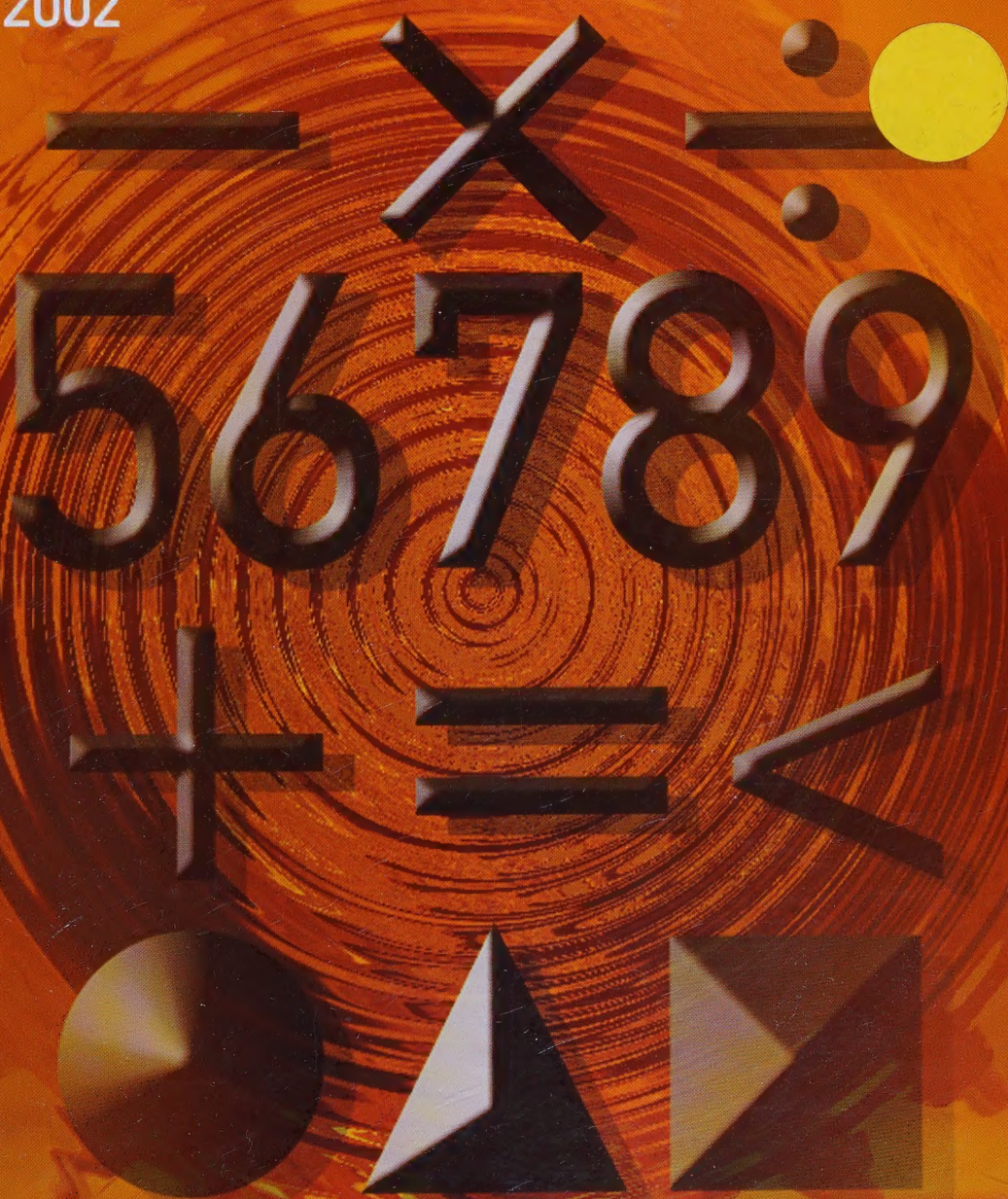


DiMathème

01234^e

Édition 2002





Digitized by the Internet Archive
in 2023 with funding from
Kahle/Austin Foundation

DiMathème

4^e

Jean-Luc Fourton

Alain Lanoëlle

Francis Nassiet

Jean-Claude Perrinaud

Couverture : François Lecardonnel

Conception maquette : François Huertas

Mise en pages, schémas et photogravure : SG Poduction

Illustrations :

- Didier Crombez : pp. 5, 22, 41, 61, 63, 64, 77, 78, 96, 115, 135, 137, 138, 153, 158, 171, 190, 209, 227, 244, 267, 271.
- Sylvie Fontaine : pp. 5, 47, 175, 177, 233, 249.
- François Martin : pp. 4, 8, 28, 65, 67, 84, 103, 123, 164, 185, 221, 222, 252.
- Rony Turlet : pp. 82, 99, 117, 132, 206, 207, 213, 214, 231, 265.
- SG Création (Lionel Buchet et Jean-Louis Goussé) : pp. 27, 29, 65, 98, 140, 175, 195, 212, 213, 215, 231, 243, 260, 264, 269, 270, 273.

Logos (*Calcul mental – Lire et comprendre*) : Rony Turlet

Références des documents :

Couverture : Photodisc – p. 27 : Photothèque du palais de la Découverte – p. 83 : F. Kunst Geschichte/AKG Paris – p. 101 : François Pommies, collection privée – p. 134 : Monnaie de Paris – p. 141 : F. Reglain/Gamma – p. 175 : AKG Paris (hd) – p. 195 : Roger Viollet – p. 215 : Collection Jonas/Kharbine-Tapabor.

Remerciements à :

- Cabri Géomètre : www.cabri.net.com
- Géoplanw : www2.cnam.fr/screem/GeoplanW/geoplanw.htm

Nous avons recherché en vain les auteurs ou les ayants droit de certains documents reproduits dans ce livre. Leurs droits sont réservés aux Éditions Didier.

« Le photocopillage, c'est l'usage abusif et collectif de la photocopie sans autorisation des auteurs et des éditeurs.

Largement répandu dans les établissements d'enseignement, le photocopillage menace l'avenir du livre, car il met en danger son équilibre économique. Il prive les auteurs d'une juste rémunération.

En dehors de l'usage privé du copiste, toute reproduction totale ou partielle de cet ouvrage est interdite. »

« La loi du 11 mars 1957 n'autorisant, au terme des alinéas 2 et 3 de l'article 41, d'une part, que les copies ou reproductions strictement réservées à l'usage privé du copiste et non destinées à une utilisation collective » et, d'autre part, que les analyses et les courtes citations dans un but d'exemple et d'illustration, « toute représentation ou reproduction intégrale, ou partielle, faite sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit ou ayants cause, est illicite. » (alinéa 1^{er} de l'article 40) – « Cette représentation ou reproduction, par quelque procédé que ce soit, constituerait donc une contrefaçon sanctionnée par les articles 425 et suivants du Code pénal. »

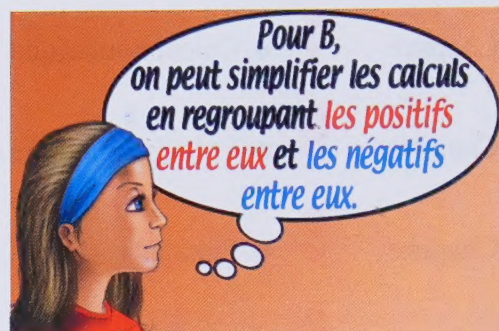
Sommaire

Présentation du manuel	4
Tableau synoptique pour le collège	6
Chapitre 1 • Calcul numérique – Écriture décimale	8
Chapitre 2 • Calcul numérique – Écriture fractionnaire	28
Chapitre 3 • Puissances	48
Chapitre 4 • Calcul littéral	66
Chapitre 5 • Équations	84
Chapitre 6 • Ordre	102
Chapitre 7 • Proportionnalité	120
Chapitre 8 • Statistiques	142
Chapitre 9 • Triangle et sécantes	160
Chapitre 10 • Droites remarquables du triangle	178
Chapitre 11 • Triangle rectangle – Pythagore – Cosinus	196
Chapitre 12 • Triangle rectangle – Distance et cercle	216
Chapitre 13 • Translation	234
Chapitre 14 • Espace	250
Corrigés du travail autonome	274
Index	286

Présentation du manuel

ACTIVITÉS

Pour découvrir les notions principales par un travail collectif en classe ou autonome à la maison.



BILAN

Des bilans en fin d'activité pour faire la synthèse.

retenir le cours

Les définitions et les propriétés sont mises en évidence par un fond couleur.

- Les résultats exigibles du programme sont présentés de manière claire et concise.

De nombreux **EXEMPLES** illustrent les notions fondamentales.

connaître les outils

1^{re} étape ►

La marche à suivre est détaillée par étapes.

- Complément du cours.
Des techniques opératoires et des constructions géométriques sont développées étape par étape.
- Les savoir-faire exigibles du programme :
 - calcul
 - construction
 - raisonnement déductif

savoir démontrer

- Dans certains chapitres de géométrie, une initiation à la démonstration.

choisir les outils

- Des exercices-types, à valeur de méthode, sont résolus. Des modèles de rédaction, assortis de commentaires, sont proposés.

exercices

travail autonome

- Des exercices d'application directe, corrigés en fin de manuel.

s'entraîner

- Des exercices simples classés par thèmes ou par objectifs.

Qui a raison ?

Deux exercices sous forme de bandes dessinées pour conclure cette rubrique.



maîtriser

- Des exercices et des problèmes variés pour aller un peu plus loin.

devoirs à la maison

- Des exercices et des problèmes de synthèse.

vive les maths !

Une page pour les curieux :
un peu d'histoire des maths
et quelques "casse-tête".



Tableau synoptique

Le contenu intégral des programmes de mathématiques (école, collège et lycée), des documents d'accompagnement et plus généralement les textes officiels utiles, mis à jour régulièrement, sont consultables et téléchargeables sur le site http://www.ac-bordeaux.fr/Pedagogie/Maths/txtoff/txt_mjc.htm

	Classe de sixième	Classe de cinquième
Configurations, constructions et transformations	Cercle. Triangles, triangles particuliers. Rectangle, losange. Transformation de figures par symétrie axiale. Parallélépipède rectangle.	Parallélogramme. Construction de triangles (instruments et/ou logiciel géométrique). Concours des médiatrices d'un triangle. Transformation de figures par symétrie centrale. Prismes droits, cylindres de révolution.
Repérage, distances et angles	Abscisses positives sur une droite graduée. Repérage par les entiers relatifs, sur une droite graduée (abscisse) et dans le plan (coordonnées).	Repérage sur une droite graduée, distance de deux points. Repérage dans le plan (coordonnées). Inégalité triangulaire.
Grandeurs et mesures	Périmètre et aire d'un rectangle, aire d'un triangle rectangle. Longueur d'un cercle. Volume d'un parallélépipède rectangle à partir d'un pavage.	Somme des angles d'un triangle. Aire du parallélogramme, du triangle, du disque. Mesure du temps. Aire latérale et volume d'un prisme droit, d'un cylindre de révolution.
Nombres et calcul numérique	Écriture décimale et opérations $+$, $-$, $\times$. Division par un entier : quotient et reste dans la division euclidienne, division approchée. Troncature et arrondi. Écriture fractionnaire du quotient de deux entiers, simplifications.	Successions de calculs, priorités opératoires. Produit de fractions. Comparaison, somme et différence de fractions de dénominateurs égaux ou multiples. Comparaison, somme et différence de nombres relatifs en écriture décimale.
Calcul littéral	Substitution de valeurs numériques à des lettres dans une formule.	Égalités $k(a + b) = ka + kb$ et $k(a - b) = ka - kb$. Test d'une égalité ou d'une inégalité par substitution de valeurs numériques à une ou plusieurs variables.
Fonctions numériques	Application d'un taux de pourcentage. Changements d'unités de longueur, d'aire. Étude d'exemples relevant ou non de la proportionnalité.	Mouvement uniforme. Calcul d'un pourcentage, d'une fréquence. Changements d'unités de temps et de volume. Coefficient de proportionnalité.
Représentation et organisation de données	Exemples conduisant à lire, à établir des tableaux, des graphiques.	Classes, effectifs d'une distribution statistique. Fréquences. Diagrammes à barres, diagrammes circulaires.

pour le collège

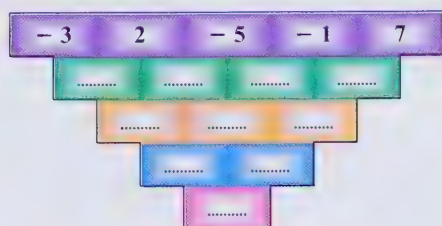
B.O. n° 10, hors série du 15 octobre 1998.

	Classe de quatrième	Classe de troisième
Configurations, constructions et transformations	Triangle : théorèmes relatifs aux milieux de deux côtés. Triangles déterminés par deux droites parallèles coupant deux sécantes : proportionnalité de longueurs. Droites remarquables d'un triangle, leur concours. Triangle rectangle et son cercle circonscrit. Transformation de figures par translation. Pyramides, cône de révolution.	Polygones réguliers. Théorème de Thalès et réciproque. Transformation de figures par composition de symétries centrales ou de translations, par rotation. Vecteurs, somme de deux vecteurs. Sphère. Problèmes de sections planes de solides.
Repérage, distances et angles	Relation de proportionnalité : représentation graphique. Théorème de Pythagore et sa réciproque. Distance d'un point à une droite. Tangente à un cercle. Cosinus d'un angle aigu.	Représentation graphique d'une fonction linéaire ou affine. Coordonnées du milieu d'un segment. Coordonnées d'un vecteur. Distances de deux points. Trigonométrie dans le triangle rectangle.
Grandeurs et mesures	Grandeurs quotients courantes. Volume d'une pyramide, volume et aire latérale d'un cône de révolution.	Grandeurs composées. Aire de la sphère, volume de la boule.
Nombres et calcul numérique	Opérations (+, -, $\times$, $\div$) sur les nombres relatifs en écriture décimale ou fractionnaire (non nécessairement simplifiée). Puissances d'exposant entier relatif. Notation scientifique des nombres. Touches $\sqrt{\quad}$ et cos d'une calculatrice ; inverses.	Calculs comportant des radicaux. Fractions irréductibles. Exemples simples d'algorithmes et applications numériques sur ordinateur.
Calcul littéral	Développement d'expressions. Effet de l'addition et de la multiplication sur l'ordre. Équations du premier degré à une inconnue.	Factorisation (identités). Problèmes se ramenant au premier degré. Inéquations. Systèmes de deux équations du premier degré à deux inconnues.
Fonctions numériques	Vitesse moyenne. Calculs faisant intervenir des pourcentages. Changements d'unités pour des grandeurs quotients courantes. Applications de la proportionnalité.	Étude générale de l'effet d'une réduction, d'un agrandissement sur des aires, des volumes. Problèmes de changements d'unité pour des grandeurs composées. Fonctions linéaires et affines.
Représentation et organisation de données	Effectifs cumulés. Fréquences cumulées. Moyennes. Initiation à l'usage de tableurs-grapheurs.	Approche de la comparaison de séries statistiques.

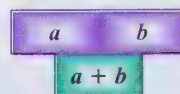
ACTIVITÉS

1 Des calculs en cascade

a • Addition



Recopier et compléter chaque case du schéma en utilisant la consigne ci-dessous :



b • Soustraction

1. Recopier et compléter la phrase suivante :
Soustraire un nombre, c'est ajouter son
2. Reprendre l'activité a en remplaçant dans la consigne $a + b$ par $a - b$.

c • Sommes algébriques

Léa révisé les opérations sur les nombres relatifs étudiées en 5^e.
Elle a retrouvé dans son cahier les résultats ci-dessous :

$$3 + 5 = 8 ; 3 - 5 = -2 ; -3 + 5 = 2 ; -3 - 5 = -8.$$

1. Énoncer les règles utilisées pour ce type de calcul.
2. En s'aidant de ce qui précède, calculer chacune des expressions suivantes :
 $A = (2 + 3 + 5) + (-1 - 2 - 3) ;$
 $B = -2 + 4 - 7 + 3 - 1 ;$
 $C = -6 - 6 + 3 - 10 - 2 + 3 + 1 ;$
 $D = (2 - 7) + (3 - 4 + 5) ;$
 $E = (-1 - 2 - 3) + (2 - 8 + 7) ;$
 $F = (1 - 5) - (2 - 3) ;$
 $G = -1,5 - (3 - 4,5) + (-2,5 + 1).$



2 Multiplication des nombres relatifs

a Produit d'un nombre négatif par un nombre positif

1. Recopier et compléter :

a. $3 \times 2 = 2 + 2 + 2 = \dots$;

b. $3 \times (-2) = (-2) + (-2) + (-2) = \dots$.

2. De la même façon, recopier et compléter :

a. $4 \times (-7) = \dots + \dots + \dots + \dots = \dots$;

b. $6 \times (-3) = \dots$.

3. a. Quel est le signe du produit de deux nombres relatifs ayant des signes différents ?

b. En utilisant la règle trouvée à la question a, calculer mentalement :

$A = (-3) \times 7$; $B = (-2) \times 5,5$; $C = 4 \times (-3)$; $D = 8 \times (-2)$.

Vérifier à la calculatrice.

b Produit de deux nombres négatifs

1. a. Recopier et compléter le tableau suivant à l'aide d'une calculatrice :

a	-2	-7	-2,5	-10,56	-400	-2,01
b	-5	-4	-5,8	-7,45	-120	-12
$a \times b$						

b. Quel est le signe de chacun des produits de la dernière ligne du tableau ?

c. Proposer une règle permettant d'effectuer le produit de deux nombres négatifs.
Par la suite, on appliquera cette règle.

2. Effectuer sans calculatrice les produits suivants :

$A = (-2) \times (-4)$; $B = (-10) \times (-0,2)$;

$C = (-4) \times (-25)$; $D = (-0,1) \times (-10)$.

c Produit de plusieurs nombres relatifs

1. Déterminer le signe de chacun des nombres ci-dessous sans chercher à les calculer :

$a = (-214) \times (-512)$;

$b = (-3,157) \times (-2,14)$;

$c = (-214) \times (-512) \times (-214) \times (-512)$;

$d = (-214) \times (-512) \times (-214)$.

2. a. Indiquer, en expliquant, le signe de chacun des nombres suivants :

$A = 3 \times (-2,5) \times (-10)$;

$B = (-3) \times (-0,5) \times (-6)$;

$C = 2 \times 5 \times (-7)$;

$D = (-0,5) \times 2 \times (-5)$.

b. Calculer ces nombres.

3 Inverse d'un nombre relatif

1. Recopier et compléter les égalités suivantes :

a. $2 \times \dots = 1$; b. $5 \times \dots = 1$; c. $10 \times \dots = 1$; d. $\dots \times 0,25 = 1$.

2. Recopier et compléter le tableau ci-dessous à l'aide d'une calculatrice. Dans la dernière colonne, effectuer le produit des résultats trouvés dans les deux colonnes précédentes.

$1 \div 8 = 0,125$	$1 \div 0,125 = 8$	$0,125 \times 8 = 1$
$1 \div 2 = \dots$	$1 \div 0,5 = \dots$	$\dots$
$1 \div 0,01 = \dots$	$1 \div 100 = \dots$	$\dots$
$1 \div 25 = \dots$	$1 \div 0,04 = \dots$	$\dots$
$1 \div 16 = \dots$	$1 \div 0,0625 = \dots$	$\dots$
$1 \div 0,05 = \dots$	$1 \div 20 = \dots$	$\dots$

On dit que deux nombres sont **inverses** si leur **produit est égal à 1**.

3. En utilisant le tableau de la question 2, indiquer deux écritures de :

- a. l'inverse de 8 ; b. l'inverse de 0,5 ; c. l'inverse de 25 ; d. l'inverse de 20 ;
e. l'inverse de 0,0625 ; f. l'inverse de 2 ; g. l'inverse de 0,125.

4. Recopier et compléter le tableau suivant :

Un nombre	Son inverse	Une écriture fractionnaire ou entière de l'inverse
2	0,5	$\frac{1}{2}$
0,1	$\dots$	$\dots$
0,25	$\dots$	$\dots$
8	$\dots$	$\dots$
1	$\dots$	$\dots$

5. Retrouver la 2^e colonne du tableau de la question 4 à l'aide de la touche **inverse** de la calculatrice.

Suivant le modèle de calculatrice utilisé, la touche **inverse** correspond à $1/x$ ou x^{-1} .

6. a. Recopier et compléter les égalités suivantes en s'aidant éventuellement du tableau de la question 2 :

$(-2) \times \dots = 1$; $(-5) \times \dots = 1$;
 $(-8) \times \dots = 1$; $(-0,04) \times \dots = 1$.

b. Si le produit de deux nombres est égal à 1, ces nombres peuvent-ils être de signes contraires ?

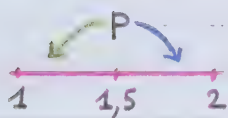
Quel est le signe de l'inverse d'un nombre positif ? et celui de l'inverse d'un nombre négatif ?

4 Arrondir

Pour préparer la fête qu'elle organise à l'occasion de son anniversaire, Amandine a acheté pour 11,17 € un pack de 6 litres de jus de fruits.

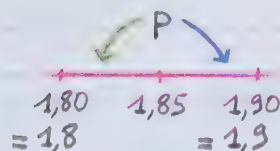
Elle aimerait savoir à quel prix lui revient chaque litre. Soit p ce prix en euros.

- Pour calculer le nombre p , quelle opération Amandine doit-elle effectuer ?
- Elle s'aide d'une calculatrice pour effectuer cette opération. Quel est le résultat affiché par la calculatrice ? S'agit-il de la vraie valeur du nombre p ?



- « Chaque litre me coûte entre 1 et 2 €, se dit Amandine, mais est-ce plus près de 1 € que de 2 € ? » Elle place alors ce nombre sur une droite graduée qu'elle représente à l'aide d'une feuille quadrillée comme ci-contre.

Pour répondre à sa question, Amandine doit-elle suivre la flèche verte ou bien la bleue ? Quel est l'arrondi à l'unité de p ?



- « Chaque litre me coûte entre 1,8 et 1,9 €, poursuit-elle, mais est-ce plus près de 1,8 € que de 1,9 € ? »

En choisissant la flèche qui convient, indiquer l'arrondi de p avec un chiffre après la virgule (on dit aussi *arrondi au dixième*).

- Enfin, Amandine décide d'arrondir p au centième (c'est-à-dire au centime d'euro). Quelle est alors la valeur obtenue ? (On peut s'aider d'un schéma comme précédemment.)
- Expliquer comment retrouver les trois arrondis précédents sans schéma, en observant les chiffres de la partie décimale donnés par la calculatrice à la question 1b.

5 Arrondir pi

Chacun d'entre nous a déjà rencontré le célèbre nombre **pi** (voir par ailleurs *Vive les Maths !*, p. 27). Mais nul n'a jamais pu écrire sa valeur exacte en notation décimale ou sous forme de fraction. Tout au long des siècles, les hommes ont donc essayé d'approcher sa vraie valeur, ainsi que le montrent les quelques exemples du tableau ci-dessous.

$\left(\frac{16}{9}\right)^2$	Utilisée par les Égyptiens.
$\frac{22}{7}$	Approximation attribuée à Archimède (III ^e siècle avant J.-C.).
$3 + \frac{1}{8} + \frac{1}{60}$	Approximation attribuée à Ptolémée (II ^e siècle).
$\frac{1}{0,318\ 309\ 8}$	Cette valeur permet surtout de donner une bonne approximation de $\frac{1}{\pi}$. Il existe un moyen mnémotechnique bien connu pour s'en souvenir : « Les <i>trois</i> journées de 1830 ont renversé 89. » À vos manuels d'histoire !
$\frac{355}{113}$	Approximation trouvée par Adrien Métius, après un très long calcul sur des polygones.
$\sqrt{10}$	Valeur souvent utilisée par les physiciens ($\pi^2 \approx 10$).

À l'aide d'une calculatrice, déterminer l'arrondi au centième de chacune de ces valeurs, puis dire si chaque valeur est une bonne approximation de π .

1 Signe du produit de deux nombres relatifs

Le produit de deux nombres positifs est un nombre positif.

Le produit de deux nombres négatifs est un nombre positif.

Le produit d'un nombre positif et d'un nombre négatif est un nombre négatif.

EXEMPLES

$$\begin{aligned} 2 \times 3 &= 6 && \rightarrow 6 \text{ est positif.} \\ (-4) \times (-5) &= 20 && \rightarrow 20 \text{ est positif.} \\ (-0,5) \times 4 &= -2 && \rightarrow -2 \text{ est négatif.} \\ 7 \times (-3) &= -21 && \rightarrow -21 \text{ est négatif.} \end{aligned}$$

$(+ \dots)$	$\times$	$(+ \dots)$	$=$	$+$	$\dots$
$(- \dots)$	$\times$	$(- \dots)$	$=$	$+$	$\dots$
$(- \dots)$	$\times$	$(+ \dots)$	$=$	$-$	$\dots$
$(+ \dots)$	$\times$	$(- \dots)$	$=$	$-$	$\dots$

2 Règles des signes

Somme de deux nombres

On **garde** le signe du nombre qui a la **plus grande valeur numérique**.

EXEMPLES

$$\begin{aligned} -5 - 0,1 &= -5,1. \\ -6 + 9 &= 3. \\ 1 - 8 &= -7. \end{aligned}$$

Produit de deux nombres

Si les signes sont les **mêmes**, le résultat est du signe $+$.
Si les signes sont **différents**, le résultat est du signe $-$.

EXEMPLES

$$\begin{aligned} (-5) \times (-0,1) &= +0,5 = 0,5. \\ (-6) \times 9 &= -54. \\ 1 \times (-8) &= -8. \end{aligned}$$

3 Inverse d'un nombre non nul

DÉFINITION

Deux nombres sont inverses si leur produit est égal à 1.

L'**inverse d'un nombre non nul** x est le nombre $\frac{1}{x}$ noté aussi x^{-1} .

REMARQUES

- 0 n'a pas d'inverse.
- L'inverse d'un nombre non nul x est le facteur manquant dans l'égalité $x \times \dots = 1$.

On a donc $x \times \frac{1}{x} = 1$ et $\frac{1}{x} \times x = 1$.

- On en déduit qu'un nombre et son inverse sont de même signe.

EXEMPLES

L'inverse de 4 est $\frac{1}{4}$: $4 \times \frac{1}{4} = 4 \times 0,25 = 1$.

L'inverse de $-0,2$ est $-\frac{1}{0,2}$: $(-0,2) \times \left(-\frac{1}{0,2}\right) = (-0,2) \times (-5) = 1$.

On a donc $\frac{1}{-0,2} = -\frac{1}{0,2} = -5$.

4 Quotient de deux nombres relatifs

a • Exemple avec deux nombres positifs

$$\left. \begin{array}{l} \text{On a } \frac{1}{5} = 0,2 \\ \text{et } 3 \times 0,2 = 0,6 \\ \text{Or } \frac{3}{5} = 0,6 \end{array} \right\} \text{ Donc } 3 \times \frac{1}{5} = \frac{3}{5}.$$

b • Définition

Si b est un nombre relatif non nul, **le quotient**

$\frac{a}{b}$ est défini par $a \times \frac{1}{b} = \frac{a}{b}$.

EXEMPLE

$$\frac{-4}{-5} = -4 \times \frac{1}{-5} = -4 \times (-0,2) = 0,8.$$

REMARQUE : pour $b \neq 0$, $\frac{a}{b}$ est le facteur manquant dans l'égalité $b \times \dots = a$. On a donc $b \times \frac{a}{b} = a$.

c • Règle des signes

Puisque $\frac{a}{b} = a \times \frac{1}{b}$, on applique la même règle des signes que pour la multiplication.

EXEMPLES

$$\frac{-2}{5} = \frac{2}{-5} = -\frac{2}{5} \quad \text{et} \quad \frac{-5}{-4} = \frac{5}{4}.$$

d • Valeurs approchées d'un quotient

EXEMPLES

Pour le calcul de $\frac{24}{7}$, la calculatrice affiche 3.428571429.

On remarque que $3,420 < \frac{24}{7} < 3,430$.



Si on veut donner une approximation décimale au centième de $\frac{24}{7}$, on peut indiquer :

- 3,42 qui est une valeur approchée **par défaut** à 0,01 près de $\frac{24}{7}$ (c'est aussi la troncature au centième de $\frac{24}{7}$);
- 3,43 qui est une valeur approchée **par excès** à 0,01 près de $\frac{24}{7}$.

$\frac{24}{7}$ est plus proche de 3,43 que de 3,42 donc 3,43 est l'**arrondi au centième** de $\frac{24}{7}$.

1 Produit de plusieurs nombres relatifs

Exemples 1 Déterminer le signe de :

$$A = (-2) \times 3 \times (-4) \times 5 \times (-1) \times (-6),$$

puis calculer A.

1^{re} étape

On compte combien il y a de facteurs négatifs.

Il y a quatre facteurs négatifs dans A, donc un **nombre pair de facteurs négatifs**.

A est donc **positif**.

2^e étape

On multiplie les parties numériques.

$$2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 1 \times 6 = 720.$$

$$\text{Donc } A = +720 = 720.$$

2 Déterminer le signe de :

$$B = (-0,5) \times 4 \times (-2) \times 5 \times (-10),$$

puis calculer B.

1^{re} étape

On compte combien il y a de facteurs négatifs.

Il y a trois facteurs négatifs dans B, donc un **nombre impair de facteurs négatifs**.

B est donc **négatif**.

2^e étape

On multiplie les parties numériques.

$$0,5 \times 4 \times 2 \times 5 \times 10 = 200.$$

$$\text{Donc } B = -200.$$

► Voir exercice n° 24, p. 18.

2 Priorité dans les calculs

Exemples 1 Effectuer :

$$A = 2 + 0,3 \times (-4) - 5 \times (-2).$$

1^{re} étape

On effectue les multiplications.

$$A = 2 + \underbrace{0,3 \times (-4)}_{-1,2} - \underbrace{5 \times (-2)}_{+10}.$$

$$A = 2 - 1,2 + 10$$

2^e étape

On effectue les additions en regroupant les termes de même signe.

$$A = 12 - 1,2 = 10,8.$$

2 Effectuer :

$$B = 1 - \frac{24}{4 - 14} - 12.$$

1^{re} étape

On calcule le quotient.

$$B = 1 - \frac{24}{-10} - 12,$$

$$B = 1 - (-2,4) - 12,$$

$$B = 1 + 2,4 - 12.$$

2^e étape

On effectue les additions en regroupant les termes de même signe.

$$B = 3,4 - 12 = -8,6.$$

► Voir exercice n° 53, p. 20.

3 Inverse

Exemple Exprimer sous forme décimale l'inverse de 16.

1^{re} étape

On détermine l'opération à effectuer.

L'inverse de 16 est $\frac{1}{16}$ (c'est le nombre manquant dans l'égalité $16 \times \dots = 1$).
Il faut donc diviser 1 par 16.

2^e étape

On effectue le calcul éventuellement à l'aide de la calculatrice.

On obtient $\frac{1}{16} = 0,0625$.

► Voir exercice n° 39, p. 19.

4 Arrondi

Exemple À l'aide d'une calculatrice, donner l'arrondi au centième de :

$$A = \frac{173}{13} \text{ et } B = -\frac{93}{11}.$$

1^{re} étape

On recopie ce qu'affiche l'écran de la calculatrice pour chaque fraction.

Pour A : 13,307 692 31.

Pour B : - 8,454 545 455.

2^e étape

On encadre chaque fraction par les deux choix possibles d'arrondi.

$$\text{Pour A : } 13,30 < \frac{173}{13} < 13,31.$$

$$\text{Pour B : } -8,46 < -\frac{93}{11} < -8,45.$$

3^e étape

On garde la valeur la plus proche de la fraction donnée.

Pour A : 13,307 est plus proche de 13,310 que de 13,300. Donc l'arrondi au centième de A est 13,31.

Pour B : - 8,454 est plus proche de - 8,450 que de - 8,460. Donc l'arrondi au centième de B est - 8,45.

► Voir exercice n° 58, p. 21.

choisir les outils

Exercice 1 Calculer avec des parenthèses

Calculer $A = (-3,5 + 1,5) + (2 - 5)(3 - 4)$.

Solution

$$\begin{aligned} A &= \underbrace{(-3,5 + 1,5)}_{-2} + \underbrace{(2 - 5)}_{-3} \underbrace{(3 - 4)}_{-1} \\ A &= -2 + (-3) \times (-1) \\ A &= -2 + 3 \\ A &= 1 \end{aligned}$$

Commentaires

- ▶ $(2 - 5)(3 - 4)$ signifie $(2 - 5) \times (3 - 4)$.
- ▶ On effectue d'abord les calculs entre parenthèses.

Exercice 2 Calculer à partir d'expressions littérales

Calculer $B = x - 2y + 3z$ avec $x = 0,5$, $y = -2,4$ et $z = -3$.

Solution

On remplace chaque lettre par sa valeur :

$$\begin{aligned} B &= x - 2y + 3z \\ B &= 0,5 - 2 \times (-2,4) + 3 \times (-3) \\ B &= 0,5 + 4,8 - 9 \\ B &= 5,3 - 9 \\ B &= -3,7 \end{aligned}$$

Commentaires

- ▶ $2y$ signifie $2 \times y$.
- ▶ $3z$ signifie $3 \times z$.
- ▶ On effectue d'abord les multiplications.

Exercice 3 Calculer un inverse et un quotient

Écrire sous forme décimale les nombres $A = \frac{1}{-0,2}$ et $B = \frac{-2,4}{-0,6}$.

Solution

Calcul de A :

$$A = \frac{1}{-0,2}$$

On effectue la division de 1 par 0,2 :

$$\begin{array}{r} 1 \mid 0,2 \\ 0 \mid 5 \end{array}$$

$\frac{1}{-0,2}$ est négatif. On en déduit donc que $A = -5$.

Calcul de B :

$$B = \frac{-2,4}{-0,6}$$

On effectue la division de 2,4 par 0,6 :

$$\begin{array}{r} 2,4 \mid 0,6 \\ 0 \mid 4 \end{array}$$

$\frac{-2,4}{-0,6}$ est positif. On en déduit donc que $B = 4$.

Commentaires

- ▶ D'après la règle des signes, si un nombre est négatif, son inverse est négatif.

- ▶ D'après la règle des signes, le quotient de deux nombres négatifs est positif.

travail autonome

1 Écrire sans parenthèses puis calculer :
 $A = (+5) - (-3)$; $B = (-20) - (-1)$;
 $C = 5 - (+10)$; $D = (-4) + (-6)$;
 $E = (-5) + 6$.

2 Effectuer les calculs suivants :
 $A = 4 - 45$; $B = -5 + 3$;
 $C = -4 + 7$; $D = -20 - 14$.

3 Effectuer les calculs suivants :
 $A = 5 - 7 + 9$; $B = -4 - 7 + 2$;
 $C = 5 + 6 - 7 - 8$; $D = -7 + 4 - 1 + 11$.

4 Effectuer les calculs suivants :
 $A = (-6) \times 2$; $B = (-5) \times (-2)$;
 $C = 4 \times (-7)$; $D = 5 \times (-1)$;
 $E = (-9) \times 6$; $F = (-1) \times 0,5$.

5 Recopier et compléter les phrases suivantes :
a. Si dans un produit il y a un nombre pair de facteurs négatifs, alors ce produit est
b. Si dans un produit il y a un nombre impair de facteurs négatifs, alors ce produit est

6 Effectuer les produits suivants :
 $A = (-5) \times 7 \times (-2)$;
 $B = 4 \times (-7) \times 6$;
 $C = (-9) \times (-4) \times (-3)$;
 $D = 6 \times (-1) \times (-2)$.

7 Déterminer, sans calculer, le signe de chacun des nombres suivants :
 $A = (-2) \times 3 \times (-7) \times (-4) \times (-1) \times (-10)$;
 $B = 5 \times 4 \times (-4) \times (-2) \times (-3) \times (-4)$.

8 **1. a.** Recopier et compléter : $0,5 \times \dots = 1$.
b. En déduire l'inverse de 0,5.
2. a. Recopier et compléter : $\frac{1}{4} \times \dots = 1$.
b. En déduire l'inverse de $\frac{1}{4}$.

9 Donner une écriture décimale de l'inverse des nombres suivants (on pourra utiliser la calculatrice) :
 $A = -0,4$; $B = -0,001$; $C = 0,05$.

10 **1.** Quel est le signe des nombres suivants ?
 $A = \frac{1}{-2}$; $B = \frac{1}{20}$; $C = 2^{-1}$; $D = (-4)^{-1}$.
2. Vérifier à la calculatrice.

11 **1.** Calculer :
 $A = -2 + 4$; $B = -5 - 5$; $C = 3 - 5$.
2. Donner une écriture décimale des nombres suivants :
 $D = \frac{1}{-2 + 4}$; $E = \frac{1}{-5 - 5}$; $F = \frac{1}{3 - 5}$;
 $G = \frac{1}{2 - 4}$; $K = \frac{1}{-3 + 5}$.

12 Recopier et compléter les phrases suivantes avec l'un des mots *opposé* ou *inverse* :
a. 5 est de -5. **b.** 0,1 est de 10.
c. $\frac{1}{-5}$ est de -5. **d.** $-\frac{1}{4}$ est de $\frac{1}{4}$.

13 Recopier et compléter :
a. $4 + (-4) = \dots$; **b.** $4 \times \frac{1}{4} = \dots$;
c. $4 + \frac{1}{4} = \dots$; **d.** $4 \times \left(-\frac{1}{4}\right) = \dots$;
e. $-4 + \frac{1}{4} = \dots$; **f.** $-4 \times \left(\frac{1}{-4}\right) = \dots$;
g. $4 + \left(-\frac{1}{4}\right) = \dots$; **h.** $-4 \times \frac{-1}{-4} = \dots$.

14 Écrire sous forme décimale :
a. $\frac{1}{-5}$; **b.** 16^{-1} ; **c.** $\frac{1}{-25}$; **d.** $\frac{1}{4 + 1}$; **e.** $\frac{1}{4} + 1$.

15 Recopier et compléter :
a. $\frac{7}{8} = \dots \times \frac{1}{\dots}$; **b.** $\frac{-12}{16} = \dots \times \frac{1}{\dots}$;
c. $-\frac{4}{25} = \dots \times \frac{1}{\dots}$; **d.** $\frac{\dots}{8} = \frac{1}{\dots} \times (-5)$;
e. $\frac{-9}{-16} = \frac{1}{-16} \times \dots$.

16 Donner, à l'aide d'une calculatrice, l'arrondi au dixième de :
a. $11/12$; **b.** $-12/16$; **c.** $\frac{13}{-3}$; **d.** $\frac{1}{17}$; **e.** $\frac{-1}{31}$.

exercices

s'entraîner

Sommes et différences de nombres décimaux

Pour les exercices 17 à 21, ne pas utiliser la calculatrice.

17 Écrire sans parenthèses, puis effectuer :
 $A = (+ 2,5) + (- 4)$; $B = (- 2,1) + (- 1,2)$;
 $C = 12 - (- 15)$; $D = (- 1,4) + 6,6$.

18 Effectuer :
 $A = 2,1 - 3,25$; $B = - 5,2 - 9,1$;
 $C = - 4,01 + 3$; $D = 20,6 - 14,4$.

19 Effectuer :
 $A = 5 + 18 - 14 - 25$;
 $B = - 5 + 47 - 78 + 125$;
 $C = - 1,25 + 0,25 + 5,75 - 10,25$;
 $D = 1 - 12 + 11 - 10 + 13 - 14$.

20 Effectuer :
 $A = (2 + 5) - (4 + 6)$;
 $B = (- 3 - 4) + (4 + 7)$;
 $C = (- 1 + 3) + (- 20 + 17)$;
 $D = (- 30 + 27) - (- 10 - 12)$.

21 Effectuer :
 $A = (2 - 5,1 - 4,6) + (- 3 - 4,5 + 5,8) - 1,2$;
 $B = (- 2,5 + 3,2 + 4,4) - 3 - (22,4 - 45)$.

Produits de nombres décimaux

Pour les exercices 22 à 24, effectuer les calculs sans utiliser la calculatrice.

22 $A = (- 5,2) \times 2$; $B = 3 \times (- 4)$;
 $C = (- 1,5) \times 1,5$; $D = (- 0,2) \times (- 5)$.

23 $A = (- 0,2) \times (- 2)$; $B = - 3 \times 14$;
 $C = (- 10) \times 1,5$; $D = (- 11) \times (- 3)$.

24 $A = (- 1,5) \times (- 2) \times 10$;
 $B = 5,3 \times (- 4,5) \times (- 2)$;
 $C = (- 0,1) \times 0,1 \times 0,1$;
 $D = (- 123\,587,987\,45) \times (- 1\,222\,222\,258,1) \times 0$;
 $E = (- 10) \times 0,1 \times (- 0,1) \times (- 10)$.

► Voir *Connaître les outils 1*, p. 14.

25 Recopier les égalités suivantes et remplacer le symbole ♥ par le signe qui convient :

- a. $(- 12,3) \times (\heartsuit 5,3) = 65,19$;
 b. $(\heartsuit 10,5) \times (- 12,1) = 127,05$;
 c. $(\heartsuit 2,05) \times 10 = 20,5$;
 d. $(\heartsuit 2,05) \times (- 10) = - 20,5$.

26 Recopier les égalités suivantes et remplacer le symbole ♣ par le signe qui convient :

- a. $3 \times (- 4) = (\clubsuit 2) \times 6$;
 b. $(\clubsuit 3) \times (- 4) = 2 \times 6$;
 c. $(\clubsuit 2) \times 3 \times (- 6) = (- 4) \times (- 9)$.

27 Recopier et compléter sans utiliser la calculatrice :

- a. $5 \times \dots = - 40$; b. $(- 2) \times \dots = - 5$;
 c. $(- 1,2) \times \dots = 144$.

28 Recopier et compléter sans utiliser la calculatrice :

- a. $(- 4) \times \dots = 40$; b. $(- 4) \times \dots = - 20$;
 c. $(- 4) \times \dots = - 10$; d. $(- 4) \times \dots = 8$;
 e. $(- 4) \times \dots = - 2,4$.

Produits et sommes de nombres relatifs

29 QCM

Retrouver le bon résultat (sans utiliser la calculatrice) :

1. $(- 1) \times (- 1) \times (- 1) =$	a. - 1 b. - 3 c. 1
2. $(- 1) + (- 1) \times (- 1) =$	a. - 3 b. 0 c. 2
3. $(- 1) \times (- 1) - (- 1) =$	a. - 3 b. 0 c. 2
4. $(- 1) - (- 1) - (- 1) =$	a. - 3 b. 0 c. 1
5. $(- 1) + (- 1) + (- 1) =$	a. - 3 b. - 1 c. 2
6. $(- 1) - (- 1) \times (- 1) =$	a. - 3 b. 0 c. - 2
7. $(- 1) \times (- 1) \times 0 =$	a. - 1 b. 1 c. 0

exercices

30 Déterminer **mentalement** le signe des expressions suivantes et expliquer :

$$A = (-25 - 301) \times (-1\,145 - 10,12);$$

$$B = (10 - 4) \times (-4 - 125);$$

$$C = (-3 + 5) \times (-6 + 11).$$

Pour les exercices 31 à 33, effectuer les calculs sans utiliser la calculatrice.

31 $A = 12 \times (-10 + 2);$

$$B = 12 + (-10 + 2);$$

$$C = -12 - (10 - 2);$$

$$D = (-12) \times (-10) \times (-2);$$

$$E = -12 - 10 \times 2.$$

32 $A = (-7 + 3) \times 4;$

$$B = -7 \times 2 + 3 \times (-2) + 2;$$

$$C = (1 - 4) \times (4 - 3) \times 5 - 12 \times (-1);$$

$$D = 24 - (1 - 3) \times (-2 - 8).$$

33 $A = (-5 - 2)(-2 - 4);$

$$B = (-5 + 8)(16 - 20);$$

$$C = (-4 + 1)(18 - 5);$$

$$D = (-6 + 7)\left(\frac{1}{4} - 0,25\right).$$

Tableaux

Pour les exercices 34 à 37, recopier et compléter les tableaux avec des nombres décimaux relatifs.

34

$(+ \dots)$	$-2,4$	$3,45$	$2,5$	$4,4$	$(- \dots)$
	$3,2$	$-1,7$			

35

$- \dots$	$-10,5$		$-6,8$	$-62,5$	$5,4$	$(+(-1,5))$
		$-3,7$				

36

$\times (-2)$	$-1,5$		$-3,8$	$-2,5$		$(\div \dots)$
		$-3,25$			$-5,4$	

37

$\times \dots$	$-4,5$		$-3,8$	$-6,5$		$(\div \dots)$
	18	$-3,2$			$-5,6$	

Inverse

Pour les exercices 38 à 40, ne pas utiliser la calculatrice.

38 1. a. Recopier et compléter :
 $-0,5 \times \dots = 1.$

b. En déduire l'inverse de $-0,5$.

2. a. Recopier et compléter : $\frac{1}{-7} \times \dots = 1.$

b. En déduire l'inverse de $\frac{1}{-7}$.

3. Déterminer l'inverse de :

a. $\frac{1}{-11}$; b. $-\frac{1}{13}$; c. $-\frac{1}{19}.$

39 Écrire sous forme décimale l'inverse des nombres suivants :

a. $-0,1$; b. -100 ; c. $-0,008$; d. $2 + 3.$

► Voir *Connaître les outils 3*, p. 15.

40 Écrire sous forme décimale l'inverse des nombres suivants :

$A = -2$; $B = -\frac{1}{23}$; $C = 0,04$; $D = \frac{1}{50}.$

Une utilisation de l'inverse

Pour les exercices 41 à 43, ne pas utiliser la calculatrice.

41 1. Calculer $\frac{1}{0,25}$ sous forme décimale.

2. a. Recopier et compléter :

$$\frac{7}{0,25} = \dots \times \frac{1}{0,25}.$$

b. Citer la règle du cours utilisée.

3. En déduire l'écriture de $\frac{7}{0,25}$ sous forme décimale.

42 1. Calculer $\frac{1}{2,5}$ sous forme décimale.

2. En déduire l'écriture de $\frac{3}{2,5}$ sous forme décimale.

43 1. Calculer $\frac{1}{50}$ sous forme décimale.

2. En déduire l'écriture de $\frac{31}{50}$ et de $-\frac{31}{50}$ sous forme décimale.

exercices



Calcul mental

44 Quel est l'inverse de 2 ? de 10 ? de 0,01 ?

45 1. Lire et compléter oralement :

a. Diviser par 0,1, c'est multiplier par

b. Diviser par 0,01, c'est multiplier par

2. Calculer :

a. $\frac{15}{0,1}$; b. $(-15) \times (-0,1)$; c. $\frac{18}{0,01}$;

d. $(-100) \times 0,01$; e. $\frac{0,002}{0,01}$; f. $0,002 \times 0,01$.

Inverse et opposé

Pour les exercices 46 à 49, ne pas utiliser la calculatrice.

46 Recopier et compléter :

a. $25 + \dots = 0$; b. $(-25) \times \dots = 1$;

c. $(-12) \times \dots = 1$.

47 Recopier et compléter :

a. $\frac{1}{45} \times \dots = 1$;

b. $\frac{1}{25} + \dots = 0$;

c. $-\frac{1}{2} + \dots = 0$;

d. $-\frac{1}{10} \times \dots = 0$.

48 Calculer les nombres suivants :

$$A = -10,2 + 10,2 + \frac{1}{25} \times 25 ;$$

$$B = 31,4 \times \frac{1}{-31,4} + 31,4 - 31,4 ;$$

$$C = (-10 + 10) \times \left(-\frac{1}{10} \times 10\right) ;$$

$$D = -10 + 10 \times \left(-\frac{1}{10} \times 10\right).$$

49 Calculer les nombres suivants :

$$A = -2 + 2 - \frac{1}{2} \times 2 ;$$

$$B = -2 + \left(2 - \frac{1}{2} \times 2\right) ;$$

$$C = \left(-2 + 2 - \frac{1}{2}\right) \times 2.$$

Quotients de nombres décimaux relatifs

Pour les exercices 50 à 55, écrire les nombres sous forme décimale.

50 Avec calculatrice

$$A = \frac{-7}{4} ; B = \frac{15}{-75} ; C = -\frac{14}{25} ; D = -\frac{35}{140}.$$

51 Avec calculatrice

$$A = 1/20 ; B = -216/6 ; C = 25^{-1} ; D = 1\,000^{-1}.$$

52 Sans calculatrice

$$A = \frac{19}{-14-6} ; B = \frac{-35}{-4-3} ; C = \frac{17}{-15-2}.$$

53 Sans calculatrice

$$A = 3 + \frac{-1}{-2-3} - 5 ; B = -1 - \frac{1}{7+3} + 4 ;$$

$$C = -2 - \frac{1}{(-2) \times (-5)} - 3.$$

► Voir Connaître les outils 2, p. 14.

54 Sans calculatrice

$$A = 2 \times 5^{-1} ; B = 2^{-1} \times 5 ; C = 2^{-1} \times 5^{-1}.$$

Vérifier les résultats à la calculatrice.

55 Sans calculatrice

$$\text{a. } A = \frac{2}{5} \text{ puis } B = \frac{\frac{2}{5}}{4}.$$

$$\text{b. } A = \frac{-5}{4} \text{ puis } B = \frac{\frac{-5}{4}}{\frac{-5}{4}}.$$

56 Chaque nombre de la première colonne est égal à un nombre de la deuxième colonne. Lequel ? (Attention, il y a des intrus !)

1. $\frac{-1}{-1}$	a. 0
2. $\frac{-1}{1}$	b. -1
3. $\frac{0}{-1}$	c. 1
4. $\frac{1-1}{1}$	d. -2
5. $1 - \frac{1}{1}$	e. 2
6. $\frac{1}{-1-1}$	f. $\frac{1}{0,5}$
7. $\frac{-1-1}{1}$	g. -0,5

57 Écrire les nombres suivants sous forme décimale :

$$A = -\frac{1,75}{4}; \quad B = \frac{0,2}{-25};$$

$$C = -\frac{7,29}{-0,6}; \quad D = -\frac{-9,54}{18};$$

$$E = \frac{-11,2}{-7}.$$

Arrondi

58 Pour le calcul de $\frac{59}{13}$, la calculatrice affiche :

4.538461538

Donner l'arrondi à l'unité de $\frac{59}{13}$, puis l'arrondi au dixième.

► Voir Connaître les outils 4, p. 15.

59 Pour le calcul de $\frac{-257}{196}$, la calculatrice affiche :

-1.31122449

Donner l'arrondi à l'unité de $\frac{-257}{196}$, puis l'arrondi au dixième.

Pour les exercices 60 et 61, donner pour chaque nombre à l'aide de la calculatrice :

- l'arrondi à l'unité ;
- l'arrondi au dixième.

60 a. $\frac{-56}{7}$; b. $\frac{48}{-8}$; c. $\frac{16}{-32}$; d. $\frac{1}{128}$.

61 a. $\frac{12}{11}$; b. $\frac{22}{7}$; c. $\frac{-24}{9}$; d. $\frac{-38}{3}$;
e. $\frac{1\,000}{4}$; f. $\frac{1}{-7}$; g. π .

62 Donner, à l'aide de la calculatrice, l'arrondi au dixième des nombres suivants :

a. $\frac{8,25}{11}$; b. $-\frac{2,4}{26}$; c. $-\frac{13,8}{21}$;
d. $-\frac{110}{27}$; e. $\frac{8}{\frac{9}{7}}$; f. $\frac{8}{\frac{9}{7}}$.

À la calculatrice

Pour les exercices 63 et 64 :

- Effectuer chacun des calculs à la calculatrice puis recopier l'affichage obtenu.
- Déterminer l'arrondi de chaque résultat au dixième puis au centième.

63 $A = 1 - \frac{2-3}{7}$; $B = 1 - \frac{7}{10+3}$;
 $C = -2 - \frac{7}{-2-7}$; $D = -10 + \frac{6}{6+7}$.

64 $E = \frac{-7+3}{-0,7}$; $F = \frac{-7}{-0,7+3}$;
 $G = \frac{-10+17}{-10-17}$.

Priorités opératoires

Pour les exercices 65 à 67, effectuer les calculs.

65 $A = 5 \times (-4) + 3$;
 $B = (-1,5) \times (-2) \times 5 - 15$;
 $C = 5 - 4 \times (-7)$;
 $D = -9 + 6 \times (-4)$.

exercices

66 $A = (-5 + 4) \times 1,5$;
 $B = (4 - 3) \times (-1)$;
 $C = (1,7 - 6,9) \times (6 - 15)$;
 $D = 1,7 - 6,9 \times 6 - 15$.

67 $A = (3 - 0,7) \times (15 - 8) - 13 \times (-2)$;
 $B = 2,4 - (11 - 13) \times (-13) \times (-2)$;
 $C = -17 + 2 \times 1,5 - (-15) + 1,7 \times (-0,3)$;
 $D = 11 - (15 - 3 \times (-1) - 4) \times (- (2,5 - 7))$.

Programmes de calcul

68 1. Jérémy a multiplié la somme de -7 et de 3 par -6 .

Parmi les expressions suivantes, choisir celle(s) qui correspond(ent) à son calcul :

- a.** $-7 + 3 \times (-6)$; **b.** $(-7 + 3) \times (-6)$;
c. $(3 - 7) \times (-6)$.

2. Jérémy a ensuite multiplié la somme de -8 et de 3 par 6 . Quel nombre Jérémy a-t-il calculé ?

69 1. Éva a ajouté 6 au produit de -5 par 4 . Parmi les expressions suivantes, choisir celle(s) qui correspond(ent) à son calcul :

- a.** $-5 + 4 \times 6$; **b.** $((-5) \times 4) + 6$;
c. $4 \times (-5) + 6$.

2. Éva a ensuite fait la somme du produit de -5 par 4 et de 6 . Quel nombre Éva a-t-elle calculé ?

Avec des lettres

Pour les exercices 70 à 75, ne pas utiliser la calculatrice.

70 On pose $A = x - y + z - 2$.

Calculer A pour :

- a.** $x = -1$; $y = 2,5$; $z = -1,5$;
b. $x = 4$; $y = -2,7$; $z = 2,5$.

71 On pose $B = -3x + 7$. Calculer B pour :

- a.** $x = 4$; **b.** $x = -5$; **c.** $x = -1,5$.

72 On pose $C = -5 - 5x$. Calculer C pour :

- a.** $x = 0,2$; **b.** $x = -1,4$; **c.** $x = -14$;
d. $x = 24$.

73 On pose $D = x - 2y + 3z - 2$.

Calculer D pour :

- a.** $x = -2$; $y = 7$; $z = -3$;
b. $x = -11$; $y = -30$; $z = -15$.

74 Calculer $A = x^2$, $B = x^3$ et $C = A - B$ pour :

- a.** $x = -2$; **b.** $x = -3$.

75 On pose $E = \frac{1}{2 + y}$.

Donner la valeur décimale de E pour :

- a.** $y = 8$; **b.** $y = -10$; **c.** $y = -22$.

Qui a raison ?

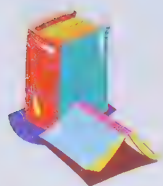
A



B



maîtriser



Lire et comprendre

76 Parmi les nombres suivants, indiquer ceux égaux à l'inverse de 5 :

- a. -5 ; b. $-1/5$; c. $\frac{-1}{-5}$; d. $5/1$;
e. $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$; f. $\frac{1}{2+3}$; g. $\frac{-1}{-2-3}$.

77 Porte gagnante

Au cours d'un jeu télévisé, les candidats se trouvent face à cinq portes numérotées de 1 à 5. Le gros lot est dissimulé derrière la porte dont le numéro est la solution de l'énigme suivante :

- Calculer le produit de 8 par l'inverse de -2 .
- Calculer la somme de l'inverse de 0,5 et du produit de 3 par -1 .
- Le produit du résultat de la question 1 par celui de la question 2 donne le numéro de la porte gagnante.
Alors... à vous de jouer !

78 QCM

Pour chacune des questions ci-dessous, choisir la bonne réponse.

1. L'opposé d'un quart est	a. -4 . b. $-\frac{1}{4}$. c. $\frac{1}{4}$.
2. L'inverse de l'opposé de 10 est	a. $\frac{1}{-10}$. b. $-\frac{1}{-10}$. c. -10 .
3. L'opposé de l'inverse de 10 est	a. $\frac{1}{10}$. b. -10 . c. $-\frac{1}{10}$.
4. Si ab est strictement positif, alors $\frac{a}{b}$ est	a. positif. b. négatif. c. On ne sait pas.

5. $\frac{1}{-4}$ et $\frac{1}{4}$ sont

- a. inverses.
b. opposés.
c. égaux.

6. $\frac{-1}{-4}$ et $\frac{1}{4}$ sont

- a. inverses.
b. opposés.
c. égaux.

7. L'inverse de 10 est

- a. $-0,1$.
b. -10 .
c. 10^{-1} .

Tables de multiplication

Pour les exercices 79 et 80, recopier et compléter chaque table de multiplication avec des décimaux relatifs, sans utiliser la calculatrice.

79

$\times$	-4	$-1,5$	$3,2$	$2,5$
.....	8			
.....	12			
.....	$-0,4$			
0,3				

80

$\times$	-4			
-4		12		
.....	24			
-1			0,5	
8				-40

Carrés et cubes

Pour les exercices 81 et 82, effectuer les calculs sans utiliser la calculatrice.

81

$A = (-5)^2$; $B = 2 \times (-5)^2$;
 $C = (2 \times (-3))^2$; $D = -5^2$.

82

$A = (-5)^3$; $B = 2 \times (-5)^3$;
 $C = (-2 \times (-5))^3$; $D = -2^3$.

exercices

Calculs mêlés

Pour les exercices 83 à 87, ne pas utiliser la calculatrice.

83 Calculer :

$$A = (-9,1 + 4,9) \times (2 - 7);$$

$$B = -10 + 5 \times (2,1 - 1,9);$$

$$C = -4 - (-5 \times (-3) + 10).$$

84 Calculer :

$$A = (2 - 3)(12 - 7)(1 - 3);$$

$$B = -10 - 5 \times (-5) \times (-2) + 3;$$

$$C = -10(-6 + (-7) \times (-2) - 4).$$

85 1. Calculer :

a. $-2 \times (-10 + 5);$

b. $-2 \times (-10) + (-2) \times 5.$

c. Que remarque-t-on ?

2. À l'aide de la remarque précédente, effectuer :

a. $-2,5 \times (-7) + (-2,5) \times 9;$

b. $-13 \times (-7) + (-13) \times (-3).$

c. $-3,7 \times 6,2 + (-3,7) \times 3,8.$

86 Calculer :

$$A = 1 - 4 - \frac{1}{4}; \quad B = 1 - 5 - \frac{1}{1 - 5};$$

$$C = 1 + 9 - \frac{1}{1 + 9}.$$

87 Calculer :

$$A = 2 - 7 - \frac{1}{2 - 3}; \quad B = 5 - 2 \times \frac{1}{9 - 4};$$

$$C = (-4) \times 6 - 3 \times \frac{1}{-5}.$$

Comparaison

88 Ranger dans l'ordre croissant :

$$-\frac{1}{4}; \quad -\frac{1}{2}; \quad \frac{1}{0,1}; \quad \frac{1}{25}; \quad -\frac{1}{40}.$$

89 Ranger dans l'ordre décroissant :

$$-\frac{3}{2}; \quad \frac{15}{8}; \quad -\frac{23}{16}; \quad -\frac{7,5}{-5}; \quad 1,35; \quad -\frac{4}{-5}.$$

Recherche de nombres

Pour les exercices 90 à 94, recopier les égalités et les compléter par les nombres manquants sans utiliser la calculatrice.

90 a. $\frac{24}{\dots} = 3;$ b. $\frac{\dots}{-4} = 7;$

c. $\frac{36}{\dots} = -4;$ d. $5 - \dots = 8.$

91 a. $\frac{15 - 5}{\dots} = 1;$ b. $\frac{1}{(3 - \dots)} = 0,1;$

c. $\frac{1}{3 - \dots} = 0,1;$ d. $\frac{36}{9 - \dots} = -4.$

92 a. $\frac{1}{\dots} \times (-8) = 1;$ b. $\frac{1}{\dots} \times 5 = 1;$

c. $1 = \frac{\dots}{-4} \times 4;$ d. $1 = \frac{1}{\dots} \times (-2,5).$

93 a. $\frac{-3}{7} \times \dots = -3;$ b. $0,4 = 8 \times \frac{0,4}{\dots};$

c. $-5 \times \frac{\dots}{5} = -6;$ d. $-3 \times \dots \times \frac{2}{-3} = 16.$

94 a. $\frac{1}{\dots} = 2;$ b. $\frac{1}{-3 + \dots} = 2;$

c. $\frac{1}{(-1) \times \dots} = 2;$ d. $\frac{1}{2 \times \dots} = 2.$

Tester une égalité

95 Sans calculatrice

Indiquer, en justifiant la réponse, si l'affirmation $2x - 4y = -8$ est vraie pour :

a. $x = -4$ et $y = 0;$ b. $x = 0$ et $y = -2;$

c. $x = 0$ et $y = 2;$ d. $x = 8$ et $y = 6.$

96 Sans calculatrice

Indiquer, en justifiant la réponse, si l'affirmation $(2x + y)(x - y) = 0$ est vraie pour :

a. $x = 1$ et $y = -1;$ b. $x = y = 1;$

c. $x = -10$ et $y = 20;$ d. $x = -\frac{1}{2}$ et $y = 1;$

e. $x = 100$ et $y = 99.$

97 Casse-tête

Trouver deux nombres x et y tels que :

a. $2x + 3y = -5$; b. $-1 + 2x + y = 5$;

c. $-2 + 3x - 4y = 0$.

Indication : on peut effectuer des tests de tête, à la calculatrice ou à l'aide d'un tableur.

Tester une inégalité

98 Sans calculatrice

Indiquer, en justifiant la réponse, si l'affirmation $4x + 2y > -12$ est vraie pour :

a. $x = 0$ et $y = -7$; b. $x = 1$ et $y = -5$;

c. $x = -4$ et $y = 0$.

99 Sans calculatrice

Indiquer, en justifiant la réponse, si l'affirmation $-2x + 3y < 10$ est vraie pour :

a. $x = 5$ et $y = 0$; b. $x = 0$ et $y = 0$;

c. $x = -4$ et $y = 3$; d. $x = -5$ et $y = 1$.

Avec des lettres

Pour les exercices 100 à 103, ne pas utiliser la calculatrice.

100 On pose $A = -2x^2 + 4x$. Calculer A pour :

a. $x = 5$; b. $x = -3$;

c. $x = 1,5$; d. $x = -0,5$.

101 Reprendre l'exercice 100 avec :
 $B = (1 - 3x)(2x + 1)$.

102 Reprendre l'exercice 100 avec :
 $C = (-4 + 2x)(-2x - 5)$.

103 On pose $D = (2x - 3)(2 - 5y)$. Calculer D pour :

a. $x = 1,5$ et $y = 7$;

b. $x = 6,5$ et $y = 2,5$;

c. $x = -2$ et $y = -3$.

Avec un tableur

Pour les exercices 104 et 105, les calculs peuvent être effectués avec un tableur ou, à défaut, à l'aide d'une calculatrice.

104 1. Établir une feuille de calcul comme celle donnée ci-dessous.

	A	B	C	D	E	F	G
1	x	y	1/x	1/y	xy	(1/x)*(1/y)	1/(xy)
2	2	0,4	=1/A2	=1/B2	=A2*B2	=C2*D2	=1/E2
3	0,5	0,01					
4	0,625	20					
5	25	128					
6	10	0,0125					
7	128	0,625					

2. Recopier et compléter le tableau avec les valeurs données par l'ordinateur si on étend les formules indiquées à la ligne 2 vers le bas.

3. Que constate-t-on ?

105 1. Établir une feuille de calcul comme celle donnée ci-dessous.

	A	B	C	D	E	F	G
1	x	y	1/x	1/y	x+y	(1/x)+(1/y)	1/(x+y)
2	2	0,4	=1/A2	=1/B2	=A2+B2	=C2+D2	=1/E2
3	0,5	0,01					
4	0,625	20					
5	25	128					
6	10	0,0125					
7	128	0,625					

2. Recopier et compléter le tableau avec les valeurs données par l'ordinateur si on étend les formules indiquées à la ligne 2 vers le bas.

3. Les colonnes F et G indiquent-elles des résultats égaux ?

devoirs à la maison

106 Soit $A = -14 - 3 \times (-4) + 2$.

- Calculer A.
- Placer des parenthèses dans l'expression de A pour trouver :
a. 46 ; b. -8 ; c. 70.

107 Soit $B = -6 \times (-4) + 6 \times (-3) + 2$.

- Calculer B.
- Placer des parenthèses dans l'expression de B pour trouver :
a. 18 ; b. 38 ; c. -30.

108 1. Soit a et b deux entiers relatifs. Donner toutes les possibilités pour a et b telles que $ab = 12$. Présenter les résultats sous la forme d'un tableau comme ci-dessous.

a					
b					

- Reprendre la question 1 avec $ab = -15$.
- Reprendre la question 1 avec $ab = -75$.
- Que peut-on dire si $ab = 0$?

109 Recopier et compléter les égalités suivantes (on ne demande pas de justifier les réponses) :

- a. $\frac{1}{2 + \dots} = 0,1$; b. $\frac{1}{1 + \dots} = 0,125$;
c. $\frac{1}{10 - \dots} = 0,2$.

110 1. Calculer la somme du produit de -5 par -2 et de -7.

- Additionner -5 au produit de 3 par -2.
- Calculer la somme du produit de -3 par 6 et du quotient de -15 par 2,5.

111 1. Effectuer chacun des calculs suivants à la calculatrice puis recopier l'affichage obtenu :

$$A = \frac{5+6}{3} ; \quad B = \frac{-5+12}{-11} ;$$

$$C = \frac{4}{-6+9} ; \quad D = \frac{3-14}{-7-12} .$$

- Déterminer l'arrondi de chaque résultat au dixième puis au centième.

Pour les exercices 112 et 113 :

- À l'aide de la calculatrice, déterminer les nombres A et B pour les valeurs x et y données puis recopier dans chaque cas l'affichage obtenu.
- Donner l'arrondi au dixième de A et de B puis leur arrondi au centième.

112 $A = \frac{1}{x+y}$; $B = \frac{1}{-x+y}$.

- a. $x = 11$ et $y = 7$; b. $x = 2$ et $y = -9$.

113 $A = \frac{1}{x+y}$; $B = \frac{1}{-x+2y}$.

- a. $x = 3$ et $y = 10$; b. $x = -0,2$ et $y = 11$;
c. $x = 0,35$ et $y = -0,11$.

114 Déterminer sans calculatrice :

$A = 1 - 3x + 2 + 4y$ pour :

- a. $x = 2$ et $y = -3$; b. $x = -3$ et $y = -5$.

115 On considère deux dés à six faces numérotées -3, -2, -1, 1, 2 et 3.

On lance les deux dés à la fois et on s'intéresse à la somme des deux faces supérieures. Le tableau ci-dessous donne tous les résultats possibles.

- Recopier et compléter le tableau :

Dé n° 1 \ Dé n° 2	-3	-2	-1	1	2	3
-3	-6					
-2						
-1					1	
1						
2						
3						

- Calculer la proportion de cases donnant :
a. -2 ; b. 0 ; c. 2 ; d. 1.

116 1. Reprendre la question 1 de l'exercice 115 en remplaçant la somme des deux faces supérieures par le produit des deux faces supérieures.

- Calculer la proportion de cases donnant :
a. -3 ; b. 9 ; c. 6.

vive les maths !

Le mystérieux nombre π

π n'est pas un nombre entier, ce n'est pas un nombre décimal, ni fractionnaire. Mais alors, quel est donc ce nombre mystérieux ?

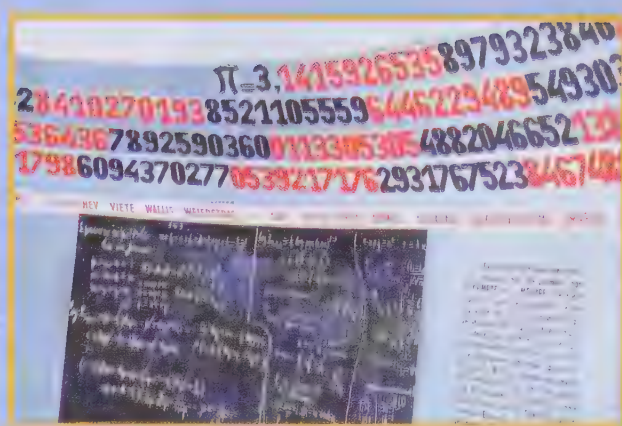
L'histoire de π

Avant de représenter un nombre, π est la seizième lettre de l'alphabet grec. C'est au XVII^e siècle que le mathématicien anglais Oughtred décide d'utiliser le symbole π pour calculer le périmètre d'un cercle. Dans ce calcul, π est le rapport entre le périmètre et le diamètre du cercle (π en grec est la première lettre du mot *perimetros* qui veut dire *périmètre*).

Cette célèbre salle du palais de la Découverte reproduit les décimales du calcul du mathématicien anglais Shanks. Pour l'anecdote, au XVII^e siècle, Shanks avait déterminé 707 décimales de π qui ont longtemps figuré au palais de la Découverte. Cependant, seules 527 d'entre elles étaient justes ! Depuis, l'erreur a été rectifiée...

« Mille et une valeurs » de π

De l'Antiquité à nos jours, les mathématiciens n'ont pas cessé de chercher une bonne approximation de π (voir l'activité 5, p. 11). En fait, π possède une infinité de décimales. Le record actuel sur le nombre de décimales connues de π date de 1999 : deux cents milliards (obtenues par l'équipe du mathématicien japonais Kadana).



π SUR INTERNET

Si on regarde le nombre π , ses décimales semblent se présenter comme des chiffres tirés au hasard.

En cherchant dans les décimales une succession de 5 chiffres quelle qu'elle soit, on a 100 % de chances de la trouver. Pour une succession de 8 chiffres, les chances sont de 63 %.

Il existe un site internet, Pi-search, qui vous permet de retrouver parmi les décimales de π votre date d'anniversaire (8 chiffres) !

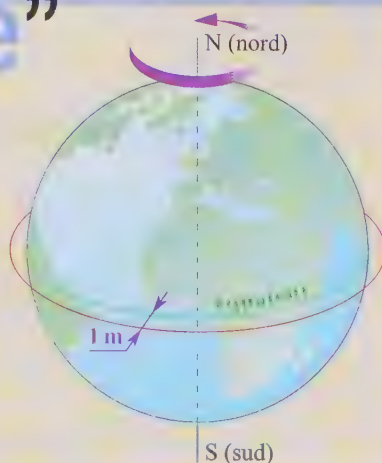
“casse tête”

Voici un problème auquel on demande de répondre sans faire aucun calcul.

1. Sachant que le « périmètre » de la Terre (supposée être une boule parfaite) est 40 000 km, et qu'une corde a été tendue tout autour de l'équateur à l'altitude 0, au niveau de la mer, de combien faut-il rallonger cette corde pour qu'elle se trouve à une hauteur de 1 m au-dessus du niveau de la mer tout autour de la Terre ?

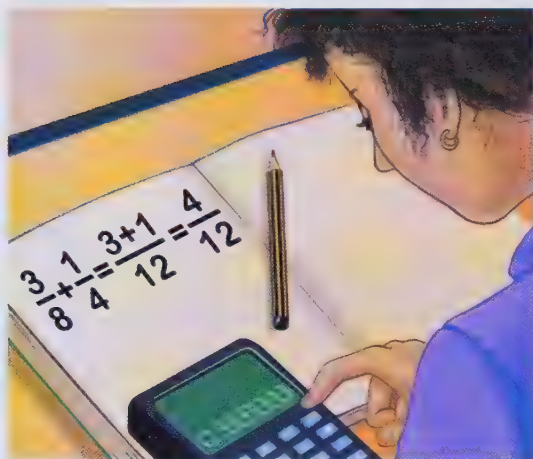
- a. 1 m ; b. 6,28 m ; c. 314 m ; d. 1 km ;
e. 3,14 km ; f. 628 km ; g. 3 142 km ; h. 10 000 km.

2. À présent, vérifier par le calcul la réponse choisie à la question 1.



ACTIVITÉS

1 Addition en écriture fractionnaire



1. Dans le dessin ci-contre, on peut voir l'égalité écrite par Leïla dans son cahier. Elle vérifie ensuite à la calculatrice : $\frac{4}{12} \approx 0,33$ et $\frac{3}{8} + \frac{1}{4} = 0,625$.

Elle fait part de son erreur à son frère qui lui énonce la règle suivante : « Fais attention, pour additionner deux nombres en écriture fractionnaire, on les écrit d'abord avec le même dénominateur, on additionne les numérateurs et on garde le dénominateur commun. »

Recopier et compléter l'égalité suivante à la place de

Leïla : $\frac{3}{8} + \frac{1}{4} = \frac{3}{8} + \frac{\quad}{8} = \frac{\quad}{8}$.

2. Exprimer sous forme fractionnaire les nombres suivants :

a. $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$; b. $\frac{1}{4} + \frac{1}{8}$; c. $\frac{1}{8} + 1$; d. $1 - \frac{1}{2} - \frac{3}{8}$; e. $1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{4}$.

3. a. Écrire $-\frac{5}{6}$ et $\frac{3}{8}$ avec 24 pour dénominateur.

b. Calculer $a = -\frac{5}{6} + \frac{3}{8}$ et $b = -\frac{5}{6} - \frac{3}{8}$.

2 Multiplication en écriture fractionnaire

1. Écrire $\frac{5}{8} \times \frac{7}{6}$ sous forme fractionnaire.

2. À l'aide du calcul précédent et de la règle des signes, écrire sous forme fractionnaire :

a. $-\frac{5}{8} \times \frac{7}{6}$; b. $-\frac{5}{8} \times -\frac{7}{6}$; c. $-\frac{5}{-8} \times -\frac{7}{6}$;

d. $-\frac{5}{-8} \times -\frac{7}{-6}$; e. $-\frac{5}{8} \times \frac{7}{-6}$.

3. Quel signe est remplacé par les pointillés dans les égalités suivantes ?

a. $\frac{-6}{11} \times \frac{\dots 3}{5} = \frac{18}{55}$; b. $\frac{2}{-3} \times (\dots 3) = 2$;

c. $\frac{-2}{3} \times \frac{7}{\dots 5} = \frac{14}{15}$; d. $\frac{6}{13} \times \frac{\dots 4}{-5} = -\frac{24}{65}$.

4. Calculer mentalement (donner le résultat sous forme de fraction) :

a. $\frac{-4}{5} \times \frac{3}{-7}$; b. $\frac{-2}{-3} \times \frac{7}{-5}$; c. $\frac{-2}{5} \times (-6)$; d. $6 \times \frac{5}{-6}$.

3 Division par un nombre en écriture fractionnaire

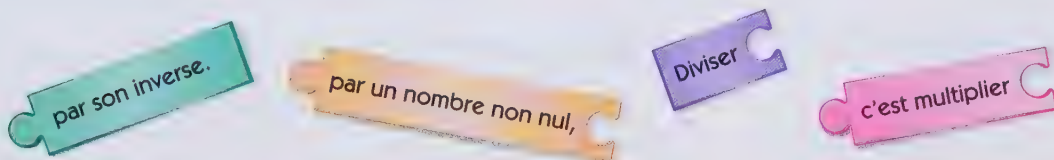
1. Effectuer les produits suivants en écriture fractionnaire :

a. $\frac{-5}{6} \times \frac{6}{-5}$; b. $\frac{3}{7} \times \frac{7}{3}$; c. $4 \times \frac{1}{4}$.

2. Quel est l'inverse de chacun des nombres suivants ?

a. $\frac{-5}{6}$; b. $\frac{3}{7}$; c. $\frac{1}{4}$; d. $\frac{6}{-5}$; e. $\frac{x}{y}$ (x et y non nuls).

3. **Puzzle** : retrouver une règle de calcul vue au chapitre 1 et composée des expressions suivantes :



4. Exprimer sous forme fractionnaire :

a. $2 \div \frac{-3}{7}$; b. $\frac{5}{-7} \div \frac{3}{4}$; c. $\frac{1}{3} \div 4$.

5. On donne le quotient $A = \frac{\frac{3}{2}}{\frac{5}{7}}$.

a. Quel est le numérateur de A ? et le dénominateur ?

b. Recopier et compléter : $A = \frac{3}{2} \div \dots = \frac{3}{2} \times \dots$.

c. Exprimer A sous forme fractionnaire.

6. Reprendre la question 5 avec les quotients : $B = \frac{\frac{5}{-2}}{3}$ et $C = \frac{\frac{5}{-2}}{3}$.

1 Un nombre, plusieurs écritures

Pour b, d et k non nuls : $\frac{a \times k}{b \times k} = \frac{a}{b}$ et $\frac{c}{d} = \frac{c \times k}{d \times k}$.

CONSÉQUENCE 1 : SIMPLIFICATION D'ÉCRITURES FRACTIONNAIRES

Pour simplifier l'écriture d'un quotient, on peut diviser le numérateur et le dénominateur par le même nombre.

EXEMPLE

$$\frac{-12}{10} = \frac{2 \times (-6)}{2 \times 5} = \frac{-6}{5}.$$

On a simplifié par 2.

CONSÉQUENCE 2 : RÉDUCTION AU MÊME DÉNOMINATEUR

On peut écrire deux quotients avec le même dénominateur.

EXEMPLE

Pour écrire $\frac{1}{6}$ et $\frac{3}{4}$ avec le même dénominateur, on choisit un multiple de 4 dans la table de 6.

Le plus petit nombre qui convient est 12. D'où $\frac{1}{6} = \frac{1 \times 2}{6 \times 2} = \frac{2}{12}$ et $\frac{3}{4} = \frac{3 \times 3}{4 \times 3} = \frac{9}{12}$.

CONSÉQUENCE 3 : ÉGALITÉ DES PRODUITS « EN CROIX »

PROPRIÉTÉ

Pour b et d non nuls, $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ revient à dire $a \times d = b \times c$.

2 Multiplier en écriture fractionnaire

Pour b et d non nuls : $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$.

EXEMPLE

$$\frac{-3}{4} \times \frac{5}{7} = \frac{(-3) \times 5}{4 \times 7} = \frac{-15}{28}.$$

REMARQUE

Lorsqu'on effectue un produit en écriture fractionnaire, il est souvent préférable de simplifier avant d'effectuer les calculs.

EXEMPLE

$$\frac{-2}{7} \times \frac{-21}{4} = \frac{(-2) \times (-21)}{7 \times 4} = \frac{\cancel{2} \times \cancel{7} \times 3}{\cancel{7} \times \cancel{2} \times 2} = \frac{3}{2}.$$

CAS PARTICULIER 1

$$a = \frac{a}{1}, \text{ donc } a \times \frac{c}{d} = \frac{a}{1} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{1 \times d} = \frac{ac}{d}.$$

EXEMPLE

$$(-4) \times \frac{3}{-5} = \frac{-4}{1} \times \frac{3}{-5} = \frac{(-4) \times 3}{-5} = \frac{-12}{-5} = \frac{12}{5}.$$

CAS PARTICULIER 2

$\frac{a}{b} \times b = \frac{a}{b} \times \frac{b}{1} = \frac{a \times b}{b \times 1} = \frac{a}{1} = a$. On retrouve la définition d'un quotient : $\frac{a}{b} \times b = a$.

EXEMPLE

$$\frac{2}{-3} \times (-3) = 2.$$

3 Inverser en écriture fractionnaire

Pour a et b non nuls, $\frac{a}{b} \times \frac{b}{a} = 1$.

Les nombres $\frac{a}{b}$ et $\frac{b}{a}$ sont des nombres inverses.

EXEMPLE

$\frac{7}{5}$ et $\frac{5}{7}$ sont des nombres inverses.

4 Diviser en écriture fractionnaire

Diviser par un nombre non nul revient à multiplier par son inverse.

Pour d et c non nuls, $\frac{d}{c}$ est l'inverse de $\frac{c}{d}$. Donc :

Pour b, c et d non nuls : $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$.

EXEMPLE

$$\frac{-4}{7} \div \frac{-5}{8} = \frac{-4}{7} \times \frac{8}{-5} = \frac{4 \times 8}{7 \times 5} = \frac{32}{35}.$$

5 Ajouter et soustraire en écriture fractionnaire

a • Cas où les dénominateurs sont les mêmes

Pour c non nul, $\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$ et $\frac{a}{c} - \frac{b}{c} = \frac{a-b}{c}$.

b • Autres cas

Lorsque les dénominateurs sont différents, on écrit les quotients avec le même dénominateur et on applique la règle précédente.

EXEMPLES

$$\frac{2}{7} + \frac{-5}{14} = \frac{4}{14} + \frac{-5}{14} = \frac{4-5}{14} = \frac{-1}{14}.$$

$$\frac{1}{3} - 2 = \frac{1}{3} - \frac{6}{3} = \frac{1-6}{3} = \frac{-5}{3}.$$

1 Réduire au même dénominateur

Exemple 1 Écrire $\frac{4}{7}$ et $\frac{12}{35}$ avec le même dénominateur.

On remarque que 35 est un multiple de 7. En effet, $35 = 7 \times 5$.

On multiplie le numérateur et le dénominateur de $\frac{4}{7}$ par 5 : $\frac{4}{7} = \frac{4 \times 5}{7 \times 5} = \frac{20}{35}$.

Exemple 2 Écrire $\frac{3}{10}$ et $\frac{7}{22}$ avec le dénominateur le plus petit possible.

1^{re} étape

On dresse la liste des multiples non nuls du plus grand dénominateur jusqu'à ce qu'on obtienne un multiple du plus petit.

$22 \times 1 = 22$ et 22 n'est pas un multiple de 10, donc on continue.

$22 \times 2 = 44$ et 44 n'est pas un multiple de 10, donc on continue. [...]

$22 \times 5 = 110$ et 110 est un multiple de 10, donc 110 convient.

2^e étape

On multiplie le numérateur et le dénominateur de chaque fraction par un même nombre de manière à obtenir le même dénominateur.

$$\frac{3}{10} = \frac{3 \times 11}{10 \times 11} = \frac{33}{110} \quad \text{et} \quad \frac{7}{22} = \frac{7 \times 5}{22 \times 5} = \frac{35}{110}.$$

REMARQUE : pour réduire $\frac{a}{b}$ et $\frac{c}{d}$ au même dénominateur, le produit $b \times d$ est un dénominateur commun mais souvent on peut trouver plus petit.

► Voir exercice n° 26, p. 37.

2 Additionner des nombres en écriture fractionnaire

Exemple Écrire sous forme fractionnaire $-\frac{7}{3} + \frac{1}{4} + \frac{7}{18}$.

1^{re} étape

On réduit les trois écritures fractionnaires au même dénominateur.

Dans la table de 18, on trouve $18 \times 2 = 36$ avec $36 = 4 \times 9$ et $36 = 3 \times 12$.

$$\text{Donc : } -\frac{7}{3} = \frac{-7 \times 12}{3 \times 12} = \frac{-84}{36}; \quad \frac{1}{4} = \frac{1 \times 9}{4 \times 9} = \frac{9}{36}; \quad \frac{7}{18} = \frac{7 \times 2}{18 \times 2} = \frac{14}{36}.$$

2^e étape

On applique la règle d'addition des écritures fractionnaires de même dénominateur.

$$-\frac{7}{3} + \frac{1}{4} + \frac{7}{18} = \frac{-84}{36} + \frac{9}{36} + \frac{14}{36} = \frac{-84 + 23}{36} = \frac{-61}{36}.$$

► Voir exercice n° 66, p. 40.

3 Comparer des nombres en écriture fractionnaire

Exemple Comparer $\frac{-7}{15}$ et $\frac{11}{-24}$ sans utiliser la calculatrice.

1^{re} étape ▶

On rend les dénominateurs positifs.

$$\frac{11}{-24} = \frac{-11}{24}.$$

2^e étape ▶

On réduit au même dénominateur (positif).

Avec la méthode expliquée précédemment, on trouve que :
 $120 = 24 \times 5$ et $120 = 15 \times 8$.

$$\text{Donc : } \frac{-7}{15} = \frac{-7 \times 8}{15 \times 8} = \frac{-56}{120} \text{ et } \frac{-11}{24} = \frac{-11 \times 5}{24 \times 5} = \frac{-55}{120}.$$

3^e étape ▶

On compare les numérateurs et on conclut.

$$-56 < -55, \text{ donc } \frac{-7}{15} < \frac{11}{-24}.$$

► Voir exercice n° 26, p. 37.

4 Effectuer un quotient « à étages »

Exemple Écrire sous forme fractionnaire $A = \frac{\frac{3}{7}}{\frac{4}{1}}$.

1^{re} étape ▶

On identifie le numérateur et le dénominateur.

$$\text{Le numérateur de } A \text{ est } \frac{3}{7} \text{ et son dénominateur est } 4 = \frac{4}{1}, \text{ donc } A = \frac{\frac{3}{7}}{\frac{4}{1}}.$$

2^e étape ▶

On multiplie le numérateur par l'inverse du dénominateur.

$$\text{L'inverse de } \frac{4}{1} \text{ est } \frac{1}{4}, \text{ donc } A = \frac{3}{7} \times \frac{1}{4} = \frac{3 \times 1}{7 \times 4} = \frac{3}{28}.$$

► Voir exercice n° 60, p. 39.

choisir les outils

Exercice 1 Exprimer sous forme fractionnaire

Exprimer sous forme fractionnaire $A = \frac{2}{3} - 3 \times \frac{5}{7}$.

Solution

On effectue d'abord la multiplication :

$$A = \frac{2}{3} - \frac{3}{1} \times \frac{5}{7},$$

$$A = \frac{2}{3} - \frac{3 \times 5}{1 \times 7},$$

$$A = \frac{2}{3} - \frac{15}{7}.$$

On réduit au même dénominateur :

$3 \times 7 = 21$ convient.

$$\text{Donc } A = \frac{2 \times 7}{3 \times 7} - \frac{15 \times 3}{7 \times 3},$$

$$A = \frac{14}{21} - \frac{45}{21}.$$

$$\text{Donc } A = \frac{-31}{21}.$$

Commentaires

$$\rightarrow 3 = \frac{3}{1}.$$

$$\rightarrow \frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}.$$

$$\rightarrow \text{On utilise } \frac{a}{b} = \frac{a \times k}{b \times k}.$$

Exercice 2 Effectuer un programme de calcul

Exprimer sous forme fractionnaire $B = \frac{3 + a}{5 + a}$ lorsque $a = \frac{-2}{5}$.

Solution

On remplace a par sa valeur :

$$B = \frac{3 + \frac{-2}{5}}{5 + \frac{-2}{5}}.$$

On calcule le numérateur et le dénominateur de B :

$$B = \frac{\frac{15}{5} + \frac{-2}{5}}{\frac{25}{5} + \frac{-2}{5}} = \frac{\frac{13}{5}}{\frac{23}{5}},$$

$$B = \frac{13}{5} \div \frac{23}{5} = \frac{13}{5} \times \frac{5}{23},$$

$$B = \frac{13 \times 5}{5 \times 23} = \frac{13}{23}.$$

Commentaires

$\rightarrow$ On ne peut pas simplifier $\frac{3 + a}{5 + a}$ par a , car a n'est pas en **facteur** au numérateur et au dénominateur.

$$\rightarrow 3 = \frac{3}{1} \quad \frac{15}{5} \quad \text{et} \quad 5 = \frac{5}{1} = \frac{25}{5}.$$

$$\rightarrow \frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \div \frac{c}{d} \quad \text{et} \quad \frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}.$$

travail autonome

1 Écrire sous la forme d'un entier relatif :

a. $-\frac{18}{3}$; b. $\frac{35}{-7}$; c. $\frac{5,4}{0,6}$.

2 Recopier et compléter les égalités suivantes :

a. $\frac{8}{5} = \frac{\dots \times \dots}{\dots \times \dots} = \frac{\dots}{15}$;

b. $\frac{-9}{7} = \frac{\dots \times \dots}{\dots \times \dots} = \frac{\dots}{28}$;

c. $\frac{-6}{-7} = \frac{\dots \times \dots}{\dots \times \dots} = \frac{18}{\dots}$.

3 Recopier et compléter les égalités suivantes :

a. $\frac{-5}{12} = \frac{(-5) \times \dots}{12 \times 3} = \frac{\dots}{\dots}$;

b. $\frac{11}{-7} = \frac{11 \times \dots}{(-7) \times (-2)} = \frac{\dots}{\dots}$.

4 1. Simplifier par 4 les écritures fractionnaires suivantes :

a. $\frac{-12}{16}$; b. $\frac{-24}{-36}$; c. $\frac{4}{8}$.

2. Simplifier par -5 les écritures fractionnaires suivantes :

a. $\frac{-15}{25}$; b. $\frac{-2,5}{-35}$; c. $\frac{55}{-30}$.

5 Dans chacun des cas suivants, simplifier par 3, par 5 ou par 8 l'écriture fractionnaire de A :

a. $A = \frac{-21}{24}$; b. $A = \frac{15}{-40}$; c. $A = \frac{40}{48}$.

6 Déterminer le signe de A et de B puis simplifier pour obtenir une écriture fractionnaire de A et de B ayant le dénominateur indiqué :

$A = \frac{4 \times (-5) \times 6}{(-3) \times (-4) \times 11}$ (dénominateur 11) ;

$B = \frac{(-1) \times (-9) \times 11}{(-11) \times (-5)}$ (dénominateur 5).

7 Écrire $\frac{7}{9}$ avec 45 pour dénominateur.

8 1. Écrire avec 24 au dénominateur les nombres $\frac{-7}{12}$ et $\frac{3}{-8}$.

2. Comparer $\frac{-7}{12}$ et $\frac{3}{-8}$.

9 Exprimer sous forme fractionnaire et simplifier si possible :

a. $\frac{1}{2} \times \frac{-8}{3}$; b. $\frac{-3}{8} \times \frac{5}{-7}$;

c. $\frac{-6}{15} \times \frac{5}{7}$; d. $\frac{4}{-14} \times \frac{7}{9}$.

10 1. Recopier et compléter en utilisant les mots *opposés* et *inverses* :

a. $\frac{-5}{3}$ et $\frac{5}{3}$ sont ; b. $\frac{4}{7}$ et $\frac{7}{4}$ sont

2. Écrire l'inverse de :

a. $\frac{2}{5}$; b. $\frac{-3}{2}$; c. $\frac{1}{-5}$.

11 Exprimer sous forme fractionnaire en simplifiant si possible :

a. $\left(-\frac{1}{4}\right) \div \frac{3}{5}$; b. $\frac{9}{5} \div \frac{2}{3}$;

c. $4 \div \frac{-14}{5}$; d. $\frac{3}{-4} \div 5$.

12 Soit $a = \frac{-5}{14}$ et $b = \frac{2}{21}$.

1. Écrire la liste des multiples non nuls de 21 et s'arrêter dès qu'apparaît un multiple de 14.

2. En déduire une écriture de a et de b avec un même dénominateur.

3. Calculer $a + b$ et $a - b$.

13 Écrire avec un même dénominateur puis additionner :

a. $\frac{2}{5}$ et $\frac{3}{8}$; b. $\frac{-5}{12}$ et $\frac{-3}{8}$; c. $\frac{3}{-8}$ et $\frac{1}{10}$.

14 Exprimer sous forme fractionnaire et simplifier si possible :

a. $\frac{2}{3} - \frac{4}{3}$; b. $\frac{-5}{7} + 2$;

c. $\frac{-5}{11} + \frac{2}{33}$; d. $\frac{7}{15} - \frac{14}{4}$.

s'entraîner

Règles du cours

15 Recopier et compléter les phrases suivantes :

a. Pour ajouter deux fractions qui ont le même dénominateur, on les numérateurs et on les dénominateurs.

b. Pour écrire l'inverse d'un quotient non nul, on permute et

c. Pour multiplier deux nombres en écriture fractionnaire, on les numérateurs et on les dénominateurs.

d. Pour diviser deux nombres en écriture fractionnaire, on multiplie le premier par du second.

Égalités

Pour les exercices 16 à 25, ne pas utiliser de calculatrice.

16 Écrire sous la forme d'un entier relatif :

a. $\frac{-28}{7}$; **b.** $\frac{-21}{-7}$; **c.** $\frac{-45}{15}$;

d. $\frac{0}{-12}$; **e.** $\frac{-17}{-17}$; **f.** $\frac{15}{-15}$.

17 1. Simplifier par 6 les écritures fractionnaires suivantes :

a. $\frac{-30}{24}$; **b.** $\frac{-18}{-48}$; **c.** $-\frac{54}{72}$.

2. Simplifier par 0,8 les écritures fractionnaires suivantes :

a. $\frac{-1,6}{2,4}$; **b.** $\frac{-3,2}{-5,6}$; **c.** $\frac{7,2}{16}$.

18 Recopier et compléter les égalités suivantes :

a. $\frac{-4}{7} = \frac{\dots \times \dots}{\dots \times \dots} = \frac{\dots}{28}$;

b. $\frac{8}{9} = \frac{\dots \times \dots}{\dots \times \dots} = \frac{\dots}{45}$;

c. $\frac{-16}{-7} = \frac{\dots \times \dots}{\dots \times \dots} = \frac{4,8}{\dots}$.

19 Exprimer les écritures fractionnaires suivantes avec le dénominateur indiqué :

a. $\frac{-3}{4}$ (dénominateur 12) ;

b. $\frac{5}{16}$ (dénominateur 48) ;

c. $\frac{-2}{5}$ (dénominateur 25) ;

d. $\frac{4}{12,5}$ (dénominateur 75).

20 Simplifier pour écrire A, B et C avec le dénominateur indiqué :

A = $\frac{-45}{30}$ (dénominateur 2) ;

B = $\frac{220}{104}$ (dénominateur 26) ;

C = $\frac{120}{18}$ (dénominateur 3).

21 1. Écrire 36 sous la forme d'un produit où ne figurent que des 2 et des 3.

2. Écrire 30 sous la forme d'un produit où ne figurent que des 2, des 3 et des 5.

3. En déduire des écritures simplifiées de :

$\frac{30}{36}$ et $\frac{-36}{30}$.

22 Simplifier pour écrire A, B et C avec le dénominateur indiqué :

A = $\frac{5 \times (-2) \times 6}{(-3) \times (-5) \times 24}$ (dénominateur 6) ;

B = $\frac{5 \times (-7) \times 2}{3 \times (-10)}$ (dénominateur 3) ;

C = $\frac{(-6) \times 15}{9 \times (-15)}$ (dénominateur 3).

23 Voici un exemple de simplification :

$\frac{5 \times 2 \times 6}{10 \times 14} = \frac{\cancel{5} \times \cancel{2} \times \cancel{2} \times 3}{\cancel{2} \times \cancel{2} \times \cancel{2} \times 7} = \frac{3}{7}$.

Simplifier comme dans l'exemple :

a. $\frac{5 \times 6}{25 \times 4}$; **b.** $\frac{12 \times 14}{18 \times 35}$; **c.** $\frac{5 \times (-12)}{2 \times 8}$.

24 Écrire avec le plus petit entier positif possible au dénominateur :

a. $\frac{54}{-72}$; **b.** $\frac{-240}{360}$; **c.** $\frac{-90}{-135}$.

25 Simplifier par 2 si possible :

a. $\frac{2 \times 3}{2 \times 5}$; b. $\frac{2 \times 2}{2 \times 5}$; c. $\frac{2 + 3}{2 + 5}$;
d. $\frac{2 + 4}{2 + 8}$; e. $\frac{2}{2 \times 3}$; f. $\frac{2}{2 + 3}$.

Comparaison

Pour les exercices 26 à 36, ne pas utiliser de calculatrice.

26 Soit $a = \frac{-7}{12}$ et $b = \frac{-8}{18}$.

1. Écrire la liste des multiples non nuls de 18 et s'arrêter dès qu'apparaît un multiple de 12.

2. En déduire une écriture de a et de b avec un même dénominateur.

3. Comparer a et b .

► Voir Connaître les outils 1 et 3, pp. 32 et 33.

27 Dans chacun des cas suivants, écrire les deux quotients avec un même dénominateur positif puis les comparer :

a. $\frac{2}{7}$ et $\frac{3}{8}$; b. $\frac{-24}{12}$ et $\frac{-9}{6}$; c. $\frac{12}{-16}$ et $\frac{-11}{12}$.

28 Dans chacun des cas suivants, comparer les quotients :

a. $\frac{-6}{7}$ et $\frac{7}{-8}$; b. $\frac{13}{14}$ et $\frac{33}{35}$; c. $\frac{17}{-4}$ et $\frac{-58}{14}$.

29 Écrire les quotients suivants avec un même dénominateur positif puis les ranger dans l'ordre croissant :

a. $\frac{-12}{11}$; b. $\frac{13}{-11}$; c. $-\frac{10}{11}$;

d. -1 ; e. $-\frac{6}{11}$; f. $-\frac{18}{11}$.

30 Reprendre l'exercice 29 avec :

a. $\frac{2}{3}$; b. $\frac{-2}{5}$; c. $\frac{5}{6}$; d. $\frac{7}{-15}$; e. 0 ; f. $-\frac{8}{6}$.

31 Dans chacun des cas suivants, réduire au même dénominateur puis déterminer un nombre en écriture fractionnaire compris entre les nombres donnés :

a. $\frac{6}{7}$ et $\frac{11}{12}$; b. $\frac{14}{9}$ et $\frac{19}{6}$; c. $\frac{63}{15}$ et $\frac{106}{25}$.

32 Deux nombres entiers a et b vérifient $\frac{a}{b} = \frac{6}{7}$.

1. Que peut-on dire de $6b$ et de $7a$?

2. On donne $6 \times 1\,561 = 7 \times 1\,338$. Déduire de l'égalité précédente :

a. une fraction égale à $\frac{6}{7}$;

b. une fraction égale à $\frac{1\,561}{7}$.

33 On donne l'égalité $\frac{a}{b} = \frac{9}{7}$.

1. Que peut-on dire des nombres $7a$ et $9b$?

2. Comment peut-on voir « d'un coup d'œil » que les fractions $\frac{10\,422\,785\,809}{810\,993\,408}$ et $\frac{9}{7}$ sont différentes ?

34 1. Calculer 15×16 .

2. En déduire le nombre manquant dans l'égalité :

$$\frac{\dots\dots\dots}{15} = \frac{16}{20}$$

35 Gourmands

Jacques et Pierre ont reçu pour Noël deux tablettes identiques d'un excellent chocolat. Jacques a partagé la sienne en 16 parts égales et en a mangé 14 parts tandis que Pierre a dégusté les $\frac{11}{12}$ de la sienne.

Quel est le plus gourmand ?

36 Cadeaux

Pour Noël, Claire dépense les $\frac{8}{18}$ de ses économies

pour le cadeau de son père et les $\frac{11}{27}$ pour celui de sa mère.

Trouver le cadeau qui coûte le plus cher.

Multiplication

Pour les exercices 37 à 43, ne pas utiliser de calculatrice.

37 Exprimer sous forme fractionnaire :

a. $\frac{1}{-2} \times \frac{-5}{9}$; b. $\frac{-3}{7} \times \frac{18}{-5}$; c. $\frac{-4}{7} \times \left(-\frac{5}{11}\right)$.

38 Reprendre l'exercice 37 avec :

a. $3 \times \frac{-6}{7}$; b. $\frac{-3}{8} \times (-5)$; c. $\frac{-0,4}{5} \times \left(-\frac{6}{5}\right)$.

exercices

39 Dans chacun des cas suivants, écrire sous forme fractionnaire avec le dénominateur indiqué :

a. $\frac{1}{-2} \times \frac{-6}{9}$ (dénominateur 3) ;

b. $\frac{-3}{8} \times \frac{18}{-5}$ (dénominateur 20) ;

c. $\frac{-4}{7} \times \left(\frac{-21}{8}\right)$ (dénominateur 2).

40 Effectuer et donner le résultat sous forme d'un entier :

a. $\frac{-8}{5} \times \frac{10}{16}$; b. $\frac{24}{-14} \times \frac{7}{6}$;

c. $\frac{12}{18} \times \left(-\frac{30}{6}\right) \times 15$.

41 Exprimer sous forme fractionnaire ou entière en simplifiant si possible :

a. $(-2) \times \frac{4}{-5}$; b. $\frac{8}{21} \times (-7)$; c. $\frac{12}{-48} \times 4$.

42 Reprendre l'exercice 41 avec :

a. $\frac{-24}{35} \times \frac{21}{40} \times \frac{5}{-2}$; b. $\frac{9}{26} \times \frac{14}{3} \times \frac{13}{-6}$.

43 Reprendre l'exercice 41 avec :

a. $\frac{6}{-7} \times \frac{5}{12} \times \frac{7}{5}$; b. $\frac{18}{5} \times (-5) \times \frac{1}{6}$;

c. $\frac{-3}{8} \times \frac{4}{-6} \times 2$.

Fraction d'une quantité

Rappel : pour calculer $\frac{a}{b}$ d'une quantité, on multiplie cette quantité par $\frac{a}{b}$.

44 Exprimer sous forme fractionnaire ou entière :

a. $\frac{7}{12}$ de 18 ; b. $\frac{25}{16}$ de 8 ;

c. $\frac{4}{15}$ de 2,5 ; d. $\frac{20}{21}$ de 7.

45 Reprendre l'exercice 44 avec :

a. $\frac{2}{3}$ de $\frac{5}{2}$ de 18 ; b. $\frac{4}{5}$ de $\frac{25}{7}$ de 350 ;

c. $\frac{7}{4}$ de $\frac{5}{7}$ de 16.



Calcul mental

46 Recopier et compléter les égalités suivantes :

a. $\frac{6}{3} = \frac{\dots}{9}$; b. $\frac{15}{\dots} = \frac{10}{4}$;

c. $\frac{4}{6} = \frac{\dots}{12}$; d. $\frac{\dots}{15} = \frac{5}{25}$.

47 Recopier et compléter les égalités suivantes :

a. $\frac{24}{75} = \frac{\dots}{25} = \frac{\dots}{12,5}$; b. $\frac{8}{9} = \frac{\dots}{36} = \frac{16}{\dots}$;

c. $\frac{5,4}{4,2} = \frac{\dots}{42} = \frac{\dots}{7} = \frac{18}{\dots} = \frac{\dots}{21}$.

48 Recopier et compléter les égalités suivantes :

a. $\frac{-2}{3} = \frac{\dots}{15} = \frac{\dots}{9}$;

b. $\frac{4}{7} = \frac{-12}{\dots} = \frac{36}{\dots}$;

c. $\frac{-45}{-27} = \frac{5}{\dots} = \frac{\dots}{18} = \frac{20}{\dots}$.

49 Calculer :

a. $\frac{2}{5} + \frac{1}{5}$; b. $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$; c. $\frac{1}{3} - \frac{1}{6}$; d. $\frac{3}{4} + \frac{1}{6}$;

e. $\frac{2}{7} + \frac{1}{2}$; f. $\frac{2}{3} - 1$; g. $1 + \frac{4}{7}$; h. $\frac{4}{5} + \frac{-1}{2}$.

50 Calculer :

a. $\frac{5}{2} \times 3$; b. $\frac{2}{3} \times \frac{-4}{5}$; c. $7 \times \frac{2}{17}$;

d. $\frac{2}{3} \times \frac{3}{2}$; e. $\frac{2-4}{3-6}$; f. $-5 \times \frac{6}{7}$.

51 Exprimer sous forme décimale :

- a. la moitié des deux tiers de 15 ;
- b. les trois quarts des cinq huitièmes de 6,4 ;
- c. un septième du cinquième de 4 900 ;
- d. le tiers des trois quarts de 60.

52 Alain a récolté des figues. Il en donne la moitié à Françoise qui elle-même offre les deux tiers de ce qu'elle a reçu à Sylvette.

1. Quelle fraction de la récolte d'Alain Sylvette a-t-elle reçue ?
2. Quelle fraction de la récolte d'Alain reste-t-il à Françoise ?

53 Fan

Jeanne collectionne les autographes : les deux tiers de sa collection sont des autographes d'artistes, et parmi ceux-ci, quatre cinquièmes lui ont été donnés par des chanteurs.

Quelle fraction de la collection de Jeanne représentent :

- a. les autographes des chanteurs ?
- b. les autographes des autres artistes ?

54 Consommation

À la fin d'un voyage, Loïc a constaté qu'il avait consommé $\frac{1}{4}$ du carburant contenu dans son réservoir en roulant à 120 km/h de moyenne. Il a lu ensuite dans un article de presse qu'il aurait consommé 20 % de carburant en moins s'il avait roulé à 70 km/h.

Quelle fraction de son réservoir Loïc aurait-il consommée en roulant à 70 km/h pour le même voyage ?

Indication : $\frac{100}{100} - \frac{20}{100} = \frac{80}{100}$.

Inverses et quotients

55 Écrire sous forme fractionnaire les inverses puis les opposés des nombres suivants :

- a. $\frac{5}{-4}$; b. $\frac{1}{12}$; c. $\frac{25}{-10}$;
- d. $\frac{5}{2}$; e. $\frac{-15}{2}$; f. 2.

56 Dans chacun des cas suivants, les quotients sont-ils inverses ? opposés ?

- a. $\frac{3}{4}$ et $\frac{2}{1,5}$; b. $\frac{-12}{39}$ et $\frac{20}{65}$; c. $\frac{-56}{48}$ et $\frac{-12}{14}$.

57 Exprimer sous forme fractionnaire :

$$a = \left(-\frac{3}{4}\right) \div \frac{5}{7} ; \quad b = \frac{3}{10} \div \frac{1}{7} ;$$

$$c = \frac{-5}{-3} \div \frac{-6}{5} ; \quad d = \frac{3}{-4} \div \frac{5}{-3}.$$

58 Calculer puis écrire sous forme fractionnaire avec le dénominateur indiqué :

$$A = \left(-\frac{25}{16}\right) \div \frac{15}{12} \text{ (dénominateur 4)} ;$$

$$B = \frac{3}{10} \div \frac{12}{15} \text{ (dénominateur 8)} ;$$

$$C = \frac{-8}{-3} \div \frac{-6}{5} \text{ (dénominateur 9)} ;$$

$$D = \frac{3}{-4} \div \frac{5}{-6} \text{ (dénominateur 10)}.$$

59 Calculer et mettre le résultat sous forme d'un entier :

$$A = \frac{50}{6} \div \frac{1}{12} ; \quad B = 5 \div \frac{5}{-6} ; \quad C = \frac{-32}{2} \div 4 ;$$

$$D = 8 \div \frac{-1}{4} ; \quad E = -32 \div \frac{4}{-5}.$$

60 Reprendre l'exercice 59 avec :

$$A = \frac{4}{\frac{-4}{3}} ; \quad B = \frac{48}{\frac{4}{6}} ; \quad C = \frac{8}{\frac{1}{4}} ; \quad D = \frac{\frac{80}{7}}{\frac{-4}{21}}.$$

► Voir *Connaître les outils* 4, p. 33.

Pour les exercices 61 et 62, exprimer chaque résultat sous la forme d'une écriture fractionnaire et simplifier si possible.

61 $A = \frac{-\frac{3}{4}}{\frac{2}{3}} ; \quad B = \frac{\frac{11}{12}}{\frac{-6}{22}} ;$

$$C = \frac{-\frac{7}{10}}{\frac{14}{5}} ; \quad D = \frac{\frac{56}{25}}{\frac{14}{15}}.$$

62 $A = \frac{1 + \frac{2}{3}}{5} ; \quad B = \frac{4}{1 + \frac{1}{2}} ;$

$$C = \frac{2 - \frac{1}{4}}{6} ; \quad D = \frac{1 - \frac{4}{3}}{1 + \frac{4}{3}}.$$

Sommes et différences

63 Soit $a = \frac{-7}{10}$ et $b = \frac{11}{15}$.

1. Écrire la liste des multiples de 15 et s'arrêter dès qu'apparaît un multiple de 10.
2. En déduire une écriture de a et de b avec un même dénominateur.
3. Calculer $a + b$ et $a - b$.

64 Dans chacun des cas suivants, écrire a et b avec un même dénominateur puis calculer $a + b$ et $a - b$:

a. $a = \frac{5}{7}$ et $b = \frac{3}{14}$; b. $a = \frac{7}{9}$ et $b = -\frac{4}{3}$;
c. $a = -\frac{8}{3}$ et $b = \frac{8}{27}$; d. $a = \frac{-5}{7}$ et $b = 2$.

65 Exprimer sous forme fractionnaire et simplifier si possible :

a. $\frac{3}{4} + \frac{1}{8}$; b. $\frac{1}{9} - \frac{1}{6}$; c. $1 - \frac{3}{4}$;
d. $\frac{5}{9} + \frac{5}{6}$; e. $\frac{5}{3} + \frac{5}{6}$; f. $\frac{4}{5} + \frac{5}{4}$.

66 Reprendre l'exercice 65 avec :

a. $\frac{7}{10} - \frac{5}{4}$; b. $\frac{7}{6} - \frac{15}{8}$;
c. $\frac{6}{35} - \frac{7}{10}$; d. $\frac{-15}{8} + \frac{12}{15}$.

► Voir Connaître les outils 2, p. 32.

67 1. Écrire $\frac{25}{12}$, $\frac{7}{6}$ et $\frac{5}{9}$ avec 36 au dénominateur puis exprimer sous forme fractionnaire :

$$a = \frac{25}{12} - \frac{7}{6} + \frac{5}{9}.$$

2. Écrire $\frac{9}{16}$ et $\frac{2}{3}$ avec 48 au dénominateur puis exprimer sous forme fractionnaire :

$$b = \frac{9}{16} - \frac{2}{3} + 1.$$

3. Écrire $\frac{1}{4}$, $\frac{-5}{8}$ et $\frac{12}{5}$ avec 40 au dénominateur puis exprimer sous forme fractionnaire :

$$c = \frac{1}{4} + \frac{-5}{8} + \frac{12}{5};$$

$$d = \frac{-1}{4} + \frac{5}{8} + \frac{12}{5}.$$

Pour les exercices 68 à 70, exprimer le résultat sous la forme d'une écriture fractionnaire si possible simplifiée.

68 a. $\frac{5}{2} - \frac{3}{7} + \frac{4}{21}$; b. $\frac{5}{16} - \frac{5}{3} + \frac{7}{12}$;

c. $-\frac{1}{6} + \frac{-3}{2} - \frac{12}{15}$.

69 a. $\frac{2}{3} - \frac{17}{18} + \frac{5}{9}$; b. $\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4} - \frac{1}{6}$;

c. $\frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{8} - \frac{1}{16}$; d. $\frac{1}{5} + \frac{-5}{3} + \frac{2}{15}$.

70 a. $\frac{5}{12} - \left(\frac{5}{6} - \frac{2}{9}\right)$; b. $\left(-\frac{9}{16} - \frac{2}{3}\right) + \frac{5}{4}$;

c. $\frac{1}{15} - \left(2 - \frac{7}{3}\right)$; d. $\left(\frac{1}{4} - \frac{5}{3}\right) + \frac{12}{5}$.

Dans la vie quotidienne

71 Chocolats

Maman a distribué au dessert les $\frac{2}{7}$ de sa boîte de chocolats. Maligne, Fabienne a repéré où maman rangeait la boîte et en a mangé $\frac{1}{3}$ en cachette.

1. Quelle fraction de la boîte a été mangée ?
2. Quelle fraction de la boîte reste-t-il ?

72 Récolte

Un viticulteur stocke sa production dans trois cuves de même contenance : la première est pleine aux $\frac{2}{7}$,

la seconde aux $\frac{3}{8}$ et la troisième aux $\frac{5}{14}$.

Une seule cuve aurait-elle suffi pour stocker toute la récolte ?

73 En avion

Dans cet avion, les trois cinquièmes des passagers sont des Européens et les trois huitièmes des autres passagers sont des Australiens.

Quelle fraction de tous les passagers représentent les Australiens ?

exercices

74 Cocktail

Marine a mélangé du jus d'ananas, du jus d'orange et du jus de goyave pour obtenir un cocktail (paraît-il excellent !). Ce cocktail est composé pour un quart de jus d'orange et pour un tiers de jus d'ananas. Quelle est la proportion de jus de goyave ?

75 Enquête

Aujourd'hui, à la sortie de la cantine du collège, tous les demi-pensionnaires ont répondu à une enquête concernant le menu du jour : les deux tiers d'entre eux se sont déclarés satisfaits du menu et, d'autre part, le quart des demi-pensionnaires interrogés étaient des garçons satisfaits du menu. Quelle fraction des demi-pensionnaires représentent les filles satisfaites du menu ?

76 Raid-aventure

Lors d'un raid-aventure, les concurrents doivent effectuer une partie du parcours en course à pied, une autre partie en VTT et le reste en canoë. Ils font les $\frac{5}{9}$ du parcours en VTT. La longueur du parcours en course à pied représente les $\frac{3}{4}$ de celle en VTT.

1. Quelle fraction du parcours total représente la course à pied ?
2. Quelle fraction du parcours total représente l'épreuve de canoë ?

Calculs divers

Pour les exercices 77 à 81, exprimer les résultats en écriture fractionnaire.

77 a. $\frac{2}{5} - \frac{5}{8} \times \frac{4}{3}$; b. $\frac{2}{5} \times \frac{-1}{3} - \frac{1}{2}$.

78 a. $\frac{2}{5} - \frac{1}{5} \times \frac{4}{3}$; b. $\frac{5}{8} \times \frac{-4}{3} - \frac{2}{3}$.

79 a. $-\frac{8}{5} \left(\frac{5}{6} - 3 + \frac{5}{2} \right)$; b. $\frac{4}{3} \left(2 - \frac{5}{4} - \frac{3}{2} \right)$.

80 a. $\frac{3}{4} - 2 \left(\frac{3}{5} - \frac{7}{10} \right)$; b. $\frac{-1}{2} - 3 \left(\frac{2}{3} - \frac{3}{4} \right)$.

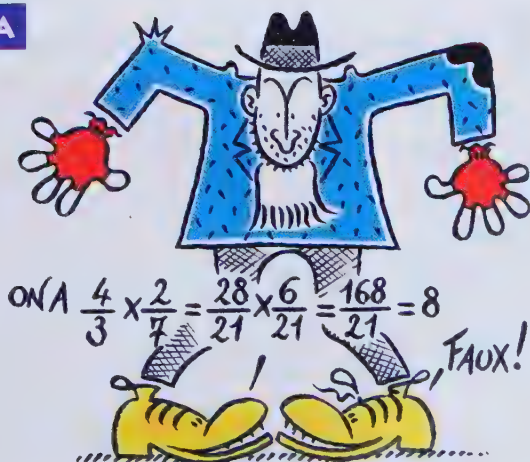
81 a. $\left(2 + \frac{1}{3} \right) \times \left(\frac{3}{5} + 2 \right)$; b. $4 \times \left(\frac{2}{3} \times \frac{-3}{5} \right)$.

82 Exprimer sous la forme la plus simple possible :
 $a = \frac{7}{3} - \frac{4}{3} \div \frac{2}{5}$. Détailler les calculs.

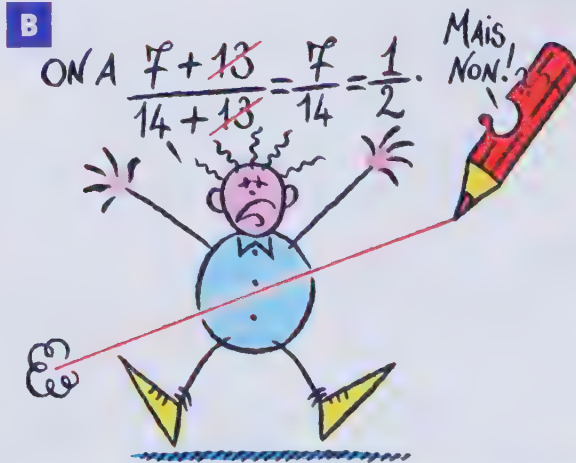
83 Exprimer sous forme de fraction :
 $b = \frac{\frac{3}{7}}{\frac{4}{21} - \frac{5}{2}}$. Détailler les calculs.

Qui a raison ?

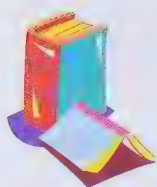
A



B



maîtriser



Lire et comprendre

84 1. a. Quel est le plus grand entier inférieur à $\frac{14}{3}$?

b. Écrire $\frac{14}{3}$ comme la somme d'un entier et d'une fraction inférieure à 1.

2. Reprendre la question 1 avec $\frac{20}{3}$, $\frac{24}{7}$ et $\frac{41}{9}$.

85 1. a. Quel est le plus petit entier supérieur à $\frac{7}{9}$?

b. Écrire $\frac{7}{9}$ comme la différence d'un entier et d'une fraction inférieure à 1.

2. Reprendre la question 1 avec $\frac{45}{12}$, $\frac{28}{5}$ et $\frac{74}{25}$.

Comparaison

Pour les exercices 86 à 88, ne pas utiliser la calculatrice.

86 Jules prétend que les fractions :

$\frac{23\ 839\ 174\ 863\ 907}{27\ 812\ 370\ 674\ 557}$ et $\frac{6}{7}$ sont égales.

D'un seul coup d'œil, Julie a vu que c'était faux. Comment s'y est-elle prise ?

87 1. Écrire les nombres suivants avec 60 pour dénominateur puis les ranger dans l'ordre croissant :

$\frac{2}{3}$, $\frac{-7}{12}$, $\frac{10}{12}$, $\frac{-7}{10}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{-3}{5}$.

2. Dédurre de la question 1 le rangement dans l'ordre croissant des opposés des nombres donnés.

88 1. Écrire les nombres suivants avec 180 pour dénominateur puis les ranger dans l'ordre croissant :

$\frac{-4}{15}$, $\frac{2}{9}$, $\frac{-5}{12}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{6}{15}$, $\frac{-3}{5}$.

2. Ranger dans l'ordre décroissant les inverses des nombres précédents.

89 Une fonction de tableur : l'arrondi au quart

On notera *quarts* les cinq nombres suivants :

0 ; $\frac{1}{4}$; $\frac{2}{4}$; $\frac{3}{4}$; 1.

1. Soit $x = \frac{3}{7}$.

a. Écrire $\frac{3}{7}$ et les cinq *quarts* avec le même dénominateur.

b. Quel est le *quart* le plus proche de x ?

2. Reprendre la question 1 avec :

$x = \frac{17}{21}$; $y = \frac{5}{13}$.

3. Quel est le *huitième* le plus proche de :

$a = \frac{17}{21}$? $b = \frac{3}{7}$?

4. Jean prétend que le tableau suivant indique dans la colonne B l'arrondi au quart et dans la colonne C l'arrondi au huitième des nombres de la colonne A.

	A	B	C	D
	x	arrondi de x au quart	arrondi de x au huitième	
1				
2	5/11	2/4	4/8	
3	8/9	1	7/8	
4	10/13	3/4	6/8	
5	1/11	0	1/8	

Les valeurs données par le tableau correspondent-elles à ce que prétend Jean ? Justifier la réponse.

Indication : pour réaliser le tableau ci-dessus avec un tableur, il suffit de choisir le format adapté pour les cellules.

Tables

90 Recopier et compléter la table d'addition ci-

contre avec des écritures fractionnaires ou entières en simplifiant si possible (utiliser éventuellement la calculatrice).

+	$\frac{1}{6}$	$\frac{-8}{15}$	$\frac{7}{9}$	
$\frac{7}{6}$				
.....	$\frac{-1}{30}$			
- 1				
.....		$\frac{-2}{5}$		2

91 Recopier et compléter la table de multiplication ci-dessous avec des écritures fractionnaires ou entières en simplifiant si possible (utiliser éventuellement la calculatrice) :

$\times$	$\frac{2}{5}$	-2		$\frac{1}{3}$
$-\frac{5}{2}$				
$\frac{5}{8}$				
$-\frac{5}{6}$			$-\frac{5}{4}$	
.....		$\frac{10}{3}$		

92 Dans les calculs suivants, les symboles $+$, $\times$ et $\div$ ont été remplacés par ♥.

a. $\frac{-10}{6} \heartsuit \frac{15}{9} = 0$; b. $\frac{15}{12} \heartsuit \frac{6}{5} = \frac{3}{2}$;
 c. $\frac{4}{21} \heartsuit \frac{5}{28} = \frac{16}{15}$; d. $\frac{3}{-4} \heartsuit \frac{-3}{4} = \frac{-3}{2}$.

Retrouver les symboles d'origine et justifier la réponse en détaillant les calculs.

Calculs en tous genres

Pour les exercices 93 à 96, exprimer chaque résultat sous forme fractionnaire avec le plus petit dénominateur entier positif possible ou sous forme d'un entier. Détailler les calculs.

93 a. $\frac{5}{9} \times \frac{-4}{21} \times \frac{7}{-25}$;
 b. $\frac{2}{15} \times 2 + \frac{2}{5} + \frac{7}{15} \times \frac{-10}{7}$.

94 a. $\frac{1}{4} + \frac{-7}{2} \times \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$;
 b. $\frac{-4}{7} \times \frac{4}{3} \times 5 \times \frac{21}{-16}$.

95 a. $\left(\frac{5}{4} - \frac{2}{3}\right) \times \left(3 - \frac{9}{7}\right)$;
 b. $\left(\frac{11}{4} \times \frac{2}{3}\right) + \left(\frac{-5}{6} \times \frac{5}{3}\right)$.

96 a. $\left(\frac{1}{6} - 3 + \frac{2}{9}\right) \times \left(\frac{1}{4} + 2\right)$;
 b. $\left(-\frac{2}{3} + \frac{2}{9}\right) \div \left(\frac{1}{6} + 5\right)$.

Programmes de calcul

97 On donne $a = \frac{2}{3}$, $b = -3$ et $c = \frac{-3}{4}$.

Exprimer sous forme fractionnaire sans utiliser la calculatrice :

$a + b + c$; $a + bc$; $\frac{a}{b} + c$; $\frac{a}{b+c}$.

98 Reprendre l'exercice 97 avec :

$a = \frac{-2}{5}$; $b = \frac{-3}{7}$; $c = 4$.

99 Reprendre l'exercice 97 avec :

$a = 2$; $b = \frac{1}{3}$; $c = \frac{3}{4}$.

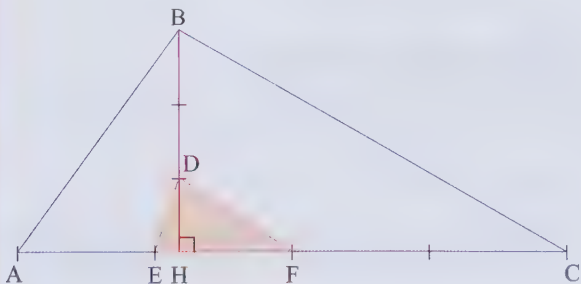
100 Inverse d'une somme

1. Recopier et compléter le tableau suivant en utilisant éventuellement la calculatrice :

a	b	$\frac{1}{a}$	$\frac{1}{b}$	$\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$	$\frac{a+b}{ab}$
2	3				
$\frac{2}{5}$	$\frac{3}{7}$				
1	$\frac{7}{4}$				
0,2	0,25				

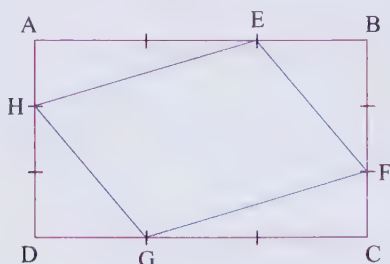
2. Que peut-on dire des nombres situés dans la 5^e et la 6^e colonnes de ce tableau ?

101 Le côté [AC] du triangle ABC ci-dessous a été partagé en quarts et la hauteur [BH] a été partagée en tiers ($EF = \frac{1}{4} \times AC$ et $DH = \frac{1}{3} \times BH$).



Quelle fraction de l'aire du triangle ABC représente l'aire de la surface coloriée ?

- 102** Dans la figure ci-dessous, les côtés du rectangle sont partagés en tiers, et on a placé les points E, F, G et H comme indiqué.



Quelle fraction de l'aire du rectangle représente :

- l'aire du triangle AHE ?
- l'aire du triangle EBF ?
- l'aire du parallélogramme ?

Justifier les réponses.

- 103** Soit ABC un triangle tel que :

$$AB = \frac{7}{9} \text{ m} ; BC = \frac{8}{3} \text{ m} \text{ et } AC = \frac{25}{9} \text{ m} .$$

- Ce triangle est-il rectangle ? Justifier la réponse.
- Déterminer l'arrondi au degré de la mesure de l'angle $\widehat{BAC}$.

104 Moyenne arithmétique

« Étant donné deux nombres a et b , on appelle *moyenne arithmétique* de a et de b le nombre :

$$m = \frac{a + b}{2} . »$$

- Lise prétend que $\frac{17}{8}$ est la moyenne arithmétique de 3 et de $\frac{5}{4}$. Est-ce vrai ? Justifier la réponse.
- Déterminer la moyenne arithmétique de :
a. 6 et 5 ; b. 1 et $\frac{1}{3}$; c. $\frac{3}{4}$ et $\frac{1}{2}$; d. $\frac{5}{7}$ et $\frac{3}{4}$.
- Le nombre 1 est la moyenne arithmétique d'un nombre n et de $\frac{4}{7}$. Quel est ce nombre n ?

105 Moyenne harmonique

« Étant donné deux nombres non nuls a et b , on appelle *moyenne harmonique* de a et de b le

nombre M défini par $\frac{2}{M} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$. »

- Théo prétend que 3 est la moyenne harmonique de 2 et de 6. Est-ce vrai ? Justifier la réponse.
- Déterminer la moyenne harmonique de :
a. 4 et 12 ; b. 5 et 45 ; c. 15 et 35 ; d. 40 et 60.

Tableurs

Pour réaliser avec un tableur les tableaux des exercices 106 à 108, il faut choisir le format *fraction*.

- 106** Alain aime bien faire ses calculs à l'aide d'un tableur. Il a ainsi obtenu la feuille de calcul suivante :

Fichier Edition Affichage Insertion Format Outils			
C8		=SOMME(A8;B8)	
	A	B	C
1	a	b	a+b
2	2/7	1/2	11/14
3	3/4	-1	-1/4
4	1/5	-1/4	-1/20
5	2/3	-3/5	
6	5/9	1/3	
7	4/5	2/3	1 7/15
8	2/7	1 4/5	2 3/35

- a. Observer la ligne 2. Que signifie l'écriture « 2/7 » ?
- Récrire sur une feuille avec les notations habituelles les lignes 2, 3 et 4 du tableau ci-dessus. Vérifier à la main et détailler les calculs.
- Quelles sont les fractions manquantes dans les cellules C5 et C6 du tableau ?
- a. Dans la cellule C7, il faut lire « 1+7/15 ». Écrire ce nombre sous forme fractionnaire.
- Récrire avec des notations fractionnaires, vérifier à la main et détailler les calculs des lignes 7 et 8.

- 107** On a obtenu le tableau suivant avec un tableur :

Fichier Edition Affichage Insertion Format Outils Données				
C4		=A4*B4		
	A	B	C	D
1	a	b	a*b	
2	2/3	3/4	1/2	
3	5/24	12/25	1/10	
4	-5/7	2 1/2	-1 11/14	
5	14/25		1 2/5	
6		2 2/11	6	
7	4/7		1	

- Mettre sous forme fractionnaire, vérifier à la main et détailler les calculs des lignes 2 et 3.
- Léa hésite : elle ne sait pas si « -1 11/14 » signifie $-(1 + 11/14)$ ou $-1 + 11/14$. Trancher ce dilemme en effectuant à la main le calcul de la ligne 4.
- Déterminer les nombres manquants dans les cellules A6, B5 et B7.

108 Dans le tableau suivant réalisé à l'aide d'un tableur, les nombres des cellules B2, B3, B4 et B5 ont été obtenus en étendant la formule de la cellule B1.

Fichier Edition Affichage Insertion Format			
	B1	=	=1/A1
	A	B	C
1	2	=1/A1	
2	3	1/3	
3	2/7	3 1/2	
4	2/9	4 1/2	
5	1 1/5	5/6	
6			

Justifier les contenus des cellules B2, B3, B4 et B5 en détaillant les calculs.

Petits problèmes

109 Au théâtre

Un directeur de théâtre a loué pour une pièce les $\frac{3}{5}$ des places à l'avance et estime que $\frac{1}{3}$ de celles restantes seront vendues au dernier moment. Quelle affluence peut-il annoncer aux acteurs ?

110 Bonnes pommes

Dans un lot de pommes, $\frac{1}{4}$ d'entre elles sont trop petites, $\frac{1}{3}$ ne sont pas mûres, $\frac{1}{10}$ sont pourries et les autres sont parfaites. Calculer si possible :

- le nombre de pommes parfaites ;
- la proportion de pommes parfaites.

111 Voyage « aller »

Samir et ses amis ont quatre jours pour faire une excursion à vélo. Le premier jour, ils parcourent les $\frac{2}{5}$ du trajet total. Samir constate ensuite que, plutôt fatigués, ils n'ont effectué le deuxième jour que les $\frac{3}{4}$ du trajet parcouru le premier jour et que le troisième jour, ils n'ont réalisé que les $\frac{3}{4}$ du trajet fait le deuxième jour. Quelle fraction du trajet leur reste-t-il à parcourir le dernier jour ?

112 Voyage « retour »

Samir et ses amis ont fini leur excursion et ils mettent quatre jours pour rentrer chez eux. Le premier jour, ils parcourent les $\frac{2}{7}$ du trajet total prévu. Ensuite, Samir décide qu'ils effectueront la même distance chacun des trois autres jours. Quelle fraction du trajet total de retour auront-ils à parcourir le dernier jour ?

113 Chauffage

Jean a noté sur un petit cahier sa consommation habituelle de mazout :

novembre : $\frac{1}{5}$ de la cuve ; décembre : $\frac{1}{4}$ de la cuve ; janvier $\frac{1}{3}$ de la cuve. Au 31 octobre, il constate que sa cuve est aux $\frac{3}{4}$ pleine.

Jean aura-t-il assez de mazout pour se chauffer pendant les mois de novembre, décembre et janvier ?

114 Classe de neige

Monsieur Cool emmène ses 25 élèves en classe de neige.

- Quelle fraction du prix total représente le prix du séjour pour 20 élèves ?
- Tenant compte des ressources de chaque élève, la commune paie $\frac{1}{4}$ du séjour pour 20 élèves et $\frac{1}{3}$ pour les autres. Quelle fraction du prix total du séjour restera-t-il à trouver par l'association des parents d'élèves qui finance cette classe de neige ?

115 Goûter

Quatre enfants découpent un pain d'épice pour leur goûter : Alice en prend le tiers, Benoît les $\frac{3}{5}$ de ce

qu'a laissé Alice puis Cécile et Lucas, les jumeaux, se partagent le reste de manière égale.

Choisir parmi les trois calculs suivants celui qui permet d'obtenir la fraction de pain d'épice reçue par chacun des jumeaux puis effectuer ce calcul :

$$X = \left(1 - \frac{1}{3} - \frac{3}{5}\right) \div 2 ;$$

$$Y = \left(\frac{2}{3} - \frac{3}{5} \times \frac{2}{3}\right) \times 2 ;$$

$$Z = \left(1 - \frac{1}{3} - \frac{3}{5} \times \frac{2}{3}\right) \times \frac{1}{2} .$$

devoirs à la maison

116 Héritage

Dans le testament de Justin Lebac, on peut lire ceci :
« On commencera par donner les $\frac{2}{7}$ de ma fortune à Élodie, $\frac{1}{6}$ à Joël et la moitié de ce qu'ils auront reçu à Faustine. Le reste sera remis à une œuvre caritative. »

1. Quelle fraction de la fortune Faustine a-t-elle reçue ?
2. Quelle fraction de la fortune recevra l'œuvre caritative ?

117 Pyramide d'inverses

Recopier et compléter la pyramide ci-dessous de façon que la somme de deux fractions voisines soit égale à la fraction située immédiatement au-dessus :



Justifier le titre de l'exercice.

118 Au pied du mur !

Monsieur Archi propose la construction d'un mur à deux entreprises de maçonnerie.

« Pour construire ce mur, il me faut quinze jours, dit le premier maçon.

– À moi, il me faut trente jours, répond l'autre maçon.

– Si vous travaillez régulièrement, à vous deux, vous pouvez le construire en dix jours, leur réplique alors Monsieur Archi. »

1. Quelle fraction du mur le premier maçon peut-il construire en un jour ?
2. Quelle fraction du mur le deuxième maçon peut-il construire en un jour ?
3. a. Quel calcul Monsieur Archi a-t-il effectué ?
b. Expliquer sa conclusion.

119 Avec des « 1 »

Exprimer sous forme fractionnaire sans utiliser la calculatrice :

$$A = \frac{1}{1+1}; \quad B = \frac{1}{1+\frac{1}{1+1}};$$

$$C = \frac{1}{1+\frac{1}{1+\frac{1}{1+1}}};$$

$$D = \frac{1}{1+\frac{1}{1+\frac{1}{1+\frac{1}{1+1}}}}.$$

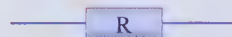
Indication : pour le calcul de B, utiliser A et ainsi de suite.

120 Résistances équivalentes

En physique, lorsqu'on remplace le montage :



par le montage :



on a la relation suivante entre les trois résistances :

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}.$$

1. Donner une écriture entière ou fractionnaire de R lorsque :

a. $R_1 = 4$ et $R_2 = 12$; b. $R_1 = 7$ et $R_2 = 9$.

2. Utiliser l'égalité $\frac{1}{R_2} = \frac{1}{R} - \frac{1}{R_1}$ pour donner une écriture décimale de R_2 lorsque :

a. $R_1 = 24$ et $R = 8$; b. $R_1 = 0,3$ et $R = 0,2$.

121 Fille ou garçon ?

Catherine, Clémence et Pascale ont mangé en trois jours trois boîtes de chocolats. De leur côté, Hervé, Guillaume, Jonathan et Léo ont mis quatre jours pour manger quatre boîtes.

Qui mange le plus de chocolats en un jour : une fille ou un garçon ? Expliquer pourquoi. (On supposera que les boîtes sont identiques et le partage égal entre les personnes de même sexe.)

Vive les maths !

UN NOMBRE, PLUSIEURS ÉCRITURES

Selon nos besoins, nous comptons avec des écritures **fractionnaires** ou avec des écritures **décimales**. Cependant, ces deux types d'écriture n'ont pas été inventés au même moment.

D'ABORD, IL Y EUT LES FRACTIONS

Seize siècles avant J.-C., les **Égyptiens** calculaient déjà avec des fractions et utilisaient surtout les inverses de nombres entiers et la fraction $2/3$. Chacune de ces fractions avait son symbole comme le montre le dessin ci-dessous.

Au xiv^e siècle, le mathématicien français Nicolas Oresme développa l'écriture étagée actuelle et définit les appellations **numérateur** et **dénominateur**.



ENSUITE, VINRENT LES ÉCRITURES DÉCIMALES

Toujours au xiv^e siècle, le mathématicien arabe Al Kashi, améliorant le système de numération en base 60 des Babyloniens, définit les fractions décimales : le dixième, le centième, etc. Ce sera

finalement le mathématicien flamand Simon Stevin qui, au xvi^e siècle, à la place de 31 unités 5 dixièmes 7 centièmes, introduira l'écriture 31 **0**5 **1**7 **2** que nous notons aujourd'hui 31,57.

MAIS LES NOMBRES DÉCIMAUX NE SUFFISENT PAS...

Dans certains cas, en divisant le numérateur par le dénominateur, la division tombe « juste » et nous obtenons l'écriture décimale de a/b .

Ainsi, $3/8 = 0,375$ et $11/80 = 0,1375$.

Cependant, dans d'autres cas, la division ne se

termine pas. Par exemple pour $28/99$, l'écriture : $0,282828... = 0,\overline{28}$ est dite **développement**

décimal périodique du quotient $\frac{28}{99}$.

On écrit $\frac{28}{99} = 0,\overline{28}$.

“casse tête”



Déterminer le développement décimal périodique de : $5/9$; $7/9$; $37/99$; $8/99$; $64/99$; $342/999$.



Déterminer une fraction correspondant à chacun des développements décimaux périodiques suivants : $0,\overline{6}$; $0,\overline{2}$; $0,\overline{46}$; $0,\overline{84}$; $0,\overline{07}$; $0,\overline{152}$.



1. Quel est le développement décimal périodique égal à la somme $0,\overline{172} + 0,\overline{15}$?

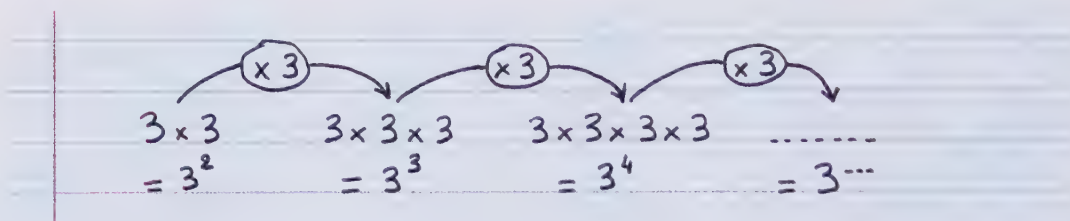
2. Quelle fraction correspond à chacun des développements décimaux périodiques $0,\overline{172}$ et $0,\overline{15}$?

3. Dédurre de ce qui précède, sans calcul supplémentaire, une écriture fractionnaire de : $172/999 + 15/99$.

ACTIVITÉS

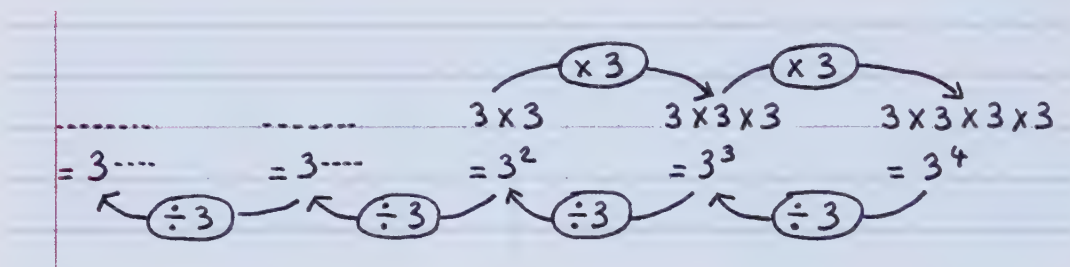
1 Puissances du nombre 3

1. Frédéric a fabriqué cette drôle de chaîne. La recopier et la compléter.



3^2 est la puissance de 3 d'exposant 2 et se lit « 3 exposant 2 » ou « 3 puissance 2 ». Dans le schéma, quelle remarque peut-on faire sur l'exposant de 3 pour chaque saut vers la droite ?

2. Sonia a repris la chaîne de Frédéric, mais en sens inverse.



- a. Dans le schéma, quelle remarque peut-on faire sur l'exposant de 3 pour chaque saut vers la gauche ?

- b. Quel nombre peut-on proposer comme valeur de 3^1 ? et de 3^0 ?

3. a. En prolongeant le schéma de Sonia vers la gauche, écrire sous forme de puissances de 3 d'exposant négatif les nombres : $\frac{1}{3}$; $\frac{1}{3 \times 3}$; $\frac{1}{3 \times 3 \times 3}$.

(On pourra remarquer que diviser par 3 revient à multiplier par $\frac{1}{3}$.)

- b. En déduire l'écriture de $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{3^2}$ et $\frac{1}{3^3}$ sous forme de puissances de 3 d'exposant négatif.

2 Opérations sur les puissances

1. Voici une des questions du dernier concours organisé par le club de math du collège.
On donne le tableau suivant :

4^0	4^1	4^2	4^3	4^4	4^5	4^6	4^7	4^8
1	4	16	64	256	1 024	4 096	16 384	65 536

Calculer le plus rapidement possible $4^4 \times 4^2$.

Voici les solutions trouvées par deux concurrentes.

Juliette

$$\begin{array}{r} 4^4 = 256 \\ 4^2 = 16 \\ \hline \begin{array}{r} 256 \\ \times 16 \\ \hline 1536 \\ 256 \\ \hline 4096 \end{array} \\ A = 4096 \end{array}$$

Aïcha

$$\begin{array}{l} A = 4^4 \times 4^2 = (4 \times 4 \times 4 \times 4) \times (4 \times 4) \\ A = 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \\ A = 4^6 \\ A = 4096 \end{array}$$

- Quelle méthode paraît la plus astucieuse ?
- Déterminer mentalement $4^3 \times 4^3$ et $4^6 \times 4^2$.
- a étant un nombre non nul, m et n étant deux nombres entiers relatifs, recopier et compléter l'égalité que suggère ce qui précède : $a^m \times a^n = a^{\dots\dots\dots}$. (On admettra ce résultat.)

2. Voici une autre question du concours.

Le nombre $B = \frac{3^3}{3^5}$ est une puissance de 3. Laquelle ?

Aïcha a proposé : $B = \frac{3^3}{3^5} = \frac{3 \times 3 \times 3}{3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3} = \frac{1}{3 \times 3} = \frac{1}{3^2} = 3^{-2}$.

- La réponse d'Aïcha est-elle juste ?
- Exprimer les nombres $\frac{5^6}{5^2}$ puis $\frac{5^2}{5^4}$ sous forme d'une puissance de 5.
- a étant un nombre non nul, m et n étant deux nombres entiers relatifs, recopier et compléter l'égalité que suggère ce qui précède : $\frac{a^m}{a^n} = a^{\dots\dots\dots}$. (On admettra ce résultat.)

3. Dans le concours, on demande aussi d'exprimer 15^2 à l'aide de puissances de 3 et de 5.
Voici la solution de Damien.

$$C = 15^2 = (3 \times 5)^2 = (3 \times 5) \times (3 \times 5) = 3 \times 5 \times 3 \times 5 = \underbrace{3 \times 3}_{3^2} \times \underbrace{5 \times 5}_{5^2}$$

- La solution de Damien est-elle juste ?
- En déduire le calcul de 15^2 sans poser d'opération en colonnes.
Calculer de même 18^2 .
- Exprimer 35^3 à l'aide de puissances de 5 et de 7.
- a et b étant deux nombres non nuls et n un nombre entier relatif, recopier et compléter l'égalité que suggère ce qui précède : $(a \times b)^n = a^{\dots\dots\dots} \times b^{\dots\dots\dots}$. (On admettra ce résultat.)

3 Puissances de 10

a • Exposant positif

1. Recopier et compléter le tableau suivant :

Puissance de 10	Opération associée	Écriture décimale	Nombre de zéros
10^2	10×10	100	2
10^4			
.....		1 000	

2. Exprimer directement 10^5 sous forme décimale sans calcul intermédiaire.

3. Qu'affiche votre calculatrice lorsqu'on effectue la séquence suivante ?

1 0 puissance 1 1

Suivant le modèle de calculatrice utilisé, la touche **puissance** correspond à y^x ou $\wedge$ ou $\uparrow$ ou x^y .

b • Exposant négatif

1. L'inverse du nombre cent milliards s'appelle « un cent-milliardième ». Son écriture décimale est 0,000 000 000 01.

a. Essayer de l'écrire ainsi sur la calculatrice.

b. Recopier et compléter les égalités suivantes :

$$0,000\ 000\ 000\ 01 = \frac{1}{100\ 000\ 000} = \frac{1}{10^{11}}$$

c. Effectuer à la calculatrice la division de 1 par le nombre cent milliards. Qu'affiche-t-elle ?

d. Effectuer à la machine le calcul de 10^{-11} .

Comparer l'affichage obtenu avec celui de la question b.

2. Recopier et compléter le tableau suivant :

Écriture décimale	Rang du 1 après la virgule	Écriture fractionnaire	Écriture sous forme de puissance de 10	Affichage sur l'écran
0,000 000 000 01	11 ^e	$\frac{1}{10^{11}}$	10^{-11}	
0,001				
0,1				
.....		$\frac{1}{10^5}$		
.....			10^{-4}	

4 Opérations sur les puissances de 10

1. a. Recopier et compléter le tableau suivant, éventuellement à l'aide d'une calculatrice :

Opération	$10^2 \times 10^3$	$10^4 \times 10^{-2}$	$10^3 \times 10^{-4}$	$10^{-2} \times 10^{-3}$
Résultat en puissance de 10	$10^{.....}$	$.....$	$.....$	$.....$

- b. Comment peut-on obtenir directement les exposants de la deuxième ligne ?
- c. m et n étant deux entiers relatifs, proposer une autre écriture du nombre $10^m \times 10^n$.
2. a. Recopier et compléter le tableau suivant (on pourra utiliser une calculatrice ; il est recommandé de ne pas oublier les parenthèses) :

Opération	$(10^2)^3$	$(10^{-2})^3$	$(10^4)^{-2}$	$(10^{-1})^{-2}$
Résultat en puissance de 10	$10^{.....}$	$.....$	$.....$	$.....$

- b. Comment peut-on obtenir directement l'exposant de la deuxième ligne ?
- c. m et n étant deux entiers relatifs, proposer une autre écriture du nombre $(10^m)^n$.

5 Multiplication par une puissance de 10

1. a. Écrire sous forme décimale les nombres :
 $A = 2,345 \times 10^2$; $B = 35,456\,7 \times 10^2$; $C = 380 \times 10^2$.
- b. Recopier et compléter :
Multiplier un nombre par 10^2 revient à décaler sa virgule de rangs vers la
- c. Écrire directement sous forme décimale $3,478 \times 10^4$ et $25,1 \times 10^3$.
2. a. Écrire sous forme décimale les nombres :
 $D = 325,2 \times 10^{-2}$; $E = 0,12 \times 10^{-2}$; $F = 12\,000 \times 10^{-2}$.
- b. Recopier et compléter :
Multiplier un nombre par 10^{-2} , revient à décaler sa virgule de rangs vers la
- c. Écrire directement sous forme décimale $5\,689 \times 10^{-3}$ et $23,45 \times 10^{-1}$.

6 Notation scientifique

1. a. Qu'affiche la calculatrice pour le résultat de $56\,000 \times 230\,000\,000$?
- b. Recopier et compléter : $A = 1,288 \times 10^{.....}$.
On dit qu'on a écrit A sous forme scientifique, c'est-à-dire sous la forme du produit d'un nombre n'ayant qu'un seul chiffre non nul à gauche de la virgule par une puissance de 10. Cette notation est utilisée par les calculatrices scientifiques lorsque le résultat dépasse leur capacité d'affichage.
2. Recopier et compléter le tableau suivant, sans utiliser la calculatrice :

Écriture décimale	12,3	0,014	5 600	$.....$	$.....$
Notation scientifique	$1,23 \times 10^{.....}$	$.....$	$.....$	$4,5 \times 10^3$	$2,6 \times 10^{-2}$

1 Puissance d'exposant entier positif

DÉFINITION

Soit a un nombre relatif.

Si n est un entier supérieur ou égal à 2, alors :

$$a^n = \underbrace{a \times a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ facteurs}}$$

De plus, $a^1 = a$ et pour $a \neq 0$, $a^0 = 1$.

On appelle **puissance de a d'exposant n** le nombre a^n .

VOCABULAIRE

Le plus souvent, le nombre a^n se lit « a puissance n » ou « a exposant n ».

EXEMPLE

$$2^4 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16.$$

2 Puissance d'exposant entier négatif

DÉFINITION

$$\text{Si } a \neq 0, a^{-n} = \frac{1}{a^n}.$$

Autrement dit, a^{-n} est l'inverse de a^n .

EXEMPLE

$$2^{-4} = \frac{1}{2^4} = \frac{1}{16}.$$

3 Cas des puissances de 10

Voici quelques valeurs de puissances de 10 portées dans le tableau suivant :

10^{-4}	10^{-3}	10^{-2}	10^{-1}	10^0	10^1	10^2	10^3	10^4
0,000 1	0,001	0,01	0,1	1	10	100	1 000	10 000

On observe que pour tout entier n positif, $10^n = 1 \underbrace{000 \dots 0}_{n \text{ zéros}}$ et $10^{-n} = 0, \underbrace{000 \dots 01}_{n \text{ chiffres}}$.

4 Priorités opératoires

RÈGLE

Un exposant ne concerne que le nombre qui le précède immédiatement.

EXEMPLES

Dans $A = 2 \times 5^3$, l'exposant 3 ne concerne que 5 :

$$A = 2 \times 5^3 = 2 \times 125 = 250.$$

Dans $B = (2 \times 5)^3$, l'exposant est affecté à tout le contenu de la parenthèse :

$$B = (2 \times 5)^3 = 10^3 = 1\,000.$$

5 Opérations sur les puissances

Si $a \neq 0$ et si m et n sont des entiers relatifs, alors :

$$a^m \times a^n = a^{m+n} \text{ et } \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}.$$

EXEMPLES

$$2^4 \times 2^{-3} = 2^{4-3} = 2^1.$$

$$\frac{5^2}{5^5} = 5^{2-5} = 5^{-3}.$$

Si a et b sont des nombres différents de 0 et si n est un entier relatif, alors :

$$(a \times b)^n = a^n \times b^n.$$

EXEMPLE

$$(2 \times 3)^2 = 2^2 \times 3^2,$$

$$\text{c'est-à-dire } 6^2 = 2^2 \times 3^2.$$

6 Opérations sur les puissances de 10

Si m et n sont des entiers relatifs, alors :

$$10^m \times 10^n = 10^{m+n}; \quad 10^{-m} = \frac{1}{10^m}; \quad \frac{10^m}{10^n} = 10^{m-n}; \quad (10^m)^n = 10^{m \times n}.$$

ATTENTION : il n'y a pas de règles de calcul lorsqu'on additionne des puissances de 10.

Ainsi, $10^3 + 10^2 = 1\,000 + 100 = 1\,100$.

7 Notation scientifique

DÉFINITION

Écrire un nombre décimal en **notation scientifique**, c'est l'écrire comme le produit d'un nombre ayant un seul chiffre non nul à gauche de la virgule, par une puissance de 10.

EXEMPLES

$$32\,000 = 3,2 \times 10^4.$$

$$0,000\,005\,6 = 5,6 \times 10^{-6}.$$

Cette notation est utilisée par les calculatrices scientifiques, en particulier lorsque le résultat dépasse la capacité d'affichage.

Selon la marque de la calculatrice, l'affichage en notation scientifique peut être différent (voir *Connaître les outils 1*, page 54).

8 Ordre de grandeur

La notation scientifique permet de donner un ordre de grandeur d'un nombre.

EXEMPLES

$32\,000 = 3,2 \times 10^4$ et l'arrondi à l'unité de 3,2 est 3 donc le nombre 3×10^4 est un ordre de grandeur de 32 000.

$0,000\,005\,7 = 5,7 \times 10^{-6}$ et l'arrondi à l'unité de 5,7 est 6 donc le nombre 6×10^{-6} est un ordre de grandeur de 0,000 005 7.

1 Déterminer un ordre de grandeur avec une calculatrice

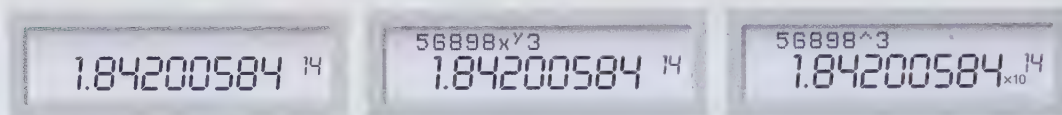
Exemple Soit $X = 56\,898^3$.

Déterminer un ordre de grandeur de X à l'aide d'une calculatrice.

1^{re} étape ►

À l'aide de la touche **puissance** de la calculatrice, on effectue le calcul.

Voici des exemples de l'affichage qu'on obtient.



ATTENTION

La calculatrice, faute de pouvoir afficher la valeur exacte de X , ne nous donne qu'une valeur approchée du nombre X cherché.

2^e étape ►

On interprète le nombre affiché en notation scientifique.

$$X \approx 1,842\,005\,84 \times 10^{14}.$$

ATTENTION

Il ne faut pas confondre le nombre affiché avec $1,842\,005\,84^{14}$.

3^e étape ►

On détermine un ordre de grandeur de X .

L'arrondi à l'unité de $1,842\,005\,84$ est 2 .

Donc 2×10^{14} est un ordre de grandeur de X .

► Voir exercice n° 67, p. 60.

2 Utiliser la calculatrice pour un calcul en notation scientifique

Exemple À l'aide d'une calculatrice, écrire plus simplement le nombre entier :

$$X = \frac{33 \times 10^{11}}{27 \times 10^9 + 5 \times 10^8}.$$

1^{re} étape ►

Pour 33×10^{11} , on peut utiliser la touche **puissance** ou la touche **EE** (qui correspond à « $\times 10$ puissance... »).

La séquence commence donc par **3** **3** **×** **1** **0** **puissance** **1** **1**

ou par **3** **3** **EE** **1** **1**.

2^e étape ►

Il faut diviser par le **résultat** du calcul qui est au dénominateur donc on met des parenthèses autour du dénominateur.

La séquence se poursuit donc par exemple ainsi :

+ | (| 2 | 7 | EE | 9 | + | 5 | EE | 8 |) | = | .

3^e étape ►

On lit et on conclut.

$$X = 120 .$$

► Voir exercice n° 83, p. 62.

3 Effectuer un calcul en respectant les priorités

Exemple  Calculer $A = 5 + 5 \times 3 - 2 \times 7^2 + 4$.

1^{re} étape ►

En l'absence de parenthèses, on calcule d'abord les puissances.

$$A = 5 + 5 \times 3 - 2 \times 49 + 4 .$$

2^e étape ►

En l'absence de parenthèses et de puissances, on effectue ensuite les multiplications.

$$A = 5 + 15 - 98 + 4 .$$

3^e étape ►

On effectue enfin les additions et les soustractions.

$$A = 24 - 98 .$$

$$A = - 74 .$$

► Voir exercice n° 35, p. 59.

choisir les outils

Exercice 1 Écrire un nombre en notation scientifique

Sans utiliser de calculatrice, écrire en notation scientifique les nombres suivants :

$$A = 0,000\,487\,25 ; B = 25 \times 10^3 \times 1,24 \times 10^2 \text{ et } C = 1,3 \times 10^4 + 9,86 \times 10^3.$$

Solution

Écriture de A :

$$A = 0,000\,487\,25$$

$$A = 4,872\,5 \times 10^{-4}$$

Écriture de B :

$$B = 25 \times 10^3 \times 1,24 \times 10^2$$

$$B = (25 \times 1,24) \times (10^3 \times 10^2)$$

$$B = 31 \times 10^5$$

$$B = 3,1 \times 10^1 \times 10^5$$

$$B = 3,1 \times 10^6$$

Écriture de C :

$$C = 1,3 \times 10^4 + 9,86 \times 10^3$$

$$C = 13\,000 + 9\,860$$

$$C = 22\,860$$

$$C = 2,286 \times 10^4$$

Commentaires

- ▶ On peut vérifier en effectuant le calcul à l'envers !
- ▶ B est un **produit** : on peut donc regrouper les facteurs, en particulier les puissances de 10.
 - ▶ $10^m \times 10^n = 10^{m+n}$.
 - ▶ On écrit 31 avec la notation scientifique.
 - ▶ On réutilise la règle : $10^m \times 10^n = 10^{m+n}$.
- ▶ C est une **somme**. On applique les règles des priorités vues à la page 52.
- ▶ On écrit C sous forme scientifique.

Exercice 2 Simplifier une fraction

$$\text{Soit } C = \frac{12 \times 5 \times 10^4 \times (10^2)^3}{36 \times 10^9}.$$

Sans utiliser de calculatrice, écrire C sous forme d'une fraction simplifiée.

Solution

$$C = \frac{12 \times 5 \times 10^4 \times (10^2)^3}{36 \times 10^9}$$

$$C = \frac{12 \times 5}{36} \times \frac{10^4 \times (10^2)^3}{10^9}$$

$$C = \frac{12 \times 5}{12 \times 3} \times \frac{10^4 \times 10^6}{10^9}$$

$$C = \frac{5}{3} \times \frac{10^{10}}{10^9}$$

$$C = \frac{5}{3} \times 10^{10-9}$$

$$C = \frac{5}{3} \times 10$$

$$C = \frac{50}{3}$$

Commentaires

- ▶ Pour calculer C, on n'a que des multiplications ou des divisions à effectuer. On regroupe les divers facteurs et en particulier on « isole » les puissances de 10.
 - ▶ $(10^m)^n = 10^{m \times n}$.
 - ▶ $36 = 12 \times 3$: on prépare la simplification de la fraction puis on simplifie la fraction.
 - ▶ $10^m \times 10^n = 10^{m+n}$.
 - ▶ $\frac{10^m}{10^n} = 10^{m-n}$.
 - ▶ $10^1 = 10$.
- ▶ On effectue le produit.

travail autonome

- 1** Écrire sous forme d'une puissance de 5 :
- a. $5 \times 5 \times 5 \times 5$; b. 5×5 ;
c. 5; d. $5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5$.

- 2** Écrire sous forme décimale sans utiliser de calculatrice :
- a. 2^3 ; b. 3^2 ; c. 4^2 ; d. 5^3 ; e. 10^4 ;
f. $0,2^2$; g. $0,01^3$.

- 3** À l'aide d'une calculatrice, écrire sous forme décimale :
- a. 124^3 ; b. $1,35^2$; c. $0,36^3$.

- 4** Écrire sous forme décimale sans utiliser de calculatrice :
- a. $(-3)^2$; b. -3^2 ; c. $(-2)^3$; d. -2^3 .

- 5** Associer chaque case de gauche à une case de droite :

1. -2^3	a. $2 \times 2 \times 2$
2. $(-2)^3$	b. $-(2 \times 2 \times 2)$
3. 2^3	c. $(-2) \times (-2) \times (-2)$

- 6** À l'aide d'une calculatrice, écrire sous forme décimale :
- a. $(-125)^2$; b. $-3,4^2$; c. 7^4 .

- 7** Recopier et compléter :
- a. $16 = 2^{\dots\dots\dots}$; b. $32 = 2^{\dots\dots\dots}$;
c. $128 = 2^{\dots\dots\dots}$; d. $1 = 2^{\dots\dots\dots}$; e. $2 = 2^{\dots\dots\dots}$.

- 8** Écrire sous forme d'une puissance de 4 :
- a. 4×4 ; b. $\frac{1}{4 \times 4}$; c. $4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4$;
d. $\frac{1}{4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4}$; e. $\frac{1}{4^6}$.

- 9** Écrire sous forme décimale :
- a. 10^3 ; b. 10^4 ; c. 10^0 ;
d. 10^{-2} ; e. 10^{-3} .

- 10** Écrire sous forme d'une puissance de 10 :
- a. 10 000; b. 100; c. 0,000 1; d. 0,01.

- 11** Exprimer sous forme d'une seule puissance :
1. a. $3^4 \times 3^2$; b. $5^3 \times 5$;
c. $7^2 \times 7^3$; d. $2^{-4} \times 2^{-3}$.
2. a. $\frac{5^4}{5^2}$; b. $\frac{7^5}{7^2}$; c. $\frac{4^4}{4^5}$; d. $\frac{2^{-2}}{2^3}$.

- 12** 1. Écrire sous forme d'une puissance d'un seul nombre :
- a. $4^2 \times 2^2$; b. $5^3 \times 3^3$; c. $2^{-1} \times 6^{-1}$.
2. Recopier et compléter :
- a. $12^3 = (2 \times \dots\dots\dots)^3 = 2^{\dots\dots\dots} \times \dots\dots\dots$;
b. $5^2 \times 3^2 = (\dots\dots \times \dots\dots)^{\dots\dots} = 15^{\dots\dots}$.

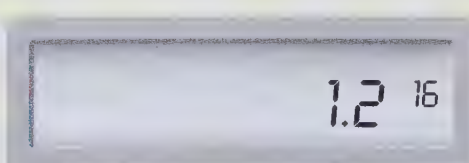
- 13** Écrire sous forme d'une seule puissance de 10 sans utiliser de calculatrice :
1. a. $10^4 \times 10^2$; b. $10^{-2} \times 10^5$; c. $10^{-5} \times 10^{-2}$.
2. a. $\frac{10^7}{10^3}$; b. $\frac{10^4}{10^6}$; c. $\frac{10^{-2}}{10^3}$;
d. $\frac{10^3}{10^{-2}}$; e. $\frac{10^{-5}}{10^{-3}}$.
3. a. $(10^3)^2$; b. $(10^{-2})^4$;
c. $(10^3)^{-3}$; d. $(10^{-2})^{-2}$.

- 14** Exprimer sous forme décimale sans utiliser de calculatrice :
- a. $2,3 \times 10^3$; b. $12,23 \times 10^{-1}$;
c. $21\,000 \times 10^{-3}$; d. $4,5 \times 10^2$; e. $3,8 \times 10^{-2}$.

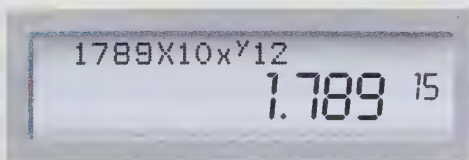
- 15** Écrire en notation scientifique sans utiliser de calculatrice :
- a. 32 000; b. 0,012; c. 4 500; d. 0,000 14.

- 16** Pour chacun des cas suivants, indiquer la notation scientifique du résultat affiché par la calculatrice :

a.



b.



exercices

s'entraîner

Exposant positif

17 Écrire sous forme d'une puissance de 7 :

a. $7 \times 7 \times 7$; b. $7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7$; c. 7.

18 1. Donner l'écriture décimale des carrés des nombres entiers de 0 à 10.

2. Donner l'écriture décimale des cubes des nombres entiers de 0 à 10.

19 Associer les démarches qui aboutissent au même résultat :

1. J'ai calculé la somme de cinq termes égaux à 10.

2. J'ai calculé le produit de cinq facteurs égaux à 10.

3. J'ai calculé 10^5 .

4. J'ai calculé 5×10 .

20 Trouver tous les nombres entiers positifs inférieurs à 100 qui sont des puissances de 2. Préciser l'exposant pour chacun d'eux.

21 1. Un des nombres suivants n'est pas une puissance de 3. Lequel ?

a. 3 ; b. 6 ; c. 9 ; d. 27 ; e. 81.

2. Écrire les autres nombres sous forme d'une puissance de 3.

22 Exprimer sous forme d'un produit d'une puissance de 3 par une puissance de 5 :

a. $3 \times 5 \times 5 \times 3 \times 3$; b. $5 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5$;

c. $25 \times 3 \times 9$; d. $27 \times 5 \times 3 \times 5$.

23 Écrire sous forme de fraction qui ne fait pas apparaître de puissance :

a. $\frac{3^2}{5}$; b. $\frac{3}{5^2}$; c. $\left(\frac{3}{5}\right)^2$.

Exposant négatif

24 1. Le nombre 2^{-4} est-il égal à :

a. -8 ? b. $\frac{1}{2^4}$? c. $(-2)^4$? d. $\frac{1}{2 \times 2 \times 2 \times 2}$?

Citer la règle du cours qui permet de répondre.

2. Exprimer 2^{-4} sous forme de fraction puis, à l'aide d'une calculatrice, sous forme décimale.

25 Recopier et compléter :

a. $5^{-2} = \frac{1}{5^{\dots}} = \frac{1}{\dots} = \dots$;

b. $5^{-3} = \frac{1}{5^{\dots}} = \frac{1}{\dots} = \dots$.

26 Exprimer sous forme d'une puissance de 2 :

a. $\frac{1}{2 \times 2}$; b. $\frac{1}{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2}$; c. $\frac{1}{2}$.

27 Exprimer sous forme d'une puissance de 3 en détaillant les étapes du calcul :

a. $\frac{1}{3} \times \frac{1}{3}$; b. $\left(\frac{1}{3}\right)^3$; c. $\frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{3}\right)^2$.

28 Exprimer sous forme fractionnaire dans laquelle n'apparaît plus de puissance :

a. 3^{-3} ; b. 4^{-2} ; c. 2^{-5} .

Exposant entier relatif

29 Sans calculatrice, exprimer sous forme décimale en détaillant les étapes du calcul :

a. 3^3 ; b. 5^{-2} ; c. $0,2^4$; d. 2^{-3} .

30 Exprimer sous forme d'une puissance de 2 :

a. 64 ; b. 0,25 ; c. 2 ; d. 0,125.

Priorités

Pour les exercices 31 à 35, exprimer chacun des nombres sous forme décimale en détaillant les étapes du calcul.

31 a. $2^3 \times 2^2$; b. $2^3 + 2^2$; c. $2^3 + 1^3$.

32 a. $10^1 + 10^{-1}$; b. $10^1 \times 10^{-1}$;
c. $1 - 10^{-1}$; d. $10^2 + 10^3$;
e. $10^{-2} + 10^{-3}$; f. $10^{-2} \times 10^{-3}$.

33 a. $(-3)^2$; b. -3^2 ;
c. $3 - 5^3$; d. $(3 - 5)^3$.

34 a. 3×2^2 ; b. $(3 \times 2)^2$;
c. 2×5^3 ; d. $(2 \times 5)^3$.

35 a. $8 + 2 \times 10^3 - 5$;
b. $2 - 3 \times 5^2 + 4 \times 2^3$;
c. $3 \times 10^{-2} + 2 - 6^2$.

► Voir *Connaître les outils 3*, p. 55.

36 1. a. Le nombre $(-36)^2$ est-il positif ou négatif ? Pourquoi ?
b. Reprendre la question a pour le nombre -36^2 .
2. Reprendre la question 1a pour :
a. $(-36)^3$; b. $(-36)^4$; c. $(-36)^5$.

37 Indiquer si les nombres suivants sont positifs ou négatifs en justifiant les réponses :
a. -32^2 ; b. $(-32)^2$; c. -32^3 ;
d. $(-32)^3$; e. 32^5 .

38 Sans utiliser de calculatrice, exprimer sous forme décimale :
A = $5 + 5 \times 2^3$; B = $(5 + 5) \times 2^3$;
C = $5 + (5 \times 2)^3$; D = $(5 + 5 \times 2)^2$.

39 Calculer sous forme décimale :
A = $5 - 3x^2$ pour $x = 4$;
B = $3 - 4x^2$ pour $x = -3$;
C = $(4 - 2x)^2$ pour $x = -2$;
D = $3 - (5x)^2$ pour $x = -1$.

Avec la calculatrice

40 Exprimer sous forme décimale en utilisant une calculatrice :
a. 3^{10} ; b. 5^{-6} ; c. 154^3 ; d. $1,25^{-2}$.

41 Exprimer sous forme décimale à l'aide d'une calculatrice :
a. $(-3,4)^5$; b. $(-0,04)^{-3}$;
c. -2^{15} ; d. $(-4)^{-2}$.

42 Exprimer sous forme décimale en utilisant une calculatrice :
a. $5 - 6^4$; b. 7×2^{12} ; c. 5×2^{-3} ;
d. $\frac{3^5}{2^4 \times 5^2}$; e. $\frac{1,25}{3^2 + 2^4}$; f. $\frac{5^{-2} + 1}{2^3}$.

Opérations avec des puissances

43 1. Exprimer $2^3 \times 2^5$ sous forme d'une seule puissance en citant la règle du cours utilisée.
2. Exprimer sous forme d'une seule puissance :
a. $2^3 \times 2^2$; b. $3^{-3} \times 3^5$; c. $5^{-4} \times 5^{-3}$;
d. $7^2 \times 7^{-5}$; e. $6^2 \times 6^5 \times 6^{-4}$.

44 Exprimer sous forme d'un produit d'une puissance de 2 par une puissance de 5 :
a. $2^3 \times 5^2 \times 2^2 \times 2^4$; b. $5^{-3} \times 2^3 \times 2^{-4} \times 5^5$.

45 1. Exprimer $\frac{2^7}{2^2}$ sous forme d'une seule puissance en citant la règle du cours utilisée.

2. Exprimer sous forme d'une seule puissance :
a. $\frac{3^4}{3^2}$; b. $\frac{5^{-2}}{5^3}$; c. $\frac{2^5}{2^{-2}}$.

46 Exprimer sous la forme 3^n ou $\frac{1}{3^n}$ avec $n > 0$:
a. $3^5 \times 3^{-2}$; b. $3^2 \times 3^{-4}$; c. $\frac{3^5}{3^3}$; d. $\frac{3^2}{3^6}$.

47 1. Exprimer 6^4 sous forme d'un produit d'une puissance de 2 par une puissance de 3 en citant la règle du cours utilisée.

2. Écrire sous forme d'un produit de puissances de 2, de 3 ou de 7 :
a. 14^3 ; b. 21^{-2} ; c. 42^4 .

48 Aurélie est capable de calculer de tête $2^6 \times 5^6$. Comment s'y prend-elle ?

49 Écrire sous forme d'un produit de puissances de 2 et de 3 :
a. $\left(\frac{2}{3}\right)^2 \times 2^3$; b. $2^{-2} \times \left(\frac{3}{2}\right)^3$.

Puissances de 10

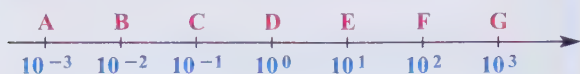
50 Écrire sous forme décimale :
a. 10^3 ; b. 10^{-2} ; c. 10^2 ; d. 10^{-1} .

51 Écrire sous forme d'une puissance de 10 :
a. 0,001; b. 1 000 000; c. 0,000 1; d. 1.

52 Écrire sous forme d'une puissance de 10 :
a. un centième; b. dix millions;
c. un dix-millième; d. un milliard.

exercices

53 Robert a essayé de représenter quelques puissances de 10 sur une droite graduée :



1. Le point unité d'une graduation a pour abscisse 1. Indiquer le point unité de cette graduation.
2. a. Si l'unité est le centimètre, combien devrait mesurer le segment [DE] ? et le segment [CD] ?
b. La représentation de Robert semble-t-elle reproduire à l'échelle la réalité ? Pourquoi ?

Opérations avec des puissances de 10

54 Exprimer sous forme d'une puissance de 10 :

1. a. $10^{-2} \times 10^7$;
b. 10×10^{-3} ;
c. $10^{-5} \times 10^7 \times 10^{-3}$.
2. a. $\frac{10^3}{10^5}$; b. $\frac{10^2}{10^{-3}}$; c. $\frac{10^{-2}}{10^{-5}}$.
3. a. $(10^3)^2$; b. $(10^{-2})^3$; c. $(10^{-1})^{-6}$.

55 Exprimer sous forme d'une puissance de 10 :

- a. $10^5 \times \frac{10^3}{10^2}$; b. $\frac{10^3 \times 10^{-4}}{10^{-5} \times 10^2}$.

56 1. Écrire sous forme décimale :

$$A = 3 \times 10^3 + 2 \times 10^2 + 5 \times 10^1 + 7 \times 10^0 + 4 \times 10^{-1} ;$$

$$B = 4 \times 10^1 + 5 \times 10^0 + 8 \times 10^{-2} .$$

2. Recopier et compléter l'égalité suivante dans laquelle chaque carré représente un chiffre (pas obligatoirement le même pour chaque carré) :

$$27,835 = 2 \times 10^{\square} = \square \times 10^0 + \square \times 10^{-1} + 3 \times 10^{-\square} + \square \times 10^{-\square} .$$

57 Exprimer sous forme décimale :

$$A = 7 \times 10^{14} \times 3 \times 10^{-16} ;$$

$$B = 9 \times 10^{15} \times 8 \times 10^{-13} ;$$

$$C = 5 \times 10^2 + 4 \times 10^{-1} .$$

Changements d'écritures

58 Exprimer sous forme décimale :

$$A = 23,56 \times 10^2 ; \quad B = 1,236 \times 10^{-2} ;$$

$$C = 78\,000 \times 10^{-3} ; \quad D = 4\,500 \times 10^3 .$$

59 On donne $A = 145$.

Recopier et compléter sans utiliser de calculatrice :

- a. $A = 14,5 \times 10^{\dots}$; b. $A = 0,145 \times 10^{\dots}$;
c. $A = 1\,450 \times 10^{\dots}$.

60 On donne $A = 0,012\,3$.

Recopier et compléter sans utiliser de calculatrice :

- a. $A = \dots \times 10^{-2}$; b. $A = \dots \times 10^2$;
c. $A = \dots \times 10^{-4}$.

61 Soit $A = 25\,698,236$.

Recopier et compléter :

- a. $A = 2,569\,823\,6 \times 10^{\dots}$;
b. $A = 25\,698\,236 \times 10^{\dots}$;
c. $A = 25,698\,236 \times 10^{\dots}$.

62 Soit $A = 2\,456,78$.

Recopier et compléter :

- a. $A = \dots \times 10^{-3}$; b. $A = \dots \times 10^{-2}$;
c. $A = \dots \times 10^1$.

63 Recopier et compléter :

- a. $\dots \times 10^{-3} = 4$; b. $\dots \times 10^2 = 12,34$;
c. $\dots \times 10^{-1} = 2,3$.

Notation scientifique

64 Les nombres suivants sont exprimés en notation scientifique. Donner leur écriture décimale.

- a. $2,34 \times 10^2$; b. $7,89 \times 10^{-1}$;
c. $5,45 \times 10^3$; d. $3,7 \times 10^{-3}$.

65 Les nombres suivants sont exprimés en écriture décimale. Donner leur notation scientifique.

- a. 32,45 ; b. 45 000 ; c. 0,000 012 .

66 1. Un seul des nombres suivants est écrit en notation scientifique. Lequel ?

$$A = 23,5 \times 10^3 ; \quad B = 0,024 \times 10^{-4} ; \quad C = 1,4 \times 10^5 .$$

2. Écrire les deux autres nombres en notation scientifique.

Notation scientifique et calculatrice

67 Dans chacun des cas suivants, déterminer un ordre de grandeur de A à l'aide d'une calculatrice :

- a. $A = 13,4^{12}$; b. $A = 5,6^{-5}$;
c. $A = 3,2^6 \times 0,5^{-3}$; d. $A = (-3,24)^5$.

► Voir Connaître les outils 1, p. 54.

68 À l'aide d'une calculatrice, effectuer le produit $A \times B$ et recopier le résultat en notation scientifique, puis en écriture décimale (on rappelle que pour entrer un nombre écrit en notation scientifique dans certaines calculatrices, on peut utiliser la touche **EE** ou $\times 10^x$). Pour l'emploi de ces touches, consulter la notice de la calculatrice) :

- a. $A = 1,45 \times 10^3$; $B = 3 \times 10^2$;
- b. $A = -2,5 \times 10^2$; $B = 1,4 \times 10^1$;
- c. $A = 3,45 \times 10^{-4}$; $B = 5,2 \times 10^6$;
- d. $A = -7 \times 10^8$; $B = -4,3 \times 10^{-5}$.

Encadrement et ordre de grandeur

- 69** 1. On donne $A = 3\,789\,000$.
- a. Écrire A en notation scientifique.
 - b. Encadrer A par deux puissances de 10 successives.
 - c. Proposer un ordre de grandeur de A.
2. Reprendre la question 1 pour $B = 0,000\,042$, $C = 372 \times 10^3$ et $D = 99,99 \times 10^{-2}$.

- 70** 1. Déterminer sous leur forme décimale trois nombres compris entre 10^2 et 10^3 .
2. Même question pour 10^{-3} et 10^{-2} .

71 La vitesse de la lumière dans le vide est environ 299 792,458 kilomètres par seconde. Proposer, en justifiant, un ordre de grandeur de cette vitesse.

Conversions

72 1. a. Recopier puis, à l'aide d'une puissance de 10, compléter :

1 km = m.

b. Recopier et compléter :

12 km = $12 \times 10^{\dots\dots\dots}$ m.

2. a. Recopier puis, à l'aide d'une puissance de 10, compléter :

1 mm = m.

b. Recopier et compléter :

123 mm = $123 \times 10^{\dots\dots\dots}$ m.

3. En s'inspirant de ce qui précède, recopier et compléter :

45 cm = $45 \times 10^{\dots\dots\dots}$ m.

73 Recopier les égalités vraies du tableau suivant :

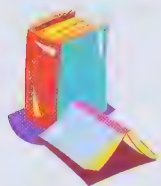
1. 12 cm =	a. 12×10^{-2} m b. $1,2 \times 10^{-1}$ m c. 12×10^2 m
2. 2,4 km =	a. $2,4 \times 10^2$ m b. $2,4 \times 10^{-3}$ m c. $2,4 \times 10^3$ m
3. 0,56 m =	a. $0,56 \times 10^2$ mm b. $0,56 \times 10^3$ mm c. $0,56 \times 10^{-3}$ mm
4. 214 m =	a. 214×10^{-3} km b. 214×10^3 km c. $2,14 \times 10^{-1}$ km

Qui a raison ?



exercices

maîtriser



Lire et comprendre

74 Associer les nombres égaux :

- a. le double du cube de a ; b. $(2a)^3$;
c. le triple du carré de a ; d. $(3a)^2$;
e. $3 \times a^2$; f. le carré du triple de a ;
g. $2 \times a^3$; h. le cube du double de a .

75 Vrai ou faux ?

Dans chacun des cas suivants, choisir la bonne affirmation (on pourra par exemple effectuer des tests à la calculatrice) :

- | | |
|--|------------------------|
| 1. Je suis une puissance d'un nombre compris entre 0 et 1. Plus mon exposant est grand, plus je deviens... | a. grand.
b. petit. |
| 2. Je suis une puissance d'un nombre supérieur 1. Plus mon exposant est grand, plus je deviens... | a. grand.
b. petit. |

Rangement

76 Sans utiliser de calculatrice, ranger dans l'ordre croissant :

$$A = 32,3 \times 10^8 ; \quad B = 968 \times 10^6 ; \\ C = 0,002 \times 10^{12} .$$

Indication : on pourra utiliser la notation scientifique.

77 1. À l'aide d'une calculatrice, indiquer un ordre de grandeur de chacun des nombres suivants puis les ranger dans l'ordre croissant :

a. 222 ; b. 22^2 ; c. 2^{22} ; d. $2^{(2^2)}$.

2. Reprendre la question 1 pour :

a. 333 ; b. 33^3 ; c. 3^{33} ; d. $3^{(3^3)}$.

Calculs et puissances

78 Écrire sous forme d'une seule puissance de 2 :

a. 128×2^{-5} ; b. $\frac{8}{2^{-2}}$; c. $0,125 \times 2^{12}$.

79 Écrire uniquement à l'aide de puissances de 2 et de 3 les nombres :

$$A = 6^{-4} ; \quad B = 0,5 \times 3^{-3} \times 9 ;$$

$$C = (3 \times 2)^{-3} \times 12 ; \quad D = \frac{(2 \times 3)^2}{2^4 \times 3} .$$

80 Écrire sous forme d'une seule puissance de 10 les nombres :

$$A = 10^5 \times 10^{-2} \times 0,01 ; \quad B = \left(\frac{10^8}{10}\right)^4 ;$$

$$C = (10^3)^{-1} \times (10^{-2})^{-3} ;$$

$$D = \frac{(10^5)^{-2} \times 10^6}{0,001} .$$

81 1. Écrire en notation scientifique $\frac{13 \times 4}{5}$.

2. Exprimer sous forme d'une seule puissance de 10 le nombre :

$$\frac{10^4 \times 10^{-5}}{10^{-3}} .$$

3. Utiliser les questions précédentes pour trouver, sans calculatrice et en détaillant les étapes, la notation scientifique du nombre :

$$A = \frac{13 \times 10^4 \times 4 \times 10^{-5}}{5 \times 10^{-3}} .$$

82 Déterminer, sans calculatrice, la notation scientifique du nombre :

$$A = \frac{3,2 \times 10^2 + 0,2 \times 10^3}{10^{-1}} .$$

83 À l'aide d'une calculatrice, déterminer la notation scientifique du nombre :

$$A = \frac{6,4 \times 10^2 + 123 \times 10^{-1}}{4 \times 10^3} .$$

► Voir *Connaître les outils* 2, p. 54.

84 Méfions-nous des calculatrices !

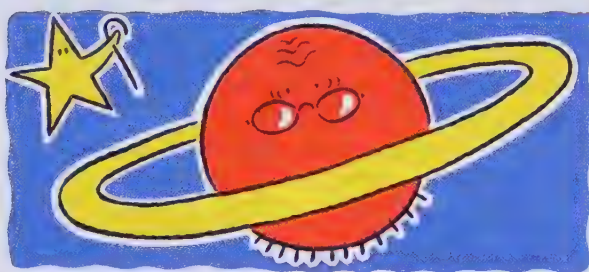
$$\text{On donne } A = \frac{2^{40} + 10^{-3} - 2^{40}}{10^{-7}} .$$

1. Effectuer le calcul à l'aide d'une calculatrice.

2. a. Effectuer le calcul sans calculatrice.

b. Que constate-t-on ?

Problèmes



85 Un grand âge

« Il y a environ 4×10^{17} secondes, peut-on lire dans un livre, naissait l'univers. »
À l'aide d'une calculatrice, déterminer approximativement l'âge de l'univers en milliards d'années (proposer un ordre de grandeur du résultat).

86 Secret de Polichinelle

Un secret, ça ne se partage pas, c'est bien connu ! Pourtant, le 1^{er} janvier, Marion a confié un secret à son copain Fabien. Le 2 janvier, Marion et Fabien ont chacun confié le secret à un de leurs amis. Et chaque jour suivant, chacun des détenteurs du secret l'a confié à une autre personne.

1. Si les personnes ainsi mises au courant sont toutes différentes, combien parmi elles détiennent le secret le 31 janvier au soir ? (Utiliser une puissance pour donner la réponse.)

2. a. À l'aide d'une calculatrice, déterminer un ordre de grandeur du nombre obtenu à la question 1.

b. Encadrer le nombre obtenu à la question 1 par deux puissances de 10 successives.

87 Carré « mââgique »

1. Vérifier que dans le carré A donné ci-dessous, les produits des trois nombres sur chaque ligne, chaque colonne et chaque diagonale sont égaux. Dans un livre de jeux mathématiques, il est dit qu'un tel carré est « multiplicativement mââgique ».

2. Reproduire et compléter le carré B donné ci-dessous pour qu'il soit « multiplicativement mââgique ». (Il est conseillé d'utiliser les puissances de 10.)

10^0	10^5	10^{-2}
10^{-1}	10^1	10^3
10^4	10^{-3}	10^2

Carré A

.....		
.....	1	
10	10^2	0,001

Carré B

88 La vitesse de la lumière dans le vide est environ 3×10^8 m/s (ou $m \cdot s^{-1}$).

Dans le tableau suivant, les distances de trois planètes du système solaire au Soleil sont exprimées en gigamètre ($1 \text{ Gm} = 10^9 \text{ m}$).

Planète	Distance au Soleil (en Gm)
Mercure	58
Terre	150
Pluton	5 900

Calculer le temps mis par la lumière pour aller du Soleil à chacune de ces trois planètes.

Avec un tableur

89 Dans la cellule A2 de ce tableur, Jérémie a écrit une formule qui permet de calculer la puissance 4 du contenu de la cellule A1.

A2	=	=PUISSANCE(A1;4)
	A	B C D E F G
1	2	3 10 0,2 0,3 5 100
2	=PUISSANCE(A1;4)	

1. a. Qu'indique le tableur de la cellule A2 après avoir effectué le calcul ?

b. Qu'indiquera le tableur dans les cellules B2 à G2 après calcul si Jérémie étend la formule vers la droite ?

2. Modifier la formule écrite en A2 pour permettre de calculer les puissances d'exposant - 2 (au lieu de 4).

90 1. a. Quel calcul a effectué Samira dans la cellule A3 de ce tableur ?

Indication : bien observer l'écran.

A3	=	=A1*A2
	A	B C
1	30256	546548 0,000125
2	4589632	5898 0,4789
3	1,39E+11	

b. L'ordinateur a affiché dans la cellule A3 un résultat approché au moyen d'une notation qui lui est propre.

Écrire le résultat affiché en notation scientifique.

2. a. Qu'affichera l'ordinateur si Samira étend la formule dans les cellules B3 et C3 ?

b. Écrire en notation scientifique chacun des résultats obtenus à la question 2a.

devoirs à la maison

91 Une puissance de 10, c'est un préfixe

Les physiciens ont adopté le système international (SI) dans lequel on exprime les longueurs en mètres, les masses en kilogrammes, les intensités électriques en ampères, etc. Cependant, ces unités ne sont pas toujours adaptées à la vie courante : la distance Paris-Marseille est généralement donnée en kilomètres et la taille d'une abeille en millimètres ou en centimètres. Les préfixes *kilo*, *centi* et *milli* reviennent à multiplier par une puissance de 10.

1. Recopier les tableaux ci-dessous puis les compléter (l'usage d'un dictionnaire est vivement recommandé) :

Préfixe	Symbole	$\times 10^x$
téra	T	
giga	G	
méga	M	
kilo	k	10^3
hecto	h	
déca	da	10^1

Préfixe	Symbole	$\times 10^x$
déci	d	
centi	c	10^{-2}
milli	m	
micro	μ	10^{-6}
nano	n	
pico	p	

2. a. Voici des tailles, des distances et des longueurs exprimées en mètres. Avec quelles unités seront-elles données dans la vie courante ? (Il y a parfois plusieurs réponses possibles.)

- taille d'une fourmi : 2×10^{-3} m ;
- distance Paris-Lille : 2×10^5 m ;
- longueur d'un terrain de football : 10^2 m ;
- distance Terre-Soleil : $1,5 \times 10^9$ m .

b. Les tailles, les distances et les dimensions données ci-dessous sont exprimées en unités usuelles :

- abeille : 15 mm ;
- paramécie : 60 μ m ;

- distance parcourue au marathon : 42,195 km ;
- distance Terre-Lune : 280 Mm ;
- double décimètre : 2 dm.

Écrire ces longueurs dans le système international, c'est-à-dire en mètres.

c. En 1999, un ingénieur a signé un contrat d'embauche lui garantissant un salaire annuel de 240 kilofrancs (240 kF).

Écrire ce salaire annuel en francs puis en euros.



92 La légende de Séta

Le jeu d'échecs se joue sur un échiquier de 64 cases. La légende dit que pour le remercier des plaisirs que lui procurait ce jeu, l'empereur Shiram promit à son inventeur Séta le cadeau suivant : sur la première case du jeu, il déposerait un grain de riz, puis le double sur la deuxième case et ainsi de suite en doublant chaque fois le nombre de grains.

1. a. Exprimer à l'aide d'une puissance de 2 le nombre N de grains que Shiram aurait dû déposer sur la 64^e case.

b. Déterminer un ordre de grandeur du nombre N.

2. a. Un grain de riz pèse environ 0,06 g.

Déterminer un ordre de grandeur de la masse de riz correspondant au nombre N de grains. (Donner la réponse en grammes, puis en tonnes.)

b. De nos jours, la production annuelle mondiale de riz est environ 240×10^6 tonnes.

Que faut-il penser de la promesse de Shiram ?

93 Vu au Brevet

1. Soit $A = \frac{8 \times 10^{15} \times 15 \times 10^{-6}}{20 \times (10^2)^5}$.

En faisant apparaître chaque étape du calcul, exprimer A sous forme de fraction simplifiée.

2. Soit $B = \frac{1,5 \times 10^7 \times 4 \times 10^{-5}}{25 \times 10^2}$.

Donner l'écriture décimale de B (détailler les calculs).

3. Donner l'écriture scientifique de :

$C = \frac{6 \times 10^5 \times (10^{-2})^4}{15 \times 10^2}$ (détailler les calculs).

vive les maths !

TOUT COMPTE FAIT...

A. Il semble acquis que la **numération décimale** a été adoptée de préférence à d'autres parce que nous avons 10 doigts. Si je compte, par exemple, des moutons à l'aide de mes doigts, arrivé au 10^e doigt, difficile de continuer, à moins de dire que j'ai compté une fois tous mes doigts puis de recommencer de même. C'est ainsi que si j'ai compté deux fois tous mes doigts puis 7 doigts, je dirai que j'ai compté 27 moutons.

Ceci se traduit par $2 \times 10 + 7 = 27$, autrement dit :
 $2 \times 10^1 + 7 \times 10^0 = 27$.

Je passe évidemment au stade suivant lorsque j'ai compté dix fois tous mes doigts. Par exemple, un troupeau de 127 moutons correspondra au calcul :

$$1 \times 10 \times 10 + 2 \times 10 + 7$$

ou encore $1 \times 10^2 + 2 \times 10^1 + 7 \times 10^0$.

On dit qu'on utilise un **système de numération décimale** ou **en base 10**.



B. Il existe certains autres systèmes de numération. Voici par exemple un recensement effectué à l'université de Stanford.

Sur 387 systèmes de numération utilisés dans les tribus américaines : 146 étaient en base 10 ; 106 en

base 5 ; 81 en base 2 ; 35 en base 20 ; 15 en base 4 ; 3 en base 3 ; 1 en base 8.

Imaginer quels outils (notamment anatomiques) pouvaient utiliser les Indiens de ces tribus pour ces différents systèmes.

C. À présent, rêvons un peu ! Dans une galaxie lointaine, sur la planète Didierix, les habitants ont 2 mains dotées chacune de 6 doigts.

Combien de doigts possède chaque habitant de Didierix ?

Sur Didierix, on élève de drôles de bestioles qui ressemblent à des moutons, les bèlèx.

Pour compter ses bèlèx, un berger de Didierix dispose de 12 symboles qui s'écrivent « 0, 1, 2, 3, 4,

5, 6, 7, 8, 9, ♥, ♦ » et qui correspondent à nos chiffres terrestres puis aux nombres que nous notons sur terre 10 et 11.

Si ce berger a compté $\overline{13\heartsuit}$ bèlèx, cela correspond sur terre au nombre : $1 \times 12^2 + 3 \times 12^1 + 10 = 190$.

1. À quel nombre terrestre correspond le nombre noté $\heartsuit 2\spadesuit$?

2. Comment coder sur Didierix le nombre terrestre 256 ?

D. Un ordinateur, bien terrestre, a quant à lui deux états significatifs qui correspondent au passage ou au non-passage des impulsions électriques.

Le système de numération qu'il emploie est donc le **système binaire** ou **système de base 2** (comme s'il avait 2 doigts). C'est ainsi que le nombre codé par l'ordinateur $\overline{101}$ correspond pour nous au nombre :

$$1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0.$$

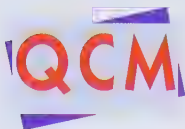
1. Comment s'écrit ce nombre en numération décimale ?

2. En numération décimale, à quel nombre correspond celui que l'ordinateur code $\overline{10101}$?

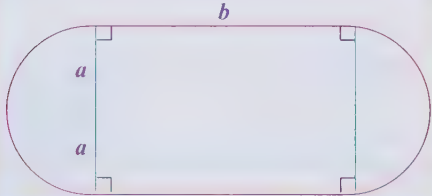
3. Comment se code pour l'ordinateur le nombre 7 ?



ACTIVITÉS



Pour chacune des questions ci-dessous, choisir la ou les bonne(s) réponse(s).

		a	b	c
1	Si $x = 2$, alors $3x - 5$ est égal à	0	27	1
2	Si $x = 3$, alors $1 - 2x$ est égal à	-5	-3	-22
3	Si $x = -7$, alors $2 + 3x$ est égal à	-35	-23	-19
4	Si $x = -4$, alors $1 - 2x$ est égal à	9	4	-5
5	Si $x = -3$, alors x^2 est égal à	-6	-9	9
6	Si $x = 0,5$, alors x^2 est égal à	1	1,5	0,25
7	Si dans une classe il y a 25 élèves dont x filles, alors le nombre de garçons est	$x - 25$	$25 + x$	$25 - x$
8	Sur un parking, il y a x scooters et y voitures. Le nombre de roues est	$(y + x)$	$(2x + 4y)$	$(4x + 2y)$
9	Dans un pré, on compte x pattes de chevaux. Le nombre de chevaux est	$4x$	$\frac{x}{4}$	$(x + 4)$
10	Le périmètre (en rouge) de cette figure est 	$2b + \pi a^2$	$2b + 2\pi a$	$\pi a + 2b$

1 Usage de lettres

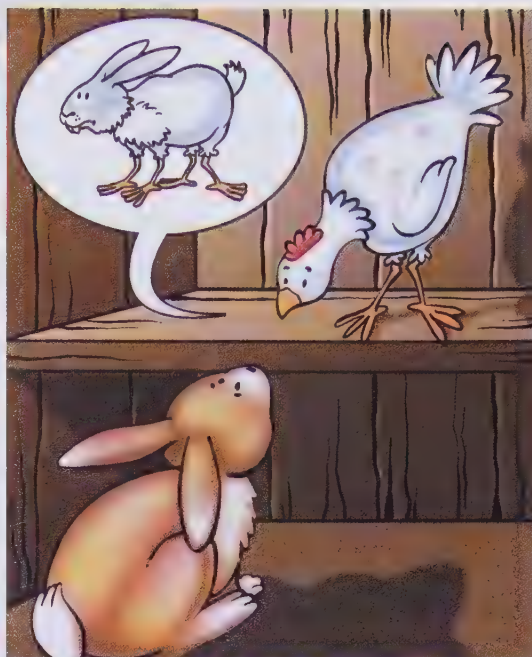
a Calcul littéral

On appelle « calcul littéral », un calcul dans lequel des nombres sont remplacés par des lettres.

Dans la basse-cour de M. Le Coq, il n'y a que des poules et des lapins.

1. Recopier et compléter le tableau :

Nombre de poules	Nombre de lapins	Nombre de pattes
1	1	
1	5	
2	3	
5	6	
0	4	



2. a. S'il y a x poules et s'il n'y a aucun lapin, combien y a-t-il de pattes ?

b. S'il y a y lapins et s'il n'y a aucune poule, combien y a-t-il de pattes ?

c. S'il y a x poules et y lapins, combien y a-t-il de pattes ?

3. On donne $P = 2x + 4y$. Calculer P pour :

a. $x = 1$ et $y = 1$; b. $x = 5$ et $y = 6$; c. $x = 14$ et $y = 9$.

b Des formules

1. En s'aidant des figures ci-dessous, indiquer ce que représente chacune des formules suivantes :

a. $10k$; b. $\frac{3p \times 3p}{2}$; c. $2\pi x$; d. a^2 ; e. $4k^2$; f. πx^2 .

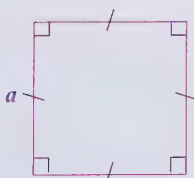


Fig. 1



Fig. 2

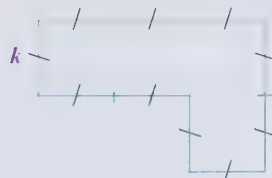


Fig. 3

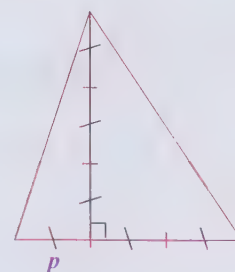


Fig. 4

2. a. Calculer l'aire du carré puis son périmètre pour $a = 5$ cm.

b. Calculer l'aire du disque puis son périmètre pour $x = 3$ cm (arrondir à l'unité).

c. Calculer l'aire de la figure 3 puis son périmètre pour $k = 3$ cm.

d. Calculer l'aire du triangle pour $p = 2$ cm.

2 Opposé

Notation : par convention, l'opposé du nombre x est noté $-x$.
Ainsi, $x + (-x) = 0$.

1. Recopier et compléter :

a. $-(+2) = \dots$; b. $-(-5) = \dots$; c. $-(-0,1) = \dots$.

2. Trouver un nombre a tel que :

a. $-a = 2$; b. $-a = -5$.

3. **Rappel :** deux nombres sont opposés si leur somme est égale à 0.

Recopier et compléter :

a. $(x+1) + (-x-1) = 0$ donc $-(x+1) = -x - \dots$;

b. $(-x+2) + \dots = 0$ donc $-(-x+2) = \dots$;

c. $2x+3 + (\dots) = 0$ donc $-(2x+3) = \dots$;

d. $-x-8 + (\dots) = 0$ donc $-(-x-8) = \dots$;

e. $b-5 + (\dots) = 0$ donc $-(b-5) = \dots$.

3 Soustraire une somme

Dans la figure ci-contre,

$AB = 5$, $AC = 2$ et $CD = x$.



1. Exprimer AD en fonction de x .

2. a. Quel segment a pour longueur $2+x$?

b. Quel segment a pour longueur $5-(2+x)$?

c. Quel segment a pour longueur $5-2$?

d. Quel segment a pour longueur $5-2-x$?

3. Que peut-on en déduire pour $5-(2+x)$ et $5-2-x$?

4. En s'inspirant de ce qui précède, écrire sans parenthèses les nombres suivants :

$A = 2 - (x+1)$; $B = 7 - (1-x)$; $C = -4 - (-x-1)$.

4 Réduire

1. a. Recopier et compléter :

$4x + 3x = (\dots + \dots)x = \dots x$.

Il suffit de
compter les x .

b. Écrire plus simplement les expressions suivantes en procédant comme à la question a :

$A = 4x + 7x$; $B = 5x - 3x$; $C = -6x + 7x$; $D = -2x - 7x$.

c. « Pour obtenir chacun des résultats, il suffit de compter les x », prétend Lydie.

« Évidemment, cela revient à mettre x en facteur mentalement ! » répond Léo.

En utilisant la remarque de Léo, recopier et compléter les égalités suivantes sans écrire de calculs intermédiaires :

$A = 13x - 7x = \dots x$; $B = 4x + 12x = \dots x$; $C = -7x - 9x = \dots x$.

2. Réduire les expressions suivantes :

$$A = 2x + 3x + 5 + 2 ;$$

$$B = 2x + 4 + 3x + 7 ;$$

$$C = -3x + 1 - 5x - 9 ;$$

$$D = x^2 + 2x + 1 + 5x^2 - 4x - 10 ;$$

$$E = -3x^2 - 5x + 10 - x^2 + x + 3 .$$

On compte les x^2 .
On compte les x .
On compte
les termes connus.

5 Développer

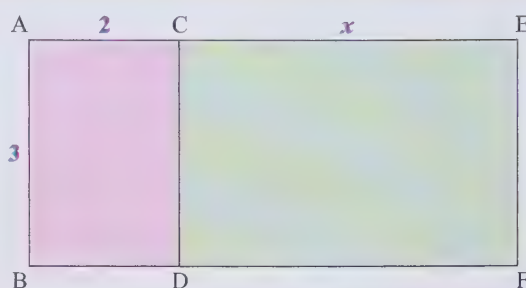
1. a. Dans la figure ci-contre, ABDC, CDFE et ABFE sont des rectangles. On a : $AB = 3$; $AC = 2$ et $CE = x$ (l'unité de longueur est le cm).

En s'aidant de la figure et en considérant des aires, expliquer pourquoi on a :

$$3(2 + x) = 3 \times 2 + 3 \times x .$$

Dans l'égalité ci-dessus, on **a développé**

$$3(2 + x) .$$

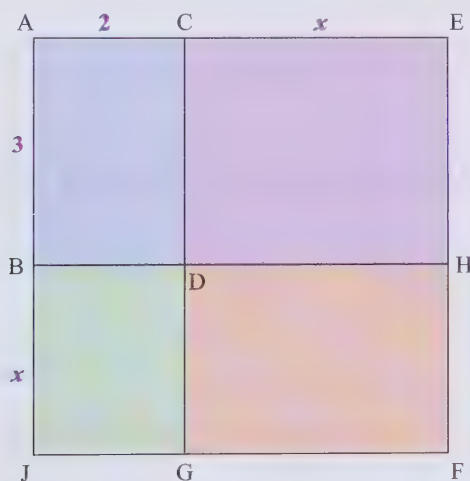


b. Développer les expressions suivantes :

$$A = 5(x + 3) ; \quad B = 2(x - 7) ; \quad C = 7(-x - 2) ; \quad D = -3(x + 2) .$$

2. a. Dans la figure ci-dessous, ABDC, CDHE, DGFH, BJGD et AJFE sont des rectangles.

On a : $AC = 2$; $AB = 3$ et $BJ = CE = x$ (l'unité de longueur est le cm).



En s'aidant de la figure et en considérant des aires, expliquer pourquoi on a :

$$(3 + x)(2 + x) = 3 \times 2 + 3 \times x + x \times 2 + x^2 .$$

Réduire cette expression.

b. Développer les expressions suivantes :

$$A = (x + 1)(x + 5) ;$$

$$B = (x - 5)(x + 4) ;$$

$$C = (x - 7)(-x + 2) .$$

1 Opposé

L'opposé du nombre relatif x s'écrit $-x$.

Multiplier un nombre relatif par -1 , c'est prendre son opposé.

On a : $-1 \times x = x \times (-1) = -x$.

EXEMPLES

Si $x = -3$, alors $-x = +3$, autrement dit $-x = 3$.

Si $x = 4$, alors $x = +4$, donc $-x = -4$.

L'opposé de $3x$ est $-3x$ et l'opposé de $-3x$ est $3x$.

Deux nombres opposés ont le même carré : $(-x)^2 = x^2$.

De plus, $-x^2$ est l'opposé du carré de x : $-x^2 = -(x^2)$.

EXEMPLES

$(-10)^2 = 100$ et $-10^2 = -100$.

2 Opposé d'une somme, d'une différence

$$-(a + b) = -a - b;$$

$$-(a - b) = -a + b.$$

EXEMPLES

L'opposé de $(x - 2)$ est $-(x - 2) = -x + 2$.

L'opposé de $(-x + 2)$ est $-(-x + 2) = x - 2$.

L'opposé de $(x + 3)$ est $-(x + 3) = -x - 3$.

3 Suppression de parenthèses devant une somme

Si les parenthèses sont précédées du **signe +**, on peut supprimer les parenthèses et le signe + qui les précède et on **conserve** tous les signes qui sont à l'intérieur.

EXEMPLES

$$A = 3 + (-2 + x)$$

$$A = 3 - 2 + x$$

$$A = 1 + x$$

(5 + x) s'écrit aussi (+ 5 + x).

$$B = 2 + (5 + x)$$

$$B = 2 + 5 + x$$

$$B = 7 + x$$

Si les parenthèses sont précédées du **signe -**, on peut supprimer les parenthèses et le signe - qui les précède et on **change** tous les signes qui sont à l'intérieur.

EXEMPLES

$$C = 4 - (-3 + x)$$

$$C = 4 + 3 - x$$

$$C = 7 - x$$

(5 + x) s'écrit aussi (+ 5 + x).

$$D = 7 - (5 + x)$$

$$D = 7 - 5 - x$$

$$D = 2 - x$$

Pour trois nombres relatifs x , y et z :

$$x + (y + z) = x + y + z; \quad x + (y - z) = x + y - z;$$

$$x - (y + z) = x - y - z; \quad x - (y - z) = x - y + z.$$

4 Opposé et produit

$$a \times (-b) = -a \times b; \quad (-a) \times b = -a \times b; \quad (-a) \times (-b) = a \times b.$$

EXEMPLES

$$2 \times (-x) = -2x.$$

$$(-5) \times (-x) = 5x.$$

5 Factoriser et réduire

Pour trois nombres relatifs a , b et k :

$$a \times \boxed{k} + b \times \boxed{k} = (a + b) \boxed{k}; \quad \text{\textit{k} est un facteur commun.}$$

$$a \times \boxed{k} - b \times \boxed{k} = (a - b) \boxed{k}.$$

On compte les x .

EXEMPLE

$$A = 2\boxed{x} + 3\boxed{x}, \text{ que l'on peut écrire } A = 2 \times \boxed{x} + 3 \times \boxed{x}, \text{ d'où } A = (2 + 3)\boxed{x} = 5\boxed{x}.$$

6 Développer et distribuer

Pour trois nombres relatifs a , b et k :

$$\boxed{k} (a + b) = \boxed{k} \times a + \boxed{k} \times b;$$

$$\boxed{k} (a - b) = \boxed{k} \times a - \boxed{k} \times b.$$

En distribuant, on respecte la règle des signes du produit.

EXEMPLES

$$A = 3(2 + x) = 3 \times 2 + 3 \times x = 6 + 3x.$$

$$B = -2(3x - 7) = -2 \times 3x + 2 \times 7 = -6x + 14.$$

Pour quatre nombres relatifs a , b , c , et d :

$$(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd.$$

En distribuant, on respecte la règle des signes du produit.

EXEMPLE

$$\text{Développer } A = (x - 2)(x + 5).$$

$$A = x \times x + x \times 5 - 2 \times x - 2 \times 5$$

$$A = x^2 + 5x - 2x - 10$$

$$A = x^2 + 3x - 10$$

1 Simplifier un produit

Exemple Simplifier l'écriture de :

$$A = 3y \times 3x; \quad B = 5b \times (-2b); \quad C = -4t \times (-6t).$$

1^{re} étape ▶

On regroupe les facteurs littéraux (ceux qui contiennent des lettres).

$$A = 3 \times 3 \times y \times x; \quad B = 5 \times (-2) \times b \times b; \quad C = -4 \times (-6) \times t \times t.$$

2^e étape ▶

On effectue les produits et les carrés.

$$A = 9yx; \quad B = -10b^2; \quad C = 24t^2.$$

▶ Voir exercice n° 15, p. 74.

2 Supprimer les parenthèses et réduire

Exemple Écrire sous une forme réduite $A = (3 - t) + 2 - (4 - 3t)$.

1^{re} étape ▶

On repère les signes (cette étape peut se faire mentalement).

$$A = +(+3 - t) + 2 - (+4 - 3t).$$

2^e étape ▶

On utilise la règle de suppression des parenthèses.

$$A = 3 - t + 2 - 4 + 3t.$$

3^e étape ▶

On réduit en utilisant $-t = -1t$.

$$A = 3 + 2 - 4 - 1t + 3t, \quad A = 3 + 2 - 4 + (-1 + 3)t, \quad A = 1 + 2t.$$

En comptant les t ,
on met un signe +
devant la parenthèse.

▶ Voir exercice n° 44, p. 76.

3 Réduire les quotients

Exemple Réduire $A = \frac{3t}{2} - \frac{t-1}{2}$.

1^{re} étape

On écrit sous forme d'une seule fraction.

$$A = \frac{3t - (t-1)}{2}.$$

Ne pas oublier
les parenthèses
autour de $t-1$.

2^e étape

On réduit le numérateur.

$$A = \frac{3t - t + 1}{2},$$

$$A = \frac{2t + 1}{2}.$$

▶ Voir exercice n° 115, p. 80.

Exercice 1 Calcul numérique

Calculer $A = -3x^2 + 5x + 2$ pour $x = -3$.

Solution

Si $x = -3$, alors :

$$A = -3 \times (-3)^2 + 5 \times (-3) + 2$$

$$A = -3 \times 9 + 5 \times (-3) + 2$$

$$A = -27 - 15 + 2$$

$$A = -40$$

Commentaires

- On effectue d'abord les puissances puis les multiplications et enfin les additions et les soustractions.

Exercice 2 Réduction

Réduire l'expression $A = -2t + 3 + 2t^2 - 5 + 4t - t^2 - 3t$.

Solution

$$A = 2(t^2) - (t^2) - 2(t) + 4(t) - 3(t) + 3 - 5$$

$$A = (2 - 1)t^2 + (-2 + 4 - 3)t + 3 - 5$$

$$A = t^2 - t - 2$$

Commentaires

- On regroupe les mêmes puissances de t .
- Dans la factorisation, on met le signe + devant la parenthèse $(-2 + 4 - 3)$.
- On calcule le contenu des parenthèses.

Exercice 3 Développement et réduction

Développer et réduire $A = (x - 3)(2x - 4)$ et $B = 4 - 2(3x + 1)$.

Solution

$$A = (x - 3)(2x - 4)$$

$$A = x \times 2x - x \times 4 - 3 \times 2x + 3 \times 4$$

$$A = 2x^2 - 4x - 6x + 12$$

$$A = 2x^2 + (-4 - 6)x + 12$$

$$A = 2x^2 - 10x + 12$$

$$B = 4 - 2(3x - 1)$$

$$B = 4 - 2 \times 3x + 2 \times 1$$

$$B = 4 - 6x + 2$$

$$B = 6 - 6x$$

Commentaires

- On utilise l'égalité :
 $(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$, en respectant la règle des signes.
- Réduire une expression littérale, c'est regrouper les mêmes puissances du nombre x .
- On distribue -2 .

exercices

travail autonome

1

Recopier et compléter :

- a. $-x$ est de x ; b. x est de $-x$;
c. $-(-2) =$; d. $-(+2) =$

2

Trouver x tel que :

- a. $-x = 2$; b. $-x = -5$; c. $-x = 0$.

3

On donne $a = 2$, $b = -3$ et $c = 5$.

Calculer :

- a. $a + bc$; b. $a - bc$; c. $-a + bc$; d. $-b - ac$.

4

Écrire sans parenthèses les expressions suivantes :

$$A = -(2 + y) ; \quad B = -(1 - x) ; \\ C = -(-5 - 2x) ; \quad D = -(2x + y) .$$

5

Écrire sans parenthèses l'opposé des expressions suivantes :

- a. $x - 1$; b. $-y + 2$;
c. $-x - y$; d. $x + y + 3$.

6

Recopier et compléter :

- a. $-a + 2 +$ $= 0$;
b. $b - 4 +$ $= 0$;
c. $-c - 1 +$ $= 0$.

7

Écrire sans parenthèses les expressions suivantes :

$$A = -(1 - t) ; \quad B = 5 - (a + x) ; \\ C = -1 - (-b - y) ; \quad D = -(1 + x) .$$

8

Écrire sans parenthèses les expressions suivantes :

$$A = 1 + (x + a) - (t - y) ; \\ B = -(x - t) + 4 ; \\ C = -(1 - x) + (-2 - y) .$$

9

Écrire sans parenthèses les expressions suivantes puis les réduire :

$$A = 5 + (2 + t) ; \quad B = -4 + (-2 + t) ; \\ C = 1 - (8 - t) ; \quad D = 5 - (-7 - t) .$$

10

Écrire sans parenthèses les expressions suivantes puis les réduire :

$$A = 9 - (11 + t) ; \quad B = -1 - (-2 + t) ; \\ C = 6 + (13 - t) ; \quad D = -5 + (-2 - t) .$$

11

Recopier et compléter :

$$A = 3x + 5x = (\text{.....} + \text{.....})x = \text{.....}x ; \\ B = 3x - 5x = (\text{.....} - \text{.....})x = \text{.....}x ; \\ C = 2x + x = (\text{.....} + 1)x = \text{.....}x .$$

12

Réduire les expressions suivantes :

$$A = 2c + 6c ; \quad B = 5a - 2a ; \\ C = 3c - 9c ; \quad D = 5y^2 - 3y^2 ; \\ E = 2x - 3x ; \quad F = 2x - x .$$

13

Réduire les expressions suivantes :

$$A = 2x + 4y - 1 + 5x + 7y + 3 ; \\ B = 5x^2 - 3x + 2 - 4x^2 + 5x - 2 .$$

14

Écrire sans parenthèses les expressions suivantes puis les réduire :

$$A = (2x + 3) - (x - 5) ; \\ B = -(3x - 4) + (5x + 2) ; \\ C = (-x + 3) - (-x + 4) .$$

15

Simplifier les écritures :

$$A = (3x)(2x) ; \quad B = (-3x)(2x) ; \\ C = (-3x)(-2x) ; \quad D = (3x)(-2x) .$$

► Voir Connaître les outils 1, p. 72.

16

Simplifier les écritures :

$$A = x(-2x) ; \quad B = x(-x) ; \\ C = -x(5x) ; \quad D = -x(-x) .$$

17

Développer les expressions suivantes :

$$A = 2(1 + x) ; \quad B = 3(2 - y) ; \\ C = -5(x + 2) ; \quad D = -3(-a - 4) .$$

18

Développer puis réduire :

$$A = 2(3 - x) - 4(x - 7) ; \\ B = 3(2x - 5) - 2(x + 4) ; \\ C = -3(2x - 5) + 4(x - 2) .$$

19

Développer puis réduire :

$$A = (x + 1)(x + 2) ; \\ B = (x - 1)(x + 3) ; \\ C = (2x + 1)(x - 5) ; \\ D = (1 - x)(3x - 2) .$$

s'entraîner

Calcul numérique

20 Calculer $1 - 5x$ pour :

a. $x = 0$; b. $x = 1$; c. $x = -2$.

21 Calculer $3 - 2a + 4 - 5b + 1$ pour :
 $a = -6$ et $b = 4$.

22 Calculer $-1 + 3a - b + 1$ pour :
 $a = -2$ et $b = 3$.

23 Calculer $-3 - a + 2 - 7b$ pour :
 $a = -1$ et $b = -2$.

24 Calculer $-3x^2$ pour :
a. $x = 4$; b. $x = -5$.

25 Calculer la valeur de $-6x^2$ pour :
 $x = 2$ puis pour $x = -5$.

26 Calculer $3x^2 - 2x + 5$ pour :
a. $x = 2$; b. $x = -1$.

27 Calculer $-4x^2 + 7x - 4$ pour :
a. $x = 2$; b. $x = -3$.

28 Calculer le nombre $Y = x^2 - 2x$ pour :
 $x = 1$ puis pour $x = -3$.

29 Calculer le nombre $Z = a^2 + b^2 - ab$ pour :
 $a = -2$ et $b = 3$.

À la recherche de nombres égaux

30 Parmi les expressions suivantes, indiquer celles qui sont égales à $2x - 3y - 6$:
 $A = 3y - 2x - 6$; $B = -3y + 2x - 6$;
 $C = 6 - 3y - 2x$; $D = -6 + 2x - 3y$.

31 Parmi les expressions suivantes, indiquer celles qui sont égales à $-x + y - 1$:
 $A = -x - y - 1$; $B = x + y + 1$;
 $C = -1 + y - x$; $D = -y + x - 1$;
 $E = y - 1 - x$; $F = -1 + x + y$.

32 Parmi les expressions suivantes, indiquer celles qui sont égales à $-2x + y + 2$:

$A = -2 + x + y + 2$; $B = y + 2 + 2x$;
 $C = y - 2x + 2$; $D = 2 - 2x + 2y$;
 $E = 2 - 2x + y$.

Opposé

33 Donner l'opposé de chacun des nombres suivants :

a. 6 ; b. $\frac{2}{3}$; c. -8 ; d. -0,2 ; e. -10^2 .

34 Recopier et compléter le tableau suivant :

a	-a
2	
-3	
.....	-5
.....	6
.....	$-\frac{2}{3}$

35 Associer un nombre de la 1^{re} colonne à un nombre de la 2^e colonne qui lui est égal :

1. $-(5 - x)$	a. $x - 5$
2. $-(-5 + x)$	b. $-5 + x$
3. $-(-x + 5)$	c. $-x - 5$
4. $-(x + 5)$	d. $5 - x$

36 L'opposé de $x - 7$ est-il égal à :

a. $-x - 7$? b. $x + 7$?
c. $-x + 7$? d. $x - 7$?

37 Écrire sans parenthèses l'opposé de chacun des nombres suivants :

a. $-a + 2$; b. $a + 2$; c. $-a - 2$.

38 Parmi les nombres suivants, quel est l'opposé du nombre $5y$:

a. $5 - y$? b. $-5 + y$?
c. $-5y$? d. $-5 \times (-y)$?

exercices

39 Écrire sans parenthèses l'opposé de chacun des nombres suivants :

- a. $2x$; b. $-5x$; c. $-2x$;
d. $7(-x)$; e. $-4(-x)$.

40 Parmi les nombres suivants, indiquer ceux qui représentent l'opposé de $2x - 1$:

- A = $-2x - 1$; B = $-1 - 2x$;
C = $-2x + 1$; D = $2x + 1$;
E = $-2 - x + 1$; F = $1 - 2x$.

41 Parmi les nombres suivants, indiquer ceux qui représentent l'opposé de $1 + x - y$:

- A = $-1 - x + y$; B = $-x - y - 1$;
C = $-y - 1 - x$; D = $-x - 1 + y$;
E = $-1 + y - x$; F = $-1 - x - y$.

42 Recopier et compléter :

- a. Si $-x = 3$, alors $x = \dots\dots\dots$.
b. Si $-(x + 1) = 2$, alors $x + 1 = \dots\dots\dots$; on en déduit que $x = \dots\dots\dots$.
c. Si $-(a + 2) = -5$, alors $a + 2 = \dots\dots\dots$; on en déduit que $a = \dots\dots\dots$.

43 1. Recopier et compléter le tableau suivant :

x	1	2	$\dots\dots\dots$	$1 - 2$	$\dots\dots\dots$	$\dots\dots\dots$
$-x$	$\dots\dots\dots$	$\dots\dots\dots$	-3	$\dots\dots\dots$	$2 - 3$	$1 + 4$

2. a. Si $-x$ vaut 1, que vaut x ?
b. Si $-x$ vaut -1 , que vaut x ?

Suppression des parenthèses

44 Quatre élèves ont été envoyés au tableau pour supprimer les parenthèses de l'expression : $1 - (x - 1)$.

Voici ce que chacun d'eux a écrit :

- Luc : $1 - x - 1$; Ali : $1 - x + 1$;
Lidia : $-x$; Théo : $-1 + x - 1$.
Lequel a trouvé la bonne réponse ?

► Voir *Connaître les outils 2*, p. 72.

45 Quatre élèves ont été envoyés au tableau pour supprimer les parenthèses de l'expression : $1 - (-x + 1)$.

Voici ce que chacun d'eux a écrit :

- Léo : $1 - x - 1$; Zoé : $1 + x + 1$;
Laure : $2 + x$; Paul : $+x$.
Lequel a trouvé la bonne réponse ?

Pour les exercices 46 à 50, supprimer les parenthèses dans les expressions puis réduire ces expressions.

46 A = $1 + (2 - x)$;
B = $3 - (-t - 3)$;
C = $-4 + (-x + 5)$;
D = $5 - (1 + x)$;
E = $2 + (2 - x)$;
F = $(2 - x) + 2$;
G = $-5 - (-x - 5)$.

47 R = $(1 - x) - (1 + x) - (-1 - x) + (1 + x)$;
T = $2 + x - (1 - x) + (3 - x)$.

48 A = $(-x + 2 + z) - (3 - y + z)$;
B = $-(-x^2 + 2x - 1) + (-x^2 + 2x - 4)$.

49 A = $-4x + 3 + (2x - 3) - (2x + 3)$;
B = $5x - 9 + (4x - 1) - (1 + 4x)$;
C = $-t + (2 + t)$;
D = $5 - (3 - 2a)$;
E = $2x + 1 + (2 + x) - (x - 2)$.

50 A = $2 - (2x + y)$;
B = $5 - (3t - 4)$;
C = $(2c + 2) - (a - 2)$;
D = $7 - (-x - 5) + 2$.

Développements

51 Voici des développements de $4(7 - 3x)$ proposés par des élèves :

A = $28 - 12x$; B = $28 - 3x$;
C = $12x - 28$; D = $-12x - 28$;
E = $-12x + 28$.

Lesquels sont corrects ?

52 Voici des développements de $-2(-x + 2)$ proposés par des élèves :

A = $-2x - 4$; B = $-2x + 4$;
C = $2x - 4$; D = $-4 + 2x$;
E = $2x + 4$.

Lesquels sont corrects ?

53 Voici des développements de $-5(2x)$ proposés par des élèves :

A = $10x$; B = $-3x$; C = $-10 - 5x$;
D = $-10x$; E = $-7x$; F = $x \times 10$.

Lequel est correct ?

exercices

Pour les exercices 54 à 59, développer les expressions.

54 $A = 2(1 + 3x)$; $B = -5(x + 2)$.

55 $A = 5(2x - 3)$; $B = -3(5x - 1)$.

56 $A = 7(1 - 2x)$; $B = -4(2 - 3x)$.

57 $A = -2(-x - 2)$; $B = -5(-2x - 10)$.

58 $A = 2x(1 - 3x)$; $B = -3x(2x + 1)$;
 $C = -2x(3 + x)$; $D = -x(-x - 1)$.

59 $A = 2t(-3 - t)$; $B = -3t(-2t - 4)$;
 $C = -t(t + 1)$; $D = -u(1 - 3u)$.

Factorisation et réduction

60 Recopier et compléter :

a. $4x - 8 = 2(\dots x - \dots)$;

b. $10x - 50 = \dots(2x - 10)$;

c. $12x - 2 = 2(\dots x - \dots)$.



61 Recopier et compléter :

$A = 5a + 2a = (\dots + \dots)a = \dots a$;

$B = 9x + 5x = (\dots + \dots)x = \dots x$.

62 Recopier et compléter :

$A = 45a - 33a = (\dots - \dots)a = \dots a$;

$B = 17x - 12x = (\dots - \dots)x = \dots x$.

63 Recopier et compléter :

$A = 7a + 2a = (\dots + \dots)a = \dots a$;

$B = 7a^2 + 7a^2 = (\dots + \dots)a^2 = \dots a^2$.

Pour les exercices 64 à 67, réduire les expressions.

64 $A = 8a - 5a$; $B = 8x^2 - 5x^2$.

65 $A = -4x + 5x$; $B = -x + 6x$.

66 $S = 4x - 11x$; $T = -7x - 15x$;
 $U = -9x - 18x$; $V = 12x - 11x$.

67 $A = 3x^2 + 5x^2$; $B = -15x^2 + 26x^2$.

68 Réduire si possible les expressions suivantes :
 $A = -3x + 5x$; $B = -3x^2 + 5x^2$;
 $C = -3x^3 + 5x^3$; $D = x^2 + x$.

69 Simplifier les expressions suivantes :
 $A = 3x + 3 + x$; $B = 3 - x + 3x$.

70 Recopier et compléter :

$A = 18a - \dots a = 12a$;

$B = 9x^2 + \dots x^2 = 13x^2$.

71 Recopier et compléter :

$A = \dots a + 12a = 15a$;

$B = \dots x^2 + 10x^2 = 8x^2$.

72 Recopier et compléter :

a. $8x^2 = 5x^2 + \dots$; b. $2x^2 = \dots + 7x^2$;

c. $5x^2 = 11x^2 - \dots$.

73 Réduire les expressions suivantes :

$A = 2x + 3x + 5x$; $B = -2x + 3x - 5x$;

$C = -2x - 3x - 5x$; $D = -2x - 3x + 5x$.

74 Réduire les expressions suivantes :

$A = a + 2a + 5a$; $B = 2x + 2 - 5 + 5x$;

$C = 2x + 2x - 5x + 5x$;

$D = -3x + 5 + x - 4 + 2x - 7$.

75 Réduire les expressions suivantes :

$A = 3a - 6b + 4 - 7a + 8b - 7$;

$B = 3x^2 - 7x + 4 - 6x^2 + 8x - 1$;

$C = -4x^2 - 2 - 2x + 3x^2 + x + 1$.

76 Réduire les expressions suivantes :

$A = -2x^2 + 3x - 5x^2 + 7x + 8x^2 - 4x$;

$B = 0,5x^2 - 2x + 5 - x^2 + 23x - 45$;

$C = 11x^2 - 11x - 11 - 10x - 10x^2 - 10$.

exercices

Développements plus complexes

77 Réduire les expressions suivantes :

$$A = 2x^2 + 3 + 7x^2 - 4;$$

$$B = x^2 + 2x + 1 + x^2 + 5x + 7;$$

$$C = -2x - b + 11 + 3x + 5b - 1;$$

$$D = -2x^2 + 3x + 7x - x^2.$$

78 Développer puis réduire :

$$A = 3(4a - 5b + 6) - 2(7 - 3a - 6b);$$

$$B = -2(2x + 4y - 4) + 7(-5x + 2y - 1).$$

79 Développer puis réduire :

$$A = -(x - y - 1) + 2(-x + y - 4);$$

$$B = -0,5(2a - 4b + 6) + 0,5(-6a - 8b + 14).$$

80 Développer puis réduire :

$$X = 3(-4x - 2a - 1) - 6(x - 3a + 4);$$

$$Y = -5(2x - 3y + 5) - 4(-2x + 7y - 1).$$

Simplification d'écriture

81 Simplifier l'écriture de chacun des nombres suivants :

$$A = 10a \times 0,2a; \quad B = (-15)a \times (0,1)a;$$

$$C = -5t \times (-t); \quad D = 2(x \times 0,5x).$$

82 Recopier et compléter :

$$\text{a. } 5x \times \dots = 0; \quad \text{b. } 5x + \dots = 0;$$

$$\text{c. } 5x + \dots = -10x; \quad \text{d. } 5x \times \dots = -10x;$$

$$\text{e. } 2x^2 + \dots = -4x^2; \quad \text{f. } 2x^2 \times \dots = -4x^2.$$

83 Développer puis réduire :

$$A = (t + 2)(t + 3); \quad B = (t - 2)(t + 3);$$

$$C = (t + 2)(t - 3); \quad D = (t - 2)(t - 3).$$

84 Développer puis réduire :

$$A = (x - 2)(2x + 3); \quad B = (2x + 4)(5x - 4).$$

85 Développer puis réduire :

$$A = (2x + 5)(x - 2); \quad B = (3x - 4)(5x - 1).$$

86 Développer puis réduire :

$$A = (3x - 2)(4 - 2x);$$

$$B = (1 - 3x)(2 - 5x);$$

$$C = (-4 - 2x)(-2 - 3x).$$

87 Développer puis réduire :

$$A = (3x - 2)(x - 4) - 2(x^2 - 3);$$

$$B = (x - 1)(2x - 3) - 2(x^2 - 1);$$

$$C = (-2x + 1)(2x + 1) + 4x^2 + 1.$$

88 1. Développer $(3x - 4)(x - 1)$.

2. Dédire du résultat précédent le développement de $2(3x - 4)(x - 1)$.

3. Développer $-5(3x - 4)(x - 1)$.

Qui a raison ?

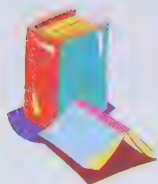
A



B



maîtriser



Lire et comprendre

89 Recopier et compléter les phrases suivantes (on suppose $t \neq 0$) :

- a. L'opposé du carré de t s'écrit
- b. Le carré de l'opposé de t s'écrit
- c. Le double du carré de t s'écrit
- d. Le carré du double de t s'écrit
- e. L'opposé de l'inverse de t s'écrit
- f. L'inverse du carré de t s'écrit

Opposé

90 On donne $A = 1 + x - y$.
Écrire l'opposé de A sans parenthèses.

91 On donne $B = -2,5 - x + y$.
Écrire l'opposé de B sans parenthèses.

92 On donne $-X = 1 - a + b$.
Écrire X sans parenthèses.

93 Recopier et compléter les égalités suivantes :

- a. $x - \dots = 0$;
- b. $2x - \dots = 0$;
- c. $\dots + x = 0$;
- d. $\dots + 5x = 0$;
- e. $x + y + (\dots) = 0$;
- f. $\dots + (x - y) = 0$.

94 Trouver une ou des expression(s) égale(s) :

1. $-xy =$	a. $(-x)(-y)$ b. $x(-y)$ c. xy
2. $-(x^2 - y^2) =$	a. $-x^2 - y^2$ b. $x^2 + y^2$ c. $-x^2 + y^2$
3. $-x^2 =$	a. $(-x)(x)$ b. $-x(-x)$ c. $(-x)^2$
4. $-x^2 + x^2 =$	a. $-2x^2$ b. 0 c. $(-2x)^2$
5. $-x^2 - x^2 =$	a. $-2x^2$ b. 0 c. $(-2x)^2$
6. $-(x - y) =$	a. $y - x$ b. $-x - y$ c. $x + y$



Calcul mental

95 En développant $(2x - 1)(x + 3)$, Matthieu a trouvé : $\square x^2 + 5x - 3$.
Calculer mentalement $\square$.

96 En développant $(4x + 2)(x + 5)$, Lucie a trouvé : $4x^2 + \square x - 3$.
Calculer mentalement $\square$.

97 En développant $(x - 2)(x - 5)$, Mehdi a trouvé : $x^2 - 7x + \square$.
Calculer mentalement $\square$.

98 En développant $(3 - x)(5x + 2)$, Justine a trouvé : $-5x^2 + 13x + \square$.
Calculer mentalement $\square$.

99 En développant $(2 - x)(6 - 2x)$, Nadia a trouvé : $\square x^2 - 7x + 12$.
Calculer mentalement $\square$.

exercices

100 On donne :

$$A = 3(x - 2); \quad B = -3(x - 2); \\ C = 3(2 - x); \quad D = -3(2 - x).$$

1. B est-il égal à A ou à l'opposé de A ?
2. C est-il égal à D ou à l'opposé de D ?
3. C est-il égal à A ou à l'opposé de A ?
4. B est-il égal à D ou à l'opposé de D ?
5. A est-il égal à D ou à l'opposé de D ?

101 Trouver tous les nombres entiers x tels que :

a. $-3 \leq -x \leq 0$; b. $0 \leq -x \leq 3$.

Produits divers

Pour les exercices 102 à 104, supprimer les parenthèses dans les expressions puis simplifier ces expressions.

102 $T = 5 \times (-2 \times t)$; $U = -3 \times (-x) \times 2$.

103 $V = (-x) \times (-2)$; $W = x \times (-x) \times 2$.

104 $A = 2a(-2a)$; $B = (-x)(-2x)$;
 $C = x(-3x)$.

105 Parmi les expressions suivantes, indiquer celles qui sont égales à $3(x - 1)(x + 2)$:

- a. $(3x - 3)(3x + 6)$; b. $(x - 1)(3x + 6)$;
c. $(3x - 3)(x + 2)$; d. $3x^2 + 3x - 6$;
e. $9x^2 + 9x - 18$.

106 Parmi les expressions suivantes, indiquer celles qui sont égales à $-(x + 2)(x - 2)$.

- a. $(-x - 2)(-x + 2)$; b. $-x^2 + 4$;
c. $x^2 - 4$; d. $(x + 2)(-x + 2)$;
e. $(-x - 2)(x - 2)$.

107 Développer puis réduire :

$$A = 3(2x + 1)(2x - 1); \\ B = -4(3x + 1)(5x + 4).$$

108 Développer puis réduire :

$$A = 3(1 - 2b)(2 - b); \\ B = -(-2b + 3)(4b - 1).$$

109 Développer puis réduire :

$$A = 2(1 - 3x)(2x - 3); \\ B = -2(2 - x)(1 - x).$$

Le grand choix

Pour les exercices 110 à 112, recopier et compléter les égalités (plusieurs solutions sont possibles).

110 $14a = \dots + \dots = \dots \times \dots$;
 $14a = \dots - \dots = -\dots + \dots$.

111 $-10a = \dots + \dots = \dots \times \dots$;
 $-10a = \dots - \dots = -\dots + \dots$.

112 $5 + a = -3 + \dots + 2a + \dots$.

113 On donne : $A = x^2 + (-x)^2$;
 $B = -x^2 + x^2$; $C = -x^2 - x^2$.

Calculer A, B et C pour :
 $x = 3$; $x = -5$ et $x = -1$.

114 On donne : $A = x - x^2$ et $B = (x^2 - x)^2$.
Calculer A et B pour :
 $x = 5$; $x = -2$ et $x = -1$.

Avec des écritures fractionnaires

115 Simplifier l'écriture des expressions suivantes :

$$A = 3t - (-t + 2); \quad B = \frac{3t - (-t + 2)}{2}; \\ C = \frac{3t}{2} - \frac{-t + 2}{2}.$$

► Voir Connaître les outils 3, p. 72.

116 Écrire sous forme d'une seule fraction les expressions suivantes :

$$A = \frac{x}{5} + \frac{x}{4}; \quad B = \frac{x}{2} + \frac{1}{3}; \quad C = \frac{x}{3} - \frac{x}{2}.$$

Pour les exercices 117 à 119, réduire les expressions.

Indication : commencer par choisir un dénominateur commun.

117 $A = \frac{x}{4} + \frac{2x - 1}{6}$; $B = -\frac{t + 3}{4} + \frac{3t + 2}{5}$.

118 $A = \frac{a + 2}{4} + \frac{2a - 5}{3}$;

$$B = \frac{b - 3}{5} - \frac{1 - 3b}{4}.$$

119 $A = -x + \frac{1 - x}{2}$; $B = 2x - \frac{5 - 2x}{3}$.

Développements plus complexes

120 Supprimer les parenthèses puis les crochets dans les expressions suivantes et réduire ces expressions :

$$\begin{aligned} A &= 1 - [3 + (t - 2) - (2t - 3) + 3t] ; \\ B &= 3 - 2 [2 + (5 - x) + 2(x - 3)] ; \\ C &= [2 + 3(t - 4) - 4(t - 3)] - [1 - (1 - t)] . \end{aligned}$$

121 Supprimer les parenthèses puis les crochets dans les expressions suivantes et réduire ces expressions :

$$\begin{aligned} A &= - [(1 - 2x) + 2(1 + x)] \\ &\quad - [2(2 - x) - (1 - 4x)] ; \\ B &= 1 - [(1 - x) - 4] + [-2x + (x - 5)] ; \\ C &= 4 - [3(2a - 3) - 2(1 - 3y)] . \end{aligned}$$

122 Développer puis réduire :

$$\begin{aligned} A &= x^2 + 3(2x + 5) - 5(-8 + x^2) ; \\ B &= t(t + 2) + 3[t - (t - 4) - 5] . \end{aligned}$$

123 1. Développer puis réduire :

$$(x + 2)(x + 1) \text{ et } (x - 2)(x - 1) .$$

2. En déduire le développement de :

$$A = (x + 2)(x + 1) - (x - 2)(x - 1) .$$

3. Développer puis réduire :

$$B = 3(x^2 - 4) - (3x + 6)(x + 2) .$$

124 1. Développer puis réduire :

$$(a + 3)(a + 2) \text{ et } 2(a + 1)(1 - a) .$$

2. En déduire le développement de :

$$A = (a + 3)(a + 2) - 2(a + 1)(1 - a) .$$

3. Développer puis réduire :

$$B = (-a + 1)(a + 2) - (2a + 2)(a - 4) .$$

125 Développer puis réduire :

$$\begin{aligned} A &= (x + 2)(x + 1) - (x - 2)(x - 1) ; \\ B &= 3(x^2 - 4) - (3x - 6)(x + 2) . \end{aligned}$$

126 On donne :

$$A = (x - 1)(x + 3) - (1 - 2x)(-x + 2) .$$

On veut connaître la valeur de A quand $x = -3$ et quand $x = -\frac{1}{2}$.

1. Première méthode : calculer A en remplaçant x par -3 puis en remplaçant x par $-\frac{1}{2}$.

2. Deuxième méthode : développer puis réduire A et remplacer x par -3 dans cette nouvelle expression de A. Procéder de même pour $x = -\frac{1}{2}$.

127 Développer puis réduire :

$$\begin{aligned} \text{a. } &(n + 1) \times (n + 1) ; \quad \text{b. } (n - 1) \times (n - 1) ; \\ \text{c. } &(n + 1) \times (n + 1) - (n - 1) \times (n - 1) ; \\ \text{d. } &(n + 1) \times (n + 1) + (n - 1) \times (n - 1) . \end{aligned}$$

128 1. Vérifier les égalités suivantes :

$$\begin{aligned} \text{a. } &3 + 4 + 5 = 3 \times 4 ; \\ \text{b. } &16 + 17 + 18 = 3 \times 17 ; \\ \text{c. } &156 + 157 + 158 = 157 \times 3 . \end{aligned}$$

2. En déduire une méthode pour calculer la somme de trois entiers consécutifs.

Indication : si n est un entier quelconque, exprimer en fonction de n celui qui suit et celui qui précède n.

129 1. Arthur s'est amusé à remplacer le nombre x par $a + 1$ dans l'expression $2x - 4$.

a. Recopier et compléter ce qu'il a écrit :

$$2(\dots) - \dots .$$

b. Développer puis réduire l'expression obtenue.

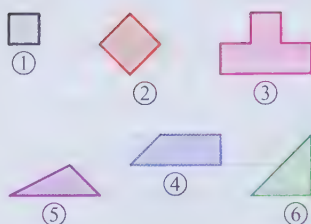
2. Procéder comme Arthur pour l'expression $5 - 3y$ en remplaçant y par $2b - 1$.

Exprimer en fonction de

130 Associer chaque phrase de la 1^{re} colonne avec une formule de la 2^e colonne.

1. Un commerçant achète un produit x euros et il le revend quatre fois plus cher. Son nouveau prix en euros est	a. $2x$.
2. Un commerçant achète un produit x euros et il le revend 4 euros de plus. Son nouveau prix en euros est	b. $4x$.
3. Un commerçant achète un produit x euros et il le revend avec une augmentation de 200 %. Son nouveau prix en euros est	c. $3x$.
4. Un commerçant achète un produit x euros et il le revend avec une augmentation de 100 %. Son nouveau prix en euros est	d. $x + 4$.

131 Chaque petit carreau du quadrillage ci-contre a pour côté x en cm. Donner l'aire de chaque polygone en fonction de x .



132 Dans le panier de Flore, il y a des pommes et des oranges. Le nombre total de fruits est vingt. Le nombre de pommes est p . Exprimer en fonction de p le nombre d'oranges contenues dans le panier.

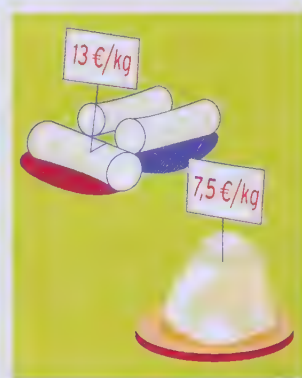
133 Soit x l'âge actuel de Zoé.

1. Exprimer en fonction de x l'âge qu'elle avait, il y a cinq ans.
2. Jérôme a trois ans de plus que Zoé. Exprimer en fonction de x l'âge qu'il avait, il y a quatre ans.
3. Léo est aujourd'hui deux fois plus âgé que Zoé. Exprimer leur différence d'âge en fonction de x .

134 En chantant

Dans la chorale du quartier, il y a p basses et cinq ténors. Les altos sont trois de plus que les basses et deux de moins que les sopranos. Exprimer en fonction de p le nombre de choristes de la chorale.

135 Lisa a acheté au marché x grammes de fromage de chèvre et $2x$ grammes de beurre. Exprimer en fonction de x le montant de sa dépense en euros.



devoirs à la maison

136 En TGV

Au départ de Marseille, il y avait n passagers dans le compartiment. Au premier arrêt, à Valence, douze de ces passagers sont descendus et dix sont montés dans le compartiment. Au deuxième arrêt, à Lyon, la moitié des passagers présents est descendue et quinze autres passagers sont montés, puis le train est reparti vers Paris.

Exprimer en fonction de n le nombre de passagers dans le compartiment au départ de Lyon.

137 Tennis

Alex a les propositions de tarifs de deux clubs de tennis A et B.

Le club A demande 46 € d'inscription, plus 2 € par heure d'utilisation du court.

Les droits d'inscription du club B sont de 23 € et l'heure d'utilisation du court est de 4 €.

Soit n le nombre d'heures pendant lesquelles Alex a utilisé le court en 2001.

1. Exprimer en fonction de n le prix payé si Alex a choisi le club A.
2. Même question pour le club B.

138 Graine de champion

Stéphane a marqué n paniers au premier match de basket de la saison.

Au deuxième match, il en a réalisé trois de plus.

Au troisième match, il a inscrit la moitié des paniers qu'il avait marqués au second.

Au quatrième match, il a réussi trois fois plus de paniers qu'au troisième.

1. Exprimer en fonction de n le nombre de paniers marqués par Stéphane au quatrième match.
2. Exprimer en fonction de n le nombre de paniers réussis par Stéphane au cours des quatre matches.

139 Soit n un nombre entier.

1. Soit $A = \frac{1}{2}(n^2 + n)$, $B = \frac{n^2}{2} + \frac{n}{2}$ et

$$C = \frac{n}{2}(n + 1).$$

Calculer A, B et C pour les valeurs suivantes de n : 3 ; 5 ; 12 et 53.

2. En développant A et C, justifier que A, B, et C sont égaux quelle que soit la valeur de n .

Vive les maths !

HISTOIRE DE CODAGE

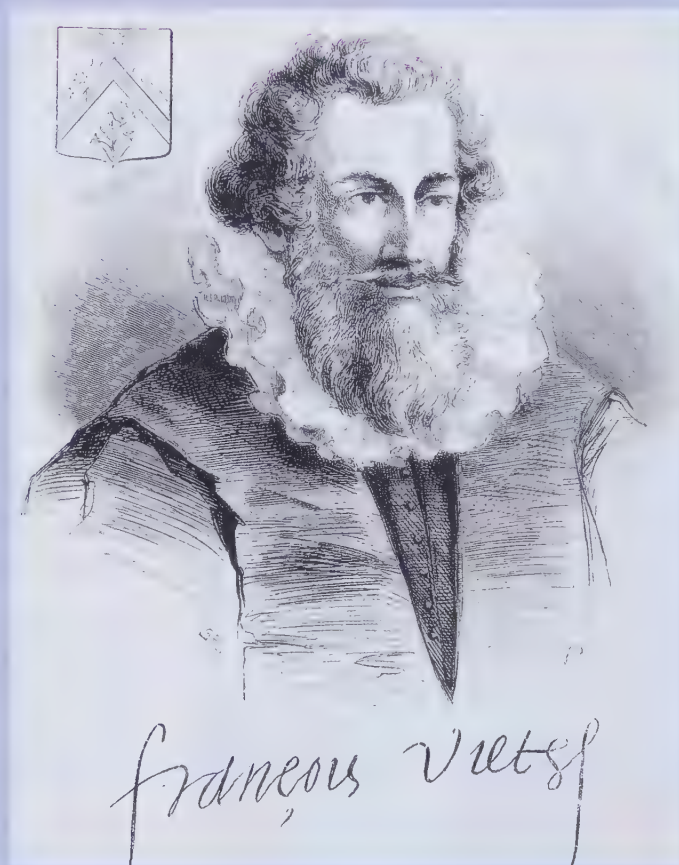
François Viète vécut de 1540 à 1603. Conseiller à la cour des rois de France, il se rendit célèbre car il parvint à déchiffrer les messages codés qu'envoyaient les Espagnols pour communiquer entre eux pendant la guerre contre les Français. Les Espagnols le dénoncèrent alors au pape comme étant un magicien.

Il faut dire que Viète était un spécialiste du codage. On considère en effet qu'il est l'inventeur du **calcul littéral** utilisé en algèbre.

C'est en 1591 qu'il publia un petit ouvrage de 18 pages intitulé *L'Algèbre nouvelle* qui allait révolutionner la pratique des mathématiciens : il y représentait les grandeurs cherchées par des voyelles et les quantités connues par des consonnes. Son objectif était de « résoudre tout problème ».

Jusqu'à Viète, les formules de calcul étaient établies géométriquement. L'algèbre littérale de Viète permit, pour la première fois, d'établir des démonstrations par le calcul.

* Algèbre vient de *al-jabr*, mot rencontré dans un ouvrage d'Al Khwarismi, mathématicien arabe du IX^e siècle. Il signifie *réduction* et désigne une transformation permettant de résoudre une équation.



“casse-tête”



As de cœur

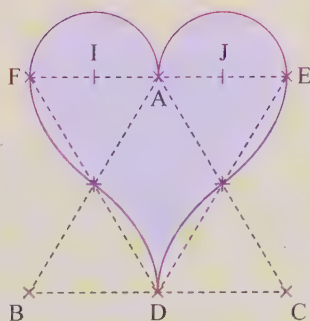
Magali a tracé deux triangles équilatéraux ABC et EDF de même hauteur [AD], puis des arcs de cercles de centres I, J, A, B, et C.

1. Reproduire la figure.

2. On pose $BC = a$. Exprimer en fonction de a les rayons des arcs de cercles tracés.

3. Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{CBA}$? En déduire la longueur de l'arc de centre B.

4. Calculer en fonction de a le périmètre du cœur.



La spirale

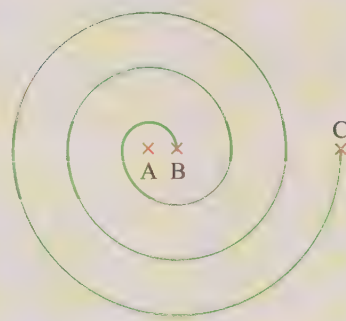
On a construit une suite de demi-cercles de centres alternativement A et B comme le montre la figure ci-contre.

1. Donner les rayons de ces demi-cercles en fonction de $AB = a$.

2. Exprimer la distance de B à C :

a. en ligne droite ;

b. en suivant la spirale.



ACTIVITÉS

1 Exprimer en fonction de x



Observer les tarifs affichés à l'entrée d'un vidéoclub.

1. Combien dépense-t-on dans l'année si on loue trois vidéos ?
2. Si on loue x vidéos, exprimer en fonction de x la dépense annuelle.
3. Thomas vient de recevoir 30 euros pour son anniversaire. Il veut utiliser cet argent pour s'inscrire au vidéoclub et louer des vidéos.
 - a. Il désire calculer le nombre de vidéos qu'il peut louer. Il a donc écrit : $2x + 10 = 30$.
Que représente x dans cette égalité ?
 - b. Combien lui reste-t-il après avoir payé l'adhésion ?
Recopier et compléter l'égalité suivante qui traduit cette nouvelle situation : $2x = \dots\dots\dots$.
 - c. Combien peut-il alors louer de vidéos ?

2 Compléter des égalités

1. Recopier et compléter les égalités de la première colonne puis trouver une valeur possible de l'inconnue x dans la deuxième colonne :

$$5 + \dots\dots\dots = 12$$

$$5 + x = 12 \text{ est vraie pour } x = \dots\dots\dots$$

$$4 \times \dots\dots\dots = 20$$

$$4x = 20 \text{ est vraie pour } x = \dots\dots\dots$$

$$\dots\dots\dots - 6 = 10$$

$$x - 6 = 10 \text{ est vraie pour } x = \dots\dots\dots$$

$$\frac{1}{2} \times \dots\dots\dots = 7$$

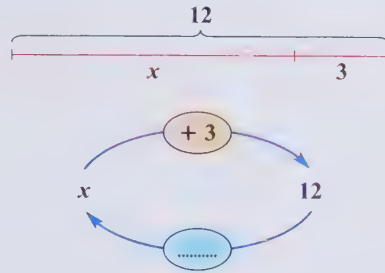
$$\frac{1}{2}x = 7 \text{ est vraie pour } x = \dots\dots\dots$$

2. Recopier et compléter dans le but d'isoler x :

a. $x + 5 - \dots\dots\dots = x$; b. $x - 5 \dots\dots\dots = x$; c. $5 \times x \dots\dots\dots = x$; d. $\frac{x}{5} \times \dots\dots\dots = x$.

3 Quatre cas simples de résolution d'équation

1. L'équation $x + 3 = 12$ peut être représentée par le schéma ci-dessous :



Recopier et compléter :

On obtient $x = 12 - \dots\dots\dots$. Donc $x = \dots\dots\dots$.

On peut vérifier que $\dots\dots\dots + 3 = 12$ et on conclut que l'équation $x + 3 = 12$ a pour solution $\dots\dots\dots$.

2. a. Associer à chacune des trois équations un schéma et un enchaînement d'opérateurs :

Équations : ① $x - 3 = 12$ ② $3x = 12$ ③ $\frac{x}{3} = 12$

Schémas :

Enchaînements d'opérateurs :

b. Indiquer la solution de chacune des trois équations de la question a.

3. Associer chaque problème suivant à l'une des quatre équations proposées aux questions 1 et 2 :

a. Trois stylos coûtent 12 €. Quel est le prix d'un stylo ?

b. La jauge d'essence indique qu'il ne reste que le tiers du réservoir, c'est-à-dire 12 L. Quelle est la contenance du réservoir ?

c. Après avoir raccourci de 3 m un bout de ficelle, le bout restant ne mesure plus que 12 m.

Quelle était la longueur initiale de la ficelle ?

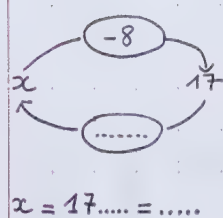
d. Aurore me donne trois bonbons et j'en ai maintenant douze.

Combien avais-je de bonbons avant ?

4 Du schéma à la rédaction

1. a. Léo, élève de 5^e, et sa sœur Léa, élève de 4^e, ont déterminé le nombre x qui vérifie l'égalité $x - 8 = 17$.

Recopier et compléter leurs calculs :



Léo

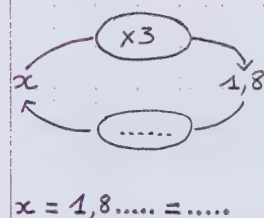
On écrit l'égalité : $x - 8 = 17$
 Pour isoler x , on ajoute 8 à chaque membre de l'égalité : $x - 8 + 8 = 17 + \dots$
 On effectue les calculs : $x = \dots$

Léa

b. En procédant comme Léa, trouver la valeur du nombre qui vérifie chacune des égalités suivantes : $x + 3 = 15$; $a - 7 = -5$.

2. a. Cette fois, Léo et Léa déterminent le nombre x qui vérifie l'égalité $3x = 1,8$.

Recopier et compléter leurs calculs :



Léo

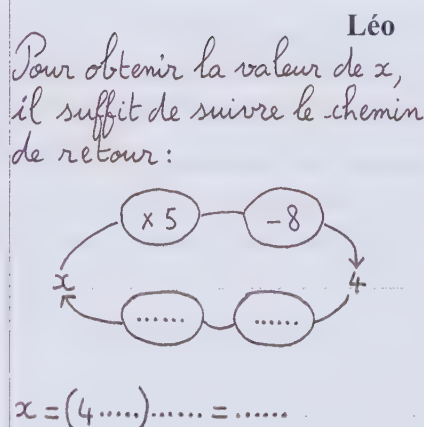
On écrit l'égalité : $3x = 1,8$
 Pour isoler x , on divise chaque membre de l'égalité par 3 (ce qui revient à multiplier par $\frac{1}{3}$) : $\frac{3x}{3} = \frac{1,8}{3}$
 $x = \frac{1,8}{3}$
 On effectue les calculs : $x = \dots$

Léa

b. En procédant comme Léa, trouver la valeur du nombre qui vérifie chacune des égalités suivantes : $5a = 6$; $-8b = 5,6$; $-3c = -270$.

3. a. Pour finir, Léo et Léa déterminent le nombre x qui vérifie l'égalité $5x - 8 = 4$.

Recopier et compléter leurs calculs :



Léo

On écrit l'égalité : $5x - 8 = 4$
 Pour isoler $5x$, on ajoute 8 à chaque membre de l'égalité : $5x - 8 + \dots = 4 + \dots$
 On effectue les calculs : $5x = \dots$
 Pour isoler x , on divise chaque membre de l'égalité par 5 (ce qui revient à multiplier par $\frac{1}{5}$) : $\frac{5x}{5} = \frac{\dots}{5}$
 $x = \frac{\dots}{5}$
 On effectue les calculs : $x = \dots$

Léa

b. En procédant comme Léa, trouver la valeur du nombre qui vérifie chacune des égalités suivantes : $3x + 10 = -2$; $-4a - 5 = 7$.

5 À la recherche d'une inconnue

1. Sur le marché, un kilogramme de cerises coûte 2,5 euros et le prix des cerises est proportionnel au nombre de kilogrammes achetés.

a. Recopier et compléter le tableau suivant :

Nombre de kg achetés	3	5	9	0,5	x
Prix à payer en euros	$3 \times 2,5$				

b. On a payé 15 euros pour x kilogrammes. Écrire une égalité vérifiée par x .

c. Pour quelle valeur de x l'égalité précédente est-elle vérifiée ?

d. En déduire la quantité de cerises que l'on peut acheter avec 15 euros.

2. a. Exprimer en fonction de x la longueur de la ligne brisée ci-contre (chaque petit segment mesure x cm).

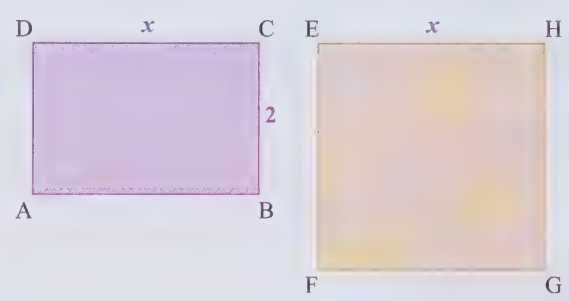


b. Quelle est la longueur de cette ligne pour $x = 2$ cm ?

c. La longueur de la ligne brisée est égale à 48 cm. Que vaut x dans ce cas ?

3. On considère le rectangle et le carré ci-contre.

a. Parmi les formules x^2 , $2x$, $4x$, $4 + 2x$, laquelle exprime :
l'aire du rectangle ? l'aire du carré ? le périmètre du rectangle ? le périmètre du carré ?



b. Pour quelle valeur de x l'aire du rectangle ABCD est-elle égale à 10 cm^2 ?

6 Choix d'une inconnue

Sur un parking, il y a 50 véhicules en stationnement. Ces véhicules sont tous des motos ou des automobiles.

1. On désigne par m le nombre de motos.

a. Si $m = 18$, combien y a-t-il d'automobiles ?

b. Exprimer en fonction de m le nombre d'automobiles.

c. Exprimer en fonction de m le nombre total de roues des véhicules sur ce parking (sans compter les roues de secours).

2. On désigne par x le nombre d'automobiles.

a. Exprimer en fonction de x le nombre de motos.

b. Exprimer en fonction de x le nombre total de roues des véhicules sur ce parking (sans compter les roues de secours).

3. On suppose dans cette question que le nombre total de roues est 180.

a. Écrire une égalité faisant intervenir la relation trouvée à la question 1c. En déduire le nombre de motos et d'automobiles.

b. Retrouver ces résultats en utilisant la question 2b.

1 Notion d'équation

Résoudre une équation d'inconnue x , c'est trouver **toutes les valeurs** que l'on peut donner à x pour que l'égalité proposée soit vérifiée.

EXEMPLE

$\underbrace{3(x+2)}_{\text{premier membre}} = \underbrace{5x-2}_{\text{second membre}}$ est une équation d'inconnue x .

Testons la valeur **10** :

$$\left. \begin{array}{l} 3(10+2) = 3 \times 12 = 36 \\ 5 \times 10 - 2 = 50 - 2 = 48 \end{array} \right\} 36 \neq 48, \text{ donc } 10 \text{ n'est pas solution de l'équation.}$$

Testons la valeur **4** :

$$\left. \begin{array}{l} 3(4+2) = 3 \times 6 = 18 \\ 5 \times 4 - 2 = 20 - 2 = 18 \end{array} \right\} 3(4+2) = 5 \times 4 - 2, \text{ donc } 4 \text{ est une solution de l'équation.}$$

2 Résolution d'une équation du type $x + a = b$

RÈGLE

En ajoutant (ou en retranchant) un même nombre à chaque membre d'une équation, on obtient une équation qui a les mêmes solutions.

EXEMPLE

Résoudre l'équation :

$$x + 3,2 = 5.$$

1. On soustrait 3,2 à chaque membre pour isoler x :

$$x + 3,2 - 3,2 = 5 - 3,2.$$

2. On calcule x :

$$x = 1,8.$$

3. On peut vérifier :

$$1,8 + 3,2 = 5.$$

4. On conclut : l'équation proposée a une solution unique : **1,8**.

3 Résolution d'une équation du type $a \times x = b$ avec $a \neq 0$

RÈGLE

En multipliant (ou en divisant) chaque membre d'une équation par un même nombre différent de 0, on obtient une équation qui a les mêmes solutions.

EXEMPLE

Résoudre l'équation :

$$3,5 \times x = 8,75.$$

1. On isole x en divisant chaque membre par 3,5

(ce qui revient à multiplier par $\frac{1}{3,5}$) :

$$\frac{3,5x}{3,5} = \frac{8,75}{3,5}.$$

2. On calcule x :

$$x = \frac{8,75}{3,5}, \text{ donc } x = 2,5.$$

3. On peut vérifier :

$$3,5 \times 2,5 = 8,75.$$

4. On conclut : l'équation proposée a une solution unique : **2,5**.

1 Résolution d'équations

Exemple 1 Résoudre l'équation $5x + 2 = 3x - 4$.

1^{re} étape

On isole x .

On soustrait 2 à chaque membre de l'égalité :

$$5x + 2 - 2 = 3x - 4 - 2 ;$$

$$5x = 3x - 6 .$$

On soustrait $3x$ à chaque membre de l'égalité :

$$5x - 3x = 3x - 6 - 3x ;$$

$$2x = -6 .$$

On divise chaque membre de l'égalité par 2 :

$$\frac{2x}{2} = \frac{-6}{2}, \text{ donc } x = -3 .$$

2^e étape

On peut vérifier.

$$5 \times (-3) + 2 = -15 + 2 = -13 \text{ et}$$

$$3 \times (-3) - 4 = -9 - 4 = -13 .$$

Donc l'égalité est vérifiée pour $x = -3$.

3^e étape

On conclut.

L'équation $5x + 2 = 3x - 4$ a une solution unique : -3 .

► Voir exercice n° 36, p. 93.

Exemple 2 Résoudre l'équation $-\frac{7}{3}x = 4$.

1^{re} étape

On isole x .

On multiplie les deux membres de l'égalité par $-\frac{3}{7}$ (ce qui revient à diviser par $-\frac{7}{3}$) :

$$\underbrace{\left(-\frac{3}{7}\right) \times \left(-\frac{7}{3}\right)}_1 x = \left(-\frac{3}{7}\right) \times 4 ;$$

$$x = \left(-\frac{3}{7}\right) \times 4, \text{ donc } x = -\frac{12}{7} .$$

2^e étape

On peut vérifier.

$$-\frac{7}{3} \times \left(-\frac{12}{7}\right) = \frac{7 \times 12}{3 \times 7} = \frac{12}{3} = 4 .$$

3^e étape

On conclut.

L'équation a pour seule solution $-\frac{12}{7}$.

► Voir exercice n° 30, p. 93.

2 Mise en équation et résolution

Pour résoudre un problème à l'aide d'une équation, il est important de respecter les étapes suivantes :

1. Lire le texte puis choisir l'inconnue (ce que l'on cherche).
2. Utiliser cette inconnue pour traduire les renseignements du texte et écrire l'équation correspondante.
3. Résoudre l'équation.
4. Vérifier que la solution de l'équation correspond au problème.
5. Répondre par une phrase à la question posée.

Exemple

Sur un parking, stationnent 22 voitures, toutes du même modèle. Certaines sont des threepuertas (version 3 portes) et les autres des cincodoors (version 5 portes). On peut dénombrer en tout 80 portes.

Quel est le nombre de threepuertas sur le parking ?

1^{re} étape

On lit le texte puis on choisit l'inconnue.

Soit t le nombre de threepuertas.

2^e étape

On utilise cette inconnue pour traduire les renseignements du texte et on écrit l'équation correspondante.

Nombre de threepuertas : t .

Nombre de cincodoors : $22 - t$.

Nombre total de portes : 80.

Nombre de portes de threepuertas : $3t$.

Nombre de portes de cincodoors : $5(22 - t)$.

L'équation correspondante est $3t + 5(22 - t) = 80$.

3^e étape

On résout l'équation.

$$3t + 5(22 - t) = 80$$

$$3t + 110 - 5t = 80$$

$$-2t + 110 - 110 = 80 - 110$$

$$-2t = -30$$

$$\frac{-2t}{-2} = \frac{-30}{-2}$$

$$t = 15$$

4^e étape

On vérifie la cohérence de la solution.

15 est un nombre entier positif inférieur à 22, donc 15 peut convenir.

5^e étape

On répond par une phrase à la question posée.

Il y a 15 threepuertas sur le parking.

► Voir exercice n° 48, p. 94.

Exercice Partage

Trois frères se partagent 1 600 euros : Loïc reçoit 200 euros de plus que Brice et Brice reçoit 100 euros de plus que Xavier.
Combien reçoit Xavier ?

Solution

Choix de l'inconnue :

On note n le nombre d'euros que reçoit Xavier.

Mise en équation :

Brice reçoit $n + 100$,

Loïc reçoit $n + 100 + 200$.

On a donc :

$$n + n + 100 + n + 100 + 200 = 1\,600.$$

Résolution de l'équation :

$$n + n + 100 + n + 100 + 200 = 1\,600,$$

$$\text{donc } 3n + 400 = 1\,600,$$

$$3n + 400 - 400 = 1\,600 - 400,$$

$$\text{ce qui donne } 3n = 1\,200,$$

$$\text{et donc } \frac{3n}{3} = \frac{1\,200}{3}.$$

$$\text{On obtient } n = 400.$$

Cohérence (ou compatibilité) :

400 convient car c'est un nombre positif inférieur à 1 600.

Conclusion :

Xavier reçoit 400 euros.

Commentaires

- ▶ On commence par lire attentivement le texte pour savoir ce que l'on cherche :

n

- ▶ On traduit toutes les données du texte :

n 100

n 100 200

- ▶ Cette ligne regroupe toutes les informations du texte.

n n 100 n 100 200

1 600

- ▶ On réduit le premier membre de l'égalité.
- ▶ On retranche 400 à chaque membre de l'égalité.
- ▶ On divise chaque membre de l'égalité par 3.

- ▶ Il faut vérifier la compatibilité de la solution trouvée avec le texte. On peut de plus vérifier que le nombre trouvé est bien solution du problème.

- Xavier reçoit 400 euros,
- Brice reçoit $400 + 100$ soit 500 euros,
- Loïc reçoit $500 + 200$ soit 700 euros,
- les trois frères ont bien reçu en tout 1 600 euros.

travail autonome

1 1. Vérifier que 3 n'est pas solution de l'équation $7 - 2x = 0$.

2. Vérifier que 5 est une solution de l'équation : $3x - 4 = 11$.

Pour les exercices 2 à 5, justifier la réponse.

2 - 5 est-il solution de l'équation : $-5x = -25$?

3 2,33 est-il solution de l'équation $3x - 7 = 0$?

4 1. 3 est-il solution de l'équation : $2(x - 4) = 1 - x$?

2. Donner sans calcul une solution de l'équation : $2(y - 4) = 1 - y$.

5 20 est-il solution de l'équation $7 - \frac{x}{5} = 3$?

Pour les exercices 6 à 11, résoudre les équations en indiquant chaque étape de la résolution.

6 a. $-3 + x = 12$; b. $x + 5 = -3$;
c. $x - 5 = -5$; d. $x + 3,01 = 6,1$.

7 a. $\frac{3}{7} + x = \frac{5}{7}$; b. $x - \frac{5}{9} = 2$.

8 a. $7a = 3$; b. $-4b = 3$;
c. $5c = -7$; d. $-3d = -8$.

9 a. $\frac{1}{3}x = 15$; b. $\frac{y}{5} = -10$;
c. $-\frac{x}{3} = 5$; d. $-\frac{y}{4} = -2$.

10 a. $\frac{2}{7}x = -4$; b. $\frac{3x}{5} = 8$;
c. $-\frac{4x}{11} = \frac{2}{3}$; d. $\frac{-5x}{2} = \frac{-7}{5}$.

11 a. $2x + 5 = 13$; b. $3x - 2 = 13$.

12 Dans une classe, il y a 25 élèves dont x filles. Exprimer le nombre de garçons en fonction de x .

13 Un mètre de ruban coûte 1,2 €. Quel est le prix de 3 m de ruban ? de 2,5 m ? de 0,4 m ? de x m ?

14 Une carte d'abonnement à la piscine coûte 15 €. Pour un abonné, le prix du ticket est 1,2 €. Exprimer en fonction de x le prix de x tickets pour un abonné :
a. sans compter l'abonnement ;
b. en comptant l'abonnement.

15 Deux personnes ont gagné à elles deux 1 000 € à un jeu.

1. Si la première personne reçoit 675 €, combien reçoit la deuxième ?

2. Même question si la première personne reçoit x euros.

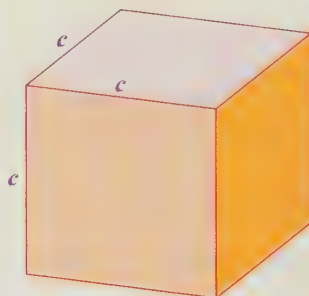
16 Soit un cube d'arête c .

1. Exprimer en fonction de c le périmètre d'une de ses faces.

2. Exprimer en fonction de c l'aire d'une de ses faces.

3. Exprimer en fonction de c l'aire totale des faces du cube.

4. Exprimer en fonction de c le volume du cube.



17 Dans une classe, il y a trois fois plus de filles que de garçons.

1. Si x est le nombre de garçons, combien y a-t-il de filles ?

2. Sachant qu'il y a 28 élèves dans cette classe, quel est le nombre de garçons ?

18 Mon doberman Rom mange deux fois plus de croquettes que sa fille Vénus. Soit x le nombre de kg de croquettes mangées par Vénus.

1. a. Exprimer en fonction de x le nombre de kg de croquettes mangées par Rom.

b. Exprimer en fonction de x la quantité totale de croquettes mangées par les deux chiens.

2. Si les deux chiens ont mangé ensemble 21 kg de croquettes, combien de kg Vénus a-t-elle mangés ?

s'entraîner

Tests

19 1. $-\frac{1}{2}$ est-il solution de l'équation $\frac{1}{2}x = -1$?

2. Même question pour -2 puis pour 2 .

20 3 est-il solution de l'équation $\frac{-2+3y}{7} = 1$?

21 $\frac{1}{3}$ est-il solution de l'équation $\frac{1-3x}{7} = 0$?

22 0 est-il solution de l'équation :

$$\frac{2x-1}{5} - \frac{x-3}{2} = \frac{-x+13}{10} ?$$

Équations simples

Pour les exercices 23 à 31, résoudre les équations en indiquant chaque étape de la résolution.

23 a. $15 + x = 22$; b. $x - 8 = 15$;

c. $8x = 56$; d. $\frac{x}{6} = 4$.

24 a. $x + 7 = -3$; b. $x - 3 = -5$;

c. $3x = -6$; d. $\frac{x}{-5} = 7$.

25 a. $5 + t = 2$; b. $3t = 21$;

c. $-7t = 1$; d. $10 - t = 4$;
e. $-3 + t = 11$; f. $-8 - t = 3$.

26 a. $45 = -9x$; b. $45 = -9 + x$;

c. $-32 = -8x$; d. $-32 = -8 + x$.

27 a. $x - 4 = 5$; b. $-4x = 5$;

c. $t + 1,8 = 5,4$; d. $1,8t = 5,4$.

28 a. $x + 3 = -6$; b. $3x = -6$;

c. $-100p = -4$; d. $p - 100 = -4$.

29 a. $7 + t = \frac{1}{2}$; b. $7t = \frac{1}{2}$;

c. $-7t = \frac{1}{2}$; d. $7 - t = \frac{1}{2}$;

e. $-7 + t = \frac{1}{2}$; f. $-7 - t = \frac{1}{2}$.

30 a. $\frac{t}{5} = -4$; b. $\frac{1}{4}t = 3$;

c. $-\frac{t}{7} = \frac{3}{7}$; d. $\frac{2}{3}t = -\frac{3}{5}$.

► Voir Connaître les outils 1, p. 89.

31 a. $\frac{3x}{5} = -\frac{2}{3}$; b. $\frac{-2}{3}x = \frac{5}{3}$;

c. $-\frac{3}{4}x = \frac{3}{2}$; d. $-\frac{5}{3}x = -\frac{3}{4}$.

Équations plus complexes

Pour les exercices 32 à 45, résoudre les équations.

32 a. $-3x + 10x = 28$; b. $14 = 8x - 6x$;

c. $-6x + 2x = -8$; d. $15 = 2x - 7x$.

33 a. $2x + 7 = 13$; b. $-5x - 2 = 3$;

c. $5x + 3 = -2$; d. $-6 = 5x - 2$.

34 a. $9 = 2x + 7$; b. $7 = 3 - 2x$;

c. $4 = 6 - x$; d. $-4x - 1 = -3$.

35 a. $7x = 3x + 8$;

b. $-2x = 3x + 5$;

c. $1,5 - x - 3,8 = -4,6$;

d. $x - 3 + 4x = -6$.

36 a. $2x - 5 = x - 3$;

b. $7x - 6 = 6x + 3$;

c. $-1,5x + 3,2 = 2,5x + 2,8$;

► Voir Connaître les outils 1, p. 89.

37 a. $-3x - 8 = -7x - 4$; b. $x = 2x$;

c. $2t + 5 = 5t + 12$; d. $3t + 6 = 5t - 3$.

38 a. $3 - (x - 1) = 3x - 4$;

b. $-7 + 2x + 3 = 5x + 4$;

c. $5 + (x - 3) = 7 - (2x - 8)$.

exercices

39 a. $(x - 2) + (x - 3) = 0$;
b. $(3x - 1) - (2x + 5) = 0$;
c. $(-5x + 2) - (3x - 14) = 0$.

40 a. $3(x + 1) = x - 5$;
b. $2(-x + 3) = 5(x - 2)$;
c. $3x - 4 = -2(1 - x) - 6$.

41 a. $2 - 3(x - 4) = 5(2x - 1)$;
b. $4(2x - 1) - 5 = -3 - (x - 5)$.

42 a. $3 - 4(2x - 1) = 3 + (3x - 2)$;
b. $7 + 5(4 - 2x) = -1 - 3(x - 1)$.

43 a. $\frac{x}{4} - \frac{1}{2} = \frac{1}{4} - \frac{3x}{2}$;
b. $\frac{3x}{5} - \frac{1}{15} = 2 - \frac{x}{3}$.

44 a. $\frac{x}{2} - \frac{1}{6} = \frac{3}{2} - \frac{x}{3}$;
b. $\frac{x}{4} + \frac{1}{12} = \frac{x}{6} - 3$.

45 a. $x - \frac{1}{3} = \frac{2x}{3} - 4$;
b. $\frac{7x}{4} + 5 = \frac{5x}{6} - \frac{1}{3}$.

Deux cas particuliers

46 1. Jean affirme que l'équation $2x = 2x + 2$ n'a pas de solution.

Résoudre l'équation puis dire si Jean a raison.

2. Mathilde, de son côté, prétend que l'équation $3(2x - 1) = 2(3x + 1) - 5$ a pour solutions 1, -2 , $\frac{2}{3}$ et beaucoup d'autres nombres.

Résoudre l'équation puis dire si Mathilde a raison.

47 Résoudre les équations suivantes :

a. $3(2x + 1) - 2x = 4(x + 1) - 1$;

b. $5(2x - 1) = 10x - 1$.

Résolutions guidées

48 Fruits exotiques

Pour le même prix, on peut acheter 12 kiwis ou un ananas. Sylvie a payé 5,1 € pour l'achat de 10 kiwis et 2 ananas. On note x le prix en euros d'un kiwi.

1. Exprimer en fonction de x le prix d'un ananas.

2. a. Traduire par une égalité contenant x la phrase suivante : « Sylvie a payé 5,1 € pour l'achat de 10 kiwis et 2 ananas. »

b. Trouver le prix d'un kiwi.

► Voir *Connaître les outils* 2, p. 90.



Calcul mental

Pour les exercices 49 à 53, résoudre les équations.

49 a. $7 + t = 0$; b. $7t = 0$;
c. $-7t = 0$; d. $7 - t = 0$;
e. $-7 + t = 0$; f. $-7 - t = 0$;
g. $-x = 7$; h. $-7x = 7$.

50 a. $-1,5t = 1,5$; b. $-1,5t = -1,5$;
c. $-1,5 + t = 1,5$; d. $-1,5 + t = -1,5$.

51 a. $x + 8 = 21$; b. $x - 6 = 13$;
c. $-3x = 18$; d. $18x = 9$.

52 a. $x - 4 = 6$; b. $7x = -63$;
c. $2x + 1 = 11$; d. $3x - 2 = 10$.

53 a. $x + 3 = -7$; b. $-5x = -20$;
c. $2x + 3 = 13$; d. $4x - 3 = 17$.

54 Quatre classeurs et une revue à 4 € coûtent 12 €. Quel est le prix d'un classeur ?

55 Dans ce cinéma, le quart des fauteuils est occupé. Cinq personnes supplémentaires s'assoient. Quinze sièges sont alors occupés. Quel est le nombre total de fauteuils dans le cinéma ?

56 Discours de caissière

Chaque soir, Roseline, caissière au supermarché, vide sa caisse en comptant la recette du jour.

« Mardi, ma caisse contenait 100 € de plus que lundi. Mercredi, ma caisse contenait 50 € de moins que lundi. Jeudi, ma caisse contenait 60 € de plus que lundi. Vendredi, ma caisse contenait 40 € de moins que lundi », explique-t-elle.

On note x la recette en euros du lundi.

1. Exprimer en fonction de x la recette de chacun des jours du mardi au vendredi.

2. La recette totale du lundi au vendredi est égale à 4 470 €.

a. Quelle égalité vérifie x ?

b. Calculer la recette du lundi.

57 Ce bidon, aux $\frac{3}{4}$ plein, contient 21 L de carburant. Soit x sa contenance totale en litres.

1. Quelle égalité vérifie x ?

2. Trouver la contenance totale du bidon.

58 Au supermarché, William a acheté des vêtements et de la nourriture. Les $\frac{3}{11}$ des dépenses ont été consacrés aux achats de vêtements. On note x le montant total de ses dépenses en euros.

1. Exprimer en fonction de x :

a. le montant de ses achats de vêtements ;

b. le montant de ses achats de nourriture.

2. Le montant de ses achats de vêtements est de 168 €.

a. Quelle égalité vérifie x ?

b. Quel est le montant total de ses dépenses au supermarché ?

59 Chloé vient de casser sa tirelire dans laquelle se trouvent 80 pièces qui se répartissent en pièces de 50 centimes, 1 € et 2 €. Il y a 22 pièces de 1 € et x pièces de 2 €.

1. Exprimer en fonction de x le nombre de pièces de 50 centimes.

2. Exprimer en fonction de x le montant total de la tirelire.

3. Le montant total de la tirelire est de 115,5 €. Calculer le nombre de pièces de chaque sorte.

60 Un plein chargement

On a chargé dans un camion trois types de caisses : des rouges qui pèsent chacune 60 kg, des bleues qui pèsent chacune 50 kg et des vertes qui pèsent

chacune 40 kg. Il y a trois fois plus de caisses bleues que de rouges et deux fois plus de caisses vertes que de bleues. On note x le nombre de caisses rouges.

1. Exprimer en fonction de x :

a. le nombre de caisses bleues ;

b. le nombre de caisses vertes.

2. Exprimer en fonction de x la masse en kg :

a. des caisses rouges ;

b. des caisses bleues ;

c. des caisses vertes.

3. Le chargement du camion a une masse de 900 kg.

a. Quelle égalité vérifie x ?

b. Calculer le nombre de caisses rouges.

61 Fidèle secrétaire

À 9 h, Isidore, fidèle secrétaire, est appelé par sa patronne qui lui demande de saisir un rapport urgent pour midi.

De 9 h à 10 h, Isidore saisit le quart des lignes du rapport puis de 10 h à 11 h, suite à des problèmes techniques, il ne saisit que le sixième des lignes du rapport.

Heureusement, de 11 h à midi, Isidore parvient à saisir les 350 lignes restantes.

On note x le nombre total de lignes.

1. a. Exprimer en fonction de x le nombre de lignes saisies entre 9 h et 10 h.

b. Même question pour le créneau horaire de 10 h à 11 h.

2. a. Quelle égalité vérifie x ?

b. Combien de lignes contient le rapport ?

62 Avec ou sans lunettes ?

Dans cette assemblée, les $\frac{3}{4}$ des participants sont des

femmes, les $\frac{2}{3}$ des hommes portent des lunettes et

l'on compte 10 hommes qui ne portent pas de lunettes. On note x le nombre total de participants.

1. Exprimer en fonction de x :

a. le nombre de femmes ;

b. le nombre d'hommes ;

c. le nombre d'hommes qui portent des lunettes ;

d. le nombre d'hommes qui ne portent pas de lunettes.

2. a. Quelle égalité doit vérifier x ?

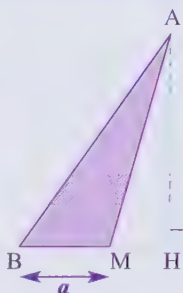
b. Quel est le nombre total de participants à cette assemblée ?

Problèmes de géométrie

63 Dans la figure ci-contre, on donne $AH = 6 \text{ cm}$.

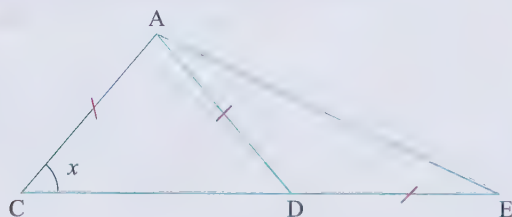
1. Exprimer en fonction de a l'aire du triangle AMB .

2. Calculer a pour que l'aire de AMB soit égale à 12 cm^2 .



64 La longueur d'un rectangle mesure les $\frac{4}{3}$ de sa largeur. Son périmètre mesure 560 m . Calculer ses dimensions.

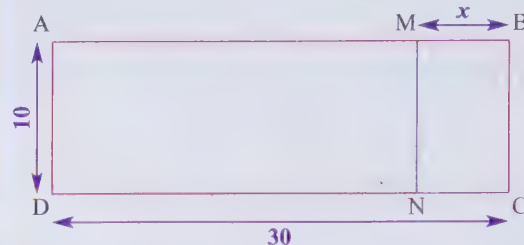
65 On donne la figure ci-dessous :



1. Exprimer en fonction de x l'angle $\widehat{AED}$.

2. Si $\widehat{AED} = 30^\circ$, que vaut x ? Que peut-on dire du triangle ACE ?

66 Une salle rectangulaire, notée $ABCD$ sur le dessin ci-dessous, peut être partagée en deux parties rectangulaires au moyen d'une cloison mobile, notée $[MN]$ (les dimensions sont données en m).



1. Que représente l'expression $10(30 - x)$?

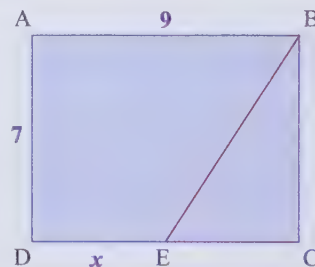
2. Que représente l'expression $10x$?

3. a. À quelle situation correspond l'équation : $10(30 - x) = 4 \times 10x$?

b. Résoudre cette équation.

c. Que peut-on conclure?

67 Dans la figure ci-contre, $ABCD$ est un rectangle. Combien vaut x pour que l'aire du trapèze $ABED$ soit le double de celle du triangle BEC (les dimensions sont données en m)?



Qui a raison ?

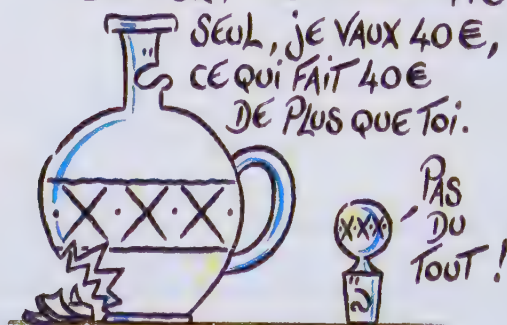
A

LES ÉQUATIONS
 $x - 3 = -1$
ET
 $\frac{x}{2} = -1$
ONT LA MÊME
SOLUTION.

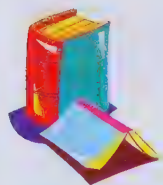


B

ENSEMBLE, NOUS COÛTONS 41€.
SEUL, JE VAUX 40€,
CE QUI FAIT 40€
DE PLUS QUE TOI.



m a î t r i s e r



Lire et comprendre

- 68** 1. n est un nombre entier non nul.
Écrire en fonction de n le nombre qui le précède puis celui qui le suit.
2. p est un nombre pair non nul.
Écrire le nombre pair qui le précède puis le nombre pair qui le suit.
3. i est un nombre impair.
Écrire le nombre pair qui le précède puis le nombre pair qui le suit.
4. s est un multiple de 7 non nul.
Écrire le multiple de 7 qui le précède puis le multiple de 7 qui le suit.

- 69** Même en multipliant par 15 tout l'argent qu'il possède, il manquera encore 15 € à Denis pour avoir 3 000 €.
Combien Denis possède-t-il actuellement ?

Équations avec dénominateur

Pour les exercices 70 à 77, écrire les deux membres des égalités avec un même dénominateur puis résoudre.

70 $\frac{5x - 8}{2} = \frac{5x - 2}{4}$

71 $\frac{2x + 9}{3} = \frac{2 - x}{5}$

72 $\frac{2x - 1}{5} = \frac{3x - 4}{7}$

73 $\frac{3x}{4} - 5 = \frac{x - 3}{2}$

74 $\frac{2t}{3} + 3 = \frac{1 - t}{6}$

75 $1 - \frac{2t - 5}{3} = 0$

76 $\frac{a - 3}{2} - \frac{1 - 2a}{4} = \frac{a + 3}{8}$

77 $\frac{a + 2}{5} = \frac{1 - a}{10} - \frac{2 - a}{2}$

Mise en équation

78 Musique

Dans un car scolaire, les $\frac{5}{12}$ des enfants souhaitent écouter de la musique, le $\frac{1}{4}$ ne veut pas et 16 sont sans opinion.
Combien y a-t-il d'élèves dans le car ?

79 Trajet

Pour rendre visite à sa sœur, Lucie parcourt les $\frac{3}{8}$ de la distance totale en bus et les $\frac{4}{5}$ de ce qui reste en train. Il lui reste alors 5 km à faire en taxi.
Quelle est la longueur totale de son trajet ?

- 80** Dans une classe, 20 % des élèves ont 13 ans. Parmi les autres, 30 % ont 12 ans. Ceux qui restent sont au nombre de 14.
Combien y a-t-il d'élèves dans cette classe ?

81 Cueillette

Aurore adore ramasser des champignons mais malheureusement la saison touche à sa fin. Durant les quatre derniers jours, elle en a ramassé en tout 7,5 kg mais chaque jour, elle en a cueilli moitié moins que la veille.
Combien de champignons Aurore a-t-elle cueillis le premier jour ?

82 Averages

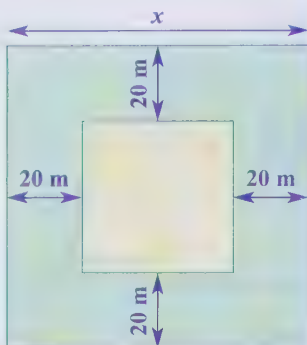
Au restaurant, 16 amis choisissent le menu à 15 €. Au moment de l'addition, certains ont comme d'habitude oublié leur portefeuille ! Ceux qui ont de quoi régler doivent alors payer 5 € de plus par personne.
Combien de personnes sont dans l'impossibilité de payer ?

exercices

Géométrie et équations

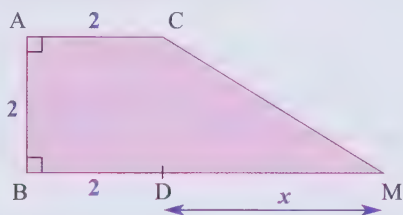
83 Maïs

Un agriculteur possède un pré carré de x m de côté. À l'intérieur de ce pré, il délimite une zone, elle aussi carrée, comme l'indique la figure ci-contre. Dans cette zone, il plante du maïs. Le périmètre de la zone plantée de maïs est la moitié de celui du carré initial.



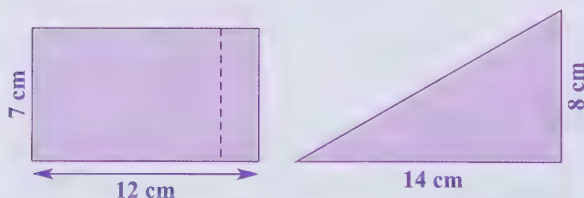
1. Calculer la longueur x du côté du pré.
2. Calculer l'aire du pré puis celle de la zone plantée de maïs.

- ### 84
1. Exprimer en fonction de x l'aire du trapèze ci-dessous (les longueurs sont en cm).



2. Si l'aire du trapèze est égale à $10,5 \text{ cm}^2$, que vaut x ?

- ### 85
- Guillaume et Julie contemplent leurs parts de tarte aux pommes. Julie est triste car elle s'aperçoit que sa part est plus petite que celle de Guillaume. Celui-ci coupe alors un morceau dans sa propre part, comme indiqué par les pointillés sur la figure, et l'offre à Julie. Les deux enfants ont alors des parts équivalentes.



Part de Guillaume

Part de Julie

Quelle est, en centimètres, la largeur du morceau que Guillaume a coupé pour Julie ?

Source : Olympiades belges, 1996.

Problèmes d'âge

Pour les exercices 86 et 87, penser que l'écart d'âge entre deux personnes reste le même.

- ### 86
- Sophie est née 10 ans après Pierre. Dans 20 ans, ils auront à eux deux 100 ans.

1. Recopier et compléter le tableau suivant :

	Sophie	Pierre	
Âge actuel	x		(+
Âge dans 20 ans			←

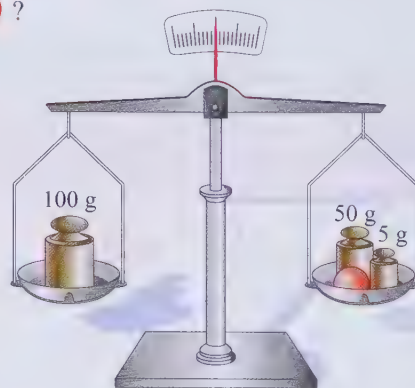
2. a. Quelle égalité vérifie x ?
b. Quel est l'âge actuel de Sophie ?

- ### 87
- « Aujourd'hui, tu es deux fois plus âgé que moi, dit un fils à son père. Et dans 10 ans, poursuit-il, la somme de nos âges égalera le double de ton âge actuel. » Quel est l'âge actuel du fils ?

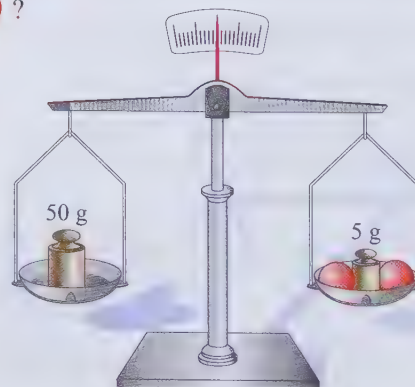
Problème divers

- ### 88 Avec des balances

1. Sur cette première balance, quelle est la masse de ● ?



2. Sur cette deuxième balance, quelle est la masse de ● ?



exercices

89 Trouver trois nombres entiers consécutifs dont la somme est 165.

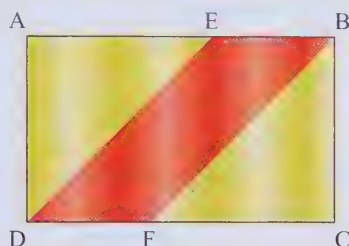
Indication : soit n le plus petit de ces nombres.

90 Trouver quatre nombres entiers consécutifs dont la somme est 726.

Indication : soit n le plus petit de ces nombres.

91 Drapeau

ABCD est un rectangle tel que $AD = 3$ cm et $AB = 5$ cm. On trace deux droites parallèles (ED) et (BF). On pose $EB = a$.



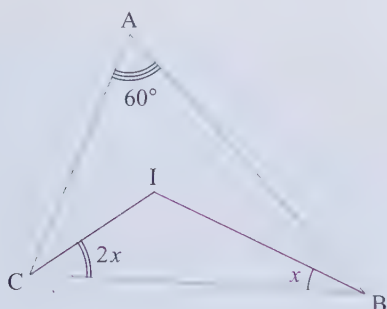
1. Calculer en fonction de a l'aire de chacune des trois parties ainsi obtenues.

2. Calculer a pour que l'aire de la partie coloriée en jaune soit le triple de celle coloriée en rouge.

92 On dispose de deux sortes de jetons. Certains ont une épaisseur de 2 mm et les autres de 3 mm. On a en tout 27 jetons qui, empilés, ont une hauteur de 66 mm.

Combien y a-t-il de jetons de 2 mm ?

93 Dans la figure ci-dessous, qui n'est pas aux dimensions exactes, le point I est le centre du cercle inscrit dans le triangle ABC.



Calculer x puis en déduire la mesure de chacun des angles du triangle ABC.

94 Quel nombre faut-il retrancher au numérateur et au dénominateur de $\frac{14}{11}$ pour obtenir son inverse ?

95 Magie

Ingrid dit à Romain : « Choisis un nombre, ajoute-lui 5, divise le résultat par 4, double le résultat obtenu et enfin retranche 1. »

1. Quel nombre obtient-on en partant de 1 ?

2. Parmi les deux séquences de calculs suivantes, indiquer celle qui correspond aux consignes d'Ingrid :

a. $\frac{2x+5}{4} - 1$; b. $2 \frac{(x+5)}{4} - 1$.

3. Quel était le nombre initial si le résultat obtenu est :

a. -1 ? b. 19 ?

c. 0 ? d. 100 ?

Voici deux problèmes que l'on doit à Sam Loyd, célèbre auteur de récréations mathématiques de la fin du XIX^e siècle.

96 Les billes

Harry et Jim, deux joueurs de billes rivaux, possédaient le même nombre de billes lorsqu'ils commencèrent à jouer ensemble. Harry gagna 20 billes au premier tour, mais perdit ensuite les deux tiers de toutes ses billes. Jim possédait alors quatre fois plus de billes qu'Harry.

Combien de billes avait chaque garçon quand ils commencèrent le jeu ?

97 Le poids d'une brique



Si une brique est équilibrée par les trois quarts d'une brique et les trois quarts d'une livre, combien pèse cette brique ?

Indication : la livre est une unité de masse.

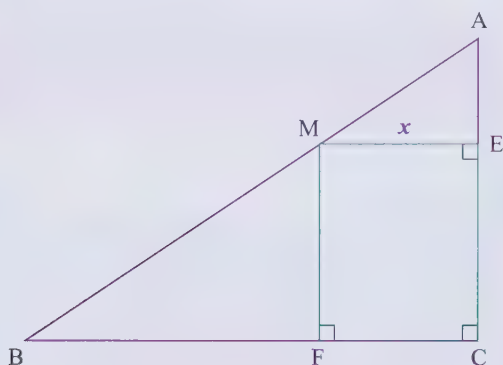
devoirs à la maison

98 1. Tracer un triangle ABC tel que $AB = 5$ cm, $BC = 4$ cm et $AC = 4,5$ cm. Placer un point M sur [AB] et un point N sur [AC] tels que le segment [MN] soit parallèle à [BC].

2. On pose $AM = x$ cm. Exprimer les longueurs MN et AN en fonction de x .

3. Calculer x si le périmètre de AMN est 2,7 cm.

99 Dans la figure ci-dessous, $BC = 12$ cm et $AC = 8$ cm.



1. Démontrer que $AE = \frac{2}{3}x$.

2. En déduire l'écriture de EC en fonction de x .

3. a. Calculer x pour que EMFC soit un carré.

b. Tracer la figure obtenue pour cette valeur de x .

100 Le granit est une roche cristalline formée d'un mélange hétérogène de quatre éléments : le quartz, le feldspath, la biotite et des minéraux secondaires.

1. Un bloc de granit est composé de :

- 28 % de quartz ;
- 53 % de feldspath ;
- 11 % de biotite ;
- $19,2 \text{ dm}^3$ de minéraux secondaires.

Calculer le volume du bloc.

2. Un mètre cube de granit a une masse de 2,6 tonnes. Calculer la masse du bloc de granit considéré à la question 1.

101 Pour financer une partie de leur voyage de fin d'année, des élèves d'une classe de 4^e vendent des tartes. Un même jour, ils ont vendu 15 tartes, les unes aux myrtilles et les autres aux pommes. Une tarte aux myrtilles est vendue 4 € et une tarte aux pommes 2 €. La somme encaissée ce jour-là est 42 €. Soit n le nombre de tartes aux myrtilles.

1. Exprimer en fonction de n le nombre de tartes aux pommes.

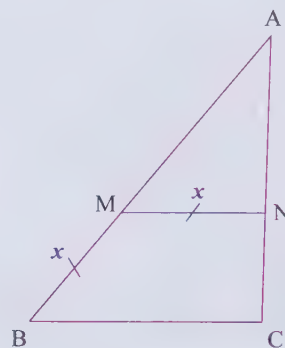
2. Exprimer en fonction de n la recette :

- des tartes aux myrtilles ;
- des tartes aux pommes.

3. Écrire une équation qui traduit les renseignements donnés par le texte.

4. Déterminer combien de tartes de chaque sorte ont été vendues par les élèves.

102 ABC est un triangle tel que $AB = 9$ cm, $AC = 7$ cm et $BC = 6$ cm. M est un point du segment [AB]. La parallèle à (BC) passant par M coupe [AC] en N.



Où doit-on placer M pour que le triangle BMN soit isocèle en M ?

103 **Mélomane**

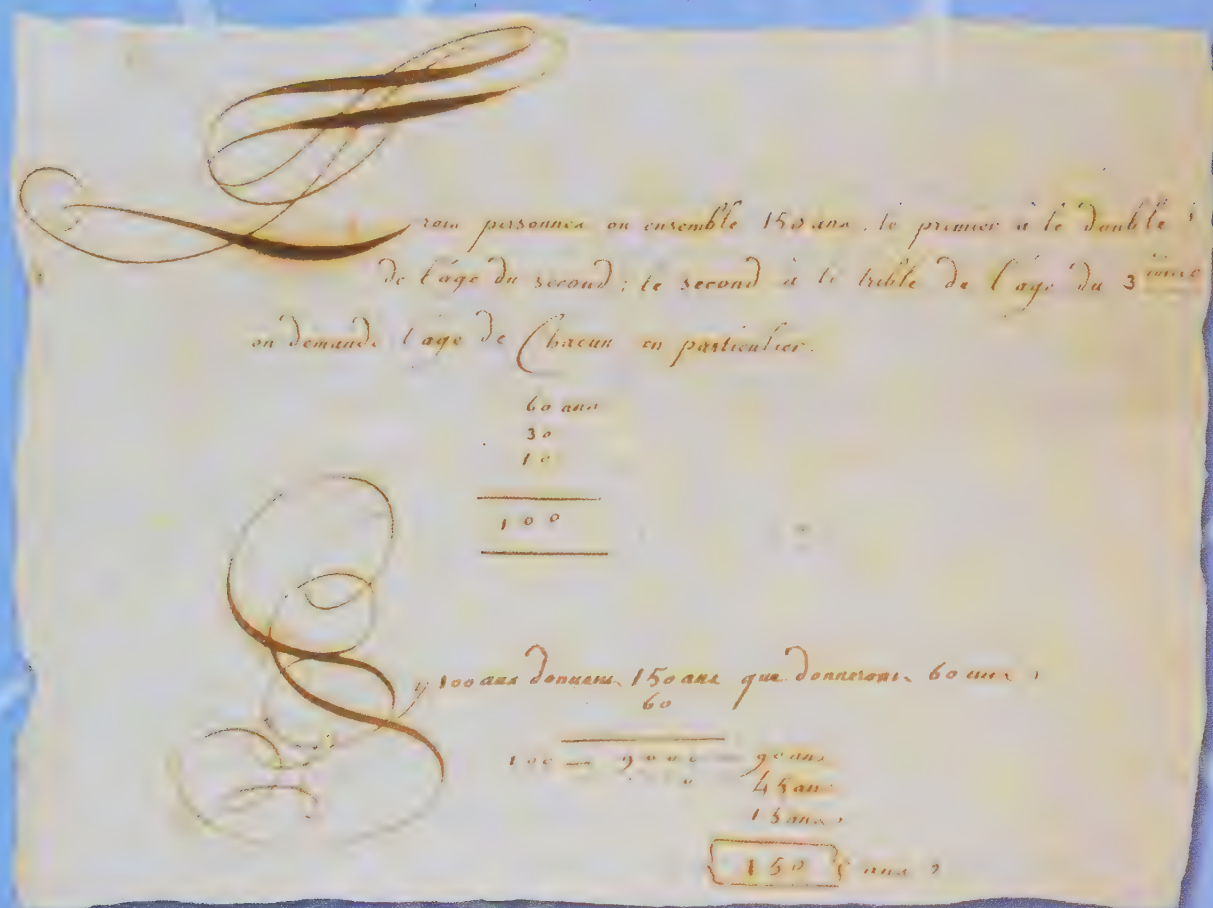
Françoise a dépensé la moitié de ses économies pour acheter un baladeur. Elle a ensuite acheté un CD à 21 €. Il lui reste alors exactement le tiers de ses économies.

Quel était le montant des économies de Françoise ?

vive les maths !

La fausse position

La reproduction suivante d'un document manuscrit datant de 1806 montre comment on peut résoudre certains problèmes par une méthode très ancienne déjà connue et utilisée par les Égyptiens : la méthode de fausse position.



Le principe en est simple : on prend une valeur arbitraire pour l'un des nombres cherchés. Ensuite, on calcule ce que seraient alors les autres valeurs inconnues en suivant les consignes de l'énoncé. Enfin, on termine par proportionnalité. (Observez le procédé dans le document. Attention, l'orthographe et la manière de poser les problèmes sont d'époque !)

1. Résoudre par la méthode de fausse position ce deuxième problème extrait du même ouvrage que le précédent : « Trouver un nombre duquel ayant ôté $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ et $\frac{1}{6}$, le reste soit 64. »

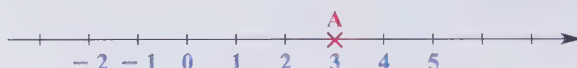
2. Dans un autre passage de cet ouvrage, l'auteur n'est pas parvenu à résoudre par la méthode de fausse position le problème donné ci-dessous. Quelle en est la raison ?

« Un homme donne par testament 100 écus à trois personnes, à telle condition que le premier en prenne une partie, le second deux fois autant que le premier moins 8 et le troisième trois fois autant que le premier moins 15. Savoir combien ils auront chacun. »

ACTIVITÉS

1 Comparaison et signe de la différence

1. Reproduire la droite graduée ci-dessous sur laquelle on a placé le point A d'abscisse $x_A = 3$.



2. Recopier et compléter le tableau suivant après avoir observé la position du point M dans chacune des situations décrites :

Valeur de x_M	M est-il situé à gauche de A sur la droite ?	A-t-on $x_M < x_A$?	Calcul de $x_M - x_A$	$x_M - x_A$ est-il strictement négatif ?
2	oui	oui	-1	oui
4				
-1				
3				

3. a. Comparer les réponses obtenues dans la 3^e et la 5^e colonnes.

b. Recopier et compléter la phrase suivante :

$x < 3$ revient à dire que $x - 3$ est

4. On donne $a = \frac{515}{333}$ et $b = \frac{17}{11}$.

a. Calculer $a - b$ à la calculatrice. b. Comparer a et b .

Recopier les neuf étiquettes ci-dessous et associer celles qui ont la même signification.

a est inférieur à b

$a > b$

$a - b > 0$

$a - b = 0$

$a - b < 0$

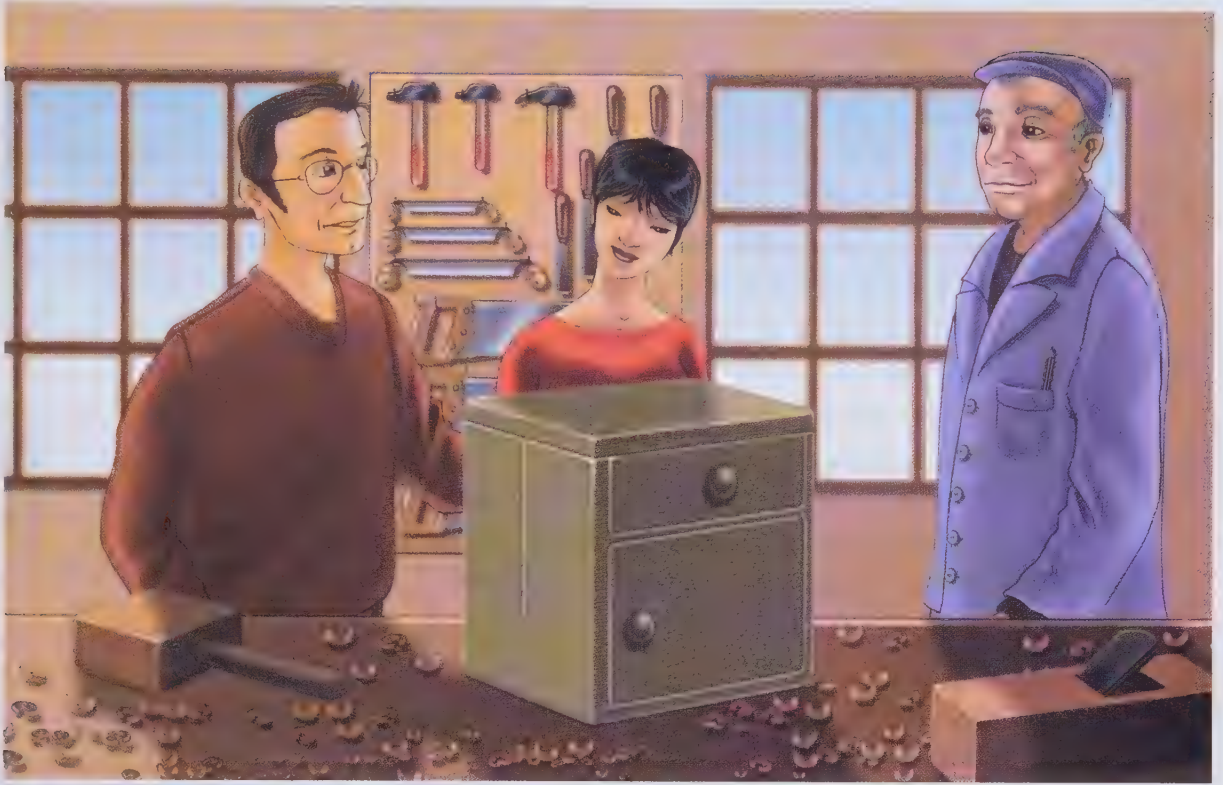
a est égal à b

$a = b$

a est supérieur à b

$a < b$

2 Inégalité au sens large



A. 1. « Le montant de la facture n'est pas inférieur à 500 € », dit le menuisier à André après avoir effectué les réparations.

Quel peut être le montant de la facture :

a. 510 € ? **b.** 490 € ? **c.** 500 € ?

2. « Finalement, le montant de cette facture est supérieur ou égal à 500 € », affirme Jeanne, la fiancée d'André.

L'affirmation de Jeanne a-t-elle la même signification que celle du menuisier ?

3. « Le montant de la facture est supérieur à 500 € », décrète Joël, le petit frère d'André.

L'affirmation de Joël a-t-elle la même signification que celle du menuisier ?

4. On donne les six expressions suivantes :

a. n'est pas inférieur à ; **b.** n'est pas supérieur à ; **c.** est inférieur à ;
d. est supérieur à ; **e.** est supérieur ou égal à ; **f.** est inférieur ou égal à.

Quelles sont celles qui ont la même signification ?

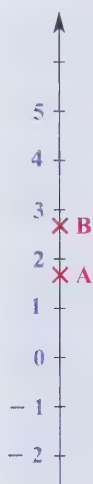
B. La phrase « x est supérieur ou égal à 500 » s'écrit en langage mathématique « $x \geq 500$ ».

1. Comment écrit-on en langage mathématique la phrase « x est inférieur ou égal à 500 » ?

2. Parmi les affirmations suivantes, indiquer celles qui sont vraies :

a. $4 \geq 2$; **b.** $4 \geq 4$; **c.** $4 \leq 5$; **d.** $4 \leq 4$;
e. $8 \leq 4$; **f.** $5 \geq 4$; **g.** $-4 \leq 2$; **h.** $4 - 5 \leq 0$.

3 Ordre et addition



1. a. Reproduire la droite graduée ci-contre sur laquelle on a placé le point A d'abscisse x_A et le point B d'abscisse x_B .

b. Recopier et compléter avec le signe $<$ ou $>$: x_A x_B .

c. Placer sur la droite le point C d'abscisse $x_C = x_A + 3$ et le point D d'abscisse $x_D = x_B + 3$. Comparer à l'aide de la droite x_C et x_D puis $x_A + 3$ et $x_B + 3$.

d. Placer sur la droite le point E d'abscisse $x_E = x_A - 2$ et le point F d'abscisse $x_F = x_B - 2$. Comparer à l'aide de la droite x_E et x_F puis $x_A - 2$ et $x_B - 2$.

2. a. Alice possède x bonbons et Luc possède y bonbons. On sait qu'Alice en a plus que Luc.

Traduire cette situation par une inégalité.

b. On leur donne à chacun cinq bonbons.

Traduire cette nouvelle situation par une inégalité.

c. Alice et Luc mangent sept bonbons chacun.

Traduire cette nouvelle situation par une inégalité.

On désigne par a , b et c trois nombres.

• Recopier et compléter :

Si $a < b$, alors $a + c$ $b + c$.

• Récrire la phrase précédente sans utiliser le symbole $<$.

BILAN

4 Ordre et multiplication

À la cantine du lycée, le repas est plus cher qu'à la cantine du collège.

On note x le prix normal du repas au lycée et y le prix normal du repas au collège.

1. Traduire ces données par une inégalité.

2. Marie va au lycée et Jérôme au collège.

a. Pendant une semaine, ils déjeunent quatre fois à la cantine. Lequel des deux élèves paiera le plus cher ?

Traduire cette situation par une inégalité.

b. Pendant un trimestre, ils déjeunent quarante fois à la cantine. Lequel des deux élèves paiera le plus cher ?

Traduire cette situation par une inégalité.

c. Les nombres $4x$ et $4y$ sont-ils rangés dans le même ordre que x et y ? et les nombres $40x$ et $40y$?

3. Samuel va au lycée et Gilda au collège. Chaque jour, ils ne paient chacun que les deux tiers du prix normal du repas.

a. Lequel des deux élèves paiera le plus cher ?

Traduire cette situation par une inégalité.

b. Les nombres $\frac{2x}{3}$ et $\frac{2y}{3}$ sont-ils rangés dans le même ordre que x et y ?

4. a. Recopier et compléter le tableau suivant :

Valeur de x	Valeur de y	A-t-on $x < y$?	Calcul de $-2x$	Calcul de $-2y$	A-t-on $-2x < -2y$?
2	3	oui			
-5	-2				

- b. Comparer les résultats des 3^e et 6^e colonnes du tableau.
- c. Les nombres sont-ils rangés dans le même ordre que x et y ?
- d. « Si $a < b$, alors on a toujours $k \times a < k \times b$ », dit Sylvain.
Mélanie prétend que ce n'est pas toujours vrai.
Qui a raison ? (Justifier la réponse avec les résultats des questions précédentes.)

BILAN

- On désigne par a , b et c trois nombres.
- Recopier et compléter :
Si $a < b$ et $c > 0$, alors ac bc .
 - Récrire la phrase précédente sans utiliser le symbole $<$.

5 Encadrer à partir de l'arrondi ou de la troncature

1. Le professeur de mathématiques a donné un calcul difficile à faire. Aussi, pour aider les élèves, il leur indique que la troncature à l'unité du résultat est 14.
- a. Parmi les résultats suivants, quels sont ceux que l'indication du professeur permet d'écarter :
14,2 ? 13,9 ? 14,9 ? 14 ? 15 ? 15,1 ?
- b. On note x le résultat exact du calcul demandé. Parmi les encadrements suivants, donner celui qui correspond au renseignement fourni par le professeur :
 $13,5 < x < 14,5$; $14 \leq x < 15$; $14 \leq x \leq 15$.
Justifier la réponse en prenant des exemples ou en faisant un schéma.
2. Pour un deuxième calcul, le professeur indique cette fois-ci que l'arrondi à l'unité du résultat est 12.
- a. Parmi les résultats suivants, quels sont ceux que l'indication du professeur permet d'écarter :
11,8 ? 12,6 ? 12,51 ? 11,51 ? 12 ? 11,49 ?
- b. On note x le résultat exact du calcul demandé. Parmi les encadrements suivants, donner celui qui correspond au renseignement fourni par le professeur :
 $12 < x \leq 13$; $11,5 \leq x < 12,5$; $11,6 \leq x \leq 12,4$.
Justifier la réponse en prenant des exemples ou en faisant un schéma.

1 Comparaison et signe de la différence

Pour comparer deux nombres relatifs a et b , on peut calculer le signe de leur différence :

$a < b$ revient à dire que $a - b < 0$.

$a > b$ revient à dire que $a - b > 0$.

EXEMPLE

Pour comparer $a = \frac{262}{99}$ et $b = \frac{29}{11}$, on peut calculer leur différence : pour $a - b = \frac{262}{99} - \frac{29}{11}$,

la calculatrice affiche . La différence $\frac{262}{99} - \frac{29}{11}$ est positive, donc $\frac{262}{99} > \frac{29}{11}$.

2 Inégalité au sens large

On écrit $a \leq b$ lorsqu'on est dans l'un des deux cas suivants :

$$a < b \text{ ou bien } a = b.$$

$a \leq b$ se lit « a inférieur ou égal à b ».

EXEMPLE

$2 \leq 3$ et on a aussi $2 \leq 2$.

De même, $a \geq b$ se lit « a supérieur ou égal à b ».

3 Ordre et addition

PROPRIÉTÉ

Soit trois nombres relatifs a , b et c .

Les nombres $a + c$ et $b + c$ sont rangés dans le même ordre que a et b .

Autrement dit :

Lorsqu'on ajoute ou soustrait le même nombre à chaque membre d'une inégalité, on obtient une inégalité de même sens.

EXEMPLES

Si $a \geq b$, alors $a + 3 \geq b + 3$ (on a ajouté 3 à chaque membre de l'inégalité $a \geq b$).

Si $a < b$, alors $a - 3 < b - 3$ (on a soustrait 3 à chaque membre de l'inégalité $a < b$).

4 Ordre et multiplication

PROPRIÉTÉ

Soit trois nombres relatifs a , b et c .

Si c est strictement positif, alors les nombres ac et bc sont rangés dans le même ordre que a et b .

Autrement dit :

Lorsqu'on multiplie ou divise les deux membres d'une inégalité par un même nombre **strictement positif**, on obtient une inégalité de même sens.

EXEMPLE

Si $3u \leq 3v$, alors $\frac{3u}{3} \leq \frac{3v}{3}$ (on a divisé les deux membres de l'inégalité $3u \leq 3v$ par 3).
Donc $u \leq v$.

REMARQUE

La condition « c strictement positif » est nécessaire pour cette propriété, comme le montre l'exemple suivant dans lequel on a pris $a = 3$, $b = 4$ et $c = -2$.

On a $ac = 3 \times (-2) = -6$, $bc = 4 \times (-2) = -8$ et $-6 > -8$.

$3 < 4$, mais $3 \times (-2) > 4 \times (-2)$. Dans ce cas, ac et bc ne sont donc pas rangés dans le même ordre que a et b .

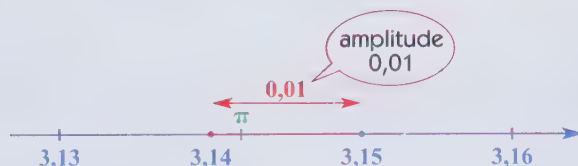
5 Encadrement et approximation d'un nombre positif

a • À partir de la troncature

La calculatrice affiche pour le nombre π : 3.14159264.

Lorsqu'on coupe $3,14159264$ à droite du chiffre des centièmes, on obtient la **troncature au centième** de π , soit $3,14$.

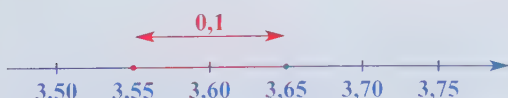
À cette troncature, on peut associer un schéma et un encadrement au centième de π .



On a donc $3,14 \leq \pi$ et $\pi < 3,15$, ce qui donne comme **encadrement au centième** de π : $3,14 \leq \pi < 3,15$.

b • À partir de l'arrondi

On a représenté ci-dessous en rouge les positions possibles des points qui ont pour abscisse un nombre x dont l'arrondi au dixième est $3,6$.



Lorsque le chiffre des centièmes est 5, on arrondit au dixième supérieur.

Si l'arrondi au dixième de x est $3,6$ alors on a l'encadrement $3,55 \leq x < 3,65$.

1 Encadrer à partir d'une troncature

Exemple La troncature au centième du nombre a est 3,45.
Donner un encadrement au centième de a aussi précis que possible.

« La troncature au centième de a est 3,45 » signifie que a s'écrit : 3,45.....

On en déduit comme encadrement
 $3,45 \leq a < 3,46$ que l'on peut représenter sur le schéma ci-contre.



► Voir exercice n° 55, p. 114.

2 Approximation d'un nombre positif

Exemple Quel est l'arrondi au centième de $\sqrt{5}$?

1^{re} étape

On tape $\sqrt{5}$ sur la calculatrice et on détermine les deux nombres avec deux chiffres après la virgule qui encadrent $\sqrt{5}$.

Pour $\sqrt{5}$, la calculatrice affiche : 2.236067978

On tronque ce nombre au centième : 2,236067978.

2,23 est la troncature au centième de $\sqrt{5}$, donc $2,23 \leq \sqrt{5} < 2,24$.

2^e étape

On détermine lequel des deux nombres précédents est le plus proche de $\sqrt{5}$.

Le chiffre des millièmes du nombre affiché par la calculatrice est 6 et 6 n'est pas inférieur à 5, donc $\sqrt{5}$ est plus proche de 2,24 que de 2,23. L'arrondi au centième de $\sqrt{5}$ est 2,24.

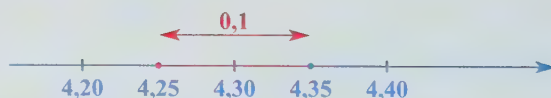
► Voir exercice n° 52, p. 114.

3 Encadrer à partir d'un arrondi

Exemple L'arrondi au dixième du nombre b est 4,3. En déduire un encadrement de b .

1^{re} étape

On représente sur une droite graduée les nombres dont l'arrondi au dixième est 4,3.



2^e étape

On détermine l'encadrement.

4,25 a pour arrondi au dixième 4,3 mais 4,35 a pour arrondi au dixième 4,4.

On obtient finalement l'encadrement suivant : $4,25 \leq b < 4,35$.

► Voir exercice n° 57, p. 114.

choisir les outils

Exercice 1 À partir de x

On donne $x \geq -4$. En déduire une inégalité vérifiée par $\frac{x-1}{5}$.

Solution

On a $x \geq -4$.

On soustrait 1 à chaque membre de l'inégalité,

d'où $x - 1 \geq -4 - 1$,

soit $x - 1 \geq -5$.

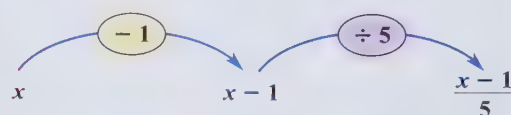
On divise chaque membre de l'inégalité par 5 qui est

strictement positif, d'où $\frac{x-1}{5} \geq \frac{-5}{5}$

soit $\frac{x-1}{5} \geq -1$.

Commentaires

La chaîne d'opérateurs suivante permet de passer de x à $\frac{x-1}{5}$:



Exercice 2 Isoler le nombre x

On donne l'inégalité $2x - 1 \geq 5$. Que peut-on dire du nombre x ?

Solution

On a $2x - 1 \geq 5$.

On ajoute 1 à chaque membre de l'inégalité,

d'où $2x - 1 + 1 \geq 5 + 1$

soit $2x \geq 6$.

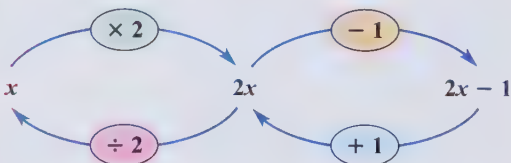
On divise chaque membre de l'inégalité par 2 qui est

strictement positif, d'où $\frac{2x}{2} \geq \frac{6}{2}$

soit $x \geq 3$.

Commentaires

On a :



On suit le trajet « retour » (celui du bas) pour isoler x .

Exercice 3 Isoler le nombre x (bis)

On donne l'inégalité $\frac{x+2}{3} \geq 5$. Que peut-on dire du nombre x ?

Solution

On a $\frac{x+2}{3} \geq 5$.

On multiplie chaque membre de l'inégalité par 3 qui

est strictement positif, d'où $\frac{x+2}{3} \times 3 \geq 5 \times 3$

soit $x + 2 \geq 15$.

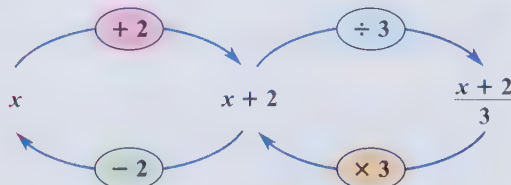
On soustrait 2 à chaque membre de l'inégalité,

d'où $x + 2 - 2 \geq 15 - 2$

soit $x \geq 13$.

Commentaires

On a :



On suit le trajet « retour » (celui du bas) pour isoler x .

exercices

travail autonome

1 Ranger dans l'ordre croissant les nombres suivants :
 $-4,404$; 0 ; 4 ; $-4,04$; $-40,4$; $-4,44$.

2 Écrire les nombres suivants avec le même dénominateur puis les ranger dans l'ordre décroissant :
 $\frac{5}{4}$; $\frac{7}{6}$; $\frac{17}{12}$; $\frac{4}{3}$.

3 On donne $m = -3$. Parmi les inégalités suivantes, indiquer celles qui sont vraies :
a. $m > -2$; **b.** $m \geq -3$; **c.** $m \leq -1$;
d. $m < -3$; **e.** $m \leq -4$; **f.** $m \leq -3$.

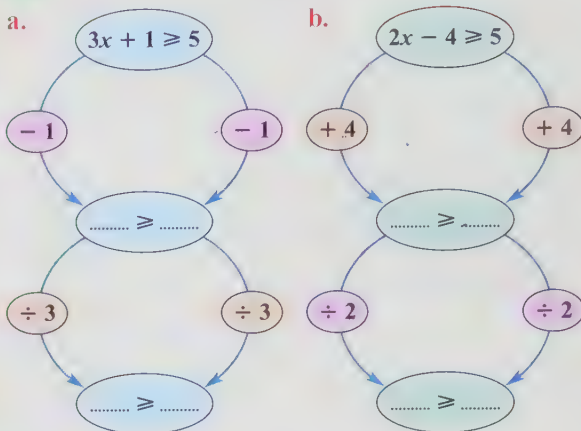
4 On donne $x = -5$. Parmi les inégalités suivantes, indiquer celles qui sont vraies :
a. $2x \geq -9$; **b.** $-x > 4$; **c.** $5 \leq x + 11$;
d. $x + 5 \leq 0$; **e.** $x + 5 \geq 0$.

5 On donne les inégalités suivantes :
 $x \leq y$; $x < y$; $x \geq y$; $x > y$.
 Traduire chacune des affirmations suivantes par une des inégalités ci-dessus :
a. $x - y < 0$; **b.** $y - x \geq 0$;
c. $x - y$ est supérieur à 0 ;
d. $x - y$ est inférieur ou égal à 0 ;
e. $0 < x - y$; **f.** $0 \leq y - x$.

6 Écrire l'inégalité que l'on obtient si :
a. on soustrait 4 aux deux membres de l'inégalité : $x + 4 < 1$;
b. on divise par 4 les deux membres de l'inégalité : $4x \geq -4$;
c. on multiplie par 4 les deux membres de l'inégalité : $\frac{x}{4} \geq 1$;
d. on ajoute 4 aux deux membres de l'inégalité : $-1 < x - 4$.

7 On donne les inégalités suivantes :
 $x \leq y$; $x < y$; $x \geq y$; $x > y$.
 Traduire chacune des affirmations suivantes par une des inégalités ci-dessus et justifier le résultat en citant la propriété du cours utilisée :
a. $x + 5 < y + 5$; **b.** $2y \geq 2x$;
c. $x - 4 > y - 4$; **d.** $\frac{x}{4} \leq \frac{y}{4}$.

8 Recopier et compléter :



9 On donne $x \leq -6$.
 Dédire de cette donnée une inégalité vérifiée par chacun des nombres suivants et justifier la réponse en citant la propriété du cours utilisée :

a. $x + 6$; **b.** $x - 8$; **c.** $4x$; **d.** $\frac{7x}{3}$.

10 Isoler y dans chacune des inégalités suivantes et justifier la réponse :
a. $y + 6 < 5$; **b.** $3y < -6$;
c. $6 \leq y - 6$; **d.** $6 \leq \frac{y}{6}$.

11 Indiquer si chacun des nombres suivants vérifie la double inégalité $3 \leq x < 5$:
a. $x = 4$; **b.** $x = 3$; **c.** $x = 5$;
d. $x = 0$; **e.** $x = 4,5$; **f.** $x = -4$.

12 On donne $x = \frac{22}{7}$.

Utiliser la calculatrice pour donner :
a. la troncature au dixième de x ;
b. l'arrondi au millième de x .

13 La troncature au millième d'un nombre a est $12,453$.
 Dédire de cette donnée un encadrement de a aussi précis que possible.

14 L'arrondi au dixième d'un nombre b est $1,5$.
 Quel encadrement peut-on déduire de cette donnée ?

s'entraîner

Rangements

15 Ranger dans l'ordre croissant les nombres suivants :
 $-7,021$; $-8,001$; $10,001$; $-7,009$; $-10,007$.

16 Ranger dans l'ordre décroissant les nombres suivants :
 $-1,001$; $-1,101$; $-10,01$; $-11,01$; $-1,1101$;
 $-0,1011$.

17 Ranger les nombres suivants dans l'ordre croissant sans l'aide de la calculatrice :
 5×10^1 ; 4×10^4 ; 8×10^{-1} ; 5×10^2 ; 2 ;
 9×10^3 .

18 Écrire avec le même dénominateur et ranger dans l'ordre croissant :

$$\frac{7}{12} ; \frac{5}{6} ; \frac{3}{4} ; \frac{1,6}{3} ; \frac{1,75}{2}.$$

19 Sans utiliser la calculatrice, ranger dans l'ordre décroissant les écritures fractionnaires suivantes :

$$-\frac{3}{8} ; -\frac{7}{20} ; -\frac{4}{5} ; -\frac{13}{40} ; -\frac{9}{10}.$$

20 Ranger les nombres suivants dans l'ordre décroissant :

$$-\frac{5}{6} ; -0,84 ; -\frac{6}{7} ; -0,85 ; -\frac{83}{10}.$$

Tester une inégalité

Pour les exercices 21 à 24, indiquer si les inégalités proposées sont vraies.

21 On donne $y = -3,5$.
a. $y \leq -5$; **b.** $-3,45 > y$;
c. $y \leq -3,6$; **d.** $-3,51 \geq y$.

22 On donne $y = 1,25$.
a. $y \geq \frac{5}{4}$; **b.** $-y \leq -1,25$; **c.** $\frac{7,5}{6} > y$;
d. $2y \leq 6$; **e.** $-4y \leq 0$.

23 On donne $y = -5$.

a. $2y - 10 > 0$;
b. $-3y - 11 \geq y + 8$;
c. $-3y - 11 \leq y + 9$;
d. $-3y + 11 \geq y + 9$.

24 On donne $z = -1$.

a. $\frac{2z-1}{3} < 0$; **b.** $\frac{z-1}{z+2} < 0$;
c. $\frac{2}{z} + 3 \leq 1$; **d.** $\frac{4}{z+3} \geq \frac{3}{1-z}$.

Signe de la différence

25 Dans chacun des cas suivants, comparer les nombres x et y avec les symboles $<$ ou $\leq$:

a. $x - y < 0$; **b.** $x - y \geq 0$;
c. $x - y = -1$; **d.** $y - x = \frac{1}{3}$;
e. $x - y < -4$; **f.** $y - x > 5$.

26 1. Effectuer à la calculatrice $\frac{1\,234}{677} - \frac{3\,421}{1\,877}$
 puis comparer $\frac{1\,234}{677}$ et $\frac{3\,421}{1\,877}$.

2. On pose $a = \frac{-59}{33}$ et $b = \frac{-413}{209}$.

Effectuer $b - a$ à la calculatrice puis comparer a et b .

27 À l'aide de la calculatrice, comparer les nombres suivants en utilisant la méthode décrite à l'exercice 26 :

a. $\frac{17}{19}$ et $\frac{35}{41}$; **b.** $\frac{-45}{17}$ et $\frac{-50}{19}$; **c.** $\frac{22}{7}$ et π .

28 Associer une étiquette de la 1^{re} colonne à une étiquette de la 2^e colonne qui a la même signification :

1. $a < 1$

2. $1 < a$

3. $a \leq 1$

4. $a \geq 1$

a. $1 - a$ est strictement positif

b. $a - 1$ est négatif

c. $a - 1$ est strictement positif

d. $a - 1$ est positif

exercices

29 Reprendre l'exercice 28 avec les étiquettes suivantes :

1. $x > -3$	a. $-3 - x > 0$
2. $-3 > x$	b. $x - (-3) \leq 0$
3. $x \geq -3$	c. $x - (-3) > 0$
4. $x \leq -3$	d. $x - (-3) \geq 0$

Ordre et addition

30 On donne l'inégalité $x \leq 10$.
Déduire de cette donnée une inégalité vérifiée par chacun des nombres suivants et justifier la réponse :
a. $x + 3$; **b.** $2 + x$;
c. $x - 6$; **d.** $-13 + x$.

31 Comparer les nombres suivants sans faire de calculs et justifier la réponse :
a. $\frac{5}{11} + 1\,032$ et $\frac{5}{11} + 1\,031$;
b. $-\frac{3}{7} + \frac{201}{132}$ et $-\frac{3}{7} + \frac{199}{132}$.

32 Soit un nombre x . Comparer :
a. $x + 2$ et $x + 3$;
b. $2 - x$ et $3 - x$;
c. $x - 1$ et $x - 3$;
d. $-x - 1$ et $-x - 4$.

33 **1.** On donne l'inégalité $x - 2 \leq 4$.
Comparer x et 6. Justifier la réponse.
2. On donne l'inégalité $-2 \leq x - 4$.
Comparer x et 2. Justifier la réponse.
3. On donne l'inégalité $2x - 2 \leq x$.
Comparer $3x - 2$ et $2x$. Justifier la réponse.
4. On donne l'inégalité $x - 2 \leq 3x - 4$.
Comparer -2 et $2x - 4$. Justifier la réponse.

34 Chaque inégalité de la colonne de gauche a été transformée pour obtenir une inégalité de la colonne de droite :

1. $x - 3 \leq 4$	a. $x \leq -1$
2. $x - 3 \leq -4$	b. $x \leq 1$
3. $x + 3 \leq -4$	c. $x \leq 7$
4. $x + 3 \leq 4$	d. $x \leq -7$

Associer ces inégalités et justifier la réponse.

35 **1.** Classer les nombres suivants dans l'ordre croissant :

$-2,01$; $2,1$; $-2,011$; $-2,101$.

2. Soit un nombre x . Déduire de la question 1 le rangement dans l'ordre croissant des nombres suivants et justifier la réponse :
 $x - 2,01$; $x + 2,1$; $x - 2,011$; $x - 2,101$.

3. Soit un nombre y . Déduire de la question 1 le rangement dans l'ordre croissant des nombres suivants et justifier la réponse :
 $-2,01 - y$; $2,1 - y$;
 $-2,011 - y$; $-2,101 - y$.

36 Isoler x dans chacun des cas suivants :
a. $x + 6 < -3$; **b.** $10 \geq x - 6$;
c. $3 + x \leq 2x$; **d.** $3x > 8 + 2x$.

37 Isoler x dans chacun des cas suivants :
a. $7 < x + 12$; **b.** $\frac{1}{2} + x \leq \frac{5}{4}$;
c. $-\frac{5}{3} \geq x - 3$; **d.** $x - \frac{5}{6} > \frac{3}{4}$.

Ordre et multiplication

38 On donne l'inégalité $x \leq 3$.
Déduire de cette donnée une inégalité vérifiée par chacun des nombres suivants et justifier la réponse :
a. $3x$; **b.** $\frac{x}{2}$; **c.** $\frac{4x}{3}$; **d.** $0,5x$.

39 Comparer les nombres suivants sans faire de calculs et justifier la réponse :
a. $\frac{5}{11} \times 32$ et $\frac{5}{11} \times 31$;
b. $-\frac{3}{7} \times \frac{5}{6}$ et $-\frac{2}{7} \times \frac{5}{6}$.

40 Chaque inégalité de la colonne de gauche a été transformée pour obtenir une inégalité de la colonne de droite :

1. $3x \leq 12$	a. $x \leq -4$
2. $8 \leq 2x$	b. $x \geq 4$
3. $-20 \leq 5x$	c. $x \leq 4$
4. $3x \leq -12$	d. $-4 \leq x$

Associer ces inégalités et justifier la réponse.

exercices

Transformation d'inégalités

41 1. Classer les nombres suivants dans l'ordre croissant :

$$\frac{-4}{5}; \quad \frac{-3}{4}; \quad \frac{-7}{10}.$$

2. Soit un nombre x strictement positif. Déduire de la question 1 le rangement dans l'ordre croissant des nombres suivants et justifier la réponse :

$$\frac{-4x}{5}; \quad \frac{-3x}{4}; \quad \frac{-7x}{10}.$$

42 Soit un nombre y strictement positif. Ranger dans l'ordre croissant les nombres suivants et justifier la réponse :
 y ; $0,5y$; $2y$.

43 Recopier et compléter le tableau suivant :

Inégalité	Action	Conclusion
$x + 3 < -2$	Je soustrais 3 à chacun des membres : $x + 3 - 3 < -2 - 3$.	x
$\frac{x}{4} < 7$		$x < \dots\dots\dots$
$x \leq 5$	J'ajoute 1 à chacun des membres :	$x + 1$
.....	Je soustrais 5 à chacun des membres :	$x - 5 \geq 3$



Calcul mental

44 1. Trouver tous les nombres a qui s'écrivent avec deux chiffres après la virgule et qui vérifient l'inégalité $-2,3 \leq a < -2,25$.

2. Reprendre la question 1 avec l'inégalité :
 $3 < a \leq 3,02$.

45 1. Comparer les nombres suivants :

a. $\frac{3}{5}$ et 1; b. 1 et $\frac{5}{3}$; c. $\frac{3}{5}$ et $\frac{5}{3}$.

2. Donner sans faire de calculs le signe de $\frac{3}{5} - \frac{5}{3}$.

3. Donner sans faire de calculs le signe des nombres suivants :

a. $\frac{10}{9} - \frac{9}{10}$; b. $\frac{5}{7} - \frac{9}{8}$; c. $1,5 - \frac{4}{5}$.

46 Dans chacun des cas suivants, trouver trois nombres vérifiant l'inégalité proposée :

a. $x - 4 < 3$; b. $1 \geq 1 - x$; c. $3x < 9$;

d. $\frac{x}{6} \geq 2$; e. $4 - 3x \leq 0$; f. $-\frac{x}{5} + 2 \leq 0$;

g. $x + 5 > 7 - x$; h. $x < 2x$;

i. $x < -x$; j. $2x < -x$.

47 On donne le tableau ci-contre.

Indiquer l'inégalité obtenue après avoir effectué l'opération marquée dans la colonne de droite dans chaque membre de l'inégalité de la colonne de gauche.

Inégalité	Opération
$x + 2 > 3$	On soustrait 5.
$-2 + 2x \leq 5$	On ajoute 3.
$4x > -8$	On divise par 4.
$\frac{x}{3} \geq 4$	On multiplie par 3.
$x + 5 \leq 3x$	On soustrait x .
$-2x + 4 < 2x$	On ajoute $2x$.
$2x + 3 > -x + 5$	On ajoute x puis on soustrait 3.
$\frac{x+4}{5} \leq 2$	On multiplie par 5 puis on soustrait 4.

exercices

48 On donne $y \leq 1,5$.

Déduire de cette donnée l'inégalité vérifiée par chacun des nombres suivants et justifier la réponse en citant les propriétés du cours utilisées :

- a. $2y + 5$; b. $4y - 6$;
c. $4(y - 1,5)$; d. $\frac{4y}{3} - 5$.

Pour les exercices 49 à 51, isoler x dans chacun des cas.

49 a. $5x + 6 \leq -14$; b. $7x \geq -2x - 18$;
c. $4x + 2 \leq 5x$; d. $-3x > 5 + 2x$.

50 a. $3x < -6$; b. $10 \geq 5x$;
c. $5x \leq \frac{-2}{5}$; d. $2x > -4$.

51 a. $7 < 3,5x$; b. $\frac{x}{2} \leq \frac{5}{6}$;
c. $\frac{-5}{3} \geq \frac{2x}{5}$; d. $\frac{x}{6} > 1$.

Approximations

52 1. Déterminer la troncature puis l'arrondi :

- a. au centième de 5,683 ;
b. au dixième de 2,458 ;
c. au centième de 0,125.

2. En s'aidant de la calculatrice, déterminer la troncature et l'arrondi au centième de :

- a. $\sqrt{7}$; b. $\frac{17}{9}$; c. $\frac{23}{6}$.

► Voir *Connaître les outils 2*, p. 108.

53 Paul et Kim ont reçu chacun une calculatrice en cadeau publicitaire. Lorsqu'on tape $5 \div 3$ sur la

calculatrice de Paul, elle affiche

1.66667

alors que celle de Kim affiche

1.66666

1. a. Laquelle des deux calculatrices arrondit ?
b. Laquelle donne une troncature ?
2. Écrire l'affichage de chacune des calculatrices si on tape $1 \div 3$.

54 Sur la droite graduée ci-dessous, Nathalie a repassé en rouge la partie dans laquelle peut se trouver le point M d'abscisse x .



Parmi les encadrements suivants, choisir celui qui traduit le mieux le graphique précédent :

- a. $-2,5 \leq x \leq 0$; b. $-2 \leq x \leq 0$;
c. $-1 \leq x \leq 1$.

55 La troncature au dixième d'un nombre x est 2,7.

1. Parmi les propositions suivantes, choisir la ou les valeur(s) que pourrait prendre x :

- a. 2,689 ; b. 2,718 ; c. 2,8.

2. Reproduire la droite graduée ci-dessous et colorier en vert la partie où peut se trouver x .



3. Parmi les encadrements suivants, choisir celui qui traduit le mieux le graphique précédent :

- a. $2,7 < x < 2,8$; b. $2,6 \leq x < 2,7$;
c. $2,7 \leq x < 2,8$.

► Voir *Connaître les outils 1*, p. 108.

56 1. La troncature au dixième du nombre a est 3,2. En déduire un encadrement au dixième de a .

2. La troncature au centième du nombre b est 5,32. En déduire un encadrement au centième de b .

3. La troncature au centième du nombre c est 4,50. En déduire un encadrement au centième de c .

57 L'arrondi au dixième du nombre x est 1,2.

1. Parmi les propositions suivantes, choisir la ou les valeur(s) que pourrait prendre x :

- a. 1,165 ; b. 1,268 ; c. 1,245 8.

2. Reproduire la droite graduée ci-dessous et colorier en rouge la partie où peut se trouver x .



3. Parmi les encadrements suivants, choisir celui qui traduit le mieux le graphique précédent :

- a. $1,20 \leq x < 1,30$; b. $1,15 \leq x < 1,25$;
c. $1,20 \leq x < 1,25$.

► Voir *Connaître les outils 3*, p. 108.

58 1. L'arrondi au dixième du nombre y est 2,7. En déduire un encadrement le plus précis possible de y .

2. Reprendre la question 1 pour le nombre z dont l'arrondi au centième est 1,87.

exercices

59 Écrire un encadrement du nombre x aussi précis que possible dans chacun des cas suivants :

- a. la troncature au dixième de x est 7,4 ;
- b. la troncature au centième de x est 2,78.

60 Un nombre x a pour arrondi au centième 2,23 et pour troncature au centième 2,23.

Donner trois valeurs qui conviennent pour x puis un encadrement de x aussi précis que possible.

61 1. On donne l'encadrement $1,35 \leq a < 1,36$.

- a. Donner la troncature au dixième de a .
- b. Donner l'arrondi au dixième de a .

2. L'encadrement $2,45 \leq a < 2,55$ permet-il de déterminer la troncature au dixième de a ? et l'arrondi au dixième de a ?

En situation

62 Anne a acheté 4,5 kg de pommes. Elle ne se souvient plus du prix au kg mais elle sait qu'elle n'a pas payé plus de 4,95 €. On appelle p le prix d'un kg de pommes.

- 1. a. Écrire le prix total des pommes en fonction de p .
- b. Déterminer une inégalité vérifiée par $4,5p$ puis en déduire une inégalité vérifiée par p .
- c. Quel est le prix maximal du kg de pommes ?

2. Louis désire acheter 2,5 kg de ces mêmes pommes. Quel sera le montant maximal de sa dépense ?

63 Soit un carré de côté x . Le périmètre de ce carré est supérieur ou égal à 28,2 cm.

- 1. Exprimer le périmètre du carré en fonction de x .
- 2. a. Écrire une inégalité vérifiée par $4x$ puis en déduire une inégalité vérifiée par x .
- b. Quelle est la valeur minimale de x (c'est-à-dire la plus petite valeur que peut prendre x) ?
- 3. On sait de plus que le périmètre du carré est inférieur ou égal à 34,4 cm.
- a. Écrire une deuxième inégalité vérifiée par $4x$ puis en déduire une inégalité vérifiée par x .
- b. Quelle est la valeur maximale de x (c'est-à-dire la plus grande valeur que peut prendre x) ?
- 4. Déduire des questions précédentes un encadrement de x .

64 Une course a une longueur de 155 yards et un yard vaut 0,914 m.

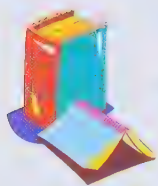
- 1. Donner la troncature au mètre de la longueur de cette course.
- 2. Donner l'arrondi au mètre de la longueur de cette course.
- 3. Une équipe de relais est composée de 10 coureurs qui parcourent chacun 155 yards.
- a. En utilisant le résultat de la question 1 puis celui de la question 2, donner deux estimations de la distance (en mètres) parcourue par cette équipe.
- b. De ces deux estimations, quelle est celle qui est la plus proche de la distance exacte ? Expliquer.

Qui a raison ?



exercices

maîtriser



Lire et comprendre

Pour les exercices 65 à 69, on pourra s'aider d'une droite graduée.

65 On donne un nombre a tel que $a < 5$.
Est-on sûr que les affirmations suivantes sont vraies ?

- a. $a < 4$; b. $a > 0$;
c. $a \leq 5$; d. $a \leq 6$.

66 On donne un nombre b tel que $b \leq -2$.
Est-on sûr que les affirmations suivantes sont vraies ?

- a. $b < 2$; b. $b = 2$;
c. $b < 0$; d. $b > 0$.

67 Dire si chacune des affirmations suivantes est vraie :

- a. Si $x \leq y$ et $y \leq 2$, alors $x \leq 2$.
b. Si $3 < x$ et $x < y$, alors $3 < y$.
c. Si $x < 4$ et $y < 4$, alors $x < y$.
d. Si $x \leq y$ et $x \leq 3$, alors $y \geq 3$.

68 On donne un nombre a tel que $2 < a < 5$.
Est-on sûr que les affirmations suivantes sont vraies ?

- a. $0 < a < 6$; b. $3 < a < 4$;
c. $2 \leq a \leq 5$; d. $2,1 \leq a \leq 4,9$;
e. $2 \leq a < 5$.

69 On donne un nombre b tel que $4 \leq b \leq 7$.
Est-on sûr que les affirmations suivantes sont vraies ?

- a. $4 < b < 7$; b. $3 < b < 8$;
c. $3,9 < b < 7,1$; d. $b = 5$.

70 1. Sébastien court moins vite que Grégory et Émilie court plus vite que Grégory. Classer ces trois enfants du plus rapide au moins rapide.

2. Samir est moins grand que Magali et Magali est plus grande que Thibaut. Quel est le plus grand des trois ? Peut-on dire quel est le plus petit ?

Arrondi et troncature

Les exercices 71 et 72 peuvent être réalisés à l'aide d'un tableur. Les tableaux de ces exercices seront obtenus en utilisant les fonctions *arrondi* et *tronque* du tableur.

71 Le tableau suivant a été obtenu à l'aide d'un tableur :

	A	B	C
1	3,68	3,7	3,6
2	2,12	2,1	2,1
3	4,18	4,2	4,1
4	3,55	3,6	3,5
5	3,98		
6	4,72		
7	4,97		

1. Quelle approximation (troncature ou arrondi) permet de déduire :

- a. la colonne B de la colonne A ?
b. la colonne C de la colonne A ?

2. Recopier et compléter les cellules vides du tableau.

72 Le tableau suivant a été obtenu à l'aide d'un tableur :

	A	B	C	D	E
1	11/12	0,91	0,92	0,9	0,9
2	4/7	0,57	0,57	0,5	0,6
3	5/16	0,31	0,31	0,3	0,3
4	1 1/8				
5	1 1/6				
6	1/2				
7	1 7/8				

1. Quelle approximation (troncature ou arrondi) permet de déduire :

- a. la colonne B de la colonne A ?
b. la colonne C de la colonne A ?
c. la colonne D de la colonne A ?
d. la colonne E de la colonne A ?

2. Recopier et compléter les cellules vides du tableau.

exercices

73 On donne un nombre x dont l'arrondi au centième est 4,44.

1. Encadrer x au mieux (on pourra s'aider d'un schéma).
2. Donner la troncature au dixième de x .
3. Donner l'arrondi au dixième de x .
4. Zoé prétend qu'on n'aurait pas pu répondre à la question 2 si l'arrondi au centième de x avait été 4,40.
 - a. Zoé a-t-elle raison ? Illustrer la réponse à l'aide de deux exemples.
 - b. Aurait-on pu répondre à la question 3 ? Justifier la réponse.

74 On donne $a = \frac{2}{7}$.

1. Quelle est la troncature au centième de a ?
2. a. Quelle est la troncature au centième de $2a$?
b. Le résultat trouvé est-il le double du précédent ?
3. Reprendre les questions 1 et 2 pour les arrondis au centième.
4. Reprendre les questions 1 à 3 pour $a = \frac{4}{3}$.

Vrai ou faux ?

75 Thomas décide de s'aider d'un tableur pour tester si certains nombres vérifient l'inégalité :

$$a + 3 > \frac{-a + 1}{2}$$

Pour cela, il a tapé « =A1+3>(-A1+1)/2 » dans la cellule B1 puis il a étendu la formule vers le bas. Voici l'écran qu'il a obtenu.

Fichier Edition Affichage Insertion Format Outils			
	B1	=	=A1+3>(-A1+1)/2
	A	B	C
1	1	VRAI	
2	-2		
3	-4		
4	5		
5	6		
6	2,5		
7	3,1		

On lit « VRAI » dans la cellule B1, ce qui signifie que l'inégalité $a + 3 > \frac{-a + 1}{2}$ est vraie pour la valeur de a contenue dans la cellule A1. Dans le cas contraire, on aurait pu lire « FAUX ».

Thomas étend la formule vers le bas dans les cases B2 à B7.

Que lui indique l'ordinateur dans ces six cellules ?

Problèmes

76 Hassan, Jordan... et leurs bagages

Dans tout l'exercice, les masses sont exprimées en kg. Le sac à dos d'Hassan a une masse x supérieure à 20 et la valise de Jordan a pour masse y .



Dessin 1

Dessin 2

1. Quelle inégalité traduit le dessin 1 ?
2. Prouver que $20 + y < x + y$.
3. Quelle inégalité traduit le dessin 2 ?
4. Dédurre de ce qui précède que $20 + y < 30$.
5. Prouver alors que la valise de Jordan pèse moins de 10 kg.

77 Sur la Lune

Le poids p en newtons d'un astronaute, lorsqu'il est sur la Terre, vérifie $740 < p < 750$.

On sait que sur la Lune, le poids apparent est le sixième de celui mesuré sur la Terre. On appelle p' le poids apparent de l'astronaute sur la Lune. Encadrer p' .

78 Des prunes !

On note m la masse totale en kg d'un récipient plein de prunes. Suzy le pèse et l'aiguille s'arrête entre 8 et 8,1 kg.

1. Écrire un encadrement de m .
2. Le récipient vide pèse 0,7 kg.
 - a. Écrire la masse des prunes seules en fonction de m .
 - b. Encadrer la masse m' des prunes seules.
3. Pour faire de la confiture, Suzy ajoute en sucre les $\frac{2}{5}$ de la masse des prunes seules. Encadrer la masse m'' du sucre ajouté.

79 Sur le champ !

Un champ rectangulaire a une largeur de 120 m. Son aire est comprise entre 16 800 m² et 17 160 m².

1. Encadrer sa longueur.
2. Encadrer son périmètre.

devoirs à la maison

80 On donne deux nombres a et b strictement positifs qui vérifient $2 \leq a$ et $b \leq 3$.

1. Comparer $2b$ et ab .
2. Comparer ab et $3a$.
3. En déduire une comparaison de $2b$ et $3a$.

Justifier les réponses aux questions 1 à 3 en citant la règle du cours utilisée.

81 1. Ranger dans l'ordre croissant les nombres suivants :

$$\frac{22}{7}; \frac{333}{106}; \frac{355}{113}; \frac{331\,102}{103\,993}; \pi.$$

2. Les Anciens, qui ne connaissaient pas encore les nombres décimaux, utilisaient les fractions comme approximations de π .

Parmi les fractions données à la question 1, quelle est la meilleure approximation de π ?

Remarque : l'approximation de π par $\frac{22}{7}$ est attribuée

à Archimède et celle par $\frac{355}{113}$ à Métius (mathématicien hollandais, 1571-1635).

82 Un nombre et son carré

1. On constate

Stéphane prétend que x^2 est toujours supérieur à x , tandis que Magali affirme que cela dépend de x .

En prenant $x = 1,5$ puis $x = 0,5$, indiquer qui a raison.

2. On démontre

a. Soit x un nombre tel que $0 < x < 1$.
Démontrer que $x^2 < x$.

b. Soit x un nombre tel que $1 < x$.
Démontrer que $x < x^2$.

c. Comparer x et x^2 lorsque $x = 1$.

83 Chaque inégalité de la colonne de gauche a été transformée pour obtenir une inégalité de la colonne de droite :

1. $0 < 2x - 4$

a. $x \leq 2$

2. $\frac{x}{4} \geq 0,75$

b. $x < 1$

3. $4x < 2x + 2$

c. $3 \leq x$

4. $3x - 2 \leq 4$

d. $2 < x$

Associer ces inégalités et justifier la réponse en détaillant les transformations.

84 Soit ABC un triangle équilatéral de côté 4 cm, [AH] une de ses hauteurs et $\mathcal{A}$ son aire en cm^2 .

1. Calculer la troncature au centième de cm de la hauteur AH.
2. En déduire un encadrement au centième de AH.
3. Déduire de la question 2 un encadrement de l'aire du triangle ABC.

85 Le 1^{er} janvier 2002, la France a changé de monnaie en abandonnant le franc (F) pour l'euro (€). Le taux de conversion est le suivant :
 $1 \text{ €} = 6,559\,57 \text{ F}$.

Dans la pratique, pour convertir une somme, on utilise la règle selon laquelle on applique le taux de conversion (avec 5 chiffres après la virgule) et on arrondit le résultat au centième.

1. On a donné à Martine un convertisseur euros-francs dont voici un extrait :

Euros	1	10	30	100
Francs	6,56	65,60	196,79	655,96

a. Montrer que ce tableau n'est pas un tableau de proportionnalité.

b. Pour quelle raison le fabricant du convertisseur n'a-t-il pas pu respecter exactement la proportionnalité des prix en francs et des prix en euros ?

2. Fin décembre 2001, un industriel commande 25 000 composants électroniques vendus 4,50 F pièce. Calculer de deux façons différentes le montant en euros de la facture :

a. En donnant le prix en francs des 25 000 composants puis en convertissant le résultat obtenu selon la règle de conversion décrite ci-dessus.

b. En donnant le prix en euros d'un composant selon la même règle de conversion puis en exprimant le montant total de la commande en euros.

86 Trouver le bon ordre !

Le coffre-fort de l'oncle Louis est sécurisé par un code composé de sept lettres.

1. Trouver le code sachant que :

- a. Le « i » est au milieu ;
- b. le « e » n'a qu'un voisin ;
- c. le « u » est à côté du « e » ;
- d. Le « a » est complètement à droite ;
- e. Le « i » se trouve entre le « r » et le « q » ;
- f. Le « f » est coincé entre le « a » et le « r ».

2. Quel nom propre donne ce code écrit à l'envers ?

Vive les maths !

Récréation avec des fractions

Aurélien, toujours en quête de nouvelles occupations, décide de représenter des nombres en écriture fractionnaire sur du papier quadrillé.

Pour placer le nombre $\frac{3}{4}$, il trace la demi-droite d'origine O passant par le point de coordonnées (4 ; 3) comme le montre le graphique ci-contre.

1. Les nombres $\frac{3}{4}$ et $\frac{6}{8}$ sont égaux.

Comment cela se traduit-il sur le graphique ?

2. À la manière d'Aurélien, représenter sur un même graphique :

a. des nombres entiers positifs non nuls ;

b. les inverses de ces nombres.

3. De la même façon, placer les nombres $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{4}{4}$ et $\frac{5}{4}$.

Étudier la position des demi-droites qui les représentent.

Comment peut-on visualiser la propriété :

$$\frac{1}{4} < \frac{2}{4} < \frac{3}{4} < \frac{4}{4} < \frac{5}{4} ?$$

Pour les questions 4 à 6, on admet qu'on peut comparer les nombres en écriture fractionnaire à partir de leurs représentations graphiques.

4. Quelle inégalité le graphique ci-contre permet-il d'écrire ?

5. Comparer à l'aide d'un graphique les nombres $\frac{8}{11}$ et $\frac{7}{9}$.

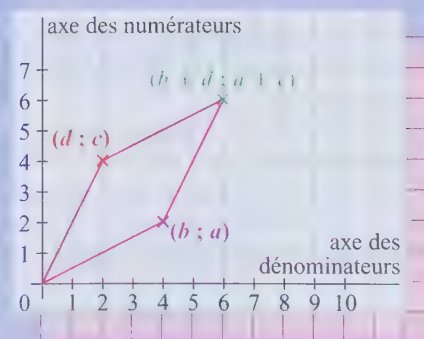
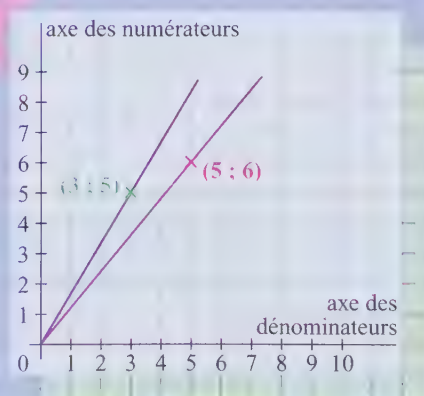
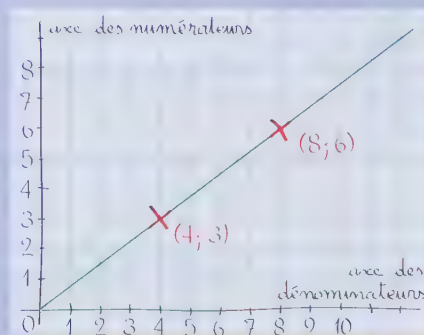
6. Défi

a. On donne l'inégalité $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$ et le graphique ci-contre.

Classer par ordre croissant $\frac{a+c}{b+d}$, $\frac{c}{d}$, $\frac{a}{b}$.

b. Que devient la représentation ci-contre lorsque $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$?

Que peut-on alors dire de $\frac{a+c}{b+d}$?



ACTIVITÉS

1 Reconnaître la proportionnalité

A. Des ouvriers ont prélevé des morceaux de câble électrique dans un gros rouleau et ils les ont pesés. Voici ce qu'ils ont obtenu.

Longueur en m	2	4	6	8
Masse en kg	5	10	15	20

1. En recherchant un coefficient de proportionnalité, reconnaître si la masse de ces morceaux de câble est proportionnelle à leur longueur.

2. a. En utilisant le fait que $14 = 2 \times 7$, comment déduire de la 1^{re} colonne du tableau la masse prévisible d'un morceau de câble de 14 m ?

b. En utilisant le fait que $14 = 6 + 8$, vérifier le résultat précédent.

c. En utilisant le coefficient de proportionnalité trouvé à la question **1**, vérifier à nouveau le résultat de la question **a**.

B. Denis a relevé la consommation du moteur de sa voiture lors de trois voyages qu'il a effectués. Voici ce qu'il a obtenu.

Distance parcourue en km	150	300	450
Consommation en L	9	19	30

La consommation est-elle proportionnelle à la distance parcourue ? (Donner si possible plusieurs justifications de la réponse.)

2 Représentation graphique et proportionnalité

A. Dans ce magasin, le prix des pommes est proportionnel à la masse achetée.

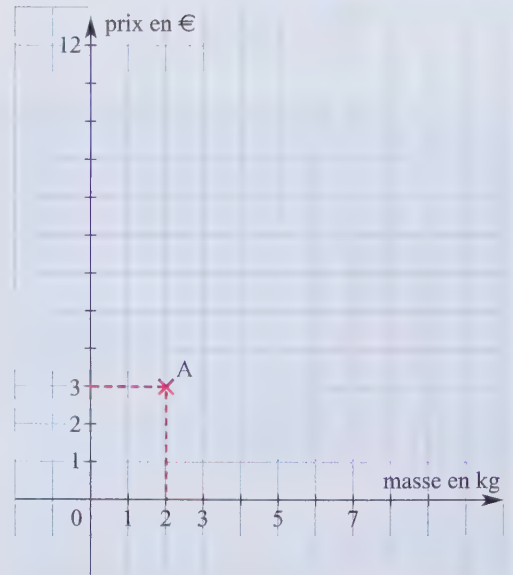
1. Recopier et compléter le tableau suivant :

Masse en kg	2	3	5	7	
Prix en €	3				12

2. Ludovic a commencé ci-contre à représenter graphiquement le contenu du tableau. Il a construit en rouge le point A qui correspond à l'achat de 2 kg de pommes pour 3 euros.

a. Reproduire la figure sur du papier quadrillé, ou millimétré, et placer les quatre autres points correspondant aux autres valeurs contenues dans le tableau.

b. Que peut-on dire des cinq points obtenus ?



B. Le gérant du magasin décide de modifier ses tarifs pour inciter ses clients à acheter de plus grandes quantités de pommes.

Voici les nouveaux tarifs.

Masse en kg	2	3	5	7	8
Prix en €	3	4	6	8	9

1. Le prix est-il encore proportionnel à la masse ?

2. Construire un graphique comme à la question A2a.

3. La propriété d'alignement constatée à la réponse de la question A2b est-elle encore vraie ici ?

3 Vitesse moyenne

1. Sophie a effectué dans sa voiture, et d'un mouvement uniforme (c'est-à-dire à allure régulière), un déplacement de 150 km entre 14 h et 16 h.

Durant ce voyage, quelle distance a-t-elle parcourue pendant chaque heure ?

2. a. Gaël a parcouru 210 km en 3 heures.

Si son mouvement a été uniforme, quelle distance a-t-il parcourue par heure ?

b. Damien affirme que, durant ce voyage, la voiture de Gaël a roulé à la vitesse moyenne de 70 km/h ou $70 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ (on lit : 70 km par heure).

Cela correspond-il à la réponse de la question 2a ?

3. Roland a parcouru en avion 1 000 km en 4 heures.

Quelle a été la vitesse moyenne de l'avion ?

4. Lors d'un voyage, on note d la distance parcourue en kilomètres, t la durée du voyage en heures et v la vitesse moyenne en km/h.

Comment peut-on trouver v quand on connaît d et t ?

4 Indice

a • Notion d'indice

Paul est producteur de lait et il le livre dans une coopérative à l'aide de son véhicule muni d'une citerne.

Le 1^{er} février, Paul a ainsi livré le contenu de sa citerne pleine et il a reçu en échange 127,50 euros.

Le 1^{er} mars, le cours du lait avait changé et après livraison de la même quantité de lait, Paul n'a reçu que 124,95 euros.

Le 1^{er} mai, le cours avait remonté et à l'issue de la même opération, Paul a reçu 132,60 euros.

1. Recopier et compléter le tableau de proportionnalité suivant :

1 ^{er} février	1 ^{er} mars	1 ^{er} mai
127,50	124,95	132,60
100		

2. a. Quel pourcentage de la somme reçue le 1^{er} février par Paul représente celle reçue le 1^{er} mars ?

b. Quel pourcentage de la somme reçue le 1^{er} février par Paul représente celle reçue le 1^{er} mai ?

La dernière ligne du tableau représente les indices en prenant la recette du 1^{er} février pour base 100.

b • Évolution de l'indice

Le tableau de proportionnalité ci-dessous indique le prix d'un timbre-poste (affranchissement d'une lettre au tarif normal) de 1971 à 1997.

1. Recopier et compléter le tableau (arrondir l'indice à l'unité).

2. Lorsqu'on trouve dans ce tableau un indice supérieur à 100, que peut-on en conclure pour le prix du timbre par rapport à l'année 1980 choisie pour base 100 ?

3. Reprendre la question 2 pour un indice inférieur à 100.

4. Lorsque l'indice du prix du timbre a doublé, que peut-on dire du prix du timbre ?

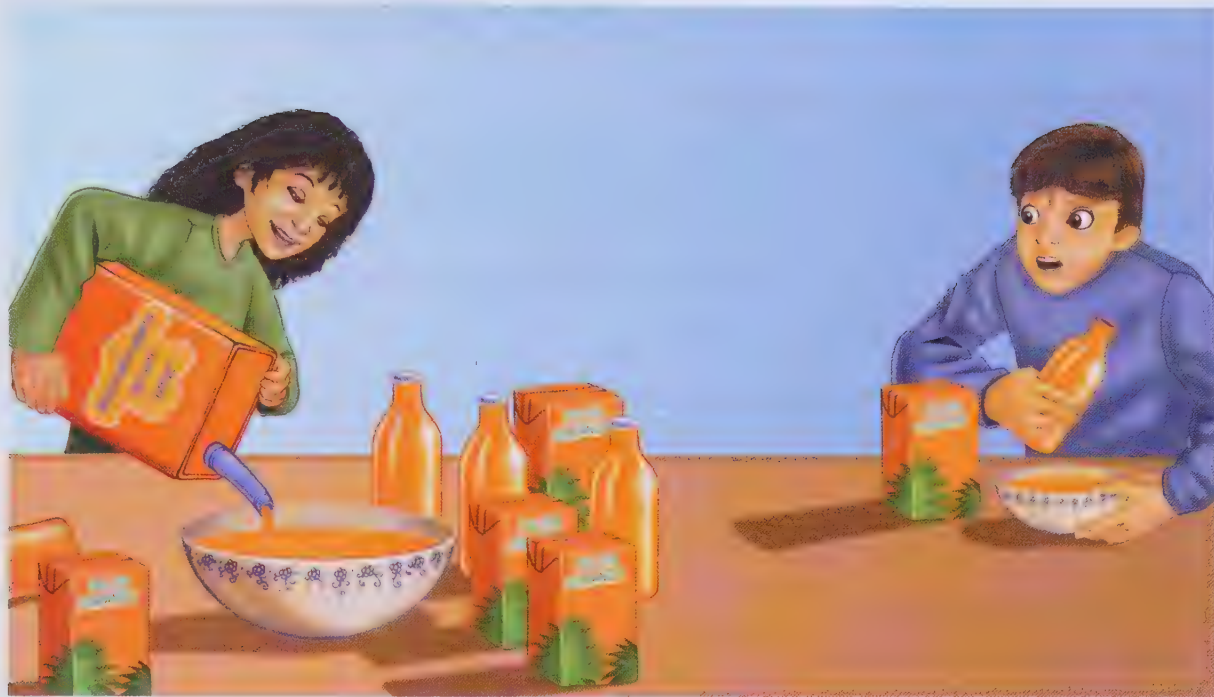
Donner un exemple à l'aide du tableau.

5. Lorsque le prix du timbre est divisé par 6, que peut-on dire de l'indice du prix du timbre ?

Donner un exemple à l'aide du tableau.

	Prix du timbre en F	Indice (base 100 en 1980)
1971	0,50	
1974	0,80	
1978	1,20	
1980	1,40	100
1982	1,80	
1984	2,10	
1990	2,30	
1993	2,80	
1997	3,	

5 Pourcentages



Pour faire des essais de cocktails, des amis mélangent du jus d'orange et du jus de pamplemousse, sans autre additif.

1. Fatima a ainsi obtenu un échantillon de 75 cL d'un cocktail qui contient 20 % de jus de pamplemousse.

Combien de centilitres de jus de pamplemousse entrent dans la composition du cocktail de Fatima ?

2. Mickaël a mélangé 50 cL de jus d'orange et 30 cL de jus de pamplemousse. Quel pourcentage du cocktail de Mickaël représente le jus d'orange ?

3. Karine a préparé 60 cL de cocktail contenant 50 % de jus de pamplemousse. Celui de Denis, d'un volume total de 200 cL, contient 20 % de jus de pamplemousse.

Karine et Denis décident de mélanger les deux cocktails qu'ils ont réalisés, espérant ainsi améliorer la saveur de leurs productions.

Denis prétend que, puisque la moyenne de 50 et 20 est 35, le nouveau mélange obtenu contient 35 % de jus de pamplemousse. Karine, qui a calculé les volumes des différents jus utilisés, affirme que Denis a tort.

Qui a raison ? Justifier la réponse.

retenir le cours

1 Proportionnalité et représentation graphique

PROPRIÉTÉ

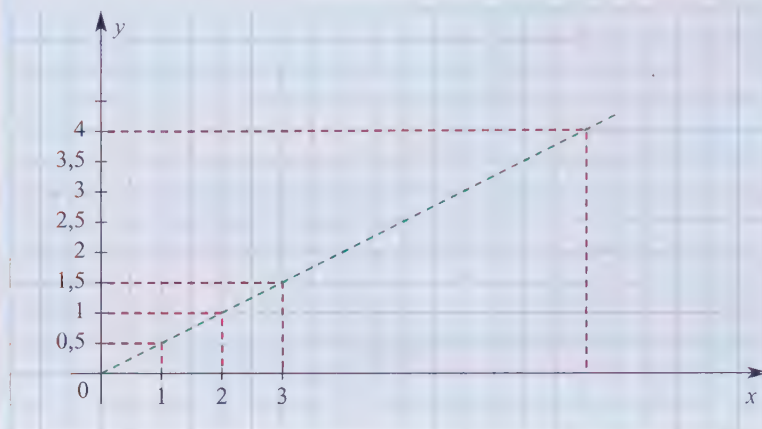
Deux suites de nombres **proportionnelles** sont représentées par des points **alignés avec l'origine** du repère.

EXEMPLE

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8
y	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4

$\times 0,5$

0,5 est un **coefficient de proportionnalité**.



REMARQUE

Si les points sont alignés avec l'origine, on est sûr que leurs abscisses et leurs ordonnées sont proportionnelles.

2 Vitesse moyenne

DÉFINITION

Lors d'un déplacement, la **vitesse moyenne** est donnée par le calcul :

$$V = \frac{d}{t}$$

distance parcourue

temps (ou durée du déplacement)

PROPRIÉTÉ

On déduit de la définition les deux formules :

$$d = V \times t \text{ et } t = \frac{d}{V}$$

CORRESPONDANCES D'UNITÉS USUELLES

vitesse en kilomètres par heure (km/h ou $\text{km} \cdot \text{h}^{-1}$)

$$V = \frac{d}{t}$$

distance en kilomètres (km)

temps en heures (h)

et

vitesse en mètres par seconde (m/s ou $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$)

$$V = \frac{d}{t}$$

distance en mètres (m)

temps en secondes (s)

REMARQUE

Si la vitesse V est exprimée en km/h (ou $\text{km} \cdot \text{h}^{-1}$), elle désigne le nombre moyen de kilomètres parcourus en une heure.

3 Autres exemples de grandeurs quotients

a • Débit

« Le débit de ce robinet est 15 L/min » signifie :

$$\frac{\text{volume écoulé en L}}{\text{durée en min}} = 15.$$

Autrement dit : « En une minute, il s'écoule 15 litres. »

b • Consommation

« Ce véhicule consomme 8 litres de carburant aux 100 km » signifie :

$$\frac{\text{volume consommé en L}}{\text{nombre de centaines de km}} = 8.$$

Autrement dit : « Pour une centaine de kilomètres, il consomme 8 litres. »

c • Concentration

« La concentration en sucre de cette solution est 5 g/L » signifie :

$$\frac{\text{masse en g de sucre}}{\text{volume de solution en L}} = 5.$$

Autrement dit : « Un litre de solution contient 5 grammes de sucre. »

4 Indice

EXEMPLE

Le tableau ci-dessous donne les résultats approximatifs des recensements de 1982, 1990 et 1999 dans la région Languedoc-Roussillon.

	1982	1990	1999
Population en milliers d'habitants	1 925	2 115	2 284

$$\frac{1\,925}{2\,115} \approx 0,91 \text{ donc la population de 1982 représente environ 91 \% de celle de 1990.}$$

$$\frac{2\,284}{2\,115} \approx 1,08 \text{ donc la population de 1999 représente environ 108 \% de celle de 1990.}$$

On peut compléter le tableau par les indices de population en prenant **100 en 1990** comme référence.

	1982	1990	1999
Population en milliers d'habitants	1 925	2 115	2 284
Indice	91	100	108

Les résultats du tableau sont obtenus par proportionnalité, puis arrondis.

L'**indice** permet de visualiser plus facilement l'évolution d'un phénomène. Dans l'exemple précédent, on étudie l'évolution de la population d'une région entre 1982 et 1999.

connaître les outils

1 Calculer une quatrième proportionnelle

Exemple Dans une boucherie, un rôti de bœuf de 1,1 kg coûte 16,39 €. Combien coûte un rôti de 1,4 kg ? (Les prix sont proportionnels aux masses.)

PREMIÈRE MÉTHODE : retour à l'unité

1,1 kg coûte 16,39 €.

1 kg coûte $\frac{16,39}{1,1}$ €.

1,4 kg coûte $\frac{16,39}{1,1} \times 1,4$ €.

Le rôti de bœuf de 1,4 kg coûte 20,86 €.

DEUXIÈME MÉTHODE : tableau de proportionnalité

Nous sommes dans une situation de proportionnalité, donc on peut raisonner à l'aide d'un tableau du type suivant :

Prix en €	16,39	x
Masse en kg	1,1	1,4

On a alors $1,1 \times x = 16,39 \times 1,4$.

Donc $x = \frac{16,39 \times 1,4}{1,1} = 20,86$.

Les produits « en croix » sont égaux.

Le rôti de bœuf de 1,4 kg coûte 20,86 €.

► Voir exercice n° 14, p. 131.

2 Interpréter un indice

Exemple Voici un tableau indiquant l'évolution du prix moyen d'un ordinateur dans un magasin (on a choisi pour cela l'indice base 100 au 1^{er} janvier). Sachant que cet ordinateur valait 1 290 € au 1^{er} janvier, calculer son prix au 1^{er} février et au 1^{er} mars.

	Indice
1 ^{er} janvier	100
1 ^{er} février	95
1 ^{er} mars	104

1^{re} étape ►

On dresse un tableau de proportionnalité faisant apparaître les données.

	Prix en €	Indice
1 ^{er} janvier	1 290	100
1 ^{er} février		95
1 ^{er} mars		104



2^e étape ►

On repère, à l'aide des indices, les coefficients de proportionnalité.

Le prix au 1^{er} février est égal à 95 % du prix au 1^{er} janvier.

Le premier coefficient est $\frac{95}{100}$.

Le prix au 1^{er} mars est égal à 104 % du prix au 1^{er} janvier.

Le deuxième coefficient est $\frac{104}{100}$.

3^e étape ►

On calcule les prix cherchés à l'aide des coefficients trouvés.

$1\,290 \times \frac{95}{100} = 1\,225,5$. Donc le 1^{er} février, cet ordinateur vaut 1 225,50 €.

$1\,290 \times \frac{104}{100} = 1\,341,6$. Donc le 1^{er} mars, cet ordinateur vaut 1 341,60 €.

► Voir exercice n° 58, p. 135.

3 Calculer une vitesse moyenne

Exemple Calculer la vitesse moyenne en km/h d'un piéton qui parcourt 5 300 m en 47 minutes (arrondir au dixième).

1^{re} étape ►

On convertit la distance en kilomètres et le temps (ou la durée) en heures.

5 300 m = 5,3 km.

Il y a 60 minutes dans une heure, donc 47 minutes = $\frac{47}{60}$ heure.

2^e étape ►

On utilise la formule du cours $V = \frac{d}{t}$.

Ici, $d = 5,3$ km et $t = \frac{47}{60}$ heure.

On effectue le calcul $V = \frac{5,3}{\frac{47}{60}}$, éventuellement à l'aide de la séquence de calculatrice

suivante (attention à ne pas oublier les parenthèses !):

5 . 3 ÷ (47 ÷ 60) = .

On obtient alors $V \approx 6,8$ km/h.

► Voir exercice n° 19, p. 131.

choisir les outils

Exercice 1 *Obtenir un pourcentage après réunion de deux groupes*

Dans cette classe de 3^e, il y a 20 filles et 10 garçons.

60 % des filles et 80 % des garçons sont demi-pensionnaires.

Quel pourcentage des élèves de la classe représentent les demi-pensionnaires ?

Solution

Le nombre cherché est donné par le quotient :
$$\frac{\text{nombre total de demi-pensionnaires}}{\text{nombre total d'élèves}}$$

On doit donc déterminer ces deux nombres.

$$\frac{60}{100} \times 20 = 12.$$

Il y a 12 filles demi-pensionnaires dans la classe.

$$\frac{80}{100} \times 10 = 8.$$

Il y a 8 garçons demi-pensionnaires dans la classe.

$$12 + 8 = 20.$$

Il y a 20 demi-pensionnaires parmi les 30 élèves de la classe.

$$\frac{20}{30} \approx 0,67 \text{ et } 0,67 = \frac{67}{100}.$$

Les demi-pensionnaires représentent environ 67 % de la classe.

Commentaires

► Pour calculer 60 % d'une quantité, on multiplie cette quantité par $\frac{60}{100}$.

► Les demi-pensionnaires représentent les $\frac{20}{30}$, c'est-à-dire environ les $\frac{67}{100}$, des élèves de la classe.

Exercice 2 *Retrouver un prix avant augmentation*

Le prix d'un objet a augmenté de 5 %. Son nouveau prix est 126 €.

Calculer son ancien prix.

Solution

Un objet dont le prix était 100 € vaut 105 € après une augmentation de 5 %.

Ancien prix en €	100	x
Nouveau prix en €	105	126

$$\text{On a } 105 \times x = 100 \times 126,$$

$$\text{donc } x = \frac{100 \times 126}{105} = 120.$$

L'ancien prix de l'objet est donc 120 €.

Commentaires

► On peut utiliser un tableau de proportionnalité.

► On peut aussi remarquer que dans ce tableau :

- on « descend » en multipliant par 1,05 ;
- on « remonte » en divisant par 1,05.

Exercice 3 Retrouver une quantité initiale

Les $\frac{5}{7}$ de cette tarte pèsent 450 grammes.

Combien pèse la tarte entière ?

Solution

$\frac{5}{7}$ de la tarte correspondent à 450 g.

$\frac{1}{7}$ de la tarte correspond à $\frac{450}{5}$ g.

$\frac{7}{7}$ de la tarte correspondent à $7 \times \frac{450}{5}$ g.

La tarte pèse 630 grammes.

Commentaires

- ▶ On utilise le principe du retour à l'unité.
(Ici, on « revient » à $\frac{1}{7}$.)
- ▶ On aurait aussi pu résoudre $\frac{5}{7}x = 450$.

Exercice 4 Changer l'unité d'une vitesse moyenne

Une voiture roule à la vitesse de 90 km/h.

Calculer sa vitesse en m/s.

Solution

Première méthode : retour à l'unité

En 1 h, la voiture parcourt 90 km,

donc en 3 600 s, la voiture parcourt 90 km,

donc en 3 600 s, la voiture parcourt 90 000 m,

donc en 1 s, la voiture parcourt $\frac{90\,000}{3\,600}$ m, soit 25 m.

La vitesse de la voiture est donc 25 m/s.

Deuxième méthode : utilisation de la formule

D'après le cours, on sait que $V = \frac{d}{t}$.

Si $t = 1$ h, alors $d = 90$ km,

donc si $t = 3\,600$ s, alors $d = 90\,000$ m.

$\frac{90\,000}{3\,600} = 25$.

La vitesse de la voiture est donc 25 m/s.

Commentaires

- ▶ Rappels : 1 h = 3 600 s et 1 km = 1 000 m.
- ▶ On utilise la formule du cours.
- ▶ On convertit les temps en secondes et les distances en mètres.

exercices

travail autonome

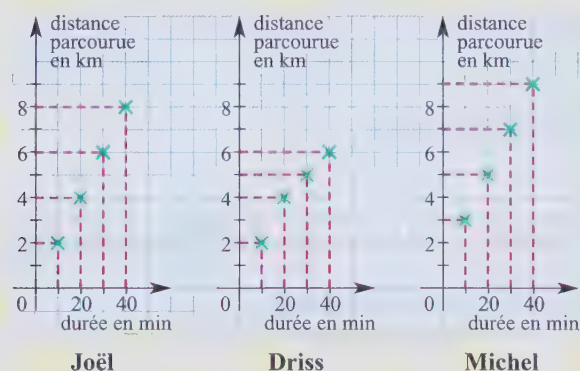
1 Trouver le nombre manquant dans chacun des tableaux de proportionnalité suivants :

a.	152	608	b.	7	<i>b</i>
	19	<i>a</i>		5,6	7,84
c.	45	360	d.	<i>d</i>	4,4
	<i>c</i>	28		12	5,5

2 Recopier les deux tableaux de proportionnalité suivants et les compléter sans utiliser de calculatrice :

a.	60	120	12	
	125			275
b.	3	18		
	7		4,2	46,2

On a relevé toutes les 10 minutes la distance parcourue par trois coureurs à pied lors d'un entraînement qui a duré en tout 40 minutes. On a représenté la situation sur les trois graphiques suivants :



Pour quels coureurs peut-on affirmer que les distances et les durées de course ne sont pas proportionnelles ? Pourquoi ?

4 **1.** Gérard a parcouru 260 km dans son automobile en 4 heures.

Quelle a été sa vitesse moyenne en km/h ?

2. Fabien a effectué un déplacement de 3 heures à la vitesse moyenne de 56 km/h.

Quelle distance a-t-il parcourue ?

3. Sarah a parcouru 750 km en avion à la vitesse moyenne de 250 km/h.

Quelle a été la durée de son voyage ?

5 Une pompe d'arrosage a un débit constant de 120 L/min.

1. On arrose un champ à l'aide de cette pompe pendant 25 minutes. Combien d'eau la pompe a-t-elle fournie ?

2. En combien de temps la pompe remplit-elle une citerne qui peut contenir 900 litres ?

6 La voiture de Marion consomme en moyenne 7,5 L aux 100 km.

1. Combien Marion doit-elle prévoir de carburant pour parcourir 300 km avec sa voiture ?

2. Quelle distance peut-elle parcourir avec 30 litres de carburant ?

7 **1.** La concentration en sucre d'une solution est 6 g/L.

a. Quelle masse de sucre est contenue dans 3 litres de cette solution ?

b. Quel volume de cette solution contient 24 grammes de sucre ?

2. Une autre solution a un volume de 5 litres et contient 32 grammes de sucre.

Calculer sa concentration en sucre.

8 Émilie a payé 3 kg de langoustines 36,90 €.

1. Quel est le prix par kilogramme ?

2. Combien aurait-elle payé pour acheter 2,4 kg de langoustines ?

9 « Il y a 120 spectateurs dans la salle », déclare le caissier de ce cinéma. « Et parmi eux, 40 % ont payé le tarif réduit », ajoute-t-il.

Combien de personnes ont payé le tarif réduit ce jour-là ?

10 Dans ce stade de football, il y a 3 500 supporters des Bleus, 5 500 supporters des Rouges et 3 000 spectateurs neutres.

Quel pourcentage du total des spectateurs représente chacune des trois catégories de personnes qui assistent au match ? (Arrondir à l'unité.)

11 Dans ce troupeau d'éléphants, on peut compter 6 éléphanteaux. « Les éléphanteaux représentent 15 % du troupeau », a calculé ce zoologue.

Combien d'éléphants composent le troupeau ?

s'entraîner

Proportionnalité

12 Un cheveu pousse en moyenne de 2,45 mm par semaine (7 jours).

1. De combien pousse un cheveu en un jour ?
2. De combien pousse un cheveu en un mois de 30 jours ?
3. Alice a décidé de ne plus se faire couper les cheveux.
Combien de jours faut-il pour que ses cheveux poussent de 18 cm ?

13 Guillaume a lu 147 pages de son livre. « Cela représente les sept neuvièmes du total des pages », a-t-il calculé.
Combien de pages possède son livre ?

14 Pour 1,28 €, j'ai acheté 400 g de fraises. Le client qui me précédait à la caisse en a acheté pour 2,24 €.
Quelle masse de fraises a-t-il achetée ?

► Voir *Connaître les outils 1*, p. 126.

15 Sur une carte, 5 cm représentent en réalité 3 km. La distance à vol d'oiseau qui sépare la maison de Mickaël de celle de Najia est égale à 2,4 km.

1. Quelle distance sépare ces deux maisons sur la carte ?
2. Sur la carte, un étang mesure 1,5 cm dans sa plus grande dimension.
Combien mesure-t-il en réalité ?

16 Pendant ses vacances au Japon, Isabelle a acheté un guide touristique 2 100 yens. « Ce guide me revient à 18,9 € », a-t-elle calculé. Elle souhaite rapporter à sa sœur un magnifique kimono dont le prix affiché est 6 300 yens.
Quel est le prix en euros du kimono ?

17 Bill est venu en France pour ses affaires. L'aller-retour en avion lui a coûté 727,18 €, c'est-à-dire 706 \$ le jour de son voyage. Il a réglé le jour même son séjour à l'hôtel qui lui est revenu à 300,76 €.
Quel est le prix en dollars de son séjour à l'hôtel ?

18 Chez le vétérinaire, Fabien a vu un tableau qui concerne l'âge des chiens de races moyennes et grandes. Voici un extrait de ce tableau.

Âge du chien	1	2	4	8	10	15
Âge correspondant chez l'homme	18	27	39	63	75	100

1. S'agit-il d'une situation de proportionnalité ?
2. Le chien de Fabien, Titus, est âgé de 3 ans. Il est de race moyenne.
« Puisqu'un an pour un chien correspond à 18 ans pour un homme, c'est comme si Titus avait 54 ans », prétend le père de Fabien.
Que peut-on en penser ? Justifier la réponse.

Vitesse

19 Un automobiliste a parcouru sur autoroute 540 km en 5 heures. On suppose qu'il a roulé à allure régulière (d'un mouvement uniforme).

1. Quelle est la vitesse moyenne de cet automobiliste en km/h ?
2. Recopier et compléter le tableau suivant sans s'aider de la calculatrice :

Durée du parcours	1 h	3 h	3 h 30 min	
Distance parcourue en km				432

► Voir *Connaître les outils 3*, p. 127.

20 Au départ, à 14 h 30, le compteur de la voiture de Gabrielle marquait 32 825 km. À l'arrivée, le compteur indique 32 975 km. Gabrielle a circulé à la vitesse moyenne de 75 km/h.
À quelle heure est-elle arrivée au terme de son voyage ?

21 Mandy parcourt 2,4 km en 3 minutes avec son scooter.

1. Quelle est sa vitesse moyenne en km/min ?
2. En roulant à la même vitesse moyenne, combien de temps mettra Mandy pour parcourir 9,6 km ?

exercices

Les exercices 22 à 25 sont inspirés du livret de préparation à l'ASSR (attestation scolaire de sécurité routière).

22 Un piéton marche à allure régulière à la vitesse de 4 km/h.

Quelle distance parcourt-il en :

- a. 5 h ? b. 1/2 h ? c. 1/4 h ?
d. 3/4 h ? e. 5 h 45 min ?

23 1. Le TGV met 2 heures pour faire les 512 km séparant Paris de Lyon. Quelle est sa vitesse moyenne ?

2. En 1938, le train mettait environ 5 heures pour effectuer le même trajet. Quelle était sa vitesse moyenne ?

24 Un cycliste a parcouru 50 km à la vitesse moyenne de 25 km/h.

1. Calculer la durée de son trajet.

2. S'il roule d'un mouvement uniforme, quel temps met-il pour parcourir chaque kilomètre durant ce trajet ?

25 Pour le feu d'artifice du 14 Juillet, le tir se fait à 3,4 km de la maison de Vincent. Il a pu admirer instantanément la lueur de la première fusée mais il a attendu 10 secondes avant d'entendre l'explosion.

1. Calculer à quelle vitesse, en m/s, se propage le son dans l'air.

2. Emmanuel observe le spectacle de chez lui, à 2,5 km des tirs. Il aperçoit la première lueur au même moment que Vincent. Au bout de combien de temps entend-il la première explosion ?

26 À 13 h, une distance de 75 m sépare deux escargots. Ils partent alors à la rencontre l'un de l'autre, d'un mouvement uniforme, le gros à la vitesse de 20 m/h et le petit à celle de 5 m/h.



1. Au bout d'une heure, de combien a diminué la distance qui les sépare ?

2. a. À quelle heure se rencontrent-ils ?

b. Quelle distance chacun d'eux a-t-il parcourue à cet instant depuis 13 h ?

27 Reprendre l'exercice 26 mais en supposant que les deux escargots se déplacent à partir de 13 h dans le même sens et que le gros part à la poursuite du petit.



Conversions

28 Une automobile roule d'un mouvement uniforme à 60 km/h.

1. Quelle distance parcourt-elle pendant chaque minute ?

2. Exprimer sa vitesse en km/min, en m/min et en m/s.

29 Quelle est la vitesse moyenne d'un sprinter qui parcourt 100 m en 10 secondes ? On donnera le résultat en m/s, en m/min et en km/h.

30 Un très bon nageur peut atteindre, sur un certain parcours, la vitesse moyenne de 6,12 km/h.

1. S'il effectue ce parcours à allure régulière, quelle distance parcourt-il :

a. pendant une minute ?

b. pendant une seconde ?

2. Exprimer la vitesse moyenne de ce nageur en m/min puis en m/s.

Pourcentages

31 Calculer :

- a. 5 % de 250 g ; b. 0,1 % de 560 € ;
c. 3,5 % de 1 200 L ; d. 70 % de 720 m.

32 Le prix d'un objet a augmenté de 4 %. L'ancien prix était 24 euros. Trouver le nouveau prix.

33 Noémie a apporté 1,5 kg de bonbons pour une fête organisée chez Alexia. À la fin de la fête, il ne reste plus que 300 g de bonbons. Quel pourcentage de bonbons a été mangé pendant la fête ?

34 Dans une ville de bord de mer, le 14 juillet, il y avait 3 000 résidents permanents et 12 000 touristes. Ce jour-là, quel pourcentage de la population totale représentaient les touristes ?

35 Ses amis ont décidé d'offrir un cadeau à Thomas pour son anniversaire. Hervé a donné 10 € et cela correspond à 40 % du prix total du cadeau. Combien coûte le cadeau ?

36 Jean-Claude a ramassé des cèpes. Après cuisson, il n'en reste plus que 840 g. Désolé, il constate : « Ils ont perdu 40 % de leur masse au nettoyage et à la cuisson ! »

1. Quelle masse reste-t-il après cuisson pour 100 g de cèpes cueillis ?

2. Trouver la masse initiale des cèpes ramassés par Jean-Claude.

37 Un tissu a la forme d'un rectangle de 120 cm sur 50 cm. Ce tissu rétrécit au lavage et ses dimensions diminuent alors de 4 %.

1. Quelles sont ses nouvelles dimensions après lavage ?

2. On a confectionné une nappe avec ce même tissu. Après lavage, la longueur de la nappe est 2,40 m. Quelle était sa longueur initiale ?

38 Ce sympathique libraire fait à José une remise de 5 % sur le prix d'un livre. José paie le livre 12,35 €. Quel est le prix du livre sans la remise ?

39 Sur route mouillée, les distances de freinage augmentent de 40 %.

1. À 90 km/h, la distance de freinage sur route sèche est environ 52 m.

Quelle est-elle sur route mouillée (arrondir le résultat au m) ?

2. À 100 km/h, la distance de freinage sur route mouillée est estimée à 90 m.

Quelle est la distance de freinage correspondante sur route sèche (arrondir le résultat au m) ?

Grandeurs quotients

Dans toute cette rubrique, on suppose se trouver en situation de proportionnalité.

40 Liliane a acheté 1,3 kg de fromage pour 11,7 €.

1. Exprimer le prix de ce fromage en €/kg.

2. Combien vaut un morceau de 850 g de ce même fromage ?

41 Gaël a acheté 20 litres de carburant pour 21 €.

1. Donner le tarif de ce carburant en €/L.

2. Quelle quantité de carburant Gaël peut-il acheter à ce tarif avec 26,25 € ?

42 Le débit de cette fontaine est égal à 240 L/h.

1. Transformer ce débit en L/min.

2. Combien de temps faut-il pour remplir un seau de 12 litres à cette fontaine ?



Calcul mental

43 Dans cet exercice, on suppose qu'on se trouve dans des situations de proportionnalité.

1. Si 7 kg de tomates valent 7,7 €, combien valent 5 kg de tomates ?

2. Si 4 mètres de tissu valent 84 €, combien valent 3 mètres de tissu ?

3. Si 8 cm³ de ce métal pèsent 72 g, combien pèsent 3 cm³ du même métal ?

44 Cynthia a parcouru 6 km en 20 minutes. Quelle est sa vitesse moyenne en km/h ?

45 Un escargot, champion du monde de vitesse, parcourt 20 cm en 15 secondes. Combien parcourt-il de centimètres en une minute ? en une heure ?

46 Quelle distance parcourt-on en une minute lorsqu'on se déplace à :

a. 60 km/h ? **b.** 30 km/h ?

c. 120 km/h ? **d.** 90 km/h ?

47 Calculer :

a. 50 % de 40 € ; **b.** 25 % de 84 L ;

c. 10 % de 45 kg ; **d.** 20 % de 55 km ;

e. 75 % de 12 m³.

exercices

48 Cette imprimante a une vitesse moyenne d'impression de 3 ppm (pages par minute). Combien de temps lui faut-il pour imprimer le rapport de 15 pages qu'a préparé Aurore ?

49 Dominique est un agriculteur qui produit du maïs. Il a obtenu un rendement de 12 t/ha (tonnes par hectare).

1. Dominique a semé 15 hectares de maïs. Quelle masse de maïs a-t-il obtenue ?

2. Olivier est un voisin de Dominique. Il a obtenu le même rendement par hectare que Dominique, et il a récolté cette année 300 tonnes de maïs. Quelle est la superficie des champs de maïs d'Olivier ?

50 Une bouteille d'eau minérale contient 1,5 litre d'eau. Dans cette eau, on peut trouver 303 mg de calcium.

1. Quelle est la concentration en calcium de cette eau en mg/L ?

2. Quelle masse de calcium absorbe Leïla lorsqu'elle boit un verre de 15 cL de cette eau ?

3. L'étiquette de la bouteille annonce : « 1,5 litre de cette eau couvre 30 % de vos besoins quotidiens en calcium. » Selon cette étiquette, de quelle masse de calcium avons-nous besoin par jour ?

51 Au ralenti, le moteur de la voiture de Franck tourne à 900 tours/min.

1. Combien de tours l'axe du moteur effectue-t-il à ce régime durant 2 min 45 s ?

2. Au bout de combien de temps l'axe du moteur, qui est au ralenti, effectue-t-il 1 350 tours ?

52 Un véhicule consomme en moyenne 6,5 litres de carburant aux 100 km.

1. Combien de carburant faut-il prévoir pour :

a. 250 km ? b. 1 300 km ?

2. Quelle distance peut-on parcourir avec :

a. un litre de carburant (arrondir au km) ?

b. 32,5 litres de carburant ?

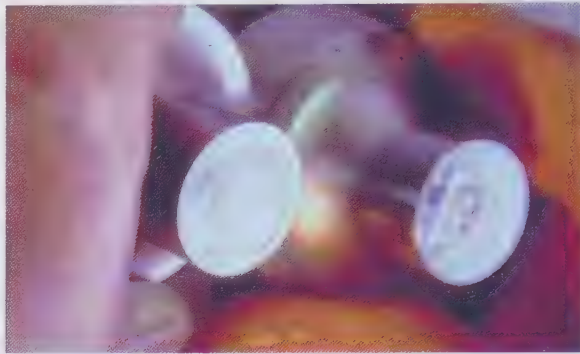
53 La voiture de Roger consomme en moyenne 7 litres de carburant aux 100 km. Roger achète ce carburant 0,8 euro par litre (€/L).

1. Combien de kilomètres peut parcourir Roger avec un litre de carburant ?

2. Combien de kilomètres peut parcourir Roger avec un euro de carburant ?

54 Dans une usine de Pessac, en Gironde, on fabrique des pièces de monnaie. « La frappe du flan (rondelle de métal) entre une paire de coins (outils gravés avec la face et le revers de la pièce) sur une presse produit la pièce. Les presses de Pessac frappent à la cadence de 800 coups/minute. »

(source : site internet de Pessac)



Combien de coups frappe une presse de cette usine en 90 secondes ?

55 « La densité d'un pays, nous a expliqué le professeur d'histoire et géographie, c'est le nombre moyen d'habitants par km^2 de ce pays. »

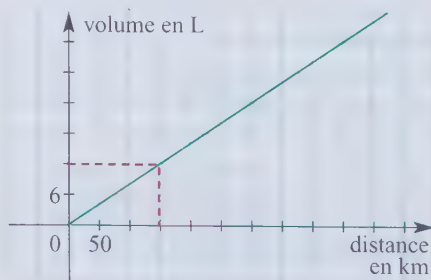
1. L'Inde a une superficie de 3 268 000 km^2 et avait, en 2001, une population de 1 029 033 000 habitants. Calculer la densité en hab./ km^2 de ce pays.

2. En France, nous étions 60 186 177 habitants en 1999 pour une densité d'environ 107 hab./ km^2 . Calculer la superficie approximative de la France.

3. Les États-Unis d'Amérique avaient en 2001 une densité de 29 hab./ km^2 pour une superficie de 9 364 000 km^2 . Combien d'habitants comptait approximativement ce pays en 2001 ?

Graphiques

56 Le graphique ci-dessous représente la consommation de carburant d'un véhicule en fonction de la distance parcourue lors d'un trajet effectué sur autoroute à allure régulière.



exercices

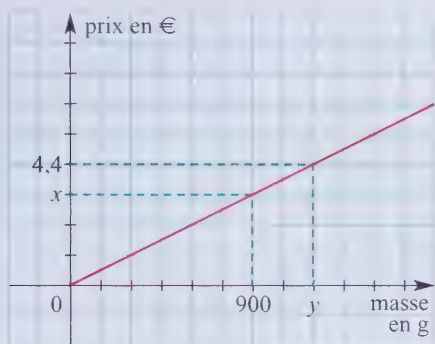
1. D'après le graphique, peut-on penser que le volume consommé est proportionnel à la distance parcourue ? Justifier.

2. a. Par lecture graphique, déterminer le volume de carburant consommé au bout de 150 km.

b. En déduire la consommation en litres pour 100 kilomètres de ce véhicule sur ce trajet.

3. Quelle distance peut-on parcourir avec un litre de carburant ?

57 Le graphique ci-dessous représente le prix en euros des cerises en fonction de la masse achetée.



1. D'après le graphique, peut-on penser que le prix est proportionnel à la masse ?

2. a. À l'aide du graphique, déterminer les nombres x et y . Justifier.

b. Combien coûtent 900 grammes de cerises ?

c. Quelle masse de cerises puis-je acheter avec 4,4 € ?

d. Déduire de ce qui précède le prix de 2,1 kg de cerises.

Indices

58 Un logement à la montagne se loue pour une semaine à différents tarifs suivant la saison. On donne ci-dessous l'indice du coût de la location base 100 en juillet.

Mois	juillet	octobre	janvier	mai
Indice	100	70	120	80

Une semaine de location au mois de juillet coûte 376 €. Calculer le coût d'une semaine de location en octobre, puis en janvier et en mai.

► Voir Connaître les outils 2, p. 126.

59 Le nombre moyen de repas servis dans ce restaurant dépend du jour de la semaine. Le patron a constaté que le dimanche, il y a 20 % de repas de plus que le jeudi, et que le lundi, il y en a 20 % de moins que le dimanche.

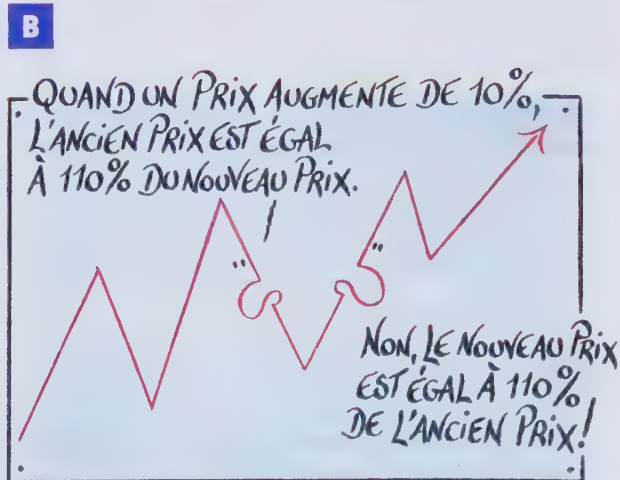
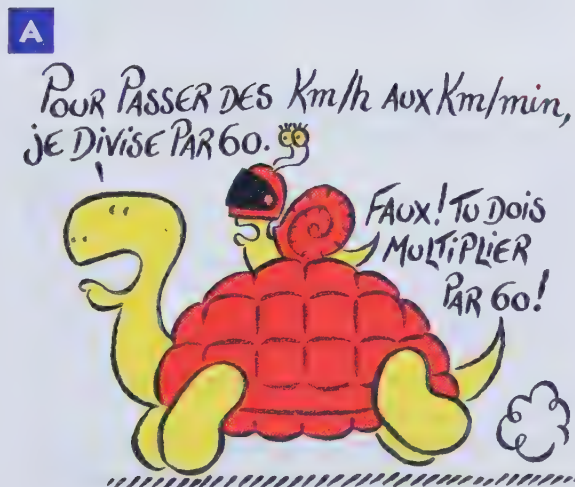
1. a. Recopier et compléter le tableau suivant qui fait apparaître l'indice du nombre de repas, base 100 le jeudi :

Jour	jeudi	dimanche	lundi
Indice	100		

b. Le nombre moyen de repas servis le lundi est-il supérieur, inférieur ou égal à celui du jeudi ?

2. Le nombre moyen de repas servis le jeudi est 150. Calculer ce nombre moyen pour le dimanche et pour le lundi.

Qui a raison ?



exercices

maîtriser

Des problèmes de vitesse

60 Albert a l'habitude d'effectuer un trajet de 120 km. La durée de son déplacement est fonction de sa vitesse moyenne, qui dépend des conditions de circulation.

1. Recopier et compléter le tableau suivant :

Conditions de circulation	verglas	brouillard	engorgements	pluie
Vitesse moyenne en km/h	30	40	50	60
Durée en h				

2. Dans ce tableau, la durée est-elle proportionnelle à la vitesse ?

Les exercices 61 à 63 sont inspirés du livret de préparation à l'ASSR (attestation scolaire de sécurité routière).

61 Entre le moment où un conducteur aperçoit un obstacle et celui où il commence à freiner, il s'écoule un temps appelé « temps de réaction ». On estime généralement que la durée du temps de réaction est d'environ 2 secondes.

1. Combien parcourt une automobile lancée à 72 km/h pendant ce temps de réaction ?

2. Cette automobile parcourt ensuite environ 32 m à partir du moment où le conducteur actionne les freins jusqu'à l'arrêt. Calculer la distance parcourue par l'automobile à partir du moment où son conducteur a aperçu l'obstacle jusqu'à l'arrêt complet.

62 Un cycliste roule d'un mouvement uniforme à la vitesse de 28 km/h.

1. Quelle distance parcourt ce cycliste en 1 h 12 min ?
2. Quelle distance parcourt ce cycliste pendant 2 h 12 min ?

63 Le car qui nous mène au collège a mis ce matin 54 minutes pour parcourir 21,6 km. Calculer sa vitesse moyenne en km/h (arrondir à l'unité).

64 Un satellite habité est placé sur une orbite circulaire autour de la Terre à 400 km d'altitude. Il effectue chaque tour de Terre en 98 minutes.

1. Quelle est la vitesse de ce satellite en km/min (arrondir à l'unité) ?

Indication : prendre 6 400 km pour rayon de la Terre.

2. Exprimer cette vitesse en km/h (arrondir à l'unité).

3. Quelle distance parcourt ce satellite en 24 heures ?

65 Voici des records de vitesse enregistrés sur de courtes distances pour quelques animaux :

Lapin	Autruche	Guépard	Cheval	Éléphant
11 m/s	840 m/min	100 km/h	1,15 km/min	650 m/min

Classer ces animaux du moins rapide au plus rapide.

Indication : écrire toutes ces vitesses dans la même unité.

66 Voici quelques vitesses moyennes exprimées dans différentes unités : 10 m/s ; 240 km/h ; 90 m/min ; 800 m/min ; 80 000 m/h.

Recopier le tableau suivant. Inscrire chaque vitesse proposée dans la case qui semble lui correspondre au mieux, puis compléter le reste du tableau.

Vitesse d'un(e)...	En m/s	En m/min	En m/h	En km/h
marcheur moyen				
excellent coureur de 100 m				
cyclomoteur				
automobile				
TGV				

En plusieurs étapes

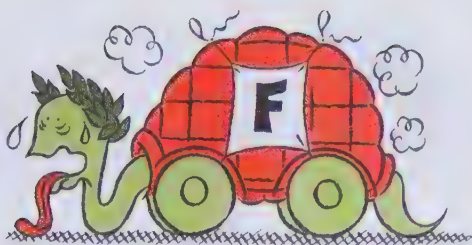
67 Astrid effectue un déplacement de 120 km à la vitesse moyenne de 60 km/h puis elle prend aussitôt le chemin du retour qu'elle ne peut accomplir qu'à la vitesse moyenne de 40 km/h.

1. Calculer la durée de l'aller et celle du retour.

2. a. Calculer la vitesse moyenne d'Astrid sur le voyage complet (aller-retour).

b. Le résultat obtenu à la question a est-il égal à la moyenne des deux vitesses 40 km/h et 60 km/h ?

exercices



68 Françoise parcourt 100 km sur autoroute à la vitesse moyenne de 100 km/h, puis x km sur route à la vitesse moyenne de 80 km/h.

1. Exprimer en fonction de x la longueur du trajet total effectué par Françoise.
2. Exprimer en fonction de x la durée du trajet effectué sur route puis celle du trajet total.
3. Déterminer x sachant que la vitesse moyenne de Françoise sur la totalité du trajet est 88 km/h.

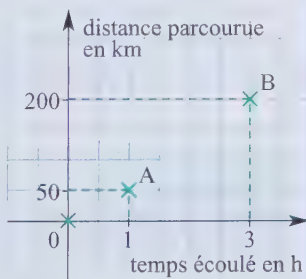
Indication : utiliser la formule $d = vt$.

69 Quentin a effectué un trajet de 200 km en 3 heures. Au bout d'une heure, il n'avait parcouru que 50 km, mais ensuite, le trafic est devenu plus fluide. Sur la figure ci-dessous, on a représenté en vert la situation de Quentin au départ, au bout d'une heure et au bout de trois heures.

1. La distance parcourue par Quentin semble-t-elle proportionnelle au temps écoulé ? Justifier la réponse.

2. Calculer la vitesse moyenne en km/h de Quentin :

- a. pendant la première heure du trajet ;
 - b. pendant les deux dernières heures du trajet ;
 - c. pendant la totalité du trajet (arrondir à l'unité).
3. Le résultat obtenu à la question 2c est-il égal à la moyenne de ceux des questions 2a et 2b ?



Des pourcentages, oui, mais de quoi ?

70 Pascal, berger, garde un troupeau de 150 moutons. 60 % de ces moutons sont noirs et les autres sont blancs. Un autre berger, René, surveille un troupeau de 200 moutons dont 10 % sont noirs et les autres sont blancs. Lors de la transhumance, Pascal et René ont réuni leurs troupeaux pour voyager ensemble.

Quel est le pourcentage de moutons noirs dans le grand troupeau ainsi obtenu (arrondir à 1 %) ?

71 On a représenté ci-dessous la répartition de deux bus lors d'un voyage scolaire linguistique.

	Nombre de voyageurs	Nombre de garçons	Pourcentage de garçons
1 ^{er} bus	60		40
2 ^e bus			
Total	100		30

1. Recopier et compléter le tableau.
2. Quel était le pourcentage de filles dans le 2^e bus ?

72 Zoé est chercheur dans un laboratoire. Dans la salle Sorix où elle travaille, il y a deux cages : dans la cage A, il y a 150 souris dont 30 % de mâles et dans la cage B, il y a 200 souris dont 40 % de mâles. En quittant la salle, Zoé laisse les cages ouvertes et toutes les souris s'échappent. Quel est le pourcentage de femelles parmi les souris libérées dans la salle ?

Problèmes

73 La documentation de ce congélateur annonce une consommation de 292 kW/an (ce qui signifie que cet appareil consomme 292 kilowatts d'électricité pour 365 jours d'utilisation). Le coût d'un kilowatt est environ de 0,9 €. À combien revient l'utilisation de ce congélateur pendant le dernier trimestre de l'année ?

74 Pierre et Matthieu ont effectué des travaux de jardinage chez leur tante Irma. Cette dernière décide de les récompenser en leur donnant une somme de 300 €. Pierre et Matthieu conviennent de se partager cette somme proportionnellement au nombre d'heures effectuées par chacun d'eux. Pierre a travaillé pendant 22 heures et Matthieu pendant 18 heures. Comment se répartissent-ils les 300 € ?

75 Après avoir observé sa facture téléphonique, Annélie a pu dresser le tableau ci-contre.

Prix en €	Durée de la communication
0,34	8 min 35 s
0,54	15 min 31 s

1. Le prix est-il proportionnel à la durée ?
Indication : transformer les durées en secondes.

2. En examinant sa facture de plus près, Annélie observe qu'on lui fait payer 0,101 € les vingt premières secondes de chaque communication puis 0,000 48 € chacune des autres secondes. Calculer le montant d'une communication de 10 minutes (arrondir au centime d'euro).

exercices

76 Un bateau, dont l'équipage est composé de cinq hommes, part pour un voyage qui doit normalement durer dix jours. On a prévu trois litres d'eau potable par homme et par jour.

1. Pendant chacun des trois premiers jours, chaque homme n'a consommé, en moyenne, que deux litres d'eau. Combien reste-t-il d'eau potable au soir du troisième jour ?

2. Au soir du troisième jour, la météo annonce du mauvais temps qui risque de ralentir l'avancée du bateau. Le capitaine dresse alors un tableau de la ration individuelle journalière d'eau potable disponible en fonction du nombre de jours que durera le reste du voyage.

a. Recopier et compléter le tableau suivant (arrondir les rations au dixième de litre) :

Si le voyage dure encore...	Ration par homme et par jour en L
7 jours	
8 jours	
9 jours	
10 jours	

b. Est-on dans une situation de proportionnalité ?

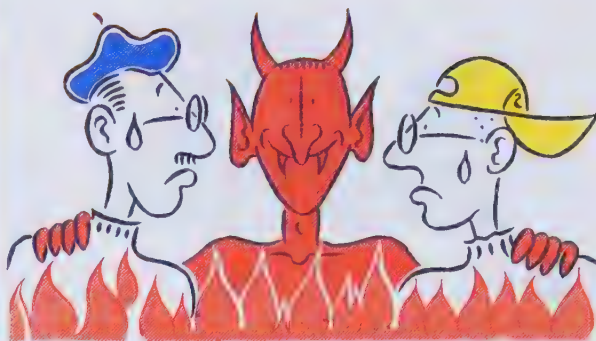
77 Règle des douzièmes

À l'aide d'une échelle graduée en centimètres, on a relevé les hauteurs d'eau dans le port de Cherbourg pendant la durée d'une marée montante (c'est-à-dire environ 6 heures). Au moment de la marée basse, à 13 h, le niveau de l'eau est au niveau 0 de l'échelle. Voici une partie des relevés effectués par la suite.

Temps écoulé en h depuis 13 h	Repère de l'échelle en cm
0	0
1	40
2	120
3	240
4	
5	
6	

1. S'agit-il d'une situation de proportionnalité ?

2. Pendant la quatrième heure, le niveau augmente de la même quantité que pendant la troisième. Pendant la cinquième heure, il augmente comme pendant la deuxième. Pendant la sixième heure, il augmente comme pendant la première. Recopier et compléter le tableau.



78 Ça va chauffer !

Au cours d'une expédition scientifique, Léo, l'Européen, et Bob, l'Américain, ont procédé à des relevés de températures : Léo en degrés Celsius et Bob en degrés Fahrenheit.

Voici quelques-uns de leurs relevés.

Heure du relevé	3 h	6 h	9 h	12 h
Relevé de Léo	0 °C	5 °C	10 °C	25 °C
Relevé de Bob	32 °F	41 °F	50 °F	77 °F

1. Les mesures de températures exprimées en degrés Celsius sont-elles proportionnelles à celles exprimées en degrés Fahrenheit ? Justifier.

2. Léo retranche 32 à chacune des mesures recueillies par Bob.

a. Recopier le nouveau tableau obtenu et le compléter :

Mesure de Léo	0	5	10	25
Mesure de Bob diminuée de 32	0	9		

b. Le nouveau tableau fait-il apparaître une situation de proportionnalité ?

c. À l'aide de ce qui précède, déterminer la mesure obtenue par Bob au moment où Léo relève une température de 45 degrés Celsius.

79 Préfixes trompeurs

En informatique, l'octet (1 o), le kilo-octet (1 ko) et le méga-octet (1 Mo) sont des unités de mémoire. On a les correspondances suivantes :

$1 \text{ ko} = 2^{10} \text{ o}$ et $1 \text{ Mo} = 2^{10} \text{ ko}$.

1. a. Effectuer 2^{10} à l'aide d'une calculatrice.

b. Pourquoi la dénomination « kilo-octet » est-elle trompeuse ?

2. Lors du téléchargement d'un fichier sur Internet, l'ordinateur d'Élise indique que le taux de transfert est 3 ko/s. Quelle durée doit prévoir Élise pour télécharger un fichier de 1,4 Mo ?

exercices

Indices et informatique

Pour les exercices 80 et 81, si on ne dispose pas d'un ordinateur, on peut obtenir les résultats demandés à l'aide d'une calculatrice.

80 À l'aide d'un tableur, Dorothée veut étudier l'évolution de la production française de blé entre 1965 et 1997. Les productions sont données en millions de tonnes (source : INSEE). Dorothée veut calculer l'indice base 100 en 1965 qui représente cette production (l'indice est arrondi à l'unité).

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Année	1965	1971	1977	1983	1989	1993	1997
2	Production	14,8	15,4	17,4	24,8	31,8	29,2	33
3	Indice	100	104					

1. Vérifier le calcul effectué dans la cellule C3.
2. On étend la formule de la cellule C3 vers la droite. Indiquer les résultats obtenus aux cases D3 jusqu'à H3.

81 À l'aide d'un tableur, on veut calculer la production de crevettes en France de 1993 à 1996. On dispose de son indice base 100 en 1993 ainsi que de la production en tonnes de 1993 (source : INSEE).

	A	B	C	D	E
1	Année	1993	1994	1995	1996
2	Production	506	531		
3	Indice	100	105	48	61

Dans le tableur, l'option *arrondir à l'unité* a été activée.

1. Vérifier le calcul effectué à la cellule C2.
2. On étend la formule de la cellule C2 vers la droite.
Quels résultats obtient-on dans les cellules D2 et E2 ?

devoirs à la maison

82 Dialogue de pilotes d'avion

John, l'Anglais : – Je suis à une altitude de 1 500 pieds.
Alex, le Français : – Et moi, je suis à 3 500 mètres d'altitude.

John : – Je suis donc 480 pieds plus haut que toi.
Alex : – Oui, je suis 1 600 mètres plus bas que toi.
Sachant que les mesures de longueurs exprimées en pieds et en mètres sont proportionnelles, déterminer l'altitude en mètres de John au moment de ce dialogue ainsi que l'altitude en pieds d'Alex.

83 Éric, un automobiliste, roule en moyenne à 85 km/h sur route, à 45 km/h en ville et à 120 km/h sur autoroute. La consommation en litres aux 100 km de son véhicule est donnée ci-dessous :

Trajet	Vitesse moyenne en km/h	Consommation de carburant en L
ville	45	9
route	85	7
autoroute	120	12

Éric effectue le trajet suivant :

Marennnes (Charente-Maritime)-Niort (Deux-Sèvres) : 80 km sur route puis Niort-Paris : 480 km sur autoroute et enfin 50 km en ville, dans Paris.

Calculer le nombre de litres de carburant nécessaires pour parcourir ce trajet (arrondir au litre).

84 1. Samedi, à 8 h, Thomas part pour le week-end chez son frère Paul qui habite à 220 km de chez lui. À 10 h, il a parcouru 120 km et il arrive chez Paul à 11 h.

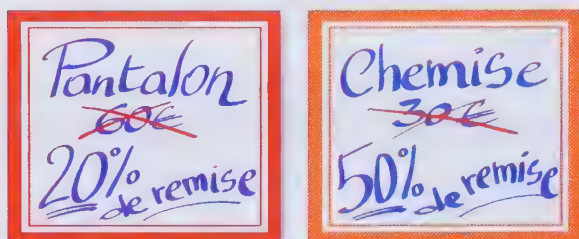
Calculer la vitesse moyenne de Thomas en km/h :

- a. entre 8 h et 10 h ;
- b. entre 10 h et 11 h ;
- c. entre 8 h et 11 h (arrondir à l'unité).

2. Le lendemain, Thomas repart à 16 h pour effectuer le trajet de retour et roule à la vitesse moyenne de 70 km/h jusqu'à 19 h. Pris par des embouteillages, il ne peut effectuer la dernière partie de son retour qu'à la vitesse moyenne de 40 km/h.
À quelle heure arrive-t-il chez lui ?

exercices

85 Au moment des soldes, Élodie a acheté un pantalon et une chemise.
Voici les étiquettes de ces deux vêtements.



- Calculer le montant de la remise sur le pantalon puis sur la chemise.
 - Quel est le montant total de la remise dont a bénéficié Élodie ?
- Quel aurait été le montant des achats d'Élodie sans remise ?
- De quelle remise en pourcentage a bénéficié Élodie pour la totalité de ces deux achats ?
 - Le résultat obtenu à la question précédente est-il égal à la moyenne des pourcentages affichés ?

86 Le tableau suivant donne les tarifs d'un même modèle de voiture à trois dates différentes :

Date	1 ^{er} février	1 ^{er} mai	1 ^{er} août
Prix en €	8 250	8 580	7 755
Indice	100		

- Recopier et compléter le tableau.
- Le 1^{er} novembre, l'indice base 100 au 1^{er} février est égal à 102. Quel est alors le prix de cette voiture ?

88 3 décembre 2001. Lucie a décidé d'aller au Mexique pour rendre visite à son ami Cristobal. La monnaie du Mexique est le peso mexicain et Lucie veut savoir combien elle obtiendra de pesos avec 500 euros.
Elle a trouvé le tableau suivant sur Internet :

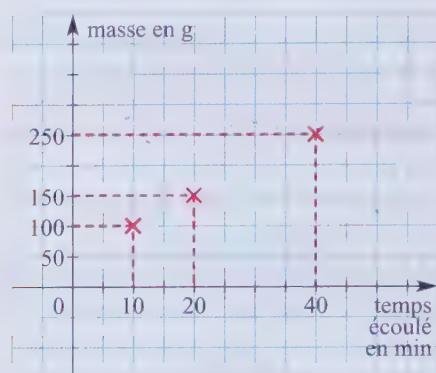
Code	Euro	Taux de change	Peso mexicain	Achat	Vente	Graphiques historiques
EURMXN=X	500	14h50	8,227152	4.113,58	8,227152	8,231468
3m, 1y, 2y						

EURMXN=X
as of 30-Nov-2001

Copyright 2001 Yahoo! Inc. <http://finance.yahoo.com/>

- En observant le haut du tableau, dire combien de pesos Sophie obtiendra avec 500 euros.
 - Que signifie dans ce tableau l'expression « taux de change » ?
- On peut voir sur le graphique que, fin septembre, le taux de change était au plus haut (environ égal à 8,8).
 - Combien de pesos obtenait-on alors avec 500 euros ?
 - Combien fallait-il d'euros pour obtenir 7040 pesos au même taux ?

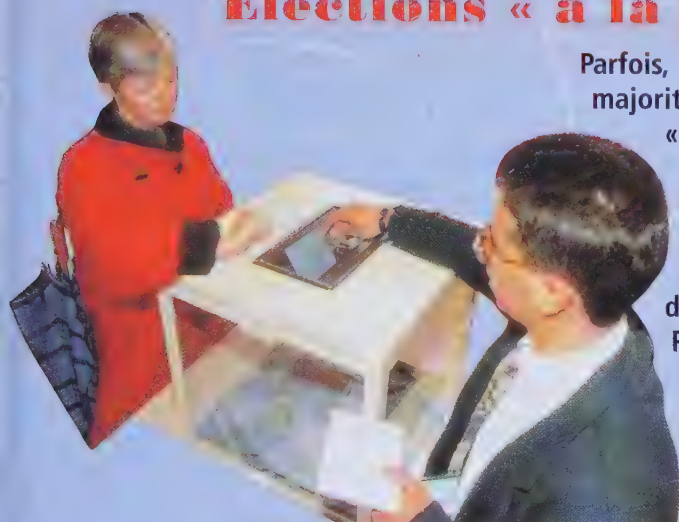
87 Ali a placé un gobelet vide sous un robinet qui fuit. Il a pesé ce gobelet avec son contenu au bout de 10 minutes, de 20 minutes et de 40 minutes. Il a alors représenté en rouge ses observations sur le graphique ci-dessous.



- Reproduire ce graphique sur une feuille quadrillée ou sur du papier millimétré.
- En observant les points rouges obtenus, peut-on affirmer que la masse mesurée par Ali est proportionnelle au temps écoulé ?
- D'après le graphique, quelle masse Ali aurait-il obtenue en pesant le gobelet et son contenu au bout de 30 minutes ?
- Par lecture graphique, indiquer la masse du gobelet vide. Expliquer la réponse.
- Le liquide qui s'écoule de ce robinet a une masse de 100 g pour 0,1 L.
 - Déterminer par lecture graphique le volume de liquide qui s'écoule pendant chaque durée de 10 minutes.
 - Quel est le débit de la fuite de ce robinet en L/h ?

vive les maths !

Élections « à la proportionnelle »



Parfois, lors d'élections, pour être élu on doit obtenir « la majorité absolue » des suffrages au premier tour ou la « majorité relative » au deuxième tour. Mais il existe d'autres modes de scrutins comme par exemple les **scrutins de liste à la représentation proportionnelle**.

Étudions à l'aide du cas suivant le fonctionnement d'un tel scrutin.

Pour l'élection des neuf membres du comité directeur d'un club sportif, trois listes de neuf candidats sont en présence. L'élection se déroule en un seul tour, par « scrutin de liste à la représentation proportionnelle et à la plus forte moyenne ».

Voici le détail des suffrages exprimés lors du vote.

Liste	Liste	Liste	Total
Nombre de voix	121	97	25
			243

A. Répartition des sièges

1. On détermine d'abord le **quotient électoral** :

$$\frac{\text{nombre de voix exprimées}}{\text{nombre de sièges à pourvoir}} = \frac{243}{9} = 27.$$

Ce résultat indique le nombre de voix correspondant à un siège.

2. On détermine ensuite le quotient entier du nombre de voix de chaque liste par le quotient électoral.

$$\begin{array}{l} \text{Liste } \text{img alt="Green envelope icon"} : 121 \mid 27 \\ \phantom{\text{Liste } \text{img alt="Green envelope icon"}} 13 \mid 4 \\ \\ \text{Liste } \text{img alt="Red envelope icon"} : 97 \mid 27 \\ \phantom{\text{Liste } \text{img alt="Red envelope icon"}} 16 \mid 3 \\ \\ \text{Liste } \text{img alt="Yellow envelope icon"} : 25 \mid 27 \\ \phantom{\text{Liste } \text{img alt="Yellow envelope icon"}} 25 \mid 0 \end{array}$$

On distribue alors dans un premier temps le nombre de sièges correspondant au quotient de chacune de ces divisions : la liste obtient ainsi 4 sièges, la liste 3 sièges et la liste aucun siège. Sept sièges ont été distribués : il reste encore deux sièges à pourvoir.

3. a. On distribue maintenant fictivement un siège de plus à chaque liste et on calcule combien de voix correspondent à chaque siège qui serait ainsi attribué.

$$\frac{121}{5} = 24,2 ; \quad \frac{97}{4} = 24,25 \quad \text{et} \quad \frac{25}{1} = 25.$$

La liste , qui obtient le plus fort quotient, se voit de ce fait attribuer un siège.

La liste obtient donc 4 sièges, la liste 3 sièges et la liste 1 siège, mais il reste encore un siège à pourvoir.

b. On recommence alors le même processus.

$$\frac{121}{5} = 24,2 ; \quad \frac{97}{4} = 24,25 \quad \text{et} \quad \frac{25}{2} = 12,5.$$

La liste , qui a le plus fort quotient, obtient ainsi le dernier siège et la répartition finale est :

Liste	Liste	Liste
Nombre de sièges	4	4
		1

B. Contestation

L'élection étant très « serrée », on décide de recompter les voix. Dans chacun des cas suivants, étudier la nouvelle répartition des sièges, éventuellement à l'aide d'un tableur.

	Liste	Liste	Liste	Total
Cas A	122	98	23	243
Cas B	121	96	26	—
Cas C	120	97	26	—

ACTIVITÉS

1 Cumul statistique

L'activité suivante peut être effectuée à l'aide des données du livre mais aussi à l'aide d'une enquête réelle dans la classe.

a • Effectif cumulé

Ludovic a enquêté sur le temps mis par chacun des 24 élèves d'une classe de 4^e pour se rendre au collège. Il a inscrit les durées en minutes dans une feuille de tableur (voir

Écran 1

	A
1	10
2	7
3	45
4	16
5	5
6	4
7	8
8	36
9	45
10	2
11	3
12	18
13	22
14	11
15	10
16	36
17	45
18	42
19	9
20	5
21	36
22	18
23	5
24	23

Écran 2

	A
1	2
2	3
3	4
4	5
5	5
6	5
7	7
8	8
9	9
10	10
11	10
12	11
13	16
14	18
15	18
16	22
17	23
18	36
19	36
20	36
21	42
22	45
23	45
24	45

écran 1). Il a ensuite voulu constituer quatre classes statistiques, comme indiqué dans le tableau suivant.

Durée t en min	$0 \leq t < 15$	$15 \leq t < 30$	$30 \leq t < 45$	$45 \leq t < 60$
Effectif				

Pour constituer ces quatre catégories, il s'est aidé du tableur en faisant trier la colonne A dans l'ordre croissant des durées affichées (voir écran 2).

1. a. Recopier et compléter le tableau ci-dessus.

b. Pourquoi le tri effectué sur l'écran 2 est-il utile ?

2. Ludovic a ensuite voulu savoir combien d'élèves mettent moins de 30 minutes et combien mettent moins de 45 minutes pour venir au collège. Pour cela, il a constitué un nouveau tableau commencé ci-dessous. On dit qu'il **a cumulé les effectifs** (en latin, *cumulare* signifie *entasser*).

Durée t en min	$0 \leq t < 15$	$15 \leq t < 30$	$30 \leq t < 45$	$45 \leq t < 60$
Effectif cumulé	12	17		

Dans ce tableau, l'effectif cumulé 17 indique le nombre d'élèves pour lesquels la durée du trajet est inférieure à 30 min.

a. Comment Ludovic a-t-il obtenu 17 à partir du premier tableau ?

b. Recopier et compléter le deuxième tableau.

b • Fréquence cumulée

« Tes tableaux seraient plus intéressants s'ils montraient quelle proportion des élèves de cette classe de 4^e constitue chaque catégorie », explique Maïté à Ludovic.

1. Recopier et compléter le tableau suivant dans lequel les pourcentages sont arrondis à l'unité.

Classe	$0 \leq t < 15$	$15 \leq t < 30$	$30 \leq t < 45$	$45 \leq t < 60$
Effectif	12	5		
Fréquence fractionnaire	$\frac{12}{24}$	$\frac{5}{24}$		
Fréquence en %	50 %	21 %		
Fréquence cumulée en %	50 %			

2. Comment Ludovic a-t-il trouvé le contenu de la case jaune ? et celui de la case bleue ?
3. Le contenu de la case rouge correspond au pourcentage d'élèves qui mettent moins de 30 minutes pour venir au collège. Le calculer de deux manières différentes.

2 Moyenne

Voici les notes de mathématiques obtenues par Léo au cours de l'année.

- 1^{er} trimestre : 11 ; 8 ; 7 ; 12 ; 10.
- 2^e trimestre : 13 ; 14 ; 13 ; 15.
- 3^e trimestre : 12 ; 6 ; 8 ; 7 ; 5 ; 7.

1. Calculer la moyenne de l'ensemble des notes de l'année.
2. a. Calculer la moyenne de chaque trimestre.
- b. Calculer la moyenne des trois moyennes trimestrielles. Est-elle égale à la moyenne de l'ensemble des notes de l'année ?
3. Léo est étudiant dans une école d'informatique. Pour pouvoir accéder à l'année suivante, il doit obtenir une moyenne en mathématiques supérieure ou égale à 10. La manière de calculer la moyenne a-t-elle de l'importance pour Léo ?
4. a. Recopier et compléter le tableau suivant :

	1 ^{er} trimestre	2 ^e trimestre	3 ^e trimestre
Total des points			
Nombre de notes	5	4	6
Moyenne			

- b. Comment peut-on calculer les résultats de la 3^e ligne en connaissant ceux des deux premières ?
5. Voici les résultats en français de Claire qui est élève de 4^e.

	1 ^{er} trimestre	2 ^e trimestre	3 ^e trimestre
Moyenne	10,8	11,3	12,4
Nombre de notes	5	6	7

Calculer la moyenne de l'ensemble des notes de français de Claire.

1 Effectif cumulé

On a mené une enquête sur le temps passé la veille devant la télévision par les 800 élèves d'un collège. Le tableau suivant fait apparaître les résultats de l'enquête ainsi que les effectifs cumulés.

Temps t en min	$0 \leq t < 20$	$20 \leq t < 40$	$40 \leq t < 60$	$60 \leq t$
Effectif	272	315	125	88
Effectif cumulé	272	$272 + 315 = 587$	$272 + 315 + 125 = 712$	$272 + 315 + 125 + 88 = 800$

On peut observer :

- dans la case jaune que 125 élèves ont passé entre 40 et 60 minutes devant la télévision ;
- dans la case bleue que 712 élèves ont regardé la télévision pendant moins d'une heure.

2 Fréquence cumulée

DEFINITION

$$\text{Fréquence cumulée} = \frac{\text{effectif cumulé}}{\text{effectif total}}$$

Dans l'enquête sur la télévision, on obtient le tableau suivant :

Temps t en min	$0 \leq t < 20$	$20 \leq t < 40$	$40 \leq t < 60$	$60 \leq t$
Effectif cumulé	272	587	712	800
Fréquence cumulée	$\frac{272}{800} = 34 \%$	$\frac{587}{800} \approx 73 \%$	$\frac{712}{800} = 89 \%$	$\frac{800}{800} = 100 \%$

On peut ainsi observer (case orange) qu'environ 73 % des élèves regardent la télévision moins de 40 minutes.

REMARQUE : on peut aussi calculer la fréquence cumulée correspondant à une classe en additionnant à la fréquence de cette classe les fréquences des classes qui la précèdent.

Temps t en min	$0 \leq t < 20$	$20 \leq t < 40$	$40 \leq t < 60$	$60 \leq t$
Fréquence	$\frac{272}{800} = 34 \%$	$\frac{315}{800} \approx 39 \%$	$\frac{125}{800} \approx 16 \%$	$\frac{88}{800} = 11 \%$
Fréquence cumulée	34 %	$34 \% + 39 \% = 73 \%$	$73 \% + 16 \% = 89 \%$	$89 \% + 11 \% = 100 \%$

3 Moyenne pondérée

Voici les résultats de Pauline à l'examen de passage en seconde année de l'école de musique.

	Histoire de la musique	Solfège	Instrument
Coefficient	2	3	6
Note	10	12	14,5

La **moyenne pondérée** est : $\frac{10 \times 2 + 12 \times 3 + 14,5 \times 6}{2 + 3 + 6} = 13.$

On a divisé
par la somme
des coefficients.

REMARQUE : si la série est regroupée en classes d'intervalles, on peut obtenir une valeur approchée de la moyenne (voir *Connaître les outils 1*, p. 145).

1 Calculer la moyenne d'une série statistique regroupée en classes d'intervalles

Exemple Pendant une semaine, Monsieur Bruneau, commerçant, n'a encaissé que des chèques d'un montant inférieur à 90 euros. Le tableau ci-dessous indique la répartition du montant de ces chèques.

Montant s en euros	$0 \leq s < 15$	$15 \leq s < 30$	$30 \leq s < 45$	$45 \leq s < 60$	$60 \leq s < 75$	$75 \leq s < 90$
Effectif (nombre de chèques)	72	21	160	83	19	11

Calculer le montant moyen des chèques encaissés par ce commerçant durant cette semaine.

1^{re} étape

On détermine le centre de chaque classe.

Pour la première classe, on calcule $\frac{0 + 15}{2} = 7,5$.

Pour la deuxième classe, on calcule $\frac{15 + 30}{2} = 22,5$ et ainsi de suite pour les autres classes.

On obtient alors :

Classe	$0 \leq s < 15$	$15 \leq s < 30$	$30 \leq s < 45$	$45 \leq s < 60$	$60 \leq s < 75$	$75 \leq s < 90$
Centre	7,5	22,5	37,5	52,5	67,5	82,5
Effectif	72	21	160	83	19	11

2^e étape

On calcule la moyenne pondérée comme si tous les chèques d'une classe avaient pour montant le centre de la classe.

$$\frac{72 \times 7,5 + 21 \times 22,5 + 160 \times 37,5 + 83 \times 52,5 + 19 \times 67,5 + 11 \times 82,5}{72 + 21 + 160 + 83 + 19 + 11} \approx 37.$$

Le montant moyen d'un chèque encaissé par M. Bruneau cette semaine-là est environ égal à 37 euros.

REMARQUE

Le résultat n'est sûrement pas la moyenne réelle des montants. Ce n'est qu'une valeur estimée car on ne sait pas comment sont répartis les montants des chèques de chaque classe autour de son centre.

► Voir exercices n^{os} 24 et 25, p. 152.

2 Utilisation d'un tableur

Exemple À partir d'une répartition des Français par classes d'âge en l'an 2000 (données fournies en milliers), on souhaite calculer, à l'aide d'un tableur, les effectifs cumulés, les fréquences et les fréquences cumulées en pourcentages correspondant aux différentes classes.

1^{re} étape

On entre les données puis les différentes formules nécessaires aux calculs.

	A	B	C	D	E	F
		Jusqu'à	De 26	De 51	A partir de	
1	Classe d'âge	25 ans	à 50 ans	à 75 ans	76 ans	Total
2	Effectif	19675	21534	14228	3788	=SOMME(B2:E2)
3	Effectif cumulé	=B2	=B3+C2			
4	Fréquence en %	=100*B2/\$F\$2				
5	Fréquence cumulée en %	=100*B3/\$F\$2				

REMARQUE

La touche \$ permet de fixer la référence affichée. Ainsi, lorsqu'on étend une formule vers d'autres cellules, les références précédées du symbole \$ ne varient pas, comme on peut le constater à l'étape suivante.

2^e étape

On étend ces différentes formules dans les zones qui concernent les calculs demandés, ici vers la droite.

Tableau faisant apparaître les formules :

	A	B	C	D	E	F
		Jusqu'à	De 26	De 51	A partir de	
1	Classe d'âge	25 ans	à 50 ans	à 75 ans	76 ans	Total
2	Effectif	19675	21534	14228	3788	=SOMME(B2:E2)
3	Effectif cumulé	=B2	=B3+C2	=C3+D2	=D3+E2	
4	Fréquence en %	=100*B2/\$F\$2	=100*C2/\$F\$2	=100*D2/\$F\$2	=100*E2/\$F\$2	
5	Fréquence cumulée en %	=100*B3/\$F\$2	=100*C3/\$F\$2	=100*D3/\$F\$2	=100*E3/\$F\$2	

Tableau faisant apparaître les résultats :

	A	B	C	D	E	F
		Jusqu'à	De 26	De 51	A partir de	
1	Classe d'âge	25 ans	à 50 ans	à 75 ans	76 ans	Total
2	Effectif	19675	21534	14228	3788	59225
3	Effectif cumulé	19675	41209	55437	59225	
4	Fréquence en %	33	36	24	6	
5	Fréquence cumulée en %	33	70	94	100	

choisir les outils

Exercice Un commerçant propose un vêtement en quatre tailles différentes notées S, M, L et XL. Les ventes du mois sont données dans le tableau ci-dessous.

Taille	S	M	L	XL
Effectif	12	15	13	5

Construire un diagramme circulaire représentant ces ventes.

Solution

Sans tableur :

$12 + 15 + 13 + 5 = 45$. L'effectif total est 45.

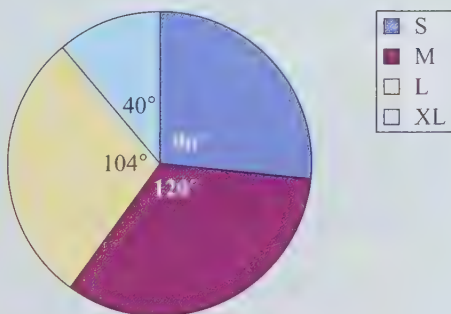
On détermine la fréquence correspondant à chaque classe :

Classe	S	M	L	XL
Effectif	12	15	13	5
Fréquence	12/45	15/45	13/45	5/45

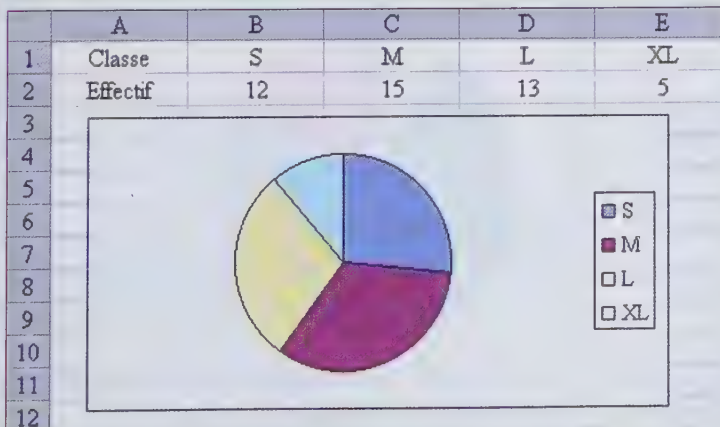
On obtient la mesure d'angle correspondant à chaque classe en multipliant la fréquence par 360, ce qui donne :

Classe	S	M	L	XL
Angle	96	120	104	40

On construit la représentation :



Avec tableur :



Commentaires

► L'effectif total correspond à un angle de 360° .

► Pour la classe notée S, par exemple, l'angle représente les $12/45^\circ$ de 360° et $\frac{12}{45} \times 360 = 96$.

► On entre les données dans le tableur puis on utilise l'assistant graphique, notamment en définissant les étiquettes de données (celles B2 à E2) et les étiquettes de catégories (cellules B1 à E1).

travail autonome

Pour les exercices 1 à 3, on considère la situation décrite ci-dessous.

Dans un camping, on a enquêté sur la durée du séjour des clients pendant les quatre premières semaines des vacances d'été et on a pu dresser le tableau statistique ci-dessous.

Durée t en jours	$0 < t < 7$	$7 \leq t < 14$	$14 \leq t < 21$	$21 \leq t < 28$
Effectif	55	74	25	10

1. Recopier et compléter le tableau suivant qui fait apparaître les effectifs cumulés :

Durée t en jours	$0 < t < 7$	$7 \leq t < 14$	$14 \leq t < 21$	$21 \leq t < 28$
Effectif	55	74	25	10
Effectif cumulé				

2. Combien de clients sont restés dans ce camping plus de 6 jours mais moins de 14 jours ?

3. Colorier en rouge la case qui indique directement combien de clients sont restés dans ce camping moins de 14 jours.

Quel est le nombre obtenu ?

2. **1.** Recopier et compléter le tableau suivant qui fait apparaître les fréquences (exprimées en pourcentages, arrondies à 1 %) :

Durée t en jours	$0 < t < 7$	$7 \leq t < 14$	$14 \leq t < 21$	$21 \leq t < 28$
Effectif	55	74	25	10
Fréquence				

2. Colorier en bleu la case qui indique le pourcentage des clients qui sont restés dans ce camping plus de 13 jours mais moins de 21 jours.

Quel est ce pourcentage ?

3. **1.** Dresser un tableau faisant apparaître les fréquences cumulées (exprimées en pourcentages, arrondies à 1 %).

2. Colorier en vert la case qui indique le pourcentage des clients qui sont restés dans ce camping moins de 21 jours. Quel est ce pourcentage ?

4. Le tableau suivant indique la fréquentation d'un complexe de cinémas d'une grande ville durant le week-end de la Pentecôte.

	Vendredi	Samedi	Dimanche	Lundi
Nombre de spectateurs	520	674	753	325

Calculer la fréquentation moyenne durant ces quatre jours.

5. Le tableau suivant donne la répartition, par âges, des élèves du club de pirogue d'un collège de Polynésie française.

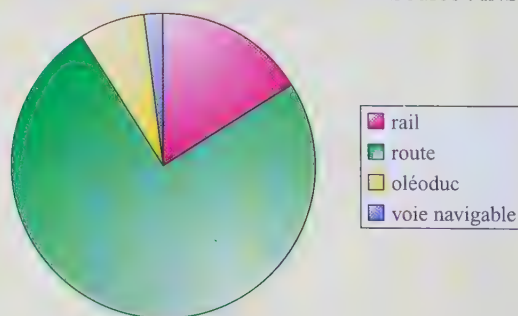
Âge des élèves	11	12	13	14
Nombre d'élèves	4	7	10	3

Calculer l'âge moyen d'un membre du club.

6. On a étudié la répartition des modes de transport de marchandises à l'intérieur de la France en 1998. Pour cela, on a dressé un tableau statistique et on a réalisé une représentation circulaire.

	Pourcentage	Angle en degrés
Rail	16	
Route	75	270
Oléoduc	7	
Voies navigables		
Total	100	360

Source : INSEE.



1. Expliquer comment est obtenu le nombre de la case verte du tableau.

2. Recopier et compléter le tableau.

exercices

s'entraîner

La plupart des exercices proposés dans cette rubrique nécessitent l'emploi d'une calculatrice. Ils peuvent également être réalisés à l'aide d'un tableau.

Effectif cumulé Fréquence cumulée

7 1. On a enquêté sur le nombre de frères et sœurs des élèves de la 4^e B puis on les a regroupés en six classes comme l'indique le tableau suivant.

Nombre de frères et sœurs	0	1	2	3	4	5
Effectif	5	8	5	2	1	2

a. Recopier le tableau et le compléter par une ligne supplémentaire faisant apparaître les effectifs cumulés.

b. Colorier en bleu dans le tableau obtenu la case qui indique combien d'élèves de 4^e B ont moins de trois frères et sœurs.

Quel est le nombre de ces élèves ?

2. On a procédé à la même enquête en 4^e C. Voici un extrait du tableau statistique qu'on a pu dresser.

Nombre de frères et sœurs	0	1	2	3	4	5
Effectif	3	6			4	3
Effectif cumulé			12	17		

a. Recopier et compléter le tableau.

b. Colorier en rouge dans le tableau obtenu la case qui indique combien d'élèves de 4^e C ont moins de quatre frères et sœurs.

Quel est le nombre de ces élèves ?

8 Voici un tableau incomplet indiquant le nombre d'entrées dans un musée, exprimées en milliers, lors des trois premiers mois de l'année.

	Janvier	Février	Mars
Effectif (nombre d'entrées)	15		17
Effectif cumulé		33	

1. Recopier et compléter le tableau.

2. Ajouter une ligne pour les fréquences et une ligne pour les fréquences cumulées.

9 Les clients de ce libraire se sont rués sur le dernier roman de Jo, auteur à succès. Le tableau ci-dessous indique les demandes de la semaine.

	Nombre de demandes
Lundi	12
Mardi	22
Mercredi	45
Jeudi	21
Vendredi	19
Samedi	42

Lundi matin, le libraire n'avait que 80 exemplaires du roman en réserve et il n'a pas reçu de nouvelles livraisons pendant la semaine.

1. a. Recopier le tableau et faire apparaître les effectifs cumulés sur une colonne supplémentaire.

b. Au cours de quelle journée le libraire a-t-il été en rupture de stock ? Colorier en rouge la case du tableau qui permet de trouver le résultat.

2. Combien de demandes n'a-t-il pas pu satisfaire ?

10 Un laboratoire pharmaceutique veut tester l'efficacité d'un nouveau médicament, l'Accélérateur, destiné à diminuer la durée de guérison d'une maladie bénigne. Voici les résultats observés dans un groupe témoin de 150 malades soignés à l'Accélérateur.

Guérison au cours des jours	1 et 2	3 et 4	5 et 6	7 et 8	9 et 10
Effectif	42	45	42	18	3

Les guérisons constatées pour un groupe de 250 malades non soignés à l'Accélérateur sont les suivantes :

Guérison au cours des jours	1 et 2	3 et 4	5 et 6	7 et 8	9 et 10
Effectif	60	50	45	65	30

1. Pour chacun des deux groupes de malades :

a. Recopier le tableau.

b. Faire apparaître sur une ligne supplémentaire les effectifs cumulés et sur une nouvelle ligne supplémentaire les fréquences cumulées.

2. Le médicament semble-t-il efficace ? Pourquoi ?

exercices

11 On a relevé le nombre d'enfants de moins de 25 ans dans les familles d'une ville de la région Rhône-Alpes. Les résultats ont été consignés dans le tableau statistique suivant :

Nombre d'enfants	0	1	2	3	4	au moins 5
Nombre de familles	280	325	330	115	40	10
Effectif cumulé						
Fréquence cumulée						

1. Recopier et compléter le tableau (indiquer les fréquences cumulées en pourcentages, arrondies à 1 %).

2. a. Colorier en bleu la case qui indique le nombre de familles dans lesquelles vivent moins de trois enfants. Quel est ce nombre ?

b. Colorier en rouge la case qui indique la proportion des familles dans lesquelles on trouve moins de quatre enfants. Quelle est cette proportion ?

12 À un poste de péage d'autoroute, on a relevé un dimanche soir la répartition, par tranches horaires, des véhicules qui rentraient vers une grande métropole régionale.

Tranche horaire	Nombre de véhicules
16 h/17 h	1 200
17 h/18 h	1 900
18 h/19 h	1 600
19 h/20 h	1 050
20 h/21 h	550
21 h/22 h	250

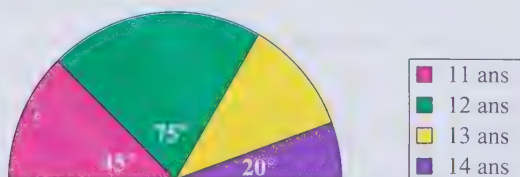
1. Recopier le tableau et le compléter en ajoutant une colonne pour les effectifs cumulés et une colonne pour les fréquences cumulées (indiquer les fréquences cumulées en pourcentages, arrondies à l'unité).

2. Colorier en rouge la case qui indique le nombre de véhicules qui ont passé le poste de péage entre 16 h et 19 h. Quel est ce nombre ?

3. Colorier en bleu la case qui indique, parmi tous les véhicules qui ont franchi le poste de péage entre 16 h et 22 h, le pourcentage de ceux qui sont passés avant 20 h. Quel est ce pourcentage ?

Graphiques

13 Voici un diagramme semi-circulaire qui représente la répartition des 144 enfants d'un centre de vacances en fonction de leur âge.



1. Calculer la mesure de l'angle correspondant à la classe des « 13 ans ».

2. Recopier et compléter le tableau suivant :

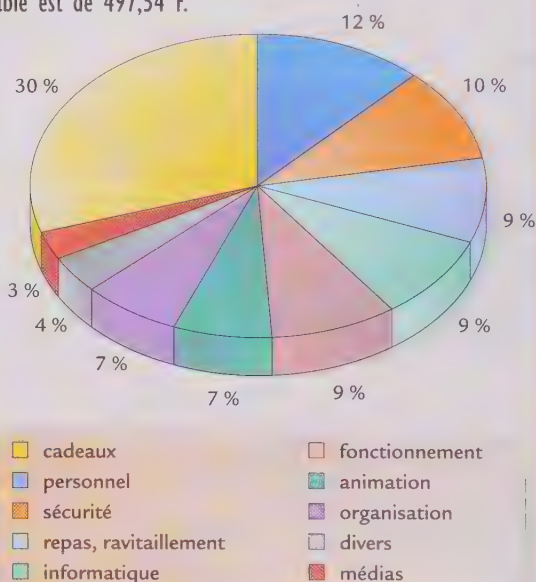
	11 ans	12 ans	13 ans	14 ans	Total
Angle en degrés					
Effectif					
Effectif cumulé					

3. Colorier en rouge dans le tableau obtenu la case qui indique le nombre d'enfants qui ont moins de 13 ans. Quel est ce nombre ?

14 Voici un extrait d'article paru dans la presse en 2001 suite à l'organisation d'une course cyclo-sportive, l'Ardéchoise.

COÛT D'UN PARTICIPANT

Le prix d'engagement moyen l'an dernier a été de 185,54 F. Compte tenu des dépenses consacrées aux prestations, aux animations, aux cadeaux et à la sécurité, le coût moyen véritable est de 497,54 F.



D'après la revue *Cyclopassion*.

1. Transformer les sommes en euros (arrondir au centime d'euro ; 1 € = 6,559 57 F).

2. Recopier et compléter le tableau suivant (arrondir les sommes au centime d'euro et les angles au degré) :

	Cadeaux	Informatique	Animation	Sécurité
Coût				
Angle				

exercices

15 Construire un diagramme en bâtons pour représenter la répartition des effectifs décrite dans les deux premières lignes du tableau de l'exercice 11.

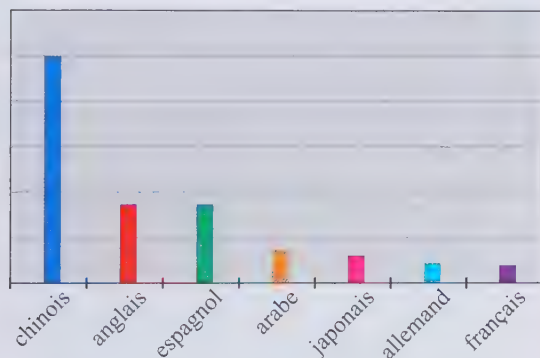
16 Voici la répartition des ménages français en fonction du nombre de personnes au foyer.

Nombre de personnes	1	2	3	4	Plus de 5	Total
Effectif en milliers	6 753	7 354	3 885	3 284	1 850	23 126

Source : INSEE.

Calculer la fréquence de chaque classe puis construire un diagramme circulaire qui représente la situation.

17 Le diagramme en bâtons ci-dessous représente quelques-unes des langues maternelles les plus parlées dans le monde (le français arrive en 11^e position).



Les effectifs correspondants sont donnés en millions d'individus par le tableau ci-dessous.

Langue	Effectif
chinois	1 000
anglais	350
espagnol	350
arabe	150
japonais	125
allemand	90
français	80

Sur un tel diagramme en bâtons, les effectifs sont proportionnels aux longueurs des segments qui les représentent. On suppose que le segment qui représente le français a une longueur de 4 mm.

- Calculer la longueur des six autres segments.
- Si on avait fait figurer l'hindi-ourdou, le segment aurait eu une longueur de 2 cm. À combien d'individus cela correspond-il ?

18 Une intoxication alimentaire est survenue dans un centre de loisirs.

Voici le nombre de cas répartis par tranches de 12 heures à partir de lundi midi (début des troubles) jusqu'au vendredi midi (fin des troubles).

Jour	Nombre de cas
lundi après-midi	1
mardi matin	2
mardi après-midi	6
mercredi matin	12
mercredi après-midi	9
jeudi matin	7
jeudi après-midi	4
vendredi matin	1

1. Représenter cette série statistique à l'aide d'un histogramme.

2. Les spécialistes parlent d'une représentation « en cloche ». Expliquer ce terme.

19 Pour réaliser une étude sur la langue française, on a compté le nombre de chaque voyelle dans deux textes différents. Voici les résultats obtenus.

	a	e	i	o	u	y
Texte 1	107	318	122	91	108	4
Texte 2	70	206	80	59	69	3

1. a. Représenter la répartition des voyelles du texte 1 à l'aide d'un histogramme (prendre 1 cm pour 30 lettres sur l'axe vertical).

b. Représenter la répartition des voyelles du texte 2 à l'aide d'un nouvel histogramme (prendre 1 cm pour 20 lettres sur l'axe vertical).

c. Comparer les deux histogrammes. Que constate-t-on ? Que peut-on en déduire sur la répartition des voyelles dans les deux textes ?

2. a. Quel est le nombre total de voyelles dans le texte 1 ?

b. Calculer les fréquences de chaque voyelle dans le texte 1.

c. Calculer les fréquences de chaque voyelle dans le texte 2.

d. En comparant les résultats des questions 2b et 2c, expliquer le résultat de la question 1c.

e. Si on représentait chacune des deux répartitions par un diagramme circulaire, que pourrait-on constater ?

exercices

Moyenne

20 Dans le dernier CD acheté par Magali, les chansons ont toutes des durées de 1 min 30 s ou 2 min ou 2 min 30 s ou 3 min. On a réparti ces chansons par durées dans le tableau ci-dessous.

Durée	1 min 30 s	2 min	2 min 30 s	3 min
Effectif	2	1	6	3

1. Exprimer chaque durée en secondes.
2. Calculer la durée moyenne en minutes-secondes d'une chanson de ce CD.

21 1. On a relevé les températures sous abri pendant tout le mois de janvier, chaque jour à midi, dans une station météorologique.

Température en °C	10	11	12	13	14	15	16	17	18
Nombre de relevés	4	0	4	5	5	7	2	1	3

Calculer la moyenne des 31 relevés effectués (arrondir au degré).

2. Voici des relevés effectués dans les mêmes conditions dans une autre station.

Température en °C	-2	-1	0	1	2	3	4	5
Nombre de relevés	2	3	2	8	5	2	6	3

Calculer la moyenne des 31 relevés effectués dans cette station (arrondir au degré).

22 Lors d'une épreuve sportive, les concurrents sont évalués selon deux critères : la performance et le style. La note attribuée selon la performance est notée x et celle de style est notée y . Les concurrents sont classés ensuite selon la moyenne pondérée obtenue en attribuant à x le coefficient 3 et à y le coefficient 2. Le tableau ci-contre donne les résultats des quatre finalistes.

	x	y
Michel	15	12
Manuel	14	15
Helmut	16	13
John	14	14

1. Établir le classement de la finale après avoir calculé la moyenne obtenue par chaque concurrent.
2. Roberto, au style si brillant, avait obtenu en demi-finale 16 en note de style mais n'avait eu que 13 de moyenne. Quelle était sa note de performance ?

23 Moyenne d'anglais

Ce trimestre, Miss Jones, le professeur d'anglais, a donné cinq notes.

Voici un extrait de son relevé de notes qu'elle effectue sur tableau.

	A	B	C	D	E	F
1 Coefficient	4	1	5	2	3	
2 Devoir	D1	D2	D3	D4	D5	
3 Yacine	13	15	9	16	11	
4 Amélie	10	16	15	17	14	
5 Karine	15	5	11	9	12	
6 Yann	12	8	abs	10	15	

Calculer la moyenne de chacun des quatre élèves :

- a. sans tenir compte des coefficients ;
- b. en tenant compte des coefficients.

24 Areu !

Cette année-là, le 6 novembre, on a enregistré dix naissances dans une clinique.

La sage-femme a noté la répartition suivante des nouveaux-nés en fonction de leur poids p en kg.

Catégorie	Nombre de bébés
$2 \leq p < 2,5$	2
$2,5 \leq p < 3$	4
$3 \leq p < 3,5$	3
$3,5 \leq p < 4$	1

1. a. Déterminer le centre de chaque classe.
b. Déterminer une valeur approchée de la moyenne des poids de ces nouveaux-nés.
2. En fait, la série des poids de ces enfants, relevés par une infirmière, est la suivante :
2,200 ; 2,300 ; 2,500 ; 2,550 ; 2,555 ; 2,600 ; 3,050 ; 3,100 ; 3,100 ; 3,550.
a. Calculer la moyenne exacte de ces poids.
b. Comparer les résultats obtenus aux questions 1b et 2a. Expliquer la différence constatée.

► Voir *Connaître les outils 1*, p. 145.

25 Tarif postal

On a réalisé une enquête sur l'affranchissement du courrier distribué dans un immeuble.

Voici les résultats qu'on a pu relever lors d'une distribution.

Tarif en €	0,46	0,69	1,02	1,75	2,13	2,44
Effectif	45	8	5	0	2	1

exercices

Voici maintenant un extrait du tarif en vigueur au moment de l'enquête.

Poids p	Tarif	
$p \leq 20$ g	3,00 F	0,46 €
$20 \text{ g} < p \leq 50$ g	4,50 F	0,69 €
$50 \text{ g} < p \leq 100$ g	6,70 F	1,02 €
$100 \text{ g} < p \leq 200$ g	11,50 F	1,75 €
$200 \text{ g} < p \leq 350$ g	14,00 F	2,13 €
$350 \text{ g} < p \leq 500$ g	16,00 F	2,44 €

1. Déterminer le centre de chaque classe de poids.
2. Calculer une valeur approchée de la moyenne des poids des lettres distribuées ce jour-là dans cet immeuble.

► Voir *Connaître les outils 1*, p. 145.

La bonne moyenne

26 Le chauffeur d'Hélène note toujours sur un carnet les trajets qu'il effectue avec son automobile ainsi que leur longueur.

Voici un extrait de son carnet :

- lundi : 15 km, 5 km, 2 km, 10 km ;
- mardi : 2 km, 7 km, 3 km ;
- mercredi : 3 km, 9 km.

1. Calculer la moyenne des neuf relevés.
2. Calculer la longueur moyenne des trajets :
 - a. du lundi ;
 - b. du mardi ;
 - c. du mercredi.
3. a. Calculer la moyenne des trois résultats obtenus à la question 2.
 - b. Les résultats obtenus aux questions 2 et 3a sont-ils égaux ? Expliquer pourquoi.
 - c. Comment retrouver le résultat de la question 1 à partir de ceux de la question 2 ?

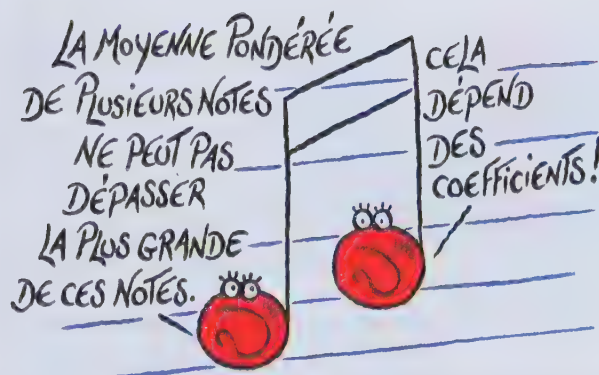
27 Voici les notes obtenues en anglais par Julien au cours de l'année dernière :

- 1^{er} trimestre : 15, 11, 9, 14, 16 ;
- 2^e trimestre : 10, 8, 12 ;
- 3^e trimestre : 10, 12, 13, 9.

1. Calculer la moyenne annuelle de l'ensemble des douze notes de Julien.
2. Calculer ses trois moyennes trimestrielles.
3. a. Calculer la moyenne de ses trois notes trimestrielles.
 - b. Les résultats obtenus aux questions 1 et 3a sont-ils égaux ? Pourquoi ?
 - c. Retrouver le résultat de la question 1 à partir des trois résultats obtenus à la question 3a.

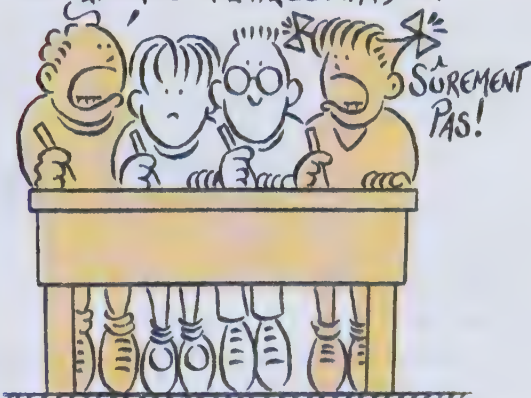
Qui a raison ?

A



B

SI LES EFFECTIFS DE CHAQUE CLASSE SONT MULTIPLIÉS PAR DEUX, LES FRÉQUENCES SONT ELLES AUSSI MULTIPLIÉES PAR DEUX.



exercices

maîtriser

La plupart des exercices proposés dans cette rubrique nécessitent l'emploi d'une calculatrice. Ils peuvent également être réalisés à l'aide d'un tableur.

Où il est question de moyenne

28 Dans cette régате disputée en monotypes, l'équipage de chaque voilier doit être constitué de sept membres.

1. Sur *Rackam le Rouge*, l'un des concurrents, on compte cinq hommes et deux femmes. Les hommes ont un poids moyen de 72 kg et les femmes pèsent en moyenne 64 kg. Quel est le poids moyen d'un équipier de *Rackam le Rouge* (arrondir à 0,1 kg) ?

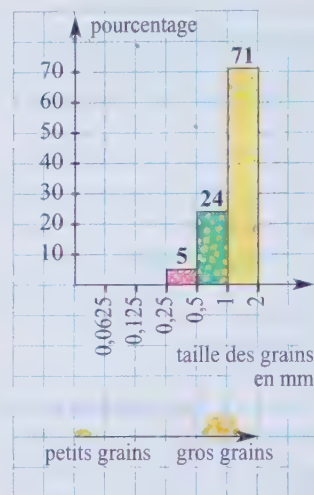
2. Sur *Drop*, un autre concurrent, on compte trois hommes et quatre femmes. Le poids moyen des hommes est 75 kg et la moyenne globale du poids d'un membre d'équipage est 66,4 kg. Combien pèse en moyenne chaque femme de l'équipage de *Drop* ?

29 La granulométrie, c'est l'étude de la dimension des grains. L'histogramme ci-dessous représente la répartition des grains de sable d'un échantillon en fonction de leur taille.

1. Expliquer comment est gradué l'axe horizontal.

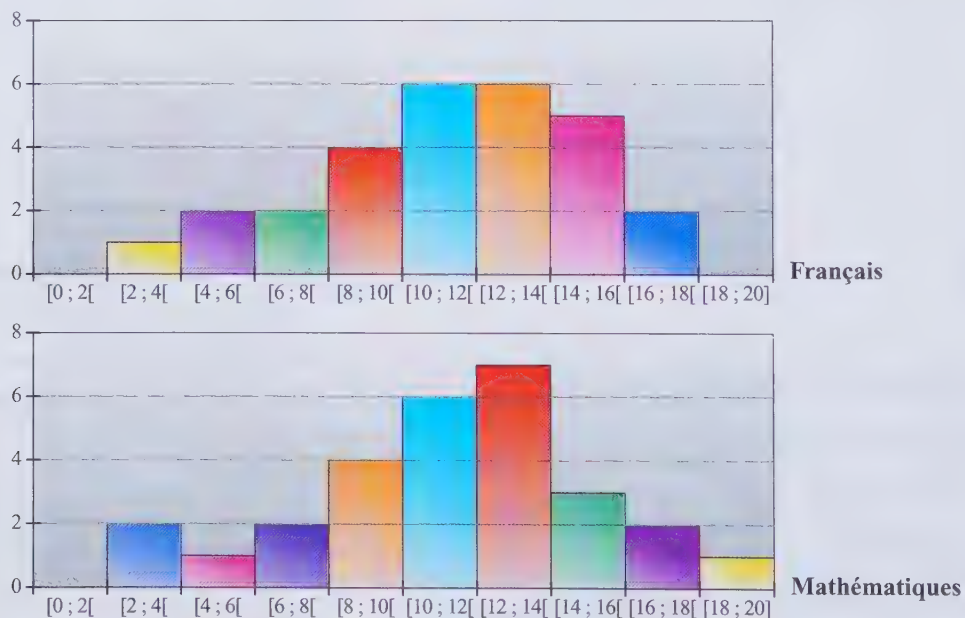
2. Dresser un tableau statistique comportant trois classes et faisant apparaître une ligne pour les fréquences et une ligne pour les fréquences cumulées.

3. Calculer la taille moyenne d'un grain de sable de cet échantillon.



D'après le magazine *Cosinus*.

30 On a représenté ci-dessous les moyennes trimestrielles en français et en mathématiques des 28 élèves de la 4^e C. Par exemple, la catégorie [10 à 12[correspond aux notes n vérifiant $10 \leq n < 12$.



1. Après avoir recherché le centre de chaque classe d'intervalles, calculer une valeur approchée de la moyenne en français de la 4^e C.

2. a. Calculer de même une valeur approchée de la moyenne en mathématiques de la 4^e C.

b. Que constate-t-on ?

exercices

31 En l'absence de tableur, on peut réaliser l'exercice à la calculatrice ou à la main.

Loïc tient un restaurant où il sert cinq types de menus *Tout compris*.

Il souhaite calculer la dépense moyenne effectuée par les clients qu'il a reçus ce week-end.

Le tableau suivant présente toutes les données et les formules que Loïc a entrées dans le tableur.

Il a ensuite étendu la formule de la cellule B3 vers la droite jusqu'à la cellule F3.

	A	B	C	D	E	F	G
	Prix du menu						
1	en euros	8	12	20	25	30	
	Nombre de						
2	commandes	10	25	43	8	3	=SOMME(B2:F2)
3	Produit	=B1*B2					=SOMME(B3:F3)
4							=G3/G2

1. Recopier le tableau et le compléter avec les résultats que donne l'ordinateur.

2. Combien de clients ont commandé le menu à 20 euros ?

3. Combien de clients Loïc a-t-il reçus pendant le week-end ?

4. Quelle dépense moyenne par client a-t-il finalement obtenue ?

32 1. Samira, experte en tableur, a eu ce trimestre quatre notes en technologie.

Pour effectuer sa moyenne, elle a donc utilisé un tableur et voici l'écran qu'elle a obtenu.

	A	B	C	D	E	F	G
1	Devoir	D1	D2	D3	D4		
2	Note	10	12	8	15	=moyenne(B2:E2)	

Quel résultat obtient-elle à la cellule F2 en validant avec la touche « entrée » ?

2. Samira avait oublié que le professeur avait attribué des coefficients à chaque note.

Voici le nouvel écran qu'elle a réalisé à l'aide du tableur Excel en tenant compte des coefficients.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Devoir	D1	D2	D3	D4				
2	Coefficient	2	3	1	4				
3	Note	10	12	8	15	=sommeprod(B2:E2;B3:E3)/somme(B2:E2)			

Quel résultat obtient-elle à la cellule F3 en validant avec la touche « entrée » ?

3. Réaliser sur tableur l'écran de la question 2 puis valider avec la touche « entrée ».

En testant plusieurs valeurs différentes dans la cellule E3, déterminer quelle note aurait dû avoir Samira au devoir D4 pour obtenir une moyenne pondérée égale à 14.

En l'absence de tableur, répondre à cette question à l'aide d'une équation ou de tests effectués à la calculatrice.

33 Tous les ans, le club de basket

Au Rebond commande des chaussures de sport pour ses joueurs. Pour cela, on leur fait remplir un questionnaire pour connaître leur pointure. Les tableaux ci-contre donnent le bilan dressé par le secrétaire du club.

Dans ce club, il y a deux fois plus de garçons que de filles.

À l'aide d'un calcul de moyennes pondérées bien choisies, dresser le tableau des fréquences de pointures relatives à l'ensemble des joueurs du club (garçons et filles).

Pointure	34	35	36	37	38	39	40	41
Fréquence en %	9	11	20	22	17	12	6	3

Filles

Pointure	37	38	39	40	41	42	43	44
Fréquence en %	6	8	14	16	23	15	12	6

Garçons

exercices

Pertinence du choix d'un schéma

34 Voici quelques renseignements, trouvés par Théo, concernant des planètes du système solaire.

	Mercure	Vénus	Terre	Mars	Jupiter	Saturne	Uranus	Neptune	Pluton
Diamètre en km	4 870	12 100	12 750	6 750	142 790	120 600	51 100	40 600	2 280

Pour représenter le plus clairement possible cette situation, Théo hésite entre réaliser un diagramme en bâtons ou un diagramme circulaire.

1. Quel choix peut-on lui conseiller ?
2. Réaliser cette représentation pour Théo.

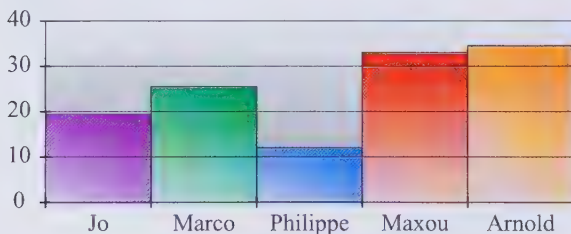
35 On a relevé le groupe sanguin de 240 personnes venues se faire prélever du sang lors d'une journée de don. Le tableau ci-contre donne le bilan qu'on a pu dresser.

Groupe	O	A	B	AB
Effectif	110	104	19	7

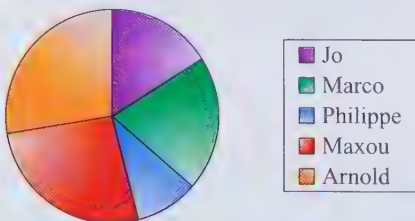
1. Représenter la situation par un histogramme puis par un diagramme circulaire.
2. a. Sur laquelle des représentations peut-on repérer d'un coup d'œil le groupe le plus important ?
b. Les deux groupes B et AB représentent-ils, ensemble, plus ou moins de 20 % des donneurs ?
Sur quelle représentation ce résultat est-il le plus visible ?

36 Basket

Lors d'un match de basket, cinq joueurs de l'équipe des *Kangourous sauteurs* ont marqué des points. On a représenté ci-dessous, de deux manières différentes, la répartition des points marqués par ces cinq joueurs.



Graphique 1

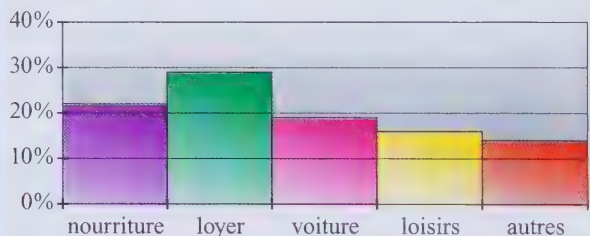


Graphique 2

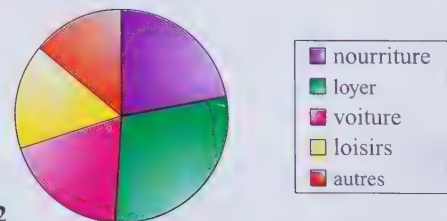
1. Arnold, qui est parfois un peu fanfaron, prétend être le meilleur marqueur de son équipe pour ce match. Que peut-on en penser ? Expliquer la réponse en indiquant quel est le graphique sur lequel elle est la plus visible.
2. Arnold affirme aussi qu'il est le seul à avoir marqué plus de 25 % des points de son équipe ce jour-là. Que peut-on en penser ? Expliquer la réponse en indiquant quel est le graphique sur lequel elle est la plus visible.

37 Budget familial

On a représenté ci-dessous de deux manières différentes la répartition des principales dépenses annuelles de la famille Didier.



Graphique 1



Graphique 2

1. Cette famille consacre-t-elle une part plus importante de son budget à la voiture ou aux loisirs ? Justifier la réponse en indiquant sur quel graphique elle est la plus visible.
2. Les dépenses consacrées au loyer et à la nourriture représentent-elles, ensemble, plus ou moins de la moitié du budget total ? Justifier la réponse en indiquant sur quel graphique elle est la plus visible.

exercices

Études statistiques

Pour les exercices 38 à 40, on utilise les résultats ci-contre d'une enquête menée dans un chenil sur certaines caractéristiques de ses pensionnaires, notamment leur âge a .

	$0 \leq a < 2$	$2 \leq a < 4$	$4 \leq a < 6$	$6 \leq a < 8$	$8 \leq a < 10$
Petite race	1	3	2	3	2
Race moyenne	0	4	3	0	5
Grande race	1	5	3	2	0

38 On répartit tous les chiens du chenil en classes d'âge, sans tenir compte de leur race.

1. Recopier et compléter le tableau statistique suivant dans lequel on exprimera les fréquences en pourcentages :

	$0 \leq a < 2$	$2 \leq a < 4$	$4 \leq a < 6$	$6 \leq a < 8$	$8 \leq a < 10$
Effectif	2				
Effectif cumulé					
Fréquence					
Fréquence cumulée					

2. Colorier en bleu la case qui indique combien de chiens du chenil ont moins de 6 ans. Quel est ce nombre ?

3. Colorier en rouge la case qui indique la proportion des chiens du chenil qui ont moins de 8 ans. Quelle est cette proportion ?

4. À l'aide du tableau, calculer en justifiant la réponse :

a. le nombre de chiens qui ont au moins 2 ans ;

b. la proportion des chiens qui ont au moins 4 ans.

39 Calculer une valeur approchée de la moyenne des âges des chiens du chenil.

40 On répartit tous les chiens du chenil en classes de race, sans tenir compte de leur âge.

1. Recopier et compléter le tableau statistique ci-contre.

	Petite race	Race moyenne	Grande race
Effectif			

2. Représenter cette répartition par un diagramme semi-circulaire.

Simulation de jeu de dés sur tableur Excel

41 1. Entrer dans la cellule A1 de la feuille de calcul la formule `=ENT(6*ALEA())+1` puis cliquer sur la touche « entrée ». Cette formule permet de tirer au sort un nombre entier allant de 1 à 6, comme si on jouait avec un dé.

2. Étendre cette formule sur une vaste zone rectangulaire dont les coins sont les cellules A1, J1, J100 et A100. Vérifier que le nombre de cellules du rectangle est 10 000. C'est donc comme si on avait lancé le dé 10 000 fois instantanément.

3. À l'aide de la formule `=MOYENNE(A1:J100)`, calculer à la cellule K1 la moyenne de tous les

nombre contenus dans les cellules de la zone rectangulaire décrite à la question 2. Valider la formule avec la touche « entrée ».

Noter le résultat obtenu en K1 sur une feuille de papier.

4. a. La touche F9 permet de simuler instantanément 10 000 nouveaux lancers du dé. À l'aide de cette touche F9, renouveler l'opération dix-neuf fois de manière à obtenir 20 nombres notés sur la feuille de papier.

b. Parmi les 20 nombres obtenus, calculer la fréquence de ceux qui sont compris entre 3,4 et 3,6. Cette fréquence est-elle très éloignée de 100 % ? Sans chercher à justifier le phénomène constaté, peut-on considérer ce résultat comme étonnant ? Pourquoi ?

devoirs à la maison

Les exercices proposés dans cette rubrique nécessitent l'emploi d'une calculatrice. Ils peuvent également être réalisés à l'aide d'un tableur.

42 Pour les cinéphiles

Un sondage a été réalisé auprès des élèves d'un collège pour connaître le nombre de films qu'ils ont vus au cinéma ou à la télévision au cours du dernier mois.

On a obtenu les résultats ci-dessous.

Nombre de films n	$0 \leq n \leq 3$	$3 < n \leq 6$	$6 < n \leq 9$	$9 < n \leq 15$
Fréquence cumulée en %	20	66	94	100

1. Recopier et compléter le tableau suivant :

Nombre de films n	$0 \leq n \leq 3$	$3 < n \leq 6$	$6 < n \leq 9$	$9 < n \leq 15$
Fréquence en %				

2. Parmi les élèves interrogés, cent quinze ont vu de 4 à 6 films.

Combien d'élèves ont été consultés lors de ce sondage ?

3. a. Dresser un tableau d'effectifs correspondant à la situation.

b. Calculer le nombre d'élèves qui ont vu moins de 10 films.

43 Marché de l'automobile

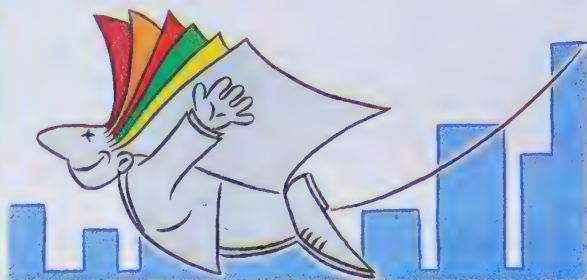
Le tableau suivant concerne le nombre de véhicules achetés neufs par des particuliers de 1996 à 1999.

	1996	1997	1998	1999
Nombre de véhicules en milliers	2 130	1 713		2 160
Effectif cumulé			5 787	

1. Recopier et compléter le tableau.

2. a. Représenter la situation par un diagramme circulaire.

b. « On a immatriculé globalement plus de véhicules particuliers en 1998 et 1999 qu'en 1996 et 1997 », déclare Fred. À la vue du graphique, que peut-on en penser ? Expliquer pourquoi.

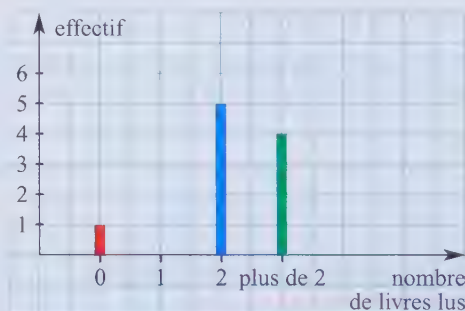


44 Dans une classe de 27 élèves, composée de 10 garçons et de 17 filles, on a réalisé une enquête sur le nombre de livres lus au mois de novembre. Voici les résultats de cette enquête.

• Pour les filles

Nombre de livres lus	0	1	2	plus de 2
Effectif	0	2		9

• Pour les garçons



1. Construire pour les filles un tableau statistique à cinq lignes indiquant :

a. les classes (nombre de livres lus) ;

b. les effectifs ;

c. les effectifs cumulés ;

d. les fréquences arrondies à 1 % ;

e. les fréquences cumulées arrondies à 1 %.

2. Reprendre la question 1 pour les garçons.

3. Reprendre la question 1 pour la classe entière.

4. Dans cette question, on utilisera pour répondre les tableaux obtenus aux questions précédentes.

a. Soit x le pourcentage de filles qui ont lu moins de 3 livres, y le pourcentage de garçons qui ont lu moins de 3 livres et z le pourcentage des élèves de la classe qui ont lu moins de 3 livres.

Déterminer x , y et z .

b. Le nombre z est-il égal à la moyenne de x et de y ? Pourquoi ?

c. Expliquer comment retrouver z à partir de x et de y par un calcul de moyenne pondérée.

vive les maths !

Statistiques et Tableurs

Voici deux relevés statistiques effectués par Josiane, bibliothécaire (relevé 1) et par Sophie, secrétaire d'agence de voyages (relevé 2).

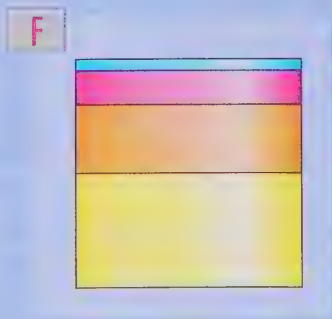
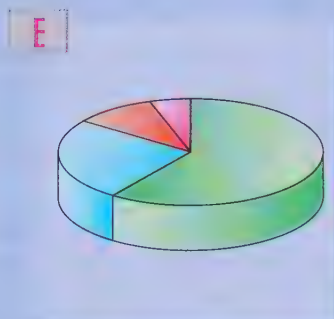
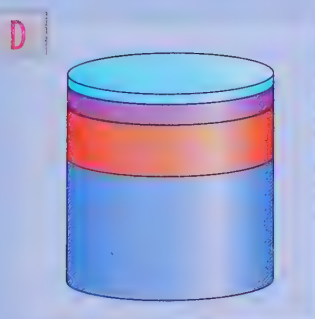
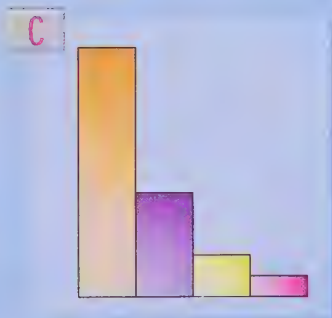
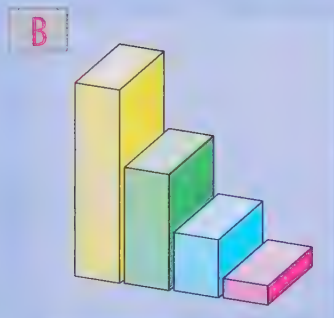
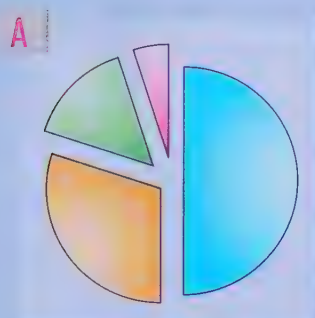
Relevé 1

	A	B	C	D	E
1	Type d'emprunt	BD	romans	œuvres théâtrales	œuvres poétiques
2	Fréquence	60%	25%	10%	5%

Relevé 2

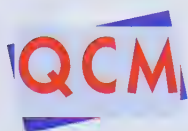
	A	B	C	D	E
1	Destination des voyageurs	Europe	Afrique	Amérique	Autres
2	Fréquence	50%	30%	15%	5%

1. À l'aide d'un tableur, on a représenté de trois manières différentes chacune de ces deux répartitions. Hélas, les légendes des schémas ont disparu ! Retrouver les représentations correspondant au relevé 1 ainsi que celles correspondant au relevé 2.

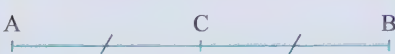
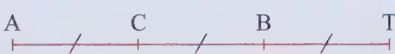


2. À l'aide d'un tableur, construire d'autres représentations des deux situations décrites.

ACTIVITÉS



Pour chacune des questions ci-dessous, choisir la ou les bonne(s) réponse(s).

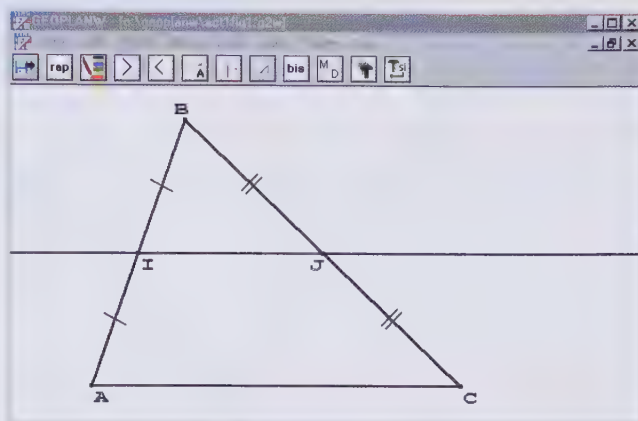
	a	b	c
1 On donne la figure ci-dessous : 	$\frac{AC}{AB} = 2$	$\frac{AC}{AB} = \frac{1}{2}$	$\frac{AB}{BC} = \frac{1}{2}$
2 On donne la figure ci-dessous : 	$\frac{AC}{CT} = \frac{1}{2}$	$\frac{AC}{CT} = 2$	$\frac{AC}{AT} = 3$
3 M est un point de [AK] et $KM = \frac{1}{2} AK$. 	M = I	M = J	M = K
4 M est un point de [AB]. Si $\frac{AM}{AB} = \frac{1}{2}$, alors	B est le milieu de [AM].	M est le milieu de [AB].	A est le milieu de [BM].
5 Si $\frac{4}{OA} = \frac{2}{5}$, alors OA est égal à	$\frac{40}{8}$	10	$\frac{2}{20}$
6 Si $\frac{OA}{5} = \frac{3}{4}$, alors OA est égal à	3,75	$\frac{15}{20}$	5,75

Les activités 1 à 3 peuvent être réalisées sur une feuille ou à l'aide d'un logiciel de géométrie. Ici, on a utilisé Géoplanw.

1 Droite des milieux

1. Reproduire une figure du même type que celle ci-contre où I est le milieu de [AB] et J le milieu de [BC].

Que constate-t-on pour les droites (AC) et (IJ) ?



BILAN

Recopier et compléter :

La droite passant par les de deux côtés d'un triangle est au troisième côté.

2. Reprendre la figure précédente.

Mesurer les segments [IJ] et [AC]. Que constate-t-on ?

BILAN

Recopier et compléter :

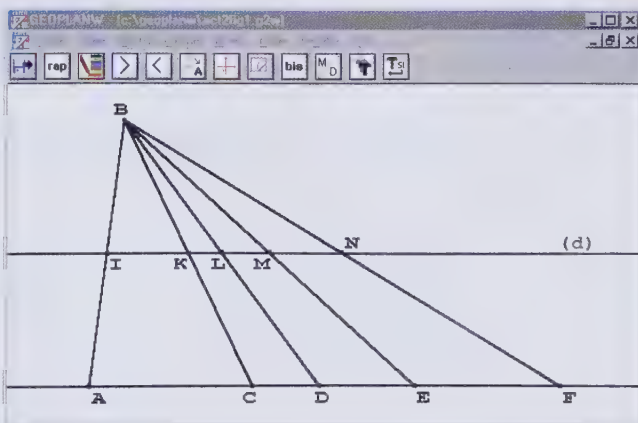
La longueur du segment joignant les d'un triangle est égale à la du

2 Parallèle passant par le milieu

1. Reproduire une figure du même type que celle ci-contre où I est le milieu de [AB] et la droite (d) est la parallèle à la droite (AC) passant par I. La droite (d) coupe les segments [BC], [BD], [BE] et [BF] respectivement en K, L, M et N.

2. Mesurer les segments [KB] et [KC]. Que peut-on en déduire pour le point K ?

3. Reprendre la question 2 pour les segments [BL] et [LD], [BM] et [ME], [BN] et [NF].



BILAN

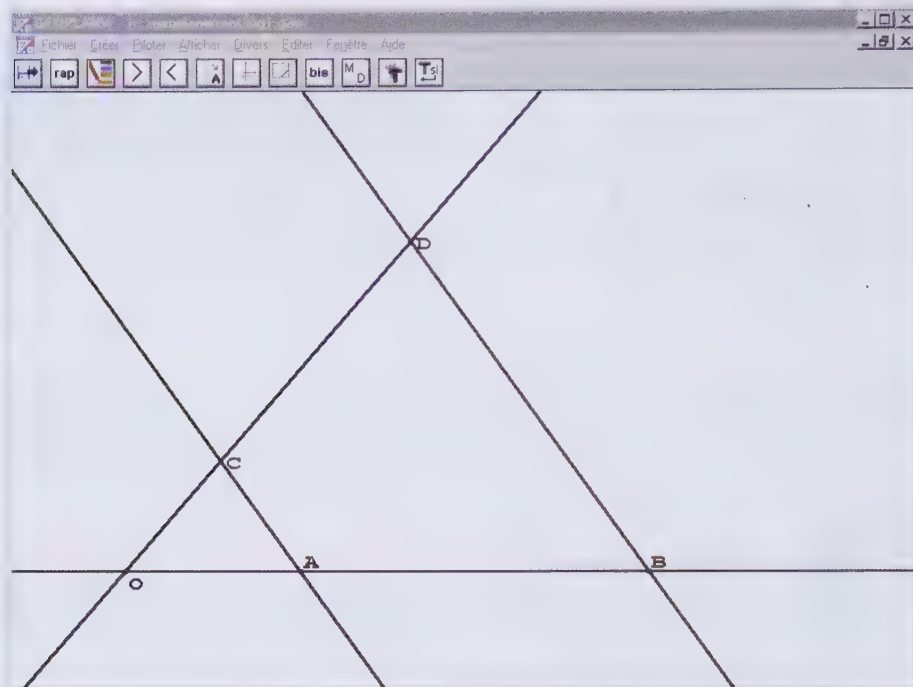
Recopier et compléter :

Dans un triangle, si une droite passe par le d'un côté et si elle est à un autre côté, alors elle coupe le troisième en son

Cette propriété est admise sans démonstration.

3 Droites sécantes coupées par deux droites parallèles

1. Tracer un triangle ODB et le point A du segment [OB]. La parallèle à la droite (BD) passant par A coupe la droite (OD) en C.



2. Citer les deux triangles de sommet O de la figure obtenue.
3. Mesurer les longueurs OB, OA, OD, OC, BD et CA.

4. Calculer à 0,1 près les quotients $\frac{OA}{OB}$, $\frac{OC}{OD}$ et $\frac{AC}{DB}$.

Que constate-t-on ?

5. a. Recopier et compléter le tableau ci-dessous puis trouver a :

OB	OD		$\times a$
OA	OC		

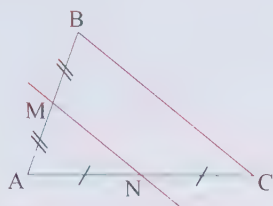
- b. Que peut-on dire des longueurs des côtés des deux triangles ci-dessus ?

1 Droite des milieux

a • Milieux

THÉORÈME

Dans un triangle, si une droite passe par les milieux de deux côtés, alors elle est parallèle au troisième côté.



DONNÉES

- M est le milieu de [AB].
- N est le milieu de [AC].

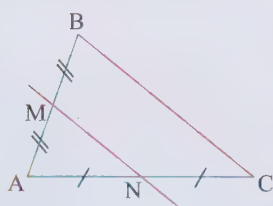
CONCLUSION

La droite (MN) est parallèle à (BC).

b • Longueurs

THÉORÈME

Dans un triangle, le segment joignant les milieux de deux côtés mesure la moitié du troisième côté.



DONNÉES

- M est le milieu de [AB].
- N est le milieu de [AC].

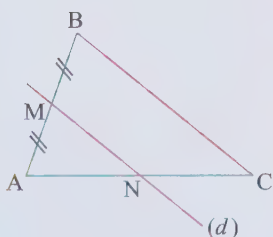
CONCLUSION

$$MN = \frac{BC}{2}$$

c • Milieux et parallèles

THÉORÈME

Dans un triangle, si une droite passe par le milieu d'un côté et est parallèle à un deuxième côté, alors elle coupe le troisième côté en son milieu.



DONNÉES

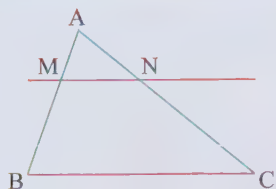
- M est le milieu de [AB].
- (d) est parallèle à (BC).

CONCLUSION

(d) passe par le milieu N de [AC].

2 Parallèles et sécantes

Dans un triangle, si on coupe deux côtés par une parallèle au troisième côté, alors on obtient deux triangles à côtés proportionnels.



DONNÉES

- M est un point de [AB].
- N est un point de [AC].
- (MN) est parallèle à (BC).

CONCLUSION

côtés du triangle AMN

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$

côtés du triangle ABC

Les 2 triangles ont des côtés proportionnels.

savoir démontrer

ÉNONCÉ

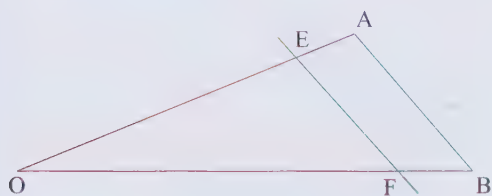
On donne un triangle OAB tel que $OA = 6\text{ cm}$ et $AB = 3\text{ cm}$.
On place sur $[OA]$ le point E tel que $OE = 5\text{ cm}$.
La parallèle à (AB) passant par E coupe (OB) en F.
Démontrer que $EF = 2,5\text{ cm}$.

Première étape ► Je lis l'énoncé

Au brouillon, je note les données :

$OA = 6\text{ cm}$; $AB = 3\text{ cm}$ et $OE = 5\text{ cm}$. $(EF) \parallel (AB)$.

Je fais une figure :



ASTUCE

Je reproduis la figure sur une feuille volante afin de l'avoir toujours sous les yeux quand j'écris mes réponses !

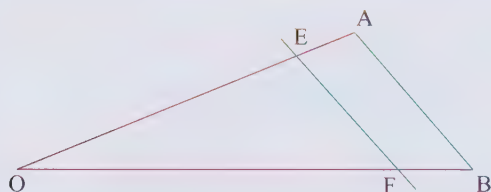


Je note le but de la question :

Calculer EF.

Deuxième étape ► Je recherche

Je reconnais une configuration du cours :



Troisième étape ► Je rédige

J'énonce les données utiles :

Dans le triangle OAB, E est un point du côté $[OA]$,
F est un point du côté $[OB]$ et (EF) est parallèle à (AB) .

Je cite le théorème utilisé :

Dans un triangle, si on coupe deux côtés par une parallèle au troisième côté, alors on obtient deux triangles à côtés proportionnels.

Je conclus :

Triangle OEF	OF	OE	EF
Triangle OAB	OB	OA	AB

$$\text{On a } \frac{OE}{OA} = \frac{EF}{AB}, \text{ donc } \frac{5}{6} = \frac{EF}{3}.$$

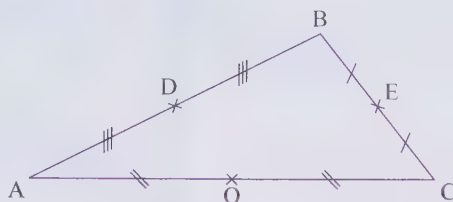
$$\text{D'où } 6 \times EF = 15 \text{ et } EF = \frac{15}{6}. \text{ Donc } EF = 2,5\text{ cm}.$$



choisir les outils

Exercice ■ Une configuration classique

On considère le triangle ABC ci-dessous. Les points O, D et E sont les milieux respectifs des côtés [AC], [AB] et [BC].



1. Démontrer que les droites (DE) et (AC) sont parallèles.
2. Démontrer que les droites (OE) et (AB) sont parallèles.
3. Démontrer que le quadrilatère OEDA est un parallélogramme.

Solution

1. Dans le triangle ABC, D et E sont les milieux des côtés [AB] et [BC].

La droite qui passe par les milieux de deux côtés d'un triangle est parallèle au troisième côté.
Les droites (DE) et (AC) sont donc parallèles.

2. En raisonnant de façon analogue avec les points O et E qui sont les milieux des côtés [AC] et [BC] du triangle ABC, on conclut que les droites (OE) et (AB) sont parallèles.

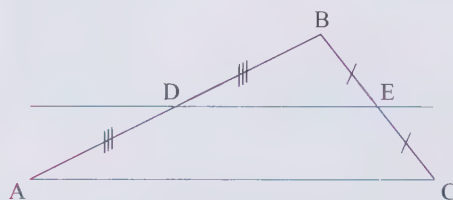
3. $(DE) \parallel (AO)$ et $(OE) \parallel (AD)$.

Un quadrilatère qui a ses côtés opposés parallèles est un parallélogramme.

Donc OEDA est un parallélogramme.

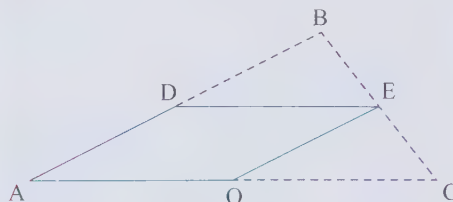
Commentaires

- J'énonce les données utiles.
- Je reconnais une configuration du cours :



- Je cite le théorème utilisé.
- Je conclus.

- J'énonce les données utiles.
- Je reconnais une configuration du cours :

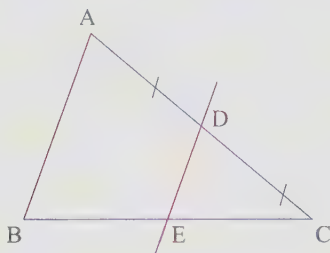


- Je cite le théorème utilisé.
- Je conclus.

exercices

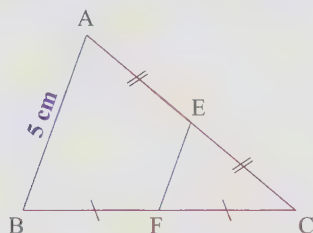
travail autonome

1 Dans la figure ci-dessous, le point D est le milieu de [AC] et la parallèle à (AB) passant par D coupe [BC] en E.

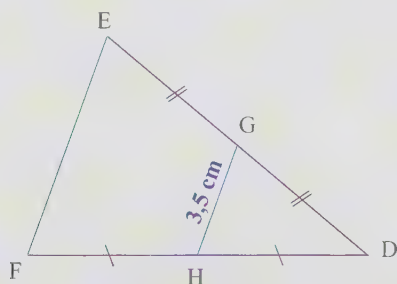


Que peut-on dire de la position du point E sur le segment [BC] ? Justifier la réponse en citant le théorème du cours utilisé.

2 Utiliser le codage de la figure ci-dessous pour calculer EF en citant le théorème du cours qui permet ce calcul.



3 Même énoncé que l'exercice 2.



4 Dans chacune des figures ci-dessous, les droites roses sont parallèles.

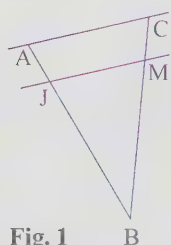


Fig. 1

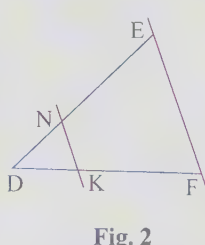


Fig. 2

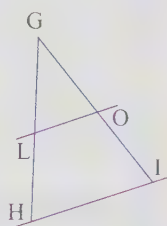
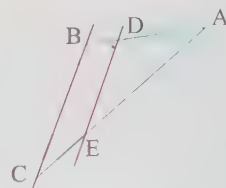


Fig. 3

Pour chacune de ces figures :

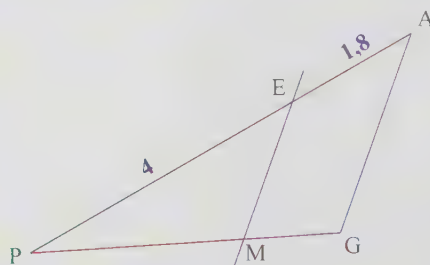
1. Citer les deux triangles.
2. Donner la liste de leurs côtés.
3. a. Citer le théorème du cours permettant d'écrire des égalités de quotients.
b. Écrire ces égalités.

5 On donne la figure ci-contre où les droites rouges sont parallèles. Recopier et compléter le tableau de proportionnalité suivant :



Triangle ADE	AD	AE	DE
.....			

6 Dans la figure ci-dessous, les droites bleues sont parallèles, EP = 4 cm et EA = 1,8 cm.



1. a. Quel théorème du cours permet de calculer $\frac{PM}{PG}$?

b. Recopier et compléter :

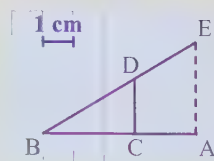
$$\frac{PM}{PG} = \frac{\text{côté du petit triangle}}{\text{côté du grand triangle}}$$

2. a. Quel théorème du cours permet de calculer $\frac{AG}{EM}$?

b. Recopier et compléter :

$$\frac{AG}{EM} = \frac{\text{côté du grand triangle}}{\text{côté du petit triangle}}$$

7 On donne la figure ci-contre. À l'aide du quadrillage :



1. Déterminer $\frac{BC}{BA}$.

2. Recopier et compléter en justifiant : $\frac{BC}{BA} = \frac{CD}{BA}$.

3. Calculer CD.

exercices

s'entraîner

Le bon théorème

8 Voici trois énoncés d'exercices.

Énoncé 1 : soit ABC un triangle. On appelle E et F les milieux des côtés [AB] et [AC]. Démontrer que les droites (EF) et (BC) sont parallèles.

Énoncé 2 : soit RST un triangle et I le milieu de [SR]. On trace la droite (d) parallèle à (ST) passant par I. Elle coupe [RT] en J. Démontrer que J est le milieu de [RT].

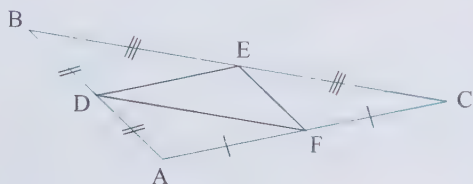
Énoncé 3 : soit ABC un triangle. On appelle E et F les milieux des côtés [AB] et [AC]. Démontrer que $EF = \frac{1}{2} BC$.

Pour chacun des énoncés :

1. Réaliser au brouillon une figure à main levée.
2. Citer le théorème qui permet de réaliser la démonstration (on ne demande pas ici de rédiger la démonstration).

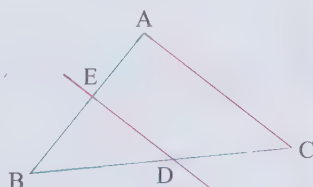
Milieux et triangles

9 1. Observer la figure suivante dans laquelle $AB = 2,5$ cm, $AC = 3,8$ cm et $BC = 5,6$ cm.

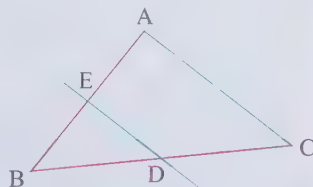


2. Écrire le théorème qui permet de calculer EF, ED et DF. En déduire le périmètre du triangle DEF.

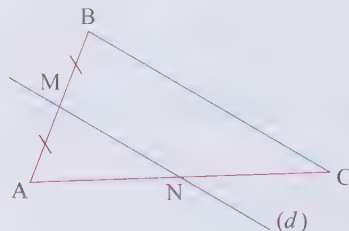
10 1. Dans la figure ci-contre, les droites rouges sont parallèles. Luc affirme qu'on peut en déduire que le point D est le milieu de [BC]. A-t-il raison ?



2. Dans la figure ci-contre, les droites vertes sont parallèles et $2 EB = AB$. Léa affirme qu'on peut en déduire que le point D est le milieu de [BC]. A-t-elle raison ?



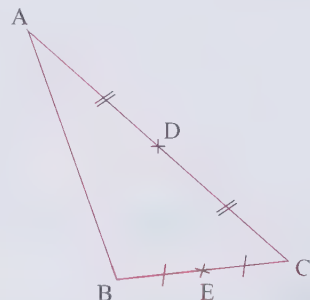
11 On considère le triangle ABC ci-dessous avec $BC = 6$ cm et dans lequel les droites bleues sont parallèles.



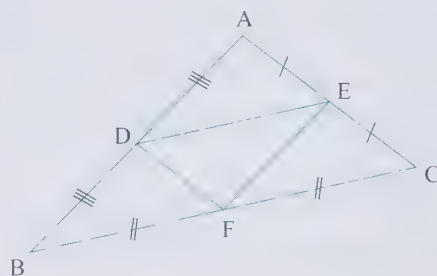
1. Démontrer que N est le milieu de [AC].
2. Calculer MN.

12 1. Reproduire une figure du même type que celle ci-contre.

2. Tracer à la règle seule (non graduée) la parallèle à (AB) passant par E. Justifier.

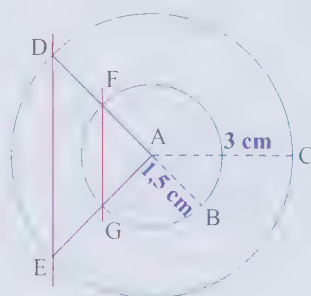


13 On donne la figure codée ci-dessous :



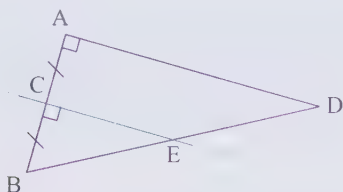
1. Trouver toutes les droites qui semblent parallèles (sans justifier).
2. Justifier que les droites (DE) et (BC) sont parallèles en énonçant le théorème du cours utilisé.

14 Démontrer que les droites (ED) et (FG) de la figure ci-contre sont parallèles.



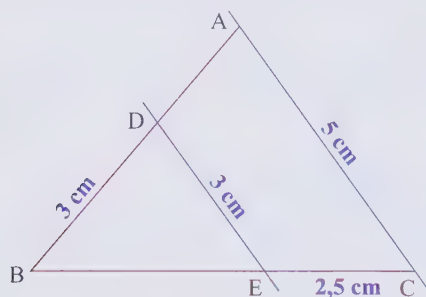
exercices

- 15** Le triangle ABD ci-dessous est rectangle en A et C est le milieu de [AB]. La droite (CE) est perpendiculaire à (AB).



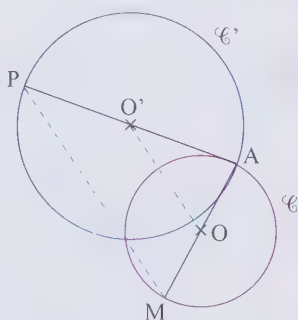
Démontrer que E est le milieu de [BD].

- 16** Dans la figure ci-dessous, qui n'est pas à l'échelle, les droites bleues sont parallèles.



Cléa affirme que le triangle ABC est isocèle en C. A-t-elle raison ?

- 17** On considère les cercles $\mathcal{C}$ et $\mathcal{C}'$ ci-contre de diamètres [AM] et [AP], et de centres O et O'.

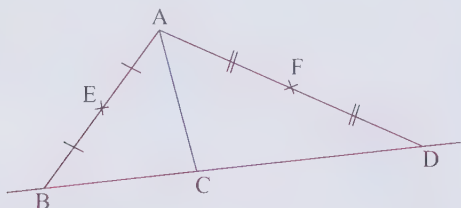


- 1.** Démontrer que les droites (OO') et (MP) sont parallèles.

- 2.** On donne :
 $OO' = 4 \text{ cm}$.

Calculer PM en justifiant la réponse.

- 18** **1.** Reproduire une figure du même type que celle ci-dessous où C est un point quelconque de [BD].



- 2.** Démontrer que la droite (EF) est parallèle à la droite (BD).

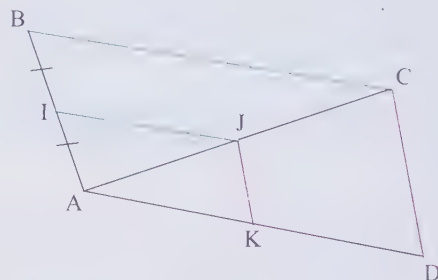
- 3.** La droite (EF) coupe [AC] en I. Que peut-on dire du point I ? Justifier.

- 19** **1.** Tracer un cercle de centre O, de diamètre [AB] et un point C sur ce cercle.

- 2.** Construire le symétrique M du point B par rapport à C.

- 3.** Démontrer que les droites (OC) et (AM) sont parallèles.

- 20** Dans la figure ci-dessous, I est le milieu de [AB], (IJ) est parallèle à (BC) et (JK) est parallèle à (CD).

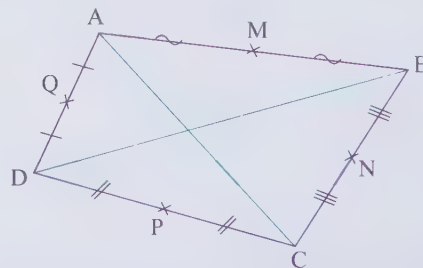


- 1.** Que peut-on dire de J ? Justifier.

- 2.** Que peut-on dire de K ? Justifier.

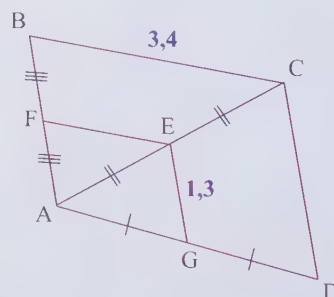
- 3.** Que peut-on en déduire pour les droites (IK) et (BD) ? Justifier la réponse.

- 21** **1.** Reproduire une figure du même type que celle ci-dessous avec $AC = 5 \text{ cm}$ et $BD = 7 \text{ cm}$.



- 2.** Calculer le périmètre du quadrilatère MNPQ en justifiant la réponse.

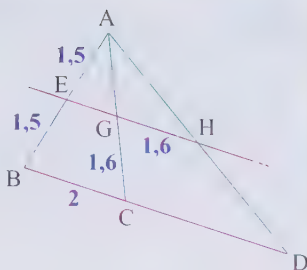
- 22** On donne la figure codée ci-dessous (les longueurs sont en cm) :



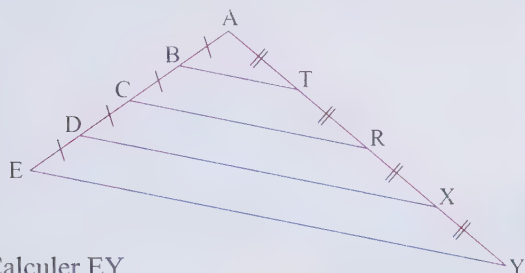
Calculer EF et CD.

exercices

- 23** Dans la figure ci-contre, les droites (EH) et (BD) sont parallèles (les longueurs sont en cm). Calculer AG, EG et CD.

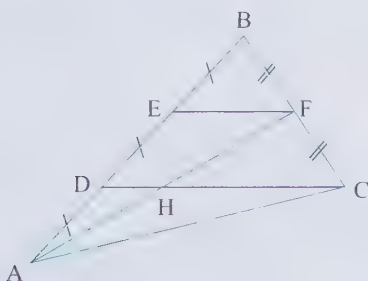


- 24** On donne la figure codée ci-dessous avec $BT = 2$ cm.



Calculer EY.

- 25** On donne la figure codée ci-dessous et on pose $DC = 3,2$ cm.



1. a. Calculer EF.
b. Montrer que (EF) et (CD) sont parallèles.
2. Calculer DH puis CH.

- 26** 1. Tracer un triangle ABC.

2. Construire le symétrique U de B par rapport à A et le symétrique V de B par rapport à C.

3. Que peut-on dire des droites (AC) et (UV) ? Justifier.

- 27** Tracer un triangle équilatéral ABC. On note M le milieu de [AB] et N le milieu de [AC]. Démontrer que AMN est équilatéral.

- 28** Soit ABC un triangle équilatéral. On note I, J et K les milieux respectifs des côtés [AB], [BC] et [CA]. Quelle est la nature exacte du triangle IJK ? Justifier.

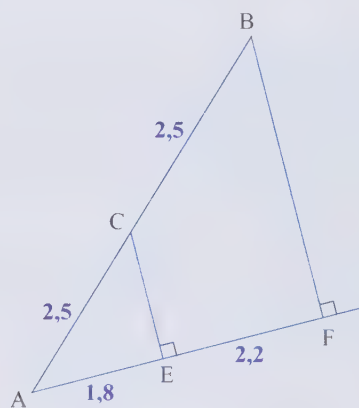
- 29** Même énoncé que l'exercice 28 avec ABC isocèle en A.

- 30** Soit MNP un triangle. On appelle R, S et T les milieux respectifs des côtés [MP], [MN] et [NP]. La droite (d) parallèle à (NP) passant par M coupe (RT) en V et (ST) en U.

1. Pourquoi les droites (UV) et (SR) sont-elles parallèles ?

2. Démontrer que le quadrilatère UMRS est un parallélogramme.

- 31** Lise a réalisé la figure suivante.



Expliquer sans calcul pourquoi sa figure est fausse.

- 32** 1. Tracer un parallélogramme ABCD.

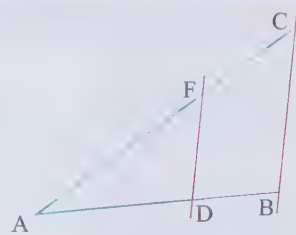
2. Construire le symétrique E du point A par rapport au point D.

3. Tracer le point d'intersection F des droites (EC) et (AB).

4. Démontrer que C est le milieu de [EF].

Proportionnalité

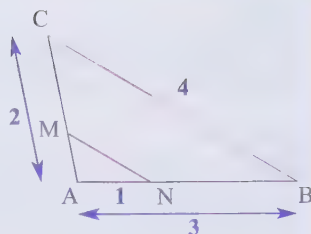
- 33** Dans la figure ci-contre, les droites rouges sont parallèles. Recopier et compléter les égalités suivantes avec des longueurs de segments de la figure :



1. a. $\frac{AF}{AC} = \frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots}$; b. $\frac{AC}{AF} = \frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots}$.
2. a. $\frac{BC}{DF} = \frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots}$; b. $\frac{DF}{BC} = \frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots}$.

exercices

34 Dans la figure ci-contre, les droites (MN) et (BC) sont parallèles.



1. Indiquer si la longueur MN est égale à :

a. 1,5 ; b. $\frac{4}{3}$; c. $\frac{3}{4}$.

2. Indiquer si la longueur AM est égale à :

a. $\frac{4}{3}$; b. $\frac{2}{3}$; c. $\frac{1}{3}$.

3. Indiquer si la longueur CM est égale à :

a. $\frac{4}{3}$; b. $\frac{2}{3}$; c. $\frac{1}{3}$.

35 Soit ABC un triangle. D et E sont deux points du segment [CB], la droite (d) parallèle à (AB) passant par D coupe (AC) en G et la droite (d') parallèle à (AB) passant par E coupe (AC) en F.

1. Faire une figure.

2. Recopier et compléter les égalités suivantes après avoir cité les triangles et les parallèles utilisés :

a. $\frac{CF}{CG} = \frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots}$; b. $\frac{EF}{AB} = \frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots}$;

c. $\frac{GD}{CB} = \frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots}$.

36 Soit ABCD un parallélogramme tel que AD = 5 cm, E un point du segment [BC] tel que CE = 2 cm et F le point d'intersection des droites (AE) et (DC).

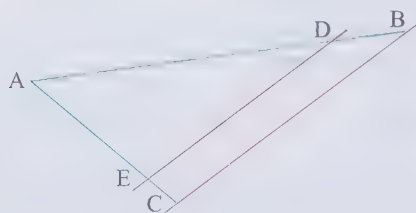
1. Faire une figure.

2. Recopier et compléter les égalités suivantes :

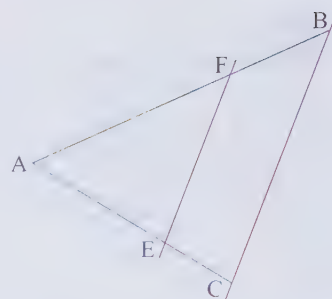
$\frac{FC}{FD} = \frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots}$. Justifier la réponse.

Pour les exercices 37 à 39, calculer x à l'aide des indications données. Les droites tracées en rouge sur les figures sont parallèles.

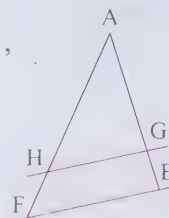
37 AE = 2 cm, AC = 2,5 cm, AB = 5 cm et AD = x cm.



38 AF = 4 cm, AB = 6 cm, BC = 5 cm et EF = x cm.

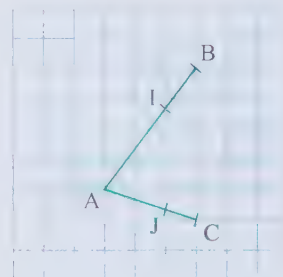


39 AH = 4,5 cm, HF = 1,5 cm, HG = 3 cm et EF = x cm.



40 Dans la figure ci-contre, l'unité étant la longueur du côté d'un carreau :

1. Déterminer $\frac{AI}{AB}$ en s'aidant du quadrillage.
2. Calculer IJ. Justifier.

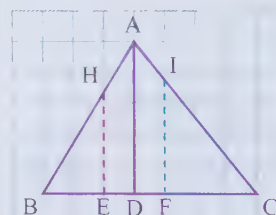


41 Chaque petit carreau du quadrillage ci-dessous a pour côté 1 cm.

1. a. Quelle est la nature du quadrilatère HEFI ?
b. Rappeler la formule donnant l'aire d'un tel quadrilatère.

2. Calculer EH et FI.

3. Calculer l'aire de HEFI.



42 Soit ABC un triangle tel que AB = 4 cm, AC = 3 cm et BC = 6 cm. Soit M le milieu de [AB] et P le milieu de [MB]. La parallèle à (BC) menée par P coupe [AC] en Q. Calculer PQ et AQ.

43 1. Tracer un triangle ABE tel que : AB = 3 cm ; AE = 6 cm et BE = 5 cm.

2. Sur la demi-droite [AB), placer le point C à l'extérieur du triangle ABC tel que BC = 1,8 cm.

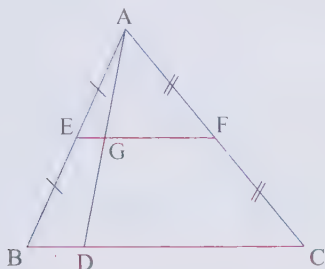
3. La droite (d) parallèle à (BE) passant par C coupe (AE) en D. Calculer DC et AD.

exercices

Calculs

44 Tracer un triangle ABC tel que $\widehat{ABC} = 40^\circ$, E un point du segment [BC] et D le point du segment [AC] tel que $\widehat{DEC} = 40^\circ$. Justifier que $\frac{CD}{CA} = \frac{DE}{AB}$.

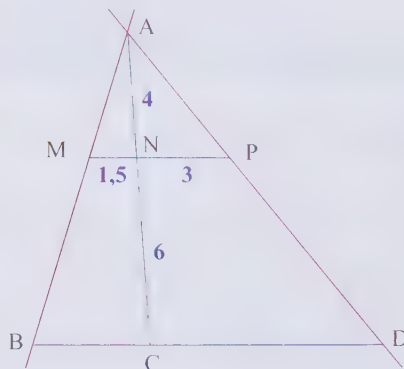
45 On donne le triangle ABC ci-dessous, le milieu E de [AB], le milieu F de [AC] et $BC = 7$ cm. On note D le point du segment [BC] tel que $BD = 1$ cm. Le segment [AD] coupe [EF] en G.



1. a. Démontrer que les droites (EG) et (BD) sont parallèles.
- b. Calculer EG. Justifier.
2. Calculer GF. Justifier.

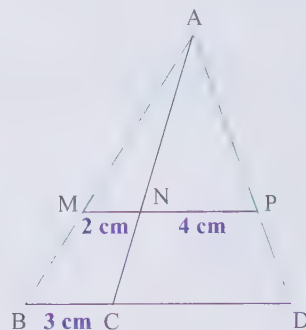
46 1. Tracer un triangle ABC tel que $BC = 6$ cm.
2. Sur le segment [AB], placer le point G tel que : $AG = \frac{2}{3} AB$.
3. La droite (d) parallèle à (BC) passant par G coupe (AC) en H. Calculer GH.

47 Dans la figure ci-dessous, les droites (MP) et (BD) sont parallèles (les longueurs sont en cm).



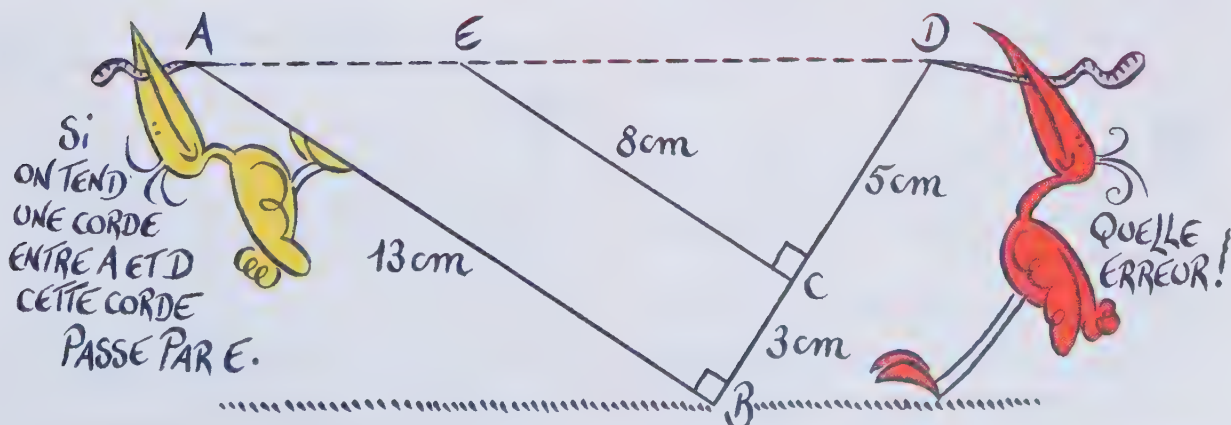
Calculer BD et CD.

48 Dans la figure ci-dessous, les droites (MP) et (BD) sont parallèles et $AN = 6,3$ cm.



1. a. À quelle fraction est égale et $\frac{AN}{AC}$? Justifier.
- b. Calculer AC.
2. Calculer CD.

Qui a raison ?

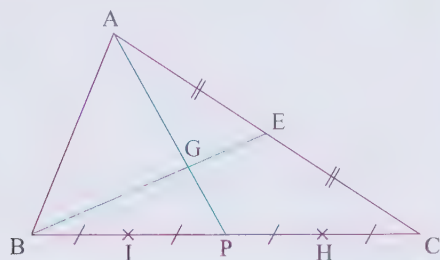


exercices

maîtriser

Dans le triangle

49 On donne la figure ci-dessous :

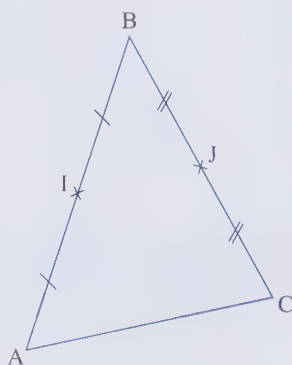


1. Démontrer que les droites (AP) et (EH) sont parallèles.

2. Démontrer que $\frac{BG}{BE} = \frac{2}{3}$.

50 L'objectif de cet exercice est de démontrer les propriétés vues à l'activité 1, p.161.

1. Reproduire une figure du même type que celle ci-contre où I est le milieu de [AB] et J le milieu de [BC].



2. a. Construire le symétrique K de I par rapport au point J.

b. Démontrer que le quadrilatère IBKC est un parallélogramme.

c. Démontrer que $IB = KC$ puis que $KC = AI$.

3. Déduire de ce qui précède que AIKC est un parallélogramme.

4. a. Que peut-on en déduire pour les droites (IJ) et (AC) ?

b. Que peut-on en déduire pour IJ et AC ?

5. Énoncer les théorèmes du cours ainsi démontrés.

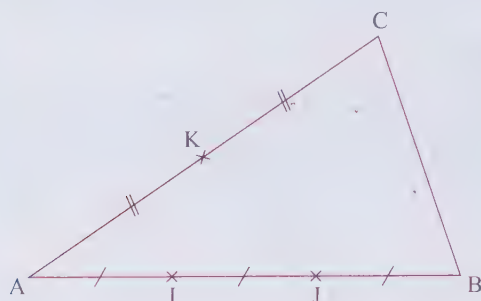
51 Soit un triangle ABC. Les points N, M et P sont les milieux respectifs de [BC], [AB] et [AC].

1. Faire une figure et tracer I et J les milieux respectifs de [BN] et de [CN].

2. Démontrer que les droites (MI), (PJ) et (AN) sont parallèles.

3. Démontrer que le quadrilatère IJPM est un parallélogramme.

52 **1.** Reproduire une figure du même type que celle ci-dessous.



2. Traduire par des phrases les données portées sur la figure.

3. Démontrer que les droites (KI) et (CJ) sont parallèles.

4. On note L le point d'intersection des droites (BC) et (IK). Démontrer que C est le milieu de [BL].

Dans un quadrilatère

53 **1.** Tracer un parallélogramme ABCD.

2. Placer le point I de [AB] tel que $AI = \frac{1}{3} AB$ et le point J de [DC] tel que $DJ = \frac{2}{3} DC$.

3. La droite (IJ) coupe (DA) en E. Démontrer que A est le milieu de [ED].

54 Soit ABCD un parallélogramme de centre O. On note I le milieu de AD et J le milieu de CD. Démontrer que DIOJ est un parallélogramme.

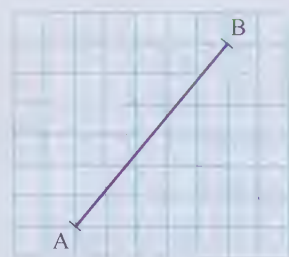
Construction

55 Reproduire la figure ci-contre et tracer en s'aidant du quadrillage (sans justifier la construction) :

a. le point C du segment [AB] tel que :

$$AC = \frac{3}{5} AB ;$$

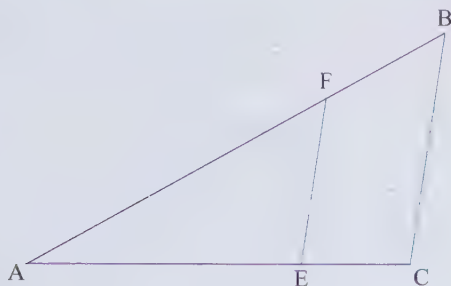
b. le point D du segment [AB] tel que $AB = 3 AD$.



exercices

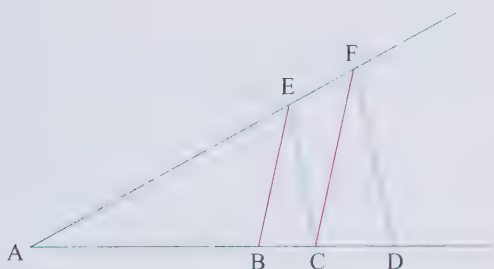
Calculs de longueurs

- 56** Dans la figure ci-dessous, les droites tracées en vert sont parallèles.



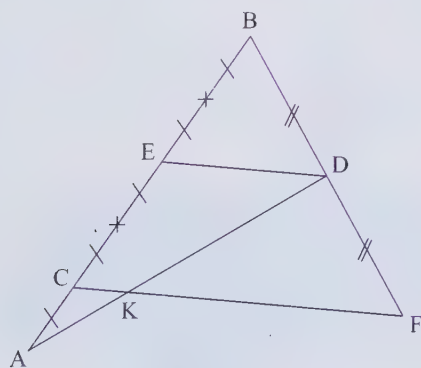
Calculer x à l'aide des indications données (les longueurs sont en cm) : $AF = 5$; $AB = 7$; $AE = 4$ et $EC = x$.

- 57** Dans la figure ci-dessous, les droites (BE) et (CF) sont parallèles ainsi que les droites (EC) et (DF). On donne $AE = 4$ cm, $AB = 3$ cm, $EF = 1$ cm et $EB = EC = 2$ cm.



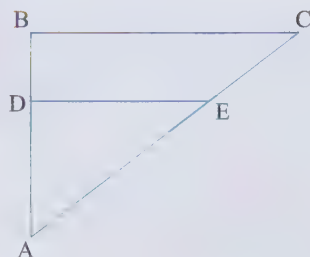
Calculer CF, FD, AC et AD.

- 58** Dans la figure ci-dessous, on donne : $CK = 2$ cm.



- Pourquoi les droites (ED) et (CK) sont-elles parallèles ?
- Calculer CF.

- 59** Dans la figure ci-contre, les droites en bleu sont parallèles, $BD = 0,5$ cm et $DA = 1$ cm.



- Calculer $\frac{DE}{BC}$.

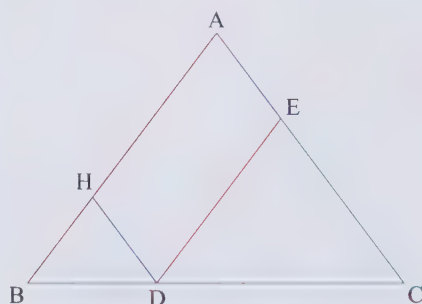
Justifier.

- Parmi les égalités suivantes, préciser celles qui sont exactes sans justifier :

- $DE = \frac{2}{3} BC$;
- $DE = \frac{3}{2} BC$;
- $\frac{BC}{DE} = \frac{3}{2}$;
- $3 \times DE = 2 \times BC$;
- $\frac{DE}{BC} = \frac{2}{3}$.

Configurations

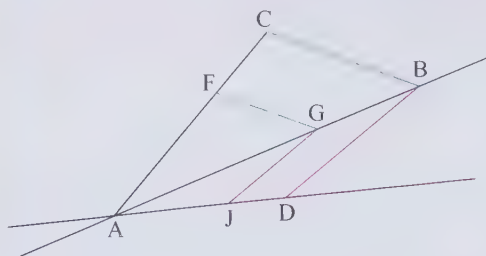
- 60** Dans la figure ci-dessous, les droites rouges sont parallèles et les droites bleues aussi.



Reconnaître deux configurations du cours puis, après avoir cité le théorème utilisé, recopier et compléter les égalités suivantes :

- $\frac{BA}{\dots} = \frac{AC}{\dots} = \frac{\dots}{BD}$;
- $\frac{CE}{\dots} = \frac{\dots}{CB} = \frac{\dots}{AB}$.

- 61** Dans la figure ci-dessous, les droites vertes sont parallèles et les droites roses aussi.



- Citer des triangles dont les longueurs des côtés sont proportionnelles. Justifier la réponse.
- Écrire quatre autres quotients égaux à $\frac{AG}{AB}$.



Calcul mental

62 Dans chacun des cas suivants, calculer x (les droites roses sont parallèles et les longueurs sont en cm).

Fig. 1

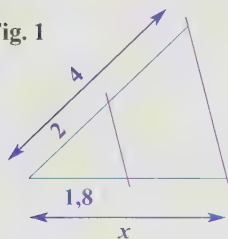


Fig. 2

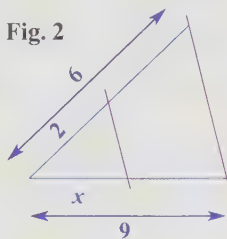


Fig. 3

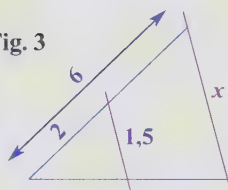
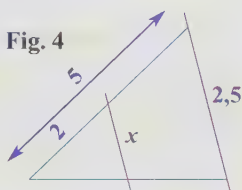


Fig. 4



63 1. À l'aide de la graduation ci-dessous, déterminer $\frac{MN}{MP}$ (unité de longueur : le cm).



2. Préciser si chacune des égalités suivantes est vraie :

- a. $MN = \frac{6}{5} MP$; b. $MN = \frac{5}{6} MP$;
 c. $\frac{MP}{MN} = \frac{5}{6}$; d. $\frac{MN}{MP} = \frac{5}{6}$;
 e. $5 \times MP = 6 \times MN$; f. $MN = 1,2 MP$;
 g. $MN = 0,83 MP$.

64 Dans les figures ci-dessous, chaque petit carreau mesure 1 cm de côté.

Fig. 1

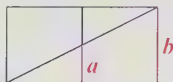


Fig. 2

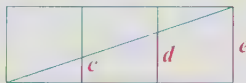


Fig. 3



Donner la longueur de chaque segment tracé en rouge.

65 Dans les figures ci-dessous, chaque petit carreau mesure 1 cm de côté.

Fig. 1

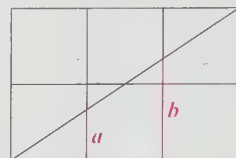
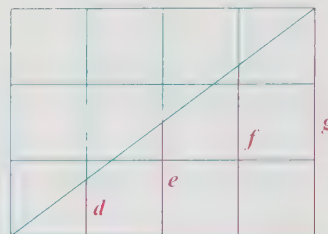
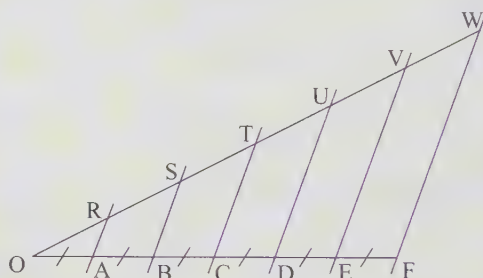


Fig. 2



Donner la longueur de chaque segment tracé en rouge.

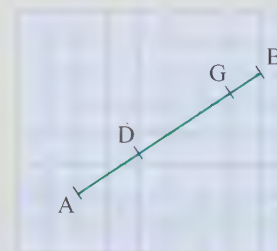
66 Dans la figure ci-dessous, toutes les droites tracées en violet sont parallèles et $WF = 4$ cm .



Calculer RA, SB, TC, UD, VE et WF.

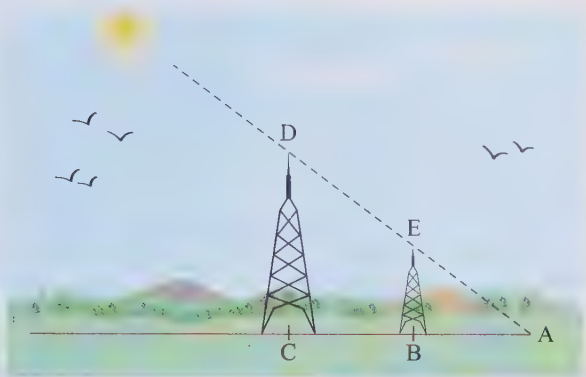
67 En utilisant le quadrillage de la figure suivante, exprimer :

- a. $\frac{AD}{AB}$; b. $\frac{AG}{AB}$.



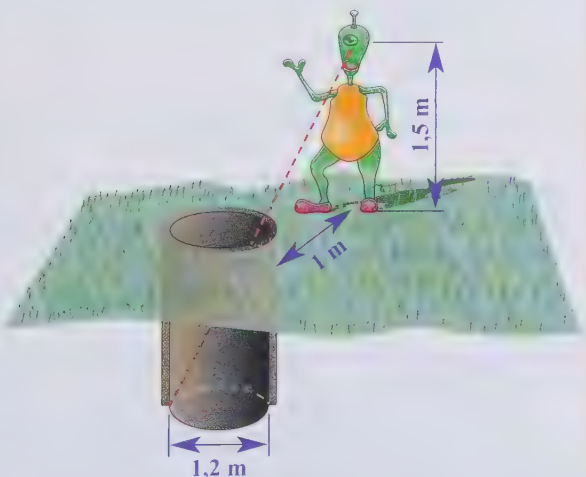
Dans la pratique

- 68** Les deux antennes représentées ci-dessous sont verticales et, à cet instant précis, les ombres de leurs sommets D et E coïncident en A. On donne $AB = 2 \text{ m}$, $AC = 16 \text{ m}$ et $EB = 1,5 \text{ m}$ (le dessin n'est pas à l'échelle). Quelle est la hauteur de la grande antenne ?



- 69** Dans la forêt, un parcours de cross de 1,8 km de longueur a la forme d'un triangle équilatéral. Mon petit frère parcourt la moitié du premier côté du triangle avec moi. Puis fatigué, il coupe à travers bois et me retrouve au milieu du deuxième côté. Ensuite, il part en direction du milieu du troisième côté et termine le parcours avec moi. Quelle est la distance parcourue par mon petit frère ?
Indication : quand mon petit frère coupe à travers bois, on suppose le trajet rectiligne.

- 70** Dans un ouvrage d'Euclide sur l'optique datant du III^e siècle avant J.-C., on trouve le problème suivant : En plaçant son œil à 1,5 m de hauteur et à 1 m du bord d'un puits de 1,2 m de diamètre, le bord du puits cache juste la ligne du fond. Quelle est la profondeur du puits ? (S'aider d'un schéma.)

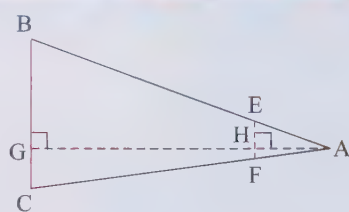


- 71** Mesurer la hauteur sans craindre le vertige
Sur l'illustration ci-dessous, on peut voir un ancien instrument qui servait à mesurer la hauteur d'un édifice sans avoir à monter jusqu'à son sommet.



Dans la figure ci-contre, on donne :

$HF = 3 \text{ cm}$;
 $EF = 20 \text{ cm}$
et $GC = 1,59 \text{ m}$.



1. Montrer que

$$\frac{EF}{BC} = \frac{HF}{GC} \quad \left(\text{on pourra utiliser } \frac{AF}{AC} \right).$$

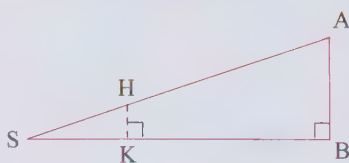
2. Calculer BC.

- 72** Bâtisseurs de pyramides

Les égyptologues se demandent comment les Anciens ont pu bâtir de si grandes pyramides avec les moyens rudimentaires dont ils disposaient. Une des hypothèses pour le levage des blocs de pierre est celle dite du plan incliné (voir illustration ci-dessous).



Dans la figure ci-contre, on suppose qu'après avoir tiré un bloc sur 65 m de S à H, les ouvriers se sont élevés de 5 m.



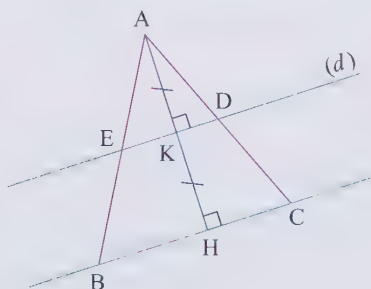
1. Sur quelle distance SA ces ouvriers devraient-ils tirer le bloc pour s'élever de 150 m ?
2. L'hypothèse des égyptologues paraît-elle réaliste ?

devoirs à la maison

73 ABCD est un trapèze tel que (AB) et (CD) sont parallèles. On donne $AB = 4 \text{ cm}$ et $DC = 6 \text{ cm}$.

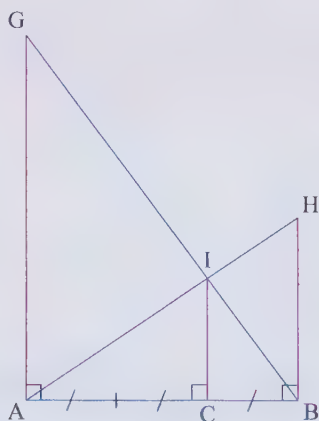
1. Faire une figure.
2. Tracer le milieu I de [AD] puis la droite (d) passant par I et parallèle à (AB). La droite (d) coupe [BD] en K, [AC] en L et [BC] en J.
3. Démontrer que K, L et J sont les milieux respectifs de [BD], [AC] et [BC].
4. Calculer les distances IK, LJ et KJ. Justifier.
5. Calculer IJ.
6. Est-il vrai que [LK] et [IJ] ont le même milieu ? Justifier.

74 Dans la figure ci-dessous, la droite (d) est la médiatrice de [AH] et (AH) est la hauteur issue de A dans le triangle ABC.



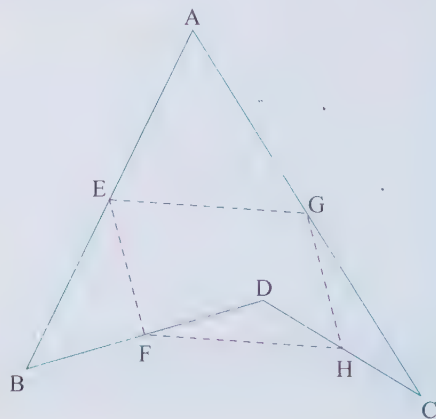
1. Démontrer que (d) et (BC) sont parallèles.
2. Démontrer que E est le milieu de [AB].
3. Démontrer que $BC = 2 ED$.

75 On donne la figure ci-dessous avec : $AB = 4,5 \text{ cm}$ et $AG = 6 \text{ cm}$.



Calculer CI et BH.

76 Dans la figure ci-dessous, les points G, H, F et E sont les milieux respectifs des segments [AC], [CD], [DB] et [BA].



1. Démontrer que (EG) est parallèle à (FH).
2. Démontrer que $EG = FH$.
3. Quelle est la nature exacte du quadrilatère EFGH ? Justifier.
4. Si on veut aller plus loin, en salle d'informatique et à l'aide d'un logiciel de géométrie, on peut tracer cette figure et ensuite déplacer les points B, C et D de sorte que le quadrilatère EFGH soit un rectangle. Quelle semble être la condition à réaliser ? Démontrer alors ce résultat.

77 Soit ABC un triangle tel que $BC = 6 \text{ cm}$. Soit I le milieu de [BC] et P le point de [BC] tel que $BP = 1 \text{ cm}$. La parallèle à (AI) menée par P coupe (AC) en N et (AB) en M.

1. Faire une figure.
2. Montrer que $\frac{PN}{AI} = \frac{5}{3}$.
3. Montrer que $\frac{PM}{AI} = \frac{1}{3}$.
4. Montrer que $PN + PM = 2 AI$.

78 1. Construire un carré ABCD de côté 6 cm . Sur [AD], placer le point E tel que $AE = 4 \text{ cm}$. La droite (d) parallèle à (BE) passant par D coupe la droite (AB) en G.

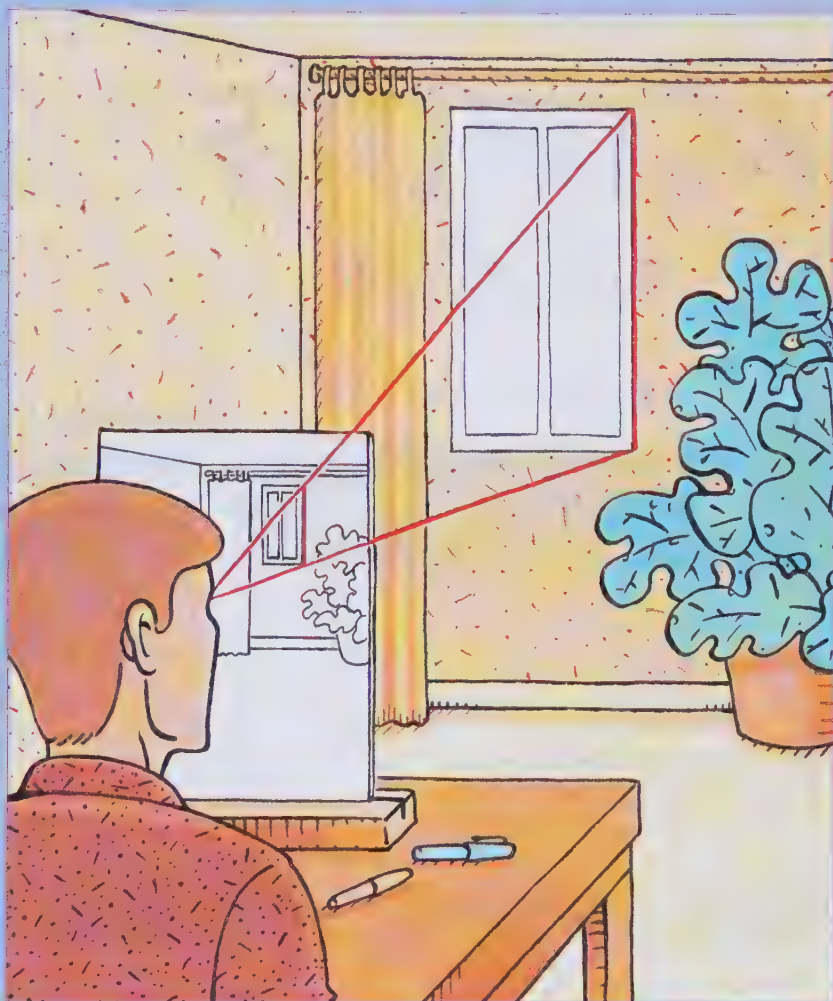
2. Tracer le point F tel que AEFG soit un rectangle.
3. Calculer AG. Justifier.
4. Comparer l'aire du carré ABCD et celle du rectangle AEFG.

vive les maths !

Une configuration du cours

On peut reproduire **en perspective** à l'aide d'une plaque de verre verticale la vue d'une scène observée à travers celle-ci sur un mur vertical (voir illustration).

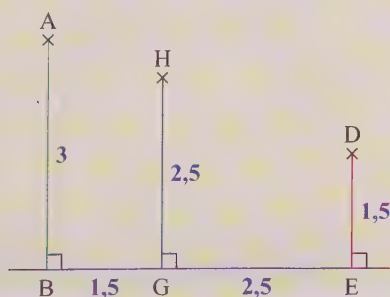
Ce système de reproduction respecte les proportions ; on retrouve une configuration vue dans ce chapitre (triangle coupé par une droite parallèle à un des côtés, représenté en rouge sur le dessin).



“casse tête”



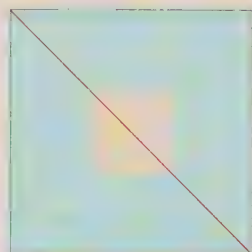
Sur la figure ci-dessous, les points A, H et D devraient-ils être alignés ?



La figure ci-contre représente un grand carré d'aire 1 m^2 . Une diagonale est partagée en trois segments de même longueur.

Le segment médian est une diagonale du petit carré jaune.

Quelle est l'aire de ce petit carré jaune ?



Source : Le Kangourou des mathématiques.

ACTIVITÉS

1 Carte d'identité

À partir d'un même triangle ABC, et à l'aide d'un logiciel de géométrie, Philippe a réalisé ces quatre constructions.

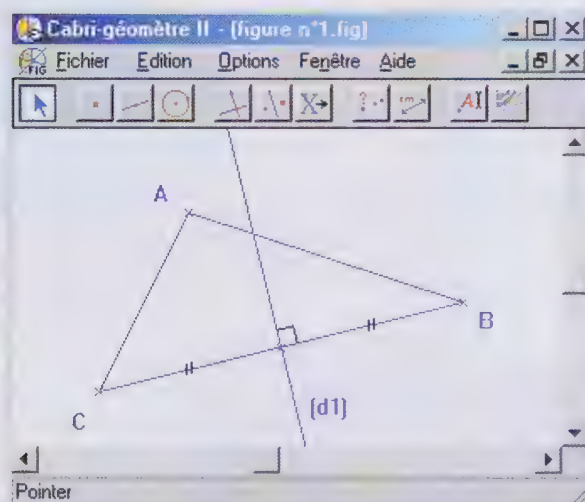


Fig. 1

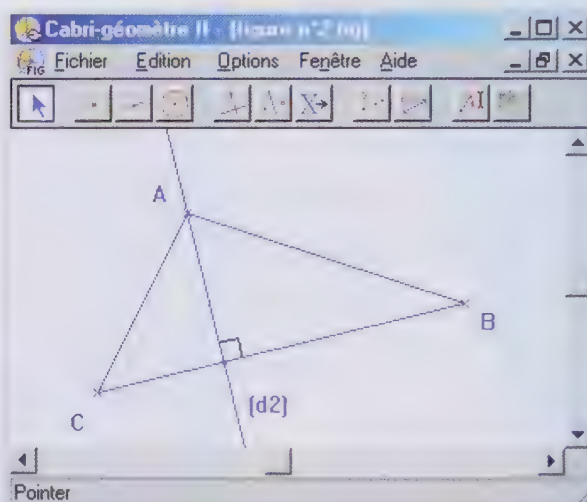


Fig. 2

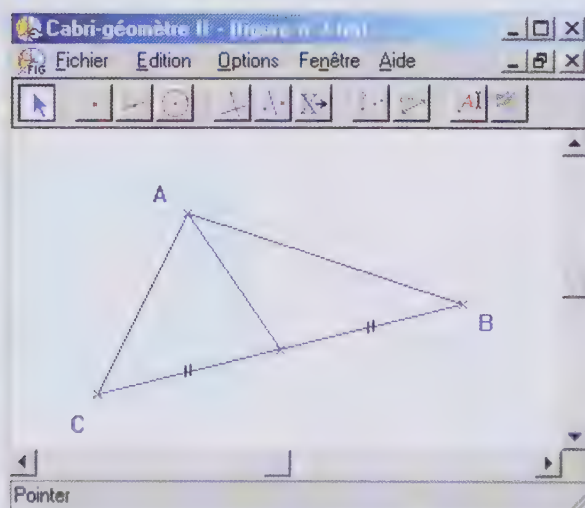


Fig. 3

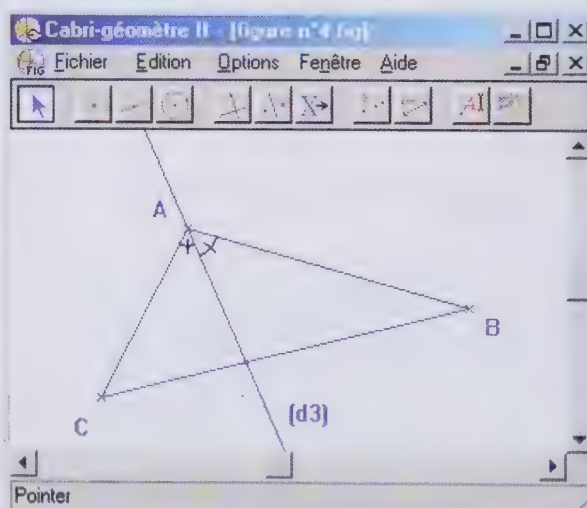


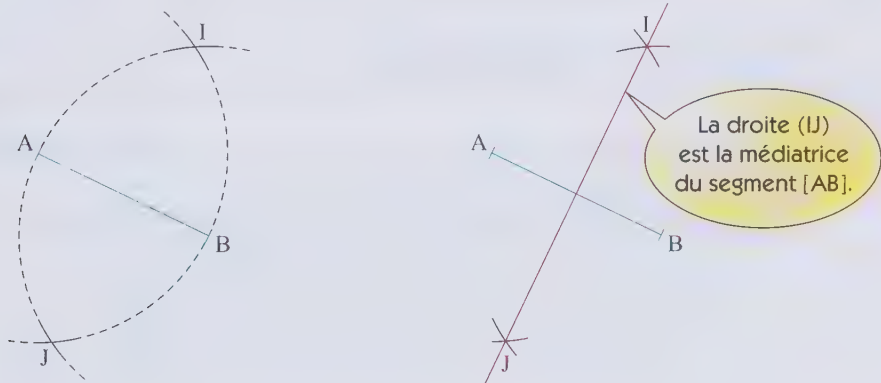
Fig. 4

1. Indiquer à quelle figure correspond chacune des affirmations suivantes :
 - a. « J'ai tracé la droite qui partage l'angle $\widehat{BAC}$ en deux angles de même mesure. »
 - b. « J'ai tracé la perpendiculaire à (BC) passant par le milieu de [BC]. »
 - c. « J'ai tracé la perpendiculaire à (BC) passant par le point A. »
 - d. « J'ai tracé le segment qui joint A au milieu de [BC]. »
2. a. Associer chacun des mots *médiatrice*, *hauteur*, *bissectrice* à l'une des figures.
 b. La figure qui n'a pas été sélectionnée à la question a peut être associée au mot *médiane*.
 En déduire comment on peut définir une médiane dans un triangle.
3. a. Réaliser des constructions du même type que celles de Philippe à l'aide d'un logiciel de géométrie ou sur papier à l'aide des instruments habituels de géométrie.
 b. Illustrer chacune des constructions obtenues à la question a en utilisant l'un des mots suivants : *médiatrice*, *hauteur*, *bissectrice* ou *médiane*.

2 Les trois médiatrices

a Médiatrice et distance

Voici une façon de procéder pour construire la médiatrice du segment [AB].



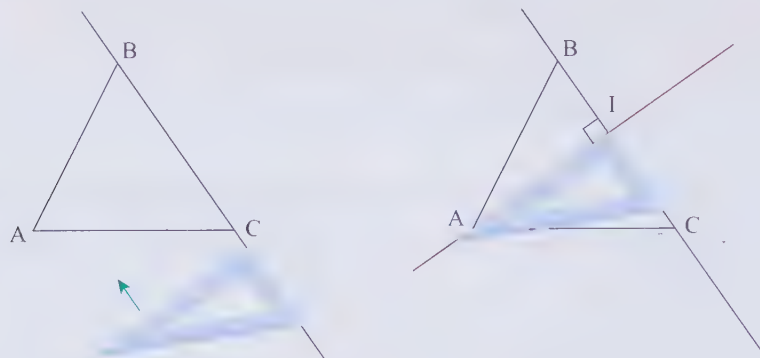
1. Que sait-on :
 - a. du point d'intersection de la droite (IJ) et du segment [AB] ?
 - b. des droites (IJ) et (AB) ?
2. Soit M un point quelconque de la droite (IJ). Comparer les distances MA et MB.

b Dans un triangle

1. Tracer un triangle ABC et les médiatrices des côtés [AB] et [AC]. Elles se coupent en O.
2. Pourquoi a-t-on $OA = OB$? Pourquoi a-t-on $OA = OC$?
3. Dédurre de la question 2 que :
 - a. le cercle de centre O qui passe par A passe aussi par B et par C ;
 - b. la médiatrice du segment [BC] passe aussi par O.

3 Les trois hauteurs

1. Soit ABC un triangle. Construire la droite perpendiculaire à (BC) qui passe par A, comme indiqué ci-dessous.



2. On dit que la droite (AI) est la hauteur du triangle ABC issue de A. Combien y a-t-il de hauteurs dans un triangle ?

3. a. Tracer un triangle ABC tel que $\widehat{BAC} = 70^\circ$ et $\widehat{ABC} = 50^\circ$. Construire toutes les hauteurs de ce triangle. Quelle constatation peut-on faire ?
 b. Reprendre la question a avec $\widehat{BAC} = 120^\circ$ et $\widehat{ABC} = 20^\circ$.

Le résultat de cette question est démontré à l'exercice 63, p. 194.

4 Les trois bissectrices

1. Pour tracer la bissectrice d'un angle, il suffit de construire les sommets d'un losange à l'aide d'un compas (voir figure 1). En pratique, on ne construit que des arcs de cercle (voir figure 2).

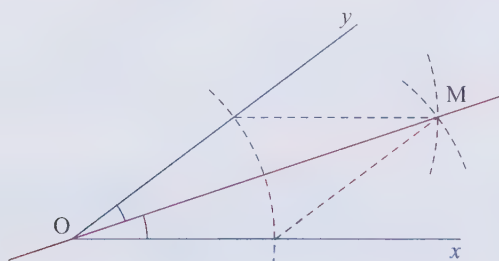


Fig. 1

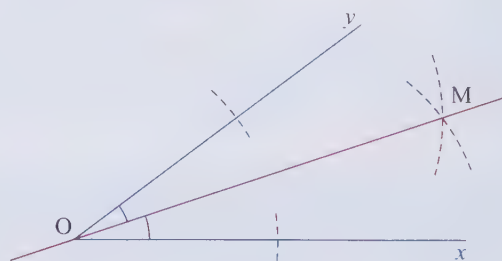


Fig. 2

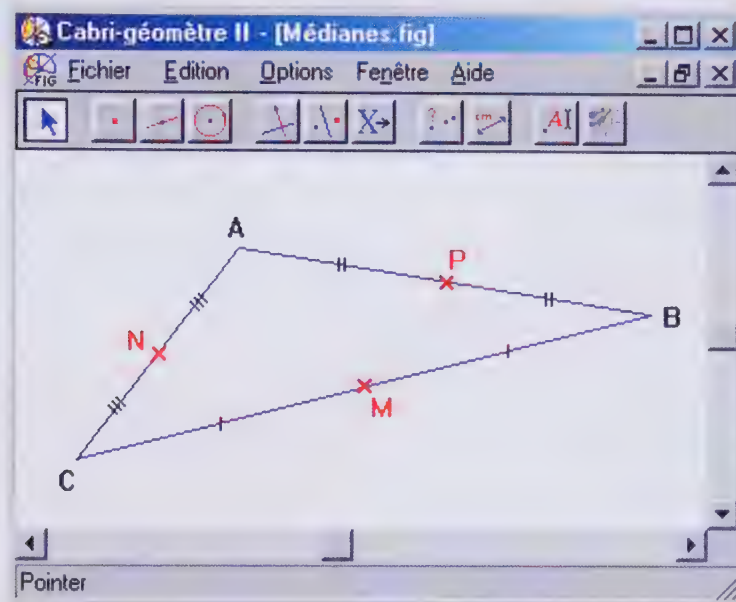
La figure obtenue présente une symétrie. Indiquer laquelle.

2. Construire un triangle ABC et les bissectrices des trois angles $\widehat{ABC}$, $\widehat{BCA}$ et $\widehat{CAB}$. Que constate-t-on ?
 3. On note I le point d'intersection des trois bissectrices obtenu à la question 2. Tracer la perpendiculaire au côté [BC] issue de I. Elle coupe [BC] en M. Procéder de même pour les côtés [AB] et [AC]. On obtient ainsi les points N sur [AB] et P sur [AC].
 4. a. Comparer en les mesurant les longueurs IM, IN et IP.
 b. Tracer le cercle qui passe par M, N et P. À la vue du dessin, indiquer si ce cercle coupe chaque côté du triangle ABC en plusieurs points.

Le résultat de cette question est admis sans démonstration.

5 Les trois médianes

1. À l'aide d'un logiciel de géométrie, ou sur une feuille de papier, tracer un triangle ABC. Placer les milieux M, N et P des côtés [BC], [CA] et [AB] comme sur la figure ci-dessous.



Tracer les médianes [AM], [BN] et [CP]. Que constate-t-on ?

2. Soit G le point d'intersection des médianes obtenu à la question 1.

a. Recopier le tableau suivant et le compléter à l'aide d'un double décimètre ou du logiciel de géométrie :

GM =	AG =	$\frac{AG}{GM} = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots}$
GN =	BG =	$\frac{BG}{GN} = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots}$
GP =	CG =	$\frac{CG}{GP} = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots}$

b. Parmi les affirmations suivantes, indiquer celles qui paraissent correspondre aux résultats du tableau précédent :

- G est situé aux $\frac{3}{4}$ de chaque médiane en partant du sommet ;
- G est situé à la moitié de chaque médiane en partant du sommet ;
- G est situé aux $\frac{2}{3}$ de chaque médiane en partant du sommet ;
- G est situé au tiers de chaque médiane en partant du milieu du côté ;
- $GM = \frac{1}{3} AG$;
- $GM = \frac{1}{3} AM$;
- $CG = \frac{1}{2} GP$.

Les résultats de cette question sont démontrés à l'exercice 64, p.194.

1 Médiatrices

Définition

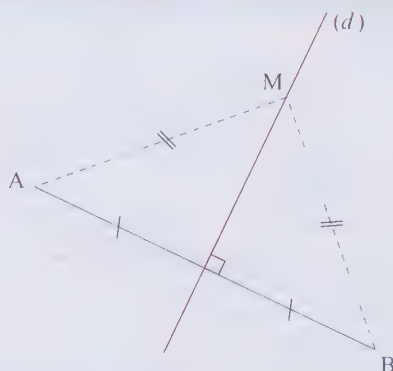
La **médiatrice** d'un segment est la droite perpendiculaire à ce segment en son milieu. C'est un axe de symétrie du segment.

DONNÉES

M est un point de la médiatrice de $[AB]$.

CONCLUSION

$MA = MB$.



Propriété

La médiatrice d'un segment est la droite constituée de tous les points qui sont à **égale distance** des extrémités de ce segment.

DONNÉES

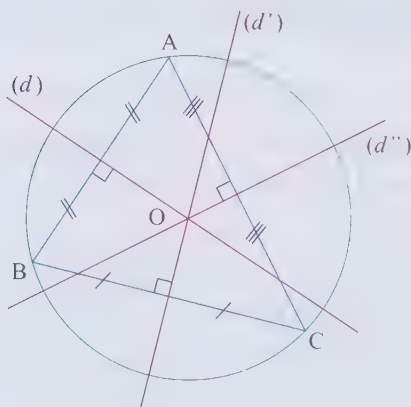
$MA = MB$.

CONCLUSION

M est sur la médiatrice de $[AB]$.

Théorème

Les **médiatrices** des côtés d'un triangle sont **concurrentes**. Leur point d'intersection est le **centre du cercle circonscrit** à ce triangle.



DONNÉES

(d) , (d') et (d'') sont les médiatrices des côtés du triangle ABC.

CONCLUSION

- (d) , (d') et (d'') sont concurrentes en un point O.
- O est le centre du cercle circonscrit au triangle ABC.

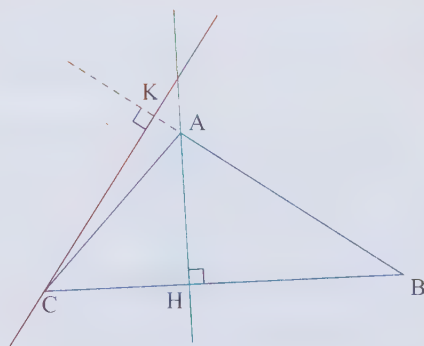
2 Hauteurs

Définition

Dans un triangle, on appelle **hauteur** une droite qui passe par un sommet et qui est perpendiculaire au côté opposé.

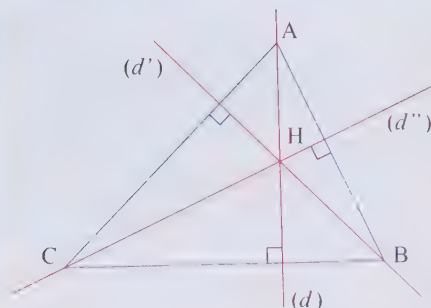
Exemple

(AH) est la hauteur du triangle ABC issue du sommet A.
 (CK) est la hauteur du triangle ABC issue du sommet C.



THEOREME

Les **trois hauteurs** d'un triangle sont **concourantes**.
Leur point d'intersection est appelé **orthocentre** de ce triangle.



DONNÉES

(d) , (d') et (d'') sont les hauteurs du triangle ABC.

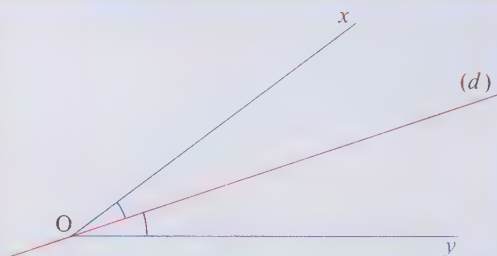
CONCLUSION

- (d) , (d') et (d'') sont concourantes en un point H.
- H est l'orthocentre du triangle ABC.

3 Bissectrices

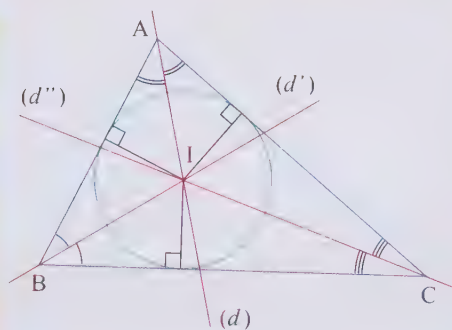
DEFINITION

La **bissectrice** d'un angle est la droite qui le partage en deux angles de même mesure.
C'est l'axe de symétrie de l'angle.



THEOREME

Les **trois bissectrices** d'un triangle sont **concourantes**.
Leur point d'intersection est le **centre du cercle inscrit** dans ce triangle.



DONNÉES

(d) , (d') et (d'') sont les bissectrices des angles du triangle ABC.

CONCLUSION

- (d) , (d') et (d'') sont concourantes en un point I.
- I est le centre du cercle inscrit dans le triangle.

4 Médianes

DEFINITION

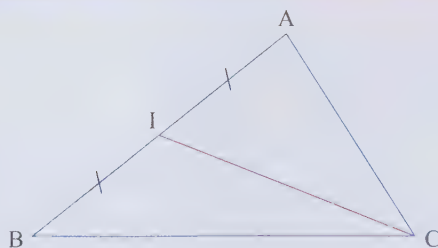
Dans un triangle, on appelle **médiane** un segment qui joint un sommet au milieu du côté opposé.

EXEMPLE

Le segment $[CI]$ est la médiane du triangle ABC issue de C.

REMARQUE

On dit aussi que la **droite** (CI) est la médiane issue de C.

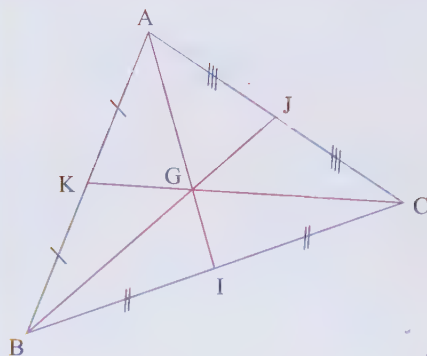


THÉORÈME

Les **trois médianes** d'un triangle sont **concourantes**.

Leur point d'intersection est appelé **centre de gravité** de ce triangle.

Il est situé aux deux tiers de chaque médiane à partir du sommet.



DONNÉES

[AI], [BJ] et [CK] sont les trois médianes du triangle ABC.

CONCLUSION

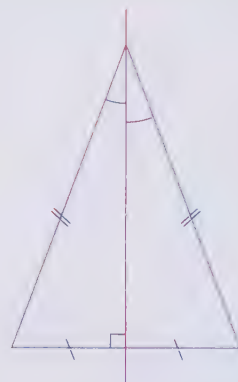
- Les trois médianes sont concourantes en un point G.
- $AG = \frac{2}{3} AI$.
- $BG = \frac{2}{3} BJ$.
- $CG = \frac{2}{3} CK$.

5 Triangles particuliers

a • Triangle isocèle

PROPRIÉTÉ

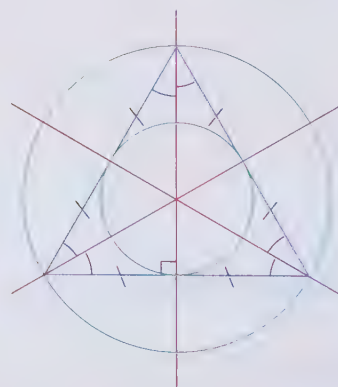
Dans un triangle isocèle, la hauteur, la bissectrice et la médiane issues du sommet principal sont confondues avec la médiatrice du côté opposé.



b • Triangle équilatéral

PROPRIÉTÉ

Dans un triangle équilatéral, le centre du cercle circonscrit, l'orthocentre, le centre du cercle inscrit et le centre de gravité sont confondus.

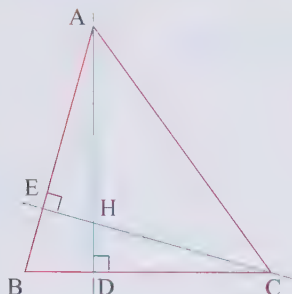


ÉNONCÉ

On considère un triangle ABC. Le point E est le pied de la perpendiculaire à (AB) issue de C. D est le pied de la perpendiculaire à (BC) issue de A. (AD) et (CE) sont sécantes en H. Démontrer que (BH) et (AC) sont perpendiculaires.

Première étape ► Je lis l'énoncé

Au brouillon, je note les données :



ASTUCE

Je reproduis la figure sur une feuille volante afin de l'avoir toujours sous les yeux quand j'écris mes réponses !

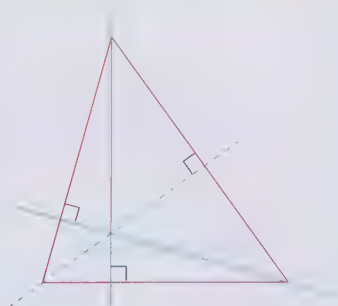


Je note le but de la question :

$(BH) \perp (AC)$.

Deuxième étape ► Je recherche

Je reconnais une configuration du cours :



Je l'adapte au problème :

Deux hauteurs d'un triangle suffisent pour connaître la position de la troisième hauteur.



Troisième étape ► Je rédige

J'énonce les données utiles :

D'après les données, (CE) et (AD) sont deux hauteurs du triangle ABC. Elles se coupent en H.

Je cite le théorème utilisé :

Dans un triangle, les hauteurs sont concourantes.

Je conclus :

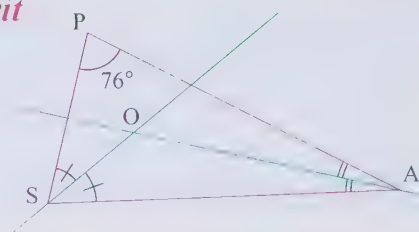
H est donc l'orthocentre du triangle ABC et (BH) est sa troisième hauteur. Donc (BH) est perpendiculaire à (AC).



choisir les outils

Exercice 1 *Reconnaître le centre du cercle inscrit et utiliser une de ses propriétés*

Dans le triangle PSA représenté ci-contre, les droites (AO) et (SO) sont les bissectrices des angles $\widehat{PAS}$ et $\widehat{PSA}$.
De plus, $\widehat{APS} = 76^\circ$. Calculer $\widehat{OPS}$.



Solution

Le point O est le point d'intersection des bissectrices de deux angles du triangle PSA.

Les trois bissectrices des angles d'un triangle sont concourantes, donc la bissectrice du troisième angle passe aussi par O.

La droite (PO) est la bissectrice de l'angle $\widehat{APS}$.

$$\text{Donc } \widehat{OPS} = \frac{1}{2} \widehat{APS}.$$

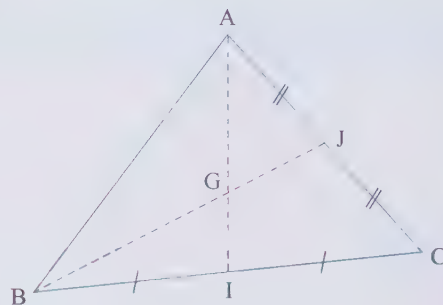
$$\text{Comme } \frac{76}{2} = 38, \text{ on conclut : } \widehat{OPS} = 38^\circ.$$

Commentaires

Les bissectrices de deux angles du triangle suffisent à déterminer le centre du cercle inscrit et à connaître la position de la troisième bissectrice.

Exercice 2 *Reconnaître le centre de gravité et utiliser une de ses propriétés*

Dans le triangle ABC représenté ci-contre, on donne $AI = 33 \text{ mm}$ et $BG = 30 \text{ mm}$.
Calculer AG et BJ.



Solution

D'après le codage de la figure, [AI] et [BJ] sont deux médianes du triangle ABC.

Donc leur point d'intersection G est le centre de gravité du triangle ABC.

Ce point est situé aux deux tiers de chaque médiane à partir du sommet.

$$AG = \frac{2}{3} AI = \frac{2}{3} \times 33 = 22 \text{ donc } AG = 22 \text{ mm}.$$

$$\text{Par ailleurs, } BG = \frac{2}{3} \times BJ \text{ donc } 30 = \frac{2}{3} \times BJ.$$

On multiplie chaque membre de l'égalité par $\frac{3}{2}$ et on obtient :

$$\frac{3}{2} \times 30 = \frac{3}{2} \times \frac{2}{3} \times BJ.$$

D'où finalement $45 = BJ$,
autrement dit $BJ = 45 \text{ mm}$.

Commentaires

Le codage indique que I est le milieu de [BC] et que J est le milieu de [AC].

Deux médianes d'un triangle suffisent pour connaître la position du centre de gravité.

On utilise une propriété du centre de gravité d'un triangle.

On utilise l'égalité $\frac{3}{2} \times \frac{2}{3} = 1$ pour chercher la valeur de BJ.

travail autonome

1 On considère les quatre figures suivantes :

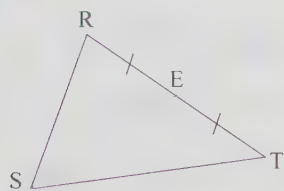


Fig. 1

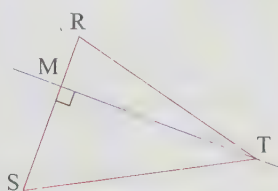


Fig. 2

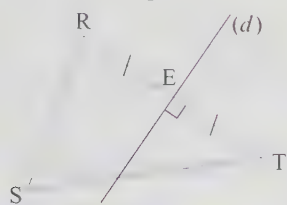


Fig. 3

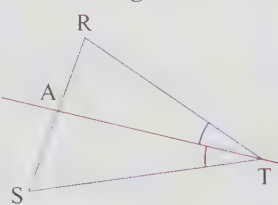
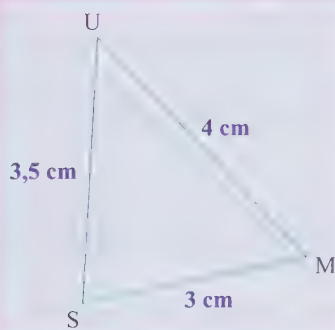


Fig. 4

À l'aide du codage des figures, recopier et compléter :

- a. (SE) est la issue du point du triangle RST.
- b. (TM) est la issue du point du triangle RST.
- c. (d) est la du côté [.....].
- d. (TA) est la de l'angle $\widehat{RTS}$.

Pour chacun des exercices 2 à 5, commencer par construire un triangle USM ayant les dimensions indiquées.



2 Construire la hauteur de USM issue de M.

3 Construire la médiane de USM issue de S.

4 Construire la médiatrice du côté [SM].

5 Construire la bissectrice de $\widehat{SUM}$.

6 On considère les quatre figures suivantes :

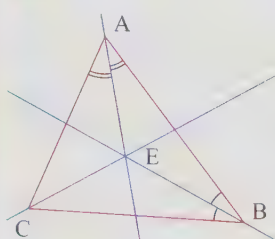


Fig. 1

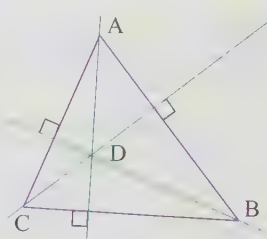


Fig. 2

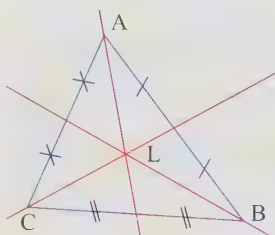


Fig. 3

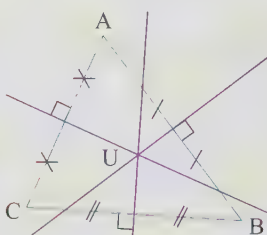


Fig. 4

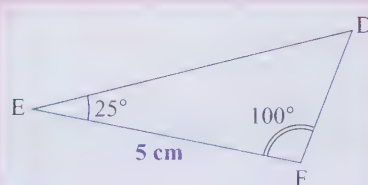
Recopier et compléter :

- a. Le point E est le point de concours des
- b. Le point D est le point de concours des
- c. Le point L est le point de concours des
- d. Le point U est le point de concours des

7 À l'aide des figures de l'exercice précédent, indiquer en faisant une phrase lequel des points E, D, L ou U est :

- a. le centre de gravité du triangle ABC ;
- b. l'orthocentre du triangle ABC ;
- c. le centre du cercle inscrit dans le triangle ABC ;
- d. le centre du cercle circonscrit au triangle ABC.

Pour chacun des exercices 8 à 11, commencer par construire un triangle EDF avec les données indiquées.



8 Construire le cercle circonscrit à EDF.

9 Construire le cercle inscrit dans EDF.

10 Construire l'orthocentre de EDF.

11 Construire le centre de gravité de EDF.

s'entraîner

Médiatrices

12 1. Soit $[MN]$ un segment de longueur 6 cm. Construire la médiatrice (d) de $[MN]$.

2. a. Soit I le milieu de $[MN]$. Placer un point A sur (d) tel que $AI = 5$ cm.

b. Construire la médiatrice (d') de $[AI]$.

3. Que peut-on observer pour les droites (d') et (MN) ? Démontrer ce résultat.

13 On donne un cercle de centre O et deux points A et B de ce cercle tels que O, A et B ne sont pas alignés.

Construire à l'aide d'une règle graduée la médiatrice (d) du segment $[AB]$.

Justifier la construction.

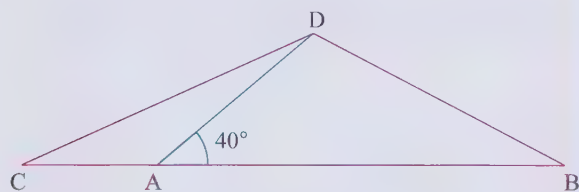
Hauteurs

14 1. Construire le triangle ECG tel que : $EC = 7$ cm ; $CG = 6$ cm et $GE = 3$ cm.

2. Construire la hauteur (d) du triangle ECG issue du sommet G .

3. Construire la hauteur (d') du triangle ECG issue du sommet E .

15 Dans la figure ci-dessous, on donne : $AB = 6$ cm ; $DA = 3$ cm ; $\widehat{DAB} = 40^\circ$ et $CA = 2$ cm.



1. Effectuer la construction de cette figure avec les dimensions données.

2. a. Construire la hauteur (d) du triangle ACD issue du sommet A .

b. Construire la hauteur (d') du triangle ABD issue du sommet D .

3. On note E le point d'intersection de (d) et de (d') .

a. Quelle est la hauteur issue de E du triangle EDC ?

b. Quelle est la hauteur issue de E du triangle CEB ?

c. Quelle est la hauteur issue de D du triangle DAE ?

16 1. a. Tracer un triangle PKJ et placer un point M sur $[KJ]$.

b. Dans le triangle PKJ , construire la hauteur (d) issue du sommet K .

c. Dans le triangle MPJ , construire la hauteur (d') issue du sommet M .

2. Que peut-on observer pour les droites (d) et (d') ? Prouver ce résultat.

Bissectrices

17 1. Construire deux droites (xy) et (uv) sécantes en O telles que $\widehat{xOu} = 150^\circ$.

2. Construire la droite (ab) bissectrice de $\widehat{xOu}$ et la droite (mn) bissectrice de $\widehat{uOy}$.

3. Que peut-on observer pour les droites (ab) et (mn) ? Démontrer ce résultat.

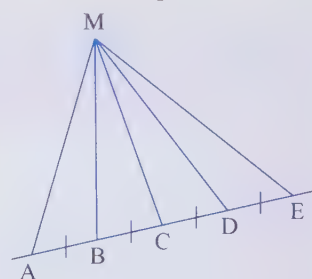
Médianes

18 Dans la figure ci-dessous, indiquer :

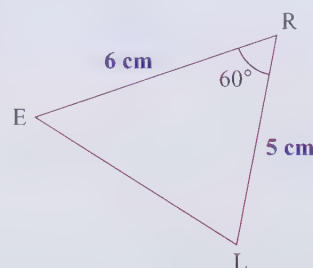
a. la médiane du triangle MAC issue de M ;

b. la médiane du triangle MAE issue de M ;

c. la médiane du triangle BMD issue de M .



19 1. Construire en vraie grandeur le triangle représenté ci-dessous.

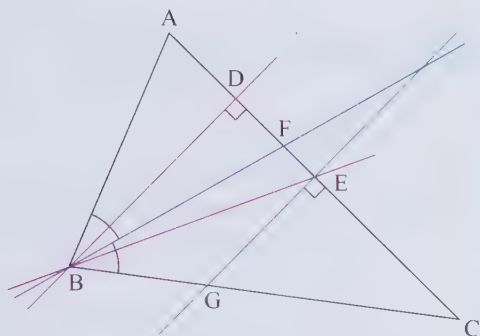


2. Construire la médiane $[RM]$ du triangle REL issue du sommet R .

3. Construire la médiane $[MP]$ du triangle RME issue de M .

Reconnaître dans un triangle

- 20** On considère la figure suivante dans laquelle E est le milieu de [AC] et $\widehat{ABF} = \widehat{FBC}$.



1. Recopier et compléter :
 - a. La droite (BD) est la du triangle ABC menée par le sommet
 - b. La droite (GE) est la de
2. a. Que représente la droite (BE) pour le triangle ABC ?
- b. Que peut-on dire de la droite (BF) ?

Cercle circonscrit

- 21** 1. Construire un triangle FGH tel que : $GH = 4,5 \text{ cm}$; $\widehat{GHF} = 45^\circ$ et $\widehat{FGH} = 55^\circ$.
2. Construire son cercle circonscrit.
- 22** 1. Construire un triangle EIO tel que : $\widehat{IEO} = 110^\circ$; $EI = 3 \text{ cm}$ et $EO = 4 \text{ cm}$.
2. Construire son cercle circonscrit.
- 23** 1. Tracer un segment [AB] de longueur 5 cm.
2. Le triangle ABC a un cercle circonscrit qui a pour rayon 3 cm.
Tracer ce cercle (donner toutes les possibilités).

- 24** Tracer deux triangles ABC et EDF qui ont le même cercle circonscrit.

Orthocentre

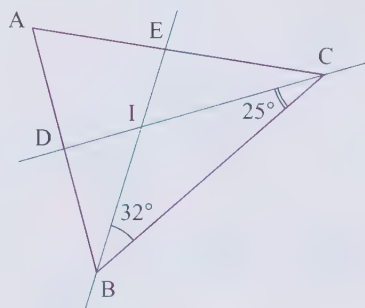
- 25** 1. Construire un triangle ABC tel que : $AB = 5 \text{ cm}$; $\widehat{ABC} = 30^\circ$ et $\widehat{BAC} = 80^\circ$.
2. Construire l'orthocentre H du triangle ABC.

- 26** 1. Construire un triangle EDF tel que : $ED = 5 \text{ cm}$; $FD = 7 \text{ cm}$ et $EF = 6 \text{ cm}$.
2. Construire l'orthocentre N du triangle EDF.
3. a. Quelle est la hauteur du triangle NED issue de E ?
b. Quel est l'orthocentre du triangle NED ?

- 27** 1. Construire un triangle USD tel que : $US = 5 \text{ cm}$; $DS = 7 \text{ cm}$ et $\widehat{USD} = 100^\circ$.
2. Construire l'orthocentre I du triangle USD.

Cercle inscrit

- 28** 1. Construire un triangle SER tel que : $SE = 6 \text{ cm}$; $\widehat{RSE} = 50^\circ$ et $\widehat{RES} = 60^\circ$.
2. Construire son cercle inscrit.
- 29** Dans la figure ci-dessous, I est le centre du cercle inscrit dans le triangle ABC et on donne : $\widehat{EBC} = 32^\circ$ et $\widehat{DCB} = 25^\circ$.



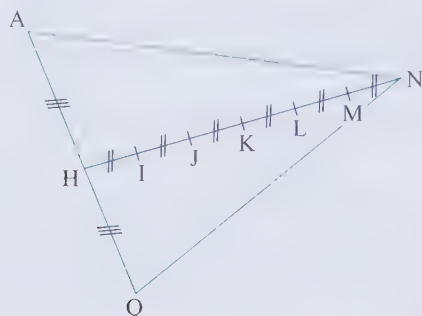
1. Calculer $\widehat{ABC}$ et $\widehat{ACB}$. Justifier les réponses.
2. Déterminer les mesures des angles $\widehat{BAC}$ puis $\widehat{BAI}$. Justifier.

Centre de gravité

- 30** 1. a. Construire un cercle $\mathcal{C}$ de diamètre [AB].
b. Soit O son centre et M un point de $\mathcal{C}$ distinct de A et de B. Construire le symétrique L du point A par rapport à M.
2. Soit I le point d'intersection des droites (LO) et (BM). Que représente le point I pour le triangle LAB ? Justifier.
3. La droite (AI) coupe [LB] en J. Que peut-on dire du point J ? Pourquoi ?

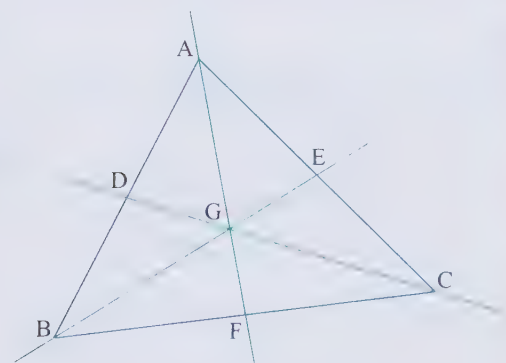
exercices

- 31** 1. Quel est le centre de gravité du triangle AQN représenté ci-dessous ? Pourquoi ?



2. Nommer la droite qui passe par A et qui coupe [QN] en son milieu. Expliquer la réponse.
3. Quel est le centre de gravité de AKQ ? Pourquoi ?

- 32** Dans la figure ci-dessous, G est le centre de gravité du triangle ABC, $AE = 2,2$ cm, $AG = 2,3$ cm, $GD = 1,4$ cm et $BE = 4,2$ cm.



Calculer AC, GF, GC, BG et GE.

- 33** 1. Construire un triangle DFR tel que : $\widehat{DRF} = 60^\circ$; $RF = 5$ cm et $DR = 6$ cm.
2. Construire son centre de gravité G.

Triangles particuliers

- 34** 1. Construire en bleu un triangle ABC rectangle en A.
2. Tracer en rouge les trois hauteurs du triangle ABC.
3. Quel est l'orthocentre du triangle ABC ?

- 35** 1. Construire un triangle ABC isocèle en A. Soit H son orthocentre, I le centre de son cercle inscrit, G son centre de gravité et O le centre de son cercle circonscrit.
2. Que peut-on dire des quatre points H, I, G et O ? Justifier.

- 36** 1. Construire un triangle MNP isocèle en P. Tracer ses médianes [MI] et [NJ]. Soit O leur point d'intersection.
2. Démontrer que les droites (PO) et (MN) sont perpendiculaires.

- 37** 1. Construire un triangle équilatéral ABC puis son orthocentre H.
2. a. Combien mesurent les angles $\widehat{HBC}$ et $\widehat{HCB}$? Justifier.
b. En déduire la mesure de $\widehat{BHC}$.

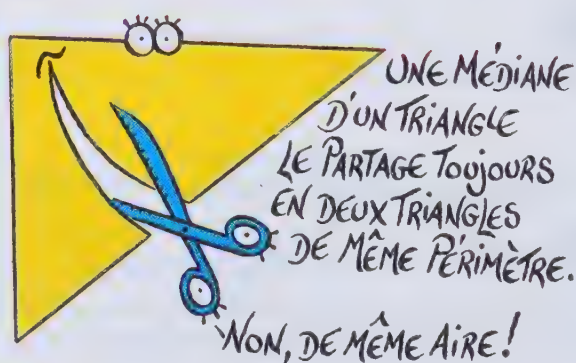
Qui a raison ?

A

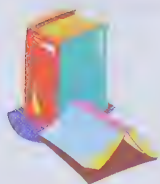
QUAND LE TRIANGLE A UN ANGLE OBTUS,
SON CENTRE DE GRAVITÉ
EST À L'EXTÉRIEUR
DU TRIANGLE !



B



maîtriser



Lire et comprendre

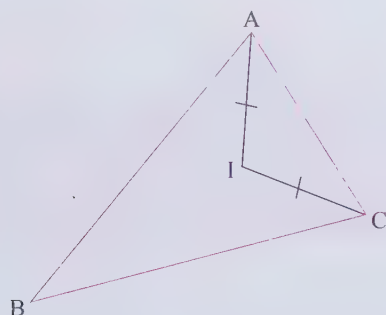
- 38** 1. Construire un triangle MNP tel que :
 $MN = 5 \text{ cm}$; $NP = 6,5 \text{ cm}$ et $MP = 7 \text{ cm}$.
2. Denis a construit le plus petit cercle qui contient ce triangle MNP.
 Sans justifier la réponse, dire quel cercle il a construit. Effectuer cette construction.
3. Olivier a construit le plus grand cercle qui est contenu à l'intérieur du triangle MNP.
 Sans justifier la réponse, dire quel cercle il a construit. Effectuer cette construction sur une nouvelle figure.

39 Dans cet exercice, on fera une figure pour illustrer chaque question.

1. Tracer un point A. Combien de cercles passent par A ?
2. Tracer deux points A et B. Combien de cercles passent à la fois par A et par B ? Où sont situés leurs centres ?
3. a. Tracer trois points non alignés A, B et C. Combien de cercles passent à la fois par A, B et C ?
 b. Reprendre la question 3a avec A, B et C alignés.

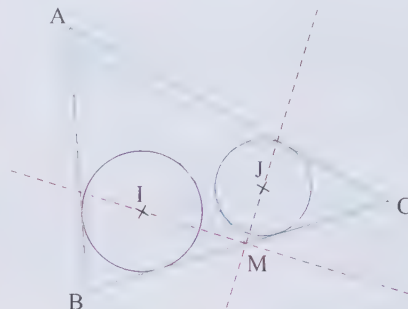
Démontrer

40 Dans la figure ci-dessous, I est le centre du cercle inscrit dans le triangle ABC et on a $\widehat{IAC} = 36^\circ$ et $IA = IC$.



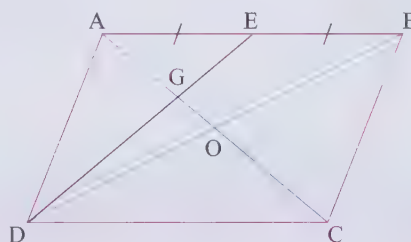
1. Quelle est la nature du triangle ABC ? Justifier.
2. La droite (BI) coupe [AC] en M. Que peut-on dire du point M ? Justifier.

41 On a représenté ci-dessous un triangle ABC. Le point M est un point quelconque du côté [BC]. On a construit les cercles de centres I et J inscrits dans les triangles AMB et AMC.



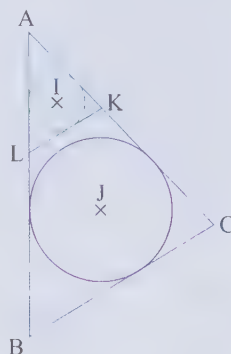
Démontrer que les droites (MI) et (MJ) sont perpendiculaires.

42 On a représenté ci-dessous un parallélogramme ABCD. Le point E est le milieu du segment [AB] et les segments [AC] et [DE] se coupent en G.



1. a. Que représente le segment [AO] pour le triangle ABD ? Justifier.
 b. Que représente le point G pour le triangle ABD ? Justifier.
2. Démontrer que la droite (BG) coupe [AD] en son milieu.

43 Dans la figure ci-contre, les droites (KL) et (BC) sont parallèles. On a construit les cercles de centres I et J inscrits dans les triangles ALK et ABC.



1. Démontrer que :
 $\widehat{ALK} = \widehat{ABC}$.
2. a. Démontrer que :
 $\widehat{ILK} = \widehat{JBC}$.
 b. Que peut-on en déduire pour les droites (IL) et (JB) ?

exercices

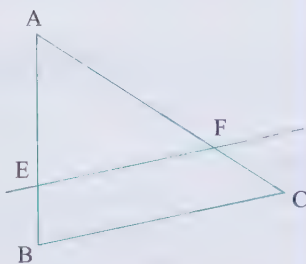
44 On considère un triangle ABC. On note I le milieu du segment [BC] et E le milieu du segment [AI].

1. Faire une figure.
2. Tracer le point D symétrique du point E par rapport au point I.
3. Tracer le point F symétrique du point B par rapport au point D.
4. Que représente I pour le triangle BAF ?
5. Démontrer que la droite (BI) coupe le segment [AF] en son milieu.

45 1. Construire une figure du même type que celle ci-dessous dans laquelle les droites (EF) et (BC) sont parallèles.

2. Démontrer que les triangles AEF et ABC ont une hauteur commune.

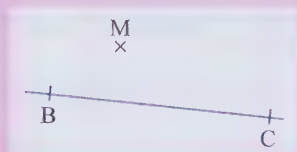
3. Démontrer que les triangles AEF et ABC ont une médiane commune.



Indication : on pourra utiliser les quotients $\frac{AE}{AB}$ et $\frac{AF}{AC}$.

À l'envers

Pour les exercices 46 à 48, commencer par reproduire une figure du type suivant.



Ne pas justifier la construction demandée, mais préciser ses étapes.

46 Construire un point A tel que M soit l'orthocentre du triangle ABC.

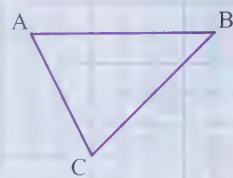
47 Construire un point A tel que M soit le centre de gravité du triangle ABC.

48 Construire un point A tel que M soit le centre du cercle inscrit dans le triangle ABC.

Indication : pour cet exercice, ne pas prendre M trop loin de la droite (BC).

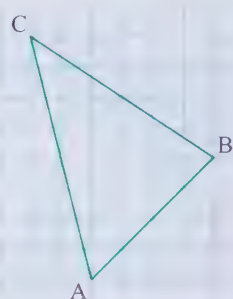
Sur quadrillage

49 Pour chacune des questions suivantes, reproduire la figure ci-contre sur quadrillage puis utiliser le quadrillage et une règle non graduée.



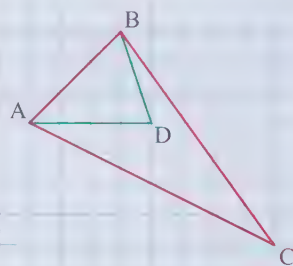
1. Construire le centre I du cercle circonscrit au triangle ABC.
2. Construire l'orthocentre H du triangle ABC.
3. Construire le centre de gravité G du triangle ABC.

50 Pour chacune des questions suivantes, reproduire la figure ci-contre sur quadrillage puis utiliser le quadrillage et une règle non graduée.



1. Construire le centre I du cercle circonscrit au triangle ABC.
2. Construire l'orthocentre H du triangle ABC.
3. Construire le centre de gravité G du triangle ABC.

51 1. Reproduire la figure ci-contre puis construire à l'aide du quadrillage et d'une règle non graduée les centres des cercles circonscrits aux triangles ABC et ABD.



2. Pourquoi le milieu I de [AB] est-il aligné avec les centres des deux cercles ?

Pliages

Pour les exercices 52 à 55, dessiner un triangle ABC qui a tous ses angles aigus puis le découper et résoudre chaque exercice par pliage, sans aucun instrument de dessin.

52 1. Déterminer la position d'une des hauteurs du triangle ABC.

2. Procéder de même pour les autres hauteurs et en déduire la position de l'orthocentre de ABC.

53 Déterminer la position du centre du cercle inscrit dans ABC.

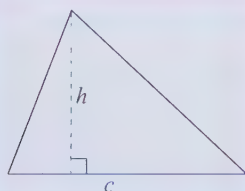
54 Déterminer la position du centre du cercle circonscrit à ABC.

55 1. À l'aide de deux pliages, déterminer la position de la médiane de ABC issue de A.

2. En procédant de même pour les autres médianes, déterminer la position du centre de gravité de ABC.

Aires

Pour les exercices 56 à 58, on rappelle que l'aire d'un triangle s'obtient grâce à la formule : $\mathcal{A} = \frac{c \times h}{2}$.

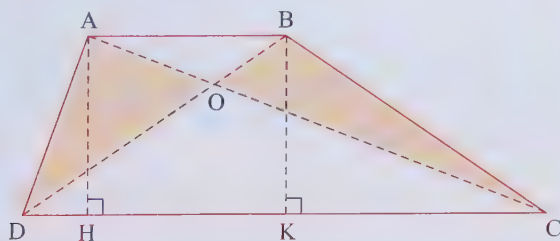


56 1. Tracer un triangle ABC et sa médiane [AM].

2. Démontrer que les triangles ABM et AMC ont la même aire.

57 Les ailes du papillon

1. Construire une figure du même type que celle ci-dessous dans laquelle ABCD est un trapèze de bases [AB] et [CD].



2. a. Démontrer que ABKH est un rectangle. En déduire que $AH = BK$.

b. Comparer les aires des triangles ADC et BDC.

3. Déduire de ce qui précède que les triangles AOD et BOC ont la même aire.

Indication : on pourra utiliser l'aire du triangle ODC.

58 1. Construire un triangle ABC tel que : $AB = 8 \text{ cm}$; $AC = 7 \text{ cm}$ et $BC = 9 \text{ cm}$.

2. On désigne par r la longueur en cm du rayon du cercle inscrit dans le triangle ABC.

Soit $\mathcal{S}$ l'aire en cm^2 du triangle ABC.

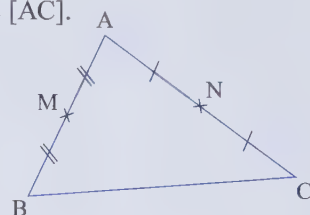
Démontrer que, pour la figure réalisée, on a :

$$\mathcal{S} = 12 \times r.$$

Défis et constructions

59 Dans la figure ci-dessous, M et N sont les milieux de [AB] et de [AC].

Expliquer, en justifiant, comment construire à l'aide d'une règle non graduée le milieu de segment [BC].



60 Dans la figure ci-dessous, les segments [AU] et [EO] se coupent en I.

On donne :

$$AI = 5 \text{ cm} ;$$

$$IO = 4 \text{ cm} \text{ et}$$

$$\widehat{AIO} = 110^\circ.$$

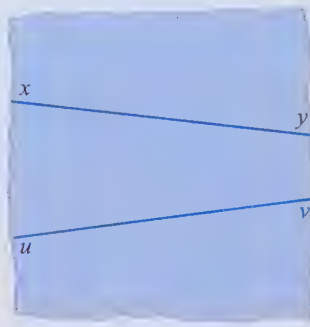


1. Effectuer la construction en vraies grandeurs.

2. À l'aide d'une règle, sans compas ni équerre, effectuer la construction de la perpendiculaire à la droite (AO) menée par I. Justifier la construction.

61 1. Reproduire une figure du même type que celle ci-dessous.

2. Sans déborder du cadre bleu, construire la bissectrice d'un des angles aigus formés par les droites (xy) et (uv) (justification non demandée mais il faut laisser les traits de construction nettement visibles).



62 Construire un triangle équilatéral dont le cercle inscrit a pour rayon 2,5 cm.

Expliquer la construction.

Indication : calculer d'abord la longueur de chaque médiane.

devoirs à la maison

63 Dans l'activité 2 p. 179, on a démontré que les médiatrices d'un triangle sont concourantes. À l'aide de ce résultat, nous allons ici démontrer que les hauteurs d'un triangle sont elles aussi concourantes.

1. Tracer un triangle ABC. Soit (d) la parallèle à (AB) passant par C, (d') la parallèle à (BC) passant par A et (d'') la parallèle à (CA) passant par B. Les droites (d) et (d') se coupent en E, (d') et (d'') en F, (d'') et (d) en G.

2. a. Quelle est la nature du quadrilatère FACB ?

b. Quelle est la nature du quadrilatère AECB ?

c. En déduire que le point A est le milieu de [EF].

3. a. Démontrer que la hauteur du triangle ABC issue du point A est la médiatrice de [EF].

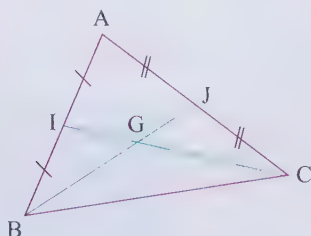
b. En raisonnant de même, et sans détailler la démonstration, que peut-on affirmer pour :

- la hauteur du triangle ABC issue du sommet B ?
- la hauteur du triangle ABC issue du sommet C ?

4. Déduire de ce qui précède que les hauteurs du triangle ABC sont concourantes.

64 Dans l'activité 5 p. 181, on a pu observer que les médianes d'un triangle sont concourantes et se coupent aux $\frac{2}{3}$ de chacune d'elles. Le but de cet exercice est de prouver que ces constatations sont vraies.

Dans le triangle ABC représenté ci-dessous, I est le milieu de [AB] et J le milieu de [AC]. On note G le point d'intersection des deux médianes [CI] et [BJ].



1. a. Reproduire une telle figure.

b. Construire le symétrique A' de A par rapport au point G. La droite (AA') coupe le côté [BC] en K.

2. a. En utilisant le triangle ABA', démontrer que les droites (BA') et (GC) sont parallèles.

b. Démontrer de même que les droites (CA') et (BG) sont parallèles.

c. Que peut-on en déduire pour le quadrilatère BGCA' ?

3. a. Que représente le point K pour le segment [BC] ? Pourquoi ?

b. Qu'en déduit-on pour [AK] ?

Que peut-on alors affirmer pour les trois médianes du triangle ABC ?

4. Démontrer que $AG = \frac{2}{3} AK$.

65 1. Soit ABC un triangle.

a. Placer les points D, E et F, milieux respectifs des côtés [AB], [BC] et [CA].

b. Quelle est la nature du quadrilatère EDFC ? Justifier la réponse.

c. Démontrer que la droite (DC) est à la fois une médiane du triangle ABC et du triangle EFD.

2. Soit G le centre de gravité du triangle ABC. Démontrer que G est aussi le centre de gravité du triangle EFD.

66 1. Construire un triangle ABC tel que :

AB = 10 cm ; BC = 11 cm et CA = 12 cm.

2. Construire l'orthocentre H du triangle ABC.

3. a. Soit I le point d'intersection de (AH) et (BC), J le point d'intersection de (BH) et (CA) et K le point d'intersection de (CH) et (AB).

Construire le centre du cercle inscrit dans le triangle IJK.

b. Que constate-t-on ? (On ne demande pas de démontrer ce résultat.)

67 Dans la figure ci-dessous, (AH) est la hauteur du triangle ABC issue de A et (AD) est la bissectrice de $\widehat{BAC}$. On donne :

BC = 6 cm ;

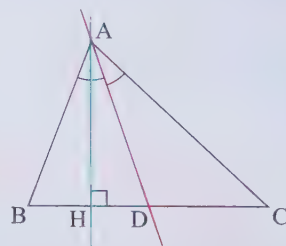
$\widehat{ABC} = 68^\circ$ et

$\widehat{ACB} = 40^\circ$.

1. Réaliser une telle figure.

2. a. Calculer $\widehat{HAD}$.

b. Calculer $\frac{1}{2} (\widehat{ABC} - \widehat{ACB})$. Que constate-t-on ?



68 1. Construire un triangle MNP tel que :

$\widehat{MNP} = 50^\circ$; NM = 8 cm et NP = 10 cm.

2. Construire son cercle inscrit. Soit O le centre de ce cercle.

3. a. Calculer $\widehat{NMP} + \widehat{NPM}$.

b. En déduire $\widehat{OMP} + \widehat{OPM}$ puis $\widehat{MOP}$.

vive les maths !



EURÊKA



ARCHIMÈDE :

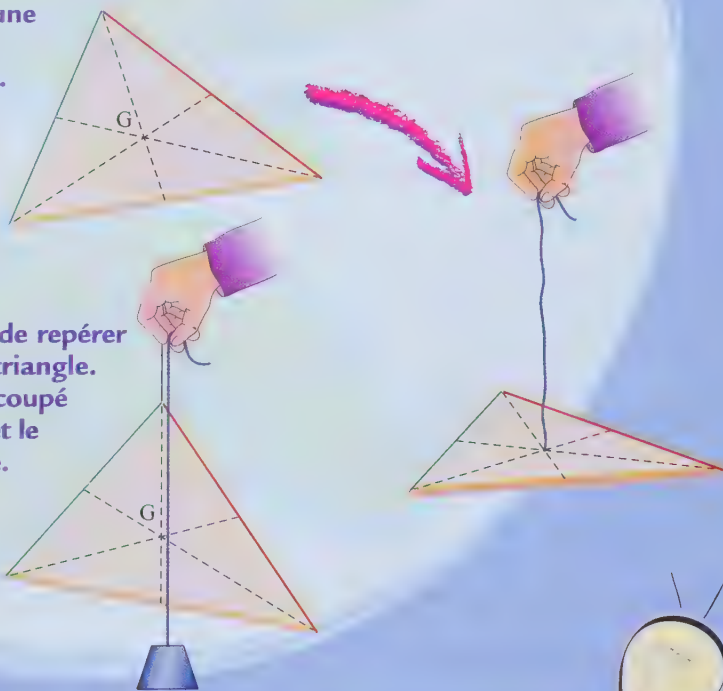
mathématicien, ingénieur, inventeur
- 287 - 212
surquel on doit
toute science
scientifique
concernant les
mathématiques,
physique et
mécanique

Un dictionnaire nous apprend que le mot **gravité** vient du latin *gravitas* (pesanteur). Quel peut bien être le rapport entre ce que nous avons appelé **centre de gravité** du triangle et cette notion de **pesanteur** ? Dans son traité *Sur le centre de gravité des surfaces planes*, Archimède expose la notion de centre de gravité, point abstrait où l'on peut considérer que la masse de l'objet se concentre.

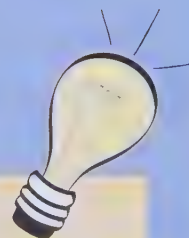
Essayons d'illustrer ceci à l'aide d'une petite expérience.

Dessiner un triangle sur du carton épais. Tracer ses médianes, repérer son centre de gravité puis découper le triangle. Percer le triangle obtenu avec une aiguille en son centre de gravité et le suspendre à un fil (voir figure). Que peut-on constater ?

Voici une autre expérience permettant de repérer la position des médianes du même triangle. Suspendre verticalement le triangle découpé précédemment par un de ses sommets et le laisser prendre sa position d'équilibre. Repérer la direction verticale à l'aide d'un fil à plomb (voir figure). Que constate-t-on ?



“casse tête”



Sur une carte, une île a la forme d'un triangle. Quel est le point de l'île le plus éloigné de la mer sur cette carte ?

Source : Rallye mathématique d'Aquitaine, 1991.



Le père Roger a décidé de léguer son champ triangulaire, qui est bordé par trois routes, à ses trois enfants. Il veut auparavant faire creuser un

puits et partager le terrain en trois parcelles triangulaires ayant la même superficie et ayant chacune accès au puits. Il est bien entendu interdit de creuser un puits juste en bord de route.

Indiquer au père Roger le plus de partages possibles et donner pour chacun l'emplacement du puits.

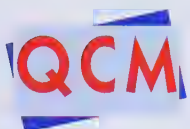
Indication : il y a sept possibilités.

Source : IREM d'Aquitaine.

Triangle rectangle

Pythagore – Cosinus

ACTIVITÉS



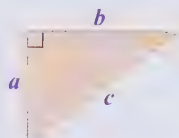
Pour chacune des questions ci-dessous, choisir la ou les bonne(s) réponse(s).

		a	b	c
1	5^2 est égal à	10	25	52
2	$0,4^2$ est égal à	0,8	1,6	0,16
3	$3^2 + 4^2$ est égal à	7^2	5^2	14
4	Si $3^2 + a^2 = 5^2$, alors	$a = 5 - 3$	$a^2 = 5^2 - 3^2$	$a^2 = 3^2 - 5^2$
5	L'arrondi au centième de $\frac{5}{13}$ est	0,3	0,38	0,39
6	Le plus grand côté d'un triangle ABC rectangle en C est	AB	AC	BC
7	Si $a + 1,5 = 4$, alors	$a = \frac{4}{1,5}$	$a = 4 + 1,5$	$a = 4 - 1,5$
8	Si $\frac{a}{5} = 0,4$, alors	$a = 2$	$a = 0,2$	$a = \frac{0,4}{5}$
9	Si $\frac{8}{5} = a$, alors	$a = 8 \times 5$	$a = \frac{5}{8}$	$a = 1,6$
10	Si $\frac{12}{a} = 1,5$, alors	$a = 12 \times 1,5$	$a = \frac{12}{1,5}$	$a = 8$

1 Une égalité dans le triangle rectangle

a • On constate

1. Construire un triangle rectangle comme celui représenté ci-dessous avec $a = 30$ mm et $b = 40$ mm.



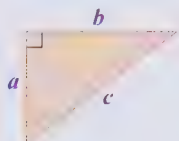
2. Mesurer le côté c au millimètre près, puis recopier et compléter le tableau ci-dessous.

a	b	c	a^2	b^2	$a^2 + b^2$	c^2
.....						

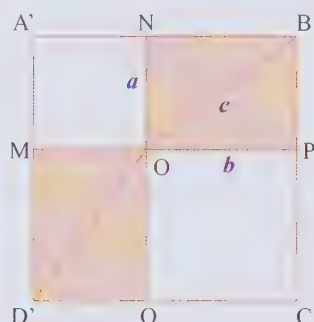
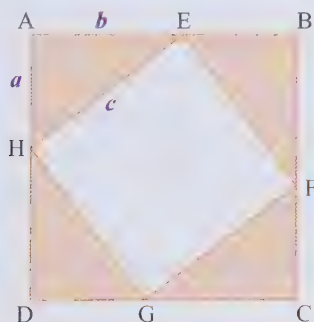
3. Que constate-t-on pour les deux derniers résultats ?

b • On démontre

On considère huit triangles rectangles superposables tels que celui représenté ci-dessous.



On les dispose dans deux carrés superposables ABCD et A'B'C'D' de la façon suivante :



1. a. Pourquoi peut-on affirmer que le quadrilatère EFGH est un losange ?
b. Prouver que $\widehat{AEH} + \widehat{BEF} = 90^\circ$.
Que peut-on en déduire pour la mesure de l'angle $\widehat{HEF}$?
c. Quelle est la nature exacte du quadrilatère EFGH ?
2. Expliquer pourquoi les aires totales des surfaces orange de chaque carré sont égales.
3. En utilisant ce qui précède, comparer c^2 et $b^2 + a^2$.

Recopier et compléter :

Dans un triangle rectangle, le carré de est égal à la somme des carrés des côtés

Cette propriété est connue sous le nom de **théorème de Pythagore**.

2 Réciproque du théorème de Pythagore

- Matthieu a construit un triangle MNP tel que $MN = 1,5 \text{ cm}$, $NP = 3,6 \text{ cm}$ et $PM = 3,9 \text{ cm}$.
 - Calculer le carré de chacune de ces longueurs.
 - Quelle relation peut-on écrire entre ces trois carrés ?
 - Construire le même triangle que Matthieu. Quelle propriété semble avoir ce triangle ?
- Matthieu doit construire un triangle EFG vérifiant $EF = 4 \text{ cm}$, $FG = 7,5 \text{ cm}$ et $EG = 8,5 \text{ cm}$. Pour ce nouveau triangle, reprendre les questions 1a, 1b et 1c.

BILAN

Recopier et compléter :

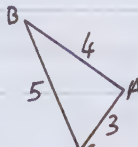
Si dans un triangle, le carré d'un côté est égal à la des des autres côtés, alors ce triangle est rectangle et son hypoténuse est le plus côté.

Cette propriété est admise et appelée **réciproque du théorème de Pythagore**.

3 Le bon théorème

Voici deux parties d'exercices un peu incomplètes mais justes, relevées sur les copies de deux élèves.

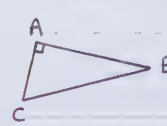
Marion



$$\left. \begin{array}{l} 4^2 + 3^2 = 16 + 9 = 25 \\ 5^2 = 25 \end{array} \right\} \text{Donc } AB^2 + AC^2 = BC^2$$

Je peux donc affirmer que le triangle ABC est rectangle en A.

Lucas



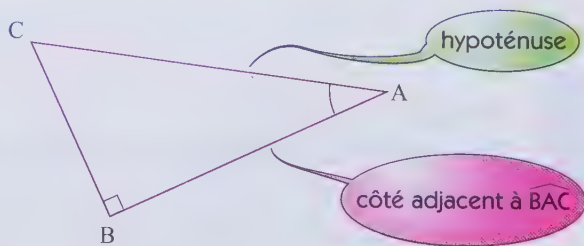
Comme le triangle ABC est rectangle en A, je peux affirmer que $AB^2 + AC^2 = BC^2$.

- Dans la copie de Marion, quelles sont les données et quelle est la conclusion ? Quelle propriété a-t-elle utilisée ?
- Reprendre la question 1 pour la copie de Lucas.

4 Cosinus d'un angle aigu dans un triangle rectangle

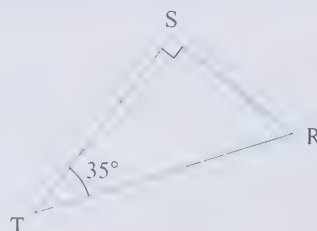
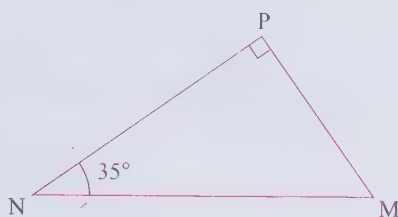
a • Vocabulaire

Voici le vocabulaire couramment utilisé dans le triangle rectangle :



b • On constate

On donne les deux triangles rectangles ci-dessous ayant chacun un angle aigu qui mesure 35° .



1. Dans le triangle MNP :
 - a. Mesurer le côté de l'angle droit adjacent à l'angle qui mesure 35° . Donner sa longueur au millimètre près.
 - b. Calculer le quotient de ce côté par l'hypoténuse (arrondir le résultat au dixième).
2. Reprendre les questions 1a et 1b avec le triangle RTS.
3. Que constate-t-on ?

c • On justifie

On donne les deux triangles rectangles ci-contre ayant chacun un angle aigu égal à 40° .

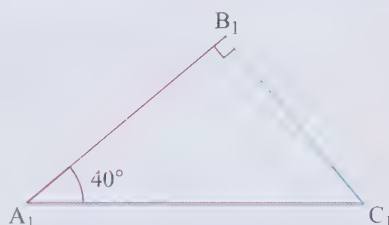


Fig. 1

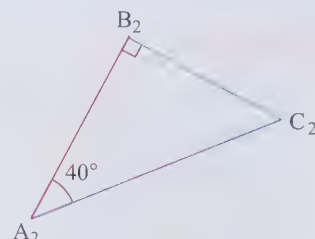


Fig. 2

En décalquant le triangle $A_2B_2C_2$ et en le positionnant sur le triangle $A_1B_1C_1$, on obtient la figure 3 où les points A_1 , A_2 et A sont confondus.

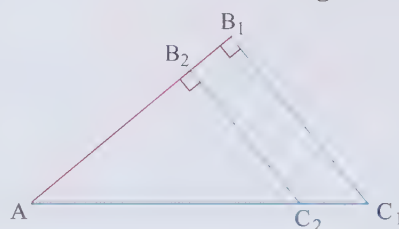


Fig. 3

1. Que peut-on dire des droites (B_1C_1) et (B_2C_2) dans la figure 3 ?
2. On reconnaît une configuration classique. Que peut-on dire des côtés des triangles AB_1C_1 et AB_2C_2 ?
3. Recopier et compléter avec des points de la figure : $\frac{AB_1}{AB_2} = \frac{\dots\dots\dots}{AC_2}$.
4. En déduire une autre écriture de $\frac{AB_1}{AC_1}$.
5. En utilisant le vocabulaire donné au début de l'activité, comment peut s'écrire $\frac{AB_1}{AC_1}$ dans le triangle AB_1C_1 ? Et $\frac{AB_2}{AC_2}$ dans le triangle AB_2C_2 ?

Recopier et compléter :

Dans des triangles rectangles qui ont un même angle aigu, le quotient $\frac{\text{côté}}{\text{hypoténuse}}$ est le même.

Ce quotient est appelé **cosinus de l'angle aigu**.

1 Théorème de Pythagore

THÉORÈME

Si un triangle est rectangle, **alors** le carré de son hypoténuse est égal à la somme des carrés des côtés de l'angle droit.



DONNÉES

ABC est rectangle en A.

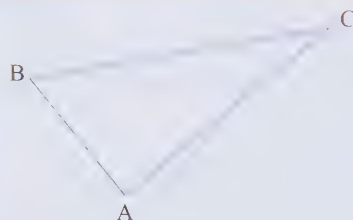
CONCLUSION

$$BC^2 = AB^2 + AC^2.$$

2 Réciproque du théorème de Pythagore

THÉORÈME

Si dans un triangle le carré d'un côté est égal à la somme des carrés des deux autres côtés, **alors** ce triangle est rectangle et son hypoténuse est le plus grand côté.



DONNÉES

$$BC^2 = AB^2 + AC^2.$$

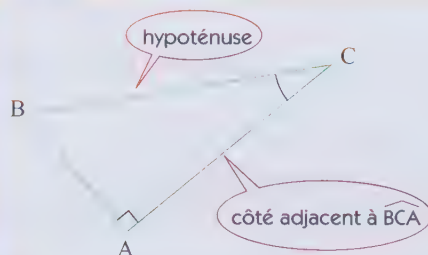
CONCLUSION

ABC est rectangle en A.

3 Cosinus d'un angle aigu

Le **cosinus** d'un angle aigu d'un triangle rectangle est égal au quotient :

$$\frac{\text{côté adjacent}}{\text{hypoténuse}}.$$



DONNÉES

ABC est un triangle rectangle en A.

CONCLUSION

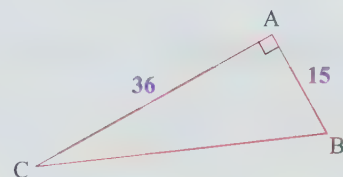
$$\cos \widehat{BCA} = \frac{AC}{BC}.$$

REMARQUE

L'hypoténuse étant le plus grand côté du triangle rectangle, le cosinus d'un angle aigu est compris entre 0 et 1.

1 Calculer l'hypoténuse d'un triangle rectangle

Exemple On donne ci-contre le triangle BAC rectangle en A tel que $AB = 15$ cm et $AC = 36$ cm. Calculer BC.



1^{re} étape

On sait que le triangle est rectangle, donc on peut utiliser le théorème de Pythagore.

Le triangle BAC est rectangle en A donc d'après le théorème de Pythagore, on a :

$$BC^2 = AB^2 + AC^2.$$

$$\text{Donc } BC^2 = 15^2 + 36^2 = 225 + 1\,296. \text{ D'où } BC^2 = 1\,521.$$

2^e étape

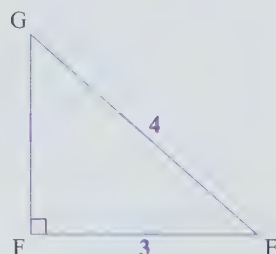
On utilise la touche $\sqrt{}$ de la calculatrice pour trouver BC.

La calculatrice affiche **39** pour $\sqrt{1\,521}$. Donc $BC = 39$ cm.

► Voir exercice n° 16, p. 206.

2 Calculer un des côtés de l'angle droit d'un triangle rectangle

Exemple On donne ci-contre le triangle EFG rectangle en F tel que $EF = 3$ cm et $EG = 4$ cm. Calculer FG (donner la valeur exacte puis un arrondi au mm.)



1^{re} étape

On sait que le triangle est rectangle, donc on peut utiliser le théorème de Pythagore.

$$\text{On a } EG^2 = EF^2 + FG^2.$$

$$\text{Donc } 4^2 = 3^2 + FG^2. \text{ D'où } 16 = 9 + FG^2.$$

$$\text{On obtient } FG^2 = 16 - 9 = 7. \text{ Donc } FG = \sqrt{7} \text{ cm.}$$

2^e étape

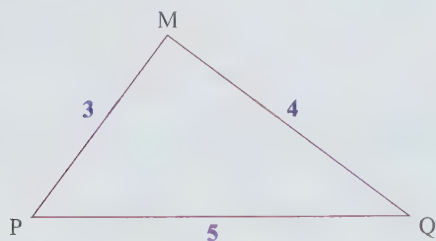
On utilise la touche $\sqrt{}$ de la calculatrice pour trouver l'arrondi demandé.

La calculatrice affiche **2.645751311** pour $\sqrt{7}$. Donc $FG \approx 2,6$ cm.

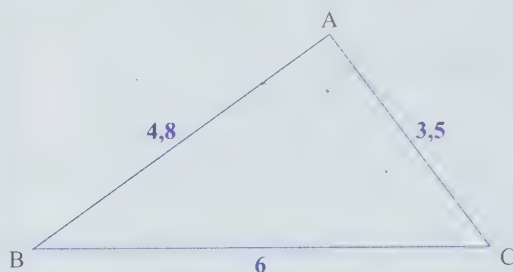
► Voir exercice n° 18, p. 206.

3 Dire si un triangle est rectangle

Exemples 1 On donne : $MP = 3 \text{ cm}$;
 $PQ = 5 \text{ cm}$; $QM = 4 \text{ cm}$.
 Le triangle MPQ est-il rectangle ?



2 On donne : $AB = 4,8 \text{ cm}$;
 $AC = 3,5 \text{ cm}$; $BC = 6 \text{ cm}$.
 Le triangle ABC est-il rectangle ?



1^{re} étape

On calcule pour chaque triangle : d'une part, le carré du plus grand côté et d'autre part, la somme des carrés des deux autres côtés. Puis on compare les résultats.

Pour le triangle MPQ :

$$PQ^2 = 5^2 = 25 .$$

$$QM^2 + MP^2 = 4^2 + 3^2 = 25 .$$

$$\text{Donc } PQ^2 = QM^2 + MP^2 .$$

2^e étape

On conclut en utilisant la réciproque du théorème de Pythagore.

Puisque $PQ^2 = QM^2 + MP^2$, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle MPQ est rectangle en M.

Pour le triangle ABC :

$$BC^2 = 6^2 = 36 .$$

$$AB^2 + AC^2 = 4,8^2 + 3,5^2 = 35,29 .$$

$$\text{Donc } BC^2 \neq AB^2 + AC^2 .$$

2^e étape

On conclut en utilisant le théorème de Pythagore.

Si le triangle était rectangle, son hypoténuse serait le plus grand côté [BC]. D'après le théorème de Pythagore, BC^2 serait égal à $AB^2 + AC^2$. Ce n'est pas le cas, donc le triangle ABC n'est pas rectangle.

► Voir exercice n° 24, p. 207.

4 Déterminer un cosinus ou un angle à la calculatrice

La touche **cos** donne une valeur approchée du **cosinus**.

La touche **cos⁻¹** donne une valeur approchée de l'**angle**.

Exemples 1 Déterminer l'arrondi au millième de $\cos 55^\circ$.

2 On donne $\cos \widehat{FEG} = \frac{7}{11}$.

Déterminer l'arrondi au degré de $\widehat{FEG}$.

1^{re} étape

Mettre la calculatrice en mode « degrés ».

2^e étape

On utilise la touche **cos**.

Selon les modèles de calculatrice, on tape :

5 5 cos ou cos 5 5 .

La calculatrice affiche :

0.573576436

D'où $\cos 55^\circ \approx 0,574$.

2^e étape

On utilise la touche **cos⁻¹**.

Selon les modèles de calculatrice, on tape :

(7 ÷ 1 1) cos⁻¹

ou

cos⁻¹ (7 ÷ 1 1) .

La calculatrice affiche :

50.47880364

Donc $\widehat{FEG} \approx 50^\circ$.

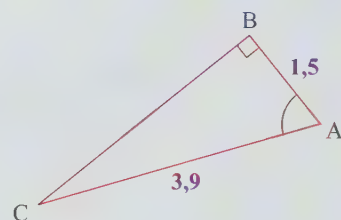
REMARQUE

En général, on ne lit sur la calculatrice qu'une valeur approchée du cosinus ou de l'angle cherché.

► Voir exercices n^{os} 31 et 32, p. 207.

5 Déterminer un angle aigu d'un triangle rectangle

Exemple On donne ci-contre le triangle ABC rectangle en B tel que $AB = 1,5$ cm et $AC = 3,9$ cm. Déterminer un arrondi au degré de $\widehat{BAC}$.



1^{re} étape

On exprime le cosinus de l'angle aigu $\widehat{BAC}$.

L'hypoténuse du triangle ABC est [AC] et le côté adjacent est [AB].

$$\text{Donc } \cos \widehat{BAC} = \frac{AB}{AC} = \frac{1,5}{3,9}.$$

2^e étape

On détermine un arrondi de $\widehat{BAC}$ à l'aide de la calculatrice.

On vérifie que la calculatrice est en mode « degrés » et on utilise la touche **cos⁻¹**.

La calculatrice affiche : 67.38013505

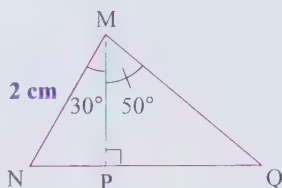
Donc l'arrondi au degré de $\widehat{BAC}$ est 67° .

► Voir exercice n^o 38, p. 208.

choisir les outils

Exercice Calculer des côtés d'un triangle rectangle en utilisant le cosinus

On donne la figure ci-dessous :



1. Calculer MP (arrondir au mm).
2. Calculer MQ (arrondir au mm).

Solution

1. Dans le triangle MPN rectangle en P, on a :

$$\cos \widehat{NMP} = \frac{MP}{MN}$$

Donc $\cos 30^\circ = \frac{MP}{2}$, qu'on peut écrire :

$$\frac{\cos 30^\circ}{1} = \frac{MP}{2}$$

On fait les produits « en croix » et on obtient :

$$MP = 2 \times \cos 30^\circ$$

La calculatrice affiche :

1.732050808

Donc $MP \approx 1,7 \text{ cm}$.

2. Dans le triangle MPQ rectangle en P, on a :

$$\cos \widehat{PMQ} = \frac{MP}{MQ}$$

Donc $\cos 50^\circ = \frac{1,7}{MQ}$, qu'on peut écrire :

$$\frac{\cos 50^\circ}{1} = \frac{1,7}{MQ}$$

On en déduit : $MQ \times \cos 50^\circ = 1,7$.

$$\text{Donc } MQ = \frac{1,7}{\cos 50^\circ}$$

La calculatrice affiche :

2.644730506

Donc $MQ \approx 2,6 \text{ cm}$.

Commentaires

► $\cos \widehat{NMP} = \frac{\text{côté adjacent}}{\text{hypoténuse}}$

► Si $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, alors $a \times d = b \times c$.

► Suivant les modèles de calculatrice, on tape :

2 × cos 30 = ou

2 × 30 cos =

► On remarque que $MN > MP$, ce qui est normal car $[MN]$ est l'hypoténuse.

► On veut calculer l'hypoténuse du triangle rectangle MPQ.

► Si $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, alors $a \times d = b \times c$.

► Suivant les modèles de calculatrice, on tape :

1 . 7 ÷ cos 50 =

ou

1 . 7 ÷ 50 cos =

travail autonome

Pour tous les exercices, l'unité de longueur utilisée est le centimètre.

- 1** Pour chacun des triangles ci-dessous, écrire une égalité utilisant les longueurs de la figure.

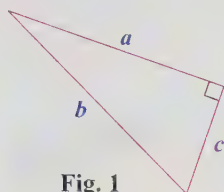


Fig. 1

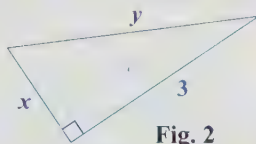


Fig. 2

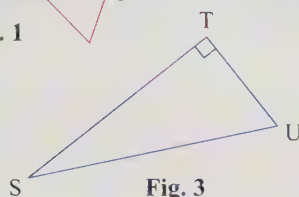
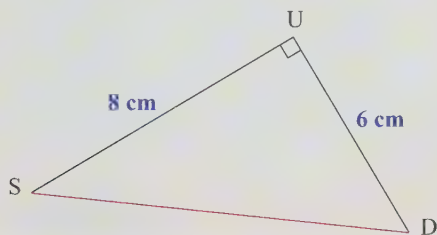


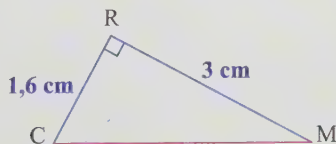
Fig. 3

- 2** Calculer les nombres suivants :
 $a = 5^2$; $b = 1^2$; $c = 1,5^2$; $d = 3^2 + 4^2$;
 $e = 4^2 - 3^2$; $f = 20^2 - 10^2$.

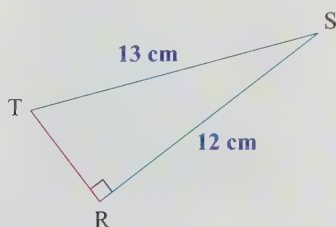
- 3** Sans utiliser la calculatrice, calculer la longueur du côté rouge du triangle suivant. Justifier la réponse.



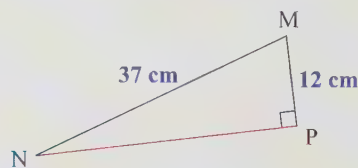
- 4** À l'aide de la calculatrice, calculer la longueur du côté rouge du triangle suivant. Justifier la réponse.



- 5** Sans utiliser la calculatrice, calculer la longueur du côté rouge du triangle suivant. Justifier la réponse.



- 6** À l'aide de la calculatrice, calculer la longueur du côté rouge du triangle suivant. Justifier la réponse.



- 7** 1. Tracer un triangle ABC dont les longueurs des côtés sont :
 $AB = 2,9$ cm ; $BC = 2,1$ cm et $AC = 2$ cm .
 Ce triangle est-il rectangle ? Justifier la réponse.

2. Tracer un triangle ABC dont les longueurs des côtés sont :
 $AB = 4$ cm ; $BC = 7,6$ cm et $AC = 8,6$ cm .
 Ce triangle est-il rectangle ? Justifier la réponse.

- 8** Déterminer l'arrondi au millième de $\cos \widehat{xOy}$ dans les cas suivants :

- a. $\widehat{xOy} = 20^\circ$; b. $\widehat{xOy} = 45^\circ$; c. $\widehat{xOy} = 89^\circ$.

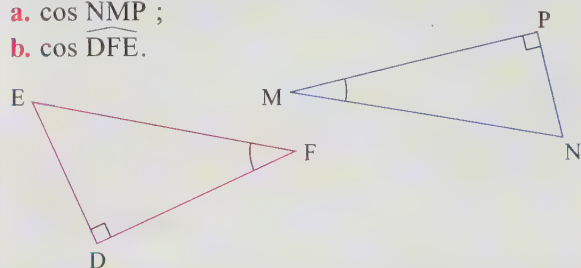
- 9** 1. Déterminer l'arrondi au degré de $\widehat{ABC}$ dans les cas suivants :

- a. $\cos \widehat{ABC} = 0,3$; b. $\cos \widehat{ABC} = 0,65$.

2. Existe-t-il un angle $\widehat{ABC}$ tel que $\cos \widehat{ABC} = 1,2$?

- 10** Observer les deux triangles rectangles ci-dessous puis écrire sous forme de quotient de longueurs :

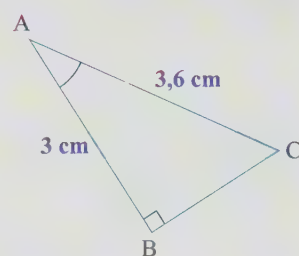
- a. $\cos \widehat{NMP}$;
 b. $\cos \widehat{DFE}$.



- 11** On considère le triangle rectangle ci-contre.

1. Écrire $\cos \widehat{BAC}$ sous forme de quotient.

2. Déterminer l'arrondi au degré de $\widehat{BAC}$.



s'entraîner

Avec la calculatrice

12 En utilisant la calculatrice, déterminer la valeur exacte des nombres suivants :

- a. $\sqrt{3,24}$; b. $\sqrt{625}$; c. $0,25^2$;
d. $1,6^2 + 1,2^2$; e. $(\sqrt{13})^2$.

13 En utilisant la calculatrice, déterminer l'arrondi au millième des nombres suivants :

- a. $\sqrt{2}$; b. $\sqrt{10}$; c. $\sqrt{12}$; d. $\sqrt{4,9}$.

14 Déterminer la valeur exacte de la longueur AB dans les cas suivants :

- a. $AB^2 = 12^2 + 9^2$; b. $24^2 + 7^2 = AB^2$;
c. $3,5^2 + AB^2 = 3,7^2$; d. $\frac{AB}{5} = 4$;
e. $\frac{14}{AB} = 7$; f. $\frac{1}{AB} = 0,5$.

15 Déterminer un arrondi au centième de la longueur AB dans les cas suivants :

- a. $3^2 + 5^2 = AB^2$; b. $6^2 - 5^2 = AB^2$;
c. $6^2 + AB^2 = 15^2$; d. $AB^2 + 4^2 = 13^2$;
e. $(\sqrt{12})^2 + 5^2 = AB^2$; f. $36 = 4^2 + AB^2$.

Calculs avec le théorème de Pythagore

Pour les exercices 16 à 19, réaliser une figure précise et vérifier sur le dessin les résultats obtenus par le calcul.

16 Soit ROC un triangle rectangle d'hypoténuse [RC] tel que RO = 2,5 cm et OC = 6 cm. Déterminer la longueur RC.

► Voir *Connaître les outils 1*, p. 201.

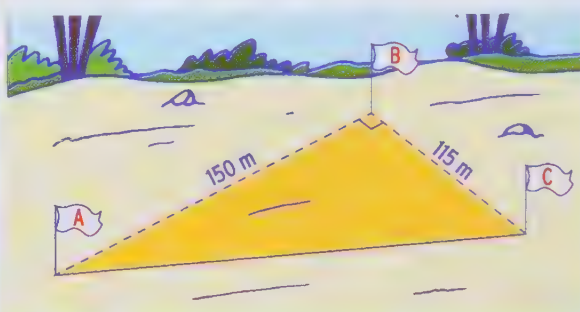
17 Soit MOU un triangle rectangle en O tel que : MO = 7 cm et OU = 4 cm. Calculer l'arrondi au mm de MU.

18 Soit PLM un triangle rectangle en L tel que : PL = 8 cm et PM = 12 cm. Calculer l'arrondi au mm de ML.

► Voir *Connaître les outils 2*, p. 201.

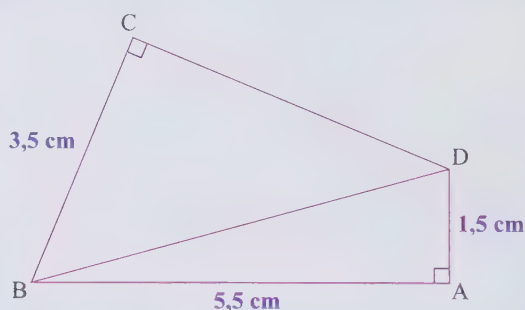
19 Soit ZUT un triangle rectangle dont le plus grand côté [ZT] mesure 5,8 cm et le côté [UZ] mesure 4,2 cm. Calculer la longueur UT.

20 Lors d'une course, les petits doivent se rendre directement de la balise A à la balise C, alors que les plus grands doivent aller de la balise A à la balise C en contournant la balise B.



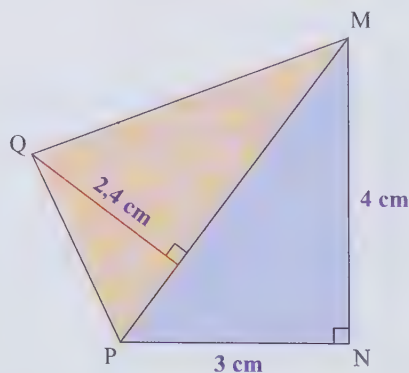
Déterminer, à un mètre près, la différence de longueur des deux parcours.

21 On considère les deux triangles rectangles ci-dessous.



Calculer BD puis CD.

22 Les triangles MPN et MPQ représentés ci-dessous ont-ils la même aire ? Justifier.



exercices

- 23** Soit un triangle ABC isocèle de sommet principal A tel que $AB = 5 \text{ cm}$ et $BC = 7 \text{ cm}$. Déterminer son aire (arrondir le résultat au mm^2).

Rectangle ou pas ?

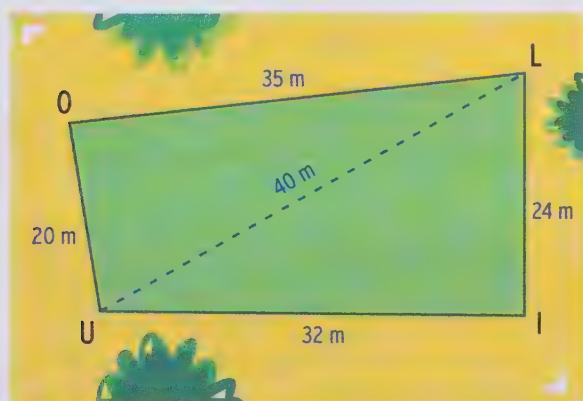
Pour les exercices 24 à 26, réaliser une figure précise et indiquer s'il s'agit d'un triangle rectangle. Justifier la réponse.

- 24** $MP = 6,8 \text{ cm}$, $MN = 6 \text{ cm}$ et $NP = 3,2 \text{ cm}$.
► Voir *Connaître les outils* 3, p. 202.

- 25** $RT = 6 \text{ cm}$, $SR = 2,5 \text{ cm}$ et $ST = 5,5 \text{ cm}$.

- 26** $AB = 7 \text{ cm}$, $BC = 5,7 \text{ cm}$, $AC = 9 \text{ cm}$.

- 27** 1. Le père Louis prétend que dans son champ, dont on a dessiné le plan ci-dessous, les côtés [LI] et [IU] sont perpendiculaires. A-t-il raison ?



2. Il dit aussi que les côtés [OU] et [OL] sont perpendiculaires. Est-ce vrai ?

- 28** 1. Tracer un triangle dont les côtés mesurent 5,3 cm, 4,5 cm et 2,8 cm.

2. Le calcul de l'aire de ce triangle est possible avec les données que l'on a. Calculer cette aire. Justifier la réponse.

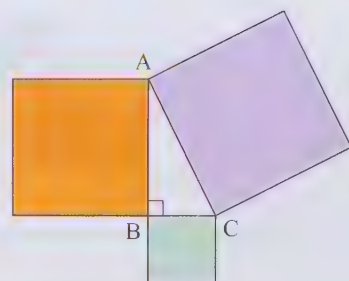
Autres aspects des propriétés de Pythagore

- 29** Pythagore et les aires des carrés

La figure ci-après est constituée du triangle ABC rectangle en B et de trois carrés coloriés. On donne : $AB = 8 \text{ cm}$ et $BC = 4 \text{ cm}$.

1. Calculer l'aire de chaque carré colorié.

2. Quelle égalité peut-on écrire avec ces trois aires ?



- 30** Avec des moyens rudimentaires

Depuis l'Antiquité, on sait construire des angles droits grâce à une corde sur laquelle on fait douze nœuds régulièrement espacés. Le principe consiste à fixer des bâtons aux points A, B et C puis à tendre la corde entre ces bâtons que l'on plante alors dans le sol.



Expliquer pourquoi le triangle ABC ainsi obtenu est rectangle.

Les touches $\cos$ et $\cos^{-1}$

- 31** Recopier et compléter le tableau suivant :

$\widehat{xOy}$ en degrés	$\cos \widehat{xOy}$ arrondi au millième
0,1	
25	
58	
89,9	

► Voir *Connaître les outils* 4, p. 202.

- 32** Recopier et compléter le tableau suivant :

$\widehat{xOy}$ arrondi au degré	$\cos \widehat{xOy}$ arrondi au centième
.....	0,75
15°	
.....	0,53
45	

► Voir *Connaître les outils* 4, p. 202.



Calcul mental

33 Déterminer le nombre positif que l'on peut mettre à la place de x dans les égalités suivantes :

a. $x^2 = 4$; b. $x^2 = 9$; c. $16 = x^2$; d. $x^2 = 64$; e. $100 = x^2$;

f. $\frac{x}{6} = 0,3$; g. $\frac{x}{5} = 0,07$; h. $\frac{64}{x} = 0,64$; i. $\frac{12}{x} = 0,5$.

34 Déterminer la longueur exacte du côté vert de chaque triangle rectangle ci-dessous.

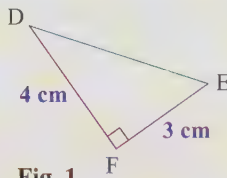


Fig. 1

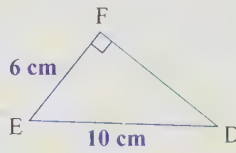


Fig. 2

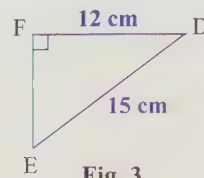


Fig. 3

35 Exprimer AC sous la forme $\sqrt{a}$ dans chacun des cas suivants.

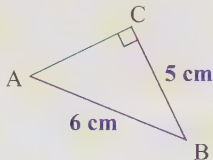


Fig. 1

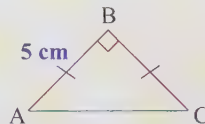


Fig. 2

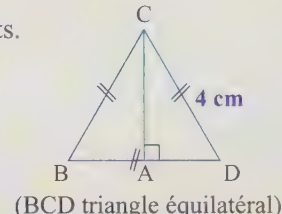


Fig. 3

Calculs d'angles

36 1. Quelle est l'hypoténuse du triangle rectangle ABC ci-dessous ?



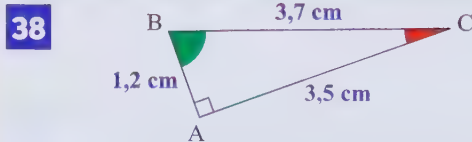
2. Citer le côté adjacent à l'angle $\widehat{ABC}$.
3. Exprimer $\cos \widehat{ABC}$ sous forme fractionnaire.
4. On donne $AB = 2$ cm et $BC = 5$ cm . Calculer $\widehat{ABC}$ (arrondir au degré).

37 1. Construire un triangle rectangle MNP d'hypoténuse [PM] tel que : $PN = 3$ cm et $PM = 7$ cm .

2. Exprimer $\cos \widehat{MPN}$ sous forme de fraction puis calculer $\widehat{MPN}$ (arrondir au degré).

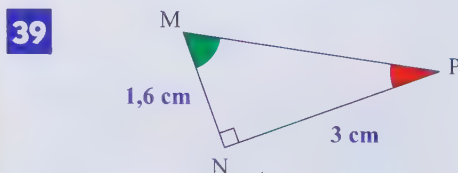
Pour les exercices 38 et 39 :

1. Écrire sous forme de quotient le cosinus de l'angle marqué en rouge et celui de l'angle marqué en vert.
2. Donner l'arrondi au dixième de degré de la mesure de chacun de ces angles.



38

► Voir Connaître les outils 5, p. 203.



39

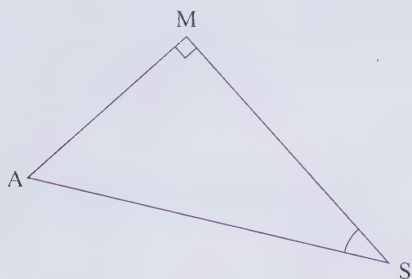
- 40** 1. Construire un triangle EFD rectangle en F tel que $FD = 5$ cm et $ED = 6$ cm .
2. Calculer $\widehat{EDF}$ puis $\widehat{DEF}$ (arrondir au degré).

Calculs de mesures

41 1. Construire un triangle USM rectangle en U tel que $SM = 5 \text{ cm}$ et $\widehat{USM} = 65^\circ$.

2. Calculer SU (arrondir au mm).

42 Soit ASM un triangle rectangle en M tel que : $MS = 4 \text{ cm}$ et $\widehat{ASM} = 35^\circ$.



Calculer AS à 1 mm près.

43 Calculer l'arrondi au mm de la longueur du segment rouge dans les trois figures suivantes.

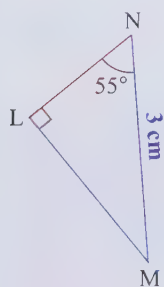


Fig. 1

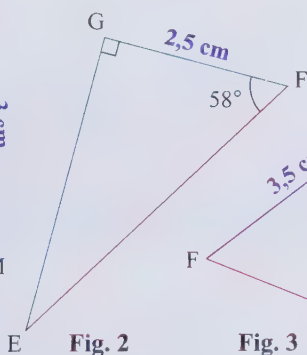


Fig. 2

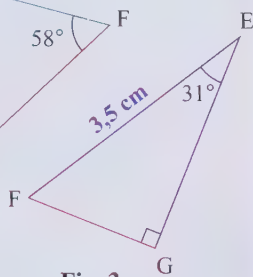
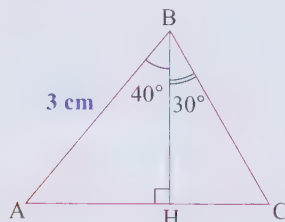


Fig. 3

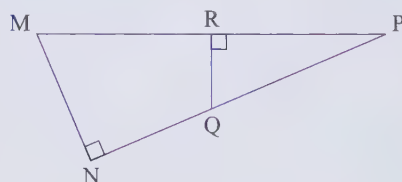
44 On donne la figure ci-dessous :



1. a. Écrire $\cos \widehat{ABH}$ sous forme de quotient.
b. Calculer BH (arrondir au mm).

2. a. Écrire $\cos \widehat{HBC}$ sous forme de quotient.
b. Calculer BC (arrondir au mm).

45 On donne la figure ci-dessous :



1. Les égalités suivantes sont-elles vraies ou fausses ?

a. $\cos \widehat{NPM} = \frac{MN}{MP}$; b. $\cos \widehat{NPM} = \frac{PM}{PN}$;

c. $\cos \widehat{NPM} = \frac{PN}{PM}$; d. $\cos \widehat{NPM} = \frac{PQ}{PR}$;

e. $\cos \widehat{NPM} = \frac{PR}{PQ}$; f. $\cos \widehat{NPM} = \frac{PR}{PM}$.

2. On donne :

$PN = 4,8 \text{ cm}$; $PQ = 2,8 \text{ cm}$ et $\widehat{MPN} = 31^\circ$.

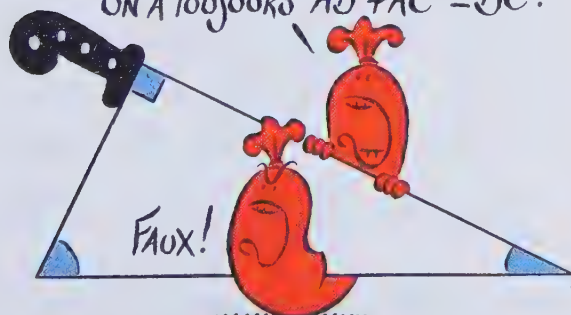
a. Calculer PM.

b. Calculer RP.

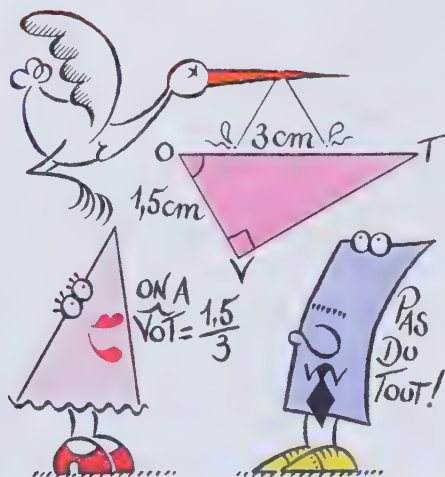
Qui a raison ?

A

DANS UN TRIANGLE RECTANGLE ABC,
ON A TOUJOURS $AB^2 + AC^2 = BC^2$.



B

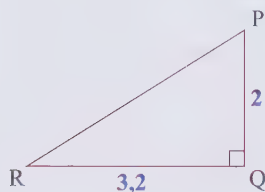


exercices

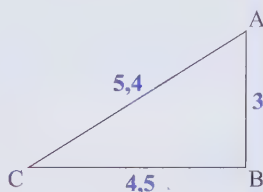
m a î t r i s e r

Le bon théorème

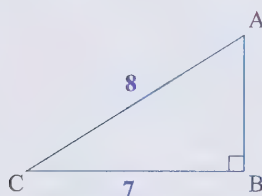
46 Malheureusement, Damien n'a plus que les figures des quatre exercices dont la solution utilise le théorème de Pythagore ou sa réciproque (l'unité de longueur est le cm).



Exercice 1



Exercice 2



Exercice 3



Exercice 4

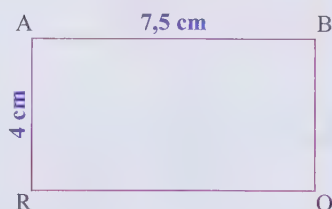
Formuler la question manquante pour chaque exercice et répondre à la place de Damien.

Calculs dans les figures usuelles

47 Calculer la longueur de la diagonale CR d'un carré CARE de côté 4 cm (arrondir au mm).

48 1. Calculer la longueur de la diagonale du rectangle ci-contre.

2. Calculer l'arrondi au degré de $\widehat{RAO}$.



49 1. Représenter un losange PIED tel que : $PE = 8$ cm et $ID = 5$ cm.

2. Calculer le côté de ce losange (arrondir au mm).

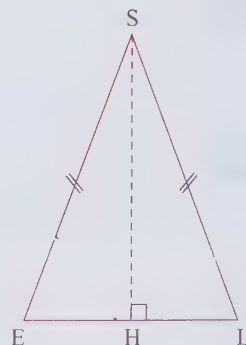
50 Dans le triangle isocèle ci-après, on donne $SE = SL = 8$ cm et $EL = 5,6$ cm. On se propose de calculer $\widehat{ESL}$ par deux méthodes.

Première méthode :

1. Calculer SH.
2. Déterminer $\widehat{ESH}$.
3. Déterminer $\widehat{ESL}$.

Deuxième méthode :

1. Déterminer $\widehat{SEH}$.
2. Déterminer $\widehat{ESL}$.



51 On reprend la figure de l'exercice 50 et on suppose à présent que $\widehat{ESL} = 56^\circ$ et que : $SE = SL = 4,5$ cm.

1. Construire la figure avec ces données.
2. Calculer SH.
3. Calculer EL.

52 1. Calculer la hauteur d'un triangle équilatéral de côté 5 cm.
2. En déduire l'aire de ce triangle.

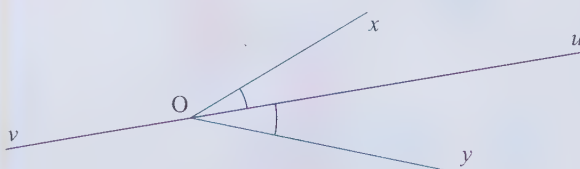
Proportionnalité

53 1. Recopier et compléter le tableau suivant :

$\widehat{xOy}$ en degrés	$\cos \widehat{xOy}$ arrondi au millième
10°	
20°	
40°	
80°	

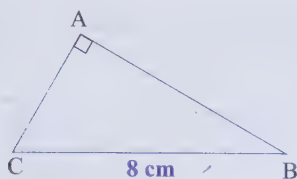
2. La mesure d'un angle est-elle proportionnelle à son cosinus ?

3. Sur la figure ci-dessous, la droite (uv) est la bissectrice de $\widehat{xOy}$ et $\cos \widehat{uOy} = 0,9$.



Calculer $\cos \widehat{xOy}$ (arrondir au millième).

- 54** Dans un triangle ABC rectangle en A, on donne $BC = 8 \text{ cm}$.



1. Recopier et compléter le tableau suivant :

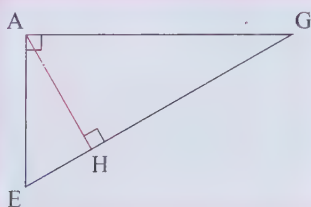
AB en cm	$\cos \widehat{ABC}$ en écriture fractionnaire	$\widehat{ABC}$ arrondi au degré
2		
3		
4		
5		

2. Montrer que, dans ce tableau, AB et $\cos \widehat{ABC}$ sont des quantités proportionnelles en précisant le coefficient de proportionnalité.

3. AB et $\widehat{ABC}$ sont-elles des quantités proportionnelles ?

Calculs divers

Pour les exercices 55 à 57, on considère un triangle AEG rectangle en A et sa hauteur [AH]. Les longueurs sont arrondies au mm et les angles au degré.



- 55** On donne $AE = 6 \text{ cm}$ et $AG = 4 \text{ cm}$.

- Calculer EG.
- En déduire $\widehat{AEG}$ puis $\widehat{EAH}$.
- En déduire AH.

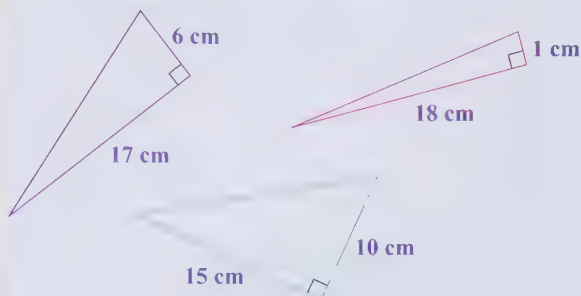
- 56** On donne $AE = 6 \text{ cm}$ et $EG = 7 \text{ cm}$.

- Déterminer $\widehat{AEG}$ puis $\widehat{HAE}$.
- Calculer AG puis AH.

- 57** On donne $AE = 9 \text{ cm}$ et $EH = 5 \text{ cm}$.

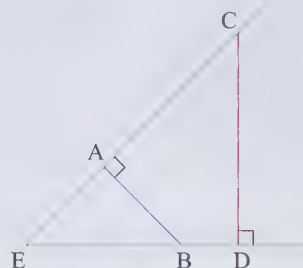
- Déterminer $\widehat{AEH}$.
- En déduire EG puis AG.

- 58** Jean prétend que les hypoténuses des trois triangles rectangles ci-dessous ont la même longueur.



Jean a-t-il raison ? Justifier la réponse.

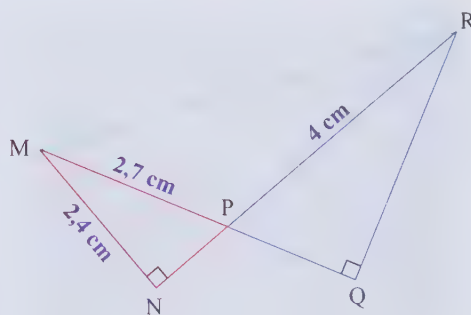
- 59** On donne la figure ci-dessous dans laquelle $EA = 5 \text{ cm}$, $EC = 14 \text{ cm}$ et $EB = 7 \text{ cm}$.



Exprimer $\cos \widehat{CED}$ dans le triangle EAB puis dans le triangle EDC. En déduire ED.

- 60** **Quadrilatère croisé**

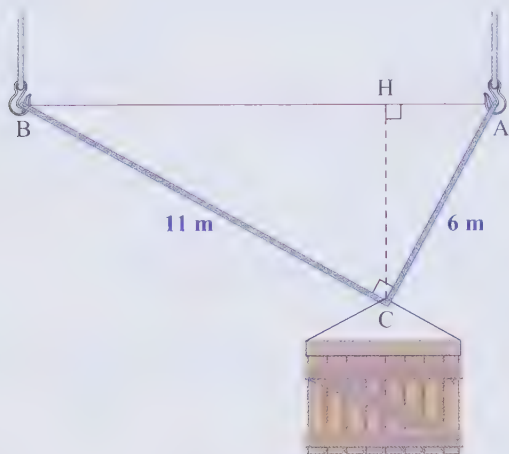
Dans la figure suivante, les points M, P et Q sont alignés ainsi que les points N, P et R. On donne $MP = 2,7 \text{ cm}$ et $PR = 4 \text{ cm}$.



- Construire une telle figure.
- Démontrer que les angles $\widehat{MPN}$ et $\widehat{RPQ}$ ont la même mesure.
 - En déduire que les angles $\widehat{NMP}$ et $\widehat{PRQ}$ ont la même mesure.
- Calculer $\widehat{NMP}$ (arrondir au degré).
 - En déduire RQ (arrondir au mm).
- Déterminer PQ et PN (arrondir au mm).
- Calculer MR (arrondir au mm).

61 Équilibre précaire

Une charge est suspendue entre deux crochets (en A et en B) par deux câbles perpendiculaires de longueurs respectives 11 m et 6 m.

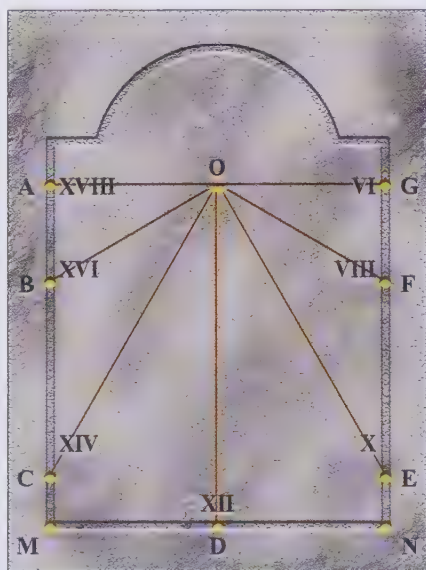


1. Calculer la distance entre les deux crochets (arrondir au cm).
2. Déterminer l'arrondi au degré de la mesure de l'angle $\widehat{BAC}$.
3. Calculer la hauteur CH.

Maths et sciences physiques

62 Cadran solaire

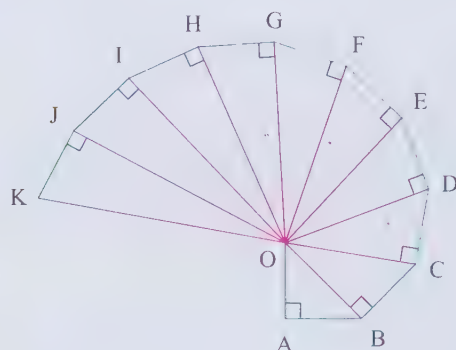
On a représenté ci-dessous la face supérieure d'un cadran solaire. On donne :
 $OA = 30$ cm, $OD = 60$ cm et $\widehat{AOB} = \widehat{BOC} = 30^\circ$.



1. Calculer AB, AC et BC (arrondir au mm).
2. Calculer CM et en déduire CD.

Construction

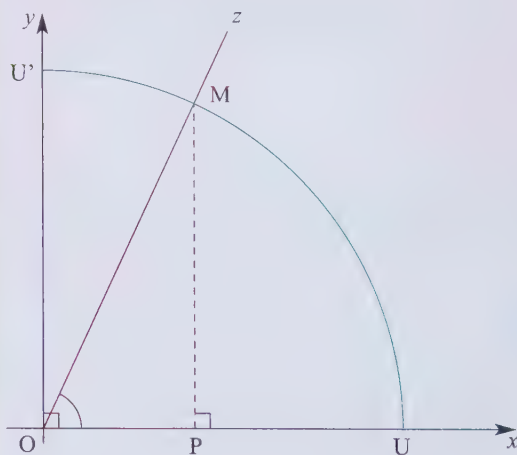
63 Voici une drôle de construction appelée *spirale de Pythagore* dans laquelle chaque segment vert mesure 1 cm.



Déterminer la valeur exacte de OB, OC, etc. (utiliser le symbole $\sqrt{\quad}$ dans chaque réponse).

Le cosinus, c'est aussi...

64 Dans le plan rapporté au repère $(O ; U ; U')$, on représente un quart de cercle comme l'indique la figure ci-dessous. La demi-droite $[Oz]$ coupe ce quart de cercle en M.

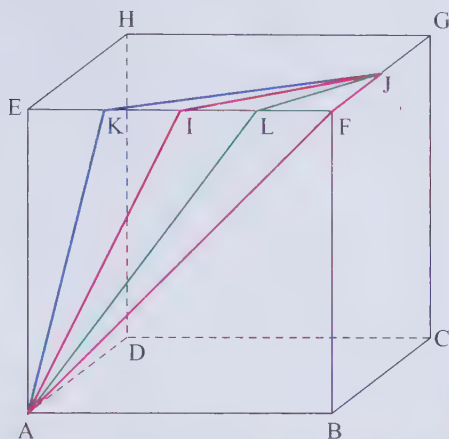


1. Réaliser cette construction avec comme unité $OU = OU' = 1$ dm et $\widehat{xOz} = 60^\circ$.
2. Montrer que l'abscisse du point M dans le repère $(O ; U ; U')$ est égale à $\cos \widehat{xOz}$.
(Considérer le triangle OMP rectangle en P.)
3. Mesurer précisément cette abscisse sur la figure.
4. Vérifier avec une calculatrice la valeur trouvée pour $\cos \widehat{xOz}$.
5. Reprendre les questions 1 à 4 avec $\widehat{xOz} = 40^\circ$.

Problèmes

65 ABCD est un cube de côté 6 cm, I est le milieu de [EF], K le milieu de [EI], L le milieu de [IF] et J celui de [FG].

Quel est le plus court des quatre chemins pour aller de A à J (en passant par K, par I, par L ou par F) ? Justifier en calculant les trajets.

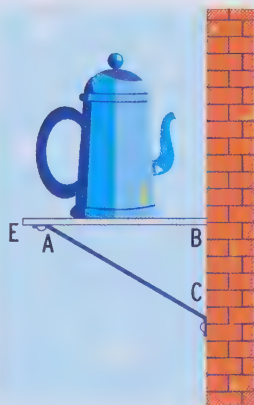


66 D'aplomb ?

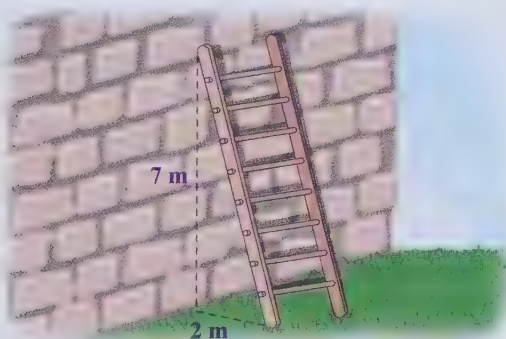
On a fixé au mur une étagère [EB] en la soutenant par un support [AC] comme l'indique le dessin ci-contre.

$AB = 30,5$ cm,
 $BC = 27,6$ cm et
 $AC = 41,1$ cm.

On suppose que le mur est vertical. L'étagère est-elle horizontale ?



67 1. Déterminer la longueur de l'échelle ci-dessous sachant qu'elle atteint 7 m lorsque son pied est à 2 m du mur.



2. De quelle distance recule le pied de l'échelle lorsque son sommet descend de 50 cm ?

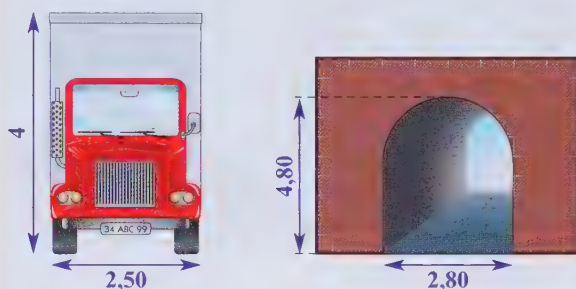
68 Un achat risqué

La chambre de Léon a une hauteur sous plafond de 2,50 m. Léon achète une armoire en kit ayant 50 cm de profondeur et une hauteur de 2,45 m.

Pour monter son armoire, il a posé le grand côté à plat sur le sol. Mais au moment de relever l'armoire, il est bien ennuyé.

Expliquer pourquoi.

69 On a représenté ci-dessous un camion et un tunnel. Les échelles utilisées sur les deux dessins ne sont pas les mêmes et les cotes sont indiquées en mètres.



Le camion passera-t-il sous le tunnel ?

Source : concours mathématique.

Triplets pythagoriciens

70 Pour déterminer des longueurs de côtés de triangles rectangles, Léo a programmé son tableur de la façon suivante :

E2		=		=2*A2*B2	
	A B	C	D	E	
1	3 2	=A1^2+B1^2	=A1^2-B1^2	=2*A1*B1	
2	4 3	=A2^2+B2^2	=A2^2-B2^2	=2*A2*B2	

1. a. Quelles valeurs sont contenues dans les cellules C1, D1 et E1 du tableau ?

b. Le triangle dont les longueurs des côtés sont les nombres contenus dans les cellules C1, D1 et E1 est-il rectangle ?

Justifier la réponse.

2. Reprendre la question 1 avec les cellules C2, D2 et E2.

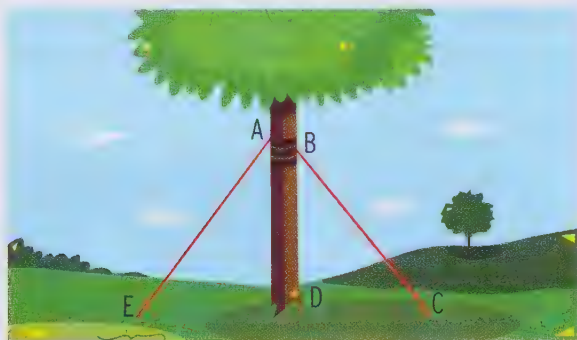
3. a. Soit x et y deux nombres positifs tels que $x > y$. Montrer qu'un triangle dont les longueurs des côtés sont les nombres $x^2 + y^2$, $x^2 - y^2$ et $2xy$ est un triangle rectangle.

b. En donnant des valeurs entières à x et à y , déterminer deux triangles rectangles non superposables dont un côté mesure 20 cm.

devoirs à la maison

71 Mistral ou tramontane ?

On protège un jeune arbre contre les assauts du vent en le munissant de plusieurs haubans. Sur le dessin ci-dessous, on a représenté deux de ces haubans, $[AE]$ et $[BC]$, qui ont la même longueur. On donne : $AD = 1,60$ m ; $ED = 1,80$ m et $BD = 1,50$ m . On suppose l'arbre vertical et le sol horizontal.



Calculer AE et DC.

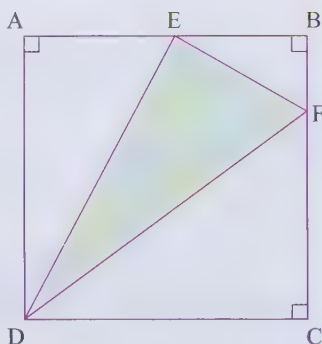
72 Rectangle ou pas ?

1. a. Construire la figure ci-contre où ABCD est un carré, $DA = 7,5$ cm , $DE = 8,5$ cm et $BF = 2$ cm .

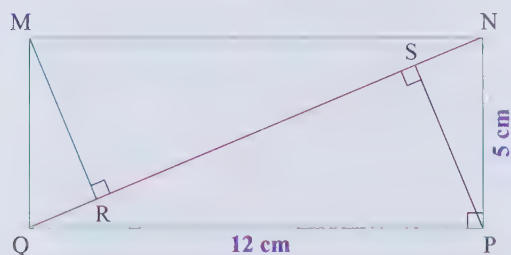
b. Le triangle DEF est-il rectangle ? Calculer son aire.

2. Reprendre la question 1 avec :

$AD = 10$ cm , $AE = 5$ cm et $CF = 7,5$ cm .

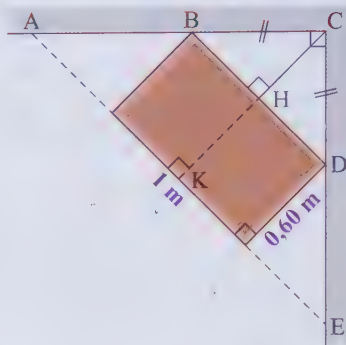


73 On considère le rectangle MNPQ ci-dessous.



1. Déterminer $\widehat{NQ}$.
2. Déterminer $\widehat{QNP}$ (arrondir au degré).
3. En déduire NS (arrondir au mm).
4. Calculer SR (arrondir au mm).

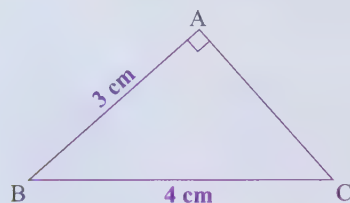
74 J'ai acheté une armoire rectangulaire de longueur 1 m et de largeur 0,60 m. Je désire la placer dans le coin de ma chambre comme l'indique la vue de dessus représentée ci-contre.



1. Calculer BC (arrondir au cm).
2. Calculer CH (arrondir au cm).
3. Calculer AC (arrondir au cm).

75 Par deux méthodes

Jérémie et Mourad doivent déterminer l'arrondi au mm de AC dans le triangle représenté ci-dessous.



1. Jérémie a utilisé le théorème de Pythagore. Rédiger sa solution.
2. Hélas, la touche $\sqrt{\quad}$ de la calculatrice de Mourad ne fonctionne plus ! Il a donc choisi une autre méthode : il a d'abord calculé $\widehat{ABC}$ (en arrondissant le résultat au degré) puis il en a déduit $\widehat{ACB}$ et enfin AC. Rédiger la solution de Mourad puis comparer les deux résultats.

76 1. Construire un parallélogramme MNPQ tel que :

$MP = 9,6$ cm ; $NQ = 7,2$ cm et $MN = 6$ cm .

2. a. Quelle semble être la nature exacte de MNPQ ?

b. Démontrer le résultat constaté à la question a.

77 1. Construire un parallélogramme ABCD tel que :

$AD = 10$ cm ; $BD = 12,5$ cm et $AB = 7,5$ cm .

2. Quelle semble être la nature exacte de ABCD ? Justifier la réponse.

vive les maths !

LE FAMEUX THÉORÈME

Pythagore était un savant grec qui vivait aux environs de l'an 600 avant Jésus-Christ. Il fonda une école où l'on étudiait la philosophie et les mathématiques. On lui attribue le fameux théorème sur le triangle rectangle appelé **théorème de Pythagore**. Pourtant, la légende rapporte que deux millénaires avant J.-C., les arpenteurs égyptiens utilisaient déjà une corde à 13 nœuds pour tracer des angles droits.

Les pythagoriciens travaillaient dans le secret. La transmission du savoir se faisait essentiellement oralement et on ne dispose pas de traces écrites d'une démonstration faite par Pythagore du théorème qu'on lui attribue. Cependant les démonstrations de ce théorème ne manquent pas : les savants chinois, indiens et arabes trouvèrent des preuves de ce résultat, souvent par la technique du puzzle (comme dans l'exemple ci-dessous). En 1968, Elisha Scott Loomis publia un livre contenant 370 démonstrations différentes du théorème de Pythagore !



Pythagore au milieu de ses disciples.

LA DÉMONSTRATION DE BHASKARA

La démonstration qui suit a été inspirée par celle du mathématicien indien Bhaskara (1114-1185). On place quatre triangles identiques à celui ci-contre (Fig. 1) pour constituer un quadrilatère (Fig. 2).

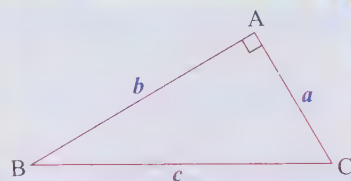


Fig. 1

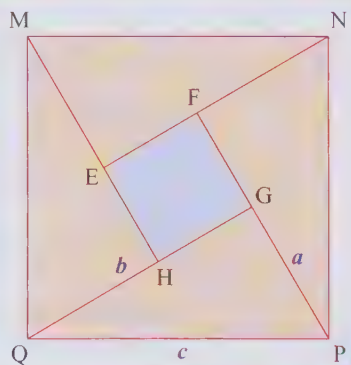


Fig. 2

1. Montrer que MNPQ est un losange.
2. Montrer que $\widehat{FNP} + \widehat{FNM} = 90^\circ$ et en déduire la nature exacte du quadrilatère MNPQ.
3. Exprimer l'aire de MNPQ en fonction de c .

4. Justifier que l'aire de la surface orange est égale à $2ab$ et que celle de la bleue est égale à $(b-a)^2$.

5. Justifier l'égalité $(b-a)^2 = b^2 + a^2 - 2ab$ et retrouver le théorème de Pythagore.

“ casse tête ”

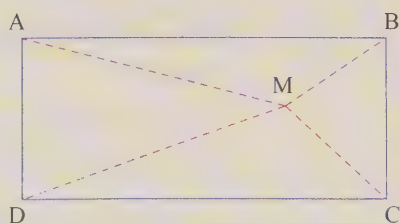
Problème « vache »

Voici un champ rectangulaire dans lequel pâit tranquillement la vache Marguerite. Elle se trouve en M. On donne $MA = 90$ m, $MB = 40$ m et $MC = 45$ m.

Calculer MD.

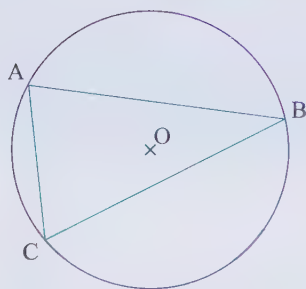
Indication : on pourra montrer d'abord que :

$$MA^2 + MC^2 = MB^2 + MD^2.$$



ACTIVITÉS

1 Triangle inscrit, cercle circonscrit



Deux élèves, Amélia et Estelle, ont chacune construit une figure du même type que celle dessinée ci-contre. Pour réaliser sa figure, Amélia a d'abord tracé un triangle puis son cercle circonscrit. Estelle, de son côté, a préféré tracer d'abord un cercle, puis un triangle inscrit dans ce cercle.

1. Comment Estelle a-t-elle construit le centre O du cercle ?
2. Effectuer deux constructions, l'une comme Amélia et l'autre comme Estelle.

2 Longueur de médiane et diamètre du cercle circonscrit

a Des essais

Charlotte a tracé une droite (BC) . Elle a pris son équerre et a construit le point A_1 en s'arrangeant pour que le triangle rectangle A_1BC ait pour hypoténuse le segment $[BC]$ (voir figure 1).

Puis, en déplaçant l'équerre, elle a construit un point A_2 tel que le triangle A_2BC soit rectangle en A_2 (voir figure 2).

Elle a ensuite recommencé, en déplaçant chaque fois l'équerre, pour placer les points A_3, A_4, A_5 et A_6 (voir figure 3).

1. Effectuer la construction de Charlotte avec un segment $[BC]$ mesurant 8 cm.
2. Que peut-on constater pour les points A_1, A_2, A_3, A_4, A_5 et A_6 ?

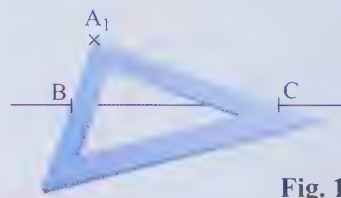


Fig. 1

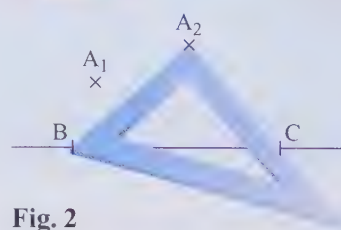


Fig. 2

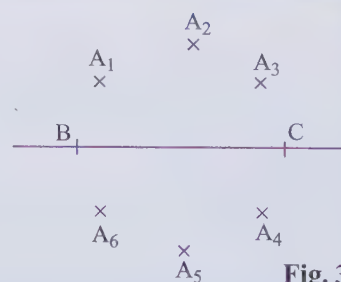


Fig. 3

b • Justification

1. **a.** Tracer un triangle ABC rectangle en A.
- b.** Placer le point D tel que le quadrilatère ABDC soit un rectangle. Soit O son centre de symétrie.
2. **a.** Coder sur la figure quatre segments de même longueur et dont une extrémité est O.
- b.** Pour le triangle ABC, que représente le côté [BC] ? et le segment [AO] ?
- c.** Comparer les longueurs AO et BC.
3. Tracer le cercle qui passe par A, B et C. Préciser son diamètre.

BILAN

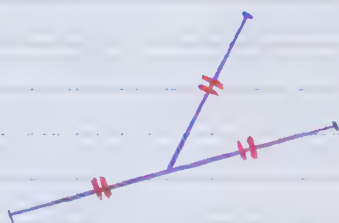
Recopier et compléter :

Dans un triangle rectangle, la médiane relative à mesure

Le cercle circonscrit à un triangle rectangle a pour diamètre

3 Construire un triangle rectangle à la règle graduée

Trace un segment [MN] de longueur 6 cm et son milieu O.
Ensuite, place un point P tel que $PO = 3$ cm.
Enfin, trace le triangle MPN.



Gaël aide souvent ses camarades à faire leurs exercices de maths.

Voici le message et la figure qu'il a envoyés à son ami Xavier.

La démonstration de cette propriété est proposée à l'exercice 52, p. 229.

1. Faire une figure en suivant les consignes de Gaël.
Quelle semble être la nature du triangle MPN ainsi obtenu ?
2. En utilisant la méthode décrite ci-dessus, tracer un triangle rectangle dont l'hypoténuse mesure 8 cm.

BILAN

Recopier et compléter :

Dans un triangle, si une médiane relative à un côté mesure la, alors ce triangle

4 Avec un diamètre

La démonstration de cette propriété est proposée à l'exercice 52, p. 229.

1. **a.** Tracer un cercle $\mathcal{C}$ de diamètre [MN] puis un point P de ce cercle.
- b.** Tracer le triangle MPN. Quelle semble être sa nature ?
2. **a.** Tracer le diamètre [PK]. Quelle est la nature du quadrilatère NPMK ? Justifier la réponse.
- b.** Justifier la réponse obtenue à la question 1b.

BILAN

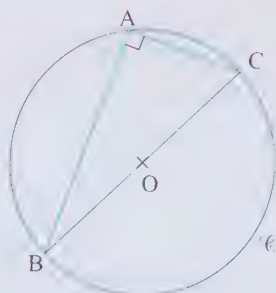
Recopier et compléter :

Si on joint un point d'un cercle aux deux extrémités d'un diamètre, on obtient

1 Cercle circonscrit à un triangle rectangle

THÉORÈME

Si un triangle est rectangle, **alors** son cercle circonscrit a pour diamètre son hypoténuse.



DONNÉES

- ABC est un triangle rectangle en A.
- $\mathcal{C}$ est le cercle circonscrit à ABC.

CONCLUSION

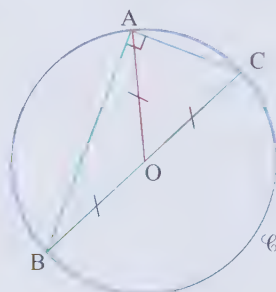
[BC] est un diamètre de $\mathcal{C}$.

CONSÉQUENCE

Le centre du cercle circonscrit d'un triangle rectangle est le milieu de son hypoténuse.

Voici une autre façon d'énoncer ce résultat :

Si un triangle est rectangle, **alors** la médiane relative à l'hypoténuse mesure la moitié de l'hypoténuse.



DONNÉES

- ABC est un triangle rectangle en A.
- O est le milieu de [BC].

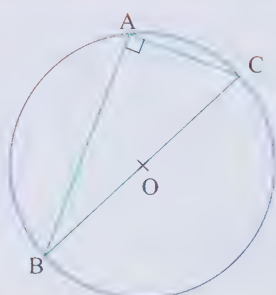
CONCLUSION

$$AO = \frac{BC}{2}.$$

2 Triangle inscrit

THÉORÈME

Si on joint un point d'un cercle aux deux extrémités d'un diamètre, **alors** on obtient un triangle rectangle qui admet pour hypoténuse ce diamètre.



DONNÉES

A est un point du cercle de diamètre [BC] distinct de B et de C.

CONCLUSION

ABC est un triangle rectangle en A.
Autrement dit, $\widehat{BAC} = 90^\circ$.

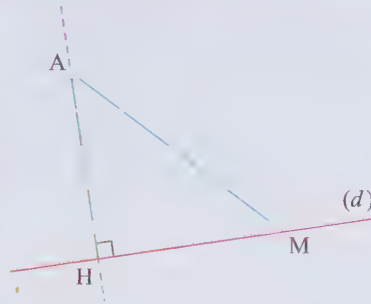
Voici une autre façon d'énoncer ce résultat :

Si dans un triangle la médiane relative à un côté mesure la moitié de ce côté, **alors** ce triangle est rectangle.

3 Distance d'un point à une droite

DÉFINITION

On appelle **distance du point A à la droite (d)** la plus courte des distances de A aux points de la droite (d). Cette distance se mesure sur la perpendiculaire à (d) passant par A.



DONNÉES

- La perpendiculaire à la droite (d) qui passe par A coupe (d) en H.
- M est un point de (d).

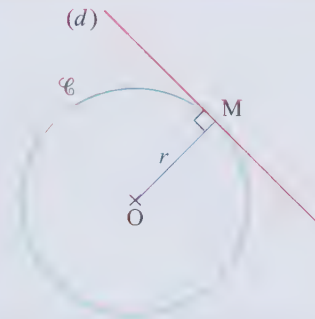
CONCLUSION

- AH est la distance du point A à la droite (d).
- $AM \geq AH$.

4 Tangente à un cercle

DÉFINITION

La **tangente à un cercle** en un point est la droite perpendiculaire au rayon en ce point.



DONNÉES

- M est un point du cercle $\mathcal{C}$ de centre O.
- M est un point de la droite (d).
- (OM) et (d) sont perpendiculaires.

CONCLUSION

La droite (d) est la tangente en M au cercle $\mathcal{C}$.

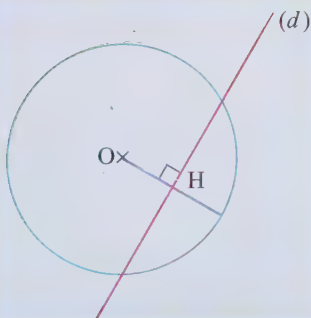
REMARQUE

La distance du centre à la tangente est égale au rayon du cercle.

5 Position relative d'une droite et d'un cercle

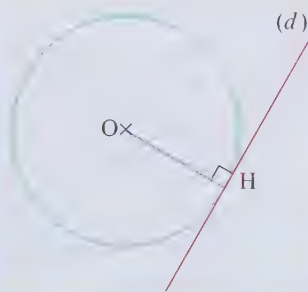
La droite est **sécante** au cercle :

- le cercle et la droite ont deux points communs ;
- $OH < \text{rayon}$.



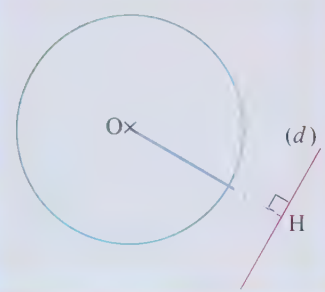
La droite est **tangente** au cercle :

- le cercle et la droite ont un seul point commun ;
- $OH = \text{rayon}$.



La droite et le cercle n'ont **pas de point commun** :

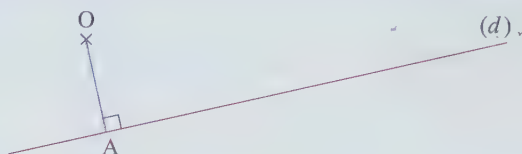
- le cercle et la droite n'ont aucun point commun ;
- $OH > \text{rayon}$.



1 Tracer un cercle tangent à une droite

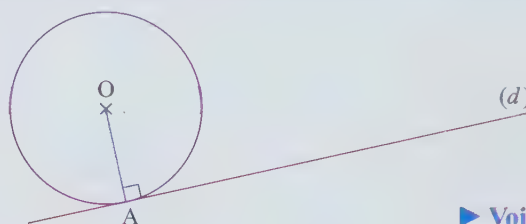
Exemple Soit un point O extérieur à une droite (d) .
Tracer le cercle de centre O tangent à cette droite.

1^{re} étape ▶ On trace la perpendiculaire à la droite (d) passant par le point O .



2^e étape ▶ On trace le cercle de centre O et de rayon OA .

Ce cercle
est tangent à
la droite (d) .

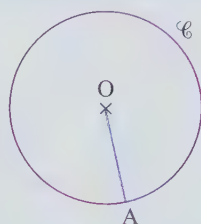


► Voir exercice n° 16, p. 224.

2 Tracer la droite tangente en un point d'un cercle

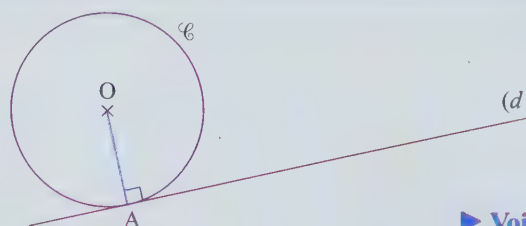
Exemple Soit un cercle $\mathcal{C}$ et un point A sur ce cercle.
Tracer la tangente à $\mathcal{C}$ passant par A .

1^{re} étape ▶ On trace le rayon $[OA]$.



2^e étape ▶ On trace la perpendiculaire (d) en A au rayon $[OA]$.

(d) est la tangente
à $\mathcal{C}$ en A .



► Voir exercice n° 17, p. 224.

ÉNONCÉ

On considère un triangle ABC. Le cercle $\mathcal{C}_1$ de diamètre $[AB]$ coupe le segment $[BC]$ en H.

1. Montrer que les droites (AH) et (BC) sont perpendiculaires.
2. Montrer que le cercle $\mathcal{C}_2$ circonscrit au triangle ACH a pour diamètre $[AC]$.

QUESTION 1

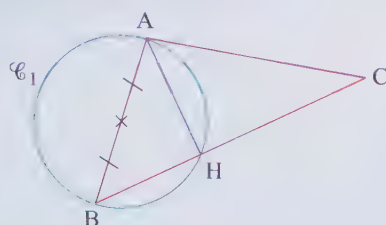
Première étape ► Je lis l'énoncé

Au brouillon, je note les données :

ABC triangle ;

$\mathcal{C}_1$ cercle de diamètre $[AB]$;

H intersection de $\mathcal{C}_1$ et de $[BC]$.



ASTUCE

Je reproduis la figure sur une feuille volante afin de l'avoir toujours sous les yeux quand j'écris mes réponses !

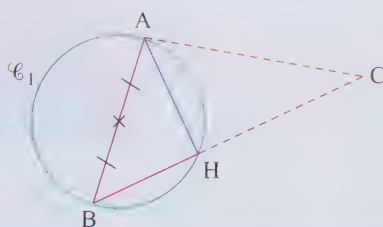


Je note le but de la question :

Montrer que $(AH) \perp (BC)$.

Deuxième étape ► Je recherche

Je reconnais une configuration du cours :



Troisième étape ► Je rédige

J'énonce les données utiles :

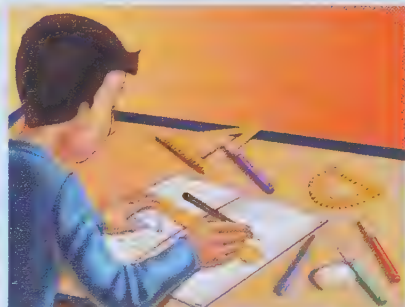
D'après les données, $\mathcal{C}_1$ est le cercle circonscrit au triangle ABH et $[AB]$ est un diamètre de ce cercle.

Je cite le théorème utilisé :

Si on joint un point d'un cercle aux deux extrémités d'un diamètre, alors on obtient un triangle rectangle qui admet pour hypoténuse ce diamètre.

Je conclus :

ABH est donc rectangle en H, c'est-à-dire que les droites (AH) et (BC) sont perpendiculaires.



savoir démontrer

QUESTION 2

Première étape ► Je lis l'énoncé

Au brouillon, je note les données :

ABC triangle ;

$\mathcal{C}_1$ cercle de diamètre $[AB]$;

H intersection de $\mathcal{C}_1$ et de $[BC]$;

$\mathcal{C}_2$ cercle circonscrit à ACH .

$$(AH) \perp (BC)$$

Le résultat
de la question 1
est devenu
une donnée.

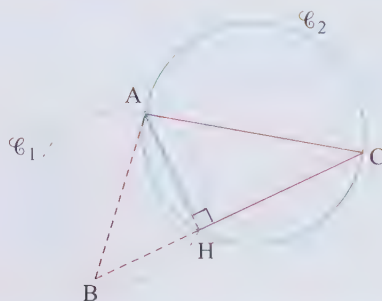
Je note le but de la question :

Montrer que $[AC]$ est un diamètre de $\mathcal{C}_2$.



Deuxième étape ► Je recherche

Je reconnais une configuration du cours :



Troisième étape ► Je rédige

J'énonce les données utiles :

D'après le résultat de la question précédente, (AH) est perpendiculaire à (BC) , donc le triangle ACH est rectangle en H et d'après les données, $\mathcal{C}_2$ est son cercle circonscrit.

Je cite le théorème utilisé :

Si un triangle est rectangle, alors son cercle circonscrit a pour diamètre son hypoténuse.

Je conclus :

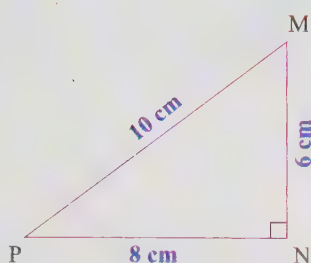
L'hypoténuse $[AC]$ est donc le diamètre de $\mathcal{C}_2$.



travail autonome

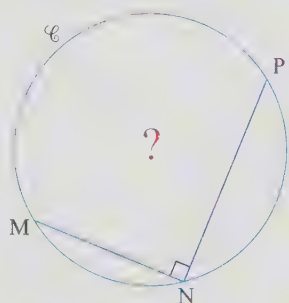
1. Préciser la position du centre du cercle circonscrit au triangle MNP ci-contre et calculer le rayon de ce cercle.

2. Citer la propriété utilisée.



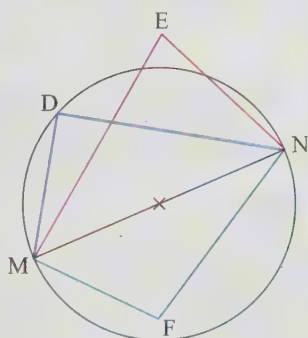
2. Sur la figure ci-contre, M, N et P sont trois points du cercle $\mathcal{C}$.

Le centre du cercle circonscrit au triangle MNP est-il sur [MP] ? Justifier la réponse et préciser sa position.



3. Observer la figure ci-contre.

Parmi les angles, $\widehat{MDN}$, $\widehat{MEN}$ et $\widehat{MFN}$, quel est celui qui mesure 90° ? Justifier la réponse.



4. Observer les trois figures ci-dessous.

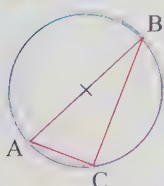


Fig. 1

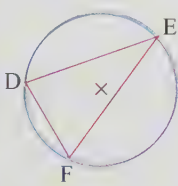


Fig. 2

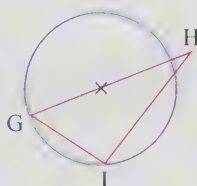
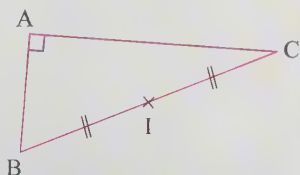


Fig. 3

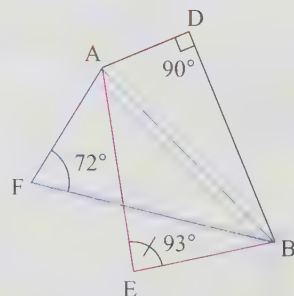
Parmi les triangles ABC, DEF et GHI, quel est celui qui est rectangle ? Pourquoi ?

5. On considère la figure ci-contre. Démontrer que ABI est un triangle isocèle.



6. Observer la figure ci-contre.

Parmi les points D, E et F, quel est celui qui se situe sur le cercle de diamètre [AB] ? Pourquoi ?



7. Soit un rectangle MNPQ tel que $MN = 4$ cm et $NP = 6$ cm.

1. Faire une figure.

2. Quelle est la distance du point M à la droite (NP) ? Pourquoi ?

3. Quelle est la distance du point M à la droite (QP) ? Pourquoi ?

8. **1.** Tracer un cercle $\mathcal{C}$ et [AB] un de ses diamètres.

2. Tracer (d_1) et (d_2) les tangentes en A et B au cercle $\mathcal{C}$.

3. Pourquoi (d_1) et (d_2) sont-elles parallèles ?

9. **1.** Tracer un carré ABCD de côté 4 cm puis le cercle $\mathcal{C}$ de centre A et de rayon AB.

2. Quelle est la tangente au cercle $\mathcal{C}$ en B ? Justifier la réponse.

3. Citer une autre tangente au cercle $\mathcal{C}$ déjà tracée sur cette figure. Justifier la réponse.

10. Soit (d) une droite et A un point qui n'est pas sur (d) .

1. Tracer la figure.

2. a. Où doit-on placer B sur (d) pour que la distance AB soit la plus petite possible ?

b. Comment s'appelle cette plus petite distance entre A et un point de (d) ?

11. **1.** Tracer une droite (d) et un point O situé à 4 cm de (d) .

2. a. Tracer le cercle $\mathcal{C}$ de centre O et de rayon 4 cm.

b. Combien le cercle $\mathcal{C}$ et la droite (d) ont-ils de points communs ? Justifier la réponse.

s'entraîner

Distance et tangente

12 Soit (d) une droite et P un point de cette droite.

1. Tracer trois cercles tangents à (d) en P .
2. Où sont situés les centres de ces trois cercles ?

13 Soit (d) une droite. On veut placer deux points M et N situés à 3 cm de (d) .

1. Faire une figure dans laquelle (MN) et (d) sont parallèles.
2. Faire une deuxième figure dans laquelle (MN) et (d) sont perpendiculaires.
3. Faire une troisième figure dans laquelle (MN) et (d) ne sont ni parallèles ni perpendiculaires.

14 Soit A un point situé à 2 cm d'une droite (d) .

A
x

(d)

1. Réaliser une figure du même type puis représenter en rouge les points situés à 3 cm de A .
2. Représenter en bleu les points situés à 3 cm de (d) .
3. Combien existe-t-il de points situés à la fois à 3 cm de (d) et à 3 cm de A ?

15 Soit (d) une droite et A un point de cette droite.

1. Faire une figure et placer un point B qui soit à la fois à 4 cm de A et à 3 cm de (d) .
2. Combien y a-t-il de solutions ? Les tracer toutes.

16 1. Tracer un segment $[TL]$ qui mesure 6 cm puis sa médiatrice (d) .

2. a. Construire le cercle de centre L tangent à (d) .
- b. Combien mesure le rayon de ce cercle ?
- c. Quelle est la distance de T à la droite (d) ?

► Voir Connaître les outils 1, p. 220.

17 On considère deux points distincts A et B et le cercle $\mathcal{C}$ de diamètre $[AB]$. La médiatrice de $[AB]$ coupe le cercle $\mathcal{C}$ en deux points M et N .

1. Faire une figure.
2. Démontrer que les tangentes en M et N au cercle $\mathcal{C}$ sont parallèles à la droite (AB) .

► Voir Connaître les outils 2, p. 220.

18 Soit (d) et (d') deux droites parallèles et A un point de (d) .



1. Réaliser une figure du même type puis tracer la perpendiculaire à (d) qui passe par A et qui coupe (d') en B .

2. a. Quel est le point de $[AB]$ équidistant des droites (d) et (d') ?

Indication : « équidistant » signifie « situé à égale distance ».

b. Construire un cercle tangent à la fois à (d) en A et à (d') en B .

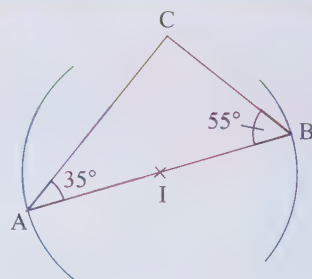
3. a. Représenter en rouge les points équidistants de (d) et de (d') .

b. Tracer un autre cercle qui soit tangent à la fois à (d) et à (d') . Combien y a-t-il de solutions ?

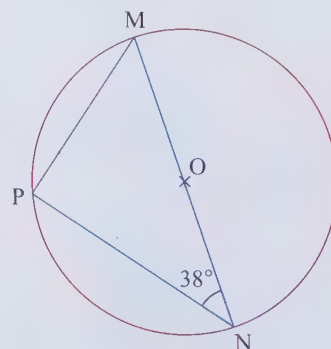
Théorème du triangle rectangle inscrit et sa réciproque

19 On considère la figure ci-contre.

1. Calculer $\angle ACB$.
2. Le point C appartient-il au cercle de diamètre $[AB]$? Justifier la réponse.



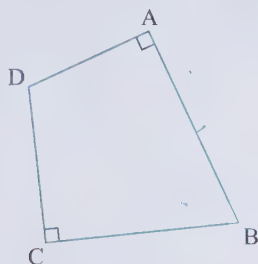
20 On considère la figure ci-dessous.



Calculer $\widehat{PMN}$. Justifier la réponse.

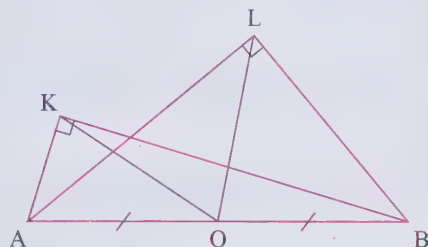
exercices

- 21** 1. Montrer que les quatre points A, B, C et D de la figure ci-dessous sont sur un même cercle $\mathcal{C}$ dont on donnera un diamètre.



2. Reproduire la figure et tracer ce cercle.

- 22** On considère la figure ci-dessous.

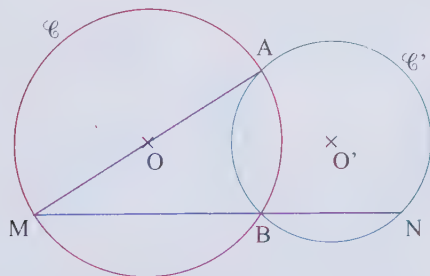


Montrer que le triangle OKL est isocèle.

- 23** Soit un triangle MNP tel que :
 $NP = 8 \text{ cm}$; $\widehat{MNP} = 68^\circ$ et $\widehat{MPN} = 22^\circ$.

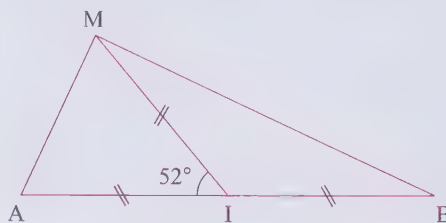
1. Tracer le triangle MNP et le cercle $\mathcal{C}$ de diamètre [NP].
2. Le point M appartient-il à ce cercle ? Justifier la réponse.
3. a. Tracer sur la même figure le triangle RNP tel que $\widehat{RNP} = 68^\circ$ et $\widehat{RPN} = 21^\circ$.
 b. Pourquoi le point R ne peut-il pas appartenir au cercle $\mathcal{C}$? Justifier la réponse.

- 24** Soit deux cercles $\mathcal{C}$ et $\mathcal{C}'$ sécants en A et en B. [AM] est un diamètre de $\mathcal{C}$ et la droite (MB) coupe $\mathcal{C}'$ en N.



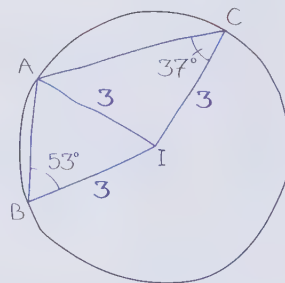
1. Quelle est la nature du triangle AMB ?
2. Montrer que [AN] est un diamètre de $\mathcal{C}'$.

- 25** 1. En utilisant un théorème du cours, démontrer que dans la figure ci-dessous le triangle AMB est rectangle.



2. On se propose de retrouver le résultat de la question 1 en effectuant des calculs de mesures d'angles et sans utiliser le théorème énoncé. Pour cela, déterminer successivement en justifiant les réponses :
 a. $\widehat{MAI}$ et $\widehat{AMI}$; b. $\widehat{MIB}$; c. $\widehat{IMB}$ et $\widehat{IBM}$.
3. En déduire $\widehat{AMB}$.

- 26** Pierre a tracé à main levée la figure ci-contre dans laquelle I est le centre du cercle.



1. a. Calculer la mesure de chacun des angles des triangles AIB et AIC.
 b. Calculer la mesure de BIC.
 c. Que peut-on en déduire pour le point I et le segment [BC] ? Justifier la réponse.
2. Réaliser une figure précise.
3. Démontrer que BAC est un triangle rectangle en A :
 a. en utilisant un théorème de la p. 218 ;
 b. sans utiliser un théorème de la p. 218.

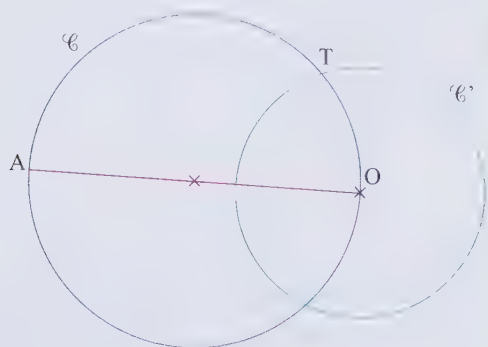
- 27** 1. Tracer un triangle OMN isocèle en O puis une droite (d) passant par O et ne passant ni par M, ni par N.

2. Placer deux points A et B sur (d) tels que :
 $OA = OB = OM$.
3. Montrer que les triangles AMB et ANB sont rectangles.

- 28** 1. a. Construire un losange ABCD. Soit O son centre de symétrie.
 b. Construire le cercle $\mathcal{C}$ de diamètre [AB].
 c. Que peut-on dire du point O et du cercle $\mathcal{C}$? Justifier la réponse.
 2. Le résultat obtenu à la question 1 est-il encore vrai si ABCD est un parallélogramme quelconque ? Justifier la réponse à l'aide d'une figure.

exercices

- 29** $\mathcal{C}$ est un cercle de diamètre $[AO]$ et $\mathcal{C}'$ un cercle de centre O et de rayon inférieur à AO . T est l'un des deux points d'intersection des cercles $\mathcal{C}$ et $\mathcal{C}'$.



1. Tracer une figure du même type.
2. Démontrer que la droite (TA) est tangente au cercle $\mathcal{C}'$ en T .
3. La droite (OT) est-elle tangente à $\mathcal{C}$ en T ? Pourquoi ?

- 30** Soit ABD un triangle. Le cercle de diamètre $[AD]$ et le cercle de diamètre $[AB]$ se coupent en A et en I .

1. Faire une figure.
2. Quelle est la nature du triangle AID ? Justifier la réponse.
3. Démontrer que les points B , I et D sont alignés.

- 31** Soit ABC un triangle. La perpendiculaire en B à (AB) et la perpendiculaire en C à (AC) se coupent en D . Soit $\mathcal{C}$ le cercle de diamètre $[AD]$.

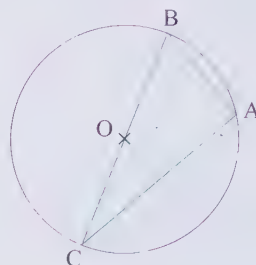
1. Faire une figure.
2. Quels points de la figure appartiennent à ce cercle ? Justifier la réponse.
3. a. Où se trouve le centre du cercle circonscrit au triangle ABC ?
b. Exprimer son rayon à l'aide d'une distance entre deux points de la figure.

- 32** 1. Tracer un triangle ABC tel que $AB = 5$ cm, $AC = 7$ cm et $BC = 6$ cm puis placer le point I milieu de $[BC]$.

2. Où doit-on placer le point P pour que le triangle BPC soit rectangle en P ?
3. Construire P tel que le triangle BPC soit rectangle en P et tel que P soit un point de la droite (AI) . Donner toutes les solutions.

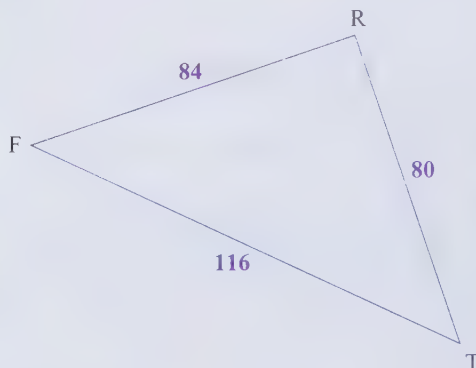
Calculs

- 33** On considère la figure ci-dessous qui n'est pas à l'échelle et dans laquelle O est le centre du cercle. On donne $AC = 7$ cm et $AB = 3$ cm.



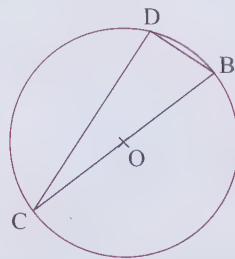
Calculer BC puis donner son arrondi au mm. Justifier la réponse.

- 34** On considère la figure ci-dessous (l'unité de longueur est le mm).



1. Faire une figure précise.
2. Montrer que $\widehat{TRF}$ est un angle droit.
3. Combien mesure le rayon du cercle circonscrit à RTF ? Justifier la réponse.

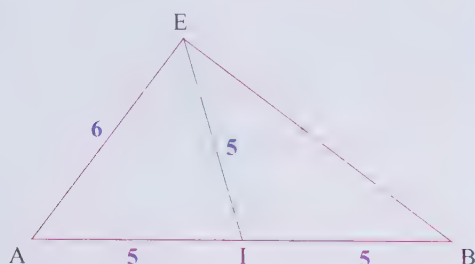
- 35** On considère la figure ci-dessous dans laquelle O est le centre du cercle. On donne $CD = 10$ cm et $BC = 12$ cm.



1. Calculer $\cos \widehat{BCD}$. Justifier la réponse.
2. Déterminer l'arrondi au degré de la mesure de chacun des angles $\widehat{BCD}$ et $\widehat{DBC}$.

exercices

- 36** 1. Reproduire la figure ci-dessous dans laquelle les points A, I et B sont alignés (l'unité de longueur est le cm).



2. Quelle est la nature du triangle ABE ? Justifier la réponse.
 3. Calculer $\cos \widehat{EAB}$. En déduire l'arrondi au degré de $\widehat{EAB}$.
 4. Calculer les mesures des six autres angles de la figure et donner pour chacun l'arrondi au degré. Justifier la réponse.

Problèmes d'aire

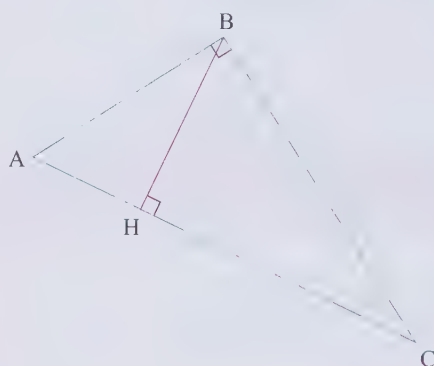
- 37** [AB] est un segment de longueur 7 cm et l'aire du triangle AMB est 14 cm^2 .

1. a. Quelle doit être la distance du point M à la droite (AB) ?
 b. En déduire toutes les positions possibles pour le point M.
 2. a. Construire le triangle AMB dans le cas où il est isocèle en M.
 b. Combien y a-t-il de solutions ?

- 38** Soit A et B deux points distants de 10 cm. On veut tracer un triangle rectangle ABP d'hypoténuse [AB] et d'aire 20 cm^2 .

1. Quelle doit être la distance du point P à la droite (AB) pour que l'aire du triangle ABP soit 20 cm^2 ?
 2. Où doit se trouver P pour que le triangle ABP soit rectangle en P ?
 3. Faire une figure et tracer tous les triangles qui correspondent au problème posé.

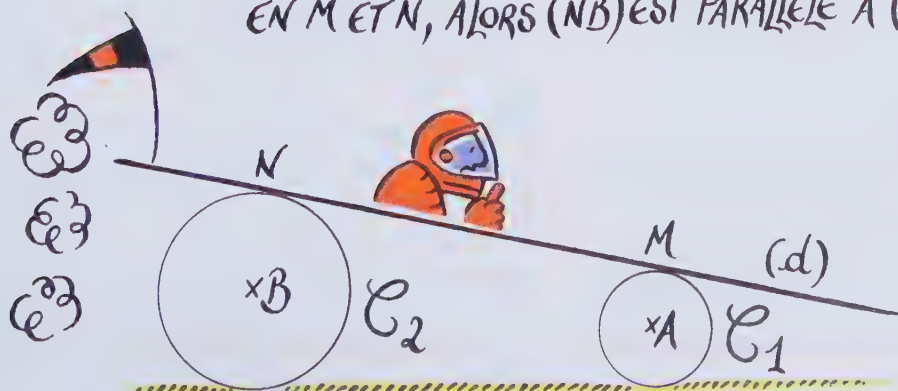
- 39** On considère la figure ci-dessous où ABC est un triangle rectangle en B et H le pied de la hauteur issue de B.



1. Justifier que $BA \times BC = BH \times AC$.
Indication : calculer de deux manières différentes l'aire du triangle ABC.
 2. On donne $AB = 37,5 \text{ cm}$ et $BC = 50 \text{ cm}$. Calculer la distance du point B à la droite (AC).

Qui a raison ?

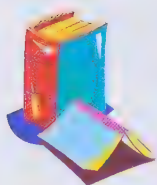
Si (d) est tangente aux cercles en M et N, alors (NB) est parallèle à (MA).



MAIS NON!



maîtriser



Lire et comprendre

40 1. Tracer un cercle $\mathcal{C}$ de centre O et de rayon 3 cm puis une droite (d) qui ne soit ni tangente ni sécante au cercle.

2. Construire en vert deux droites parallèles à (d) et tangentes à $\mathcal{C}$. Laisser les traits de construction apparents et justifier.

3. Construire en rouge deux droites perpendiculaires à (d) et tangentes à $\mathcal{C}$. Laisser les traits de construction apparents et justifier.

Construire

Pour les exercices 41 à 44, construire les figures à la règle non graduée et au compas.

41 Tangente en un point

1. Tracer un cercle $\mathcal{C}$ de centre O et placer un point P sur le cercle.

2. Tracer le symétrique S de O par rapport à P puis la médiatrice (d) du segment $[OS]$.

3. Montrer que (d) est tangente au cercle $\mathcal{C}$ en P .

42 Tangente en un point (bis)

1. Tracer un cercle $\mathcal{C}$ de centre O et un point P de ce cercle.

2. Construire un point I tel que le triangle OPI soit équilatéral puis le symétrique S de O par rapport à I .

3. a. Quelle est la nature du triangle OPS ? Justifier la réponse.

b. Que peut-on en déduire pour la droite (PS) et le cercle $\mathcal{C}$?

43 Deux tangentes

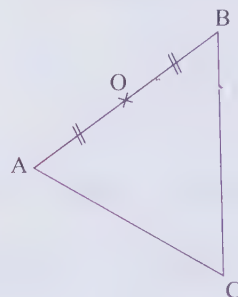
1. Tracer un cercle $\mathcal{C}$ de centre O et un point P extérieur au cercle puis construire la médiatrice de $[OP]$.

2. Tracer le cercle $\mathcal{C}'$ de diamètre $[OP]$. Il coupe le cercle $\mathcal{C}$ en M et en N . Représenter (MP) et (NP) .

3. Quelles sont les tangentes au cercle $\mathcal{C}$ passant par P ? Justifier la réponse.

44 Orthocentre

1. Construire une figure du même type que celle ci-dessous où O est le milieu du côté $[AB]$.



2. Tracer le cercle $\mathcal{C}$ de diamètre $[AB]$. Il coupe le côté $[AC]$ en H et le côté $[BC]$ en I .

3. Que représente (AI) pour le triangle ABC ? Justifier la réponse.

4. Soit K le point d'intersection de (BH) et de (AI) . Que représente K pour le triangle ABC ? Justifier la réponse.

5. Tracer à la règle seule la hauteur du triangle ABC issue de C .

45 1. Reproduire sur quadrillage la figure ci-contre.



2. À l'aide du quadrillage et d'un compas, tracer le point C tel que le triangle ABC soit rectangle en C et admette $[CI]$ pour hauteur.

Construire et démontrer

46 1. a. Construire un triangle AKB rectangle en K et $[KO]$ une de ses médianes.

b. Construire un point L différent de A et de B tel que le triangle OKL soit isocèle en O .

2. Démontrer que le triangle ALB est rectangle.

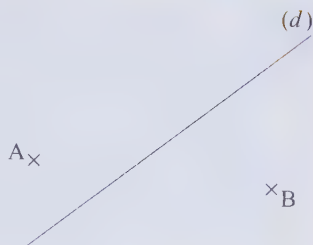
47 On considère deux points A et B .

1. Tracer en vert tous les points tels que APB soit un triangle rectangle en P .

2. Tracer en rouge les points équidistants de A et de B .

3. Soit M un point précédemment tracé à la fois en vert et en rouge. Préciser la nature exacte du triangle AMB .

- 48** 1. Construire une figure du même type que celle ci-contre et placer un point P de (d) tel que le triangle APB soit rectangle en P.



2. Combien y a-t-il de solutions à la question 1 ?

- 49** Dans cet exercice, les questions 2 et 3 sont indépendantes.

1. a. Construire un cercle $\mathcal{C}$ de centre A et de rayon 3 cm. Placer T et T' deux points de $\mathcal{C}$ tels que TT' est inférieure à 6 cm.

- b. Pourquoi $[TT']$ n'est-il pas un diamètre de $\mathcal{C}$?
c. Tracer deux droites (d) et (d') tangentes au cercle $\mathcal{C}$ en T et T' et appeler O leur point d'intersection.

2. a. Montrer que $OT = OT'$.

- b. Montrer que la droite (OA) est la médiatrice de $[TT']$.

3. Démontrer qu'il existe un cercle qui passe par les points O, T, A et T'. Préciser son diamètre.

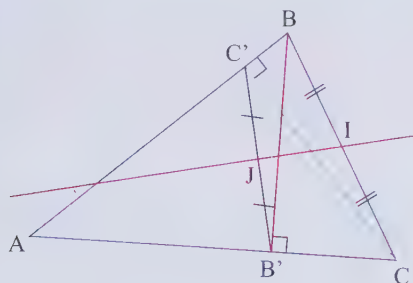
50 Cinq points sur un même cercle

1. Construire un triangle ABC rectangle en A puis les points A', B' et C' milieux respectifs des côtés [BC], [AC] et [AB], et H le pied de la hauteur issue de A.

2. Tracer le cercle $\mathcal{C}$ circonscrit au triangle AB'A'. Préciser son centre et son diamètre.

3. Démontrer que le cercle $\mathcal{C}$ passe aussi par C' et par H.

- 51** Dans le triangle ABC de la figure ci-dessous, B' et C' sont les pieds des hauteurs issues respectivement de B et de C. I est le milieu du segment [BC] et J celui du segment [B'C'].

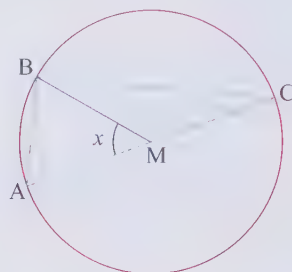


1. Montrer que les points B, C', B' et C sont sur un même cercle. Préciser le centre et le rayon de ce cercle.

2. En déduire que (IJ) est la médiatrice de $[B'C']$.

- 52** Le but de cet exercice est de prouver les propriétés constatées aux activités 3 et 4 p. 217.

On considère la figure ci-dessous dans laquelle le triangle ABC est inscrit dans le cercle de diamètre [AC]. On note x la mesure en degrés de l'angle $\widehat{AMB}$.



1. Tracer une figure du même type.
2. Quelle est la nature du triangle ABC ? Justifier.
3. Zoé était absente lorsqu'on a étudié en classe le théorème utilisé à la question 2 et donc elle ne le connaît pas. Pour parvenir au même résultat, elle a utilisé deux triangles isocèles de la figure et elle a exprimé en fonction de x la mesure de l'angle $\widehat{ABM}$ puis celle de $\widehat{BMC}$ et celle de $\widehat{MBC}$.

- a. Effectuer les calculs comme Zoé.

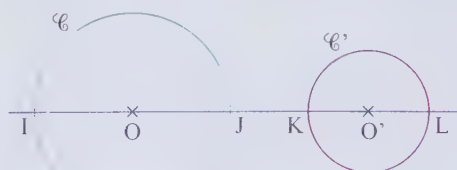
- b. Qu'en déduit-on pour $\widehat{ABC}$?

- 53** 1. Construire un triangle ABC rectangle en A. Soit H un point de l'hypoténuse et (d) la droite perpendiculaire à l'hypoténuse en H. La droite (d) coupe la droite (AB) en M et la droite (AC) en N.

2. a. Montrer que les points A, B, H et N sont sur un même cercle. Préciser son centre et tracer ce cercle.

- b. Même question pour les points A, M, C et H.

- 54** On considère la figure ci-dessous où $\mathcal{C}$ est un cercle de centre O et $\mathcal{C}'$ un cercle de centre O'. I, J, K et L sont les points d'intersection de la droite (OO') avec les cercles $\mathcal{C}$ et $\mathcal{C}'$.



1. Faire une figure du même type et la compléter au fur et à mesure.

2. Une droite (d) passant par J coupe $\mathcal{C}$ en M. La droite (d') parallèle à (d) passant par K coupe $\mathcal{C}'$ en N. Démontrer que (IM) et (LN) sont parallèles.

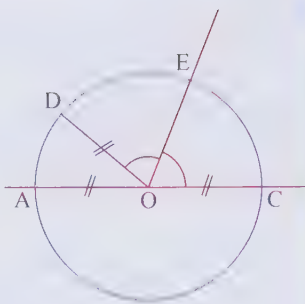
55 1. Construire une figure du même type que celle ci-contre.

2. Montrer que les droites (AD) et (DC) sont perpendiculaires.

3. Quelle est la nature du triangle DOC ? Justifier la réponse.

4. Prouver que (OE) est perpendiculaire à (DC).

5. Démontrer que la droite (OE) est parallèle à la droite (AD).



56 Soit ABC un triangle et I le milieu de [AB]. La bissectrice de l'angle $\widehat{ABC}$ coupe la parallèle à (BC) passant par I au point M.

1. Faire une figure et la compléter au fur et à mesure.

2. a. En raisonnant sur les angles, montrer que le triangle BMI est isocèle.

b. En déduire que le triangle AMB est rectangle.

3. La droite (AM) coupe la droite (BC) en N.

a. Démontrer que $\widehat{BAM} = \widehat{BNM}$.

b. Que peut-on en déduire pour le triangle ABN ?

57 1. Construire un cercle $\mathcal{C}$ de centre O. Représenter une droite (d) ne passant pas par O et qui coupe le cercle $\mathcal{C}$ en deux points A et B. Les cercles de diamètres respectifs [OA] et [OB] se recoupent en M.

2. Quelle est la nature des triangles OMA et OMB ? Justifier la réponse.

3. Démontrer que les points A, M et B sont alignés.

4. Prouver que M est le milieu de [AB].

58 Soit A et B deux points quelconques d'un cercle $\mathcal{C}$. La médiatrice de [AB] coupe le cercle $\mathcal{C}$ en M et N, et le segment [AB] en I. Soit P un point quelconque de $\mathcal{C}$. La droite (MP) coupe la droite (AB) en E.

1. Représenter la situation par une figure.

2. a. Montrer que les triangles NIE et EPN sont rectangles.

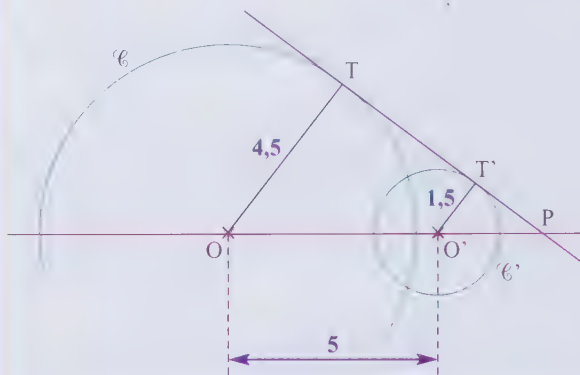
b. En déduire que les points P, E, I et N sont sur un même cercle $\mathcal{C}'$ dont on précisera le centre et le rayon puis que l'on tracera.

59 1. Tracer un triangle ABC quelconque, H un point du côté [AC] et M le milieu de [BH].

2. a. Construire le point K sur (AB) tel que (HK) soit perpendiculaire à (AB) puis le point I sur (BC) tel que (HI) soit perpendiculaire à (BC).

b. Démontrer que $MK = MI$.

60 Dans la figure ci-dessous, la droite (TT') est tangente aux cercles $\mathcal{C}$ et $\mathcal{C}'$ (les longueurs sont exprimées en cm).



1. Démontrer que les droites (OT) et (O'T') sont parallèles.

2. On pose $O'P = x$. Exprimer OP en fonction de x.

3. a. Résoudre l'équation $x + 5 = 3x$.

b. Calculer O'P. Justifier la réponse.

4. Calculer PT' et PT en justifiant chaque étape de la démarche.

5. Tracer la figure en vraie grandeur.

61 1. Construire un cercle $\mathcal{C}_1$ de diamètre [AB] et de centre O puis le cercle $\mathcal{C}_2$ de diamètre [AO]. Une corde [AN] de $\mathcal{C}_1$ coupe $\mathcal{C}_2$ en M.

Dans la suite de l'exercice, on veut démontrer par deux méthodes différentes que M est le milieu de [AN].

2. Première méthode

a. Quelle est la nature du triangle AON ? Justifier la réponse.

b. Montrer que (OM) est une hauteur du triangle AON.

c. En déduire que M est le milieu de [AN].

3. Deuxième méthode

a. Démontrer que les droites (OM) et (BN) sont parallèles.

b. En déduire que M est le milieu de [AN].

exercices

Soyons astucieux !

62 Sans compas

Émilie vient de dessiner un cercle en se servant d'un verre. Elle veut obtenir son centre et ne dispose pour cela que d'un crayon et d'une équerre non graduée. Comment Émilie va-t-elle s'y prendre pour tracer un diamètre ? et le centre du cercle ?

63 À la fête foraine

Hubert vient de tirer quatre balles dont on peut voir les impacts sur la cible ci-dessous.



« Pas fameux ! » s'exclame sa copine Marinette. Vexé, Hubert lui rétorque : « Tu plaisantes ! J'ai mis les quatre balles sur un même cercle ! » Devant la mine sceptique de Marinette, Hubert sort de sa poche un billet de 20 € et, sans aucune autre aide, il montre à son amie qu'il a raison. Comment Hubert s'y prend-il ? Expliquer en quelques lignes.

Indication : précisons que Marinette ne se laisse pas acheter !

D'après Rallye mathématique d'Aquitaine, 1996.

Problèmes de synthèse

Les exercices 64 à 66 sont des problèmes de synthèse qui font appel à des notions vues dans les chapitres précédents (théorème des milieux, théorème de Pythagore, cosinus, etc.).

64 1. Construire un triangle ABC rectangle en A. On appelle I le milieu de [BC], K le milieu de [BI] et D le symétrique de A par rapport à K. Soit $\mathcal{C}$ le cercle de diamètre [AD] et J l'autre point d'intersection de $\mathcal{C}$ avec [AC].

2. Montrer que les droites (AB) et (DJ) sont parallèles.

3. Quelle est la nature du quadrilatère AIDB ? Justifier la réponse.

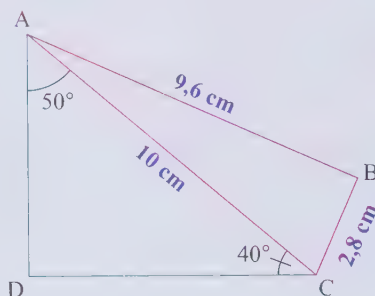
4. Montrer que I appartient à la droite (DJ).

5. a. Montrer que J est le milieu de [AC].

b. Que représente (DJ) pour le segment [AC] ? Justifier la réponse.

c. Dédurre de la réponse à la question b la nature du triangle ADC.

65 1. a. Construire la figure ci-dessous.

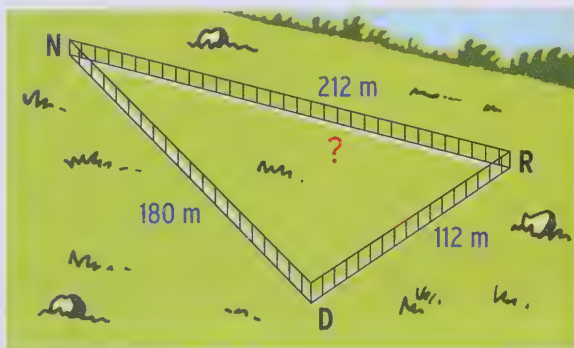


b. Démontrer que A, B, C et D sont sur un même cercle $\mathcal{C}$ et tracer ce cercle.

2. Soit I le milieu du segment [AC] et E un point tel que $EI = 5$ cm. Prouver que E appartient au cercle $\mathcal{C}$.

66 Couper au plus court

Le dessin ci-dessous représente le champ de Félix qui est cultivateur. Félix se trouve en D et souhaite connaître la distance qui le sépare de la bordure [NR] du champ.



1. a. Prouver que le triangle NDR est rectangle.

b. Soit H le pied de la hauteur issue de D.

En calculant de deux manières différentes l'aire du triangle NDR, prouver que $DN \times DR = NR \times DH$.

c. Calculer la distance du point D à la droite (NR) (donner son arrondi au dm).

2. À partir de D, Félix rejoint la bordure [NR] en ligne droite mais lorsqu'il atteint celle-ci, il s'aperçoit qu'il est arrivé à 10 m du point de (NR) le plus proche de D. De quelle distance a-t-il allongé son parcours (donner l'arrondi au dm) ?

devoirs à la maison

67 1. Tracer un segment $[AO]$ de longueur 12 cm.

2. On souhaite construire un point T tel qu'on ait à la fois $OT = 3$ cm et le triangle OTA rectangle en T .

a. À quels cercles doit appartenir T pour remplir les deux conditions ci-dessus ? Justifier la réponse. Tracer ces cercles.

b. Combien de points correspondent au problème posé ? Appeler T l'un d'eux.

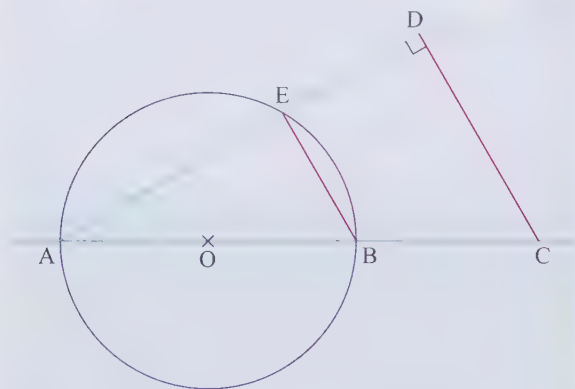
3. Soit $\mathcal{C}$ le cercle de centre O et de rayon 3 cm. Que représente la droite (AT) pour le cercle $\mathcal{C}$? Justifier la réponse.

4. a. Placer sur le segment $[AO]$ le point O' tel que $AO' = 8$ cm.

b. Soit le cercle $\mathcal{C}'$ de centre O' qui est tangent à (AT) . Tracer $\mathcal{C}'$ puis calculer son rayon.

68 1. Construire une figure comme celle ci-dessous où :

$AE = 8$ cm, $AD = 14$ cm et $AB = 10$ cm.



2. Calculer la longueur du rayon du cercle circonscrit au triangle ACD en justifiant toute la démarche.

69 1. Représenter deux droites (xy) et (uv) sécantes en O et placer un point A sur la demi-droite $[ox)$.

2. Représenter en rouge les points qui sont à égale distance des droites (xy) et (uv) .

3. En déduire la construction de deux cercles $\mathcal{C}_1$ et $\mathcal{C}_2$ qui sont à la fois tangents à la droite (xy) en A et tangents à la droite (uv) . Tracer ces cercles.

4. Soit E et F les points de tangence de $\mathcal{C}_1$ et $\mathcal{C}_2$ avec la droite (uv) . Que peut-on dire du triangle AEF ? Justifier la réponse

70 Soit ABC un triangle et $[AI]$ sa médiane issue de A . Démontrer que les distances des points B et C à la droite (AI) sont égales.

71 1. Construire un triangle ABC tel que : $AB = 36$; $AC = 48$ et $BC = 60$ (l'unité de longueur est le mm). On appelle A' , B' et C' les milieux respectifs des côtés $[BC]$, $[CA]$ et $[AB]$, et G le centre de gravité du triangle ABC .

2. a. Montrer que ABC est un triangle rectangle.

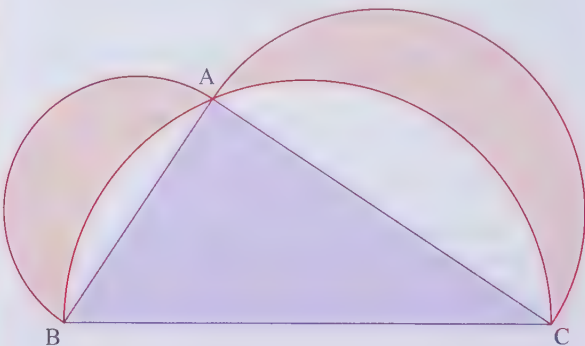
b. Calculer les longueurs des médianes de ABC . En déduire les valeurs de GA , GB et GC .

72 Les lunules d'Hippocrate de Chios

Au v^e siècle avant J.-C., Hippocrate de Chios cherche à résoudre la quadrature du cercle, c'est-à-dire à construire géométriquement un carré ayant la même aire qu'un disque.

Pour cela, il s'intéresse à des calculs d'aire sur les lunules (une lunule étant une figure qui a la forme d'une lune).

Sur un demi-cercle de diamètre $[BC]$, on prend un point A . On trace des demi-cercles de diamètre $[AB]$ et $[AC]$ pour former des lunules coloriées en orange comme le montre la figure ci-dessous.



1. a. Faire une figure avec : $BC = 10$ cm et $AB = 6$ cm.

b. Calculer AC .

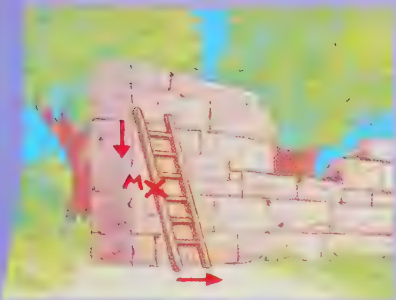
c. Calculer l'aire des trois demi-disques de diamètres respectifs $[AB]$, $[AC]$ et $[BC]$.

d. Comparer la somme des aires des deux lunules avec celle du triangle ABC .

2. Généralisation : cette fois-ci, on pose $BC = a$, $AC = b$ et $AB = c$.

Comparer à nouveau la somme des aires des deux lunules avec celle du triangle ABC .

vive les maths !



UNE BELLE COURBE

Lorsqu'on place une échelle contre un mur, afin qu'elle ne glisse pas, on n'écarte pas trop ses pieds du mur. Ici, au contraire, l'objectif est de connaître la trajectoire suivie par le milieu M de l'un des montants de l'échelle quand celle-ci glisse le long du mur (voir figure ci-contre).

À la main

A. 1. Tracer deux droites (d_1) et (d_2) perpendiculaires en O .

Placer sur (d_1) les points A_1 jusqu'à A_8 régulièrement espacés de deux centimètres.

Placer de même sur (d_2) les points B_1 jusqu'à B_8 .

2. À l'aide d'une règle, placer l'extrémité d'un segment de longueur 16 cm successivement de A_1 jusqu'à A_8 , l'autre extrémité du segment devant se trouver sur la droite (d_2) . Pour chacune des positions de la règle, marquer le point M milieu du segment.

Recommencer en utilisant les points B_1 jusqu'à B_5 .

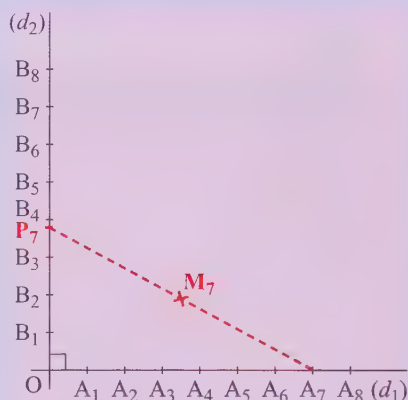
3. À l'aide d'une bande de papier ou d'un double décimètre, simuler le mouvement de l'échelle qui glisse et observer le déplacement du milieu M de l'échelle. Quelle courbe C semble décrire M ?

B. 1. On s'intéresse au triangle A_7OP_7 .

Que représente $[OM_7]$ pour ce triangle ?

2. a. Combien mesure OM_7 ? Justifier la réponse.

b. Ce résultat correspond-il aux observations faites à la question **A3** ?



... ou avec un logiciel de géométrie

Cabri-géomètre II - [Echelle.fig]

Fichier Edition Options Fenêtre Aide

1. Construire un segment $[OA]$ horizontal de longueur 8 cm qui représente le sol.
2. Construire le segment $[OB]$ vertical de longueur 8 cm qui représente le mur, avec B correspondant au sommet du mur, et tel que $[OA]$ et $[OB]$ soient perpendiculaires.
3. Soit S un point de $[OB]$ et P le point d'intersection de $[OA]$ avec le cercle de centre S et de rayon 8 cm.
4. À l'aide de l'outil "Trace", tracer la trajectoire suivie par le milieu M de $[SP]$ quand S se déplace sur $[OB]$.

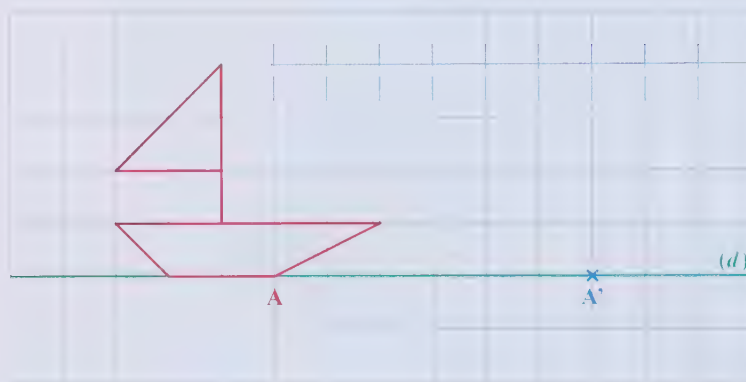
Trace

ACTIVITÉS

1 Vers la translation

a • Glissement rectiligne

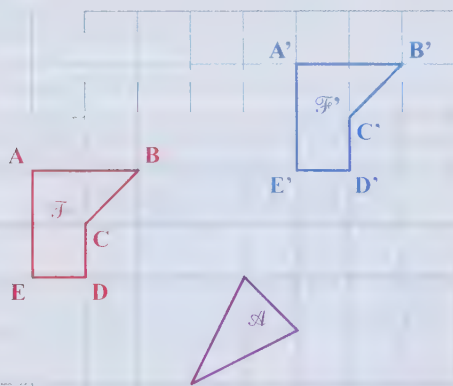
1. Reproduire sur quadrillage la figure ci-dessous.



2. Le bateau se déplace le long de la droite (d) . Dessiner le bateau lorsque A est sur A' .
On dit qu'on **a traduit** le bateau de A vers A' .

b • Dans le plan

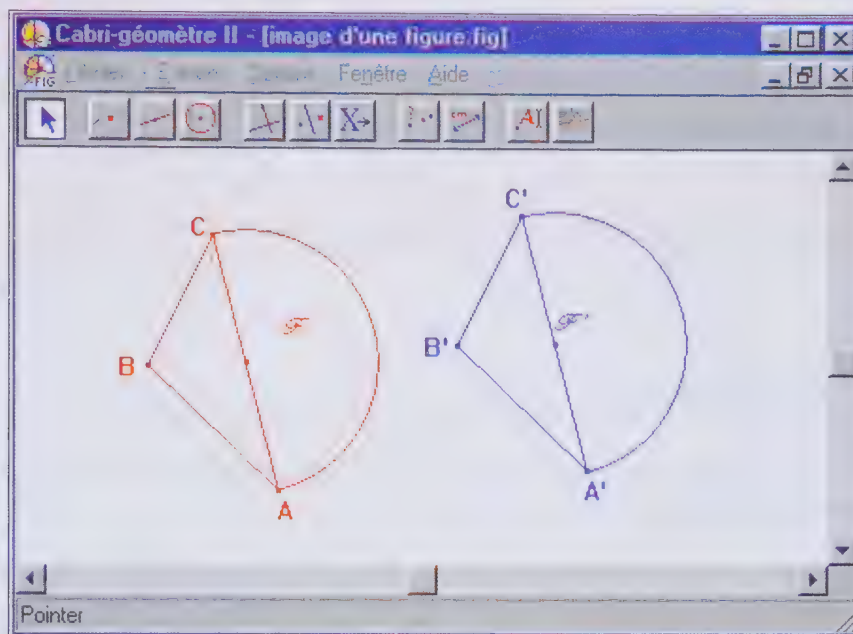
1. Reproduire sur quadrillage les figures ci-dessous.



2. **a.** Tracer en vert les flèches joignant A à A' , B à B' , C à C' , D à D' et E à E' .
b. Que peut-on dire de ces flèches ?
3. **a.** Donner sans justification la nature des quadrilatères $ABB'A'$ et $ACC'A'$.
b. Citer d'autres quadrilatères de même nature. On dit que la figure F' est **l'image** de la figure F **par la translation** qui amène A sur A' .
4. Tracer l'image du triangle A par la translation qui amène D sur D' .

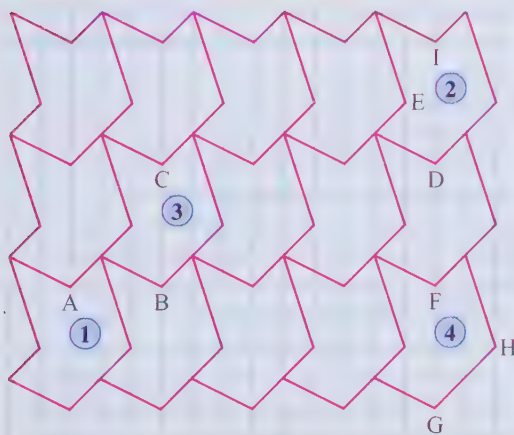
2 Image d'une figure

Dans la figure ci-dessous, réalisée avec un logiciel de géométrie, la figure $\mathcal{F}$ est composée du triangle ABC et d'un demi-cercle de diamètre [AC], et la figure $\mathcal{F}'$ est l'image de la figure $\mathcal{F}$ par la translation qui amène A sur A'.



1. Recopier et compléter la phrase suivante :
La figure $\mathcal{F}$ et son image $\mathcal{F}'$ par une translation sont
2. Quelle est la nature du quadrilatère AA'C'C ? et celle du quadrilatère AA'B'B ?
3. Que peut-on dire :
 - a. des longueurs AB et A'B' ? b. des longueurs AC et A'C' ?
 - c. des angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{A'B'C'}$? d. des droites (BC) et (B'C') ?

3 Pavage



On donne le pavage ci-contre composé de 15 pavés superposables.

1. Recopier et compléter les phrases suivantes :
 - a. Le pavé 1 est l'image du pavé 3 par la translation qui amène C sur
 - b. Le pavé 3 est l'image du pavé 1 par la translation qui
 - c. Le pavé 4 est l'image du pavé 1 par la translation qui amène sur
2. Quelle est l'image du pavé 2 par la translation qui amène D sur B ?
3. Quelle translation amène le pavé 3 sur le pavé 4 ?

1 Translation

Lorsqu'on fait glisser la figure $\mathcal{F}$ ci-contre sans la faire tourner, on déplace tous ses points sur des droites parallèles, dans le même sens et d'une même distance.

On dit qu'on effectue une **translation** de $\mathcal{F}$. On obtient $\mathcal{F}'$, **image** de $\mathcal{F}$ par la translation qui transforme A en A'.



PROPRIÉTÉ

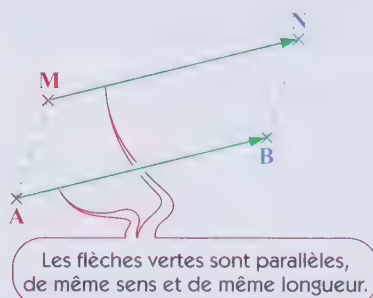
La connaissance d'un point A et de son image A' définit la translation.

2 Image d'un point

Soit A et B deux points distincts du plan. Pour construire l'image N d'un point M par la translation qui transforme A en B, deux cas se présentent :

1^{er} cas : M n'est pas sur la droite (AB).

« Le point N est l'image du point M par la translation qui transforme A en B » signifie que le quadrilatère AMNB est un parallélogramme.



DONNÉES

N est l'image de M par la translation qui transforme A en B.

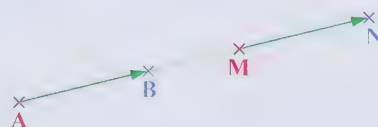
CONCLUSION

AMNB est un parallélogramme.

2^e cas : M est sur la droite (AB).

« Le point N est l'image du point M par la translation qui transforme A en B » signifie que :

- $N \in (AB)$;
- $MN = AB$;
- $[AB)$ et $[MN)$ ont le même sens.



DONNÉES

N est l'image de M par la translation qui transforme A en B et M est aligné avec A et B.

CONCLUSION

$N \in (AB)$ et $AB = MN$.

Dans le deuxième cas, on dit que AMNB est un parallélogramme aplati.

Dans les deux cas, on peut énoncer :

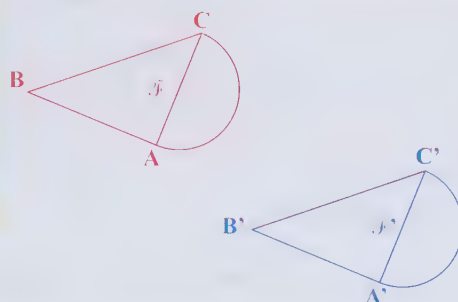
PROPRIÉTÉ

« Le point N est l'image du point M par la translation qui transforme A en B » signifie que AMNB est un parallélogramme.

3 Image d'une figure

PROPRIÉTÉ

Une figure et son image par une translation sont superposables.



DONNÉES

$\mathcal{F}'$ est l'image de $\mathcal{F}$ par une translation.

CONCLUSION

- Sur les distances : $AC = A'C'$; $BC = B'C'$; etc.
- Sur les angles : $\widehat{ABC} = \widehat{A'B'C'}$; $\widehat{BCA} = \widehat{B'C'A'}$; etc.
- Sur les formes : l'image du demi-cercle de diamètre $[AC]$ est le demi-cercle de diamètre $[A'C']$.
- Sur les aires : l'aire de la figure $\mathcal{F}$ est égale à l'aire de la figure $\mathcal{F}'$.

CONSÉQUENCE

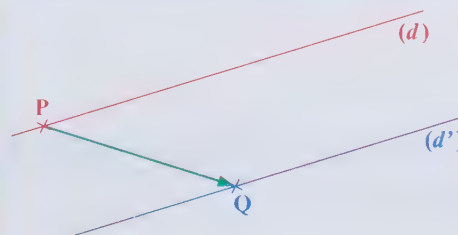
On dit que les translations conservent :

- l'alignement ;
- les longueurs des segments ;
- la mesure des angles ;
- les aires des figures ;
- les milieux ;
- le parallélisme.

4 Image d'une droite

PROPRIÉTÉ

L'image d'une droite (d) par une translation est une droite (d') parallèle à (d) .



DONNÉES

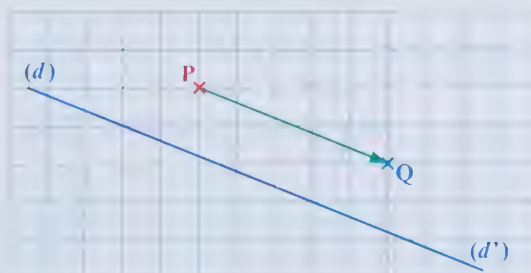
(d') est l'image de (d) par la translation qui transforme P en Q.

CONCLUSION

$(d') \parallel (d)$.

REMARQUE

Si $(PQ) \parallel (d)$, alors la droite (d) et son image par la translation qui transforme P en Q sont confondues.



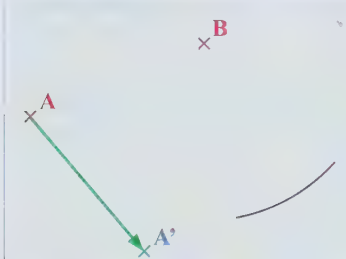
1 Construire l'image d'un point

Exemple On donne trois points non alignés A , A' et B .
Construire l'image B' du point B par la translation qui amène A sur A' .

Le problème est donc de construire B' tel que $BAA'B'$ soit un parallélogramme. On rappelle ici sa construction.

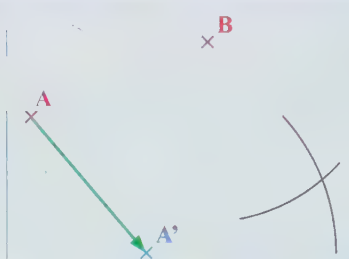
1^{re} étape

On trace un arc de cercle de centre B et de rayon AA' .



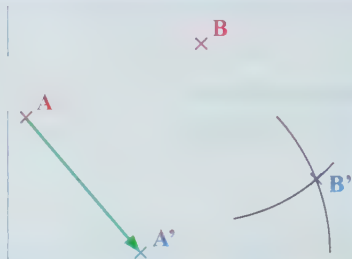
2^e étape

On trace un arc de cercle de centre A' et de rayon AB .



3^e étape

Ces deux arcs de cercle se coupent en B' .



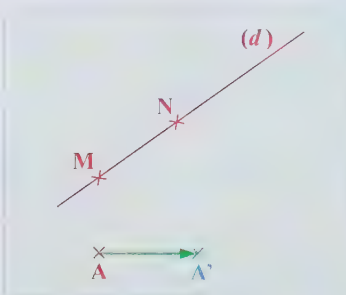
► Voir exercice n° 14, p. 241.

2 Construire l'image d'une droite par une translation

Exemple On donne deux points distincts A et A' et une droite (d) non parallèle à (AA') .
Construire l'image (d') de la droite (d) par la translation qui transforme A en A' .

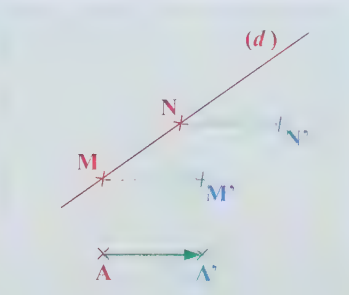
1^{re} étape

On place deux points sur la droite (d) .



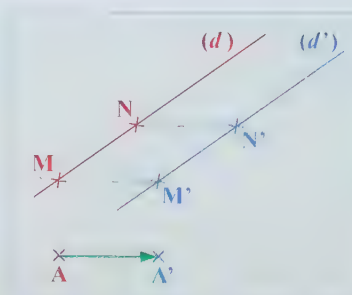
2^e étape

On trace M' l'image de M et N' l'image de N par la translation qui transforme A en A' .



3^e étape

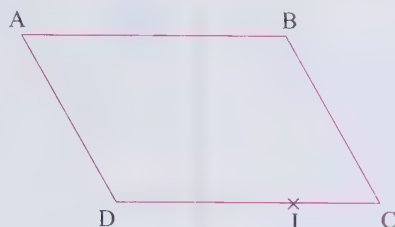
La droite (d') passe par les points M' et N' .



► Voir exercice n° 15, p. 242.

Exercice Translation et parallélogramme

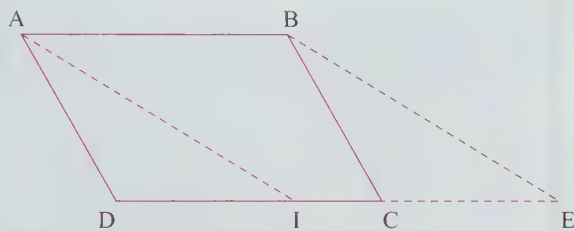
Soit $ABCD$ un parallélogramme et I un point de $[DC]$.



1. Construire l'image E du point B par la translation qui transforme A en I .
2. Démontrer que les points C , D et E sont alignés.
3. Quelle est l'image de I par la translation qui transforme D en C ?

Solution

1. On trace le parallélogramme $AIEB$:



2. Les côtés d'un parallélogramme sont parallèles, or $AIEB$ est un parallélogramme, donc $(AB) \parallel (IE)$. De même, $ABCD$ est un parallélogramme, donc $(AB) \parallel (DC)$.

Deux droites parallèles à une même droite sont parallèles entre elles.

Donc $(DC) \parallel (IE)$.

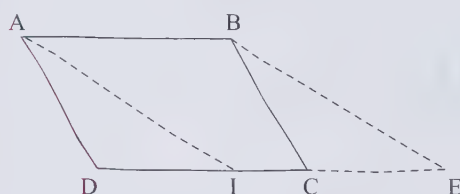
Les droites parallèles (DC) et (IE) ont le point I en commun. Elles sont donc confondues et les points D , C , I et E sont alignés.

3. $ABCD$ est un parallélogramme, donc la translation qui transforme D en C est aussi la translation qui transforme A en B .

$AIEB$ étant aussi un parallélogramme, cette même translation transforme I en E .

Commentaires

- Pour ne pas se tromper dans l'ordre des points, on fait au brouillon une figure à main levée : $AIEB$ doit être un parallélogramme.

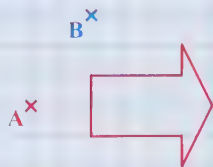


- Les points C , D , I et E sont alignés, $DC = IE$ et $[DC)$ et $[IE)$ ont le même sens, donc E est l'image de I par la translation qui amène D sur C .

travail autonome

1 1. Reproduire la figure ci-contre sur quadrillage.

2. Représenter en bleu l'image de la flèche rouge par la translation qui amène A sur B.



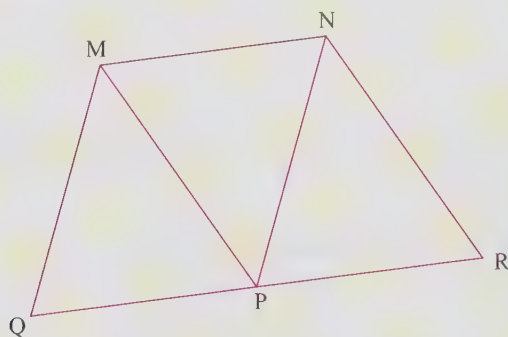
2 1. Reproduire la portion de droite suivante partagée en segments de même longueur.



2. Donner l'image de chacun des points B, C et E par la translation qui transforme A en C.

3. Le segment [CE] est l'image du segment [DF] par une translation. Définir cette translation en donnant l'image d'un point de la figure (plusieurs réponses possibles).

3 Soit MNPQ et MNRP deux parallélogrammes.



Recopier et compléter les phrases suivantes :

1. a. L'image de M par la translation qui amène N sur P est

b. L'image de M par la translation qui amène N sur R est

2. a. est l'image de Q par la translation qui transforme P en N.

b. est l'image de Q par la translation qui transforme P en R.

3. a. Q est l'image de M par la translation qui transforme en

b. P est l'image de M par la translation qui transforme en

4. Q est l'image de P par la translation qui amène sur M.

4 1. Tracer trois points non alignés E, F et G.

2. Construire le point H qui est l'image de G par la translation qui transforme E en F.

3. Nommer le parallélogramme déterminé par les quatre points de la figure.

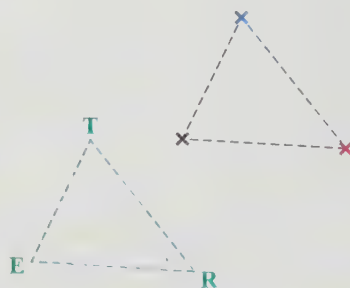
5 Soit A, B et C trois points alignés.

1. Tracer le point D qui est l'image de B par la translation qui transforme A en C.

2. Que peut-on dire des quatre points A, B, C et D ? et des distances AC et BD ?

6 Le triangle noir ci-contre est l'image du triangle vert par une translation.

De plus, cette translation transforme T en B, E en I et R en S.



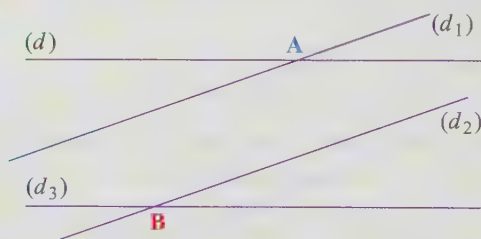
1. Retrouver le nom du point bleu, le nom du point rouge et le nom du point noir sur le dessin ci-dessus qu'on reproduira à main levée.

2. Recopier et compléter les égalités suivantes :

a. $TE = \dots$; b. $IS = \dots$;

c. $\widehat{TER} = \dots$; d. $\widehat{SBI} = \dots$.

7 Sur le dessin suivant, $(d_1) \parallel (d_2)$ et $(d) \parallel (d_3)$.



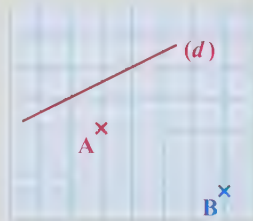
On considère la translation qui amène B sur A.

1. Quelle est l'image de (d_3) ? Justifier.

2. Quelle est l'image de (d_2) ? Justifier.

8 1. Reproduire la figure ci-contre sur quadrillage.

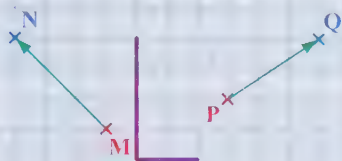
2. Construire l'image de la droite (d) par la translation qui transforme A en B.



s'entraîner

Sur quadrillage

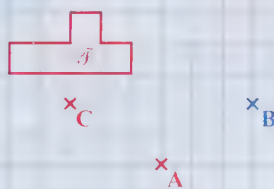
- 9** Reproduire la figure suivante sur quadrillage.



Tracer l'image de la lettre en violet par :

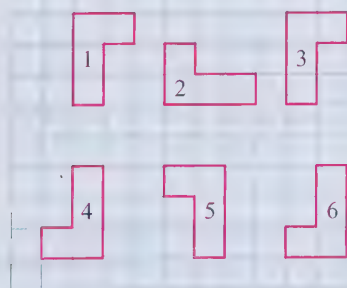
- la translation qui amène P sur Q ;
- la translation qui amène M sur N.

- 10** 1. Reproduire sur quadrillage la figure $\mathcal{F}$ et les points A, B et C représentés ci-dessous.



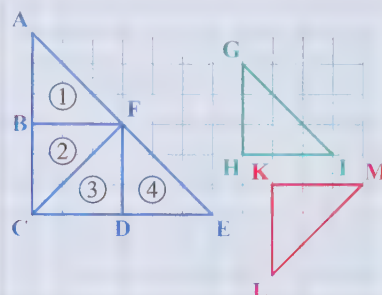
- Tracer en vert l'image de la figure rouge par la translation qui amène C sur B.
- Tracer en bleu l'image de la figure rouge par la translation qui amène A sur B.

- 11** On donne les figures ci-dessous numérotées de 1 à 6.



- Quelles sont les figures superposables ?
- Quelles sont les figures qui se correspondent par une translation ?

- 12** On donne la figure suivante sur laquelle on a numéroté quatre triangles bleus superposables.



Déterminer par lecture graphique :

- le ou les triangle(s) qui peuvent être obtenus par une translation du triangle vert ;
- le ou les triangle(s) qui peuvent être obtenus par une translation du triangle rouge.

- 13** 1. Reproduire la figure ci-contre.

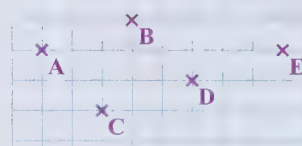
2. Recopier et compléter les phrases suivantes par lecture sur le quadrillage :

Par la translation qui amène D sur E :

- A a pour image ;
- D est l'image de ;
- [AD] a pour image ;
- [BD] est l'image de ;
- (CE) a pour image ;
- $\widehat{DCA}$ a pour image

3. Le point B a pour image D par une translation. En utilisant le quadrillage, déterminer par cette translation l'image :

- du point A ;
- de la droite (AB) ;
- de la droite (AC) ;
- de la droite (BE).



Constructions

- 14** Soit trois points A, B et C non alignés.

1. Construire au compas :

- le point E image de A par la translation qui amène B sur C ;
- le point F image de B par la translation qui transforme A en C.

2. Quelle est l'image de E par la translation qui amène A sur B ? et l'image de C ? Justifier.

► Voir *Connaître les outils* 1, p. 238.

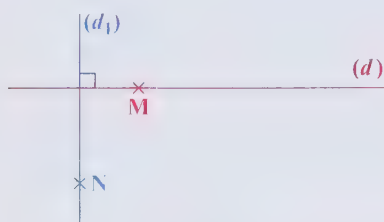
exercices

15 1. Représenter une droite (d) et un segment $[MN]$ qui coupe (d) en E .

2. Tracer au compas et à la règle non graduée l'image de la droite (d) par la translation qui transforme M en N .

► Voir *Connaître les outils 2*, p. 238.

16 1. Reproduire une telle figure :

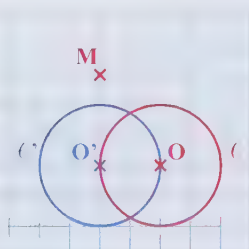


2. Construire l'image (d') de la droite (d) par la translation qui amène M sur N .

3. Que peut-on dire de (d_1) et de (d') ? Justifier la réponse.

17 On donne un cercle $\mathcal{C}$ de centre O et un point I situé à l'extérieur du disque délimité par $\mathcal{C}$. Construire l'image $\mathcal{C}'$ de $\mathcal{C}$ par la translation qui transforme I en O .

18 1. Reproduire sur quadrillage le cercle $\mathcal{C}$ de centre O et le cercle $\mathcal{C}'$ de centre O' représentés ci-dessous.



2. $\mathcal{C}'$ est l'image de $\mathcal{C}$ par une translation. Tracer l'image N de M par cette translation.

3. On appelle P un des points d'intersection des cercles $\mathcal{C}$ et $\mathcal{C}'$.

a. Construire l'image Q du point P par la translation de la question 2.

b. Q est-il sur $\mathcal{C}'$? Pourquoi ?

19 Soit $ABCD$ un carré de centre O .

1. Construire $B'C'D'$ l'image de BCD par la translation qui transforme A en O .

2. Quelle est la nature du quadrilatère $OB'C'D'$? Pourquoi ? Quel est son centre de symétrie ?

20 1. Tracer une figure du même type que celle ci-contre.

2. Construire l'image DEF du triangle ABC par la translation qui transforme I en J .

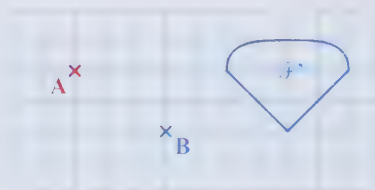


21 On considère la figure de l'exercice 20.

1. Reproduire une telle figure.

2. Le triangle ABC est l'image d'un triangle MNP par la translation qui transforme I en J . Tracer le triangle MNP .

22 1. Reproduire la figure suivante sur quadrillage.

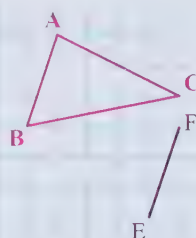


2. La figure $\mathcal{F}'$ est l'image, par la translation qui transforme A en B , d'une figure $\mathcal{F}$ qui a été effacée.

a. Retrouver la figure $\mathcal{F}$.

b. Par quelle translation $\mathcal{F}$ est-elle l'image de $\mathcal{F}'$?

23 Sophie a commencé ci-dessous la construction du triangle EFK image du triangle ABC par une translation.



1. Reproduire sur quadrillage le dessin de Sophie et le finir.

2. Quelle est l'image du point A par cette translation ?

24 1. Tracer trois points alignés A , B et C .

2. Construire l'image F de C par la translation qui transforme A en B .

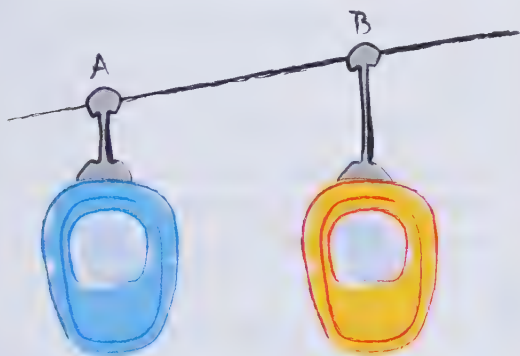
3. a. Construire l'image E de B par la translation qui transforme A en C .

b. Que constate-t-on ?

- 25** 1. Tracer en noir un parallélogramme MNPQ.
 2. On considère la translation qui transforme M en N.
 Construire par cette translation l'image :
 a. de la droite (MP) en rouge ;
 b. du segment [NQ] en vert ;
 c. de la demi-droite [MQ] en bleu.

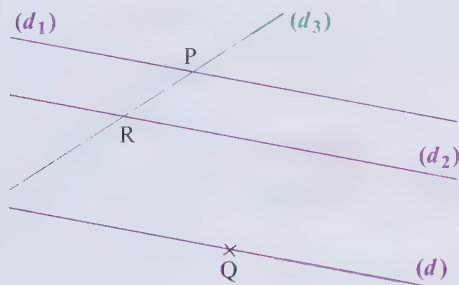
Propriété des translations

- 26** Noémie devait dessiner l'image de la cabine de droite par la translation qui transforme B en A. Elle a réalisé le dessin suivant.



Le dessin de Noémie est-il correct ? Pourquoi ?

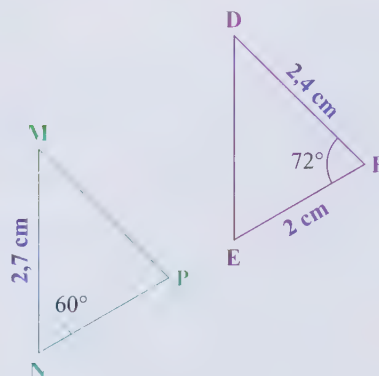
- 27** On donne ci-dessous trois droites parallèles (d) , (d_1) et (d_2) , et la droite (d_3) qui coupe (d_1) en P et (d_2) en R. Soit Q un point de (d) .



On considère la translation qui amène Q sur P. Claire prétend que l'image de (d) est (d_3) . De son côté, Marc affirme que l'image de (d) est (d_2) . Quant à Lucien, son avis est que l'image de (d) est (d_1) . Qui a raison ? Justifier la réponse.

- 28** 1. Construire un triangle équilatéral ABC et placer le milieu I de [BC].
 2. Construire l'image IEF de ce triangle équilatéral par la translation qui transforme A en I.
 3. Quelle est la nature du triangle IEF ? Justifier la réponse.

- 29** Dans la figure suivante, le triangle MNP est l'image du triangle DEF par une translation.

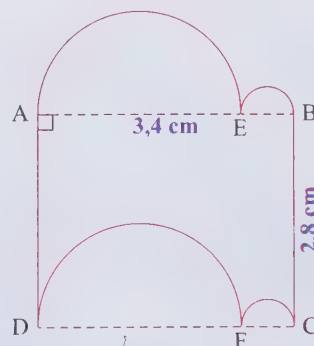


1. Quelle est l'image du point D par cette translation ? et l'image du point E ?
 2. Déterminer les longueurs MP, NP et DE. Justifier la réponse.
 3. Déterminer les mesures des angles $\widehat{MPN}$ et $\widehat{DEF}$. Justifier la réponse.

- 30** Soit OAB un triangle.

1. Tracer E le symétrique de A par rapport à O et F le symétrique de B par rapport à O.
 2. Quelle est l'image du point B par la translation qui transforme E en F ? Justifier la réponse.
 3. Quelle est l'image du point E par la translation qui transforme F en A ? Justifier la réponse.

- 31** Le contour de la figure rouge ci-dessous est constitué de quatre demi-cercles tels que $AE = DF$ et de deux côtés du rectangle ABCD.



1. Justifier, en utilisant une translation, que l'aire du rectangle ABCD et l'aire de la surface au contour rouge sont égales.
 2. Calculer cette aire.
 3. Le rectangle et la surface au contour rouge ont-ils le même périmètre ?

exercices

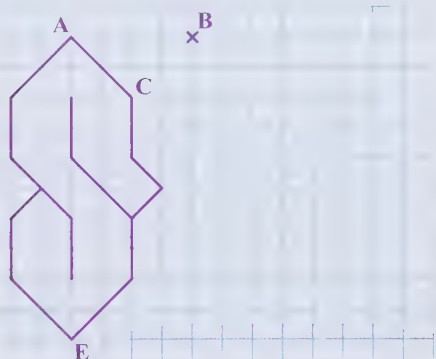
32 Soit ABCD un parallélogramme et E un point de [DC].

1. Faire une figure.
2. a. Tracer l'image F du point B par la translation qui transforme A en E.
b. Démontrer que les points C, D et F sont alignés.
3. Quelle est l'image du point E par la translation qui transforme A en B ? Justifier.
4. On suppose que l'aire du triangle AED est 4 cm^2 . Quelle est l'aire du triangle BCF ? Justifier la réponse.

Frises et pavages

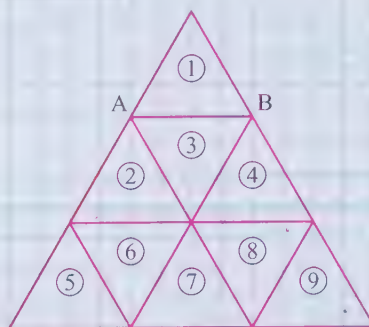
33 Soit t la translation qui transforme A en B et s la translation qui transforme E en C.

1. Reproduire le motif ci-dessous et construire son image par t . La colorier en vert.



2. Construire l'image du motif vert par s . La colorier en bleu.

34 On donne la figure suivante constituée de neuf triangles équilatéraux superposables.



1. On considère la translation qui transforme A en B.
a. Quelle est l'image du triangle 2 ? et l'image du triangle 6 ?
b. Quel triangle a pour image le triangle 9 ?
2. On considère la translation qui transforme B en A.
a. Quelle est l'image du triangle 8 ?
b. Quel triangle a pour image le triangle 7 ?

35 On reprend la figure de l'exercice 34.

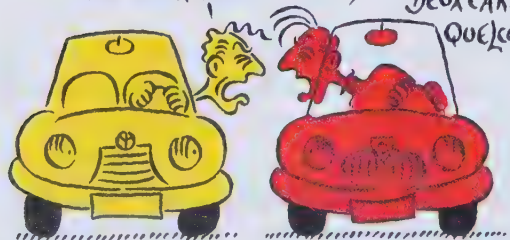
1. Le triangle 9 est l'image du triangle 7 par une translation. Quelle est l'image du triangle 5 par cette translation ? et celle du point A ?
2. Le triangle 3 est l'image du triangle 8 par une translation. Quelle est l'image du triangle 7 par cette translation ?
3. Le triangle 8 est-il l'image du triangle 2 par une translation ? Pourquoi ?

Qui a raison ?

A

Si DEUX CARRÉS
SONT SUPERPOSABLES, IL EXISTE
UNE TRANSLATION QUI AMÈNE
L'UN SUR L'AUTRE !

NON !
C'EST VRAI
POUR DEUX CERCLES,
MAIS PAS POUR
DEUX CARRÉS
QUELCONQUES !



B

Si L'IMAGE DE [AB] PAR UNE TRANSLATION
EST [BC], ALORS B EST LE MILIEU DE [AC].



maîtriser

Démonstrations

36 1. Tracer un triangle ABC rectangle isocèle de sommet principal A.

2. Construire l'image D du point B par la translation qui transforme A en C.

3. Quelle est la nature exacte du quadrilatère ABDC ? Justifier la réponse.

37 1. Tracer un triangle ABC.

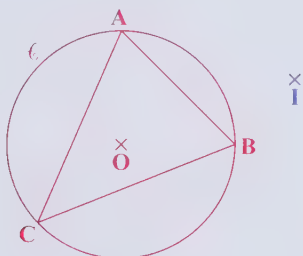
2. a. Construire l'image E du point B par la translation qui transforme A en B.

b. Que peut-on dire du point B ?

3. Construire l'image D du point B par la translation qui transforme C en B.

4. Quelle est l'image du point C par la translation qui transforme A en D ? Justifier la réponse.

38 1. Reproduire une figure du même type que celle ci-dessous où O est le centre du cercle $\mathcal{C}$.



2. Construire l'image DEF du triangle ABC et l'image du cercle $\mathcal{C}$ par la translation qui transforme O en I.

3. Que représente le point I pour le triangle DEF ? Justifier la réponse.

39 Soit ABC un triangle et O un point extérieur au triangle ABC.

1. Construire les images E et F des points B et C par la translation qui transforme A en O.

2. Soit I le milieu de [BC] et J son image par la translation qui transforme A en O. Construire J. Montrer que J est le milieu du segment [EF].

3. Soit K le milieu de [AB] et L le milieu de [OE]. Montrer que L est l'image du point K par la translation qui transforme A en O.

40 1. Tracer un parallélogramme ABCD.

2. Tracer E le symétrique de D par rapport à C.

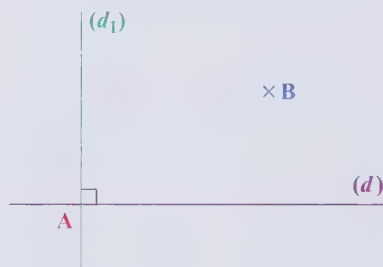
3. Quelle est l'image du point B par la translation qui transforme A en C ? Justifier la réponse.

41 Soit $\mathcal{C}$ un cercle de centre O et A un point de $\mathcal{C}$.

1. Construire l'image $\mathcal{C}'$ de $\mathcal{C}$ par la translation qui transforme O en A.

2. $\mathcal{C}$ et $\mathcal{C}'$ se coupent en R et T. Quelle est la nature exacte du quadrilatère ORAT ? Justifier la réponse.

42 1. Reproduire une figure du même type que celle ci-dessous.



2. Tracer l'image (d') de la droite (d) et l'image (d'_1) de la droite (d_1) par la translation qui transforme A en B. Placer le point C intersection des droites (d_1) et (d') puis le point D intersection des droites (d) et (d'_1) .

3. Quelle est la nature du quadrilatère ACBD ? Justifier la réponse.

43 Deux droites (xy) et (uv) se coupent au point A. Soit B un point de la demi-droite [Av).

1. Tracer en bleu l'image [Br) de la demi-droite [Ay) par la translation qui transforme A en B.

2. Tracer en rouge l'image [Bz) de la demi-droite [Ax) par la translation qui transforme A en B.

3. Quelle est l'image de la droite (xy) par cette translation ?

4. Démontrer que $\widehat{yAu} = \widehat{rBu}$.

44 Soit $\mathcal{C}$ un cercle. Deux diamètres [AB] et [CD] de ce cercle se coupent en O.

1. Quelle est l'image du point D par la translation qui transforme A en C ? Justifier la réponse.

2. Tracer l'image du cercle $\mathcal{C}$ par cette translation.

45 Soit ABC un triangle, I le milieu de [AB] et J le milieu de [AC].

1. Démontrer que la droite (BC) est l'image de la droite (IJ) par la translation qui transforme A en I.
2. Soit H le pied de la hauteur passant par C.
 - a. Construire l'image (d) de la droite (CH) par la translation qui transforme C en I.
 - b. Démontrer que (d) est la médiatrice de [AB].

- 46** 1. Tracer deux droites parallèles (d) et (d_1).
2. Soit M un point de (d) et M_1 un point de (d_1). Quelle est l'image de la droite (d) par la translation qui transforme M en M_1 ? Justifier la réponse.
3. Soit N_1 un point de (d_1) distinct de M_1 . Quelle est l'image de la droite (d) par la translation qui transforme M en N_1 ? Justifier la réponse.

- 47** Soit ABCD un parallélogramme de centre O.
1. Construire l'image N du point O par la translation qui transforme A en D.
 2. Quelle est la nature du quadrilatère AOND ?
 3. Quelle est l'image du point D par la translation qui transforme A en O ? Justifier la réponse.
 4. Quelle est l'image du point D par la translation qui transforme O en C ? Justifier la réponse.
 5. Quelle est l'image du point B par la translation qui transforme O en N ? Justifier la réponse.
 6. Démontrer que les triangles AOD et OCN ont la même aire.

Dans un repère

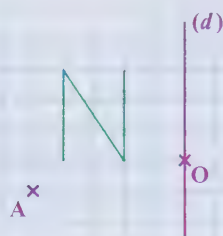
- 48** 1. Dans un repère (O ; I ; J), placer les points A (2 ; 4) et B (5 ; 1).
2. Placer les points C (-1 ; 3) et D (3 ; -2) puis les images C' et D' de C et de D par la translation qui transforme A en B.
3. Lire les coordonnées des points C' et D'.

- 49** 1. Dans un repère (O ; I ; J), placer les points A (-2 ; 1) et B (1 ; -1).
2. Construire le symétrique C de A par rapport à B.
3. Placer les points D (-3 ; 5) et E (-1 ; 2) puis les images D' et E' de D et de E par la translation qui transforme A en C.
4. Lire les coordonnées des points D' et E'.
5. a. Construire F et G les images de A et de B par la translation qui transforme D en A.
b. Lire les coordonnées de F et de G.

- 50** 1. Dans un repère (O ; I ; J), placer les points A (1 ; -2) et B (-2 ; 3).
2. Construire les symétriques A' et B' des points A et B par rapport à l'axe des abscisses.
3. Placer les points C (-2 ; 4) et D (1 ; 3) puis les images C' et D' de C et de D par la translation qui transforme A' en B'.
4. Lire les coordonnées de C' et de D'.

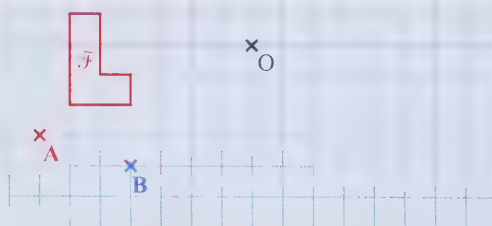
Symétries et translations

- 51** 1. Reproduire la figure ci-dessous sur quadrillage.



2. Tracer en rouge la figure symétrique de la figure verte par rapport à la droite (d).
3. Tracer en bleu la figure symétrique de la figure verte par rapport au point O.
4. Tracer en noir l'image de la figure verte par la translation qui amène O sur A.

- 52** 1. Reproduire la figure suivante sur quadrillage.

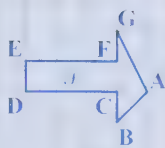


2. a. Tracer l'image F' de F par la symétrie de centre O.
b. Tracer l'image F'' de F' par la symétrie de centre O.
c. Que constate-t-on ?
3. a. Tracer l'image A' de F par la translation qui amène A sur B.
b. Tracer l'image A'' de A' par la translation qui amène A sur B.
c. Fait-on la même constatation qu'à la question 2c ?

53 On appelle $\mathcal{F}$ le polygone ABCDEFG ci-contre.

Reproduire la figure sur quadrillage et construire :

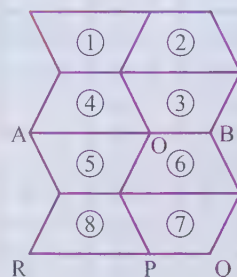
- en rouge l'image $\mathcal{F}_1$ de $\mathcal{F}$ par la symétrie centrale de centre B ;
- en vert l'image $\mathcal{F}_2$ de $\mathcal{F}$ par la symétrie axiale d'axe (ED) ;
- en noir l'image $\mathcal{F}_3$ de $\mathcal{F}$ par la translation qui transforme D en G.



56 La figure ci-contre est constituée de huit trapèzes isocèles superposables.

1. Quelle est l'image du quadrilatère 3 par :

- la symétrie axiale d'axe (AB) ?
- la translation qui transforme O en P ?

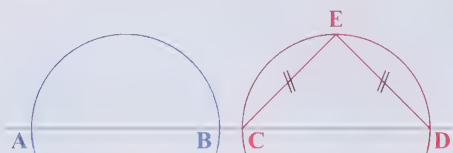


2. Le quadrilatère 2 est l'image du quadrilatère 6 par une translation. Quelle est l'image du quadrilatère 8 par cette translation ?

3. Le quadrilatère 8 est l'image du quadrilatère 1 par une symétrie axiale. Quelle est l'image du quadrilatère 2 par cette symétrie axiale ?

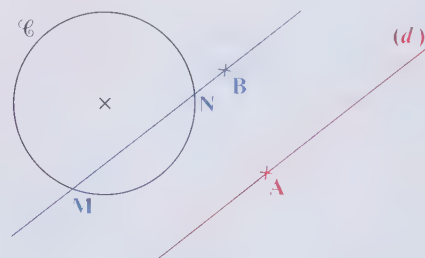
Constructions

57 Dans la figure ci-dessous, le cercle bleu est l'image du cercle rouge par une translation.



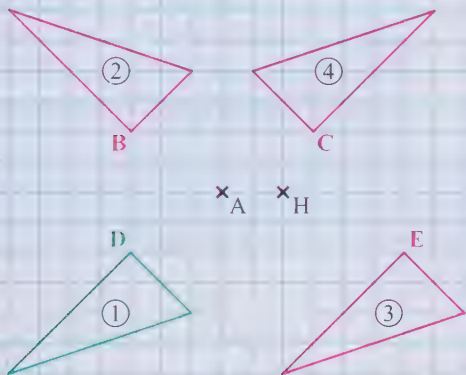
- Que peut-on dire des longueurs des diamètres [AB] et [CD] ? Justifier.
- Quelle est l'image du point C par cette translation ? et l'image du point D ?
- Reproduire une telle figure et tracer au compas l'image de E par cette translation.

58 1. Reproduire une figure du même type que celle ci-dessous où (d) est parallèle à (MB).



- L'image de la droite (d) par la translation qui amène A sur B coupe le cercle $\mathcal{C}$ en M et en N. Tracer d'un seul coup de compas le point Q dont l'image par cette translation est M. Justifier.
- Reprendre la question 2 pour le point R qui a pour image N.

54 Dans la figure ci-dessous, chacun des triangles 2, 3 et 4 est obtenu à partir du triangle 1 à l'aide d'une symétrie axiale, d'une symétrie centrale ou d'une translation.



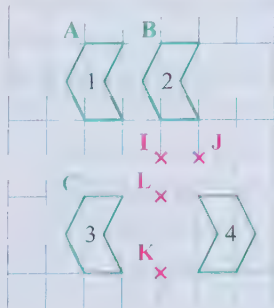
Recopier et compléter les phrases suivantes :

- L'image du triangle 1 par la symétrie axiale d'axe est le triangle
- L'image du triangle 1 par la symétrie centrale de centre est le triangle
- L'image du triangle 1 par la translation qui transforme est le triangle

55 Par lecture de la figure ci-contre, répondre aux questions suivantes :

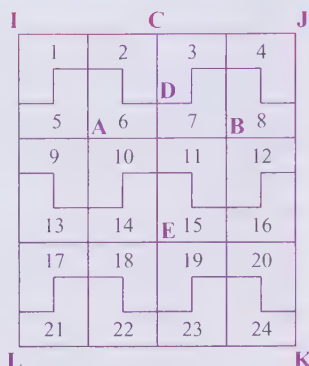
1. Par quelle transformation passe-t-on du motif 1 au motif 2 ?

2. Par quelle transformation passe-t-on du motif 1 au motif 3 ? du motif 2 au motif 3 ? du motif 2 au motif 4 ? du motif 1 au motif 4 ? du motif 3 au motif 4 ? du motif 4 au motif 3 ?



devoirs à la maison

59 Un pavage du rectangle IJKL ci-contre est composé de 24 pièces toutes superposables à la pièce $\mathcal{E}$ dont la forme est précisée ci-après. Ces pièces sont numérotées de 1 à 24 et repérables par leur numéro.



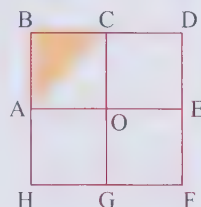
La figure ci-dessous représente la pièce $\mathcal{E}$ qui peut être considérée comme un assemblage de trois carrés identiques.



Recopier et compléter les phrases suivantes en désignant les pièces du pavage par leur numéro (on ne demande pas de justifier) :

- La symétrie axiale d'axe (CD) transforme la pièce 1 en la pièce
- La symétrie centrale de centre A transforme la pièce 1 en la pièce
- La translation qui amène A sur B transforme la pièce 1 en la pièce
- La pièce 14 est l'image de la pièce par la translation qui transforme I en A.
- La pièce 23 est l'image de la pièce par la translation qui transforme A en B.
- La pièce 18 est l'image de la pièce par la translation qui transforme J en B.
- La pièce 9 est l'image de la pièce 2 par la translation qui transforme

60 Sur la figure ci-contre, ABCO, CDEO, EFGO et GHAO sont des carrés.



1. Quelle est l'image du triangle ABC (on ne demande pas de justifier) :

- par la translation qui transforme O en F ?
- par la symétrie axiale d'axe (AE) ?
- par la symétrie de centre O ?

2. Recopier et compléter les phrases suivantes :

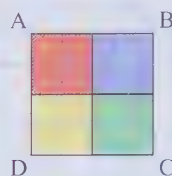
- Le triangle OCD est l'image de ABC par la translation qui amène G sur
- Le triangle OCD est l'image de HAO par la translation qui amène sur E.

61 1. Tracer un triangle ABC, I le milieu de [AB], J le milieu de [AC] et K le milieu de [BC].

2. Quelle est l'image de I par la translation qui transforme A en J ? Justifier la réponse.

3. Quelle est l'image de B par la translation qui transforme I en J ? Justifier la réponse.

62 1. Reproduire le carré ci-dessous sur quadrillage.



2. Construire en respectant les couleurs (l'image de la partie jaune en jaune, etc.) l'image du carré ABCD :

- par la symétrie centrale de centre C ;
- par la symétrie axiale d'axe (BC) ;
- par la translation qui transforme C en D.

63 Soit ABC un triangle de hauteur [AH].

1. Construire les images E et F des points B et C par la translation qui transforme A en H.

2. Quelle est la nature du quadrilatère EBCF ?

3. Démontrer que la droite (AH) est une hauteur du triangle AEF.

4. Prouver que les triangles ABC et HEF ont la même aire.

64 1. Tracer un triangle ABC rectangle en C tel que $AC = 3$ cm et $CB = 4$ cm.

2. Construire l'image D de A et l'image E de C par la translation qui amène B sur A.

3. Démontrer que A est le milieu de [BD].

4. Quelle est l'image du triangle BCA par la translation qui amène B sur A ?

5. Démontrer que les triangles BCA et AED ont la même aire. Justifier la réponse.

6. Quelle est la nature du quadrilatère ABCE ? Calculer son aire.

7. Calculer l'aire du polygone BCED.

8. Calculer le périmètre de ce polygone.

Pavages du plan

« Paver le plan » signifie le recouvrir avec un seul motif, sans faire apparaître de trous ou de surépaisseurs. Pour cela, il faut choisir un motif, lui faire subir toutes sortes de transformations (des translations, des symétries, etc.) et recouvrir ainsi tout le plan. En répétant des translations bien choisies, on peut obtenir le pavage du plan représenté ci-contre à partir du motif entouré en rouge. Décrire ces translations.

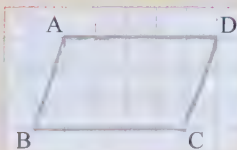


“ casse tête ”

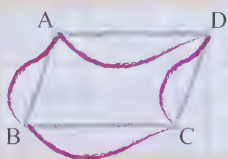


Réalisation de pavages

1. Tracer au crayon de papier un parallélogramme ABCD.



2. Joindre A à B par une ligne quelconque et tracer son image par la translation qui transforme A en D. Joindre de même A à D et tracer son image par la translation qui transforme A en B.

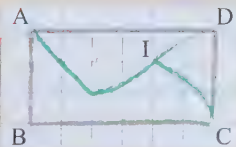


3. Reproduire le motif par des translations successives des deux types précédents. Effacer les parallélogrammes.



Encore des pavages !

1. Tracer au crayon de papier un rectangle ABCD et placer un point I à l'intérieur de ce rectangle.



2. Joindre I à trois sommets par une ligne quelconque.

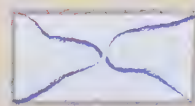
3. Reproduire le motif par des translations successives bien choisies. Effacer les rectangles.



Technique de l'enveloppe

1. Prendre une enveloppe et la fermer.

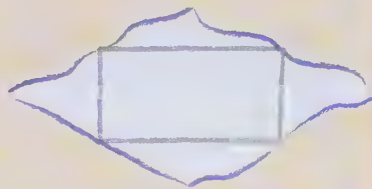
2. Tracer sur une face des lignes joignant les sommets.



3. Découper une épaisseur de l'enveloppe suivant le tracé effectué.

4. Déplier le côté de l'enveloppe découpé.

On obtient un motif élémentaire qui permet de construire un pavage.



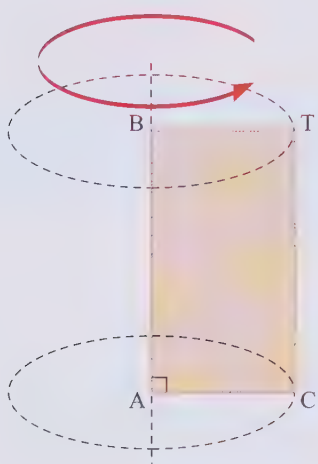
5. Construire le pavage en utilisant des symétries centrales et des translations.

ACTIVITÉS

1 Révolution

Voici la définition qu'un dictionnaire donne du mot **révolution** : *rotation d'un tour entier d'un corps mobile autour de son axe.*

Dans cette activité, on observera une porte qui tourne autour de l'axe de ses gonds.



1. On fait tourner le rectangle ABTC autour de la droite (AB).

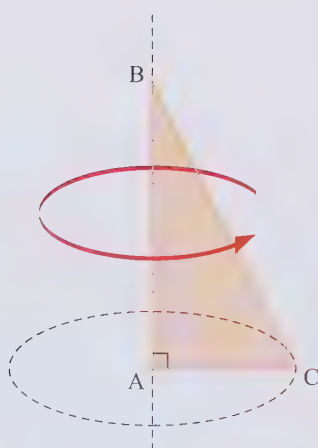
a. Quelle courbe décrit le point C ?

b. Quel est le nom de la surface balayée par le segment [AC] ?

c. Quel est le nom du solide balayé par le rectangle au cours d'une révolution (c'est-à-dire au cours d'un tour) ?

d. Quelle est la mesure de $\widehat{BAC}$? Dans ce mouvement, la mesure de $\widehat{BAC}$ est-elle modifiée ?

e. Citer des exemples d'objets de la vie courante qui ont la forme du solide de la question c.



2. On découpe maintenant le rectangle afin de ne conserver que le triangle ABC rectangle en A. On le fait tourner autour de la droite (AB).

a. Quelle courbe décrit le point C ?

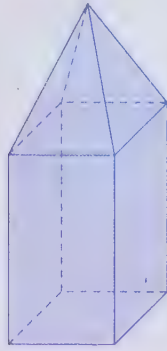
b. Quel est le nom de la surface balayée par le segment [AC] ?

c. Le solide balayé par ce triangle rectangle au cours de sa révolution se nomme **cône de révolution**. Le dessiner en perspective.

d. Citer des exemples d'objets de la vie courante qui ont une forme de cône de révolution.

2 Solides

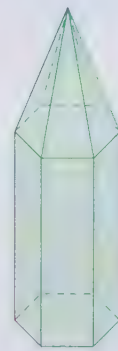
À l'aide des pièces d'un jeu de construction, Nicolas, Stéphane et Aurore veulent respectivement construire les tours A, B et C représentées ci-dessous.



A



B



C

1. a. Parmi les six solides suivants, indiquer ceux que Nicolas doit choisir pour construire une tour de même forme que la tour A.
- b. Même question pour Stéphane et Aurore avec les tours B et C.



1



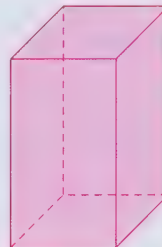
2



3



4



5



6

2. Pour construire leurs tours, Nicolas, Stéphane et Aurore ont utilisé les six solides représentés ci-dessus. Associer chacun d'eux à l'une des expressions suivantes :

parallélépipède rectangle

prisme droit à base hexagonale

cylindre de révolution

cône de révolution

pyramide à base hexagonale

pyramide à base carrée

3. Observer les six solides ci-dessus puis recopier et compléter les phrases suivantes :
 - a. Un prisme droit a pour base un et pour faces latérales des
 - b. Une pyramide a pour base un et pour faces latérales des
 - c. Un cylindre, ou un cône de révolution, a pour base un

3 Prendre de la hauteur

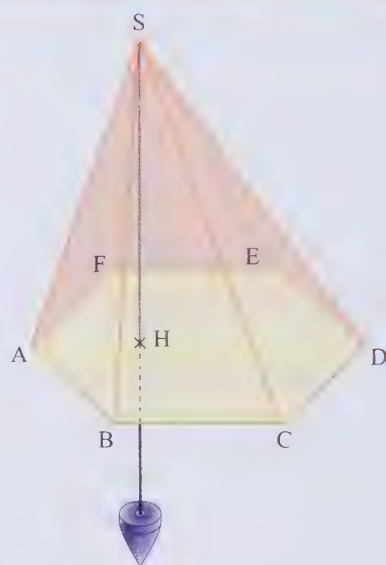


1. Voici une pyramide creuse dont la base $ABCDEF$ est horizontale. On a suspendu au sommet S un fil à plomb qui transperce le plan de base en H .

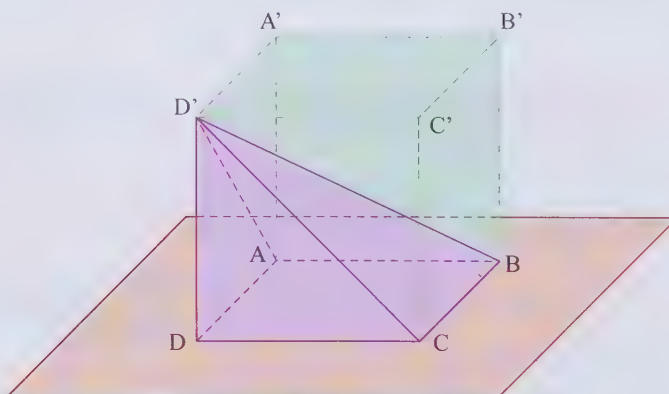
a. Parmi les segments tracés sur la figure, lequel indique la hauteur de la pyramide ?

b. À l'aide des points nommés sur la figure, citer des droites qui passent par H et qui sont horizontales. Quelle est la droite verticale qui passe par H ?

c. Citer plusieurs droites passant par H et qui sont perpendiculaires à (SH) .



2. Dans le cube d'arête 10 cm représenté ci-dessous, on a découpé la pyramide $D'ABCD$ de sommet D' et de base $ABCD$.



a. On pose la base $ABCD$ sur un plan horizontal. Quelle est la droite verticale qui passe par D' ?

b. Quelle est la hauteur de la pyramide $D'ABCD$?

4 Construire un cône

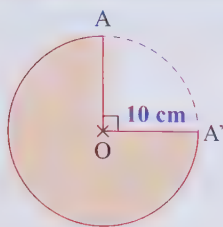


Fig. 1

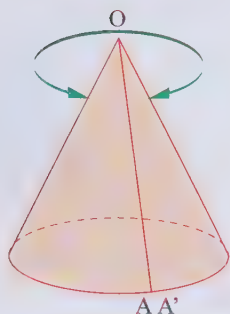


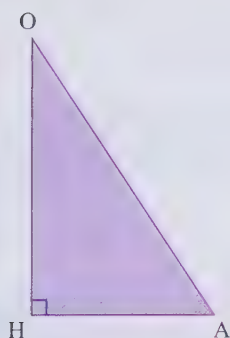
Fig. 2

1. Tracer un disque de centre O et de rayon 10 cm puis deux rayons perpendiculaires [OA] et [OA']. Découper ce disque puis en enlever le quart, délimité par les deux rayons [OA] et [OA'], et qui ne servira plus dans la suite de cette activité (voir figure 1).

2. Le morceau restant va permettre de construire la surface latérale d'un cône. En utilisant du ruban adhésif, placer les rayons [OA] et [OA'] en coïncidence (voir figure 2).

3. a. Calculer le périmètre que devrait avoir le disque de base pour s'ajuster à la surface latérale du cône. En déduire la valeur de son rayon à 1 mm près.

b. À l'aide d'un double décimètre, vérifier le résultat en évaluant le diamètre sur le solide de la question 2.



4. Pour obtenir un cône identique à celui ci-dessus, on peut faire tourner un triangle rectangle autour de (OH), H étant le centre du disque de base (voir figure ci-contre).

a. Combien mesure [OA] ? et [HA] ?

b. Tracer en vraie grandeur le triangle OHA.

c. À l'aide de ce triangle, et en utilisant le théorème de Pythagore, calculer l'arrondi au mm de la hauteur du cône.

5 Volume d'une pyramide

1. Construire trois pyramides dont un patron correspond au modèle ci-contre.

2. Disposer ces trois pyramides de façon à obtenir un cube.

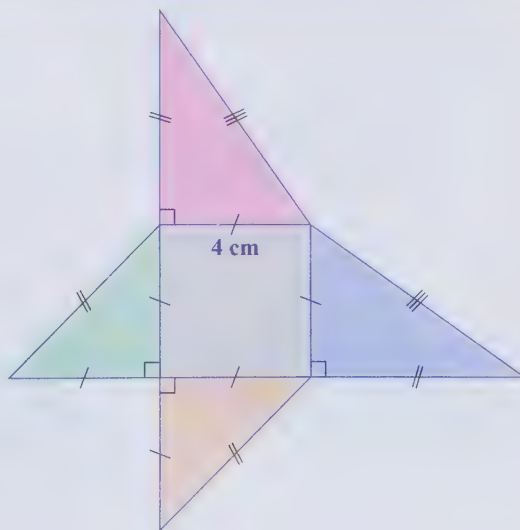
3. Calculer le volume du cube et en déduire le volume d'une pyramide.

4. a. Quelle est la hauteur h de chaque pyramide ?

b. Quelle est l'aire $\mathcal{B}$ de sa base ?

c. Calculer l'expression $\frac{\mathcal{B} \times h}{3}$.

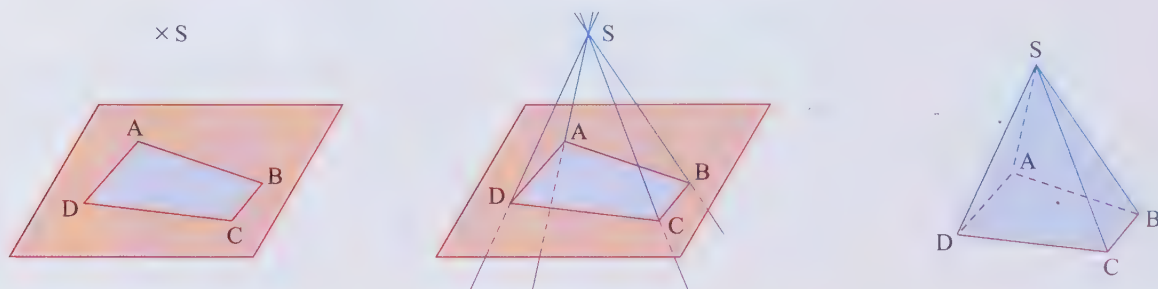
d. Que constate-t-on ?



1 Pyramide

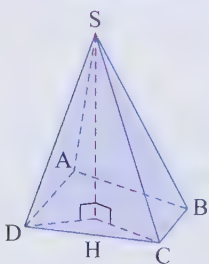
a • Comment l'obtient-on ?

On dispose d'un polygone et d'un point S qui n'est pas situé dans le plan du polygone.



On joint le point S à chaque sommet du polygone et on obtient une **pyramide**.

b • Vocabulaire



Dans la pyramide ci-contre, on distingue :

- le **sommet** S ;
- la **base** qui est le polygone ABCD ;
- 4 **faces latérales** triangulaires SAB, SBC, SCD et SDA ;
- 4 **arêtes latérales** [SA], [SB], [SC] et [SD] ;
- la **hauteur** [SH], perpendiculaire à toutes les droites du plan de base qui passent par H. On dit aussi que la longueur SH est la hauteur de la pyramide.

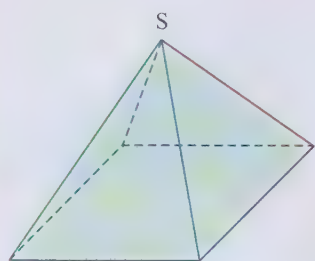
c • Représentation en perspective et patron

Un patron de pyramide se compose du polygone de base et des faces latérales triangulaires.

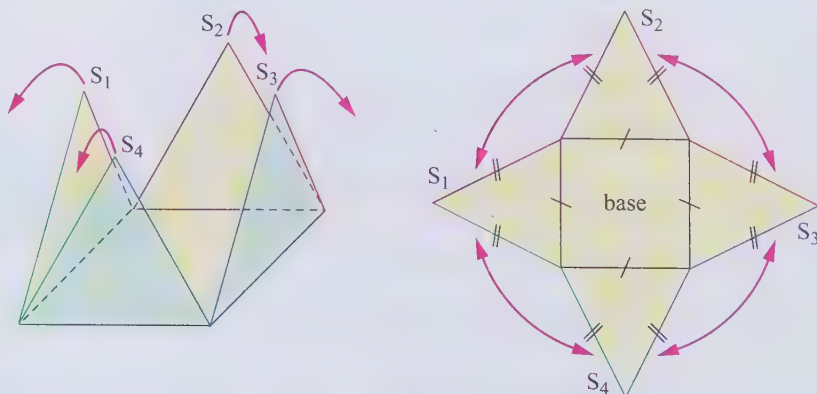
EXEMPLE

Voici une pyramide dont la base est carrée et dont les faces latérales sont des triangles isocèles (pyramide régulière à base carrée).

Une représentation
en perspective
de cette pyramide



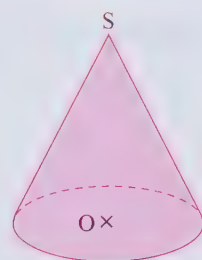
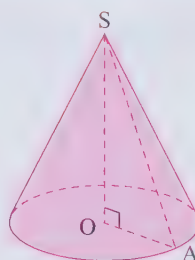
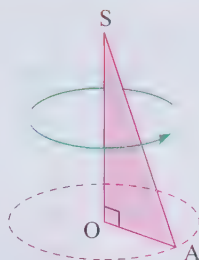
Un patron de cette pyramide



2 Cône de révolution

a • Comment l'obtient-on ?

On fait tourner un triangle rectangle autour d'un des côtés de l'angle droit et on obtient un **cône de révolution**.



b • Vocabulaire

Dans le cône ci-dessus, on distingue :

- le **sommet** S ;
- la **base** qui est un disque de rayon OA ;
- la **hauteur** [SO], perpendiculaire à toutes les droites du plan de base qui passent par O. On dit aussi que la longueur SO est la hauteur du cône.

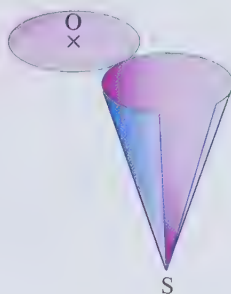
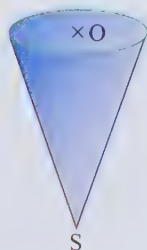
c • Représentation en perspective et patron

Un patron de cône se compose de la base et de la surface latérale.

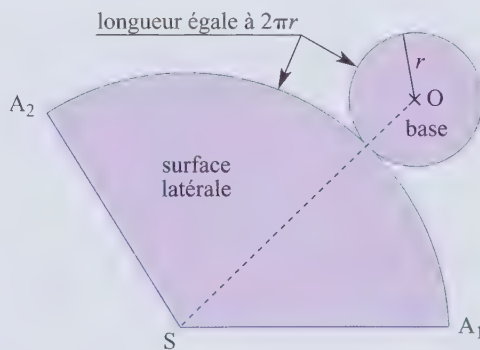
EXEMPLE

Considérons un cône dont la base est un disque de rayon r .

Une représentation en perspective de ce cône



Un patron de ce cône



3 Volume de la pyramide ou du cône de révolution

Pour une pyramide ou un cône de révolution, le volume $\mathcal{V}$ est donné par :

$$\mathcal{V} = \frac{\text{aire de base} \times \text{hauteur}}{3}$$

Cette formule générale peut se retenir sous la forme :

$$\mathcal{V} = \frac{\mathcal{B}h}{3}$$

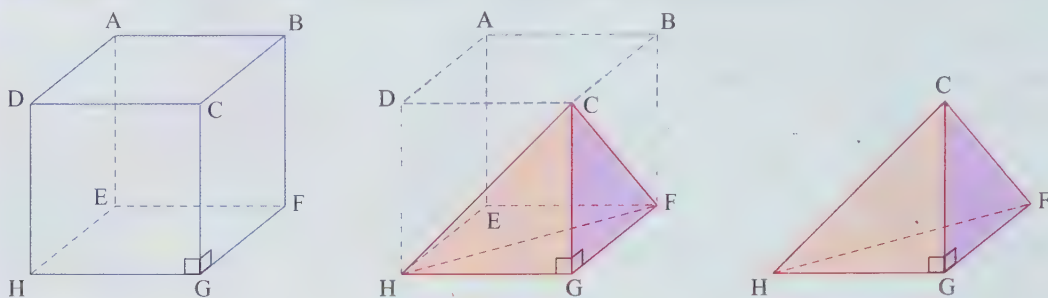
REMARQUE

Dans le cas d'un cône de révolution de hauteur h et dont le rayon de base est r , on obtient :

$$\mathcal{V} = \frac{\pi r^2 h}{3}$$

1 Réaliser un patron d'une pyramide

Exemple On considère ci-dessous un cube d'arête 5 cm dont on extrait la pyramide HGFC. Construire un patron de cette pyramide en prenant pour base HGF.



1^{re} étape

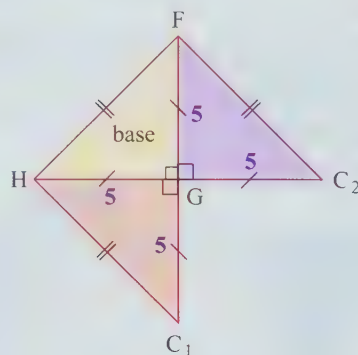
On repère les renseignements utiles à la construction demandée.

- Les arêtes du cube sont toutes de même longueur, donc $GC = GH = GF = 5 \text{ cm}$.
- Les diagonales des faces du cube ont la même longueur, donc CHF est un triangle équilatéral.
- On en déduit que CGH, CGF et HGF sont trois triangles rectangles isocèles superposables.

2^e étape

On trace en vraie grandeur les faces dont les dimensions sont données par le texte.

- On dessine la base HGF.
- On complète en dessinant les deux faces latérales pour lesquelles on a assez de renseignements.



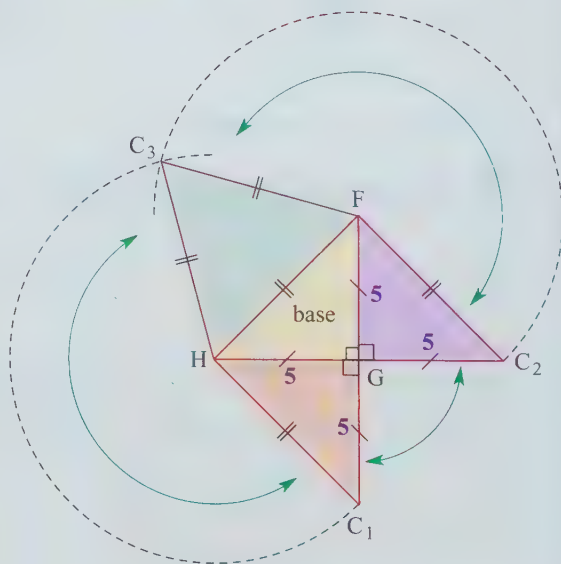
3^e étape

On complète le patron en utilisant un compas.

On dessine la troisième face latérale, qui est un triangle équilatéral, en reportant les longueurs au compas.

REMARQUES

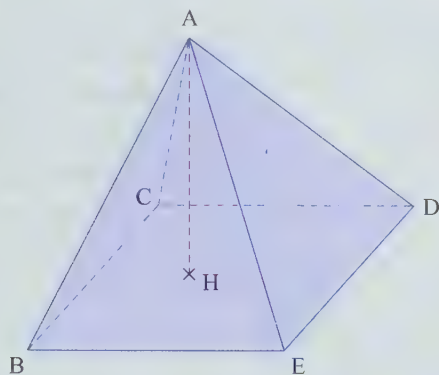
- Lorsque le patron est replié dans l'espace, les points C_1 , C_2 et C_3 coïncident au point C.
- Les arêtes qui coïncident sont de même longueur.



► Voir exercice n° 19, p. 262.

2 Calculer le volume d'une pyramide ou d'un cône

Exemples 1 La pyramide ci-dessous a pour base un carré de côté 5 cm et pour hauteur $AH = 6$ cm.



Calculer son volume en cm^3 .

1^{re} étape

On écrit la formule.

$$V = \frac{\text{aire de base} \times \text{hauteur}}{3}$$

2^e étape

On remplace par les données du problème.

Aire du carré de base : BE^2 .

$$\text{Donc } V = \frac{BE^2 \times AH}{3}.$$

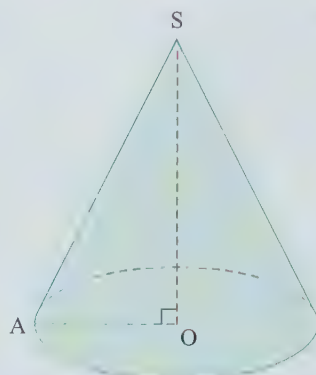
3^e étape

On calcule et on conclut.

$$V = \frac{5^2 \times 6}{3} = 50.$$

Le volume de la pyramide est 50 cm^3 .

2 Le cône de révolution ci-dessous a pour hauteur 5 cm et pour rayon de base 3 cm.



Calculer l'arrondi de son volume au dixième de cm^3 .

1^{re} étape

On écrit la formule.

$$V = \frac{\text{aire de base} \times \text{hauteur}}{3}$$

2^e étape

On remplace par les données du problème.

Aire du disque de base : $\pi \times OA^2$.

$$\text{Donc } V = \frac{\pi \times OA^2 \times SO}{3}.$$

3^e étape

On calcule et on conclut.

$$V = \frac{\pi \times 3^2 \times 5}{3} = 15\pi.$$

Le volume du cône de révolution est $15\pi \text{ cm}^3$ et l'arrondi demandé est $47,1 \text{ cm}^3$.

► Voir exercices n^{os} 32 et 34, p. 264.

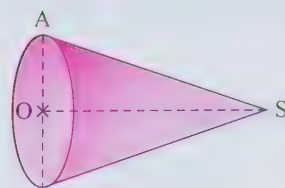
choisir les outils

Exercice 1 Réaliser un patron de cône

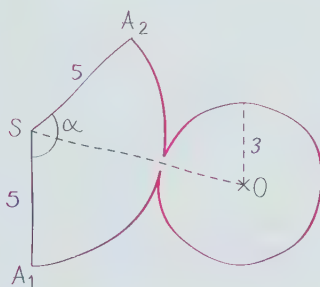
Dans le cône de révolution ci-contre, on donne :

$SA = 5 \text{ cm}$ et $OA = 3 \text{ cm}$.

Construire un patron de ce cône.



Solution



$SA_1 = SA = 5 \text{ cm}$.

Pour construire l'arc $\widehat{A_1 A_2}$, on a besoin de connaître α .

Pour calculer α , on cherche la longueur L de l'arc $\widehat{A_1 A_2}$.

D'après le cours, L est égale au périmètre de base, donc :
 $L = 2 \times \pi \times 3 = 6\pi$.

Le périmètre du cercle de centre S et de rayon SA est :
 $2 \times \pi \times 5 = 10\pi$.

Dans un cercle, la longueur de l'arc est proportionnelle à la mesure de l'angle au centre qui le détermine :

Angle au centre en degrés	360	α
Longueur de l'arc en cm	10π	6π

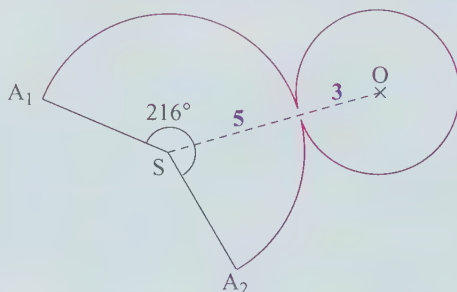
$$\alpha \times 10\pi = 360 \times 6\pi,$$

$$\alpha = \frac{360 \times 6\pi}{10\pi},$$

$$\alpha = 216^\circ.$$

Ainsi, $\widehat{A_1 S A_2}$ mesure 216° .

Le patron demandé a alors l'allure suivante :



Commentaires

► On commence par dessiner à main levée une figure représentant le patron demandé, c'est-à-dire : la surface latérale, qui est une partie du disque de rayon SA , et le disque de base.

► Quelles sont les données ?

► De quoi a-t-on besoin ?

► Cette méthode a été vue en 5^e.

► Toutes les longueurs sont exprimées en cm.

► 360° correspond au cercle entier.

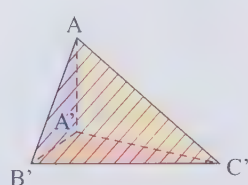
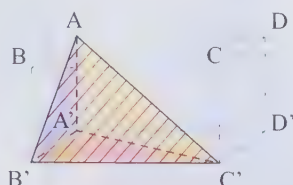
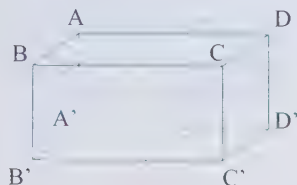
► On calcule la quatrième proportionnelle. Dans un tableau de proportionnalité, les produits « en croix » sont égaux.

choisir les outils

Exercice 2 Calculer des longueurs dans l'espace

On extrait la pyramide $AA'B'C'$ d'un parallélépipède rectangle comme indiqué ci-dessous. On donne $BA = 4$ cm, $BC = 6$ cm et $BB' = 3$ cm.

Calculer la distance du sommet A de la pyramide à chacun des sommets de la base $A'B'C'$.

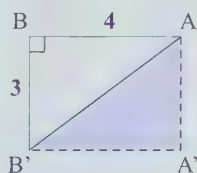


Solution

Calcul de AA' :

$AA' = BB'$, donc $AA' = 3$ cm.

Calcul de AB' :



Dans le triangle ABB' rectangle en B, d'après le théorème de Pythagore, on a $AB'^2 = AB^2 + BB'^2$.

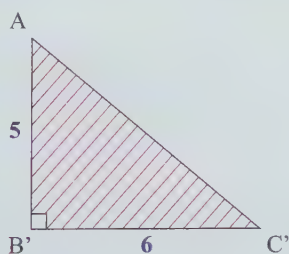
Donc $AB'^2 = 4^2 + 3^2 = 25$

et $AB' = \sqrt{25} = 5$ (en cm).

Calcul de AC' :

La droite $(B'C')$ est perpendiculaire à toutes les droites de la face $ABB'A'$ qui passent par B' .

Le triangle $AB'C'$ est donc rectangle en B' .



Dans le triangle $AB'C'$ rectangle en B' , d'après le théorème de Pythagore, on a $AC'^2 = AB'^2 + B'C'^2$.

Donc $AC'^2 = 5^2 + 6^2 = 61$ d'où $AC' = \sqrt{61}$

et $AC' \approx 7,8$ (en cm).

Commentaires

► Pour les calculs de longueurs, il faut commencer par dessiner dans son plan ce qui a été représenté en perspective.

On peut ainsi mieux visualiser afin d'utiliser les résultats de géométrie plane.

► Pour permettre le calcul de AB' , on représente la face $AA'B'B$ dans son plan en vraie grandeur.

► La figure suggère d'utiliser le théorème de Pythagore.

► On représente la face $AB'C'$ dans son plan en vraie grandeur.

► La figure suggère d'utiliser encore le théorème de Pythagore.

► La calculatrice donne $\sqrt{61} \approx 7,8$.

travail autonome

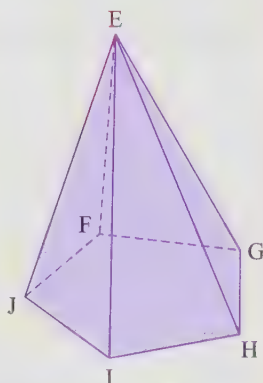
1. Quel est le sommet de la pyramide représentée ci-contre ?

2. Quelle est sa base ?

3. Citer deux faces latérales. Combien y en a-t-il en tout ?

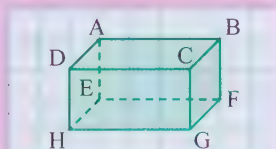
4. Nommer une face latérale cachée puis une face latérale visible.

5. Citer une arête latérale.



2. Dessiner en perspective une pyramide ABCD ayant pour base un triangle ABC tel que le point A soit caché.

Pour les exercices 3 à 6, on considère le parallélépipède rectangle représenté ici en perspective.



3. Reproduire un tel parallélépipède rectangle puis dessiner en perspective la pyramide CEFHG.

4. On donne $AB = 6 \text{ cm}$, $AE = 3 \text{ cm}$ et $AD = 4 \text{ cm}$.

1. Quelle est la base de la pyramide CEFHG ?

2. Quelle est sa hauteur ?

3. Calculer son volume.

5. Reprendre les données de l'exercice 4 et dessiner en perspective la pyramide CFGH puis construire un patron de cette pyramide.

6. **1.** Quelle est l'arête issue de F parallèle à l'arête [AD] ?

2. Quelle est l'arête issue de A perpendiculaire à l'arête [DC] ?

3. Les droites (AE) et (DC) sont-elles en réalité sécantes ? parallèles ?

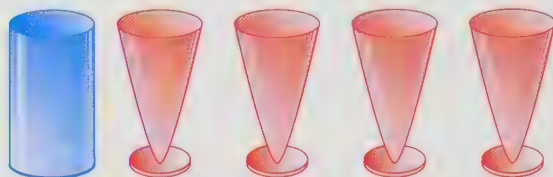
7. La tour représentée ci-contre a une hauteur totale de 20 m. Elle a pour base un carré de côté 5 m et son toit est une pyramide de 5 m de hauteur.

Calculer le volume total de la tour.



8. Calculer le volume d'un cône de hauteur 20 cm et dont le disque de base a pour rayon 6 cm.

9. Tous les verres dessinés ci-dessous ont la même hauteur h et le même rayon de base r .

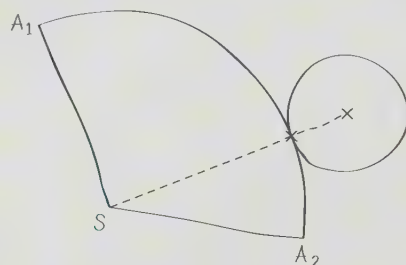


1. Rappeler les formules donnant le volume de chaque verre en fonction de r et de h .

2. Combien de verres rouges Loïc pourra-t-il remplir avec le contenu du verre bleu ?

10. Lise a réalisé à main levée le patron d'un cône de révolution.

En réalité, $SA_1 = 10 \text{ cm}$ et $\widehat{A_1SA_2} = 120^\circ$.



1. L'arc $\widehat{A_1A_2}$ représente une fraction du cercle de centre S et de rayon SA_2 . Quelle est cette fraction :

a. $\frac{120}{10}$? b. $\frac{120}{180}$? c. $\frac{120}{360}$?

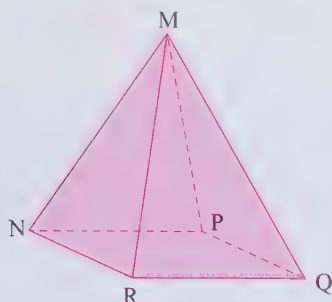
2. Calculer la longueur de l'arc $\widehat{A_1A_2}$ puis en déduire le périmètre de base du cône.

3. Calculer l'aire de la surface latérale du cône.

s'entraîner

Représentation en perspective

- 11** Ric et Rac sont deux charmants Dimathémabilitus (variété d'insectes bien connue). Ils se déplacent chacun sur les arêtes de la pyramide représentée ci-dessous.



Ric se rend de N à Q en suivant les arêtes [NR] puis [RQ].

Au même moment Rac, qui était au sommet Q, veut se rendre en N en étant sûr de ne pas rencontrer Ric. Donner la liste des chemins que peut suivre Rac.

- 12** 1. En utilisant un quadrillage, reproduire et compléter les deux figures suivantes qui représentent en perspective la même pyramide à base carrée.

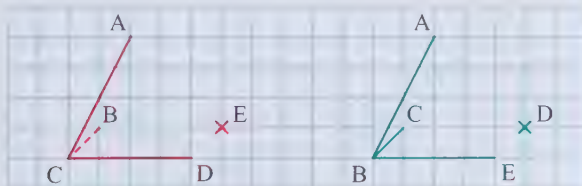
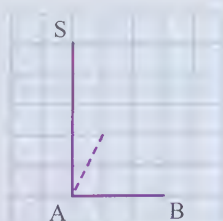


Fig. 1

Fig. 2

2. Pour chacune des deux figures obtenues, indiquer quelles sont les faces cachées et les faces visibles.

- 13** On a commencé à représenter ci-contre en perspective une pyramide de sommet S, de base carrée ABCD et de hauteur [SA].

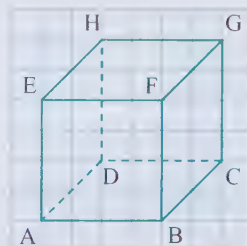


1. À l'aide d'un quadrillage, reproduire et compléter son dessin en perspective.

2. Cette pyramide est représentée avec SAB comme vue de face.

- a. Quelle est la nature du triangle SAB ?
b. Quelle est en réalité la nature du triangle SAD ?

- 14** 1. À l'aide d'un quadrillage, reproduire en perspective le cube représenté ci-dessous.



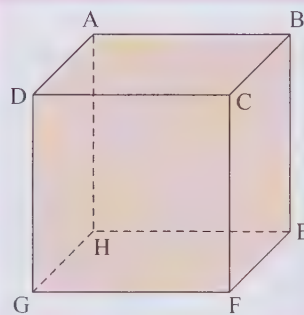
2. a. Sur le même dessin, construire le point S au-dessus de EFGH tel que la pyramide EFGHS ait :

- pour faces latérales des triangles isocèles ;
- une hauteur égale à l'arête du cube.

- b. Finir de tracer la pyramide.

Parallélisme et orthogonalité

Pour les exercices 15 à 18, on considère le cube représenté ci-dessous.



- 15** 1. Recopier et compléter le tableau suivant :

Pyramide	Sommet	Base	Hauteur
BHGF	B		[BE]
ACFEB			
FADGH			
ABHG	B		
ABHG	G		

2. a. Reproduire le cube en perspective et y faire apparaître la pyramide ACFEB.

- b. Même consigne pour la pyramide FADGH sur une nouvelle figure.

exercices

16 En utilisant les lettres de la figure, citer :

- une droite parallèle à (AG) ;
- deux droites perpendiculaires à (AG).

17 Quelle est en réalité la nature précise de chacun des triangles CFG, ABD, AHF et ACG ? Justifier chaque réponse.

18 La pyramide DACG n'a que des faces triangulaires.

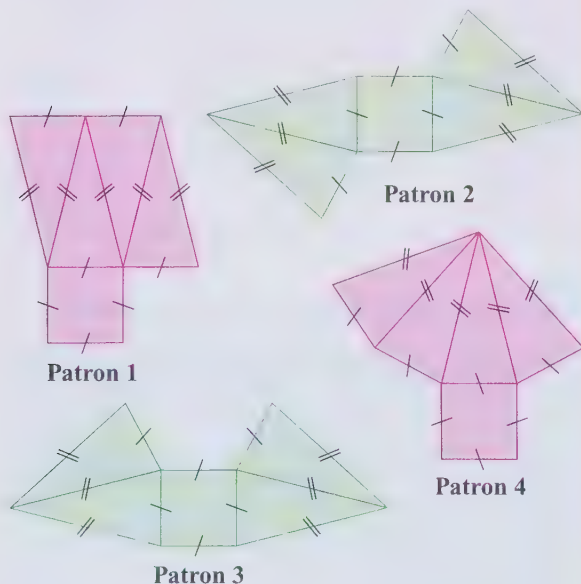
- Quelle est sa hauteur si on prend pour base DCG ?
- Quelle est sa base si on prend pour hauteur [DG] ?
- Combien mesurent les angles $\widehat{ADC}$, $\widehat{GDA}$ et $\widehat{GAC}$? Justifier chaque réponse.

Patrons

19 Réaliser un patron d'une pyramide qui a pour base un carré de côté 3 cm et dont toutes les arêtes ont la même longueur.

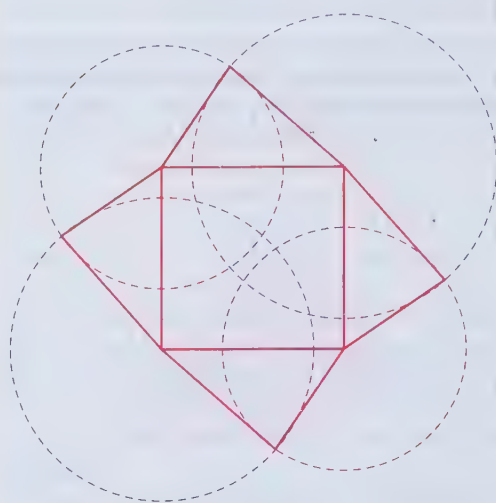
► Voir *Connaître les outils 1*, p. 256.

20 Parmi les patrons suivants, deux seulement sont des patrons de pyramide. Lesquels ?

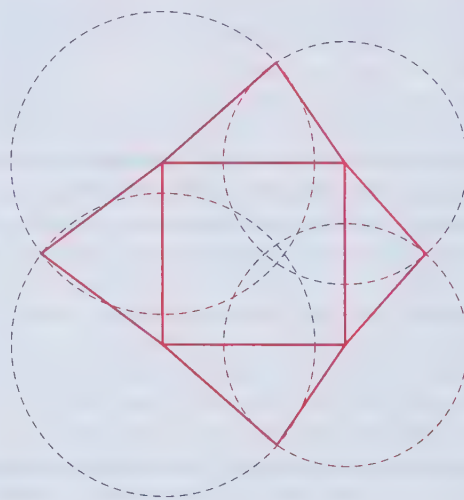


21 Une pyramide a pour base un rectangle de largeur 3 cm et de longueur 5 cm. Ses faces latérales sont des triangles isocèles ayant chacun deux côtés de 4 cm. Réaliser le patron de cette pyramide.

22 À partir d'un carré de côté 6 unités, et à l'aide de deux cercles de rayon 5 unités et de deux cercles de rayon 4 unités, Mario et Tania prétendent chacun avoir construit en rouge un patron de pyramide.



Mario



Tania

- À l'aide d'un compas, reproduire chaque figure sur une feuille quadrillée puis coder pour chacune d'elles les arêtes de même longueur.
- Découper puis plier chaque figure qui aura été tracée en rouge.
 - Dire si chacune d'elles correspond bien à un patron de pyramide.

23 Construire un patron de pyramide constitué d'un carré, de deux triangles rectangles et de deux triangles isocèles. Coder la figure.

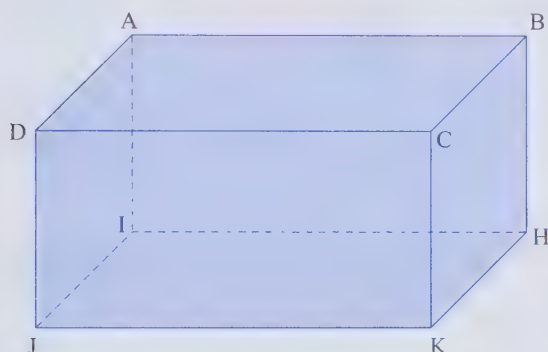
exercices

24 Un tétraèdre régulier est une pyramide qui possède quatre faces qui sont toutes des triangles équilatéraux.

1. Que peut-on dire de toutes les arêtes de cette pyramide ?

2. Réaliser le patron d'un tétraèdre régulier d'arête 4 cm.

25 On considère le parallélépipède rectangle ci-dessous.



On donne $AB = 6$ cm, $AI = 3$ cm et $AD = 4$ cm. On désire construire le patron de la pyramide ABHIC.

1. Quel est son sommet ? Quelle est sa base ?

2. Construire sa base en vraie grandeur.

3. Quelle est en réalité la nature exacte de la face HBC ? et celle de la face ABC ?

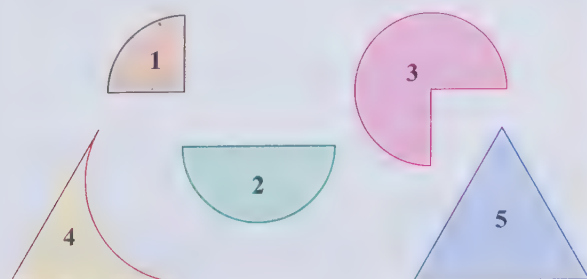
4. Quelle est en réalité la nature exacte du quadrilatère ACKI ? En déduire la nature de la face ACI.

5. a. Dessiner à main levée un patron de la pyramide ABHIC. Sur ce patron, coder les angles droits et les segments de même longueur puis y reporter les dimensions connues.

b. Construire précisément ce patron.

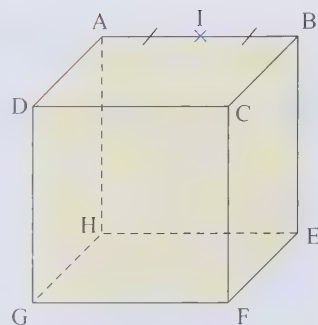
Indication : utiliser un compas pour tracer des segments de même longueur.

26 Parmi les cinq figures suivantes, indiquer celles qui peuvent être des faces latérales d'un cône de révolution.



27 On a représenté ci-contre un cube d'arête 4 cm.

On désire construire le patron de la pyramide IEFGH.



1. Quel est son sommet ? Quelle est sa base ?

2. Tracer sa base en vraie grandeur.

3. a. Préciser la nature des faces IHG et IEF.

b. Construire en vraie grandeur la face ABEH du cube et y placer le point I.

4. a. Dessiner à main levée un patron de la pyramide IEFGH. Sur ce patron, coder les angles droits et les segments de même longueur puis y reporter les dimensions connues.

b. Construire précisément ce patron.

Indication : pour les dimensions inconnues, utiliser la figure de la question 3b et un compas.

Des conversions

28 Transformer en m :

- a. 240 cm ; b. 452 mm ;
- c. 2,87 dm ; d. 0,076 3 dam ;
- e. 0,078 25 km.

29 Transformer en m^2 :

- a. 283 dm^2 ; b. 0,758 km^2 ;
- c. 6 861 dm^2 ; d. 560 000 mm^2 ;
- e. 72 000 000 cm^2 .

30 Transformer en m^3 :

- a. 78 520 dm^3 ; b. 255 600 cm^3 ;
- c. 46 100 600 mm^3 ; d. 85,5 cm^3 ;
- e. 0,03 dam³.

31 Rappel : 1 L = 1 dm^3 .

Recopier et compléter les égalités suivantes :

- a. 8,5 cm^3 = 8 500 ;
- b. 75,1 dm^3 = L ;
- c. 8 756 L = m^3 ;
- d. 5,5 mL = mm^3 ;
- e. 5,65 L = 5 650 ;
- f. 5,65 L = mm^3 ;
- g. 0,653 m^3 = dm^3 ;
- h. 0,23 m^3 = L .

exercices

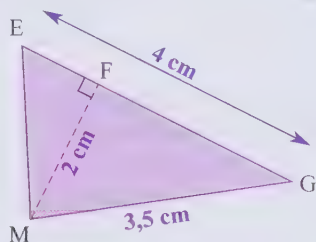
Volumes

32 Deux célèbres pyramides

1. La pyramide de Khéops a pour base un carré de 230 m de côté et une hauteur de 137 m. Calculer son volume.
2. La pyramide du Louvre a pour base un carré de 35 m de côté et une hauteur de 22 m. Calculer son volume.

► Voir *Connaître les outils 2*, p. 257.

33 Une pyramide de hauteur 6 cm a pour base le triangle représenté ci-dessous.

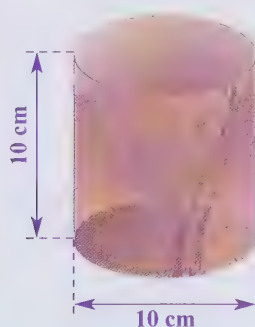


Un cube a pour arête 2 cm.

Un cône de révolution a pour hauteur 2 cm et pour rayon de base 2 cm.

1. Calculer le volume de ces trois solides.
2. Quel est celui qui a le plus grand volume ?

34 Un pot à crayons en bois a la forme d'un cylindre de révolution dans lequel on a creusé un cône comme le montre le dessin ci-dessous.

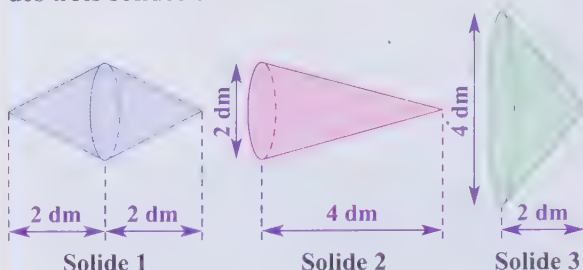


1. Dire instantanément et sans calcul si le volume du pot paraît égal à :
 - a. la moitié du volume du cylindre ;
 - b. le quart du volume du cylindre ;
 - c. le tiers du volume du cylindre ;
 - d. les deux tiers du volume du cylindre.
2. Vérifier par le calcul la réponse faite à la question 1.

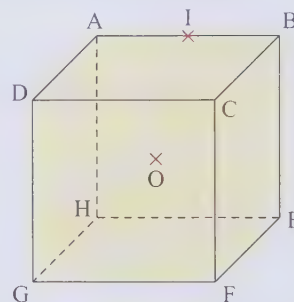
► Voir *Connaître les outils 2*, p. 257.

35 L'intérieur d'un pluviomètre a la forme d'un cône de révolution de hauteur 30 cm et dont la base a un rayon de 10 cm. Quel est son volume intérieur (arrondir au cm^3) ?

36 Calculer puis comparer le volume de chacun des trois solides ci-dessous.



37 On considère le cube ABCDHEFG ci-dessous d'arête 6 cm. Soit I le milieu de [AB] et O le centre du cube.



Calculer le volume de chacune des pyramides suivantes :

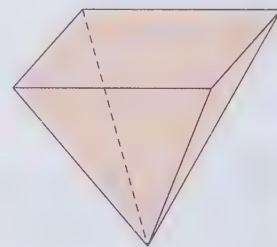
- a. ABCDF ;
- b. DAHGI ;
- c. GHEFO.

38 Un élément architectural a la forme d'une pyramide à base carrée comme le montre la figure ci-contre.

Le carré de base a 6 m de côté et la hauteur de la pyramide est 6 m.

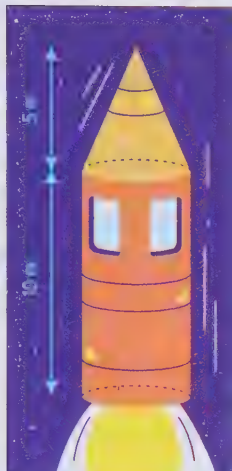
L'architecte a réalisé une maquette de cet élément à l'échelle 1/10.

1. a. Calculer les dimensions de la maquette.
- b. Quel est son volume ?
2. a. Quel est le volume réel de l'élément architectural ?
- b. Par combien doit-on multiplier le volume de la maquette pour obtenir celui de l'élément architectural ?



exercices

- 39** Le volume de la partie conique de la fusée représentée ci-contre est 20 m^3 . Quel est le volume total de la fusée ?

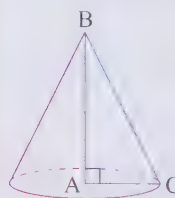


- 40** Recopier et compléter le tableau suivant dont les données sont celles de pyramides ou de cônes de révolution :

Aire de base	Hauteur	Volume
5 cm^2	12 cm	
3 cm^2	50 mm	
.....	4 cm	6 cm^3
9 cm^2		3 dm^3
9 m^2		15 m^3

Indication : faire attention aux unités.

- 41** ABC est un triangle rectangle en A tel que $AB = 2 AC$. On obtient le cône $\mathcal{C}_1$ en faisant tourner le triangle ABC autour de (AB) puis le cône $\mathcal{C}_2$ en faisant tourner le triangle ABC autour de (AC). On pose $AC = x$.



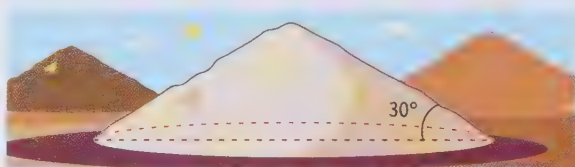
Cône $\mathcal{C}_1$



Cône $\mathcal{C}_2$

- Exprimer en fonction de x le volume de $\mathcal{C}_1$ puis celui de $\mathcal{C}_2$.
- Quel est celui des deux cônes qui a le plus petit volume ?

- 42** Du sable sec sortant d'une trémie a formé en tombant un cône dont le diamètre de base mesure 10 m et qui forme un angle de 30° avec l'horizontale.



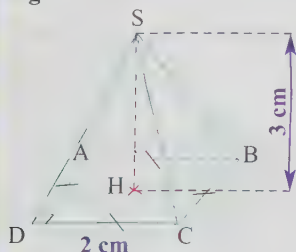
Calculer le volume du tas de sable, arrondi au dixième de m^3 .



Calcul mental

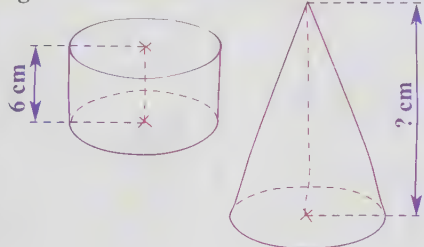
- 43** Pour chacune des figures suivantes, trouver la valeur demandée par un calcul de tête (les figures sont faites à main levée et ne sont pas à l'échelle).

Fig. 1



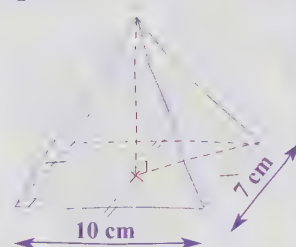
Volume de la pyramide ?

Fig. 2



Le cône et le cylindre ont le même rayon de base et le même volume.
Hauteur du cône ?

Fig. 3



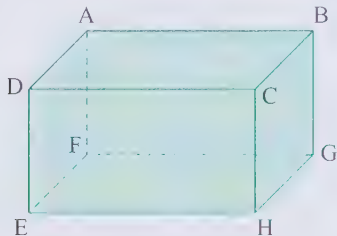
Le volume de la pyramide est 700 cm^3 .
Hauteur de la pyramide ?

exercices

Longueurs, angles et aires

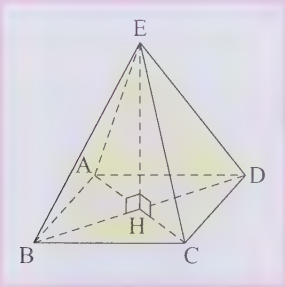
44 Une pyramide a pour base un carré. Son volume est 196 cm^3 et sa hauteur mesure 12 cm . Calculer la longueur du côté du carré de base.

45 On considère le parallélépipède rectangle ci-dessous pour lequel on donne : $AB = 7 \text{ cm}$; $AD = 5 \text{ cm}$ et $AF = 4 \text{ cm}$.



1. Dessiner sa face ABCD en vraie grandeur.
2. Calculer la valeur exacte de AC puis indiquer sa valeur arrondie au millimètre.
3. En utilisant le dessin de la question 1 et à l'aide d'un compas, construire le triangle ACH en vraie grandeur.
4. Calculer la valeur exacte de AH puis indiquer sa valeur arrondie au millimètre.

Pour les exercices 46 à 48, on considère la pyramide régulière représentée ci-dessous ayant pour base le carré ABCD de centre H et pour hauteur [EH]. Toutes ses faces latérales sont des triangles isocèles de sommet principal E.



- 46** On donne $AB = 5 \text{ cm}$ et $EH = 6 \text{ cm}$.
1. Dessiner la base ABCD en vraie grandeur puis calculer AH^2 .
 2. a. Faire une autre figure et dessiner le triangle AEH en vraie grandeur, en utilisant le compas pour reporter la longueur du segment [AH] tracé à la question 1.
b. Calculer l'arrondi au mm de EA.
 3. En utilisant le cosinus de l'angle $\widehat{HEA}$, calculer l'arrondi au degré de $\widehat{HEA}$.

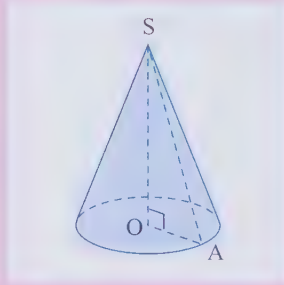
47 On donne $AB = 4 \text{ cm}$ et $EC = 7 \text{ cm}$.

1. Dessiner la base ABCD en vraie grandeur puis calculer la valeur exacte de CH^2 .
2. a. Faire une autre figure et dessiner le triangle EHC en vraie grandeur, en utilisant le compas pour reporter la longueur du segment [CH] tracé à la question 1.
b. Calculer l'arrondi au mm de la hauteur de la pyramide.

48 On donne $\widehat{BEH} = 60^\circ$ et $EH = 2 \text{ cm}$. On veut calculer l'arrondi au mm de BC. Pour cela :

1. Dessiner le triangle EBH en vraie grandeur puis calculer EB et BH^2 .
2. Dessiner la base ABCD en vraie grandeur puis calculer l'arrondi au mm de BC.

Pour les exercices 49 à 52, on considère le cône de révolution représenté ci-dessous.



49 On donne $SO = 12 \text{ cm}$ et $OA = 5 \text{ cm}$.

1. Que représentent SO et OA pour ce cône ?
2. Dessiner le triangle SOA en vraie grandeur.
3. Calculer AS.

50 On donne $SA = 6 \text{ cm}$ et $SO = 4,8 \text{ cm}$.

1. Dessiner le triangle SOA en vraie grandeur.
2. Calculer OA puis en déduire l'arrondi au mm du périmètre de base du cône.

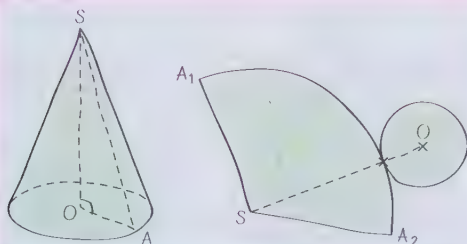
51 On donne $SA = 7,5 \text{ cm}$ et $OA = 4,5 \text{ cm}$.

1. Dessiner le triangle SOA en vraie grandeur.
2. Calculer la hauteur du cône.

52 Reprendre les données de l'exercice 50 pour calculer la mesure de $\widehat{OSA}$ arrondie au degré.
Indication : on peut utiliser le cosinus.

exercices

Pour les exercices 53 à 58, on considère un cône et un de ses patrons dessinés ci-dessous à main levée.



53 On donne $SA_1 = 5 \text{ cm}$ et $\widehat{A_1SA_2} = 135^\circ$.

- 1. a.** Calculer le périmètre du cercle de centre S et de rayon SA_1 arrondi au mm.
- b.** Quelle fraction de ce cercle représente l'arc $\widehat{A_1A_2}$?
- c.** Calculer l'arrondi au mm du périmètre de la base.
- 2. a.** Soit r le rayon du cercle de base. Exprimer le périmètre de base en fonction de r .
- b.** Calculer l'arrondi de r au mm.

54 Reprendre l'exercice 53 avec : $\widehat{A_1SA_2} = 215^\circ$.

- 55** **1.** Avec $SA_1 = 10 \text{ cm}$, Florent a trouvé 17,7 cm comme périmètre de base. Combien mesure, à un degré près, l'angle $\widehat{A_1SA_2}$?
- 2.** Avec $SA = 15 \text{ cm}$, Xavier a obtenu 11,8 cm comme périmètre de base. Combien mesure, à un degré près, l'angle $\widehat{A_1SA_2}$?

56 On donne $SA_1 = 3 \text{ cm}$ et $\widehat{A_1SA_2} = 72^\circ$.

- 1. a.** Tracer en vraie grandeur la surface latérale.
- b.** Calculer l'aire du disque de centre S et de rayon SA_1 .
- 2.** Quelle fraction du disque représente l'aire de la face latérale du cône ?
- 3.** Calculer l'arrondi au cm^2 de l'aire latérale du cône.

57 Reprendre l'exercice 56 avec : $\widehat{A_1SA_2} = 270^\circ$.

- 58** **1.** Avec $SA_1 = 5 \text{ cm}$, Sophie a obtenu $13,1 \text{ cm}^2$ pour l'aire latérale du cône. Calculer l'arrondi au degré de l'angle $\widehat{A_1SA_2}$.
- 2.** Avec $SA_1 = 10 \text{ cm}$, Mourad a trouvé $39,27 \text{ cm}^2$ pour l'aire latérale du cône. Calculer l'arrondi au degré de l'angle $\widehat{A_1SA_2}$.

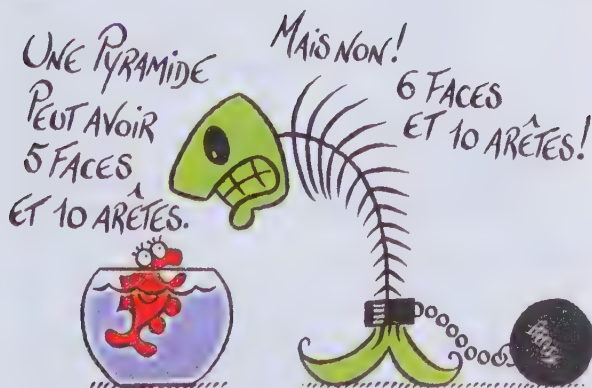
59 On considère une pyramide ABCD dont chacune des faces est un triangle équilatéral de côté 6 cm.

- 1.** Dessiner la face ABC en vraie grandeur et placer I le milieu de [BC].
- 2.** Calculer l'arrondi au mm^2 de l'aire de la surface extérieure de la pyramide ABCD.

Indication : on pourra d'abord calculer AI puis l'aire de ABC.

Qui a raison ?

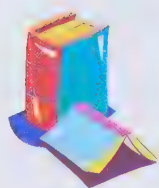
A



B

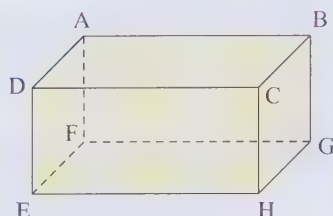


m a î t r i s e r



Lire et comprendre

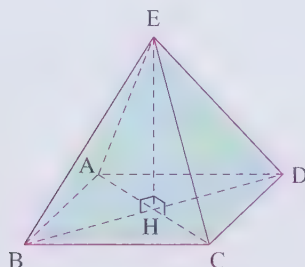
60 On considère la figure ci-contre.



En utilisant des points nommés sur la figure, citer :

- a. deux droites perpendiculaires à une même droite et qui ne sont pas parallèles ;
- b. deux droites qui ne sont pas sécantes mais qui ne sont pas parallèles.

61 Reprendre l'exercice 60 avec la figure ci-dessous.



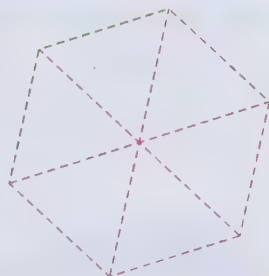
62 Une pyramide a 72 arêtes. Combien a-t-elle de faces latérales ?

63 Une pyramide a 14 faces latérales. Combien a-t-elle d'arêtes ?

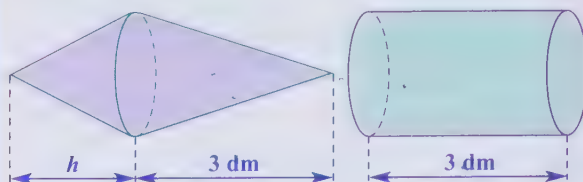
64 Le polygone de base d'une pyramide a 25 sommets. Combien la pyramide a-t-elle d'arêtes ?

Un peu d'astuce !

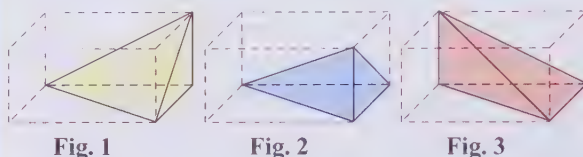
65 Reproduire la figure ci-contre. En repassant en trait plein neuf des segments qui la composent, on voit apparaître un cube représenté en perspective. Réaliser cette construction.



66 Déterminer h pour que les deux solides suivants, qui ont la même aire de base, aient le même volume.



67 On dispose de trois pavés droits identiques. On extrait de chacun d'eux une pyramide comme l'indiquent les figures ci-dessous.



Laquelle de ces pyramides a le plus petit volume ?

Constructions

68 On veut réaliser un patron d'un cône de révolution de hauteur 6 cm et de rayon de base 4,5 cm.

1. Représenter ce cône en perspective et reporter les longueurs connues.
2. a. Dessiner à main levée l'allure d'un patron.
b. Déterminer le rayon du disque qui permet de tracer la surface latérale.
3. a. Calculer les dimensions nécessaires au tracé exact d'un patron.
b. Tracer avec précision un patron.

69 Une pyramide ABCDS a pour base un carré ABCD de centre O et de diagonale 8 cm. Sa hauteur h mesure 3 cm et ses faces latérales sont des triangles isocèles. On veut construire un patron de cette pyramide.

1. Tracer la pyramide en perspective.
2. a. Tracer en vraie grandeur la base de la pyramide et son centre de symétrie O. Combien mesure [OD] ? Justifier.
b. Quelle est la nature du triangle SOD ? Calculer SD.
3. Tracer avec précision un patron de la pyramide ABCDS.

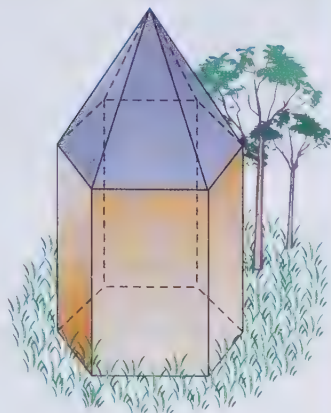
exercices

Calculs divers

70 Toiture

La tour représentée ci-contre a pour base un hexagone régulier de côté 4 m.

La toiture a la forme d'une pyramide dont chaque face latérale est un triangle isocèle ayant deux côtés de 8 m.



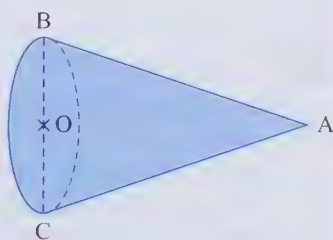
1. Dessiner à l'échelle 1/100 une face latérale de cette pyramide.

2. Calculer à 1 m^2 près l'aire de la toiture.

71 Pour le parallélépipède rectangle de l'exercice 25 p. 263, on donne $JI = 4 \text{ cm}$ et $DJ = 3 \text{ cm}$. De plus, on indique que le volume de la pyramide KADJI est 20 cm^3 . Calculer KJ.

72 Dans le cône de révolution représenté ci-contre, le rayon de base $[OB]$ mesure 2 cm et la hauteur $[OA]$ mesure 8 cm.

Calculer $\widehat{BAC}$ arrondi au degré.

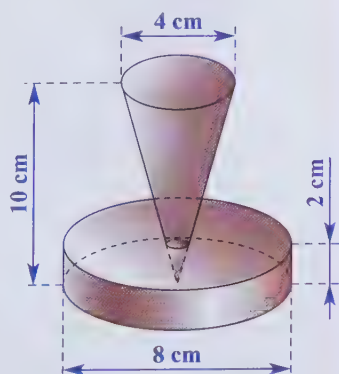


73 Presse-papiers

Un presse-papiers a été usiné dans un bloc de cuivre. Il est constitué d'un cylindre et d'une poignée de forme conique comme le montre la figure ci-contre. Le sommet du cône et le centre du disque de base sont confondus.

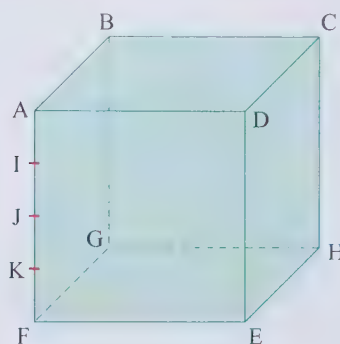
Calculer le volume du presse-papiers puis sa masse.

Indication : chaque dm^3 de cuivre a une masse de 8,9 kg.



Proportionnels ?

74 On a partagé l'arête $[AF]$ du cube ci-dessous en quatre segments de même longueur. On donne $AF = 12 \text{ cm}$.



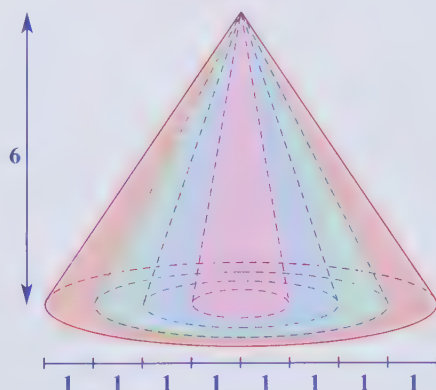
1. Recopier et compléter le tableau suivant qui indique la hauteur et le volume de quatre pyramides :

Pyramide	Hauteur en cm	Volume en cm^3
AEFGH		
IEFGH		
JEFGH		
KEFGH		

2. Peut-on affirmer que le volume de chacune de ces quatre pyramides est proportionnel à sa hauteur ?

3. Généralisation : on considère des pyramides de même base. Justifier que, dans ces conditions, le volume de chaque pyramide est proportionnel à sa hauteur.

75 On considère quatre cônes emboîtés comme le montre la figure ci-dessous. L'unité du graphique est 1 cm.



1. Calculer le volume de chacun de ces quatre cônes.

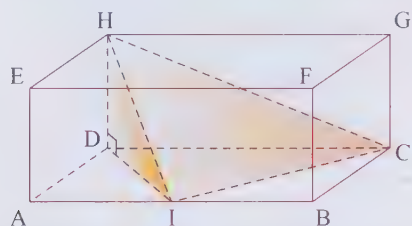
2. Pour des cônes ayant la même hauteur, le volume est-il proportionnel au rayon de base ?

exercices

Problèmes de synthèse

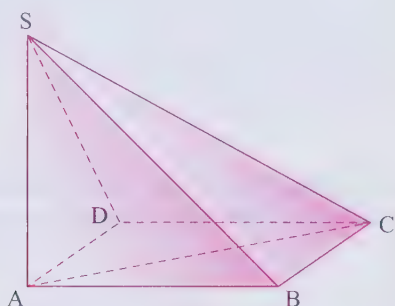
Les exercices 76 à 83 sont des problèmes de synthèse qui font appel à des notions vues dans les chapitres précédents (théorème des milieux, théorème de Pythagore, etc.).

- 76** Soit $ABCDEFGH$ un parallélépipède rectangle tel que $AD = DH = 6$ cm et $AB = 15$ cm. I est le milieu de $[AB]$.



1. a. Représenter en vraie grandeur la face $ABCD$ du parallélépipède et placer le point I .
- b. Calculer l'aire de DIC .
2. En déduire le volume de la pyramide $HDIC$.

- 77** La pyramide $ABCD$ représentée ci-dessous en perspective est telle que :
- $ABCD$ est un rectangle ;
 - SAB , SAD et SAC sont trois triangles rectangles en A ;
 - $SA = AB = 3$ cm et $BC = 4$ cm.



1. a. Calculer la valeur exacte de SB^2 . Justifier les calculs.
- b. Même question pour AC^2 et pour SC^2 .
2. Démontrer que le triangle SBC est rectangle en B .

78 Au lycée hôtelier

David est élève au lycée hôtelier. Il vient de préparer un litre de cocktail de jus de fruits exotiques et il doit remplir six verres de forme conique. Le diamètre de base de chaque verre est égal à la hauteur du cône et mesure 9 cm.

1. a. Calculer le volume total du liquide que peuvent contenir ensemble les six verres (arrondir au cm^3).

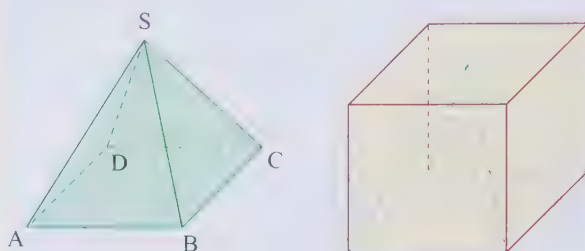
- b. Comparer le volume des six verres avec celui du cocktail préparé.

2. David remplit les verres de façon que le liquide atteigne une hauteur de 8 cm.

- a. Quel est le rayon du cône de liquide ?
- b. Calculer le volume de cocktail contenu dans les six verres (arrondir au cm^3).
- c. David aura-t-il assez de cocktail pour remplir ainsi les six verres ? Justifier la réponse.

79 Un peu d'ordre !

On veut ranger la pyramide $SABCD$ ci-dessous à l'intérieur d'une boîte cubique comme le suggère le dessin de droite.

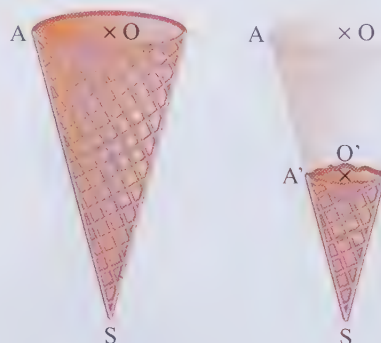


1. Reproduire ces figures en perspective.
2. On donne $AB = 10$ cm et $SA = 12$ cm. Le rangement décrit est-il possible ?
3. Même question si $SA = 13$ cm.

80 Ça fond !

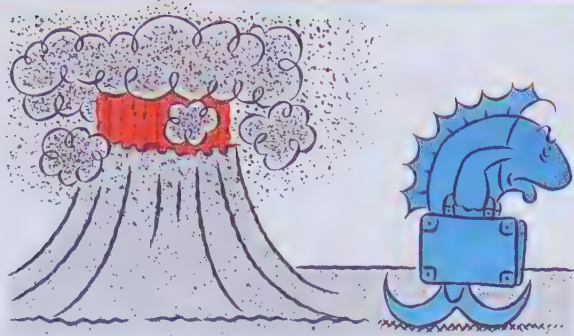
Nathalie mange une glace qui a la forme d'un cône de révolution. Au bout d'un moment, la hauteur de sa glace a diminué de moitié. Les deux figures ci-dessous schématisent la situation.

On donne $SA = 16$ cm et $OA = 3$ cm. On peut admettre que les droites (OA) et $(O'A')$ sont parallèles.



1. Dessiner le triangle SAO à l'échelle $1/2$ et calculer la longueur réelle de $[O'A']$.
2. Calculer le volume de glace qu'a mangé Nathalie.
3. Quelle fraction du volume initial lui reste-t-il à manger ?

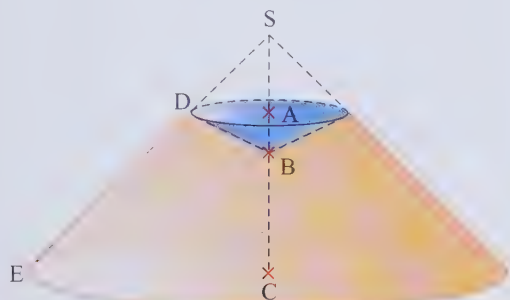
exercices



81 L'eau et le feu

Dans un roman d'aventures, un auteur a imaginé un ancien volcan appelé Bocafuego qui peut être schématisé par deux cônes à bases parallèles comme le montre la figure ci-dessous.

On donne $SC = 1\,500\text{ m}$, $AB = 250\text{ m}$, $SA = 500\text{ m}$, $CE = 1\,500\text{ m}$ et $AD = 500\text{ m}$.

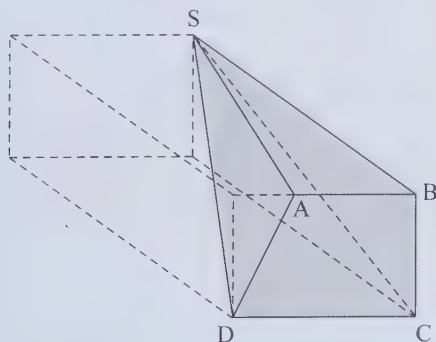


1. Reproduire la figure à l'échelle.
2. La partie coloriée en bleu représente ici le lac Caldeira. Calculer son volume (arrondir à 1 hm^3).
3. Calculer à 1 hm^3 près le volume des roches qui constituent le volcan.

82 Mécanique de précision

Un ajusteur a extrait la pyramide $SABCD$ d'un parallélépipède rectangle en fer de dimensions $SB = 15\text{ cm}$, $DC = 6\text{ cm}$ et $BC = 4\text{ cm}$, comme le montre la figure ci-dessous.

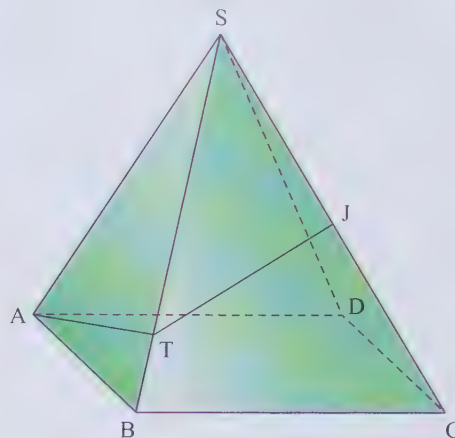
On donne $AB = 4\text{ cm}$.



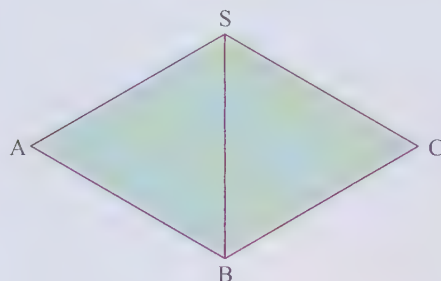
1. Représenter la pyramide $SABCD$ en perspective.
2. Calculer le volume restant du parallélépipède initial.

83 Bibi la souris

On a représenté ci-dessous une pyramide dont la base est un carré de côté 6 m et dont les faces latérales sont quatre triangles équilatéraux.



Bibi la souris doit se rendre par le plus court chemin du point A au point J, milieu de l'arête $[SC]$, en se déplaçant à la surface de la pyramide. Elle voudrait connaître la position exacte du point T, qui est situé sur l'arête $[BS]$ et rendrait ce chemin minimal, ainsi que la longueur du trajet. Elle a donc imaginé, dans sa petite tête de souris, un morceau du patron de la pyramide représenté ci-dessous.



1. Construire à l'échelle $1/100$ ce fragment de patron sur lequel on raisonnera pour les questions 2 à 5.
2. a. Placer le point J et représenter en rouge le plus court chemin pour Bibi.
b. Marquer le point T que recherche Bibi.
3. Les segments $[AC]$ et $[SB]$ se coupent en O. Que représente le point O pour ces deux segments ? Justifier la réponse.
4. a. Que représente le point T pour le triangle SAC ? Justifier la réponse.
b. Calculer la longueur OT.
5. a. Quelle est la nature du triangle AOT ? Justifier la réponse.
b. Calculer AO puis AT.
- c. En déduire la longueur du trajet de Bibi si elle suit ce chemin minimal (arrondir au cm).
6. Indiquer un autre trajet de même longueur.

devoirs à la maison

84 Et la hauteur, patron ?

Dans le patron de cône de révolution représenté ci-contre, on donne :

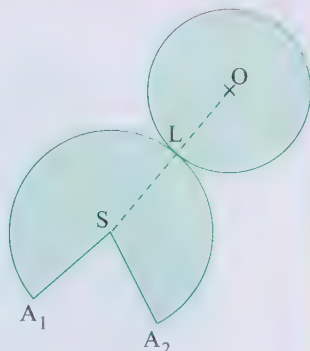
$OS = 16$ cm

et $OL = 6$ cm .

1. Représenter le cône en perspective, marquer les points S, L et O puis indiquer sur le dessin les dimensions données dans le texte.

2. Dessiner le triangle SOL en vraie grandeur.

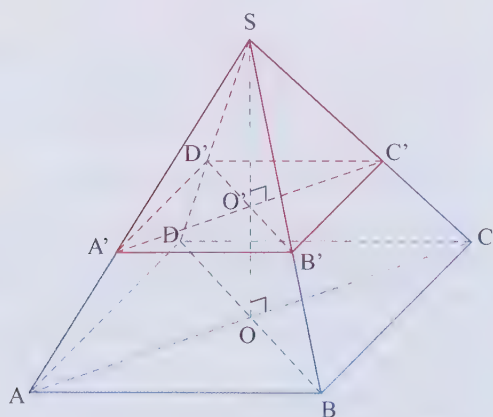
3. Calculer la hauteur du cône. Cette dimension se lit-elle sur le patron ?



85 Pointu et Mastoc

Un chocolatier fabrique de délicieux chocolats de forme pyramidale. La pyramide initiale est une pyramide régulière de sommet S et dont la base est un carré ABCD comme le montre la figure ci-dessous. Avant de vendre ses chocolats, il les partage en deux selon un plan parallèle à la base. Il obtient ainsi un chocolat appelé *Pointu* en forme de pyramide et un autre du nom de *Mastoc*. Ces deux chocolats sont représentés respectivement par $A'B'C'D'S$ et $ABCD A'B'C'D'$ sur le dessin ci-dessous.

On sait que AB mesure 3 cm et que la hauteur SO mesure 5 cm.



1. Calculer le volume V de la pyramide ABCDS.

2. On coupe la pyramide par un plan parallèle à la base. Ce plan coupe [SA] en A', [SB] en B', [SC] en C', [SD] en D' et [SO] en O' tel que $\frac{SA'}{SA} = \frac{3}{5}$.

a. Calculer $A'B'$. Justifier les calculs en précisant la propriété du cours utilisée ainsi que la figure dans laquelle on l'utilise.

b. Même question pour SO' .

3. a. Déterminer l'arrondi au mm^3 du volume V_1 d'un *Pointu*.

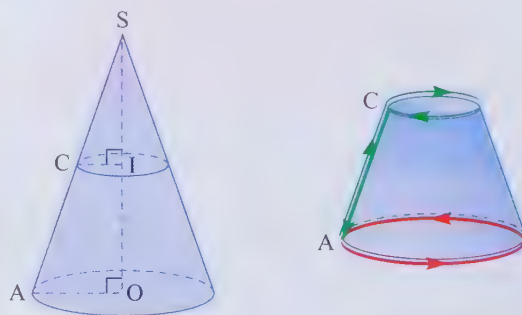
b. En déduire l'arrondi au mm^3 du volume V_2 d'un *Mastoc*.

86 Quelle course !

On a fabriqué un abat-jour à partir d'un cône de révolution comme l'indiquent les figures ci-dessous. On donne $AO = 16$ cm et $SA = 48$ cm .

De plus, C est le milieu de [SA] et les droites (CI) et (AO) sont parallèles.

Deux mouches qui se déplacent à la même vitesse partent au même instant du point A et reviennent en A. L'une suit le chemin rouge et l'autre le chemin vert.

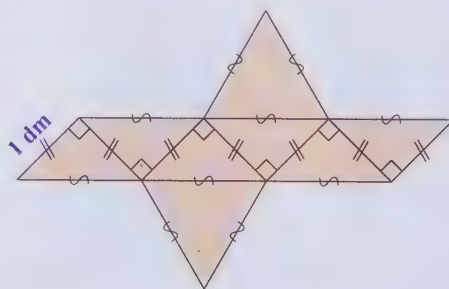


Laquelle des deux mouches revient la première en A ?

D'après le Rallye mathématique de Poitou-Charentes.

87 Berlingorange

Désireux de lancer une nouvelle marque de jus d'orange, un fabricant décide de le conditionner sous une forme originale d'emballage biodégradable, dont on a représenté ci-dessous un patron.



Calculer le volume de ce nouveau conditionnement, arrondi au cm^3 .

Indication : construire et plier le patron.

D'après le Rallye mathématique d'Aquitaine, 2001.

vive les maths !

AVEC DES POLYÈDRES



L'octaèdre

Un octaèdre est un solide qui comprend huit faces triangulaires (voir une représentation « fil de fer » ci-contre dans laquelle les faces sont transparentes et les arêtes toutes visibles). L'octaèdre peut être considéré comme formé de deux pyramides accolées par leur base commune qui est un quadrilatère. Lorsque les huit faces sont des triangles équilatéraux superposables, on obtient un **octaèdre régulier**. C'est l'un des cinq **solides de Platon** (philosophe et géomètre grec, 427-347 avant J.-C.).

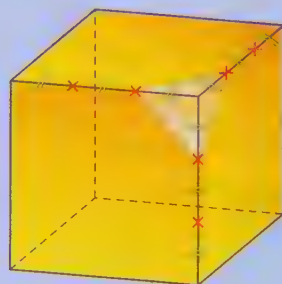
Construire un patron d'un octaèdre régulier dont toutes les arêtes mesurent 3 cm.

Le cuboctaèdre

A. Un cube tronqué

On considère un cube d'arête 6 cm. On en découpe un coin en enlevant à l'un de ses sommets une pyramide dont la base est un triangle équilatéral (voir figure ci-contre).

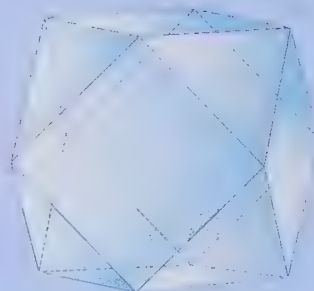
1. Dessiner en perspective le solide obtenu.
2. a. Répéter la même opération sur chacun des sommets restants du cube initial. Examiner le cube tronqué ainsi construit.
b. Combien dénombre-t-on de faces qui sont des triangles équilatéraux ?
c. Combien de côtés possèdent les autres faces ? Quel est leur nom ?
d. Quel est le nombre total de faces ? de sommets ? d'arêtes ?



B. Le cuboctaèdre d'Archimède

On considère de nouveau un cube d'arête 6 cm. On découpe des pyramides à chacun de ses sommets de façon que les faces du cube tronqué ainsi obtenu soient des triangles équilatéraux ou des carrés, comme le montre le dessin ci-contre. Ce solide est appelé **cuboctaèdre d'Archimède**.

1. Où faut-il placer les quatre sommets de chacune des pyramides prélevées ?
2. Parmi les faces du cuboctaèdre :
a. Combien y a-t-il de triangles équilatéraux ?
b. Combien y a-t-il de carrés ?
3. Combien dénombre-t-on d'arêtes ? de sommets ?
4. Dessiner un patron de ce cuboctaèdre.
5. Calculer son volume.
6. Le cuboctaèdre peut aussi s'obtenir en tronquant un octaèdre régulier. Expliquer comment.



1 Calcul numérique

Écriture décimale

1 $A = +5 + 3 = +8$;
 $B = -20 + 1 = -19$;
 $C = 5 - 10 = -5$;
 $D = -4 - 6 = -10$;
 $E = -5 + 6 = 1$.

2 $A = -41$; $B = -2$;
 $C = 3$; $D = -34$.

3 $A = 7$; $B = -9$;
 $C = -4$; $D = 7$.

4 $A = -12$; $B = 10$; $C = -28$;
 $D = -5$; $E = -54$; $F = -0,5$.

5 **a.** Si dans un produit il y a un nombre pair de facteurs négatifs, alors ce produit est positif.
b. Si dans un produit il y a un nombre impair de facteurs négatifs, alors ce produit est négatif.

6 $A = 70$; $B = -168$;
 $C = -108$; $D = 12$.

7 Dans A, il y a 5 facteurs négatifs, 5 est impair donc A est négatif.
 Dans B, il y a 4 facteurs négatifs, 4 est pair donc B est positif.

8 **1. a.** $0,5 \times 2 = 1$.
b. L'inverse de 0,5 est 2.
2. a. $\frac{1}{4} \times 4 = 1$.
b. L'inverse de $\frac{1}{4}$ est 4.

9 Inverse de A : $\frac{1}{-0,4} = -2,5$.
 Inverse de B : $\frac{1}{-0,001} = -1\,000$.
 Inverse de C : $\frac{1}{0,05} = 20$.

10 **1.** A négatif; B positif;
 C positif; D négatif.
2. La calculatrice indique :
 pour A : -0,5; pour B : 0,05;
 pour C : 0,5; pour D : -0,25.

aide

8

8

8

12

14

14

14

12

15

12

11 **1.** $A = 2$; $B = -10$; $C = -2$.

2. $D = \frac{1}{2} = 0,5$; $E = \frac{1}{-10} = -0,1$;

$F = \frac{1}{-2} = -\frac{1}{2} = -0,5$;

$G = \frac{1}{-2} = -0,5$;

$K = \frac{1}{2} = 0,5$.

12 **a.** 5 est l'opposé de -5. 12

b. 0,1 est l'inverse de 10.

c. $\frac{1}{-5}$ est l'inverse de -5.

d. $-\frac{1}{4}$ est l'opposé de $\frac{1}{4}$.

13 **a.** 0; **b.** 1; **c.** $\frac{17}{4}$; **d.** -1; 12

e. $-\frac{15}{4}$; **f.** 1; **g.** $\frac{15}{4}$; **h.** -1.

14 **a.** -0,2; **b.** 0,062 5; **c.** -0,04; 14
d. 0,2; **e.** 1,25.

15 **a.** $\frac{7}{8} = 7 \times \frac{1}{8}$; 13

b. $-\frac{12}{16} = (-12) \times \frac{1}{16}$;

c. $-\frac{4}{25} = (-4) \times \frac{1}{25}$;

d. $-\frac{5}{8} = \frac{1}{8} \times (-5)$;

e. $-\frac{9}{-16} = \frac{1}{-16} \times (-9)$.

16 **a.** 0,9; **b.** -0,8; **c.** -4,3; 13
d. 0,1; **e.** -0,0.

2 Calcul numérique

Écriture fractionnaire

1 **a.** $-\frac{18}{3} = -6$; **b.** $\frac{35}{-7} = -5$; 13

c. $\frac{5,4}{0,6} = 9$.

2 **a.** $\frac{8}{5} = \frac{8 \times 3}{5 \times 3} = \frac{24}{15}$; 30

b. $-\frac{9}{7} = \frac{-9 \times 4}{7 \times 4} = \frac{-36}{28}$;

c. $-\frac{6}{-7} = \frac{(-6) \times (-3)}{(-7) \times (-3)} = \frac{18}{21}$.

aide

14

3 a. $\frac{-5}{12} = \frac{(-5) \times 3}{12 \times 3} = \frac{-15}{36}$;

b. $\frac{11}{-7} = \frac{11 \times (-2)}{(-7) \times (-2)} = \frac{-22}{14}$.

4 1. a. $\frac{-12}{16} = \frac{-3 \times 4}{4 \times 4} = \frac{-3}{4}$;

b. $\frac{-24}{-36} = \frac{-6 \times 4}{-9 \times 4} = \frac{-6}{-9}$;

c. $\frac{4}{8} = \frac{1 \times 4}{2 \times 4} = \frac{1}{2}$.

2. a. $\frac{-15}{25} = \frac{3 \times (-5)}{(-5) \times (-5)} = \frac{3}{-5}$;

b. $\frac{-2,5}{-35} = \frac{(-5) \times 0,5}{(-5) \times 7} = \frac{0,5}{7}$;

c. $\frac{55}{-30} = \frac{-5 \times (-11)}{-5 \times 6} = \frac{-11}{6}$.

5 a. $A = \frac{-21}{24} = \frac{3 \times (-7)}{3 \times 8} = \frac{-7}{8}$;

b. $A = \frac{15}{-40} = \frac{5 \times 3}{5 \times (-8)} = \frac{3}{-8}$;

c. $A = \frac{40}{48} = \frac{8 \times 5}{8 \times 6} = \frac{5}{6}$.

6 • Le signe de A est « - ».

$$A = \frac{4 \times (-5) \times 6}{(-3) \times (-4) \times 11};$$

$$A = - \frac{\cancel{4} \times 5 \times 2 \times \cancel{3}}{\cancel{3} \times \cancel{4} \times 11} = - \frac{10}{11}.$$

• Le signe de B est « + ».

$$B = \frac{(-1) \times (-9) \times 11}{(-11) \times (-5)};$$

$$B = + \frac{1 \times 9 \times \cancel{11}}{\cancel{11} \times 5} = + \frac{9}{5}.$$

7 $\frac{7}{9} = \frac{7 \times 5}{9 \times 5} = \frac{35}{45}$.

8 1. $\frac{-7}{12} = \frac{-7 \times 2}{12 \times 2} = \frac{-14}{24}$ et

$$\frac{3}{-8} = \frac{3 \times (-3)}{-8 \times (-3)} = \frac{-9}{24}.$$

2. $-14 < -9$ donc $\frac{-7}{12} < \frac{3}{-8}$.

9 a. $\frac{1}{2} \times \frac{-8}{3} = - \frac{1 \times \cancel{2} \times 4}{\cancel{2} \times 3} = - \frac{4}{3}$;

b. $\frac{-3}{8} \times \frac{5}{-7} = + \frac{15}{56}$;

c. $\frac{-6}{15} \times \frac{5}{7} = - \frac{2 \times \cancel{3} \times \cancel{5}}{\cancel{3} \times \cancel{5} \times 7} = - \frac{2}{7}$;

d. $\frac{4}{-14} \times \frac{7}{9} = - \frac{\cancel{2} \times 2 \times \cancel{7}}{\cancel{2} \times \cancel{7} \times 9} = - \frac{2}{9}$.

aide
30

30

30

30

30

33

30

10 1. a. $\frac{-5}{3}$ et $\frac{5}{3}$ sont opposés ;

b. $\frac{4}{7}$ et $\frac{7}{4}$ sont inverses.

2. a. L'inverse de $\frac{2}{5}$ est $\frac{5}{2}$.

b. L'inverse de $\frac{-3}{2}$ est $\frac{2}{-3}$ (ou $-\frac{2}{3}$).

c. L'inverse de $\frac{1}{-5}$ est $\frac{-5}{1}$,
c'est-à-dire -5 .

11 a. $\left(-\frac{1}{4}\right) \div \frac{3}{5} = -\frac{1}{4} \times \frac{5}{3} = -\frac{5}{12}$;

b. $\frac{9}{5} \div \frac{2}{3} = \frac{9}{5} \times \frac{3}{2} = \frac{27}{10}$;

c. $4 \div \frac{-14}{5} = 4 \times \frac{5}{-14}$
 $= - \frac{2 \times \cancel{2} \times 5}{\cancel{2} \times 7}$
 $= - \frac{10}{7}$;

d. $\frac{3}{-4} \div 5 = \frac{3}{-4} \times \frac{1}{5} = - \frac{3}{20}$.

12 1. $21 \times 1 = 21$ ne convient pas ;
 $21 \times 2 = 42 = 3 \times 14$.

2. a. $\frac{-5}{14} = \frac{-5 \times 3}{14 \times 3} = - \frac{15}{42}$ et

$$b = \frac{2}{21} = \frac{2 \times 2}{21 \times 2} = \frac{4}{42}.$$

3. $a + b = - \frac{15}{42} + \frac{4}{42} = - \frac{11}{42}$;

$$a - b = - \frac{15}{42} - \frac{4}{42} = - \frac{19}{42}.$$

13 a. $\frac{2}{5} + \frac{3}{8} = \frac{16}{40} + \frac{15}{40} = \frac{31}{40}$;

b. $\frac{-5}{12} + \frac{-3}{8} = \frac{-10}{24} + \frac{-9}{24} = - \frac{19}{24}$;

c. $\frac{3}{-8} + \frac{1}{10} = \frac{-15}{40} + \frac{4}{40} = \frac{-11}{40}$.

14 a. $\frac{2}{3} - \frac{4}{3} = - \frac{2}{3}$;

b. $\frac{-5}{7} + 2 = \frac{-5}{7} + \frac{14}{7} = \frac{9}{7}$;

c. $\frac{-5}{11} + \frac{2}{33} = \frac{-15}{33} + \frac{2}{33} = - \frac{13}{33}$;

d. $\frac{7}{15} - \frac{14}{4} = \frac{28}{60} - \frac{210}{60} = - \frac{182}{60}$
 $= - \frac{91 \times 2}{30 \times 2} = - \frac{91}{30}$.

aide
31

33

32

32

32

3 Puissances

aide

1 a. 5^4 ; b. 5^2 ; c. 5^1 ; d. 5^6 . 52

2 a. 8; b. 9; c. 16; d. 125; 52
e. 10 000; f. 0,04; g. 0,000 001.

3 a. 1 906 624; b. 1,822 5; 54
c. 0,046 656.

4 a. 9; b. -9; c. -8; d. -8. 52

5 1. et b.; 2. et c.; 3. et a. 52

6 a. 15 625; b. -11,56; c. 2 401. 54

7 a. $16 = 2^4$; b. $32 = 2^5$; 52
c. $128 = 2^7$; d. $1 = 2^0$;
e. $2 = 2^1$.

8 a. 4^2 ; b. 4^{-2} ; c. 4^5 ; 52
d. 4^{-5} ; e. 4^{-6} .

9 a. 1 000; b. 10 000; c. 1; 52
d. 0,01; e. 0,001.

10 a. 10^4 ; b. 10^2 ; c. 10^{-4} ; d. 10^{-2} . 52

11 1. a. 3^6 ; b. 5^4 ; c. 7^5 ; d. 2^{-7} . 53
2. a. 5^2 ; b. 7^3 ; c. 4^{-1} ; d. 2^{-5} .

12 1. a. 8^2 ; b. 15^3 ; c. 12^{-1} . 53
2. a. $12^3 = (2 \times 6)^3 = 2^3 \times 6^3$;
b. $5^2 \times 3^2 = (5 \times 3)^2 = 15^2$.

13 1. a. 10^6 ; b. 10^3 ; c. 10^{-7} . 53
2. a. 10^4 ; b. 10^{-2} ; c. 10^{-5} ; d. 10^5 ;
e. 10^{-2} .
3. a. 10^6 ; b. 10^{-8} ; c. 10^{-9} ; d. 10^4 .

14 a. 2 300; b. 1,223; c. 21; 53
d. 450; e. 0,038.

15 a. $3,2 \times 10^4$; b. $1,2 \times 10^{-2}$; 53
c. $4,5 \times 10^3$; d. $1,4 \times 10^{-4}$.

16 a. $1,2 \times 10^{16}$; b. $1,789 \times 10^{15}$. 54

4 Calcul littéral

aide

1 a. $-x$ est l'opposé de x ; 70
b. x est l'opposé de $-x$;
c. $-(-2) = 2$;
d. $-(+2) = -2$.

2 a. $x = -2$; b. $x = 5$; c. $x = 0$. 70

3 a. $2 + (-3) \times 5 = 2 - 15 = -13$; 73
b. $2 - (-3) \times 5 = 2 + 15 = 17$;
c. $-2 + (-3) \times 5 = -2 - 15 = -17$;
d. $-(-3) - (2 \times 5) = 3 - 10 = -7$.

4 $A = -2 - y$; $B = -1 + x$; 70
 $C = 5 + 2x$; $D = -2x - y$.

5 a. $-x + 1$; b. $y - 2$; 70
c. $x + y$; d. $-x - y - 3$.

6 a. $-a + 2 + a - 2 = 0$; 70
b. $b - 4 - b + 4 = 0$;
c. $-c - 1 + c + 1 = 0$.

7 $A = -1 + t$; $B = 5 - a - x$; 72
 $C = -1 + b + y$; $D = -1 - x$.

8 $A = 1 + x + a - t + y$; 72
 $B = -x + t + 4$; $C = -1 + x - 2 - y$.

9 $A = 5 + 2 + t = 7 + t$; 72
 $B = -4 - 2 + t = -6 + t$;
 $C = 1 - 8 + t = -7 + t$;
 $D = 5 + 7 + t = 12 + t$.

10 $A = 9 - 11 - t = -2 - t$; 72
 $B = -1 + 2 - t = 1 - t$;
 $C = 6 + 13 - t = 19 - t$;
 $D = -5 - 2 - t = -7 - t$.

11 $A = 3x + 5x = (3 + 5)x = 8x$; 71
 $B = 3x - 5x = (3 - 5)x = -2x$;
 $C = 2x + x = (2 + 1)x = 3x$.

12 $A = 8c$; $B = 3a$; $C = -6c$; 71
 $D = 2y^2$; $E = -x$; $F = x$.

13 $A = 7x + 11y + 2$; 73
 $B = x^2 + 2x$.

14 $A = 2x + 3 - x + 5 = x + 8$;
 $B = -3x + 4 + 5x + 2 = 2x + 6$;
 $C = -x + 3 + x - 4 = -1$.

aide
72

15 $A = 6x^2$; $B = -6x^2$;
 $C = 6x^2$; $D = -6x^2$.

71

16 $A = -2x^2$; $B = -x^2$;
 $C = -5x^2$; $D = x^2$.

71

17 $A = 2 + 2x$; $B = 6 - 3y$;
 $C = -5x - 10$; $D = 3a + 12$.

71

18 $A = 6 - 2x - 4x + 28 = -6x + 34$;
 $B = 6x - 15 - 2x - 8 = 4x - 23$;
 $C = -6x + 15 + 4x - 8 = -2x + 7$.

71

19 $A = x^2 + 2x + x + 2 = x^2 + 3x + 2$;
 $B = x^2 + 3x - x - 3 = x^2 + 2x - 3$;
 $C = 2x^2 - 10x + x - 5 = 2x^2 - 9x - 5$;
 $D = 3x - 2 - 3x^2 + 2x = -3x^2 + 5x - 2$.

71

5 Équations

1 $1. 7 - 2 \times 3 = 7 - 6 = 1$, or $1 \neq 0$,
donc 3 n'est pas solution de l'équation. 88

$2. 3 \times 5 - 4 = 15 - 4 = 11$ donc 5 est une solution de l'équation.

2 $-5 \times (-5) = 25$ donc (-5) n'est pas solution de l'équation. 88

3 $3 \times 2,33 - 7 = 6,99 - 7 = -0,01$
donc 2,33 n'est pas solution de l'équation. 88

4 $1. 2(3 - 4) = 2 \times (-1) = -2$;
 $1 - 3 = -2$.
Donc 3 est une solution de l'équation. 88

$2.$ L'équation $2(y - 4) = 1 - y$ a les mêmes solutions que l'équation $2(x - 4) = 1 - x$. Seul le nom de l'inconnue a changé, donc 3 est aussi une solution de cette équation.

5 $7 - \frac{20}{5} = 7 - 4 = 3$ donc 20 est une solution de l'équation. 88

6 $a. -3 + x = 12$,
donc $3 - 3 + x = 3 + 12$, donc $x = 15$.

$b. x + 5 = -3$,
donc $x + 5 - 5 = -3 - 5$, donc $x = -8$.

$c. x - 5 = -5$,
donc $x - 5 + 5 = -5 + 5$, donc $x = 0$.

$d. x + 3,01 = 6,1$,
donc $x + 3,01 - 3,01 = 6,1 - 3,01$,
donc $x = 3,09$.

aide
89

7 $a. \frac{3}{7} + x = \frac{5}{7}$,

89

donc $-\frac{3}{7} + \frac{3}{7} + x = -\frac{3}{7} + \frac{5}{7}$,

donc $x = \frac{2}{7}$.

$b. x - \frac{5}{9} = 2$, donc $x - \frac{5}{9} + \frac{5}{9} = 2 + \frac{5}{9}$,

donc $x = \frac{18}{9} + \frac{5}{9}$, donc $x = \frac{23}{9}$.

8 $a. 7a = 3$, donc $\frac{7a}{7} = \frac{3}{7}$,

89

donc $a = \frac{3}{7}$.

$b. -4b = 3$, donc $\frac{-4b}{-4} = \frac{3}{-4}$,

donc $b = -\frac{3}{4}$.

$c. 5c = -7$, donc $\frac{5c}{5} = -\frac{7}{5}$,

donc $c = -\frac{7}{5}$.

$d. -3d = -8$, donc $\frac{-3d}{-3} = \frac{-8}{-3}$,

donc $d = \frac{8}{3}$.

9 $a. \frac{1}{3}x = 15$, donc $3 \times \frac{1}{3}x = 3 \times 15$,

89

donc $x = 45$.

$b. \frac{y}{5} = -10$, donc $5 \times \frac{y}{5} = 5 \times (-10)$,
donc $y = -50$.

$c. -\frac{x}{3} = 5$,

donc $(-3) \times \left(-\frac{x}{3}\right) = (-3) \times 5$,

donc $\frac{3x}{3} = -15$, donc $x = -15$.

$d. -\frac{y}{4} = -2$, donc $\frac{y}{4} = 2$,

donc $4 \times \frac{y}{4} = 4 \times 2$, donc $y = 8$.

10 a. $\frac{2}{7}x = -4$,
donc $\frac{7}{2} \times \frac{2}{7}x = \frac{7}{2} \times (-4)$,
donc $x = 7 \times (-2) = -14$.
b. $\frac{3x}{5} = 8$, donc $\frac{5}{3} \times \frac{3x}{5} = \frac{5}{3} \times 8$,
donc $x = \frac{40}{3}$.
c. $-\frac{4x}{11} = \frac{2}{3}$,
donc $\left(-\frac{11}{4}\right) \times \left(-\frac{4x}{11}\right) = -\frac{11}{4} \times \frac{2}{3}$,
donc $x = -\frac{11}{6}$.
d. $\frac{-5x}{2} = \frac{-7}{5}$,
donc $\left(\frac{-2}{5}\right) \times \left(\frac{-5x}{2}\right) = \left(\frac{-2}{5}\right) \times \left(\frac{-7}{5}\right)$,
donc $x = \frac{2}{5} \times \frac{7}{5} = \frac{14}{25}$.

11 a. $2x + 5 = 13$,
donc $2x + 5 - 5 = 13 - 5$,
donc $2x = 8$, donc $x = 4$.
b. $3x - 2 = 13$,
donc $3x - 2 + 2 = 13 + 2$,
donc $3x = 15$, donc $x = 5$.

12 Il y a $25 - x$ garçons. 90

13 • 3 mètres coûtent $(3 \times 1,2) \text{ €}$, soit 3,6 €.
• 2,5 mètres coûtent $(2,5 \times 1,2) \text{ €}$, soit 3 €.
• 0,4 mètre coûte $(0,4 \times 1,2) \text{ €}$, soit 0,48 €.
• x mètres coûtent $(x \times 1,2) \text{ €}$ ou encore 1,2x €.

14 a. 1,2x en euros ; 90
b. $15 + 1,2x$ en euros.

15 1. La deuxième reçoit $(1\,000 - 675) \text{ €}$, 90
soit 325 €.
2. La deuxième reçoit $1\,000 - x$ euros.

16 1. $4c$. 2. c^2 . 3. $6c^2$. 4. c^3 . 90

17 1. Il y a x garçons donc il y a $3x$ filles. 91
2. Le nombre d'élèves est $x + 3x$, soit $4x$.
Il y a 28 élèves dans la classe, donc $4x = 28$,
ce qui donne $x = 7$.
Il y a donc 7 garçons dans la classe.

aide
89

18 1. a. $2x$.
b. $x + 2x = 3x$.
2. $3x = 21$; $\frac{3x}{3} = \frac{21}{3}$; $x = 7$.
Vénus a mangé 7 kg de croquettes.

aide
91

6 Ordre

1 $-40,4 < -4,44 < -4,404 < -4,04$ 106
 $< 0 < 4$.

2 $\frac{5}{4} = \frac{15}{12}$; $\frac{7}{6} = \frac{14}{12}$; $\frac{17}{12}$; $\frac{4}{3} = \frac{16}{12}$. 32
 $\frac{17}{12} > \frac{16}{12} > \frac{15}{12} > \frac{14}{12}$,
donc $\frac{17}{12} > \frac{4}{3} > \frac{5}{4} > \frac{7}{6}$.

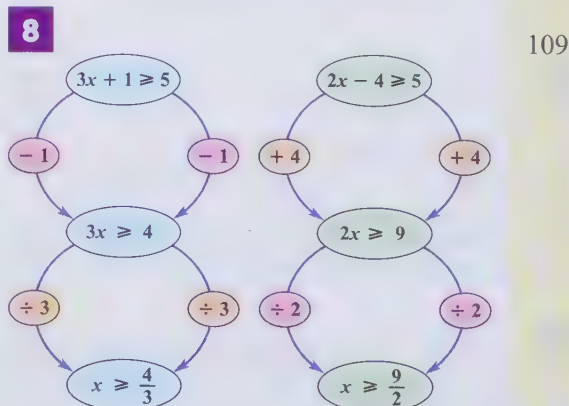
3 Vraies : b. ; c. ; f. 106
Fausses : a. ; d. ; e.

4 Vraies : b. ; c. ; d. ; e. 106
Fausse : a.

5 a. $x < y$; b. $x \leq y$; c. $x > y$; 106
d. $x \leq y$; e. $x > y$; f. $x \leq y$.

6 a. $x \leq -3$; b. $x \geq -1$; 106
c. $x \geq 4$; d. $3 < x$.

7 a. $x < y$ (on a soustrait 5 à chaque 106
membre).
b. $y \geq x$, c'est-à-dire $x \leq y$ (on a divisé 107
chaque membre par 2 et $2 > 0$).
c. $x > y$ (on a ajouté 4 à chaque membre).
d. $x \leq y$ (on a multiplié chaque membre par 4
et $4 > 0$).



9 **a.** $x + 6 \leq 0$ (on a ajouté 6 à chaque membre). **aide** 106
b. $x - 8 \leq -14$ (on a soustrait 8 à chaque membre). 107
c. $4x \leq -24$ (on a multiplié chaque membre par 4 et $4 > 0$).
d. $\frac{7x}{3} \leq -14$ (on a multiplié chaque membre par $\frac{7}{3}$ et $\frac{7}{3} > 0$).

10 **a.** $y < 5 - 6$ donc $y < -1$ (on a soustrait 6 à chaque membre). 109

b. $\frac{3y}{3} < \frac{-6}{3}$ donc $y < -2$ (on a divisé chaque membre par 3 et $3 > 0$).
c. $6 + 6 \leq y$ donc $12 \leq y$ (on a ajouté 6 à chaque membre).
d. $6 \times 6 \leq 6 \times \frac{y}{6}$ donc $36 \leq y$ (on a multiplié chaque membre par 6 et $6 > 0$).

11 **a.** oui ; **b.** oui ; **c.** non ; 106
d. non ; **e.** oui ; **f.** non.

12 **a.** 3,1 ; **b.** 3,143. 13

13 $12,453 \leq a < 1,454$. 108

14 $1,45 \leq b < 1,55$. 108

7 Proportionnalité

1 **a.** $a = 76$; **b.** $b = 9,8$; 126
c. $c = 3,5$; **d.** $d = 9,6$.

2 120

a.

60	120	12	132
125	250	25	275

b.

3	18	1,8	19,8
7	42	4,2	46,2

3 Les points du graphique de Driss et ceux du graphique de Michel ne sont pas alignés avec l'origine. Donc les durées et les distances ne sont pas proportionnelles. 124

4 **1.** 65 km/h. **2.** 168 km. **3.** 3 h. 124

5 **1.** 3 000 L. **2.** 7 min 30 s. **aide** 125

6 **1.** 22,5 L. **2.** 400 km. 125

7 **1. a.** 18 g. **b.** 4 L. 125
2. 6,4 g/L.

8 **1.** 12,30 €. **2.** 29,52 €. 126

9 48 personnes ont payé le tarif réduit. 128

10 • Supporters bleus : 29 %. 128
 • Supporters rouges : 46 %.
 • Supporters neutres : 25 %.

11 Il y a 40 éléphants dans le troupeau. 129

8 Statistiques

1 **1.** 144

Durée t en jours	$0 < t < 7$	$7 \leq t < 14$	$14 \leq t < 21$	$21 \leq t < 28$
Effectif	55	74	25	10
Effectif cumulé	55	129	154	164

2. 74 clients sont restés dans ce camping plus de 6 jours mais moins de 14 jours.

3. 129 clients sont restés dans ce camping moins de 14 jours.

2 **1.** 144

Durée t en jours	$0 < t < 7$	$7 \leq t < 14$	$14 \leq t < 21$	$21 \leq t < 28$
Effectif	55	74	25	10
Fréquence	34 %	45 %	15 %	6 %

2. 15 % des clients sont restés dans ce camping plus de 13 jours mais moins de 21 jours.

3 **1.** 144

Durée t en jours	$0 < t < 7$	$7 \leq t < 14$	$14 \leq t < 21$	$21 \leq t < 28$
Fréquence	34 %	45 %	15 %	6 %
Fréquence cumulée	34 %	79 %	94 %	100 %

2. 94 % des clients sont restés dans ce camping moins de 21 jours.

4 aide
Fréquentation moyenne : 568 spectateurs. 144

5 144
$$\frac{4 \times 11 + 7 \times 12 + 10 \times 13 + 3 \times 14}{4 + 7 + 10 + 3} = 12,5.$$

Âge moyen d'un membre du club : 12 ans et demi.

6 1. On a calculé $\frac{75}{100} \times 360 = 270.$ 147

2.

	Pourcentage	Angle en degrés
Rail	16	58
Route	75	270
Oléoduc	7	25
Voies navigables	2	7
Total	100	360

9 Triangle et sécantes

1 Dans un triangle, si une droite passe par le milieu d'un côté et est parallèle à un deuxième côté, alors elle coupe le troisième côté en son milieu. 163

D est le milieu de [AC], la parallèle à (AB) passant par D coupe le côté [BC] en son milieu, donc E est le milieu de [BC].

2 Dans un triangle, le segment joignant les milieux de deux côtés mesure la moitié du troisième côté. 163
E est le milieu de [AC] et F le milieu de [BC]
donc $EF = \frac{AB}{2} = 2,5 \text{ cm}.$

3 Dans un triangle, le segment joignant les milieux de deux côtés mesure la moitié du troisième côté. 163
G est le milieu de [ED] et H le milieu de [FD]
donc $GH = \frac{EF}{2}$ et $EF = 2 GH = 7 \text{ cm}.$

4 Dans un triangle, si on coupe deux côtés par une parallèle au troisième côté, alors on obtient deux triangles à côtés proportionnels. 163
• Figure 1 : les triangles à côtés proportionnels sont JBM et ABC. 165

aide
On a : $\frac{BJ}{BA} = \frac{BM}{BC} = \frac{JM}{AC}.$

• Figure 2 : les triangles à côtés proportionnels sont NDK et EDF.

On a : $\frac{DN}{DE} = \frac{DK}{DF} = \frac{NK}{EF}.$

• Figure 3 : les triangles à côtés proportionnels sont LGO et HGI.

On a : $\frac{GL}{GH} = \frac{GO}{GI} = \frac{LO}{HI}.$

5 163
165

Triangle ADE	AD	AE	DE
Triangle ABC	AB	AC	BC

6 1. a. Dans un triangle, si on coupe deux côtés par une parallèle au troisième côté, alors on obtient deux triangles à côtés proportionnels. 163
165

b. $\frac{PM}{PG} = \frac{PE}{PA} = \frac{4}{5,8}.$

2. a. Dans un triangle, si on coupe deux côtés par une parallèle au troisième côté, alors on obtient deux triangles à côtés proportionnels.

b. $\frac{AG}{EM} = \frac{PA}{PE} = \frac{5,8}{4} = 1,45.$

7 1. $\frac{BC}{BA} = \frac{3}{5}.$ 163
165

2. Puisque les droites (DC) et (AE) sont parallèles et que dans un triangle, si on coupe deux côtés par une parallèle au troisième côté on obtient alors deux triangles à côtés proportionnels, on a :

$\frac{BC}{BA} = \frac{CD}{AE}.$

3. $\frac{3}{5} = \frac{CD}{3}$, donc $5 CD = 9$, d'où :

$CD = \frac{9}{5} = 1,8 \text{ cm}.$

10 Droites remarquables du triangle

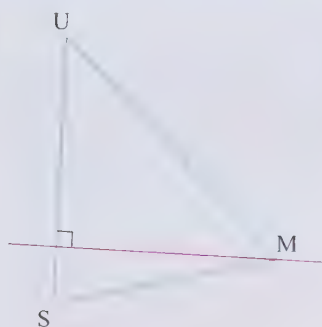
1 a. (SE) est la médiane issue du point S du triangle RST. 182
183

b. (TM) est la hauteur issue du point T du triangle RST.

c. (d) est la médiatrice du côté [RT].

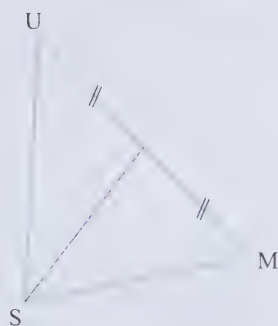
d. (TA) est la bissectrice de l'angle $\widehat{RTS}.$

2



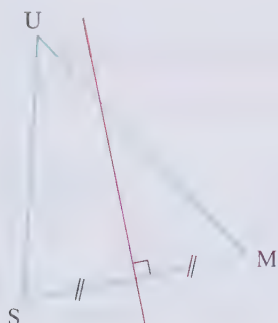
aide
182

3



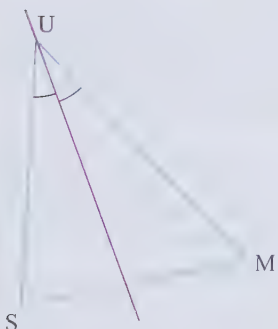
183

4



182

5



183

6

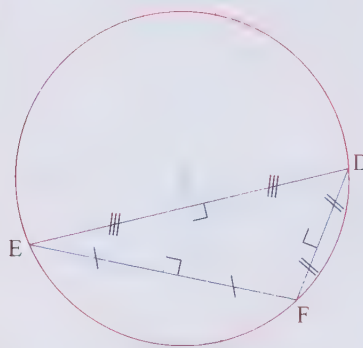
- a.** Le point E est le point de concours des bissectrices. 182
b. Le point D est le point de concours des hauteurs. 183
c. Le point L est le point de concours des médianes. 184
d. Le point U est le point de concours des médiatrices.

7

- a.** L est le centre de gravité du triangle ABC. aide 182
b. D est l'orthocentre du triangle ABC. 183
c. E est le centre du cercle inscrit dans le triangle ABC. 184
d. U est le centre du cercle circonscrit au triangle ABC.

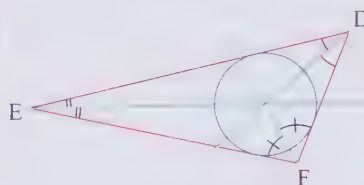
Pour les exercices 8 à 11, EF doit mesurer 5 cm.

8



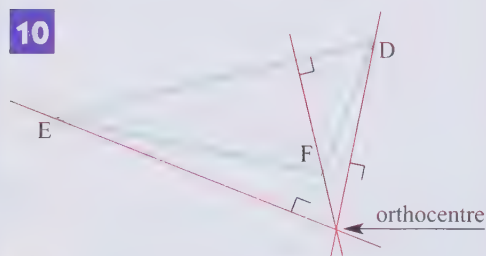
182

9



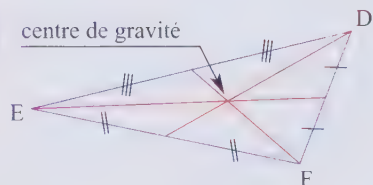
183

10



182

11



184

11 Triangle rectangle Pythagore – Cosinus

1

- On utilise le théorème de Pythagore 200
dans chacun des triangles rectangles :
• Figure 1 : $b^2 = a^2 + c^2$.
• Figure 2 : $y^2 = x^2 + 9$.
• Figure 3 : $SU^2 = ST^2 + TU^2$.

2 $a = 25$; $b = 1$; $c = 2,25$;
 $d = 25$; $e = 7$; $f = 300$.

aide
52

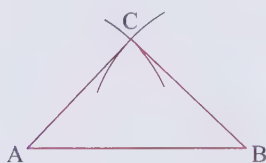
3 Dans le triangle SUD rectangle en U, 201
 d'après le théorème de Pythagore, on a :
 $SD^2 = SU^2 + UD^2$; $SD^2 = 64 + 36 = 100$;
 donc $SD = 10$ cm .

4 Dans le triangle CRM rectangle en R, 201
 d'après le théorème de Pythagore, on a :
 $CM^2 = CR^2 + RM^2$;
 $CM^2 = 2,56 + 9 = 11,56$;
 $CM = \sqrt{11,56}$ cm ; $CM = 3,4$ cm .

5 Dans le triangle TRS rectangle en R, 201
 d'après le théorème de Pythagore, on a :
 $TR^2 + RS^2 = TS^2$; $TR^2 + 144 = 169$;
 $TR^2 = 169 - 144 = 25$; $TR = 5$ cm .

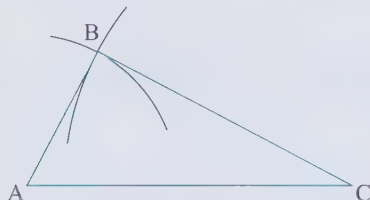
6 Dans le triangle MNP rectangle en P, 201
 d'après le théorème de Pythagore, on a :
 $NP^2 + PM^2 = NM^2$; $NP^2 + 144 = 1\,369$;
 $NP^2 = 1\,369 - 144 = 1\,225$;
 $NP = \sqrt{1\,225}$ cm ; $NP = 35$ cm .

7 1. 202



$AB^2 = 2,9^2 = 8,41$;
 $AC^2 + CB^2 = 2^2 + 2,1^2 = 4 + 4,41 = 8,41$;
 donc $AB^2 = AC^2 + CB^2$.
 Puisque $AB^2 = AC^2 + CB^2$, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en C.

2. Échelle 1/2.



$AC^2 = 8,6^2 = 73,96$;
 $AB^2 + BC^2 = 4^2 + 7,6^2 = 73,76$;
 donc $AC^2 \neq AB^2 + BC^2$.
 Si le triangle ABC était rectangle, il serait rectangle en B car [AC] est le plus long côté.
 D'après le théorème de Pythagore, on aurait $AC^2 = AB^2 + BC^2$, ce qui est faux. Donc ABC n'est pas un triangle rectangle.

8 aide
202
203

$\widehat{xOy}$	20°	45°	89°
$\cos \widehat{xOy}$	0,940	0,707	0,017

9 1. 202
203

$\cos \widehat{ABC}$	0,3	0,65
$\widehat{ABC}$	73°	49°

2. Il n'existe pas d'angle dont le cosinus soit supérieur à 1.

10 a. $\cos \widehat{NMP} = \frac{MP}{MN}$; 200

b. $\cos \widehat{DFE} = \frac{DF}{EF}$.

11 1. $\cos \widehat{BAC} = \frac{AB}{AC} = \frac{3}{3,6}$. 203

2. $\widehat{BAC} \approx 34^\circ$.

12 Triangle rectangle Distance et cercle

1 1. Le centre du cercle circonscrit au triangle MNP rectangle en N est le milieu de [MP]. Le rayon du cercle est 5 cm. 218

2. Si un triangle est rectangle, alors son cercle circonscrit a pour diamètre son hypoténuse.

2 Si un triangle est rectangle, alors son cercle circonscrit a pour diamètre son hypoténuse, donc [MP] est un diamètre de $\mathcal{C}$. Le centre de $\mathcal{C}$ est le milieu de [MP] . 218

3 Si on joint un point d'un cercle aux extrémités d'un diamètre, alors on obtient un triangle rectangle qui admet pour hypoténuse ce diamètre, donc $\widehat{MDN} = 90^\circ$. 218

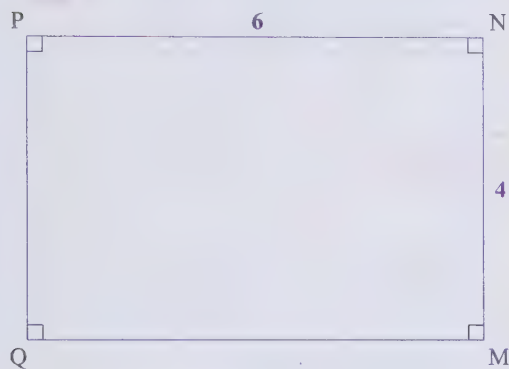
4 Si on joint un point d'un cercle aux extrémités d'un diamètre, alors on obtient un triangle rectangle qui admet pour hypoténuse ce diamètre. [BA] est un diamètre du cercle circonscrit à ABC donc ABC est rectangle en C. 218

5 Si un triangle est rectangle, alors la médiane relative à l'hypoténuse mesure la moitié de l'hypoténuse, donc $AI = 1/2 BC = BI$. Le triangle ABI est donc isocèle en I. 218

6 Si un triangle est rectangle, alors son cercle circonscrit a pour diamètre son hypoténuse, donc le cercle circonscrit au triangle ABD a pour diamètre [AB]. On en déduit que D est sur le cercle de diamètre [AB].

aide
218

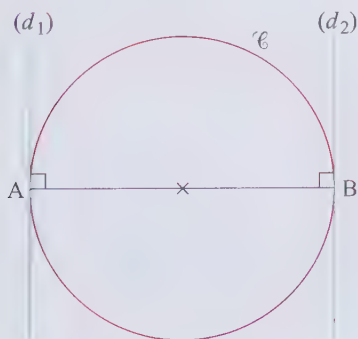
7 1.



2. On a (MN) et (PN) perpendiculaires, donc la distance de M à la droite (PN) est $MN = 4$ cm.

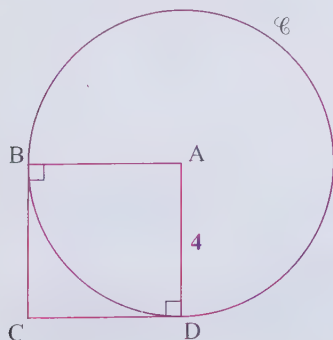
3. On a (MQ) et (PQ) perpendiculaires, donc la distance de M à la droite (QP) est $MQ = 6$ cm.

8 1. et 2.



3. Les droites (d_1) et (d_2) sont perpendiculaires à (AB) donc parallèles.

9 1. Échelle 1/2.

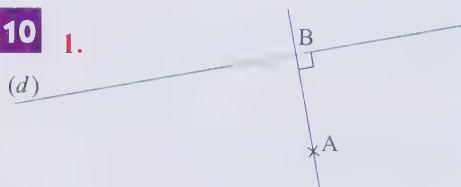


219

2. Les droites (AB) et (BC) sont perpendiculaires car ABCD est un carré. Donc la tangente à $\mathcal{C}$ en B est (BC).

3. De même, la droite (CD) est tangente à $\mathcal{C}$ en D car (AD) et (CD) sont perpendiculaires.

10 1.



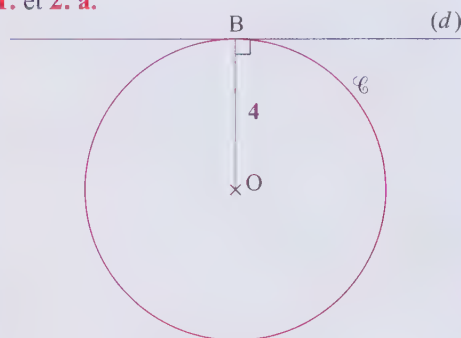
219

2. a. Il faut placer B à l'intersection de la perpendiculaire à (d) passant par A et de la droite (d) .

b. AB est la distance de A à la droite (d) .

11 Échelle 1/2.

1. et 2. a.



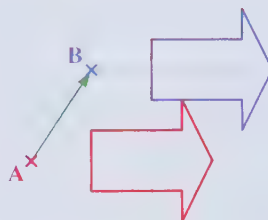
219

2. b. La droite (d) est tangente à $\mathcal{C}$: ils ont donc un seul point commun qui est B.

13 Translation

1 1. et 2.

236



2 1.

236



2. Par la translation qui transforme A en C, l'image de B est D, celle de C est E et celle de E est G.

3. C est la translation qui transforme D en C.

3 aide 236

1. a. L'image de M par la translation qui amène N sur P est Q.

b. L'image de M par la translation qui amène N sur R est P.

2. a. M est l'image de Q par la translation qui transforme P en N.

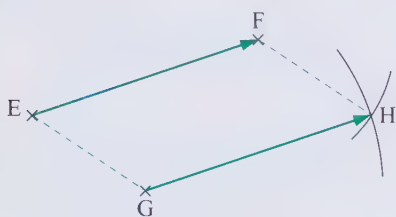
b. P est l'image de Q par la translation qui transforme P en R.

3. a. Q est l'image de M par la translation qui transforme N en P.

b. P est l'image de M par la translation qui transforme N en R.

4. Q est l'image de P par la translation qui amène N sur M.

4 1. et 2. 238



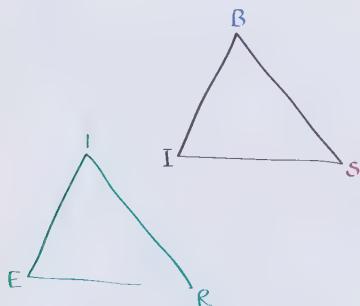
3. EFHG est un parallélogramme.

5 1. 236



2. A, B, C et D sont alignés et $AC = BD$.

6 1. Le point bleu : B ; le point rouge : S ; le point noir : I. 237

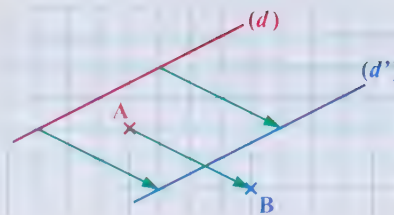


2. a. $TE = BI$; b. $IS = ER$;
c. $\widehat{TER} = \widehat{BIS}$; d. $\widehat{SBI} = \widehat{RTE}$.

7 1. et 2. L'image d'une droite par une translation est une droite parallèle à la droite de départ. 237

Donc l'image de (d_3) est (d) et celle de (d_2) est (d_1) .

8 1. et 2.



14 Espace

1 1. Le sommet de la pyramide est E. 254

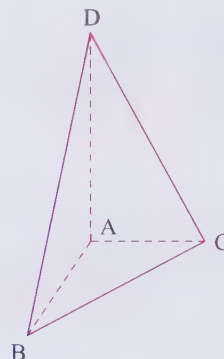
2. Sa base est IHGFJ.

3. Deux faces latérales : EFJ et EIH. Il y a en tout cinq faces latérales.

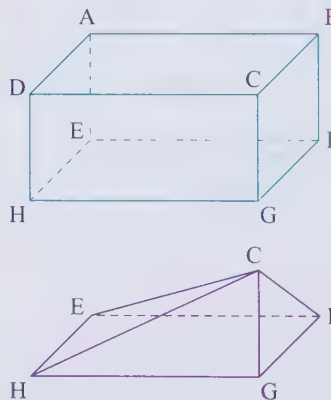
4. EFG est cachée, EIJ est visible.

5. [EI] est une arête latérale.

2 254



3 254

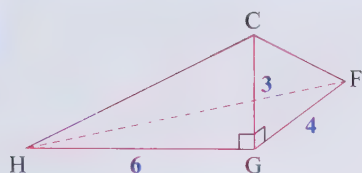


4 1. La base de CEFGH est EFGH (rectangle). 255

2. Sa hauteur est GC.

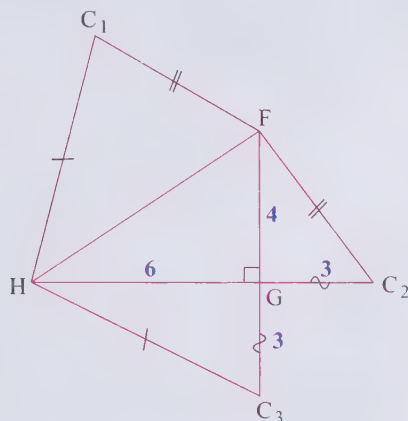
3. Son volume : $\frac{(6 \times 4) \times 3}{3} = 24$ (en cm^3).

5



aide
256

Échelle 1/2.



6

1. [FG] est l'arête issue de F parallèle à l'arête [AD]. 254

2. [AD] est l'arête issue de A perpendiculaire à l'arête [DC].

3. (AE) et (CD) ne sont ni sécantes, ni parallèles.

7

$$V = \frac{1\,250}{3} \text{ m}^3.$$

aide
257

8

$$V = 240\pi \text{ cm}^3.$$

257

9

1. Le verre bleu : $V = \pi r^2 \times h$.

255

Le verre rouge : $V = \frac{\pi r^2 \times h}{3}$.

2. Loïc pourra remplir trois verres rouges avec le contenu du verre bleu.

10

1. $\frac{120}{360} \left(\text{c'est-à-dire } \frac{1}{3} \right).$

255

2. Longueur de l'arc $\widehat{A_1A_2}$:

$$\frac{2\pi \times 10}{3} = \frac{20\pi}{3}.$$

Périmètre de base du cône : $\frac{20\pi}{3}$.

3. Aire de la surface latérale du cône :

$$\frac{\pi \times 10^2}{3} = \frac{100\pi}{3}.$$

Index

A

Ajouter deux écritures fractionnaires 31
Approximation 107
Arêtes latérales (*d'une pyramide*) 254
Arrondi 13, 107

B

Base (*d'un cône de révolution*) 255
Base (*d'une pyramide*) 254
Bissectrice 183

C

Calcul littéral 70
Centre de gravité 184
Cercle circonscrit 182
Cercle circonscrit à un triangle rectangle 218
Cercle inscrit 183
Coefficient de proportionnalité 124
Concentration 125
Cône de révolution 255
Cosinus d'un angle aigu 200

D

Débit 125
Développer 71
Distance 219
Distance d'un point à une droite 219
Distribuer 71
Droite des milieux 163

E

Écritures fractionnaires inverses 31
Effectif cumulé 144
Encadrement 107
Équation du type $x + a = b$ 88
Équation du type $a \times x = b$ 88
Équilatéral (*triangle*) 184

F

Faces latérales (*d'une pyramide*) 254
Factoriser 71
Fréquence cumulée 144

G

Gravité (*centre de*) 184

H

Hauteur 182
Hauteur (*d'un cône de révolution*) 255
Hauteur (*d'une pyramide*) 254

I

Indice 125
Inégalités 106
Inscrit (*cercle*) 183
Inscrit (*triangle*) 218
Inverse 12
Inverse d'une écriture fractionnaire 31
Isocèle (*triangle*) 184

M

Médiane 183
Médiatrice 182
Moyenne pondérée 144
Multiplier en écriture fractionnaire 30

N

Notation scientifique 53

O

Opérations sur les puissances 53
Opposé 70
Opposé d'une différence 70
Opposé d'une somme 70
Ordre de grandeur 53
Ordre et addition 106
Ordre et multiplication 107
Orthocentre 183

P

Parenthèses (*suppression des*) 70
Patron (*d'un cône de révolution*) 255
Patron (*d'une pyramide*) 254
Perspective (*représentation en*) 254, 255
Priorités opératoires 52

Produit de deux nombres **12**
Proportionnalité **124**
Puissance **52**
Puissances de 10 **52**
Pyramide **254**
Pythagore (*réciproque du théorème de*) **200**
Pythagore (*théorème de*) **200**

Q

Quotient de deux nombres **13**

R

Réciproque du théorème de Pythagore **200**
Réduction au même dénominateur **30**
Réduire **71**
Règle des signes **12**
Résolution d'une équation **88**

S

Signe de l'inverse **12**
Signe d'un produit **12**
Simplification d'écritures fractionnaires **30**

Somme de deux nombres **12**
Sommet (*d'un cône de révolution*) **255**
Sommet (*d'une pyramide*) **254**
Soustraire deux écritures fractionnaires **31**
Suites proportionnelles **124**
Suppression des parenthèses **70**
Surface latérale (*d'un cône de révolution*) **255**

T

Tangente à un cercle **219**
Théorème de Pythagore **200**
Translation **236**
Triangle équilatéral **184**
Triangle inscrit **218**
Triangle isocèle **184**
Troncature **107**

V

Valeur approchée par défaut **13**
Valeur approchée par excès **13**
Vitesse moyenne **124**
Volume (*d'un cône de révolution*) **255**
Volume (*d'une pyramide*) **255**

