC = AD$.
 Par conséquent :
 $AD = AB$ et le triangle ABD est ... en A .*

40 « Déchiffrer » une figure codée

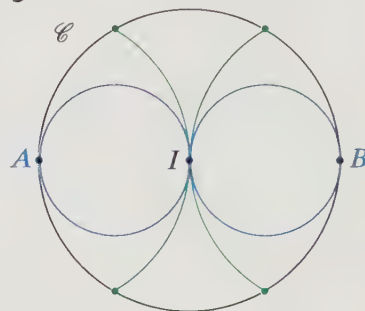


- Citer les longueurs égales de cette figure.
- Citer le nom d'un triangle isocèle.
- Écrire deux phrases sur le modèle suivant :
Le point ... est le milieu du segment $[\bullet \bullet]$.

41 Rédiger un programme de construction

On considère la figure ci-contre dans laquelle :

- le cercle $\mathcal{C}$ a pour centre I et pour diamètre $[AB]$;
- $AB = 4 \text{ cm}$.



1° Recopier et compléter le programme de construction de cette figure avec les mots suivants :

- rayon
- centre
- segment
- milieu
- point
- diamètre
- arc de cercle.

Programme de construction

a) Placer deux ... A et B tels que $AB = 4 \text{ cm}$.
 Avec une règle graduée, placer le ... I du ... $[AB]$.
 Tracer le cercle $\mathcal{C}$ de ... I et de 2 cm de ...
 Tracer le cercle de ... $[AI]$.
 Tracer le ... de ... $[IB]$.

b) À l'intérieur du cercle $\mathcal{C}$, tracer :
 • un ... de centre A et de rayon 2 cm ;
 • un ... de centre B et de rayon 2 cm .

2° Tracer la figure en vraie grandeur.

3° a) Nommer R et S les points qui sont à 2 cm de A et à 2 cm de I .

b) Nommer T le point qui est à 2 cm de B et à 2 cm de I et qui est plus près de R que de S .

c) Contrôler que le segment $[ST]$ est un diamètre du cercle $\mathcal{C}$.

4° Citer le nom de trois triangles équilatéraux ayant pour sommets des points de la figure.

Pour débattre en classe

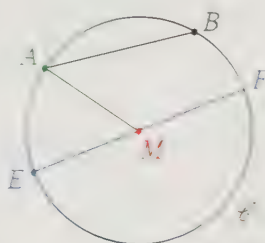
42

Répondre par Vrai ou Faux à chacune des affirmations suivantes et justifier la réponse.

a) Si le point M est le milieu d'un segment $[AB]$, alors le cercle de centre M et passant par B passe aussi par A .

b) Le milieu d'un segment $[AB]$ est le centre du cercle de diamètre $[AB]$.

- c)**
- ① $M \in \mathcal{C}$.
 - ② M est le milieu du cercle.
 - ③ $[EF]$ est un diamètre.
 - ④ $[EF]$ est une corde.
 - ⑤ $[AM]$ est une corde.
 - ⑥ $[AB]$ est une corde.



d) Un diamètre d'un cercle est une corde passant par le centre du cercle.

e) Le diamètre d'un cercle de 4,6 cm de rayon mesure 8,12 cm.

f) Le centre d'un cercle est le milieu de n'importe quel diamètre.

g) Une corde d'un cercle est un segment joignant deux points du cercle.

- h)** ABC est un triangle isocèle :
- ① de base $[AB]$;
 - ② de base $[AC]$;
 - ③ de sommet principal C ;
 - ④ de sommet principal B .

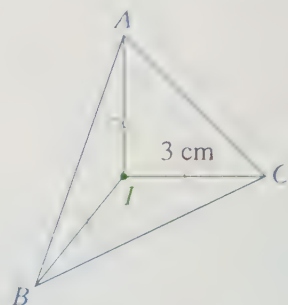


i) Si un triangle IJK est isocèle, alors, à coup sûr, $IJ = JK$.

j) Certains triangles isocèles ont trois côtés de même longueur.

k) Les points A , B et C appartiennent au cercle de centre I et de rayon 3 cm.

l) Le triangle ABC est équilatéral.



Pour s'évaluer à la maison

43

1° Placer deux points R et S tels que :
 $RS = 3,6$ cm.

Tracer le cercle $\mathcal{C}$ de diamètre $[RS]$; appeler I son centre.

2° Placer un point A sur le cercle $\mathcal{C}$ tel que $SA = 3$ cm. Tracer le cercle $\mathcal{C}'$ de centre S et passant par A . Appeler B le deuxième point d'intersection des cercles $\mathcal{C}$ et $\mathcal{C}'$.

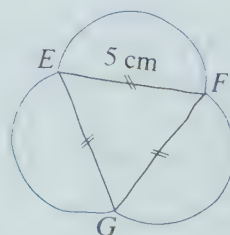
b) Tracer les segments $[SA]$, $[SB]$, $[IA]$ et $[AB]$.

3° Recopier et compléter :

.....
 $IS = \dots$ cm ; $SB = \dots$ cm ; $IB = \dots$ cm.
 Le segment $[SA]$ est un(e) ... du cercle $\mathcal{C}$.
 Le segment $[SA]$ est un(e) ... du cercle $\mathcal{C}'$.
 Le triangle AIB est ... en
 La ... du triangle ... ASB est le segment $[AB]$.

44

1° En « lisant » les codages de la figure à main levée ci-dessous, préciser la nature du triangle EFG .



2° **a)** Construire ce triangle en vraie grandeur.

b) Marquer les milieux des segments $[EF]$, $[FG]$ et $[EG]$.
Tracer les trois demi-cercles.

3° Rédiger un programme de construction de toute la figure.

Distances et cercles

45 1° Tracer un segment $[RS]$ mesurant 6 cm. Placer le milieu B de ce segment.

2° À la règle et au compas, placer le point A tel que R soit le milieu du segment $[AS]$.

3° Calculer la longueur du segment $[AB]$.

Attention ! « Calculer » ne signifie pas « mesurer ».

46 1° Faire un dessin à main levée correspondant à la situation suivante :

- I et J sont deux points ;
- J est le milieu du segment $[IA]$;
- I est le milieu du segment $[BJ]$.

2° Réaliser le dessin sachant que $IJ = 4$ cm.

3° Calculer la longueur du segment $[AB]$.

47 Tracer :

- un segment $[EF]$ mesurant 4 cm ;
- le cercle de centre E et de rayon 2 cm ;
- le cercle de centre F et de rayon 6 cm ;
- le cercle de diamètre $[EF]$.

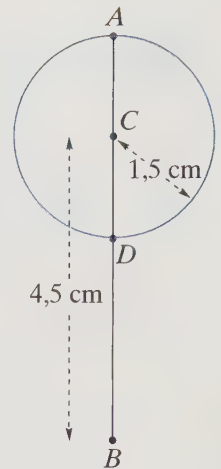
48 On considère la figure suivante dans laquelle C est le centre du cercle, $[AD]$ est un diamètre et les points A , C , D et B appartiennent à une même droite.

1° a) Calculer les longueurs AD , AB et BD .

b) Est-il vrai que D est le milieu du segment $[AB]$? Justifier la réponse.

2° a) Tracer la figure en vraie grandeur.

b) Tracer, en rouge, une corde du cercle et, en vert, un arc de cercle.



49 En connaître un rayon !

1° Pour chaque phrase ci-dessous, préciser si le mot *rayon* ou le mot *diamètre* désigne un segment ou une longueur.

- Le cercle $\mathcal{C}$ a un rayon de 3 cm.
- $[RT]$ est un rayon du cercle.
- Tracer un cercle de diamètre $[SU]$.
- Tracer un cercle de diamètre 8 cm.

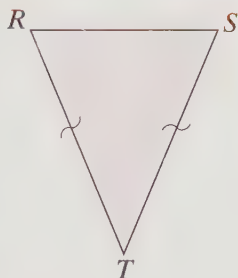
2° Réaliser une figure illustrant chaque cas.

Triangles isocèles et équilatéraux

50 1° À la règle et au compas, reproduire le triangle isocèle RST ci-contre.

2° a) Au compas, placer le point I du segment $[RT]$ de façon que $RI = RS$.

b) Préciser la nature du triangle RSI .



51 Tracer un triangle isocèle ABC dont la base $[BC]$ mesure 4 cm et les deux autres côtés mesurent 6 cm.

52 1° a) Tracer un cercle de centre K et de rayon 4 cm. Placer un point M du cercle.

b) Tracer le rayon $[KM]$.

2° a) Tracer un diamètre $[EF]$ du cercle.

b) Recopier, puis compléter le texte ci-après :

Le ... K est le ... du segment $[EF]$.

$K \bullet = \bullet E = KM = \dots$ cm ; $EF = \dots$ cm.

c) Placer, le plus rapidement possible, un point J tel que $KJ = 4$ cm.

d) Citer trois triangles isocèles ayant pour sommets des points de la figure.

Pour chacun d'eux, indiquer sa base.

53 1° Tracer un cercle de centre O et de rayon 3 cm. Placer un point A de ce cercle.

Placer deux points B et C du cercle tels que :

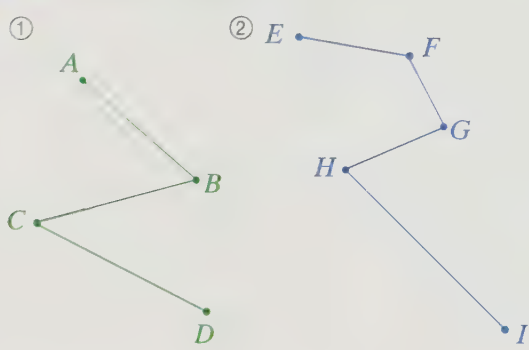
$$AB = AC = 3 \text{ cm.}$$

2° Le triangle ABC est-il équilatéral ? Est-il isocèle ?

3° Mêmes questions qu'au 2° avec les triangles ABO et ACO .

Longueur, milieu, cercle

54 Avec une règle et un compas
Voici deux lignes brisées :



- 1° Pour la ligne brisée ①, indiquer quel est le segment le plus long, le plus court.
- 2° Quelle est la ligne brisée la plus longue : la ① ou la ② ?

55 1° Placer deux points A et B distants de 8 cm (voir le *Mini-dico*, page 270). Tracer les cercles :
• $\mathcal{C}$ de centre A et de rayon 4 cm ;
• $\mathcal{C}'$ de centre B et de rayon 5 cm.

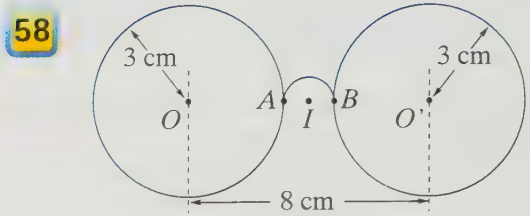
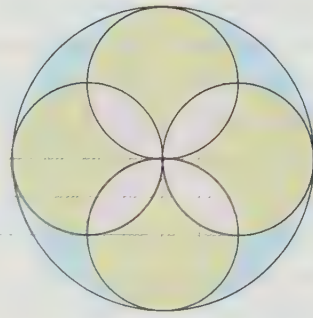
2° Colorier en bleu l'ensemble des points situés à la fois à moins de 4 cm de A et à moins de 5 cm de B.

56 1° Placer un point A. Tracer un cercle passant par A et de rayon 3 cm.

2° Tracer quatre autres cercles passant par A et de rayon 3 cm.

3° Tracer la ligne sur laquelle se trouvent tous les centres des cercles passant par A et de rayon 3 cm.

57 Réaliser le dessin ci-contre, sur quadrillage 5 x 5, et à l'échelle 2 (c'est-à-dire en doublant les dimensions).



Tracer en vraie grandeur les « lunettes » ci-dessus. (O, A, I, B et O' appartiennent à une même droite.)

59 1° Tracer un segment [AB] mesurant 6 cm. Tracer les cercles :
• $\mathcal{C}$ de diamètre [AB] (appeler M son centre) ;
• $\mathcal{C}'$ de centre B et de rayon 15 mm.

2° Le cercle $\mathcal{C}'$ coupe le segment [BM] en E. Prouver que E est le milieu de [BM].

60 1° Tracer un segment [RS] mesurant 50 mm, puis les cercles :
• $\mathcal{C}$ de diamètre [RS] : appeler I son centre ;
• $\mathcal{C}_1$ de centre R et de rayon 25 mm ;
• $\mathcal{C}_2$ de centre S et de rayon 24 mm.

3° a) À vue d'œil, a-t-on l'impression que les cercles $\mathcal{C}_1$ et $\mathcal{C}_2$ passent par le point I ?
b) Expliquer pourquoi on peut être sûr que le point I appartient au cercle $\mathcal{C}_1$, mais pas au cercle $\mathcal{C}_2$.

61 1° Tracer un segment [RS] mesurant 6 cm, puis les cercles :
• $\mathcal{C}$ de centre R et de rayon 3 cm ;
• $\mathcal{C}'$ de centre S et de rayon 4 cm.

Appeler I et J les points d'intersection de ces deux cercles.

2° Tracer, en vert, le petit arc de cercle $\widehat{IJ}$ de centre R et de rayon 3 cm, puis, en rouge, le grand arc de cercle $\widehat{IJ}$ de centre S et de rayon 4 cm.

3° Calculer le périmètre du triangle RIS, puis celui du triangle RJS.

62 Un mot, deux sens (voir la page 133)

1° a) Marquer deux points A et B, puis tracer tous les cercles ayant pour rayon le segment [AB]. Combien y en a-t-il ?
b) Peut-on tracer tous les cercles ayant pour rayon la longueur AB ? Expliquer.

2° Mêmes consignes en remplaçant le mot « rayon » par le mot « diamètre ».

Triangle isocèle, triangle équilatéral



Calquer le dessin, puis construire deux points R et S de la ligne droite (d) tels que le triangle RAS soit isocèle en A et que $RA = 4$ cm.

64 On veut construire un triangle isocèle DEF tel que $DE = 8$ cm et $EF = 5$ cm.

1° a) Le sommet principal de ce triangle peut-il être le point D ? le point E ? le point F ?
(Faire la recherche en faisant des dessins à main levée.)

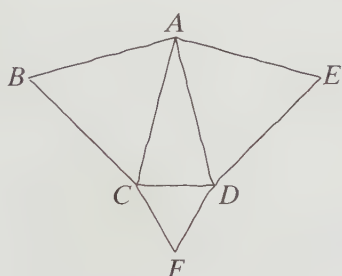
b) Dans les cas possibles, construire le triangle DEF en vraie grandeur.

2° Recommencer le **1°** avec :

$DE = 8$ cm et $EF = 3$ cm.

65 **a)** Tracer un segment $[DM]$ mesurant 3 cm.

b) Construire un triangle équilatéral DEF tel que M soit le milieu du côté $[DE]$.



1° Refaire le dessin à main levée ci-dessus, puis le coder sachant que :

- le triangle ACD est isocèle en A ;
- les triangles ABC , ADE et CDF sont équilatéraux.

2° a) Construire cette figure en vraie grandeur sachant que :

$CD = 3$ cm et $AC = 5$ cm.

b) Calculer le périmètre du polygone $ABCFDE$.

3° Les segments $[BD]$, $[CE]$ et $[AF]$ semblent-ils de la même longueur?

(Utiliser un compas pour répondre.)

67



1° a) Calquer le dessin, puis placer, au compas, un point C de la ligne droite (d) de façon que le triangle ABC soit isocèle en A .

b) Quel est le nombre de solutions?

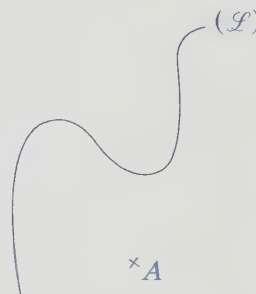
2° Recommencer le **1°** avec un triangle ABC isocèle en B .

68



a) Calquer la figure ci-contre, puis tracer un triangle équilatéral ABC tel que le point B soit sur la ligne $\mathcal{L}$ et $AB = 2$ cm.

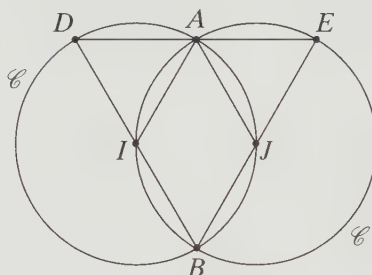
b) Quel est le nombre de solutions?



69



« Lire » une figure



- I et J sont les centres des cercles $\mathcal{C}$ et $\mathcal{C}'$;
- les cercles $\mathcal{C}$ et $\mathcal{C}'$ ont le même rayon;
- $A \in \mathcal{C}$; • $B \in \mathcal{C}$; • $J \in \mathcal{C}$; • $D \in \mathcal{C}$;
- $A \in \mathcal{C}'$; • $B \in \mathcal{C}'$; • $E \in \mathcal{C}'$; • $I \in \mathcal{C}'$.

1° Parmi les égalités suivantes, quelles sont celles qui sont vraies, à coup sûr?

- | | | |
|---------------------|---------------------|---------------------|
| a) $IA = IB$ | b) $IA = AD$ | c) $IA = IJ$ |
| d) $AJ = JB$ | e) $AE = AJ$ | f) $AJ = JE$ |
| g) $AI = AE$ | h) $BJ = AI$ | i) $AD = AE$ |

2° Parmi les triangles suivants, retrouver ceux qui sont équilatéraux et ceux qui sont isocèles non équilatéraux :

- IAD • IAJ • AEJ • BIJ • AIB • AJB .

Des droites et des segments même dans le ciel !

Repérons-nous parmi les étoiles

Pour celui qui ne s'est jamais plongé dans un ouvrage d'astronomie, le ciel étoilé, qu'on peut voir par une belle nuit sans lune et loin de toute source de lumière, n'est qu'un fourmillement de petits points lumineux dans lequel il est très difficile de se repérer.

Pourtant, tout le monde est capable de citer quelques constellations (ces figures que semblent dessiner certaines étoiles brillantes) : on a tous entendu parler de la Grande Ourse (ou casserole) et de quelques constellations du zodiaque (au moins en écoutant son horoscope !).

À l'œil nu (c'est-à-dire sans instruments tels que les jumelles ou le télescope) et par une nuit bien sombre, on peut distinguer environ 2 500 étoiles.

Quelqu'un d'exercé peut, en quelques secondes, repérer et identifier plusieurs dizaines d'étoiles parmi tous ces petits points. C'est moins difficile que cela en a l'air puisque les étoiles sont différentes de par leur éclat et leur couleur.

Mais pour en arriver là, il faut savoir tracer mentalement des segments et reporter des longueurs...

Ne pas perdre le nord !

À partir de la Grande Ourse, qui est visible en France à toute heure de la nuit tout au long de l'année, cherchons l'étoile Polaire (appelée aussi la Polaire).

Pour cela, traçons mentalement une droite passant par les étoiles *Merak* et *Dubhe* de la Grande Ourse (figure ci-contre).

Sur cette droite, dans le sens *Merak* vers *Dubhe*, reportons cinq fois la distance qui sépare ces deux étoiles.

Nous obtenons un segment dont une extrémité est *Dubhe* et dont l'autre est voisine d'une étoile peu brillante, mais très connue : la Polaire. L'étoile Polaire appartient à la constellation de la Petite Ourse. Cette étoile a la particularité d'indiquer le nord (d'où son nom).



L'ENIGME DU CHAPITRE



Depuis quinze ans, un charcutier parisien fabrique 10 mètres de boudin par jour (il ne travaille pas le lundi et s'arrête quatre semaines chaque année).

Si le charcutier déroulait sur la route, depuis Paris, le boudin qu'il a fabriqué depuis quinze ans, de quelle ville serait-il le plus proche* : Barcelone, Moscou ou Senlis ?

Barcelone est à 1 300 km, Moscou à 3 200 km et Senlis à 50 km de Paris.

D'après *Arithmétique appliquée et impertinente*, Jean-Louis Fournier, Documents Payot.

* Évidemment, on suppose que le charcutier déroule son boudin, chaque fois, dans la bonne direction.

CHAPITRE 10

Avec une équerre et une règle

De l'école au collège

QCM

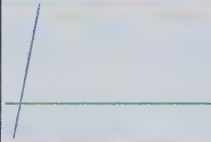
Pour chaque question,
indiquer la réponse exacte
(ou les réponses exactes).

R É P O N S E S

1

Dans quels cas la droite verte et la droite bleue ne sont pas, à vue d'œil, perpendiculaires ?

A



B

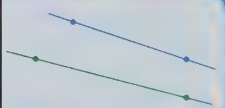


C



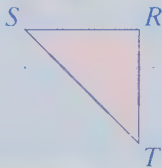
2

Dans quels cas les droites verte et bleue ne sont pas, à vue d'œil, parallèles ?



3

Le triangle RST est :



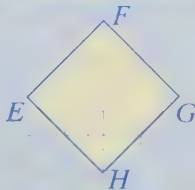
équilatéral

rectangle

isocèle

4

Le quadrilatère $EFGH$ est :



un losange

un carré

un rectangle

De quoi s'agit-il ?

Comment reconnaître et tracer des droites perpendiculaires ?

Comment reconnaître et tracer des droites parallèles ?

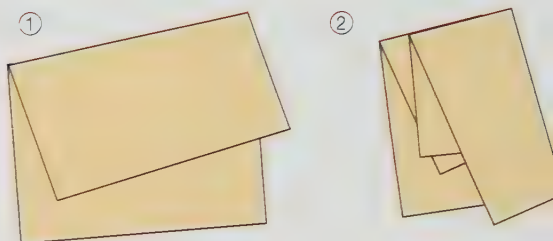
1 Prenons le bon pli !

1° a) Plier une feuille deux fois de suite comme indiqué ci-contre.

b) Quel instrument, familier en géométrie, vient-on de fabriquer ?

c) Déplier la feuille, puis repasser le premier pli en bleu et le second pli en rouge.

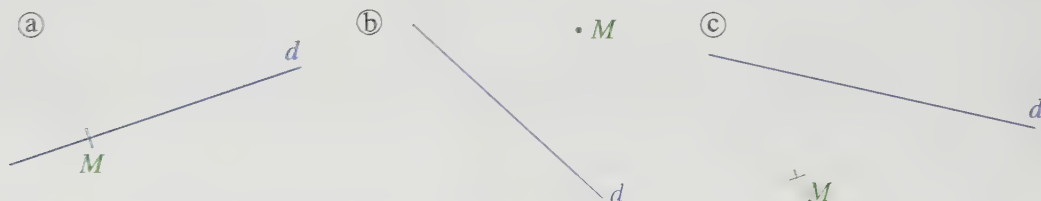
d) Que peut-on dire des « droites » obtenues ?



2° a) Sur du papier blanc, tracer, à main levée (sans instrument), deux droites perpendiculaires. « Contrôler » avec une équerre.

b) Recommencer trois fois en variant la position des droites.

3° Dans chacun des cas ci-dessous, refaire le dessin en plus grand, puis tracer, à l'aide d'une équerre, la perpendiculaire à la droite d passant par le point M .

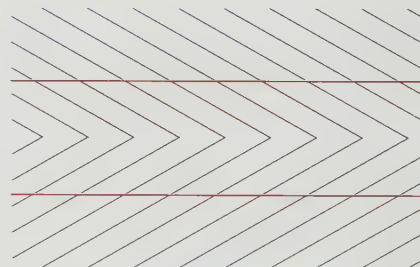


2 Des perpendiculaires aux parallèles

1° a) Les droites rouges ci-contre semblent-elles, à vue d'œil, parallèles ?

b) En utilisant une règle et une équerre, contrôler la réponse du a) de deux façons différentes :

- on a le droit de mesurer ;
- on n'a pas le droit de mesurer.

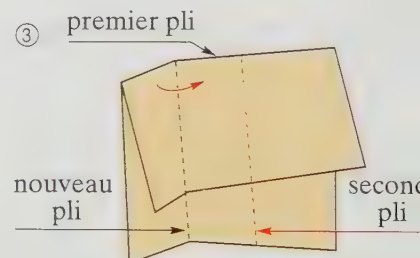


2° a) Reprendre la feuille utilisée à l'Activité 1 et revenir à la position ①.

Plier la feuille une nouvelle fois (position ③ ci-contre).

Repasser le nouveau pli en rouge.

b) Que peut-on dire des deux droites rouges ?



Comment reconnaître et tracer un triangle rectangle, un rectangle ? Comment reconnaître et tracer un losange et un carré ?

3 Avec des angles droits

1° a) Tracer un rectangle $ABCD$ tel que $AB = 8 \text{ cm}$ et $BC = 5 \text{ cm}$.

b) Tracer le segment $[AC]$.

2° a) Recopier et compléter les quatre phrases ci-dessous en utilisant les mots de la liste ci-contre.

diagonale, quadrilatère, rectangles, angles, opposés

$ABCD$ est un ... qui a quatre ... droits.

$[AB]$ et $[CD]$ sont deux côtés ...

Le segment $[AC]$ est une ...

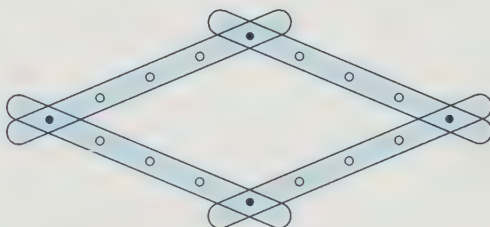
ABC et ACD sont deux triangles ...

b) Recopier et compléter avec les symboles $=$ ou $\perp$ ou $//$:

- | | | | |
|---------------------|---------------------|-----------------|---------------------|
| • $(AB) \dots (BC)$ | • $(AB) \dots (CD)$ | • $AB \dots CD$ | • $(AB) \dots (AD)$ |
| • $(AD) \dots (CD)$ | • $(AD) \dots (BC)$ | • $AD \dots BC$ | • $(DC) \dots (BC)$ |

4 Avec quatre côtés de même longueur

Avec quatre barres identiques d'une boîte de Meccano®, on a fabriqué le quadrilatère articulé ci-dessous.



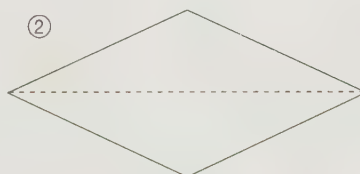
1° Reproduire, à la règle non graduée et au compas, les deux figures ci-dessous qui représentent, schématiquement, deux positions du quadrilatère articulé.

Coup de pouce : les traits en pointillés.

①



②



2° a) Le quadrilatère articulé permet-il d'obtenir un carré ? Si oui, tracer ce carré.

b) Les carrés font-ils, oui ou non, partie des rectangles et des losanges ?

1 Reconnaître et tracer des droites perpendiculaires

Notation d'une droite, points alignés, droites sécantes

• On désigne par (AB) ou (BA) la **droite** passant par les points A et B .

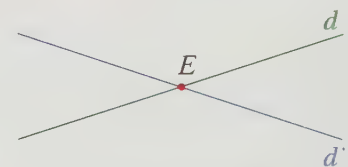


• Des points sont **alignés** lorsqu'ils appartiennent à une même droite.



Les points R , S et T ci-contre sont alignés.

• Deux **droites sécantes** sont deux droites qui se coupent (c'est-à-dire qui ont un point commun).



E est le point d'intersection des droites d et d' .

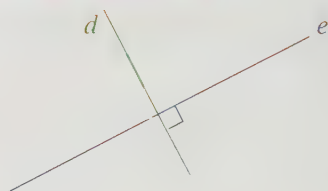
Les droites d et d' ci-contre sont sécantes en E .

Droites perpendiculaires : définition et exemple

Deux **droites perpendiculaires** sont deux droites qui se coupent en formant un angle droit.

(Lorsqu'il y a angle droit, il y en a forcément quatre.)

La droite d ci-contre est perpendiculaire à la droite e .
On écrit en abrégé : $d \perp e$.

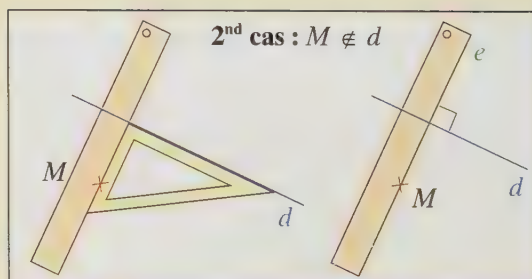
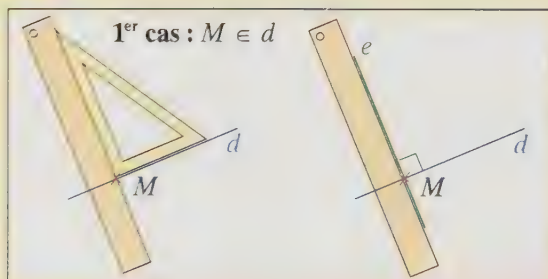


Le petit carré code un angle droit

Exercice résolu 1

Énoncé : Soit une droite d et un point M . Tracer la droite e telle que : $M \in e$ et $e \perp d$.

Méthode



Application → exercice n° 3

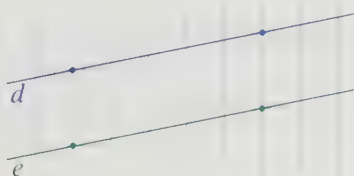
2 Reconnaître et tracer des droites parallèles

Définition

Deux **droites parallèles** sont deux droites qui ne se coupent pas.

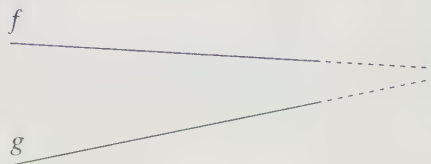
Exemples

Exemple de droites parallèles



La droite d est parallèle à la droite e .
On écrit en abrégé : $d \parallel e$.

Exemple de droites non parallèles



Les droites f et g sont sécantes.
(Ne pas oublier qu'une droite est illimitée.)

Propriété : pour justifier sans instrument

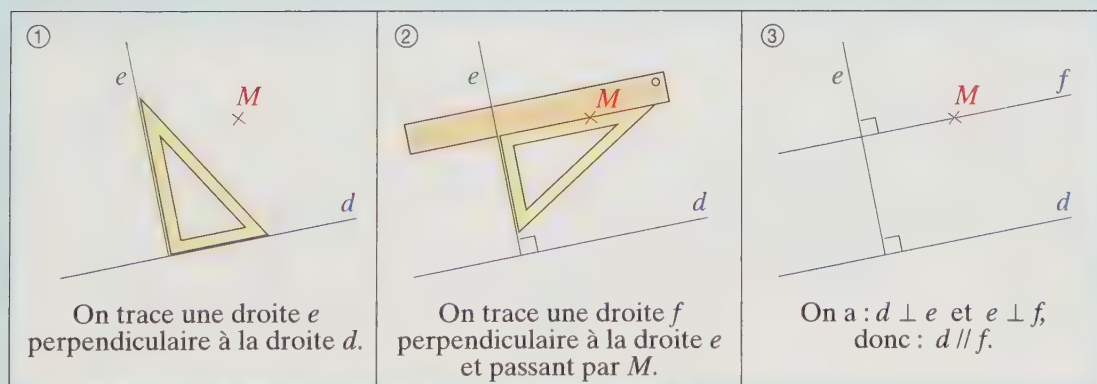
Lorsque deux droites sont perpendiculaires à une même droite, alors ces deux droites sont parallèles entre elles.

Exercice résolu 2

Énoncé : Tracer une droite d . Placer un point M en dehors de cette droite.

Tracer, à la règle et à l'équerre, la droite f parallèle à la droite d passant par le point M .

Solution :



Méthode

Ce procédé de construction met en pratique la propriété : pour justifier sans instrument, vue ci-dessus.

Application → exercice n° 6

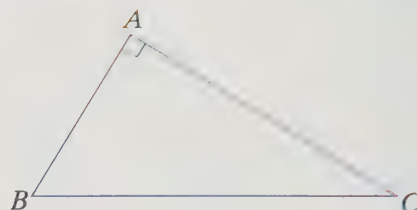
3 Reconnaître un triangle rectangle, un rectangle

Triangle rectangle : définition

Un **triangle rectangle** est un triangle qui a un angle droit.

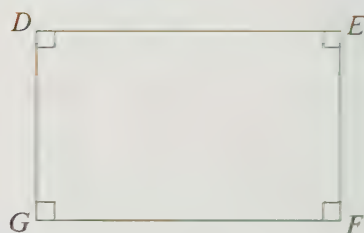
Exemple

Le triangle ABC ci-contre est rectangle en A : ses côtés $[AB]$ et $[AC]$ sont perpendiculaires.



Rectangle : définition, premières propriétés

- Un **rectangle** est un quadrilatère qui a quatre angles droits.
- Tous les rectangles ont leurs côtés opposés parallèles et de la même longueur.

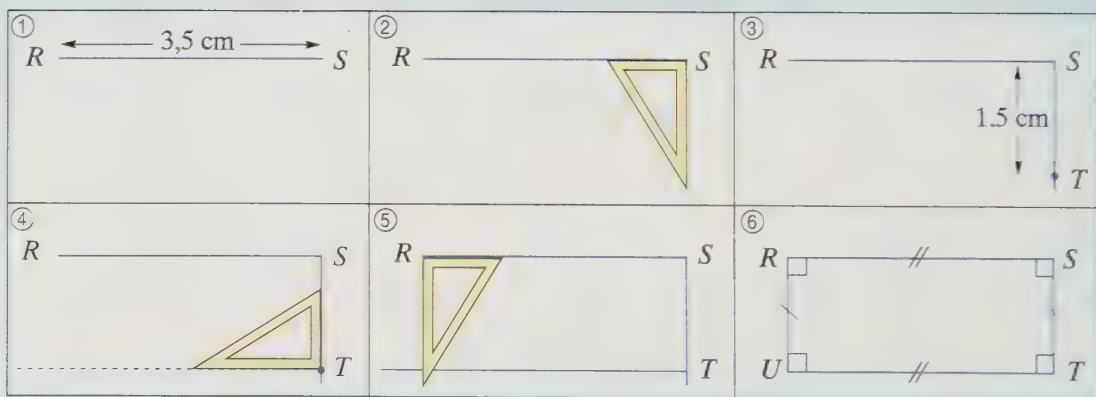


Dans la figure ci-dessus, on a : $DE = GF$, $DG = EF$, $(DE) \parallel (GF)$ et $(DG) \parallel (EF)$.

Exercice résolu 3

Énoncé : Tracer un rectangle $RSTU$ tel que $RS = 3,5$ cm et $ST = 1,5$ cm.

Solution :



À l'étape ③, on obtient un triangle RST rectangle en S .

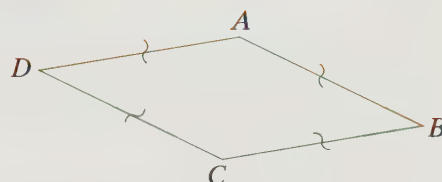
À l'étape ⑥, on code les angles droits et les égalités de longueur.

Applications → exercices n° 11 et 13

4 Reconnaître et tracer un losange, un carré

Losange : définition et première propriété

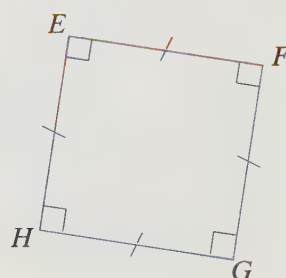
- Un **losange** est un quadrilatère qui a ses quatre côtés de même longueur.
- Tous les losanges ont leurs côtés opposés parallèles.



Exemple Dans la figure ci-dessus, on a : $AB = BC = CD = DA$ et $(AB) \parallel (CD)$ et $(AD) \parallel (BC)$.

Carré : définition et première propriété

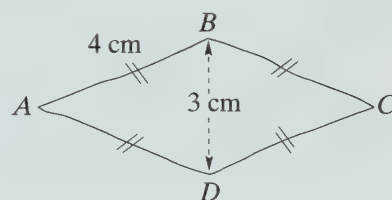
- Un **carré** est un quadrilatère qui a ses quatre angles droits et ses quatre côtés de même longueur. (Un carré est à la fois un rectangle et un losange.)
- Tous les carrés ont leurs côtés opposés parallèles.



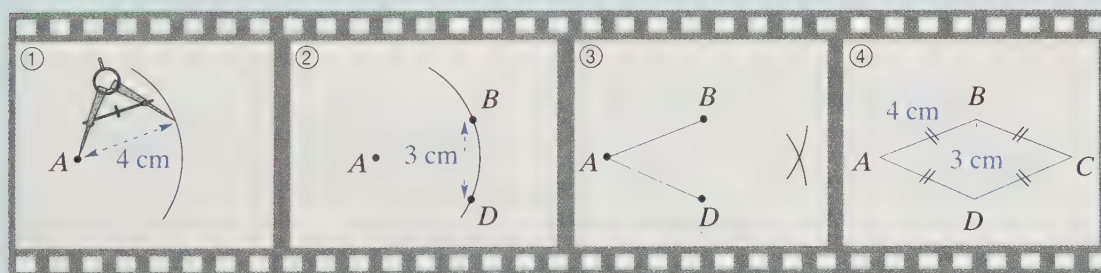
Exemple Dans la figure ci-contre, on a : $(HE) \parallel (GF)$ et $(EF) \parallel (HG)$.

Exercice résolu 4

Énoncé : Tracer, en vraie grandeur, le losange ci-contre dessiné à main levée.



Solution :



À l'étape ③, on trace deux arcs de cercles de centres B et D et de rayon 4 cm.

Application → exercice n° 19

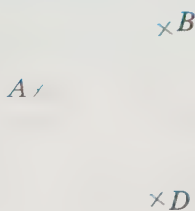
À propos de droites

1 Calquer les quatre points A , B , C et D ci-contre.

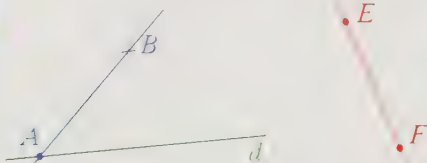
1° Tracer en vert les segments $[AD]$ et $[BC]$. Appeler E leur point d'intersection.

2° Tracer en bleu les droites (AB) et (CD) . Appeler F leur point d'intersection.

3° Tracer en rouge les droites (AC) et (BD) . Elles se coupent en G ; marquer G .



2



- La droite (AB) et le segment $[EF]$ sont-ils sécants?
- Les droites (AB) et (EF) sont-elles sécantes?
- La droite d et le segment $[EF]$ sont-ils sécants?

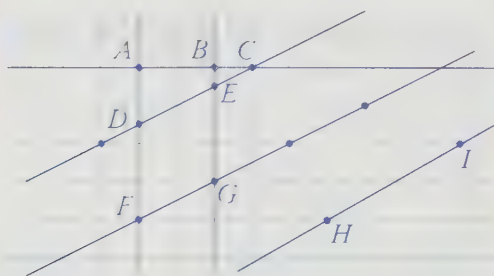
3 Voir l'exercice résolu 1 de la page 148.

Placer trois points D , E et F non alignés.

Tracer :

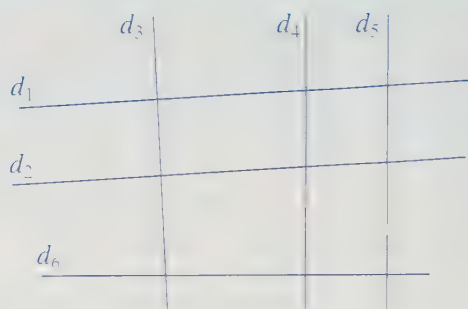
- en rouge, le segment $[DE]$;
- en noir, la droite (DE) ;
- en vert, la droite (EF) ;
- en bleu, la droite passant par D et perpendiculaire à la droite (EF) .

4



Citer deux couples de droites perpendiculaires, puis deux couples de droites sécantes non perpendiculaires et, enfin, deux couples de droites parallèles.

5



Dans la figure ci-dessus, il y a quatre couples de droites perpendiculaires et deux couples de droites parallèles.

a) Les retrouver d'abord à vue d'œil.

b) Contrôler avec une équerre et une règle.

6

Voir l'exercice résolu 2 de la page 149.

Calquer le dessin de l'exercice 1, puis tracer :

- la perpendiculaire à la droite (AB) passant par le point C ;
- la parallèle à la droite (AC) passant par le point D .

7

1° Tracer deux droites d et d' sécantes en O . Placer un point M n'appartenant ni à d ni à d' .

Tracer deux droites passant par M :

- l'une perpendiculaire à la droite d ;
- l'autre perpendiculaire à la droite d' .

2° Recommencer le 1° en remplaçant le mot *perpendiculaire* par le mot *parallèle*.

8

1° a) Tracer un triangle ABC et placer un point M à l'intérieur de ce triangle.

b) Par le point M , tracer la perpendiculaire à la droite (AB) , puis la perpendiculaire à la droite (AC) et, enfin, la perpendiculaire à la droite (BC) .

2° Recommencer le 1° en remplaçant le mot *perpendiculaire* par le mot *parallèle*.

9

Déduire en lisant des codages

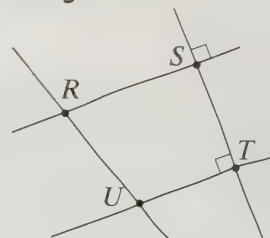
1° Recopier et compléter :

$(RS) \perp (S\bullet)$

$(\bullet\bullet) \perp (ST)$.

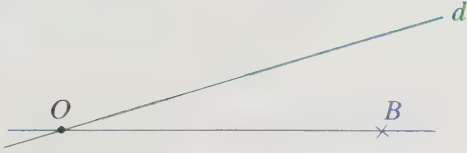
2° a) Que peut-on en déduire pour les droites (RS) et (TU) ?

b) Citer la propriété utilisée.



Triangle rectangle et rectangle

10



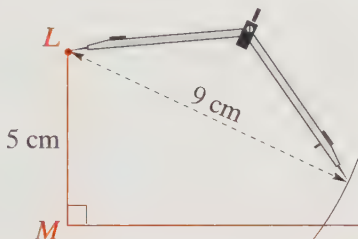
Calquer la figure, puis construire :

- le point A de la droite d de façon que le triangle OAB soit rectangle en B ;
- le point C de la droite d de façon que le triangle OCB soit rectangle en C.

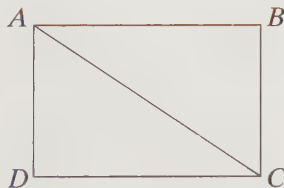
11 Voir l'exercice résolu 3 de la page 150.

- Construire un triangle ABC rectangle en B tel que $AB = 4$ cm et $BC = 6$ cm.
- Construire un triangle DEF rectangle et isocèle en D tel que $DE = 5$ cm.

- 12 Tracer un triangle LMN rectangle en M tel que :
- $LM = 5$ cm
 - et $LN = 9$ cm.



Pour les exercices 13 et 14, on considère le rectangle ABCD ci-contre.



13 Voir l'exercice résolu 3 de la page 150.

Recopier les phrases suivantes et les compléter en utilisant des mots de la liste ci-dessous :

- $[AC]$ est un(e) ...
- $[AD]$ et $[BC]$ sont deux ...
- $[BC]$ et $[CD]$ sont deux ...
- B est un(e) ...

sommet, côté,
diagonale,
parallèle,
perpendiculaire.

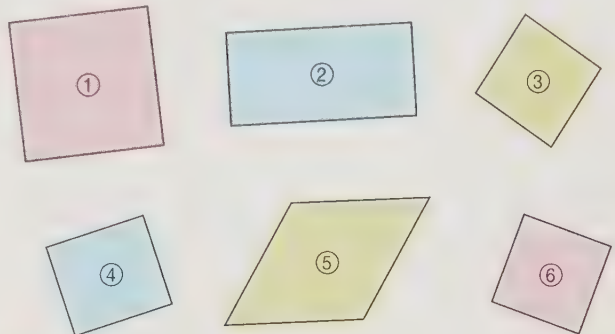
- 14 Tracer le rectangle ABCD sachant que :
 $AB = 6$ cm et $AC = 8$ cm.

Losange, carré

- 15 1° Tracer un segment $[AB]$ mesurant 5 cm. Placer un point C tel que $CA = CB = 6$ cm, puis un autre point D tel que $DA = DB = 6$ cm.
2° Quelle est la nature (voir le Mini Dico à la page 271) du quadrilatère ACBD ? Quel est son périmètre ?

- 16 Tracer, si possible, un rectangle dont tous les côtés mesurent 5 cm.

- 17 Parmi les figures suivantes, on sait qu'il y a quatre losanges et quatre rectangles. Indiquer les numéros des losanges et des carrés.



- 18 1° Tracer un carré ABCD de périmètre 24 cm.
2° a) Tracer la diagonale $[AC]$.
b) Recopier et compléter :
Le triangle ACD est ... et ... en ...

19 Voir l'exercice résolu 4 de la page 151.

Sur une feuille de papier, reproduire, en entier, le losange ci-contre qui a été en partie brûlé.



- 20 En s'inspirant du dessin ci-contre, tracer, à la règle et au compas, la parallèle à une droite d passant par un point A.



21 Quel est le périmètre d'un losange dont les côtés mesurent :

- 12 mm ?
- 51 cm ?
- 0,6 cm ?
- 23 mm ?
- 75 cm ?
- 0,25 dm ?

22 Combien mesure le côté d'un carré de périmètre :

- 24 cm ?
- 48 mm ?
- 360 cm ?
- 2,8 dm ?
- 2 m ?
- 60 cm ?

Pour les exercices 23 à 31, utiliser un logiciel de construction géométrique.

23 Placer deux points A et B .

1° Tracer trois droites passant par A .

Peut-on tracer toutes les droites passant par A ?

2° Tracer trois droites passant par B .

Peut-on tracer toutes les droites passant par B ?

3° Tracer une droite passant par A et par B . Peut-on en tracer une autre ?

24 1° Créer un segment $[AB]$. Placer un point R sur le segment $[AB]$. Créer la droite (AB) . Placer un point S sur la droite (AB) .

2° Déplacer les points R et S . Observer.

Le point S peut-il occuper toutes les positions possibles du point R ?

Le point R peut-il occuper toutes les positions possibles du point S ?

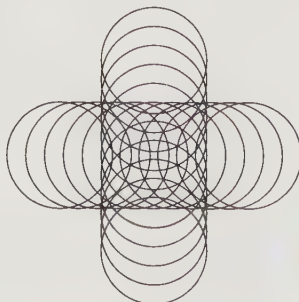
25 1° Tracer deux droites d et e sécantes en O . Faire tourner la droite e autour de O jusqu'à ce que d et e semblent perpendiculaires.

Contrôler avec la commande **Perpendiculaire**.

2° Recommencer en variant la position de la droite d .

26 Un « carré » avec des cercles

Réaliser la figure ci-contre qui n'est constituée que de cercles de même rayon.



Un mot
en guise d'aide :
perpendiculaire.

27 1° Tracer une droite d .

Placer deux points A et B en dehors de la droite d , puis tracer la droite (AB) .

Construire le point d'intersection (Point(s) sur deux objets) des droites d et (AB) .

Le nommer H .

2° Déplacer le point A .

Le point H existe-t-il toujours ? Expliquer.

28 Tracer une droite d , puis une droite d' parallèle à d (Parallèle).

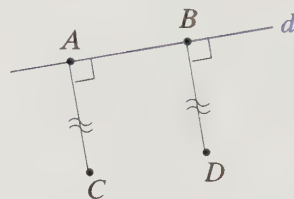
Placer un point A sur la droite d , puis tracer la perpendiculaire à la droite d passant par A qui coupe d' en B .

Créer le segment $[AB]$ et faire afficher sa longueur (Longueur).

Déplacer le point A sur la droite d .

Que peut-on dire de la longueur AB ?

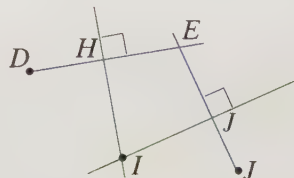
29 Réaliser la figure ci-dessous, puis contrôler que les droites d et (CD) sont parallèles. (Parallèle ?)



30 Placer trois points D , E et F , puis réaliser la figure ci-dessous ($M \in [DE]$ et $N \in [EF]$).

Déplacer les points D , E et F .

Que se passe-t-il s'ils sont alignés ? Expliquer.

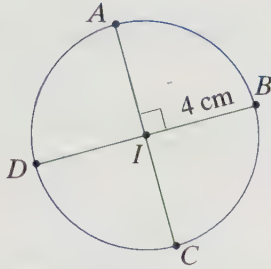


31 Construire un triangle rectangle, un rectangle, un losange et un carré.

32 Programme de construction

1° Tracer, en vraie grandeur, la figure ci-contre.

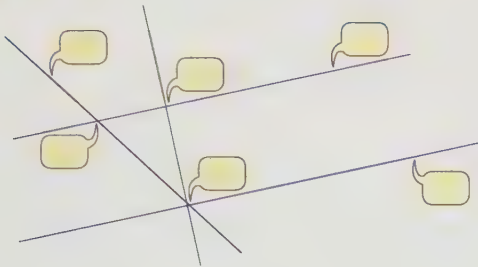
2° Recopier le programme de construction de cette figure en le complétant avec certains des mots suivants :



parallèle, perpendiculaire, centre, diamètres, rayon, milieu.

Tracer un cercle de ... I et de ... 4 cm, puis deux ... [AC] et [BD] ...

33 Rédiger une solution



1° Refaire, à main levée, le dessin ci-dessus. Le coder et compléter les bulles avec les lettres d , d' , e , A , B et C , sachant que :

- $A \in d$
- $B \in d'$
- $B \in e$
- $(AB) \perp d$
- $(AB) \perp d'$
- C est le point d'intersection des droites d et e .

2° a) Expliquer les annotations du professeur sur la copie de Thomas :

cela n'a pas de sens
 A est $\perp$ à d et B est $\perp$ à d' , donc $d \parallel d'$.
à écrire en toutes lettres.

- b) Recopier et compléter avec $\perp$ ou $\parallel$:
 $(AB) \perp d$ et $(AB) \dots d'$, donc $d \dots d'$.
- c) Citer la propriété utilisée au b).

Attention !

Ne pas écrire de signe mathématique ($\perp$, $\parallel$) dans une phrase en français courant.

34 Un peu de grammaire

Dans chaque phrase ci-dessous, indiquer si le mot en italique est un nom ou un adjectif.

- La droite d est *perpendiculaire* à la droite e .
- Tracer la *parallèle* à la droite f passant par le point O .
- Les droites f et g sont *parallèles*.
- Les côtés opposés d'un *rectangle* ont la même longueur.
- Le triangle RST , qui a deux côtés *perpendiculaires*, est *rectangle*.
- Certains *rectangles* ont quatre côtés égaux.

35 Faire des conjectures

1° Marquer trois points R , S et T non alignés, puis tracer :

- par T , la droite d perpendiculaire à (RS) ;
- par R , la droite e perpendiculaire à (TS) .

Les droites d et e se coupent en A : marquer le point A .

2° a) Les droites (SA) et (RT) *semblent-elles* perpendiculaires ? (Utiliser une équerre.)

b) Peut-on être sûr que les droites (SA) et (RT) sont perpendiculaires ? (En Quatrième, on sera capable de prouver qu'elles le sont effectivement.)

Note

L'utilisation des instruments permet seulement de se faire une idée (plus ou moins juste) de certaines propriétés d'une figure.

Dans ces cas-là, on dit « il semble que ... », « on a l'impression que ... », etc.

Cela s'appelle : **faire une conjecture**.

36 Énoncé-puzzle

On a découpé un énoncé de problème en morceaux. Les remettre dans l'ordre, puis exécuter les consignes.

- Tracer les segments $[AM]$, $[MN]$ et $[AN]$.
- Marquer sur le cercle un point A tel que $AM = 4$ cm.
- Tracer le cercle de diamètre $[MN]$.
- Faire une conjecture à propos des droites (AM) et (AN) . (Voir la note ci-dessus.)
- Marquer deux points M et N distants de 5 cm.

Pour débattre en classe

37

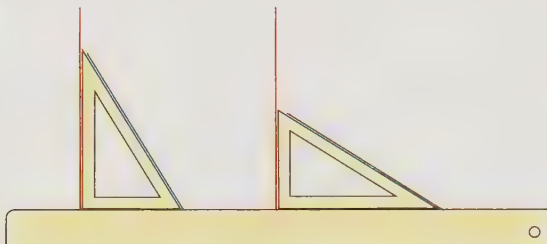
Répondre par Vrai ou Faux à chacune des affirmations suivantes et justifier la réponse.

a



- ① On ne peut pas placer un point de la droite d à 15 cm du point A .
- ② On ne peut tracer qu'une droite passant par A et perpendiculaire à la droite d .

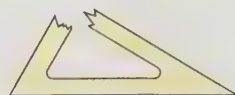
b



- ① Les droites rouges sont parallèles.
- ② Les droites bleues sont sécantes.
- ③ Les droites bleues sont perpendiculaires.

c

Avec l'équerre cassée ci-contre, on ne peut pas tracer deux droites perpendiculaires.



d

Il n'est pas possible de placer un point T de la droite d de façon que le triangle RST soit rectangle en R .



e

Un rectangle est un quadrilatère dont les côtés consécutifs sont perpendiculaires.

f

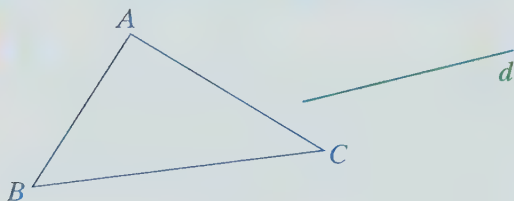
Si $DEFG$ est un rectangle, alors, à coup sûr (DE) est perpendiculaire à (DF).

g

Un losange est un carré qui n'a pas d'angle droit.

Pour s'évaluer à la maison

38



Indiquer le nombre de points d'intersection de la droite d avec :

- a) le segment $[AB]$; b) la droite (AC) ;
- c) la droite (BC) ; d) le segment $[BC]$.

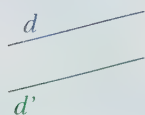
39

Placer trois points D , E et F non alignés. Tracer la perpendiculaire à la droite (DE) passant par le point F , puis la parallèle à la droite (DE) passant par le point F .

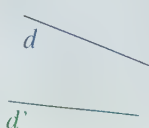
40

Dans quel(s) cas les droites d et d' sont-elles :
• sécantes ? • perpendiculaires ? • parallèles ?
(Les instruments sont autorisés pour contrôler.)

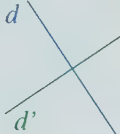
①



②



③



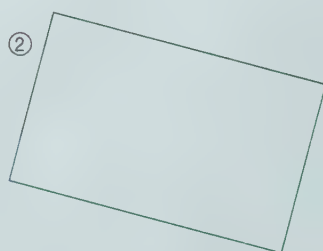
41

Reproduire les figures ci-dessous, sachant qu'il y a un carré, un rectangle, un losange (non carré) et un triangle rectangle.

①



②



③



④



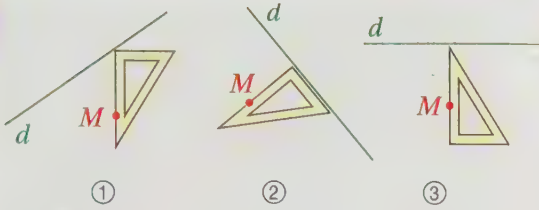
42

a) Tracer, si possible, un rectangle dont tous les côtés mesurent 6 cm.

b) Les carrés font-ils partie des rectangles ? des losanges ?

À propos de droites

43



①

②

③

1° Dans quel cas l'équerre est-elle bien placée pour tracer la perpendiculaire à la droite d passant par le point M ?

2° Dans les deux autres cas, refaire le dessin, puis effectuer correctement le tracé.

44

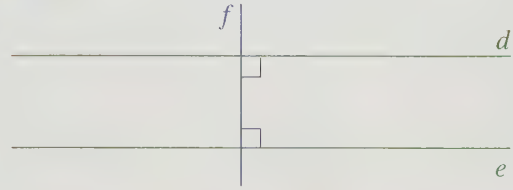
Refaire en plus grand le dessin ci-contre, puis tracer, avec une équerre seulement :

- la perpendiculaire à la droite d passant par le point E ;
- la perpendiculaire à la droite d passant par le point F ;
- la parallèle à la droite d passant par F .



45

a) Réaliser le dessin suivant.



b) En utilisant les informations codées sur le dessin, recopier et compléter :

Les droites ... et ... sont perpendiculaires.
Les droites ... et ... sont ...
On peut donc en déduire que les droites ... et ... sont parallèles.

c) Citer la propriété utilisée.

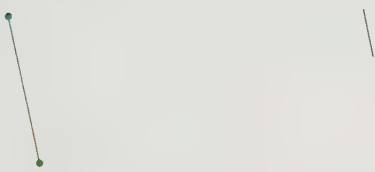
46

Placer un point I . Tracer deux droites d et d' perpendiculaires en I .

Combien y a-t-il d'angles droits?

À propos de figures

47



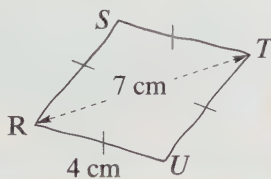
Le dessin, ci-dessus représente un rectangle qui a été, en partie, effacé. Il ne reste qu'un côté et un « morceau » du côté opposé.

Calquer le dessin et tracer *tout* le rectangle.

48

1° Tracer, en vraie grandeur, la figure à main levée ci-contre.

2° Recopier, puis compléter :

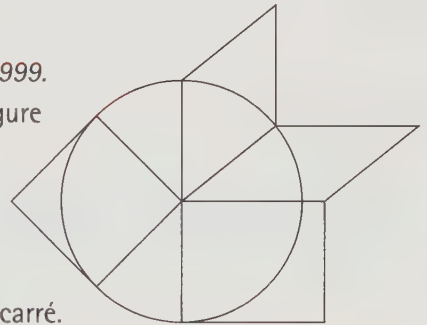


Le quadrilatère $RSTU$ a ses ... de ... longueur : c'est donc un On en déduit que ses côtés opposés sont Son périmètre est égal à ... cm.

49

D'après Évaluation 6^e, 1999.

a) Calquer la figure ci-contre, puis repasser en rouge les traits de cette figure qui forment un carré.



b) Repasser en vert d'autres traits de cette figure qui forment un losange.

50

Tracer :

a) un triangle rectangle et isocèle dont les côtés de l'angle droit mesurent 6 cm ;

b) un rectangle $IJKL$ tel que :
 $IJ = 4$ cm et $JK = 5$ cm ;

c) un carré $RSTU$ tel que $RS = 45$ mm.

À propos de droites



- 51** 1° Marquer deux points R et E tels que $RE = 4,7$ cm. Tracer la droite (RE) .
 2° Placer un point U tel que les points R , E et U soient alignés et $UE = 6,3$ cm.
 3° Combien y a-t-il de positions possibles pour le point U ?
 Dans chaque cas, calculer la longueur UR .

- 52** 1° a) Refaire la figure ci-dessous.



- b) Effectuer les tracés suivants :

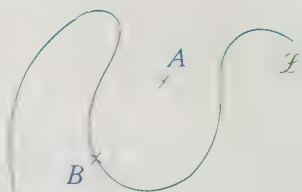
Tracer la droite ...	... perpendiculaire à la droite ...	... passant par le point
d_1	d	M
d_2	e	M
d_3	d	N
d_4	e	N

- 2° Citer, en justifiant, deux couples de droites parallèles.

- 53** 1° Refaire le 1° de l'exercice **52** en remplaçant le mot *perpendiculaire* par le mot *parallèle*.
 2° Recopier, puis compléter :
 Les droites ... d_1 et d_3 semblent ...

Triangle rectangle, rectangle

- 54** 1° Calquer la figure ci-contre, puis construire un point C sur la ligne $\mathcal{L}$ tel que le triangle ABC soit rectangle en A . Combien y a-t-il de solutions?



- 2° Recommencer le 1° avec un triangle ABC rectangle en B .

- 55** 1° a) Tracer un segment $[AB]$.

- b) Placer un point C tel que le triangle ABC soit rectangle en A et un point D tel que le triangle ABD soit rectangle en B .

- 2° Que peut-on dire des droites (AC) et (BD) ? Justifier la réponse.

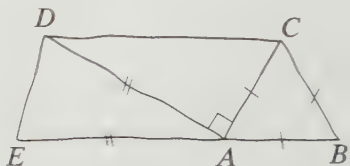
56



- Dans chaque cas, refaire une figure analogue à celle ci-dessus, puis construire un rectangle $ABCD$ tel que :

- 1^{er} cas : $C \in d$; 2nd cas : $D \in d$.

57



- $A \in [EB]$

- Soit la figure à main levée ci-dessus.

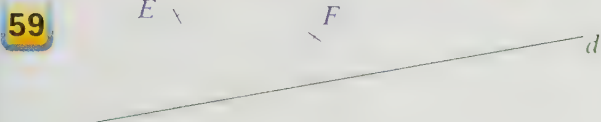
- 1° Recopier et compléter :

Le triangle ABC est ...
 Le triangle ACD est ... en ...
 Le triangle ADE est ... en ...

- 2° Réaliser la figure en vraie grandeur avec :
 $AC = 4$ cm et $AD = 5$ cm.

- 58** Tracer un rectangle $EFGH$.
 Construire le rectangle $EGIJ$ tel que $F \in [IJ]$.

Losange, carré



59 Refaire une figure analogue à celle ci-dessus, puis construire un losange $EFGH$ tel que $G \in d$. (Indiquer toutes les solutions.)

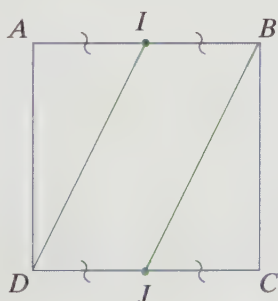
60 a) Tracer un triangle ABC isocèle en B tel que : $AB = 7$ cm et $AC = 5$ cm.

b) Tracer la droite d parallèle à la droite (BC) et passant par A , puis la droite d' parallèle à la droite (AB) et passant par C .

Ces deux droites se coupent en D .

c) Quelle est la nature du quadrilatère $ABCD$?

61 Tracer la figure ci-contre en vraie grandeur, sachant que $ABCD$ est un carré et que $AI = 3$ cm.



62 1° Tracer un carré $ABCD$ de côté 6 cm. À l'intérieur du carré, construire le point E tel que le triangle DCE soit équilatéral.

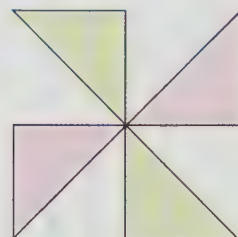
À l'extérieur du carré, construire le point F tel que le triangle BCF soit équilatéral.

2° Faire une conjecture (voir la note de la page 155) sur la position des points A , E et F .

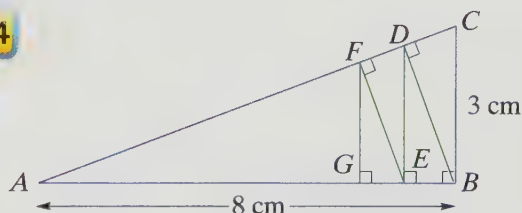
Problèmes

63 Construction

Construire, sur du papier blanc, la figure ci-contre en triplant ses dimensions.



64



1° Tracer la figure ci-dessus en vraie grandeur.

2° Citer, en justifiant, quatre couples de droites parallèles.

65 Parallélisme et orthogonalité

1° a) Tracer un rectangle $RSTU$ tel que $RS = 8$ cm et $ST = 6$ cm.

b) Tracer la diagonale $[SU]$.

2° a) Tracer la perpendiculaire à la droite (SU) passant par T . Appeler I le point d'intersection de cette droite et de la droite (RS) .

b) Tracer la perpendiculaire à la droite (SU) passant par R . Appeler J le point d'intersection de cette droite et de la droite (TU) .

3° a) Prouver que les droites (RJ) et (IT) sont parallèles.

b) *Facultatif* : Quelle est la nature du quadrilatère $RITJ$? Justifier la réponse.

66 Nature

1° Tracer un rectangle $OELM$, puis marquer un point A tel que :

$$(OA) \perp (OL) \text{ et } OA = OL.$$

2° a) Tracer la perpendiculaire à la droite (OL) passant par le point L , puis la perpendiculaire à la droite (OA) passant par le point A . Ces deux droites se coupent en B .

b) Quelle est la nature du quadrilatère $OABL$?

Parallèles ou pas ?

Sur la route
et sur des rails

Vous avez appris dans ce chapitre que « Deux droites parallèles sont deux droites qui ne se coupent pas. » (voir la page 149).

Et pourtant, il n'en est pas toujours ainsi, ou, tout au moins, il faut se méfier des illusions trompeuses...

Observez les deux photographies ci-dessous.

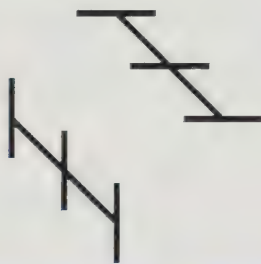


Elles représentent une voie de chemin de fer et une route.

Les rails, comme les deux bandes blanches, sont des « droites » qui sont parallèles. Or, vus depuis le sol, les rails et les bandes blanches semblent pourtant se couper... au loin !

Une autre illusion

Les deux segments (obliques) semblent se repousser vers le haut et s'attirer vers le bas alors qu'ils sont parallèles.

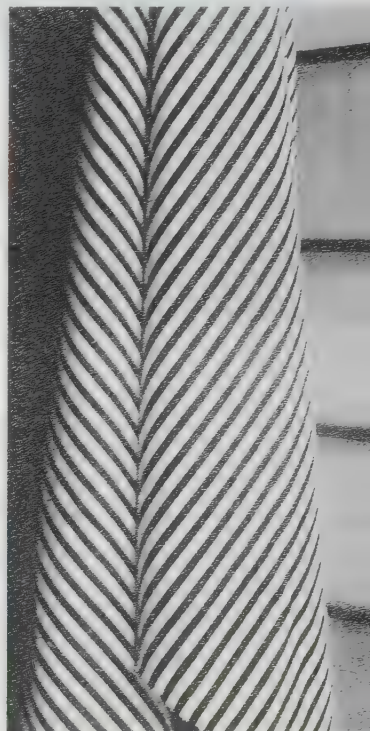


À vous de jouer !

◆ Tenez ce livre, ouvert à cette page, verticalement devant vous, les bras quasiment tendus.

Déplacez-le ensuite par de petits mouvements verticaux et rapides de bas en haut et de haut en bas.

Les deux cônes, sur lesquels sont imprimées les bandes noires parallèles, semblent tourner dans un sens puis dans l'autre !

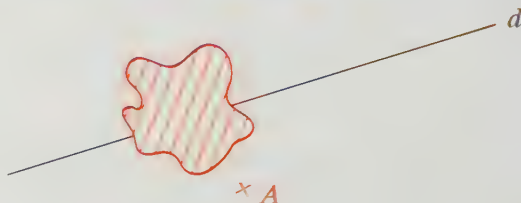


L'ENIGME DU CHAPITRE



Zone interdite !

Sans placer l'équerre, même un tout petit peu, dans la zone interdite (en rouge), tracer la perpendiculaire à la droite d passant par le point A .



CHAPITRE 11

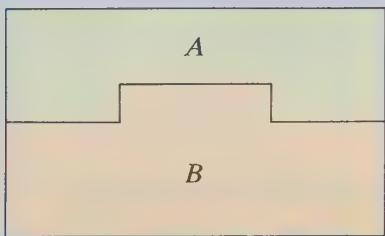
Périmètres et aires

De l'école au collège

QCM

Pour chaque question,
indiquer la réponse exacte
(ou les réponses exactes).

R É P O N S E S

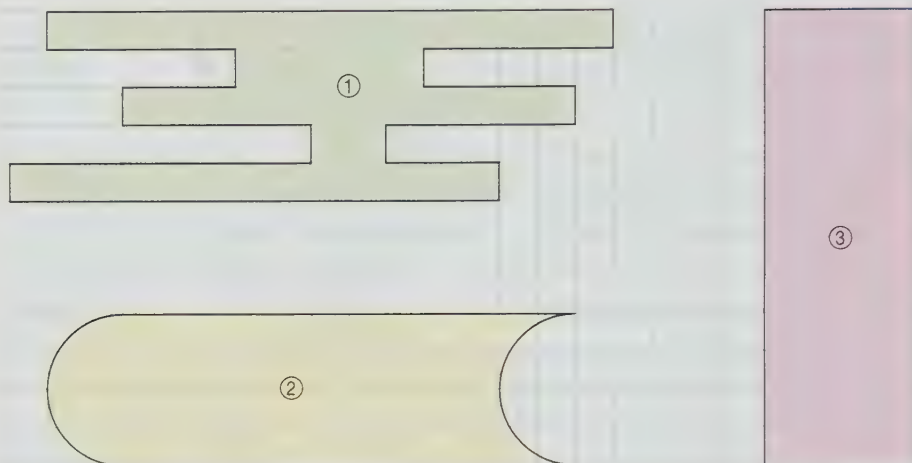
		A	B	C
1	1 m ² est égal à :	10 dm ²	0,1 dm ²	100 dm ²
2	Le périmètre d'un carré de côté 5 cm est :	25 cm	20 cm	50 cm
3	L'aire d'un carré de côté 5 cm est :	25 cm ²	20 cm ²	50 cm ²
4	L'aire d'un rectangle de longueur 4 cm et de largeur 3 cm est égale à :	12 cm	7 cm ²	12 cm ²
5	Le périmètre du rectangle de la question 4 est :	7 cm	12 cm ²	14 cm
6	Un terrain a été partagé comme l'indique la figure ci-dessous. Dans ce cas : 	l'aire de la partie A est la plus grande le périmètre de la partie A est le plus grand	les deux parties ont la même aire les deux parties ont le même périmètre	l'aire de la partie B est la plus grande le périmètre de la partie B est le plus grand

Comment différencier le périmètre et l'aire ?

Comment effectuer des changements d'unités de mesure ?

1 Comparer des périmètres et des aires

1° Ranger par ordre croissant, les périmètres des trois figures ci-dessous.



2° Comparer les aires (c'est-à-dire les surfaces, les étendues) des figures :

- ① et ②
- ② et ③
- ① et ③.

2 Conversions

1° a) Quel est le nombre de carrés de 1 mm de côté contenus dans un carré de 1 cm de côté ?



b) Recopier et compléter :

- $1 \text{ cm}^2 = \dots \text{ mm}^2$
- $1 \text{ mm}^2 = \frac{1}{\dots} \text{ cm}^2$
- $1 \text{ mm}^2 = 0, \dots \text{ cm}^2$.

2° a) Quels sont, en mm, puis en cm, les périmètres des deux figures ci-contre ?

b) En comptant astucieusement les millimètres carrés, dire quelles sont les aires de ces deux figures en mm^2 , puis en cm^2 .

c) La figure qui a la plus grande aire a-t-elle le plus grand périmètre ?



3° Recopier et compléter :

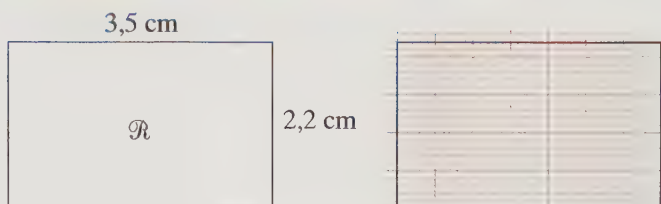
- $1 \text{ m}^2 = \dots \text{ dm}^2$
- $1 \text{ cm}^2 = \frac{1}{\dots} \text{ dm}^2$
- $1 \text{ m}^2 = 0, \dots \text{ dam}^2$.

Comment calculer le périmètre et l'aire de figures simples ? Comment calculer la longueur d'un cercle ?

3 Rectangle, carré, triangle rectangle

Acte 1

On a tracé, ci-contre, un rectangle $\mathcal{R}$ de dimensions 3,5 cm et 2,2 cm, puis on l'a reproduit sur du papier millimétré.



1° Calculer, en cm, le périmètre du rectangle $\mathcal{R}$.

2° a) Recopier et compléter : • 3,5 cm = ... mm ; • 2,2 cm = ... mm.

b) Q.C.M. Le nombre de carrés de 1 mm de côté qui composent le rectangle $\mathcal{R}$ est :

- ☐ 35 + 22 ☐ 770 ☐ (35 + 22) × 2 ☐ 35 × 22.

c) Indiquer l'aire du rectangle $\mathcal{R}$ en mm², puis en cm².

d) Calculer le produit $3,5 \times 2,2$. Que représente-t-il ?

Acte 2

1° Calculer, de tête, le périmètre, puis l'aire d'un carré de côté 6 cm.

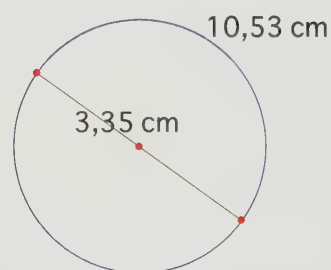
2° a) Tracer un rectangle ABCD d'aire 28 cm² tel que AB = 7 cm.

b) Tracer la diagonale [AC]. Le périmètre du triangle ABC est-il la moitié de celui du rectangle ABCD ?

c) Préciser l'aire des triangles rectangles ABC et ACD. Expliquer la réponse.

4 Avec pi !

À l'aide d'un logiciel de construction géométrique, on a tracé le cercle ci-contre. On a ensuite affiché la mesure de son diamètre et de sa longueur (on dit aussi *périmètre*). En faisant varier le diamètre, on a obtenu les résultats des deux premières lignes du tableau suivant :



diamètre d (en cm)	3,35	4,77	5,44	1,71	0,99
longueur $\mathcal{L}$ du cercle (en cm)	10,53	14,99	17,09	5,38	3,11
quotient $\mathcal{L} : d$	...	...	...	...	...

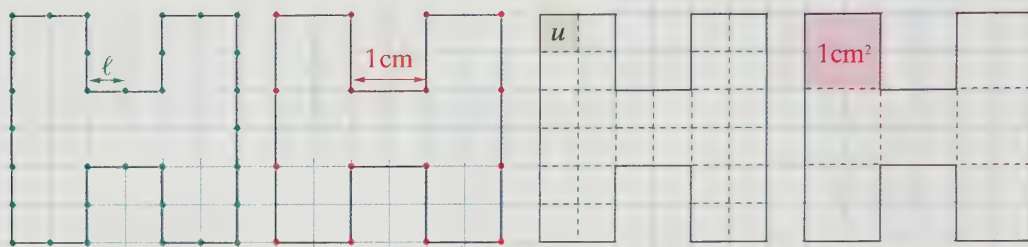
1° Recopier le tableau, puis le compléter en utilisant une calculatrice (ou un tableur).

2° Recopier et compléter :

La ... d'un cercle est proportionnelle à son Le coefficient de proportionnalité est un ... très proche de 3,14.

1 Périmètre et aire d'une surface

- Le **périmètre** d'une surface est la longueur de son contour.
On exprime sa mesure en choisissant une unité de longueur.
- L'**aire** d'une surface est l'étendue de cette surface.
On exprime sa mesure en choisissant une unité d'aire.



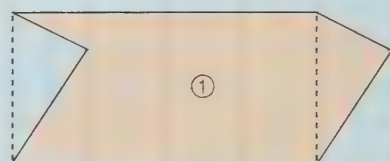
Le périmètre est : $32 \times \ell$ ou 16 cm

L'aire est : $28 \times u$ ou 7 cm²

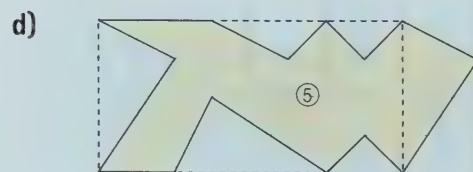
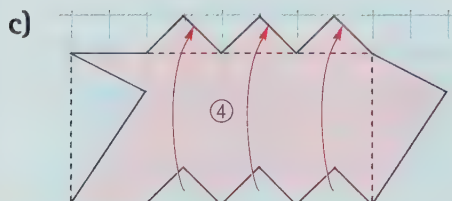
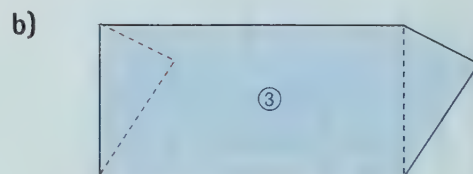
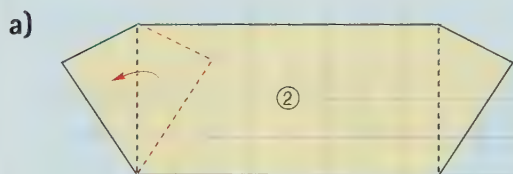
Exercice résolu 1

Énoncé : On considère la figure ci-contre.
Tracer une figure :

- de même périmètre et d'aire plus grande ;
- de périmètre plus petit et d'aire plus grande ;
- de même aire et de périmètre plus grand ;
- de périmètre plus grand et d'aire plus petite.



Solution :



ATTENTION

Une figure qui a une aire plus grande qu'une autre n'a pas forcément un périmètre plus grand (voir par exemple les figures ③ et ①).

Application → exercice n° 2

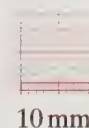
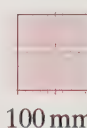
2 Unités d'aire dans le système métrique

L'unité d'aire légale est le mètre carré (noté m^2) : c'est l'aire d'un carré de 1 m de côté.

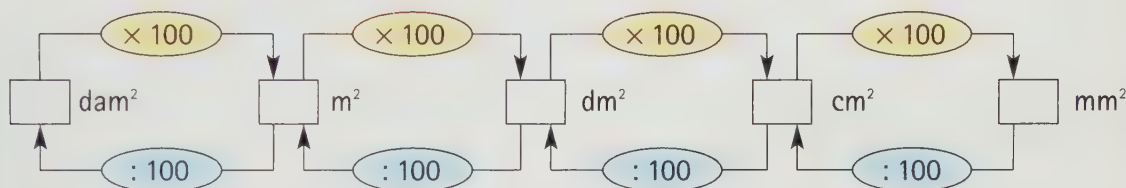
On utilise aussi les multiples (km^2 , hm^2 , dam^2) et sous-multiples (dm^2 , cm^2 , mm^2) du mètre carré.



- $1 \text{ cm}^2 = 100 \text{ mm}^2$
- $1 \text{ cm}^2 \neq 10 \text{ mm}^2$
- $1 \text{ mm}^2 = \frac{1}{100} \text{ cm}^2 = 0,01 \text{ cm}^2$


 1 mm²

 10 mm²

 100 mm²

- La mesure de l'aire d'une surface s'exprime par un nombre qui dépend de l'unité choisie.
- Pour changer d'unité d'aire, on peut employer le procédé suivant :



Exemples

• $7,8 \text{ cm}^2 = 780 \text{ mm}^2$ (multiplier par 100)
 • $46 \text{ dm}^2 = 0,46 \text{ m}^2$ (diviser par 100)
 • $7,5 \text{ m}^2 = 0,075 \text{ dam}^2$ (diviser par 100)

Exercice résolu 2

Énoncé : Convertir $4,8 \text{ m}^2$ et 153 mm^2 en cm^2 et en dm^2 .

Solution :

m^2	dm^2	cm^2
4	8	0
4	8	0 0

dm^2	cm^2	mm^2
	1	5
0	0	1 5 3

On lit dans les tableaux :

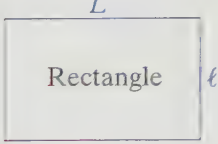
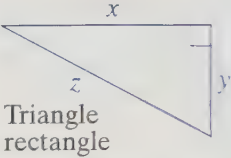
$$4,8 \text{ m}^2 = 480 \text{ dm}^2 = 48\,000 \text{ cm}^2; \quad 153 \text{ mm}^2 = 1,53 \text{ cm}^2 = 0,0153 \text{ dm}^2.$$

Méthode

Pour changer d'unité d'aire, on peut s'aider d'un tableau (ou mieux, en imaginer un) en n'oubliant pas de prévoir deux chiffres par unité.

Applications → exercices n^{os} 4 à 6

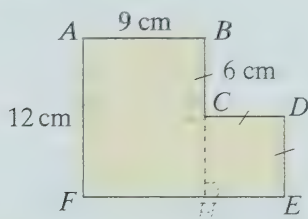
3 Formules de périmètre et d'aire

	 Rectangle	 Carré	 Triangle rectangle
périmètre $\mathcal{P}$	$\mathcal{P} = 2 \times (L + \ell)$ ou $\mathcal{P} = 2 \times L + 2 \times \ell$	$\mathcal{P} = c + c + c + c$ ou $\mathcal{P} = 4 \times c$	$\mathcal{P} = x + y + z.$
aire $\mathcal{A}$	$\mathcal{A} = L \times \ell$	$\mathcal{A} = c \times c$ ou $\mathcal{A} = c^2$ (c^2 se lit : « c au carré »)	$\mathcal{A} = (x \times y) : 2$ ou $\mathcal{A} = \frac{(x \times y)}{2}$

Dans chaque formule, les longueurs doivent être exprimées dans la même unité.

Exercice résolu 3

Énoncé : ① Calculer le périmètre $\mathcal{P}$, puis l'aire $\mathcal{A}$ de la figure ci-dessous formée d'un rectangle et d'un carré.



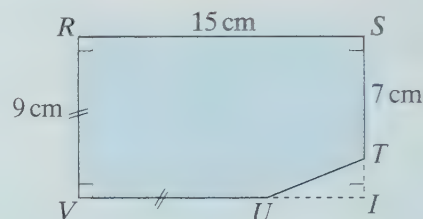
Solution :

① • $\mathcal{P} = AB + BC + CD + DE + EF + FA$
 $\mathcal{P} = 9 + (6 \times 3) + (9 + 6) + 12$ (en cm)
 $\mathcal{P} = 54$ cm.

• $\mathcal{A} = \text{aire de ABHF} + \text{aire de CDEH}$
 aire de ABHF : $9 \times 12 = 108$ (en cm^2)
 aire de CDEH : $6 \times 6 = 36$ (en cm^2)
 $\mathcal{A} = 108 \text{ cm}^2 + 36 \text{ cm}^2.$

$\mathcal{A} = 144 \text{ cm}^2$

② Calculer l'aire $\mathcal{A}$ de la figure ci-dessous (RSIV est un rectangle et TUI est un triangle rectangle).



② $\mathcal{A} = \text{aire de RSIV} - \text{aire de TUI}$
 aire de RSIV = $RS \times RV$
 $= 15 \times 9 = 135$ (en cm^2)

aire de TUI = $\frac{TI \times UI}{2}$

$UI = VI - VU = 6$ $TI = SI - ST = 2$

aire de TUI = $\frac{6 \times 2}{2} = 6$ (en cm^2)

$\mathcal{A} = 135 \text{ cm}^2 - 6 \text{ cm}^2.$

$\mathcal{A} = 129 \text{ cm}^2$

Méthode

Pour déterminer les aires de certaines surfaces, on peut les décomposer en surfaces plus simples dont les aires s'ajoutent ou se soustraient.

Attention ! On ne peut pas faire la même chose avec les périmètres.

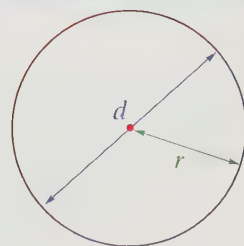
Applications → exercices n^{os} 13 et 14

4 Longueur (ou périmètre) d'un cercle

La **longueur** ℓ d'un cercle de **diamètre** d est : $\ell = d \times \pi$.

La **longueur** ℓ d'un cercle de **rayon** r est : $\ell = 2 \times r \times \pi$.

Sans calculatrice, on utilise souvent 3,14 comme valeur approchée de π ($\pi \approx 3,14$).



$$d = r \times 2 \text{ et } r = d : 2$$

Exemple 1 Calculer la longueur ℓ d'un cercle de rayon 4 cm.

À la main, on écrit : $\ell = 2 \times 4 \times \pi$, d'où $\ell \approx 8 \times 3,14$, soit $\ell \approx 25,12$ cm.

À la calculatrice, on tape : $2 \times 4 \times \pi =$. On lit : $\ell \approx 25,13$ cm.

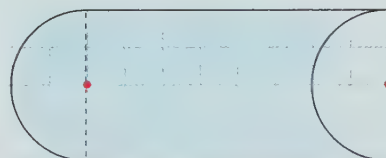
Exemple 2 Calculer le diamètre d d'un cercle de longueur 100 cm.

$$d \times \pi = 100 \text{ ou } d \times 3,14 = 100, \text{ d'où } d = 100 : 3,14.$$

En tapant sur une calculatrice : $100 \div 3,14 =$, on obtient $d \approx 31,8$ cm.

Exercice résolu 4

Énoncé : Calculer le périmètre $\mathcal{P}$ et l'aire $\mathcal{A}$ de la figure ci-contre dans laquelle il y a deux demi-cercles de même rayon.



Solution :

- Le contour noir de la figure bleue est constitué de deux segments mesurant 4 cm et de deux demi-cercles de diamètre 2 cm.

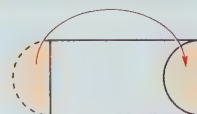
La longueur de ces deux demi-cercles est celle d'un cercle de diamètre 2 cm.

On a donc (en cm) :

$$\mathcal{P} = (4 \times 2) + (2 \times \pi), \text{ d'où } \mathcal{P} \approx 8 + (2 \times 3,14); \text{ donc : } \mathcal{P} \approx 14,28 \text{ cm}$$

- L'aire $\mathcal{A}$ de la figure est égale à celle d'un rectangle de dimensions 4 cm et 2 cm (voir le schéma ci-contre).

$$\text{On a donc : } \mathcal{A} = 4 \times 2 \text{ (en cm}^2\text{), soit } \mathcal{A} = 8 \text{ cm}^2$$



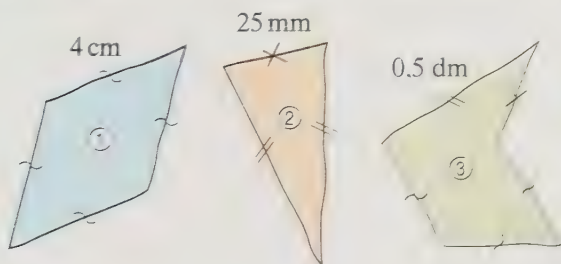
Méthode

Pour calculer l'aire de certaines figures, il faut parfois en découper mentalement des parties et les « recoller » autrement.

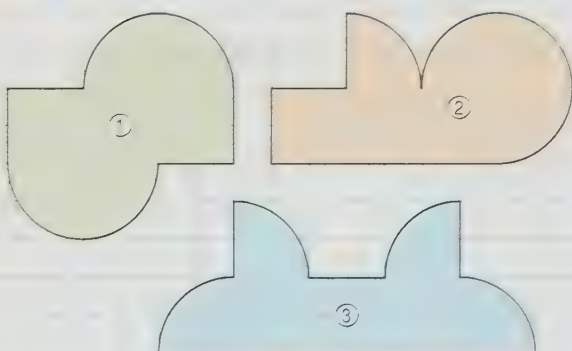
Application → exercice n° 20

Notion de périmètre et d'aire

- 1** Sur les figures ci-dessous, qui ont été dessinées à main levée, les segments de la même longueur sont marqués d'un même signe. Calculer, en cm, le périmètre de chaque figure.



- 2** Voir l'exercice résolu 1 de la page 164.

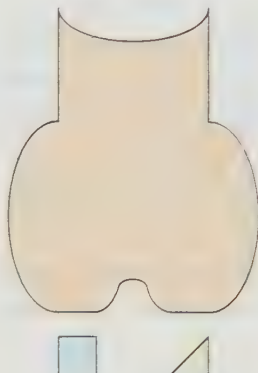


- 1° Grâce à un découpage, montrer que les trois figures ci-dessus ont la même aire.
2° Sans effectuer de calculs, ranger les périmètres de ces figures par ordre décroissant.
3° Sur un quadrillage 5 × 5, tracer une figure de périmètre égal à celui de la figure ① et d'aire plus grande.

- 3** a) En prenant pour unité d'aire le carreau bleu, donner un encadrement de l'aire de la figure ci-contre.

- b) Recommencer le a) en prenant le triangle vert pour unité.

- c) Quel est l'encadrement le plus précis? Pourquoi?



Unités d'aire

Pour les exercices 4 à 6, voir l'exercice résolu 2 de la page 165.

- 4** Recopier et compléter :

- a) $1 \text{ m}^2 = \dots \text{ dm}^2$; b) $1 \text{ m}^2 = \dots \text{ cm}^2$;
c) $1 \text{ dm}^2 = \dots \text{ cm}^2$; d) $1 \text{ dm}^2 = \dots \text{ m}^2$;
e) $1 \text{ cm}^2 = \dots \text{ dm}^2$; f) $1 \text{ m}^2 = \dots \text{ hm}^2$.

- 5** Recopier et compléter :

- a) $15 \text{ dam}^2 = \dots \text{ m}^2$; b) $4,5 \text{ cm}^2 = \dots \text{ mm}^2$;
c) $4500 \text{ cm}^2 = \dots \text{ dm}^2$; d) $530 \text{ mm}^2 = \dots \text{ cm}^2$;
e) $4,6 \text{ m}^2 = \dots \text{ dm}^2$; f) $46 \text{ dm}^2 = \dots \text{ cm}^2$;
g) $7800 \text{ cm}^2 = \dots \text{ m}^2$; h) $700 \text{ cm}^2 = \dots \text{ m}^2$.

- 6** Recopier et compléter avec la bonne unité :

- a) $10 \text{ dm}^2 = 1000 \dots = 0,1 \dots$
b) $7000 \text{ mm}^2 = 70 \dots = 0,7 \dots$
c) $0,8 \text{ cm}^2 = 80 \dots = 0,008 \dots$
d) $3000 \text{ m}^2 = 0,3 \dots = 0,003 \dots$

Unités agraires

Elles sont utilisées en agriculture (voir p. 266).

Un hectare (ha) est égal à 1 hm^2 .

Un are (a) est égal à 1 dam^2 .

Un centiare (ca) est égal à 1 m^2 .

- 7** 1° Convertir en hectares (ha) :

- 50 hm^2 • 2000 m^2 • 35000 m^2 • 89 dam^2 .

- 2° Convertir en ares (a) :

- 87 hm^2 • 27 m^2 • 350 m^2 • $8,6 \text{ hm}^2$.

- 3° Convertir en mètres carrés (m^2) :

- 52 ca • 8 a • $0,45 \text{ a}$ • $5,7 \text{ ha}$ • $0,06 \text{ a}$.

- 8** 1° Recopier et compléter :

- $450 \text{ ha} = \dots \text{ km}^2$ • $0,7 \text{ km}^2 = \dots \text{ ha}$
• $28000 \text{ ha} = \dots \text{ km}^2$ • $8000 \text{ km}^2 = \dots \text{ ha}$.

- 2° Écrire, en ha, a et ca, l'aire d'un terrain de $78\,450 \text{ m}^2$.

- 9** a) Convertir l'aire du terrain en m^2 .

- b) Calculer le prix de ce terrain.

Terrain à vendre

3 ha 78 a 55 ca
5 euros / m^2

Périmètre et aire : calculs

10 Dans chaque cas, calculer le périmètre $\mathcal{P}$ et l'aire $\mathcal{A}$ d'un rectangle de dimensions L et ℓ :

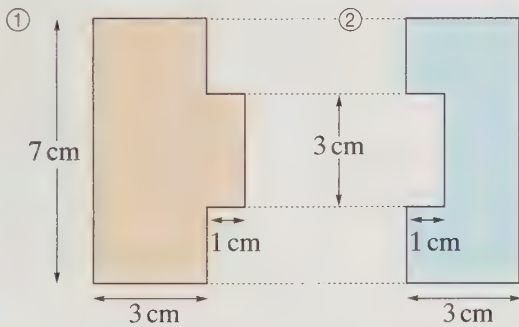
L	6 cm	8,5 cm	8 dm	7,35 m
ℓ	4 cm	3,4 cm	45 cm	1,8 dam

11 Le périmètre d'un carré est égal à 48 cm. Calculer la longueur de ses côtés et son aire.

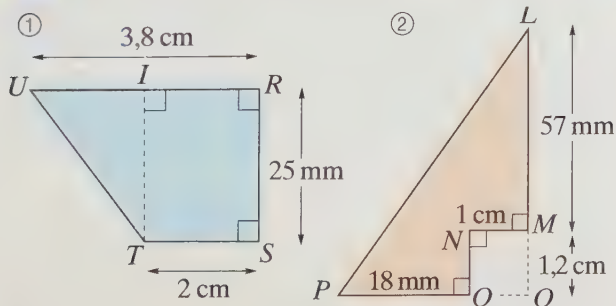
12 a) Tracer un triangle ABC rectangle en A tel que : $AB = 9$ cm et $AC = 12$ cm.
b) Calculer l'aire de ce triangle.
c) En mesurant, calculer le périmètre de ce triangle.

Pour les exercices 13 et 14, voir l'exercice résolu 3 de la page 166.

13 Calculer le périmètre, puis l'aire des deux figures ci-dessous dans lesquelles les angles droits n'ont pas été codés.



14 Calculer les aires des surfaces coloriées.



Note : $RSTU$ est un trapèze rectangle.

Longueur du cercle

15 On dit souvent que le « tour du Monde » mesure, à peu près, 40 000 km. Retrouver ce résultat, sachant que le rayon de la Terre est, approximativement, égal à 6 370 km.

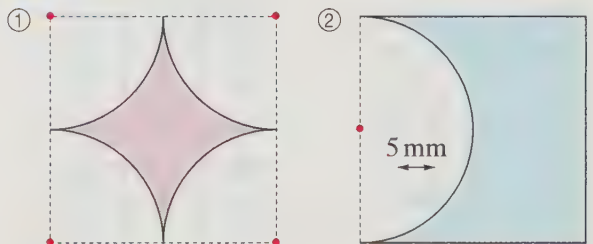
16 Le diamètre d'une piste circulaire est 130 m. Calculer la distance parcourue par un coureur :
a) en un tour de piste ; b) en quatre tours.

17 Recopier et compléter le tableau suivant qui concerne des cercles de rayon r , de diamètre d et de longueur ℓ . Prendre 3,14 pour valeur de π .

r	12 cm	... dm	... cm	... m	... cm
d	... cm	4,5 dm	3,14 dm	... m	... cm
ℓ	... cm	... dm	... cm	314 m	1 m

18 Un des plus gros baobabs du Sénégal a une circonférence de base de 30 m. Calculer le diamètre de la base de ce baobab.

19 Calculer le périmètre des figures ci-dessous.

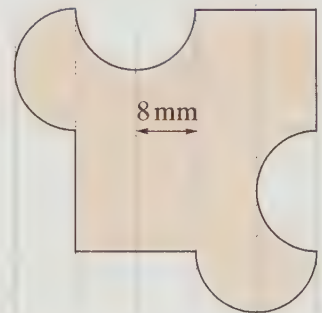


20 Voir l'exercice résolu 4 de la page 167.

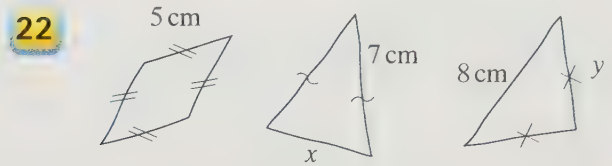
1° Calculer le périmètre de la figure ci-contre.

2° a) Sur du papier-cahier, tracer une figure plus simple ayant la même aire que cette figure.

b) Calculer cette aire en mm^2 , puis en cm^2 .



21 Quel est le périmètre d'un triangle équilatéral dont la somme des longueurs de deux côtés est égale à 15 cm ?

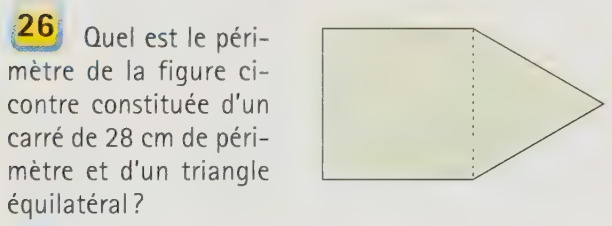


Calculer x et y , sachant que le losange et les deux triangles isocèles ont le même périmètre.

23 Arrondir, de tête, au m^2 le plus proche :
 • 851 dm^2 • $83\,250,1 \text{ dm}^2$ • $75,469 \text{ dam}^2$.

24 **Devinette**
 Je suis un rectangle de 4 cm de largeur. Ma longueur est le triple de ma largeur.
 Quel est mon périmètre ? Quelle est mon aire ?

25 Calculer le périmètre et l'aire d'un carré de côté :
 • 20 dm • 1 cm • 0,3 m • 0,06 m.



27 Compléter le tableau suivant qui concerne des rectangles de longueur L , de largeur ℓ , de demi-périmètre p et de périmètre P :

L	15 cm	31,7 cm	6 m	11 cm	... dm
ℓ	8 cm	21,3 cm	... m	... cm	7 dm
p	... cm	... cm	11 m	... cm	... dm
P	... cm	... cm	... m	36 cm	45 dm

28 Les côtés de l'angle droit d'un triangle rectangle mesurent 9 cm et 8 cm. Un carré a la même aire que ce triangle.
 Combien mesure le côté du carré ?

29 Une terrasse est recouverte de 100 dalles carrées de 30 cm de côté.
 Quelle est, en m^2 , la surface de cette terrasse ?

30 1° Trouver la valeur de ?
 • $6 \times ? = 42$ • $? \times 9 = 72$ • $5 \times ? = 80$

2° Compléter le tableau suivant qui concerne des rectangles de longueur L , de largeur ℓ , d'aire A .

L	7 m	20 cm	... cm	10 cm	... m
ℓ	... m	... cm	2,5 cm	... cm	0,1 m
A	35 m^2	60 cm^2	10 cm^2	$90,2 \text{ m}^2$	7 m^2

31 Un carré de 6 cm de côté et un rectangle de largeur 4 cm ont la même aire.
 Quelle est la longueur du rectangle ?

32 Donner un ordre de grandeur de la longueur :
 a) d'un cercle de 49,75 m de rayon ;
 b) d'un cercle de 19,988 m de diamètre.

33 Ranger par ordre croissant les périmètres des figures suivantes :
 • un losange de côté 17,236 cm ;
 • un triangle équilatéral de côté 17,236 cm ;
 • un cercle de rayon 17,236 cm.

34 **Le grand bi**
 Les roues du grand bi de mon arrière grand-père avaient pour diamètres 2 m et 50 cm.
 Combien la petite roue faisait-elle de tours lorsque la grande en faisait un ?



35 Indiquer un encadrement du périmètre, puis de l'aire d'un terrain de rugby.

Dimensions d'un terrain de RUGBY :
 100 m $\times$ 68,57 m au plus
 96 m $\times$ 66 m au moins.

36 La corde d'un puits est enroulée sur un treuil dont le diamètre est 24 cm. Pour que le seau entre en contact avec l'eau, il faut que le treuil effectue 12 tours.
 Quelle longueur de corde a-t-on déroulée ?

37 Savoir reconnaître une situation

1° Classer les situations suivantes en deux catégories : « aire » ou « périmètre ».

- (a) On pose des plinthes dans une chambre.
- (b) On veut carreler le sol d'une cuisine.
- (c) On achète des baguettes pour faire un cadre.
- (d) On achète des sacs de graines pour semer de la pelouse dans un jardin.

2° Inventer deux énoncés de problème correspondant aux situations (a) et (b), puis les résoudre.

38 Choisir la bonne unité

dam² m² dm² cm² mm² ha

- a) Aire d'un timbre : 300 ...
- b) Aire d'un terrain de foot : 55 ...
- c) Aire d'un mouchoir : 9 ...
- d) Aire d'un terrain de golf : 60 ...
- e) Aire d'une cuisine : 1 200 ...
- f) Aire d'une porte : 1,8 ...

39 Retrouver l'énoncé du problème qui avait été posé à Rémy, puis le résoudre correctement.

$(3+6) \times 2 = 9 \times 2 = 18$, d'où l'aire du rectangle est égale à 18 cm^2 → C'est la bonne réponse, mais tu as confondu ... et ...

40 Retrouver une erreur

1° a) Tracer un triangle ABC, rectangle en A, tel que $AB = 65 \text{ mm}$ et $AC = 4,6 \text{ cm}$.

b) Quelle erreur Pierre a-t-il commise en calculant l'aire de ce triangle ? La corriger.

$A = (65 \times 4,6) : 2 = 149,5 (\text{en cm}^2)$.
Attention aux ...

2° Recopier et compléter :

L'aire d'un ... rectangle est égale à la ... du produit des longueurs des côtés ...

41 Une piscine rectangulaire de 17 m sur 9 m est entourée d'une allée de 3 m de large.

1° a) Faire un schéma illustrant la situation.

b) Retrouver l'expression permettant de calculer l'aire de l'allée. Expliquer.

$$(17 + 9) \times 3 \quad 17 \times 9 \times 3 \quad (23 \times 15) - (17 \times 9)$$

$$[(23 \times 3) + (15 \times 3)] \times 2 \quad [(17 \times 3) + (9 \times 3)] \times 2$$

2° Effectuer le calcul correspondant.

42 Chercher les erreurs

Un rectangle et un carré ont la même aire. Le côté du carré mesure 12 m et la largeur du rectangle est égale à 4 m.

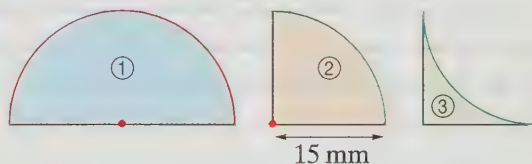
Calculer la longueur L du rectangle.

1° Un seul des quatre raisonnements proposés correspond à l'énoncé ; lequel ?

- $L = 12 \times 4$
- $L = (12 \times 12) \times 4$
- $L = (12 \times 12) : 4$
- $L = (12 + 12) : 4$

2° Calculer L, puis le périmètre du rectangle.

43 Choisir la bonne écriture en ligne



1° Recopier et compléter :

L'... de cercle rouge est un demi-... .

Les deux ... de ... verts sont des quarts de

2° a) Parmi les expressions suivantes, quelle est celle qui permet de calculer le périmètre de la figure ① ?

- $(15 \times 2 \times \pi) : 4$
- $(15 \times 2) + (15 \times 2 \times \pi) : 2$
- $(15 \times 2 \times \pi) : 2$
- $(15 \times 2) + (15 \times 2 \times \pi) : 4$

b) Quelle est celle qui permet de calculer le périmètre de la figure ② ?

c) Effectuer les calculs correspondants.

3° a) Le périmètre de la figure ① est-il le double de celui de la figure ② ?

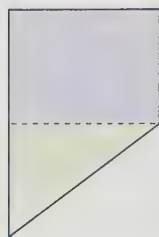
b) Les figures ② et ③ ont-elles le même périmètre ? ont-elles la même aire ?

Pour débattre en classe

44

Répondre par Vrai ou Faux à chacune des affirmations suivantes et justifier la réponse.

a) Le périmètre du trapèze est égal à la somme des périmètres du triangle et du rectangle.



b) Même affirmation qu'au a) en remplaçant *périmètre* par *aire*.

c) Un décimètre carré, c'est un dixième de mètre carré.

d) $50 \text{ mm}^2 + 2 \text{ cm}^2 = 70 \text{ mm}^2$.

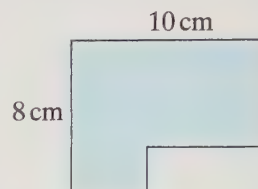
e) ① L'aire d'un rectangle de 7 cm de longueur et 5 cm de largeur est égale à 12 cm^2 .
② Son périmètre est égal à 35 cm.

f) L'aire d'un carré de 5 m de côté est égale à 2500 dm^2 et celle d'un carré de 3,4 cm de côté est égale à $9,16 \text{ cm}^2$.

g) L'aire d'un carré de 16 cm de périmètre est égale à 16 cm^2 .

h) Deux rectangles de même aire ont les mêmes dimensions.

i) On ne peut calculer ni le périmètre ni l'aire de la figure ci-contre. (Il y a six angles droits.)



j) Si les côtés de l'angle droit d'un triangle rectangle mesurent 4 cm et 5 cm, l'aire de ce triangle est égale à $(4 + 5) : 2$ (en cm^2).

k) ① La longueur d'un cercle de rayon 5 cm est égale à $\pi \times 5 \times 5$ (en cm).
② Cette longueur est voisine de 31,4 cm.

Pour s'évaluer à la maison

45 1° Chasser l'intrus dans la liste suivante :

$1/10 \text{ dm}^2$

100 mm^2

10 cm^2

1000 mm^2

2° Convertir en dm^2 , puis en cm^2 : 7 m^2 3 dm^2 .

3° Convertir les aires suivantes en m^2 , puis les ranger par ordre croissant.

• $49,2 \text{ dm}^2$ • $0,004918 \text{ dam}^2$ • 49100 cm^2 • $0,49 \text{ ha}$

46 Un napperon rectangulaire a pour dimensions 16 cm et 14 cm. Un napperon carré a pour côté 15 cm. On borde ces napperons par un liseré (sorte de ruban).

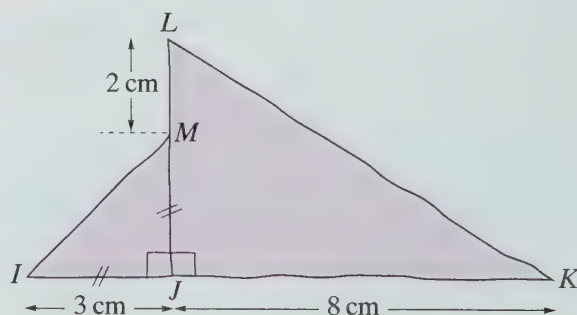
a) Comparer les longueurs des deux liserés.

b) Quel est le napperon qui nécessite le plus de tissu ?

47 Combien paie-t-on six planches de contre-plaqué de 1,25 m de longueur et 35 cm de largeur, sachant que le contre-plaqué coûte 12,5 € par m^2 ?

48 Calculer la longueur d'un rectangle de largeur 5 cm et qui a la même aire qu'un carré de 7 cm de côté.

49 Tracer la figure ci-dessous en vraie grandeur, puis calculer son aire.



50 En prenant 3,14 pour valeur de π , calculer :
a) la longueur d'un cercle de rayon 3,14 cm ;
b) le rayon d'un cercle de longueur 62,8 mm.

Notion de périmètre et d'aire

51 Qui a raison ?

Lauriane prétend qu'elle a tracé sur son cahier une figure de 3 m de périmètre.

Alexandre pense que ce n'est pas possible.

52 a) Sur du papier millimétré, tracer trois figures différentes ayant une aire de 25 cm^2 .

b) Ranger par ordre croissant leurs périmètres.

53 1° Convertir en m^2 , puis en cm^2 :

13 dam^2

0,6 dm^2

15 hm^2

130 dm^2

2° Convertir en dam^2 , puis en dm^2 :

5,8 m^2

600 cm^2

9,8 hm^2

0,08 km^2

3° Convertir en ares : 3 ha + 12 a + 520 ca.

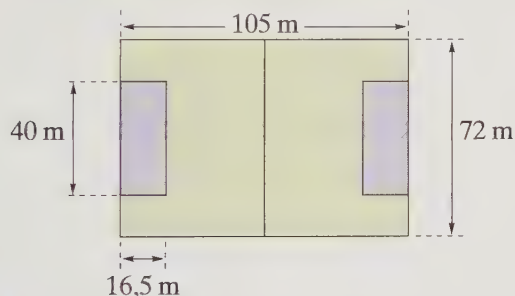
Périmètre et aire : calculs

54 1° Une baguette de bois d'un demi-mètre de long suffit-elle pour encadrer une photographie rectangulaire de dimensions 17,5 cm et 8 cm ?

2° Calculer l'aire de la photographie.

55 Terrain de football

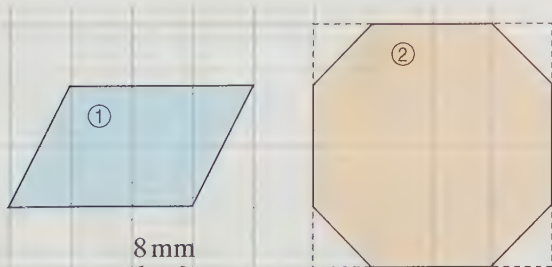
Calculer l'aire de chaque surface de réparation (en mauve), puis l'aire de la surface restante (en vert).



56 Sur le mur d'une salle de bains, on a posé 8 rangées de 15 carreaux de côté 12 cm. Quelle est l'aire de la surface carrelée ?

57 1° Tracer un rectangle ayant la même aire que la figure ①. Quelle est cette aire (en mm^2) ?

2° Quelle est l'aire, en cm^2 , de la figure ② ?



58 1° Tracer un triangle ABC, rectangle en A, tel que $AB = 5 \text{ cm}$ et $AC = 65 \text{ mm}$.

2° Retrouver les erreurs commises par trois élèves pour calculer l'aire $\mathcal{A}$ de ce triangle :

Élève 1 : $\mathcal{A} = 5 \times 6,5$ d'où $\mathcal{A} = 32,5 \text{ cm}^2$

Élève 2 : $\mathcal{A} = (5 \times 65) : 2$ d'où $\mathcal{A} = 162,5 \text{ cm}^2$

Élève 3 : $\mathcal{A} = 1625 \text{ cm}$

59 1° L'aire d'un rectangle est égale à 30 cm^2 et sa largeur mesure 4 cm.

a) Que calcule-t-on lorsqu'on effectue :

$$\blacklozenge = 30 : 4 ? \quad \spadesuit = (\blacklozenge + 4) \times 2 ?$$

b) Effectuer les calculs en précisant les unités.

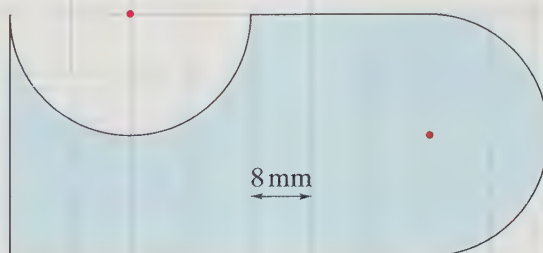
2° Le périmètre d'un rectangle est égal à 40 cm et sa longueur mesure 12 cm.

a) Que calcule-t-on lorsqu'on effectue :

$$\heartsuit = (40 : 2) ? \quad \clubsuit = \heartsuit - 12 ? \quad \blacktriangledown = \clubsuit \times 12 ?$$

b) Effectuer les calculs en précisant les unités.

60 1° a) Tracer une figure plus simple ayant la même aire que la figure ci-dessous :



b) Calculer cette aire en mm^2 , puis en cm^2 .

2° Calculer le périmètre de la figure ci-dessus.

Unités d'aire

61 Le pied est une unité anglaise qui a pour sous-multiple le pouce (*inch*).

Sachant que 1 pied = 12 pouces, combien y a-t-il de pouces carrés dans un pied carré ?

62 Compléter les cases (chaque aire est la somme des deux aires juste au-dessus).

3 cm ²	10 mm ²	0,04 dm ²	0,9 cm ²
... cm ²	... cm ²	... cm ²	
... cm ²	... cm ²		
	16,2 cm ²		

63 Un agriculteur achète une prairie de 35 ares et 75 centiares au prix de 12 € le m². Quel est le coût de cette prairie ?

Périmètre et aire

64 Un jardin rectangulaire de 28 m de long et 17 m de large est traversé par deux allées perpendiculaires de 75 cm de large.

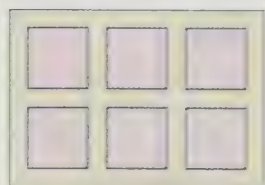


Calculer, en ares, la superficie cultivable de ce jardin.

65 On a carrelé le sol d'une cuisine rectangulaire de dimensions 3,8 m et 3 m avec des carreaux carrés, blancs ou bleus, de 20 cm de côté. On a ainsi réalisé une bordure de carreaux bleus tout autour, le reste étant recouvert de carreaux blancs.

- Quelle est l'aire de la surface blanche ?
- Combien de carreaux bleus a-t-on utilisés ?

66 Sur une feuille rectangulaire de dimensions 144 mm et 10 cm, on a collé, régulièrement espacées, six gommettes carrées de 32 mm de côté.



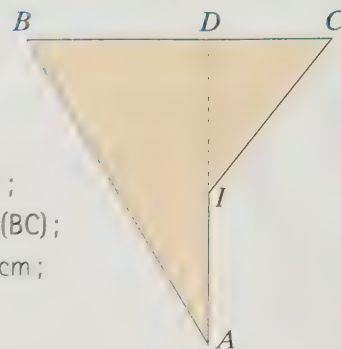
1° Calculer l'aire de la surface verte.

2° Calculer l'espacement entre deux gommettes.

67 1° Tracer la figure ci-contre en vraie grandeur, sachant que :

- I est le milieu de $[AD]$;
- $D \in [BC]$; • $(AD) \perp (BC)$;
- $ID = 4$ cm ; • $BD = 5$ cm ;
- $DC = 3$ cm.

2° Calculer l'aire du quadrilatère $ABCI$.



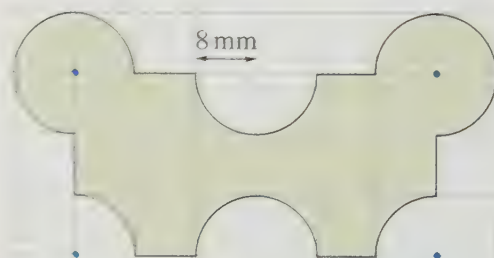
68 L'aire d'un champ rectangulaire est le triple de celle d'un champ carré dont les côtés mesurent 64 m. La longueur d'un des côtés du champ est 180 m.

Combien mesure l'autre côté ? (Donner le résultat arrondi au mètre.)

69 Un carré et un rectangle ont le même périmètre. L'aire du rectangle est égale à 56,25 cm² et sa largeur est égale à 4,5 cm. Calculer l'aire du carré.

70 Un triangle ABC , rectangle en A , est tel que $AB = 12$ cm. Calculer AC , sachant que l'aire du triangle ABC est la même que celle d'un rectangle de dimensions 8 cm et 9 cm. Que peut-on dire de plus sur le triangle ABC ?

71 Calculer le périmètre (en mm), puis l'aire (en mm²) de la figure ci-dessous.



72 Un fil de 8 m de longueur est enroulé autour d'une bobine de diamètre 2,6 cm. Combien y a-t-il de tours environ ?

Problèmes

73 Avec un schéma

Calculer les dimensions d'un rectangle dont :

- la largeur est le quart de la longueur ;
- l'aire est égale à 196 cm^2 .

74 Pour cet exercice, la calculatrice est conseillée, et... attention au piège !

Ce manuel de mathématiques de sixième a 272 pages, dont les dimensions sont : 195 mm sur 280 mm.

1° Calculer, en m^2 , l'aire de papier nécessaire à la fabrication de ce livre.

2° Pourrait-on recouvrir une surface de 3,6 ares avec les feuilles des livres des vingt-quatre élèves d'une classe ?

75 On veut border une maison rectangulaire de 15 m de longueur et 8 m de largeur par une terrasse de 2 m de large.

1° Calculer :

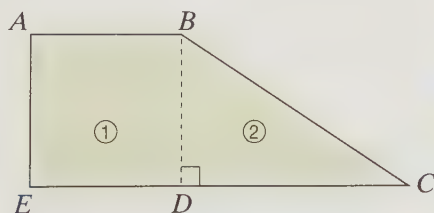
- l'aire de la terrasse ;
- le coût de cette terrasse, sachant que le mètre carré revient, tout compris, à 84 €.

2° Cette maison est située dans un champ carré de 35 m de côté dans lequel on sème de la pelouse.

a) Sachant qu'il faut un sac de 18 kg de graines pour ensemercer un are, combien le jardinier doit-il acheter de sacs de graines ?

b) Quel est le prix de revient sachant qu'un sac coûte 3,8 € par kilogramme ?

76



Un terrain ABCE est formé de deux parcelles ① et ②. La parcelle ① est un carré de 400 m de périmètre.

1° Calculer l'aire de la parcelle ①.

2° Sachant que le terrain entier a été acheté 510 000 €, à raison de 30 € par m^2 , calculer :

- l'aire de la parcelle ② ;
- la distance DC.

77 Vu dans un catalogue

ISOLANT POUR SOLS, MURS,...	COLLE POUR ISOLANT
Longueur et largeur d'un panneau : $120 \times 60 \text{ cm}$	Consommation : env. $0,8 \text{ kg/m}^2$
Épaisseur : 40 mm	Le seau de 8 kg :
Le prix d'un lot de 10 panneaux ($\blacksquare \text{ m}^2$) :	
100 €	33,5 €

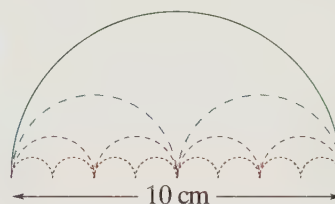
1° Retrouver le nombre caché.

2° Calculer le montant total de la dépense pour isoler le sol d'une maison rectangulaire de 18 m de longueur et 11 m de largeur.

78 Dans un parterre, suivant un cercle de 2 m de diamètre, Michel le jardinier plante des rosiers distants de 50 cm.

Combien de rosiers, environ, va-t-il planter ?

79



Comparer les longueurs des lignes verte, bleue, rouge et noir. (Il n'y a que des demi-cercles.)

80 Un bassin circulaire est entouré d'une grille placée à 50 cm du bord. La longueur de cette grille est 22 m.

Quel est le diamètre du bassin ?

81 La montre à aiguilles

Après avoir effectué les mesures nécessaires, calculer, approximativement, la distance parcourue, en 24 heures, par l'extrémité :

- de la grande aiguille de la montre ci-contre ;
- de la petite aiguille ;
- de l'aiguille des secondes.



Une promenade autour de π

Pourquoi le symbole π ?

Tout simplement parce que la lettre grecque π (« pi », soit p en français) est la première lettre du mot grec *périphéria* signifiant « circonférence ». Auparavant, on le désignait par p (comme *périmètre*) ou c (comme *circonférence*).

Mais au fait ! quand ce nombre fut-il appelé π ?

C'est seulement au XVI^{e} siècle, mais il fallut attendre pratiquement deux siècles pour que le mathématicien suisse Leonhard Euler (1707-1783) en fasse admettre l'usage.

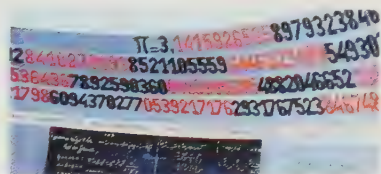
Combien vaut π ?

Pour les calculs, on a l'habitude de prendre 3,14 comme valeur de π ; mais ce n'est qu'une valeur approchée. L'écriture à virgule de π ne s'arrête pas là...

Grâce à des ordinateurs de plus en plus puissants, des mathématiciens ont récemment déterminé les valeurs de ses « premières » décimales jusqu'à la... 51 539 607 552^e, soit plus de 50 milliards de décimales !

Au Palais de la Découverte, à Paris, une salle lui est consacrée, et on peut lire tout autour de cette pièce,

sur quatre lignes, les 707 premiers chiffres après la virgule. Malheureusement, à partir du 528^e, les chiffres sont faux !



Voici, si vous voulez faire travailler votre mémoire, les 100 premières décimales :

3.14159265358979323846264338
3279502884197169399375105820
9749445923078164062862089986
280348253421170679.

Sachez qu'en 1987, un Japonais a récité de mémoire 40 000 décimales en seulement... 17 h et 21 min.

Sans en arriver à cet excès, voici, expliqué ci-après, un moyen mnémotechnique qui vous permettra de retrouver les 30 premières décimales (juste pour épater vos camarades, car cela ne sert à rien !).

Pour retenir les trente premières décimales de π , compter les lettres de chaque mot du poème suivant (dont l'auteur est inconnu. (Attention : le « j' » est considéré comme un mot.)

*Que j'aime à faire apprendre
[un nombre utile au sages !]
Immortel Archimède, artiste,
[ingénieur,
Qui de ton jugement peut priser
[la valeur ?
Pour moi ton problème eut de
[sérieux avantages.*

À vous de jouer !

◆ Vous savez que π sert à calculer le périmètre d'un cercle connaissant son rayon (ou son diamètre). Mais ici, il n'est pas nécessaire de faire des calculs pour répondre !

La figure ci-dessous montre, à gauche, un petit cercle entouré de cinq plus gros cercles et, à droite, dix petits cercles qui entourent un cercle plus gros.

Des deux cercles situés au centre de chaque figure, lequel est, à vu d'œil, le plus grand (c'est-à-dire celui qui a le plus grand diamètre) ?

Vérifiez votre réponse à l'aide d'une règle graduée.



L'ENIGME DU CHAPITRE

Le périmètre d'un rectangle est égal à 28 cm.

Si l'on augmente la longueur d'un des côtés de 2 cm, l'aire augmente de 12 cm².

Quelle est l'aire du rectangle de départ ?

Conseil : faire un schéma.

BILAN 4

En cas de difficultés, se reporter aux aides de la page 263.

1 Histoires de milieux

1° Placer deux points A et B distants de 25 mm, puis les points C , D et E tels que :

- B soit le milieu du segment $[AC]$;
- C soit le milieu du segment $[BD]$;
- D soit le milieu du segment $[AE]$;

Calculer la longueur du segment $[AE]$.

2° Tracer le cercle de centre C et de rayon 5 cm.

Ce cercle coupe le segment $[CE]$ en F .

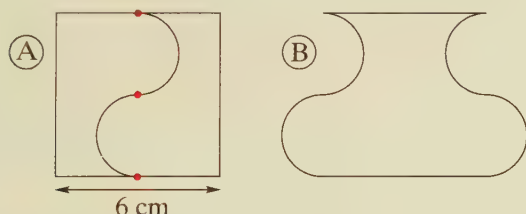
Calculer la longueur du segment $[EF]$, puis celle du segment $[DF]$.

2 Attention... découpage !

1° Sur du papier millimétré, dessiner en vraie grandeur la figure (A).

Les points rouges sont les milieux des côtés du carré et de ses diagonales. Les arcs sont des demi-cercles.

2° Découper la figure (A) réalisée et, à l'aide des morceaux, fabriquer le « vase » (B).



3° Calculer le périmètre du « vase ».

3 Toujours des perpendiculaires !

1° Tracer deux droites d et d' perpendiculaires qui se coupent en un point O .

Marquer, sur la droite d , un point A à 5 cm de O et, sur la droite d' , un point B à 3 cm de O .

Marquer le point C de façon que O soit le milieu du segment $[BC]$.

Tracer, par B , la perpendiculaire à la droite (AB) ; elle coupe la droite d en un point E .

Tracer, par C , la perpendiculaire à la droite (AC) ; elle passe par un point déjà noté sur la figure. Lequel ?

2° Marquer le milieu I du segment $[AE]$; puis, au compas, vérifier (si la figure est bien réalisée) qu'on peut tracer un cercle en passant par les points A , B , E et C .

4 1° a) Marquer trois points A , B et C tels que $AB = AC = 6$ cm.

Marquer le point E milieu du segment $[AB]$ et le point F milieu de $[AC]$.

b) Tracer par le point E , la droite d parallèle à la droite (AC) , puis, par le point F , la droite Δ parallèle à la droite (AB) .

Les droites d et Δ se coupent en M .

2° Tracer le segment $[BC]$.

Que semble être le point M pour ce segment ?

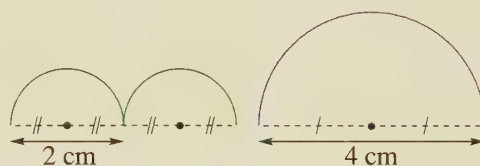
3° a) Quelle est la nature du quadrilatère $AEMF$?

b) Sans faire aucun tracé supplémentaire, on compte trois triangles isocèles. Les nommer.

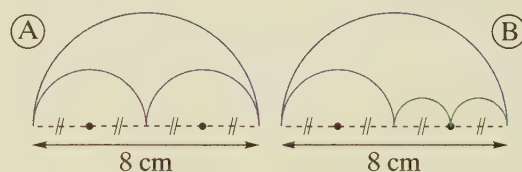
4° Au départ de la construction, comment faudrait-il tracer les droites (AB) et (AC) pour que la figure $AEMF$ soit un carré ?

5 Comparer des longueurs

1° Par le calcul, comparer la longueur de la ligne verte avec celle de la ligne mauve :



2° a) Reproduire, en vraie grandeur, les figures (A) et (B) ci-dessous.



b) Sans faire aucun calcul, comparer le périmètre de la figure (A) avec celui de la figure (B).

6 Placer un point A , puis colorier l'ensemble des points qui sont à la fois à plus de 3 cm de A et à moins de 5 cm de A .

7 Le croissant

Placer deux points A et B distants de 5 cm, puis colorier l'ensemble des points qui sont, à la fois, à moins de 5 cm de A et à plus de 7 cm de B .

BILAN 4

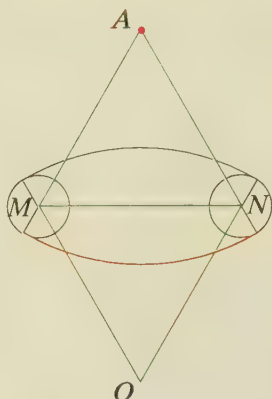
8 Construire un ovale

1° Observer la figure ci-contre, puis, par une méthode semblable, construire un ovale.

Choisir :

- 8 cm pour la longueur MN ;
- un rayon de 2 cm pour les cercles de centres M et N .

On précise que les triangles verts sont équilatéraux.



2° a) Quelle est la nature du quadrilatère $AMON$? Justifier.

b) Calculer son périmètre.

9 Table ronde

1° Arnaud, Benoît, Christophe et Matthieu décident de faire une partie de cartes. Mais Arnaud ne veut pas être en face de Christophe, et Benoît préfère ne pas s'asseoir à la droite de Matthieu. Christophe refuse d'être à la gauche d'Arnaud. Comment, malgré tout, vont-ils réussir à s'asseoir autour de la même table?

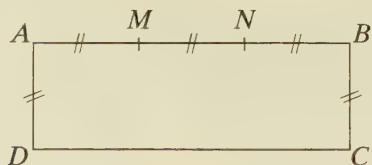
2° La table est « ronde » et a 1,2 m de diamètre. Les quatre copains sont assis et régulièrement espacés. De quelle longueur de bord de table chacun dispose-t-il?

(Arrondir le résultat au centimètre.)

10 1° Quelle longueur faut-il donner au segment $[AM]$ pour que le périmètre du rectangle $ABCD$ soit 68,8 cm?

2° Calculer l'aire du rectangle $ABCD$.

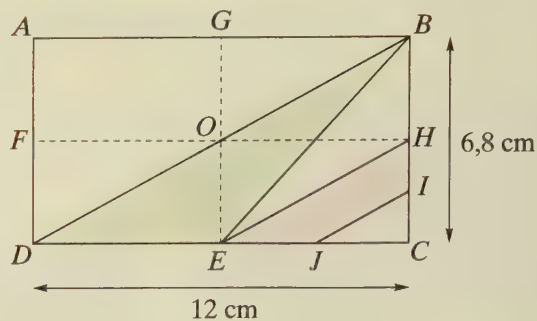
3° Calculer l'aire du triangle MBC , puis celle du trapèze $AMCD$.



11 Petite aire, grand périmètre

Dessiner un rectangle d'aire 6 cm^2 et de périmètre 25 cm.

12 Calcul d'aires



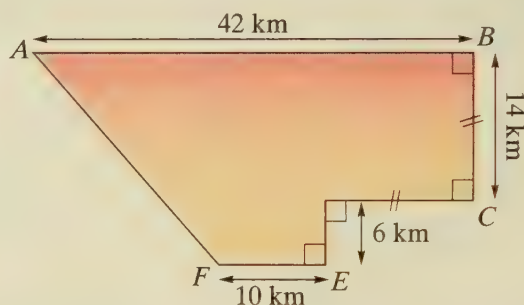
Les points H , I , E et J sont les milieux respectifs des segments $[BC]$, $[HC]$, $[DC]$ et $[EC]$.

a) Calculer l'aire du triangle DBE .

b) Calculer l'aire du quadrilatère $EHIJ$.

13 Les aires du désert

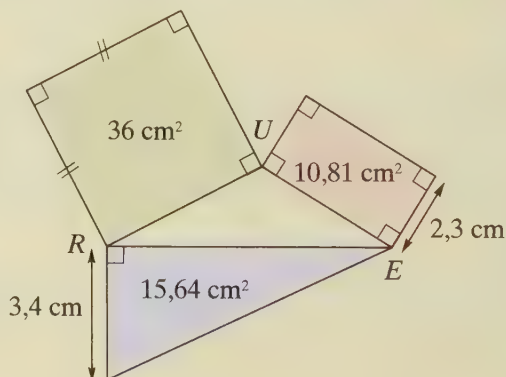
Le fils du Prince du désert reçoit une portion du désert en cadeau. La figure ci-dessous la représente :



Calculer, en hectares (voir la page 168), l'aire de cette portion du désert.

Conseil : faire apparaître des figures connues.

14 Calculer la longueur de chaque côté du triangle RUE , puis construire la figure en vraie grandeur.



CHAPITRE 12

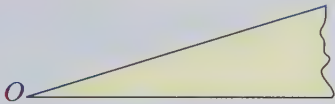
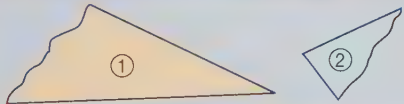
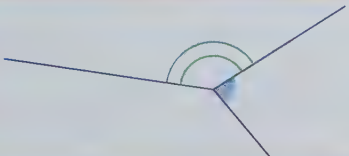
Avec un rapporteur

De l'école au collège

QCM

Pour chaque question,
indiquer la réponse exacte
(ou les réponses exactes).

R É P O N S E S

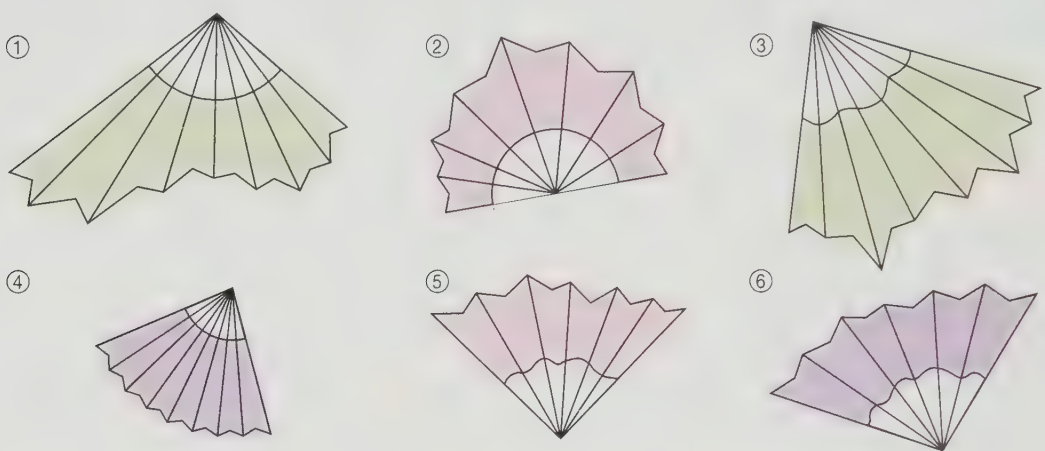
		A	B	C
1	Le point O est : 	la pointe de l'angle	le sommet de l'angle	l'angle
2	Le nombre d'angles d'un triangle est :	0	3	je ne sais pas
3		l'angle ① est plus grand que l'angle ②	l'angle ① est égal à l'angle ②	l'angle ① est plus petit que l'angle ②
4	Un angle droit :	est égal à la moitié d'un angle plat	a ses côtés parallèles	mesure 90°
5	Deux droites qui se coupent en formant quatre angles égaux sont :	parallèles	sécantes	perpendiculaires
6		l'angle vert est un angle aigu l'angle bleu est un angle aigu	l'angle vert est un angle droit l'angle bleu est un angle droit	l'angle vert est un angle obtus l'angle bleu est un angle obtus

De quoi s'agit-il ?

Qu'est-ce qu'un angle ? Comment comparer des angles ?

1 Histoire d'éventails

1° Parmi les éventails suivants, retrouver ceux qui ont la même ouverture.
(Répondre d'abord à vue d'œil, puis en utilisant du papier-calque.)



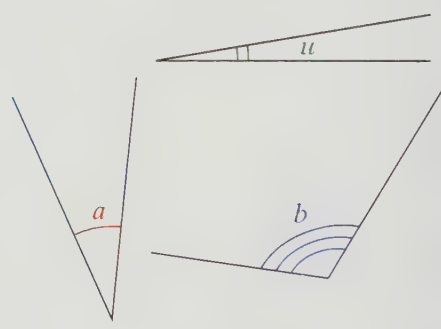
2° Vrai ou faux ?
Deux éventails ayant la même ouverture ont forcément des côtés de même longueur.

2 Vers la mesure des angles

Acte 1

1° Calquer l'angle u , puis le découper.
2° On considère les deux angles a et b ci-contre.
En prenant l'angle u comme unité, recopier et compléter avec des nombres entiers :

a) $a = \dots u$; b) $\dots u < b < \dots u$.

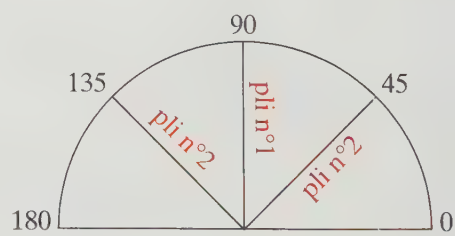


Acte 2

1° Sur du papier-calque, tracer un demi-cercle. Par deux pliages successifs, obtenir l'instrument ci-contre (qui est une ébauche de rapporteur gradué en degrés).

2° a) En utilisant ce rapporteur, ranger les angles de l'Activité 1 par ordre croissant.

b) Citer le numéro d'un éventail formant un angle droit et celui d'un éventail formant un angle plat.
Citer les numéros de deux angles aigus et de deux angles obtus.



Comment mesurer un angle ? Qu'est-ce que la bissectrice d'un angle ?

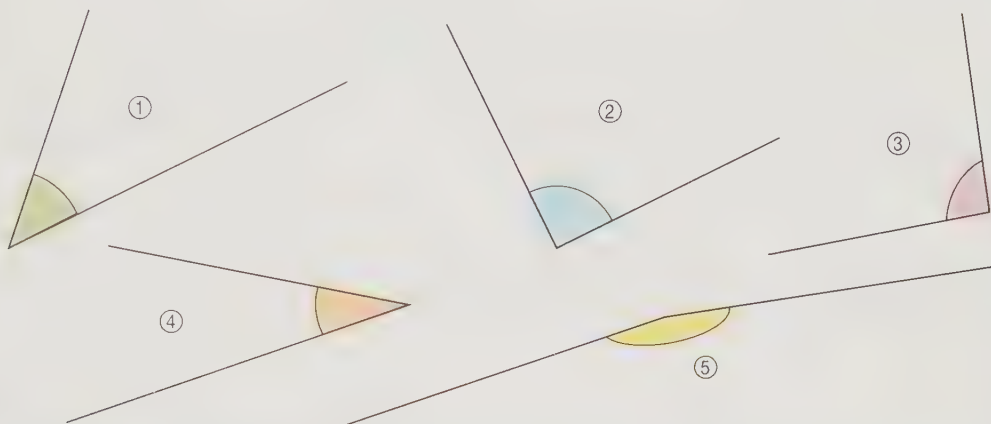
3 Avec un rapporteur

1° a) Contrôler, avec un rapporteur, que l'angle ci-contre mesure 5° .

b) Damien pense que l'angle de 5° que vient de tracer le professeur au tableau avec son rapporteur de « prof » est plus grand que cet angle. Damien a-t-il raison ?



2°



On considère les angles ci-dessus et leurs mesures dans le désordre ci-dessous :

170°

93°

30°

45°

90°

a) À vue d'œil, associer chaque angle à sa mesure et préciser, pour chacun, s'il est aigu, droit ou obtus.

b) Contrôler la réponse du a) en utilisant un rapporteur.

3° Tracer trois angles mesurant respectivement 40° , 80° et 145° .

4 Prenons le bon pli !

1° a) À l'aide d'un rapporteur, reproduire l'angle ci-contre sur du papier-calque.

b) Découper cet angle.

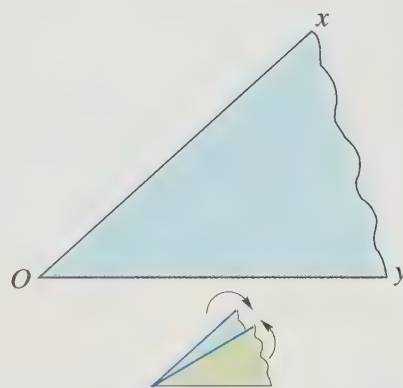
c) Le plier de façon que les deux côtés coïncident.

2° a) Déplier, puis marquer le pli en rouge.

b) Recopier et compléter :

Le trait rouge est un axe de ... de l'angle.

c) Mesurer, à l'aide d'un rapporteur, les deux angles obtenus. Le résultat est-il surprenant ?



1 Notion d'angle

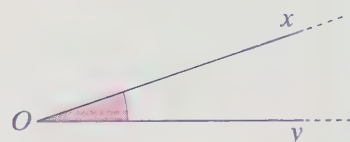
Demi-droite

- On note $[AB]$ la demi-droite d'origine A et passant par le point B .
- Une **demi-droite** est limitée d'un côté par son origine et illimitée de l'autre.

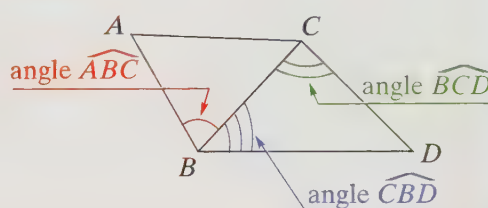


Angle

- L'**angle** (saillant) ci-contre se note : $\widehat{xOy}$ ou $\widehat{yOx}$.
On lit : « angle xOy » ou « angle yOx ».
- Le point O est le **sommet de l'angle**.
- Les demi-droites $[Ox)$ et $[Oy)$ sont les **côtés de l'angle**.



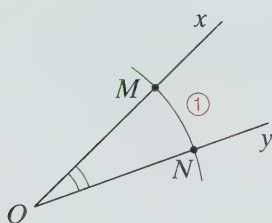
Attention ! Pour désigner un angle, on utilise trois lettres ; la lettre centrale correspond au sommet de l'angle.



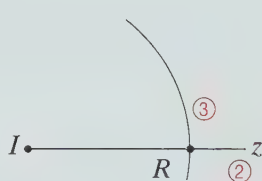
Exercice résolu 1

Énoncé : Tracer un angle $\widehat{xOy}$ puis reproduire celui-ci à l'aide de la règle et du compas.

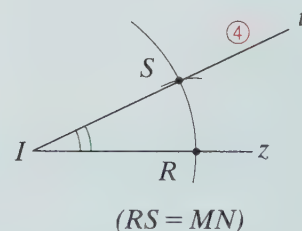
Solution :



1° Sur le modèle à reproduire, on trace un arc de cercle ① de centre O qui coupe $[Ox)$ en M et $[Oy)$ en N .



2° On trace une demi-droite $[Iz)$ ②, puis, en gardant la même ouverture de compas, un arc de cercle de centre I qui coupe $[Iz)$ en R ③.



3° Avec l'ouverture de compas MN , on trace l'arc de cercle de centre R qui coupe l'arc ③ en S . On trace la demi-droite $[IS)$ ④.

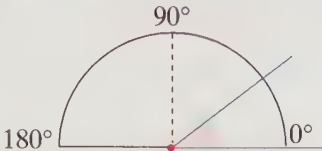
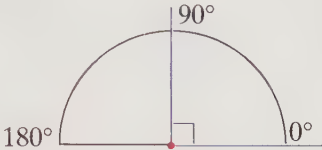
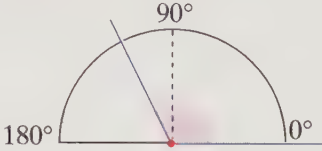
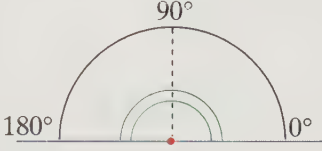
$$(RS = MN)$$

Méthode

Pour coder, sur le dessin, l'égalité d'angles $\widehat{xOy} = \widehat{zIt}$, on dessine deux petits arcs de cercle de la même couleur (ici en vert).

Application → exercice n° 3

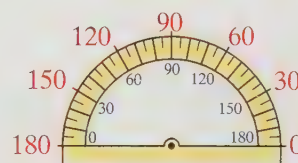
2 Unité d'angle, comparaison d'angles

Angle aigu		Un angle aigu est plus petit qu'un angle droit. Sa mesure est comprise entre 0° et 90° .
Angle droit		Un angle droit a ses côtés perpendiculaires. Sa mesure est égale à 90° .
Angle obtus		Un angle obtus est plus grand qu'un angle droit. Sa mesure est comprise entre 90° et 180° .
Angle plat		Un angle plat a ses côtés dans le prolongement l'un de l'autre : sa mesure est égale à 180° .

L'unité d'angle usuelle est le **degré**, de symbole « $^\circ$ ».



Les rapporteurs sont, en général, gradués dans les deux sens. Pour éviter bien des erreurs, l'utilisation d'une seule graduation (en rouge) est présentée dans ce chapitre.

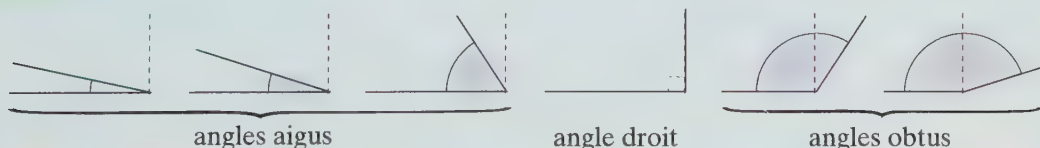


Un rapporteur

Exercice résolu 2

Énoncé : Réaliser le film d'un angle devenant de plus en plus grand.

Solution :



Méthode

Pour reconnaître, à vue d'œil, si un angle est aigu ou obtus, penser à le comparer mentalement à un angle droit (en imaginant une équerre).

Application → exercice n° 4

3 Utilisation du rapporteur

Mesurer un angle avec un rapporteur

Angle à mesurer



Pour mesurer l'angle $\widehat{xOy}$ ci-dessus, prolonger le côté $[Oy]$, puis :

- placer le centre du rapporteur sur le sommet O de l'angle et la graduation zéro du rapporteur sur le côté $[Ox]$ de l'angle ;
- lire la mesure de l'angle, en repérant le trait de la graduation correspondant au second côté de l'angle.

Conseil :

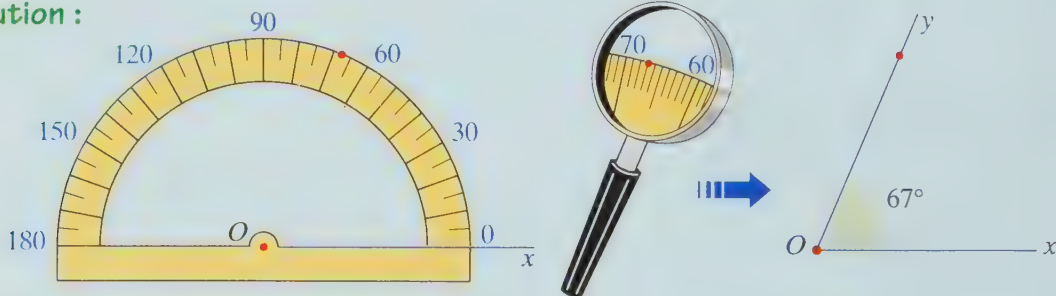
Contrôler, à vue d'œil, la vraisemblance de la mesure. Ici, l'angle $\widehat{xOy}$ est aigu ; la mesure trouvée, 70° , n'est donc pas à rejeter.

En revanche, si on avait lu 110° , il aurait fallu recommencer à mesurer !

Exercice résolu 3

Énoncé : Tracer un angle $\widehat{xOy}$ mesurant 67° .

Solution :



Méthode

Pour tracer un angle $\widehat{xOy}$ de mesure donnée :

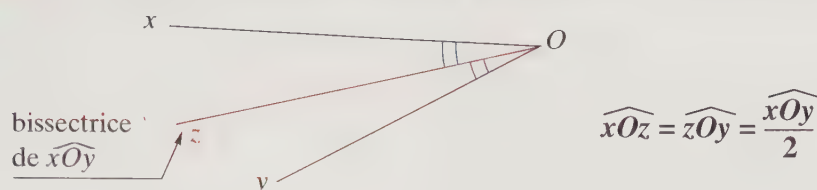
- 1° tracer une demi-droite $[Ox]$, puis placer le centre du rapporteur sur O en faisant coïncider le côté $[Ox]$ et la graduation zéro ;
- 2° marquer le point correspondant à la graduation voulue (ici 67°) ;
- 3° tracer la demi-droite $[Oy]$ d'origine O et passant par ce point.

Application → exercice n° 10

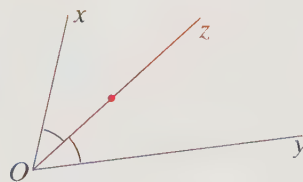
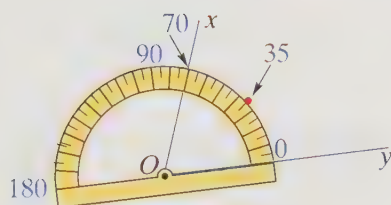
4 Bissectrice d'un angle

Définition

La **bissectrice** d'un angle est la demi-droite qui partage cet angle en deux angles égaux.



Tracé de la bissectrice d'un angle $\widehat{xOy}$ avec un rapporteur



1° Mesurer l'angle $\widehat{xOy}$; ici : 70° .

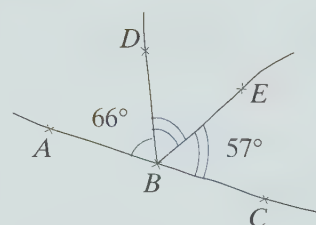
2° Diviser cette mesure par 2; ici : 35° .

3° Marquer le point correspondant.

4° Tracer la demi-droite $[Oz]$ d'origine O et passant par le point marqué à l'étape 3 : c'est la bissectrice de l'angle $\widehat{xOy}$.

Exercice résolu 4

Énoncé : On considère la figure à main levée ci-contre dans laquelle la demi-droite $[BE)$ est la bissectrice de l'angle $\widehat{CBD}$.
Prouver que les points A , B et C sont alignés.



Solution :

La demi-droite $[BE)$ est la bissectrice de l'angle $\widehat{DBC}$; donc : $\widehat{DBE} = \widehat{EBC} = 57^\circ$.

$$\widehat{ABC} = \widehat{ABD} + \widehat{DBE} + \widehat{EBC} = 66^\circ + (57^\circ \times 2) = 66^\circ + 114^\circ = 180^\circ.$$

L'angle $\widehat{ABC}$ étant plat, les points A , B et C sont alignés.

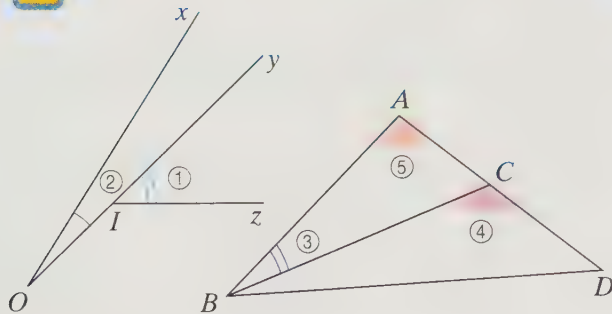
Méthode

Pour prouver que trois points A , B et C sont alignés dans cet ordre, il suffit de prouver que l'angle $\widehat{ABC}$ est plat (égal à 180°).

Application → exercice n° 19

Angles : généralités

1



Recopier et compléter le tableau suivant :

angle n°	①	②	③	④	⑤
sommet	I				
côtés	[Iy) et [Iz)				
nom	$\widehat{yIz}$				

2

1° Chasser l'intrus dans la liste suivante :

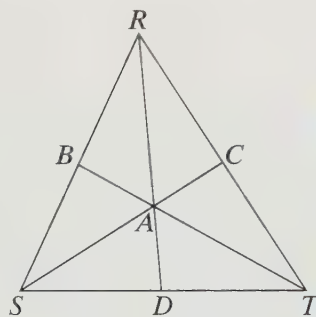
- $\widehat{BTC}$ • $\widehat{ATR}$
- $\widehat{RTB}$ • $\widehat{ATD}$

2° Indiquer une autre façon de désigner chacun des angles suivants :

$\widehat{RBA}$; $\widehat{BSD}$; $\widehat{RDT}$.

3° Peut-on désigner l'angle $\widehat{RAS}$ en utilisant d'autres noms de points de la figure ?

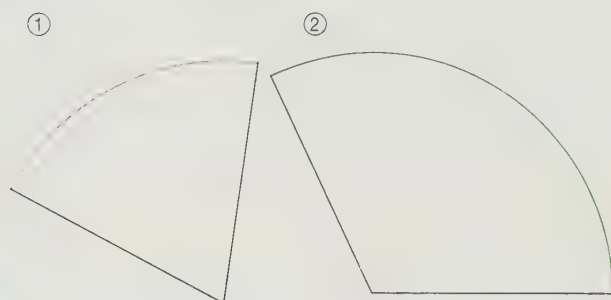
4° Citer le nom de sept angles de sommet A.



3

Voir l'exercice résolu 1 de la page 182.

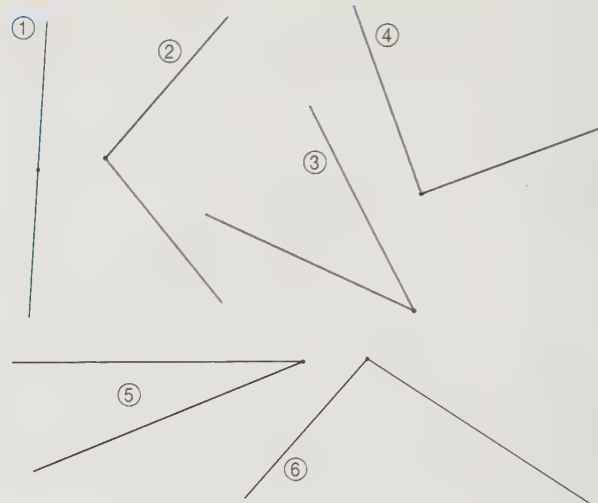
Reproduire, à l'aide de la règle et du compas, chacun des secteurs circulaires suivants :



Angles : comparaison

4

Voir l'exercice résolu 2 de la page 183.



1° À vue d'œil, retrouver les angles aigus, obtus, droits ou plats.

2° Contrôler, approximativement, avec une équerre.

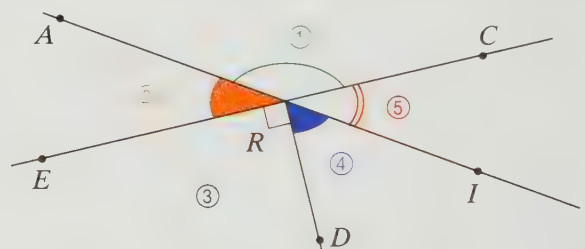
5

1° À main levée, tracer deux angles aigus, puis deux angles obtus.

2° Contrôler, approximativement, avec une équerre.

6

1° Reproduire, à la règle non graduée, au compas et à l'équerre, la figure suivante :



2° Dans la figure, il y a deux angles égaux : les citer.

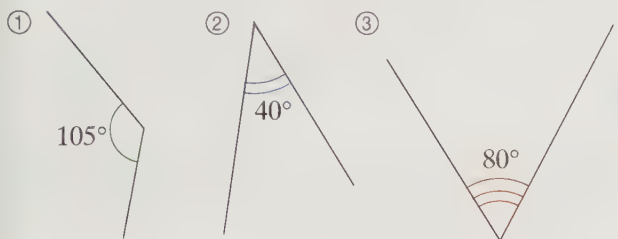
3° Classer les angles donnés ci-dessous en quatre catégories :

- aigu • obtus • plat • droit.



Mesurer et tracer des angles

- 7** a) Deux des trois mesures indiquées sont incorrectes. À vue d'œil, préciser lesquelles.
b) À l'aide d'un rapporteur, corriger ces erreurs.



- 8** Retrouver ci-dessous les mesures des angles de l'exercice 4, page 186 (d'abord à vue d'œil, puis en contrôlant avec un rapporteur).

22° 100° 98° 180° 90° 38°

- 9** 1° a) Tracer deux angles aigus et deux angles obtus quelconques.
b) Donner une estimation, à vue d'œil, de leurs mesures en degrés.
Contrôler avec un rapporteur.

2° À main levée, tracer des angles mesurant 30°, 45°, 80° et 120°.

Contrôler, approximativement, avec un rapporteur.

- 10** Voir l'exercice résolu 3 de la page 184.
Tracer cinq angles mesurant respectivement :

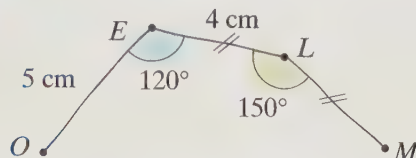
120° 50° 22° 175° 100°

- 11** Reproduire les secteurs circulaires de l'exercice 3, page 186, en utilisant un rapporteur et un compas.

- 12** a) Reproduire la figure de l'exercice 6 de la page 186 en utilisant un rapporteur.
b) Ranger les angles coloriés par ordre croissant.

- 13** Tracer un triangle ABC , isocèle en A , tel que $AB = 7$ cm et $\widehat{A} = 50^\circ$.

- 14** 1° Construire, en vraie grandeur, la ligne $OELM$:

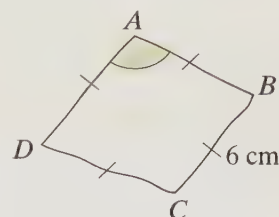


2° Les droites (OE) et (LM) semblent-elles perpendiculaires? Contrôler avec l'instrument qui convient.

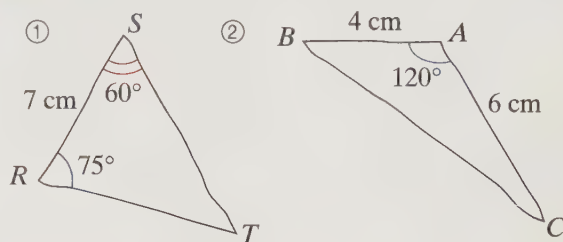
- 15** Dans chaque cas, tracer le losange $ABCD$ en vraie grandeur :

a) $\widehat{DAB} = 120^\circ$;

b) $\widehat{DAB} = 80^\circ$.



- 16** Construire, en vraie grandeur, les triangles ci-dessous, qui ont été dessinés à main levée.



Bissectrice d'un angle

- 17** 1° À main levée, tracer un angle droit, puis sa bissectrice. Contrôler avec un rapporteur.

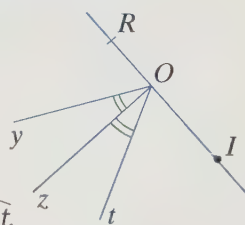
2° Même consigne qu'au 1° avec un angle de 120°.

- 18** a) Tracer un angle de 50°, puis sa bissectrice.
b) Même consigne avec un angle de 130°.

- 19** Voir l'exercice résolu 4 de la page 185.

1° Réaliser la figure ci-contre sachant que :

- $\widehat{ROy} = 63^\circ$
- $\widehat{IOz} = 90^\circ$
- $\widehat{yOt} = 54^\circ$
- $[Oz]$ est la bissectrice de $\widehat{yOt}$.



2° a) Calculer les mesures des angles $\widehat{yOz}$ et $\widehat{ROI}$.

b) En déduire que les points R , O et I sont ...

20 Vu dans le Dictionnaire

Complément d'un angle : ce qu'il faut lui ajouter pour obtenir un angle droit.

Exemple :

Le complément de 75° est 15° , car $75^\circ + 15^\circ = 90^\circ$.

Quel est le complément de :

- 18° ? • 31° ? • 45° ? • 52° ? • 69° ? • 78° ?

Supplément d'un angle : ce qu'il faut lui ajouter pour obtenir deux angles droits.

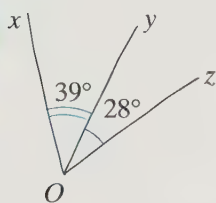
Exemple :

Le supplément de 40° est 140° , car $40^\circ + 140^\circ = 180^\circ$.

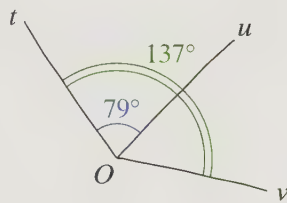
Quel est le supplément de :

- 28° ? • 41° ? • 45° ? • 72° ? • 89° ? • 108° ?

21



a) $\widehat{xOz} = ?$



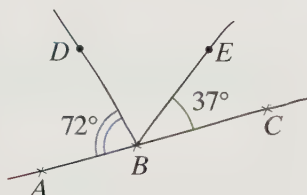
b) $\widehat{uOv} = ?$

22

a) $\widehat{DBE} = ?$

b) $\widehat{ABE} = ?$

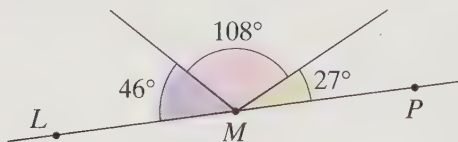
c) $\widehat{CBD} = ?$



$B \in [AC]$.

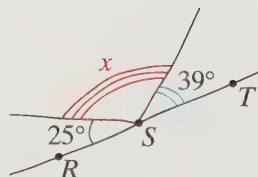
23

Les points L , M et P sont-ils alignés ? Justifier la réponse.



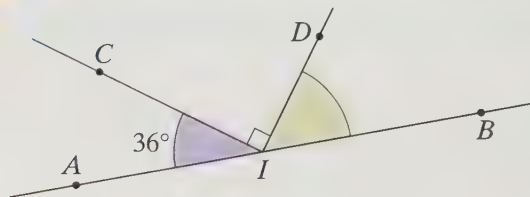
24

Trouver x sachant que les points R , S et T sont alignés. (Le dessin a été fait à main levée.)



25

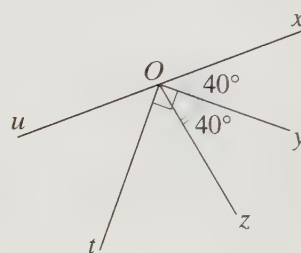
Calculer la mesure, en degrés, de l'angle $\widehat{BID}$.



Les points A , I et B sont alignés.

26

Sachant que l'angle $\widehat{xOu}$ est plat, prouver que la demi-droite $[Ot]$ est la bissectrice de l'angle $\widehat{zOu}$.



27

1° Tracer :

a) un triangle DEF , rectangle en D ;

b) les bissectrices des angles $\widehat{E}$ et $\widehat{F}$ ainsi que leur point d'intersection I .

2° Marquer l'angle $\widehat{EIF}$, puis afficher sa mesure.

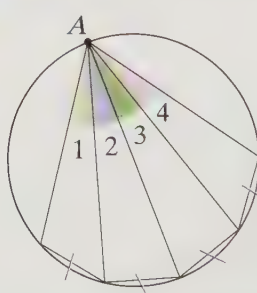
Déplacer les points E et F .

Une conjecture s'impose (voir la note de la page 155). Laquelle ?

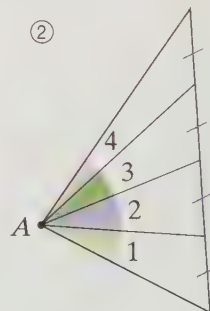
28

1° Réaliser les deux figures suivantes :

①

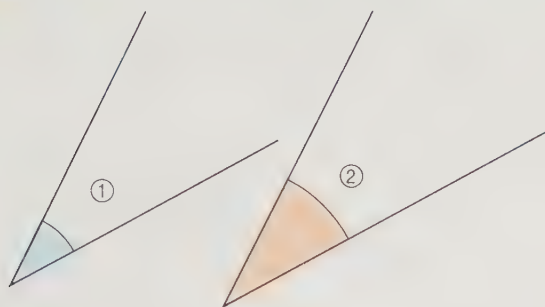


②



2° Peut-on être d'accord avec Lucie qui pense que, dans les deux cas, les angles $\widehat{A_1}$, $\widehat{A_2}$, $\widehat{A_3}$ et $\widehat{A_4}$ sont égaux ?

29 Attention aux impressions !



Les deux angles ci-dessus ont-ils la même mesure ? Répondre d'abord à vue d'œil, puis en utilisant un compas, et enfin un rapporteur.

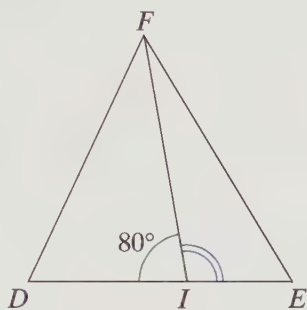
30 Trois points nécessaires

CÉSAR. – L'angle $\hat{I}$ est égal à 80° .

MARION. – Mais non, il est égal à 100° .

ÉMILE. – Vous avez raison tous les deux.

LE PROF. – Il est impératif ici de désigner un angle avec trois lettres.



1° Citer le nom de l'angle auquel pense César et de celui auquel pense Marion.

2° Expliquer le commentaire du professeur.

3° Citer un troisième angle de sommet I.

Citer sa mesure, sans rapporteur, mais en justifiant.

4° Mesurer les trois angles du triangle DEF.

31 Lire une figure

On considère la figure codée ci-contre et les angles suivants :

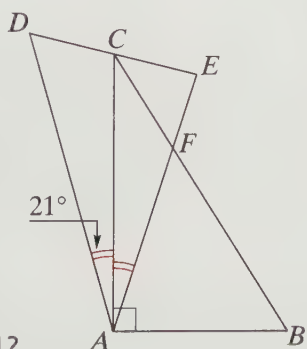
$\widehat{DAC}$, $\widehat{DAB}$, $\widehat{CAE}$, $\widehat{BAE}$.

1° Parmi ces angles, quels sont ceux dont on peut trouver la mesure :

a) en lisant sur la figure ?

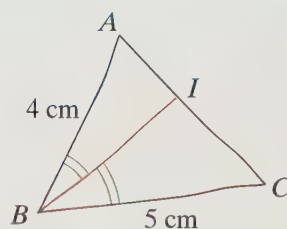
b) en effectuant un calcul ?

2° Indiquer les mesures de ces angles.



32 Programme de construction

1° Recopier, en le complétant, le programme de construction de la figure à main levée ci-contre.



Tracer un triangle ... tel que :

$\widehat{ABC} = 70^\circ$, $AB = \dots$ cm et $\dots = 5$ cm.

Tracer la ... de l'angle ... : elle coupe le côté [AC] en ...

2° Tracer la figure en vraie grandeur.

33 Savoir prouver

1° a) Tracer un angle $\widehat{xOy}$ mesurant 54° .

Tracer ensuite la demi-droite $[Oz]$ telle que l'angle $\widehat{yOz}$ mesure 62° et que l'angle $\widehat{xOz}$ soit obtus.

b) Tracer la bissectrice de l'angle $\widehat{xOy}$.

2° Voici un dialogue entre deux élèves :

JEAN. – La bissectrice de l'angle $\widehat{xOy}$ est perpendiculaire à la demi-droite $[Oz]$. J'ai vérifié avec mon équerre.

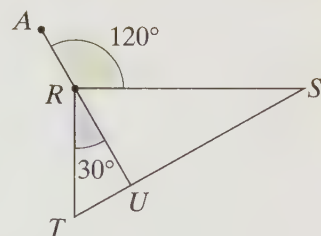
LOUISE. – Et moi, je suis sûre qu'elles ne le sont pas. Qui a raison ? (Répondre en effectuant un calcul.)

Attention ! Certaines conjectures peuvent être fausses (voir la note de la page 155).

34

Que calcule-t-on ?

On considère la figure ci-contre dans laquelle les points A, R et U sont alignés.



1° Retrouver les angles cachés sous les signes :

♥ = $180^\circ - 30^\circ$ ♣ = $180^\circ - 120^\circ$ ♠ = $30^\circ + \clubsuit$.

2° À la question :

« Quelle est la nature du triangle RST ? », Malika a répondu :

« Le triangle RST est rectangle en R, parce que $\widehat{TRS} = 120^\circ - 30^\circ = 90^\circ$. »

En justifiant sa réponse, Malika s'est trompée. Corriger son erreur, puis rédiger la solution.

Pour débattre en classe

35 Répondre par Vrai ou Faux à chacune des affirmations suivantes et justifier la réponse.

a ① L'angle vert est plus grand que l'angle rose.

② La somme des angles vert et rose est égale à un angle plat.

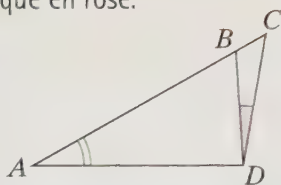


b ① L'angle $\widehat{BCD}$ est marqué en rose.

② $\widehat{BAD} = \widehat{BDC}$.

③ $\widehat{DAB} = \widehat{CAD}$.

④ L'angle $\widehat{BAC}$ est plat.



c Un angle aigu mesure entre 0° et 100° .

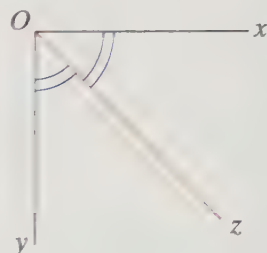
d ① $[Oz]$ est la bissectrice de l'angle $\widehat{xOy}$.

② $\widehat{xOy} = 100^\circ$.

③ $\widehat{yOz} = 40^\circ$.

④ $\widehat{xOz} = 45^\circ$.

⑤ $\widehat{xOz} + \widehat{yOz} = 90^\circ$.



Pour s'évaluer à la maison

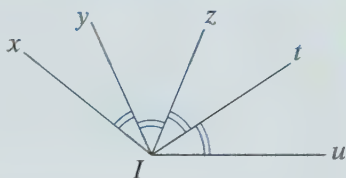
36 1° À la règle et au compas, reproduire la figure ci-contre.

Coup de pouce :

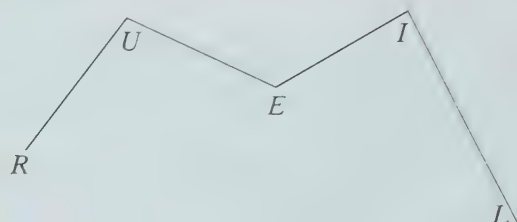
Tracer un arc de cercle de centre I .

2° Écrire trois phrases sur le modèle suivant :

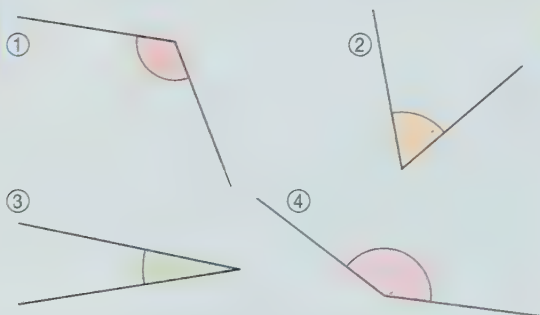
La demi-droite $[\dots]$ est la ... de l'angle $\widehat{\dots}$.



38 Reproduire la ligne brisée ci-dessous (compas, rapporteur, règle non graduée).



37 ①



1° **a)** À vue d'œil, retrouver les angles aigus et les angles obtus.

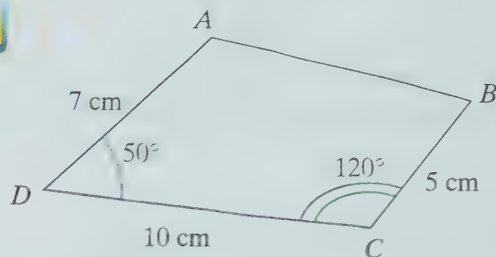
b) Contrôler avec une équerre.

2° **a)** Reproduire les angles ① et ② à la règle et au compas.

b) Reproduire les angles ③ et ④ en utilisant un rapporteur.

3° Ranger les quatre angles par ordre croissant.

39



1° **a)** Tracer le quadrilatère $ABCD$ en vraie grandeur.

b) Mesurer les angles $\widehat{BAD}$ et $\widehat{ABC}$.

c) Contrôler que la somme des quatre angles de $ABCD$ est voisine de 360° .

2° **a)** Tracer les diagonales du quadrilatère $ABCD$: elles se coupent en I .

b) Mesurer les angles $\widehat{AIB}$ et $\widehat{DAI}$.

c) Donner l'un des autres noms de l'angle $\widehat{DAI}$.

d) Citer trois angles aigus et trois angles obtus.

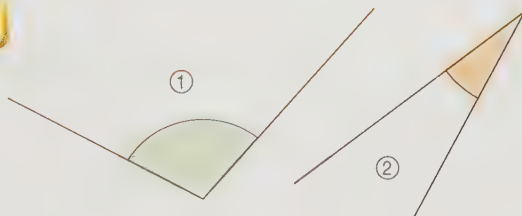
Angles : généralités

40 1° Tracer un triangle EFG . Marquer un point M sur le côté $[EF]$, puis un point N sur le côté $[EG]$. Tracer les segments $[FM]$ et $[GN]$: ils se coupent en A .

2° Marquer :

- l'angle $\widehat{MEG}$ en vert ;
- l'angle $\widehat{MFN}$ en rouge ;
- l'angle $\widehat{AGN}$ en bleu ;
- l'angle $\widehat{MGF}$ en jaune.

41



a) Reproduire, à la règle et au compas, les deux angles ci-dessus.

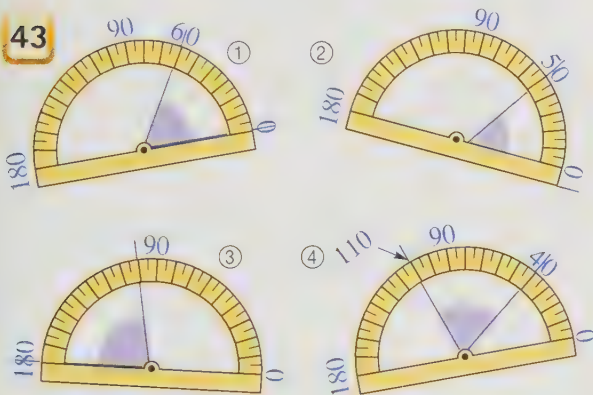
b) L'angle ① est-il aigu ? et l'angle ② ?

À propos des mesures d'angles

42 1° Mesurer les angles de l'exercice 41.

2° Tracer, à la règle, deux angles aigus et deux angles obtus quelconques. Les mesurer.

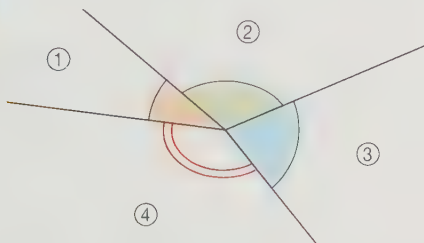
43



a) Quel est le seul cas où le rapporteur est mal placé pour trouver la mesure de l'angle mauve ?

b) Dans les trois autres cas, lire ou calculer cette mesure. (Attention au cas ③ !)

44



a) Mesurer les angles numérotés de ① à ④.

b) Citer le numéro des angles aigus et des angles obtus.

45 Q. C. M.

Recopier et cocher la bonne réponse.

1° Un angle de 89° est :

- ☐ aigu ☐ droit ☐ obtus ☐ plat

2° Un angle de 127° est :

- ☐ aigu ☐ droit ☐ obtus ☐ plat

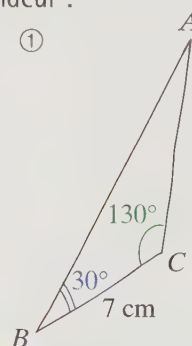
3° Un angle de 180° est :

- ☐ aigu ☐ droit ☐ obtus ☐ plat

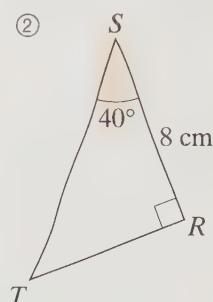
46

Tracer les deux triangles suivants en vraie grandeur :

①



②



47

1° a) Marquer, sur une droite, trois points R, S et T , dans cet ordre. Placer un point M tel que $\widehat{MST} = 68^\circ$.

b) Sans rapporteur, indiquer la mesure, en degrés, de l'angle $\widehat{RSM}$.

Contrôler avec un rapporteur.

2° a) Tracer la bissectrice $[Sy]$ de l'angle $\widehat{MST}$, puis la bissectrice $[Sz]$ de l'angle $\widehat{MSR}$.

b) Recopier, compléter, puis justifier :

- $\widehat{ySM} = 68^\circ : 2 = \dots^\circ$ • $\widehat{MSz} = \dots^\circ$ • $\widehat{ySz} = \dots^\circ$.

Constructions

48 a) Tracer trois demi-droites $[Ox]$, $[Oy]$ et $[Oz]$ de même origine O .

b) Mesurer les angles $\widehat{xOy}$ et $\widehat{yOz}$.

c) Calculer la mesure de l'angle aigu $\widehat{xOz}$.

49 1° Dans chaque cas, tracer, à la règle, deux angles aigus :

a) dont la somme est un angle aigu ;

b) dont la somme est un angle obtus.

2° Contrôler avec un rapporteur.

50 a) Marquer deux points A et B , puis un point C tel que $\widehat{CAB} = 90^\circ$.

b) Tracer la droite $\mathcal{D}$ passant par C et perpendiculaire à la droite (AC) .

c) Prouver que les droites $\mathcal{D}$ et (AB) sont parallèles.

51 1° Tracer deux angles mesurant respectivement 35° et 80° .

2° Sans rapporteur, mais avec un compas, tracer des angles mesurant :

• 70° • 115° • 45° • 160° .

52 Dans chaque cas, tracer un triangle ABC , rectangle en A , tel que :

a) $AC = 6$ cm et $\widehat{ACB} = 35^\circ$;

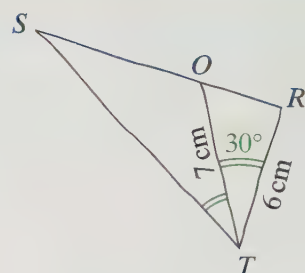
b) $BC = 7$ cm et $\widehat{ACB} = 40^\circ$

53 Tracer en entier (sur une feuille, mais pas sur le livre !), le triangle ci-dessous qui a été en partie brûlé.



54 a) Tracer la figure ci-contre en vraie grandeur ($O \in [RS]$) et $\widehat{OTS} = \widehat{OTR}$.

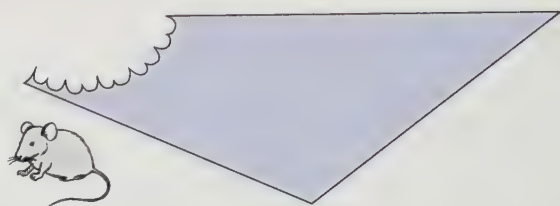
b) Mesurer tous les angles de la figure.



55 La souris

1° Sur une feuille de papier, reproduire, en entier, le triangle ci-dessous qui a été en partie... grignoté par une souris.

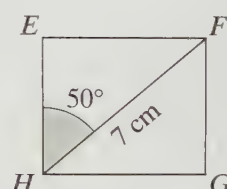
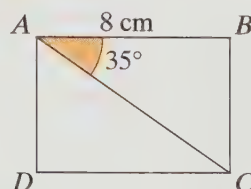
Utiliser une règle graduée et un rapporteur.



2° Recommencer cette construction en utilisant une règle et un compas.

56 Construire un losange de 28 cm de périmètre et dont un angle mesure 55° .

57 Tracer les rectangles ci-dessous en vraie grandeur.



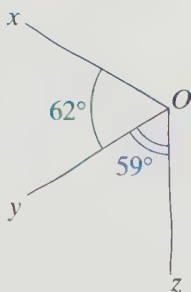
58 Reproduire, à la règle, au compas et au rapporteur, le rectangle ci-contre qui a été, en partie, brûlé.



- 59** 1° Tracer un angle $\widehat{xAy}$ mesurant 46° .
Tracer ensuite l'angle $\widehat{xAz}$, mesurant 136° et tel que la demi-droite $[Ay]$ soit à l'intérieur de l'angle $\widehat{xAz}$.
2° Que peut-on dire des demi-droites $[Ay]$ et $[Az]$? Justifier la réponse.

Bissectrice

- 60** 1° Tracer la figure ci-contre. Tracer ensuite la bissectrice $[Ot]$ de l'angle $\widehat{xOy}$.
2° Prouver que les demi-droites $[Ot]$ et $[Oz]$ sont perpendiculaires.



- 61** 1° Tracer un angle $\widehat{xOy}$ mesurant 50° .
Tracer la demi-droite $[Oz]$ telle que $\widehat{xOz} = 100^\circ$ et telle que l'angle $\widehat{yOz}$ soit aigu.
2° Prouver que la demi-droite $[Oy]$ est la bissectrice de l'angle $\widehat{xOz}$.

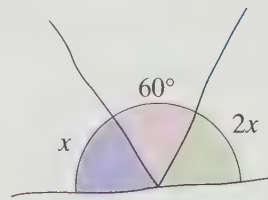
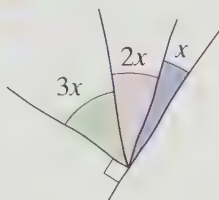
- 62** 1° Tracer un angle $\widehat{xOy}$ mesurant 55° , et une demi-droite $[Oz]$ telle que $\widehat{xOz} = 110^\circ$.
2° Martin prétend que la demi-droite $[Oy]$ est forcément la bissectrice de l'angle $\widehat{xOz}$. Lucie dit que cela dépend. Qui a raison?

- 63** 1° a) Tracer une droite, puis marquer sur celle-ci trois points D , E et F dans cet ordre. Placer un point M tel que $\widehat{DEM} = 50^\circ$.
b) Tracer les bissectrices des angles $\widehat{DEM}$ et $\widehat{MEF}$. Faire une conjecture, puis la prouver.
2° Mêmes consignes qu'au 1° a) et b) si :
• 1^{er} cas : $\widehat{DEM} = 68^\circ$;
• 2nd cas : on ne précise pas la mesure de l'angle $\widehat{DEM}$.

- 64** 1° Tracer un angle $\widehat{xOy}$ mesurant 58° .
Tracer ensuite les demi-droites $[Oz]$, $[Ot]$ et $[Ou]$, bissectrices respectives des angles $\widehat{xOy}$, $\widehat{xOz}$ et $\widehat{zOy}$.
2° Calculer les mesures des angles $\widehat{tOz}$ et $\widehat{zOu}$. Que peut-on en déduire?

Problèmes

- 65** Dans chaque cas, trouver x .

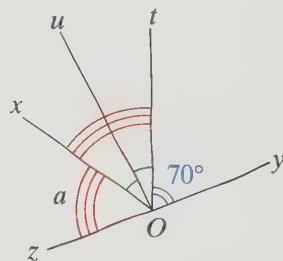


Note : L'écriture $2x$ désigne le produit $2 \times x$.

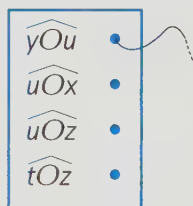
- 66** « En fonction de... »

On considère la figure à main levée ci-contre, dans laquelle :

- $\widehat{xOt} = \widehat{xOz} = a$;
- la demi-droite $[Ou]$ est la bissectrice de l'angle $\widehat{tOx}$.



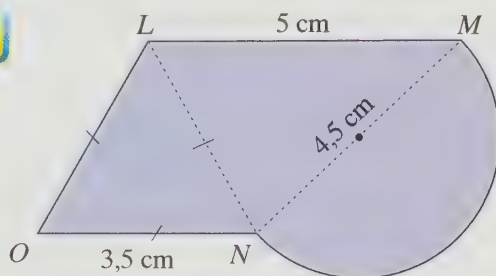
- 1° Relier chaque angle à son expression *en fonction de a*.



- $a + (a : 2)$
- $a \times 2$
- $70^\circ + (a : 2)$
- $a : 2$

- 2° Sachant que l'angle $\widehat{yOz}$ est plat, calculer la mesure de l'angle $\widehat{tOz}$, puis a .

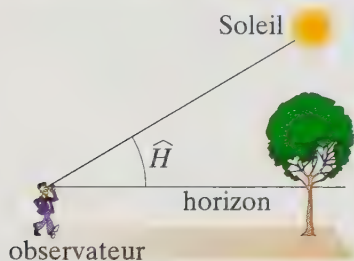
67



- 1° a) Construire, en vraie grandeur, la figure ci-dessus.
b) Calculer son périmètre.
2° Marquer : en bleu l'angle $\widehat{LNO}$, en vert l'angle $\widehat{LNM}$, en rouge l'angle $\widehat{OLM}$ et en noir l'angle $\widehat{LMN}$. Mesurer ces quatre angles.

Saisons et angles

Dans nos régions, dites tempérées, l'alternance des saisons est bien marquée : l'hiver, les nuits sont longues et il fait froid ; l'été, les nuits sont courtes et il fait chaud. Le responsable ? c'est le Soleil, ou plutôt la *hauteur* du Soleil dans le ciel. Ce que les astronomes appellent *hauteur* du Soleil (ou d'une étoile) n'est pas une distance (comme c'est le cas pour la hauteur d'un triangle), mais un *angle*. C'est l'angle, noté $\hat{H}$, entre le Soleil, l'observateur et l'horizon, comme le montre le schéma ci-dessous.



Au cours d'une journée, le Soleil se lève vers l'est* puis monte dans le ciel en direction du sud, et enfin se couche vers l'ouest. Il atteint sa hauteur maximale dans le ciel quand il est au sud, c'est-à-dire à midi heure solaire (13 h en hiver et 14 h en été).

Voyons comment varie cette hauteur maximale du Soleil en France (à Nantes, par exemple) tout au long de l'année.

Le jour de l'été (le 21 juin), à midi heure solaire, le Soleil est à sa hauteur maximale de l'année. À Nantes, l'angle $\hat{H}$ est égal à $66,5^\circ$. Le jour de l'automne, le 23 septembre, au même moment de la journée, l'angle $\hat{H}$ n'est plus que de 43° . Le jour de l'hiver, le 21 décembre, la valeur de $\hat{H}$ a encore diminué ; elle n'est plus que de $19,5^\circ$!

Il faudra attendre le 21 mars, jour du printemps, pour revoir le Soleil culminer à 43° .

Ainsi les jours sont plus longs l'été que l'hiver, car la trajectoire du Soleil dans le ciel est plus longue puisqu'il culmine plus haut.

À vous de jouer !

◆ Voici la formule (voir le chapitre 6) qui permet de calculer la hauteur maximale (en degrés) du Soleil en un lieu donné. Pour cela il suffit de connaître la latitude** du lieu (elle est indiquée, en degrés, dans les cartes de l'I.G.N.).

Le 21 décembre :

$$\hat{H} = 90^\circ - 23,5^\circ - L$$

Le 21 juin :

$$\hat{H} = 90^\circ + 23,5^\circ - L$$

Calculez cette hauteur pour l'endroit où vous habitez.

* Le Soleil ne se lève (ne se couche) exactement à l'est (à l'ouest) que deux jours par an : le jour du printemps et le jour de l'automne.

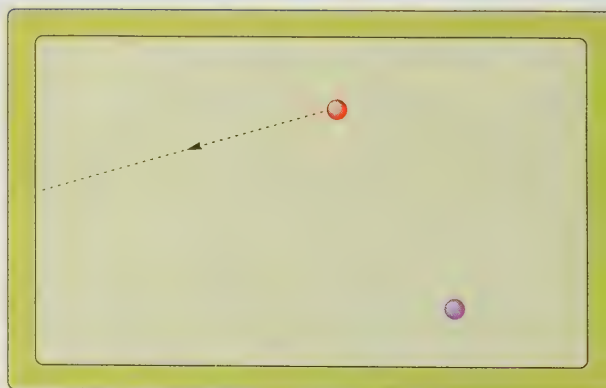
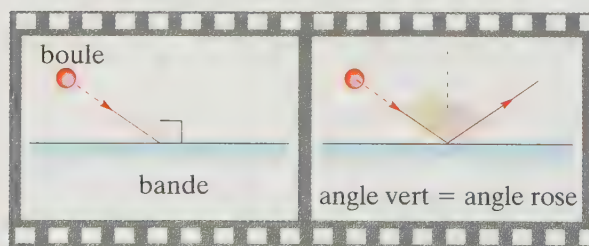
** Voir la définition de ce mot dans un dictionnaire ou demander au professeur.



L'ENIGME DU CHAPITRE



Le film, ci-dessous à gauche, décrit le trajet d'une boule de billard frappée, sans effet et cognant une bande (l'un des quatre côtés intérieurs d'un billard). Calquer le dessin de droite, puis, à l'aide d'une règle, d'une équerre et d'un compas, préciser si la boule rouge va heurter la boule violette.



CHAPITRE 13

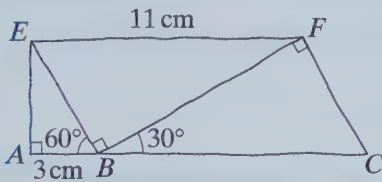
Descriptions, constructions, justifications

De l'école au collège

QCM

Pour chaque question, indiquer la réponse exacte (ou les réponses exactes).

On considère la figure ci-dessous :



R É P O N S E S

	A	B	C
1 On peut commencer à reproduire la figure par :	le triangle ABE	le triangle BEF	le triangle BFC
2 On peut commencer à reproduire la figure par :	$[AB]$	$\widehat{BAE}$	$[EF]$
3 Sans utiliser d'instrument, on est sûr que :	$(EB) \parallel (CF)$	$(AB) \parallel (EF)$	$(AE) \perp (EF)$
4 Sans utiliser d'instrument, on est sûr que :	(AE) et (CF) ne sont pas sécantes	$[AE]$ et $[CF]$ ne sont pas sécants	(AE) et (CF) sont sécantes
5 Sans utiliser d'instrument, on est sûr que :	A, B et C sont alignés	A, B et C ne sont pas alignés	$A \in (BC)$

De quoi s'agit-il ?

Comment s'organiser pour construire une figure ?
Comment rédiger un programme de construction ?

1 Décomposer une figure pour la construire

On s'intéresse à la figure $\mathcal{F}$ ci-contre.

1° a) Quelle est la nature du quadrilatère $ABCD$?

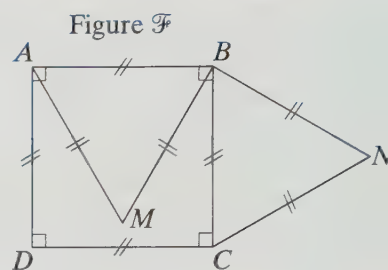
Comment peut-on le savoir ?

b) Quelle est la nature du triangle ABM ?

Comment peut-on le savoir ?

c) Comment le triangle ABM est-il disposé par rapport au quadrilatère $ABCD$? et le triangle BCN ?

2° Construire la figure $\mathcal{F}$ en commençant par tracer le quadrilatère $ABCD$ sachant que ses côtés mesurent 3 cm.



2 Rédiger un programme de construction

Acte 1

Léa raconte à Hugo, qui ne voit pas la figure $\mathcal{F}$ ci-dessus, comment il peut commencer à la construire :

« Avec ta règle, tu tires un trait de 3 cm de long. Tu appelles A et B ses deux bouts.

Après, tu ouvres ton compas de 3 cm, tu le piques sur le point A et tu fais un arc de cercle.

Tu recommences au point B, et, là où les arcs se rejoignent, c'est le point M.

Tu le relies ensuite aux points A et B. »

1° Quelle partie de la figure $\mathcal{F}$ Léa fait-elle réaliser à Hugo ?

2° Grâce à une phrase très courte, Léa aurait pu donner à Hugo les mêmes instructions. Recopier et compléter cette phrase : « Tracer un ABM de ... 3 cm. »

Acte 2

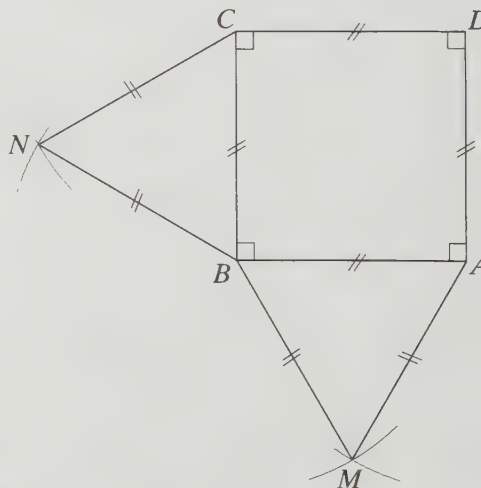
En écoutant la suite des instructions de Léa, Hugo a réalisé la figure ci-contre :

1° Quelle information manquait dans le récit complet de Léa ?

2° En utilisant des phrases très courtes comme au 2° de l'Acte 1, écrire un programme de construction de la figure $\mathcal{F}$.

Suivre le plan suivant :

- ① tracé de ABM ;
- ② tracé de $ABCD$;
disposition de ABM par rapport à $ABCD$;
- ③ tracé de BCN ;
disposition de BCN par rapport à $ABCD$.



Comment justifier sans utiliser d'instrument ?

3 Droites parallèles et perpendiculaires

1° a) Une propriété vue à la page 149 permet de justifier que les droites (AB) et (CD) ci-contre sont parallèles. Dire pourquoi.

b) Justifier de même que : $(AB) \parallel (FE)$.

2° On introduit une nouvelle règle du jeu :

Lorsque deux droites sont parallèles, toute droite perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre.

a) À l'aide de cette nouvelle propriété, justifier que les droites (AB) et (DE) sont perpendiculaires.

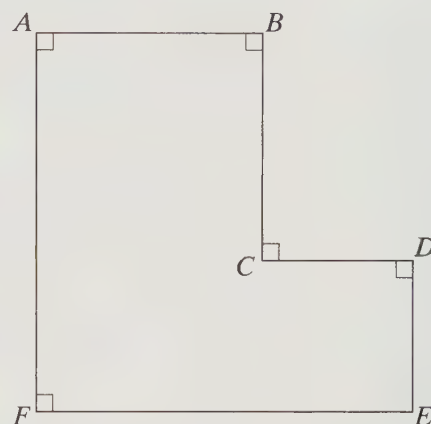
b) Justifier de même que : $(BC) \perp (FE)$.

3° On introduit une troisième règle du jeu :

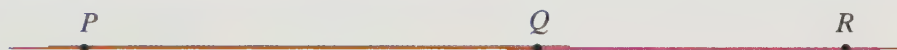
Lorsque deux droites sont parallèles, toute droite parallèle à l'une est parallèle à l'autre.

À l'aide de cette propriété, prouver que les droites (FE) et (CD) sont parallèles.

Attention !
Aucun instrument n'est autorisé.



4 Une ou plusieurs droites ?



1° Dans le dessin ci-dessus on a représenté trois points alignés : P , Q et R . Clément prétend avoir dessiné trois droites :

- une droite rouge désignée par (PR) ;
- une droite verte désignée par (PQ) ;
- une droite bleue désignée par (QR) .

a) Que peut-on penser de ce dessin en géométrie ?

b) Combien peut-on tracer de droites passant par les trois points alignés P , Q et R ?

2° Tracer une droite d ; marquer un point A de d et un point B n'appartenant pas à d .

a) Tracer une droite parallèle à d et passant par B .

Combien peut-on tracer de telles droites ?

b) Tracer une droite parallèle à d et passant par A .

Combien peut-on tracer de telles droites ?

c) Tracer une droite sécante à d et passant par A .

Combien peut-on tracer de telles droites ?

d) Tracer une droite perpendiculaire à d et passant par A .

Combien peut-on tracer de telles droites ?

e) Tracer une droite perpendiculaire à d et passant par B .

Combien peut-on tracer de telles droites ?

1 S'organiser pour construire une figure

Pour réaliser en vraie grandeur la figure ci-contre :

- 1° • On repère les objets mathématiques à partir des codages :
- un rectangle repéré par ses quatre angles droits ; sa « longueur » et sa « largeur » mesurent 3 cm, c'est donc un carré ;
 - un demi-cercle : son centre est le milieu d'un des côtés du carré ; son rayon est 1,5 cm ($3\text{ cm} : 2$).

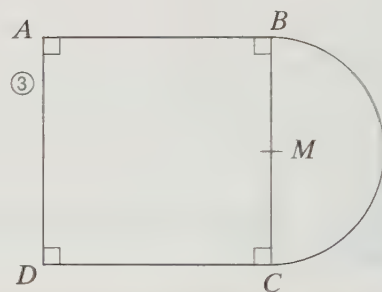
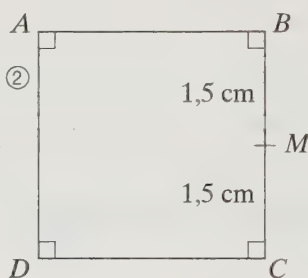
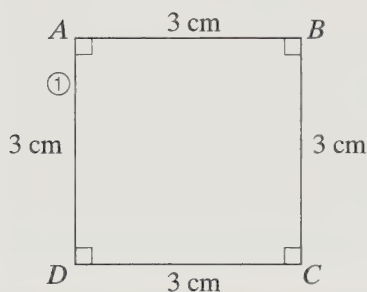
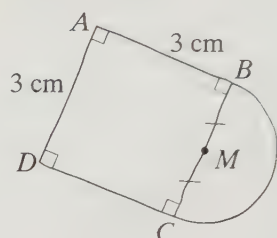
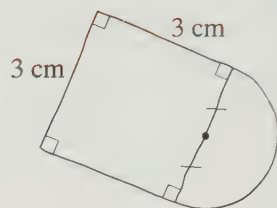
- On repère leur disposition les uns par rapport aux autres : le demi-cercle est à l'extérieur du carré.

2° On désigne ces objets en introduisant des lettres.

3° On trouve un ordre dans lequel on peut effectuer les tracés : on peut choisir l'ordre suivant :

- ① le carré $ABCD$; ② le point M milieu de $[BC]$;
③ le demi-cercle.

4° On construit la figure définitive :



Exercice résolu 1

Énoncé : Rédiger un programme de construction pour faire réaliser la figure ci-dessus.

Solution : ① Construire un carré $ABCD$ de côté 3 cm.

② Placer le milieu M du côté $[BC]$.

③ Tracer, à l'extérieur du carré, le demi-cercle de centre M et de rayon 1,5 cm.

Méthode

Un programme de construction indique :

- les objets mathématiques à construire, leurs noms (par exemple : carré, milieu, ...), leurs désignations (avec des lettres) et leurs particularités (mesures de côtés, d'angles, ...);

- l'ordre dans lequel on fait réaliser les tracés.

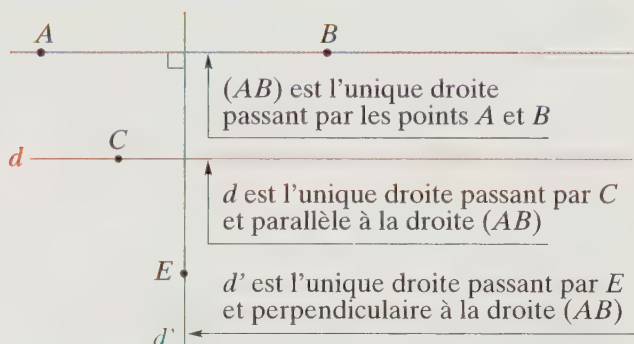
(Un programme de construction ne décrit ni les instruments utilisés ni les gestes effectués.)

Application → exercice n° 1

2 Les règles de base du jeu de la géométrie

Propriétés d'unicité

- Par deux points donnés, il ne passe qu'une seule droite.
- Par un point donné, il ne passe qu'une seule droite parallèle à une droite donnée.
- Par un point donné, il ne passe qu'une seule droite perpendiculaire à une droite donnée.



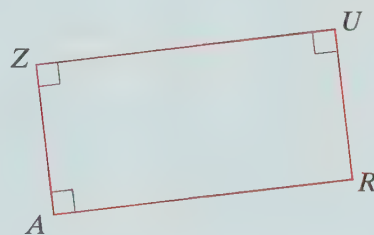
Deux autres propriétés pour justifier sans instrument

- ① Lorsque deux droites sont parallèles, toute droite perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre.
- ② Lorsque deux droites sont parallèles, toute droite parallèle à l'une est parallèle à l'autre.

Exercice résolu 2

Énoncé : AZUR est un quadrilatère qui a trois angles droits : $\widehat{A}$, $\widehat{Z}$, et $\widehat{U}$.

- 1) Justifier que les droites (ZU) et (AR) sont parallèles.
- 2) Justifier que l'angle $\widehat{R}$ est un angle droit.
- 3) Quelle est la nature du quadrilatère AZUR ? Justifier la réponse (sans utiliser d'instrument).



Solution :

1) La droite (AZ) est perpendiculaire à la fois aux droites (ZU) et (AR) ; donc les droites (ZU) et (AR) sont *parallèles*.

En abrégé : $(AZ) \perp (ZU)$ et $(AZ) \perp (AR)$; donc $(ZU) \parallel (AR)$. (Voir la propriété de la page 149.)

2) Les droites (ZU) et (AR) sont parallèles et la droite (UR) est perpendiculaire à la droite (ZU) ; donc la droite (UR) est aussi perpendiculaire à la droite (AR).

En abrégé : $(ZU) \parallel (AR)$ et $(UR) \perp (ZU)$; donc $(UR) \perp (AR)$. (Voir la propriété ① ci-dessus.) Autrement dit, l'angle $\widehat{R}$ est droit.

3) Les quatre angles de AZUR sont droits : c'est donc un rectangle.

Méthode

Tous les quadrilatères qui ont trois angles droits en possèdent un quatrième : ce sont donc des rectangles.

Application → exercice n° 11

Programmes de construction

1 Voir l'exercice résolu 1 de la page 198.

Voici trois récits d'élèves :

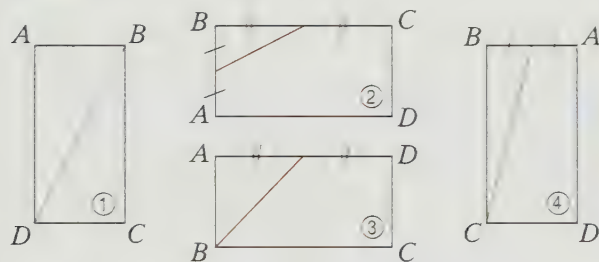
Récit n° 1 : « Marquer sur la feuille un point A et un point B. Planter la pointe du compas en B. Écarter le compas pour que la mine arrive en A. Tracer le rond. »

Récit n° 2 : « Tracer une droite avec la règle. Marquer un point A sur cette droite. Prendre l'équerre. Placer l'équerre pour que l'angle droit de l'équerre coïncide avec le trait et le point A. Tracer un trait le long du deuxième côté de l'angle droit de l'équerre. »

Récit n° 3 : « Tu marques un point O et, avec ton compas planté sur O, tu fais un cercle. Tu choisis deux points sur le cercle et tu relies O avec ces deux autres points. Voilà, tu as fini le triangle. »

Écrire un programme de construction correspondant à chacun de ces récits.

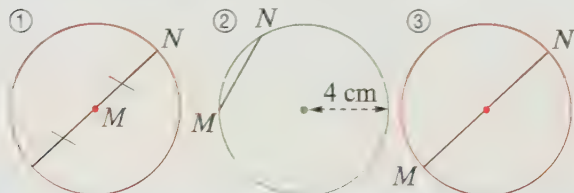
2 Pour réaliser chacune des figures ci-dessous, on a commencé par tracer un rectangle ABCD, puis les segments de couleur.



Écrire un programme de construction pour chacune des figures.

3 Dans chaque cas, tracer d'abord un segment [MN] de longueur 4 cm, puis :

- construire les figures ci-dessous ;
- écrire un programme de construction.

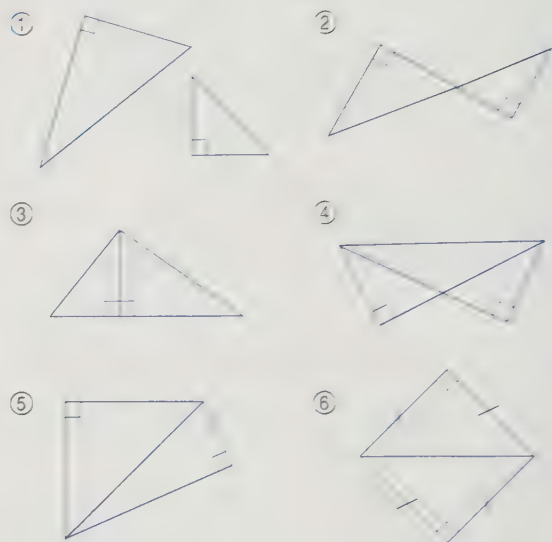


4 Un texte et plusieurs figures

Voici un énoncé :

« Construire deux triangles ABC et DBC rectangle respectivement en A et D »

et six figures :



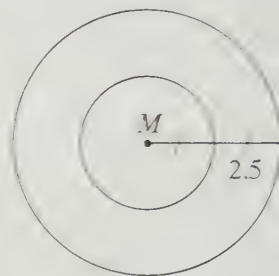
a) Quelles sont les figures qui correspondent exactement à l'énoncé ?

b) Refaire ces figures à main levée en indiquant les noms des sommets.

5 a) Tracer la figure ci-dessous en vraie grandeur (l'unité est le centimètre).

b) Rédiger un programme de construction.

Remarque : Les deux cercles ont le même centre M. On dit qu'ils sont concentriques.



6 Construire une figure décrite par le texte ci-dessous :

« MNR est un triangle rectangle et isocèle en N, tel que MN = 3 cm.

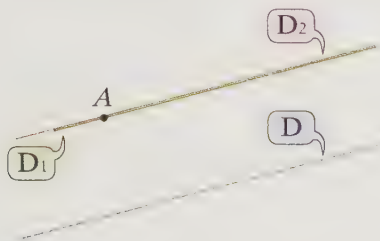
d est la droite passant par R et perpendiculaire à la droite (NR).

P est un point appartenant à d tel que RP = 6 cm.

RPQ est un triangle rectangle et isocèle en P. »

Justifier sans instrument

7 Un élève a réalisé la figure suivante, dans laquelle les droites D_1 et D_2 passent par le point A et sont parallèles à la droite D .
Que peut-on dire des droites D_1 et D_2 ? Pourquoi?

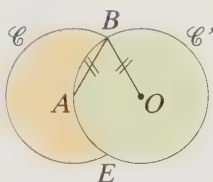


Dans les exercices 8 et 9 :

- compléter les données illustrées par la figure ;
- répondre aux questions sans mesurer, ni effectuer de tracés ;
- justifier la réponse proposée.

8 Les données :

- $\mathcal{C}$ est un cercle de centre ... ;
- $\mathcal{C}'$ est un cercle de centre ... ;
- A appartient au cercle ... ;
- $\mathcal{C}$ et $\mathcal{C}'$ se coupent en ... et ... ;
- $AB \dots OB$.



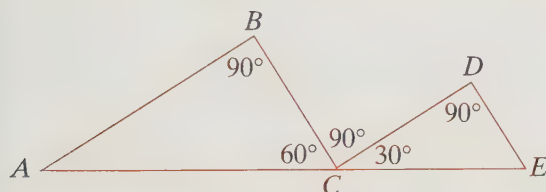
Les questions :

- Comparer les longueurs AO et OB .
- Que peut-on dire du triangle AOB ?
- Le point O appartient-il au cercle $\mathcal{C}'$?

9 Les données :

$$\widehat{ABC} = \dots ; \quad \widehat{BCA} = \dots ; \quad \widehat{CDE} = \dots ;$$

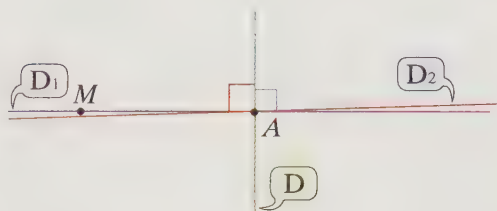
$$\widehat{DCE} = \dots ; \quad \widehat{BCD} = \dots$$



Les questions :

- Quelle est la nature des triangles ABC , CDE et BCD ?
- Les points A , C et E sont-ils alignés?
- Que peut-on dire des droites (AB) et (CD) ?
- Que peut-on dire des droites (AB) et (DE) ?

10 Andy a tracé une droite D et un point M n'appartenant pas à D . Il a construit, par le point M , la droite D_1 perpendiculaire à D . Il a noté A le point d'intersection de D_1 et D . Ensuite, il a voulu construire par le point A , la droite D_2 perpendiculaire à la droite D .



- La construction d'Andy est-elle correcte?
- Citer la propriété de la page 199 qui permet de justifier la réponse du a).
- Que dire alors de la droite D_2 et du point M ?

À propos du rectangle

11 Voir l'exercice résolu 2 de la page 199.

1° Tracer un triangle ABC rectangle en B tel que :
 $AB = 5 \text{ cm}$ et $BC = 7 \text{ cm}$.

2° Tracer les droites :

- d parallèle à la droite (BC) et passant par A ;
 - d' parallèle à la droite (AB) et passant par C .
- Les droites d et d' se coupent en M .

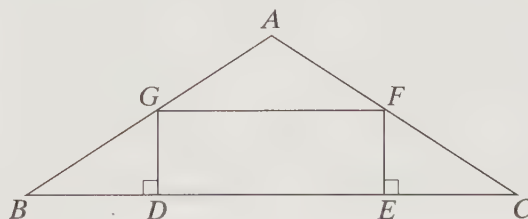
3° a) Justifier que les angles $\widehat{BAM}$ et $\widehat{BCM}$ sont droits.

b) En déduire la nature du quadrilatère $ABCM$.

4° Tracer la parallèle à la droite (AC) passant par M . Elle coupe (BC) en E et (AB) en F . Citer tous les triangles rectangles de la figure obtenue.

12 1° Les informations codées sur la figure ci-dessous permettent-elles d'affirmer que :

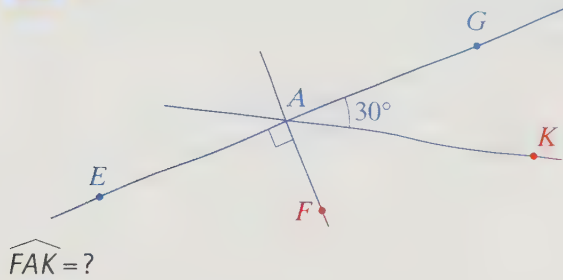
- $(FE) \parallel (GD)$?
- $(GF) \parallel (BC)$?



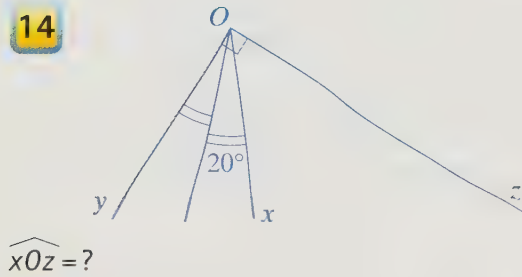
- On appelle d la droite parallèle à la droite (BC) passant par A .
Est-il vrai que les droites (GD) et d sont perpendiculaires?

Dans les exercices 13 à 15, les figures sont faites à main levée. Calculer les mesures demandées en précisant les unités.

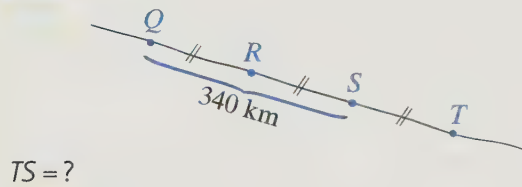
13 E, A et G sont alignés.



14

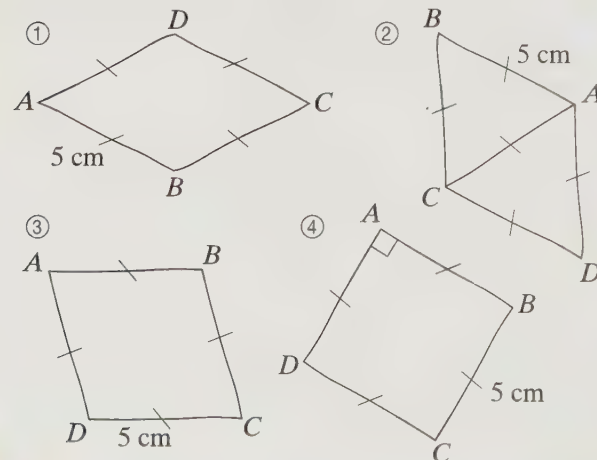


15 Q, R, S, T sont alignés.



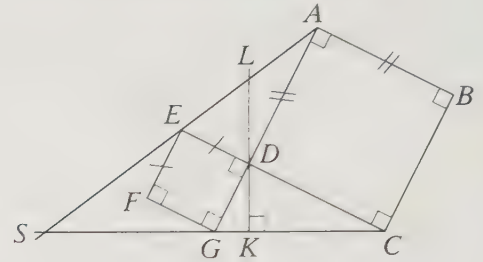
16 Cas particuliers

On considère un losange ABCD de côté 5 cm. Parmi les figures ci-dessous, quelles sont celles qui introduisent des informations supplémentaires? Quelles sont ces informations?



17 À l'aide des points nommés sur la figure ci-dessous, désigner :

- deux carrés ;
- cinq familles de points alignés ;
- deux familles de droites parallèles ;
- huit paires de droites perpendiculaires.



À propos de désignations d'objets

Les exercices 18 à 21 se font sans dessin. Il faut compléter les phrases proposées à l'aide de l'information donnée par la phrase en italique.

Exemple : *(AB) désigne une droite.*

Le point A ... (AB).

Solution : Le point A appartient à la droite (AB).

En effet, la droite (AB) désigne la droite qui passe par les points A et B.

18 *ABC désigne un triangle.*

Ses sommets sont ... ; ses côtés sont ... ;

le sommet de l'angle $\widehat{BAC}$ est ...

19 *MNPQ est un quadrilatère.*

Ses sommets sont ... ; ses côtés sont ... ;

les côtés consécutifs du côté [PQ] sont ...

20 *ABDC est un rectangle tel que :*

$AB = 6$ cm et $BD = 4$ cm.

Ses côtés sont ... ; ses diagonales sont ... ; l'angle $\widehat{ABC}$ mesure ... ; le côté opposé à [AB] est le côté ...

Le périmètre de ABDC est égal à ... ; son aire est égale à ...

21 a) *Soit les droites (ML) et (LR).*

Elles ont le point ... en commun.

b) *Soit les quadrilatères ABCD et BCEF.*

Ils ont ... en commun.

c) *Soit le carré ABCD et le triangle BDE.*

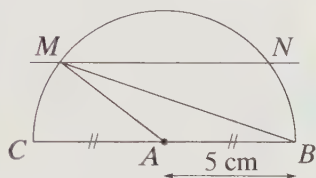
Ils ont ... en commun.

22 Soit deux droites D_1 et D_2 perpendiculaires. Pour chacune des expressions suivantes, remplacer ... par l'article *un, une, le, la*, qui convient.

- ... point d'intersection O des droites D_1 et D_2 .
- ... point A de D_1 distinct de O .
- ... parallèle à D_2 passant par A .
- ... droite perpendiculaire à D_2 .
- ... droite perpendiculaire à D_2 passant par A .

23 **Objet ou phrase ?**

Préciser, pour chaque ligne ci-dessous, si ce qui est écrit est un objet décrit ou une phrase complète.



- La droite (MN) est parallèle à la droite (AB)
- Le demi-cercle de centre A et de rayon 5 cm
- La droite parallèle à (AB) et passant par M
- $r = 5$ cm
- $(MN) \parallel (AB)$
- Le triangle isocèle ABM
- La droite qui passe par les points A et M
- Le milieu du segment $[BC]$

Phrases équivalentes

Deux phrases équivalentes sont deux phrases qui disent la même chose sous une forme différente.

Dans les exercices 24 à 26, chaque phrase donnée doit être remplacée par une phrase équivalente.

Exemple :

M est un point de la droite (AB) .

Compléter : La droite (AB) ...

Une solution : La droite (AB) passe par le point M .

24 a) Les droites D et D' sont parallèles

Compléter : La droite D' ...

b) Les droites D_1 et D_2 sont perpendiculaires.

Compléter : La droite D_2 ...

25 a) Le cercle $\mathcal{C}$ passe par le point A .

Compléter : Le point A ...

b) I est le milieu du segment $[MN]$

Compléter : Le segment $[MN]$...

26 a) La droite (AB) ne passe pas par le point N .
Compléter : Le point N ...

b) Les points A , B et C ne sont pas alignés.

Compléter : La droite (AB) ...

Scinder une phrase en deux

Dans les exercices 27 à 29, faire d'abord une figure, puis remplacer la phrase donnée par deux autres phrases qui donnent les mêmes informations que la première.

27 Les droites d et d' passent par le point O .

28 ABC et EBC désignent deux triangles isocèles de sommet principal respectif A et E et de même base $[BC]$.

29 Soit un losange $AMIE$ de côté 7 cm et tel que $\widehat{MAI} = 50^\circ$.

Fusionner des phrases

Dans les exercices 30 à 32, faire d'abord une figure, puis remplacer les deux phrases données par une seule qui donne les mêmes informations.

30 La droite d_1 est perpendiculaire à la droite d_2 .
La droite d_2 est perpendiculaire à la droite d_3 .

31 ABC désigne un triangle. On sait que l'angle $\widehat{A}$ est droit et que $AB = 5$ cm.

32 Les droites d_1 et d_2 sont parallèles. Les droites d_1 et d_3 sont parallèles.

33 **Analyser un énoncé de problème**

1° a) Recopier l'énoncé de problème suivant.

« ABC est un triangle rectangle en A . M est le milieu de $[AC]$. La parallèle à (AB) passant par M coupe $[BC]$ en N . Faire une figure. Quelle est la nature du triangle MBA ? Justifier la réponse.

La parallèle à la droite (AC) passant par N coupe $[AB]$ en P .

Quelle est la nature du quadrilatère $APNM$? Justifier la réponse. »

b) Souligner en rouge les phrases qui donnent des informations et en bleu les phrases qui demandent de faire quelque chose.

2° Résoudre le problème.

Pour débattre en classe

34

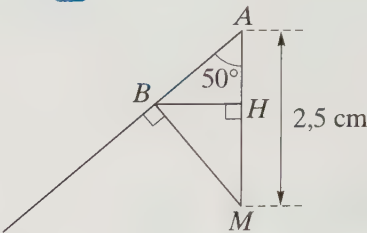
Répondre par Vrai ou Faux à chacune des affirmations suivantes et justifier la réponse.

- a) Deux droites distinctes ne peuvent pas avoir deux points en commun.
- b) Deux segments distincts ne peuvent pas avoir deux points en commun.
- c) Si A, B, C sont trois points d'une droite d , alors on peut désigner cette droite de sept manières différentes.
- d) Si $ABCD$ désigne un rectangle, $BCDA$ désigne le même rectangle.

Dans les affirmations **e)** et **f)** les lettres d, m et p désignent des droites :

- e) Si $d \parallel p$ et $p \parallel m$ alors $d \parallel m$.
- f) Si $d \perp p$ et $p \perp m$ alors $d \perp m$.

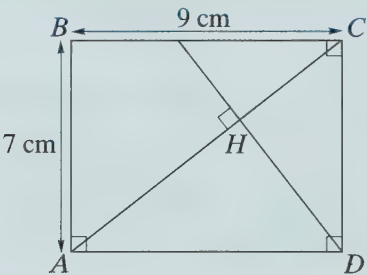
Les affirmations du **g)** concernent la figure ci-dessous :



- g) 1) On peut commencer la construction de la figure par le point M .
- 2) On peut commencer cette construction par le point B .
- 3) On peut commencer cette construction par le point H .
- 4) On peut commencer cette construction par l'angle $\widehat{A}$.

Pour s'évaluer à la maison

Les exercices 35 à 39 concernent la figure ci-dessous.



35 1° Construire la figure ci-dessus.

- 2° a) Quelle est la nature du quadrilatère $ABCD$? Comment peut-on le savoir?
- b) Que représente le segment $[AC]$ pour le quadrilatère $ABCD$?
- 3° Parmi les descriptions ci-dessous quelle est celle qui permet de tracer la droite (DH) après avoir tracé le quadrilatère $ABCD$?
- ① C'est la droite qui passe par les points D et H .
- ② C'est une droite perpendiculaire à la droite (AC) .
- ③ C'est la droite qui passe par le point D et qui est perpendiculaire à la droite (AC) .

- 36 1° Rédiger un programme de construction qui impose de tracer d'abord le quadrilatère $ABCD$.
- 2° Placer les points d'intersection E et F de la droite (DH) respectivement avec les droites (BC) et (AB) .
- 3° Zoé dit qu'il y a au moins dix triangles rectangles dans cette figure? Est-ce vrai?

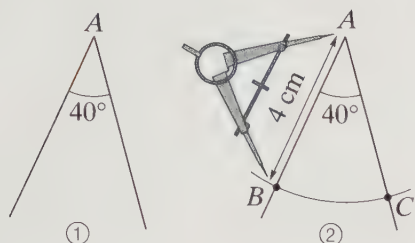
37 Rédiger un programme de construction de la figure qui impose de tracer d'abord le triangle ADC , et de terminer par le point B .

- 38 1° Construire la figure. Tracer la droite d perpendiculaire à $[AC]$ et passant par A .
- 2° Justifier que les droites d et (DH) sont parallèles.
- 3° Placer les points d'intersection M et N de d avec les droites (DC) et (BC) respectivement.

39 Voici le récit d'un élève pour construire le triangle ADC .
 « Avec ton équerre, trace un triangle de 7 cm de largeur et 9 cm de longueur. »
 Transformer ce récit en programme de construction.

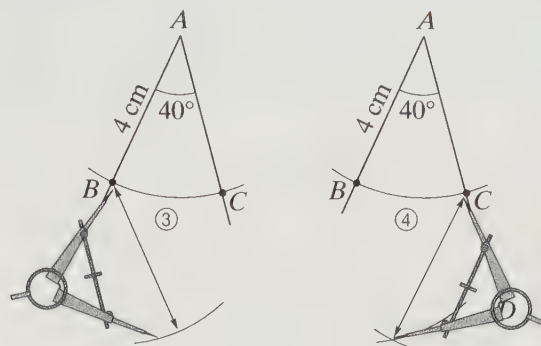
Construire une figure donnée

40 On donne le film de construction ci-dessous :



- 1° a) Faire cette construction en vraie grandeur.
- b) Marquer les codages : mesures d'angle et de longueur.
- 2° a) Terminer le triangle ABC .
- b) Quelle est sa nature ?
- 3° Recommencer avec un angle de 120° .

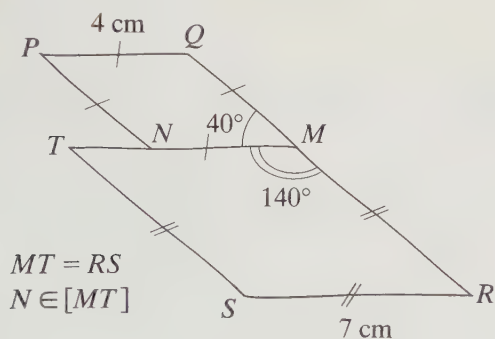
41 (suite de l'exercice 40)
La construction est poursuivie par :



- 1° a) Faire cette construction en vraie grandeur.
- b) Marquer tous les codages.
- 2° Quelle est la désignation du quadrilatère construit ?
Quelle est sa nature ?
- 3° Recommencer avec un angle de 120° .

Rédiger, justifier sans instrument

42 On donne le schéma ci-dessous, qui est à main levée :



a) Recopier, en le complétant, le texte suivant qui décrit la figure :

Soit deux... désignés par $MNPQ$ et $MRST$.
On a : $MN = \dots$ cm et $MR = \dots$ cm ;
 $\dots = 40^\circ$ et $\dots = 140^\circ$.
De plus les points M, N et T sont ...

- b) Calculer la mesure de l'angle $\widehat{QMR}$.
Que peut-on en déduire pour les points Q, M et R ?
- c) Construire la figure en respectant les données.

43 Soit deux losanges $RSTU$ et $TUFK$ tels que :
 $\widehat{STU} = 60^\circ$, $\widehat{KTU} = 100^\circ$ et $RS = 6$ cm.

- 1° Sans faire la figure, désigner les côtés du losange $RSTU$, puis ceux du losange $TUFK$.
Que remarque-t-on ?
- 2° a) Faire un schéma à main levée sachant que le losange $TUFK$ est extérieur au losange $RSTU$. Marquer les codages.
- b) Construire la figure en vraie grandeur.
- 3° a) Que peut-on dire des droites (SR) et (TU) ?
- b) Que peut-on dire des droites (TU) et (FK) ?
- c) Que peut-on en déduire pour les droites (SR) et (FK) ? Justifier la réponse.

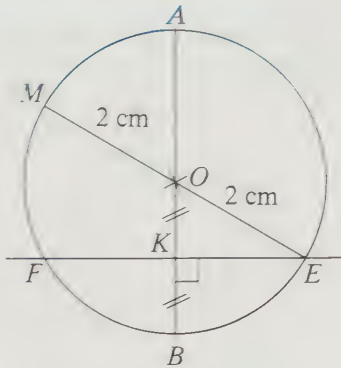
44 1° a) Construire un losange $DAME$ qui n'est pas un carré. Construire les droites d et d' suivantes :

- d est la droite passant par le point A et perpendiculaire à la droite (ME) ;
- d' est la droite passant par le point D et perpendiculaire à la droite (DA) .

- 2° a) Prouver que d' est perpendiculaire à (ME) .
- b) Prouver que les droites d et d' sont parallèles.

Décomposer une figure

Pour les exercices 45 à 47, on considère la figure ci-contre.



45 Changer de point de vue

1° Recopier, en les complétant, les phrases ci-dessous (faire attention aux articles) :

- a) Le point O est ... du cercle.
Le point O est ... du segment $[ME]$.
- b) Le segment $[AB]$ est ... du cercle.
Le segment $[AB]$ est ... du quadrilatère $AEBM$.
- c) Le point E est ... du cercle.
Le point E est ... du triangle EOB .
- d) Le segment $[FE]$ est ... du cercle.
Le segment $[FE]$ est ... du triangle AFE .

2° Faire deux phrases au sujet du point K .

46 La figure ci-dessus a été construite en suivant un programme de construction. En voici le début :

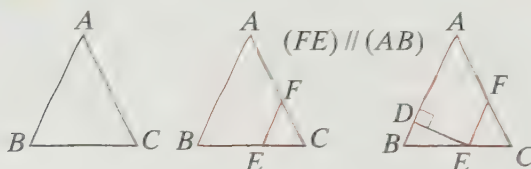
- Tracer un cercle de centre O et de rayon 2 cm .
- Tracer un diamètre $[AB]$ de ce cercle.
- Placer le milieu K du segment $[OB]$,...

Compléter ce programme de construction.

47 Faire des conjectures (voir la page 155) au sujet :

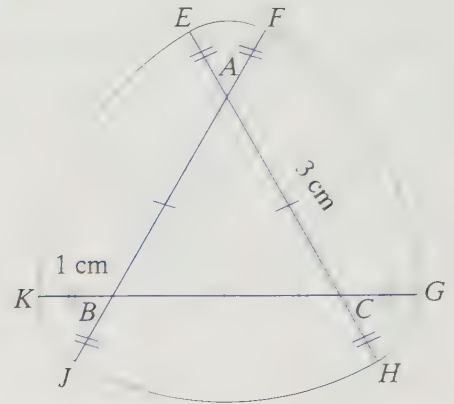
- du quadrilatère $OEBF$;
- du triangle OBE ;
- du quadrilatère $AEBM$.

48 1° Rédiger un programme de construction correspondant au film ci-dessous :



2° Poser une question au sujet des droites (FE) et (DE) . Justifier la réponse.

49 Reproduire la figure ci-dessous.



Indications:

$\widehat{EF}$ est un arc du cercle de centre A et de rayon 1 cm.

$\widehat{FG}$ est un arc du cercle de centre B et de rayon 4 cm.

Objets égaux ou confondus

En mathématiques, un même objet peut avoir plusieurs désignations.

Examples:

- $3 + 4$ et $6 + 1$ sont des désignations du même nombre 7. On écrit $3 + 4 = 6 + 1$.
- (AB) et (BA) désignent la même droite, celle qui passe par les points A et B . On écrit alors $(AB) = (BA)$.

50 À propos de cercles

a) Deux cercles ont deux points en commun. S'agit-il du même cercle?

b) Deux cercles ont le même centre. S'agit-il du même cercle?

c) Deux cercles ont le même rayon. S'agit-il du même cercle ?

d) Deux cercles ont le même centre et le même rayon. S'agit-il du même cercle?

51 *TRUC* désigne un rectangle. Les objets suivants sont-ils égaux ?

- a) La parallèle à (RU) passant par T et la droite (TR) .
- b) Les longueurs TR et CU .
- c) La perpendiculaire à (TU) passant par U et la droite (RU) .
- d) Les segments $[TU]$ et $[RC]$.
- e) Les longueurs TU et RC .

Types de textes

Dans les exercices 52 et 53, les textes en italique ont été écrits dans un certain but :

- soit pour faire construire une figure ;
- soit pour décrire une figure ;
- soit pour justifier une réponse.

52 $d_1 \perp (AB)$ et $d_2 \perp (AB)$ donc $d_1 \parallel d_2$.

1° Dans quel but ce texte a-t-il été écrit ?

2° a) Recopier et compléter le texte suivant destiné à faire construire la figure.

« Marquer deux ... A et B , ... une ... d_1 ... à la ... (AB) , puis ... ».

b) Rédiger la question qui était posée.

53 $ABCD$ est un carré de côté 7 cm. E est le point de la diagonale $[AC]$ à 7 cm du point A .

1° Dans quel but ce texte a-t-il été écrit ?

2° Le réécrire dans le but de faire construire la figure.

3° a) Pour compléter l'exercice, quelle question pourrait-on poser ?

b) Y répondre et justifier la réponse.

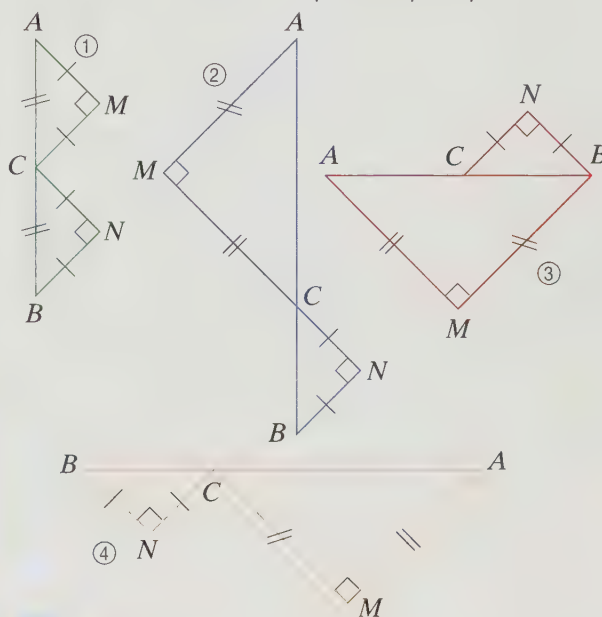
Pour les exercices 57 et 58, on considère le texte suivant qui décrit une figure en trois phrases :

- ① Soit trois points A, B, C tels que C appartienne au segment $[AB]$.
- ② AMC et CNB sont des triangles rectangles et isocèles de sommet principal respectif M et N .
- ③ M et N sont du même côté de la droite (AB) .

57 a) Transformer la phrase ② en deux phrases indépendantes.

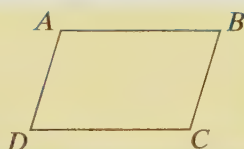
b) Parmi les quatre figures ci-dessous :

- l'une est un cas particulier ; laquelle ? pourquoi ?
- d'autres ne sont pas conformes aux informations données dans le texte ; lesquelles ? pourquoi ?



Figures particulières

Un parallélogramme est un quadrilatère qui a ses côtés opposés parallèles : $(AB) \parallel (CD)$ et $(AD) \parallel (BC)$.



54 1° Tracer, avec une règle non graduée et une équerre, un parallélogramme $ABCD$.

2° a) Tracer la perpendiculaire à la droite (BC) passant par le point C . Elle coupe la droite (AD) en M . Placer M .

b) Quelle est la nature du triangle DMC ? Justifier la réponse.

55 On considère un parallélogramme $EFGH$. La perpendiculaire à (GH) passant par E coupe (GH) en M . La perpendiculaire à (GH) passant par F coupe (GH) en N .

Quelle est la nature de $EFNM$? Justifier la réponse.

56 Tous les losanges sont-ils des parallélogrammes ? Tous les parallélogrammes sont-ils des losanges ? Tous les rectangles sont-ils des parallélogrammes ? Justifier les réponses.

58 Acte 1

Tracer trois triangles rectangles isocèles et mesurer leurs angles. Que remarque-t-on ?

Nous admettrons par la suite que :

Tous les triangles rectangles isocèles ont deux angles de 45° .

Acte 2

a) En utilisant une règle et un rapporteur, construire une figure correspondant au texte sur fond bleu ci-dessus.

b) Que dire du triangle NMC ? Pourquoi ?

c) Les droites (AM) et (BN) se coupent en D . Quelle est la nature du quadrilatère $MCND$? Que peut-on dire du triangle ABD ? Justifier les réponses.

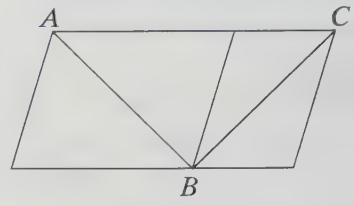
Des preuves pour ne pas tomber dans l'illusion

Dans de nombreuses circonstances de la vie courante, on a tendance à se laisser berner par ce qu'on voit (ou ce qu'on croit voir), par des conceptions fausses des choses. Ainsi, l'Homme s'est-il laissé abuser par ce qu'il voyait autour de lui : la Terre lui semblait plate et être au centre du Système solaire, la Lune apparaissait recouverte d'eau,... Il a donc toujours eu un besoin légitime de prouver ce qu'il voyait ou croyait comprendre. Lorsqu'en Sixième, on doit comparer des longueurs de segments et qu'on n'est pas très sûr de ce qu'on voit, n'a-t-on pas le réflexe de prendre le compas ou la règle graduée ? Ces instruments, de même que l'équerre ou le rapporteur, n'apportent pas une preuve mathématique, mais ils vont nous être néanmoins utiles dans les exemples qui suivent pour ne pas nous laisser tromper par nos yeux, ... mais surtout par notre cerveau, car c'est lui qui interprète mal, dans certains cas, les signaux que nos yeux lui envoient.

À vous de jouer !

Voici quelques illusions d'optique. Répondez tout d'abord à vue d'œil, puis vérifiez à l'aide de l'instrument de votre choix.

Le parallélogramme de Sander



Quelle est le segment le plus long [AB] ou [BC] ?

Le triangle de Kanisza



Que voyez-vous dans cette figure ? Que représente-t-elle exactement ? Quelles sont les éléments de la figure qui vous incitent à voir un triangle blanc, là où, en réalité, il n'y a que du blanc ?

Illusion et perspective



Lequel de ces trois segments est le plus grand ?



L'ENIGME DU CHAPITRE

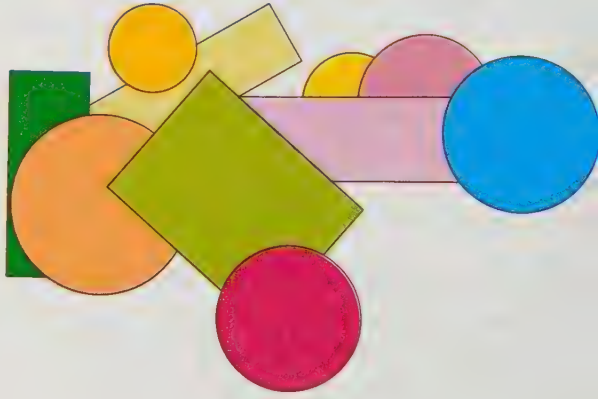


Des gommettes en forme de rectangle ou de disque ont été éparpillées sur une table.

Les seuls points dont on tient compte sont :

- les sommets des rectangles ;
- les points d'intersection des côtés des rectangles ;
- les points d'intersection des cercles ;
- les points d'intersection des côtés des rectangles et des cercles.

Trouver trois familles de quatre points alignés.



CHAPITRE 14

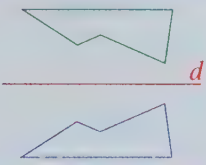
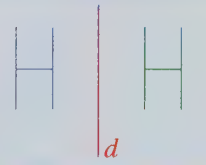
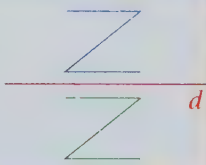
Symétrie axiale

De l'école au collège

QCM

Pour chaque question, indiquer la réponse exacte (ou les réponses exactes).

R É P O N S E S

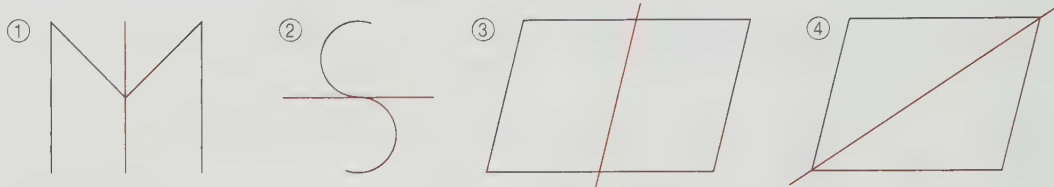
		A	B	C
1	Quel mot a un axe de symétrie ?	OTTO	ANNA	EVE
2	Le mot « LAVAL » :	a un axe de symétrie	n'a pas d'axe de symétrie	a deux axes de symétrie
3	Quel panneau a un seul axe de symétrie ?			
4	Quels panneaux ont au moins un axe de symétrie ?			
5	Dans quel(s) cas les dessins bleu et vert sont-ils symétriques par rapport à la droite <i>d</i> (c'est-à-dire qu'ils se superposent si l'on plie la feuille suivant la droite <i>d</i>) ?			

Qu'est-ce qu'un axe de symétrie ?

Comment reconnaître deux figures symétriques ?

1 Avec du papier-calque

1° a) Pour chacune des figures ci-dessous, indiquer, à vue d'œil, si la droite rouge est un axe de symétrie.



b) Calquer chaque figure. Vérifier les réponses du a) en effectuant des pliages.

2° a) Sur une feuille de papier-calque, tracer un segment $[AB]$.

Plier la feuille de façon à faire coïncider les points A et B . Déplier et tracer le pli en rouge.

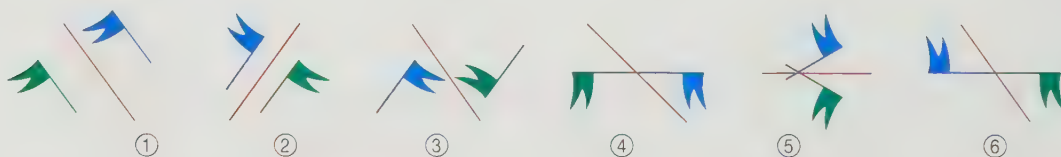
b) En utilisant *une règle, une équerre et un compas*, faire le plus de remarques possibles sur la position du pli par rapport au segment $[AB]$.

c) Reproduire sur papier blanc le segment $[AB]$.

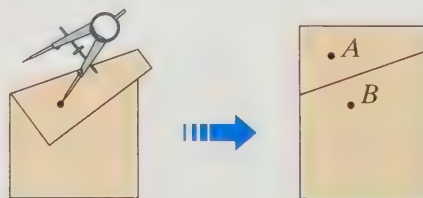
Tracer le pli en utilisant les instruments signalés en b), et sans plier la feuille.

2 Le bon pli !

1° Dans quels cas les fanions bleu et vert sont-ils symétriques par rapport à la droite rouge ?
(Répondre à vue d'œil. En cas de doute, utiliser du papier-calque.)



2° a) Plier une feuille de papier, puis la transpercer avec la pointe d'un compas. Déplier. On obtient une droite (le pli) et deux points A et B .



On plie, puis on transperce.

On déplie.

b) Sur une autre feuille, tracer une droite d , puis marquer un point A n'appartenant pas à d . On imagine qu'on plie la feuille et qu'on la transperce (en A) comme au a).

Construire, en utilisant *une règle, une équerre et un compas*, le point B correspondant.

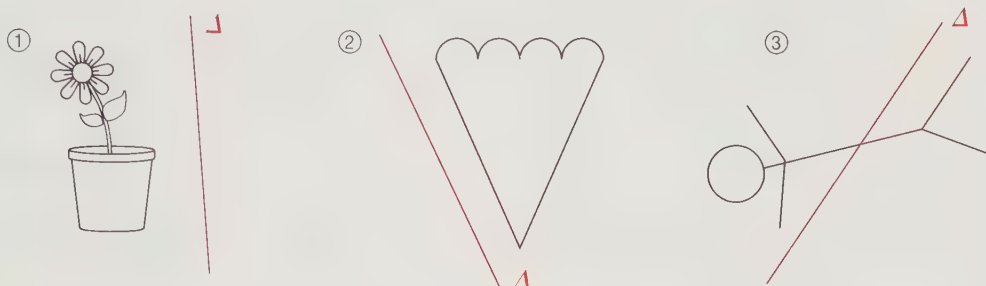
Comment tracer des figures symétriques ?

Comment effectuer des tracés à la règle et au compas ?

3 Tracés de symétries

Acte 1

Calquer chaque dessin, puis tracer approximativement, à main levée, son symétrique par rapport à la droite Δ . Contrôler en pliant.



Acte 2

1° a) Tracer un triangle RST rectangle en R tel que $RS = 5$ cm et $RT = 6$ cm.

b) Placer le milieu I du segment $[ST]$. Construire, en utilisant une règle, une équerre et un compas, le symétrique du triangle RST par rapport à la droite (RI) .

2° Sans rien mesurer, mais en expliquant, calculer l'aire du triangle obtenu au 1° b).

4 À la règle et au compas

1° a) Tracer un segment $[AB]$, puis, à la règle et à l'équerre, sa médiatrice Δ (voir la définition de la page 212).

b) Placer deux points C et D sur Δ . Expliquer pourquoi $CA = CB$ et $DA = DB$.

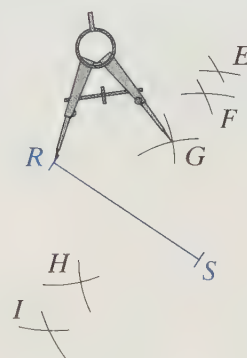
2° a) Tracer un segment $[RS]$. Placer, au compas, cinq points à égale distance de R et de S .

b) Faire une conjecture à propos de la position des points E, F, G, H et I .

c) En admettant la conjecture précédente, recopier et compléter :

*Les points situés à ... distance des extrémités d'un ...
sont sur la ... de ce segment.*

*Pour tracer la médiatrice d'un ..., il suffit de construire
deux ... à égale ... de ses ...*



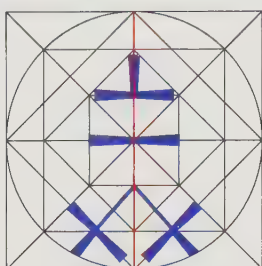
3° Tracer un segment $[KL]$. En traçant seulement deux arcs de cercle, puis en utilisant la règle, construire la médiatrice du segment $[KL]$.

1 Axe de symétrie

Définition

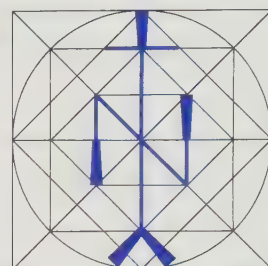
Une droite est un **axe de symétrie** d'une figure si les deux parties de la figure se superposent par pliage le long de cette droite.

Exemple



Le signe gothique ci-dessus a un axe de symétrie vertical (en rouge).

Contre-exemple



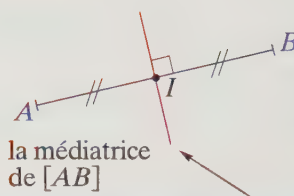
Le signe gothique ci-dessus n'a pas d'axe de symétrie.

Médiatrice d'un segment : définition

La **médiatrice** d'un segment est la droite :

- passant par le milieu de ce segment
- et perpendiculaire à ce segment.

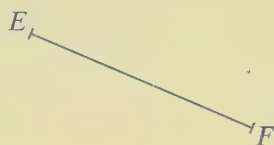
Remarque : La médiatrice d'un segment est un axe de symétrie de ce segment.



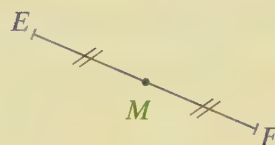
Exercice résolu 1

Énoncé : Tracer un segment $[EF]$, puis, à la règle graduée et à l'équerre, sa médiatrice d .

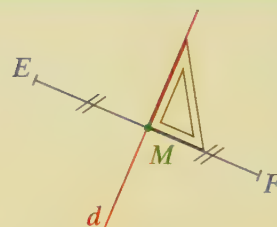
Méthode



① On mesure la longueur du segment $[EF]$ (ici : 32 mm).



② On place le milieu M du segment $[EF]$.
($EM = 32 \text{ mm} : 2 = 16 \text{ mm}$)



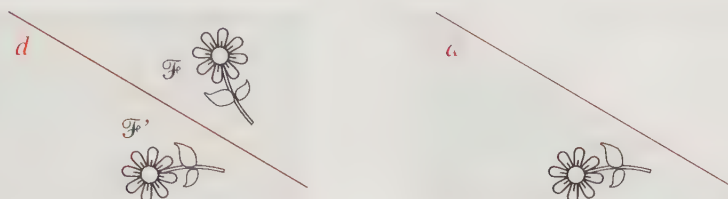
③ On trace la perpendiculaire à (EF) passant par le point M : c'est la médiatrice d du segment $[EF]$.

Application → exercice n° 3

2 Symétrie orthogonale par rapport à une droite

Exemple

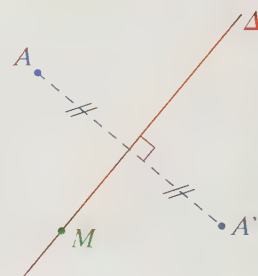
Deux figures sont **symétriques** par rapport à une droite si les deux figures se superposent par pliage le long de cette droite.



Dans la symétrie orthogonale par rapport à la droite d (on dit aussi dans la symétrie axiale d'axe d) les fleurs F et F' ci-dessus sont symétriques.

Symétrique d'un point par rapport à une droite

On dit que deux points distincts A et A' sont **symétriques par rapport à une droite** Δ lorsque la droite Δ est la médiatrice du segment $[AA']$.



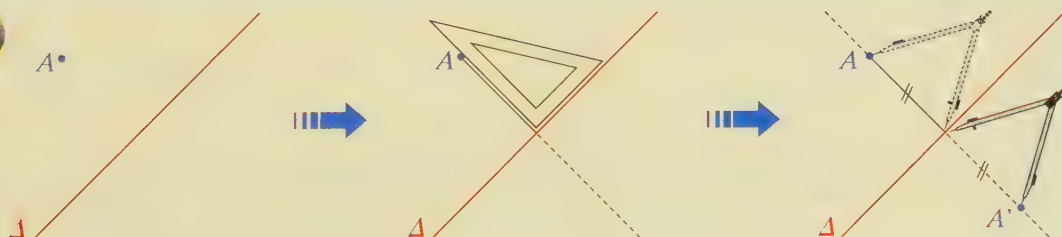
Remarques :

- On dit aussi que A' est le symétrique de A par rapport à Δ .
- Le symétrique par rapport à Δ d'un point M appartenant à la droite Δ est le point M lui-même.

Exercice résolu 2

Énoncé : Tracer une droite Δ . Marquer un point A tel que $A \notin \Delta$ (A n'appartient pas à Δ). Construire, à la règle, à l'équerre et au compas, le symétrique A' du point A par rapport à la droite Δ .

Méthode



Applications → exercices n^{os} 7 et 8

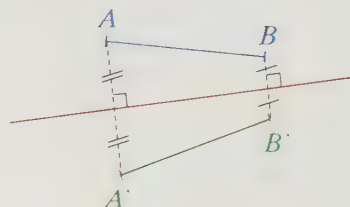
3 Figures symétriques

Dans une **symétrie axiale** :

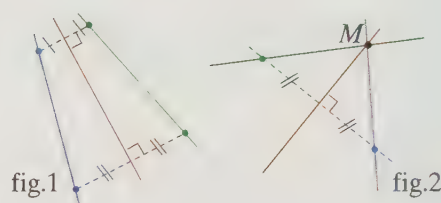
- ① le symétrique d'un **segment** est un **segment** de même longueur ;
- ② la symétrique d'une **droite** est une **droite** ;
- ③ le symétrique d'un **cercle** est un **cercle** de même rayon.

① Pour tracer le symétrique d'un segment, on construit les symétriques de ses extrémités.

$$\text{On a : } A'B' = AB.$$



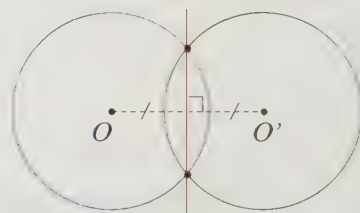
② Pour tracer la symétrique d'une droite, on construit les symétriques de deux de ses points (n'importe lesquels) (fig. 1).



Remarque :

Si la droite coupe l'axe en M , il suffit de construire le symétrique d'un autre point de la droite car M a pour symétrique lui-même (fig. 2).

③ Pour tracer le symétrique d'un cercle, on construit le symétrique O' de son centre O , puis on trace le cercle de même rayon ayant pour centre O' .



(Ici, les cercles se coupent sur l'axe.)

Exercice résolu 3

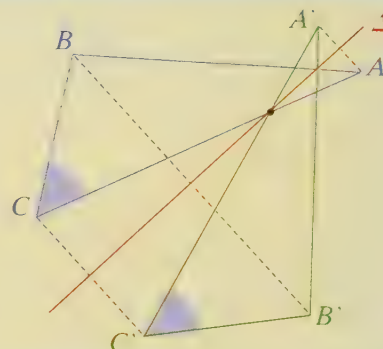
Énoncé : Tracer un triangle ABC , puis son symétrique $A'B'C'$, par rapport à une droite Δ .

Méthode

Pour tracer le symétrique d'un triangle, on construit les symétriques de ses sommets. (*Attention !* L'orientation de la figure est inversée.)

Remarque :

Deux triangles symétriques étant superposables, ils ont les mêmes dimensions, le même périmètre, la même aire et les mêmes angles.



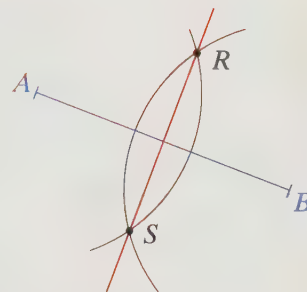
Application → exercice n° 10

4 Constructions à la règle et au compas

Médiatrice d'un segment

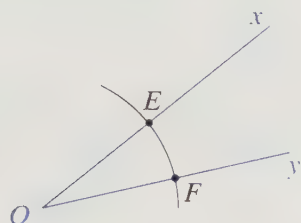
Pour tracer la médiatrice d'un segment $[AB]$:

- ① on trace deux arcs de cercle, de même rayon, l'un de centre A , l'autre de centre B , qui se coupent en R et S ;
- ② on trace la droite (RS) : c'est la médiatrice du segment $[AB]$.

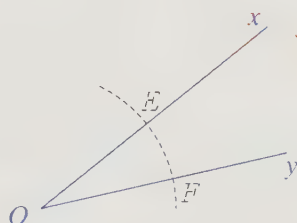


Bissectrice d'un angle

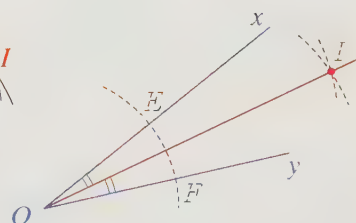
Pour tracer la bissectrice d'un angle $\widehat{xOy}$:



- ① on trace un arc de cercle de centre O qui coupe $[Ox]$ en E et $[Oy]$ en F ;



- ② on trace deux arcs de cercle de même rayon et de centres respectifs E et F : ils se coupent en I ;



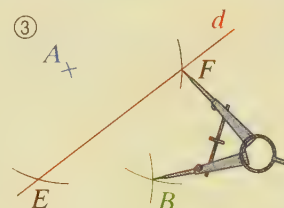
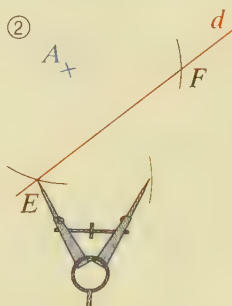
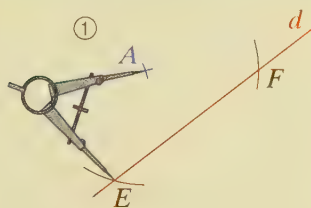
- ③ on trace la demi-droite $[OI]$: c'est la bissectrice de l'angle $\widehat{xOy}$.

Exercice résolu 4

Énoncé : Placer un point A , puis tracer une droite d ne passant pas par A .
Au compas seul, construire le symétrique B du point A par rapport à la droite d .

Méthode

Dans tous les cas (①, ② et ③), on garde la même ouverture du compas.

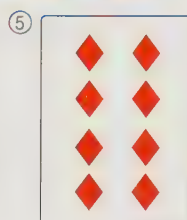
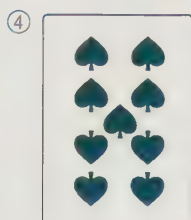
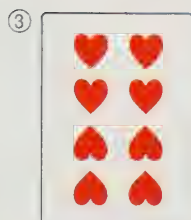
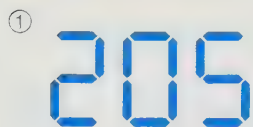


Remarque : Le procédé précédent permet de construire, à la règle et au compas, la perpendiculaire à la droite d passant par le point A : il suffit de tracer la droite (AB) qui est en effet la médiatrice du segment $[EF]$.

Applications → exercices n°s 15 à 18

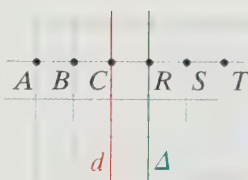
Axe de symétrie, médiatrice

1 Pour chaque dessin, indiquer le nombre d'axes de symétrie (ce nombre peut être zéro).



2 En utilisant les lettres A, B, C, R, S et T , nommer tous les segments de la figure ayant pour médiatrice :

a) la droite d ; b) la droite Δ .



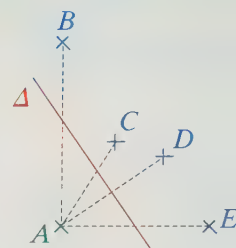
3 Voir l'exercice résolu 1 de la page 212.

Placer trois points A, B et C non alignés. En utilisant une règle graduée et une équerre, tracer les médiatrices des segments $[AB]$ et $[AC]$.

5 Quel est le symétrique du point A par rapport à la droite Δ :

- B ? • C ? • D ? • E ?

Répondre d'abord à vue d'œil, puis contrôler avec des instruments.



6 On considère la figure de l'exercice 2. Citer :

- a) deux couples de points symétriques par rapport à la droite d ;
b) deux couples de points symétriques par rapport à la droite Δ .

Pour les exercices 7 et 8, voir l'exercice résolu 2 de la page 213.

7 Tracer un rectangle $EFGH$ tel que :
 $EF = 7$ cm et $FG = 5$ cm.

Marquer un point I à l'intérieur du rectangle. Construire les symétriques du point I par rapport aux droites :

- (EF) • (FG) • (GH) • (EH) • (EG) .

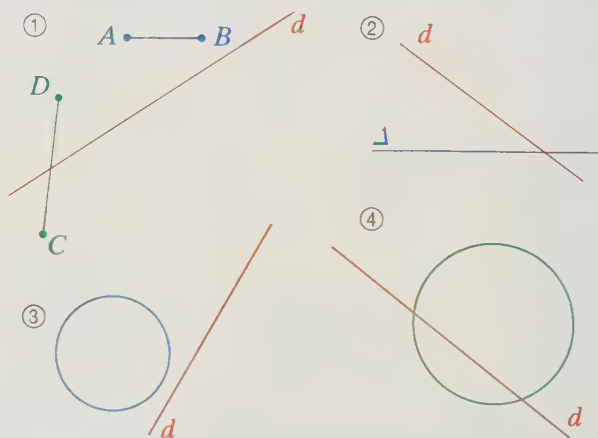
8 Tracer un triangle ABC tel que :
 $AB = 7,5$ cm, $BC = 8,5$ cm et $AC = 7$ cm.

Construire les symétriques :

- A' du point A par rapport à la droite (BC) ;
- B' du point B par rapport à la droite (AC) ;
- C' du point C par rapport à la droite (AB) .

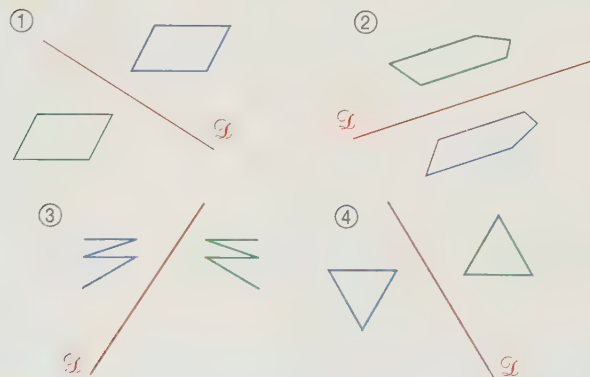
Tracés

9 Reproduire, en plus grand, chaque dessin, puis construire le symétrique de la figure bleue ou verte par rapport à la droite d .



Symétrie axiale

4 Dans quels cas la figure verte et la figure bleue sont-elles symétriques par rapport à la droite d ?



10 Voir l'exercice résolu 3 de la page 214.

Dans chaque cas, tracer le triangle ABC , puis son symétrique par rapport à la droite Δ :

a) $AB = 6$ cm, $AC = 7$ cm, $BC = 5$ cm et $\Delta = (AC)$.

b) $AB = 6$ cm, $\widehat{BAC} = 100^\circ$, $\widehat{ABC} = 30^\circ$ et $\Delta = (AM)$, M étant le milieu du segment $[BC]$.

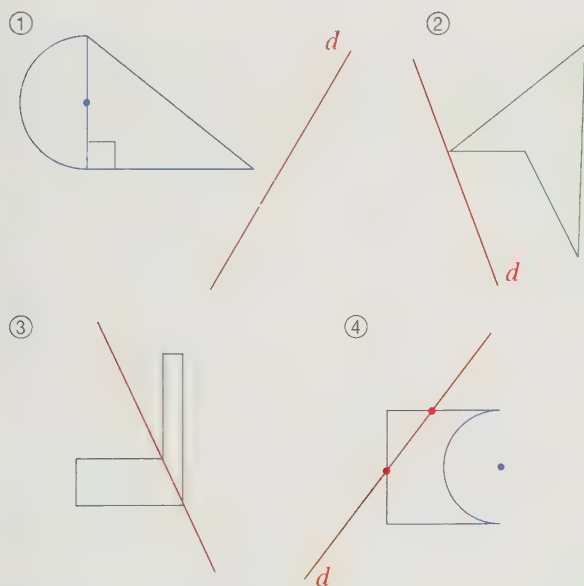
11 Dans chaque cas, tracer un rectangle $ABCD$ tel que $AB = 7$ cm et $BC = 4$ cm, puis construire :

1^{er} cas : ses symétriques par rapport aux droites (AB) , (BC) , (CD) et (AD) ;

2^e cas : son symétrique par rapport à la parallèle à la droite (BD) passant par A ;

3^e cas : son symétrique par rapport à la droite (AC) .

12 Dans chaque cas, refaire en plus grand le dessin, puis construire la symétrique de chaque figure par rapport à la droite d .



13 1^o a) Tracer un triangle ABC , rectangle en A , et tel que $\widehat{ABC} = 40^\circ$ et $BC = 7$ cm.

b) Tracer la droite $\mathcal{D}$, perpendiculaire à la droite (BC) passant par B .

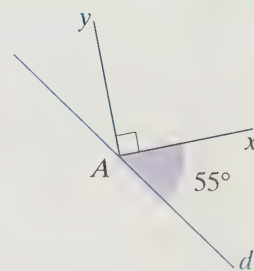
c) Construire les points M et N , symétriques respectifs des points A et C par rapport à la droite $\mathcal{D}$.

2^o a) Quelle est la nature du triangle MBN ?

b) Quelle est la mesure, en degrés, de l'angle $\widehat{MBN}$?

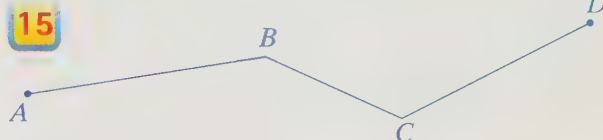
14 1^o À l'aide d'un rapporteur et d'une règle, reproduire la figure, puis tracer la symétrique de la demi-droite $[Ax)$ par rapport à la droite d .

2^o À l'aide d'une équerre seulement, tracer la symétrique de la demi-droite $[Ay)$.



Avec règle et compas

Pour les exercices 15 à 18, voir l'exercice résolu 4 de la page 215.



1^o Reproduire la ligne brisée ci-dessus.

2^o Construire :

a) les médiatrices des segments $[AB]$, $[BC]$ et $[CD]$;

b) les bissectrices des angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{BCD}$.

16 1^o Tracer une droite Δ passant par un point A . Construire, au compas et à la règle, la perpendiculaire à la droite Δ passant par le point A .

2^o Tracer un segment $[EF]$, puis construire, au compas et à la règle, son milieu I .

17 1^o Tracer une droite Δ . Placer deux points A et B tels que $A \notin \Delta$ et $B \notin \Delta$.

2^o Construire le symétrique du segment $[AB]$ par rapport à la droite Δ .

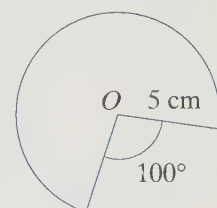
18 1^o a) Tracer un losange $EFGH$ tel que :
 $EF = 6$ cm et $\widehat{EFG} = 110^\circ$.

b) Construire le symétrique du losange $EFGH$ par rapport à la droite (HG) .

2^o En utilisant un compas et une règle, recommencer l'exercice 12 pour les figures ① et ②.

19 1^o O étant le centre de l'arc de cercle, tracer la figure ci-contre en vraie grandeur.

2^o À la règle et au compas, tracer l'axe de symétrie de cette figure.



20 1° Construire trois points L , M et N de façon que les médiatrices des segments $[LM]$ et $[MN]$ soient parallèles.

2° Même consigne qu'au 1° en remplaçant le mot *parallèles* par *perpendiculaires*.

21 1° a) Construire un segment $[AB]$ et une droite Δ . Placer un point M sur le segment $[AB]$ (Point sur un objet).

Construire le symétrique de M par rapport à la droite Δ . Déplacer le point M sur $[AB]$ et observer le déplacement de son symétrique (Trace).

b) Construire le milieu I de $[AB]$.

Que peut-on dire du symétrique de I par rapport à Δ ?

2° Recommencer le 1° a) avec un point M se déplaçant sur une droite, puis sur un cercle.

22 a) Créer deux points A et B . Construire quatre cercles passant par les points A et B .

b) Construire la droite sur laquelle se trouvent les centres de tous les cercles passant par A et B .

23 1° Créer deux points A et M .

On imagine que l'on trace cinquante droites $d_1, d_2, d_3, \dots, d_{50}$ passant par A .

On appelle $M_1, M_2, M_3, \dots, M_{50}$ les symétriques de M par rapport aux droites $d_1, d_2, d_3, \dots, d_{50}$.

Construire la ligne sur laquelle se trouvent tous les points $M_1, M_2, M_3, \dots, M_{50}$.

(Expérimenter d'abord avec quelques droites.)

2° a) Construire un triangle EFG isocèle en E , puis les points M et N , symétriques respectifs des points F et G par rapport aux droites (EG) et (EF) .

b) Le cercle de centre E et passant par F passe-t-il aussi par M , G et N ?

c) Quelle est la nature du triangle EMN ?

24 1° Construire une droite Δ , deux droites d et e perpendiculaires, puis les symétriques des droites d et e par rapport à la droite Δ .

2° a) Recommencer le 1° avec deux droites d et e parallèles.

b) Après avoir tracé une perpendiculaire f commune à d et e , prouver le résultat observé au 2° a).

25 1° a) Construire deux droites d et e parallèles, un triangle $\mathcal{T}_1$, son symétrique $\mathcal{T}_2$ par rapport à d , et enfin le symétrique $\mathcal{T}_3$ de $\mathcal{T}_2$ par rapport à e .

b) Les triangles $\mathcal{T}_1$ et $\mathcal{T}_3$ sont-ils symétriques par rapport à une droite (non tracée)?

2° Recommencer le 1° avec deux droites d et e perpendiculaires.

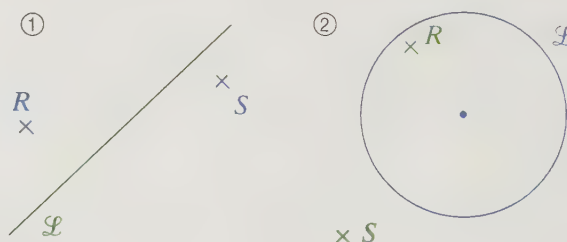
26 1° Créer un cercle de centre I . Placer sur ce cercle cinq points A, B, C, D et E (dans cet ordre), puis construire le symétrique du polygone $ABCDE$ par rapport à la droite (AD) .

2° D'accord ou pas avec Louise qui prétend que les sommets du polygone obtenu sont sur un même cercle? Expérimenter, puis justifier.

27 Tracer une droite d et sa symétrique d' par rapport à une droite Δ (Symétrie axiale).

Que peut-on dire de d et d' si $d \parallel \Delta$? si $d \perp \Delta$?

28 a) Dans chaque cas, réaliser la figure proposée, puis construire tous les cercles passant par les points R et S et dont les centres sont sur la ligne $\mathcal{L}$.



b) Déplacer les points R et S .
Y a-t-il toujours une solution?

29 1° a) Tracer une droite Δ , puis marquer de chaque côté de la droite Δ deux points M et N .

b) Construire les points R et S de façon que la droite Δ soit la médiatrice des segments $[RM]$ et $[SN]$.

2° Que peut-on dire des droites (RM) et (SN) ? Justifier la réponse.

3° a) Quel est le symétrique du point M par rapport à la droite Δ ? Quel est le symétrique du point N ? du segment $[MN]$?

b) Recopier et compléter :

Les ... $[RS]$ et $[MN]$ se coupent sur l'...

30 1° a) Tracer un segment $[AB]$. Placer un point C appartenant au segment $[AB]$.

b) Tracer les droites d et Δ , médiatrices respectives des segments $[AC]$ et $[BC]$.

2° Recopier et compléter :

La ... d est la ... du ... $[AC]$, donc : $d \perp (\bullet C)$.

La ... Δ est la ... du ... $[BC]$, donc : ... $\perp (BC)$.

Or $(AC) = (BC)$, car $C \in [A \bullet]$.

Par conséquent, les droites ... et Δ , qui sont toutes les deux ... à la droite (AB) , sont ...

31 Savoir utiliser des propriétés

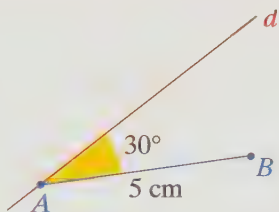


© Pix

Acte 1 Expliquer la phrase suivante :

Une symétrie par rapport à une droite conserve les alignements, les longueurs, les angles et les aires.

Acte 2 Reproduire la figure ci-contre, puis, en utilisant une règle graduée et un rapporteur, tracer le symétrique du segment $[AB]$ par rapport à d .



Acte 3 1° a) Tracer un rectangle $ABCD$ tel que $AB = 6$ cm et $BC = 4$ cm, puis construire le point E , symétrique du point A par rapport à la droite (BD) .

b) Recopier et compléter :

La ... (BD) est la ... du ... $[AE]$.

2° a) Quel est le symétrique du point B par rapport à la droite (BD) ? du segment $[AB]$?

b) En déduire que $BE = 6$ cm.

3° a) Prouver que $\widehat{DEB} = 90^\circ$.

b) Citer, en justifiant, deux couples d'angles égaux (obtenus par symétrie).

4° Comparer les périmètres et les aires du rectangle $ABCD$ et du quadrilatère $ABED$.

Pour les exercices 33 et 34, on pourra utiliser l'une ou l'autre des propriétés suivantes.

① Si un point est sur la médiatrice d'un segment, alors il est à égale distance des extrémités de ce segment.

② Si un point est à égale distance des extrémités d'un segment, alors il est sur la médiatrice de ce segment.

32 Apprendre à prouver : acte 1

1° Tracer un triangle LMN , rectangle en L .

Construire, à l'aide d'une règle et d'un compas, la médiatrice Δ du côté $[LM]$: elle coupe la droite (LM) en I et la droite (MN) en J .

2° L'une des affirmations suivantes ne peut pas être prouvée en classe de Sixième : laquelle ? Justifier les trois autres.

$$IL = IM$$

$$JN = JM$$

$$JL = JM$$

$$\Delta \parallel (NL)$$

33 Apprendre à prouver : acte 2

1° Marquer deux points I et J distants de 7 cm. Tracer le cercle de centre I et de rayon 4 cm, puis le cercle de centre J et de rayon 5 cm.

Marquer les points d'intersection R et S de ces deux cercles.

2° Justifier les deux égalités ci-dessous (en vert), puis recopier et compléter :

$IR = IS$, donc I est sur la ... du ... $[RS]$.

$JR = JS$, donc J est sur la ... du ... $[RS]$.

La droite $(\bullet \bullet)$ est donc la ... du ... $[RS]$; c'est l' ... de ... de la figure.

34 Que calcule-t-on ?

1° a) Tracer un angle $\widehat{xOy}$ mesurant 112° , puis la demi-droite $[Oz]$ de façon que l'angle $\widehat{xOz}$ soit plat.

b) Construire, à la règle et au compas, la bissectrice $[Ot]$ de l'angle $\widehat{xOy}$ et la bissectrice $[Ou]$ de l'angle $\widehat{yOz}$.

2° a) Que calcule-t-on lorsqu'on effectue :

$$\spadesuit = 180^\circ - 112^\circ ? \quad \clubsuit = (112^\circ : 2) + (68^\circ : 2) ?$$

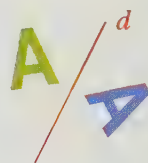
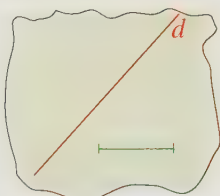
b) Que peut-on déduire du a) ?

Pour débattre en classe

35

Répondre par Vrai ou Faux à chacune des affirmations suivantes et justifier la réponse.

- a) Tout diamètre d'un cercle est un axe de symétrie du cercle.
- b) Le morceau de papier n'est pas assez grand pour tracer le symétrique du segment vert par rapport à la droite rouge.
- c) Si un cercle a un rayon de 5,7 cm, son symétrique par rapport à une droite est un cercle de diamètre 10,14 cm.
- d) Un angle plat n'a pas de bissectrice.
- e) Dans un seul cas, la figure verte et la figure bleue sont symétriques par rapport à la droite d .
- f) Un quadrilatère et son symétrique ont la même aire et le même périmètre.
- g) Si trois points sont alignés, leurs symétriques par rapport à une droite sont alignés.

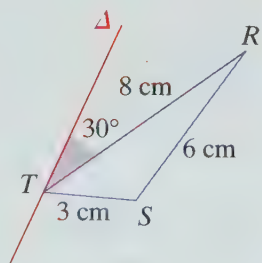


Pour s'évaluer à la maison

- 36 a) Tracer un triangle ABC rectangle en A . Tracer la médiatrice Δ du segment $[AC]$.
b) Prouver que les droites Δ et (AB) sont ...

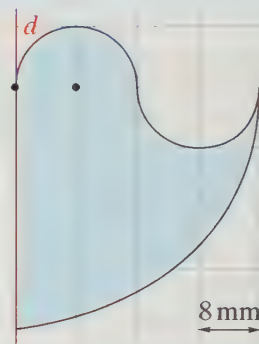
- 37 1° Tracer un cercle de centre O et de rayon 4 cm. Placer un point A tel que $OA = 15$ mm, puis tracer le symétrique du cercle par rapport à la perpendiculaire à (OA) passant par A .
2° Recommencer le 1° avec : $OA = 4$ cm ; $OA = 5$ cm.

- 38 1° Tracer, en vraie grandeur, la figure ci-contre.
2° Construire les points U et V symétriques respectifs des points R et S par rapport à la droite Δ .



- 3° a) Calculer le périmètre du triangle TUV .
b) Le périmètre du polygone $RSTVU$ est-il égal à la somme des périmètres des triangles RST et TUV ?
4° Que représente la droite Δ pour le segment $[RU]$? Pour l'angle $\widehat{RTU}$?
5° Où se trouve le point d'intersection des droites (RV) et (SU) ?

- 39 1° Reproduire, sur du papier-cahier, la figure proposée, puis la compléter, le plus simplement possible, de façon que la droite d soit un axe de symétrie.
2° Calculer le périmètre de la figure obtenue.



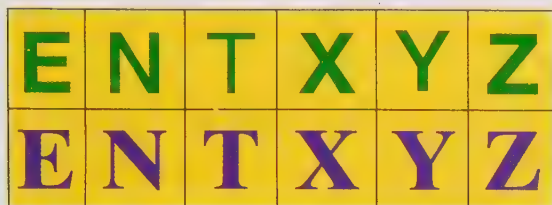
- 40 1° a) Tracer un triangle EFG , puis marquer un point M à l'intérieur du triangle.
b) Construire, à la règle et au compas, les symétriques respectifs R , S et T du point M par rapport aux droites (EF) , (FG) et (EG) .
2° Prévoir ce qu'il va se passer si l'on trace le cercle de centre E et de rayon EM . Justifier.

- 41 a) Tracer deux segments $[EF]$ et $[EG]$ tels que $EF = EG = 6$ cm et $\widehat{FEG} = 70^\circ$.
b) À la règle et au compas, construire :
• les médiatrices des segments $[EF]$ et $[EG]$;
• la bissectrice de l'angle $\widehat{FEG}$;
• le symétrique du triangle EFG par rapport à cette bissectrice.

À propos d'axes de symétrie

42 Sacrés caractères

Indiquer le nombre d'axes de symétrie de chacune des lettres suivantes :



43 Quatre dixièmes

1° Refaire la figure ci-contre sur papier-cahier, puis construire le symétrique du « 5 » par rapport au trait rouge.

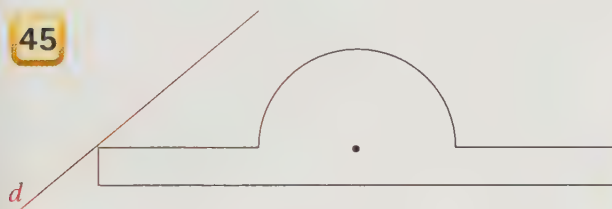
2° Expliquer le titre de l'exercice.



Tracés

44 Placer deux points A et B distants de 6 cm. Tracer les cercles de centres A et B et de rayon 2 cm. La figure obtenue a-t-elle un ou plusieurs axes de symétrie ? Si oui, tracer l'axe (les axes) en rouge.

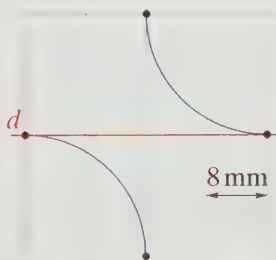
45



Calquer le dessin, puis construire le symétrique du « chapeau » par rapport à la droite d .

46 1° Reproduire sur du papier-cahier la figure, puis la compléter, le plus simplement possible, de façon que la droite d soit un axe de symétrie.

2° Calculer le périmètre de toute la figure obtenue.



47 À la règle et au compas

a) Placer deux points A et O distants de 3 cm, puis tracer le cercle $\mathcal{C}$ de centre O et passant par A .

b) Tracer la médiatrice Δ du segment $[OA]$, puis le symétrique du cercle $\mathcal{C}$ par rapport à la droite Δ .

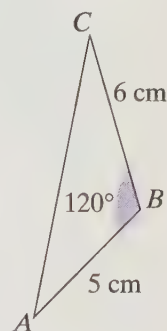
48 1° Tracer le triangle ABC en vraie grandeur.

2° Construire, à la règle et au compas, les symétriques :

a) A' du point A par rapport à la droite (BC) ;

b) B' du point B par rapport à la droite (AC) ;

c) C' du point C par rapport à la droite (AB) .



49 1° Tracer un triangle ABC tel que :

$AB = 6$ cm, $AC = 5$ cm et $BC = 8$ cm.

2° a) À la règle et au compas, tracer :

• la médiatrice du côté $[AB]$: elle le coupe en R ;

• la bissectrice de l'angle $\widehat{ABC}$ qui coupe le côté $[AC]$ en S .

b) Le point R est-il le milieu du segment $[AB]$?

Le point S est-il le milieu du segment $[AC]$?

50 a) Tracer un rectangle $IJKL$ tel que :

$IJ = 7$ cm et $JK = 4$ cm.

b) À la règle et au compas, construire la bissectrice de l'angle $\widehat{IJK}$.

c) Tracer le symétrique du rectangle $IJKL$ par rapport à cette bissectrice.

51 a) Tracer un angle $\widehat{xAy}$, puis marquer deux points B et C tels que $B \in [Ax]$ et $C \in [Ay]$.

b) Construire les bissectrices des angles $\widehat{xAy}$, $\widehat{xBC}$ et $\widehat{yCB}$. (Si les tracés sont bien réalisés, une remarque s'impose ; laquelle ?)

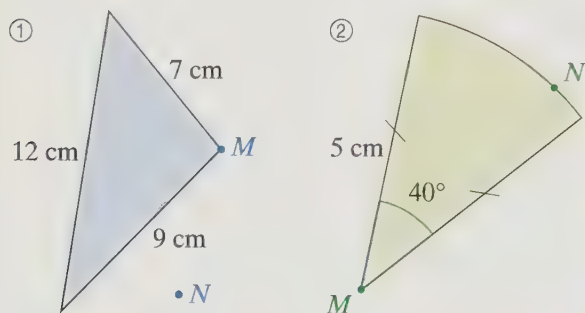
Symétrie et constructions

52 Acte 1

Marquer deux points M et N , puis tracer la droite d de façon que les points M et N soient symétriques par rapport à la droite d .

Acte 2

Dans chacun des cas ci-dessous, les points M et N sont symétriques par rapport à une droite d qui a été effacée.



Reproduire chaque dessin, puis construire la symétrique de la figure coloriée par rapport à la droite d .

53 1° a) Placer deux points M et N tels que $MN = 5$ cm.

b) Tracer la médiatrice Δ du segment $[MN]$.

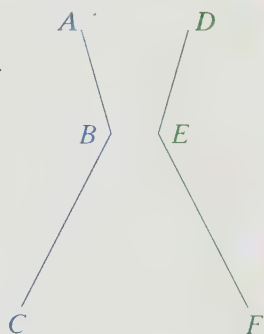
c) Sur Δ , placer, d'un même côté de la droite (MN) , un point A tel que $AM = 4$ cm et un point B tel que $BN = 7$ cm.

d) Calculer, en justifiant, le périmètre du quadrilatère $AMBN$.

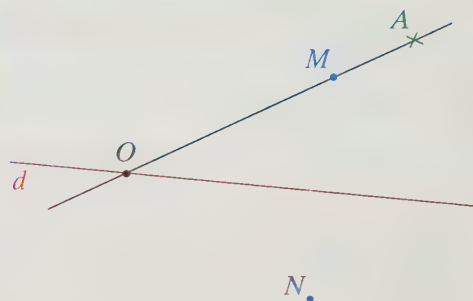
2° a) Tracer la droite d passant par le point M et perpendiculaire à la droite (MN) .

b) Les droites d et Δ sont-elles sécantes? Justifier la réponse.

54 Calquer la figure dans laquelle les points D , E et F sont les symétriques des points A , B et C par rapport à une droite d qui a été effacée. À la règle seule, tracer la droite d .



55



Dans chaque cas, reproduire la figure ci-dessus dans laquelle les points M et N sont symétriques par rapport à la droite d .

Construire ensuite le symétrique A' du point A par rapport à la droite d en utilisant :

1^{er} cas : une seule fois une règle et une seule fois un compas;

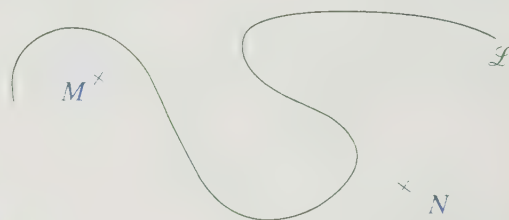
2^e cas : une règle seulement.

Médiatrice et bissectrice

56 1° Recopier et compléter :

Pour qu'un point soit à égale distance de deux points donnés A et B , il doit se trouver sur la ... du ... $[AB]$.

2° Calquer le dessin ci-dessous, puis construire le ou les points de la ligne $\mathcal{L}$ à égale distance du point M et du point N .



57 Tracer un segment $[RS]$.

Construire trois cercles ayant pour corde le segment $[RS]$.

58 a) Tracer un rectangle $IJKL$ tel que : $IJ = 7$ cm et $JK = 4$ cm.

b) Placer les points M et N , milieux respectifs des côtés $[IL]$ et $[LK]$.

c) Construire tous les points situés sur un côté du rectangle et à égale distance des points M et N .

59 Quels sont les axes de symétrie d'une figure :

a) constituée de deux droites parallèles?

b) constituée de deux droites sécantes?

60 À la recherche du centre

1° a) Calquer la figure ci-contre dans laquelle les segments $[CD]$ et $[EF]$ sont deux cordes d'un cercle qui a été effacé.

b) Construire, à la règle et au compas, le centre du cercle, puis le cercle.

2° Dessiner un cercle avec un tube cylindrique. Retrouver le centre du cercle.



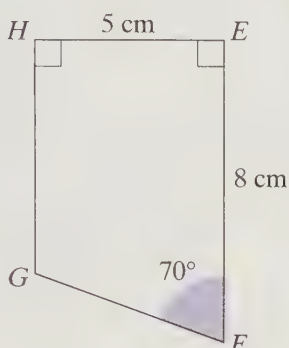
61 Trapèze

1° Tracer le trapèze rectangle $EFGH$ en vraie grandeur.

2° À la règle et au compas, tracer :

- la bissectrice de l'angle $\widehat{EHG}$;

- le symétrique $E'F'G'H'$ du trapèze $EFGH$ par rapport à cette bissectrice.



62 1° Tracer un triangle ABC tel que :

$AB = 6$ cm, $AC = 7$ cm et $BC = 8$ cm.

Construire, à la règle et au compas, la bissectrice de l'angle $\widehat{BAC}$ qui coupe $[BC]$ en I .

2° Construire le symétrique D du point A par rapport à la droite (BC) , puis, à la règle seule, la bissectrice de l'angle $\widehat{BDC}$.

Justifier.

63 1° a) Tracer un triangle ABC rectangle en A tel que $AC = 5$ cm et $BC = 8$ cm.

b) Placer le point I du segment $[BC]$ tel que $\widehat{BAI} = 30^\circ$.

c) Construire, au compas, les points :

- J , symétrique de I par rapport à (AB) ;
- K , symétrique de I par rapport à (AC) .

2° a) Quelles sont les mesures des angles $\widehat{BAJ}$, $\widehat{CAK}$ et $\widehat{JAK}$? Justifier la réponse.

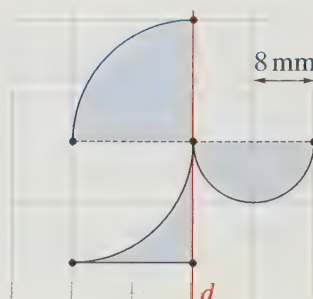
b) Prouver que A est le milieu du segment $[JK]$.

Problèmes

64 Atout pique !

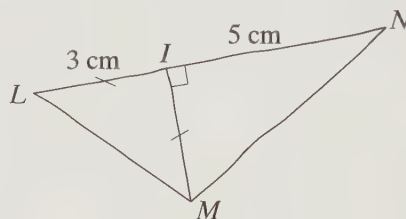
1° Reproduire, sur du papier-cahier et à l'échelle 2, la figure proposée, puis la compléter, le plus simplement possible, de façon que la droite d soit un axe de symétrie.

2° Calculer le périmètre de toute la figure obtenue.



65 Aire et symétrie

1° Tracer, en vraie grandeur, la figure suivante.



2° a) Construire le point R , symétrique du point I par rapport à la droite (LM) .

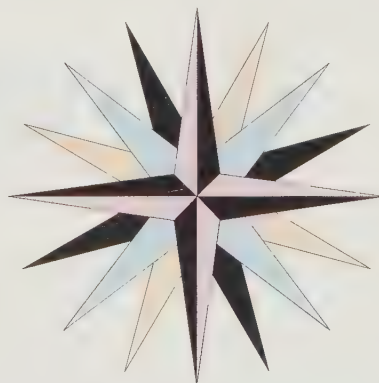
Construire le point S , symétrique du point I par rapport à la droite (MN) .

b) Calculer le périmètre et l'aire du polygone $LRMSN$. (Interdit de mesurer !)

66 Rose des vents

1° Quel est le nombre d'axes de symétrie de la rose des vents ci-dessous ?

(On ne tient pas compte des couleurs.)



2° Construire, à la règle et au compas, cette rose des vents. (Diamètre : 10 cm.)

L'alphabet des marins

En diverses circonstances, les marins communiquent à l'aide de signaux émis avec les bras (notamment pour ne pas laisser de traces de messages).

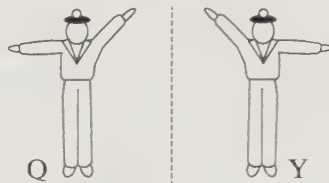
Chaque signal correspond à une lettre de l'alphabet. Voici ci-dessous, l'alphabet marin (la lettre V n'a pas été représentée ici).

Mais l'alphabet marin ne se limite pas aux lettres de l'alphabet ; il permet de communiquer aussi avec des chiffres.

Les chiffres de 1 à 9 sont représentés par les mêmes symboles que les lettres de A à I respectivement, et le 0 est identique à la lettre K.

À vous de jouer !

Certains des signaux, comme, le Q et le Y, sont symétriques :



◆ Associez, deux par deux, les signaux symétriques.

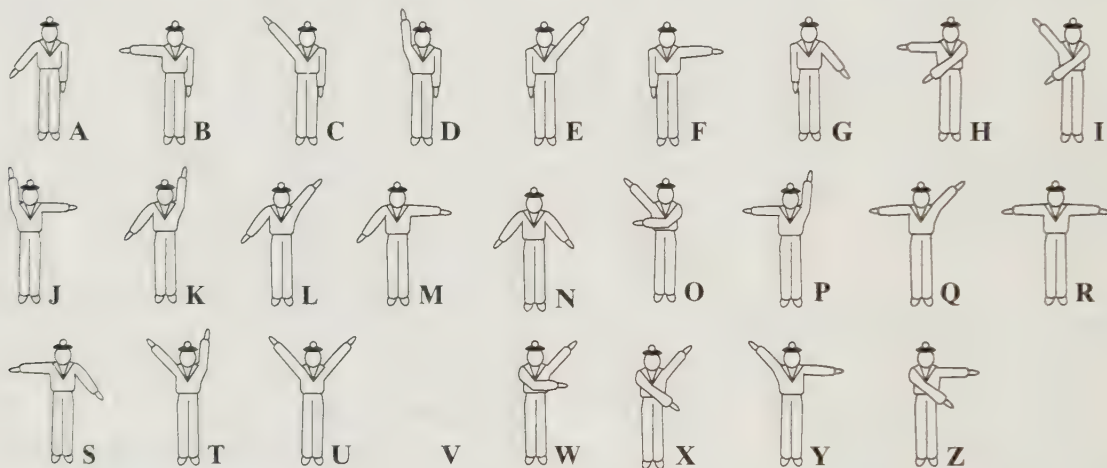
◆ Dessinez la position que doit prendre le marin pour faire un V,

sachant que ce signal est le symétrique de celui correspondant à K.

◆ Il paraît que le mot CAGE, dans le langage des marins, a un axe de symétrie. Est-ce vrai ?

◆ Tous les marins représentés dans la figure ci-dessous sont vus de face. Supposez que vous vous trouviez derrière un marin qui transmet un mot et, qu'en voyant son dos, vous « lisiez » le nombre 2753.

Sauriez-vous dire quel mot il a transmis à un autre marin situé face à lui ? (Un indice pour vérifier votre réponse : le mot cherché est dans la question !)



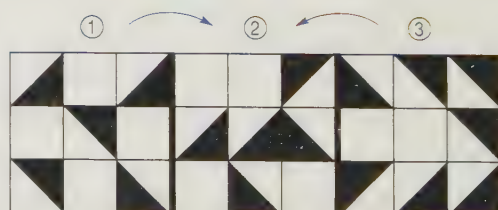
L'ENIGME DU CHAPITRE



On imagine que le schéma ci-contre représente trois panneaux de verre.

En repliant les panneaux ① et ③ sur le panneau central ②, certaines cases seront noircies et d'autres non. Combien de triangles blancs reste-t-il ?

Répondre sans effectuer réellement de pliage.

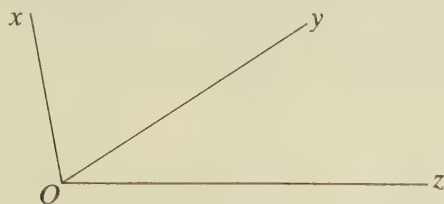


BILAN 5

En cas de difficultés, se reporter aux aides de la page 263.

1 Construction d'angles

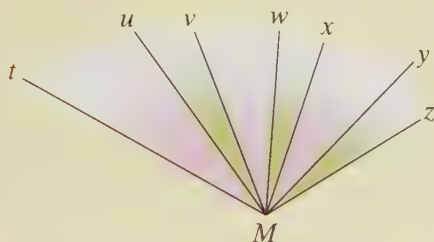
Calquer la figure ci-dessous :



Pour la compléter, à l'aide du compas et de la règle :

- construire l'angle $\widehat{xOv}$ de façon qu'il soit la somme des angles $\widehat{xOz}$ et $\widehat{zOy}$;
- construire l'angle $\widehat{xOw}$ de façon qu'il soit la différence des angles $\widehat{xOy}$ et $\widehat{yOz}$.

2 Des angles et des couleurs



Dans la figure ci-dessus, les angles d'une même couleur sont égaux.

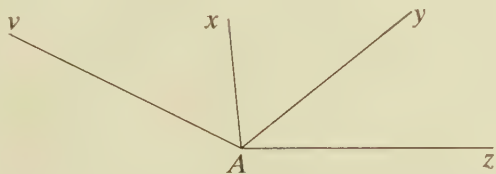
- Quels sont les angles égaux à l'angle $\widehat{tMv}$? à l'angle $\widehat{tMw}$? à l'angle $\widehat{uMx}$?

- Compléter par un nombre :

$$\widehat{tMz} = \dots \times \widehat{xMz}; \quad \widehat{yMu} = \dots \times \widehat{xMv}.$$

- Compléter par un angle : $3 \times \widehat{wMy} = \dots$

- 1° Construire la figure ci-dessous sachant que $\widehat{xAy} = 57^\circ$, $\widehat{xAz} = 96^\circ$ et $\widehat{yAv} = 115^\circ$.



- Calculer la mesure, en degrés, des angles $\widehat{yAz}$, $\widehat{xAv}$ et $\widehat{vAz}$.

- Tracer, à l'intérieur de l'angle $\widehat{xAy}$, la demi-droite $[Ar]$, sachant que $\widehat{xAr} = \frac{1}{3} \times \widehat{xAy}$.

Prouver, par le calcul, que la demi-droite $[Ar]$ est la bissectrice de l'angle $\widehat{vAz}$.

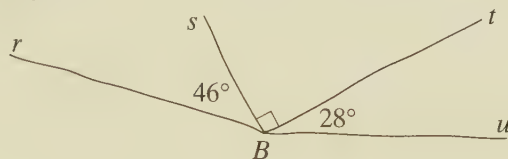
4 Mesures d'angles

- Construire la figure ci-dessous.

- Calculer la mesure, en degrés, de l'angle $\widehat{rBu}$.

- Tracer la demi-droite $[Bx]$, bissectrice de l'angle $\widehat{rBu}$.

Calculer les mesures, en degrés, des angles $\widehat{rBx}$, $\widehat{sBx}$ et $\widehat{xBt}$.



- Tracer un angle droit $\widehat{uAt}$, puis, « à l'intérieur » de cet angle, la demi-droite $[Av]$ telle que $\widehat{uAv} = 30^\circ$.

- Calculer la mesure, en degrés, de l'angle $\widehat{tAv}$.

- Tracer l'angle $\widehat{uAx}$ sachant qu'il mesure 50° et que la demi-droite $[Ax]$ est « à l'intérieur » de l'angle $\widehat{tAu}$.

- Calculer la mesure, en degrés, des angles $\widehat{tAx}$ et $\widehat{vAx}$. Vérifier à l'aide du rapporteur.

- Compléter par un nombre : $\widehat{xAv} = \dots \times \widehat{tAx}$.

- Tracer la bissectrice $[Ay]$, de l'angle $\widehat{tAx}$. Prouver que la demi-droite $[Ax]$ est la bissectrice de l'angle $\widehat{yAv}$.

6 Dessiner, puis justifier

- Reproduire, en vraie grandeur, la figure ci-dessous sachant que :

$$GB = 10 \text{ cm};$$

$$GH = 3 \text{ cm};$$

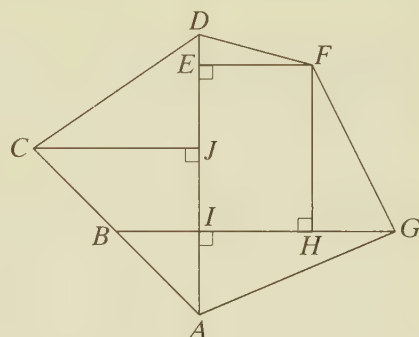
$$IB = 3 \text{ cm};$$

$$IA = 3 \text{ cm};$$

$$IJ = 3 \text{ cm};$$

$$IE = 6 \text{ cm};$$

$$JD = 4 \text{ cm}.$$



- Nommer trois couples de droites parallèles.

- Les droites (CJ) et (FH) sont-elles perpendiculaires ?

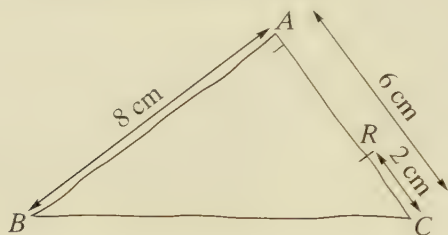
- Quelle est la nature du quadrilatère $EFHI$?

7 Parallèles et perpendiculaires

1° a) Construire, en vraie grandeur, le triangle ABC rectangle en A et marquer le point R .

Par R , tracer la perpendiculaire à la droite (AC) qui coupe la droite (BC) en U .

b) Que peut-on dire des droites (RU) et (AB) ? Justifier la réponse.



2° a) Tracer la perpendiculaire à la droite (RU) passant par le point U . Elle coupe la droite (AB) en un point I .

b) Retrouver dans l'énoncé les indications qui permettent d'affirmer que le quadrilatère $ARUI$ a trois angles droits. Quelle est sa nature?

3° Par le point R , tracer la parallèle à la droite (BC) . Elle coupe la droite (AB) en M . Citer un trapèze, un trapèze rectangle et un parallélogramme.

8 Symétrie

1° Tracer un cercle $\mathcal{C}$ de centre O et de rayon 3 cm, puis $[AB]$ l'un de ses diamètres.

2° a) Construire la médiatrice d du segment $[AO]$.

b) Construire le symétrique B' du point B par rapport à la droite d .

3° Calculer la longueur du segment $[BB']$.

9 De bissectrices en bissectrices

1° Tracer un angle aigu $\widehat{xOy}$. Un cercle de centre O coupe $[Ox)$ en A et $[Oy)$ en B .

2° À l'aide du compas, placer sur le cercle :

a) le point C pour que la demi-droite $[OB)$ soit la bissectrice de l'angle $\widehat{AOC}$;

b) le point D pour que la demi-droite $[OA)$ soit la bissectrice de l'angle $\widehat{BOD}$;

c) le point E pour que $[OE)$ soit la bissectrice des angles saillants $\widehat{AOB}$ et $\widehat{COD}$.

3° Quel est le symétrique de l'angle $\widehat{BOC}$ par rapport à la droite (OE) ? et celui de $\widehat{BOD}$?

10 Médiatrice ; symétrie : propriétés

1° Construire un triangle ABC rectangle en A et tel que $AB = 3,5$ cm et $AC = 5$ cm.

2° Construire :

a) la médiatrice Δ du segment $[BC]$ qui coupe $[BC]$ en I ;

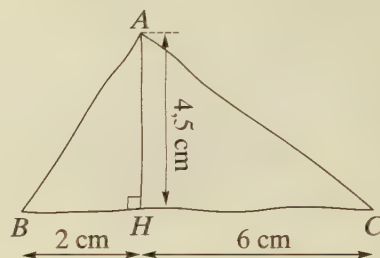
b) le point A' symétrique de A par rapport à la droite Δ .

3° Quelles sont les longueurs des segments $[BA']$ et $[A'C]$? Justifier.

4° Calculer l'aire du triangle $BA'C$.

11 La symétrie et ses propriétés

1° a) Construire en vraie grandeur la figure faite à main levée ci-dessous :



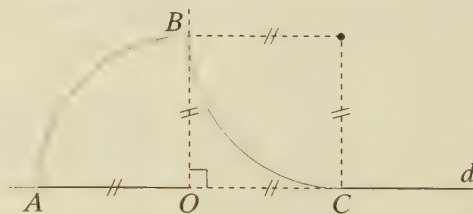
b) Construire le point E symétrique du point H par rapport à la droite (AC) .

c) Construire le point F symétrique du point H par rapport à la droite (AB) .

2° a) Calculer le périmètre de la figure $AFBCE$.

b) Calculer son aire.

12 Symétrie toujours



1° Expliquer pourquoi le point B appartient à la médiatrice du segment $[AC]$.

2° a) Construire la figure ci-dessus en prenant $OA = 4$ cm.

b) Construire le point D pour que la figure $ABCD$ admette la droite d comme axe de symétrie.

3° Calculer le périmètre de la figure $ABCD$. Arrondir le résultat au centième.

CHAPITRE 15

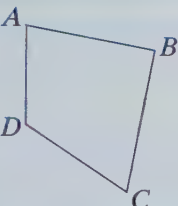
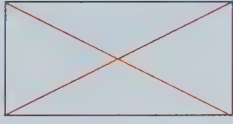
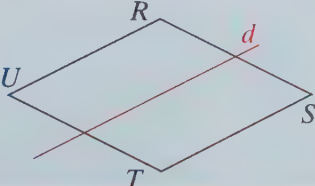
Figures symétriques

De l'école au collège

QCM

Pour chaque question, indiquer la réponse exacte (ou les réponses exactes).

R É P O N S E S

			A	B	C
1		ABCD est un :	trapèze	quadrilatère	parallélogramme
2		A et B sont deux sommets :	opposés	consécutifs	dont on ne peut rien dire
3		[AD] et [BC] sont deux côtés :	opposés	consécutifs	dont on ne peut rien dire
4	Les segments rouges sont : 		les axes de symétrie du rectangle	les diagonales du rectangle	de même longueur et perpendiculaires
5	Le quadrilatère RSTU : 		est un losange	a pour axe de symétrie la droite d	a deux axes de symétrie
6	Quelles sont les affirmations vraies ?		un carré n'est pas un rectangle	un carré est un losange particulier	certains rectangles sont des losanges

Comment tracer un triangle isocèle et son axe de symétrie ?

Comment tracer un losange et ses axes de symétrie ?

1 Triangles à axe(s) de symétrie

Acte 1 1° a) Placer un point A , puis tracer une droite Δ passant par A .

b) Placer deux points B et C de façon que la droite Δ soit l'axe de symétrie du triangle ABC .

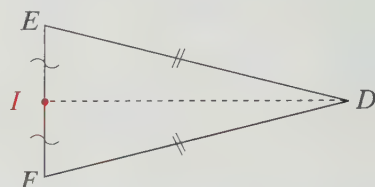
c) Répondre aux questions suivantes en justifiant les réponses.

- Quelle est la nature du triangle ABC ?
- Que peut-on dire des angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{ACB}$?
- Que représente la droite Δ pour l'angle $\widehat{BAC}$?

2° a) Réaliser la figure ci-contre dans laquelle :

- le triangle DEF est isocèle en D ;
- I est le milieu de la base $[EF]$.

b) Recopier et compléter :



I est le ... du segment $[EF]$, donc I appartient à la ... du ... $[EF]$.

D est à ... distance des points E et F , donc I appartient à la ... du ... $[EF]$.

La droite (DI) est donc la ... du ... $[EF]$ et c'est l'axe de ... du triangle DEF .

Acte 2 1° Tracer un triangle équilatéral RST . Recopier, puis compléter :

Le triangle RST est trois fois ... ; il a donc ... axes de

2° Tracer, à l'équerre seulement, tous les axes de symétrie du triangle RST .

2 Du triangle isocèle au losange

1° a) À la règle et au compas, reproduire le losange $ABCD$ ci-contre.

b) Tracer $[BD]$. Recopier, puis compléter :

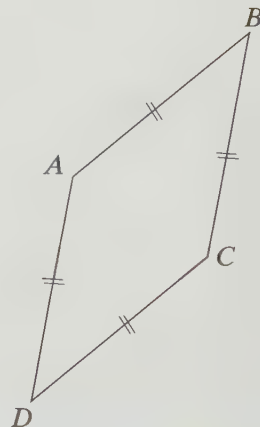
Le triangle ABD est ... en

Son axe de ... est la ... du côté $[BD]$.

c) En déduire que la droite (AC) est un axe de symétrie du losange $ABCD$.

2° a) Prouver, en s'inspirant de ce qui précède, que la droite (BD) est aussi un axe de symétrie du losange.

b) Recopier, puis compléter :



Dans un losange, les diagonales sont Elles se coupent en leur

Comment tracer un rectangle et ses axes de symétrie ?

Comment tracer un carré et ses axes de symétrie ?

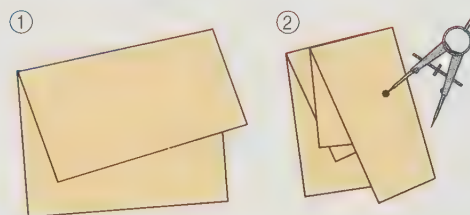
3 À ne pas lire en diagonale

Acte 1

1° Comme indiqué ci-contre, plier une feuille de papier en quatre.

Transpercer la feuille ainsi pliée avec la pointe d'un compas. Déplier.

2° Quelle est la nature du quadrilatère dont les sommets sont les quatre petits trous ?

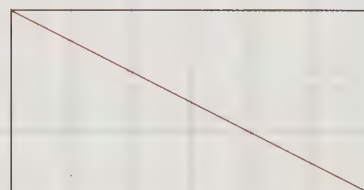


Acte 2

1° Damien pense que la ligne rouge est un des deux axes de symétrie du rectangle ci-contre. A-t-il raison ?

2° Reproduire ce rectangle. Tracer ensuite, en utilisant une équerre, ses axes de symétrie. (On ne demande pas de preuve.)

3° Citer deux propriétés concernant les diagonales d'un rectangle.



Acte 3

Tracer un rectangle dont les diagonales mesurent 8 cm.

4 Que d'axes de symétrie !

Acte 1

1° Recopier et compléter la phrase suivante avec l'un des mots : *losange, rectangle, carré*.

N'importe quel ... est un ... ; c'est aussi un

2° Tracer un carré $EFGH$ de côté 6 cm, puis tous ses axes de symétrie.

Acte 2

Dans chaque cas, tracer un quadrilatère remplissant les conditions demandées. Préciser ensuite si on peut être sûr d'obtenir un losange, un rectangle ou un carré.

① Les diagonales sont perpendiculaires.

② Une diagonale est la médiatrice de l'autre.

③ Les diagonales ont la même longueur.

④ Les diagonales ont le même milieu.

⑤ Les diagonales ont le même milieu et la même longueur.

⑥ Les diagonales sont perpendiculaires et ont la même longueur.

⑦ Les diagonales sont perpendiculaires, ont le même milieu et la même longueur.

⑧ Les diagonales sont perpendiculaires et ont le même milieu.

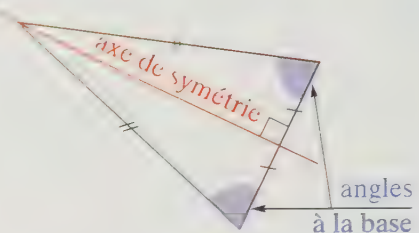
1 Triangle isocèle, triangle équilatéral*

Triangle isocèle : propriétés

Un triangle isocèle a un axe de symétrie : la **médiane** de la base.

Cet axe est la **bissectrice** de l'angle principal.

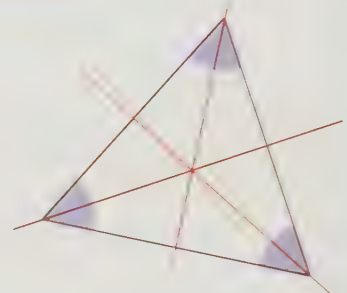
- Si un triangle est **isocèle**, alors ses angles à la base sont égaux.
- Si un triangle a **deux angles égaux**, alors ce triangle est isocèle.



Triangle équilatéral : propriétés

Un triangle équilatéral a trois axes de symétrie : les **médianes** des côtés (celles-ci passent par un même point).

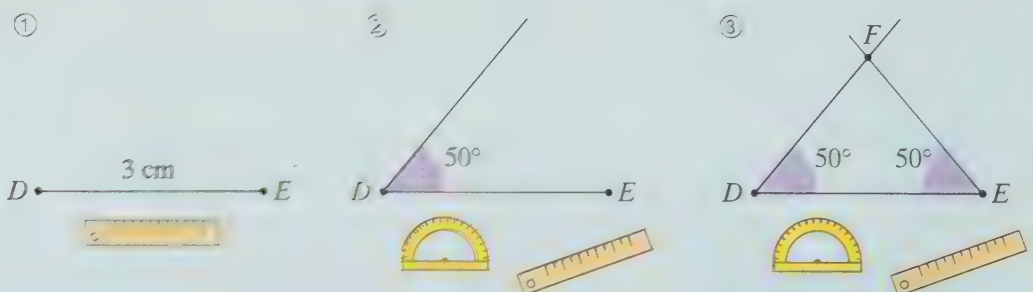
- Si un triangle est équilatéral, alors ses **trois angles** sont égaux.
- Si les trois angles d'un triangle sont égaux, alors ce triangle est équilatéral.



Exercice résolu 1

Énoncé : Tracer un triangle isocèle DEF tel que $DE = 3\text{ cm}$ et $\widehat{FDE} = \widehat{DEF} = 50^\circ$.

Solution :



Méthode

Pour être sûr qu'un triangle est isocèle, il suffit de savoir qu'il a deux angles égaux.

Application → exercice n° 2

* Voir aussi les pages 134 et 135.

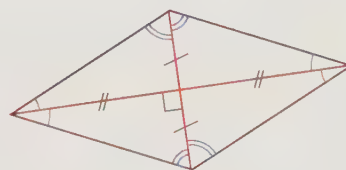
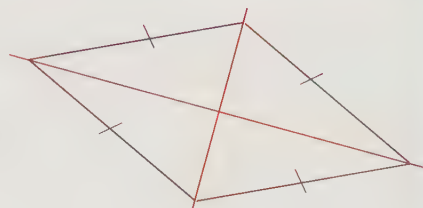
2 Losange*

Propriétés

Un losange a **deux axes de symétrie** perpendiculaires : ses diagonales.

On en déduit que :

- Les **angles opposés** d'un losange sont **égaux**.
- Les diagonales d'un losange sont les **bissectrices** de ses angles.



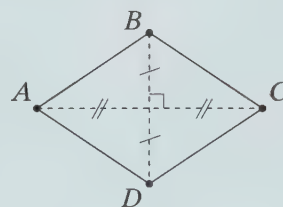
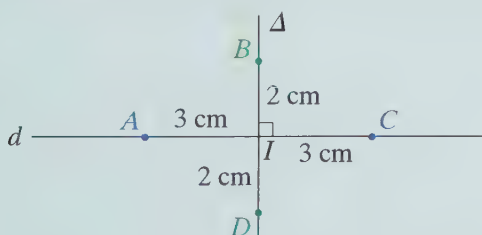
Propriétés des losanges (et d'eux seuls)

- Si un quadrilatère est un losange, alors ses **diagonales** sont **perpendiculaires** et ont le **même milieu**.
- Si les **diagonales** d'un quadrilatère sont **perpendiculaires** et ont le **même milieu**, alors ce quadrilatère est un losange.

Exercice résolu 2

Énoncé : Tracer un losange $ABCD$ tel que $AC = 6$ cm et $BD = 4$ cm.

Solution : (Le dessin est à l'échelle 1 : 2.)



① On trace deux droites d et Δ perpendiculaires en I .
Ensuite, on place :

- sur d , les points A et C tels que $IA = IC = 3$ cm (6 : 2) ;
- sur Δ , les points B et D tels que $IB = ID = 2$ cm (4 : 2).

② On trace le quadrilatère $ABCD$: c'est un losange.

Méthode

Pour être sûr qu'un quadrilatère est un losange, il suffit de savoir que ses diagonales se coupent en leur milieu et sont perpendiculaires.

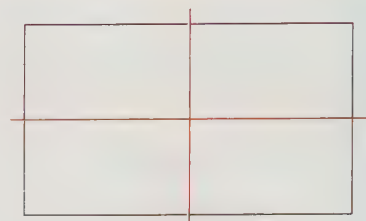
Application → exercice n° 7

* Voir aussi la page 151.

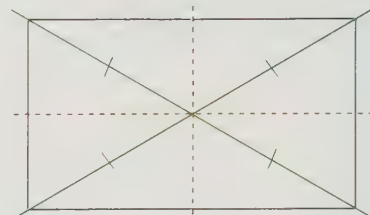
3 Rectangle*

Propriétés

Un rectangle a deux **axes de symétrie** perpendiculaires : les **médiatrices** des côtés.



Remarque : Les deux axes de symétrie et les diagonales passent par un même point appelé **centre** du rectangle.



Propriétés des rectangles (et d'eux seuls)

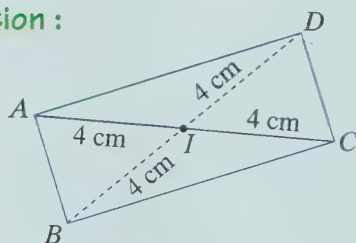
- Si un quadrilatère est un rectangle, alors ses diagonales ont le même milieu et la même longueur.
- Si les diagonales d'un quadrilatère ont le même milieu et la même longueur, alors ce quadrilatère est un rectangle.

Exercice résolu 3

- Énoncé** : a) Construire un rectangle $ABCD$ dont les diagonales mesurent 8 cm.
b) Tracer un cercle, puis, à l'aide d'une règle seulement, un rectangle.

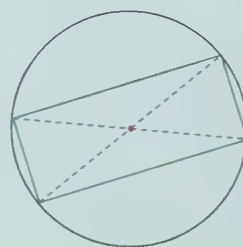
Solution :

a)



On trace un segment $[AC]$ mesurant 8 cm, puis on place son milieu I et deux points B et D de façon que I soit le milieu de $[BD]$.

b)



On trace deux diamètres du cercle : leurs extrémités sont les sommets d'un rectangle.

Méthode

Pour être sûr qu'un quadrilatère est un rectangle, *il suffit* de savoir que ses diagonales se coupent en leur milieu et ont la même longueur.

Applications → exercices n^{os} 14 et 15

* Voir aussi la page 150.

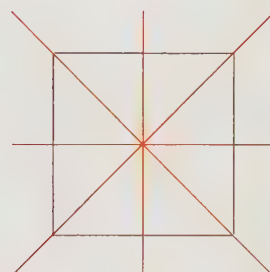
4 Carré*

Propriétés

Un carré est à la fois un **losange** et un **rectangle**.

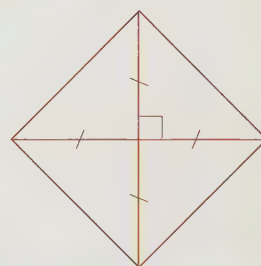
Un carré a **quatre axes de symétrie** :

- ses **diagonales** (comme tous les losanges) ;
- les **médiatrices** des côtés (comme tous les rectangles).



Propriétés des carrés (et d'eux seuls)

- Si un quadrilatère est un carré, alors ses diagonales ont le **même milieu**, la **même longueur** et sont **perpendiculaires**.
- Si les diagonales d'un quadrilatère ont le **même milieu**, la **même longueur** et sont **perpendiculaires**, alors ce quadrilatère est un carré.



Exercice résolu 4

Énoncé : a) Tracer un carré $RSTU$ tel que $RT = 4$ cm.

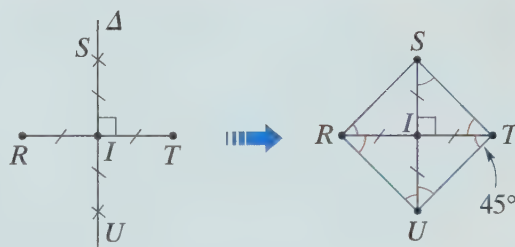
b) Indiquer, en justifiant, la mesure de l'angle $\widehat{RTU}$.

Solution :

a) On trace un segment $[RT]$ mesurant 4 cm.
On trace la médiatrice Δ du segment $[RT]$ qui coupe $[RT]$ en I . Sur Δ , on place les points S et U tels que $IS = IU = 2$ cm.
On trace $RSTU$: c'est un carré.

b) La diagonale $[TR]$ est un axe de symétrie du carré $RSTU$: c'est donc la bissectrice de l'angle droit $\widehat{STU}$.

On a donc : $\widehat{RTU} = \widehat{STU} : 2 = 90^\circ : 2 = 45^\circ$.



(Le dessin est à l'échelle 1 : 2.)

Méthode

Pour être sûr qu'un quadrilatère est un carré, il suffit de savoir que ses diagonales se coupent en leur milieu, ont la même longueur et sont perpendiculaires.

Application → exercice n° 19

* Voir aussi la page 151.

Triangle isocèle, triangle équilatéral

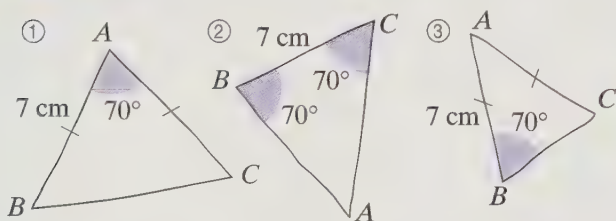
Losange

1 1° Tracer un triangle EFG isocèle en E tel que :
 $FG = 5$ cm et $EF = 6$ cm.

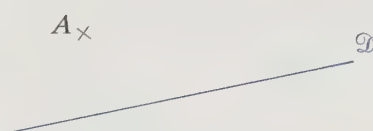
2° Tracer son axe de symétrie Δ : il coupe $[FG]$ en M .
Que peut-on dire du point M ? de la demi-droite $[EM]$?

2 Voir l'exercice résolu 1 de la page 230.

Dans chaque cas, tracer le triangle ABC isocèle en A .



3 Dans chaque cas, reproduire la figure ci-contre.



- ① Construire deux points R et S de la droite $\mathcal{D}$ tels que le triangle RAS soit isocèle en A et $RS = 6$ cm.
- ② Construire deux points I et J tels que le triangle AIJ soit isocèle en I , d'axe de symétrie $\mathcal{D}$ et $AI = 6$ cm.
- ③ Construire deux points B et C tels que le triangle ABC soit isocèle en B , d'axe de symétrie $\mathcal{D}$ et $\widehat{BAC} = 40^\circ$.
- ④ Construire deux points M et N tels que le triangle AMN soit équilatéral, ayant pour axe de symétrie la droite $\mathcal{D}$.

4 1° Tracer un cercle $\mathcal{C}$ de centre O et de rayon 5 cm, puis une corde $[MN]$.

2° Tracer la médiatrice Δ du segment $[MN]$.

3° Recopier, compléter, puis justifier :
La ... Δ passe par le ... O .

5 1° a) Tracer un triangle équilatéral ABC .

b) Avec une équerre seulement, tracer ses axes de symétrie.

c) Marquer, sur la figure, les angles égaux et les longueurs égales.

2° Peut-on tracer un cercle passant par les trois points A , B et C ? Si oui, tracer ce cercle.

6 1° Tracer un losange $RSTU$, puis ses diagonales et leur point d'intersection I .

2° Citer tous les triangles rectangles, tous les triangles isocèles et tous les angles égaux de la figure.

7 Voir l'exercice résolu 2 de la page 231.

a) Construire un losange dont le périmètre mesure 24 cm et dont un angle mesure 70° .

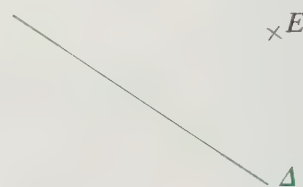
b) Construire un losange dont les diagonales mesurent 5 cm et 7 cm.

8 1° a) Calquer le dessin ci-contre.

b) Construire un losange $EFGH$, d'axe de symétrie Δ , et tel que $EF = 4$ cm.

Combien y a-t-il de solutions?

2° Mêmes consignes qu'au 1° si $E \in \Delta$.



9 Dans chaque cas, faire d'abord un schéma à main levée d'un losange $ABCD$, de centre I , puis le construire en vraie grandeur en utilisant les données.

a) $AC = 8$ cm et $AB = 5$ cm.

b) $AB = 5$ cm et $\widehat{BAC} = 50^\circ$.

c) $AB = 5$ cm et $AI = 3$ cm.

d) $BD = 6$ cm et $\widehat{ABC} = 70^\circ$.

10 a) Tracer un triangle ABC rectangle en B . Placer le symétrique D de A par rapport à la droite (BC) , puis le symétrique E de C par rapport à la droite (AB) .

b) Préciser, en justifiant la réponse, la nature du quadrilatère $ACDE$.

11 1° a) Tracer un segment $[MN]$ mesurant 6 cm. Marquer son milieu I , puis tracer la droite Δ , perpendiculaire en I à la droite (MN) .

b) Tracer le cercle de centre I et de rayon 4 cm : il coupe la droite Δ en R et S .

2° a) Préciser, en justifiant la réponse, la nature du quadrilatère $MRNS$.

b) Calculer l'aire du triangle MIR , puis celle du quadrilatère $MRNS$.

Rectangle

12 1° Mêmes consignes qu'à l'exercice 6 en remplaçant le mot *losange* par *rectangle*.

2° Tracer les axes de symétrie du rectangle, à l'aide d'une équerre seulement.

13 1° Tracer deux droites d et Δ perpendiculaires. Placer un point A n'appartenant ni à d ni à Δ .

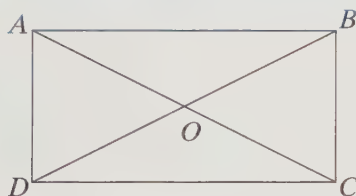
2° Construire les points B , C et D de façon que le quadrilatère $ABCD$ soit un rectangle ayant pour axes de symétrie les droites d et Δ .

14 Voir l'exercice résolu 3 de la page 232.

Tracer un cercle de centre I , puis marquer deux points A et B sur le cercle.

À la règle seule, terminer la construction du rectangle $ABCD$.

15 Voir l'exercice résolu 3 de la page 232.



Dans chacun des cas ci-dessous, tracer le rectangle $ABCD$ de centre O .

- ① $AB = 6$ cm et $BD = 8$ cm.
- ② $BD = 10$ cm et $\widehat{BOC} = 50^\circ$.
- ③ $AO = 3$ cm et $\widehat{AOB} = 110^\circ$.
- ④ $\widehat{ABD} = 30^\circ$ et $AB = 7$ cm.

16 1° Tracer un triangle ABC , rectangle en B , puis construire, avec une équerre, le point D de façon que $ABCD$ soit un rectangle.

2° Recommencer en remplaçant l'équerre par une règle graduée.

17 Tracer une droite d , puis marquer un point I qui n'est pas sur d et situé à moins de 3 cm de d . Construire un rectangle $ABCD$, de centre I , de façon que les sommets A et B soient sur la droite d et que ses diagonales mesurent 8 cm.

Carré

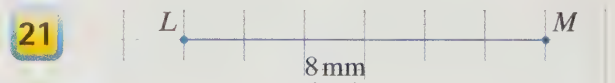
18 Mêmes consignes qu'à l'exercice 6 en remplaçant *losange* par *carré*.

19 Voir l'exercice résolu 4 de la page 233.

1° Construire, à l'aide d'une règle graduée et d'un compas, un carré dont les diagonales mesurent 9 cm.

2° À l'aide d'une équerre, tracer les deux autres axes de symétrie de ce carré.

20 Tracer deux droites d et d' perpendiculaires. Placer un point A sur la droite d , puis construire les points B , C et D de façon que $ABCD$ soit un carré d'axes de symétrie d et d' .



1° Placer les points L et M sur du papier-cahier, puis construire un carré tel que :

- a) L et M soient deux sommets consécutifs;
- b) L et M soient deux sommets opposés.

2° En prenant un carreau comme unité d'aire, indiquer les aires de ces deux carrés.

22 Marquer un point I . Construire un carré de centre I et dont les côtés mesurent 6 cm. (Penser aux médiatrices des côtés.)

23 1° Expliquer pourquoi l'angle ci-contre mesure 45° .

2° Sur du papier-cahier, tracer, en utilisant seulement une règle, un angle de :

- a) 45° ; b) 135° ; c) 225° ; d) 315° .



24 1° Tracer un losange $ABCD$, de centre I , et tel que $AC = 4$ cm et $BD = 6$ cm.

2° Tracer le cercle de centre I et passant par A : il coupe la droite (BD) en M et N .

3° Préciser la nature du quadrilatère $AMCN$ en justifiant la réponse.

25 Tracer une droite Δ et marquer un point A n'appartenant pas à Δ . Construire trois carrés dont A est un sommet et Δ un axe de symétrie.

26 Je suis un triangle EFG isocèle en E .
Mon périmètre est égal à 13,5 cm et mon côté $[FG]$ mesure 3 cm de moins que mon côté $[EF]$.
Combien mes côtés $[EF]$ et $[EG]$ mesurent-ils ?

Indication :

$$\text{---} + \text{---} + \text{---} = \text{---} \text{ cm.}$$

27 1° Je suis un rectangle de périmètre 32 cm.
Ma longueur est le triple de ma largeur.
Quelles sont mes dimensions ?

2° Quel est le périmètre d'un carré d'aire 49 cm² ?

Pour les exercices 28 à 40, utiliser un logiciel de construction géométrique.

28 1° Tracer un segment $[EF]$, puis construire les lignes sur lesquelles doit se trouver un point M de façon que le triangle MEF soit isocèle :

a) en E ; b) en M ; c) en F .

2° Que peut-on dire des points d'intersection de ces trois lignes ?

29 Créer deux points A et B .

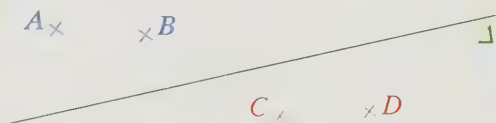
Où placer un point M de façon que le triangle ABM reste isocèle en M lorsqu'on déplace n'importe lequel des points A , B ou M ?

30 Soit une droite d .

Construire quatre points A , B , C et D tels que :

- tout point de la droite d soit le sommet d'un triangle isocèle de base $[AB]$;
- aucun point de la droite d ne soit le sommet d'un triangle isocèle de base $[CD]$.

31



1° Créer la figure ci-dessus.

2° Construire un point M appartenant à la droite d de façon que le triangle ABM soit rectangle en B .
Y a-t-il toujours une solution ? (On pourra déplacer les points A et B .)

3° Construire un point N appartenant à la droite d de façon que le triangle CDN soit isocèle en N .
Y a-t-il toujours une solution ? (Déplacer C et D .)

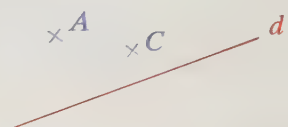
32 Soit un cercle de centre O et un point M à l'intérieur de ce cercle.

Construire deux points A et B du cercle tels que M soit le milieu du segment $[AB]$.

33 Créer deux points E et G . Construire quatre losanges ayant pour diagonale le segment $[EG]$.

À quelle droite les sommets autres que E et G appartiennent-ils ?

34 a) Créer la figure ci-contre, puis terminer la construction du losange $ABCD$, sachant que le point B est sur la droite d .



b) Que se passerait-il si les droites d et (AC) étaient perpendiculaires ? (Deux cas sont à envisager.)

35 Tracer un segment $[MN]$.

Construire la ligne sur laquelle se trouve, à coup sûr, le centre d'un rectangle $MNPQ$.

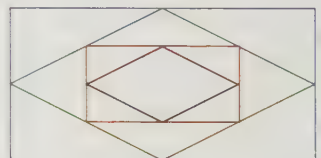
36 1° Soit une droite Δ et deux points I et R tels que $I \in \Delta$ et $R \notin \Delta$.

Construire un rectangle ayant R pour sommet, I pour centre et la droite Δ pour axe de symétrie.

2° Tracer les bissectrices des quatre angles du rectangle.

La figure a-t-elle un axe ou plusieurs axes de symétrie ? Si oui, tracer l'axe (ou les axes).

37 Réaliser, en plus grand, la figure ci-contre :



38 Tracer un cercle de centre I .

Construire un carré $RSTU$ inscrit dans ce cercle (c'est-à-dire ayant ses sommets sur le cercle).

39 Construire un triangle rectangle isocèle, puis :

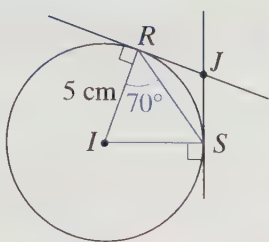
- a) un carré dont ce triangle est « la moitié » ;
- b) un carré dont ce triangle est « le quart ».

40 Tracer un carré C_1 . Construire un carré C_2 d'aire double de celle de C_1 .

41 Apprendre à prouver

1° Tracer la figure codée ci-contre en vraie grandeur.

2° Recopier et compléter le raisonnement suivant :



R et S sont deux ... du ... de centre I , donc $IR = IS$ et le triangle IRS est ... en I .

Or, les ... à la base d'un triangle ... sont égaux.

Par conséquent : $\widehat{IRS} = \widehat{ISR} = 70^\circ$.

D'autre part $\widehat{JRS} = \widehat{JRI} - \widehat{IRS} = 90^\circ - 70^\circ = 20^\circ$

et $\widehat{JSR} = \widehat{JSI} - \widehat{ISR} = \dots^\circ - \dots^\circ = \dots^\circ$.

Donc $\widehat{JRS} = \widehat{JSR}$, et le triangle JRS , qui a deux ... égaux, est ... en J .

42 À faire après l'exercice 41.

1° a) Tracer un triangle ABC tel que :

$$BC = 6 \text{ cm}, \widehat{ABC} = \widehat{ACB} = 70^\circ.$$

b) Préciser la nature de ce triangle. Justifier.

2° a) Tracer les bissectrices des angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{ACB}$: elles se coupent en I .

b) Calculer la mesure des angles $\widehat{IBC}$ et $\widehat{ICB}$.

En déduire la nature du triangle IBC .

3° a) À la règle seule, tracer l'axe de symétrie de la figure.

b) Marquer les milieux respectifs M et N des côtés $[AB]$ et $[AC]$. Comparer les longueurs BN et CM .

43 Justifications

1° Tracer un cercle de centre I . Marquer un point A sur le cercle. Tracer la médiatrice du segment $[AI]$: elle coupe le cercle en R et S .

2° a) Justifier l'égalité $IR = IS$.

b) Indiquer, en justifiant les réponses, la nature des triangles RAI et ASI , et celle du quadrilatère $RASI$.

44 Utiliser la bonne propriété

1° Tracer un segment $[AB]$ mesurant 8 cm. Placer son milieu I .

Placer deux points D et E tels que : $DE = 6 \text{ cm}$, $(DE) \perp (AB)$ et I est le milieu du segment $[DE]$.

2° Relire les propriétés des losanges, et d'eux seuls, de la page 231. Quelle est celle qui permet de justifier que le quadrilatère $AEBD$ est un losange ?

45 Retrouver le bon raisonnement

1° Tracer un cercle de centre O , puis tracer deux diamètres $[AB]$ et $[CD]$.

2° Parmi les raisonnements suivants, un seul est acceptable. Lequel ? Justifier.

① $ADBC$ est un rectangle parce qu'il a quatre angles droits.

② $ADBC$ est un rectangle parce que ses diagonales ont le même milieu.

③ O est le milieu de $[AB]$ et de $[CD]$, et $AB = CD$, donc $ADBC$ est un rectangle.

3° Quel mot ajouter à la consigne du 1° pour être sûr d'obtenir un carré $ADBC$?

46 Les mots pour le dire

1° Comment compléter la phrase suivante pour qu'elle soit parfaitement vraie ?

Pour construire les axes de symétrie d'un rectangle, on construit les médiatrices de deux côtés ...

2° a) Compléter les phrases suivantes avec le mot *dont* ou le mot *donc*.

Illustrer chaque situation par un dessin à main levée :

• Je viens de tracer un quadrilatère $EFGH$... les diagonales sont perpendiculaires et ont le même milieu, ... $EFGH$ est un losange.

• Je viens de tracer un losange $ABCD$... les diagonales ont la même longueur.

b) Préciser la nature du quadrilatère $ABCD$.

47 Poser des questions

1° Recopier en le complétant, le début d'énoncé suivant :

Marquer deux ... T et U distants de 8 cm, puis tracer les cercles de ... T et U et de ... 5 cm : ces deux ... se coupent en M et N .

2° Poser au moins deux questions auxquelles on répondra en justifiant les réponses.

Pour débattre en classe

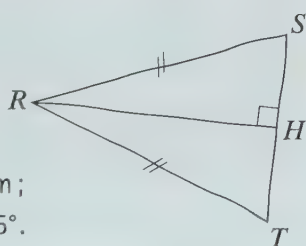
48 Répondre par Vrai ou Faux à chacune des affirmations suivantes et justifier la réponse.

- a** Si un point U est sur la médiatrice d'un segment $[EF]$, alors le triangle UEF est isocèle en E .
- b** Certains triangles rectangles ont un axe de symétrie.
- c** Certains triangles ont deux axes de symétrie et deux seulement.
- d** Si un quadrilatère a deux axes de symétrie perpendiculaires, c'est forcément un losange.
- e** On peut tracer un cercle passant par les quatre sommets de n'importe quel rectangle.
- f** Si un quadrilatère a quatre côtés de la même longueur, il a forcément quatre axes de symétrie.
- g** Tous les rectangles et tous les losanges ont le même nombre d'axes de symétrie.
- h** Si les diagonales d'un quadrilatère ont la même longueur, ce quadrilatère est un rectangle.
- i** Les diagonales d'un losange et celles d'un rectangle sont les bissectrices des angles de ce losange et de ce rectangle.
- j** Deux losanges qui ont des diagonales de même longueur sont superposables et deux rectangles qui ont des diagonales de même longueur sont superposables.
- k** Si un rectangle est un losange, son nombre d'axes de symétrie est 4.

Pour s'évaluer à la maison

- 49** 1° Placer deux points M et N . Tracer une droite $\mathcal{D}$ passant par M et ne passant pas par N .
2° Construire un point O de la droite $\mathcal{D}$ tel que le triangle MNO soit isocèle. (*Envisager trois cas : le sommet principal est M , ou N , ou O .*)

- 50** Dans chaque cas, construire le triangle RST en vraie grandeur :
- a) $RH = 6$ cm et $ST = 8$ cm ;
 - b) $RH = 8$ cm et $\widehat{SRH} = 35^\circ$.



- 51** On avait dessiné un carré qui a été, en partie, brûlé.
Calquer ce qu'il en reste, puis, sans terminer le carré :
- a) construire ses axes de symétrie ;
 - b) indiquer, à peu près, la mesure de la longueur d'une diagonale.



- 52** a) Tracer deux cercles $\mathcal{C}$ et $\mathcal{C}'$ de même centre O et de rayons respectifs 4 cm et 6 cm. Tracer un diamètre $[AB]$ du cercle $\mathcal{C}$ et un diamètre $[CD]$ de $\mathcal{C}'$, perpendiculaire à $[AB]$.
b) Préciser, en justifiant, la nature du quadrilatère $ACBD$.
c) Calculer l'aire du triangle AOC , puis celle de $ACBD$.

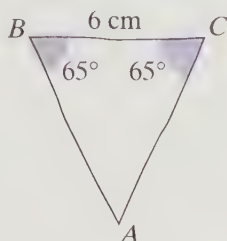
- 53** 1° Tracer un rectangle $ABCD$ tel que :
 $AB = 5$ cm et $AC = 7$ cm.
2° À l'aide d'une règle et d'une équerre :
a) construire, sur la droite (AB) , le point I tel que le triangle AIC soit isocèle en I ;
b) construire, sur la droite (CD) , le point J , centre du cercle passant par les points B et D .

- 54** 1° Construire un losange dont les diagonales mesurent 5 cm. Préciser un peu plus la nature de ce losange.
2° Construire un carré en utilisant uniquement une règle non graduée et un compas.
3° Marquer deux points M et I , puis construire le carré de centre I et dont M est un sommet.

À propos de triangles isocèles et de losanges

- 55** Tracer une droite $\mathcal{D}$.
 Construire un triangle RST , isocèle en R , d'axe de symétrie $\mathcal{D}$, tel que $RS = 6$ cm et $ST = 4$ cm.
Conseil : Faire un dessin à main levée. Pour obtenir le triangle, tracer d'abord la base $[ST]$.

- 56** 1° Tracer le triangle ci-contre en vraie grandeur.
 2° Citer la propriété qui permet d'affirmer que le triangle ABC est isocèle.



- 57** a) Tracer un cercle de centre O et de rayon 3 cm ainsi qu'une corde $[AB]$ mesurant 4 cm.
 b) Quelle est la nature du triangle AOB ?
 c) Avec une équerre, placer le milieu I du segment $[AB]$.

- 58** Construire un losange dont un côté mesure 6 cm et une diagonale 8 cm.

- 59** 1° a) Tracer un cercle de centre I et de rayon 3 cm. Tracer un diamètre $[AB]$.
 b) Tracer un autre cercle de centre I et de rayon 4,5 cm. Tracer un diamètre $[CD]$ de ce cercle, perpendiculaire à (AB) .
 2° a) Préciser la nature du quadrilatère $ACBD$.
 b) Calculer l'aire de AIC , puis celle de $ACBD$.

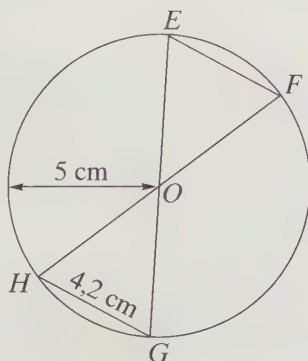
- 60** Tracer deux droites d et d' perpendiculaires. Construire trois losanges, non superposables, de périmètre 24 cm et ayant pour axes de symétrie les droites d et d' .

À propos de rectangles et de carrés

- 61** Placer un point R , puis tracer une droite d ne passant pas par R . Tracer un rectangle $RSTU$ ayant la droite d pour axe de symétrie.

- 62** 1° a) Tracer un segment $[AB]$, puis sa médiatrice Δ . Placer un point O sur Δ .
 b) Est-il vrai que le cercle de centre O et passant par A passe aussi par B ? Expliquer.
 2° À la règle et au compas, construire les points C et D de façon que $ABCD$ soit un rectangle de centre O .

- 63** 1° Tracer en vraie grandeur la figure ci-contre en commençant par le cercle.
 2° a) Citer le nom de deux triangles isocèles.
 b) Tracer les segments $[EH]$ et $[FG]$. Préciser la nature du quadrilatère $EFGH$ en citant la propriété utilisée.



- 64** a) Construire un rectangle dont les diagonales mesurent 8 cm et font entre elles un angle de 50° .
 b) Construire un rectangle dont un côté mesure 5 cm et une diagonale 7 cm.

- 65** 1° Tracer :
 a) un carré $ABCD$ de 20 cm de périmètre ;
 b) la bissectrice de l'angle $\widehat{BCD}$.
 Pourquoi peut-on affirmer que cette bissectrice passe par le point A ?
 2° Tracer les autres axes de symétrie du carré.

- 66** 1° Tracer un carré $ABCD$, de centre I , dont les diagonales $[AC]$ et $[BD]$ mesurent 10 cm.
 2° Calculer l'aire du triangle ABI .
 3° Dédire du 2° que l'aire du carré est égale à 50 cm^2 .

- 67** Placer deux points A et Z .
 Construire trois carrés ayant pour sommets les deux points A et Z .



Triangle isocèle

68 1° Marquer trois points E , F et G non alignés. Construire, avec une règle et un compas, le point I tel que les triangles IEF et IFG soient isocèles en I .

2° Tracer le cercle de centre I et passant par E . Faire une conjecture, puis la prouver.

3° À l'équerre, placer le milieu du segment $[EG]$.

69 Placer un point A , puis tracer une droite Δ passant par A . Construire deux points B et C vérifiant les conditions suivantes :

- $\triangle ABC$ est isocèle ;
- Δ est son axe de symétrie ;
- $\widehat{BAC} = 70^\circ$;
- $AB = 6$ cm.

70 1° Tracer deux droites d_1 et d_2 sécantes en A . Placer un point M n'appartenant ni à d_1 ni à d_2 . Construire les symétriques :

- N de M par rapport à la droite d_1 ;
- P de N par rapport à la droite d_2 .

2° a) Recopier, compléter et justifier :

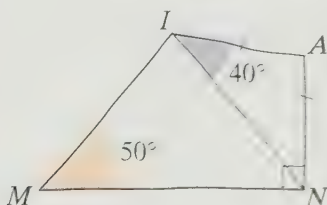
Le ... de centre A et passant par M passe aussi par ... et ...

Les ... M et P sont ... par rapport à une ... d_3 .

b) Tracer la droite d_3 à l'aide d'une équerre.

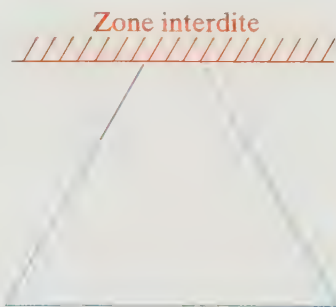
71 Prouver que :

a) $\widehat{ANI} = 40^\circ$; b) $\widehat{INM} = 50^\circ$; c) $IM = IN$.



72 Zone interdite

Calquer le morceau de triangle équilatéral ci-contre, puis, sans effectuer de tracé dans la zone interdite, construire ses trois bissectrices, à l'aide d'une règle et d'un compas.



Losange, rectangle et carré

73 Construction

Tracer un angle $\widehat{yOz}$ mesurant 80° .

Construire le losange $OELM$ sachant que $OL = 8$ cm et que E et M appartiennent respectivement aux demi-droites $[Oy)$ et $[Oz)$.

74 Quelle tache !

Un élève venait de dessiner un losange lorsque son stylo a fui :



Calquer le dessin, y compris la tache, puis :

a) retrouver, à la règle et au compas, les axes de symétrie du losange ;

b) indiquer, approximativement, la mesure de la longueur de ses diagonales.

75 Comment construire un ... ?

1° Tracer une droite Δ . Marquer deux points A et B tels que $A \in \Delta$ et $B \notin \Delta$.

Construire :

- le symétrique M de B par rapport à la droite Δ ;
- le symétrique N de A par rapport à la droite (BM) .

2° Préciser la nature du quadrilatère $AMNB$.

76 1° Tracer un rectangle $EFGH$, puis construire, à l'aide d'une règle et d'un compas, deux points I et J de façon que :

$I \in (EF)$ et $HIGJ$ soit un losange.

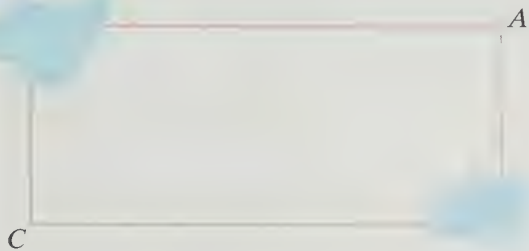
2° Que peut-on dire des droites (IJ) et (EF) ? et des droites (IJ) et (HE) ?

Justifier la réponse.

77 Deux rectangles

Tracer deux rectangles non superposables ayant les mêmes axes de symétrie et dont les diagonales mesurent 10 cm.

78 On a dessiné un rectangle $ABCD$ qui a été taché.



Calquer le dessin (y compris la tache), puis :

- indiquer, approximativement, la mesure de la longueur BD ;
- marquer, avec une règle graduée, le centre I du rectangle ;
- tracer, avec une équerre seulement, ses axes de symétrie ;
- tracer la partie visible de la diagonale $[BD]$.

79 Du rectangle au...

1° a) Tracer un rectangle $ABCD$, puis marquer les milieux respectifs I, J, K et L des côtés $[AB], [BC], [CD]$ et $[AD]$.

b) Prouver que $IJ = IL$, puis préciser la nature du quadrilatère $IJKL$.

2° Prouver, sans aucun calcul, que l'aire du quadrilatère $IJKL$ est la ... de celle du rectangle $ABCD$.

80 Du rectangle au...

1° Tracer un triangle ABC . Soit I le milieu de $[BC]$, D et E les symétriques respectifs de C et B par rapport à la droite (AI) .

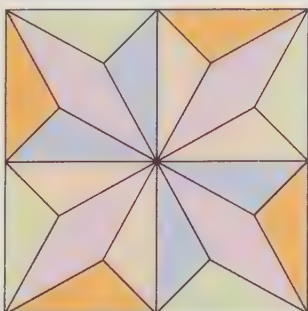
2° a) Quel est le symétrique du segment $[BC]$?

b) Préciser, en justifiant, la nature de $BDCE$.

c) Comment choisir le triangle de départ ABC pour que $BDCE$ soit un carré ?

81 1° Construire la figure ci-contre à l'échelle 2 (c'est-à-dire en doublant les dimensions).

2° Facultatif : Réaliser une frise à partir de ce motif.



82 1° a) Tracer un carré $ABCD$ d'aire 36 cm^2 . (Facile ! Il suffit de connaître les tables de multiplication.)

b) Marquer les milieux respectifs I et J des côtés $[AD]$ et $[CD]$.

c) La figure a-t-elle un axe de symétrie ? Si oui, tracer cet axe.

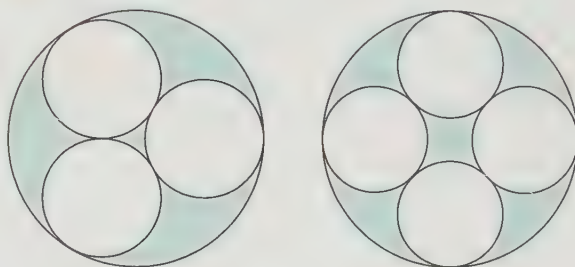
2° a) Sans aucun calcul, prouver que l'aire du quadrilatère $BIDJ$ est égale à la moitié de l'aire du carré $ABCD$.

b) Calculer l'aire du triangle BIJ .

Problèmes

83 Jeu de construction

Construire en plus grand les figures ci-dessous.



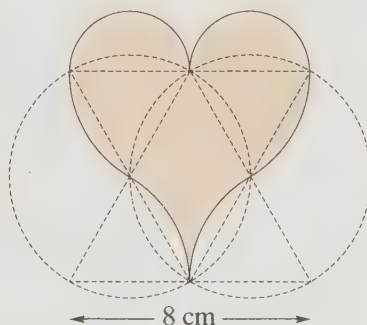
84 Périmètre et aire

Un triangle équilatéral, un carré et un rectangle ont le même périmètre : $12,6 \text{ m}$. La longueur du rectangle dépasse sa largeur de 2 m .

Calculer la longueur du côté du triangle équilatéral et l'aire du carré et du rectangle.

85 Histoire de cœur !

Réaliser la figure ci-contre en vraie grandeur.



• • • • •

Figures géométriques et poésie

• • • • •

Les mathématiques n’inspirent pas forcément tous les élèves, mais elles ont donné l’occasion à certains poètes de s’exprimer. Quelques poèmes du poète français Eugène Guillevic (1907-1997) lui ont été suggéré par des figures géométriques. En voici trois présentant des figures qui vous sont maintenant familières.

Losange



Un carré fatigué
Qui s’est laissé tirer

Par ses deux angles préférés,
Lourds de secrets.

Losange maintenant,
Il n’en finira plus
De comparer ses angles.

— S’il allait regretter
L’ancienne préférence ?

Triangle isocèle



J’ai réussi à mettre
Un peu d’ordre en moi-même.

J’ai tendance à me plaire.

Triangle équilatéral



Je suis allé trop loin
Avec mon souci d’ordre.

Rien ne peut plus venir.

Un peu d’étymologie

Isocèle est un mot d’origine grecque. *Iso* signifie « égal » en grec et *skelos* se traduit par « jambe ». Un triangle isocèle a donc « deux jambes » d’égale longueur !
Équilatéral est quant à lui d’origine latine. *Equi* veut dire « égal », tandis que *latéral* vient de *lateris*, « côté ».
Un triangle équilatéral a bien trois côtés égaux.

À vous de jouer !

Essayez de mieux comprendre ces poèmes.

- ◆ Pourquoi le losange est-il « un carré fatigué qui s’est laissé tirer » ?
- ◆ Pourquoi le triangle isocèle met-il « un peu d’ordre » en lui-même ?
- ◆ Pourquoi le triangle équilatéral est-il « allé trop loin » avec son souci d’ordre ?
- ◆ Choisissez une autre figure géométrique et essayez d’écrire un poème de quelques lignes mettant en évidence ses particularités.



L’ENIGME DU CHAPITRE



Tracer un segment, puis marquer son milieu en utilisant *seulement* une équerre et une règle (non graduée évidemment).
(Coup de pouce : ne pas oublier que les diagonales d’un rectangle se coupent en leur milieu !)

CHAPITRE 16

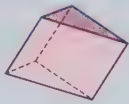
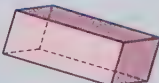
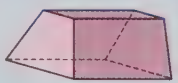
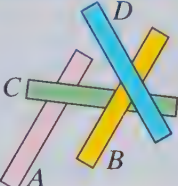
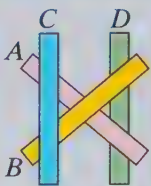
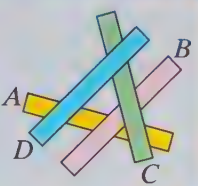
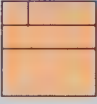
Dans l'espace

De l'école au collège

QCM

Pour chaque question, indiquer la réponse exacte (ou les réponses exactes).

R É P O N S E S

		A	B	C
1	Dans un cube, il y a :	6 sommets	8 sommets	12 sommets
2	Dans un cube, il y a :	6 faces	8 faces	12 faces
3	Dans un cube, il y a :	6 arêtes	8 arêtes	12 arêtes
4	Dans quel(s) cas a-t-on représenté un pavé ?			
5	Dans quel(s) cas a-t-on placé les planchettes dans l'ordre A - B - C - D ?			
6	Que voit le personnage placé ci-dessous ? 			

De quoi s'agit-il ?

Comment fabriquer un parallélépipède rectangle ? Comment représenter un parallélépipède rectangle ?

1 C'est du solide

1° Citer des objets de la vie courante ayant la forme évoquée par chacun des dessins ci-contre.

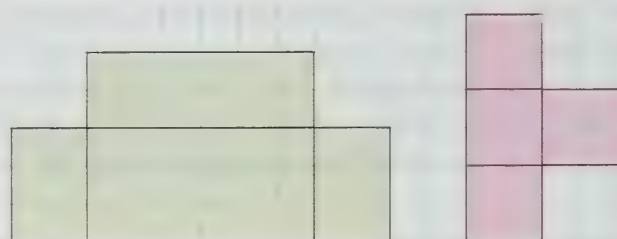
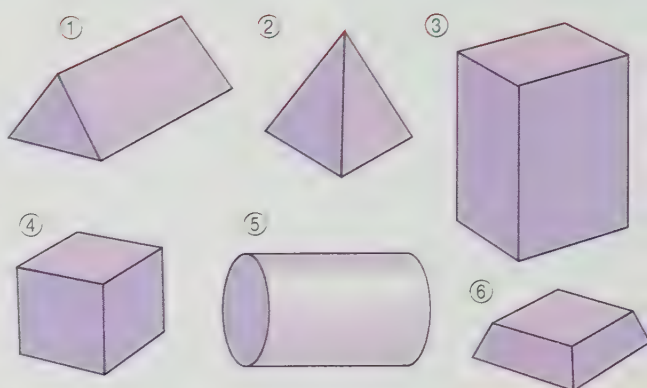
2° Donner la carte d'identité des solides ③ et ④ en indiquant la nature des faces et le nombre :

- a) de sommets ;
- b) de faces ;
- c) d'arêtes.

3° On a commencé à dessiner ci-contre les patrons de solides semblables aux solides ③ et ④.

a) Sur du papier quadrillé, reproduire chacun de ces dessins en triplant les dimensions, puis terminer les patrons.

b) Découper les patrons, puis fabriquer les deux solides.



2 La représentation va commencer

1° a) Avec des pailles et de la pâte adhésive, fabriquer un squelette de pavé droit $ABCDEFGH$ (fig. ①).

b) Calculer, le plus rapidement possible, la longueur de paille utilisée.

2° Sur du papier quadrillé, reproduire le dessin ②. Le compléter pour obtenir la représentation en perspective cavalière du parallélépipède rectangle $ABCDEFGH$ (①).

Coup de pouce : $DCGH$ doit être un rectangle.

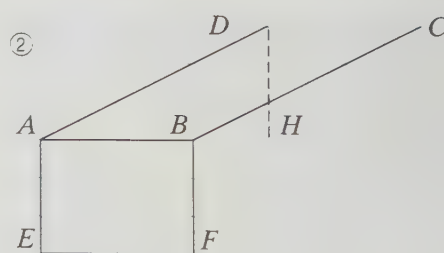
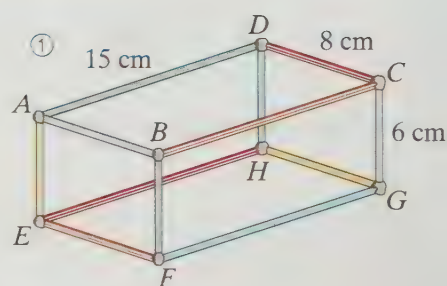
3° a) Que peut-on dire des arêtes $[AB]$ et $[AD]$ du squelette ① ?

b) Peut-on dire la même chose des segments $[AB]$ et $[AD]$ du dessin ② en perspective ?

4° Mêmes questions qu'au 3° avec $[AD]$ et $[BC]$.

5° Citer :

- a) deux couples de faces parallèles ;
- b) deux couples de faces perpendiculaires.



Qu'est-ce que le volume d'un solide ?

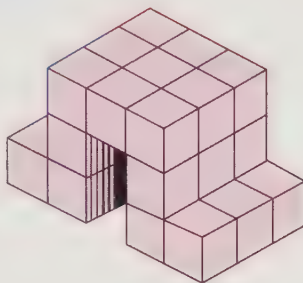
Comment déterminer le volume d'un pavé droit ?

3 Histoire de cubes

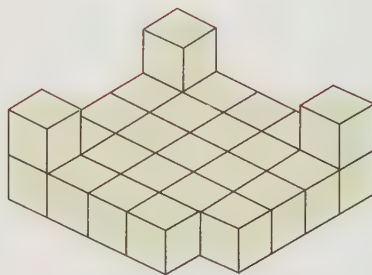
1° Les deux objets ci-contre, composés de cubes identiques :

a) ont-ils été réalisés avec le même nombre de cubes ?

b) ont-ils le même volume ?



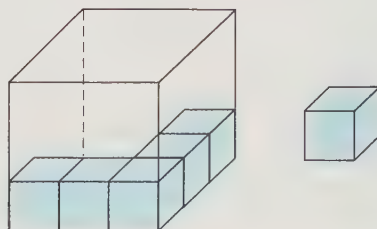
le tunnel



le château-fort

2° a) Combien faut-il de petits cubes bleus pour remplir le grand cube ci-contre ?

b) Combien faut-il de cubes de 1 cm d'arête pour remplir une boîte cubique de 1 dm d'arête ?



3° Recopier et compléter :

- Le volume d'un ... de 1 cm d'... est égal à un ... cube (noté 1 cm^3).
- Le volume d'un cube de 1 dm d'arête est égal à un ... cube (noté 1 dm^3 ou 1 L).
- $1 \text{ dm}^3 = \dots \text{ cm}^3 = \dots \text{ L}$
- $1 \text{ cm}^3 = \dots \text{ dm}^3 = \dots \text{ L}$

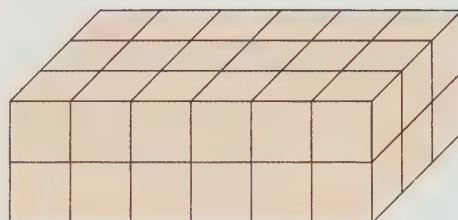
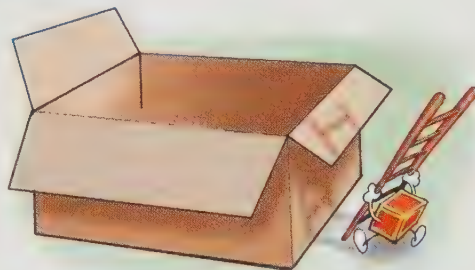
4 Des cubes, encore et toujours

1° Une boîte de Kub est un cube de 20 cm d'arête. Combien peut-on ranger de boîtes de Kub dans le carton de droite (dimensions : 80 cm, 60 cm, 40 cm) ?

2° En empilant des cubes, on a obtenu le pavé droit représenté sur le quadrillage de droite.

a) Sur du papier quadrillé, dessiner, en perspective cavalière, deux autres pavés droits ayant le même volume et des formes différentes.

b) Combien faut-il de cubes de 1 cm d'arête pour remplir une boîte parallélépipédique de 6 cm de longueur, 3 cm de largeur et 2 cm de hauteur ?



Des boîtes de Kub.

1 Pavé droit : description et fabrication

Définition

Un pavé droit, appelé aussi **parallélépipède rectangle**, est un solide de l'espace qui a six faces rectangulaires.

Un **cube** est un pavé droit particulier dont les six faces sont des carrés.

Exemple

• Le rectangle $EFGH$ est une face du pavé droit $ABCDEFGH$.

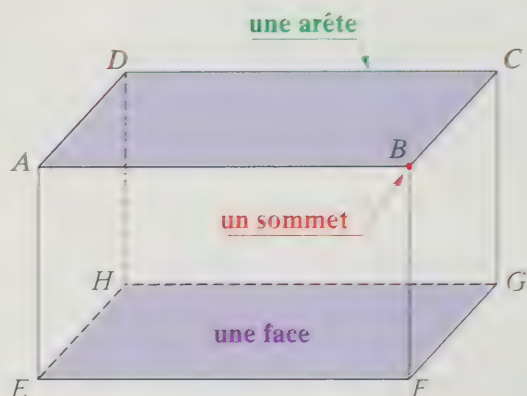
• Les points $A, B, C, D, E, \dots$ sont les sommets du pavé droit.

Un pavé droit a 8 sommets.

• Les segments $[AB], [BC], [CD], \dots$ sont les arêtes du pavé droit.

Un pavé droit a 12 arêtes.

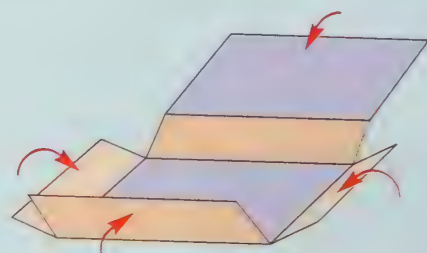
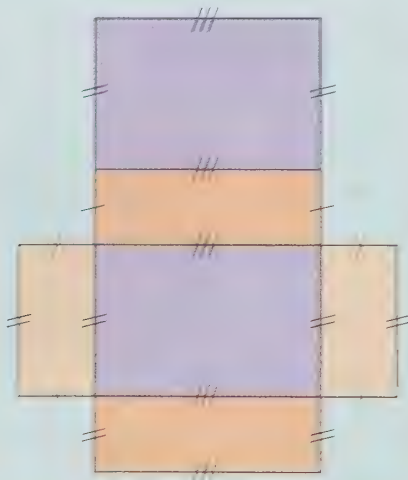
• Deux faces opposées sont parallèles.



Exercice résolu 1

Énoncé : Tracer un patron d'un pavé droit de dimensions 3 cm, 2 cm et 1 cm.

Solution :



Un patron de pavé droit permet, après pliage, de fabriquer ce pavé.

Méthode

Pour obtenir un patron de pavé droit, on trace une figure constituée de trois paires de rectangles : les côtés de ces rectangles qui coïncident après pliage ont la même longueur.

Application → exercice n° 3

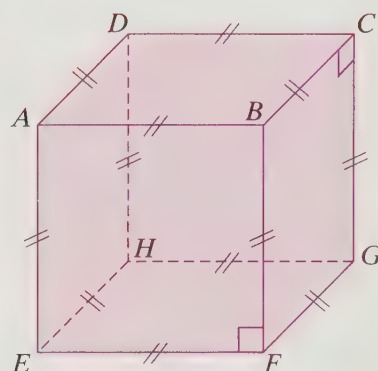
2 Pavé droit : représentation en perspective cavalière

Règle

Le dessin ci-contre représente un cube $ABCDEFGH$ en perspective cavalière. La règle appliquée est la suivante :

On représente, sur le dessin, par deux segments parallèles, deux arêtes du cube qui sont parallèles dans la réalité.

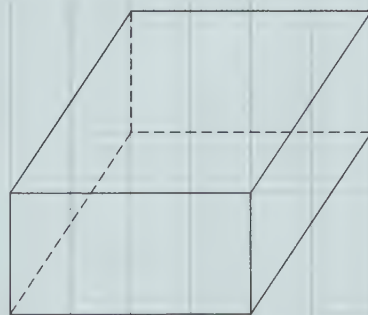
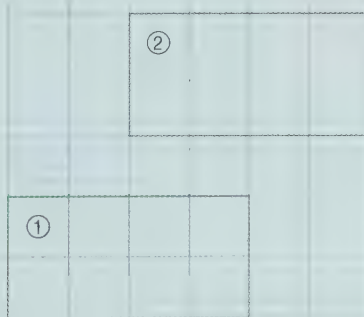
- Dans la réalité, les arêtes $[AD]$ et $[DC]$ du cube ont la même longueur, mais pas sur le dessin.
- Dans la réalité, l'angle $\widehat{BCG}$ du cube est droit, mais il ne l'est pas sur le dessin.
- Les arêtes cachées (qu'on ne peut pas voir dans la réalité) sont dessinées en pointillés.



Exercice résolu 2

Énoncé : Sur du papier-cahier, représenter un pavé droit en perspective cavalière.

Solution :



On trace deux rectangles ① et ② superposables en utilisant les lignes du quadrillage.

On joint les sommets correspondants des rectangles ① et ② en mettant en pointillés les arêtes cachées.

Méthode

Le plus souvent, on représente, par deux rectangles superposables, la face avant et la face arrière, qu'on imagine verticales.

Les autres faces, qui sont aussi rectangulaires dans la réalité, sont représentées par des parallélogrammes (c'est-à-dire des quadrilatères dont les côtés opposés sont parallèles).

Application → exercice n° 5

3 Unités de volume

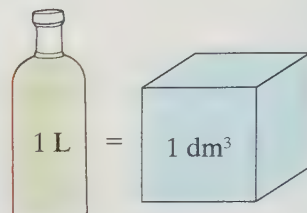
L'unité légale de volume est le mètre cube (ou m^3) : c'est le volume d'un cube de 1 m d'arête.

→ On utilise aussi les multiples (km^3 , hm^3 , dam^3) et les sous-multiples (dm^3 , cm^3 , mm^3) du mètre cube (voir également les pages 11 et 266).

→ On utilise aussi le litre (L) :

- et ses multiples (hL, daL) ;
- et ses sous-multiples (dL, cL, mL).

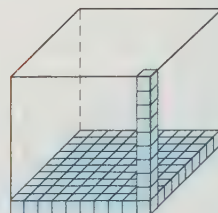
- $1 L = 1 dm^3$
- $1 dL = \frac{1}{10} L = 0,1 L$
- $1 cL = \frac{1}{100} L = 0,01 L$



- $1 dm^3 = 1000 cm^3$ (et non $10 cm^3$!)
- $1 cm^3 = 0,001 dm^3$

Dans $1 dm^3$, il y a :

10 couches de 10×10 cubes de 1 cm d'arête ;
soit 10 couches de 100 cubes de 1 cm d'arête ;
soit 1 000 cubes de 1 cm d'arête.



Exercice résolu 3

Énoncé : Compléter : • $4,6 dm^3 = \dots cm^3$; • $130 cm^3 = \dots dm^3$.

Convertir en dm^3 et en cm^3 : 5 L ; 0,75 L ; 1,3 dL. Convertir 5 600 cm^3 en L.

Solution : On lit sur le tableau* :

- $4,6 dm^3 = 4\,600 cm^3$
- $130 cm^3 = 0,13 dm^3$
- $5 L = 5 dm^3 = 5\,000 cm^3$
- $0,75 L = 0,75 dm^3 = 750 cm^3$
- $1,3 dL = 0,13 L = 0,13 dm^3 = 130 cm^3$
- $5\,600 cm^3 = 5,6 dm^3 = 5,6 L$

dm^3			cm^3		
hL	daL	L	dL	cL	mL
		4	6	0	0
		0	1	3	0
		5	0	0	0
		0	7	5	0
		0	1	3	0
		5	6	0	0

Méthode

Pour changer d'unité de volume, on s'aidera d'un tableau (ou on en imaginera un) sans oublier de prévoir 3 chiffres par unité (pour les dm^3 , cm^3 ,...).

Attention ! La mesure du volume d'un solide s'exprime par un nombre qui dépend de l'unité choisie.

Application → exercice n° 9

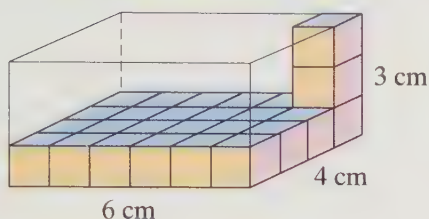
* Voir la page 11.

4 Volume d'un parallélépipède rectangle

Exemple Pour calculer le volume d'un cube de dimensions 6 cm, 3 cm et 4 cm :

- on choisit comme unité un cube de 1 cm d'arête ;
- on dénombre les cubes-unité contenus dans le parallélépipède.

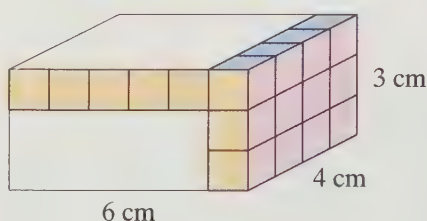
Méthode 1



On dénombre :

- 1 couche de 6×4 , soit 24 cubes-unité ;
- 3 couches de 24, soit 72 cubes-unité.

Méthode 2



On dénombre :

- 1 couche de 3×4 , soit 12 cubes-unité ;
- 6 couches de 12, soit 72 cubes-unité.

Dans les deux cas : $V = 72 \text{ cm}^3$.

Exercice résolu 4

Énoncé : Calculer le volume V d'un pavé droit de dimensions 3 cm, 2 cm et 1,5 cm.

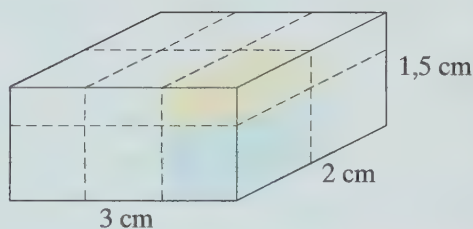
Solution :

On dénombre :

- 3×2 , soit 6 cubes-unité (en bleu) ;
- 3×2 , soit 6 demi-cubes-unité (en vert), ce qui correspond à 3 cubes-unité.

D'où : $V = 9 \text{ cm}^3$.

(Plus simplement : $V = 3 \times 2 \times 1,5 = 9 \text{ cm}^3$.)

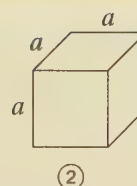
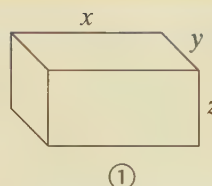


Méthode

Pour calculer le volume d'un parallélépipède rectangle (①), ou celui d'un cube (②), on multiplie les trois dimensions du solide exprimées dans la même unité :

① $V = x \times y \times z$;

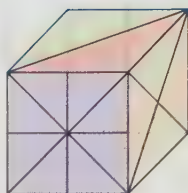
② $V = a \times a \times a = a^3$ (se lit « a au cube »)



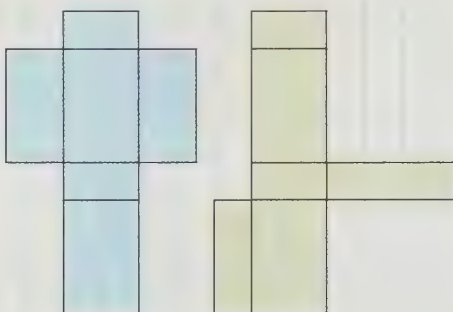
Application → exercice n° 12

Patrons

1 Réaliser un patron du cube ci-contre, sachant que deux faces opposées sont identiques. (Arête : 5 cm.)



2 Dans chaque cas, refaire la figure, puis la corriger le plus simplement possible de façon à obtenir un patron de pavé droit.



3 Voir l'exercice résolu 1 de la page 246.

1° Dessiner deux patrons différents d'un même pavé droit de dimensions 3 cm, 4 cm et 5 cm.

2° Sur chaque patron, indiquer d'une même couleur, et sans aucun pliage :

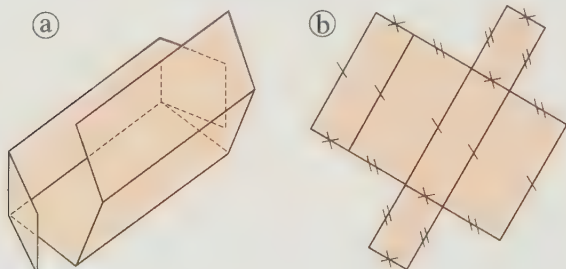
- a) les points qui coïncideront en un même sommet quand on fabriquera le pavé ;
- b) les côtés qui coïncideront en une même arête ;
- c) les faces opposées.

3° Découper les patrons et vérifier en pliant.

4 Ça va pas, patron !

On a découpé, selon certaines arêtes, un pavé droit (a). Le patron (b) proposé ne correspond pas à ce découpage.

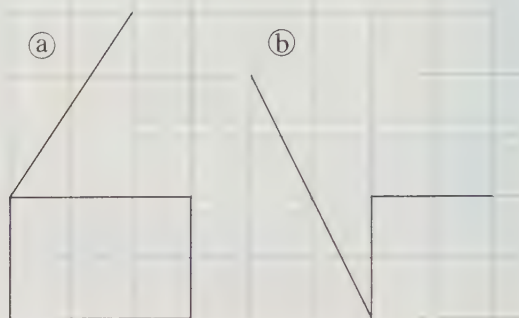
Refaire correctement le patron et colorier d'une même couleur les faces opposées.



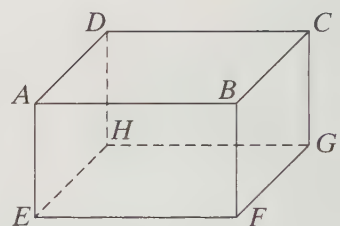
Représentation

5 Voir l'exercice résolu 2 de la page 247.

Reproduire chaque dessin sur du papier-cahier. Le compléter ensuite de façon à obtenir la représentation, en perspective cavalière, d'un pavé droit.



6 On considère le pavé droit ABCDEFGH représenté ci-contre.



1° a) Citer toutes les arêtes parallèles :

- à l'arête [AD] ;
- à l'arête [DH] ;
- à la face ADHE ;
- à la face ABCD.

b) Citer toutes les arêtes perpendiculaires :

- à l'arête [HG] ;
- à l'arête [BC] ;
- à la face DCGH ;
- à la face BCGF.

2° Citer deux faces parallèles, puis deux faces perpendiculaires.

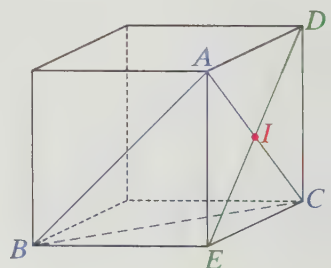
7 1° Dessiner un patron du cube représenté ci-contre, sachant que $BE = 4$ cm.

2° a) Faire figurer sur le patron les segments [AB], [BC] et [AC].

b) Lucie pense que, dans la réalité, le triangle ABC est équilatéral. Pour Romain, ce triangle est rectangle. Qui a raison ?

3° Recopier, compléter et justifier :

- AC ... DE
- [AC] ... [DE]
- I est le ... des segments [AC] et [DE].



Volumes : unités, calculs

8 Associer chaque objet à son volume.

un verre	•	55 mL
une piscine	•	24 m ³
une cuillère à soupe	•	60 cL
une chambre	•	5 000 hL
un vase	•	3 cm ³

9 Voir l'exercice résolu 3 de la page 248.

Recopier et compléter :

a) 53 m³ = ... dm³ = ... cm³

b) 4,6 m³ = ... dm³ = ... cm³

c) ... m³ = 750 dm³ = ... cm³

d) ... m³ = ... 60 dm³ = ... cm³.

10 1° Convertir en décimètres cube :

30 dL

8,5 hL

600 cL

80 mL

2° Convertir en litres, puis en décilitres :

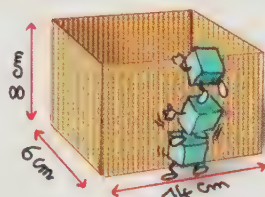
0,45 m³

2,4 m³

3 000 cm³

450 cm³

11 Combien faut-il de cubes de 1 cm d'arête pour remplir la boîte parallélépipédique ci-contre ?



12 Voir l'exercice résolu 4 de la page 249.

Voici les dimensions de trois pavés droits :

- 2 cm, 4 cm et 3,5 cm ;
- 2,5 cm, 4 cm et 25 mm ;
- 3 cm, 3 cm et 3 cm.

1° Ranger leurs volumes par ordre décroissant.

2° Ranger leurs aires totales par ordre croissant.

13 Vu dans un dépliant publicitaire

Aquarium 1 mètre « Frikies »

Contenance 120 litres, dim. 100 × 30 × 40 cm.

1° Quelle est la signification des informations de la seconde ligne ?

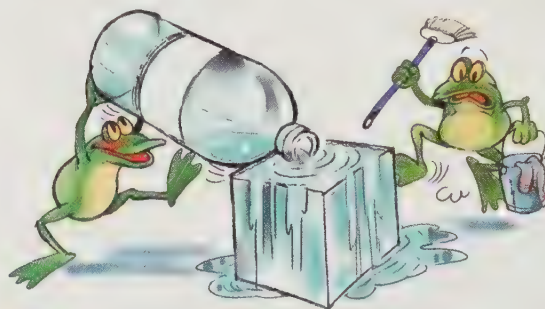
2° Vérifier que le volume indiqué est exact.

14 Combien de fois doit-on verser le contenu d'une pipette de 20 mL pour remplir un flacon d'un quart de litre ?

15 D'accord ou pas ?

a) Un cube d'arête 10 cm a pour volume 1L.

b) Dans la situation ci-dessous, l'eau va déborder (la bouteille a une contenance de $\frac{3}{4}$ L et le cube a une arête de 9 cm).



16 On veut remplir de terreau trois jardinières de dimensions intérieures 20 cm, 20 cm et 60 cm. Aura-t-on assez d'un sac de 20 litres de terreau pour remplir ces trois bacs à fleurs ?

17 1° Indiquer les dimensions de trois pavés droits, de formes différentes, et ayant tous un volume de 24 cm³.

2° Ranger leurs aires totales par ordre croissant.

18 Un cubitainer de vin est un cube de 30 cm d'arête. Il est rempli aux trois-quarts. Combien de litres de vin contient-il ?

19 Un pavé en pierre est un cube de 15 cm d'arête. Quelle est la masse de ce pavé sachant que 1 dm³ de pierre pèse 2,3 kg ?

20 Une bassine parallélépipédique a pour base un carré de 4 dm de côté. Pour la remplir, il faut cinq seaux de huit litres chacun.

1° Calculer l'aire de la base de la bassine.

2° a) Calculer, en décimètres cube, le volume de la bassine.

b) Calculer sa hauteur.

21

Devinette

Je suis un cube, et le périmètre d'une de mes faces est 20 cm.
Quelle est mon aire totale ?

22

Je suis un pavé droit de dimensions :
21 mm, 30 mm et 49 mm.

Calculer la somme des longueurs de mes arêtes.

23

La somme des longueurs de toutes les arêtes d'un cube est égale à 240 cm.
Combien une arête mesure-t-elle ?

24

Dans chaque colonne, retrouver la case correspondant au récipient le plus grand.

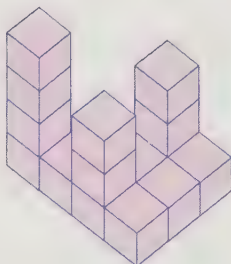
Seau de :	10 L	20 L	30 L	40 L
Cube d'arête :	1 dm	2 dm	3 dm	4 dm

25

Le débit moyen de la Seine est de 400 m³ par seconde.
Quel est le débit moyen de ce fleuve en hectolitres par minute ?

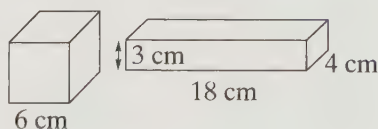
26

Chaque petit cube a 2 cm d'arête.
Quel est, au minimum, le volume (en cm³) du solide ci-contre ?



27

Le cube et le parallélépipède rectangle ont-ils le même volume ?



28

On remplit d'eau une boîte en fer de dimensions 8 cm, 9 cm et 10 cm. On verse cette eau dans une autre boîte de dimensions 24 cm, 10 cm et 3 cm. L'eau va-t-elle déborder ?

29

ÈVE : « Mon vase cubique a 10 cm d'arête. »
PAUL : « L'arête du mien mesure 20 cm. Il contient donc deux fois plus d'eau que le tien. »
Paul a-t-il raison ?

30

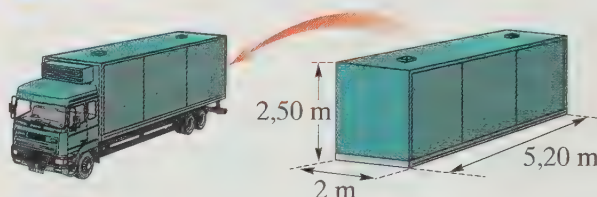
En mars 1956, il est tombé, en une journée, 1,87 m d'eau par mètre carré à Cilaos (La Réunion). En imaginant qu'une pluie équivalente à celle-ci tombe chaque jour, quel volume d'eau (en hL) tomberait sur l'île de la Réunion en une année ?
Superficie de l'île de la Réunion : 2 510 km².

31

La population actuelle de la France est d'environ 60 000 000 d'habitants. Pourrait-on faire tenir toutes ces personnes dans dix cubes de 100 m d'arête ?
Répondre d'abord spontanément, puis en estimant qu'en moyenne chaque personne occupe le volume d'un pavé de dimensions 1,80 m, 48 cm et 19 cm.

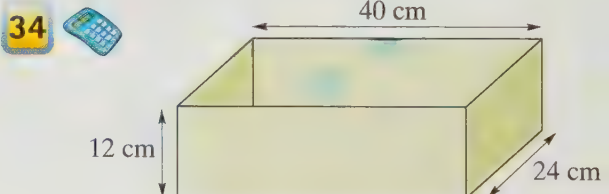
32

Calculer le volume du conteneur.



33

On dépose une couche de 8 cm de gravier dans une cour rectangulaire de 29 m de longueur et 24 m de largeur.
1° Quel est le volume de gravier nécessaire ?
2° Combien faudra-t-il charger de camions pouvant transporter chacun 11 m³ de gravier ?



1° On veut peindre intérieurement et extérieurement la boîte en fer ci-dessus. Aura-t-on assez d'un pot de peinture de 300 mL qui permet de recouvrir un demi mètre carré ?

(On ne tiendra pas compte de l'épaisseur, négligeable, du fer.)

2° Quel est, en litres, le volume de la boîte ?

35

On veut passer deux couches de peinture sur toutes les faces d'un cube de 90 cm de côté. Sachant qu'avec un pot, on peut couvrir 5 m² au maximum, combien de pots faudra-t-il acheter ?

36 Savoir lire des informations

Le tableau suivant est extrait d'un ancien calendrier de La Poste. Il concerne les dimensions (en centimètres) des envois sous forme de colis.

dimensions minimales	dimensions maximales
une face au moins est égale à 14×9	$L + \ell + H = 100$ $L \text{ maximale} = 60$

1° Que signifient les adjectifs *maximal* et *minimal*? Que désignent les lettres L , ℓ et H ?

2° Parmi les paquets suivants, quels sont ceux qu'on peut expédier par la poste? Justifier la réponse.

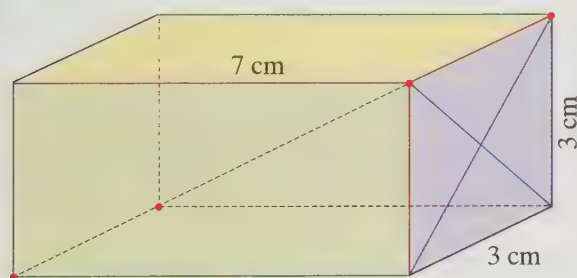
Paquets	Dimensions
n° 1	57 cm – 12 cm – 35 cm
n° 2	19 cm – 9 cm – 71 cm
n° 3	33 cm – 25 mm – 12 cm
n° 4	15 cm – 55 cm – 40 mm

3° Un paquet mesure 26 cm de long et 18 cm de large. Que calcule-t-on lorsqu'on effectue :

$$100 \text{ cm} - (26 \text{ cm} + 18 \text{ cm}) = 56 \text{ cm}?$$

37 Savoir « lire » un dessin en perspective

Voici le dessin suivant d'un pavé droit.



Recopier chaque phrase en la complétant avec l'une des trois expressions suivantes :

• dans la réalité uniquement • sur le dessin uniquement • dans la réalité et sur le dessin.

- ..., les points rouges sont alignés.
- ..., les segments rouges sont perpendiculaires et ont la même longueur.
- ... les segments verts sont parallèles.
- ... les deux segments violets se coupent.
- ... les segments bleus ont la même longueur, sont perpendiculaires et ont le même milieu.
- ... la face jaune est un parallélogramme.
- ... la face verte est un rectangle.
- ... la face mauve est un losange.

38 Compléter un énoncé

Recopier l'énoncé suivant en le complétant avec les nombres ci-dessous, puis résoudre le problème :

Une piscine a ... m de longueur, ... m de largeur et ... m de hauteur. L'eau arrive à ... mm du bord. Quelle est la quantité d'eau, en hL, contenue dans la piscine?

6

200

15

2,2

39 Que calcule-t-on?

Une salle de séjour a pour dimensions :

$$L = 9 \text{ m}; \ell = 4 \text{ m}; h = 2,5 \text{ m}.$$

1° Que calcule-t-on lorsqu'on effectue :

$$\times = 9 \times 4?$$

$$\checkmark = [(9 + 4) \times 2] \times 2,5?$$

$$+ = (\times \times 2) + \checkmark?$$

$$\blacklozenge = 2,5 \times 9 \times 4?$$

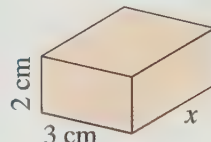
$$\blacktriangledown = 4 \times (2,5 + 9 + 4)?$$

2° Effectuer les calculs correspondants, en précisant les unités.

40 Cherchez l'erreur

1° Un seul des quatre raisonnements proposés correspond à l'énoncé : lequel?

Trouver x de façon que le pavé droit ci-contre ait le même volume qu'un cube de 12 cm d'arête.



- $3 \times 12 = (2 \times 3) \times x$
- $[(2 + 3) \times 2] \times x = 12 \times 12 \times 12$
- $x \times (2 \times 3) = 12 \times 12 \times 12$
- $2 + 3 + x = 12 + 12 + 12$

2° Terminer le calcul.

41 1° Quel est, en

mètres cube par minute, le débit de cet aérateur?

Aérateur pour W.C.
Débit : 90 m³ par heure

2° a) Pour résoudre le problème suivant, il manque une donnée : laquelle?

Combien de minutes faudra-t-il pour renouveler l'air d'un W.C. de 2,50 m de long et 1,5 m de large?

b) Choisir la donnée manquante, raisonnablement, puis résoudre le problème.

Pour débattre en classe

42

Répondre par Vrai ou Faux à chacune des affirmations suivantes et justifier la réponse.

- a) La figure ci-contre est un patron de pavé droit.



- e) L'illustration ci-contre est en perspective cavalière.



- b) Un parallélépipède rectangle ayant huit arêtes de même longueur est forcément un cube.

- c) Avec six cartes à jouer, on peut fabriquer un pavé droit ayant ces cartes pour faces.

- d) On peut dessiner un patron de pavé droit dont une face est un carré de 5 cm de côté et une autre face est un rectangle de 6 cm de longueur et 4 cm de largeur.

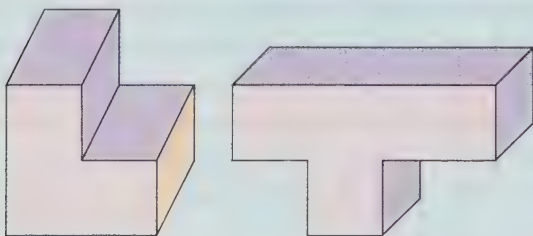
- f) 10 mètres cubes, c'est le volume d'un cube de 10 m d'arête.

- g) Le centième d'un mètre cube, c'est un centimètre cube.

- h) Une boîte parallélépipédique de dimensions 10 cm, 12 cm et 8 cm peut contenir un litre d'eau.

Pour s'évaluer à la maison

- 43 1° Dans chaque cas, indiquer le nombre de faces, d'arêtes et de sommets du solide proposé. (« Derrière, c'est comme devant. »)



- 2° Représenter le solide de gauche en perspective cavalière, la face jaune étant vue de face.

- 44 Retrouver les cases qui vont ensemble :

a)

4 hL	400 cm ²	40 daL
4 dm ²	400 dm ³	0,40 m ²

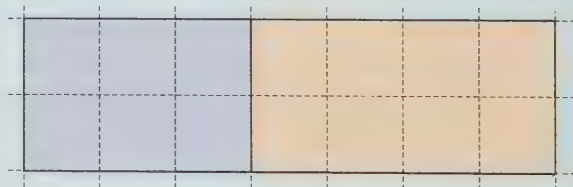
b)

40 cm ³	400 cm ²	0,4 L
40 cL	4 000 mm ³	40 mL

- 45 Pour fabriquer un squelette de parallélépipède rectangle (voir la page 244), on a utilisé 50 cm de baguette de bois.

- a) Représenter un patron de ce parallélépipède, sachant qu'une face a pour dimensions 6 cm et 3 cm.
b) Calculer le volume du parallélépipède, puis son aire totale.

- 46 Calculer l'aire totale et le volume d'un pavé dont une partie du patron est représentée ci-dessous.



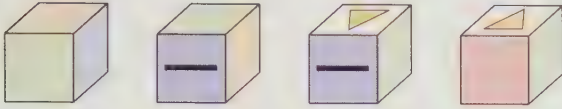
- 47 Calculer la hauteur d'un pavé droit de 9 cm de longueur, 4 cm de largeur, et qui a le même volume qu'un cube de 6 cm d'arête.

À propos de solides

48



1° Deviner quel cube admet le patron ci-dessus.

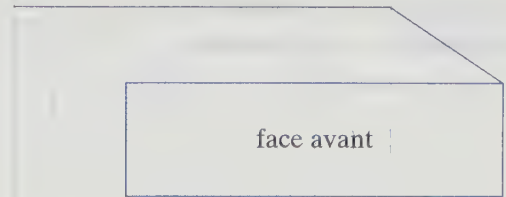


2° Refaire le patron, le découper, puis vérifier.

49

Sur du papier quadrillé, reproduire le dessin ci-dessous.

Le terminer pour obtenir la représentation, en perspective cavalière, d'un parallélépipède rectangle.



À propos de grandeurs

50

1° Dessiner un patron d'un pavé droit de dimensions 4 cm, 5 cm et 6 cm.

2° a) Que calcule-t-on lorsqu'on effectue :

$$A = 4 \times 5? \quad B = 4 \times 6? \quad C = 5 \times 6?$$

$$D = (A \times 2) + (B \times 2) + (C \times 2)?$$

b) Effectuer les calculs correspondants, en précisant les unités.

c) Recopier et compléter.

L'aire totale d'un parallélépipède ... est égale à l'aire de n'importe lequel de ses patrons : c'est la ... des aires de toutes les ...

51

m^3 dm^3 cm^3 dm^3 mm^3 L

Dans chaque cas, indiquer quelle est l'unité la plus appropriée pour le volume :

- a) d'une salle de cours ; b) d'un dé à jouer ;
c) d'une bouteille de gaz ; d) d'une perle.

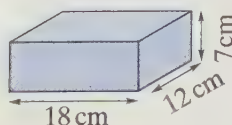
52

Convertir en dm^3 :

- 4 m^3 • 3,5 m^3 • 0,70 m^3 • 450 cm^3
• 150 L • 0,85 hL • 680 cL • 1900 mL

53

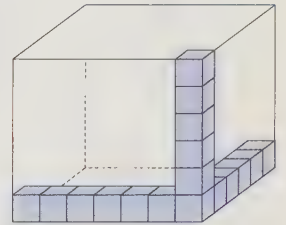
Calculer le volume du pavé droit représenté ci-contre :



54

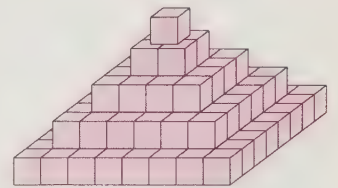
La boîte ci-contre peut être entièrement remplie de petits cubes bleus. Sachant que l'arête de chaque petit cube mesure 15 mm, calculer :

- a) les dimensions de la boîte ;
b) son volume.



55

Le solide ci-contre est régulier. Calculer son volume sachant que l'arête de chaque petit cube mesure 5 cm.

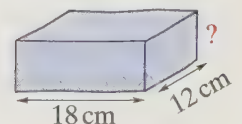


56

Dans un jardin, on creuse un trou à base carrée de 4 m de côté et de 50 cm de profondeur. Calculer le volume de terre enlevée.

57

Le volume du pavé droit ci-contre est égal à 1296 cm^3 . Calculer la dimension manquante.



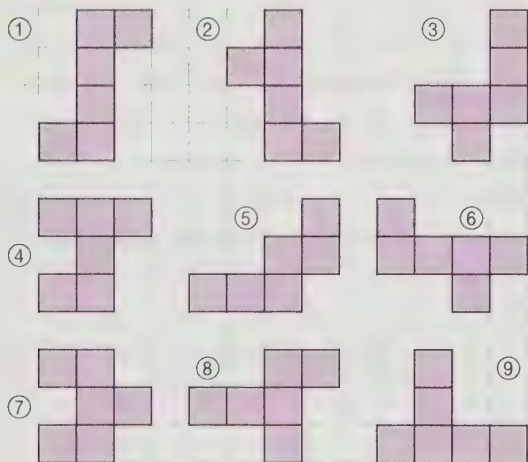
Fabriquer, représenter

- 58** Trois paquets ont les mêmes dimensions :
 $L = 28 \text{ cm}$, $\ell = 17 \text{ cm}$, $h = 15 \text{ cm}$.



Quelle longueur de ruban utilise-t-on pour chaque paquet, sachant qu'il faut en compter 40 cm pour le nœud ?

- 59** 1° Retrouver, ci-dessous, les patrons d'un cube.



2° a) Reproduire sur un quadrillage les patrons faux, puis les corriger le plus simplement possible.

b) Dans chaque cas, surligner d'une même couleur les arêtes qui coïncideront lors de l'assemblage.

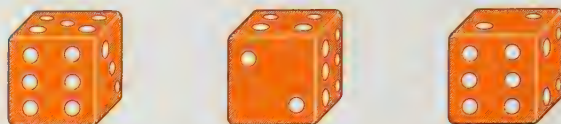
3° *Facultatif* :

Réaliser sept autres patrons différents d'un cube.

- 60** Reproduire, sur un quadrillage, le dessin ci-contre, puis le compléter pour obtenir un patron de pavé droit. (Colorier d'une même couleur deux faces opposées.)



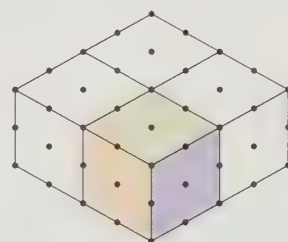
- 61** 1° Sachant que les trois dés suivants sont identiques, dessiner deux patrons différents d'un de ces dés.



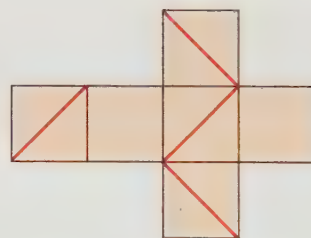
2° Faire une remarque concernant la somme des points figurant sur deux faces opposées.

- 62** 1° Reproduire le dessin ci-dessous sur papier pointé en ajoutant un cube sur la face verte.

2° Même consigne en enlevant le cube colorié.



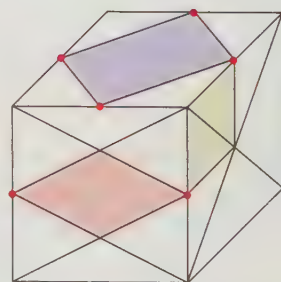
- 63** a) Dessiner un cube en perspective cavalière.
b) Sur ce dessin, tracer les segments correspondant à ceux tracés en rouge sur le patron ci-dessous.



- 64** Le dessin ci-contre représente un cube en perspective cavalière. (Les points rouges sont les milieux des arêtes.)

1° Quelle est, dans la réalité, la nature des quadrilatères coloriés ? et sur le dessin ?

2° Faire un patron de ce cube sachant que son arête mesure 5 cm et que deux faces opposées sont identiques.



Volume

65 Dans chaque ligne, retrouver l'intrus.

$1/10 \text{ m}^3$	$100\,000 \text{ cm}^3$	10 dm^3	100 dm^3
60 mL	6 cL	0,06 L	60 cm^3
$1/4 \text{ L}$	250 cm^3	1,4 L	25 cL

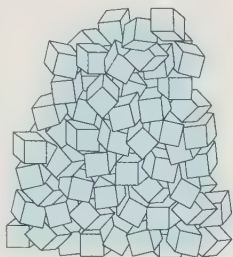
66 Lorsque Pauline se plonge entièrement dans sa baignoire parallélépipédique, l'eau monte de 9 cm. Quel est, en litres, le volume de Pauline ?

Au fait, le fond de la baignoire mesure 110 cm de long sur 40 cm de large.

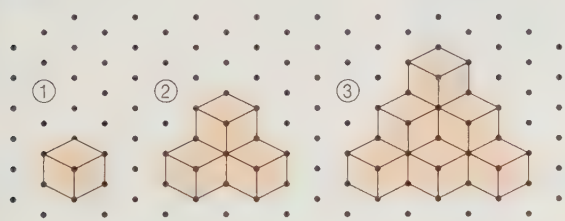
67 On dispose de 140 petits cubes de 3 cm d'arête. Quel est le volume :

a) du plus grand cube qu'on peut fabriquer avec ces petits cubes ?

b) des cubes inutilisés ?



68 On fabrique une série d'empilements de cubes (collés entre eux) de 1 cm d'arête, dont voici les trois premiers :



1° Sur du papier pointé à réseau triangulaire, dessiner en perspective cavalière l'empilement ④ qui succède au ③.

2° Indiquer, en centimètres cube, le volume des empilements ②, ③ et ④.

3° Quelle masse de colle a-t-on utilisée, pour l'empilement ③ sachant qu'on met 4 mg de colle sur deux faces qui se touchent ?

69 Calculer le volume d'un pavé droit à base carrée de 8 cm de côté et dont la somme des longueurs des arêtes est égale à 1,20 m.

Problèmes

70 Ça va chauffer !

Le fioul alimentant le chauffage central d'une maison est stocké dans une cuve parallélépipédique de 2,5 m de longueur, 2 m de largeur et 1 m de hauteur.

1° Quelle est, en litres, la contenance de cette cuve ?

2° Sachant que la consommation journalière moyenne de fioul est de 30 litres, combien de jours de chauffage cette réserve permet-elle d'assurer ?

71 Piscine

Calculer la profondeur d'une piscine parallélépipédique de 15 m de longueur et 6 m de largeur sachant que, pour la remplir, il faut maintenir ouvert, pendant douze heures, un robinet débitant 250 litres par minute.

72 Vu dans un vieux livre

Pendant une nuit, il est tombé dans la cour de l'école 50 cm de neige. Cette cour a 20 m de longueur et 12 m de largeur.

Calculer :

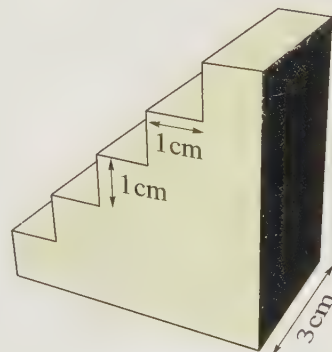
a) le volume de neige tombée ;

b) la masse de neige sachant qu'un mètre cube de neige pèse 95 kg ;

c) la quantité d'eau produite par la fonte de cette neige sachant qu'un mètre cube de neige donne 60 litres d'eau.

73 L'escalier

Calculer le volume de l'escalier.



74 Trois aires pour un volume

Trois faces d'un pavé droit ont pour aires :

- 24 cm^2
- 20 cm^2
- 30 cm^2 .

Calculer le volume de ce pavé.

• • • • •

Des solides sous toutes leurs faces

• • • • •

Quelques polyèdres

Sous ce nom barbare, se cachent des solides qui vous sont familiers : le cube et le parallélepède rectangle, entre autres.

Le mot *polyèdre*, apparu en 1690, est d'origine grecque.

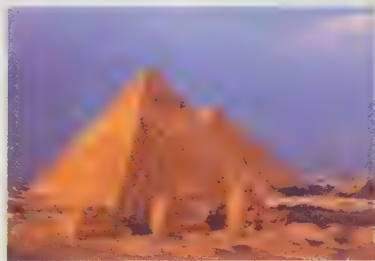
Le préfixe *poly* signifie « nombreux », et *edros* « base ».

Un polyèdre est donc un solide ayant de nombreuses faces (bases). Le plus connu est le cube : il a 6 faces carrées identiques (on l'appelle aussi pour cela hexaèdre, du grec *hexa*, « six »).

Puisque les faces du cube sont identiques, on dit que c'est un polyèdre *régulier*. Le polyèdre régulier possédant le moins de faces est le tétraèdre : il comporte 4 faces, qui sont quatre triangles équilatéraux identiques (le préfixe *tétra* signifie « quatre » en grec).

Un polyèdre à 8 faces est un octaèdre, avec 12 faces on parle de dodécaèdre et avec 20 faces cela devient un icosaèdre !

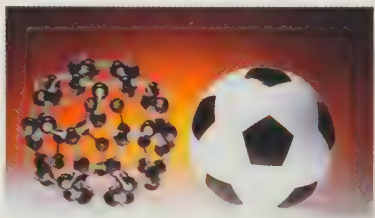
Mais attention, tous les polyèdres ne sont pas réguliers. Les pyramides d'Égypte, par exemple, sont



des polyèdres à quatre faces triangulaires et à base quadrangulaire (quatre angles).

Ces formes solides se retrouvent dans la nature. Certains composés chimiques ont la forme de tétraèdres, d'autres de cubes.

Des chercheurs russes ont même imaginé certains composés chimiques qu'ils nomment *footballènes*, car ces espèces de polyèdres ont tellement de faces qu'ils ressemblent à un ballon de football !



À vous de jouer !

♦ Dans une feuille de papier, découper une bande de 3 cm sur 25 cm.

Combien a-t-elle de faces ?

Deux, bien sûr ! Pour passer de l'une à l'autre avec votre doigt, en le maintenant toujours au contact du papier, vous êtes obligé de « passer par la tranche » de la feuille.

Torsadez la bande de papier d'un demi-tour et collez les deux extrémités entre elles. Vous obtenez un ruban comme ci-dessous (appelé ruban de Möbius).



Votre doigt peut maintenant faire tout le tour du ruban sans « passer par la tranche » !

Combien de faces a-t-il donc ?

Surprenant, non !

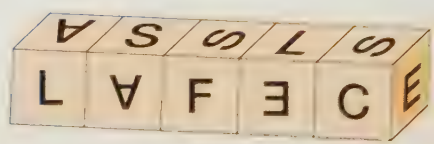


L'ENIGME DU CHAPITRE

Tous les cubes assemblés ci-contre sont identiques.

Que peut-on lire de l'autre côté ?

Conseil : fabriquer un des cubes.



BILAN 6

En cas de difficultés, se reporter aux aides de la page 263.

1 Figures symétriques

1° a) Construire un triangle isocèle ABC de base $[BC]$.

b) Soit O le milieu de $[BC]$. Sur la droite (BC) , placer les points E et F de façon que B soit le milieu de $[EO]$ et C le milieu de $[OF]$.

2° Que représente :

a) la droite (AO) pour le segment $[BC]$? Justifier ;

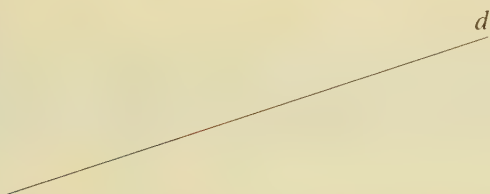
b) le point O pour le segment $[EF]$?

c) la droite (AO) pour le segment $[EF]$?

3° Pourquoi peut-on affirmer que $AE = AF$?

2 1° Calquer la figure suivante :

R
x



2° Placer deux points U et E sur la droite d pour que le triangle RUE soit isocèle, de sommet principal R .

3° Marquer un point M pour que le triangle REM soit isocèle en E avec la droite d pour axe de symétrie.

4° Vrai ou faux ?

Tous les élèves de la classe vont obtenir la même figure.

3 1° Tracer un cercle $\mathcal{C}$ de centre A et de rayon 4 cm. Marquer un point B tel que $AB = 3$ cm. Construire la médiatrice Δ du segment $[AB]$. Elle coupe le cercle $\mathcal{C}$ en E et F .

2° Quelle est la nature du triangle AEF ?

3° a) Quelle est la nature du quadrilatère $AEBF$? Justifier.

b) Calculer son périmètre.

c) Après avoir fait une mesure, calculer approximativement son aire.

4 Tracer la médiatrice d d'un segment $[MN]$. Marquer un point O sur la droite d . Construire un rectangle $MNPQ$ de centre O .

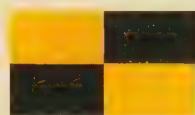
5 1° Construire un losange $ABCD$ sachant que $AB = 5$ cm et $\widehat{ABC} = 40^\circ$.

2° A-t-on suffisamment de renseignements pour calculer son aire ? son périmètre ?

Si oui, les calculer.

6 Les pavillons maritimes

Chaque pavillon désigne une lettre de l'alphabet ou une expression.



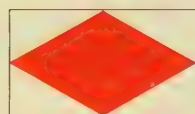
L

« Stoppez votre navire »



M

« Mon navire est stoppé »



F

« Je suis désespéré »



O

« Un homme à la mer »

1° Indiquer le nombre d'axes de symétrie de chacun des pavillons ci-dessus.

2° Pour les pavillons ayant un ou des axes de symétrie, préciser par une phrase quels sont ces axes en employant les mots *médiatrice* et/ou *diagonale*.

7 De symétriques en symétriques

1° Construire un triangle ABC rectangle en A et tel que $AB = 3,5$ cm, $\widehat{ABC} = 60^\circ$ et $BC = 7$ cm.

2° a) Construire le point C' de manière à ce que la droite (AB) soit la médiatrice du segment $[CC']$.

b) Quelle est la nature du triangle $C'BC$? Justifier.

c) Quelle est la mesure, en degrés, de l'angle $\widehat{ABC'}$?

3° a) Construire le triangle BCA' symétrique du triangle ABC , par rapport à la droite (BC) .

b) Prouver que les points C' , B et A' sont alignés.

c) Quelle est la nature du triangle $C'A'C$?

d) Comparer les longueurs CA' et CC' .

4° a) Construire le triangle $C'A'E$, symétrique du triangle $CA'C$ par rapport à la droite (CA') .

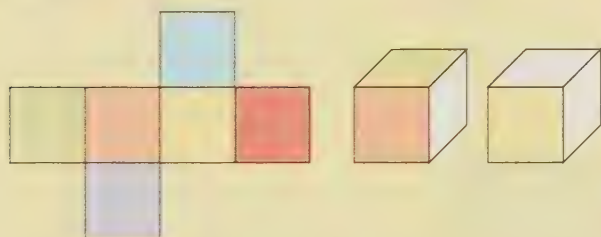
b) Quelle est la nature du triangle CEC' ?

BILAN 6

8 Sur papier quadrillé, reproduire deux fois la figure ci-dessous. Trouver deux façons différentes de terminer le dessin afin d'obtenir, chaque fois, une représentation en perspective cavalière d'un pavé droit.



9 Voici un patron de cube et deux représentations incomplètes de ce cube, en perspective cavalière :



1° À l'aide du patron, citer les couleurs qui sont sur des faces opposées.

2° a) Sur du papier-cahier (carreaux de 8 mm de côté), reproduire les deux représentations du cube en perspective cavalière.

Prendre pour arête 3,2 cm.

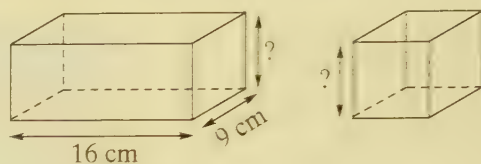
b) Sur chacune de ces représentations, compléter le coloriage en utilisant chaque couleur une seule fois.

3° Calculer le volume du cube d'arête 3,2 cm.

10 On place deux cubes l'un contre l'autre pour obtenir un pavé droit. Le périmètre d'une face d'un cube est 56 cm. Calculer la longueur totale des arêtes du pavé droit.



11 La longueur totale des arêtes du cube est 156 cm ; celle du pavé droit également. Quel est le solide le plus haut ?



12 Des cubes et encore des cubes
Pour construire un cube de 12 cm d'arête, combien faut-il de cubes :

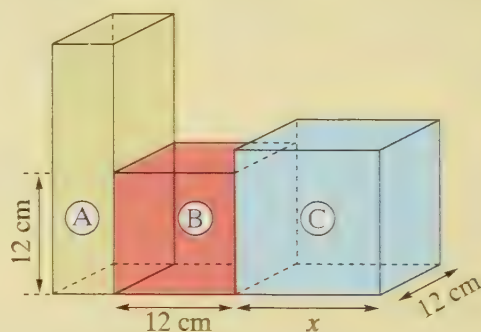
- a) d'arête 1 cm ? b) d'arête 2 cm ?
c) d'arête 4 cm ? d) d'arête 6 cm ?

13 Remplir le tableau suivant qui concerne deux cubes :

aire d'une face	aire totale	longueur totale des arêtes	volume
16 cm ²	... cm ²	... cm	... cm ³
... cm ²	... cm ²	18 dm	... dm ³

14 1° L'aire d'une base du pavé droit (C) est 1,8 dm². La longueur x est-elle égale à :

- 18 cm ? • 15 cm ? • 14 cm ?



2° La hauteur du pavé (C) est 17 cm. Le plus grand nombre de cubes de 4 cm d'arête qu'on peut mettre, sans les couper, dans ce pavé est-il de :

- 48 ? • 47 ? • 36 ?

3° Le pavé droit (A), complètement rempli, contient 64 cubes de 3 cm d'arête. L'aire d'une base est 72 cm². Quelle est la mesure de la hauteur de ce pavé droit :

- 21 cm ? • 24 cm ? • 27 cm ?

BILAN 6

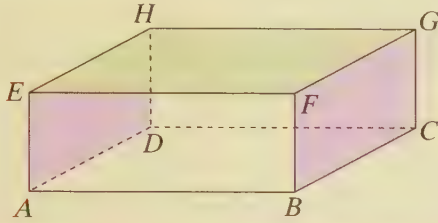
À retenir

• Deux faces opposées d'un pavé droit n'ont aucun point en commun. On dit que **ces faces sont parallèles**.

Exemple : les faces $ADHE$ et $BCGF$.

• Deux faces d'un pavé droit qui ont une arête commune **sont perpendiculaires**.

Exemple : les faces $ADHE$ et $EFGH$.



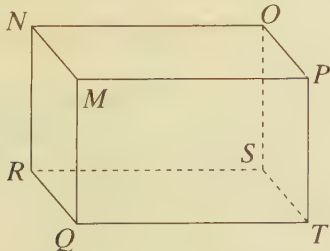
15 On s'intéresse au pavé droit ci-dessus. Les couples de faces suivants sont-ils parallèles :

- a) $HGFE$ et $ABCD$? b) $HDCG$ et $EFGH$?
c) $EFBA$ et $BFGC$? d) $ABFE$ et $DCGH$?

16 On considère le pavé droit ci-dessus. Citer :

- a) les arêtes perpendiculaires à l'arête $[BF]$;
b) les arêtes parallèles à l'arête $[AD]$;
c) les arêtes perpendiculaires à la face $DCGH$;
d) les faces parallèles deux à deux ;
e) les faces perpendiculaires à la face $ADHE$.

17 $MNOPQRST$ est un parallélépipède rectangle, dont la face $MNRQ$ est un carré.



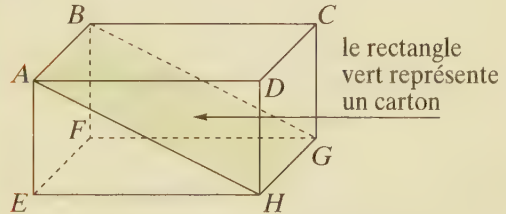
1° Prouver que les droites (OT) et (PS) sont perpendiculaires.

2° Citer, en n'utilisant que des noms de points marqués sur la figure :

- a) quatre arêtes perpendiculaires à la face $OPTS$;
b) quatre arêtes perpendiculaires à la droite (RS) ;
c) les faces perpendiculaires à la face $MNRQ$.

Parallèles dans l'espace

• Dans une boîte (pavé droit sans « couvercle ») on a placé un carton rectangulaire $ABGH$ comme indiqué sur la figure.



On peut donc écrire :

L'arête $[AB]$ est parallèle à l'arête $[HG]$
et la diagonale $[AH]$ de la face $ADHE$
est parallèle à la diagonale $[BG]$
de la face $BCGF$.

• Ne pas oublier que les arêtes opposées d'une même face sont aussi parallèles.

18 On s'intéresse au pavé droit ci-dessus et au carton rectangulaire $ABGH$.

1° D'une façon semblable, on pourrait disposer dans la boîte, à tour de rôle, trois autres cartons rectangulaires.

Les nommer en citant des points de la figure.

2° Citer trois arêtes parallèles à $[FG]$.

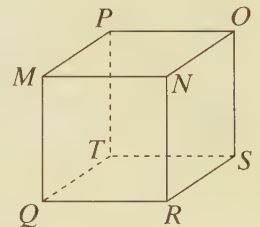
3° Retrouver les intrus :

- $(EF) \parallel (DC)$ • $(BD) \parallel (EG)$ • $(BC) \parallel (EH)$
• $(BE) \parallel (CH)$ • $(EF) \parallel (DG)$ • $(AC) \parallel (EG)$

19 Le dessin ci-contre représente un cube.

Dans chaque cas du tableau ci-dessous, préciser si les deux droites proposées sont :

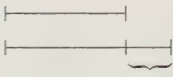
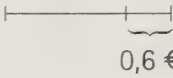
- sécantes ;
• perpendiculaires ;
• sans point commun ;
• appartenant à une même face ;
• parallèles.



(MN) et (MP)	(OS) et (MQ)	(MT) et (PQ)
(TP) et (OS)	(TS) et (MP)	(MQ) et (RS)

Aides pour les exercices des bilans

BILAN 1

- 2 Deux tonnes.
- 3 a) $0,002 \text{ hm} = 20 \text{ cm}$. Agir ensuite avec bon sens !
- 4 Pour Sylvain  } somme à calculer
Pour Benoît 
- 5 Loïc n'achète pas une baguette de 4 m, mais deux baguettes de 2 m chacune !
- 6 Que calcule-t-on lorsqu'on pose $46 - 14,2$?
- 7 1° 99 livres 3 marcs 4 onces.
2° Convertir d'abord la masse totale en onces.
- 8 Durant la course, les élèves parcourent quatre fois certaines distances et une autre trois fois seulement.
- 9 Total : 187 000 téléphones.
- 11 2° Location de 90 à 120 min : $4 \times 4,95$ (€).
- 12 Donner du sens au quotient entier et au reste entier.
- 13 Pour évaluer un quotient on peut utiliser des ordres de grandeur.
- 14 Que cherche-t-on lorsqu'on calcule : $1\,000\,000\,000 : 100$?
- 15 3° $378 : 12 = (372 : 12) + (6 : 12)$.
Utiliser les résultats obtenus au 1°.
- 16 Toutes les réponses : 54 ; 27 ; 13,5.

BILAN 2

- 1 Envisager un partage du segment $[AB]$ en 12 parties égales, ou en 6, en 4, en 3 ou en 2.
- 2 a) Compléter : $\frac{3,72 \times 10}{0,4 \times 10} = \frac{\dots}{4}$
- 5 Vrai.

- 6 Sept nombres sont entiers.
- 7 3° Calculer 43×2 , puis $43 \times 2,9$ et conclure.
- 8 2° Jean pensait trouver 382.
- 9 2° Retrouver, d'une part, les nombres les plus proches de 8,3 et, d'autre part, les plus proches de 8,4.
- 12 4° Le nombre h trouvé au 2° est le plus grand.
- 13 Exemple : $\frac{120}{100} - \frac{38}{100} = \frac{82}{100}$, or $\frac{82}{100} = 0,82$.
- 14 1° Trois écritures sur six sont correctes.

BILAN 3

- 2 Exemple : les betteraves donnent 12 g de sucre pour 100 g de betteraves.
- 3 Le marchand fait donc 20 % de remise sur un jouet coûtant plus de 60 €.
- 4 2° Exemple : 1,7 % des enfants correspond à 1,7 % de 20 cm.
- 5 Voir diagramme semi-circulaire à la page 103.
- 6 Voir diagramme circulaire à la page 103.
- 8 Prix de deux articles sur les trois : 1,2 € et 0,7 €.
- 9 Un mot en guise d'aide : *opposés*.
- 10 1° Voir à la page 117. 2° La Corse.
- 11 2° La droite (AB) doit être l'axe de symétrie du triangle ADE isocèle en A .
- 12 Zéro au bout de la « chaîne ».
- 13 2° b) Quatre combinaisons possibles.
c) Gérard a le choix entre cinq cases.
- 14 1° Avancer : déplacer la pointe du crayon dans le sens de la flèche.
Remarque : $6 + (-12) = -6$.

BILAN 4

- 1 2° $EF = AE - AF$; $DF = DE - EF$.
- 2 Le périmètre du vase est proche de 30,8 cm.
- 3 1° La perpendiculaire à la droite (AC) passant par le point C passe aussi par le point E déjà noté sur la figure.
- 4 2° Le point M semble être le milieu du segment [BC]. On pourra en donner une preuve en classe de quatrième.
- 5 2° b) Les périmètres des figures (A) et (B) sont égaux. Justifier.
- 6 On obtient une « couronne circulaire ».
- 8 2° b) $\mathcal{P}_{AMON} \neq \mathcal{P}_{AMN} + \mathcal{P}_{MON}$.
- 9 2° Le périmètre de la table est proche de 3,768 m.
- 10 1° $\dots \times AM = \mathcal{P}_{ABCD}$.
- 11 Il n'est pas interdit de donner au rectangle une largeur inférieure à 1 cm.
- 12 a) Une méthode : $\mathcal{A}_{DBE} = \mathcal{A}_{DBC} : \mathcal{A}_E \dots$
- 13 Lire la méthode de la page 166.
- 14 On peut vérifier que $\mathcal{P}_{RUE} = 19,9$ cm.

BILAN 5

- 1 a) Reproduire $\widehat{yOz}$ de « l'autre côté » de la demi-droite [oz) pour obtenir $\widehat{xOv}$.
- 2 1° Chacun des quatre angles égaux à $\widehat{tMv}$ est la somme d'un angle rose et d'un vert.
- 3 3° $\widehat{xAr} = \frac{1}{3} \times \widehat{xAy} = \frac{1}{3} \times 57^\circ = 19^\circ$.
- 4 3° $\widehat{rBx} = \widehat{xBu} = \widehat{rBu} : 2 = 82^\circ$.
- 5 2° b) $\widehat{tAx} = \widehat{uAt} - \widehat{uAx}$; $\widehat{vAx} = \widehat{uAx} - \widehat{uAv}$.
- 7 3° Dans le désordre : AIUC; MRUB; MRCB.

- 8 2° Le milieu de [AO] est celui de [BB'].
- 9 3° Associer les angles symétriques de cette liste : $\widehat{AOD}$; $\widehat{BOD}$; $\widehat{BOC}$; $\widehat{AOC}$.
- 10 4° $\mathcal{A}_{BA'C} = 8,75$ cm².
- 11 2° b) $\mathcal{A}_{AFBCE} = 2 \times \mathcal{A}_{ABH} + 2 \times \mathcal{A}_{ACH}$.

BILAN 6

- 1 3° Utiliser l'une des propriétés de la page 219.
- 2 2° $RU = RE$. Conseil : le compas !
- 3 2° Les points E et F sont sur le cercle. Ils sont donc équidistants du point ...
- 4 Une méthode : Tracer d'abord les droites (NO) et (MO).
- 6 1° Deux des pavillons ont deux axes de symétrie.
- 7 3° b) Montrer que la somme de trois angles (bien choisis) est égale à 180° .
d) $CC' = 2 \times CA'$. Justifier.
- 8 On peut tracer la « face avant » de deux façons.
- 10 Les arêtes communes aux deux cubes ne sont pas des arêtes du pavé droit.
- 11 Le pavé droit est le plus haut. Justifier.
- 14 2° Compter le nombre de cubes qu'on peut mettre au fond de la boîte ainsi que le nombre de couches qu'on peut constituer.
- 15 Deux couples de faces sont parallèles.
- 16 a) 4 arêtes ; b) 3 arêtes ; c) 4 arêtes.
- 17 1° Utiliser une propriété du carré (page 233).
- 18 3° Deux couples de droites ne sont pas parallèles.
- 19 4 couples de droites sans point commun.

Les trois types de calcul

► Le calcul à la main

À savoir « par cœur »

Table de 4

$$\begin{aligned}4 \times 4 &= 16 \\4 \times 5 &= 20 \\4 \times 6 &= 24 \\4 \times 7 &= 28 \\4 \times 8 &= 32 \\4 \times 9 &= 36\end{aligned}$$

Table de 5

$$\begin{aligned}5 \times 4 &= 20 \\5 \times 5 &= 25 \\5 \times 6 &= 30 \\5 \times 7 &= 35 \\5 \times 8 &= 40 \\5 \times 9 &= 45\end{aligned}$$

Table de 6

$$\begin{aligned}6 \times 4 &= 24 \\6 \times 5 &= 30 \\6 \times 6 &= 36 \\6 \times 7 &= 42 \\6 \times 8 &= 48 \\6 \times 9 &= 54\end{aligned}$$

Table de 7

$$\begin{aligned}7 \times 4 &= 28 \\7 \times 5 &= 35 \\7 \times 6 &= 42 \\7 \times 7 &= 49 \\7 \times 8 &= 56 \\7 \times 9 &= 63\end{aligned}$$

Table de 8

$$\begin{aligned}8 \times 4 &= 32 \\8 \times 5 &= 40 \\8 \times 6 &= 48 \\8 \times 7 &= 56 \\8 \times 8 &= 64 \\8 \times 9 &= 72\end{aligned}$$

Table de 9

$$\begin{aligned}9 \times 4 &= 36 \\9 \times 5 &= 45 \\9 \times 6 &= 54 \\9 \times 7 &= 63 \\9 \times 8 &= 72 \\9 \times 9 &= 81\end{aligned}$$

Un exemple de multiplication

9 2,8

× 7,06

5 5 6 8

6 4 9 6 . .

6 5 5,1 6 8

1 chiffre après la virgule

2 chiffres après la virgule

un décalage supplémentaire dû au 0 de 7,06

3 chiffres après la virgule (2 + 1)

► Le calcul mental

Il s'effectue « de tête » en utilisant d'autres méthodes que les techniques classiques « à la main ».

468 + 99 = ?

méthode : on ajoute 100 puis on retranche 1.

réponse : 567

64 × 0,5 = ?

méthode : multiplier par 0,5 revient à diviser par 2.

réponse : 32

64 : 0,5 = ?

méthode : diviser par 0,5 revient à multiplier par 2.

réponse : 128

180 : 4 = ?

méthode : on divise 180 par 2, puis encore par 2.

réponse : 45

180 × 1,5 = ?

méthode : on ajoute à 180 la moitié de 180.

réponse : 270

► L'emploi d'une calculatrice

229 ÷ 5,5

affichage

4 1.63636364

troncature

à l'unité	41
au dixième	41,6
au centième	41,63

arrondi

42	à l'unité
41,6	au dixième
41,64	au centième

Unités de mesure

Longueur

	km	hm	dam	mètre m	dm	cm	mm	
				1				
$1\text{ m} = 10\text{ dm} = 100\text{ cm} = 1\,000\text{ mm}$ $1\text{ m} = 0,1\text{ dam} = 0,01\text{ hm} = 0,001\text{ km}$								

Aire

	km ²	hm ²	dam ²	mètre carré m ²	dm ²	cm ²	mm ²	
		ha	a	ca				
				1				
$1\text{ m}^2 = 100\text{ dm}^2 = 10\,000\text{ cm}^2 = 1\,000\,000\text{ mm}^2$ $1\text{ m}^2 = 0,01\text{ dam}^2 = 0,0001\text{ hm}^2 = 0,000\,001\text{ km}^2$ $1\text{ ca} = 1\text{ m}^2 \quad 1\text{ a} = 1\text{ dam}^2 \quad 1\text{ ha} = 1\text{ hm}^2$								

Volume

	dam ³	mètre cube m ³	dm ³	cm ³	
			hL daL L	dL cL mL	
		1			
$1\text{ m}^3 = 1\,000\text{ dm}^3 = 1\,000\,000\text{ cm}^3$ $1\text{ m}^3 = 1\,000\text{ L} = 1\,000\,000\text{ mL}$ $1\text{ L} = 1\text{ dm}^3$ $1\text{ mL} = 1\text{ cm}^3$					

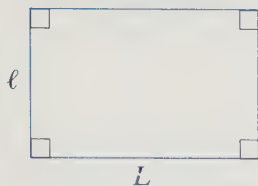
Notations mathématiques

<	est inférieur à	4a	4 × a (on lit : quatre a)	M ₁	le point M indice 1
>	est supérieur à	x ²	x × x	N'	le point N prime
≈	est proche de		(on lit : x au carré)	[AB]	le segment AB
≠	est différent de	x ³	x × x × x	(CD)	la droite CD
=	est égal à		(on lit : x au cube)	[EF]	la demi-droite EF
∈	appartient à	3/4	on écrit : $\frac{3}{4}$	GH	la longueur GH
∉	n'appartient pas à	π	on lit : pi	$\widehat{IJ}$	l'arc de cercle IJ
//	est parallèle à	%	on lit : pour cent	$\widehat{xOy}$	l'angle xOy
⊥	est perpendiculaire à			$\hat{I}$	l'angle I

Formulaire

Périmètre

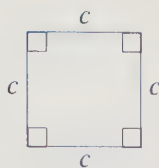
Rectangle



$$\mathcal{P} = L + l + L + l$$

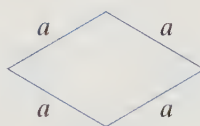
$$\mathcal{P} = 2 \times (L + l)$$

Carré



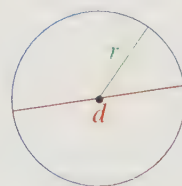
$$\mathcal{P} = 4 \times c = 4c$$

Losange



$$\mathcal{P} = 4 \times a = 4a$$

Cercle



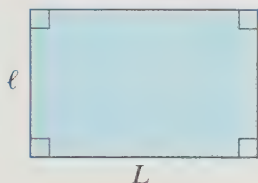
$$\mathcal{P} = d \times \pi$$

$$\mathcal{P} = r \times 2 \times \pi$$

Dans chaque formule, les longueurs doivent être exprimées dans la même unité.

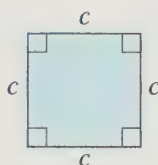
Aire

Rectangle



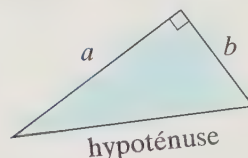
$$\mathcal{A} = L \times l$$

Carré



$$\mathcal{A} = c \times c = c^2 \text{ (« c au carré »)}$$

Triangle rectangle

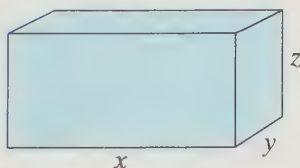


$$\mathcal{A} = \frac{a \times b}{2} \text{ (= } a \times b : 2 \text{)}$$

Dans chaque formule, les longueurs doivent être exprimées dans la même unité ; l'aire est exprimée dans l'unité correspondante. (Par exemple, si les longueurs sont en centimètres (cm), l'aire est en cm^2 .)

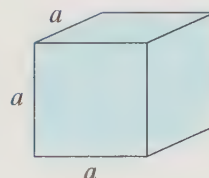
Volume

Parallélépipède rectangle



$$\mathcal{V} = x \times y \times z$$

Cube



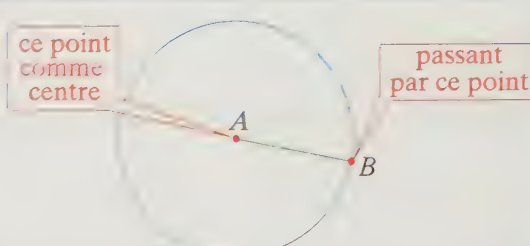
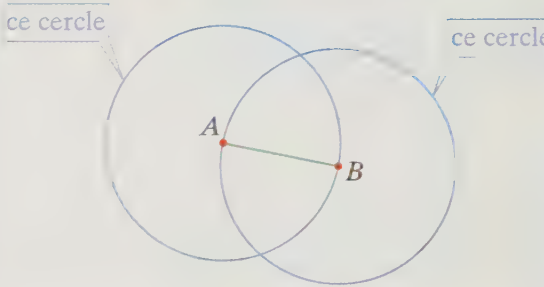
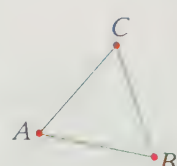
$$\mathcal{V} = a \times a \times a = a^3 \text{ (« a au cube »)}$$

Dans chaque formule, les longueurs doivent être exprimées dans la même unité ; le volume est exprimé dans l'unité correspondante. (Par exemple, si les longueurs sont en millimètres (mm), le volume est en mm^3 .)

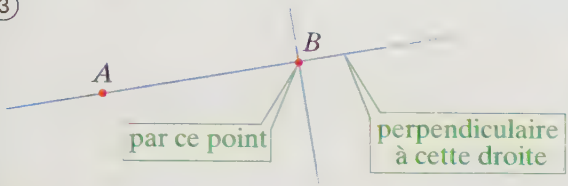
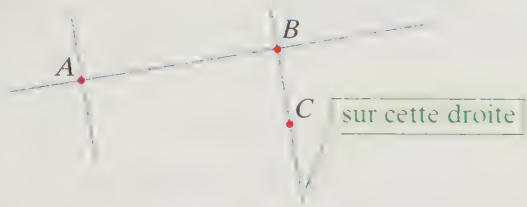
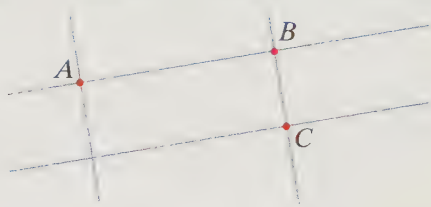
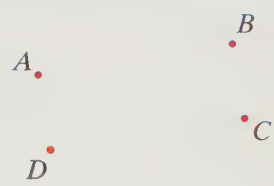
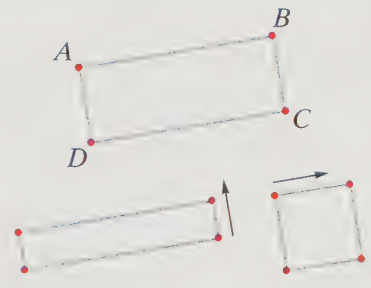
Exemples d'utilisation d'un logiciel de construction géométrique

Un logiciel de construction géométrique permet de réaliser toutes les figures qu'on peut tracer à l'aide des instruments usuels de géométrie : règle, équerre, compas, rapporteur. C'est donc un outil précieux pour construire des figures. Mais il permet aussi de déformer les figures, de les animer : il est très utile pour étudier des cas particuliers, pour expérimenter, pour faire des conjectures (voir la note à la page 155).

Exemple 1 : Construction d'un triangle équilatéral (voir la page 135)

①  On trace un segment grâce à la commande Segment. On appelle A et B ses extrémités (Nommer).	②  On trace le cercle de centre A et passant par B (Cercle(A,B)).
③  On trace le cercle de centre B et passant par A (Cercle(B,A)).	④  On crée les points d'intersection de ces deux cercles (Point(s) sur deux objets).
⑤  On appelle C l'un de ces points d'intersection (Nommer). On trace les segments [AC] et [BC] (Segment).	⑥  On peut faire disparaître de l'écran, provisoirement, les tracés inutiles (les deux cercles et leur deuxième point d'intersection) grâce à la commande Cacher (Masquer).

Exemple 2 : Construction d'un rectangle (voir les pages 150 et 199)

①  On trace une droite (Droite).	②  On place deux points A et B sur cette droite (Point sur un objet, puis Nommer). On peut déplacer les points A et B sur la droite.
③  On trace la perpendiculaire à (AB) passant par B (Droite perpendiculaire).	④  On trace la perpendiculaire à (AB) passant par A (Droite perpendiculaire).
⑤  Sur la perpendiculaire à (AB) passant par B, on place un point C (Point sur un objet). (Le point C est mobile sur cette droite.)	⑥  On trace la perpendiculaire à (BC) passant par C (Droite perpendiculaire).
⑦  Attention ! Pour le logiciel, le point D n'existe pas. On le crée grâce à la commande Point(s) sur deux objets, puis on le nomme (Nommer).	⑧  On gomme les quatre droites (Cacher Montrer).
⑨ On trace le rectangle ABCD (Polygone ou Segment). On peut contrôler que les droites (AD) et (CD) sont perpendiculaires (Perpendiculaire?). (Pour une preuve, voir la page 199.) En déplaçant l'un des points A, B ou C, on obtient différents rectangles. Et l'on peut même obtenir un carré.	

Mini Dico

adj.	adjectif
cf. (latin confer)	se reporter à
cour.	sens le plus courant
etc. (latin et cetera)	et tous les autres
ex.	exemple
geom.	géométrie
loc.	locution
n.f.	nom féminin
n.m.	nom masculin
v. intr.	verbe intransitif
v. tr.	verbe transitif

Circonférence *n.f.* (du latin *circumferre*, « faire le tour »).
Désignait, autrefois, la longueur d'un cercle.

Circulaire *adj.* En forme de cercle.

Coïncider *v. intr.*

- **Géom.** Se recouvrir exactement sur tous les points.
- Arriver, se produire en même temps.
Ex. : Sa venue coïncide avec l'événement.
- Correspondre exactement, s'accorder.
Ex. : Les deux témoignages coïncident.

Commun, une *adj.*

- Qui appartient à deux objets différents.
Ex. : Point commun à deux droites, côté commun, extrémité commune, dénominateur commun.

Comparer *v. tr.*

- Comparer deux nombres, c'est chercher s'ils sont égaux, ou bien lequel est le plus petit (ou le plus grand).
- Peut signifier aussi : trouver une relation entre les deux nombres (« est la moitié de », « est le triple de », etc.).
- On compare aussi deux longueurs, deux aires, deux volumes, deux angles, deux rayons...

Condition *n.f.*

« Tracer un triangle vérifiant les conditions suivantes ..., ou satisfaisant aux conditions suivantes ... ». Cela veut dire que les données qui vont suivre doivent être absolument respectées.

Consécutifs *adj.* (du latin *consequi*, « suivre »).

Qui se suivent.

Ex. : 4, 5, 6 et 7 sont quatre nombres entiers consécutifs.
Dans un quadrilatère ABCD, les côtés [AB] et [BC] sont consécutifs (ils ont un sommet en commun : B).

Considérer *v. tr.*

- La phrase « On considère un triangle ABC isocèle en A. » signifie « On s'intéresse à un triangle ABC isocèle en A. » Il est sous-entendu qu'il faut tracer un tel triangle.
- **Cour.** Je considère (ou « j'estime ») que tu as tort.
Considérer (ou « apprécier ») le pour et le contre.

Contre-exemple *n.m.*

Ex. : L'affirmation suivante est fausse : « N'importe quel entier multiple de 3 est aussi un multiple de 6 ».
Voici un contre-exemple qui en apporte la preuve : 9 est un multiple de 3, mais 9 n'est pas un multiple de 6.

Contrôler *v. tr.*

On peut contrôler, par exemple :

- un résultat donné par la machine en calculant, « de tête », un ordre de grandeur (si la machine, elle, ne se trompe pas, on peut se tromper de touche, etc.) ;
 - un calcul de longueur, d'angle, ou le parallélisme de deux droites en utilisant des instruments, du papier-calque, etc.
- Attention !** Un contrôle ne constitue pas une preuve, mais permet d'observer, dans certains cas, si on a « sûrement faux » ou « plutôt juste ».

Crédit *n.m.*

- À crédit.
- Faire crédit.
- Créditer *v. tr.* Ex. : Mon compte bancaire a été *crédité* de 900 €. J'ai donc 900 € de plus sur mon compte.

Débit *n.m.*

- Débit d'un robinet, d'un cours d'eau, d'une machine, d'un compte bancaire
- Débit *v. tr.*
Ex. : Mon compte bancaire a été *débité* de 600 €. J'ai donc 600 € de moins sur mon compte.
Ex. : Ce robinet *débite* 50 litres par minute.
Ex. : On a *débité* ce cube de bois en morceaux.

Décrire (une figure) *v. tr.*

Donner les caractéristiques de la figure.

Déduire *v. tr.* (du latin *deducere*, « faire descendre »).

- Enlever, soustraire, retrancher.
En déduisant 13 de 24, il reste 11.
- L'expression « En déduire que... » a un sens très précis : elle signifie : « Prouver, grâce à ce qui a été vu auparavant, que ... ».

Démarche *n.f.*

« Quelle a été ta démarche pour résoudre ce problème ? » signifie « Comment t'y es-tu pris, comment as-tu fait pour résoudre le problème ? ».

Dire (quelque chose de ...) *v. tr.*

Une question de type « Que peut-on dire des droites d et d' ? » appelle une réponse mathématique qui demande d'abord une conjecture (« quelque chose qui semble être vrai »), puis une preuve.

Distant *adj.* (du latin *distare* « être éloigné »).

Dire que deux points A et B sont *distants* de 5 cm signifie que la longueur AB est égale à 5 cm.

Données (d'un problème) *n.f. (pluriel)*

Ce qui est donné dans l'énoncé d'un problème ; ce sur quoi on peut s'appuyer pour résoudre le problème.

Doubler *v. tr.*

- Multiplier par 2.
Attention ! 5 ne double pas 3 sous prétexte qu'il le dépasse. (Les nombres ne sont pas des ... voitures !)
- Double *adj.* 28 est le *double* de 14 ($28 = 14 \times 2$).

Équidistant, ante *adj.* À égale distance.

Essentiel, elle *adj.* Très important ; souvent : absolument nécessaire.

Exploiter *v. tr.* Chercher à tirer parti d'une règle, d'une propriété, pour parvenir à un résultat qui n'était pas forcément prévu au départ.

Facultatif, ive *adj.* Qu'on est pas obligé de faire. Dans un exercice, il n'est quand même pas interdit de chercher une question facultative.

Fonction (en fonction de) (du latin *functio*, « accomplissement »).

Ex. : Exprimons le périmètre P d'un carré en fonction du côté a : $P = 4 \times a$ ou $P = 4a$.

Grandeur *n.f.* Les principales grandeurs étudiées en Sixième sont les *longueurs*, les *aires*, les *volumes* et les *angles*.

- En vraie grandeur : Faire une figure en vraie grandeur, c'est la dessiner en respectant les dimensions indiquées sur le dessin à main levée.

Intercaler *v. tr.* *Cour.* Mettre (une chose) entre deux autres.

- Ex. : On peut *intercaler* 7,86 entre 7,8 et 7,9.
- Dans un classeur, on met des *intercalaires* entre plusieurs parties (pour les séparer).

Interpréter *v. tr.* Interpréter un résultat, un graphique : donner un sens, une signification à ce résultat, à ce graphique.

Intrus *adj.* (du latin *introtrusus*, « introduit de force ».) Qui n'a aucune raison d'être là.

Issu, ue (de) *adj.* (du latin *exire*, « sortir ».) Qui provient de.
Ex. : Dans un cube, il y a trois arêtes *issues* de chaque sommet.

Main levée (dessin à) *loc.* Dessin fait *sans instrument*. (Souvent utile pour résoudre certains problèmes de construction géométrique.)

Moitié *n.f.* (du latin *medietas*, « milieu, moitié »).

- 6 est la *moitié* de 12 ($6 = 12 : 2$).
- Si M est le *milieu* d'un segment $[AB]$:
 - la longueur AM est la *moitié* de la longueur AB ;
 - la longueur AB est le *double* de la longueur AM .

Attention ! le point M n'est pas la *moitié* du segment $[AB]$.

Nature *n.f.* Des phrases du type :

- 1- « Quelle est la *nature* du triangle ABC ? »
- 2- « Préciser la *nature* du quadrilatère $EFGH$. »

signifient :

- 1'- « Le triangle ABC est-il *isocèle* ? *rectangle* ? *équilatéral* ? »
- 2'- « Le quadrilatère $EFGH$ est-il un *losange* ? un *rectangle* ? un *carré* ? un *parallélogramme* ? ».

Attention ! Les réponses doivent être justifiées.

Particulier, ère *adj.* En géométrie, il faut éviter de faire des figures *particulières*. Ainsi, lorsqu'on demande de tracer, par exemple, un triangle, il convient de le tracer le plus « *quelconque* » possible, c'est-à-dire ni *isocèle*, ni *rectangle*.

Programme (du grec *programma*, « ce qui est écrit à l'avance »)

- de construction d'une figure : liste de consignes – d'instructions – à exécuter dans l'ordre indiqué et qui permettront d'obtenir la figure ;
- de calcul : liste d'opérations à effectuer dans l'ordre indiqué et qui permettront d'obtenir un nombre.

Propriété *n.f.*

Ex. : Tout (n'importe quel) carré est « *propriétaire* », entre autres, des *propriétés* suivantes :

- 1- Ses diagonales ont le même milieu et la même longueur.
- 2- Il a quatre axes de symétrie.

Attention ! Tous les rectangles possèdent la propriété 1, mais pas la propriété 2.

Respectif, ive *adj.*

- La phrase « *Jim, Marie et Hakim ont pour âges respectifs 8 ans, 13 ans et 10 ans* » signifie que « *Jim a 8 ans, Marie 13 ans et Hakim 10 ans* ».

(Au *premier* enfant correspond le *premier* âge, etc.)

- **Respectivement**

On peut dire aussi : « *Jim, Marie et Hakim ont respectivement 8 ans, 13 ans et 10 ans.* »

Sachant que *loc.* (du verbe « *savoir* »).

Souvent utilisée dans les énoncés d'exercices ou de problèmes, cette expression est suivie d'indications (de *données*) dont il faudra tenir compte.

Sécant, ante *adj.* (du latin *secare* « couper »).

Ex. : *Droites sécantes* ; *deux cercles sécants* ou *une droite et un cercle sécants* (dans les deux cas, il y a, chaque fois, deux points communs).

Soit (mot invariable, subjonctif du verbe « *être* »).

« *Soit un triangle ABC ...* » est synonyme de « *On considère un triangle ABC ...* ». (Cf. **Considérer**.)

- Synonyme de « *ou* », « *autrement dit* », « *d'où* ».

Ex. : On obtient $\ell = 12 : 2$, *soit* $\ell = 6$.

Successif, ive Se dit de « choses » qui viennent les une après les autres.

Suffire *v. intr.* (du latin *sufficere*, « supporter, résister »).

Ex. : Dans la phrase « *Pour être sûr qu'un quadrilatère $ABCD$ est un losange, il suffit de savoir que ses diagonales $[AC]$ et $[BD]$ sont perpendiculaires et ont le même milieu* ». L'expression « *il suffit* » signifie qu'on n'a besoin d'aucun autre renseignement pour affirmer que $ABCD$ est un losange.

Superficie *n.f.* (du latin *superficies*, de *super* « sur » et *facies* « face »). En agriculture ou en géographie, on utilise souvent le mot « *superficie* » au lieu du mot « *aire* ».

Tel (que) *adj.* cf. **Sachant que**.

Tout, e *adj.* N'importe quel(le).

Vérifier *v. tr.* (du latin *verus* « vrai » et *facere*, « faire »).

- Parfois utilisé au sens de « *contrôler* ». (Cf. ce mot.)
- Dans une consigne du type « *Vérifier que le périmètre de la figure est égal à $6 \times \pi$* », il faut, en raisonnant et/ou en calculant, prouver que le périmètre est bien égal à $6 \times \pi$.

Index

A

Abscisse – 72, 116
Additionner – 26
Aire – 164, 165, 166
Alignés – 148
Angle – 182
Angle (aigu, droit, obtus, plat) – 183
Arbre de calcul – 84, 86
Arc de cercle – 133
Arrondi – 41
Axe(s) de symétrie – 212, 230, 231, 232, 233

B – C

Bissectrice – 185, 215
Caractères de divisibilité – 40
Carré – 151, 166, 233
Cercle – 133, 167
Conjecture – 155
Coordonnées – 117
Corde – 133
Cube – 246, 247, 249

D

Décimaux – 70, 72
Degré – 183
Demi-droite graduée – 70, 72
Dénominateur – 56
Diagramme circulaire (semi-circulaire) – 101, 103
Diagramme en barres – 101, 103
Diamètre – 133
Diviser par 10 ; 100 ; 1 000 – 13
Diviser par 0,1 ; 0,01 ; 0,001 – 59
Diviser par un nombre entier – 38, 40
Diviser par un nombre non entier – 59
Droite, demi-droite – 148, 182
Droite graduée – 116

E

Écriture décimale d'un nombre – 10, 12
Écriture fractionnaire d'un décimal – 70, 72
Écriture fractionnaire d'un quotient – 54, 56
Égalité de deux quotients – 55, 58
Égalité d'expressions littérales – 85, 87
Équations – 87
Expression littérale – 86

F

Formule (appliquer une formule) – 86
Fraction – 56
Fraction décimale – 70, 72

L

Longueur d'un segment – 132
Longueur d'un cercle – 167
Losange – 151, 231

M – N

Médiatrice d'un segment – 212, 215
Milieu d'un segment – 132
Multiplier – 27
Multiplication par un quotient – 55, 57
Multiplier par 10, 100, 100... – 13
Négatif (nombre) – 114, 116
Numérateur – 56

O

Opposés (faces) – 246
Opposés (nombres) – 116
Ordre (croissant/décroissant) – 71, 73
Ordonnée – 117
Origine d'une demi-droite – 182

P

Parallèles (droites) – 149
Parallélogramme rectangle – 246, 249
Pavé droit – 246, 249
Périmètre – 164, 166, 167
Perpendiculaires (droites) – 148
Perspective cavalière (dessin en) – 247
Positif (nombre) – 114, 116
Pourcentage – 100, 102
Programme (de calcul) – 86
Programme (de construction) – 198

Q – R

Quotient entier – 38, 40
Quotient non entier – 39, 41
Rapporteur – 183, 184
Rectangle – 150, 166, 232
Relatif (nombre) – 114, 116
Relevés statistiques – 101, 103
Repérage sur une droite graduée – 116
Repérage dans un repère orthogonal – 117
Reste – 38, 40

S – T

Segment – 132
Soustraire – 26
Symétrie orthogonale (ou axiale) – 213
Symétrique (d'un point, de figures) – 213, 214
Triangle équilatéral – 135, 230
Triangle isocèle – 134, 230
Triangle rectangle – 150, 166
Troncature – 41

U – V

Unités (capacité, longueur, masse) – 11, 12, 266
Unités agraires – 168, 266
Unités d'aire – 164, 165, 266
Unités d'angle – 183, 184
Unités de volume – 248, 266
Volume d'un pavé, d'un cube – 249

ETAGERE PEDAGOGIQUE

DATE DUE			

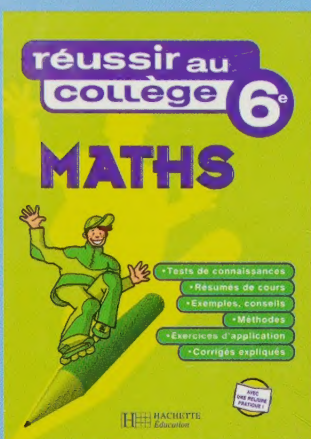
N^o 357

HACHETTE

MATHS 5e-COLLECTION CINQ SUR CINQ

■ « Réussir au Collège »

Tous les outils pour comprendre et maîtriser
le programme de mathématiques en 6^e



12/5222/0

