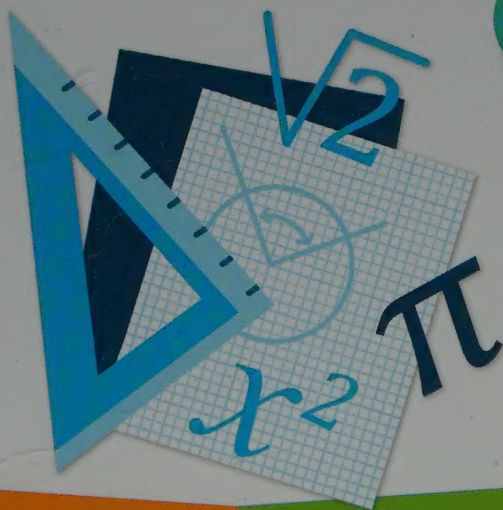


Les années de collège

Maths

Conforme
au nouveau
programme



6^e

5^e

4^e

3^e

Cours • Méthode • Exos • Corrigés

bordas

Bienvenue

Ce qui change au collège

En 6^e

Fin du cycle 3 : CONSOLIDATION

- Un professeur par matière et non plus un professeur unique.
- Des nouvelles matières : Technologie, SVT.
- 3h d'accompagnement personnalisé (AP).

En 5^e - 4^e - 3^e

Cycle 4 : APPROFONDISSEMENT

- Des nouvelles matières : physique-chimie, 2^e langue vivante.
- Début des enseignements complémentaires (4h à répartir) : accompagnement personnalisé (AP) et/ou enseignement pratique interdisciplinaire (EPI).
- Enseignements de complément : langues et culture de l'Antiquité (latin/grec) ou langue régionale.
- Début du parcours Avenir (métiers et formations).
- Examen pour le Diplôme national du Brevet (fin de 3^e).

Les 3 parcours éducatifs

1 Le parcours Avenir

Il s'agit d'un parcours individuel d'**information**, d'**orientation** et de découverte du **monde économique et professionnel** dont l'objectif est d'aider chaque élève de la 6^e à la Terminale à orienter ses études supérieures. Les actions : la découverte de métiers et de secteurs professionnels en lien avec les parcours scolaires associés ; la construction de son orientation scolaire ; des visites en entreprises ou sur un site de production ; un stage en entreprise...

2 Le parcours Citoyen

Ce parcours est construit autour du nouvel **Enseignement moral et civique**. Il intégrera également une **Éducation aux médias et à l'information** prenant en compte les enjeux du numérique et ses usages ; un enseignement au jugement, à l'argumentation et au débat dès l'école élémentaire ; la préparation à la **Journée défense et citoyenneté** (JDC) obligatoire en fin de 3^e. La participation des élèves aux associations, conseils de vie, tout comme aux journaux du collège... sera valorisée. Le parcours Citoyen sera évalué à la fin de la scolarité.

Chaque élève va accomplir **3 parcours tout au long de sa scolarité**. Ils ont pour **objectif de faire un lien entre l'école et la vie extérieure**.

3 Le parcours d'éducation artistique et culturelle (PEAC)

Le PEAC est l'ensemble des connaissances acquises par les élèves dans les **domaines artistiques**. Il repose sur trois piliers : des **rencontres** (artistes, artisans...), des **pratiques** artistiques (arts plastiques, éducation musicale, histoire des arts), des **apprentissages** (repères, vocabulaire). Ce parcours se construit au fur et à mesure de projets organisés sur les différents temps scolaires, parascolaires et extrascolaires.

au collège

L'organisation des enseignements en 3 temps

1 Les enseignements communs au collège

	6 ^e	5 ^e	4 ^e	3 ^e
Français	4h30	4h30	4h30	4h
Histoire – Géo – EMC	3h	3h	3h	3h30
LV1	4h	3h	3h	3h
LV2		2h30	2h30	2h30
Maths	4h30	3h30	3h30	3h30
Sciences et technologie	4h			
SVT		1h30	1h30	1h30
Technologie		1h30	1h30	1h30
Physique-Chimie		1h30	1h30	1h30
EPS	4h	3h	3h	3h
Arts plastiques	1h	1h	1h	1h
Éducation musicale	1h	1h	1h	1h

3 Enseignements pratiques interdisciplinaires (EPI)

2 ou 3h en 5^e, 4^e et 3^e

Les EPI concernent les élèves du cycle 4. Ce sont des projets interdisciplinaires conduisant à des **réalisations concrètes individuelles ou collectives** qui peuvent prendre la forme d'une présentation orale ou écrite, de la constitution d'un livret ou d'un carnet, etc. Ils aident à **donner du sens aux enseignements** et à lever les barrières entre les disciplines. Ils peuvent être mis en œuvre progressivement et le volume horaire hebdomadaire qui leur est consacré peut ainsi être croissant de la classe de 5^e à la classe de 3^e. Chaque élève devra avoir abordé au moins 6 de ces 8 thématiques sur le cycle 4 :

- Corps, santé, bien-être et sécurité
- Sciences, technologie et société
- Culture et création artistique
- Transition écologique et développement durable

- Information, communication
- Citoyenneté
- Langues et cultures de l'Antiquité ; langues et cultures étrangères / régionales
- Monde économique et professionnel

La création d'un conseil école-collège

Les équipes pédagogiques sont particulièrement attentives à la liaison entre l'école et le collège. Avec la mise en œuvre du **socle commun de connaissances et de compétences**, un continuum, de l'école au collège, est renforcé pour tous les élèves de six à seize ans. Des concertations et des formations communes sont organisées entre les enseignants de l'école et du collège. Elles visent à préciser la progression des exigences méthodologiques et à harmoniser les pratiques d'évaluation.

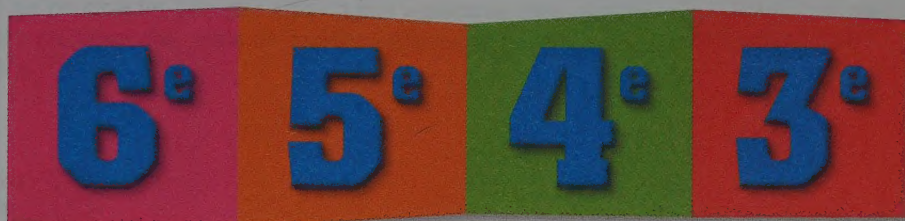
2 Accompagnement personnalisé (AP)

3h en 6^e, 1 ou 2h en 5^e, 4^e et 3^e

Il est généralisé à **tous les niveaux du collège**. Il est un moment privilégié pour développer des compétences transversales, faire de la méthodologie, du tutorat entre élèves, des ateliers. Il permet de diversifier les regroupements entre élèves : groupes de besoin, de compétences. Il permet d'utiliser différentes démarches pédagogiques pour arriver à un même objectif.



Les années de collège Maths



Cet ouvrage a été rédigé par une équipe de professeurs de collège.

► David Sebbagh
Jean-Marc Ravier
Hervé Girardot
Géraud Chaumeil
Patricia Hennequin

Illustrations : Guillaume Dumont

Sommaire

La **réforme** des programmes de septembre 2016 présente la progression des apprentissages sur trois ans, et non plus sur un an, comme cela était le cas auparavant.

Cet ouvrage reprend ce principe pour vous présenter toutes les notions de mathématiques à connaître à la fin du nouveau **cycle 3** (6^e), et tout le long du nouveau **cycle 4** (5^e, 4^e et 3^e).

Il vous permet ainsi d'avoir une vue d'ensemble **des apprentissages abordés au collège**, de pouvoir consulter et revoir facilement les notions des années précédentes, mais surtout de pouvoir les aborder « pas à pas » puisque une même notion pourra être présentée plusieurs fois mais de manière différente (et donc progressive), d'une année à l'autre.

6^e	5
5^e	51
4^e	97
3^e	145
+ Tous les corrigés	192

Maths 6^e

1	Nombres entiers	6	11	Longueurs et périmètres	26
2	Fractions décimales et nombres décimaux	8	12	Durées	28
3	Comparaison de décimaux	10	13	Aires	30
4	Graphiques / Tableaux / Diagrammes	12	14	Figures planes	32
5	Additions / Soustractions / Multiplications	14	15	Triangles et quadrilatères	34
6	Division euclidienne	16	16	Angles	36
7	Division décimale	18	17	Symétrie axiale : construction de symétriques	38
8	Fractions	20	18	Symétrie axiale : axes de symétrie	40
9	Repérages sur une droite graduée	22	19	Agrandissement / Réduction (proportionnalité géométrique)	42
10	Proportionnalité	24	20	Solides	44
			21	Patrons / Volumes	46
			22	Initiation à la programmation	48



Nombres entiers

COURS

OBJECTIF • Utiliser les grands nombres entiers

- Les nombres s'écrivent à l'aide de 10 chiffres : 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Les chiffres servent à écrire les nombres comme les lettres servent à écrire les mots.

Exemples : 1 234 est un nombre composé de 4 chiffres.

635 est un nombre composé de 3 chiffres.

8 est un nombre composé d'un seul chiffre.

- Les nombres entiers sont des nombres qui servent tous les jours pour compter.

Exemples : J'ai 25 camarades dans ma classe.

Il y a 324 demi-pensionnaires au collège.

Mon petit frère pèse 32 kg.



MÉTHODE

• Lire un nombre entier

Afin de faciliter la lecture des nombres entiers, on peut grouper les chiffres par 3 en partant de la droite du nombre. On retrouve ainsi les différentes classes (unités simples, mille, millions, milliards...).

milliards			millions			mille			unités simples		
centaines	dizaines	unités	centaines	dizaines	unités	centaines	dizaines	unités	centaines	dizaines	unités
					9	7	5	4	2	3	4

Exemple

- 9 754 234 se lit : **neuf-millions-sept-cent-cinquante-quatre-mille-deux-cent-trente-quatre**

- On peut se servir du tableau pour décomposer un nombre entier de différentes façons :

$$\begin{aligned}
 9\,754\,234 &= (9 \times 1\,000\,000) + (7 \times 100\,000) + (5 \times 10\,000) + (4 \times 1\,000) + (2 \times 100) \\
 &\quad + (3 \times 10) + (4 \times 1) \\
 &= 9\,000\,000 + 700\,000 + 50\,000 + 4\,000 + 200 + 30 + 4
 \end{aligned}$$

• Multiplier un nombre entier par 10

Cela revient à décaler les chiffres d'un rang vers la gauche dans le tableau.

Exemple : $9\,754\,234 \times 10 = 97\,542\,340$ (0 ajouté en raison du décalage des chiffres d'un rang vers la gauche. On ne peut pas laisser la case des unités des unités simples vide).

Remarque Pour multiplier par 100 un nombre entier, on décale les chiffres de 2 crans vers la gauche.

Pour multiplier par 1 000 un nombre entier, on décale les chiffres de 3 crans vers la gauche.

1 ^{*} Dans le nombre 198 342 576 :

1. quel est le chiffre des unités de mille ?
2. quel est le chiffre des centaines* ?
3. quel est le chiffre des dizaines de millions ?
4. quel est le chiffre des unités de milliard ?
5. combien ce nombre contient-il de millions ?

* À noter : lorsqu'on ne précise pas le nom de la classe, il s'agit des unités simples.

2 ^{*} Trouve le nombre entier qui précède et le nombre entier qui suit l'entier donné.

Exemple : $\begin{array}{c} 65 \\ \boxed{64} \quad \boxed{66} \end{array}$

1. 30 999
2. 999 999
3. 600 999
4. 230 000 000

3 ^{*} Écris en chiffres les grands nombres suivants.

1. En 2018, la population mondiale était de sept-milliards-cinq-cent-trente-quatre-millions.
2. La distance entre Paris et Marseille par la route est d'environ sept-cent-soixante-seize-mille-trois-cent-dix mètres.
3. Le squelette de l'australopithèque Lucy date d'environ trois-millions-cent-quatre-vingt-mille ans.

4 ^{**} Donne le nombre à quatre chiffres pour lequel :

- le chiffre des centaines est le double du chiffre des unités ;
- le chiffre des unités de mille est la moitié de celui des dizaines ;
- le chiffre des unités de mille est 3 ;
- le chiffre des unités est 4.

5 ^{**} James Bond doit entrer un code pour désamorcer une bombe.

Le code est le plus petit nombre à 6 chiffres qu'il peut trouver en utilisant une seule fois chacun des mots suivants : huit – cent – quatre – mille – neuf.

Écris ta réponse :

6 ^{**} Le compteur de la voiture de Marc indique 50 345 km.

1. Complète la décomposition de ce nombre :
 $50\,345 = (5 \times \dots) + (3 \times \dots) +$
 $(\dots \times 10) + (\dots \times 1).$

2. Dans 10 ans, Marc pense qu'il aura fait 10 fois plus de kilomètres.

Combien de kilomètres aura-t-il fait dans 10 ans ?

7 ^{***} Dans la ville de Tom, il y a un vieux bâtiment à restaurer.

Tom propose d'utiliser Internet pour récolter des dons en présentant le projet.

Il y a 4 dons possibles : 1 € ; 10 € ; 100 € et 1 000 €.

Information 1 : 2 680 personnes ont donné pour la restauration.

Information 2 : 4 grosses entreprises de la région ont donné 1 000 € chacune.

Information 3 : la moitié des donateurs a versé 1 € chacun.

Information 4 : un quart des donateurs a versé 10 €.

Information 5 : le reste des donateurs a versé 100 €.

1. Quelle est la somme récoltée au total ?

Tu l'écriras aussi sous la forme : $(\dots \times 10\,000) +$
 $(\dots \times 1\,000) + (\dots \times 100) + (\dots \times 10) + \dots$

2. Pour soutenir le projet, le département décide de participer afin qu'au total, Tom dispose de 100 000 € pour la réfection de la tour.

Quelle somme a été donnée par le département ?

Fractions décimales et nombres décimaux

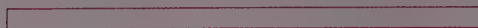
COURS

OBJECTIF • Comprendre et utiliser l'écriture décimale des nombres

- Lorsque les nombres entiers ne sont pas suffisants pour mesurer une longueur par exemple, on fractionne l'unité en parties égales.

Exemple : lorsqu'on fractionne 1 cm en 10 parties égales, on obtient des dixièmes de cm appelés les mm.

- Quand on partage une unité en parties égales, on obtient une fraction de cette unité.



1 unité



1 dixième de cette unité est colorié.

1 dixième peut s'écrire sous forme fractionnaire $\frac{1}{10}$ → le numérateur
→ le dénominateur

- Une fraction décimale est une fraction dont le dénominateur est 1, 10, 100, 1 000... (le numérateur est un entier).

Remarque : $\frac{10}{10} = 1$; $\frac{100}{100} = 1$; $\frac{1000}{1000} = 1$.

- Un nombre décimal est un nombre qui peut s'exprimer sous la forme d'une addition d'un nombre entier et de fractions décimales.

Exemple : $3 + \frac{5}{10} + \frac{2}{100}$ est un nombre décimal. On peut l'écrire plus simplement à l'aide d'une virgule : 3,52. Cette écriture est l'écriture décimale du nombre.

Un nombre décimal peut aussi s'écrire sous forme d'une seule fraction décimale :

$$1,24 = 1 + \frac{2}{10} + \frac{4}{100} = \frac{100}{100} + \frac{20}{100} + \frac{4}{100} = \frac{124}{100}$$

MÉTHODE

• Lire un nombre décimal

43,635 se lit quarante-trois virgule six-cent-trente-cinq
ou quarante-trois et six-cent-trente-cinq millièmes.
43 est la partie entière de 43,635.
635 est la partie décimale de 43,635.
6 ; 3 et 5 sont les décimales de 43,635.

À NOTER

1 dixième

$$0,1 = \frac{1}{10}$$

1 centième

$$0,01 = \frac{1}{100}$$

1 millième

$$0,001 = \frac{1}{1000}$$

• Décomposer un nombre décimal

$$\begin{aligned} 43,635 &= 4 \times 10 & + 3 \times 1 & + 6 \times 0,1 & + 3 \times 0,01 & + 5 \times 0,001 \\ &= 4 \text{ dizaines} & 3 \text{ unités} & 6 \text{ dixièmes} & 3 \text{ centièmes} & 5 \text{ millièmes} \\ &= 4 \times 10 & + 3 \times 1 & + 6 \times \frac{1}{10} & + 3 \times \frac{1}{100} & + 5 \times \frac{1}{1000} \end{aligned}$$

centaines	dizaines	unités	virgule	dixièmes	centièmes	millièmes
	4	3	,	6	3	5

1 ^{*} Décompose chacun des nombres suivants comme dans l'exemple.

Exemple : $12,31 = 12 + \frac{3}{10} + \frac{1}{100}$
 $= 12 + 0,3 + 0,01$

1. 54,035 2. 102,102 3. 0,43

2 ^{**} Trouve le nombre entier auquel je pense, sachant que :

- il a quatre chiffres ;
- le chiffre des centaines de ce nombre est le double du chiffre des dizaines ;
- le chiffre des unités de ce nombre est le chiffre des dixièmes de 75,81 ;
- la somme des chiffres de ce nombre est égale à 15 ;
- le chiffre des milliers de ce nombre est le chiffre des centièmes de 0,012.

Réponse :

3 ^{**} Donne l'écriture décimale des nombres suivants.

1. $1 + \frac{2}{10} =$

2. $34 + \frac{9}{100} =$

3. $\frac{204}{100} =$

4. $\frac{32}{10} =$

5. $12 + \frac{24}{10} =$

4 ^{**} Pour chacune des propositions suivantes, dis si elle est vraie ou fausse.

1. 4 est le chiffre des centièmes de $\frac{41}{1000}$.

2. 4 est le chiffre des dixièmes de $\frac{1}{10} + \frac{4}{10}$.

3. 4 est le chiffre des dizaines de 34,92.

4. $0,8 + 0,2$ est un entier.

5. Mille millièmes n'est pas un entier.

6. $72,420 = 72,42$.

7. On ne change pas un nombre décimal non entier si on lui ajoute des zéros à gauche ou à droite.

8. On ne change pas un entier si on lui ajoute des zéros à gauche ou à droite.

9. L'entier qui suit 1 099 est 2 000.

10. Le chiffre des dixièmes de 12 est 0.

5 ^{**} Pour chacun des nombres suivants, complète la phrase : « 5 est le chiffre des... ».

513,23 :

5 000 142 :

0,005 2 :

$\frac{5}{10\,000}$:

425,6 :

72,53 :

6 ^{***} En donnant l'écriture décimale des nombres du tableau 1, retrouve la lettre qui correspond à chaque case et forme le nom d'un célèbre mathématicien.

Tableau 1

1	$\frac{15}{10} =$
2	$5 + \frac{78}{1000} =$
3	$\frac{130}{10} =$
4	$5 + \frac{7}{10} + \frac{8}{100} =$
5	$\frac{130}{100} =$
6	$\frac{15}{1000} =$

5,078	U
1,5	E
0,015	D
1,30	I
5,78	L
13,0	C

Réponse :

1	2	3	4	5	6	1

Comparaison de décimaux

OBJECTIF • Classer les nombres décimaux

COUVS

- $>$ signifie « est plus grand que » ou « est supérieur à » : $12 > 4,7$; $5 > 0$.
- $<$ signifie « est plus petit que » ou « est inférieur à » : $12 < 47$; $0 < 5$.
- L'ordre « croissant » va du plus petit au plus grand : $5 < 5,01 < 5,1$.
- L'ordre « décroissant » va du plus grand au plus petit : $5,1 > 5,01 > 5$.

MÉTHODE

• Comparer deux nombres décimaux

On compare d'abord leurs parties entières :

- si elles sont différentes :

$$\begin{array}{r} 42,5 \\ 4,245 \end{array} \rightarrow 42 > 4, \text{ donc } 42,5 > 4,245$$

- si elles sont égales, deux méthodes :

1. on compare les décimales, rang par rang, en partant de la gauche :

$$\begin{array}{r} 42, \boxed{4} \boxed{5} \\ 42, \boxed{4} \boxed{2} 1 \end{array} \rightarrow = \rightarrow 5 > 2$$

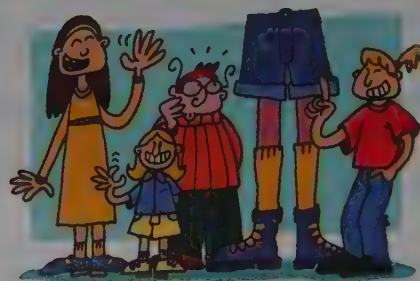
donc $42,45 > 42,421$

ou

2. on s'arrange pour avoir le même nombre de décimales pour chacun :

$$\begin{array}{l} 42,45 = 42, \boxed{450} \\ 42,421 = 42, \boxed{421} \end{array} \rightarrow 450 > 421$$

donc $42,45 > 42,421$



• Intercaler un nombre entre 2 autres

Cela signifie trouver un nombre compris entre les 2 nombres donnés.

Exemple : intercaler un nombre entre 12,8 et 12,89.

$$12,8 = 12,80.$$

On cherche un nombre plus grand que 12,80 et plus petit que 12,89.

Par exemple : 12,85.

$$12,8 < 12,85 < 12,89.$$

• Encadrer un nombre

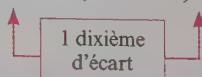
C'est trouver un nombre qui lui est inférieur et un nombre qui lui est supérieur.

Exemple :

- encadrement de 23,46 par 2 nombres entiers consécutifs (qui se suivent).

$$23 < 23,46 < 24.$$

- $23,4 < 23,46 < 24,5$: voici un encadrement au dixième de 23,46.



1 ^{*} 1. Range dans l'ordre croissant :

4,931; 4,09; 40,9; 4,10; 4,82.

2. Range dans l'ordre décroissant :

2,22; 2,02; 2,202; 2,022; 2,2.

2 ^{*} On sait que Mathilde a 15 billes de plus qu'Alice et 20 billes de moins que Camille.

1. Qui a le plus de billes ?

2. Qui en a le moins ?

3 ^{**} Fais une croix dans les cases qui conviennent (exemple : $0,08 < 1,1$; d'où la croix déjà placée).

	$\dots < 1,1$	$1,1 < \dots < 1,2$	$1,2 < \dots$
1,15			
0,08	X		
1,201			
1,097			
1,101	.		

4 ^{**} Coche la bonne réponse.

1. 1,9 est plus petit que 1,10.

☐ vrai ☐ faux

2. $43,540 = 43,54$.

☐ vrai ☐ faux

3. $72,4020 = 72,42$.

☐ vrai ☐ faux

4. $48 < 48,2 < 48,19$.

☐ vrai ☐ faux

5. 25,2 et $25,3 + \frac{11}{10}$ ont la même partie entière.

☐ vrai ☐ faux

6. $6,5 > 6,43 > 6,3$.

☐ vrai ☐ faux

7. $1,0 > 1$.

☐ vrai ☐ faux

8. Il n'y a pas de décimal compris entre 25,2 et 25,3.

☐ vrai ☐ faux

9. Il n'y a pas d'entier entre 25,2 et 25,3.

☐ vrai ☐ faux

10. $1,0 = 1$.

☐ vrai ☐ faux

5 ^{**} Laura est moins grande que Romain, qui est lui-même plus petit qu'Émilie et Julie.

Louise est plus petite que Julie mais plus grande qu'Émilie.

1. Peut-on classer ces cinq enfants du plus petit au plus grand ? Si oui... fais-le !

2. Sachant que Thibaut, le plus jeune de tous, est plus petit que Romain, peut-on classer les six enfants du plus petit au plus grand ?

Si oui... fais-le !

6 ^{***} Complète par des nombres décimaux qui conviennent.

$5 < \dots < \dots < 6$

$5,1 < \dots < \dots < 5,2$

$5,1 < \dots < \dots < 5,12$

$5 > \dots > \dots > 4,9$

$5,12 > \dots > \dots > 5,11$

$5,5 > \dots > \dots > 5,49$

7 ^{***} Parmi les 9 terrains suivants, lesquels peuvent être utilisés pour du football ?

Information 1 : la largeur d'un terrain de football varie entre 45 m et 90 m.

Information 2 : sa longueur varie entre 90 m et 120 m.

Information 3 : la longueur doit être supérieure à la largeur.

	Terrain 1	Terrain 2	Terrain 3
Largeur	540 dm	900 dm	0,48 hm
Longueur	7 659 cm	90 m	910 dm

	Terrain 4	Terrain 5	Terrain 6
Largeur	7,9 dam	44,59 m	8,5 dam
Longueur	110 m	101 m	0,89 hm

	Terrain 7	Terrain 8	Terrain 9
Largeur	620 dm	69 m	65,78 m
Longueur	89,79 m	940 dm	78,4 dam

Graphiques / Tableaux / Diagrammes

COURS

OBJECTIF • Utiliser les représentations graphiques

● Certaines situations peuvent se traduire par un graphique.

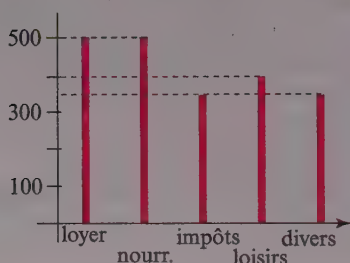
Exemple : Madame N. Kuche gagne 2 100 € par mois.

Elle répartit ainsi ses dépenses : loyer : 500 € ; nourriture : 500 € ; impôts : 350 € ; loisirs : 400 € ; divers : 350 €.

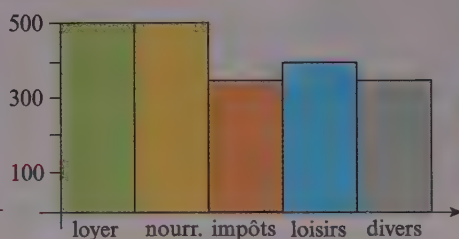


● Cette situation se traduit par :

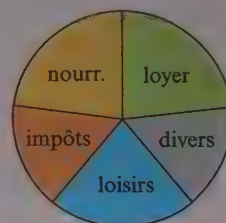
• Un diagramme en bâtons



• Un histogramme



• Un diagramme circulaire



MÉTHODE

● **Savoir construire un tableau**

• Jeanne fait une enquête pour le journal de son collège. Elle demande à ses camarades quel est leur sport préféré.

• Voici leur réponse : foot, rugby, foot, tennis, danse, natation, foot, tennis de table, tennis, karaté, boxe, foot, rugby, foot, foot, tennis, danse, judo, handball, foot, handball, foot.

• Jeanne fait un tableau de 2 lignes : une ligne pour le nom du sport, et une ligne pour le nombre de réponses correspondantes.

Sport	Foot	Rugby	Tennis	Danse	Natation	Tennis de table	Karaté	Boxe	Judo	Handball
Nombre d'élèves	8	2	3	2	1	1	1	1	1	2

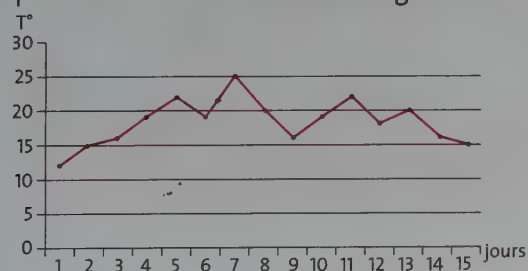
Avec cette colonne, on comprend qu'il y a 3 élèves de la classe de Jeanne qui préfèrent le tennis

1 * Au mois de septembre, chaque élève du collège a pu pratiquer un des 4 sports suivants : l'escalade, le basket, le tennis de table, la natation.

Sport Niveau	Escalade	Basket	Tennis de table	Natation
6 ^e	24	32	34	22
5 ^e	20	37	33	30
4 ^e	27	18	31	20
3 ^e	32	28	18	26

- Combien d'élèves de 6^e ont fait de la natation ?
- Quel sport a été pratiqué par le plus d'élèves de 3^e ?
- Combien d'élèves ont fait du basket au mois de septembre ?
- Quel a été le sport le plus pratiqué dans ce collège au mois de septembre ?

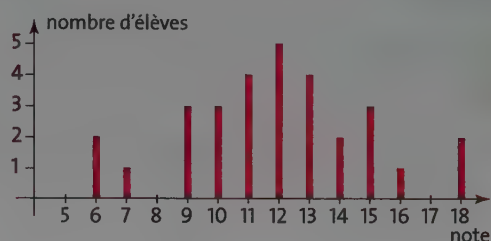
2 * Le diagramme ci-dessous représente la température observée durant la première quinzaine du mois de Juillet au Vigan :



Donne :

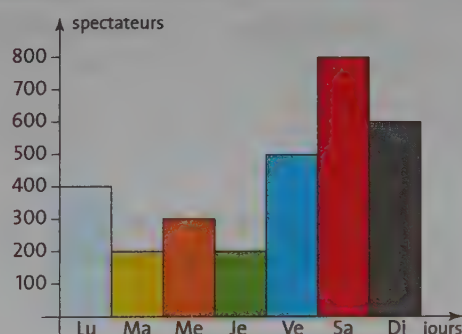
- le nombre de jours où la température est supérieure ou égale à 20 °C :
- les dates où la température est égale à 16 °C :
- le jour où la température est maximale :
- À quel moment du mois peut-on dire que la température a augmenté pendant 5 jours ?

3 ** On a représenté sur ce diagramme en bâtons les notes des élèves à une interrogation.



- Combien d'élèves ont eu 6 ?
- Combien d'élèves ont eu 17 ?
- Combien d'élèves ont eu au moins 13 ?
- Quelle a été la note maximale ?
- Quelle a été la note la plus obtenue ?
- Combien y a-t-il d'élèves dans la classe ?
- Quel est l'écart entre la note la plus haute et la note la plus basse ?

4 *** Cet histogramme représente la fréquentation d'une salle de cinéma pendant une semaine.



- Combien y avait-il de spectateurs le lundi ?
- Combien y avait-il de spectateurs les trois premiers jours de la semaine ?
- Y a-t-il plus de spectateurs le week-end (samedi + dimanche) que le reste de la semaine ?
- La place de cinéma coûte 10,10 €, mais :
– le lundi, le tarif est unique : 7,70 € ;
– le mercredi, un tiers des spectateurs sont des étudiants qui paient 7,70 € ;
– le samedi, la salle a accueilli trois groupes de 25 élèves payant chacun 3,20 €.
Quelle a été la recette de cette salle pour cette semaine ?

Additions / Soustractions / Multiplications

COURS

OBJECTIF • Utiliser les opérations courantes

● **Vocabulaire**

$$58,09 + 105,3 = 163,39$$

termes

somme

$$324,5 - 98,91 = 225,59$$

termes

différence

$$45,26 \times 9,3 = 420,918$$

facteurs

produit

● **Règle**

• Pour multiplier un nombre par 10 ; 100 ; 1 000 ; ..., on déplace la virgule de ce nombre de 1 ; 2 ; 3 ; ... rangs vers la droite, en ajoutant des zéros si nécessaire.

• Dans un calcul avec **parenthèses**, on effectue en premier ce qu'il y a entre parenthèses.

$$3 \times (5 + 8) = 3 \times 13 = 39$$



MÉTHODE

● **Poser et effectuer une opération**

• Une addition

$$\begin{array}{r} 9,82 \\ + 61,9 \\ \hline 71,72 \end{array}$$

• Une soustraction

$$\begin{array}{r} 61,90 \\ - 9,82 \\ \hline 52,08 \end{array}$$

• Une multiplication

$$\begin{array}{r} 61,9 \rightarrow 1 \text{ décimale} \\ \times 9,82 \rightarrow 2 \text{ décimales} \\ \hline 1238 \\ 4952 \cdot \\ 5571 \cdot \cdot \\ \hline 607,858 \end{array}$$

le résultat a
 $1 + 2 = 3$ décimales

- On place les retenues 1.
- On peut rajouter des zéros 0.

● **Contrôler un résultat**

- Utilisation de la calculatrice.
- Ordre de grandeur : 9,82 est voisin de 10 et 61,9 est voisin de 60, donc :

9,82 + 61,9 est voisin de 10 + 60 = 70	} ce qui correspond bien aux résultats trouvés.
61,9 - 9,82 est voisin de 60 - 10 = 50	
61,9 × 9,82 est voisin de 60 × 10 = 600	

● **Calculer « de tête »**

$$148 + 29 = \underbrace{148 + 30}_{\text{facile !}} - 1 = \underbrace{178 - 1}_{\text{facile !}} = 177$$

$$2 \times 36 \times 0,5 = \underbrace{2 \times 0,5}_{\text{facile !}} \times 36 = \underbrace{1 \times 36}_{\text{facile !}} = 36$$

À RETENIR

$$\begin{array}{l} 2 \times 0,5 = 1 \\ 4 \times 0,25 = 1 \end{array}$$

1 ^{*} Corrige les erreurs.

1. $59,5 + 10,7 = 69,12$

2.
$$\begin{array}{r} 257 \\ - 82,1 \\ \hline 235,1 \end{array}$$

3. $11,2 \times 0,3 = 33,6$

4.
$$\begin{array}{r} 1237 \\ - 238,3 \\ \hline 362,0 \end{array}$$

5.
$$\begin{array}{r} 293,9 \\ - 342,1 \\ \hline 151,8 \end{array}$$

2 ^{**} On sait que $728 - 345,6 = 382,4$. Sans poser d'opération, calcule.

1. $728 - 382,4 = \dots\dots\dots$

2. $7\ 280 - 3\ 456 = \dots\dots\dots$

3. $1\ 728 - 345,6 = \dots\dots\dots$

4. $345,6 + 382,4 = \dots\dots\dots$

5. $738 - 355,6 = \dots\dots\dots$

6. $1\ 382,4 + 1\ 345,6 = \dots\dots\dots$

3 ^{**} Complète le tableau suivant.

Opération	Ordre de grandeur	Résultat exact
$990 + 5\ 020$	$1\ 000 + 5\ 000 = 6\ 000$	6 010
$7\ 805 + 95$		
$107,3 - 8,9$		
$16,5 - 0,548$		
$198,9 \times 19,3$		
$53,4 \times 0,95$		

4 ^{**} Sachant que :

A	C	E	I	L	N	S	V
36	0,01	4,9	351,2	630	0,89	0,063	0,018

décode le message suivant :

$1,8 \times 0,01$ $25 \times 3,512 \times 4$

$18 \times 2 \times 0,001 \times 0,5$ $0,5 \times 49 \times 0,2$

$0,9 \times 700$ $0,7 \times 0,7 \times 10$ $0,9 \times 0,07$

$9 \times 0,0001 \times 20$ $90 \times 0,01 \times 40$

$1 - 0,99$ $1,2 \times 10 \times 3$ $1 - 0,11$

$4 \times 2\ 500 \times 0,000\ 001$ $7 \times 7 \times 0,1$

$0,3 \times 0,7 \times 0,3$

5 ^{**} Éléonore met 43 litres d'essence chaque semaine dans le réservoir de sa voiture. Elle a le choix entre la station Tatol où un litre coûte 1,27 €, et la station Essou où un litre coûte 1,35 €.

1. Calcule le coût du plein dans chaque station.
2. Combien d'euros Éléonore économise-t-elle en allant chez Tatol ?

6 ^{***} Une équipe de basket souhaite renouveler la tenue de ses 18 joueurs (1 short, 1 tee-shirt et 1 paire de chaussettes). Les tee-shirts seront floqués avec le nom du joueur dans le dos et le logo du club sur l'avant. Elle s'adresse à 2 magasins de sport.

Chez Mécathlon : le short coûte 6,25 €, le tee-shirt 10,15 € et la paire de chaussettes 2 €.

Chez Entresport : le short est à 6,80 €, le tee-shirt à 9,96 € et la paire de chaussettes à 1,90 €.

Pour le flochage, Mécathlon propose le prix suivant par tee-shirt : 6,80 € pour le nom du joueur dans le dos et 2,40 € pour le logo du club.

Entresport propose : 7 € pour le nom du joueur dans le dos et 2,50 € pour le logo du club.

En justifiant tes calculs, trouve quelle est l'offre la plus intéressante pour l'équipe.

Division euclidienne

COURS

OBJECTIF • Utiliser la division à quotient entier

• Division avec des entiers

Exemple : On veut distribuer 258 billes à 11 enfants de façon que chacun en ait le même nombre, et le plus possible. Il faut donc diviser 258 par 11.

Ordre de grandeur

$$250 : 10 = 25$$

Division

$$\begin{array}{r} 258 \overline{) 11} \\ 38 \overline{) 23} \\ 5 \end{array}$$

$$258 = 11 \times 23 + 5$$

$$\text{et } 5 < 11$$

Réponse

On peut donc donner 23 billes à chaque enfant.

(Il restera 5 billes, que l'on ne peut couper en morceaux !)

• Vocabulaire

dividende	diviseur
	quotient
reste	euclidien

$$\text{dividende} = \text{diviseur} \times \text{quotient euclidien} + \text{reste}$$

$$\text{reste} < \text{diviseur}$$



MÉTHODE

• Utiliser les critères de divisibilité

Le reste de la division de 253 par 11 est 0 : la division « tombe juste ».

On dit que 253 est divisible par 11 ou 253 est multiple de 11.

Il existe des **règles** permettant de reconnaître les nombres divisibles par 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 9 ou 10 sans poser les divisions correspondantes.

Un entier est divisible par :

- 2 si son chiffre des unités est 0, 2, 4, 6 ou 8 ;
- 5 si son chiffre des unités est 0 ou 5 ;
- 10 si son chiffre des unités est 0 ;
- 3 si la somme de ses chiffres est divisible par 3 ;
- 9 si la somme de ses chiffres est divisible par 9 ;
- 4 si le nombre formé de ses 2 derniers chiffres est divisible par 4.

Exemple : 2 145 est divisible par 5 et par 3, mais pas par 2 ; 4 ; 10 ou 9.

Aucun nombre n'est divisible par 0 ($258 \div 0$ n'existe pas).

Mais 0 est divisible par tous les nombres sauf 0. ($0 \div 258 = 0$, mais $0 \div 0$ n'existe pas.)

1 ^{*} Complète le tableau suivant.

Dividende	Diviseur	Quotient euclidien	Reste	Égalité
549	7	78	3	$549 = 7 \times 78 + 3$
1214	14	86	10	$1214 = 14 \times 86 + 10$
246	15	17	11	$246 = 15 \times 17 + 11$
507	8	63	3	$507 = 8 \times 63 + 3$
22	35	0	22	$22 = 35 \times 0 + 22$

2 ^{*} Parmi les nombres suivants : 840 ; 54 315 ; 211 ; 247 356 ; 1 ; quels sont ceux qui sont multiples de 2 ? de 3 ? de 4 ? de 5 ? de 9 ? de 10 ?

3 ^{*} Vrai ou faux ? Coche la bonne réponse.

- Un nombre qui se termine par 2 est divisible par 2.
- Un nombre qui se termine par 3 est divisible par 3.
- 777 est divisible par 3.
- 777 est divisible par 7.
- Un nombre divisible par 3 est divisible par 9.
- Un nombre divisible par 9 est divisible par 3.
- 47 est divisible par 7.
- 1 est divisible par tous les nombres.
- Tous les nombres sont divisibles par 1.

V F

☒ ☐

☐ ☒

☒ ☐

☒ ☐

☐ ☒

☒ ☐

☐ ☒

☐ ☒

☒ ☐

4 ^{**} 1. Retrouve tous les nombres de la forme $4 \bullet 6 \bullet$ divisibles par 9.
2. Retrouve tous les nombres de la forme $4 \bullet 6 \bullet$ divisibles à la fois par 9 et par 5.

5 ^{***} Réponds à la question suivante.

Le diviseur est 44 ; le quotient est le double du diviseur et le reste est nul. Quel est le dividende ?

6 ^{***} Arthur fête son anniversaire. Il souhaite que ses 7 amis partent avec le même nombre de bonbons chacun. Lui gardera les bonbons restants. Il dispose de 91 bonbons.

1. Avec combien de bonbons ses amis repartiront ? Combien lui restera-t-il de bonbon(s) ?

2. Pas satisfait du nombre de bonbons qu'il gardera, il décide que ses amis auront chacun 12 bonbons.

Combien en gardera-t-il pour lui ?

7 ^{***} Une usine bretonne de sablés vend des gâteaux secs en paquets de 16.

À la fin de la journée de travail, les sablés restants sont offerts à une école voisine pour le goûter des enfants.

Voici le nombre de sablés fabriqués en une semaine :

Lundi	Mardi	Mercredi	Jeudi	Vendredi
652	725	412	1 008	873

1. Combien de paquets ont été emballés chaque jour ?

2. Combien de sablés ont été donnés à l'école cette semaine-là ?

8 ^{***} Marie et Jeanne sont les 2 meilleures amies du monde.

L'anniversaire de Marie est le 16 mars, celui de Jeanne est le 28 avril.

1. Marie et Jeanne sont nées la même année. Marie est née un lundi. Quel jour est né Jeanne ?

2. Hier, Jeanne a dit à son amie : « Je suis plus jeune que toi de 3 millions de secondes ! ». Cette affirmation de Jeanne est-elle vraie ? Justifie ta réponse.

COURS

OBJECTIF • Maîtriser le sens et la technique de la division

● Définition

- a et b sont deux entiers, b est non nul. On appelle **quotient** de a par b le nombre qui multiplié par b donne a .
- Ce nombre peut se noter $a \div b$ ou $\frac{a}{b}$.
- On a $\frac{a}{b} \times b = a$.
- Pour calculer un quotient, on effectue une **division**.

● Quotient de deux nombres

- Le quotient de deux nombres est entier ou décimal non entier si la division s'arrête.
Exemple : $91 \div 13 = 7$ et $45,1 \div 8 = 5,6375$.

- Le quotient de deux nombres n'est pas décimal si la division ne s'arrête pas.

Exemple :

$$\begin{array}{r} 19,2 \\ 12 \overline{) 9} \\ 30 \\ 30 \\ 30 \end{array}$$

Le reste n'est jamais nul, la division ne s'arrête pas, le quotient de 19,2 par 9 n'est pas décimal.

Il est proche de 2,13 et plus proche encore de 2,133 mais n'est égal à aucun décimal.

On note $19,2 \div 9 = \frac{19,2}{9}$ et $\frac{19,2}{9} \approx 2,13$.

● Calcul mental

Diviser par 10 ; 100 ; 1 000 revient à décaler la virgule de ce nombre de 1 ; 2 ; 3 rangs vers la gauche en ajoutant des zéros si nécessaire.

MÉTHODE

● Diviser un décimal par un entier

Exemples :

- Divise 171,2 par 16.

– Un ordre de grandeur de $171,2 \div 16$ est $160 \div 16 = 10$.

– Tu poses la division : en 17, combien de fois 16 ? 1 fois...

Lorsque tu « abaisses » le 2, première décimale de 171,2, tu mets une virgule au quotient.

$$\begin{array}{r} 171,2 \\ 16 \overline{) 10,7} \\ 16 \\ 00 \end{array}$$

- Pour faire la division décimale de 391 par 46, il suffit de remarquer que $391 = 391,0$. Ensuite, on procède comme dans le premier exemple.

– Un ordre de grandeur de $391 \div 46$ est $400 \div 50 = 8$.

– Tu poses la division :

$$\begin{array}{r} 391,0 \\ - 368 \\ \hline 230 \\ - 230 \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 46 \\ 8,5 \end{array}$$

1 ^{*} Sans effectuer de divisions, entoure le résultat exact de chacun des quotients du tableau ci-dessous (cherche un ordre de grandeur comme dans la Méthode page 18).

Quotient	Résultat 1	Résultat 2	Résultat 3
$114 \div 12$	4,8	100,5	9,5
$1006 \div 8$	125,75	12,575	50,5
$396 \div 225$	17,6	1,76	176
$786 \div 1048$	0,75	5	68

2 ^{*} On donne :

$$\begin{array}{ll} 129 \times 470 = 60\,630 & 414 \div 125 = 3,312 \\ 7\,812 \div 126 = 62 & 126 \div 24 = 5,25 \\ 1\,528 \times 26 = 39\,728 & 39\,728 \div 191 = 208 \end{array}$$

En utilisant les opérations précédentes, trouve les résultats manquants :

$$\begin{array}{ll} 5,25 \times 24 = \dots\dots\dots & 3,312 \times 125 = \dots\dots\dots \\ 60\,630 \div 470 = \dots\dots\dots & 126 \times 62 = \dots\dots\dots \\ 208 \times 191 = \dots\dots\dots & 7\,812 \div 62 = \dots\dots\dots \\ 39\,728 \div 1\,528 = \dots\dots\dots & 39\,728 \div 208 = \dots\dots\dots \end{array}$$

3 ^{**} Pose et effectue les divisions suivantes (elles « s'arrêtent » toutes).

$$\begin{array}{lll} 1. 896 \div 7; & 2. 200,2 \div 7; & 3. 123,9 \div 14; \\ 4. 378 \div 45; & 5. 7\,319 \div 52; & 6. 56 \div 125. \end{array}$$

4 ^{**} Réponds aux questions suivantes.

1. À vélo, Antoine a roulé à vitesse constante pendant 4 h et a parcouru 94,2 km. Combien de kilomètres a-t-il parcouru en 1 h ?

2. Trois enfants se partagent la monnaie des courses. Partis avec 50 €, ils ont dépensé 32,75 €. Combien chacun va-t-il recevoir ?

3. Mina veut faire 16 petits paquets avec 1,920 kilogramme de dragées. Quel sera le poids de chacun ?

4. Quelle quantité de sirop de menthe peut-on mettre dans chaque verre, si l'on a 18 verres et 2,25 litres de sirop ?

5 ^{**} Réponds par vrai ou faux.

	V	F
1. $? \div 1\,000 = 0,0164$ donc $? = 164$	☐	☐
2. $18\,263 \div 7 = 2609$	☐	☐
3. $343,15 \div 100 = 34315$	☐	☐
4. $14,69 \div 9 \approx 1,63$	☐	☐
5. $? \times 225 = 976,5$ donc $? = 4,34$	☐	☐

6 ^{**} Je pense à un nombre. Je le multiplie par 13. J'obtiens 2 171. Quel est le nombre auquel j'ai pensé ?

$$\begin{array}{rcl} \text{Je pense à} & & \\ \text{un nombre} & \times 13 & 2\,171 \end{array}$$

7 ^{***} Adèle, Martin et leurs trois copains vont au cinéma et décident d'y inviter Noé. La place de cinéma coûte 7 €. Comme il est invité, Noé ne paie pas. Combien chacun des enfants dépense-t-il ?

8 ^{***} Retrouve les données manquantes de l'exercice en observant la démarche juste d'un élève.

$$50 - 22 = 28; \quad 5 \times 3,2 = 16; \quad (28 - 16) \div 6 = 2.$$

Donc le prix d'un cahier est 2 €.

Sofia achète classeurs à € l'un et cahiers identiques.

Sur un billet de €, on lui rend €. Quel est le prix d'un cahier ?

COURS

● Définition

Une fraction est un nombre écrit sous la forme $\frac{a}{b}$,

où a et b sont des entiers et b est non nul. $\frac{a}{b} = a \div b$.

Exemples : $\frac{12}{12}$, $\frac{72}{10}$, $\frac{72}{12}$, $\frac{2}{3}$.

● Attention !

- Certaines fractions sont des nombres décimaux :

$$\frac{12}{12} = 12 \div 12 = 1 \text{ et } \frac{72}{10} = 72 \div 10 = 7,2.$$

- Certaines fractions ne sont pas des décimaux :

$\frac{2}{3} \approx 0,6666$ car la division est infinie lorsqu'on divise 2 par 3



● Règle

On ne change pas un quotient de deux nombres si on les multiplie ou si on les divise par un même nombre non nul.

Exemple :

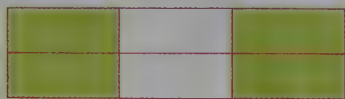
$$\frac{9}{6} = \frac{18}{12} = \frac{3}{2}$$

(Arrows indicate multiplication by 2 from 9 to 18 and 6 to 12, and division by 6 from 18 to 3 and 12 to 2.)

MÉTHODE

● Représenter une fraction

Exemple : Quelle fraction de la figure ci-dessous a été coloriée ?



On a divisé le rectangle en parties égales et on a colorié 4 carreaux sur 6 ou 2 colonnes sur 3.

On a donc colorié $\frac{4}{6}$ ou $\frac{2}{3}$ du rectangle.

● Écrire sous forme fractionnaire

- Un nombre décimal peut toujours s'écrire sous forme de fraction.

Exemple : Écris sous forme de fractions les décimaux : 0,5 ; 0,75 ; 4.

$$0,5 = \frac{5}{10} = \frac{50}{100} = \frac{1}{2}; \quad 0,75 = \frac{75}{100} = \frac{3}{4}; \quad 4 = \frac{4}{1} = \frac{8}{2} = \frac{40}{10}.$$

- Le quotient de deux décimaux peut toujours s'écrire sous forme de fraction.

Exemple : Écris sous forme de fractions les quotients : $17 \div 5$ et $45,1 \div 8$

$$17 \div 5 = \frac{17}{5} = \frac{34}{10}; \quad 45,1 \div 8 = \frac{45,1}{8} = \frac{451}{80}.$$

● Calculer de tête

- Calculer la moitié d'un nombre, c'est le diviser par 2. La moitié de $24 = \frac{24}{2} = 12$.
- Calculer le tiers d'un nombre, c'est le diviser par 3. Le tiers de $24 = \frac{24}{3} = 8$.
- Calculer le quart d'un nombre, c'est le diviser par 4. Le quart de $24 = \frac{24}{4} = 6$.

1 ^{*} Donne une écriture décimale des fractions suivantes.

$$\frac{9}{10}; \frac{53}{100}; \frac{9}{20}; \frac{222}{50}; \frac{17}{4}; \frac{128}{200}; \frac{459}{2}; \frac{23}{16}; \frac{80}{20}; \frac{9}{9}.$$

2 ^{*} Écris les nombres suivants sous la forme d'une fraction.

$$4,9; 5; 9,111; 24 \div 4; 0,9; 0,0045; 12,64; 27 \div 7; 4,1 \div 6.$$

3 ^{*} Donne si possible une écriture décimale des fractions suivantes. Sinon, donne une valeur approchée avec un chiffre après la virgule.

$$\frac{5}{4}; \frac{4}{5}; \frac{8}{7}; \frac{7}{8}; \frac{25}{16}; \frac{16}{3}.$$

4 ^{**} Réponds par vrai ou faux.

1. $\frac{5}{6} = 5,6$ 2. $\frac{6}{5} = 1,2$ 3. 3,6 est le tiers de 10,8

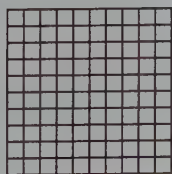
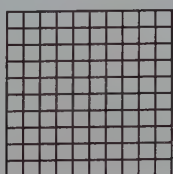
4. $\frac{56}{49} = \frac{8}{7}$.

5 ^{*} Complète le tableau.

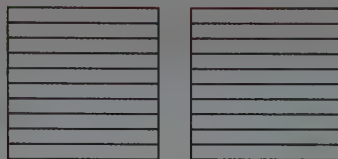
Nombre	Fraction	Écriture à virgule
5 millièmes		
83 centièmes		
	$\frac{7}{5}$	
159 dixièmes		
trois quarts		

6 ^{**} Dans chaque cas, l'aire d'un grand carré est égale à une unité. Colorie l'aire correspondant à la fraction décimale donnée.

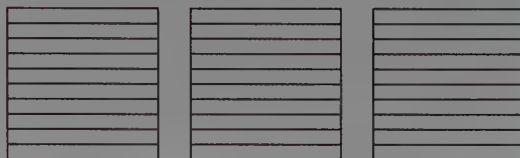
1. $\frac{145}{100}$



2. $\frac{16}{10}$



3. $\frac{23}{10}$



7 ^{**} Complète.

$$\frac{25}{15} = \frac{\dots}{3} = \frac{45}{\dots} = \frac{\dots}{18}; \quad \frac{8}{7,2} = \frac{80}{\dots} = \frac{\dots}{9}.$$

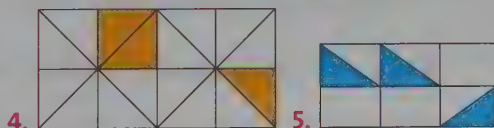
8 ^{**} Théo a grandi, il décide de donner à ses petits cousins une partie de sa collection de Plémabile. Il en possède 924.

Il en donne la moitié à Ali, le tiers à Ismaël, et la moitié du reste à Miryam.

1. Combien de Plémabile ont eu chacun des enfants ?

2. Combien lui en reste-t-il ?

9 ^{**} Quelle est la fraction coloriée de chaque figure ?



10 ^{***} Effectue les calculs suivants en observant d'abord l'exemple. Tu donneras les résultats sous forme d'une fraction.

Ex. : $a = \frac{3}{4} + 0,8 = 0,75 + 0,8 = 1,55 = \frac{155}{100}$.

$b = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4}; \quad c = 3 + \frac{21}{5} + \frac{7}{10}; \quad d = 1,7 + \frac{17}{10};$

$e = \frac{1}{10} + \frac{1}{100}; \quad f = \frac{3}{10} \times \frac{52}{100}.$

Repérages sur une droite graduée

COURS

OBJECTIF • Placer un point sur une droite graduée et lire son abscisse

● Repérage sur une demi-droite graduée



• On peut graduer une demi-droite à partir de son origine (ici : le point A) en choisissant une longueur unité (ici : la longueur du segment [AB]) que l'on reporte régulièrement.

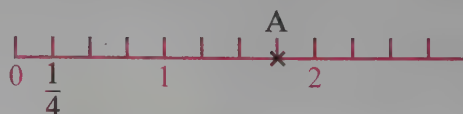
• On peut, à tout point de la demi-droite, faire correspondre un nombre appelé **abscisse** de ce point. Sur la droite précédente, A a pour abscisse 0. On note A(0). On a aussi B(1) et M(4,5).



MÉTHODE

● Lire l'abscisse d'un point sur une demi-droite graduée

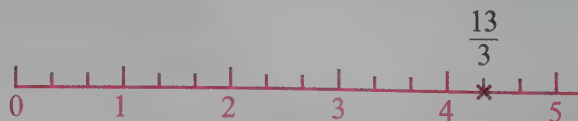
Exemple :



- Chaque segment unité est partagé en quatre segments de même longueur.
- On voit sur le dessin que l'abscisse de A est comprise entre 1 et 2.
- L'abscisse de A est $\frac{7}{4}$ ou 1,75.

● Encadrer une fraction entre 2 entiers consécutifs

- On cherche à encadrer $\frac{13}{3}$ entre 2 entiers consécutifs à l'aide d'une demi-droite graduée.
- On partage chaque segment unité en 3 segments de même longueur pour obtenir des tiers. Il ne reste plus qu'à compter les **tiers** jusqu'à $\frac{13}{3}$.



- Pour encadrer, il ne reste plus qu'à utiliser la demi-droite graduée :

$$4 < \frac{13}{3} < 5$$

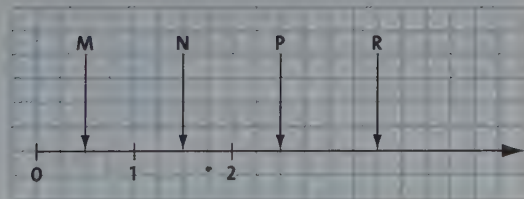
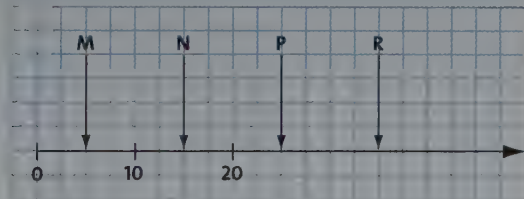
1* Trace une demi-droite graduée en prenant 1 cm pour unité de longueur. Place les points suivants dont les abscisses sont entre parenthèses :

$$A(2,5); B(1,3); C(\frac{9}{2}); D(\frac{22}{4}).$$

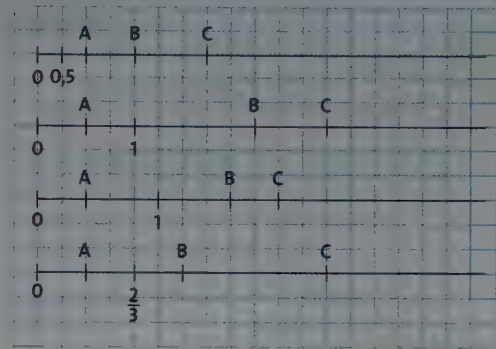
2* Sur la demi-droite graduée suivante, place le point A d'abscisse 2 ; le point B d'abscisse 1,5 ; le point C d'abscisse $\frac{1}{4}$; le point D d'abscisse 2,75.



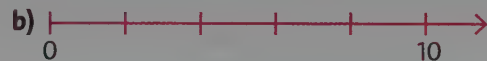
3** Sur chacune des demi-droites graduées, lis l'abscisse des points M, N, P et R.



4** Sur chacune des demi-droites graduées, lis l'abscisse des points A, B et C.



5**



Sur l'axe a, place le point A d'abscisse 600.
Sur l'axe b, place le point B d'abscisse 4 et le point C d'abscisse 8.
Sur l'axe c, place le point D d'abscisse 850 et le point E d'abscisse 950.
Sur l'axe d, place le point F d'abscisse 12 000.
Relie les points ABDFEC. Comment appelle-t-on ce type de figure ?

6*** 1. Donne une écriture fractionnaire des nombres correspondant aux points A et B.

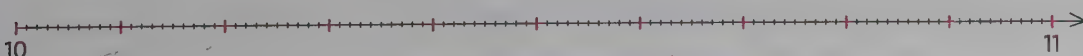
2. Sur la demi-droite graduée ci-dessous, place les nombres : $\frac{8}{6}$; 1,5 ; $\frac{7}{3}$; $\frac{6}{3}$; $\frac{9}{6}$.



3. En t'aidant de la demi-droite graduée, range dans l'ordre croissant les nombres : $\frac{8}{6}$; 1,5 ; $\frac{7}{3}$; $\frac{6}{3}$; $\frac{9}{6}$.

7*** Mehdi est l'organisateur d'une course de 100 m. Il relève les résultats des coureurs :

10 s et $\frac{32}{100}$ de secondes ; 10 s et $\frac{9}{10}$ de secondes ; 10 s et $\frac{80}{100}$ de secondes ; 10 s et 66 centièmes de secondes ; 10 s et $\frac{6}{10}$ de secondes ; 10 s et 4 dixièmes de secondes ;
Classe ces temps dans l'ordre croissant. Tu pourras t'aider si nécessaire de la demi-droite graduée.



COURS

OBJECTIF • Reconnaître et utiliser les situations de proportionnalité

● Tarif

Exemple 1 : proportionnalité

Si 1 rouleau de papier peint coûte 6 €,

		$\times 2$			
$\times 6$	Nombre de rouleaux	1	15	30	45
	Prix (€)	6	90	180	270
			$\times 2$		
					$\div 6$

15 rouleaux coûtent $15 \times 6 = 90$ €,
 30 rouleaux coûtent $30 \times 6 = 180$ €,
 pour 270 €, on a $270 \div 6 = 45$ rouleaux.
 Le nombre 6, sur le côté du tableau, est
 appelé le coefficient de proportionnalité.

Exemple 2 : non proportionnalité

Tarif postal :

Poids d'une lettre (en grammes)	15 g	30 g
Prix de l'affranchissement (en euros)	0,75 €	1,40 €

Le prix payé pour 30 g n'est pas le
 double du prix payé pour 15 g : le prix
 du timbre n'est pas proportionnel au
 poids de la lettre.

● Taux de pourcentage

$$15\% = \frac{15}{100} = 0,15$$

Prendre 15 % de 120 c'est multiplier 120 par 0,15 (on peut aussi multiplier ce nombre
 par 15 et diviser le résultat par 100).

$$15\% \text{ de } 120 = (15 \times 120) \div 100 = 1800 \div 100 = 18.$$

- Prendre 50 % d'un nombre, c'est prendre sa moitié (les 50 % de 120 valent 60).
- Prendre 100 % d'un nombre, c'est prendre ce nombre (les 100 % de 120 valent 120).
- Prendre 25 % d'un nombre, c'est prendre son quart (les 25 % de 120 valent 30).

METHODE

● Reconnaître une situation de proportionnalité

Exemples : Proportionnel ou pas ?

• Alia a 10 ans et mesure 130 cm. Quelle sera sa taille à 20 ans ? Ce n'est pas une
 situation de proportionnalité et, à 20 ans, Alia ne mesurera pas 260 cm !

• 2 kg de pommes coûtent 3,24 €. Combien coûtent 3 kg ?

C'est une situation de proportionnalité : 1 kg de pommes coûte $3,24 \div 2 = 1,62$ €
 et 3 kg coûtent $1,62 \times 3 = 4,86$ €.

		$\div 2$	$\times 3$	
Masse en kg	2	1	3	
Prix (€)	3,24	1,62	4,86	
		$\div 2$	$\times 3$	

1 ^{*} Réponds aux questions posées (s'il y en a) dans les énoncés suivants et dis à chaque fois s'il s'agit ou non d'une situation de proportionnalité.

1. Lisa a 10 ans et sa grand-mère 70 ans. Quand Lisa aura 20 ans, sa grand-mère aura-t-elle 140 ans ? Sinon quel âge aura sa grand-mère ? Situation de proportionnalité : ☐ oui ☐ non

2. Rémi mesure 160 cm à 12 ans. Peut-on prévoir sa taille quand il aura 24 ans ? Situation de proportionnalité : ☐ oui ☐ non

3. Trois cuillerées à soupe de farine correspondent à 90 g de farine. À combien de cuillerées correspondent 150 g de farine ? Situation de proportionnalité : ☐ oui ☐ non

4. Le numéro d'une revue mensuelle coûte 3,5 €. On propose un abonnement de 6 mois pour 20 € et un abonnement de 1 an pour 38 €. Situation de proportionnalité : ☐ oui ☐ non

5. À 3 ans, Paul sait compter jusqu'à 10. Peut-on prévoir jusqu'à combien il saura compter à 6 ans ? Situation de proportionnalité : ☐ oui ☐ non

6. Le prix d'un livre est-il proportionnel à son format ? Situation de proportionnalité : ☐ oui ☐ non

7. Une voiture roule toujours à la même vitesse. Elle parcourt 225 km en 3 h. Combien parcourt-elle en 2 h ? en 8 h ? Situation de proportionnalité : ☐ oui ☐ non

8. Vu dans un supermarché : 6 pots de yaourts : 1,8 € ; un pack de 16 pots des mêmes yaourts : 5 €. Situation de proportionnalité : ☐ oui ☐ non

2 ^{**} La voiture de Boris consomme 7,8 litres de carburant tous les 100 km.

1. Complète le tableau de proportionnalité sans en calculer le coefficient.

Distance parcourue en km	100		25	75	
Consommation en litres	7,8	15,6			0,78

2. Calcule le coefficient de proportionnalité. Que représente-t-il ?

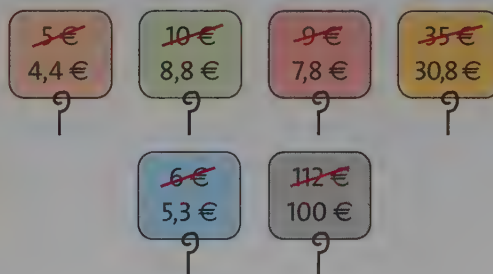
3 ^{**} Résous le problème suivant.

La recette d'une tarte au citron donne les proportions suivantes pour 6 personnes : 2 œufs, 3 citrons, 150 g de farine, 120 g de sucre et 140 g de beurre. Lucas et Maelys ont invité 7 copains : il faut donc modifier ces proportions pour faire une tarte pour 9 personnes. À toi de jouer !

4 ^{**} Sachant que 85 % des 700 élèves d'un collège déjeunent à la cantine, combien d'élèves de ce collège déjeunent à la cantine ?

5 ^{**} Calcule 10 % de 530. Même question avec 25 % ; 50 % ; 75 % ; 100 % ; 200 %.

6 ^{***} Un commerçant fait des remises de 12 % et a modifié ainsi ses étiquettes :



Rectifie ses erreurs !

7 ^{***} Fais cet exercice en te chronométrant : il faut environ de 30 s pour répondre aux questions.

1. Calcule 50 % de 120 €.
2. Calcule 25 % de 60 élèves.
3. Calcule 10 % de 400 élèves.
4. Calcule 25 % de 24 m.
5. Calcule 50 % de 33 m.
6. Calcule 10 % de 54 €.

8 ^{***} Réponds aux questions suivantes.

1. Un objet, qui coûtait 110 €, coûte 100 €. Son prix a-t-il diminué de 10 % ?
2. Un objet, qui coûtait 80 €, coûte 100 €. Son prix a-t-il augmenté de 20 % ?

OBJECTIF • Calculer le périmètre d'une figure simple et reporter une longueur au compas

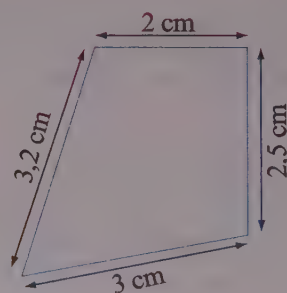
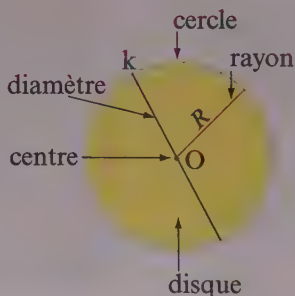
COURS

• Longueurs

Nom	Définition	Figure
Triangle isocèle	Triangle possédant 2 côtés de même longueur.	
Triangle équilatéral	Triangle ayant ses 3 côtés de même longueur.	
Losange	Quadrilatère ayant ses 4 côtés de même longueur. Ses diagonales sont perpendiculaires et se coupent en leur milieu.	

• Périmètres

- Le **périmètre** d'une figure est la longueur de son contour.
- La longueur d'un cercle, de rayon R , est égale à $2 \times \pi \times R$, où π vaut environ 3,14.



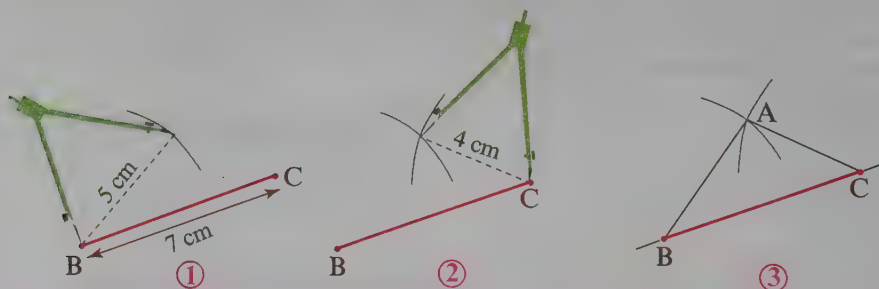
$$P = 3,2 + 2 + 2,5 + 3 = 10,7 \text{ cm}$$

METHODE

• Reporter une longueur

Le **compas** sert à reporter des longueurs.

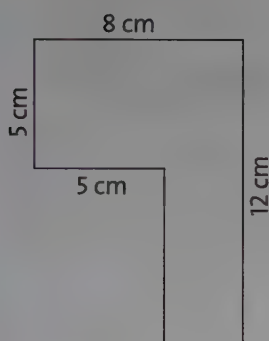
Exemple : Trace le triangle ABC, tel que $AB = 5 \text{ cm}$; $BC = 7 \text{ cm}$ et $AC = 4 \text{ cm}$.



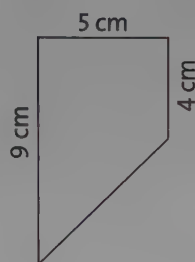
1 ^{*} Le périmètre d'un rectangle est 108 cm. Sachant que sa largeur est 24 cm, calcule sa longueur.

2 ^{*} Après avoir reproduit les quatre figures suivantes en respectant les mesures indiquées, calcule leur périmètre, en faisant, si besoin, des mesures sur le dessin.

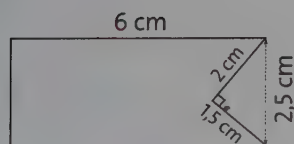
1.



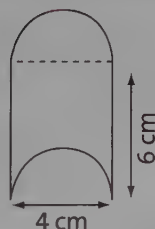
2.



3.



4.



3 ^{*} Construis le triangle BOL dont les côtés mesurent : $BO = 10$ cm, $OL = 7$ cm et $BL = 5$ cm.

4 ^{**} Construis un losange FAON tel que $FO = 8$ cm et dont le périmètre est égal à 20 cm.

5 ^{**} Pour chacun des problèmes suivants, rédige une solution, en t'aidant d'un dessin.

1. Sur une allée rectiligne de 49 mètres de long, on plante un arbre tous les 7 mètres. Combien y a-t-il d'arbres ?

2. Sur une allée circulaire de 49 mètres de périmètre, on plante un arbre tous les 7 mètres. Combien y a-t-il d'arbres ?

6 ^{**} Un court de tennis a une forme rectangulaire, de largeur 11 mètres et de longueur 24 mètres. On place un grillage à 5 mètres du bord du court, tout autour de celui-ci.

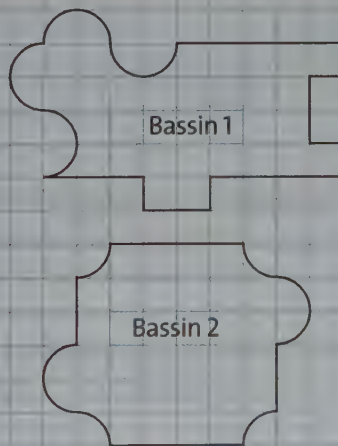
Quelle longueur de grillage sera-t-elle nécessaire ?

7 ^{***} 1. Construis un rectangle de 3,3 cm de longueur et de 2,7 cm de largeur.

2. Construis un carré de même périmètre que le rectangle précédent.

8 ^{***} Un champ rectangulaire a un périmètre de 164 m. Sa largeur fait 28 m de moins que sa longueur. Trouve la largeur et la longueur de ce rectangle.

9 ^{***} Un centre aquatique vient de construire 2 nouveaux bassins



Information : Les carrés du quadrillage des figures représentant les bassins 1 et 2 ont un côté de 1 dam.

Le tour de chaque bassin est constitué d'un muret. Quel bassin est limité par le plus long muret ?

COURS

OBJECTIF • Calculer avec les unités de temps

● 1 min = 60 s. Donc 1 s = $\frac{1}{60}$ min.

1 h = 60 min. Donc 1 min = $\frac{1}{60}$ h.

1 h = 3 600 s.

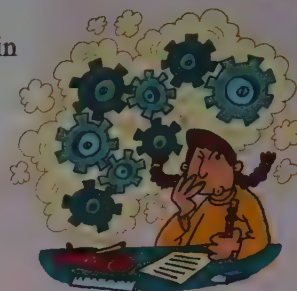
1 jour = 1 j = 24 h. Donc 1 j = $\frac{1}{24}$ h.

1 année = 365 j ou 366 j (pour les années bissextiles).

À RETENIR

$\frac{1}{4}$ h = 0,25 h = 15 min

$\frac{1}{2}$ h = 0,5 h = 30 min



● Les durées peuvent être exprimées dans différents formats :

• en Heures Minutes et Secondes (HMS) : 1 h 43 min 54 s

• en écriture décimale : 1,25 h = 1 h + 0,25 h = 1 h + 15 min = 1 h 15 min

• en écriture fractionnaire : $\frac{3}{4}$ h = $3 \times \frac{1}{4}$ h = 3×15 min = 45 min

METHODE

● Transformer des minutes en HMS

Il suffit de faire une division euclidienne par 60.

876 min = 14 h 36 min car :

$$\begin{array}{r} 8 \quad 7 \quad 6 \\ 2 \quad 7 \quad 6 \\ 3 \quad 6 \end{array} \quad \begin{array}{r} 60 \\ 14 \end{array}$$

Nombre
d'heures

Nombre
de minutes

● Transformer une durée exprimée en heure décimale en format HMS

On multiplie la partie décimale par 60 pour transformer les heures en minutes.

$4,35$ h = 4 h + 0,35 h = 4 h + $0,35 \times 60$ min = 4 h + 21 min = 4 h 21 min.

● Ajouter ou soustraire des durées

Quand on additionne ou on soustrait chaque unité séparément, il est parfois nécessaire de transformer l'écriture pour pouvoir faire le calcul ou pour exprimer la réponse.

$$\begin{array}{r} 14 \text{ h } 34 \text{ min} \\ + 7 \text{ h } 52 \text{ min} \\ \hline 21 \text{ h } 86 \text{ min} \\ = 22 \text{ h } 26 \text{ min} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \cancel{21 \text{ h}} \quad \cancel{18 \text{ min}} \\ 20 \text{ h } 78 \text{ min} \\ - 9 \text{ h } 43 \text{ min} \\ \hline 11 \text{ h } 35 \text{ min} \end{array}$$

N'ayant pas assez de minutes pour faire l'opération, on a enlevé 1 h et ajouté 60 min.
 $21 \text{ h } 18 \text{ min} = 20 \text{ h } 78 \text{ min}$

1 ^{*} Sur sa fiche de paie, Bastien lit qu'il a travaillé 151,65 h ce mois-ci. Aide Bastien à exprimer cette durée en format HMS.

2 ^{*} Le professeur d'EPS a chronométré une course de 800 m entre 4 élèves de sa classe. Mais il a fait une erreur de manipulation. Il doit enlever 25 s aux temps de chacun des élèves.

Fanny = 3 min 34 s

Pauline = 3 min 19 s

Imane = 3 min 12 s

Laurie = 3 min 07 s

Calcule le temps corrigé de chacun des 4 élèves.

3 ^{**} Au club d'athlétisme, l'entraîneur lance une course entre 2 athlètes sur 3 tours de stade. Il relève les temps de passage à chaque tour.

	1 ^{er} tour	2 ^e tour	3 ^e tour
Stéphane	53 s	1 min 42 s	2 min 35 s
Dominique	46 s	1 min 25 s	2 min 09 s

1. Calcule l'écart de temps entre les 2 coureurs pour chaque tour.

2. Combien de temps Stéphane a-t-il mis pour faire le tour 2 ? le tour 3 ?

Réponds à ces mêmes questions pour Dominique.

4 ^{**} Manu dit : « J'ai dormi pendant 39 quarts d'heure ». Emma lui répond : « Et moi, j'ai dormi de 22 h 13 à 7 h 39 ».

Qui a dormi le plus longtemps ?

5 ^{**} Théodore est né il y a 11 ans 16 jours 8 h et 30 s. A-t-il vécu plus de 400 000 000 de secondes ? Justifie ta réponse.

6 ^{**} Eliud Kipchoge a battu le record du monde de marathon en 2018 : 2 h 01 min et 40 s.

Maya a mis exactement trois fois plus de temps. Calcule la durée de son marathon.

7 ^{**} Léo compte aller à la piscine 4 fois par semaine durant les 5 semaines de vacances qu'il passe chez sa grand-mère. À chaque fois, il reste 45 min dans l'eau et fait 35 longueurs du bassin de 25 m.

1. Combien de temps est-il resté à la piscine durant ses vacances ? Donne le résultat en format HMS.

2. Il met 55 s à parcourir 1 longueur. Combien de temps a-t-il mis pour réaliser ses 35 longueurs quotidiennes ? et toutes les longueurs des vacances ? Ta réponse doit être au format HMS.

8 ^{**} Luis veut mettre sur clé USB les 432 épisodes de sa série préférée (1 h par épisode) et les 244 épisodes d'une autre série ($\frac{1}{2}$ h par série).

Combien lui faudra-t-il de clés USB (sachant que les clés lui permettent de sauvegarder 4 h de vidéo) ?

9 ^{***} Chloé, élève de 6^e, a 26 « heures » de cours par semaine. Dans son collège, les « heures » de cours durent 55 min.

1. Combien Chloé passe-t-elle de temps en cours dans la semaine ?

2. Pour ses devoirs, elle travaille : $\frac{3}{4}$ h du lundi au vendredi, 1 h 30 le samedi et le dimanche. Calcule le temps hebdomadaire qu'elle consacre à ses devoirs.

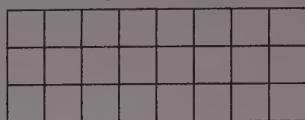
3. Entre ses cours et les devoirs, combien de temps travaille-t-elle par semaine ? Et pendant toute l'année scolaire (qui dure 36 semaines) ?

COURS

OBJECTIF • Calculer l'aire d'une figure simple

• Aires par comptage

L'aire d'une figure est la mesure de sa surface.

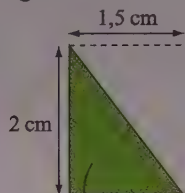
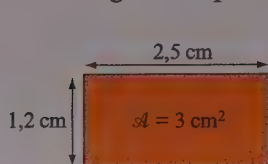


Unité d'aires (u.a.)

Aire du rectangle : 24 u.a.

• Formules d'aires

L'aire d'un rectangle est égale au produit de sa longueur L par sa largeur ℓ : $\mathcal{A} = L \times \ell$.



$$\mathcal{A} = (2 \times 1,5) \div 2 = 1,5 \text{ cm}^2$$

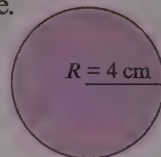
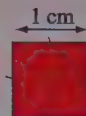


L'aire d'un triangle rectangle, c'est la moitié de l'aire d'un rectangle.

L'aire d'un disque de rayon R est : $\mathcal{A} = \pi \times R^2 = \pi \times R \times R$.

$$\mathcal{A} = \pi \times 4^2 = \pi \times 4 \times 4 = \pi \times 16 \approx 50,3 \text{ cm}^2$$

1 cm^2 = aire d'un carré d'1 cm de côté.

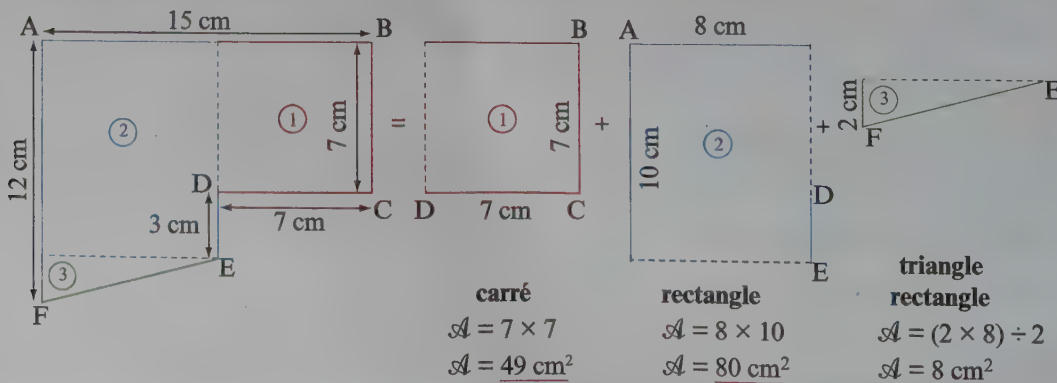


MÉTHODE

• Calculer l'aire d'un polygone

On peut décomposer un polygone en plusieurs figures connues pour calculer son aire totale.

Exemple : Le polygone ABCDEF a été décomposé en trois parties :



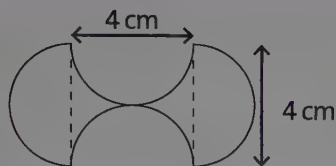
$$\text{Aire totale} = 49 + 80 + 8 ;$$

$$\text{Aire totale} = 137 \text{ cm}^2$$

1 ^{*} L'aire d'un rectangle est 108 cm^2 . Sachant que sa longueur est 24 cm , calcule sa largeur.

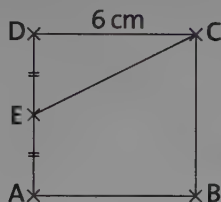
2 ^{**} Après avoir reproduit les trois figures suivantes en respectant les mesures indiquées, calcule leur aire.

1.

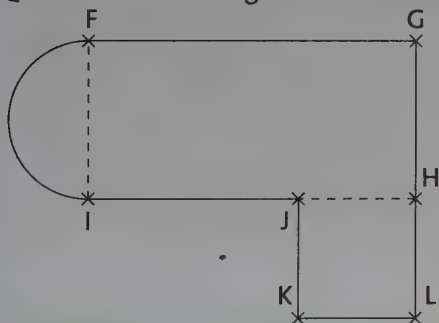


2. ABCD carré.

Quelle est l'aire de EDC ?



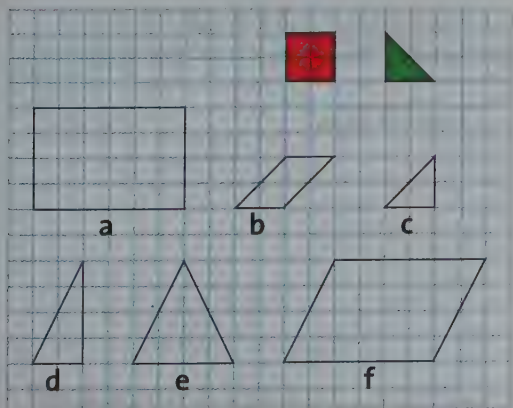
3. FGHI rectangle avec $FG = 5,5 \text{ cm}$ et $GH = 3,2 \text{ cm}$. JHKL carré de $2,3 \text{ cm}$ de côté. Quelle est l'aire de la figure ?



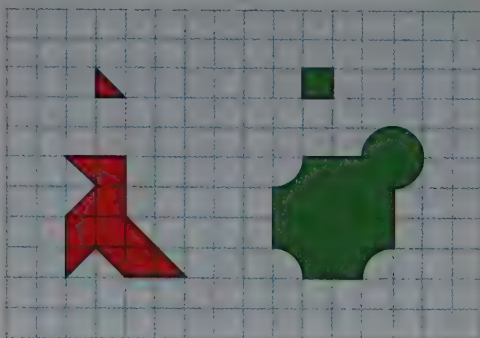
3 ^{**} Trouve l'aire de chacune de ces figures :

1. en prenant pour unité d'aire le carreau rouge ;

2. en prenant pour unité d'aire le triangle vert.



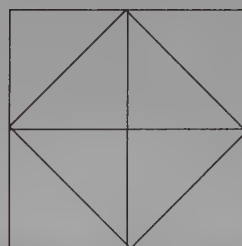
4 ^{***} 1. Trouve l'aire de ces deux figures en prenant pour unité d'aire le triangle rouge pour la figure rouge et le carreau vert pour la figure verte.



2. Ces deux figures ont-elles la même aire ?

5 ^{***} Dans la ville, un nouveau jardin est en cours d'élaboration. Le paysagiste souhaite faire un parc carré, de 1 dam de côté. Il partagera ensuite le carré en huit zones de même surface (8 triangles rectangles) pour y planter différentes variétés de fleurs.

Document 1 : Plan du jardin



Document 2 : Prix des fleurs

Le paysagiste placera des fleurs d'une seule couleur dans chaque zone triangulaire (toutes les zones auront une couleur différente).

1 m ² de fleurs jaunes 14,95 €	1 m ² de fleurs bleues 15,05 €	1 m ² de fleurs rose 13,75 €	1 m ² de fleurs rouge 14,55 €
1 m ² de fleurs violettes 15,10 €	1 m ² de fleurs blanches 14 €	1 m ² de fleurs orange 14,25 €	1 m ² de fleurs noires 15,05 €

1. Quelle est la surface du jardin ?

2. Quelle est la surface d'une zone triangulaire ?

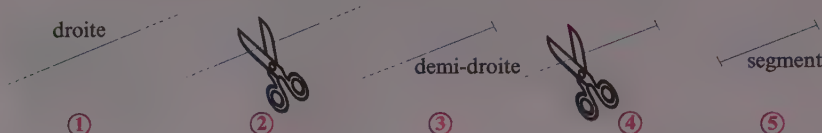
3. Combien coûtera l'aménagement en fleurs de ce jardin ?

COURS

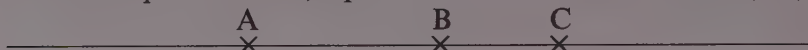
OBJECTIF • Suivre un programme de construction

• Droites, segments

- Une droite se trace à l'aide d'une règle.



- Par deux points A et B, il passe une seule droite : la droite (AB).



Ainsi, C appartient à la **droite** (AB),
mais C n'appartient pas à la **demi-droite**
d'origine B passant par A, ni au **segment** [AB].

• Droites sécantes ou parallèles

- Deux droites qui se rencontrent en un seul point sont **sécantes**.
- Deux droites qui ne sont pas sécantes sont **parallèles**.

Droites sécantes		Droites parallèles
D_1 et D_2 sont sécantes en E.	cas particulier D_3 et D_4 sont perpendiculaires. On écrit : $D_3 \perp D_4$.	D_5 et D_6 sont parallèles. On écrit : $D_5 \parallel D_6$.



MÉTHODE

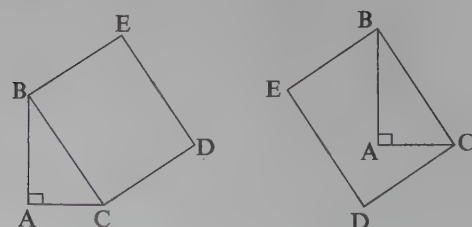
• Suivre un programme de construction

Un **programme** de construction est une suite d'instructions ou consignes à effectuer afin de réaliser un dessin.

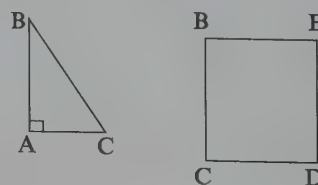
Exemple :

- Placer les points A, B et C, tels que $(AB) \perp (AC)$ et $AB = 1,5 \text{ cm}$; $AC = 1 \text{ cm}$.
- Placer les points D et E tels que le quadrilatère BCDE soit un rectangle et $BE = 1,5 \text{ cm}$.

Dessins justes :



Dessins faux :



En effet, dans une même figure, un point ne peut pas être à plusieurs endroits (ici : B ou C).

1 ^{*} Observe ce dessin.



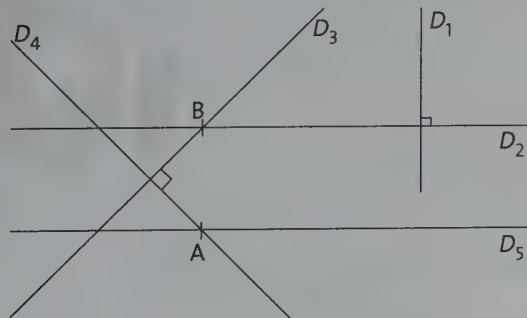
1. Trace le segment $[AB]$.
2. Trace la droite (AC) .
3. Trace le segment $[AD]$.
4. Place un point M sur le segment $[AC]$.
5. Place un point N sur la droite (AC) en dehors du segment $[AC]$.

2 ^{*} Suis le programme de construction suivant.

1. Trace une droite D_1 .
2. Place un point A sur la droite D_1 .
3. Trace la droite D_2 qui passe par A et qui est perpendiculaire à D_1 .
4. Place un point B sur D_2 , différent du point A.
5. Trace la parallèle à D_1 qui passe par B.
6. Place le point C sur D_2 , différent de B, tel que les longueurs AC et AB soient égales.

3 ^{*} Coche la bonne réponse.

Cette figure est formée des droites D_1, D_2, D_3, D_4 et D_5 .



1. D_1 et D_2 sont parallèles.

2. D_1 et D_2 sont perpendiculaires.

3. D_3 et D_4 sont sécantes.

V	F
☐	☐
☐	☐
☐	☐

4. D_2 et D_4 sont sécantes.

5. D_1 et D_4 sont sécantes.

6. D_2 et D_5 sont parallèles.

7. D_3 et D_5 sont perpendiculaires.

8. D_4 et D_5 se coupent au point A.

9. D_3 et D_4 se coupent au point B.

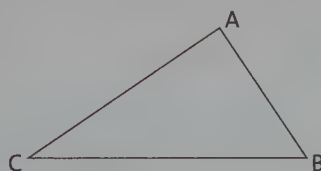
V	F
☐	☐
☐	☐
☐	☐
☐	☐
☐	☐
☐	☐

4 ^{**} Le voleur de bijoux a laissé une pièce à conviction dans la salle des coffres ! Tu peux la découvrir en suivant le programme de construction suivant.

1. Au crayon à papier, sans appuyer :
 - trace le rectangle ABCD tel que $AB = 10$ cm et $BC = 4$ cm ;
 - place K milieu de $[AB]$ et E tel que D soit le milieu de $[AE]$;
 - place L tel que ABLE soit un rectangle ;
 - place F sur $[EL]$ tel que $EF = 1$ cm ;
 - place G à l'intersection des droites (EK) et (DL) ;
 - place H à l'intersection des droites (GB) et (CD) .

2. Au feutre noir :
 - repasse la ligne ABCHGFEA ;
 - laisse sécher, puis gomme les traits tracés au crayon.

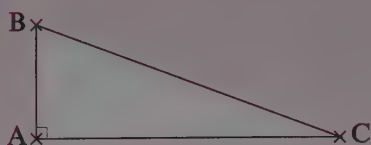
5 ^{***} Observe le triangle ABC suivant.



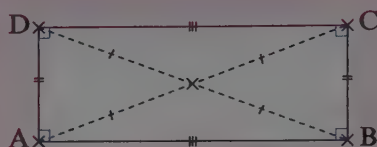
1. Trace la parallèle à (AB) qui passe par C et la parallèle à (BC) qui passe par A. Les deux droites se coupent en I.

2. Place le point J tel que A soit le milieu du segment $[IJ]$ et le point K tel que C soit le milieu du segment $[IK]$.

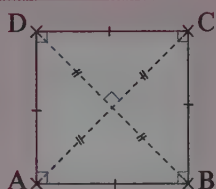
3. Trace le segment $[JK]$. Qu'observes-tu ?



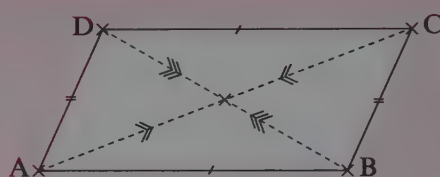
- ABC est un **triangle rectangle** en A. [BC] est l'hypoténuse du triangle (côté le plus long du triangle rectangle).



- ABCD est un **rectangle**. Les diagonales d'un rectangle se coupent en leur milieu et ont la même mesure.



- ABCD est un **carré**. C'est à la fois un rectangle et un losange. Ses diagonales se coupent en leur milieu, ont la même longueur et sont perpendiculaires.

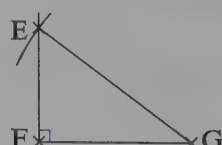
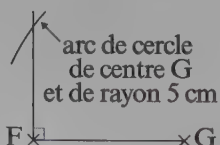
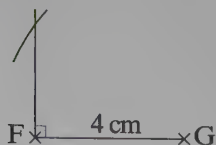


- ABCD est un **parallélogramme**. Les côtés opposés du parallélogramme sont parallèles et de même longueur. Ses diagonales se coupent en leur milieu.

MÉTHODE

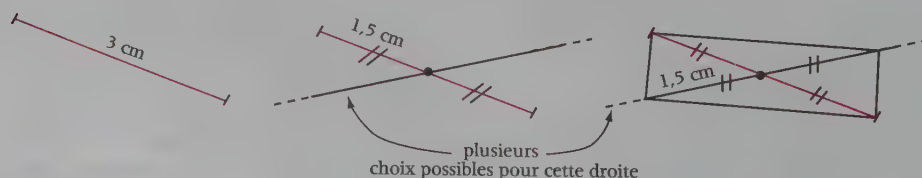
• Tracer un triangle rectangle dont on connaît...

- les mesures de l'hypoténuse et d'un autre côté : EFG triangle rectangle en F avec $EG = 5$ cm et $FG = 4$ cm.



• Tracer un rectangle dont on connaît...

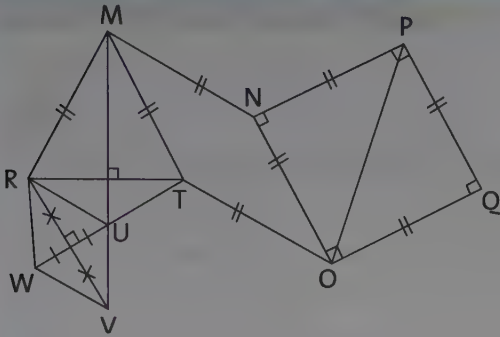
- la mesure de ses diagonales : 3 cm.



Remarque Dans l'exemple précédent, si l'on trace les 2 diagonales perpendiculaires, alors on obtient un carré.



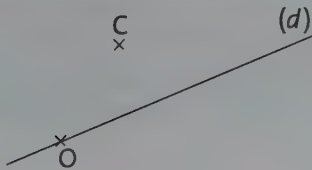
- 1 *** Cite tous les triangles isocèles et tous les losanges du dessin ci-dessous.



- 2 *** Construis un rectangle CHAT, tel que $TA = 5 \text{ cm}$ et $TH = 7 \text{ cm}$.

- 3 *** Construis un losange MING, tel que $MN = 7 \text{ cm}$ et $GI = 4 \text{ cm}$.

- 4 *** Retrouve le losange PLOC, sachant que P est sur la droite (d).



- 5 **** Reproduis en vraie grandeur les rectangles ci-dessous.



- 6 **** Trace un carré ABCD sachant que $AC = 4 \text{ cm}$. Trace la parallèle d_1 à [BD] passant par A, et la parallèle d_2 à [BD] passant par C.

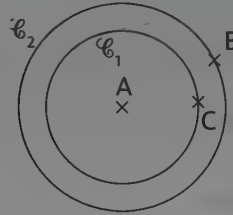
Trace la parallèle d_3 à [AC] passant par B, et la parallèle d_4 à [AC] passant par D.

Appelle E le point d'intersection de d_1 et d_3 , F le point d'intersection de d_1 et d_4 , G le point d'intersection de d_2 et d_4 et H le point d'intersection de d_2 et d_3 .

Quelle est la nature du quadrilatère EFGH ? Combien mesure un côté ?

- 7 **** Trace le parallélogramme BCDE sachant que A est le milieu de ses diagonales.

D est sur le cercle $\mathcal{C}_2$ et E sur le cercle $\mathcal{C}_1$.

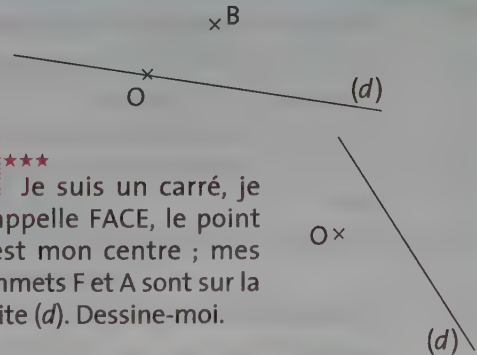


- 8 **** Sur une feuille blanche, trace un losange ABCD avec $AB = 8 \text{ cm}$ et $BD = 8 \text{ cm}$.

Place le point E, tel que BDCE soit un losange. Gomme les traits de construction pour ne conserver que les 5 points.

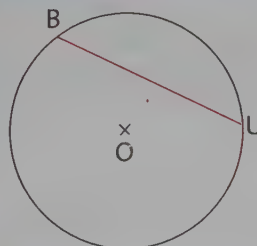
Trace les cercles de centres A, B, C, D et E et de rayon 5 cm. Trace ensuite les cercles de même centres mais de rayons 5,5 cm. En ajoutant des couleurs aux anneaux obtenus, tu devrais reconnaître un célèbre logo.

- 9 **** Retrouver le rectangle BERK, sachant que O est le milieu des 2 diagonales et que les points E et K sont sur la droite (d).



- 10 ***** Je suis un carré, je m'appelle FACE, le point O est mon centre ; mes sommets F et A sont sur la droite (d). Dessine-moi.

- 11 ***** En utilisant uniquement la règle non graduée, termine la construction du rectangle BURP sachant que R et P sont sur ce cercle de centre O.

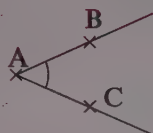


• Classer les angles selon leur nature

Nom	angle nul	angle aigu	angle droit	angle obtus	angle plat
Dessin					
Mesure (en degrés)	0°	$0^\circ < x^\circ < 90^\circ$	90°	$90^\circ < y^\circ < 180^\circ$	180°

• Nommer un angle

Voici l'angle $\widehat{BAC}$ ou $\widehat{CAB}$.
 $[AB]$ et $[AC]$ sont ses côtés.
 A est son sommet.



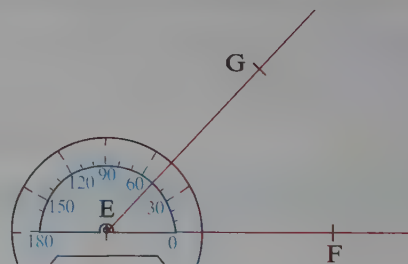
• Reconnaître une égalité d'angle

2 angles sont égaux s'ils sont superposables.

MÉTHODE

• Mesurer un angle à l'aide d'un rapporteur

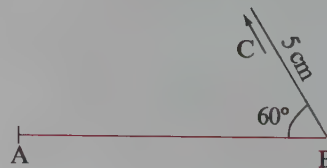
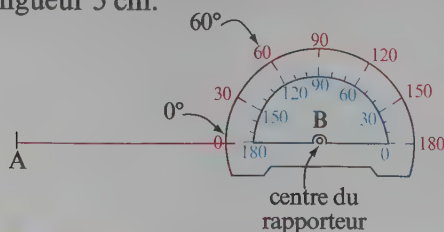
- Tu places le centre du rapporteur sur le sommet de l'angle, ici E.
- Tu alignes le 0° sur la demi-droite $[EF]$.
- Tu lis la graduation au niveau de la demi-droite $[EG]$.
- L'angle $\widehat{FEG}$ mesure ici 50°



• Reporter un angle

Exemple : Trace le triangle ABC, tel que $AB = 4 \text{ cm}$; $BC = 5 \text{ cm}$ et $\widehat{ABC} = 60^\circ$.

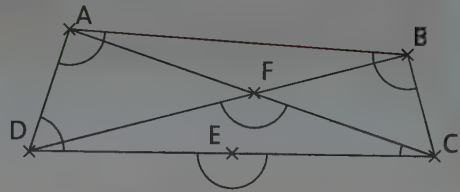
- Tu traces le segment $[AB]$.
- Puis tu places le centre du rapporteur sur B ; tu alignes le 0° sur le segment et tu vas chercher la graduation « 60° ». Il ne reste plus alors qu'à tracer le segment $[BC]$ de longueur 5 cm.



À noter Les rapporteurs ont souvent 2 sens de lecture, veille à suivre les graduations correspondant au 0° que tu as choisi.

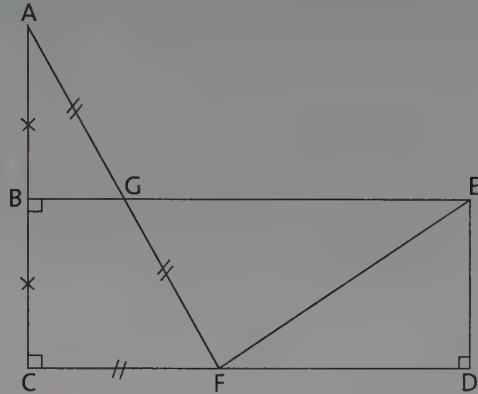
1 ★ Dans la figure ci-contre, nomme les angles marqués par un arc de cercle et donne leur nature (aigu, droit, obtus ou plat).

Les 2 angles $\widehat{DAC}$ et $\widehat{DBC}$ sont-ils égaux ?



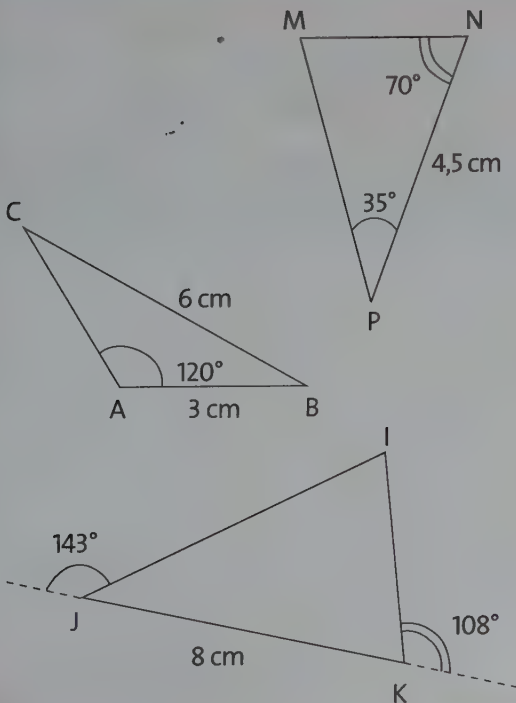
2 ★ Observe la figure ci-dessous et réponds par vrai ou faux.

- | | V | F |
|--|--------------------------|--------------------------|
| 1. ABG est un triangle rectangle. | ☐ | ☐ |
| 2. ACF est un triangle isocèle. | ☐ | ☐ |
| 3. CGF est un triangle isocèle. | ☐ | ☐ |
| 4. EGF est un triangle équilatéral. | ☐ | ☐ |
| 5. $\widehat{BAG}$ est un angle aigu. | ☐ | ☐ |
| 6. $\widehat{AGE}$ est un angle obtus. | ☐ | ☐ |
| 7. $\widehat{EGC}$ est un angle aigu. | ☐ | ☐ |
| 8. $\widehat{DGE}$ est un angle obtus. | ☐ | ☐ |



3 ★ Construis le triangle SUP, rectangle en U, tel que l'angle $\widehat{USP}$ mesure 50° et $SU = 5$ cm.

4 ★★ Reproduis les figures ci-dessous en respectant les mesures.



5 ★★★ Un animal a honteusement volé la fabuleuse tarte aux myrtilles que la mère Michel avait laissé refroidir sur le bord de la fenêtre ! Découvre son visage en suivant ces instructions :

1. Au crayon à papier, sans appuyer :
 - trace le triangle ABC, rectangle en B, avec $BC = 5$ cm et $AC = 8$ cm ;
 - place D tel que ABCD forme un rectangle ;
 - place F sur le segment [AB] tel que l'angle $\widehat{BCF}$ mesure 30° ;
 - place G sur le segment [CD] tel que l'angle $\widehat{CBG}$ mesure 30° ;
 - on nomme E le point d'intersection des droites (AC) et (BD) ;
 - on nomme H le point d'intersection des droites (FC) et (BD) ;
 - on nomme I le point d'intersection des droites (AC) et (BG) ;
 - trace le demi-cercle $\mathcal{C}$ de diamètre [BC], extérieur au rectangle ;
 - place les points J sur [AE] et K sur [ED] tels que JEK soit un triangle isocèle en E et $EJ = 2$ cm.
2. Au feutre noir :
 - repasse la ligne BAJKDC, le demi-cercle $\mathcal{C}$ et l'intérieur des triangles FEH et GEI ;
 - laisse sécher et gomme les traits tracés au crayon.

Symétrie axiale : construction de symétriques

COURS

Figures symétriques

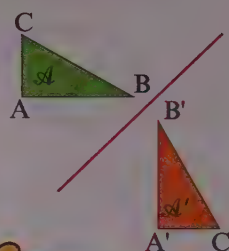
Deux figures F et F' sont symétriques par rapport à une droite d si elles se superposent par pliage selon cette droite.



Propriétés d'une symétrie axiale

Deux figures symétriques étant superposables, nous constatons que : les distances, les angles, les aires sont identiques pour ces deux figures.

- Les distances : $AB = A'B'$.
- Les angles : $\widehat{ABC} = \widehat{A'B'C'}$.
- Les aires : $\mathcal{A} = \mathcal{A}'$.



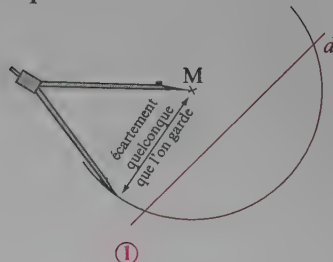
MÉTHODE

Construire le symétrique d'un point

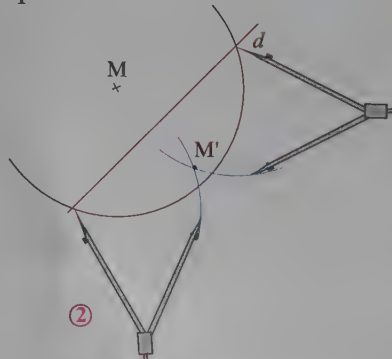
Il existe plusieurs méthodes. Les deux plus utilisées sont :

- Au compas

étape 1 :



étape 2 :



M' n'est pas forcément sur l'arc de cercle tracé.

- À l'équerre

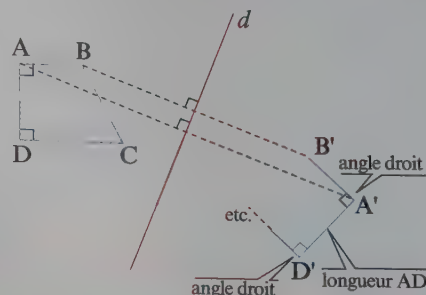


Construire le symétrique d'une figure

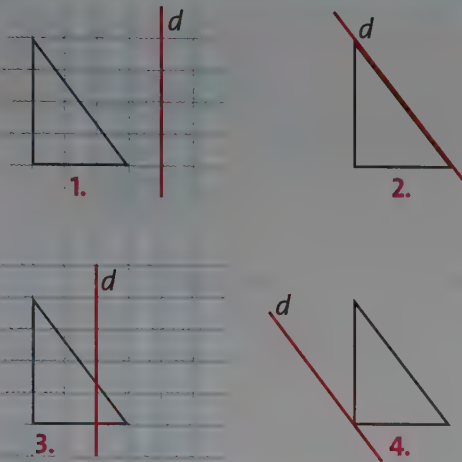
- On symétrise chaque point à l'aide d'une des méthodes précédentes.

OU

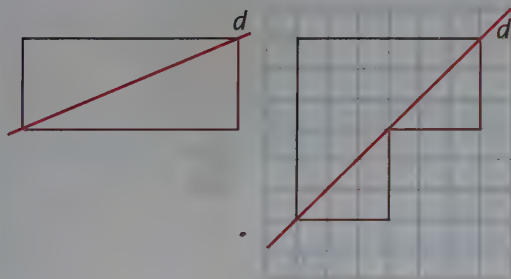
- On symétrise deux points (A et B par exemple) ; puis on utilise les propriétés du Cours pour reconstituer la figure.



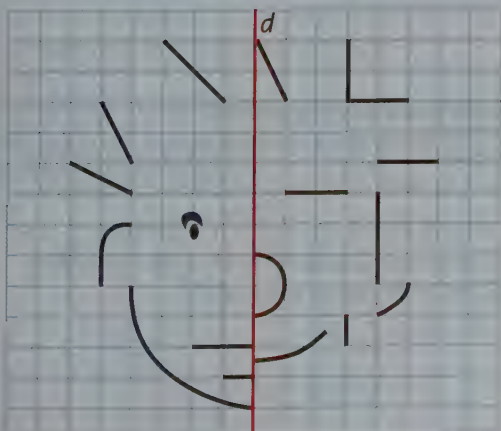
1 ★ Dans chacun des cas suivants, trace le symétrique du triangle par rapport à la droite d .



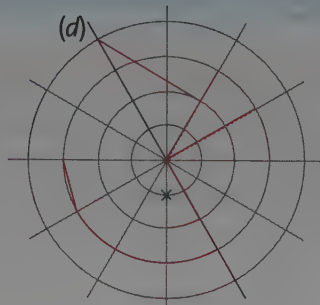
2 ★ Dans chacun des cas suivants, trace le symétrique de la figure par rapport à la droite d .



3 ★★ Trace les symétriques de tous les segments, arcs de cercles, ... de ce dessin par rapport à la droite d .

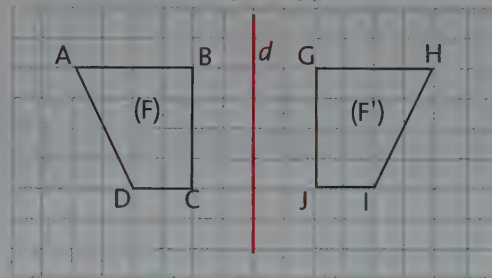


4 ★★ Trace le symétrique de tous les segments et de tous les arcs de cercle par rapport à la droite (d) .



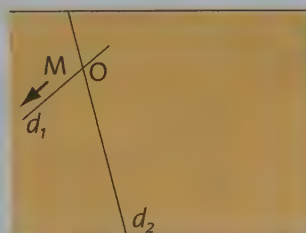
5 ★★ Réponds par vrai ou faux.

Le symétrique de (F) par rapport à d est (F').



	V	F
1. Le symétrique de A est G ;	☐	☐
2. Le symétrique de D est I ;	☐	☐
3. $\widehat{ADC} = \widehat{JH}$;	☐	☐
4. Le symétrique de $\widehat{BCD}$ est $\widehat{IGJ}$;	☐	☐
5. $BC = GJ$;	☐	☐
6. $BJ = CG$;	☐	☐
7. $AC = JH$;	☐	☐
8. $BD = HJ$;	☐	☐
9. $DG = AJ$.	☐	☐

6 ★★★ Jules a déchiré sa grande feuille de dessin. Sur sa figure, le point M se trouvait sur d_1 à 8 cm de O et il devait tracer le symétrique P de M par rapport à d_2 . Il peut cependant terminer son dessin et trouver P malgré le bout manquant. Comment doit-il faire ?

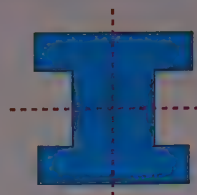


COURS

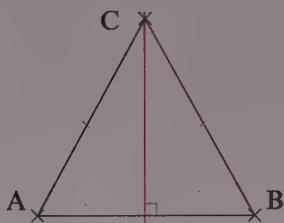
OBJECTIF • Reconnaître un axe de symétrie

• Figures ayant un axe de symétrie

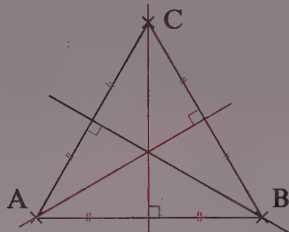
Certaines figures possèdent un (ou plusieurs) axe(s) de symétrie : la (ou les) droite(s) qui fera(ont) se superposer la figure par pliage.



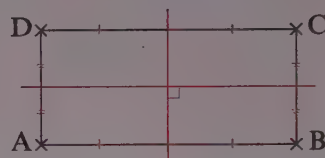
Triangle isocèle : 1 axe



Triangle équilatéral : 3 axes



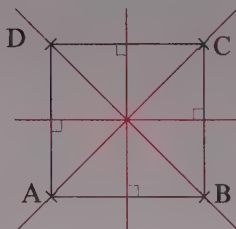
Rectangle : 2 axes



Losange : 2 axes

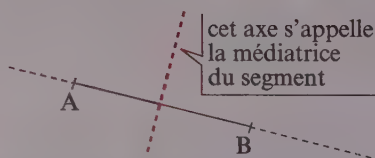


Carré : 4 axes

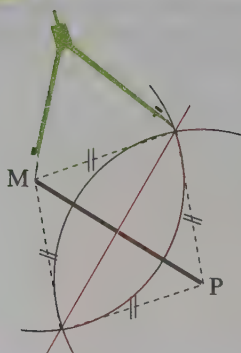


• Médiatrices

Le segment $[AB]$ a deux axes de symétrie : sa médiatrice et la droite (AB) .



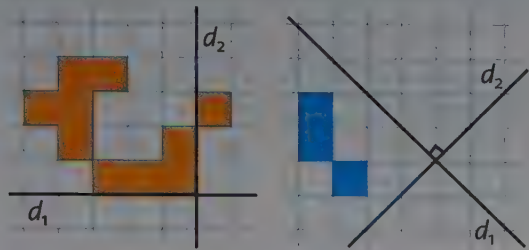
MÉTHODE



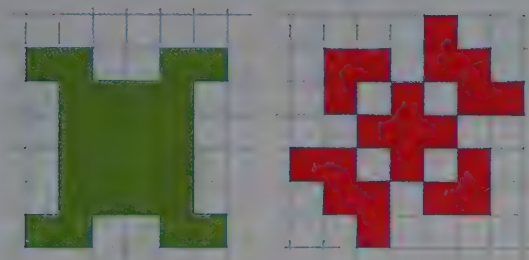
• Construire la médiatrice d'un segment

- La médiatrice d'un segment est perpendiculaire à ce segment et le coupe en son milieu. On peut donc la construire à l'équerre.
- La médiatrice du segment $[MP]$ est l'ensemble de tous les points situés à égale distance de M et de P, d'où la construction au compas et à la règle (voir dessin ci-contre).

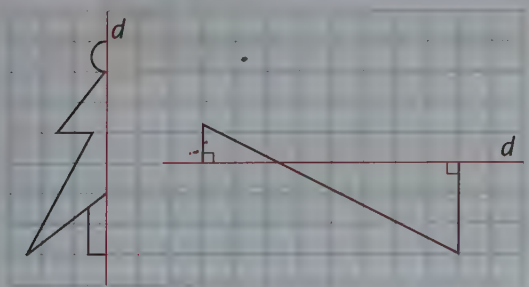
1* Pour chacun de ces dessins, complète la figure pour que d_1 et d_2 soient axes de symétrie de la figure obtenue.



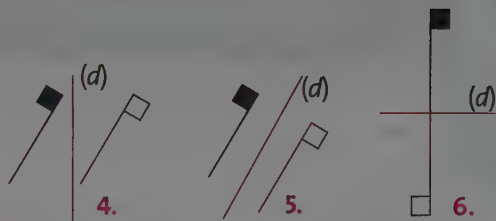
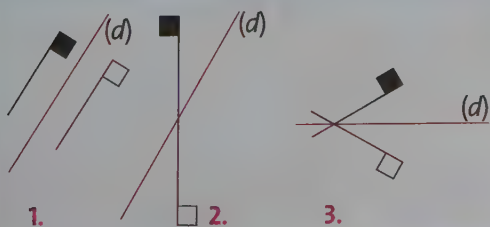
2* Dessine les axes de symétrie de ces figures.



3* Complète chaque figure afin que la droite d soit un axe de symétrie.

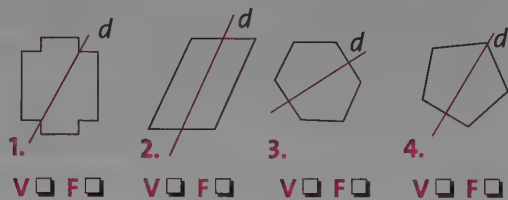


4* Dans quels cas les drapeaux noirs et blancs sont-ils symétriques par rapport à la droite (d) ?

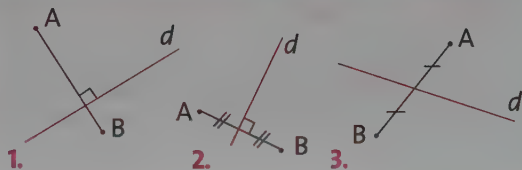


5* Réponds par vrai ou faux.

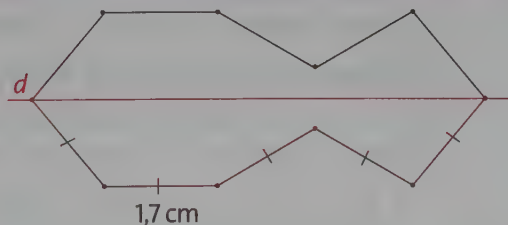
Dans chaque cas, la droite d est axe de symétrie de la figure.



6** Dis, dans chaque cas, si la droite d est médiatrice du segment $[AB]$ et explique la réponse.

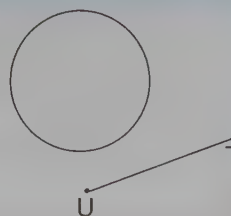


7** Calcule le périmètre de la figure suivante sachant que (d) est un axe de symétrie de la figure. Attention : la figure n'est pas aux bonnes dimensions.



8*** Trace le triangle ZUT tel que :

- ZUT soit isocèle de base $[UT]$,
- Z soit sur le cercle,
- ZUT ait tous ses angles aigus.



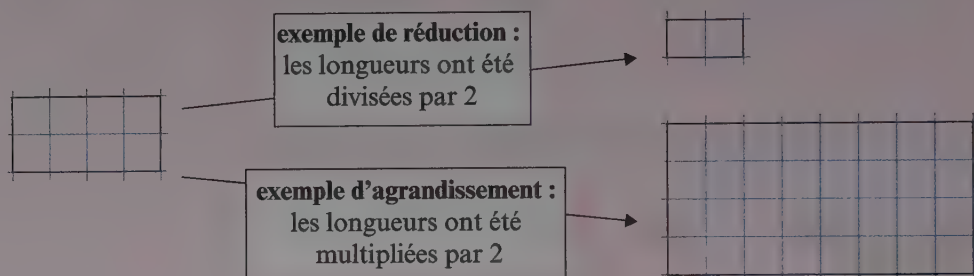
Agrandissement / Réduction (proportionnalité géométrique)

COURS

OBJECTIF • Agrandir ou réduire une figure

On dit qu'une figure F_2 est un agrandissement ou une réduction de la figure initiale F_1 si les longueurs de F_2 sont proportionnelles aux longueurs de F_1 .

Dans un agrandissement ou une réduction, la forme de la figure initiale est conservée, donc en particulier ses angles.



Exemple :

Un plan à l'échelle $\frac{1}{500}$ (ou $1/500$ ou $1 \div 500$) est une réduction.

Cela signifie : 1 cm sur le plan représente 500 cm dans la réalité. Les longueurs sur le plan sont donc 500 fois plus petites que dans la réalité.

Remarque Dans un agrandissement les longueurs de la figure de départ sont multipliées par un nombre plus grand que 1.



MÉTHODE

• Échelles

Un plan est à l'échelle $\frac{1}{500}$.

Calculer la distance réelle entre deux maisons distantes de 3 cm sur le plan.

Distance réelle : $3 \text{ cm} \times 500 = 1\,500 \text{ cm} = 15 \text{ m}$.

• Agrandir ou réduire une figure

On veut construire le triangle $A'B'C'$ dont les longueurs sont égales aux longueurs du triangle ABC multipliées par 1,5.

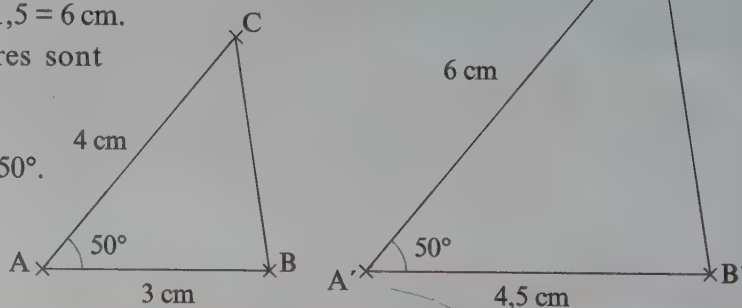
• $A'B' = AB \times 1,5 = 3 \times 1,5 = 4,5 \text{ cm}$.

• $A'C' = AC \times 1,5 = 4 \times 1,5 = 6 \text{ cm}$.

Les angles des 2 figures sont conservés.

On trace $[A'B']$, puis on trace un angle $\widehat{x A' B'} = 50^\circ$.

Sur le côté $[A'x)$, on place C' tel que $A'C' = 6 \text{ cm}$.



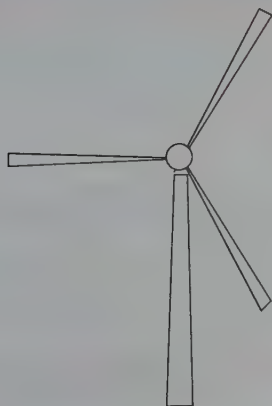
1 ★ Complète le tableau ci-dessous en suivant l'exemple (tu auras besoin de mesurer).

Dessin	Explication	Échelle
	1 cm représente 5 km, 1 cm représente 500 000 cm	1/500 000

2 ★★ Voici une liste de documents et une liste d'échelles. Rends à chaque document son échelle.

- | | | |
|-------------------------------|---|------------------|
| 1. Carte de France | • | • A. 1/100 |
| 2. Plan d'un appartement | • | • B. 1/200 000 |
| 3. Carte d'Europe | • | • C. 1/3 000 000 |
| 4. Dessin d'une libellule | • | • D. 1 |
| 5. Carte routière de Bretagne | • | • E. 1/15 000 |
| 6. Plan de Paris | • | • F. 1/1000 000 |

3 ★★ Voici un dessin d'une éolienne qui est la réduction à l'échelle 1/4000 d'une éolienne réelle (1 cm sur le plan représente 4 000 cm sur l'éolienne réelle). Estime la taille du mât de l'éolienne en cm, puis en m.



4 ★★★ Une carte est à l'échelle $\frac{1}{200\,000}$

1. 1 cm sur la carte représente cm dans la réalité.

Donc 1 cm sur la carte représente km dans la réalité.

2. 2 villes distantes sur la carte de 12,4 cm. Quelle est leur distance réelle en kilomètres ?

3. 2 villes sont distantes de 172 km. Quelle distance en cm les sépare sur la carte ?

5 ★★★

1. Trace le triangle EFG tel que EF = 6,6 cm, EG = 8,8 cm et FG = 11 cm.

2. Trace le triangle MNP, réduction du triangle EFG à l'échelle 1/2 (les longueurs EFG sont divisées par 2).

3. Quelle semble être la nature de ces 2 triangles ? (isocèle, rectangle, quelconque, équilatéral.)

4. Calcule le périmètre des 2 triangles.

5. Complète la phrase suivante :

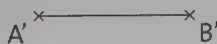
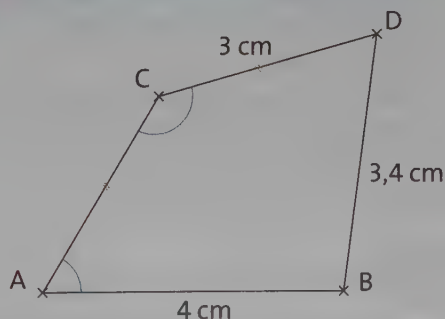
« Le périmètre du triangle EFG est du périmètre du triangle MNP. »

6 ★★★

ABCD est un rectangle d'aire 36 cm^2 tel que AB = 4,5 cm. Construis un agrandissement de ce rectangle en multipliant les longueurs de ABCD par 1,2.

7 ★★★

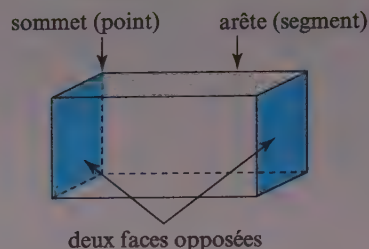
À l'aide des points A' et B' déjà placés, construis une réduction du quadrilatère ABDC.



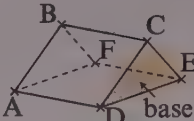
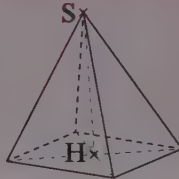
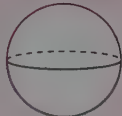
OBJECTIF • Connaître différents solides et comprendre la perspective cavalière

● Pavé droit

- Un parallélépipède rectangle ou pavé droit est un solide qui a 6 faces rectangulaires, 8 sommets, 12 arêtes et 3 dimensions.
- Un cube est un pavé droit dont toutes les faces sont des carrés.



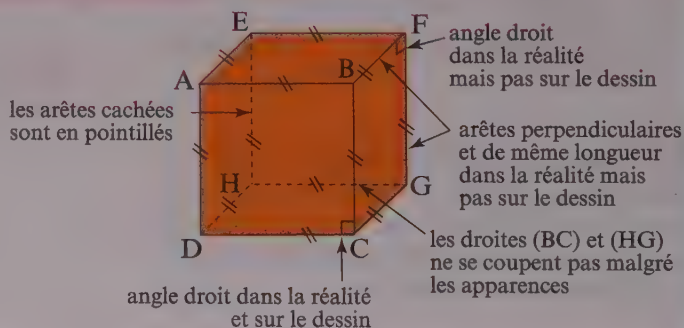
● D'autres solides

D'autres solides		
Prisme droit	Pyramide régulière à base carrée	
2 bases polygonales superposables et parallèles. Les faces latérales sont des rectangles. Exemple de la vie courante : toit de maison 	La base est un carré. [SH] est perpendiculaire à la base. Les faces latérales sont des triangles isocèles en S. Exemple de la vie courante : pyramides d'Égypte 	
Cylindre	Cône	Boule
Exemple de la vie courante : canette 	Exemple de la vie courante : chapeau de clown 	Exemple de la vie courante : ballon/planète Terre 

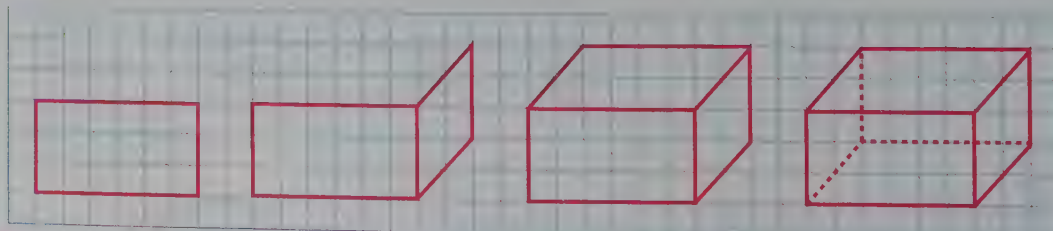
● Représentation en perspective cavalière

La perspective cavalière est une façon de représenter les solides dans laquelle deux droites parallèles dans la réalité sont dessinées parallèles.

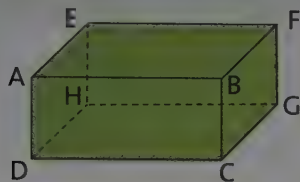
Voici une représentation d'un cube en perspective cavalière :



● Représenter un pavé droit sur un quadrillage



1 ^{*} Le dessin ci-dessous représente un pavé droit en perspective cavalière.

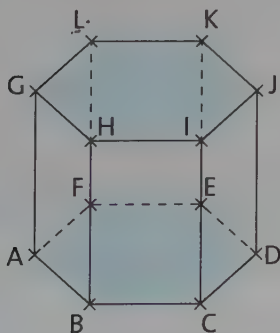


1. Complète le tableau suivant avec $\perp$ pour perpendiculaires ; $//$ pour parallèles ; $\times$ pour ni parallèles ni sécantes, O pour sécantes et non perpendiculaires.

Droite	(DC)	(AD)	(AE)	(EH)	(AC)
(AB)					
(EF)					

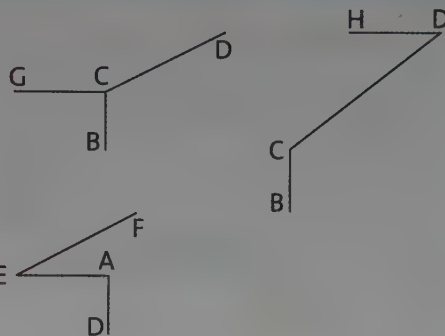
2. Cite les arêtes parallèles à $[CG]$.
3. Cite les arêtes perpendiculaires à $[CG]$.
4. Cite une droite parallèle à (EB) .
5. Cite les arêtes perpendiculaires à (EB) .

2 ^{*} Voici un solide qui a 2 bases hexagonales superposables et parallèles. Ses faces latérales sont des rectangles :

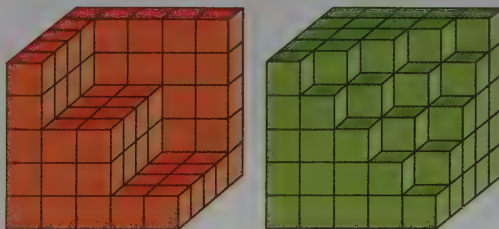


1. De quel type de solide s'agit-il ?
2. Cite 1 face parallèle à la face ABCDEF.
3. Cite 2 arêtes perpendiculaires à $[AB]$.
4. Les segments $[AH]$ et $[BG]$ ont-ils la même longueur en réalité ? Pourquoi ?

3 ^{**} Complète les dessins en perspective des pavés droits suivants ; les faces de chaque représentation ayant les mêmes sommets que le pavé droit de l'exercice 1.



4 ^{**} 1. Combien de briques cubiques ont été utilisées pour ces assemblages (il n'y a pas de trous à l'arrière) ?



2. Combien manque-t-il de petits cubes pour que chacun des deux grands cubes soit plein ?

5 ^{***} Un cube de 12 cm d'arête est construit en empilant des petits cubes de 4 cm d'arête.

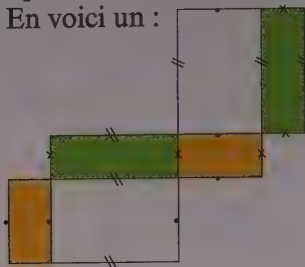
1. Combien faut-il de petits cubes pour fabriquer le grand ?
2. Si l'on peint le grand cube, combien aurait-on de petits cubes :
 - dont aucune face n'est peinte ?
 - dont 1 seule face est peinte ?
 - dont 2 faces exactement sont peintes ?
 - dont 3 faces exactement sont peintes ?
 - dont 4 faces exactement sont peintes ?
3. Mêmes questions avec un grand cube de 20 cm d'arête composé de petits cubes de 5 cm d'arête.

COURS

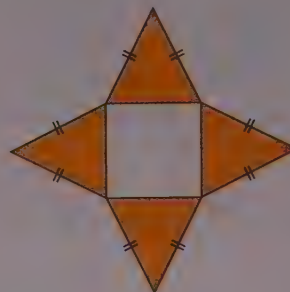
OBJECTIF • Reconnaître le patron et calculer le volume d'un pavé droit

● Patrons

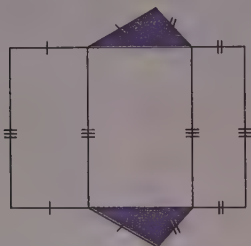
Il existe plusieurs patrons de pavés droits. En voici un :



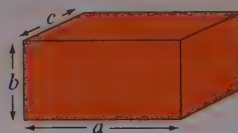
Patron de pyramide régulière :



Patron de prisme droit à base triangulaire :



● Volumes

 Le volume d'un pavé droit de dimensions a , b , c est $a \times b \times c$.


Le volume du pavé, je ne sais pas... Mais le poids, j'ai une petite idée !!!



MÉTHODE

● Convertir des unités de volume

● Unités de volume habituelles

km ³	hm ³	dam ³	m ³	dm ³	cm ³	mm ³
			0, 0	0 0	0 4 5	0 0 0

Exemple : 45 cm^3 . On lit : $45 \text{ cm}^3 = 0,000\,045 \text{ m}^3$ ou $45 \text{ cm}^3 = 45\,000 \text{ mm}^3$. Le mètre cube est le volume d'un cube de 1 m d'arête.

● Unité de capacité habituelle : le litre. $1 \text{ L} = 1 \text{ dm}^3$.

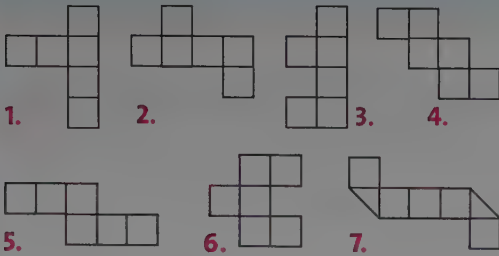
● Utiliser la formule du volume

Exemple : Quel est le volume d'un pavé droit de dimensions 13 cm ; 0,4 m ; 800 mm ? On choisit une unité commune, par exemple, le centimètre ; ce qui détermine l'unité de volume : le centimètre cube (cm^3).

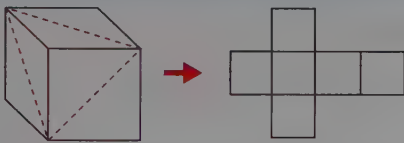
Les dimensions deviennent : 13 cm ; 40 cm ; 80 cm, d'où le volume :

$$13 \times 40 \times 80 = 41\,600. \quad V = 41\,600 \text{ cm}^3.$$

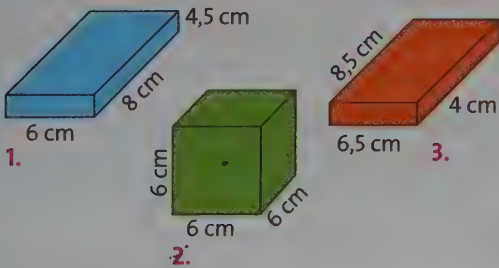
1 ^{*} Entoure les patrons de cubes parmi les patrons suivants.



2 ^{*} Indique sur le patron du cube les trois traits pointillés tels qu'ils apparaissent sur le dessin (il y a plusieurs solutions).

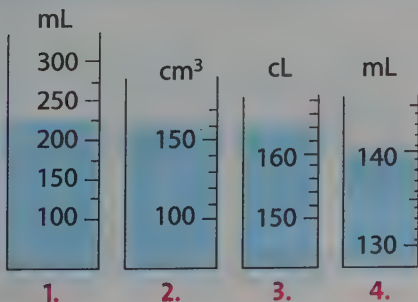


3 ^{*} Classe ces pavés droits dans l'ordre de leurs volumes (du plus petit au plus grand).



Réponse :

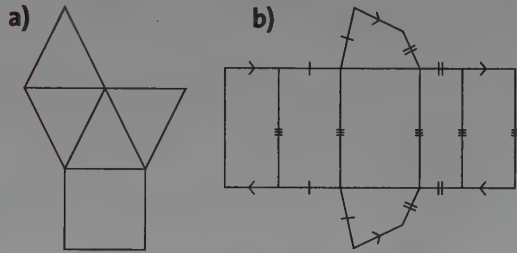
4 ^{**} Classe par ordre décroissant les volumes d'eau contenus dans ces récipients gradués.



Réponse :

5 ^{**} Trouve les dimensions de cinq pavés droits différents dont le volume est 180 cm^3 .

6 ^{**} 1. La figure a) correspond au patron de quel solide ?
2. Le patron b) est-il le patron d'un prisme droit ? Justifie ta réponse.



7 ^{**} Réponds aux questions suivantes.

1. Dans une boîte cubique de 10 cm d'arête, combien peut-on ranger de cubes de 2 cm d'arête ?

2. Dans une boîte parallélépipédique de dimensions 24 cm, 18 cm, 6 cm, combien peut-on ranger de cubes :
– de 2 cm d'arête ?
– de 3 cm d'arête ?
– de 6 cm d'arête ?

8 ^{**} Lequel de ces récipients a la plus grande contenance :

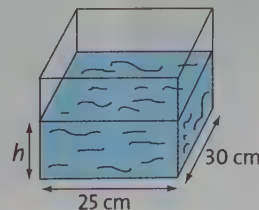
– un seau de 1 L ou un cube de 10 cm d'arête ?

Réponse :

– un seau de 10 L ou un cube de 100 cm d'arête ?

Réponse :

9 ^{***} On remplit un aquarium de forme parallélépipédique de 13,5 L d'eau. À quelle hauteur l'eau s'élève-t-elle dans l'aquarium ?



OBJECTIF • Apprendre à déplacer un personnage avec des instructions simples

COUV. 5

- Un programme est un ensemble d'instructions destinées à être exécutées par quelqu'un ou par un ordinateur.

Exemple : programme de construction (Méthode du chapitre 11).

Exemple : programme de calcul (exercice 6 du chapitre 7).

- La programmation avec GéoTortue (geotortue.free.fr) permet de faire se déplacer une tortue sur un écran en utilisant des instructions simples.

av 100 fait avancer la tortue de 100 pixels (les minuscules points de l'écran d'un ordinateur).

re 30 fait reculer la tortue de 30 pixels.

tg 50 (tourner à gauche de 50 °) ou **td 20** (tourner à droite de 20 °).

vg (vide graphique) permet d'effacer l'écran.

rep 2 permet de répéter 2 fois une instruction ou une suite d'instructions.

Remarque Il existe des versions plus graphiques (programmation par blocs) que l'on trouve par exemple aux adresses suivantes :

- <https://blockly-games.appspot.com/turtle?lang=fr>
- <https://scratch.mit.edu>

MÉTHODE

- Programmer la tortue pour dessiner un carré avec GéoTortue

av 100

td 90

av 100

td 90

av 100

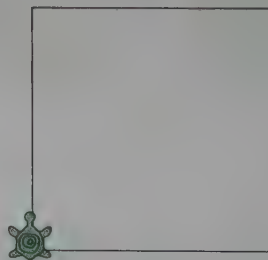
td 90

av 100

td 90

On peut simplifier ce programme en utilisant la commande rep.

rep 4 (av 100 ; td 90)



- Dessine un carré avec Blockly (même principe avec Scratch)

	<pre> avancer de 100 tourner à droite de 90° avancer de 100 tourner à droite de 90° avancer de 100 tourner à droite de 90° avancer de 100 </pre>	<pre> répéter 4 fois avancer de 100 tourner à droite de 90° </pre>
--	--	--

Les logiciels GéoTortue et Blockly sont nécessaires pour réaliser ces exercices.

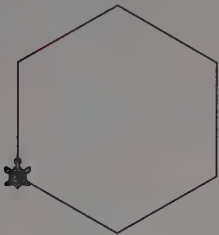
1 ★ Voici un programme fait avec GéoTortue. Nous avons représenté la tortue après la première ligne du programme. Termine le dessin obtenu avec le programme (pour faciliter le tracé, la tortue est représentée par un point).

av 100
tg 120
av 100
tg 120
av 100



Quel est la nature de la figure obtenue ?

2 ★ Voici une figure construite avec GéoTortue.

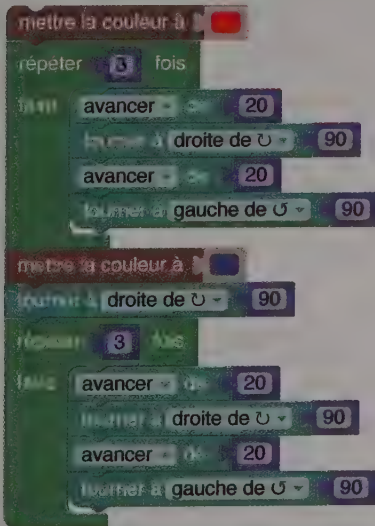


chaque côté mesure
50 pixels

1. Quel est le nom de cette figure ?
2. Écris un programme permettant d'obtenir cette figure sans utiliser l'instruction rep.
3. Écris le même programme en utilisant l'instruction rep.

3 ★★ Voici un programme fait sur Blockly (level 10 pour avoir toutes les fonctionnalités ; on peut faire le même type de programme avec Scratch).

La « tortue » au départ est dans cette position :



Quelle est la figure finale parmi ces 4 proposés ?

Dessin 1 : Dessin 2 : Dessin 3 : Dessin 4 :



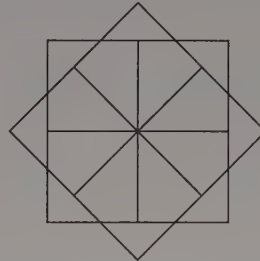
4 ★★ 1. Fais un programme sur GéoTortue pour dessiner un pentagone avec 5 côtés égaux.

2. Même question avec un polygone à 9 côtés égaux.

3. Même question avec un polygone de 10 côtés égaux.

4. Peux-tu le faire pour un polygone avec 7 côtés égaux ? Pourquoi ?

5 ★★★ Voici une figure obtenue par programmation.



1. Combien vois-tu de petits carrés ?

2. Voici le programme sur GéoTortue permettant d'obtenir ce dessin :

rep 8 (rep 4 (av 100 ; td 90) ; td 45)

a) Que permet d'obtenir la partie rep 4 (av 100 ; td 90) ?

b) Explique à quoi sert l'instruction rep 8.

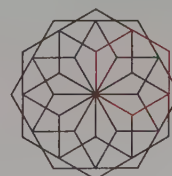
c) Que se passe-t-il si l'on ne met pas l'instruction td 45 ?

d) Modifie ce programme pour obtenir le dessin suivant :



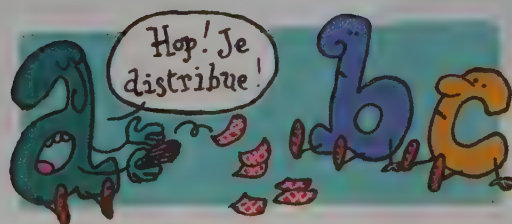
e) Modifie ce programme pour obtenir le dessin suivant :

Aide : le motif de base est un hexagone, mis en évidence en couleur.



Maths 5^e

1	Priorités opératoires	52	12	Relevés statistiques	74
2	Proportions et fréquences ..	54	13	Statistiques : caractéristiques de position et analyse	76
3	Fraction	56	14	Le hasard	78
4	Écriture fractionnaire	58	15	Symétrie centrale	80
5	Relatifs (1)	60	16	Symétrie et figures	82
6	Relatifs (2)	62	17	Angles et parallélisme	84
7	Relatifs (3)	64	18	Constructions de triangles ..	86
8	Expressions littérales	66	19	Angles dans un triangle	88
9	Proportionnalité	68	20	Parallélogrammes et paral- lélogrammes particuliers ...	90
10	Pourcentages	70	21	Prismes et cylindres	92
11	Échelles / Mouvement uniforme	72	22	Aires	94



Priorités opératoires

COURS

OBJECTIF • Organiser un calcul

● Règle 1

Les calculs entre **parenthèses** sont **prioritaires**.

● Règle 2

En l'absence de parenthèses, les **multiplications** et les **divisions** sont **prioritaires** sur l'addition et la soustraction.

● Règle 3

En l'absence de parenthèses et s'il n'y a que des additions et des soustractions, on effectue les calculs dans le sens de lecture, c'est-à-dire de la **gauche vers la droite**.

● Règle 4

S'il n'y a que des additions ou des multiplications, on peut faire les calculs dans n'importe quel ordre.

METHODE

● Effectuer des calculs avec parenthèses

$$A = (7 - 3) \times (6 - 2,5)$$

$$A = 4 \times 3,5$$

$$A = 14$$

$$B = 4 \times (15 - (8,1 - 4))$$

$$B = 4 \times (15 - 4,1)$$

$$B = 4 \times 10,9$$

$$B = 43,6$$

On effectue d'abord
les parenthèses
« intérieures ».

● Effectuer des calculs sans parenthèses

Expression numérique	Priorité	Calcul	Résultat	Avec une calculatrice connaissant les priorités
$9 + 7 \times 5$	$= 9 + 7 \times 5$	$= 9 + 35$	$= 44$	9 $\boxed{+}$ 7 $\boxed{\times}$ 5 $\boxed{=}$
$9 + \frac{7}{5}$	$= 9 + \frac{7}{5}$	$= 9 + 1,4$	$= 10,4$	9 $\boxed{+}$ 7 $\boxed{\div}$ 5 $\boxed{=}$
$\frac{9+7}{5}$	$= \frac{9+7}{5}$	$= \frac{16}{5}$	$= 3,2$	$\boxed{[}$ 9 $\boxed{+}$ 7 $\boxed{]}$ $\boxed{\div}$ 5 $\boxed{=}$ ou 9 $\boxed{+}$ 7 $\boxed{=}$ $\boxed{\div}$ 5 $\boxed{=}$

● Utiliser plusieurs règles dans un même calcul

$$C = 22 - 9 \times (6 - 4)$$

$$C = 22 - 9 \times 2$$

$$C = 22 - 18$$

$$C = 4$$

$$C = 39.$$

$$+ 7 \times 5$$

$$+ 7 \times 5$$

$$+ 35$$

$$+ 35$$

règle 1

règle 2

règle 3



1 * Effectue les calculs suivants.

$$A = 10,2 + 6 \times 5,2 - 12,5$$

$$B = 9,8 - 8,9 + 11,1 \times 6 - 6 \times 1,5$$

$$C = 4,5 \times 3,2 - 3,2 \times 0,5$$

2 * Même exercice.

$$A = 2 + (15 \times 3 - 3) \times 10$$

$$B = (10 + 4) \times 7 - 7 \times (15 - 3 \times 4)$$

$$C = 5 \times (6 \times 2 - 5) \times 4 + 25 \div (1 + 7 \times 7)$$

3 * Même exercice.

$$A = 12,5 + 3 \times [14 - (7 + 4)] - 7,2$$

$$B = 93,7 - [2,8 + 5,1 \times (7 - 4,5)] + 12,5$$

$$C = 3,5 + [7,3 - (4,1 + (2 - 3 \times 0,5))]$$

4 ** En utilisant une fois et une seule chaque symbole +, -, ×, rends justes les égalités suivantes.

$$5 \dots 4 \dots 10 \dots 7 = 17$$

$$12 \dots 3 \dots 7 \dots 9 = 72$$

$$8 \dots 4 \dots 10 \dots 15 = 33$$

5 ** Même exercice.

$$8 \dots (5 \dots 3) \dots 2 = 62$$

$$240 \dots 8 \dots (12 \dots 8) = 80$$

$$2 \dots [17 \dots (15 \dots 2)] = 60$$

6 ** Effectue les calculs suivants en indiquant l'étape intermédiaire.

$$A = 5 \times 3 + 5; \quad B = 5 + 3 \times 5; \quad C = 5 + \frac{3}{5};$$

$$D = \frac{5}{3+5}; \quad E = \frac{5+3}{5}; \quad F = 3 + \frac{5}{5};$$

$$G = 9 + 1 \times 10; \quad H = 9 + \frac{1}{10}; \quad I = \frac{9+1}{10};$$

$$J = \frac{9}{10-1}; \quad K = \frac{9-1}{10}; \quad L = \frac{25}{4} - 3;$$

$$M = \frac{5-3}{5} + 5 - \frac{4+7}{10} + 2; \quad N = 5 \times 7 \div 2.$$

7 ** Réponds par vrai ou faux.

1. $100 - 10 \times 10 = 900$

2. $10 \times 10 \times 10 = 1\,000$

3. $10 + 10 + 10 = 1\,000$

4. $17 \times (5 - 5) = 0$

5. $5 - 5 \times 17 = 0$

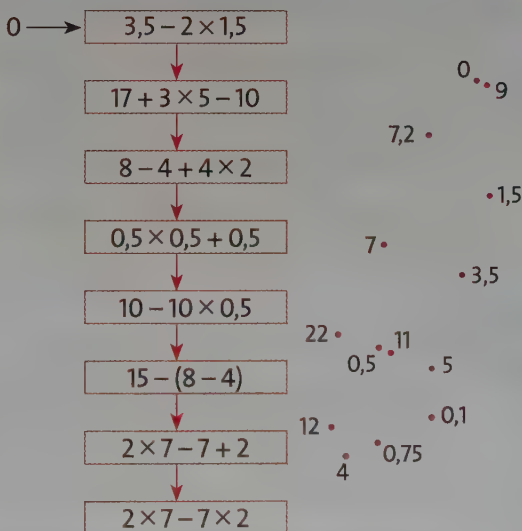
6. $0,1 \times 0,1 = 0,2$

7. $9 - 8 + 7 - 6 + 5 - 4 + 3 - 2 + 1 = 0$

8. $0,1 + 0,1 = 0,2$

V	F

8 *** De retour sous la tente, Antoine s'aperçoit qu'il a oublié un de ses outils sur la plage ! Lequel ? Pars du point 0 et relie les nombres obtenus à partir des calculs encadrés.



9 *** Traduis chaque phrase par un calcul et effectue ce calcul.

1. Le produit de 3 par la somme de 18 et de 5 ;

2. La somme du produit de 3 par 18 et de 5 ;

3. La somme de 3 et du produit de 18 par 5 ;

4. Le produit de la somme de 3 et de 18 par la différence de 18 et de 3 ;

5. La somme du produit de 3 par 18 et du produit de 3 par 5.

COURS

OBJECTIF • Savoir calculer une proportion

● **Définition** : On considère un ensemble E de référence et une partie A de cet ensemble.

On appelle proportion de A dans E le quotient du nombre d'éléments de A par le nombre d'éléments de E.

$$\text{Proportion de A dans E} = \frac{\text{Nombre d'éléments de A}}{\text{Nombre d'éléments de E}}$$

Exemple : Dans une ville de 7 500 habitants, il y a 4 300 femmes.

Les habitants de la ville représentent l'ensemble E et les femmes représentent la partie A.

La proportion de femmes dans cette ville est égale à la fraction $\frac{4\,300}{7\,500}$.

On peut donner le résultat sous la forme :

- d'une fraction $\frac{4\,300}{7\,500} = \frac{43 \times 100}{75 \times 100} = \frac{43}{75}$.

- d'un nombre décimal (valeur exacte ou approchée) $\frac{43}{75} = 0,57$ arrondi à 0,01 près

- d'un pourcentage $0,57 = \frac{57}{100} = 57\%$.

● **Vocabulaire** : On parle de la **proportion** de A dans E ou de **part** de A dans E ou encore de **fréquence** de A dans E. Ces trois mots désignent la même chose.

● **Propriété** : La **proportion**, la **part**, la **fréquence** de A dans E est un nombre toujours compris entre 0 et 1.

MÉTHODE

● **Comment calculer une fréquence ou une proportion ?**

• Déterminer la fréquence de la lettre « e » (avec un accent ou sans un accent) dans la phrase suivante : « Louane est une élève sérieuse et appliquée »

On compte le nombre total de lettres : 36, parmi ces 36 lettres, il y a 12 « e ».

• La fréquence d'utilisation de la lettre « e » est donc égale à : $\frac{12}{36} = \frac{1 \times 12}{3 \times 12} = \frac{1}{3}$.

• On dit aussi que la proportion de « e » dans la phrase est de $\frac{1}{3}$

● **À quoi servent les proportions ?**

• Les proportions servent principalement à comparer.

Exemple : Comparaison de la teneur de sucre d'une confiture.

Sur un pot 1, on peut lire : « 280 g de sucre pour 500 g de confiture »

Sur un pot 2 de 1,5 kg, on peut lire « la moitié du pot de confiture est constituée de sucre ».

Pour le pot 1, la proportion de sucre est égale à $\frac{280}{500} = \frac{28 \times 10}{50 \times 10} = \frac{28}{50} = \frac{2 \times 14}{2 \times 25} = \frac{14}{25} = 0,56$.

Pour le pot 2, la proportion de sucre est égale à $0,5$.

Le pot 1 contient donc plus de sucre en proportion.

- 1** ^{**} Une grande trousse contient 27 crayons, 3 rouges, 20 verts et 4 blancs.

Détermine la proportion de crayons de chaque couleur dans cette trousse.

- 2** ^{**} Réponds par Vrai ou Faux et justifie ta réponse.

Pour chaque question, on utilise l'énoncé suivant :

Dans un sac de billes contenant 27 billes, on compte 3 billes rouges, 20 billes vertes et 4 billes blanches.

A. On ajoute une bille de chaque couleur, on peut dire alors que les proportions de billes n'ont pas changé.

B. On ajoute 6 billes rouges, 40 billes vertes et 8 billes blanches, on peut dire alors que les proportions de billes n'ont pas changé,

C. On enlève une bille de chaque couleur, on peut dire alors que les proportions de billes n'ont pas changé.

- 3** ^{***} Dans un sac de ballons contenant 27 billes, on compte 3 ballons rouges, 20 ballons vertes et 4 ballons blanches.

A. Quels échanges doit-on faire pour que les proportions de ballons de chaque couleur soit les mêmes ?

B. Existe-il plusieurs solutions ?

Si oui donne-en 2 ou 3, sinon, explique pourquoi.

- 4** ^{***} Julian a 50 billès, parmi ses billes 8 sont blanches, 14 sont vertes et 28 sont jaunes. Anaïs a 42 billes, 5 sont blanches, 10 sont vertes, 9 sont jaunes et 18 sont oranges fluo.

Louane n'a que 5 billes, 4 blanches et 1 orange fluo. En sortant de son cours de maths, Louane prétend que c'est elle qui a le plus de billes blanches en proportion.

A. Comment expliquer cette affirmation ?

B. Julian décide de donner des billes blanches à Anaïs afin qu'elle en ait autant que Louane en proportion.

Est-ce que c'est possible ? Explique pourquoi.

- 5** ^{**} Sur un pot de confiture aux myrtilles, on peut lire « 350 g de sucre ajouté pour 500 g de fruits ». Sur un pot de 750 g de confiture de framboises, on peut lire « contient 450 g de sucre ».

Quel pot de confiture est le plus sucré en proportion ?

- 6** ^{**} Sur une bouteille de soda rouge de 1 litre, on peut lire « contient 250 g de sucre ». Sur une canette de soda vert de 75 cl, on peut lire « contient 35 g de sucre ».

Quelle boisson est la plus sucrée en proportion ?

- 7** ^{**} En décembre 2015, le nombre de chômeurs est égal à 5 590 600. La population de la France de 66,3 millions d'habitants.

Il y a 28,6 millions de personnes en âge de travailler.

- 1.** Quelle est la proportion de personnes au chômage en France ?

Choisir la (ou les) bonne(s) réponse(s).

a. $\frac{5\,590\,600}{66,3}$ b. $\frac{5\,590\,600}{66\,300\,000}$

c. $\frac{28,6}{66,3}$ d. $\frac{5\,590\,600}{28\,600\,000}$

e. $\frac{5\,590\,600}{66,3 - 28,6}$ f. $\frac{5,5906}{28,6}$

g. $\frac{28,6}{5\,590\,600}$

- 2.** Le gouvernement souhaite que le chômage soit inférieur à 10%.

Si on appelle N le nombre de chômeurs, à combien doit être égal N ?

- 8** ^{***} Hier, entre 21 h et 21 h 30, 8 900 000 Français étaient devant leur télévision.

Parmi eux, 2 400 000 regardaient TF1 et 1 900 000 regardaient M6.

Entre 23 h et 23 h 30, seuls 2 100 000 regardaient encore la télé. Parmi eux, 590 000 regardaient un reportage sur RMC Découverte.

A. Comment expliquer le fait que le directeur de la chaîne ARTE prétend que c'est lui qui a fait la meilleure audience de la soirée ?

B. Combien de téléspectateurs supplémentaires aurait dû avoir la chaîne M6 pour avoir une audience égale entre 21 h et 21 h 30 à celle de la chaîne ARTE entre 23 h et 23 h 30 ?

● **Vocabulaire**

$\frac{3}{2}$ est une fraction. 3 est le **numérateur**, 2 est le **dénominateur**.

Un nombre est dit **premier** s'il n'est divisible que par 1 et lui-même.

Liste des nombres premiers: 2; 3; 5; 7; 11; 13; 17; 19; 23...

● **Règle 1 (égalité de nombres en écriture fractionnaire)**

a, b, k étant des décimaux positifs ($k \neq 0$ et $b \neq 0$): $\frac{ka}{kb} = \frac{a}{b}$.

On passe d'une écriture à l'autre en multipliant, ou divisant, numérateur et dénominateur par un **même** nombre non nul. Un nombre a donc une infinité d'écritures fractionnaires.

● **Règle 2 (simplification)**

Pour simplifier une fraction, on peut décomposer son numérateur et son dénominateur en produit de facteurs premiers puis utiliser la règle 1.

METHODE

● **Décomposer un nombre en produit de facteur premiers**

On cherche à savoir si le nombre est divisible par un nombre premier pour l'utiliser dans la décomposition.

Par exemple:

$330 = 2 \times 3 \times 5 \times 11$ (330 est divisible par 2, 3, 5 et 11 mais pas par 7 par exemple) et $42 = 2 \times 3 \times 7$.

● **Simplifier une fraction**

$$\frac{330}{42} = \frac{2 \times 3 \times 5 \times 11}{2 \times 3 \times 7} = \frac{\cancel{2} \times \cancel{3} \times 5 \times 11}{\cancel{2} \times \cancel{3} \times 7} = \frac{55}{7}$$

On utilise la **règle 2** puis la **règle 1**.

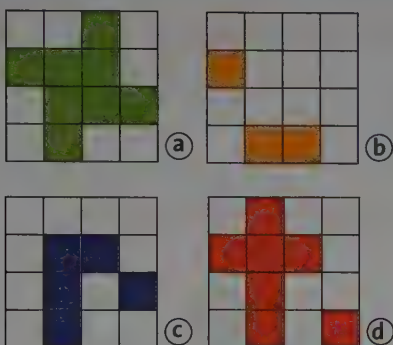
● **Comparer deux fractions**

• $\frac{3}{5} < \frac{4}{5}$ Les deux fractions ont le même dénominateur, la plus grande est celle qui a le plus grand numérateur.

• $\frac{5}{3} > \frac{5}{4}$ Les deux fractions ont le même numérateur, la plus grande est celle qui a le plus petit dénominateur.



1 * Exprime sous forme d'une fraction la partie colorée de chaque figure ; puis range ces fractions dans l'ordre croissant (de la plus petite à la plus grande).



2 *



Complète :

$$AM = \frac{\dots}{3} AB ; AN = \frac{\dots}{4} AB ; AP = \frac{\dots}{\dots} AB.$$

3 * 1. Parmi les fractions suivantes, lesquelles sont inférieures à 1, égales à 1, supérieures à 1 ?

$$\frac{12}{13} ; \frac{17}{15} ; \frac{23}{22} ; \frac{15}{15} ; \frac{15}{14} ; \frac{14}{14} ; \frac{17}{19}.$$

2. Sans calculatrice, compare $\frac{23}{22}$ et $\frac{17}{19}$.

4 * 1. Écris chacun des nombres suivants sous la forme de fractions.

$$3,7 ; 10,2 ; 0,1 ; \frac{5,3}{1,2} ; \frac{0,1}{5,5} ; \frac{17,21}{4,5} ; \frac{1,04}{1,4} ; \frac{7}{2,5}.$$

2. Écris chacun des nombres suivants sous la forme d'une fraction irréductible.

$$\frac{30}{70} ; \frac{48}{16} ; \frac{7}{14} ; 1,2 ; 0,25 ; \frac{30}{45} ; \frac{56}{42} ; \frac{180}{450}.$$

5 * Écris les nombres suivants sous la forme d'une fraction de dénominateur 100.

$$1,11 ; \frac{17}{2} ; \frac{3}{50} ; \frac{9}{4} ; \frac{21}{25}.$$

6 ** Range dans l'ordre croissant, sans les calculer, les fractions de 1, de 2, de 3 et de 4.

$$1. \frac{7}{4} ; \frac{1}{4} ; \frac{9}{4} ; \frac{3}{4} ; \frac{5}{4} \quad 2. \frac{21}{34} ; \frac{18}{12} ; \frac{17}{34} ; \frac{15}{12}.$$

$$3. \frac{3}{5} ; \frac{3}{7} ; \frac{3}{2} ; \frac{3}{8} ; \frac{3}{1} \quad 4. \frac{11}{12} ; \frac{7}{8} ; \frac{23}{24} ; \frac{5}{6} ; \frac{3}{4}.$$

7 *** Complète les égalités suivantes.

$$1. \frac{9}{7} = \frac{54}{\dots} ; \frac{28}{24} = \frac{7}{\dots} ; \frac{3}{27} = \frac{\dots}{9} ; \frac{5}{6} = \frac{\dots}{42}.$$

$$2. \frac{11}{0,27} = \frac{\dots}{27} ; \frac{12}{25} = \frac{48}{\dots} ; \frac{78}{65} = \frac{6}{\dots} ; \frac{4}{0,1} = \frac{40}{\dots}.$$

8 ** Décomposer en produit de facteurs premiers.

1. 130

2. 99

3. 143

4. 187

9 *** Calcule les quotients suivants.

$$1. 24 \div 2,4$$

$$2. 12,6 \div 0,4$$

$$3. 7,875 \div 3,5$$

$$4. 46,874 \div 2,3$$

10 *** Compare les fractions.

$$1. \frac{17}{12} \text{ et } \frac{36}{24}$$

$$2. \frac{5}{8} \text{ et } \frac{31}{48}$$

11 ** Décompose les numérateurs et les dénominateurs en produit de facteurs premiers puis simplifie les fractions.

$$1. \frac{595}{34}$$

$$2. \frac{16\,445}{1\,955}$$

$$3. \frac{462}{21}$$

Écriture fractionnaire

COURS

OBJECTIF • Additionner et multiplier des fractions

● Addition dans le cas où les dénominateurs sont les mêmes

 a, b, c étant des nombres positifs ($c \neq 0$),

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c} \quad \leftarrow \text{on additionne les numérateurs,}$$

$$\frac{a}{c} - \frac{b}{c} = \frac{a-b}{c} \quad \leftarrow \text{on conserve le dénominateur.}$$

● Soustraction dans le cas où les dénominateurs sont les mêmes

 a, b, c, d étant des nombres positifs ($c \neq 0$)

$$\frac{a}{c} - \frac{b}{c} = \frac{a-b}{c} \quad \leftarrow \text{on soustrait les numérateurs,}$$

$$\frac{a}{c} \times \frac{c}{c} = \frac{ac}{c} \quad \leftarrow \text{on conserve le dénominateur.}$$

● Multiplication

 a, b, c, d étant des nombres positifs ($b \neq 0$ et $d \neq 0$),

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd} \quad \leftarrow \text{on multiplie les numérateurs,}$$

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd} \quad \leftarrow \text{on multiplie les dénominateurs.}$$



METHODE

● Utiliser la règle d'addition ou de soustraction

• Les fractions ont le même dénominateur : $\frac{4}{3} + \frac{7}{3} = \frac{11}{3}$.

• Les dénominateurs ne sont pas les mêmes; avant d'additionner, on trouve un dénominateur commun : $\frac{3}{7} + \frac{13}{28} = \frac{3 \times 4}{7 \times 4} + \frac{13}{28} = \frac{12}{28} + \frac{13}{28} = \frac{25}{28}$.

• Même principe pour une soustraction : $\frac{8}{3} - \frac{5}{6} = \frac{8 \times 2}{3 \times 2} - \frac{5}{6} = \frac{16}{6} - \frac{5}{6} = \frac{16-5}{6} = \frac{11}{6}$.

● Utiliser la règle de multiplication

$$\frac{4}{7} \times \frac{3}{5} = \frac{4 \times 3}{7 \times 5} = \frac{12}{35}$$

Quand on peut simplifier, le faire **avant** d'effectuer.

$$\text{Ainsi mieux vaut faire : } \frac{4}{5} \times \frac{15}{7} = \frac{4 \times 15}{5 \times 7} = \frac{4 \times \cancel{5} \times 3}{\cancel{5} \times 7} = \frac{4 \times 3}{7} = \frac{12}{7}$$

$$\text{que faire : } \frac{4}{5} \times \frac{15}{7} = \frac{4 \times 15}{5 \times 7} = \frac{60}{35} = \frac{\cancel{5} \times 12}{\cancel{5} \times 7} = \frac{12}{7}$$



● Résoudre un problème

Exemple: Laura veut manger les deux tiers des trois cinquièmes d'un gâteau. Quelle fraction du gâteau va-t-elle engloutir?

La préposition *de* (ici *des*) se traduit par « $\times$ ». $\frac{2}{3}$ de $\frac{3}{5}$ conduit au calcul :

$$\frac{2}{3} \times \frac{3}{5} = \frac{2 \times 3}{3 \times 5} = \frac{2}{5}$$

Laura va manger les deux cinquièmes du gâteau.

1 * Effectue les calculs et donne le résultat sous forme de fraction irréductible.

$$a = \frac{3}{2} + \frac{1}{2}; \quad b = \frac{3}{17} + \frac{4}{17}; \quad c = \frac{19}{25} - \frac{7}{25};$$

$$d = \frac{4}{3} + \frac{7}{12}; \quad e = \frac{5}{6} - \frac{5}{18}; \quad f = 1 + \frac{4}{5}.$$

2 * Complète avec des entiers.

$$1. \frac{3}{4} + \frac{3}{4} = \frac{\dots}{\dots};$$

$$2. \frac{3}{\dots} + \frac{\dots}{10} = 1;$$

$$3. \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{1}{\dots};$$

$$4. \frac{1}{2} + \frac{5}{2} = \frac{\dots}{1};$$

$$5. \frac{5}{7} \times \frac{\dots}{\dots} = \frac{15}{28};$$

$$6. \frac{5}{9} \times \frac{4}{\dots} = \frac{4}{27}$$

3 ** Pour chaque calcul, écris chaque terme sous forme d'une fraction de dénominateur 100; additionne les fractions et donne le résultat sous forme décimale.

$$1. \frac{12}{10} + 0,05;$$

$$2. 0,17 + \frac{7}{10};$$

$$3. \frac{2}{10} + 0,75 + \frac{5}{100}; \quad 4. \frac{18}{2} + \frac{16}{4} + 0,05 + \frac{17}{10}.$$

4 ** Lucie achète 5 boîtes de jus de fruits de $\frac{1}{3}$ litre chacune. Elle se demande quelle quantité de jus de fruit elle a dans son cabas...

• Lucas dit :

$$\left\langle \frac{1}{3} \approx 0,333 \text{ et } 5 \times 0,333 = 0,151\,515 \right\rangle$$

tu as 0,151 515 litre de jus de fruits ».

• Laura dit : $\left\langle 5 \times \frac{1}{3} = \frac{5 \times 1}{5 \times 3} = \frac{5}{15} \approx 0,3 \right\rangle$

tu as 0,3 litre de jus de fruits ».

• Julien dit :

$$\left\langle 5 \times \frac{1}{3} = \frac{15}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{15 \times 1}{3} = \frac{15}{3} = 5 \right\rangle$$

tu as 5 litres de jus de fruits ».

Qui a tort ? Pourquoi ?

5 ** On partage une somme d'argent entre Laura, Romain, Alice et Paul : les deux cinquièmes à Laura, 15 % à Alice, le quart à Romain et le reste à Paul. Quelle fraction de la somme d'argent reçoit Paul ?

6 ** Calcule l'aire et le périmètre d'un rectangle dont les côtés mesurent $\frac{3}{4}$ dm et $\frac{5}{6}$ dm.

7 ** Calcule.

$$1. \frac{7}{3} \times \frac{3}{2} \times \frac{2}{7}$$

$$2. \frac{4}{3} \times \frac{15}{14}$$

$$3. \frac{1}{4} \times \frac{1}{3} - \frac{2}{3} \times \frac{1}{8}$$

$$4. \frac{5}{3} \times \frac{4}{3} \times \frac{5}{2}$$

$$5. \left(\frac{5}{6} + \frac{5}{12} \right) \times \frac{1}{5}$$

8 ** Complète le tableau suivant.

$\times$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{3}{4}$	0	2	5	$\frac{3}{10}$	$\frac{5}{8}$
$\frac{1}{2}$								
$\frac{1}{5}$			$\frac{3}{20}$					
$\frac{3}{4}$								
0								
2								
5								
$\frac{3}{10}$							$\frac{9}{100}$	
$\frac{5}{8}$								

9 *** Lise a bu deux tiers des trois quarts d'une bouteille d'un litre de jus de fruit. Lise a-t-elle bu plus ou moins de la moitié d'un litre de jus ?

6^e5^e4^e3^e

Corrigés

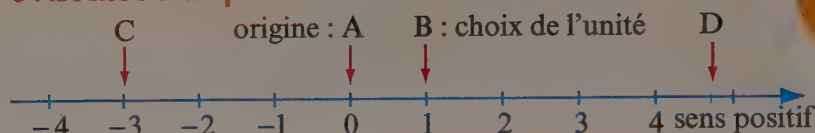
COURS

OBJECTIF • Ordonner les relatifs, se repérer dans le plan

● Définition

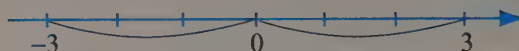
- L'ensemble des nombres décimaux **relatifs** est constitué :
 - des nombres décimaux positifs : 3 ; 12,2 ; 9,01...
 - des nombres décimaux négatifs : - 5,9 ; - 12 ; - 4,13...
- 0 est le seul nombre à la fois positif et négatif.

● Abscisse d'un point



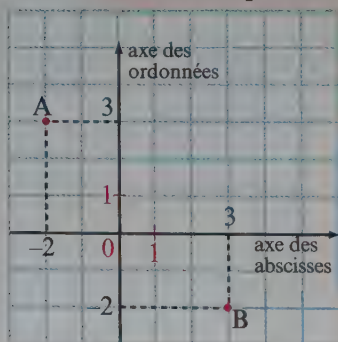
- (A, B) est un **repère** de l'axe.
- Sur un axe, le nombre associé à un point s'appelle **abscisse** de ce point.
D a pour abscisse 4,7 : on note $x_D = 4,7$;
C a pour abscisse -3 : on note $x_C = -3$.

● Opposé d'un nombre



La distance à zéro de 3 est 3, la distance à zéro de -3 est 3.

On dit que 3 et -3 sont **opposés**. -9,2 a pour opposé 9,2 ; on note aussi $\text{opp}(-9,2) = 9,2$.



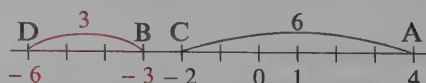
● Repérage dans le plan

- Deux droites graduées perpendiculaires constituent un **repère** du plan.
- Dans un repère du plan, tout point est repéré par ses **coordonnées**. L'unité choisie ici sur les deux axes est la longueur du côté du carreau. L'**abscisse** de A est -2, l'**ordonnée** de A est 3. Les **coordonnées** de A sont (-2 ; 3) dans cet ordre. Le point B (3 ; -2) est différent du point A.

METHODE

● Comparer deux décimaux relatifs

- Les deux nombres sont **positifs** : vu en 6^e.
- Les deux nombres sont **négatifs** :
D est « avant » B donc $-6 < -3$.



Le plus **grand** est celui qui a la plus **petite** distance à zéro : ils sont donc rangés dans l'ordre inverse de leurs opposés.

Exemple : $9,091 > 9,09$ donc $-9,091 < -9,09$.

- Les deux nombres sont de **signe contraire** : le plus grand est le positif.

Exemple : $4 > -2$.



1 * Ordonne dans l'ordre croissant à l'aide du signe $<$ (range les négatifs entre eux, puis les positifs entre eux, puis recolle les morceaux).

2,01 -2,11 2,10 -1,02
-2,1 1,21 -1,20 1,2
-2 -2,01 1,02 -1,21

2 * Fais une croix dans les cases qui conviennent.

	$\dots < -1,2$	$-1,2 < \dots < -1,1$	$-1,1 < \dots$
-1,15		X	
-0,08			
-1,201			
-1,097			
-1,101			

3 * Roméo, éternel étourdi, a encore perdu ses lunettes... Mais où les a-t-il posées la dernière fois ? Pour le savoir, trace les segments correspondant à la bonne réponse.

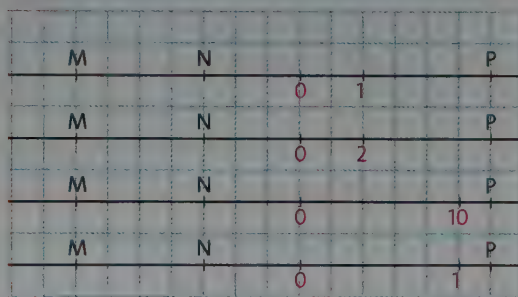
A B C D E F
G H I J K L
M N O P Q R

Affirmation	Vrai	Faux
$-1,14 \leq -1$	[AM]	[AB]
$-3 \leq -3,0$	[BN]	[DJ]
$-3,14 \leq -3,15$	[EQ]	[IJ]
0 est un nombre négatif.	[EF]	[KL]
$1,12 \geq 2,11$	[MN]	[CO]
$-3,01 \geq -3$	[GH]	[OP]
$5 \leq -5$	[JP]	[QR]
$0 \geq -10$	[AN]	[KR]
$-2,13 \leq -1,23$	[QF]	[LE]
$-3,01 \leq -3,10$	[ER]	[CD]

4 ** 1. Trace une droite graduée en choisissant l'unité de longueur de façon à placer les points suivants dont les abscisses sont entre parenthèses : M(0,75) ; N(-2) ; P(2,5) ; Q(-1,25).

2. Même consigne pour placer : D(20) ; R(-50) ; E(45) ; P(-35).
Place un point A dont l'abscisse est comprise entre -40 et -45 et le point I dont l'abscisse est l'opposé de celle du point D. Quel mot lis-tu ?

5 ** Donne l'abscisse des points M, N, et P.

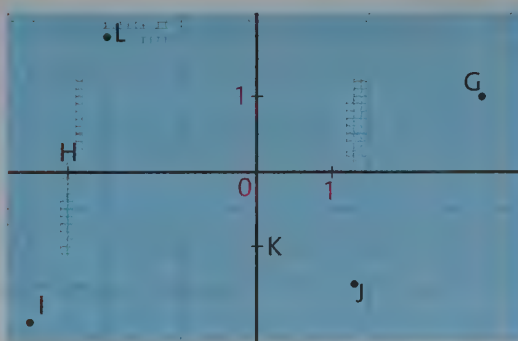


M :

N :

P :

6 ** Donne les coordonnées des points G, H, I, J, K et L.



G : J :

H : K :

I : L :

7 *** 1. Trace un repère du plan (prendre le côté du carreau comme unité) puis place les points suivants :

A(-4 ; 0) ; B(-3 ; -2) ; C(0 ; -2) ; D(2 ; 3) ; E(5 ; 1) ; F(3 ; 1) ; G(3 ; -3) ; H(1 ; -5) ; I(-3 ; -5).

2. Relie les points dans l'ordre alphabétique puis referme.

COURS

OBJECTIF • Ajouter et soustraire les nombres relatifs

● Addition de deux décimaux relatifs

Les nombres sont de même signe :	Les nombres sont de signe contraire :
1. on additionne leur distance à zéro ; 2. on donne au résultat obtenu le signe commun aux deux nombres.	1. on soustrait la plus petite distance à zéro de la plus grande ; 2. on donne au résultat obtenu le signe de celui qui a la plus grande distance zéro .

La somme de deux nombres opposés est égale à zéro.

● Soustraction de deux décimaux relatifs

a et b étant des nombres décimaux relatifs :

$$a - b = a + \text{opp } b = a + (-b)$$

opposé de b

Pour soustraire un nombre, on ajoute son opposé :
une soustraction se transforme donc en addition.



METHODE

● Utiliser la règle d'addition

- Les nombres sont de **même signe**

$$2,5 + 7,4 = 9,9$$

$$-2,5 + (-7,4) = -9,9$$

- Les nombres sont de **signe contraire**

$$2,5 + (-7,4) = -4,9$$

$$7,4 - 2,5$$

$$-2,5 + 7,4 = 4,9$$

$$(7,4 - 2,5)$$

● Utiliser la règle de soustraction

$$7,4 - 2,5 = 4,9 \quad \text{on le savait déjà !}$$

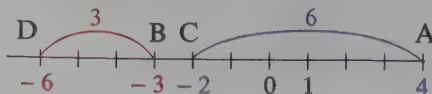
$$7,4 - (-2,5) = 7,4 + 2,5 = 9,9$$

$$-7,4 - 2,5 = -7,4 + (-2,5) = -9,9$$

$$-7,4 - (-2,5) = -7,4 + 2,5 = -4,9$$

● Calculer la distance de deux points d'abscisse donnée

Pour calculer la distance de deux points d'un axe, on soustrait la plus petite abscisse de la plus grande.



Attention ! Une distance est un nombre positif.

Exemple : distance de A à C : $AC = CA = 6 = 4 - (-2)$

distance de B à D : $BD = DB = 3 = -3 - (-6)$

1 * Calcule.

$$A = 7 - (-4);$$

$$C = 4 - (-5);$$

$$B = 3 - (+8);$$

$$D = -7 - (+8).$$

2 * Calcule.

$$A = 7,5 - (-3,4);$$

$$C = -5,4 - (-8,7);$$

$$B = 7,3 - (+9,8);$$

$$D = -12,5 - (+3,8).$$

3 * Complète le tableau suivant.

+	-3	2	1,5	-2,7	-5	1,2
-5						
-2,3						
1,3						
-3						
-1,5						
10		12				

4 * Complète le tableau suivant.

-	-3	2	1,5	-2,7	-5	1,2
-5						
-2,3						
1,3						
-3						
-1,5						
10		8				

5 ** Dans chaque cas, calcule : $a + b$; $a - b$; $-a + b$; $-a - b$.

- $a = 3$; $b = -5$;
- $a = -5,5$; $b = 5,5$;
- $a = -9,1$; $b = -9,1$;
- $a = -17$; $b = 3$.

6 ** Sans faire de calculs, repère les résultats identiques.

$$A = -13,5 + (-3,7);$$

$$B = 13,5 - (-3,7);$$

$$C = -13,5 - (+3,7);$$

$$E = 13,5 + (+3,7);$$

$$D = -13,5 - (-3,7);$$

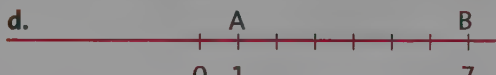
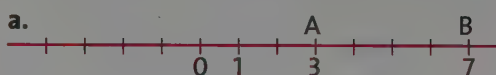
$$F = -13,5 + (+3,7).$$

7 ** Complète avec des entiers relatifs.

- $5 - \dots = 9$;
- $-3 - \dots = 0$;
- $5 + \dots = -9$;
- $(\dots) - 4 = -7$.

8 ** Dans chaque cas, calcule :

- la distance AB;
- l'abscisse du milieu de [AB].



9 ** Laura a effectué les calculs suivants. Si elle obtient un point par bonne réponse, quelle sera sa note ?

- $5 + (-8) = 3$
- $-15 + (-15) = -30$
- $-50 + 17 = -23$
- $(-7) + (-9) = -2$
- $25 + (-45) = -20$
- $(-19) - 19 = -38$
- $20 - (-20) = 0$
- $20 - 38 = -18$
- $-9 - (-11) = -20$
- $14 - (-9) = 23$

Réponse :

10 *** Sur un axe gradué, on place les points A d'abscisse $-2\,020$ et B d'abscisse x , sachant que x est plus grand que $-2\,020$. On sait que $AB = 1\,515$. Trouve x .

COURS

OBJECTIF • Organiser une suite d'opérations

• Une expression numérique est une suite d'opérations avec des nombres.

• On lui donne souvent un nom avec une lettre en majuscule.

Par exemple, $A = 2 + 3 - 9$ est une expression numérique, elle s'appelle A.

• Pour calculer une expression numérique, on peut sans modifier le résultat :

• changer les termes de place. Mais attention au signe !

Par exemple : $A = 3 - 4 + 2 - 5$

$$A = 3 + 2 - 4 - 5$$

• utiliser la définition de la soustraction.

Par exemple : $B = 4 - (-2)$

$$B = 4 + 2.$$

METHODE

• Calculer une expression

1. Avec des additions

$$A = -7 + 15,5 + (-9) + 7 + (-5,5)$$



ON PEUT		
Regrouper les négatifs d'une part, les positifs d'autre part : $A = -7 + (-9) + (-5,5) + 15,5 + 7$ $A = \quad (-21,5) \quad + \quad 22,5$ $A = 1$	Faire des regroupements intéressants : $A = (-7 + 7) + [15,5 + (-5,5)] + (-9)$ $A = 0 + 10 + (-9)$ $A = 1$	Faire les calculs dans l'ordre : $A = -7 + 15,5 + (-9) + 7 + (-5,5)$ $A = 8,5 + (-9) + 7 + (-5,5)$ $A = \quad -0,5 \quad + 7 + (-5,5)$ $A = \quad 6,5 \quad + (-5,5)$ $A = 1$

2. Avec des additions et des soustractions

$$B = -9 + 8 - (-8) - 5 + (-6)$$

ON PEUT	
Transformer chaque soustraction en addition de l'opposé pour n'avoir que des additions et se ramener au cas précédent : $B = -9 + 8 + 8 + (-5) + (-6)$ $B = -9 + (-5) + (-6) + 8 + 8$ $B = -20 + 16$ $B = -4$	Simplifier directement l'écriture de la somme algébrique et la considérer comme une somme de relatifs dont on peut modifier l'ordre des termes : $B = -9 + 8 + 8 - 5 - 6$ $B = -9 - 5 - 6 + 8 + 8$ $B = -20 + 16$ $B = -4$

3. Avec des calculs entre parenthèses

$$C = 8 - (6 - 19) - (2 - 3)$$

On effectue les calculs entre parenthèses.

$$C = 8 - (-13) - (-1)$$

$$C = 8 + 13 + 1$$

On applique une des méthodes précédentes.

$$C = 22$$

1 ^{*} Relie chaque expression à son écriture simplifiée.

- A = $12 - (+9) - (-7)$ • $12 + 9 - 7$
 B = $12 - (-9) + (-7)$ • $12 + 9 + 7$
 C = $12 + (-9) - (+7)$ • $12 - 9 + 7$
 D = $12 - (-9) + (+7)$ • $12 - 9 - 7$

2 ^{*} Calcule.

- A = $(-7) + (-3,5) + (-7,1) - (-3,2) - (-5,5)$;
 B = $(-2,1) - 3,5 + 5,1 - (-3) - (-5,1)$;
 C = $2,7 - (-3,8) + 7,5 - 9,1 + (-4)$.

3 ^{*} Calcule.

- A = $-3,7 + 5 - (-4,1) - 5 + 14,7 - 3$;
 B = $5 - (-1 + 4 - 7,5) + 9 - (-3,5)$;
 C = $8,5 - (-4,5) + 17 - (31 - 9 + 44)$.

4 ^{*} Pour chacune des phrases suivantes, donne deux exemples qui prouvent qu'elles sont fausses.

- $-x$ représente toujours un nombre négatif ;
- la somme de deux négatifs est positive ;
- la somme d'un positif et d'un négatif est nulle ;
- la différence entre deux négatifs est négative.

5 ^{**} Complète le tableau suivant.

x	y	z	$x + y - z$	$x - y + z$	$-x + y + z$	$-x - y - z$
1	-5	-2				
-3		2	-7			
	5	-3		-3		
-2	-5				-10	
-3		-4				18
7	-7					0
3		-5		14		

6 ^{**} Complète par + ou -.

- $(-5) \dots (+8) \dots (-4) = (+7)$;
- $(+3,7) \dots (-15,3) \dots (-9,1) = (+28,1)$;
- $(-3,5) \dots (-5,5) \dots (-9,5) = (-7,5)$.

7 ^{**} Olivier et sa famille partent faire du bateau sur la Côte d'Azur... Arrivé sur place, il vérifie qu'il a bien tout emporté : boussole, gilets de sauvetage, hameçons pour la pêche, tonneaux d'eau pour la soif... et pourtant... qu'a-t-il donc oublié ? Pour le savoir, trace les segments selon ta réponse :

Affirmation	Vrai	Faux
$(-5) - (-4) = (-1)$	[CG]	[AC]
$(+14) + (-7) = (+7)$	[GH]	[FB]
$5 - 4 + 1 = 0$	[DE]	[KL]
$17,1 - 7,1 = 10$	[IJ]	[DJ]
$-5 - 4 - 3 - 2 = 14$	[BG]	[CI]
$(-9) - (-5) - (-4) = 18$	[BD]	[FK]
$(-3) - (-3) = 0$	[JL]	[AG]
$(-100) - (54 + (-4)) = -150$	[IH]	[FM]
$[1 - (1 - (1 + 1))] = 2$	[CH]	[MN]
$7 - 4 + 3 = 0$	[HK]	[FG]

A • B • C • D • E •
 F • G • H • I • J •
 M • K • N • L •

8 ^{**} Rectifie les erreurs commises dans les calculs suivants et retrouve les bons résultats.

$$\begin{aligned} A &= (-7) + 3 - (-4) + 2 - (-3) \\ A &= \underline{3} + \underline{2} + \underline{(-7)} - \underline{(-4)} - \underline{(-3)} \\ A &= \underline{5} + \underline{(-14)} = -9 ; \\ B &= \underline{5} + \underline{7} - \underline{4} + \underline{3} - \underline{2} + \underline{1} \\ B &= \underline{12} - \underline{7} - \underline{3} = 2. \end{aligned}$$

9 ^{***} On pose $a = -6$; $b = 7$ et $c = -9$.
 Calcule $A = a - (b + c)$; $B = a - (b - c)$;
 $C = (a - b) + (b - c)$ et $D = (b - a) - (b - c)$.

A =
 B =
 C =
 D =

6^e5^e4^e3^e

Corrigés

COURS

OBJECTIF • Utiliser des grandeurs inconnues

- Une expression littérale est une **suite d'opérations** avec des nombres et des lettres.
- Les lettres sont utilisées pour remplacer les nombres que l'on ne connaît pas. Par exemple : « Je pense à un nombre, je le multiplie par 3 et j'ajoute 5 au résultat ». Je ne connais pas le nombre, je vais utiliser une lettre à la place, on utilise souvent la lettre x mais ce n'est pas une obligation.
- On va traduire l'énoncé avec notre lettre et écrire une expression algébrique : $3x + 5$ traduit alors le texte.
Une **égalité** est une expression avec le signe $=$.
Une **équation** est une expression littérale avec le signe $=$.
- **Résoudre une équation**, c'est trouver les nombres par lesquels remplacer les lettres afin que l'égalité soit vérifiée.

METHODE

● Comment utiliser une expression littérale ?

Une formule est une expression littérale.

La formule de l'aire d'un rectangle est égale à : Longueur $\times$ largeur.

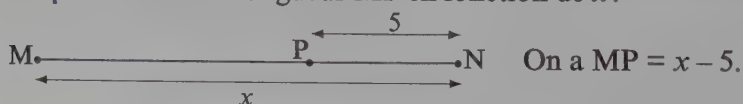
On peut l'écrire $L \times l$: c'est une expression littérale.

On peut utiliser la formule, par exemple, pour calculer l'aire d'un rectangle de longueur 5 cm et de largeur 2 cm.

L'aire est égale à $L \times l = 5 \times 2 = 10 \text{ cm}^2$.

● Comment produire une expression littérale ?

Exemple : Donner la longueur MP en fonction de x :



Exemple : Un nombre est un multiple de 7 s'il est dans la table de 7, c'est-à-dire si le reste de sa division euclidienne par 7 est 0.

Ainsi 56 est multiple de 7 car $56 = 7 \times 8$ mais 124 ne l'est pas car $124 = 7 \times 17 + 5$. Plus généralement, un **multiple de 7** s'écrit sous la forme $7 \times n$ (ou $7n$) avec n entier.

● Comment tester une égalité ?

Exemple : L'égalité $4x = 3x + 7$ n'est pas vérifiée pour $x = 5$.

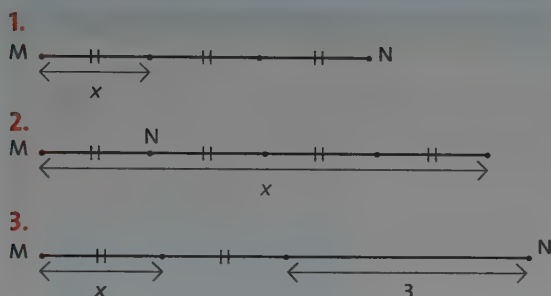
En effet, si $x = 5$ alors $4x = 4 \times 5 = 20$ et $3x + 7 = 3 \times 5 + 7 = 15 + 7 = 22$.

$20 \neq 22$ donc $4x \neq 3x + 7$ pour $x = 5$.

Cette égalité est vérifiée pour $x = 7$:

en effet, si $x = 7$ alors $4x = 4 \times 7 = 28$ et $3x + 7 = 3 \times 7 + 7 = 21 + 7 = 28$.

1 ^{★★} Écris la longueur MN en fonction de x dans les cas suivants.



2 ^{*} Je choisis un nombre x . Je lui retranche 4. Je multiplie le résultat obtenu par 7. Écris ce calcul en fonction de x .

3 ^{*} Écris en fonction de x :

- la somme de x et de 7;
- le produit de x par 6;
- la somme du produit de x par 6 et de 7;
- la somme du produit de 6 par 7 et de x ;
- le produit de 6 par la somme de x et de 7.

4 ^{*} 1. L'égalité $7x - 5 = 2x + 3$ est-elle vérifiée pour $x = 0$; pour $x = 5$; pour $x = 1,6$?

2. L'égalité $5x - 11 = 2x + 4$ est-elle vérifiée pour $x = 0$; pour $x = 5$; pour $x = 1,6$?

5 ^{★★} Retrouve les multiples de 7 parmi les nombres suivants (n désigne un entier naturel).

63 ; 1 225 ; 785 ; $7 \times n$; $7 \times n + 3$; $7 \times n + 7$.

6 ^{★★} 1. Complète par un nombre ou une lettre.

$$4 \times (\dots + 7) = 4y + \dots$$

$$5 \times (\dots a - \dots) = 10 \dots - 5$$

2. Développe.

$$6 \times (x + 8) ; 5(3x - 4)$$

7 ^{★★} 1. Complète.

$$4 \times a + 4 \times b = \dots \times (a + b) ; 7x - 7y = 7(\dots - \dots) ;$$

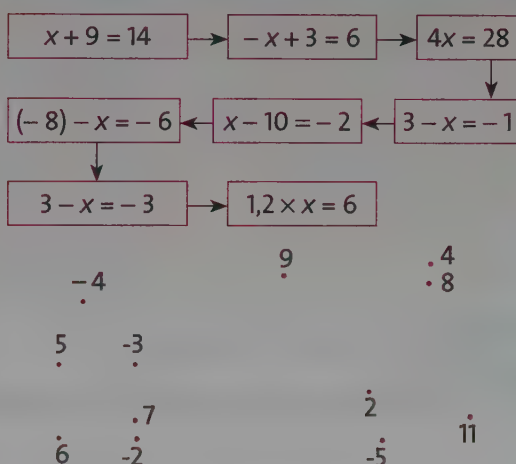
$$6a + 4b = 2 \times \dots + 2 \times \dots$$

$$= 2 \times (\dots + \dots) = 2(\dots + \dots).$$

2. Factorise.

$$9x - 9y ; 4 \times x + 4 \times 3.$$

8 ^{★★} Il y a des grumeaux dans la pâte à crêpes ! Évidemment, Yann y a laissé tomber quelque chose... mais quoi donc ? Pour le trouver, relie les nombres vérifiant les égalités proposées.



9 ^{★★★} Le périmètre d'un disque de rayon r est $2\pi r$ et l'aire d'un disque de rayon r est πr^2 .

En prenant 3,14 comme valeur approchée de π :

1. Calcule l'aire d'un disque de 9 cm de diamètre.

2. Calcule le rayon d'un cercle dont le périmètre est 628 dm.

10 ^{★★★} Parmi les expressions suivantes, retrouve celles qui représentent le périmètre du rectangle ABCD et celles qui représentent son aire.

a. $3 + a + 14$

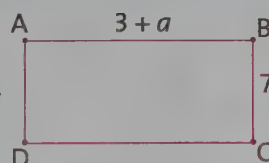
b. $(3 + a) \times 2 + 14$

c. $3 + a + 7 + 3 + a + 7$

d. $(3 + a) \times 7$

e. $2a + 20$

f. $21 + a$



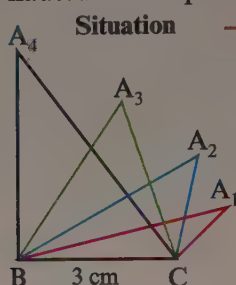
9

Proportionnalité

COURS

OBJECTIF • Reconnaître et utiliser les situations de proportionnalité

Si des triangles ont un côté commun, leur aire est proportionnelle à la hauteur correspondant à ce côté.

**Tableau**

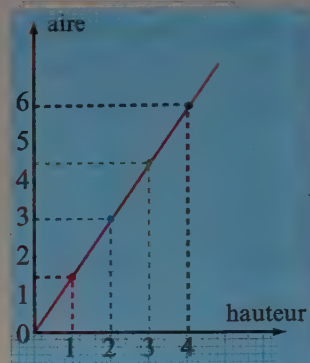
hauteur (cm)	1	2	3	4
aire (cm ²)	1,5	3	4,5	6

$$\frac{1,5}{1} = \frac{3}{2} = \frac{4,5}{3} = \frac{6}{4} = 1,5$$

- On calcule l'aire des triangles

A_1 BC, A_2 BC, A_3 BC, A_4 BC.

- Tous les quotients sont égaux. Les nombres de la seconde ligne s'obtiennent en multipliant ceux de la première par un même nombre : 1,5.

Graphique

- Tous les points sont alignés avec l'origine.

METHODE

• Comment reconnaître la proportionnalité dans un tableau ?

11	24	16
38,5	84	56

$$\frac{38,5}{11} = \frac{84}{24} = \frac{56}{16} = 3,5$$

C'est un tableau de proportionnalité, le coefficient est 3,5 car tous les rapports sont égaux au même coefficient 3,5.

• Compléter un tableau de proportionnalité

Exemple : Compléter les tableaux suivants.

4	9
11	?

On calcule le **coefficient de proportionnalité** :

si 4 objets coûtent 11 €, 1 objet coûte $\frac{11}{4} = 2,75$ €

et 9 objets coûtent $9 \times 2,75 = 24,75$ €.

12	9
10	?

Si 12 objets coûtent 10 €, alors 1 objet coûte $\frac{10}{12} = \frac{5}{6}$ €

et 9 objets coûtent $9 \times \frac{5}{6} = \frac{45}{6} = 7,5$ €.

• Comment utiliser la règle de trois ?

On sait que 3 kg de fraises coûtent 6,9 €. Combien coûtent 2 kg de fraises ? Avec la règle de 3 :

Étape 1 : 3 kg coûtent 6,9 € (on connaît le prix de 3 kg)

Étape 2 : 1 kg coûte : $6,9 \div 3 = 2,3$ € (on divise par 3 pour avoir le prix de 1 kg)

Étape 3 : 2 kg coûtent : $2,3 \times 2 = 4,6$ € (on multiplie par 2 pour avoir le prix de 2 kg)

Donc les 2 kg de fraises coûtent 4,6 €.

Remarque : On parle de règle de 3 car il y a 3 étapes. On dit aussi « retour à l'unité » car, dans l'étape 2, on cherche la valeur d'une unité (ici, la valeur de 1 kg).

J'aime faire des tableaux de proportionnalité aux proportions parfaites !



1 * Réponds par Vrai ou Faux en justifiant la réponse.

- La taille et l'âge sont proportionnels.
- L'aire d'un rectangle est proportionnelle à sa longueur.
- Le prix et le nombre de litres dans une station service sont proportionnels.
- La part d'un gâteau et le nombre de personnes qui vont manger le gâteau sont proportionnels.

2 * On sait que 2 kg de fraises coûtent 5 €. Complète en t'aidant de la règle de 3.

- 4 kg de fraises coûtent €.
- 10 kg de fraises coûtent €.
- 1 kg de fraises coûte €.
- 500 g de fraises coûtent €.

3 * Les tableaux suivants sont-ils des tableaux de proportionnalité ?

0,1	0,5	1	1,2	1/3
0,3	1,5	3	3,6	1

6	1,5	21	17	9,3
2	0,5	7	6	3,1

4 ** Un rectangle mesure 15 cm de longueur et x centimètres de largeur. Écris la formule donnant son périmètre P en fonction de x .

Calcule P pour $x = 5$ cm ; puis pour $x = 10$ cm. P est-il proportionnel à x ?

5 ** Complète les tableaux de proportionnalité suivants.

12,5		10	1
5	10		

6	27	3,6	
4			22

6 ** On sait que 1,5 kg de haricots coûtent 2 € 70. Combien coûtent :

- 500 g ;
- 1 kg ;
- 5 kg ;
- 1,8 kg ?

7 ** On s'intéresse à l'aire de rectangles dont la longueur mesure 10 cm.

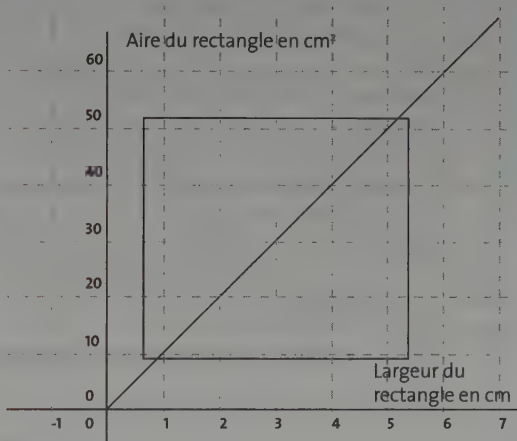
a. Explique pourquoi la largeur doit être un nombre compris entre 0 cm et 10 cm.

b. Si la largeur mesure 1 cm à quoi est égale l'aire ?

c. Complète le tableau suivant :

Largeur en cm	0,5	1	2	5	7	10
Aire en cm^2	10					

d. On a tracé la représentation graphique de l'aire des rectangles en fonction de leur largeur.



Détermine graphiquement la largeur afin que l'aire du rectangle soit égale à 25 cm^2 .

Retrouve ensuite ce résultat par le calcul.

8 ** Dans une station service, avec 12 €, j'ai pu mettre 9 litres d'essence.

1. Avec le même prix, complète les phrases suivantes :

- Avec 6 €, je peux avoir litres d'essence.
- Avec 3 €, je peux avoir litres d'essence.
- Avec 120 €, je peux avoir litres d'essence.
- Pour avoir 18 litres d'essence, il me faut €.
- Pour avoir 50 litres d'essence, il me faut €.
- Un litre d'essence coûte €.

2. Dans la même station, le lendemain, le prix d'un litre d'essence a augmenté de 5 %.

Combien de litres peut-on alors avoir avec 12 € ?

COURS

OBJECTIF • Reconnaître et utiliser les pourcentages

● **Définition** : Un pourcentage est un **nombre**. On peut l'écrire de plusieurs manières :

- avec le **symbole %** ;
- avec une **fraction** ;
- avec un **nombre décimal**.

Exemples : $25\% = \frac{25}{100} = 0,25$ $10\% = \frac{10}{100} = 0,1$ $200\% = \frac{200}{100} = 2$

● **Propriété** : Appliquer un pourcentage à un nombre consiste à multiplier le pourcentage par ce nombre.

Exemple : Calculer 30 % de 25€.

On a sait que $30\% = \frac{30}{100} = 0,3$

On peut calculer $\frac{30}{100} \times 25 = 7,5$ ou encore $0,3 \times 25 = 7,5$.

Donc 30 % de 25 € est égal à 7,5 €.

● **Vocabulaire** :

25% d'un prix correspond au quart du prix.

50% d'un prix correspond à la moitié du prix.

100% d'augmentation d'un prix revient à le doubler.



METHODE

● **Comment calculer un pourcentage en utilisant une proportion ?**

Déterminer le pourcentage arrondi à l'unité de l'utilisation de la lettre « e » (avec un accent ou sans un accent) présente dans la phrase suivante : « Louane est une élève sérieuse et appliquée. »

On compte le nombre total de lettres de cette phrase : 36.

Parmi ces lettres, on retrouve la lettre « e » 12 fois.

Le pourcentage d'utilisation de la lettre « e » est donc égal à :

$$\frac{12}{36} = \frac{12 \times 1}{12 \times 3} = \frac{1}{3} = 0,333... = 33\% \text{ arrondi à l'unité.}$$

● **Comment calculer un pourcentage en utilisant la proportionnalité ?**

Exemple : Sur 1 500 élèves d'un lycée, 930 déjeunent à la cantine.

Quel est le pourcentage de demi-pensionnaires ?

(Calculer ce pourcentage, c'est trouver combien il y aurait de demi-pensionnaires s'il y avait cent élèves dans ce lycée.)

Cela revient donc à compléter le tableau de proportionnalité ci-dessus en utilisant la règle de 3:

On trouve $x = 62$ donc **62 %** des élèves sont demi-pensionnaires.

1 500	100
930	x

1 * Quel pourcentage représente chaque fraction ?

$$\frac{1}{2} ; \frac{1}{4} ; \frac{3}{4} ; \frac{1}{10} ; \frac{2}{5} ; \frac{1}{20}.$$

2 * Quel est le pourcentage de voyelles dans le mot *mathématique* ? et dans le mot *proportionnalité* ?

3 * Complète.

1. 15 euros de hausse sur un objet valant 30 euros c'est % d'augmentation.

2. 20 euros de hausse sur un objet valant 80 euros c'est % d'augmentation.

3. 7 euros de hausse sur un objet valant 35 euros c'est % d'augmentation.

4. 10 euros de hausse sur un objet valant 10 euros c'est % d'augmentation.

4 * Réponds par Vrai ou Faux en justifiant ta réponse.

a. Une baisse de 100 % d'un prix correspond à la gratuité du produit.

b. Si le prix d'un article double, le pourcentage d'augmentation est de 200 %.

c. Le prix d'un objet subi une augmentation de 10 % puis une augmentation de 20 %, cela veut dire que le prix de l'objet a augmenté en tout de 30 %.

d. Le nombre 0,3 est égal à 3 %.

5 * Un téléphone coûte 150 €. Complète.

a. 10 % du prix est égal à €.

b. 20 % du prix est égal à €.

c. 30 % du prix est égal à €.

d. 40 % du prix est égal à €.

e. 50 % du prix est égal à €.

f. 100 % du prix est égal à €.

g. 200 % du prix est égal à €.

6 ** Dans un collège de 650 élèves, il y a 312 garçons. 6 % des élèves ont plus de 16 ans.

1. Quel est le pourcentage de garçons dans ce collège ?

2. Combien y a-t-il d'élèves de plus de 16 ans ?

3. Quel est le pourcentage de filles dans ce collège ?

7 ** Dans le collège A, de 700 élèves, 18 % des élèves apprennent le russe.

Dans le collège B, de 620 élèves, 20 % des élèves apprennent le russe.

« 18 % c'est moins que 20 %, il y a donc moins d'élèves qui apprennent le russe dans le collège A », dit Laura. « Faux, c'est le contraire », lui répond Romain. Qui a raison ?

8 ** En septembre, un objet coûtait 50 euros.

1. En novembre, il augmente de 10 %. Quel est son nouveau prix ?

2. En décembre, son prix augmente à nouveau de 10 %. Quel est le prix de cet objet après la seconde augmentation ?

3. Quelle a été, en euros, l'augmentation totale du prix de l'objet ?

4. De quel pourcentage son prix a-t-il augmenté ?

5. Vrai ou faux ? Si le prix d'un objet augmente deux fois de 10 % alors ce prix a augmenté de 20 %.

9 *** Réponds par vrai ou faux.

	Vrai	Faux
1. Diminuer un prix de 50 % revient à le diviser par 2.		
2. Augmenter un prix de 50 % revient à le multiplier par 2.		
3. Augmenter un prix de 100 % revient à le multiplier par 2.		
4. Diminuer un prix de 100 % revient à le diviser par 2.		

COURS

OBJECTIF • Calculer et utiliser l'échelle d'une figure

Les distances sur un plan, une carte, un dessin, etc., réalisées « à l'échelle » sont proportionnelles aux distances réelles. Si un véhicule se déplace à vitesse constante, les distances parcourues sont proportionnelles aux durées. On dit que le mouvement est **uniforme**.

METHODE

• Utiliser une échelle

Exemple : Une carte routière est à l'échelle $1/200\ 000^e$ (au deux cent millième). À combien de km correspond une distance de 3,5 cm **sur la carte**? Par combien de cm sur la carte sera représentée une distance réelle de 23 km?

- Une échelle $1/200\ 000^e$ signifie que **1 cm sur la carte** représente **200 000 cm, soit 2 km en réalité**. Il s'agit d'une réduction (on représente la réalité en « plus petit »).
- On peut alors compléter un tableau de proportionnalité de coefficient 2 :

Distance sur la carte (cm)	1	3,5	y	$\rightarrow y = 23 \div 2 = 11,5$
Distance sur le terrain (km)	2	x	23	$\rightarrow x = 2 \times 3,5 = 7$

3,5 cm **sur la carte** représentent **7 km en réalité**.

23 km **dans la réalité** sont représentés par **11,5 cm sur la carte**.

• Calculer une échelle

Exemple : Une fourmi mesure 6 mm. Elle est représentée sur un dessin avec une longueur de 9 cm. Quelle est l'échelle de ce dessin?

- L'échelle est donnée par la fraction : $\frac{\text{longueur sur dessin}}{\text{longueur réelle}}$,

les **deux longueurs** étant exprimées dans la **même unité**.

9 cm = 90 mm donc l'échelle de ce dessin est $90/6 = 15$.

L'échelle est 15/1. Il s'agit d'un agrandissement (on représente la réalité en « plus grand »).

- On peut aussi utiliser un tableau de proportionnalité :

Longueurs sur le dessin en mm	90	x	$\rightarrow x = 90 \div 6 = 15$
Longueurs réelles en mm	6	1	

Une fois le tableau complété, on peut lire l'échelle : $\frac{15}{1}$.

• Reconnaître un mouvement uniforme

Exemple : Le mouvement représenté par le tableau ci-contre est-il uniforme?

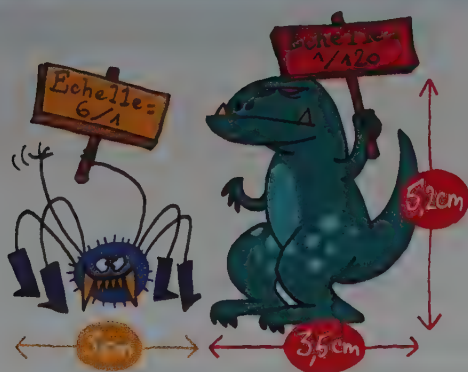
Distances en km	24	16
Durées en min	60	40

Un mouvement est uniforme s'il y a proportionnalité entre distance et durée.

Ici $\frac{60}{24} = 2,5$ et $\frac{40}{16} = 2,5$. Il s'agit donc bien d'un mouvement uniforme.



1 * Observe le dessin et réponds à la question.



Quelles sont les dimensions réelles de l'araignée et du dinosaure ?

2 * 1. Convertis en minutes.

1 h 25 min :

2 h 08 min :

2. Convertis en heures et minutes.

99 min :

212 min :

3. Complète avec un nombre décimal.

30 min = h ; 15 min = h ;

6 min = h ; 1 h 30 min = h ;

1 h 15 min = h ; 1 h 12 min = h.

3 ** La course du lièvre et de la tortue s'est passée de la manière suivante :

- le trajet mesurait 3 km ;
- le lièvre et la tortue sont partis en même temps (à 10 h du matin) ;
- la tortue a effectué tout le trajet à 1,5 km/h ;
- le lièvre a effectué le trajet ainsi :
 - course : 3 minutes à 18 km/h ;
 - arrêt : 1 heure ;
 - marche : 3 km/h sur 900 m ;
 - course : 3 minutes à 15 km/h ;
 - arrêt : 30 min ;
 - course : 6 km/h sur le reste du trajet.

1. Qui est arrivé le premier ?

2. Quelle a été la vitesse moyenne du lièvre sur tout le trajet ?

4 ** Un motard se déplace d'un mouvement uniforme.

1. Complète le tableau ci-dessous.

Durée du parcours en min	60	45	
Distance parcourue en km	48		100

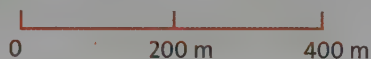
2. Le motard part de Paris pour aller à Montargis. Sachant qu'il a un rendez vous à 13 h 15 et que la distance à parcourir est de 140 km, à quelle heure (au plus tard) doit-il prévoir son départ de Paris ?

5 ** Sur une carte à l'échelle 1/200 000^e, la distance entre deux villages est représentée par un segment de 10 cm.

1. Quelle est la distance réelle entre les deux villages ?

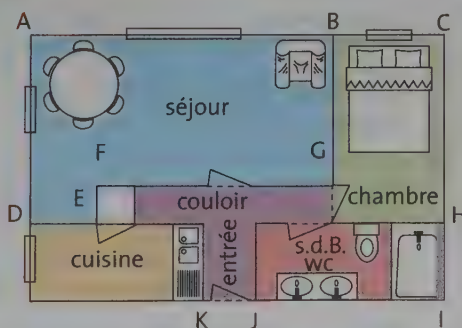
2. Quelle serait la longueur d'un segment représentant cette distance sur une carte à l'échelle 1/250 000^e ?

6 ** Sur un plan, on a l'indication suivante :



Quelle est l'échelle du plan ?

7 *** Voici le plan d'un appartement.



Sur le plan, on a : AB = 4 cm ; BC = 1,5 cm ; DE = 1 cm ; EF = 0,5 cm ; CH = AD = 2,5 cm ; IH = 1 cm ; IJ = 2,5 cm et KJ = 0,7 cm.

Sachant que le plan est à l'échelle 1/150^e, quelles sont les dimensions de chaque pièce ?

COURS

OBJECTIF • Effectuer une étude statistique

On peut traduire des données statistiques par un tableau, un histogramme, un diagramme circulaire.

METHODE

Les 40 enfants d'une crèche ont été répartis en 4 sections : bébés de 4 à 12 mois, petits de 12 à 20 mois, moyens de 20 à 28 mois et grands de 28 à 36 mois.

• Traduire des données statistiques par un tableau récapitulatif

Section des...	bébés	petits	moyens	grands	
Âges x (en mois)	$4 < x \leq 12$	$12 < x \leq 20$	$20 < x \leq 28$	$28 < x \leq 36$	Total
Effectif	8	12	5	15	40
Fréquence	$\frac{8}{40}$	$\frac{12}{40}$	$\frac{5}{40}$	$\frac{15}{40}$	$\frac{40}{40}$
Fréquence (en %)	20	30	12,5	37,5	100

8 enfants sur 40 sont dans la section des petits : la fréquence est $\frac{8}{40} = 0,2 = \frac{20}{100} = 20\%$.

On calcule les fréquences en divisant chaque effectif par l'effectif total.

• Traduire des données statistiques par un diagramme circulaire et un histogramme

Section des...	bébés	petits	moyens	grands	
Âges x (en mois)	$4 < x \leq 12$	$12 < x \leq 20$	$20 < x \leq 28$	$28 < x \leq 36$	Total
Effectif	8	12	5	15	40
Mesure de l'angle (en degrés)	72	108	45	135	360
Hauteur de la barre (en mm)	16	24	10	30	80

$\times 9$
 $\times 2$

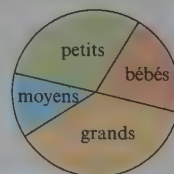
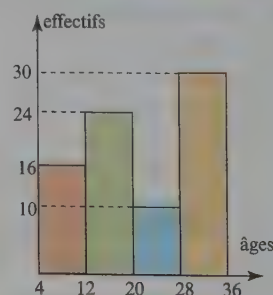


Diagramme circulaire

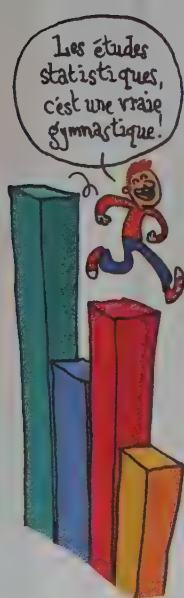
1. Les mesures des angles sont proportionnelles aux effectifs : on passe de la ligne des effectifs à celle des mesures des angles en multipliant par $360 \div 40 = 9$.

Si les 40 enfants sont représentés par un secteur angulaire de 360° (disque entier), un enfant est représenté par un secteur de $360 \div 40$ et 8 enfants sont représentés par un secteur de $(360 \div 40) \times 8 = 72^\circ$.

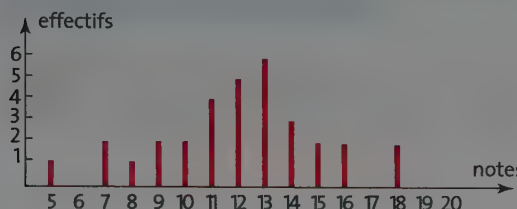
2. Les hauteurs des barres sont proportionnelles aux effectifs.



Histogramme



1 * Un professeur dresse un diagramme en bâtons à partir des notes d'une interrogation écrite :



1. Combien y a-t-il d'élèves dans cette classe ?

2. Combien d'élèves ont obtenu 12 ?

3. Quelles sont les notes qui n'ont pas été obtenues ?

4. Combien d'élèves ont eu au moins 12 ?

5. Quelle est la note maximale ?

6. Calcule la fréquence d'apparition de chaque note.

2 * Voici les 100 premières décimales de π :

14159 26535 89793 23846 26433 83279
50288 41971 69399 37510 58209 74944
59230 78164 06286 20899 86280 34825
34211 70679

1. Donne la fréquence d'apparition de chaque chiffre.

2. Quelle est la fréquence d'apparition d'un chiffre pair ? d'un chiffre impair ?

3 ** Une enquête a été effectuée auprès de 250 familles possédant une télévision. On a obtenu les résultats suivants :

a. Êtes-vous abonné au satellite ?

oui	non
86	164

b. Combien de personnes composent la famille ?

1	2	3	4	5	6
22	63	72	60	25	8

c. Combien de temps regardez-vous la télévision par jour ?

moins d'1h	1h à 2h	2h à 3h	3h à 4h	plus de 4h
15	91	116	22	6

d. Êtes-vous satisfait des programmes proposés ?

Très satisf.	Satisf.	Moyen	Pas satisf.
104	63	69	14

1. Représente les tableaux précédents par :

- un diagramme en bâtons (b) ;
- un histogramme (c) (la catégorie « plus de 4 h » sera assimilée à « 4 h à 5 h ») ;
- un diagramme circulaire (d) ;
- un diagramme semi-circulaire (a).

2. Détermine la fréquence de chaque effectif pour les tableaux c. et d.

4 *** Deux collèges présentent ainsi leurs taux de passage de 5^e à 4^e.

Collège HUGO

5 ^e A	5 ^e B	5 ^e C	5 ^e D	5 ^e E
91 %	57 %	89 %	53 %	85 %

Collège PROUST

5 ^e A	5 ^e B	5 ^e C	5 ^e D	5 ^e E
91 %	50 %	85 %	50 %	84 %

1. Représente ces données sur un même histogramme, en traçant des rectangles rouges pour le collège Hugo et des rectangles bleus pour le collège Proust. Dans lequel de ces deux collèges préférerais-tu être élève ?

2. Voici les effectifs des classes concernées :

Collège HUGO

5 ^e A	5 ^e B	5 ^e C	5 ^e D	5 ^e E
22	28	18	32	12

Collège PROUST

5 ^e A	5 ^e B	5 ^e C	5 ^e D	5 ^e E
22	18	28	12	32

a. Calcule le nombre d'élèves passés en 4^e dans chaque classe (arrondis les résultats).

b. Représente ces nouvelles données sur un double histogramme similaire au premier.

c. Calcule le pourcentage global d'élèves de chaque collège passés en 4^e.

d. As-tu changé d'avis ?

Statistiques : caractéristiques de position et analyse

COURS

OBJECTIF • Calculer une moyenne

Pour comparer des séries statistiques, on peut calculer **leur moyenne**.

• **Définition** : La moyenne d'une série statistique est le quotient de la somme des valeurs par le nombre de valeurs.

Exemple : Malika a parcouru 14 km lundi, 17 km mardi, 13 km mercredi, 15 km jeudi et 11 km vendredi.

En moyenne, elle a parcouru $14 + 17 + 13 + 15 + 11 = 70 \div 5 = 14$ km par jour.

MÉTHODE

• Comment calculer une moyenne avec des coefficients ?

La moyenne est égale au quotient de la somme de chaque valeur multipliée par son coefficient par la somme des coefficients.

Exemple : Julian a obtenu 12/20 coefficient 3, puis 11/20 coefficient 2 enfin 20/20 coefficient 1. La somme des coefficients est égale à $3 + 2 + 1 = 6$

La moyenne est donc égale à $\frac{12 \times 3 + 11 \times 2 + 20 \times 1}{3 + 2 + 1} = \frac{36 + 22 + 20}{6} = \frac{78}{6} = 13$.

Appliquer un coefficient revient au même que d'avoir plusieurs fois la même note. Pour le calcul on va trouver le même résultat si un élève a eu 3 fois 12/20, 2 fois 11/20 et une fois 20/20.

• Comment calculer une moyenne avec des classes ?

On utilise la valeur moyenne de la classe.

Avec l'exemple de la page précédente :

Section des...	bébés	petits	moyens	grands
Âges x (en mois)	$4 < x \leq 12$	$12 < x \leq 20$	$20 < x \leq 28$	$28 < x \leq 36$
Effectif	8	12	5	15

Au total, il y a 40 enfants dans cette crèche.

Les enfants de la section des « bébés » ont entre 4 et 12 mois. En moyenne les enfants de cette section ont $4 + 12 \div 2 = 16 \div 2 = 8$ mois. On fait les mêmes calculs pour les autres sections.

Pour calculer la moyenne, on peut remplacer chaque classe par sa valeur moyenne :

Section des...	bébés	petits	moyens	grands
Âge moyen de la section (en mois)	8	16	24	32
Effectif	8	12	5	15

L'âge moyen dans la crèche est égal à :

$$\frac{8 \times 8 + 12 \times 16 + 5 \times 24 + 15 \times 32}{8 + 12 + 5 + 15} = \frac{856}{40} = 21,4 \text{ mois} = 21 \text{ mois et 12 jours}$$

(1 mois = 30 jours, alors 0,4 mois = $0,4 \times 30 = 12$ jours)

Dans cette crèche, l'âge moyen est donc de 21 mois et 12 jours.

COURS

OBJECTIF • Calculer une probabilité

● Lorsque l'on lance une pièce de monnaie on peut obtenir deux résultats : « Pile » ou « Face ». On dit que l'on a une chance sur deux d'obtenir « pile » et une chance sur deux d'obtenir face, si la pièce est « bien équilibrée ».

● Avec un dé non truqué à 6 faces on a une chance sur six d'obtenir « 1 ». On peut déterminer la probabilité d'obtenir un résultat, cette probabilité correspond à une fraction comprise entre 0 et 1.

La fraction correspond à une traduction de la phrase « une chance sur 6 » :

● On peut écrire le résultat du calcul sous la forme d'une fraction, d'un nombre à virgule, ou d'un pourcentage.

Exemple : $\frac{1}{6} = 0,1666... \approx 16,67\%$

● Une expérience est liée au hasard lorsque l'on ne peut pas prévoir le résultat. On parle aussi d'expérience aléatoire. Par exemple, lorsqu'on lance une pièce de monnaie, on ne peut pas savoir à l'avance si le résultat sera « Pile » ou « Face ».

L'expérience aléatoire consiste à jeter en l'air la pièce.



MÉTHODE

● Comment calculer une probabilité ?

Exemple 1 : On met dans un sac, 10 boules indiscernables au toucher. Il y a 4 boules vertes, 3 boules noires et 3 boules blanches. On tire au hasard une boule.

On cherche la probabilité que la boule tirée soit blanche.

Comme il y a 3 boules blanches parmi les 10 boules, on a 3 chances sur 10 d'obtenir une boule blanche.

On dit alors que la probabilité d'obtenir une boule blanche est égale à $\frac{3}{10}$.

Comme $\frac{3}{10} = 0,3 = \frac{30}{100} = 30\%$, on peut dire que la probabilité d'obtenir une boule

blanche est égale à 0,3, ou encore que l'on a 30 % de chance d'obtenir une boule blanche.

Exemple 2 : On s'intéresse à un jeu de 32 cartes.

On retourne les cartes sur une table. Quelle est la probabilité d'obtenir un As ?

Dans le jeu de cartes, il y a 4 As. On a donc 4 chances sur 32 d'obtenir un As.

La probabilité d'obtenir un As est donc égale à $\frac{4}{32} = 4 \times 14 \times 8 = \frac{1}{8}$. On a donc 1 chance sur 8 d'obtenir un As.

1 * Lors d'une loterie, cinq boules sont tirées au hasard chaque semaine parmi 49 boules identiques numérotées de 1 à 49. Les gagnants du gros lot sont les joueurs qui ont choisi les cinq numéros tirés. Le montant total du prix est partagé entre les gagnants. Un journal publie les numéros gagnants de la semaine précédente ainsi qu'une liste des numéros qui ne sont plus sortis depuis longtemps.

Répond par Vrai ou Faux et explique ta réponse.

- Le numéro qui n'est pas sorti depuis longtemps a plus de chances de sortir.
- Les numéros de la semaine précédente ont moins de chance de sortir car ils sont déjà sortis.
- Il n'y a peu de chance pour qu'un numéro sorte deux fois de suite.
- La combinaison formée par les numéros « 1, 2, 3, 4, 5 » a moins de chance de sortir qu'une autre combinaison de 5 chiffres.
- Si on a joué plusieurs fois la même combinaison de chiffres et qu'elle n'est pas sortie, on a plus de chance qu'elle sorte au prochain tirage.
- Ce n'est pas la peine de rejouer une combinaison de chiffre qui est déjà sorti.

2 * Répond par Vrai ou Faux et justifie la réponse.

On lance un dé équilibré.

- On a moins de chance d'obtenir un 6 qu'un 4.
- Le numéro « 1 » est le numéro qui a le plus de chance de tomber.

3 * On a lancé un dé 10 fois de suite et on a obtenu à chaque fois « 6 ».

Cela veut-il dire que l'on est très chanceux ou alors que le dé est certainement truqué ?

4 ** Dans un sac contenant 27 billes indiscernables au toucher, on compte 3 billes rouges, 20 billes vertes et 4 billes blanches.

On tire, au hasard et sans regarder, une bille.

- Détermine la probabilité que la bille tirée soit rouge.
- Détermine la probabilité que la bille tirée soit verte.

5 ** On considère un jeu de 32 cartes que l'on a retournées sur la table. Voici la composition du jeu de cartes :

Cœur/Pique/Trèfle/Carreau

Et 1 carte de chaque : AS, Roi, Dame, Valet, 10, 9, 8, 7 pour chacune.

Les cartes avec un cœur et celles avec un carreau sont rouges, les autres sont noires.

On tire une carte au hasard sans la regarder. Donne le résultat sous la forme d'une fraction ou d'un nombre.

- Détermine la probabilité que la carte tirée soit un Valet.
- Détermine la probabilité que la carte tirée soit un cœur.
- Détermine la probabilité que la carte tirée soit le Valet de cœur.
- Détermine la probabilité que la carte tirée soit de couleur rouge ou de couleur noire.
- Détermine la probabilité que la carte tirée soit de couleur rouge et de couleur noire.

6 *** Un code secret est composé d'une lettre, d'un chiffre compris entre 0 et 9 et d'une lettre.

- Combien de possibilités a-t-on pour la première lettre ?
- Combien de possibilités a-t-on pour le chiffre ?
- Combien de possibilités a-t-on pour la dernière lettre ?
- Combien de possibilités a-t-on pour le code ?
- Quelle est la probabilité pour que la première lettre du code soit la lettre N ?
- Quelle est la probabilité que le chiffre soit le 5 ?
- Quelle est la probabilité que la dernière lettre soit la lettre P ?

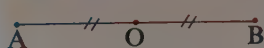
7 *** Dans une classe de 28 élèves, il y a 18 filles et 10 garçons. On choisit au hasard un nom dans la liste.

- Quelle est la probabilité pour que ce soit une fille ? Donne le résultat sous la forme d'une fraction que l'on ne peut plus simplifier.
- Quelle est la probabilité que ce soit un garçon ? Donne le résultat sous la forme d'un pourcentage arrondi à l'unité.

COURS

OBJECTIF • Représenter le symétrique d'une figure

● Définition



**B est le symétrique de A
par rapport à O**

signifie

**O est le milieu
du segment [AB]**

On dit aussi : B est l'image de A dans la symétrie de centre O

A et B sont symétriques par rapport à O

(si B est l'image de A, A est l'image de B).

Seul le point O est symétrique de lui-même.

● Propriétés

Par une symétrie centrale :

- l'image d'une droite d est une droite d' parallèle à d ;
- l'image d'une demi-droite est une demi-droite parallèle à celle-ci ;
- l'image d'un segment est un segment parallèle à celui-ci de même longueur ;
- l'image d'un angle est un angle de même mesure ;
- l'image d'un cercle est un cercle de même rayon.

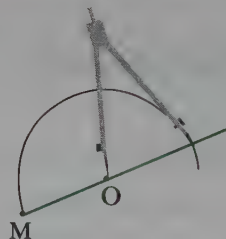
MÉTHODE

● Tracer le symétrique

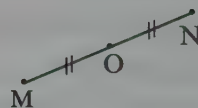
● d'un point



On trace la
demi-droite [MO).



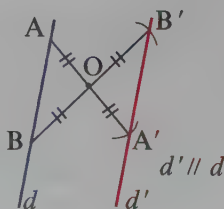
On trace le cercle de
centre O et de rayon
OM.



N, intersection de la
demi-droite et du
cercle, est le symétrique de M.

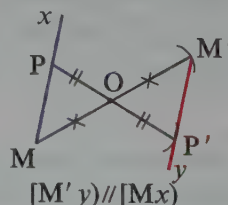
● d'une droite

On choisit deux
points A et B sur
 d et on trace leurs
symétriques
respectifs A'
et B' .



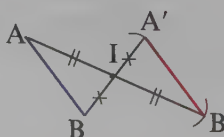
● d'une demi-droite

On trace le
symétrique M' de
M et le symétrique
 P' d'un point P
choisi sur [Mx).



● d'un segment

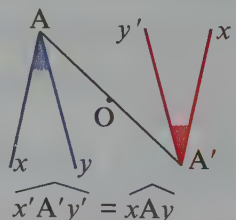
On trace les
symétriques des
extrémités
du segment.



$A'B' = AB$
 $[A'B'] \parallel [AB]$

● d'un angle

On trace les
symétriques
des demi-droites
[Ax) et [Ay).



$\widehat{x'A'y'} = \widehat{xAy}$

1 * Complète la phrase suivante en traçant le symétrique de chaque petit segment ou arc de cercle par rapport à la croix ou à la droite en pointillés.

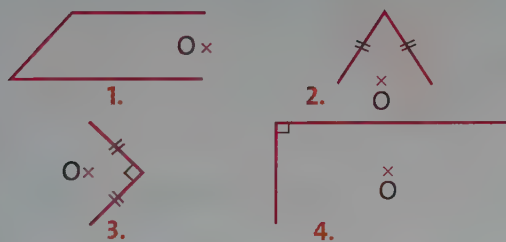
Je suis un :



J'habite au :



2 * Dans chaque cas, trace le symétrique de la figure par rapport au point O. Comment s'appelle la figure totale obtenue à chaque fois ?



3 ** Cet étourdi de Jérôme est parti à une réception en oubliant quelque chose à la maison... Mais quoi ?!... Tu le sauras en réalisant ce programme.

1. Trace au crayon à papier, sans appuyer :

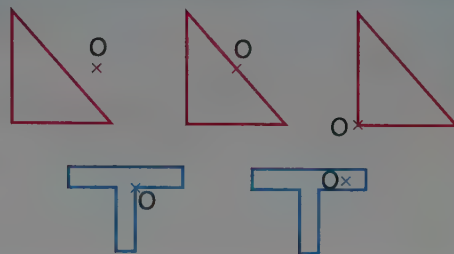
- un segment [BO] de longueur 2 cm ;
- D symétrique de B par rapport à O ;
- un demi-cercle de diamètre [BD] ;
- A, le point de ce demi-cercle tel que $DA = 2$ cm ;
- C symétrique de A par rapport à O ;
- E symétrique de B par rapport à D ;
- F symétrique de C par rapport à A ;
- G symétrique de E par rapport à B ;
- H symétrique de F par rapport à O.

2. Repasse au feutre bleu :

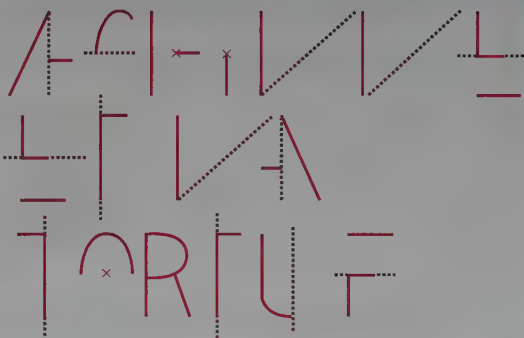
ABCD ; AFED ; BGHC

... et gomme les traits de crayon.

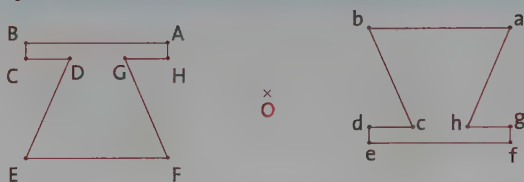
4 ** Reproduis chaque figure et trace son symétrique par rapport au point O.



5 ** Trace le symétrique de chaque partie par rapport à la croix, ou à la droite en pointillés, afin de découvrir l'un des plus célèbres paradoxes du raisonnement.



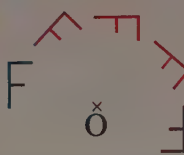
6 *** Observe la figure suivante et réponds aux questions en cochant vrai ou faux.



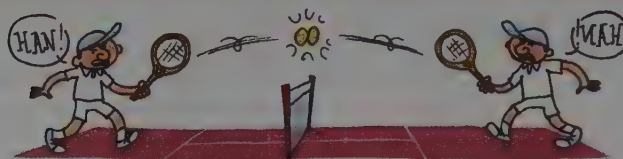
1. L'angle $\widehat{bah}$ est le symétrique de l'angle $\widehat{DEF}$ par rapport à O ; ☐ vrai ☐ faux
2. g est le symétrique de B par rapport au point O. ☐ vrai ☐ faux
3. c est le symétrique de G par rapport au point O ; ☐ vrai ☐ faux
4. C et H sont symétriques par rapport au point D ; ☐ vrai ☐ faux
5. [Ea] et [Hd] ont le même milieu ; ☐ vrai ☐ faux
6. $Fb = Ad$; ☐ vrai ☐ faux
7. $FO = Ob$. ☐ vrai ☐ faux

COURS

OBJECTIF • Reconnaître les éléments de symétrie d'une figure

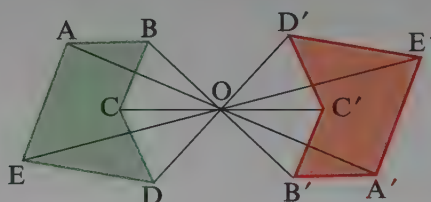


- Les figures noires sont **symétriques par rapport au point O**.
- Deux figures symétriques sont **superposables**.
- Une figure a un **centre de symétrie** lorsque chaque point de la figure a son symétrique sur la figure.



MÉTHODE

- **Tracer le symétrique d'une figure dans une symétrie centrale**
- On repère les points intéressants de la figure et on trace leurs symétriques.



- On décompose la figure en segments, cercles... et on utilise les propriétés de conservation.

Exemple : Pour tracer le symétrique de la figure noire par rapport à O :

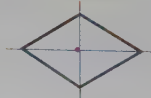
On trace $[A'B']$ image du segment $[AB]$.	$\hat{A} = 90^\circ$, donc $\hat{A'} = 90^\circ$; on trace la perpendiculaire à $[A'B']$ passant par A'.	$AC = A'C'$ et $AI = A'I'$; on reporte donc au compas les distances AC et AI.	On trace $[B'C']$ et le demi-cercle de centre I', de rayon $I'A'$, à l'extérieur du triangle $A'B'C'$. La figure orange est la figure symétrique de la figure verte.
---	--	---	---

- **Reconnaître un centre et un axe de symétrie dans une figure usuelle**

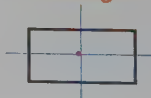
parallélogramme

1 centre
pas d'axe

losange

1 centre
2 axes

rectangle

1 centre
2 axes

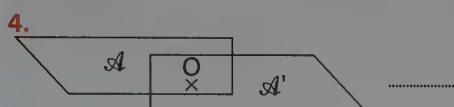
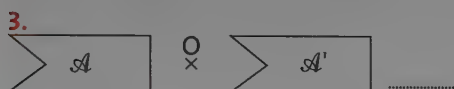
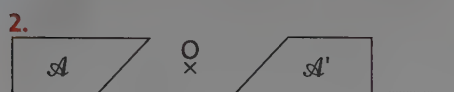
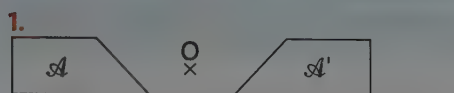
carré

1 centre
4 axes

cercle

1 centre
infinité d'axes

1 ^{*} Les figures A et A' sont-elles symétriques par rapport au point O ?



2 ^{*} Parmi les lettres suivantes, quelles sont celles qui admettent :

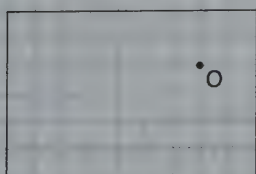
1. un seul axe de symétrie ?
2. au moins deux axes de symétrie ?
3. un centre de symétrie ?
4. aucun élément (axe ou centre) de symétrie ?

A C E O H I
L N S T W Z

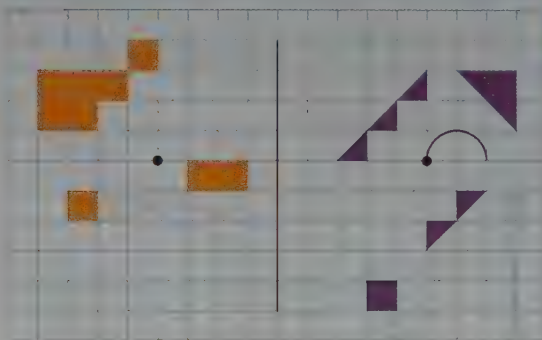
3 ^{*} Les figures suivantes ont-elles un centre de symétrie ?



4 ^{**} Reproduis ces figures sur du papier quadrillé et trace leur symétrique par rapport au point O .



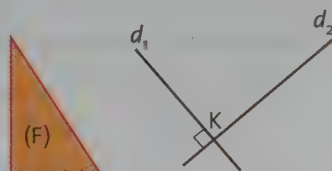
5 ^{**} Complète les figures afin qu'elles soient symétriques par rapport au point noir.



6 ^{**} EFGH est un rectangle de centre I . Parmi ces affirmations, lesquelles sont vraies ?

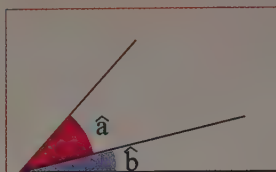
1. (FH) est axe de symétrie de EFGH.
2. I est centre de symétrie de EFGH.
3. H est le symétrique de F par rapport à I .
4. H est le symétrique de F par rapport à (EG).
5. La médiatrice de [EF] est axe de symétrie de EFGH.
6. EFGH a quatre axes de symétrie.

7 ^{***} Reproduis le dessin ci-dessous ; construis le symétrique (F_1) de la figure (F) par rapport à la droite d_1 ; puis le symétrique (F_2) de la figure obtenue (F_1) par rapport à la droite d_2 . Que peut-on dire des figures (F) et (F_2) ?

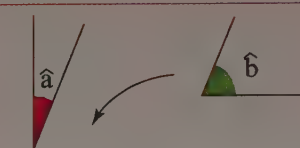


COURS

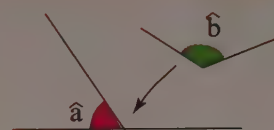
● Définitions



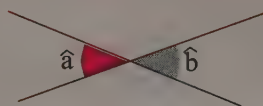
$\hat{a}$ et $\hat{b}$ sont adjacents.



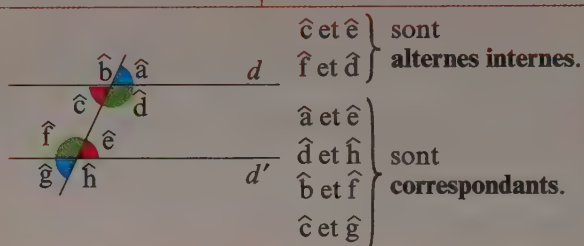
$\hat{a}$ et $\hat{b}$ sont complémentaires :
 $\hat{a} + \hat{b} = 90^\circ$.



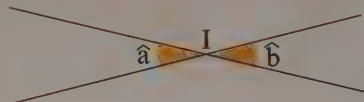
$\hat{a}$ et $\hat{b}$ sont supplémentaires :
 $\hat{a} + \hat{b} = 180^\circ$.



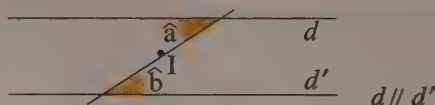
$\hat{a}$ et $\hat{b}$ sont opposés par le sommet.



● Propriétés



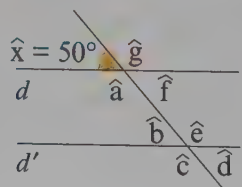
$\hat{a}$ et $\hat{b}$ sont symétriques par rapport à I,
donc $\hat{a} = \hat{b}$.
Deux angles opposés par le sommet
ont même mesure.



Si les droites d et d' sont parallèles, alors les angles alternes internes ont la même mesure. Et réciproquement : Si les angles alternes internes ont la même mesure, alors les droites d et d' sont parallèles. C'est aussi vrai pour les angles correspondants.

MÉTHODE

● Calculer les angles



Sans mesurer, calculer $\hat{a}$, $\hat{b}$, $\hat{c}$, $\hat{d}$, $\hat{e}$, $\hat{f}$, $\hat{g}$.

$\hat{a}$ et $\hat{x}$ sont supplémentaires, donc $\hat{a} = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ$.

$\hat{f}$ et $\hat{x}$ sont opposés par le sommet, donc $\hat{f} = \hat{x} = 50^\circ$.

$\hat{a}$ et $\hat{g}$ sont opposés par le sommet, donc $\hat{g} = \hat{a} = 130^\circ$.

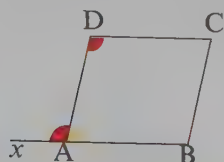
$\hat{a}$ et $\hat{e}$ sont alternes internes, donc $\hat{e} = \hat{a} = 130^\circ$.

$\hat{f}$ et $\hat{b}$ sont alternes internes, donc $\hat{b} = \hat{f} = 50^\circ$.

$\hat{b}$ et $\hat{d}$ sont opposés par le sommet, donc $\hat{d} = \hat{b} = 50^\circ$.

$\hat{e}$ et $\hat{c}$ sont opposés par le sommet, donc $\hat{c} = \hat{e} = 130^\circ$.

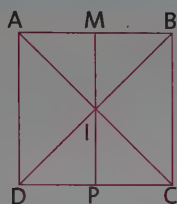
● Démontrer une propriété



Les angles $\widehat{xAD}$ et $\widehat{ADC}$ sont alternes internes.

Si on sait qu'ils ont la même mesure, alors on peut dire que le quadrilatère ABCD a deux côtés parallèles.

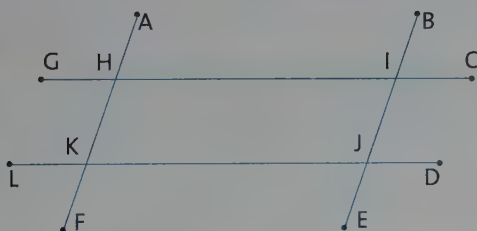
1 * En observant la figure ci-dessous, complète les phrases suivantes à l'aide des termes : complémentaires, supplémentaires, opposés par le sommet.



ABCD est un carré

$\widehat{MAI}$ et $\widehat{IAD}$ sont
 $\widehat{MIA}$ et $\widehat{CIP}$ sont
 $\widehat{BIP}$ et $\widehat{DIP}$ sont
 $\widehat{DIC}$ et $\widehat{BIA}$ sont
 $\widehat{DIP}$ et $\widehat{CIP}$ sont
 $\widehat{MIC}$ et $\widehat{PIC}$ sont

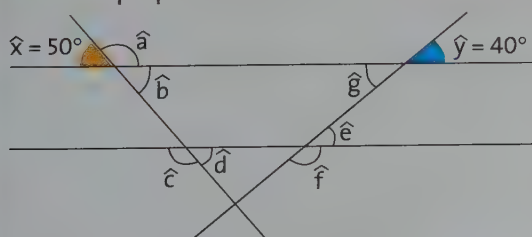
2 * En observant la figure ci-dessous, complète les phrases à l'aide des termes : alternes internes ou correspondants.



HIJK est un parallélogramme

$\widehat{GHK}$ et $\widehat{HKJ}$ sont
 $\widehat{LKH}$ et $\widehat{GHA}$ sont
 $\widehat{KJI}$ et $\widehat{HIB}$ sont
 $\widehat{HIJ}$ et $\widehat{IJD}$ sont
 $\widehat{AHC}$ et $\widehat{HKJ}$ sont
 $\widehat{KJI}$ et $\widehat{CIJ}$ sont

3 * 1. Observe la figure, puis réponds vrai ou faux aux propositions ci-dessous.

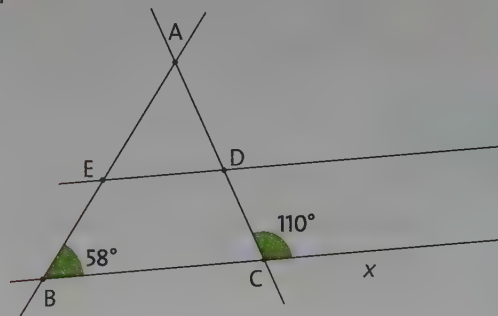


- $\widehat{x}$ et $\widehat{c}$ sont correspondants.
- $\widehat{x}$ et $\widehat{c}$ sont supplémentaires.
- $\widehat{x} + \widehat{a} = \widehat{a} + \widehat{b}$.
- $\widehat{a}$ et $\widehat{c}$ sont alternes internes.
- $\widehat{f}$ et $\widehat{e}$ sont opposés par les sommets.
- $\widehat{g}$ et $\widehat{e}$ sont alternes internes.
- $\widehat{y}$ et $\widehat{e}$ sont correspondants.
- $\widehat{c}$ et $\widehat{d}$ sont adjacents.
- $\widehat{b} + \widehat{g} = \widehat{d} + \widehat{e}$.
- $\widehat{d}$ et $\widehat{f}$ sont correspondants.

2. Sans mesurer, calcule les angles $\widehat{a}$, $\widehat{b}$, $\widehat{c}$, $\widehat{d}$, $\widehat{e}$, $\widehat{f}$ et $\widehat{g}$ en justifiant chaque calcul.

Dans les exercices 4 et 5, les mesures indiquées sur la figure ne sont pas respectées.

4 ** On sait que les droites (ED) et (BC) sont parallèles.



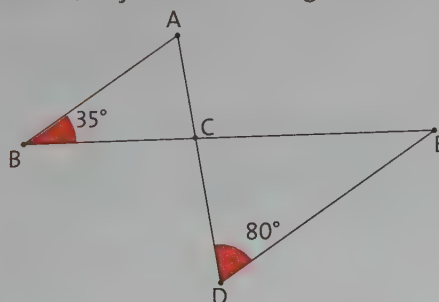
Complète :

$\widehat{BCD}$ et $\widehat{DCx}$ sont donc $\widehat{BCD} = \dots - 110^\circ = \dots^\circ$
 $\widehat{ADE}$ et $\widehat{BCD}$ sont donc $\widehat{ADE} = \dots = \dots^\circ$
 $\widehat{EBC}$ et sont donc $\widehat{AED} = \dots = \dots^\circ$
 La des angles d'un vaut 180° :
 donc $\widehat{BAC} = \dots^\circ - (\dots^\circ + \dots^\circ) = \dots^\circ$.

On a ainsi calculé tous les angles du triangle AED.

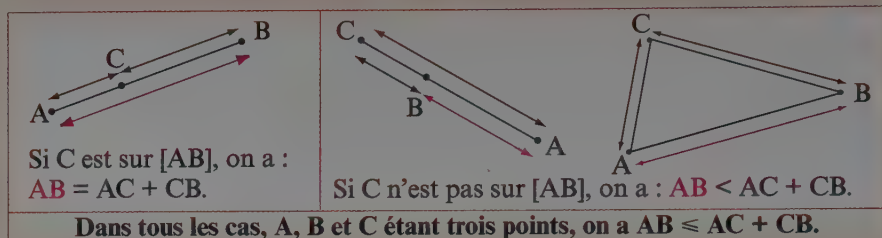
5 *** Les droites (AB) et (DE) sont parallèles.

- Cite deux couples d'angles alternes internes.
- Calcule, en justifiant, les angles inconnus.



COURS

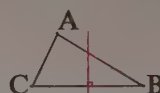
OBJECTIF • Organiser une construction géométrique



• Dans un triangle, la **mesure d'un côté** est inférieure à la somme des mesures des deux autres côtés. Trois nombres positifs étant donnés, on ne peut donc pas toujours construire un triangle dont les côtés ont ces trois nombres pour mesures.

Ainsi 2, 4 et 1 ne peuvent mesurer (dans la même unité) les côtés d'un triangle car $2 + 1 < 4$.

• La médiatrice d'un segment est une droite qui coupe le segment perpendiculairement en son milieu.

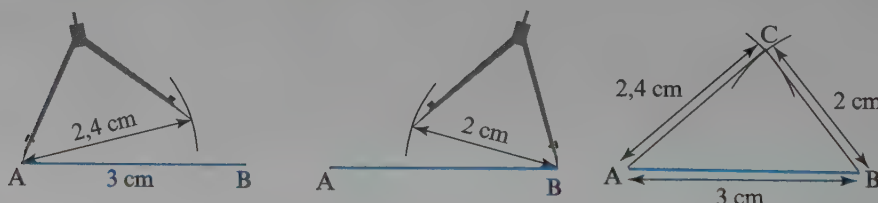


MÉTHODE

• Construire un triangle

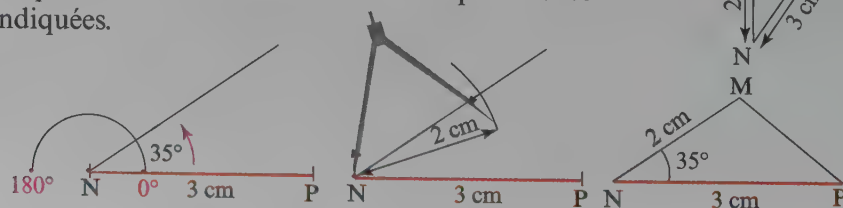
• On connaît la longueur des trois côtés.

Exemple : Construire un triangle ABC tel que $AB = 3$ cm, $AC = 2,4$ cm et $BC = 2$ cm.



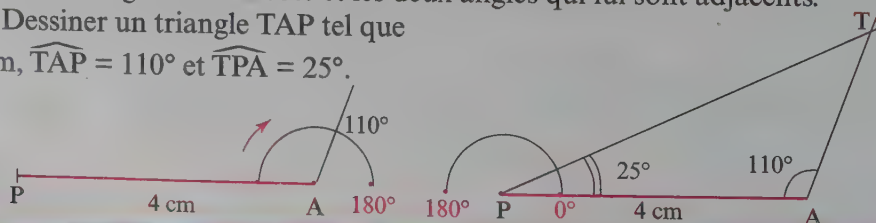
• On connaît la longueur de deux côtés et l'angle compris entre ces côtés.

Exemple : Reproduire le dessin ci-contre en respectant les mesures indiquées.



• On connaît la longueur d'un côté et les deux angles qui lui sont adjacents.

Exemple : Dessiner un triangle TAP tel que $PA = 4$ cm, $\widehat{TAP} = 110^\circ$ et $\widehat{TPA} = 25^\circ$.



1 * Construis un triangle BOF tel que $BO = 7 \text{ cm}$; $\widehat{B} = 45^\circ$ et $\widehat{O} = 80^\circ$.

Trace ensuite les médiatrices des 3 côtés du triangle.

2 * Construis un triangle BOL rectangle en O vérifiant $BO = 5 \text{ cm}$ et $\widehat{B} = 60^\circ$.

Trace ensuite les médiatrices des 3 côtés du triangle.

3 * Construis un triangle MOU tel que $MO = 12 \text{ cm}$; $OU = 7 \text{ cm}$; $MU = 9 \text{ cm}$.

Trace ensuite les médiatrices des 3 côtés du triangle.

4 ** Construis un triangle PIF tel que $PI = 7 \text{ cm}$; $\widehat{P} = 50^\circ$ et $\widehat{F} = 80^\circ$.

Trace ensuite les médiatrices des 3 côtés du triangle.

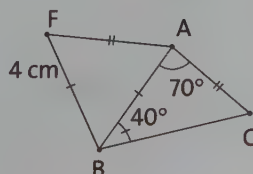
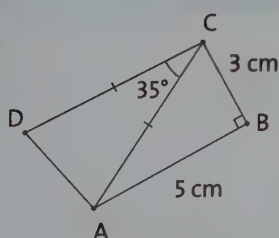
5 ** Construis un triangle MUR rectangle en U vérifiant $MU = 7 \text{ cm}$ et $\widehat{R} = 55^\circ$.

Trace ensuite les médiatrices des 3 côtés du triangle.

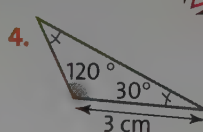
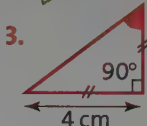
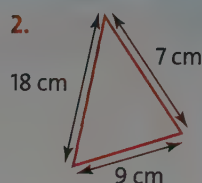
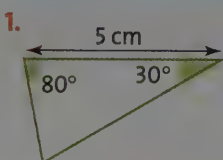
6 ** Pour tracer un triangle ABC tel que $AB = 6 \text{ cm}$; $\widehat{ABC} = 55^\circ$ et $AC = 5,2 \text{ cm}$, suis le programme de construction suivant.

1. Trace un segment $[AB]$ mesurant 6 cm.
2. Trace un angle mesurant 55° de sommet B et dont un côté est $[AB]$.
3. Trace le cercle de centre A et de rayon 5,2 cm. En combien de points le cercle coupe-t-il le deuxième côté de l'angle ?
4. Combien de triangles répondent à la question ? Sont-ils superposables ?

7 ** Trace les figures ci-dessous en vraie grandeur. Pour la seconde figure, commence par tracer le triangle ABC.



8 ** Dans chaque cas, construis la figure en respectant les données ou explique clairement la raison pour laquelle la figure n'est pas réalisable.



9 ** Réponds par vrai ou faux.

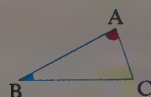
1. On peut tracer un triangle dont les côtés mesurent 4,2 cm ; 6,3 cm ; 2,4 cm :
2. On peut tracer un triangle dont les côtés mesurent 24 cm ; 8 cm ; 13 cm :
3. On peut tracer trois points L, O et I tels que $LO = 2,4 \text{ cm}$; $LI = 7 \text{ cm}$; $OI = 4,6 \text{ cm}$:
4. On peut tracer un triangle TOC tel que $TO = OC = 14 \text{ cm}$ et $TC = 30 \text{ cm}$:
5. Il existe au moins deux triangles non superposables dont les côtés mesurent 9 cm ; 5 cm ; 8 cm :
6. Il existe au moins deux triangles non superposables dont les angles mesurent tous 60° :
7. Il existe au moins deux triangles rectangles non superposables dont deux côtés mesurent 5 cm :

10 *** Trace un segment $[AB]$ mesurant 10 cm.

1. Place un point C_1 tel que : $AC_1 = 8 \text{ cm}$ et $BC_1 = 6 \text{ cm}$.
2. Place un point C_2 tel que : $AC_2 = 7 \text{ cm}$ et $BC_2 = 5 \text{ cm}$.
3. Place un point C_3 tel que : $AC_3 = 6 \text{ cm}$ et $BC_3 = 5 \text{ cm}$.
4. Place un point C_4 tel que : $AC_4 = 5 \text{ cm}$ et $BC_4 = 5 \text{ cm}$.
Que peut-on dire de C_4 ?
Compare $AC_4 + BC_4$ avec AB .

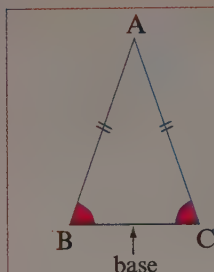
COURS

OBJECTIF • Connaître et utiliser les propriétés liées aux angles

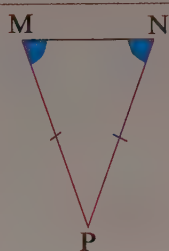
La somme des angles d'un triangle vaut 180° .

$$\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} = 180^\circ$$

● Triangle isocèle

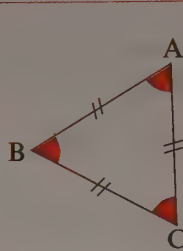


Un triangle isocèle a 2 angles égaux si $AB = AC$, alors $\widehat{B} = \widehat{C}$.



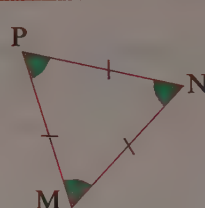
Si un triangle a 2 angles égaux, alors il est isocèle si $\widehat{M} = \widehat{N}$, alors $MP = NP$.

● Triangle équilatéral



Un triangle équilatéral a 3 angles égaux.

$$\widehat{A} = \widehat{B} = \widehat{C} = 60^\circ$$



Si un triangle a ses 3 angles égaux, alors il est équilatéral

si $\widehat{M} = \widehat{N} = \widehat{P} = 60^\circ$, alors

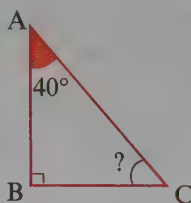
$$MN = PN = MP$$

MÉTHODE

● Calculer la mesure d'un angle

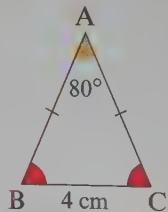
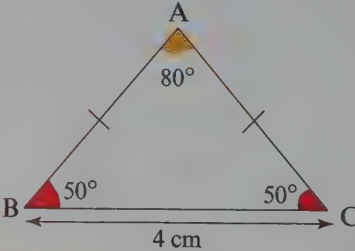
Exemple : Calculer l'angle $\widehat{C}$ connaissant les angles $\widehat{A}$ et $\widehat{B}$.

$$\begin{aligned}\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} &= 180^\circ \\ 40^\circ + 90^\circ + \widehat{C} &= 180^\circ \\ 130^\circ + \widehat{C} &= 180^\circ \\ \widehat{C} &= 180^\circ - 130^\circ \\ \widehat{C} &= 50^\circ\end{aligned}$$

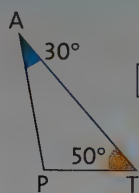


● Construire un triangle

Exemple : Construire un triangle ABC isocèle de base [BC] tel que $\widehat{BAC} = 80^\circ$ et $BC = 4$ cm.

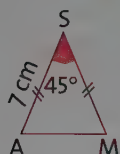
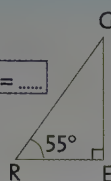
1 ^{re} étape	2 ^e étape	3 ^e étape
On fait un schéma. 	On calcule $\widehat{B}$ et $\widehat{C}$ pour se ramener au cas où l'on connaît un côté et les deux angles adjacents. $AB = AC$ donc $\widehat{B} = \widehat{C}$ $80^\circ + \widehat{B} + \widehat{C} = 180^\circ$ $\widehat{B} + \widehat{C} = 180^\circ - 80^\circ$ $\widehat{B} + \widehat{C} = 100^\circ$ $\widehat{B} = \widehat{C} = \frac{100^\circ}{2} = 50^\circ$	On trace le triangle. 

1 * Détermine, sans mesurer, les longueurs demandées ou les mesures des angles demandées, en observant les figures (volontairement fausses!).



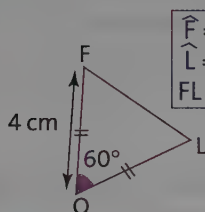
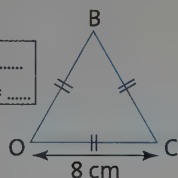
$\widehat{P} = \dots$

$\widehat{G} = \dots$



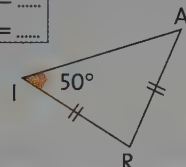
$\widehat{A} = \dots$
 $\widehat{M} = \dots$
SM =

$\widehat{B} = \dots$
BC =



$\widehat{F} = \dots$
 $\widehat{L} = \dots$
FL =

$\widehat{A} = \dots$
 $\widehat{R} = \dots$

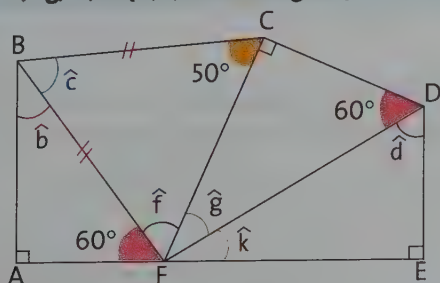


2 * Sans effectuer de construction, dis quelle est la particularité d'un triangle dont deux angles mesurent 64° et 26° .

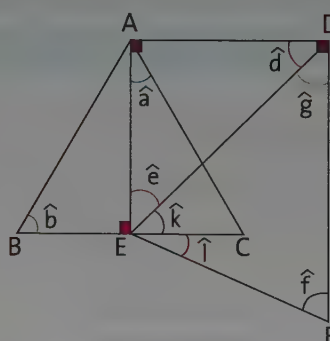
3 * Sans effectuer de construction, dis quelle est la particularité d'un triangle dont deux angles mesurent 126° et 74° .

4 ** Construis un triangle BAF tel que $BA = 7$ cm; $\widehat{B} = 50^\circ$ et $\widehat{F} = 70^\circ$.

5 ** Observe le dessin suivant et détermine, sans mesurer au rapporteur, les angles $\widehat{b}$, $\widehat{c}$, $\widehat{f}$, $\widehat{g}$, $\widehat{k}$, $\widehat{d}$ (A, F, E sont alignés).



6 ** Observe le dessin suivant.



On sait que :
ABC est équilatéral, ADE est isocèle et rectangle en A, DEF est isocèle en D.

Détermine les angles (sans mesurer au rapporteur) : $\widehat{b}$, $\widehat{a}$, $\widehat{e}$, $\widehat{d}$, $\widehat{g}$, $\widehat{f}$, $\widehat{k}$, $\widehat{i}$.

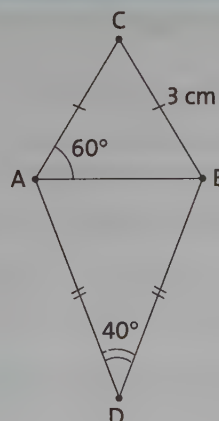
7 ** 1. Reproduis le dessin de l'exercice 5 sachant que $AB = 5$ cm.

2. Reproduis le dessin de l'exercice 6 sachant que $AB = 5$ cm.

8 ** Construis un triangle rectangle dont l'hypoténuse (le côté opposé à l'angle droit) mesure 8 cm et dont un angle mesure 45° .

9 ** Construis un triangle isocèle BOC de base [BC] tel que $\widehat{BOC} = 68^\circ$ et $BC = 5$ cm.

10 *** Reproduis la figure ci-dessous en respectant les mesures indiquées.



Parallélogrammes et parallélogrammes particuliers

COURS

OBJECTIF • Connaître et utiliser les propriétés des parallélogrammes quelconques et particuliers

● Définition

Un parallélogramme est un quadrilatère dont les côtés opposés sont parallèles.

● Propriétés



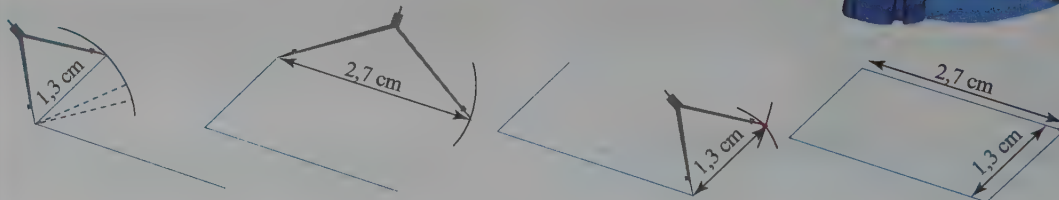
● Les parallélogrammes particuliers

Les rectangles, les losanges et les carrés sont des parallélogrammes particuliers : ils ont donc toutes les propriétés des parallélogrammes et une particularité supplémentaire.

MÉTHODE

● Tracer un parallélogramme

Exemple : On connaît la longueur des côtés : 2,7 cm et 1,3 cm.



● Si un quadrilatère possède une des propriétés suivantes :

il a 3 angles droits

c'est un parallélogramme
et il a un angle droit

c'est un parallélogramme et
ses diagonales
ont même longueur

alors ce quadrilatère est un **RECTANGLE**.

● Si un quadrilatère possède une des propriétés suivantes :

il a 4 côtés
de même longueur

c'est un parallélogramme
et 2 côtés consécutifs
ont même longueur

c'est un parallélogramme et
ses diagonales
sont perpendiculaires

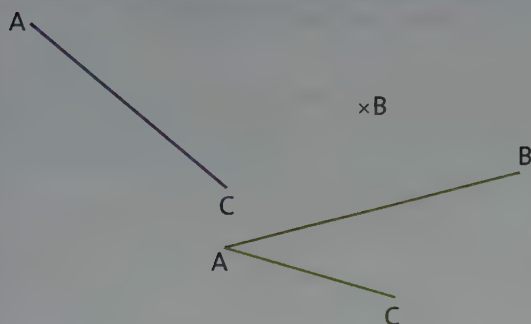
alors ce quadrilatère est un **LOSANGE**.

● Si un quadrilatère est à la fois un rectangle et un losange, alors c'est un **CARRÉ**.

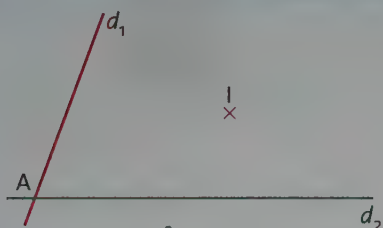
1 * Construis un parallélogramme POLI dont deux côtés mesurent 3 cm et 4 cm.

2 * Construis un parallélogramme BIDE dont les diagonales mesurent 3 cm et 4 cm.

3 * Complète les parallélogrammes ABCD.



4 * Trace le parallélogramme ABCD de centre I tel que B soit sur d_1 et D sur d_2 .



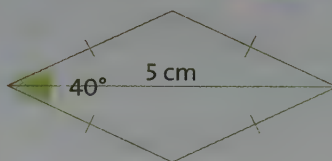
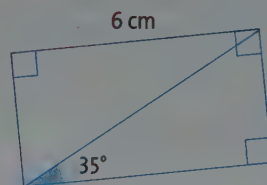
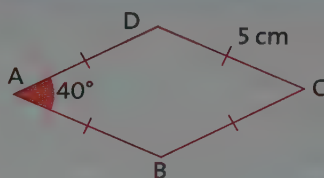
5 ** Pour chacune des affirmations suivantes, fais un dessin prouvant qu'elles sont fausses.

1. Un quadrilatère ayant ses diagonales de même longueur est un parallélogramme.
2. Un quadrilatère ayant deux côtés de même longueur est un parallélogramme.
3. Un quadrilatère ayant deux côtés parallèles est un parallélogramme.

6 ** 1. Construis un parallélogramme RSTU tel que $RS = 5$ cm ; $RT = 4$ cm et $ST = 2,5$ cm.

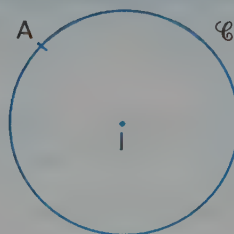
2. Construis un parallélogramme ABCD de centre O tel que $AB = 54$ mm ; $AC = 8$ cm et $BD = 6$ cm. (Fais d'abord une figure à main levée sur laquelle tu reporteras les données.)

7 ** Reproduis les figures suivantes en respectant les mesures (dessins volontairement faux).



8 ** Construis un carré dont la diagonale mesure 4 cm.

9 ** $\mathcal{C}$ est un cercle de centre I et de rayon 3 cm. A est un point de ce cercle.



Place sur $\mathcal{C}$ les points R, T, S tels que ARTS soit un rectangle avec $AR = 2$ cm.

10 *** Pour chacune des affirmations suivantes, fais un dessin prouvant qu'elles sont fausses.

1. Un quadrilatère ayant ses diagonales de même longueur est un rectangle.
2. Un quadrilatère ayant au moins deux angles droits est un rectangle.
3. Un losange a ses diagonales de même longueur.
4. Un quadrilatère ayant ses diagonales de même longueur et perpendiculaires est un carré.
5. Un quadrilatère ayant deux côtés consécutifs de même longueur est un losange.

COURS

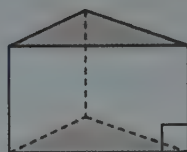
OBJECTIF • Reconnaître les prismes et les cylindres

● Définitions

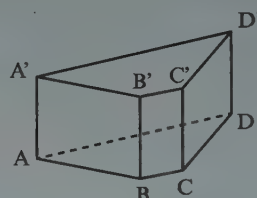
- Un prisme droit est un solide avec :
 - deux faces identiques qui sont des polygones situés dans des plans parallèles, on les appelle les bases ;
 - les autres faces sont des rectangles, ce sont les faces latérales.

Exemples :

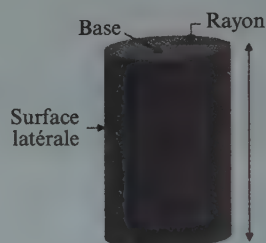
Prisme à bases triangulaires



Prisme droit à bases trapézoïdales



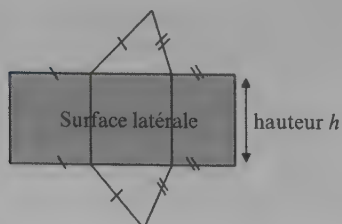
- Un cylindre est un solide qui possède deux bases qui sont des disques parallèles.



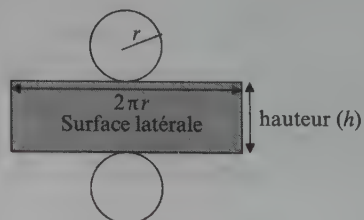
MÉTHODE

● Reconnaître le patron d'un prisme, d'un cylindre

Un prisme a plusieurs patrons.
Voici par exemple un patron
d'un prisme à bases triangulaires.



Un patron d'un cylindre.



● Calculer le volume d'un prisme, d'un cylindre

Les formules sont identiques pour calculer le volume d'un prisme et d'un cylindre.

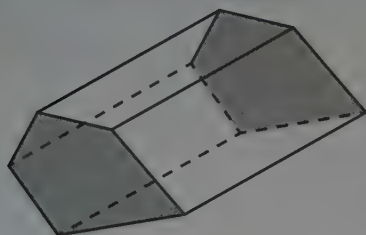
Pour le prisme :

$$V = \text{aire de la base} \times \text{hauteur du prisme}$$

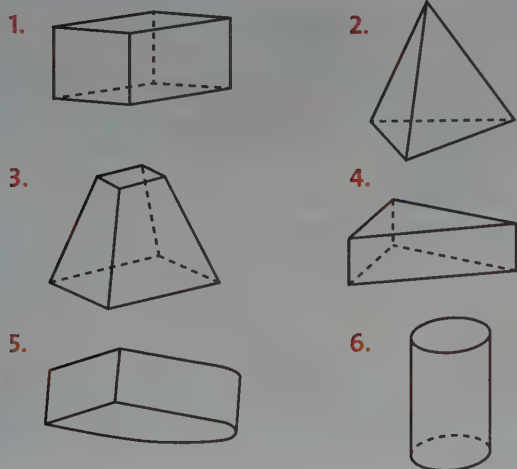
Et donc pour le cylindre :

$$V = \pi R^2 \times h$$

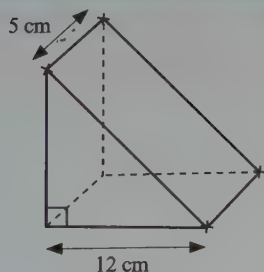
1 * Détermine la nature des bases, le nombre de faces latérales, le nombre de sommets et d'arêtes du solide suivant :



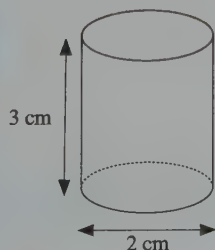
2 * Trouve les solides qui ne sont pas des prismes droits.



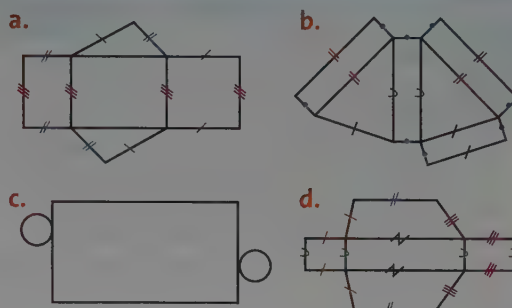
3 * Calcule le volume du prisme suivant :



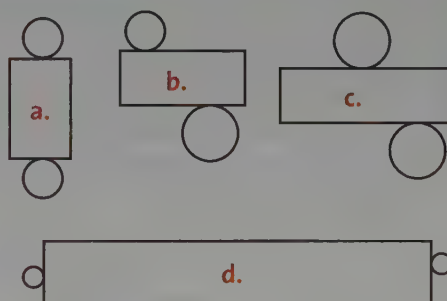
4 ** Calcule le volume du cylindre ci-contre :



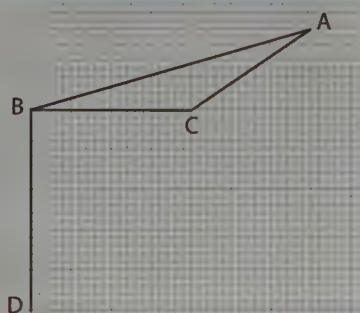
5 ** Pour chaque patron, indique si c'est celui d'un prisme droit, sinon explique pourquoi.



6 ** Pour chaque patron, indique si c'est celui d'un cylindre.



7 ** Complète la représentation en perspective cavalière afin que ABCDEF soit un prisme droit.



8 *** Pour 1 m^3 de béton, il faut 400 kg de ciment, 460 L de sable, 780 L de gravillons et 200 L d'eau.

Lors d'un chantier, un maçon doit construire quatre colonnes en béton de forme cylindrique, de 50 cm de rayon et de 4 m de hauteur.

Combien de sacs de 40 kg de ciment seront nécessaires ?

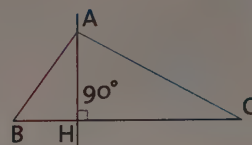
OBJECTIF • Utiliser les formules de calcul d'aires de figures simples

COURS

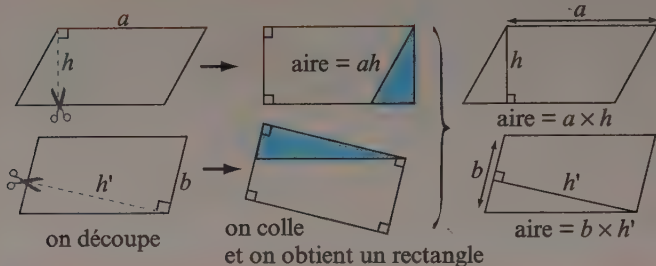
● La hauteur

La hauteur est une droite qui part d'un sommet et qui coupe le côté opposé perpendiculairement.

Ici, (AH) est la hauteur issue de A, on dit aussi la **hauteur correspondante** au côté [BC].

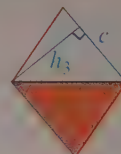
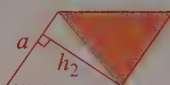
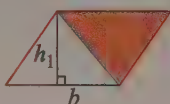
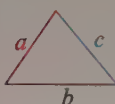


● Aire du parallélogramme



Aire du parallélogramme : $\mathcal{A} = \text{côté} \times \text{hauteur correspondante}$.

● Aire du triangle



Le triangle est la « moitié » d'un parallélogramme !

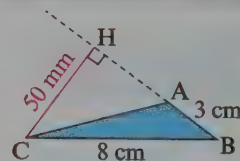
$$\text{Aire du triangle : } \frac{b \times h_1}{2} \quad \text{ou} \quad \frac{a \times h_2}{2} \quad \text{ou} \quad \frac{c \times h_3}{2}$$

$$\text{Aire du triangle : } \mathcal{A} = \frac{\text{côté} \times \text{hauteur correspondante}}{2}$$

MÉTHODE

● Calculer une aire

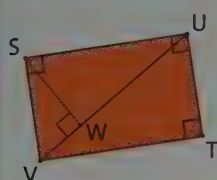
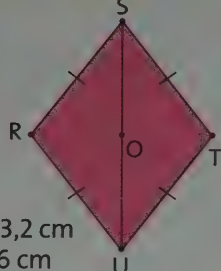
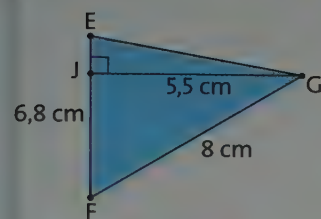
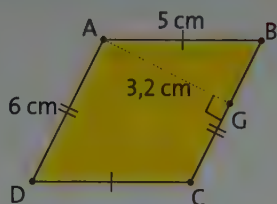
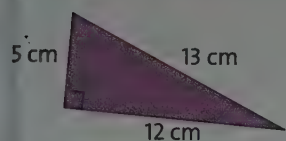
Exemple : Calculer l'aire du triangle ABC ci-contre :



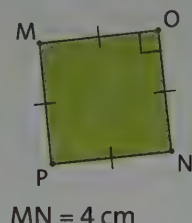
$$\left. \begin{array}{l} \text{côté intéressant : [AB]} \\ \text{hauteur correspondante : [CH]} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{AB} = 3 \text{ cm} \\ \text{CH} = 50 \text{ mm} = 5 \text{ cm} \end{array} \left\} \frac{5 \times 3}{2} = \frac{15}{2} = 7,5$$

L'aire du triangle est $7,5 \text{ cm}^2$.

1 * Calcule l'aire des figures ci-dessous.



SO = 3,2 cm
RT = 6 cm



2 * Trace un carré de 28 cm de périmètre. Calcule son aire.

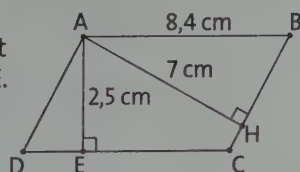
3 * Trace un carré dont l'aire est 64 cm². Calcule son périmètre.

4 * ABCD est un parallélogramme.

1. Complète :
l'aire de ABCD est
 $BC \times \dots = \dots \times AE$.

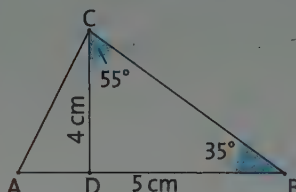
2. Calcule l'aire de
ABCD.

3. Calcule BC.



5 ** La longueur d'un rectangle est de 16 cm. Son aire est 144 cm². Calcule le périmètre de ce rectangle.

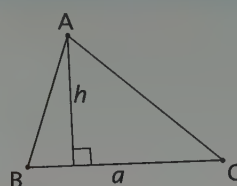
6 ** Vrai ou faux ? Les indications données sur la figure ci-dessous ne permettent pas de calculer l'aire du triangle ABC.



CD = 4 cm
AB = 5 cm

Réponse :

7 ** Complète le tableau concernant des triangles de côté a et de hauteur correspondante h .

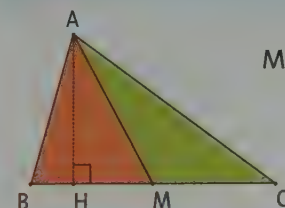


a	3,2 cm	7 m	
h	6 cm		6 dm
$a \times h$			
Aire du triangle		28 m ²	1 200 cm ²

8 *** 1. Trace deux triangles rectangles non superposables d'aires 20 cm².

2. Trace deux triangles non superposables dont un côté mesure 7 cm et d'aire 14 cm².

9 *** Observe le dessin puis complète la démonstration.



M est le milieu de [BC].

Aire de ABM = $(BM \times \dots) \div \dots$

Aire de AMC = $(\dots \times \dots) \div \dots$

Or M est le milieu de [.....]. Donc BM =
et les aires des triangles et
sont

La [AM] du triangle ABC le partage donc
en deux de même

Maths 4^e

1	Multiplication et division.....	98	11	Comparaison de nombres	118
2	Multiplication et division en écriture fractionnaire	100	12	Résolution de problèmes	120
3	Addition et soustraction	102	13	Théorème de Pythagore.....	122
4	Addition et soustraction en écriture fractionnaire	104	14	Triangles et proportionnalité.	124
5	Puissances de 10	106	15	Triangle rectangle et cosinus	126
6	Puissances d'un nombre	108	16	Figures usuelles	128
7	Calcul littéral (1).....	110	17	Translations et rotations.....	130
8	Calcul littéral (2)	112	18	Solides usuels	132
9	Calcul littéral (3)	114	19	Repérage	134
10	Résolution d'une équation	116	20	Proportionnalité	136
			21	Calculer avec des grandeurs	138
			22	Traitement de données	140
			23	Probabilités	142



Multiplication et division

COURS

OBJECTIF • Organiser un calcul, connaître la règle des signes

● Multiplication

● **Vocabulaire** : $4,3 \times 7 = 30,1$
 ↑ ↑ ↑
 facteurs produit

● **Notations** : $a \times b$ peut se noter ab
 $a \times 9$ peut se noter $9a$
 (mais $2,3 \times 7$ ne peut se noter $2,37$).

● Règle des signes

Le produit de deux nombres de **mêmes signes** est un nombre **positif**.

Le produit de deux nombres de **signes contraires** est un nombre **négatif**.

a étant un nombre, $a \times 0 = 0$; $a \times 1 = a$; $a \times (-1) = -a$.

● Division

● **Vocabulaire** : $5 \div 8 = 0,625$
 ↑ ↑ ↑
 dividende diviseur quotient

● **Notations** : le quotient $5 \div 8$ se note

aussi $\frac{5}{8}$ ← numérateur
 ← dénominateur

● Règle des signes

Le quotient de deux nombres de **mêmes signes** est un nombre **positif**.

Le quotient de deux nombres de **signes contraires** est un nombre **négatif**.

a étant un nombre non nul, $\frac{0}{a} = 0$; $\frac{a}{1} = a$; $\frac{a}{a} = 1$; $\frac{a}{-1} = -a$, mais $\frac{a}{0}$ n'existe pas.

MÉTHODE

● Utiliser la règle des signes

$$-4 \times (-3,9) = 15,6$$

$$\frac{-3,9}{-4} = \frac{3,9}{4} = 0,975$$

$$4 \times (-3,9) = -15,6$$

$$\frac{-3,9}{4} = -\frac{3,9}{4} = -0,975$$

● Trouver le signe d'un produit

$$A = \underbrace{-7,3 \times (-4,21)}_{> 0} \times (-3,7) \times 7,2$$

$$\underbrace{\hspace{10em}}_{< 0}$$

donc $A < 0$

$$B = -7,9 \times 3,21 \times (-4,8)$$

$$B = -7,9 \times \underbrace{(-4,8) \times 3,21}_{< 0}$$

donc $B > 0$

Lorsqu'il y a un nombre **impair** de signes négatifs, le produit est **négatif**.

Lorsqu'il y a un nombre **pair** de signes négatifs, le produit est **positif**.

● Priorités des opérations

Exemple : Calculer $C = (7 + (-7) \times (-11)) \times (-12 - (-56) \div 7)$.

$$C = (7 + \underline{(-7) \times (-11)}) \times (-12 - \underline{(-56) \div 7})$$

$$C = (7 + 77) \times (-12 - (-8))$$

$$C = (7 + 77) \times (-12 + 8)$$

$$C = 84 \times (-4)$$

$$C = -336$$

- On souligne les calculs prioritaires.
- On effectue la multiplication et la division.
- On applique la définition de la soustraction.
- On effectue les additions.
- On effectue la multiplication et on donne le résultat.

Pour la multiplication et la division, j'utilise la règle des cygnes !



1 * Calculez mentalement.

1. $(-5) \times (-12)$
2. $0,1 \times (-38)$
3. $(-0,5) \times (-46)$
4. $4 \times (-11)$
5. $(-4) \times 11$
6. $(-4) \times (-11)$
7. $(-6) \div 3$
8. $(-6) \div (-3)$
9. $\frac{6}{-3}$
10. $(-400) \times (-0,11)$
11. $(-6\ 000) \div (-3\ 000)$
12. $\frac{-600}{-30}$

2 * Complétez la grille selon le modèle indiqué.

		-3	1,5	-2	0,5
a	b	4			
	$a \times b$	-0,2			

3 * Complétez la grille selon le modèle indiqué.

		120	-12	-4	2
a	b	40			
	$a \div b$	-16			

4 * x et y sont deux nombres relatifs de signe contraire. Quel est le signe de :

1. xy ?
2. $-xy$?
3. $(-x)(-y)$?
4. $x(-y)$?
5. $\frac{x}{y}$?
6. $\frac{x}{-y}$?
7. $\frac{-x}{y}$?
8. $\frac{-x}{-y}$?

5 ** Pour chacun des produits :

1. Déterminez le signe du résultat.
 2. Effectuez des regroupements pour faire le calcul mentalement.
- $A = -2 \times 0,05 \times 12 \times (-100)$;
 $B = 0,25 \times (-2,5) \times (-40) \times 2 \times (-7)$;
 $C = 0,17 \times (-3) \times 25 \times (-4)$.

6 ** Calculez.

$$A = -8 \times (-3) - (-3) \times (-9) + 9 ;$$

$$B = (10 - (-8) \times 7) \times (6 - (-4) \times (-9)) ;$$

$$C = -5 \times 4 + (-55) \div (-7 \times 3 + 10) ;$$

$$D = 7 - 7 \times (-10) + 17 \div (-0,1).$$

7 ** Répondez aux questions.

Déclaration des variables

i, N et P sont des nombres

Initialisation

$P = 5$

Saisir N

Traitement

Pour i allant de 1 jusqu'à N

P prend la valeur de $(-1) \times P$

FinPour

Sortie

Afficher P

1. Quel nombre affiche cet algorithme si on saisit $N = 4$?
2. Quel nombre affiche cet algorithme si on saisit $N = 5$?
3. Quel nombre affiche cet algorithme si on saisit $N = 2017$?
4. Quel nombre affiche cet algorithme si on saisit un nombre impair ?
5. Quel nombre affiche cet algorithme si on saisit un nombre pair ?

8 ** Quel est le signe de x dans chaque cas, sachant que A, B, C et D sont positifs ?

$$A = (-3) \times 17,5 \times (-8) \times x \times (-7) ;$$

$$B = 12 \times (-x) \times (-7) \times 3 \times (-1,5) ;$$

$$C = \frac{5 \times (-8) \times 2}{2x \times (-4)} ;$$

$$D = \frac{5 \times (-x) \times (-2)}{x \times (-3) \times (-4)} .$$

9 *** Par quelle case sort-on de ce labyrinthe, sachant que l'on passe de la case A à la case B si $B < A$ et que tout déplacement en diagonale est interdit ? Le départ est à la case 1.

-20×7	$\frac{0,2 \times 500}{10}$	$-3 \times (-1,5)$	$12,2 \times 10$
$\frac{-2 \times 3}{-1}$	1	$\frac{16 \times 9}{-36}$	$\frac{-1,5}{1,2 \times 5}$
$0,2 \times 20$	$1,52 \times 2$	$\frac{-25}{-2 \times (-2,5)}$	$\frac{-4 \times 9}{1,5}$
$\frac{-210}{-3 \times 7}$	$\frac{-1,5}{12 \times (-7)}$	$\frac{12 \times (-4)}{10}$	$\frac{-15 \times 7}{-8 \times 0,1}$

Multiplication et division en écriture fractionnaire

COURS

OBJECTIF • Multiplier ou diviser des fractions

● Multiplication

a, b, c, d étant des décimaux relatifs (b et d non nuls), on a :

$$a \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{d} = \frac{a}{d} \times c \quad \text{et} \quad \frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd} \quad \leftarrow \begin{array}{l} \text{on multiplie les numérateurs} \\ \text{on multiplie les dénominateurs} \end{array}$$

● Inverse

Deux nombres sont inverses l'un de l'autre si leur produit est égal à 1.

x étant un décimal relatif non nul, l'inverse de x est $\frac{1}{x}$;

$$x \times \frac{1}{x} = 1.$$

a et b étant des décimaux relatifs non nuls,

l'inverse de $\frac{a}{b}$ est $\frac{b}{a} : \frac{a}{b} \times \frac{b}{a} = 1$.

Attention ! 0 n'a pas d'inverse.

● Division

a, b, c, d étant des décimaux relatifs (b, c, d non nuls), on a :

$$a \div b = \frac{a}{b} = a \times \frac{1}{b} \quad \text{et} \quad \frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}.$$

Diviser, c'est multiplier par l'inverse.



MÉTHODE

● Multiplier un nombre par des fractions

$$(-12) \times \frac{3}{4} = (-12) \times 0,75 \quad \text{ou} \quad (-12) \times \frac{3}{4} = \frac{(-12) \times 3}{4} \quad \text{ou} \quad (-12) \times \frac{3}{4} = \frac{(-12)}{4} \times 3.$$

Les trois méthodes conduisent au même résultat : -9.

● Multiplier des fractions

$$\frac{56}{45} \times \left(\frac{20}{-21} \right) = - \frac{56 \times 20}{45 \times 21} = - \frac{8 \times \cancel{7} \times \cancel{5} \times 4}{9 \times \cancel{3} \times \cancel{7} \times 3} = - \frac{32}{27}$$

- Faire attention au **signe** du résultat.
- **Simplifier**, quand c'est possible, avant **tout** calcul.

● Trouver l'inverse d'un nombre

L'inverse de 2 est $\frac{1}{2} = 0,5$ car $2 \times \frac{1}{2} = 1$.

L'inverse de (-2) est $-\frac{1}{2} = -0,5$ car $(-2) \times \left(-\frac{1}{2} \right) = 1$.

La touche $(1/x)$ d'une calculatrice permet d'obtenir l'inverse de x ou une valeur approchée. Ainsi en tapant : $(2) (1/x)$ la calculatrice affiche 0,5 (valeur exacte).

ou : $(0,9) (1/x)$ la calculatrice affiche 1,11111 (valeur approchée).

● Diviser des fractions

$$-\frac{11}{36} \div \left(\frac{-55}{42} \right) = \left(\frac{-11}{36} \right) \times \left(\frac{-42}{55} \right) = \frac{11 \times 42}{36 \times 55} = \frac{\cancel{11} \times \cancel{6} \times 7}{\cancel{6} \times 6 \times 5 \times \cancel{11}} = \frac{7}{30}$$

L'inverse de $\left(\frac{-55}{42} \right)$ est $\left(\frac{-42}{55} \right)$.

1 * Calculez et donnez le résultat sous forme d'un entier ou d'une fraction simplifiée.

$$A = 180 \times \frac{-3}{90};$$

$$B = -6 \times \frac{-8}{-4,8};$$

$$C = \frac{-42}{15} \times \frac{20}{-24};$$

$$D = -\frac{1}{2} \times 21 \times \frac{4}{-7} \times \frac{-1}{18}.$$

2 * Complétez le tableau suivant.

Nombre	-3		1,5	$-\frac{1}{8}$			0,2	
Inverse		2			$\frac{4}{3}$	-5		$-\frac{1}{3}$

3 ** Calculez et donnez le résultat sous forme d'une fraction simplifiée.

$$A = \frac{17}{38} \div \frac{34}{2}; \quad B = \frac{-33}{20} \div \frac{9}{-15};$$

$$C = \frac{\frac{36}{28}}{-\frac{15}{42}}; \quad D = 56 \div \frac{28}{15};$$

$$E = \frac{15}{51} \div \frac{35}{27}; \quad F = \frac{-8}{5} \div -32.$$

4 ** L'inverse de $\frac{2}{3} + \frac{4}{9}$ est-il $\frac{3}{2} + \frac{9}{4}$?

Le but de cet exercice est de répondre à cette question.

1. Calculez $\frac{2}{3} + \frac{4}{9}$.

Donnez son inverse sous la forme d'une fraction irréductible, puis sa valeur décimale.

2. Calculez $\frac{3}{2} + \frac{9}{4}$.

Donnez sa valeur décimale.

3. Comparez les résultats et répondez à la question posée au début.

5 ** Quels sont les deux entiers qui sont leurs propres inverses ?

6 ** Combien vaut a , sachant que l'inverse de son produit par l'opposé de $\frac{2}{5}$ vaut -1 ?

7 ** Calculez.

$$a = -\frac{2}{5} \text{ et } b = \frac{7}{5}.$$

$$X = a \times a;$$

$$Y = b \times b;$$

$$Z = 2 \times a \times b;$$

$$X + Y + Z.$$

8 ** Remplissez la grille des chiffres croisés.

N'oubliez pas de simplifier les fractions trouvées.

	I	II	III	IV	V
A					
B					
C					
D					
E					

Horizontalement

A : $111 \times \frac{15}{4} \times \frac{8}{21} \times 14.$

B : Le dénominateur de $\frac{3}{11} \div \frac{11}{5}$; il est son propre inverse.

C : $4 \times \frac{-5}{3} \div \left(\frac{4}{-15} \right);$

6 fois l'inverse de 0,1.

D : Il n'a pas d'inverse; $\left(6 \times \frac{8}{9} \times 45 \right) \div \frac{2}{3}.$

E : Inverse de 0,000 4.

Verticalement

I : Numérateur puis dénominateur de $\frac{-3}{5} \div \frac{4}{-7}.$

II : Les trois décimales de $\frac{3}{10} + \frac{4}{3}$; inverse de 0,5.

III : Inverse de $\frac{4}{84}$; produit du numérateur et du dénominateur de $\frac{5}{3} \div \frac{7}{3}.$

IV : Le plus petit naturel positif;

$\left(\frac{50}{7} \times \frac{33}{8} \right) \div \frac{5}{112}.$

V : Inverse de 0,001.

COURS

OBJECTIF • Ajouter ou soustraire des nombres relatifs

● Trois méthodes pour additionner deux nombres relatifs

● Avec un algorithme

Si deux nombres relatifs ont le **même signe**, alors leur somme :

- a le même signe ;
- a pour distance à zéro la **somme** de leurs distances à zéro.

Si deux nombres relatifs sont de **signes contraires**, alors leur somme :

- a le signe du nombre qui a la plus grande distance à zéro ;
- a pour distance à zéro la **différence** de leurs distances à zéro.

● Avec des bilans

	Pertes	Gains
	3	12
Bilan :		9

	Pertes	Gains
	5	
	11	
Bilan :	16	

Les nombres **négatifs** représentent des **pertes**.Les nombres **positifs** représentent des **gains**.Donc $(-3) + (+12) = +9$ et $(-5) + (-11) = -16$ La somme est le bilan.

● En simplifiant les écritures

$$\begin{aligned}
 (+32) + (-10) &= (0 + 32) + (0 - 10) && \text{par définition ;} \\
 &= 0 + 32 + 0 - 10 && \text{car ces parenthèses sont inutiles ;} \\
 &= 32 - 10 && \text{car le 0 est neutre pour l'addition.} \\
 &= 22
 \end{aligned}$$

Avec de l'entraînement, on peut ne plus écrire les deux premières étapes.

$$\begin{aligned}
 \text{Par exemple : } (-27) + (-13) &= -27 - 13 \\
 &= -40
 \end{aligned}$$

● Soustraire un nombre relatif

Soustraire un nombre revient à ajouter son opposé.

Par exemple, soustraire -12 revient à ajouter 12, donc :

$$(-7) - (-12) = (-7) + (+12) = +5$$

MÉTHODE

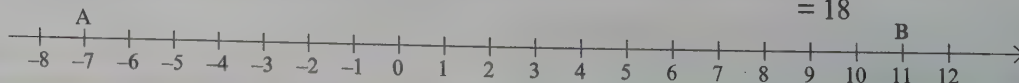
● Calculer des sommes algébriques

$$\begin{aligned}
 -2 + 7 + 20 - 8 &= 7 + 20 - 2 - 8 \\
 &= 27 - 10 \\
 &= 17
 \end{aligned}$$

on peut changer l'ordre des termes ;
on peut regrouper des termes.

● Calculer la distance entre deux points

La distance entre deux points repérés sur une droite graduée est égale à la différence de leurs abscisses.

Mais attention, **une distance est toujours positive**.Par exemple, la distance entre A (-7) et B (+11) est : $(+11) - (-7) = (+11) + (+7) = 18$ 

1 * Calculez mentalement.

1. $(-5) + (-12)$
2. $0,1 + (-38)$
3. $(-0,5) + (-46)$
4. $(-5) - (-12)$
5. $0,1 - (-38)$
6. $(-0,5) - (-46)$
7. $-11 + 30 - 9$
8. $2,6 - 1,1 + 1,4$
9. $-4 + 100 + 4$

2 * Complétez la grille selon le modèle indiqué.

		-5	3,5	-12	7
a	b	11			
	a+b	-0,6			

3 * Complétez la grille selon le modèle indiqué.

		22	13	-8	-5
a	b	-3			
	a-b	-2,2			

4 * Des élèves d'un collège ont organisé un voyage humanitaire. Pour financer ce projet, ils ont organisé une tombola qui a rapporté 258 € et une vente de stylos qui a rapporté 183 €. Une entreprise a sponsorisé le voyage en donnant 1 000 €. Enfin, la mairie a participé au projet en donnant 600 €.

Le transport a coûté 1 340 €, le logement a coûté 152 € et la nourriture a coûté 493 €.

1. Faites le bilan comptable de ce projet : est-il bénéficiaire ou déficitaire ? De combien ?
2. Écrivez une expression pour calculer ce bilan en n'utilisant que l'addition.

5 * Calculez des distances.

Dans chaque cas, calculez la distance entre les deux points.

1. A (+30) et B (+2)
2. C (-21) et D (+21)
3. E (-17) et F (-31)
4. G (3 - 12) et H (7,1 - 16,1)

6 ** 1. Complétez ce tableau.

a	b	a+b	-(a+b)	-a	-b	(-a)+(-b)
-2	6					
4	8					
-5	-10					

2. Complétez les phrases.

Dans la 4^e colonne, on calcule de la somme de a et de b.

Dans la 7^e colonne, on calcule la somme de

3. Quelle conjecture peut-on faire ?

7 ** Complétez cet algorithme pour qu'il affiche la distance entre deux points A et B d'abscisses respectives a et b.

Déclaration des variables
a, b et D sont des nombres

Initialisation
Saisir a et b

Traitement
Si alors
 D prend la valeur de $a - b$
Si alors
 D prend la valeur de $b - a$
Sinon
 D prend pour valeur

Sortie
Afficher D

- 8 ***** La somme de deux nombres est -10 et leur différence est 2.
- Quels sont ces deux nombres ?

Addition et soustraction en écriture fractionnaire

COURS

OBJECTIF • Ajouter ou soustraire des fractions

● Addition

- Si les dénominateurs sont les mêmes, a , b , c étant des décimaux (c non nul) :

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c} \quad \leftarrow \text{on additionne les numérateurs}$$

$$\quad \quad \quad \leftarrow \text{on conserve les dénominateurs}$$

- Si les dénominateurs ne sont pas les mêmes : voir méthode.

● Soustraction

- a et b étant des décimaux relatifs (b non nul) :

$$\frac{a}{b} \quad \text{a pour opposé} \quad -\frac{a}{b}$$

- a , b , c , d étant des décimaux relatifs (b et d non nuls) :

$$\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{a}{b} + \left(-\frac{c}{d}\right)$$

Soustraire un nombre revient à ajouter son opposé.



MÉTHODE

● Ajouter ou soustraire deux nombres en écriture fractionnaire

- Les dénominateurs sont égaux : $A = \frac{2}{30} + \frac{7}{30}$

– On ajoute les numérateurs : $A = \frac{2+7}{30} = \frac{9}{30}$

– On simplifie la fraction obtenue : $\frac{9}{30} = \frac{3 \times 3}{3 \times 10} = \frac{3}{10}$, d'où $A = \frac{3}{10} = 0,3$.

- Les dénominateurs ne sont pas égaux : $B = \frac{5}{18} + \frac{7}{12}$

– On revient au cas précédent en réduisant au même dénominateur : on cherche un dénominateur commun aux deux fractions, c'est-à-dire un **multiple commun** à 18 et 12. Le produit des dénominateurs est toujours un multiple commun, mais il ne conduit pas toujours aux calculs les plus simples et mieux vaut chercher un multiple commun qui soit le plus petit possible : on cherche donc parmi les multiples de 18 ceux qui sont aussi multiples de 12.

18 est multiple de 18 mais pas de 12,

36 est multiple de 18 (18×2) et de 12 (12×3).

Donc 36 est un multiple commun à 18 et 12 plus petit que 18×12 .

– On remplace les fractions proposées par des fractions égales ayant 36 comme dénominateur :

$$\frac{5}{18} = \frac{5 \times 2}{18 \times 2} = \frac{10}{36} \quad \text{et} \quad \frac{7}{12} = \frac{7 \times 3}{12 \times 3} = \frac{21}{36}$$

– On ajoute les numérateurs : $B = \frac{10}{36} + \frac{21}{36} = \frac{10+21}{36} = \frac{31}{36}$

1 ^{*} Calculez et donnez les résultats avec une fraction simplifiée.

$$A = \frac{71}{21} - \frac{15}{21};$$

$$B = \frac{-12}{5} + \frac{7}{5};$$

$$C = \frac{5}{9} + \frac{7}{9} - \frac{8}{9};$$

$$D = \frac{-5}{12} + \frac{17}{12};$$

2 ^{*} Calculez et donnez les résultats avec une fraction simplifiée.

$$A = \frac{7}{12} - \frac{8}{15};$$

$$B = \frac{21}{8} + \frac{7}{12};$$

$$C = \frac{27}{45} - \frac{17}{15};$$

$$D = \frac{3}{10} - \frac{8}{25};$$

3 ^{*} Complétez les tableaux suivants.

+	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{2}$	2
$\frac{1}{3}$				
3				
$\frac{4}{3}$				
$\frac{1}{2}$				

$\curvearrowright$	$-\frac{3}{2}$	$-\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	-3
$\frac{1}{2}$				
$-\frac{1}{4}$				
$\frac{2}{3}$				
$-\frac{2}{3}$				

4 ^{*} Retranchez-moi 2, je vaudrai $-\frac{3}{4}$.

Que suis-je ?

5 ^{**} Ajoutez-moi $\frac{2}{5}$, je vaudrais alors $\frac{5}{2}$.

Que suis-je ?

6 ^{**} Calculez $x + y + z$; $x - y + z$; $x - y - z$ avec :

$$1. x = \frac{3}{8}; \quad y = \frac{4}{15}; \quad z = \frac{-3}{12};$$

$$2. x = \frac{2}{5}; \quad y = \frac{-4}{15}; \quad z = \frac{29}{30};$$

$$3. x = \frac{-5}{6}; \quad y = \frac{-6}{5}; \quad z = -3.$$

7 ^{**} Calculez et donnez les résultats sous forme de fractions simplifiées.

$$A = \frac{4}{15} - \frac{2}{9} \times \frac{45}{6}; \quad B = \left(\frac{4}{15} - \frac{2}{9} \right) \times \frac{45}{6};$$

$$C = \frac{5}{8} - \frac{7}{16} \div \frac{21}{4}; \quad D = \left(\frac{5}{8} - \frac{7}{16} \right) \div \frac{21}{4};$$

$$E = \frac{1 - \frac{1}{3}}{1 + \frac{1}{3}};$$

$$F = \frac{3}{5} - \frac{1}{7} \times \frac{21}{9} - \frac{12}{20}.$$

8 ^{**} Complétez par le nombre manquant.

$$1. \frac{1}{7} + \frac{\dots}{7} = \frac{-3}{7}$$

$$2. \frac{1}{4} - \frac{\dots}{12} = \frac{-5}{12}$$

$$3. \frac{1}{4} + \frac{\dots}{12} = \frac{5}{6}$$

$$4. \frac{1}{4} - \frac{5}{\dots} = \frac{-1}{6}$$

$$5. \frac{45 \times \dots}{81 \times (-40)} = \frac{1}{3}$$

$$6. \frac{30}{28} \div \frac{12}{\dots} = \frac{5}{8}$$

9 ^{**} Calculez.

$$A = \frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \frac{4}{5} + \frac{5}{6}$$

$$B = \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{4}{5} \times \frac{5}{6}$$

10 ^{***} Pour l'achat d'une photocopieuse pour le collège, l'établissement paye les trois quarts du prix, le foyer le douzième du prix et les parents d'élèves avancent le double du prix payé par le foyer.

A-t-on assez pour acheter la photocopieuse ?

11 ^{***} Les deux tiers de la bibliothèque de Quentin sont constitués d'albums à colorier ; un sixième de la collection complète de la revue *Le Calife de Bagdad* et le reste de livres de la comtesse de Ségur.

Quelle fraction de la totalité de la bibliothèque de Quentin est constituée de livres de la comtesse de Ségur ?

5

Puissances de 10

OBJECTIF • Utiliser les puissances de 10 et la notation scientifique

COURS

● Définitions

 n étant un entier positif :

$$10^n = \underbrace{10 \times 10 \times \dots \times 10}_{n \text{ facteurs } 10} = \underbrace{100\dots 0}_{n \text{ zéros après le } 1}$$

$$10^{-n} = \text{inverse de } 10^n = \frac{1}{10^n} = 0,00\dots 0 \overset{1}{\underset{\text{le chiffre 1 au } n\text{-ième rang après la virgule}}{1}}$$

$$10^1 = 10$$

$$10^0 = 1$$

10^n se lit « 10 puissance n » ou « 10 exposant n » et 10^{-n} se lit « 10 puissance $-n$ » ou « 10 exposant $-n$ ».

● Propriétés

 m et n étant des entiers relatifs :

$$10^m \times 10^n = 10^{m+n}; \quad \frac{10^m}{10^n} = 10^{m-n} \quad \text{et} \quad (10^m)^n = 10^{mn}.$$



MÉTHODE

● Écrire un nombre décimal sous différentes formes

Chaque puissance de 10 correspond à un rang dans le système décimal.

Partie entière													Partie décimale									
Billions	Milliards				Millions			Milliers			Unités											
U	C	D	U		C	D	U	C	D	U	Centaines	Dizaines	Unités	Dixièmes	Centièmes	Millièmes	Dix-millièmes	Cent-millièmes	Millionnièmes	Dix-millionnièmes	Cent-millionnièmes	Milliardnièmes
Tera			Giga				Mega			kilo	hecto	déca		déci	centi	milli			micro			nano
T			G				M			k	h	da		d	c	m			μ			n
10 ¹²	10 ¹¹	10 ¹⁰	10 ⁹		10 ⁸	10 ⁷	10 ⁶	10 ⁵	10 ⁴	10 ³	10 ²	10 ¹	10 ⁰	10 ⁻¹	10 ⁻²	10 ⁻³	10 ⁻⁴	10 ⁻⁵	10 ⁻⁶	10 ⁻⁷	10 ⁻⁸	10 ⁻⁹

Exemple : Pour écrire le nombre 3,25 sous la forme 325×10^n on regarde le rang du chiffre 5. C'est le chiffre des centièmes, donc $3,25 = 325 \times 10^{-2}$.

● Écrire un nombre en notation scientifique

Un nombre en écriture scientifique est de la forme : $a \times 10^p$ a est un décimal ayant un seul chiffre autre que 0 avant la virgule et p est un entier relatif.**Exemple :** Écrire 0,00489 en notation scientifique : $0,00489 = 4,89 \times 10^{-3}$.

● Donner un encadrement ou un ordre de grandeur

Exemple : Encadrer par deux puissances de 10 consécutives $A = 8\,076\,432$, puis $B = 0,00489$.
On écrit d'abord les nombres en notation scientifique :

$$A = 8,076\,432 \times 10^6 \quad \text{et} \quad B = 4,89 \times 10^{-3}.$$

$$\text{Donc : } 1 \times 10^6 < A < 10 \times 10^6 \quad \text{d'où} \quad 10^6 < A < 10^7.$$

$$\text{Donc : } 1 \times 10^{-3} < B < 10 \times 10^{-3} \quad \text{d'où} \quad 10^{-3} < B < 10^{-2}.$$

1 * Complétez par un nombre.

1. $10^3 = \dots\dots\dots$
2. $10^{-5} = \dots\dots\dots$
3. $100\ 000 = 10\dots\dots$
4. $0,001 = 10\dots\dots$
5. $1 = 10\dots\dots$
6. un million = $10\dots\dots$
7. un millionième = $10\dots\dots$
8. $\frac{1}{10^3} = 10\dots\dots$

2 * Recopiez et complétez le tableau.

Écriture en lettres			un dixième
Puissance de 10	10^{-2}		
Écriture décimale		0,0001	
Écriture fractionnaire			

3 * Écrivez sous la forme d'une puissance de 10 les nombres suivants.

1. $10^4 \times 10^3 = \dots\dots\dots$
2. $10^{-5} \times 10^6 = \dots\dots\dots$
3. $10^{-4} \times 10^{-2} = \dots\dots\dots$
4. $\frac{10^5}{10^7} = \dots\dots\dots$
5. $\frac{10}{10^6} = \dots\dots\dots$
6. $\frac{10^{-3}}{10^{-8}} = \dots\dots\dots$
7. $(10^5)^2 = \dots\dots\dots$
8. $(10^{-3})^{-4} = \dots\dots\dots$
9. $(10^{-8})^0 = \dots\dots\dots$
10. $10^2 \times 10^5 \times 10^{-2} = \dots\dots\dots$
11. $\frac{10^2 \times 10^{-5}}{10^5} = \dots\dots\dots$
12. $1\ 000^2 = \dots\dots\dots$

4 * Écrivez sous la forme d'un nombre décimal.

- A = $145,18 \times 10^3$; B = $2,17 \times 10^{-2}$;
C = $21,7 \times 10^{-5}$; D = $3,95 \times 10^0$.

5 * Écrivez en notation scientifique.

- A = 118,25 ; B = 2 000 ;
C = 1 993 ; D = 0,15 ;
E = 0,000 27 ; F = 1,000 045 ;
G = $171,4 \times 10^{-3}$; H = $0,089 \times 10^4$;
I = masse de la Terre
= 6 000 milliards de milliards de tonnes.

6 * Écrivez les nombres suivants en notation scientifique, puis rangez-les dans l'ordre croissant.

- A = 145×10^{-2} ; B = $0,000\ 145 \times 10^3$;
C = $145\ 000 \times 10^{-7}$; D = $\frac{145 \times 10^{-3}}{10^{-6}}$.

- 7 **** 1. Écrivez 10^2 et 10^4 sous forme décimale, puis ajoutez les deux valeurs obtenues. Peut-on écrire ce résultat sous la forme d'une puissance de 10 ?
2. Même question avec 10^{-3} et 10^{-5} .
3. Même question avec 10^2 et 10^{-3} .
4. Que peut-on en déduire pour $10^n + 10^m$ avec m et n entiers relatifs quelconques ?

- 8 **** Il faudrait étaler un million de globules rouges pour obtenir une longueur de 7 mètres. Quel est le diamètre d'un globule rouge en millimètres ?
.....
.....

- 9 **** Écrivez les nombres suivants sous la forme du produit d'un entier ne se terminant pas par zéro et d'une puissance de 10.

- A = 5 000 ; B = 158,34 ;
C = 0,000 12 ; D = 607 300 ;
E = 0,000 231 0.

- 10 **** Il y a environ 5 millions de globules rouges dans $1\ \text{mm}^3$ de sang. Le corps humain renferme 5 litres de sang.

Combien notre corps contient-il de globules rouges ? Donnez le résultat en écriture scientifique.
.....
.....

- 11 ***** Écrivez les nombres contenus dans ce texte en notation scientifique.

Au casino, j'ai perdu mille milliards de dollars en une micro-seconde*, et j'en suis parti, comme un éclair, à trois cent mille kilomètres par seconde... J'ai transpiré douze mille giga-litres* !

*Sortez les dictionnaires !

- 12 ***** 1. La distance de la Terre au Soleil est 0,15 milliard de km et celle de la Lune à la Terre est 0,3 million de km. Exprimez ces distances en notation scientifique.

2. La distance de la Terre au Soleil est combien de fois plus grande que celle de la Lune à la Terre ?

COURS

OBJECTIF • Connaître et utiliser les propriétés des exposants

● Définitions

 a est un nombre non nul et n un entier positif :

$$a^n = \underbrace{a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ facteurs identiques}}$$

 a^n se lit « a puissance n » ou « a exposant n »

● Règles de calculs avec des puissances (exemples)

• Dans une expression sans parenthèse, on effectue d'abord les puissances, puis les multiplications et les divisions, enfin les additions et les multiplications.

Exemple : $3 \times 5^2 - 1 = 3 \times 25 - 1 = 75 - 1 = 74$

• On peut simplifier un produit de deux puissances d'un même nombre :

$$3^2 \times 3^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^6 = 3^{2+4}$$

• De même, on peut simplifier un quotient de deux puissances d'un même nombre :

$$\frac{5^6}{5^2} = \frac{5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5}{5 \times 5} = 5^4 = 5^{6-2}$$

• De même, on peut simplifier la puissance d'une puissance d'un nombre :

$$(6^3)^4 = (6 \times 6 \times 6)^4 = 6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6 = 6^{12} = 6^{3 \times 4}$$

MÉTHODE

● Utiliser les définitions

$$1^4 = 1 \times 1 \times 1 \times 1 = 1; \quad (-5)^0 = 1; \quad (-5)^1 = -5; \quad 8^1 = 8$$

$$2^5 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32; \quad 5^2 = 5 \times 5 = 25; \quad -5^2 = -5 \times 5 = -25;$$

$$(-5)^2 = (-5) \times (-5) = 25; \quad (-5)^3 = (-5) \times (-5) \times (-5) = -125;$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{8}{27}; \quad 5^{-1} = \frac{1}{5^1} = \frac{1}{5}; \quad (-5)^{-2} = \frac{1}{(-5)^2} = \frac{1}{25};$$

● Comprendre les notations

Attention à ne pas confondre a^n et an :

• $a^n = a \times a \times \dots \times a$, c'est le **produit** de n facteurs tous égaux au nombre a .

• $an = a \times n = a + a + \dots + a$, c'est la **somme** de n termes tous égaux au nombre a .

Exemple : $3^2 = 3 \times 3 = 9$ et $3 \times 2 = 3 + 3 = 6$.

Attention à ne pas confondre $-a^n$ et $(-a)^n$:

• $-a^n = -a \times a \times \dots \times a$, c'est l'**opposé du produit** de n facteurs tous égaux au nombre a .

• $(-a)^n = (-a) \times (-a) \times \dots \times (-a)$, c'est le **produit** de n facteurs tous égaux à l'**opposé** du nombre a .

Exemple : $-3^2 = -3 \times 3 = -9$, c'est l'**opposé du carré** de 3
et $(-3)^2 = (-3) \times (-3) = 9$, c'est le **carré de l'opposé** de 3.

● Utiliser une calculatrice

La touche (x^y) (ou $(x^\square)$ ou $(\wedge)$) sert à calculer une puissance.

Pour calculer 42^7 , on tape $42 \ (x^y) \ 7 \ (=)$.

Certaines calculatrices affichent alors 2.305393333 11 qu'il faut lire $2,305393333 \times 10^{11}$. C'est une valeur approchée du résultat : celui-ci étant trop long à afficher, la machine est passée en notation scientifique en arrondissant le nombre. Donc $42^7 \approx 2,3 \times 10^{11}$.



1 * Sans utiliser la calculatrice, écrivez les nombres en écriture décimale.

$$3^4; 2^5; 5^2; (-4)^1; (-7)^2.$$

2 * Sans utiliser la calculatrice, écrivez les nombres en écriture décimale.

$$2^2; 2^3; 2^4; 2^5; 2^6; 2^7; 2^8; 2^9; 2^{10};$$

$$(-1)^2; (-1)^3; (-1)^4; (-1)^5; (-1)^6; (-1)^7; (-1)^8; (-1)^9;$$

$$(-1)^{10}.$$

3 * Sans utiliser la calculatrice, écrivez les nombres en écriture décimale.

1. Les carrés de tous les nombres entiers compris entre 0 et 15 inclus.
2. Les cubes de tous les nombres entiers compris entre 0 et 5 inclus.
3. Les carrés de tous les nombres entiers compris entre -5 et 10.

4 ** Complétez par un nombre décimal ou une fraction irréductible.

x	x^1	x^2	x^3
5			
-3			
$\frac{1}{2}$			
$\frac{5}{3}$			

5 ** Vrai ou faux ?

1. Le carré d'un nombre négatif est négatif.
2. Le cube d'un nombre négatif est négatif.
3. Un nombre élevé à une puissance paire est toujours positif.
4. Un nombre élevé à une puissance impaire est toujours négatif.
5. Toutes les puissances de zéro sont nulles.

6 ** Complétez par l'exposant manquant.

$$\bullet 5^2 \times 5^3 \times 5 = 5^{\dots}$$

$$\bullet \frac{7^5}{7^3} = 7^{\dots}$$

$$\bullet \frac{9^7 \times 9^8}{9^{12} \times 9^2} = 9^{\dots}$$

$$\bullet (-6)^5 \times (-6)^2 = 6^{\dots}$$

$$\bullet 3^7 \times 9^7 = 3^{\dots}$$

$$\bullet (4^5)^6 = 4^{\dots}$$

$$\bullet (7^4)^6 \times 7^2 = 7^{\dots}$$

7 ** Le nombre a est tel que :

$$a^3 = 219 \text{ et } a^5 = 7\,776.$$

Comment peut-on obtenir, à l'aide de ces deux valeurs, les nombres : a^8 ? a^2 ? a^6 ? a^0 ?

8 ** Xavier apprend que son groupe préféré va bientôt passer en concert dans sa ville. Il envoie vite un message à 5 amis pour les prévenir. Une heure plus tard, chacun des 5 amis de Xavier envoie 5 messages pour transmettre cette bonne nouvelle.

Une heure plus tard, chaque destinataire des messages précédents envoie à son tour des messages à 5 personnes.

1. Combien de personnes viennent de recevoir un message à propos de ce concert ?
2. Si la diffusion du message continue ainsi, combien de personnes recevront un message à la dixième heure ?

9 ** Déterminez, dans chaque cas, la valeur du nombre n .

1. $3^n = 27$;
2. $(-3)^n = 81$;
3. $2^n = 16$;
4. $2^n = 64$;
5. $5^n = 5$;
6. $5^n = 625$;
7. $2^n \times 3^2 = 18$;
8. $2^n \times 5^2 = 100$.

10 ** Chaque carré a un côté de longueur double du précédent. La longueur du côté du carré ① est x .



En utilisant la notation puissance, complétez le tableau (l = longueur ; a = aire) :

	①	②	③	④
x	l	a	l	a
2				
3				
4				
5				

COURS

OBJECTIF • Tester une égalité, utiliser une variable

● Expression littérale

• Une **expression littérale** est une expression mathématique dans laquelle des nombres sont nommés par une lettre.

Exemple : L'expression permettant de calculer le périmètre d'un rectangle est $2(L + \ell)$. Dans cette expression, L désigne la longueur du rectangle, et ℓ désigne sa largeur. L et ℓ sont appelées **les variables**.

● Égalité

• Une **égalité** est constituée de deux expressions séparées par un signe « = ». L'expression de gauche est appelée « le membre de gauche » et celle de droite « le membre de droite ».

Exemple : Dans l'égalité $3a + 1 = 10 - b$, le membre de gauche est l'expression $3a + 1$ et le membre de droite est l'expression $10 - b$.

• **Tester une égalité** revient à calculer les valeurs prises par chaque membre et à vérifier si elles sont bien égales. Si c'est le cas, l'égalité est vraie. Sinon elle est fausse.

Exemple : Pour tester l'égalité $3a + 1 = 10 - b$ dans le cas où $a = 5$ et $b = 3$ on calcule :

$$\begin{aligned} \text{– le membre de gauche : } & 3a + 1 = 3 \times 5 + 1 = 16 \\ \text{– le membre de droite : } & 10 - b = 10 - 3 = 7 \end{aligned}$$

Dans ce cas, l'égalité est fausse.

MÉTHODE

● Calculer la valeur d'une expression littérale

Calculer la valeur d'une expression littérale, c'est remplacer, dans l'expression, la ou les variables par les valeurs qui lui sont données.

Exemple : Calculer la valeur de $10 + 2x - y$ pour $x = 4$ et $y = -1$

Pour $x = 4$ et $y = -1$,

$$\begin{aligned} 10 + 2x - y &= 10 + 2 \times 4 - (-1) && \text{on remplace } x \text{ et } y \text{ par leurs valeurs} \\ &= 10 + 8 + (+1) && \text{on effectue les calculs} \\ &= 19 \end{aligned}$$

● Utiliser un programme de calcul

Un programme de calcul est une succession de calculs simples à appliquer à un nombre.

Exemple :

Choisir un nombre
Prendre son double
Lui retrancher 4
Prendre le carré du résultat obtenu

Application du programme au nombre 12 :

On choisit 12
Son double est 24
Lui retrancher 4 donne $24 - 4 = 20$
Le carré du résultat obtenu est $20^2 = 400$

On peut représenter un programme de calcul avec des opérateurs. Dans notre exemple :

$$12 \xrightarrow{\times 2} 24 \xrightarrow{-4} 20 \xrightarrow{\text{au carré}} 400$$

Remarque : En notant d le nombre de départ, ce programme de calcul donne :

$$d \xrightarrow{\times 2} 2d \xrightarrow{-4} 2d - 4 \xrightarrow{\text{au carré}} (2d - 4)^2$$

On obtient alors une expression littérale dans laquelle d est la **variable**.

1 * Reliez chaque expression à la situation correspondante.

- | | |
|-----------------------------|--|
| 1. $4c$ | • a. L'aire d'un disque de rayon r . |
| 2. c^2 | • b. Le périmètre d'un carré de côté c . |
| 3. $L \times \ell$ | • c. Le volume d'un cube d'arête a . |
| 4. $2\pi r$ | • d. L'aire d'un triangle de base b et de hauteur h . |
| 5. a^3 | • e. L'aire d'un rectangle de longueur L et de largeur ℓ . |
| 6. $L \times \ell \times h$ | • f. La longueur d'un cercle de rayon r . |
| 7. πr^2 | • g. Le volume d'un pavé droit de dimensions L , ℓ et h . |
| 8. $\frac{b \times h}{2}$ | • h. L'aire d'un carré de côté c . |

2 * Calculez.

- Le périmètre d'un carré de côté 5 mm.
- L'aire d'un carré de côté 3 km.
- Le volume d'un cube d'arête 2 m.
- Le périmètre d'un rectangle de longueur $\frac{3}{5}$ m et de largeur $\frac{1}{5}$ m.
- L'aire d'un rectangle de longueur $\frac{3}{5}$ m et de largeur $\frac{1}{5}$ m.
- Le volume d'un pavé droit de dimensions 10^2 m, 3×10^2 m et $1,5 \times 10^2$ m.
- Une valeur approchée au cm près de la longueur d'un cercle de diamètre 12 m.
- Une valeur approchée au dm^2 près de l'aire d'un disque de diamètre 12 m.
- L'aire d'un triangle de base 4 dam et de hauteur 1,2 dam.

3 * Appliquez ce programme de calcul aux nombres 0 ; 5 ; $\frac{1}{3}$; -6.

Prendre un nombre.
Lui ajouter 10.
Prendre le triple du résultat obtenu.
Retrancher 5 au résultat obtenu.

Quelle expression obtient-on si on nomme x le nombre choisi ?

4 * Testez les égalités.

- $a + 10 = 3a - 1$ pour $a = 5,5$
- $a + 10 = 3a - 1$ pour $a = -1$
- $3b^2 = c + 10$ pour $b = -5$ et $c = 55$
- $3b^2 = c + 10$ pour $b = 4$ et $c = 38$

5 ** 1. Testez l'égalité $3x^2 - 2 = 2x^2 - x$ pour $x = 1$ puis pour $x = -2$.

2. Peut-on en déduire que cette égalité est toujours vraie ?

6 ** 1. Testez l'égalité $2(y - 10) = 7y - 5(4 + y)$ pour $y = 6$ puis pour $y = \frac{1}{2}$.

2. Peut-on en déduire que cette égalité est toujours vraie ?

7 ** Répondez aux questions.

Soit E et S des nombres

Saisir E

S prend la valeur $2,5 \times E$

S prend la valeur $S + 0,5$

S prend la valeur $4 \times S$

Afficher S

1. Quel nombre affiche cet algorithme si on saisit $E = 1$?

2. Quel nombre affiche cet algorithme si on saisit $E = 4$?

3. Quel nombre affiche cet algorithme si on saisit $E = 1\,002$?

4. Quelle expression permet d'exprimer le nombre S en fonction du nombre E ?

8 ** Appliquez ce programme de calcul aux nombres 8×10^{-2} ; -3 ; 0.

Prendre un nombre.
Le multiplier par 10^5 .
Prendre le carré du résultat obtenu.
Diviser le résultat obtenu par 10^8 .

Quelle expression obtient-on si on nomme y le nombre choisi ?

COURS

OBJECTIF • Factoriser et calculer avec une expression littérale

● Factorisation d'une somme algébrique

Factoriser, c'est transformer une somme (ou une différence) en produit.

 x, y, k étant des nombres relatifs, on a :

$$kx + ky = k(x + y) \quad \text{et} \quad kx - ky = k(x - y).$$

 k est le facteur commun à kx et ky .

● Suppression des parenthèses

Règle 1	Règle 2
Parenthèses précédées du signe + : on peut supprimer les parenthèses sans changer les signes dans l'expression entre parenthèses.	Parenthèses précédées du signe - : on peut supprimer les parenthèses à condition de changer les signes dans l'expression entre parenthèses.
$a + (b + c - d) = a + b + c - d$	$a - (b + c - d) = a - b - c + d$

MÉTHODE

● Factoriser une somme

Le facteur commun peut être un nombre, une lettre, le produit des deux :

$$5x - 5y = 5(x - y);$$

$$3,5x + 4x = x(3,5 + 4) = x \times 7,5 = 7,5x;$$

$$4ax + 4ay = 4a(x + y); \quad 4x^2 - 7x^2 = x^2(4 - 7) = -3x^2.$$

Parfois, on doit faire apparaître le facteur commun :

$$15x - 12y = 5 \times 3x - 4 \times 3y = 3(5x - 4y).$$

● Réduire une expression littérale

Réduire une expression littérale, c'est l'écrire avec le moins de termes possible.

Exemple : Réduire $A = (4x^2 + 7x) - (9x - x^2)$.

$$A = 4x^2 + 7x - 9x + x^2 \quad \begin{array}{l} \bullet \text{ On supprime les parenthèses en appliquant la règle 2.} \\ \text{Ainsi } 9x \text{ (ou } +9x) \text{ devient } -9x; \\ \quad -x^2 \text{ devient } x^2. \end{array}$$

$$A = 4x^2 + x^2 + 7x - 9x \quad \bullet \text{ On regroupe les termes « en } x^2 \text{ », les termes « en } x \text{ ».}$$

$$A = (4 + 1)x^2 + (7 - 9)x \quad \bullet \text{ On utilise les factorisations.}$$

$$A = 5x^2 - 2x \quad \bullet \text{ On calcule.}$$

Attention ! aux expressions impossibles à réduire comme $4x^2 + 5x$ ou $4x - 2y$ ou $3x + 7$, etc.

● Organiser un calcul

Exemple : Calculer $B = 5y^3 - (y + x)^2$ pour $x = 6$ et $y = -2$.

$$B = 5 \times (-2)^3 - (-2 + 6)^2 \quad \bullet \text{ On remplace } x \text{ par } 6 \text{ et } y \text{ par } -2.$$

$$B = 5 \times (-2)^3 - 4^2 \quad \bullet \text{ On effectue d'abord les parenthèses,}$$

$$B = 5 \times (-8) - 16 \quad \text{puis les puissances,}$$

$$B = -40 - 16 \quad \text{puis la multiplication}$$

$$B = -56 \quad \text{et enfin la soustraction.}$$

1 * Effectuez les calculs suivants, en détaillant les étapes.

$$\begin{aligned} A &= 3 \times 5^2 + 4; & B &= (3 \times 5)^2 + 4; \\ C &= 3 \times (5^2 + 4); & D &= (-3 \times 5)^2; \\ E &= -3 \times 5^2; & F &= 6 \times 3^2 - 5 \times 7; \\ G &= 6 \times (3^2 - 5 \times 7); & H &= 6 \times (3^2 - 5) \times 7. \end{aligned}$$

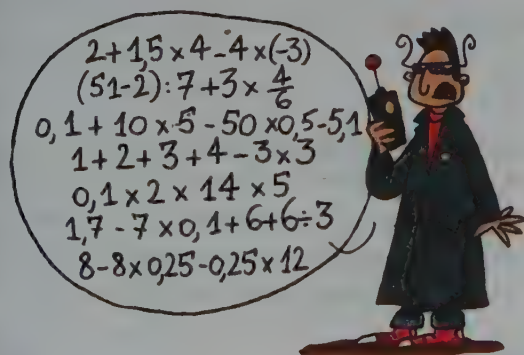
2 * Calculez $A = 3 - 4x^2$ pour $x = 1$, puis pour $x = 5$.

3 * Reliez les expressions égales.

$a - (a - 4 - 7)$	•	•	$2a + 3$
$a - (4 + a - 7)$	•	•	-11
$a - (4 - a - 7)$	•	•	11
$a - (4 + a + 7)$	•	•	3

4 ** Quel est le nom du bateau en détresse qui a lancé un SOS ?

(code : 1 = A ; 2 = B ; 3 = C ; ...)



5 ** Factorisez les expressions suivantes.

$$\begin{aligned} A &= 3x - 3y : \\ B &= 7x + 14a - 21b : \\ C &= 12a - 16b + 8 : \\ D &= 5x - 9x : \\ E &= 5x^2 - 9x : \\ F &= 5x^2 - 9x^2 : \\ G &= 9x^2 + 12xy - 15x : \end{aligned}$$

6 ** Réduisez les expressions suivantes.

$$\begin{aligned} A &= 18x - x; \\ B &= 5x + 3 - 8x - 7 + 7x; \\ C &= -3a + 5b + 5a - 9b; \\ D &= 5x^2 + 8x^2; \\ E &= 3x^2 - 7x^2; \\ F &= 8x^2 + 7x - 9 - 12x - 8 - 3x^2; \\ G &= \frac{5}{3}x + \frac{7}{3}x. \end{aligned}$$

7 ** Supprimez les parenthèses, puis réduisez.

$$\begin{aligned} A &= 8 + (a - 17); \\ B &= (x - 9) + x; \\ C &= 2t - (5 - 2t); \\ D &= -(3a - 2) + 3a; \\ E &= 3 - (9 - 3y) + 3y + (5 + y) - 4y; \\ F &= (5x^2 - 3x - 9) - (3x + 7x^2 - 14); \\ G &= -12 - (x - 9) - (-7 - x); \\ H &= (a - b - 12) - (12 - a + b) + (-b - a - 12). \end{aligned}$$

8 ** On pose $A = -6x - 3y + 7$.

Calculez la valeur de A pour :

$$\begin{aligned} 1. x &= -1 \text{ et } y = 3; & 2. y &= -2 \text{ et } x = 1,5; \\ 3. y &= \frac{1}{3} \text{ et } x = 1; & 4. x &= \frac{7}{3} \text{ et } y = \frac{1}{6}. \end{aligned}$$

9 *** On pose : $A = 4t^2 + 11t - 3$ et $B = 2y^2 + y^3$.

$$\begin{aligned} 1. & \text{ Calculez A pour } t = -10 \text{ puis pour } t = \frac{1}{4}. \\ 2. & \text{ Calculez B pour } y = 0, \text{ puis pour } y = -3. \end{aligned}$$

10 *** Complétez en factorisant chaque expression.

$$\begin{aligned} A &= 3x + 3 = 3 (\dots + \dots) \\ B &= 5 - 5y = \dots (1 - \dots) \\ C &= 2x^2 - 2 = \dots (\dots - \dots) \\ D &= 4x - 8 = \dots (\dots - \dots) \\ E &= 5x + 25 = \dots (\dots + \dots) \\ F &= 9 - 3x = \dots (\dots - \dots) \\ G &= 11x^2 - x = x (\dots - \dots) \\ H &= 25x - 15y = \dots (\dots - \dots) \\ I &= 7xy - 14x = \dots x (\dots - \dots) \\ J &= 3x + 9x^2 = 3 \dots (\dots + \dots) \\ K &= 12xy - 16x = \dots (\dots - \dots) \\ L &= -2y^3 - 4y^2 = \dots (\dots + 2) \end{aligned}$$

OBJECTIF - Développer et calculer avec une expression littérale

COURS



● Développement d'un produit

Développer un produit, c'est le mettre sous forme d'une somme (ou d'une différence).

● Le produit $k \times (a + b)$ ou $k \times (a - b)$

a, b, k étant des nombres relatifs, on a :

$$k(a + b) = ka + kb \quad \text{et} \quad k(a - b) = ka - kb.$$

● Le produit $(a + b)(c + d)$

a, b, c et d étant des nombres relatifs, on a :

$$\underbrace{(a + b)(c + d)}_{\text{produit}} = \underbrace{ac + ad + bc + bd}_{\text{somme}}$$

On obtient des expressions analogues avec $(a - b)$ ou $(c - d)$.

$$\text{Ainsi :} \quad (a + b)(c - d) = ac - ad + bc - bd$$

$$(a - b)(c + d) = ac + ad - bc - bd$$

$$(a - b)(c - d) = ac - ad - bc + bd$$

MÉTHODE

● Développer un produit et réduire si possible

Exemple : Développer $A = 4x(3x - 7x^2 + 1)$.

$$A = 4x(3x - 7x^2 + 1) = 4x \times 3x - 4x \times 7x^2 + 4x \times 1 = 12x^2 - 28x^3 + 4x.$$

On multiplie $4x$ par chaque terme de la parenthèse, puis on effectue les produits.

Exemple : Développer $B = (a + 6)(2a - 9)$

On développe, les signes sont donnés par la règle des signes de la multiplication :

$$B = a \times 2a - a \times 9 + 6 \times 2a - 6 \times 9.$$

$$B = 2a^2 - 9a + 12a - 54$$

$$B = 2a^2 + (-9 + 12)a - 54$$

$$B = 2a^2 + 3a - 54$$

● On effectue les produits.

● On réduit les termes semblables.

● On donne le résultat « ordonné ».

● Calculer la valeur d'une expression littérale

Exemple : On pose $C = 4 - 3(5x + 2)$.

Développer et réduire C puis calculer C pour $x = -2$.

$$C = 4 - (3 \times 5x + 3 \times 2)$$

$$C = 4 - (15x + 6)$$

$$C = 4 - 15x - 6$$

$$C = -15x - 2$$

● On développe le produit : comme il est précédé du signe $-$, on écrit l'expression développée entre **parenthèses**.

● On effectue les produits.

● On supprime les parenthèses.

● On réduit.

Le calcul de C pour $x = -2$ est plus simple à effectuer avec l'expression réduite :

$$C = -15 \times (-2) - 2 = 30 - 2 = 28.$$

1 ^{*} Complétez en développant chaque expression.

$A = 5(2x + 3) = 10 \dots + \dots$

$B = 3(3x - 1) = \dots - 3$

$C = 2x(x + 4) = \dots x + \dots$

$D = 4x(x^2 + 2x + 1) = \dots x + \dots x + \dots$

$E = -3(5a - 2) = \dots$

$F = -2x(2x - 2) = \dots$

2 ^{*} Développez et réduisez.

$A = 7x - 3(4x - 5)$

$B = 3(x + 7) - (x + 5)$

$C = 4(x - 3) + 2(x - 7)$

$D = 4x - 6x(x - 1)$

$E = 2x(3x + 4) - x(5x - 3)$

3 ^{**} Développez et réduisez.

$A = (x + 4)(x + 3)$

$B = (x - 5)(x + 2)$

$C = (y - 6)(y + 7)$

$D = (a - 3)(b - 2)$

4 ^{**} Développez et réduisez.

$A = (5 - 2x)(5x - 2)$

$B = (3x + 1)(2y + 3)$

$C = (3x - 2)(3x + 2)$

$D = (-4 - x)(2x - 6)$

5 ^{**} On pose $A = (x + 3)(2x - 8) + 2x$.

1. Développez et réduisez A.

2. Calculez A pour $x = -3$ en utilisant l'écriture de A la plus simple pour faire ce calcul.

6 ^{**} Jean a écrit l'égalité suivante :

$(x + 4)(x - 4) = x^2 - 8x - 16.$

1. Calculez la valeur de $(x + 4)(x - 4)$ pour $x = 3$.

2. Calculez la valeur de $x^2 - 8x - 16$ pour $x = 3$.

3. Que pensez-vous de l'égalité écrite par Jean ?

.....

.....

.....

.....

7 ^{**} Corrigez les erreurs dans les développements suivants.

1. $6(x - 7) = 6x - 7$;

2. $7 - 5(x - 3) = 2(x - 3) = 2x - 6$;

3. $(a + b)(y + b) = ay + ab + by + 2b$;

4. $4(3x - 1) - 5(x - 2) = 12x - 4 - 5x - 10 = 7x - 14$;

5. $(x + 3)(x - 2) = x^2 + 5x - 6$;

6. $(3x - 2)(2x - 1) = 6x^2 + 2$.

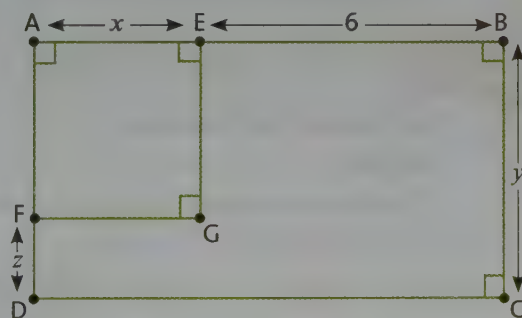
8 ^{***} Voici un programme de calcul proposé par Camille : « Choisir un nombre au hasard, lui retrancher 4, multiplier le tout par -3, retrancher 12 puis diviser le résultat par -3 ».

1. Quel est le résultat obtenu, en choisissant 4 pour nombre de départ ?

2. Même question en choisissant -5.

3. Expliquez ces résultats en prenant x comme nombre de départ et en simplifiant au maximum l'expression obtenue.

9 ^{***} 1. Observez le dessin puis reliez chaque phrase à l'expression qui lui correspond.



Longueur AF	•	•	$xy - xz$
Périmètre de AEGF	•	•	$2x + 12 + 2y$
Aire de AEGF	•	•	$xy + 6y$
Aire de ABCD	•	•	$2x + 2y - 2z$
Périmètre de ABCD	•	•	$y - z$

2. Complétez en réduisant, quand c'est possible, les expressions obtenues.

• Périmètre du polygone EBCDFG = $6 + y + \dots$
=

• Aire du polygone EBCDFG = aire de - aire de
=

COURS

OBJECTIF • Poser et résoudre une équation

● Vocabulaire

$$\begin{array}{ccc} 7x - 9 & = & 4x + 3 \\ \text{membre} & & \text{membre} \\ \text{de gauche} & & \text{de droite} \end{array}$$

est une équation du premier degré d'inconnue x .**Résoudre** cette équation, c'est trouver les valeurs de x pour lesquelles l'égalité est vraie.

4 est **solution** de l'équation $7x - 9 = 4x + 3$ car $7 \times 4 - 9 = 4 \times 4 + 3$
 mais 0 n'est pas solution car $7 \times 0 - 9 \neq 4 \times 0 + 3$.



● Règles de résolution

- **Règle 1** : si on ajoute ou si on retranche un même nombre aux deux membres d'une équation, on obtient une équation ayant les mêmes solutions.
- **Règle 2** : si on multiplie ou si on divise par un même nombre non nul les deux membres d'une équation, on obtient une équation ayant les mêmes solutions.

MÉTHODE

● Résoudre une équation

Exemple : $8x + 5 = 7 - 6x$ On regroupe tous les termes en x dans un membre et tous les termes numériques dans l'autre membre.

$$8x + 5 + 6x = 7 - 6x + 6x \quad \bullet \text{ On regroupe tous les termes en } x \text{ à gauche ; on élimine } -6x \text{ du membre de droite en ajoutant } 6x \text{ aux deux membres (règle 1).}$$

$$14x + 5 = 7$$

● On réduit.

$$14x + 5 - 5 = 7 - 5$$

● On regroupe tous les termes numériques à droite ; on élimine $+5$ du membre de gauche en retranchant 5 aux deux membres (règle 1).

$$14x = 2$$

● On réduit.

$$\frac{14x}{14} = \frac{2}{14}$$

● On divise par 14 les deux membres (règle 2).

$$\text{Donc } x = \frac{2}{14} = \frac{1}{7}.$$

L'équation $8x + 5 = 7 - 6x$ admet une seule solution : $\frac{1}{7}$.

$$\text{Vérification : } 8 \times \frac{1}{7} + 5 = \frac{8}{7} + \frac{35}{7} = \frac{43}{7} \quad \text{et} \quad 7 - 6 \times \frac{1}{7} = \frac{49}{7} - \frac{6}{7} = \frac{43}{7}.$$

1 * Résolvez les équations suivantes.

1. $4x - 2 = 5 - 2x$;
2. $8 - 5t = 4t + 1$;
3. $2x - (5 + x) = 3 - x$;
4. $3(2 + 4y) - 2(y + 1) = 4y + 1$;
5. $4(3x - 2) - 2(5x - 1) = 5 - 15x$;
6. $2a - 3(7 - 3a) + 2 = 11a + 21$;
7. $4(5 - 3x) + 12 = 3(4 - 4x) + 20$.

2 * Quelle erreur a commise Romain dans sa résolution ? Résolvez correctement l'équation proposée à Romain.

$$\begin{aligned} 3x - 2(3 - 2x) &= 7 + x \\ 3x - 6 + 4x &= 7 + x \\ 7x - 6 &= 7 + x \\ 6x - 6 &= 7 \\ x - 6 &= \frac{7}{6} \\ x &= \frac{7}{6} + 6 \\ x &= \frac{43}{6} \end{aligned}$$

3 * Quelle erreur a commise Sophie dans sa résolution ? Résolvez correctement l'équation proposée à Sophie.

$$\begin{aligned} 3x - 5(x + 4) - 3 &= 4x + 18 \\ 3x - 5x - 20 - 3 &= 4x + 18 \\ -2x - 23 &= 4x + 18 \\ -6x - 23 &= 18 \\ -6x &= 41 \\ x &= 47 \end{aligned}$$

4 * Reliez chaque équation à sa solution.

- | | | | | |
|-------------------|---|--|---|-------------------|
| $5 - x = 0$ | • | <div style="border: 1px solid black; padding: 2px;">0</div> | • | $5 + x = 0$ |
| $5x = 0$ | • | <div style="border: 1px solid black; padding: 2px;">-5</div> | • | $5x = 1$ |
| $\frac{x}{5} = 0$ | • | <div style="border: 1px solid black; padding: 2px;">$\frac{1}{5}$</div> | • | $\frac{x}{5} = 1$ |
| | | <div style="border: 1px solid black; padding: 2px;">5</div> | | |

5 ** 1. Si l'on m'ajoute 14, je vau mon double augmenté de 3.
Que suis-je ?

2. Je suis un entier. Multipliez-moi par mon suivant, je serai égal à mon carré augmenté de 2.
Que suis-je ?

3. Mon double est égal à mon triple.
Que suis-je ?

6 ** Stevan a utilisé un tableur pour résoudre une équation.

	A	B	C
1	x	5x-4	8+2x
2	-5	-29	-2
3	-4	-24	0
4	-3	-19	2
5	-2	-14	4
6	-1	-9	6
7	0	-4	8
8	1	1	10
9	2	6	12
10	3	11	14
11	4	16	16
12	5	21	18

1. Quelle équation a-t-il ainsi résolue ?
2. Quelle est la solution de cette équation ?
3. Dans la cellule B2, il a écrit la formule « =5*A2-4 ». Quelle formule a-t-il écrite dans la cellule C2 ? Dans la cellule C10 ?
4. Utilisez un tableur pour résoudre l'équation $x + 5 = 2 - 2x$.

7 ** Complétez par V (vrai) ou F (faux).

est solution de ...	$-8x - 3 = -1$	$4x^2 - 1 = 3x$	$\frac{-7}{x} = 28$
1			
$-\frac{1}{4}$			
$\frac{1}{4}$			

8 ** Résolvez les équations suivantes.

1. $\frac{x}{2} + \frac{1}{3} = \frac{-x}{2} + \frac{5}{6}$

2. $\frac{4x}{5} = \frac{2}{3}$

3. $\frac{x}{3} - \frac{x}{5} = 4$

4. $\frac{x}{3} - \frac{2}{9} = \frac{x}{6}$

OBJECTIF • Ordonner les décimaux et les fractions

COURS

• Comparaison de nombres relatifs

- Un nombre positif est toujours plus grand qu'un nombre négatif.
- Deux nombres négatifs sont rangés dans l'ordre inverse de leurs opposés (qui, eux, sont positifs).
- Il suffit donc de savoir comparer deux nombres positifs.

MÉTHODE

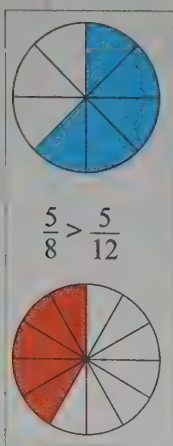
• Comparer deux nombres en écriture décimale

Exemple : Comparer -2006 et $0,001$; comparer $-5,6279$ et $-5,628$

- -2006 et $0,001$ sont de signes contraires ; un nombre positif est plus grand qu'un nombre négatif, donc $-2006 < 0,001$.
- $-5,6279$ et $-5,628$ sont deux nombres négatifs donc deux étapes.
 1. On compare leurs opposés : $5,6279$ et $5,628$.
On compare les décimales rang par rang :
 $7 < 8$ donc $5,6279 < 5,628$.
 2. On change les signes et le sens de l'inégalité :
 $5,6279 < 5,628$ donc $-5,6279 > -5,628$.

• Comparer deux nombres en écriture fractionnaire

• Les dénominateurs sont égaux

Exemple : Comparer $\frac{7}{9}$ et $\frac{5}{9}$ $7 > 5$ donc $\frac{7}{9} > \frac{5}{9}$; les fractions sont rangées dans le **même ordre que les numérateurs**.

• Les numérateurs sont égaux

Exemple : Comparer $-\frac{5}{8}$ et $-\frac{5}{12}$ 1. On compare d'abord $\frac{5}{8}$ et $\frac{5}{12}$ $8 < 12$ donc $\frac{5}{8} > \frac{5}{12}$; les fractions sont rangées dans l'**ordre inverse des dénominateurs**.2. On change les signes et le sens de l'inégalité : $\frac{5}{8} > \frac{5}{12}$ donc $-\frac{5}{8} < -\frac{5}{12}$

• Dans les autres cas, il y a plusieurs méthodes

– Réduire au même dénominateur (ou numérateur).

Exemple : Comparer $\frac{5}{9}$ et $\frac{7}{12}$ 36 est un dénominateur commun à 9 et à 12 : $36 = 9 \times 4$ et $36 = 12 \times 3$.

$$\left. \begin{array}{l} \frac{5}{9} = \frac{5 \times 4}{9 \times 4} = \frac{20}{36} \\ \frac{7}{12} = \frac{7 \times 3}{12 \times 3} = \frac{21}{36} \end{array} \right\} 20 < 21 \text{ donc } \frac{5}{9} < \frac{7}{12}$$

- Intercaler un nombre : voir exercice 10 p. 119.
- On peut aussi faire la division... ou utiliser la calculatrice.

1 * Rangez les nombres dans l'ordre croissant (à l'aide des symboles $<$ ou $>$).

$$\begin{array}{lll} A = 12,6297; & B = -1,2629; & C = -12,629; \\ D = -12,6297; & E = 12,639; & F = 1,27; \\ G = -1,2631; & H = -12,6290; & I = 1,270. \end{array}$$

2 * Où se trouve l'erreur de raisonnement de Laura ?

Si un sac de pommes pèse 3 kg, alors un sac et demi pèse : $3 + \frac{1}{2} = 3 + 0,5 = 3,5$ kg.

Donc 3 plus la moitié de 3 est plus petit que 4.

3 * Rangez, à l'aide de votre calculatrice, les nombres suivants.

$$\begin{array}{ll} A = \frac{21}{8}; & B = \frac{263}{100}; \\ C = \frac{131}{50}; & D = \frac{657}{250}; \\ E = \frac{328}{125}; & F = \frac{327}{125}. \end{array}$$

4 * Complétez avec le symbole qui convient ($<$; $>$; ou $=$).

$$\begin{array}{ll} 1. 2,5 \dots\dots 2,38 & 2. -0,75 \dots\dots \frac{-3}{4} \\ 3. 0,10 \dots\dots 0,9 & 4. \frac{17}{10} \dots\dots \frac{17}{100} \\ 5. \frac{4}{7} \dots\dots \frac{4}{5} & 6. \frac{16}{77} \dots\dots \frac{77}{16} \\ 7. \frac{99}{7} \dots\dots \frac{-104}{9} & 8. \frac{13}{7} \dots\dots \frac{25}{14} \\ 9. \frac{-1}{3} \dots\dots \frac{-1}{4} & 10. \frac{-24}{21} \dots\dots \frac{-32}{28} \\ 11. \frac{18}{100} \dots\dots 1,8 & 12. 1,5 \dots\dots \frac{5}{3} \\ 13. -5,2 \times 10^6 \dots\dots -5,15 \times 10^6 & \\ 14. 5,2 \times 10^{-6} \dots\dots 5,15 \times 10^{-6} & \end{array}$$

5 ** Rangez les nombres dans l'ordre décroissant (à l'aide des symboles $>$ ou $<$).

$$\begin{array}{l} A = 525,6 \times 10^2; \\ B = -52,56 \times 10^{-3}; \\ C = 52,56 \times 10^3; \\ D = -5,256 \times 10^2; \\ E = -0,005256; \\ F = 5\,256 \times 10^{-3}. \end{array}$$

6 ** Sans calculatrice, rangez les nombres suivants dans l'ordre croissant.

$$\begin{array}{ll} A = -5 + \frac{7}{3}; & B = \frac{17}{3}; \\ C = \frac{10}{3} + 71; & D = -\frac{3}{17}; \\ E = \frac{3}{17}; & F = 5 + \frac{7}{3}; \\ G = \frac{8}{3} + \frac{22}{3}. & \end{array}$$

7 ** Pour chaque série de nombres, réduisez les fractions au même dénominateur puis rangez-les dans l'ordre croissant.

$$\begin{array}{l} 1. x = \frac{7}{6}; \quad y = \frac{4}{3}; \quad z = \frac{10}{9}; \quad t = \frac{16}{6}; \quad u = \frac{13}{9}. \\ 2. x = \frac{-34}{15}; \quad y = \frac{-27}{12}; \quad z = \frac{-13}{5}; \quad t = \frac{-17}{6}; \quad u = \frac{-67}{30}. \\ 3. x = \frac{97}{24}; \quad y = \frac{49}{12}; \quad z = \frac{25}{6}; \quad t = \frac{7}{4}; \quad u = \frac{33}{8}. \end{array}$$

8 *** z et t sont des nombres. Dans chaque cas, comparez z et t .

$$\begin{array}{l} 1. z - t = 7,8; \\ 2. z - t = -4; \\ 3. t - z = 0; \\ 4. t - z = 4; \\ 5. z - t = -10^{-3}; \\ 6. z - t = 10^2. \end{array}$$

9 *** Les enfants se sont partagé deux bouteilles de 1,6 L de limonade, réparties en 16 verres. Marie a bu un verre et demi, Grégoire a bu 20 centilitres, Louis a dégusté trois quarts d'un verre et la moitié d'un autre; Jacques a bu $\frac{4}{25}$ d'une bouteille et Paul a fini les deux verres de Louis.

Qui a bu le plus ? Qui a bu le moins ?

10 *** Pour comparer $\frac{23}{11}$ et $\frac{24}{13}$, on peut intercaler un nombre entre les deux :

$$\text{ainsi } \frac{23}{11} > 2 \text{ et } \frac{24}{13} < 2 \text{ donc } \frac{23}{11} > \frac{24}{13}.$$

Par une méthode analogue (donc sans calculatrice), comparez $\frac{14}{11}$ et $\frac{11}{12}$ puis $\frac{20}{7}$ et $\frac{19}{6}$.

OBJECTIF • Organiser la résolution d'un problème algébrique

COURS

On doit traduire un texte en langage mathématique. Il est donc important de **lire** et de **comprendre** l'énoncé puis de :

- choisir l'inconnue ;
- mettre le problème en équation ;
- résoudre l'équation ;
- conclure en s'interrogeant toujours sur la vraisemblance du résultat.



MÉTHODE

• Résoudre un problème

Exemple : Romain et son grand-père ont 69 ans à eux deux. Romain a 53 ans de moins que son grand-père. Quel est l'âge de Romain ?

• Choix de l'inconnue

Le texte demande l'âge de Romain, on pose donc :

$$x = \text{âge de Romain.}$$

• Mise en équation

« Romain a 53 ans de moins que son grand-père » signifie que le grand-père a 53 ans de plus que Romain.

L'âge du grand-père est donc $x + 53$.

« Romain et son grand-père ont 69 ans à eux deux » signifie que la somme des âges de Romain et de son grand-père vaut 69. D'où l'équation $x + x + 53 = 69$.

• Résolution de l'équation

On doit résoudre $x + x + 53 = 69$.

	$2x + 53 = 69$	• on a réduit ;
d'où	$2x = 16$	• on a retranché 53 aux deux membres ;
et	$x = 8$	• on a divisé par 2 les deux membres.

• Conclusion

Romain a 8 ans.

C'est un résultat vraisemblable : il serait aberrant de trouver un résultat négatif ou supérieur à 100.

Le grand-père a 61 ans ($8 + 53$) et on a bien $8 + 61 = 69$.

L'âge du grand-père est vraisemblable et cohérent avec l'âge de son petit-fils.

1 ^{*} La longueur d'un champ rectangulaire est le double de sa largeur. Son périmètre est 60 m.

Quelle est l'aire de ce rectangle ?
(Posez x = largeur du champ en m.)

2 ^{*} Le côté d'un carré est x . Si on augmente de 6 m le côté de ce carré et si l'on diminue de 4 m l'autre côté, on obtient un rectangle qui a la même aire que le carré.

1. Complétez :

La longueur du rectangle en fonction de x est : $x + \dots\dots\dots$

La largeur du rectangle en fonction de x est : $\dots\dots\dots$

L'aire de ce rectangle est :

$(\dots\dots + \dots\dots)(\dots\dots - \dots\dots) = \dots\dots + \dots\dots x - \dots\dots$

L'aire du carré de départ est : $\dots\dots\dots$

2. Écrivez l'égalité exprimant que l'aire du rectangle est la même que celle du carré de départ et résolvez l'équation obtenue.

.....
.....

3 ^{*} Pauline a passé la moitié de ses vacances à la plage, un tiers en Auvergne et dix jours à la campagne. Quelle a été la durée totale de ses vacances ?

On pose x = durée totale des vacances.

1. Complétez :

La durée des vacances à la plage en fonction de x est : $\frac{\dots\dots}{\dots\dots}$.

La durée des vacances en Auvergne en fonction de x est : $\frac{\dots\dots}{\dots\dots}$.

La durée totale des vacances en fonction de x est :
 $\frac{\dots\dots}{\dots\dots} + \frac{\dots\dots}{\dots\dots} + \dots\dots = \frac{\dots\dots x}{\dots\dots} + \frac{\dots\dots x}{\dots\dots} + \frac{\dots\dots}{\dots\dots} = \frac{\dots\dots x + \dots\dots}{\dots\dots}$.

2. Utilisez les résultats précédents pour trouver la durée totale des vacances de Pauline.

4 ^{*} Les fantômes du château sont répartis ainsi : la moitié dans l'aile droite ; un tiers dans la tour et un quart dans les caves.

Combien y a-t-il de fantômes au château ?

.....
.....

5 ^{**} La moitié du tas de chaussettes de mon tiroir, à laquelle j'ajoute une paire de baskets, pèse autant que la totalité de mes chaussettes si je leur retranche le poids de ma paire de baskets. Une basket pèse 250 g. Quel est le poids du tas de chaussettes de mon tiroir ?

6 ^{**} Laura a 26 pièces, les unes de 50 centimes d'euro, les autres de 2 F pour un montant total de 28 F.

1. On désigne par x le nombre de pièces de 50 centimes d'euro. Associez à chaque expression mathématique la phrase qui lui correspond :

2 (26 - x) • C'est le nombre de pièces de 50 centimes d'euro.

x • C'est la somme possédée par Laura en pièces de 50 centimes d'euro.

(26 - x) • C'est le nombre de pièces de 2 €.

0,5 x • C'est la somme possédée par Laura en pièces de 2 €.

2. On veut savoir combien Laura a de pièces de chaque sorte : traduisez ce problème par une équation.

3. Résolvez ce problème.

.....
.....

7 ^{**} 1. Alice a 4 ans de moins que Laura. On désigne par x l'âge d'Alice.

Parmi les expressions suivantes, quelle est celle qui donne l'âge de Laura en fonction de x :

$4 \times x$; $x - 4$; $4 + x$; $x \div 4$?

2. L'âge de Paul est le double de celui de Bert. On désigne par x l'âge de Paul. Parmi les expressions suivantes, quelle est celle qui donne l'âge de Bert en fonction de x :

$2x$; $x - 2$; $\frac{x}{2}$; $x + 2$?

8 ^{***} Romain dit : « Si j'achète ces quatre bandes dessinées toutes au même prix, il me manque 3 €. Mais si j'en achète seulement trois, il me reste 5 €.. »

1. Si on désigne par x le prix d'une BD, retrouvez parmi les équations ci-dessous celle qui traduit le problème :

$4x - 3x = 5 - 3$; $4x + 3 = 3x - 5$;

$4x - 3 = 3x + 5$; $4x + 3 = 3x + 5$.

2. Quel est le prix d'une BD ?

Théorème de Pythagore

COURS

OBJECTIF • Reconnaître et utiliser la propriété de Pythagore

● Théorème de Pythagore

Si un triangle est **rectangle**, alors le carré de la longueur de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés.

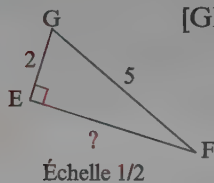
● Réciproque

Si dans un triangle, le carré de la longueur d'un côté est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés, alors ce triangle est **rectangle**.

MÉTHODE

● Calculer des longueurs

Exemple : EFG est un triangle rectangle en E tel que : EG = 2 cm et FG = 5 cm. Calculer EF.



[GF] est l'hypoténuse de ce triangle, donc :

$$EG^2 + EF^2 = GF^2 \quad (\text{théorème de Pythagore})$$

$$2^2 + EF^2 = 5^2$$

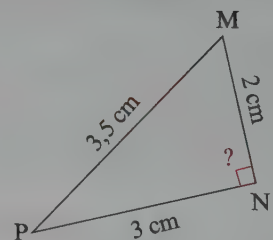
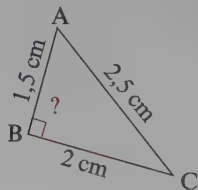
$$4 + EF^2 = 25$$

$$EF^2 = 21 \quad \text{d'où} \quad EF = \sqrt{21} \text{ cm.}$$

Sur la calculatrice on tape $\sqrt{x}$ (21) (ou 2nd (21) ou INV x^2 (21)).
on lit : 4.582575695 ; on écrit : **EF $\approx$ 4,6 cm.**

● Reconnaître si un triangle est rectangle

Exemple : Les triangles ci-dessous sont-ils rectangles ?



- On calcule le carré de la longueur du plus grand côté :

$$AC^2 = 2,5^2 = 6,25.$$

$$MP^2 = 3,5^2 = 12,25.$$

- On calcule la somme des carrés des deux autres côtés :

$$AB^2 + BC^2 = 1,5^2 + 2^2 = 6,25.$$

$$MN^2 + PN^2 = 2^2 + 3^2 = 13.$$

- On compare les résultats obtenus :

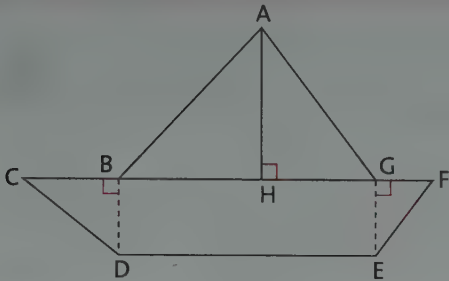
$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

Le triangle ABC est rectangle en B (réciproque du théorème de Pythagore).

$$MP^2 \neq MN^2 + PN^2$$

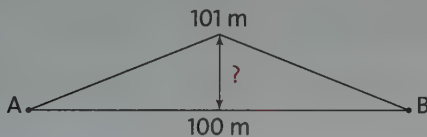
Le triangle MPN n'est pas rectangle malgré les apparences (la relation de Pythagore n'est pas vérifiée).

- 1 *** Dans la figure ci-dessous, on a :
 $AG = 10$ m ; $AH = 8$ m ; $BH = 7,5$ m ; $EF = 5$ m ;
 $GE = 4$ m ; $BC = 5$ m et $(CF) \parallel (DE)$.



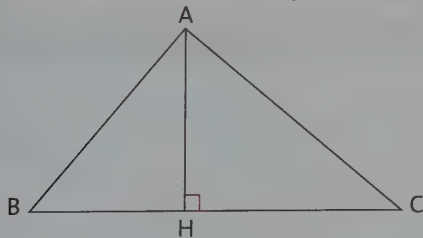
- Déterminez AB ; HG ; DE ; BD ; CD ; GF .
- Le triangle ABG est-il rectangle ?

- 2 *** Une ficelle a 100 m de long. On la rallonge d'un mètre et on la tend au milieu : Romain peut-il passer sous la ficelle sans se baisser ?



- 3 *** Tracez les triangles BOL , SAC et MOU tels que :
 $BO = 2$ cm ; $OL = 3,5$ cm ; $LB = 3$ cm ;
 $SA = 3$ cm ; $AC = 4$ cm ; $CS = 5$ cm ;
 $MO = 7$ cm ; $OU = 5,5$ cm ; $UM = 4$ cm.
 Les triangles BOL , SAG et MOU semblent-ils être rectangles ? sont-ils rectangles ? (Justifiez votre réponse.)

- 4 **** Reproduisez la figure suivante, où $AH = 6$ cm ; $BC = 12$ cm et $BH = 5$ cm.



- ABC semble-t-il être un triangle rectangle ? (Justifiez votre réponse.)

.....

.....

.....

.....

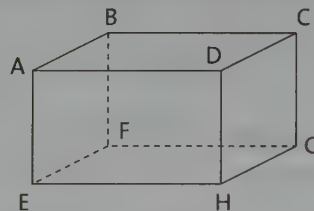
- 5 **** Le ballon est coincé à 4,5 m de hauteur ; l'échelle de Quentin est longue de 6 m. À quelle distance du pied de l'arbre doit-il la placer ?



- 6 **** Martin a 35 m de fil. À quelle altitude plane le cerf-volant ?

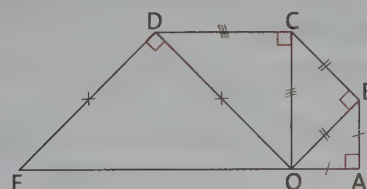


- 7 **** On donne $AB = 2$ cm ; $AE = 3$ cm ; $AD = 5$ cm.



- Calculez AF^2 .
- Quelle est la nature du triangle AFG ?
- Calculez la longueur de la diagonale AG de ce parallélépipède rectangle.

- 8 ***** Dans la figure ci-dessous, OAB , OBC , OCD et ODE sont rectangles et isocèles, $OA = 1$ cm. Calculez OE à 1 mm près.



COURS

OBJECTIF • Reconnaître et utiliser des situations de proportionnalité dans des triangles

● Définitions

- Deux triangles sont **égaux** s'ils sont superposables.

● Les trois cas d'égalité des triangles

- **Cas 1** : si deux triangles ont **un angle** de même mesure compris entre **deux côtés** respectivement de même longueur, alors ces deux triangles sont égaux.
- **Cas 2** : si deux triangles ont **un côté** de même longueur compris entre **deux angles** respectivement de même mesure, alors ces deux triangles sont égaux.
- **Cas 3** : si deux triangles ont leurs **trois côtés** respectivement de même longueur, alors ces deux triangles sont égaux.

● Théorème de Thalès (et sa réciproque)

- **Théorème** : si, dans un triangle, une droite parallèle à un côté coupe les deux autres côtés, alors les deux triangles ainsi formés ont leurs longueurs proportionnelles.
- **Réciproque** : si, dans un triangle, une droite coupe deux côtés et que les deux triangles ainsi formés ont leurs longueurs proportionnelles alors cette droite est parallèle au troisième côté.

MÉTHODE

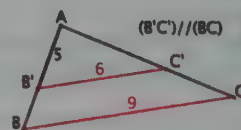
● Prouver que des triangles sont égaux

Pour prouver que deux triangles sont égaux il suffit de prouver, au choix :

- qu'ils ont leurs **trois côtés** de même longueur deux à deux ;
- qu'ils ont **un angle** de même mesure compris entre **deux côtés** de mêmes longueurs deux à deux ;
- qu'ils ont **un côté** de même longueur compris entre **deux angles** de mêmes mesures deux à deux.

● Utiliser le théorème de Thalès pour calculer une longueur

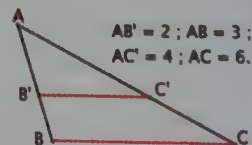
Exemple : on sait que $(B'C') \parallel (BC)$ donc, d'après le théorème de Thalès, on peut en déduire que $\frac{AB'}{AB} = \frac{AC'}{AC} = \frac{B'C'}{BC}$. En particulier $\frac{5}{AB} = \frac{6}{9}$ et donc $6 \times AB = 5 \times 9$ ou encore $AB = 7,5$.



● Utiliser la réciproque du théorème de Thalès pour prouver que des droites sont parallèles

Exemple : on calcule les rapports $\frac{AB'}{AB} = \frac{2}{3}$ et $\frac{AC'}{AC} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$.

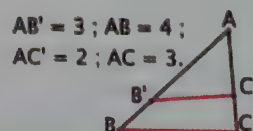
On a bien $\frac{AB'}{AB} = \frac{AC'}{AC}$ et donc, d'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites $(B'C')$ et (BC) sont parallèles.



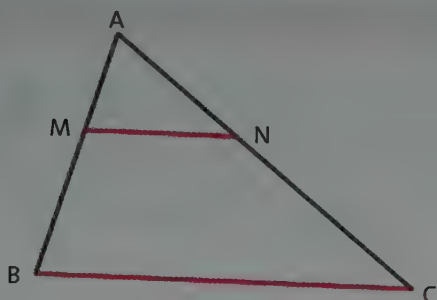
● Utiliser le théorème de Thalès pour prouver que des droites ne sont pas parallèles

Exemple : on calcule les rapports $\frac{AB'}{AB} = \frac{3}{4}$ et $\frac{AC'}{AC} = \frac{2}{3}$.

$\frac{AB'}{AB} \neq \frac{AC'}{AC}$ et donc, d'après le théorème de Thalès, les droites $(B'C')$ et (BC) ne sont pas parallèles.



Pour les exercices 1 à 6, on considérera la figure ci-dessous, où les segments $[MN]$ et $[BC]$ sont parallèles.



1. Calculez AN et MN , sachant que $AB = 5$; $AC = 9$; $BC = 8$ et $AM = 2$.

2. Calculez AB et AC , sachant que $AM = 5$; $AN = 6$; $MN = 8$ et $BC = 12$.

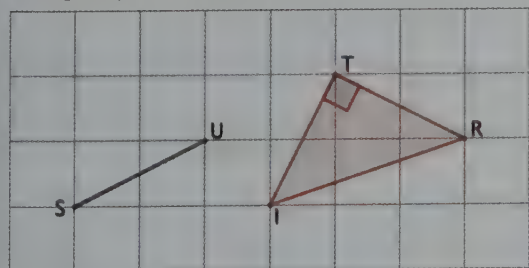
3. Calculez AM et AN , sachant que $AB = 4$; $AC = 5$; $BC = 7$ et $MN = 2$.

4. Calculez AB , sachant que $AM = 7$; $AN = 4$ et $NC = 11$.

5. Calculez MB , sachant que $AM = 5$; $MN = 7$ et $BC = 21$.

6. On sait que $AB = 9$; $AM = 5,4$ et $BC = 11$. Quelle longueur peut-on calculer ? Calculez cette longueur.

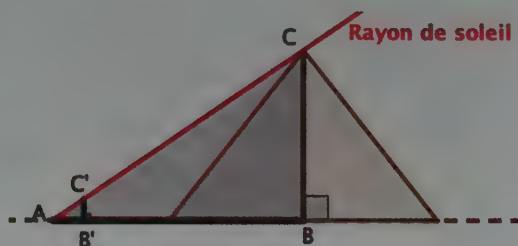
7. 1. À partir du segment $[SU]$, construire un triangle égal au triangle TRI .



2. Reprendre la figure précédente et construire, à partir du segment $[SU]$, trois autres triangles égaux au triangle TRI .

8. D'après la légende, Thalès de Millet, en visite en Égypte, proposa au Pharaon de mesurer la hauteur de la pyramide de Khéops.

Pour cela, il planta un bâton vertical, mesura sa hauteur $B'C'$ et la longueur de son ombre AB' . Puis il mesura la longueur de l'ombre de la pyramide AB .



1. Justifier que l'on peut utiliser de théorème de Thalès dans cette situation.

2. À partir des mesures suivantes, quelle hauteur obtient-on pour la pyramide ? Donner une valeur arrondie au mètre près.

$B'C' = 1,80$ m; $AB' = 2,60$ m; $AB = 214$ m.

9. Dans la figure ci-dessous :

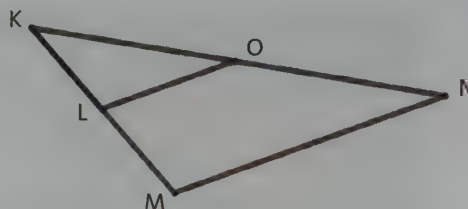
$KL = 2,6$ cm

$KN = 10,2$ cm

$KM = 5,3$ cm

$MN = 7,2$ cm

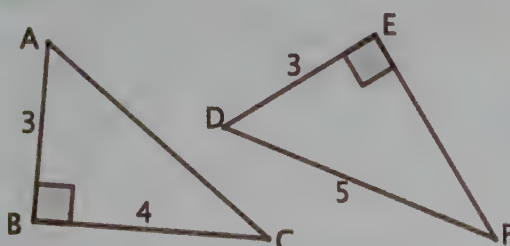
$ON = 3,4$ cm



1. Montrer que les droites (LO) et (MN) sont parallèles.

2. Calculer la longueur LO .

10. Ces deux triangles sont-ils égaux ?



Triangle rectangle et cosinus

OBJECTIF • Savoir calculer un cosinus ou la mesure d'un angle

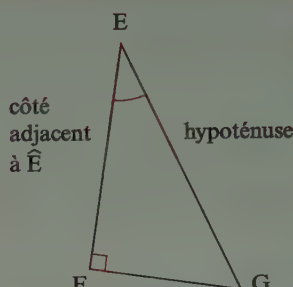
COURS

● Triangle rectangle

EFG est un triangle rectangle en F.

$$\cos \hat{E} = \frac{EF}{EG} \quad \leftarrow \begin{array}{l} \text{côté adjacent à l'angle } \hat{E} \\ \text{hypoténuse} \end{array}$$

$$\text{d'où } EF = \cos \hat{E} \times EG \quad \text{et} \quad EG = \frac{EF}{\cos \hat{E}}$$

 $\cos \hat{E}$ se lit **cosinus** de l'angle $\hat{E}$.

MÉTHODE

● Utiliser une calculatrice pour calculer un cosinus ou un angle

Mettre dans les deux cas la calculatrice en mode degrés.

Exemple : 1. On connaît l'angle $\hat{A}$, on veut calculer $\cos \hat{A}$.

$\hat{A} = 43^\circ$: on tape $\boxed{\cos} \boxed{43}$
 on lit sur l'écran 0.731353701
 on écrit $\cos \hat{A} \approx 0,73$ (arrondi au centième).

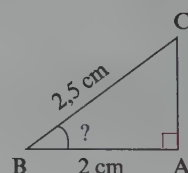
Exemple : 2. On connaît $\cos \hat{A}$, on veut calculer l'angle $\hat{A}$.

$\cos \hat{A} = 0,85$: on tape $\boxed{\cos^{-1}} \boxed{0,85}$ (ou $\boxed{2nd} \boxed{\cos} \boxed{0,85}$ ou $\boxed{INV} \boxed{\cos} \boxed{0,85} \dots$),
 on lit sur l'écran 31.78833061
 on écrit $\hat{A} \approx 32^\circ$ (arrondi à l'unité).

● Utiliser la définition du cosinus

Exemple : 1. ABC est le triangle rectangle représenté ci-contre.Calculer $\cos \hat{B}$ et donner une valeur approchée de $\hat{B}$.

$$\cos \hat{B} = \frac{2}{2,5} = 0,8 \quad \text{d'où} \quad \hat{B} \approx 37^\circ.$$

**Exemple : 2.** MNP est le triangle rectangle représenté ci-dessous.

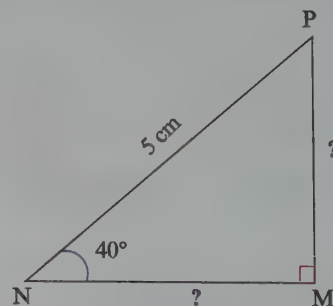
Calculer MN et MP.

● Calcul de MN

$$\cos \hat{N} = \frac{NM}{NP} \quad \text{d'où} \quad \begin{array}{l} NM = NP \times \cos \hat{N} \\ NM = 5 \times \cos 40^\circ \\ NM \approx 3,8 \text{ cm.} \end{array}$$

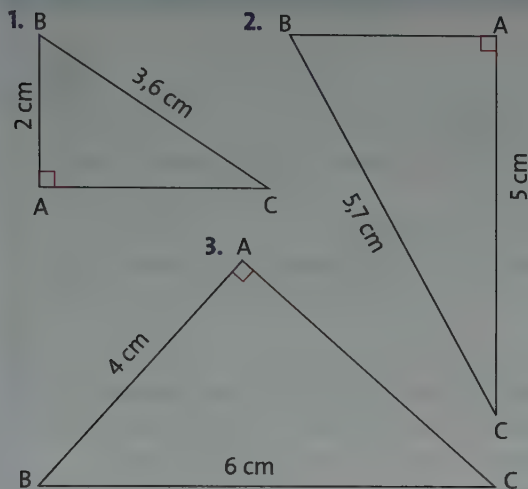
● Calcul de MP

$$\begin{array}{l} \cos \hat{P} = \frac{MP}{NP} \quad \text{d'où} \quad MP = NP \times \cos \hat{P} \\ \text{or} \quad \hat{P} = 90^\circ - 40^\circ = 50^\circ \\ \text{d'où} \quad MP = 5 \times \cos 50^\circ \\ MP \approx 3,2 \text{ cm} \end{array}$$

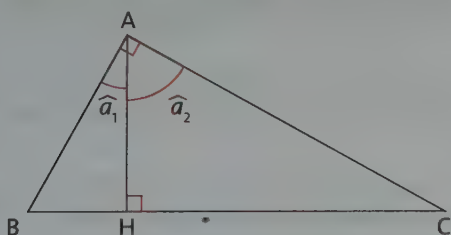


On peut également calculer MP en appliquant le théorème de Pythagore.

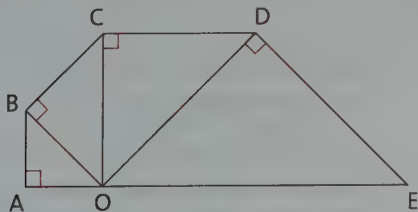
1 * Dans les figures suivantes, calculez $\cos \hat{B}$ et $\cos \hat{C}$, puis donnez une valeur approchée de $\hat{B}$ et de $\hat{C}$.



2 ** Sur la figure ci-dessous :
 $\hat{a}_1 = 29^\circ$ et $AH = 3,1$ cm.
 Déterminez une valeur approchée de :
 AB ; $\hat{B}$; BH ; $\hat{a}_2$; AC ; $\hat{C}$; CH ; BC.



3 ** Tous les triangles de la figure sont rectangles et isocèles et $OA = 1$ cm.



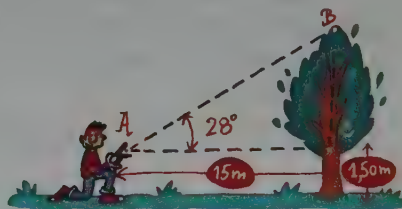
1. Combien mesurent les angles :
 $\hat{AOB}$; $\hat{BOC}$; $\hat{COD}$; $\hat{DOE}$?

2. Donnez une valeur approchée des longueurs :
 OB ; OC ; OD ; OE.

4 ** Un vacancier sur une plage aimerait calculer à quelle distance il se trouve du palmier qu'il voit sur une île au large. $\hat{O}$ est un angle droit, l'angle $\hat{C}$ mesure 32° ; OC mesure 32 m.
 Déterminez CP ; $\hat{P}$; puis PO.



5 ** Combien mesure AB ?
 Combien mesure l'angle $\hat{B}$?
 Combien mesure BC ?
 Quelle est la hauteur de l'arbre ?



6 *** Les deux parties du toit sont des rectangles identiques. Quelle est la surface totale de ce toit ?



7 *** Dans chaque cas, ABC est un triangle rectangle en A. Complétez le tableau.

	a	b	c	d
AB	5 cm	5 cm	5 cm	
AC				3 cm
BC			8 cm	4 cm
$\hat{B}$	30°			
$\hat{C}$		30°		

COURS

OBJECTIF • Connaître et utiliser les propriétés de figures planes usuelles

● Propriétés des triangles

- La somme des mesures des angles d'un triangle vaut 180° .
- Un **triangle isocèle** a un axe de symétrie, deux côtés de même longueur et deux angles de même mesure.
- Un **triangle rectangle** a un angle droit.
- Un **triangle équilatéral** a trois axes de symétrie, trois côtés de même longueur et trois angles de même mesure (60°).

● Propriétés des quadrilatères

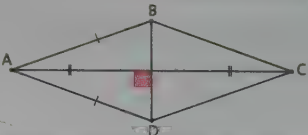
- Un **parallélogramme** est un quadrilatère qui a un centre de symétrie, des côtés opposés parallèles deux à deux, des côtés opposés de même longueur deux à deux, des diagonales qui se coupent en leur milieu, des angles opposés de même mesure deux à deux.
- Un **rectangle** est un parallélogramme qui a deux axes de symétrie qui sont les médiatrices de ses côtés, des diagonales de même longueur et quatre angles droits.
- Un **losange** est un parallélogramme qui a deux axes de symétrie qui sont ses diagonales, quatre côtés de même longueur et des diagonales perpendiculaires.
- Un **carré** est un rectangle qui a quatre côtés de même longueur et des diagonales perpendiculaires.
- Un **carré** est un losange qui a des diagonales de même longueur et quatre angles droits.

MÉTHODE

● Utiliser des propriétés pour construire

Par exemple, un losange est un parallélogramme particulier. Donc pour construire un losange, on peut utiliser toutes les propriétés du parallélogramme et du losange.

Exemple : Construire un losange ABCD tel que $AB = 3 \text{ cm}$ et $BD = 2 \text{ cm}$.

		
On commence par une figure à main levée avec les mesures connues et les codages.	On peut commencer par construire le triangle ABD qui est isocèle en A. On a utilisé la propriété « un losange est un parallélogramme qui a quatre côtés de même longueur ».	On peut placer le point C qui est le symétrique du point A par rapport à la droite (BD). On a utilisé la propriété « un losange est un parallélogramme qui a deux axes de symétrie qui sont ses diagonales ».

● Utiliser des propriétés pour démontrer

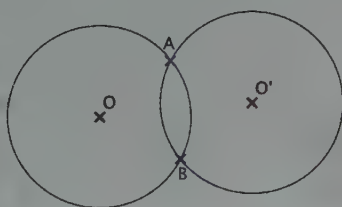
Par exemple, si on veut démontrer qu'un parallélogramme est un losange, on doit prouver qu'il a deux axes de symétrie qui sont ses diagonales **ou** quatre côtés de même longueur **ou** des diagonales perpendiculaires.

Par contre, si on sait qu'un parallélogramme est un rectangle, alors on peut en déduire qu'il a deux axes de symétrie qui sont ses diagonales **et** quatre côtés de même longueur **et** des diagonales perpendiculaires.

1 * Placez trois points A, B et C non alignés.

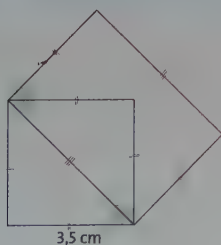
1. En utilisant uniquement le compas et la règle non graduée, placez le point D tel que ABCD est un parallélogramme. Quelle propriété a-t-on utilisée ?
2. En utilisant uniquement l'équerre et la règle non graduée, placez le point E tel que ABEC est un parallélogramme. Quelle propriété a-t-on utilisée ?
3. En utilisant uniquement la règle graduée, placez le point F tel que AFBC soit un parallélogramme. Quelle propriété a-t-on utilisée ?

2 * Sur cette figure, les deux cercles de centre O et O' ont le même rayon. A et B sont leurs points d'intersection.



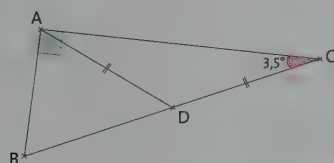
1. Conjecture : quelle semble être la nature du quadrilatère OAO'B ?
2. Démonstration : prouvez cette conjecture.
3. Démontrez que les droites (OO') et (AB) sont perpendiculaires.

3 * Observez attentivement cette figure pendant trente secondes.



Cachez-la et reproduisez-la sur une feuille unie.

4 **



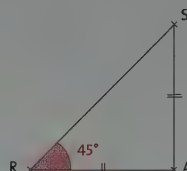
1. Calculez la mesure de chacun des angles de cette figure.
2. Écrivez un programme de construction de cette figure sachant que $AC = 4$ cm.

5 **

1. Construisez un rectangle SAUT de centre O tel que $\widehat{AOU} = 42^\circ$ et $OA = 3$ cm.
2. Tracez le cercle de centre O passant par A.
3. Prouver que les points S, U et T appartiennent à ce cercle.

Remarque On dit que les points S, A, U et T sont **concentriques** ou bien que le cercle est **circonscrit** au rectangle SAUT.

6 **



1. Prouvez que ce triangle est rectangle en A.
2. Reproduisez cette figure et construisez les points R' et S' symétriques respectifs de R et S par rapport au point A.
3. Prouvez que le quadrilatère RSR'S' est un carré.

7 ***

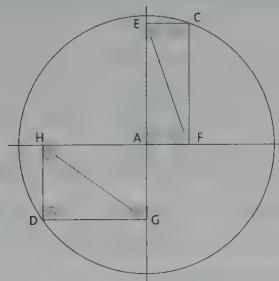
Tracez un segment $[OM_1]$ de 4 cm de longueur.
Pour i allant de 2 à 6
Placez le point M_i par rotation du point M_{i-1} autour du point O d'un angle de 60° .

FinPour
Construisez le polygone $M_1M_2M_3M_4M_5M_6$.

1. Prouvez que le triangle OM_1M_2 est équilatéral.
2. Prouvez que les points M_1 , O et M_4 sont alignés.
3. Prouvez que l'hexagone $M_1M_2M_3M_4M_5M_6$ est régulier.

Remarque Un polygone est régulier si tous ses côtés sont de même longueur et tous ses angles sont de même mesure.

8 *** Les points C et D appartiennent à un même cercle de centre A. Démontrez que $EF = GH$.



6^e

5^e

4^e

3^e

Corrigés

COURS

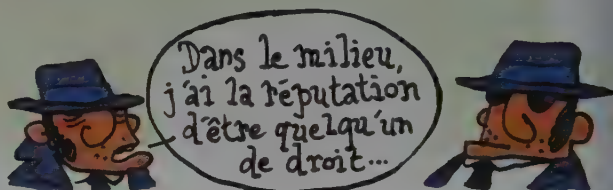
OBJECTIF - Comprendre l'effet d'une translation ou d'une rotation sur une figure

- Une **symétrie axiale** par rapport à une droite (d) transforme un point A en un point A' tel que (d) est la médiatrice du segment $[AA']$.
- Une **symétrie centrale** par rapport à un point O transforme un point A en un point A' tel que O est le milieu du segment $[AA']$.
- Dans une **translation**, tous les points d'une figure sont déplacés dans la même direction (selon des droites parallèles) et d'une même distance.
Exemple : Les droites (AA') , (BB') et (CC') sont parallèles et les longueurs AA' , BB' et CC' sont égales.
- Dans une **rotation** de centre O et d'angle α , tous les points d'une figure se déplacent sur des cercles de centre O selon un même angle et dans le même sens.

Remarque : Une symétrie centrale est une rotation d'un demi-tour.

• Propriétés

Les symétries, les translations et les rotations conservent les longueurs, les mesures des angles et les aires des figures.



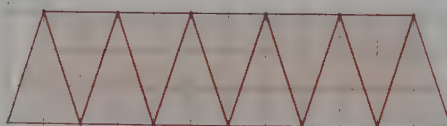
MÉTHODE

• Reconnaître les transformations dans une frise

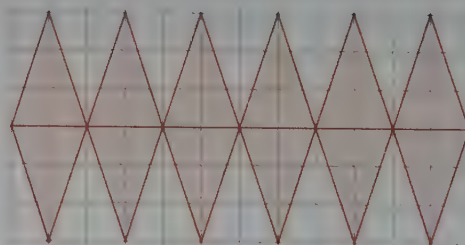
Exemples :



Frise n° 1



Frise n° 2

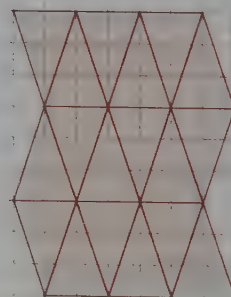


Frise n° 3

Ces trois frises ont le même **motif** (un triangle isocèle). La première peut être construite avec une translation (de direction verticale et vers la gauche et de longueur 2 carreaux), la deuxième avec des rotations (de 180° autour des milieux des côtés du triangle) et la troisième avec une translation (la même que dans la frise n°1) et une symétrie axiale (d'axe vertical).

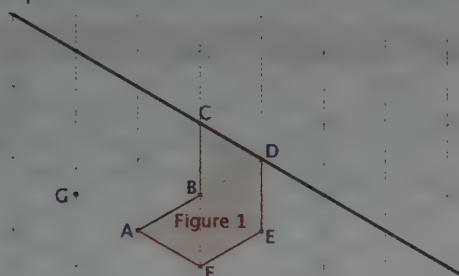
• Reconnaître les transformations dans un pavage

Exemple : Ce pavage est également réalisé à partir du même motif avec des rotations de 180° , des symétries axiales et des translations.



Pavage

1 ★ Dans ce pavage, les triangles sont équilatéraux et superposables.

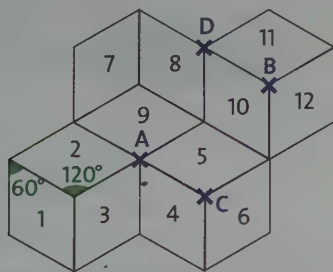


1. Construisez :

- la figure 2, symétrique de la figure 1 par rapport à la droite (CD) ;
- la figure 3, symétrique de la figure 1 par symétrie de centre E ;
- la figure 4, image de la figure 1 par la translation qui transforme F en G ;
- la figure 5, image de la figure 2 par la translation qui transforme F en G.

2. Par quelle transformation passe-t-on de la figure 4 à la figure 5 ?

2 ★



1. Les losanges 4 et 5 sont symétriques par rapport à la droite

2. Le losange 9 est l'image du losange par la translation qui transforme B en A.

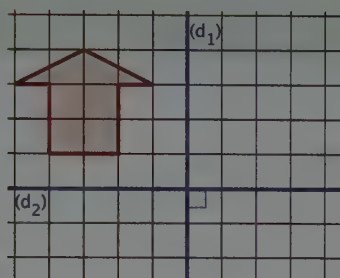
3. Le losange est l'image du losange 10 par la rotation de centre B et d'angle 120° dans le sens horaire.

4. Le losange 6 est l'image du losange 1 par une rotation de centre et d'angle dans le sens anti-horaire.

5. Le losange 10 est l'image du losange 6 par une rotation de centre et d'angle dans le sens anti-horaire.

6. Le motif constitué des losanges 7, 8 et 9 a pour symétrie par rapport à (AB).

3 **



1. Reproduisez cette figure où les droites bleues sont perpendiculaires.

2. Construisez le symétrique du polygone 1 par rapport à la droite (d_1) puis construisez le symétrique du polygone obtenu par rapport à la droite (d_2) .

3. Construisez le symétrique du polygone 1 par rapport au point O.

4. Que constate-t-on ?

4 ***

1. Tracez un carré ABCD de centre O et construisez son image $A'B'C'D'$ par une rotation de centre O et d'angle 45° .

2. Expliquez pourquoi le quadrilatère $A'B'C'D'$ est un carré.

3. Quelle est l'image, par cette rotation, du segment $[AA']$?

4. Déduisez-en que l'octogone obtenu est régulier (tous ses côtés sont de même longueur).

5. Quelle est l'image de cet octogone par une rotation de centre O et d'angle 45° ?

6. Citez au moins deux autres rotations qui ne changent pas l'octogone $AA'BB'CC'DD'$.

COURS

● Les pavés droits

Ils ont 8 sommets, 12 arêtes, 6 faces rectangulaires.

Ils sont définis par leurs 3 dimensions :

longueur, largeur et hauteur.



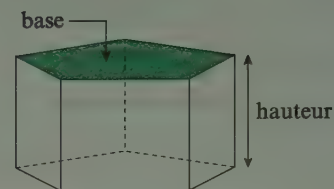
● Les prismes droits

Ils ont :

– 2 bases superposables qui sont des polygones ;

– des faces latérales rectangulaires.

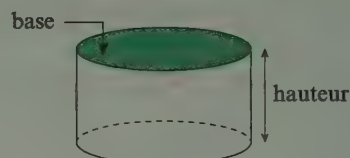
La longueur commune à toutes les faces latérales est appelée la **hauteur** du prisme droit.



● Les cylindres de révolution

Ils ont 2 bases qui sont des disques de même rayon.

La distance entre les 2 bases est appelée la **hauteur** du cylindre.



● Les pyramides

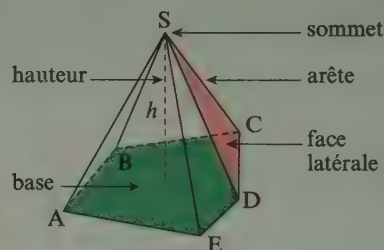
Elles ont :

– une base qui est un polygone ;

– des faces latérales qui sont des triangles ;

– un sommet.

La distance entre le sommet et la base est appelée la **hauteur** de la pyramide.



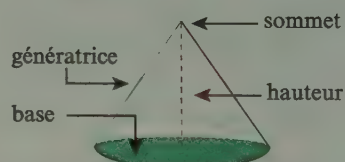
● Les cônes de révolution

Ils ont :

– une base qui est un disque ;

– un sommet.

La distance entre le sommet et la base est appelée la **hauteur** de la pyramide.



MÉTHODE

● Reconnaître le patron d'un solide

Exemple : Le patron ci-contre est celui d'un prisme droit dont la base est un triangle équilatéral de 2 cm de côté et la hauteur est 3,5 cm.

● Dessiner une perspective cavalière à main levée

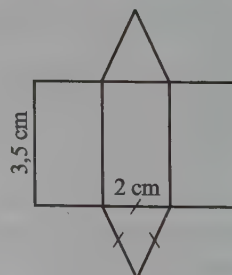
Les règles de la perspective cavalière sont les suivantes :

– les figures situées face à l'observateur sont représentées en vraie grandeur ;

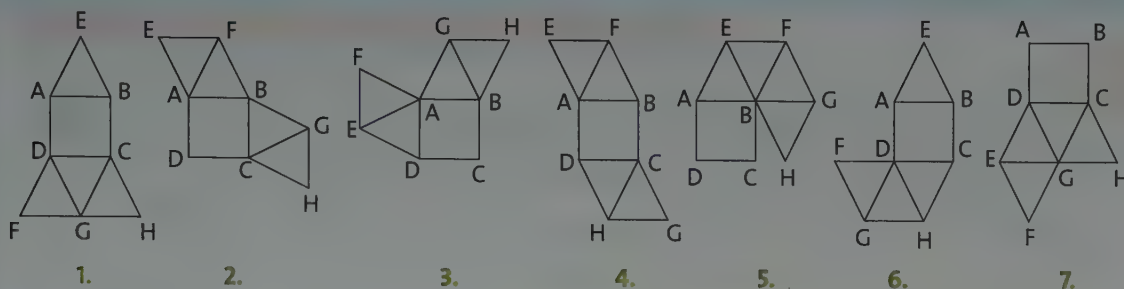
– les arêtes parallèles dans la réalité le sont aussi dans la perspective ;

– les arêtes fuyantes sont plus courtes que dans la réalité ;

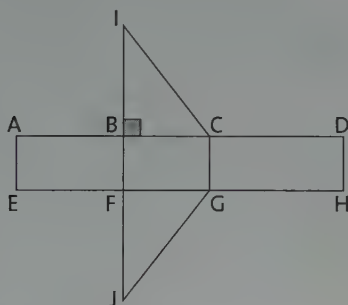
– les arêtes cachées sont en pointillés.



1 * Voici quelques patrons de pyramides à bases carrées. Citez ceux qui donnent réellement une pyramide, et pour ceux-ci, citez les points qui vont coïncider.

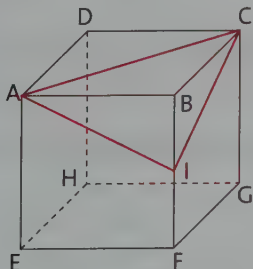


2 * Dans ce patron d'un solide, on a $AB = 2$ cm, $BC = 1,5$ cm et $AE = 1$ cm.



1. Quelle est la nature de ce solide ?
2. Quelle est la hauteur de ce solide ?
3. Quels polygones du patron sont les bases du solide ?
4. Quels polygones du patron sont les faces latérales du solides ?
5. Calculez la longueur IC.
6. Calculez l'aire latérale de ce solide (c'est la somme des aires de ses faces latérales).
7. Calculez l'aire totale de ce solide (c'est la somme des aires de toutes ses faces).

3 ** ABCDEFGH est un cube de côté 12 cm. I est le milieu de [BF]. On considère la pyramide ABCI.



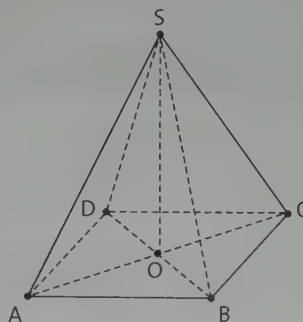
1. Nommez sa hauteur, si la base est BCI.
2. Nommez sa base, si la hauteur est [BI].

3. Calculez AC ; AI et IC.
4. Quelle est la nature du triangle IAC ?
5. Dessinez-en un patron.

4 ** On considère un cylindre de révolution de hauteur 3 cm et de rayon 2 cm.

1. Calculez le périmètre de sa base. Donnez une valeur exacte et une valeur arrondie au mm près.
2. Construisez, découpez et pliez un patron de ce solide.

5 *** La figure ci-dessous représente une pyramide régulière à base carrée en perspective cavalière dont la hauteur est [SO]. $SO = 5$ cm et $DC = 3$ cm.



1. Quelle est la nature des triangles SOA, SOB, SOC et SOD ?
2. Quelle est la nature des triangles SAB, SBC, SCD et SDA ?
3. Tracez le carré ABCD en vraie grandeur.
4. Utilisez la construction précédente pour tracer le triangle SOA en vraie grandeur.
5. Utilisez les constructions précédentes pour faire un patron de cette pyramide.

COURS

OBJECTIF • Se repérer sur une droite, dans le plan ou dans l'espace

● Repérage en une dimension : droite graduée

Sur une droite graduée, un point est repéré par un nombre appelé son **abscisse**.

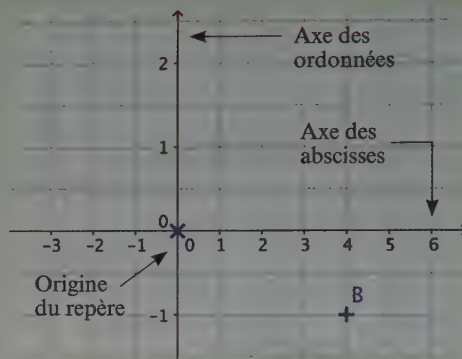
On note « l'abscisse de A est -2 » ou $A(-2)$.

● Repérage en deux dimensions : repère du plan

Dans un repère du plan, un point est repéré par deux nombres appelés son **abscisse** et son **ordonnée**.

Dans cet exemple, on écrit « Les coordonnées du point B sont 4 et -1 » ou « $B(4; -1)$ ».

Le point de coordonnées $(0; 0)$ est appelé l'**origine du repère**.

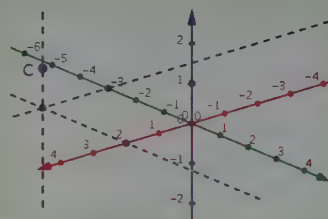


● Repérage en trois dimensions : repère de l'espace

Dans un repère de l'espace, un point est repéré par trois nombres appelés son **abscisse**, son **ordonnée** et son **altitude**.

Dans cet exemple, on écrit « Les coordonnées du point C sont 2, -3 et 1 » ou « $C(2; -3; 1)$ ».

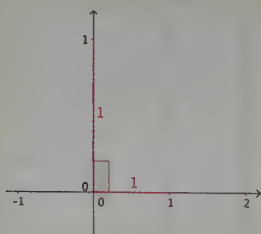
Le point de coordonnées $(0; 0; 0)$ est appelé l'**origine du repère**.



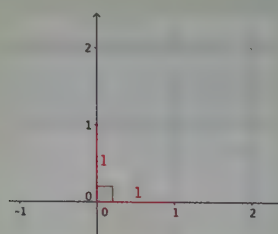
● Vocabulaire

Un repère est **orthogonal** si ses axes sont perpendiculaires entre eux.

Exemple :



Un repère est **orthonormé** si ses axes sont perpendiculaires entre eux et si leurs graduations sont identiques. **Exemple :**



MÉTHODE

● Positionner un point dans un repère

Les coordonnées d'un point dans un repère sont données dans le même ordre : d'abord l'abscisse, puis l'ordonnée, puis éventuellement l'altitude.

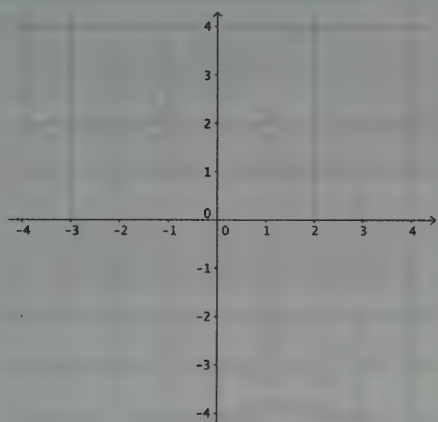
● Lire les coordonnées d'un point dans un repère

Les coordonnées d'un point dans un repère se lisent en traçant des droites parallèles aux axes du repère et passant par ce point. Elles sont toujours données dans le même ordre : d'abord l'abscisse, puis l'ordonnée, puis éventuellement l'altitude.

1 * Tracez une droite graduée et placez les points A(5,5), B(-2,25) et O(0).

1. Placez le point A', symétrique de A par rapport au point O. Quelle est son abscisse ?
2. Placez le point B', symétrique de B par rapport au point O. Quelle est son abscisse ?
3. Rangez les abscisses des points A, B, O, A', B' dans l'ordre croissant.
4. Quelle est la distance entre les points A et B ? A' et B' ? A et B' ?

2 * Placez dans ce repère du plan :

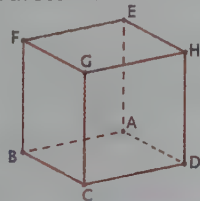


- le point O, origine du repère ;
- les points A(-1 ; 3) et B(2 ; 1).

1. Placez le point A', symétrique de A par rapport à l'axe des ordonnées. Lisez ses coordonnées.
2. Placez le point B', symétrique de B par rapport au point O. Lisez ses coordonnées.
3. Placez le point C au milieu du segment [AB]. Lisez ses coordonnées.
4. Placez le point D qui a la même abscisse que B et la même ordonnée que A.
5. Placez un point dont l'ordonnée est l'opposé de son abscisse.
6. Utilisez le théorème de Pythagore dans le triangle ABD pour calculer la longueur AB.

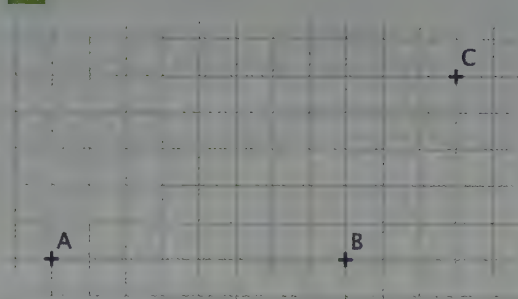
3 ** ABCDEFGH est un cube d'arête 4 cm.

On le place dans un repère de l'espace de telle sorte que A a pour coordonnées (0 ; 0 ; 0), B a pour coordonnées (4 ; 0 ; 0) et G a pour coordonnées (4 ; 4 ; 4).



1. Lisez les coordonnées des autres sommets du cube.
2. Nommez la face de ce cube dont tous les points ont une abscisse nulle.
3. Nommez les arêtes de ce cube dont tous les points ont pour ordonnée 4.
4. Quels sommets de ce cube ont une altitude nulle ?
5. Le point (4 ; 2 ; 2) est le centre d'une face de ce cube. Laquelle ?

4 **



1. Reproduisez, sur une feuille quadrillée, cette figure. Tracez un repère orthonormé dans lequel A a pour coordonnées -2,5 et -2 et C a pour coordonnées 3 et 0,5.
2. Quelles sont les coordonnées du point B dans ce repère ?
3. Placez, dans ce repère, le point D tel que ABCD est un parallélogramme. Lisez les coordonnées du point D.
4. Placez, dans ce repère, le point E tel que ABEC est un parallélogramme. Lisez les coordonnées du point E.
5. Placez, dans ce repère, le point F tel que AFBC est un parallélogramme. Lisez les coordonnées du point F.

5 ***

Dans un repère orthonormé de l'espace, on a les points suivants :

A(0 ; 0 ; 0) ; B(3 ; 0 ; 0) ; C(3 ; 0 ; 2) ; D(0 ; 0 ; 2) ; E(0 ; 4 ; 0) ; F(3 ; 4 ; 0) ; G(3 ; 4 ; 2) ; H(0 ; 4 ; 2).

1. a. Quelle est la nature du solide ABCDEFGH ?
b. Quelles sont les dimensions de ce solide ?
2. a. Quelle est la nature du solide ABCEFG ?
b. Quelle est la hauteur de ce solide ?
3. a. Quelle est la nature du solide ADHEB ?
b. Quelle est la hauteur de ce solide ?
c. Quelle est la base de ce solide ?

OBJECTIF • Reconnaître ou utiliser une situation de proportionnalité

COURS

● Reconnaître une situation de proportionnalité

Dans une station-service, 1 litre d'essence sans plomb 98 est vendu 1,12 €.

Ainsi, si x est le nombre de litres achetés et y le prix payé, alors $y = 1,12 x$.

x et y sont proportionnels.

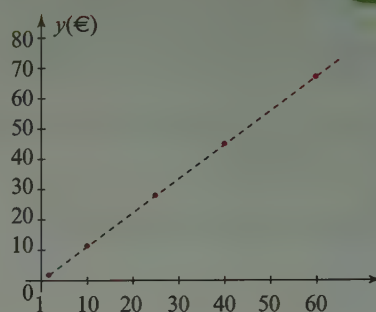
Cette situation est représentée par :

● un graphique (ci-contre)

Les points sont alignés avec l'origine du repère.

● un tableau

x (L)	1	10	25	40	60
y (€)	1,12	11,2	28	44,8	67,2



● Utiliser un produit en croix

La taxe sur les produits pétroliers est proportionnelle à la quantité achetée. Elle représente 19,11 € pour un montant total de 24,50 €. Donc, pour un montant total de 54 €, elle représente la somme x telle que :

$$\frac{x}{54} = \frac{19,11}{24,50} \quad \text{d'où} \quad 24,50 \times x = 19,11 \times 54 = \frac{19,11 \times 54}{24,50}$$

donc $x = 42,12$ €.



MÉTHODE

● Calculer une 4^e proportionnelle

Les méthodes de calcul, dans une situation de proportionnalité, sont nombreuses.

Exemple : Une fontaine débite régulièrement 30 litres en 2 minutes. Combien débite-t-elle en 4 minutes ? en 5 minutes ? en 6 minutes ? en 11 minutes ? en 18 minutes ?

Durée (en min)	2	4	5	6	11	18
Volume d'eau écoulée (en L)	30	a	b	c	d	e

Relation de linéarité multiplicative : 4 est le double de 2, donc a est le double de 30. Donc $a = 60$ L.

Passage par l'unité : 2 correspond à 30 donc 1 correspond à 15 et donc 5 correspond à $5 \times 15 = 75$. Donc $b = 75$ L.

La « règle de trois » revient au même mais en une seule étape : $30 \div 2 \times 5 = 75$ L.

Linéarité additive : $6 = 2 + 4$ donc 6 correspond à $30 + 60$. Donc $c = 90$ L.

Coefficient de proportionnalité : il vaut $\frac{30}{2} = 15$ car $2 \times \frac{30}{2} = 30$. Donc $d = 11 \times 15 = 165$ L.

Égalité des quotients : $\frac{2}{30} = \frac{18}{e}$ donc $e = 30 \times 9 = 270$ L.

1 * Tous ces tableaux sont des tableaux de proportionnalité. Calculez mentalement les nombres manquants.

3	24
7	<i>a</i>

5	<i>b</i>
20	32

10	1	3
14	<i>c</i>	<i>d</i>

2	7	9
1,2	4,2	<i>e</i>

2 * Une carte est publiée avec l'indication : « échelle : 1 : 200 000 » ; ce qui signifie que 1 cm sur la carte représente 200 000 cm = 2 km en réalité.

1. Il y a 15 km d'Aurillac à Vic-sur-Cère : quelle sera cette distance sur la carte ?

.....

.....

.....

2. La route de Polminhac à Arpajon mesure 4,6 cm sur la carte. Quelle est la distance réelle ?

.....

.....

.....

3. Que deviendraient ces deux distances sur une carte au 1 : 100 000^e et au 1 : 25 000^e ?

.....

.....

.....

3 ** Une voiture consomme en moyenne 8 litres d'essence pour parcourir 100 km.

1. Quelle est sa consommation pour une distance de 300 km ; 80 km ; 125 km ; 1 km ?

2. Quelle distance peut-elle parcourir avec 32 litres d'essence ; 12 L ; 50 L ?

3. Si q est la quantité d'essence consommée pour parcourir la distance d , déterminez le nombre k tel que $q = k \times d$.

4 ** 1. Un dollar vaut environ 0,82 €. Combien valent 5 dollars en € et 14,5 € en dollars ? Déterminez le nombre k tel que $1 € = k$ dollars (arrondir au centième).

2. Martine déclare : « Pour convertir les euros en dollars, c'est simple : on multiplie par 12 et on divise par 10 » (c'est une valeur approchée). A-t-elle raison ? Peut-on formuler une phrase analogue pour convertir les dollars en euros ?

.....

.....

.....

.....

.....

5 ** Dans le collège La Ponétie, chaque élève est inscrit à une activité : tennis ou gymnastique. Il y a 135 élèves inscrits au tennis, dont 66 % de garçons ; et 405 élèves inscrits à la gymnastique, dont 20 % de garçons.

1. Remplissez le tableau ci-après en donnant les effectifs de chaque groupe (arrondir au plus proche entier) :

	Tennis	Gym	Total
Garçons			
Filles			
Total	135	405	

2. Quel est le pourcentage de garçons au collège La Ponétie ?

3. Quel est le pourcentage de gymnastes au collège La Ponétie ?

6 *** $1 \text{ km/h} = 1\,000 \text{ m/h} =$
 $1\,000 \text{ m}/60 \text{ min} \approx 16,7 \text{ m/min}.$

1. Reproduisez le raisonnement ci-dessus pour exprimer : 1 km/min en m/s, puis 1 km/h en m/s, puis 1 m/s en km/h.

2. Convertissez 50 km/h en m/min et 130 km/h en m/s. La vitesse du son est d'environ 340 m/s. Quelle est-elle en km/h ?

7 *** Bernard doit faire réviser sa voiture au garage, situé à 30 km de chez lui. Il embarque son vélo dans le coffre.

1. De son domicile au garage, il roule à 75 km/h en moyenne. Quelle est la durée de ce trajet aller, en minutes ?

2. Le trajet retour, à vélo, s'effectue à la vitesse moyenne de 20 km/h. Quelle en est la durée, en minutes ?

3. Quelle est la distance totale parcourue par Bernard ? Combien de temps a-t-il mis, au total ? Déduisez-en la vitesse moyenne de Bernard sur l'ensemble du trajet.

4. Patricia pense que l'on obtient le même résultat en effectuant la moyenne des deux vitesses moyennes de Bernard (voiture et vélo) : effectuez le calcul et comparez le résultat à celui du 3.

.....

.....

.....

.....

.....

COURS

OBJECTIF • Calculer avec des grandeurs mesurables : exprimer les résultats avec des unités adaptées

● Périmètre, aire et volume

- Le **périmètre** d'une figure fermée est la longueur de son contour. Elle se mesure en mètres (m).
- L'**aire** d'une figure fermée est la mesure de la surface qu'elle occupe. Elle se mesure en mètres carrés (m^2) : $1 m^2$ est l'aire d'un carré d'1 m de côté.
- Le **volume** d'un solide est la mesure de l'espace qu'il occupe. Il se mesure en mètres cubes (m^3) : $1 m^3$ est le volume d'un cube d'1 m d'arête.

● Grandeurs quotients

Exemple : La **vitesse moyenne** d'un mobile en déplacement est le quotient de la distance parcourue par la durée du déplacement. Elle peut s'exprimer en kilomètres par heure (km/h ou $km \cdot h^{-1}$) ou en mètres par seconde (m/s ou $m \cdot s^{-1}$).

● Changements d'unité

Un changement d'unité est une situation de proportionnalité. Par exemple, pour convertir 1,52 m en dm il faut savoir que $1 m = 10 dm$. Donc $1,52 m = 15,2 dm$. En effet, si on prend une unité 10 fois plus petite, alors on doit prendre un nombre 10 fois plus grand pour exprimer une même mesure.

- **Pour les aires :** $1 m^2 = 1 m \times 1 m = 10 dm \times 10 dm$ donc $1 m^2 = 100 dm^2$.
- **Pour les volumes :**
 $1 m^3 = 1 m \times 1 m \times 1 m = 10 dm \times 10 dm \times 10 dm$ donc $1 m^3 = 1 000 dm^3$.
- **Pour les vitesses moyennes :** $1 km/h = \frac{1 km}{1 h} = \frac{1 000 m}{3 600 s} = \frac{1 000}{3 600} m/s \approx 0,3 m/s$.

MÉTHODE

● Appliquer des formules

Exemple : On veut calculer l'aire latérale et le volume d'une boîte de conserve de forme cylindrique. Son rayon est 4,5 cm et sa hauteur est 10,7 cm.

- **Aire latérale :** $\mathcal{A}_\ell = \text{périmètre de la base} \times h = 2\pi r h$
- **Volume :** $V = \text{aire de la base} \times h = \pi r^2 h$

On en déduit que :

$$\begin{array}{ll} \mathcal{A}_\ell = 2\pi \times 4,5 \text{ cm} \times 10,7 \text{ cm} & \text{et} \quad V = \pi \times (4,5 \text{ cm})^2 \times 10,7 \text{ cm} \\ \mathcal{A}_\ell = 96,3\pi \text{ cm}^2 \text{ (valeur exacte)} & V = 216,675\pi \text{ cm}^3 \text{ (valeur exacte)} \\ \mathcal{A}_\ell \approx 303 \text{ cm}^2 \text{ (arrondi au cm}^2 \text{ près)} & V \approx 681 \text{ cm}^3 \text{ (arrondi au cm}^3 \text{ près)} \end{array}$$

● Calculer des vitesses moyennes, des distances et des durées

Lorsqu'un mobile effectue un déplacement d'une distance d en un temps t , on peut calculer sa vitesse moyenne $v = \frac{d}{t}$. Si on connaît v et t , on peut calculer $d = vt$. Si on connaît v et d , on peut calculer $t = \frac{d}{v}$.

Attention ! Pour appliquer ces formules, il faut savoir convertir une durée en écriture décimale.

Exemple : Pour convertir 2 h 18 min en h : $18 \text{ min} = \frac{18}{60} h = \frac{3}{10} h = 0,3 h$ donc $2 h 18 \text{ min} = 2,3 h$.

1 * Calculez mentalement.

1. L'aire d'un carré de côté 11 m.
2. Le périmètre d'un rectangle de 3,2 cm par 6,1 cm.
3. L'aire d'un triangle de hauteur 12 cm et de base 5 cm.
4. L'aire d'un parallélogramme de hauteur 12 cm et de base 5 cm.
5. Le volume d'un cube de 3 cm d'arête.
6. Le volume d'un pavé droit de 6 m par 3 m par 10 m.
7. La longueur d'un cercle de 5 mm de rayon (arrondie au mm près).
8. L'aire d'un disque de 10 m de rayon (arrondie au m^2 près).

2 ** Calculez avec des formules les volumes des figures de la page 133.

1. Le prisme droit de l'exercice **2**.
2. La pyramide ABCI de l'exercice **3**.
3. Le cylindre de révolution de l'exercice **4** (arrondi au cm^3 près).
4. La pyramide de l'exercice **5**.

3 ** Un robot a été programmé pour avancer à vitesse constante en effectuant 1 tour de roue par seconde pendant 5 secondes. Ses roues sont des cylindres de diamètre 66 mm et de hauteur 40 mm.

1. Quelle est la vitesse moyenne de ce robot lors de ce déplacement ? Exprimez le résultat en m/s et en m/min.
2. Combien de temps lui faudrait-il pour parcourir 25 m à cette vitesse ?

4 ** Effectuez les calculs suivants et répondez à la question 5.

1. a. Le périmètre et l'aire d'un carré de côté 5 cm.
b. Le périmètre et l'aire d'un carré 2 fois plus grand.
2. a. L'aire d'un triangle de hauteur 3 cm et de base 9 cm.
b. L'aire d'un triangle trois fois plus petit.
3. a. Le périmètre et l'aire d'un disque de rayon 1 m (valeurs exactes).
b. Le périmètre et l'aire d'un disque 1,5 fois plus grand (valeurs exactes).
4. a. Le volume d'un cube d'arête 50 cm.
b. Le volume d'un cube 10 fois plus petit.

5. Par définition, on obtient un agrandissement ou une réduction d'une figure en multipliant toutes ses dimensions (longueur, largeur, hauteur, rayon, etc.) par un même facteur k non nul.

- a. Par quel facteur sont alors multipliées les aires ?
- b. Même question pour les volumes.

5 ***

La pyramide de Khéops ou grande pyramide de Gizeh est un monument construit par les Égyptiens de l'Antiquité, formant une pyramide à base carrée. Tombeau présumé du pharaon Khéops, elle fut édifée il y a plus de 4 500 ans, sous la IV^e dynastie, au centre du complexe funéraire de Khéops se situant à Gizeh en Égypte. Elle est la plus grande des pyramides de Gizeh.

Si elle est la seule des sept merveilles du monde de l'Antiquité à avoir survécu jusqu'à nos jours, elle est également la plus ancienne. Durant des millénaires, elle fut la construction humaine de tous les records : la plus haute, la plus volumineuse et la plus massive.

Source : Wikipédia

Le côté de la base de cette pyramide mesure environ 230 m alors que sa hauteur est d'environ 137 m.

A. La pyramide

1. Calculez le périmètre et l'aire de la base de cette pyramide ?
2. Calculez le volume de cette pyramide.
3. Sachant que la masse volumique du calcaire est d'environ $2\,400\text{ kg/m}^3$, donnez un ordre de grandeur de la masse de cette pyramide.

B. Une maquette

On veut fabriquer une maquette de la pyramide de Khéops de telle sorte que le côté de la base de la maquette mesure 23 cm.

1. Calculez la hauteur de cette maquette.
2. Calculez le périmètre de sa base.
3. Calculez son volume.
4. a. Quelle est l'échelle de cette maquette ?
b. Par quel coefficient faut-il diviser la longueur du côté de la base de la pyramide pour obtenir celle de la maquette ?
c. Même question pour la hauteur de la pyramide et pour le périmètre de sa base.
d. Même question pour l'aire de sa base.
e. Même question pour son volume.

COURS

OBJECTIF • Calculer moyenne, médiane et étendue d'une série statistique

● Moyenne, médiane, étendue

● La **moyenne** d'une série statistique est la valeur unique que devraient prendre toutes les valeurs de la série pour que leur total soit inchangé.

On a donc la formule : $\text{moyenne} = \frac{\text{somme des valeurs}}{\text{nombre de valeurs}}$

● La **médiane** d'une série statistique est une valeur qui sépare la série en deux parties de mêmes effectifs.

Remarque La moyenne et la médiane sont des **critères de position**. Contrairement à la moyenne, la médiane dépend peu des valeurs extrêmes.

Par exemple : ces deux séries de valeurs ont la même médiane mais pas la même moyenne :

Série 1 : 15 ; 16 ; 17 ; 18 ; 19

La médiane est la 3^e valeur, donc 17.

La moyenne est :

$$\frac{15 + 16 + 17 + 18 + 19}{5} = \frac{84}{5} = 16,8.$$

Série 2 : 15 ; 16 ; 17 ; 18 ; 100

La médiane est la 3^e valeur, donc 17.

La moyenne est :

$$\frac{15 + 16 + 17 + 18 + 100}{5} = \frac{165}{5} = 33.$$

MÉTHODE

● Calculer une moyenne en connaissant les effectifs

Exemple : Résultats d'un contrôle de maths dans une classe de 4^e.

Dans cet exemple, il y a 3 élèves qui ont eu 8, 7 qui ont eu 9, etc.

La moyenne de cette série est donc :

$$\frac{3 \times 8 + 7 \times 9 + 10 \times 10 + 8 \times 12 + 4 \times 13}{32} = \frac{335}{32} \approx 10,5.$$

Note	8	9	10	12	13
Effectif	3	7	10	8	4

● Calculer une médiane

On doit d'abord ranger les valeurs de la série dans l'ordre croissant.

Exemple 1 : Émilie chronomètre le temps qu'elle met pour venir au collège le matin pendant une semaine.

Elle obtient les valeurs suivantes, en minutes : 17 ; 12 ; 15 ; 14 ; 20.

Dans l'ordre croissant : 12 ; 14 ; 15 ; 17 ; 20.

Il y a 5 temps. C'est donc la 3^e valeur qui va séparer la série en deux parties de deux valeurs ($5 = 2 \times 2 + 1$). La médiane est donc **15 min.**

Exemple 2 : Émilie ajoute les temps mesurés sur une deuxième semaine.

Elle obtient 20 ; 12 ; 12 ; 19 ; 16. On a alors une série de 10 valeurs.

Dans l'ordre croissant : 12 ; 12 ; 12 ; 14 ; 15 ; 16 ; 17 ; 19 ; 20 ; 20.

La médiane est une valeur comprise entre la 5^e valeur (15) et la 6^e (16). Toute valeur comprise entre 15 et 16 est donc une médiane. Par habitude, on choisit **15,5 min.**

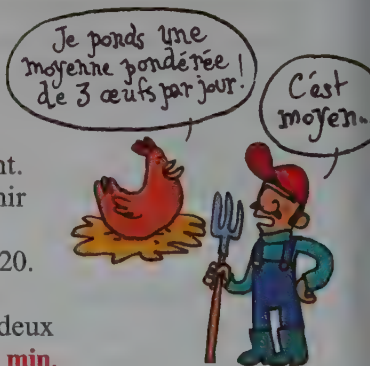
● Calculer avec un tableur

On peut utiliser les formules « =MOYENNE(série) », « =MEDIANE(série) ».

Dans cet exemple :

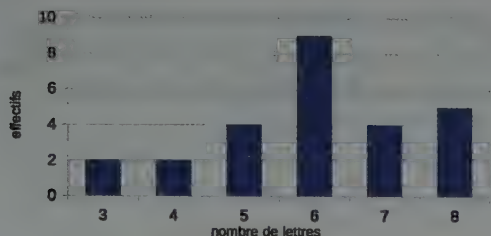
- dans la cellule C3 : « =MOYENNE(A2:A8) »,
- dans la cellule C5 : « =MEDIANE(A2:A8) ».

	A	B	C
1	Tailles des élèves (en cm)		
2	138		
3	142		
4	172		
5	150		
6	141		
7	138		
8	168		
		Moyenne :	149,9
		Médiane :	142



1 ^{*} On a demandé à un groupe d'élèves de compter le nombre de lettres dans leurs prénoms.

1. Les résultats sont présentés dans ce diagramme en colonnes :



Calculez la moyenne et la médiane de cette série.

2. Lors de ce sondage, une élève, Marie-Amélie, était absente. Calculez la moyenne et la médiane de cette série en prenant en compte les 11 lettres de son prénom. Comparez avec les résultats de la question 1.

2 ^{*} 1. À la sortie d'un magasin d'alimentation, on a demandé à 250 personnes combien de fois par semaine elles venaient dans ce magasin. Leurs réponses ont été regroupées dans un tableau.

Nombre	1	2	3	4	5
Effectif	30	70	110	30	10

Calculez la moyenne et la médiane de cette série.

2. On leur a également demandé combien de temps elles passaient dans ce magasin à chaque fois. Les données ont été regroupées en classes d'amplitude 15 min.

t (min)	$0 \leq t < 15$	$15 \leq t < 30$	$30 \leq t < 45$	$45 \leq t < 60$
Effectif	20	80	120	30

En prenant les valeurs centrales de chaque classe (7,5 min pour la première), calculez une valeur approchée de la moyenne de cette série.

3 ^{*} Le dioxyde de carbone (CO_2) est un gaz à effet de serre qui contribue au réchauffement climatique.

Ce tableau montre l'évolution des émissions de CO_2 de la France, en tonnes par habitant, entre 1990 et 2010.

	A	B	C	D	E	F
1	Année	1990	1995	2000	2005	2010
2	Emissions de CO_2 (en t/hab.)	7,04	6,8	6,19	6,43	5,75

1. Reproduisez ce tableau dans un tableur.

2. Quelle formule faut-il écrire pour calculer la moyenne de cette série ? Sa médiane ? Quelles sont les valeurs obtenues ?

4 ^{**} Reprenez le tableur de l'exercice précédent et ajoutez l'année 2015 dans la colonne G. Modifiez la formule de la moyenne pour prendre en compte l'année 2015.

	A	B	C	D	E	F	G
1	Année	1990	1995	2000	2005	2010	2015
2	Emissions de CO_2 (en t/hab.)	7,04	6,8	6,19	6,43	5,75	

1. Complétez la cellule G2 avec plusieurs valeurs jusqu'à trouver la réponse à la question : quelle quantité de CO_2 par habitant la France devrait émettre en 2015 pour que la moyenne, entre 1990 et 2015, soit de 6,1 t/hab ?

2. Quelle serait alors la médiane de cette nouvelle série ?

5 ^{**} Une enquête portant sur le nombre d'employés des commerces d'une ville de province a donné les résultats suivants :

Nombre d'employés	1	2	3	4	5
Nombre de commerces	8	37	22	6	2

1. Calculez la moyenne de cette série statistique. À quoi correspond-elle ?

2. Calculez la médiane de cette série statistique. À quoi correspond-elle ?

3. Faites un tableau représentant la proportion en pourcentage, des commerces en fonction du nombre d'employés.

6 ^{**} Madame Roussignol a demandé à tous les élèves de ses 3 classes de 4^e le temps qu'ils passaient devant des écrans chaque jour. Elle a obtenu les résultats suivants, en minutes :

4^e1 : 30 ; 120 ; 100 ; 130 ; 40 ; 100 ; 150 ; 75 ; 150 ; 150 ; 170 ; 250 ; 265 ; 160 ; 270 ; 215 ; 235 ; 233.

4^e2 : 15 ; 120 ; 120 ; 140 ; 140 ; 180 ; 15 ; 110 ; 120 ; 135 ; 135 ; 10 ; 5 ; 90 ; 60 ; 125 ; 140 ; 125 ; 35 ; 60 ; 180 ; 180 ; 240 ; 210 ; 180 ; 185 ; 200 ; 185 ; 210 ; 150 ; 75 ; 110.

4^e3 : 190 ; 45 ; 240 ; 235 ; 55 ; 185 ; 130 ; 190 ; 90 ; 165 ; 170 ; 150 ; 150 ; 230 ; 185 ; 110 ; 125 ; 150 ; 230 ; 160 ; 135 ; 270 ; 135 ; 160 ; 170.

1. Pour chacune des trois classes, calculez la moyenne et la médiane.

2. Comparez les valeurs obtenues.

7 ^{***} Paul a eu 4 notes en maths ce trimestre : 13 ; 9 ; 14 et 12.

Toutes ces notes sont sur 20 coefficient 1.

Son professeur annonce qu'il reste une évaluation avant la fin du trimestre : la note sera sur 20 coefficient 2.

Quelle note doit obtenir Paul pour avoir 13,5 de moyenne ?

OBJECTIF • Comprendre et utiliser des notions élémentaires de probabilité

COURS

● Vocabulaire

Une **expérience aléatoire** est une expérience dont l'**issue** (le résultat obtenu) n'est pas prévisible. Un **événement** est un ensemble de plusieurs issues.

Exemple : lancer un dé à 6 faces est une **expérience aléatoire**. Les issues de cette expérience sont « obtenir un 1 », « obtenir un 2 », « obtenir un 3 », « obtenir un 4 », « obtenir un 5 » et « obtenir un 6 ». « Obtenir un nombre pair » est un **événement possible**.

● Définitions

La **probabilité** d'un événement est un nombre compris entre 0 et 1 qui indique les chances que l'événement se produise. Lorsque toutes les issues d'une expérience aléatoire ont la même probabilité, on dit qu'elles sont **équiprobables**.

Exemple : lors d'un lancer de dé équilibré à 6 faces, chaque issue a une probabilité de « 1 chance sur 6 », donc $\frac{1}{6}$. Lorsqu'on tire au hasard une boule dans une urne contenant 1 boule rouge et 3 boules vertes il y a 2 issues possibles : « obtenir une boule rouge » avec une probabilité de $\frac{1}{4}$ et « obtenir une boule verte » avec une probabilité de $\frac{3}{4}$.

● Propriétés

La somme des probabilités de toutes les issues d'une expérience aléatoire est égale à 1. La probabilité d'un **événement certain** est $1 = 100\%$. La probabilité d'un **événement impossible** est 0.

La somme de la probabilité d'un événement et de la probabilité de son **contraire** vaut 1.

Exemple : lors d'un lancer de dé équilibré à 6 faces, l'événement « obtenir un nombre inférieur ou égal à 6 » est **certain**. Sa probabilité vaut 1. L'événement « obtenir un nombre supérieur à 6 » est **impossible**. Sa probabilité vaut 0. Le **contraire** de l'événement « obtenir un 4 » est « obtenir un nombre différent de 4 ». Sa probabilité est $\frac{5}{6}$ car $\frac{5}{6} + \frac{1}{6} = \frac{6}{6} = 1$.

MÉTHODE

● Calculer la probabilité d'un événement

La probabilité d'un événement est égale à la somme des probabilités des issues qui le composent.

Exemple : une urne contient 3 boules numérotées « 1 », 2 boules numérotées « 2 » et 1 boule numérotée « 3 ». On tire au hasard une boule dans cette urne.

Soit A l'événement « obtenir un numéro impair ». Cet événement est composé de deux issues : « obtenir une boule numérotée « 1 » » et « obtenir une boule numérotée « 3 » ». La probabilité de l'événement A est donc la somme des probabilités de ces deux issues :

$$P(A) = \frac{3}{6} + \frac{1}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} \approx 17\%.$$

● Calculer la probabilité d'un événement en cas d'équiprobabilité

Dans le cas d'une expérience équiprobable, la probabilité d'un événement est égal au quotient $\frac{\text{nombre d'issues qui réalisent l'événement}}{\text{nombre total d'issues}}$.

Exemple : on tire au sort une carte dans un jeu de 32 cartes. Chaque carte est une issue qui a la même probabilité : $\frac{1}{32}$. Soit V l'événement « obtenir un valet ». Il est réalisé par 4 issues (il y a 4 valets dans le jeu). Sa probabilité est donc $\frac{4}{32} = 0,125 = 12,5\%$.

1 * Calculez mentalement les probabilités.

1. On lance une pièce équilibrée. Quelle est la probabilité d'obtenir un pile ? Un face ? Ni pile ni face ? Pile ou face ?

2. On tire au hasard une boule dans une urne qui contient 3 boules rouges et 6 boules bleues. Quelle est la probabilité d'obtenir une boule rouge ? Une boule bleue ? Une boule verte ?

3. Une classe est constituée de 17 garçons et de 20 filles. Le professeur choisit un élève au hasard pour passer au tableau. Quelle est la probabilité que l'élève choisi soit un garçon ? Une fille ?

4. On lance un dé équilibré à 6 faces. Quelle est la probabilité d'obtenir un 2 ? Un nombre impair ? Un nombre supérieur ou égal à 5 ? Un multiple de 3 ? Un nombre négatif ? Un nombre entier ?

2 * 1. On dispose deux urnes : dans la première, il y a 5 boules bleues, 1 boule rouge et 3 boules blanches ; dans la deuxième, il y a 18 boules bleues, 4 boules rouges et 9 boules blanches. Dans laquelle de ces deux urnes a-t-on le plus de chances de tirer une boule bleue ?

2. On mélange les contenus des deux urnes précédentes dans une même urne.

a. Quelle est la probabilité de tirer une boule bleue ?

b. Quel est l'événement contraire de l'événement « tirer une boule bleue » ? Calculez sa probabilité.

c. Quelle est la probabilité de tirer une boule rouge ?

d. Quelle est la probabilité de tirer une boule bleue ou une boule rouge ?

3 * Alain a un jeu de 32 cartes (du 7 à l'as), Bérénice a un jeu de 52 cartes (du 2 à l'as).

1. Ils tirent tous les deux une carte au hasard. Calculez, pour chacun d'eux, la probabilité qu'ils tirent :

a. un trèfle ;

b. un as ;

c. un 5.

2. Alain et Bérénice mélangent ensemble leurs jeux de cartes puis ils tirent une carte au hasard. Calculez la probabilité qu'ils tirent :

a. un trèfle ;

b. un as ;

c. un 5.

4 ** Une urne contient uniquement des boules bleues, des boules rouges et des boules vertes. On sait que :

- la probabilité de tirer une boule bleue est de $\frac{1}{8}$;
- la probabilité de tirer une boule rouge est de $\frac{3}{8}$;
- il y a 8 boules vertes.

1. Quelle est la probabilité de tirer une boule verte ?

2. Combien y a-t-il de boules bleues ?

3. Combien y a-t-il de boules rouges ?

5 ** On lance une pièce truquée : le pile sort 4 fois plus souvent que le face.

1. Quelle est la probabilité d'obtenir un pile avec cette pièce ?

2. Quelle est la probabilité d'obtenir un face avec cette pièce ?

6 ** La roulette est un jeu de hasard dans lequel on lance une bille qui s'arrête, de manière aléatoire, dans une des 37 encoches numérotées et colorées. Le numéro 0 est vert. Parmi les autres numéros il y en a 18 rouges et 18 noirs.



On considère les événements suivants :

P : le numéro est pair.

I : le numéro est impair.

R : la couleur est rouge.

N : la couleur est noire.

V : la couleur est verte.

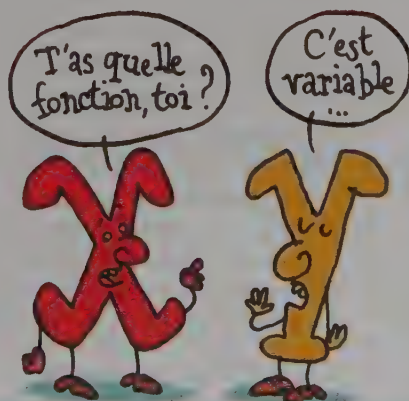
1. Calculer la probabilité des événements P, I, R, N et V.

2. Un joueur peut parier sur l'événement « obtenir un numéro entre 1 et 18 ». Calculer sa probabilité.

3. Calculer la probabilité que la bille s'arrête dans une encoche noire avec un numéro pair.

Maths 3^e

1	Arithmétique	146	16	Trigonométrie	176
2	Fractions	148	17	La sphère	178
3	Puissances	150	18	Agrandissements et réductions	180
4	Inéquations	152	19	Triangles semblables Cas d'égalité des triangles	182
5	Problèmes à une inconnue ...	154	20	Transformations : les translations et les rotations	184
6	Développements	156	21	Transformations : les homothéties	186
7	Factorisations	158	22	Algorithmes et programmes	188
8	Les statistiques : la moyenne	160		Formulaire	190
9	Les statistiques : la médiane et l'étendue	162			
10	Probabilités	164			
11	Fonctions	166			
12	Fonctions linéaires	168			
13	Fonctions affines	170			
14	Théorème de Thalès	172			
15	Réciproque du théorème de Thalès	174			



COURS

OBJECTIF • Calculer le PGCD de deux entiers

● Nombre premier

Un nombre est un nombre premier lorsqu'il n'a que deux diviseurs : 1 et lui-même.
Dans l'ordre, voici la liste des nombres premiers : 2, 3, 5, 7...

● PGCD de deux nombres entiers

Parmi tous les diviseurs communs à deux nombres entiers a et b , il y en a un qui est plus grand que tous les autres : c'est le Plus Grand Commun Diviseur à a et b .
On le note $\text{PGCD}(a; b)$.

● Nombres entiers premiers entre eux

On dit que deux entiers sont premiers entre eux si leur PGCD est égal à 1.

● Fraction irréductible

Une fraction dont le numérateur et le dénominateur sont premiers entre eux est irréductible, c'est-à-dire que l'on ne peut plus la simplifier.

METHODE

● Décomposer un nombre entier en produit de facteurs premiers

Exemple : Décomposer 45 en produit de facteurs premiers.

On cherche à écrire 45 sous la forme d'un produit comportant uniquement des nombres premiers : $45 = 9 \times 5 = 3 \times 3 \times 5 = 3^2 \times 5$.

● Trouver tous les diviseurs d'un nombre entier

Exemple : Trouver tous les diviseurs de 45.

On cherche toutes les façons d'écrire 45 sous la forme d'un produit de deux nombres entiers : $45 = 1 \times 45$; $45 = 3 \times 15$; $45 = 5 \times 9$.

Les diviseurs de 45 sont : 1, 3, 5, 9, 15, 45.

● Trouver le PGCD de deux nombres

● **Méthode 1 :** avec la liste des diviseurs des deux nombres

Exemple : Trouver le PGCD de 45 et 54.

Les diviseurs de 45 sont 1, 3, 5, 9, 15, 45.

Les diviseurs de 54 sont 1, 2, 3, 6, 9, 18, 27, 54.

Le PGCD de 45 et 54 est égal à 9.

● **Méthode 2 :** avec l'algorithme d'Euclide

Exemple : Trouver le PGCD de 357 et 510.

Un diviseur commun à 357 et 510 est aussi un diviseur de commun à 510 et au reste de la division euclidienne de 510 par 357.

On répète le procédé jusqu'à l'obtention d'un reste nul :

$$510 = 357 \times 1 + 153 \quad 357 = 153 \times 2 + 51 \quad 153 = 51 \times 3 + 0.$$

Le PGCD de 510 et 357 est égal à 51.

● Simplifier une fraction

Pour obtenir la fraction irréductible égale à une fraction donnée, on divise son numérateur et son dénominateur par leur PGCD.

Exemple : $\text{PGCD}(357; 510) = 51$; donc $\frac{357}{510} = \frac{357 \div 51}{510 \div 51} = \frac{7}{10}$.



Remarque Si a et b sont premiers entre eux, alors la fraction $\frac{a}{b}$ est irréductible.

1 * Les propositions suivantes sont-elles vraies ou fausses ? Cochez la bonne réponse.

- | | V | F |
|--|--------------------------|--------------------------|
| a. 7 est un diviseur de 56. | ☐ | ☐ |
| b. 56 est un diviseur de 8. | ☐ | ☐ |
| c. 5 est un diviseur de 1 025. | ☐ | ☐ |
| d. 3 est un diviseur de 123 456. | ☐ | ☐ |
| e. 29 est un diviseur de 29. | ☐ | ☐ |
| f. 23 n'a pas de diviseur. | ☐ | ☐ |
| g. 1 est diviseur de tous les nombres. | ☐ | ☐ |
| h. 21 et 18 sont premiers entre eux. | ☐ | ☐ |

2 * 1. Écrivez tous les diviseurs de 64.

2. Écrivez tous les diviseurs de 56.

3. Donnez les diviseurs communs à 64 et 56, puis le PGCD de 56 et 64.

4. Utilisez le résultat précédent pour trouver la fraction irréductible égale à la fraction $\frac{56}{64}$.

3 * En utilisant votre calculatrice, trouvez la fraction irréductible égale à chaque fraction.

Conseil : Repérez la touche de votre calculatrice permettant de simplifier une fraction (EXE, ► Simp).

1. $\frac{990}{825} = \dots\dots\dots$ 2. $\frac{738}{456} = \dots\dots\dots$

3. $\frac{663}{819} = \dots\dots\dots$ 4. $\frac{663}{512} = \dots\dots\dots$

4 ** Utilisez les résultats de l'exercice 3 pour trouver le PGCD de chaque couple de nombres.

1. 990 et 825 2. 738 et 456
3. 663 et 819 4. 663 et 512

5 ** Décomposez chaque nombre en produit de facteurs premiers.

1. 140 =
2. 43 =
3. 168 =
4. 324 =

6 ** Déterminez le quotient et le reste des divisions euclidiennes suivantes.

Conseil : Repérez la touche de votre calculatrice permettant de déterminer le reste et le quotient d'une division euclidienne (INT+ ; +R ; ▢...).

1. 112 par 9 2. 226 par 38 3. 1 592 par 29

7 ** Déterminez, par la méthode des divisions successives, le PGCD de x et y , puis donnez la fraction irréductible égale à la fraction $\frac{x}{y}$.

1. $x = 360$ et $y = 252$ 2. $x = 108$ et $y = 42$
3. $x = 345$ et $y = 750$ 4. $x = 1\,500$ et $y = 705$
5. $x = 770$ et $y = 504$ 6. $x = 280$ et $y = 448$

8 ** Les propositions suivantes sont-elles vraies ou fausses ? Cochez la bonne réponse.

- | | V | F |
|---|--------------------------|--------------------------|
| a. 153 et 357 sont premiers entre eux. | ☐ | ☐ |
| b. $\text{PGCD}(153 ; 357) = \text{PGCD}(51 ; 153)$. | ☐ | ☐ |
| c. $\text{PGCD}(153 ; 357) = 3$. | ☐ | ☐ |
| d. La fraction $\frac{153}{357}$ est irréductible. | ☐ | ☐ |
| e. 3 est un diviseur commun à 153 et 357. | ☐ | ☐ |
| f. $\text{PGCD}(153 ; 357) = 153 \div 3$. | ☐ | ☐ |

9 ** Cochez les couples de nombres dont le PGCD est 9.

1. 90 et 54 ☐ 2. 36 et 45 ☐
3. 693 et 819 ☐ 4. 900 et 189 ☐

10 *** 1. 288 et 224 sont-ils premiers entre eux ? Justifiez votre réponse sans faire de calculs.

2. Déterminez le PGCD de 288 et 224.

3. Écrivez la fraction irréductible égale à $\frac{224}{288}$.

4. Un photographe veut exposer ses œuvres sur des panneaux contenant chacun le même nombre de photos de paysages et le même nombre de portraits. Il dispose de 224 photos de paysages et de 288 portraits.

- a. Combien peut-il réaliser au maximum de panneaux en utilisant toutes les photos ?
b. Combien chaque panneau contient-il de paysages et de portraits ?

COURS

OBJECTIF • Calculer avec les fractions

• Propriétés

Dans chaque formule, on suppose que les dénominateurs ne sont pas nuls.

• **Somme et différence de fractions :** $\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b}$ et $\frac{a}{b} - \frac{c}{b} = \frac{a-c}{b}$.

Si les dénominateurs ne sont pas les mêmes, on se ramène au cas précédent en écrivant les fractions avec le même dénominateur.

• **Produit de fractions :** $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$.

• **Inverse d'une fraction :** l'inverse de $\frac{a}{b}$ est $\frac{b}{a}$.

• **Quotient de fractions :** diviser c'est multiplier par l'inverse donc $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$.

MÉTHODE

• Ajouter ou retrancher des fractions

Exemple : Calculer $A = \frac{5}{6} - \frac{2}{9}$.

$$A = \frac{5 \times 3}{6 \times 3} - \frac{2 \times 2}{9 \times 2} = \frac{15}{18} - \frac{4}{18} = \frac{15-4}{18} = \frac{11}{18}.$$

On écrit d'abord les fractions avec le même dénominateur : ce nombre est à la fois multiple de 6 et de 9, et on essaie de trouver le plus petit possible afin que les calculs soient plus simples.

• Multiplier des fractions

Exemple : Calculer $B = \frac{-3}{25} \times \frac{15}{21}$.

$$B = \frac{-3 \times 15}{25 \times 21} = \frac{\cancel{-3} \times \cancel{3} \times 5}{5 \times 5 \times 7 \times \cancel{3}} = \frac{-3}{35}.$$

On multiplie les numérateurs entre eux, les dénominateurs entre eux, mais **avant d'effectuer ces calculs**, on **simplifie** si c'est possible, ce qui permet en général un calcul mental.

• Diviser des fractions

Exemple : Calculer $C = \frac{5}{7} \div \frac{4}{3}$.

$$C = \frac{5}{7} \div \frac{4}{3} = \frac{5}{7} \times \frac{3}{4} = \frac{15}{28}.$$

Pour diviser par $\frac{4}{3}$, on multiplie par son inverse $\frac{3}{4}$.

• Appliquer les priorités opératoires

Exemple : Calculer $D = \frac{2}{3} - \frac{14}{3} \times \frac{5}{7}$.

$$D = \frac{2}{3} - \frac{\cancel{7} \times 2 \times 5}{3 \times \cancel{7}} = \frac{2}{3} - \frac{10}{3} = \frac{2-10}{3} = \frac{-8}{3}.$$

La multiplication est prioritaire sur la soustraction.



1 Calculez et donnez chaque résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

$$A = \frac{7}{15} + \frac{2}{15}$$

$$B = \frac{7}{18} + \frac{5}{6}$$

$$C = 3 - \frac{5}{6}$$

$$D = \frac{3}{5} - \frac{5}{9}$$

$$E = \frac{18}{27} + \frac{-20}{15}$$

$$F = \frac{5}{3} - \frac{7}{4} - \frac{5}{12}$$

2 Même exercice.

$$A = \frac{14}{3} \times \frac{3}{5}$$

$$B = -\frac{2}{5} \times \frac{-9}{5}$$

$$C = \frac{-25}{9} \times \frac{12}{35}$$

$$D = \frac{7}{9} \times \frac{9}{11} \times \frac{11}{7}$$

3 Complétez.

1. L'inverse de $\frac{-1}{18}$ est

2. $\frac{-3}{4}$ est l'..... de $\frac{-4}{3}$.

3. $\frac{-3}{4}$ est l'..... de $\frac{3}{4}$.

4. $\frac{-3}{4}$ est l'..... de l'..... de $\frac{4}{3}$.

5. L'inverse de -4 est

6. $-\frac{1}{4}$ est l'..... de l'..... de -4 .

4 Calculez et donnez chaque résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

$$A = \frac{6}{13} \sqrt{\frac{-1}{39}}$$

$$B = 3\sqrt{\frac{3}{4}}$$

$$C = \frac{12}{5} - \frac{8}{8}$$

$$D = \frac{12}{5} - \frac{8}{8}$$

$$E = \frac{6}{51} \sqrt{\frac{18}{17}}$$

$$F = \frac{-4}{7} - \frac{7}{4}$$

5 Calculez et donnez chaque résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

$$A = \frac{7}{4} - \frac{3}{4} \times \frac{1}{9}$$

$$B = \frac{1}{9} - \frac{15}{9} \sqrt{6}$$

$$C = \frac{15}{12} \times \frac{8}{7} - \frac{4}{7}$$

$$D = \frac{15}{12} \times \frac{8}{7} - \frac{4}{7}$$

$$E = \frac{4}{3} + \frac{1}{3} \times \frac{5}{2} - \frac{7}{18}$$

$$F = \frac{6}{5} - \frac{7}{15} \times 7 - \frac{3}{4}$$

$$G = \frac{\frac{3}{5} - \frac{1}{4}}{1 + \frac{2}{5}}$$

$$H = \frac{1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{3}}{\frac{7}{12}}$$

2. Précisez, pour chaque résultat, s'il s'agit d'un nombre entier, d'un nombre décimal non entier, d'un nombre non décimal.

Remarque Un nombre entier est aussi un nombre décimal et un nombre rationnel.

6 Un automobiliste constate que le réservoir de sa voiture, plein au départ, est désormais vide aux trois quarts. Il verse 25 litres d'essence, ce qui remplit le réservoir aux sept huitièmes.

1. Illustrez cette situation par un dessin.

2. Quelle fraction de la capacité du réservoir représentent les 25 litres d'essence ?

3. Quelle est la capacité du réservoir ?

7 Quatre enfants se partagent une tablette de chocolat. Le premier prend le tiers de la tablette et le deuxième le quart. Le troisième prend $\frac{2}{5}$ de ce qui reste après que le premier et le deuxième se sont servis.

1. Lequel de ces calculs permet de retrouver la part du troisième ?

$$\square A = 1 - \frac{1}{3} - \frac{1}{4} \times \frac{2}{5}$$

$$\square B = \left(1 - \frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) \times \frac{2}{5}$$

$$\square C = \left(1 - \frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) + \frac{2}{5}$$

$$\square D = 1 - \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{4}\right) \times \frac{2}{5}$$

2. Effectuez le calcul choisi.

.....

COURS

OBJECTIF • Calculer avec les exposants

● Définition

a est un nombre non nul et n est un nombre entier non nul.

$$a^n = \underbrace{a \times a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ fois}} ; a^{-n} = \text{inverse de } a^n = \frac{1}{a^n} ; a^0 = 1$$

a^n se lit « a puissance n » ou « a exposant n ».

Remarques $a^1 = a ; a^{-1} = \frac{1}{a}$.

● Opérations sur les puissances

a et b sont deux nombres non nuls.

$$a^m \times a^n = a^{m+n} ; \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n} ; (a^m)^n = a^{m \times n} ; (ab)^n = a^n \times b^n ; \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

● Notation scientifique d'un nombre

La notation scientifique d'un nombre est l'écriture de ce nombre sous la forme $a \times 10^n$ où a est un nombre décimal ayant un seul chiffre non nul avant la virgule et n un entier relatif.

● Les préfixes et les puissances de 10

Préfixe	nano-	micro-	milli-	centi-	déci-	déca-	hecto-	kilo-	méga-	giga-
Puissance	10^{-9}	10^{-6}	10^{-3}	10^{-2}	10^{-1}	10^1	10^2	10^3	10^6	10^9
Symbole	n	μ	m	c	d	da	h	k	M	G



MÉTHODE

● Utiliser les définitions

$$(-3)^4 = (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) = 81.$$

$$2^{-3} \text{ est l'inverse de } 2^3 : 2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{2 \times 2 \times 2} = \frac{1}{8} = 0,125.$$

● Connaître les puissances de 10

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = \underline{1\,000}$$

3 zéros **après** le 1

$$10^{-3} = \frac{1}{10^3} = \underline{0,001}$$

3 zéros **avant** le 1

● Appliquer les règles de calcul

$$5^{-7} \times 5^{12} = 5^{-7+12} = 5^5 \quad \frac{9^8}{9^{-5}} = 9^{8-(-5)} = 9^{8+5} = 9^{13} \quad (7^{-5})^{-2} = 7^{-5 \times (-2)} = 7^{10}$$

● Donner la notation scientifique d'un nombre

$$325\,000 = 3,25 \times 10^5 \quad 0,0023 = 2,3 \times 10^{-3} \quad 34 \times 10^3 = 3,4 \times 10^4$$

● Utiliser les préfixes des puissances de 10

8 hectomètres représentent 8×10^2 mètres, c'est-à-dire 800 mètres.

34 gigaoctets représentent 34×10^9 octets, c'est-à-dire 34 000 000 000 octets.

$$3 \times 10^{-6} \text{ mètres} = 3 \text{ micromètres} (3 \times 10^{-6} \text{ m} = 3 \mu\text{m}).$$

1 ^{*} Écrivez chaque nombre sous la forme 2^n où n est un entier relatif.

1. 32 2. 1 3. 0,5 4. -8 5. 0,25

2 ^{*} Les nombres suivants peuvent-ils s'écrire sous la forme d'une puissance de 10 ? Quand c'est possible, donnez cette écriture.

1. $\frac{1}{1000}$ 2. 100^{-1} 3. -100 4. $10^2 + 10^3$
 5. $(0,01)^3$ 6. $\frac{30^4}{3^4}$ 7. $2^{-3} \times 5^{-3}$ 8. $2^3 \times 5^2$

3 ^{*} Sans faire de calcul, donnez le signe de chacun des nombres suivants. Indiquez + ou - dans la case selon les cas.

1. $(-3)^2$ ☐ 2. -3^2 ☐ 3. 3^{-3} ☐
 4. 3^{-2} ☐ 5. $(-3)^{-2}$ ☐ 6. $(-3)^{-3}$ ☐
 7. $(-3)^3$ ☐ 8. -3^{-1} ☐ 9. $(-3)^0$ ☐

4 ^{*} Sans calculatrice, calculez les nombres suivants.

1. 4^2 2. $(-2)^3$ 3. 2^{-2} 4. 4^{-1}
 5. $(-12)^1$ 6. $(-1)^{12}$ 7. 12^0 8. -5^2
 9. 2^{-3} 10. $\left(\frac{1}{3}\right)^{-1}$ 11. $\left(\frac{2}{5}\right)^{-1}$ 12. $(-25)^0$

5 ^{*} Indiquez, pour chaque égalité, si elle est vraie ou fausse.

1. $4^2 = 2^4$ 2. $4^3 = 3^4$ 3. $4^0 = 0$
 4. $2^{-3} = \frac{1}{8}$ 5. $4^{-2} = -16$ 6. $5 \times 10^{-3} = 50^{-3}$
 7. $7^{-1} = -7$ 8. $\left(\frac{4}{3}\right)^{-2} = \left(\frac{3}{4}\right)^2$ 9. $-4^2 = (-4)^2$

6 ^{*} Écrivez chaque nombre sous la forme a^n où a et n sont deux entiers relatifs.

1. $7^{-5} \times 7^{-8}$ 2. $(-9)^{-4} \times (-9)^3$ 3. $\frac{1}{4^5}$
 4. $\frac{(-3)^7}{(-3)^4}$ 5. $\frac{7^5}{7^{-6}}$ 6. $((-9)^5)^{-2}$
 7. $(5^{-4})^{-5}$ 8. $(-7)^{-2} \times 3^{-2}$ 9. $(-3)^4 \times (-5)^4$
 10. $\left(\frac{1}{3}\right)^{-2}$ 11. $\frac{18^{-4}}{6^{-4}}$ 12. $\frac{6^5}{12^5}$

7 ^{**} Donnez la notation scientifique de chacun des nombres suivants.

1. $A = 97 \times 10^{-19} \times 1,5 \times 10^5$

$A = \dots\dots\dots$

2. $B = \frac{3 \times (10^{-3})^{-7} \times 2,8 \times 10^{-5}}{2^4 \times 10^{-7} \times 15}$

$B = \dots\dots\dots$

8 ^{**} Voici les valeurs approchées des distances au Soleil de quelques planètes du système solaire.

Planètes	Distance au Soleil (km)
Terre	$1\,500 \times 10^5$
Mars	$228\,000 \times 10^3$
Mercure	$57\,900\,000\,000 \times 10^{-3}$
Vénus	$108\,000\,000$
Jupiter	$778\,000\,000$
Neptune	$4\,497 \times 10^6$

1. Donnez la notation scientifique de chaque distance.

2. Classez alors ces planètes de la plus éloignée à la plus proche du Soleil.

9 ^{**} Les propositions suivantes sont-elles vraies ou fausses ? Cochez la bonne réponse.

- | | V | F |
|---|--------------------------|--------------------------|
| a. Un gigaoctet = 100 mégaoctets | ☐ | ☐ |
| b. 100 micromètres = 10 millimètres | ☐ | ☐ |
| c. $8\,000\,\mu\text{m} = 8\,\text{mm}$ | ☐ | ☐ |
| d. 36 000 nanosecondes = 1 heure | ☐ | ☐ |
| e. 10 hm = 1 000 cm | ☐ | ☐ |

10 ^{***} La vitesse de la lumière est $300\,000\,\text{km}\cdot\text{s}^{-1}$.

1. Quelle distance, exprimée en km, la lumière parcourt-elle en un an ?

Donnez la notation scientifique du résultat.

2. Cette distance est-elle supérieure à dix mille milliards de km ?

3. La distance de la Terre au Soleil est d'environ 150 millions de km. Combien de temps met la lumière pour nous parvenir du Soleil ?

Donnez la réponse en minutes et secondes.

4

Inéquations

COURS

OBJECTIF • Résoudre une inéquation

a, b et c sont des nombres relatifs.

● **Ordre et addition**

Règle 1 : Si $b < c$, alors $b + a < c + a$ et $b - a < c - a$.

● **Ordre et multiplication**

Règle 2 : Si $b > c$ et $a > 0$, alors $ab > ac$ et $\frac{b}{a} > \frac{c}{a}$.

Règle 3 : Si $b > c$ et $a < 0$, alors $ab < ac$ et $\frac{b}{a} < \frac{c}{a}$.

Attention L'ordre est donc inversé quand on multiplie (ou quand on divise) par un nombre négatif.

● **Vocabulaire**

$3x + 11 < 5$ est une **inéquation d'inconnue x** .

$3x + 11$ est le premier **membre** et 5 est le second.

Résoudre l'inéquation, c'est trouver toutes les valeurs de x pour lesquelles l'inégalité est vraie. Ces valeurs sont les **solutions** de l'inéquation.

MÉTHODE

● **Reconnaître si un nombre est solution d'une inéquation**

Exemple : 5 et -3 sont-ils solutions de l'inéquation $3x + 11 < 5$?

On remplace d'abord x par 5 : $3 \times 5 + 11 = 15 + 11 = 26$. Or $26 > 5$.

Pour $x = 5$, l'inégalité est fausse, donc 5 n'est pas solution de cette inéquation.

On remplace x par -3 : $3 \times (-3) + 11 = -9 + 11 = 2$ et on a bien $2 < 5$, donc -3 est solution de cette inéquation.

● **Résoudre une inéquation**

Exemple : Résoudre l'inéquation $-2x - 3 \leq 9$.

On ajoute 3 (règle 1) : $-2x - 3 + 3 \leq 9 + 3$.

On réduit : $-2x \leq 12$.

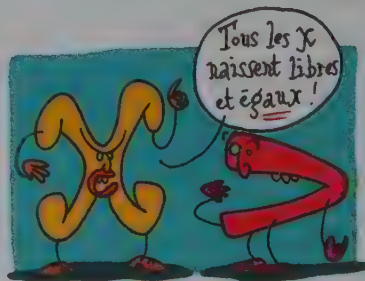
On divise par -2,

donc on **change l'ordre** (règle 3) :

$(-2x) \div (-2) \geq 12 \div (-2)$.

On réduit : $x \geq -6$.

Les solutions de l'inéquation $-2x - 3 \leq 9$ sont les nombres supérieurs ou égaux à -6.

● **Représenter graphiquement les solutions d'une inéquation**

Les solutions de $-2x - 3 \leq 9$
-6 est solution : on « l'accroche ».

1* On sait que $x < -12$. Que peut-on en déduire pour chacune des expressions suivantes ?

1. $x + 7$ 2. $x - 10$
3. $4x$ 4. $-5x$
5. $\frac{x}{4}$ 6. $\frac{x}{-3}$

2* Comparez (sans calculatrice).

1. $\frac{4}{7} \times 2,15$ et $\frac{9}{14} \times 2,15$.
2. $\frac{5}{9} \times (-0,03)$ et $\frac{7}{9} \times (-0,03)$.
3. $-\frac{6}{5} \times 2^{100}$ et $-\frac{7}{5} \times 2^{100}$.
4. $\frac{4}{9} \times \left(-\frac{17}{23}\right)$ et $\frac{4}{11} \times \left(-\frac{17}{23}\right)$.

3* Complétez le tableau suivant par « Vrai » ou « Faux » selon que le nombre est solution ou non de l'inéquation.

Exemple : $2 \times (-4) + 3 = -8 + 3 = -5$ et $-5 < 7$ donc -4 est solution de $2x + 3 < 7$.

	-4	-2	0	$\frac{4}{5}$
$2x + 3 < 7$	Vrai			
$-10x + 8 \leq 0$				
$x - 1 < 3x - 4$				
$4 - 5x > 5 - 3x$				

4* Associez chaque inéquation à la représentation graphique de ses solutions (en rouge sur les dessins).

1. $x + 2 > 0$ a.
2. $2x < 0$ b.
3. $x + 4 \leq 2$ c.
4. $-x \leq -2$ d.
5. $4 > 2x$ e.

5* Écrivez les inégalités obtenues si on multiplie les deux membres des inégalités suivantes par -1 .

1. $x + 5 > 6$ 2. $-3x \leq 2$
3. $4x - 1 < 0$ 4. $-5x \geq -2$

6** Quelles sont les inéquations qui ont les mêmes solutions que $5x > -4$?

1. $5x - 4 > 0$ 2. $5x + 4 > 0$
3. $-5x > 4$ 4. $-5x < 4$
5. $5x - 1 > -3$ 6. $4x + 3 > -1 - x$

7** Résolvez les inéquations suivantes et représentez graphiquement l'ensemble des solutions.

1. $x - 3 \leq -2$ 2. $2x < 6$
3. $-2x \leq -6$ 4. $-2x < 6$
5. $2x - 3 < -5$ 6. $-2x + 3 \geq -5$
7. $2x - 3 < 4x - 1$ 8. $x \geq 1 - 2x$
9. $\frac{x}{3} + 1 \leq -5$ 10. $2x - 3(5 - x) \leq 5x + 7$
11. $3 - 2(2 - 2x) > 2x - 4 \left(0,1 - \frac{x}{2}\right)$.

8*** Écrivez l'inégalité obtenue si on multiplie les deux membres de l'inégalité $\frac{x}{2} - 1 \leq \frac{x-1}{3}$ par 6, puis résolvez l'inéquation.

9*** On pose $A = \frac{3x-1}{7}$.

1. Calculez A pour $x = \frac{8}{3}$.
2. Le nombre $\frac{8}{3}$ est-il solution de l'inéquation $\frac{3x-1}{7} < 1,1$?
3. Résolvez l'inéquation $A < 1,1$ et représentez les solutions sur une droite graduée.

Problèmes à une inconnue

OBJECTIF • Résoudre un problème à l'aide d'une équation ou d'une inéquation

COURS

On doit traduire un texte en langage mathématique. Il est donc important de lire et comprendre l'énoncé puis de :

- choisir l'inconnue (elle figure en français dans la question) ;
- transformer le problème en une équation ou une inéquation utilisant l'inconnue ;
- résoudre l'équation ou l'inéquation ;
- conclure en interprétant le résultat et en s'interrogeant sur sa vraisemblance.

MÉTHODE

● Mettre un problème en équation

Exemple : Laura a 30 euros de moins que Romain. À eux deux, ils ont 100 euros. Combien Laura a-t-elle d'euros ?

● Choix de l'inconnue

Comme l'indique l'énoncé, on pose : x = nombre d'euros possédés par Laura.

● Mise en équation

« Laura a 30 euros de moins que Romain » signifie que Romain possède 30 euros de plus que Laura. Romain possède donc $(x + 30)$ euros.

Comme à eux deux ils ont 100 euros, on a l'équation : $x + (x + 30) = 100$.

● Résolution de l'équation

$$x + x + 30 = 100 \quad 2x + 30 = 100 \quad 2x = 100 - 30 \quad 2x = 70 \quad x = 35.$$

● Conclusion

Laura a 35 euros. C'est un résultat vraisemblable, car il est positif et inférieur à 100. Romain possède donc $35 + 30 = 65$ euros et on a bien $35 + 65 = 100$.

● Mettre un problème en inéquation

Exemple : Le gérant d'une salle de cinéma propose deux tarifs.

Tarif A : le client paie 8 euros par séance.

Tarif B : le client paie un abonnement annuel de 57 euros, puis 2 euros par séance.

À partir de combien de séances le tarif B est-il le plus avantageux ?

● Choix de l'inconnue

x = nombre de séances de cinéma auxquelles le client assiste.

● Mise en inéquation

Prix à payer avec le tarif A : $8x$.

Prix à payer avec le tarif B : $57 + 2x$.

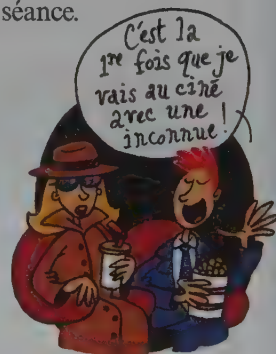
Le tarif B est le plus avantageux lorsqu'il est inférieur au tarif A, ce qui se traduit par l'inéquation : $57 + 2x < 8x$.

● Résolution de l'inéquation

$$57 + 2x < 8x \quad 57 < 8x - 2x \quad 57 < 6x \quad x > 57 \div 6 \quad x > 9,5.$$

● Conclusion

Le tarif B est le plus avantageux à partir de 10 séances. En effet, x est un entier, et 10 est le premier entier supérieur à 9,5.



1 * Romain pèse 4 fois plus lourd que Marc qui pèse 39 kg de moins que Romain.

Combien pèse Marc ?

2 * Mon oncle m'offre 2 BD par bonne note ; mais il m'en reprend une pour chaque mauvaise note... Ce trimestre, j'ai eu 8 notes en tout, et j'ai gagné 7 BD !

Combien ai-je eu de bonnes notes ?

3 * Paul s'est acheté un nouveau vélo : $\frac{1}{3}$ du prix à la livraison, puis le reste en 10 versements mensuels de 32 €.

Combien coûte le vélo de Paul ?

4 * Bernard a 17 animaux domestiques sur son balcon, des dromadaires et des autruches... En tout, il a compté 52 pattes !

Combien a-t-il de dromadaires ?

5 ** Julie a 10 ans. Sa mère en a 36.

Dans combien d'années l'âge de la mère sera-t-il le triple de l'âge de Julie ? (Attention ! Quand sa mère vieillit, Julie vieillit aussi !)

6 ** Une brique pèse 1 kg plus une demi-brique.

Combien pèse une brique ?

7 ** Patricia vend ses crêpes au marché. Chacune lui coûte 0,15 € en fabrication, et elle les vend 0,5 € pièce. De plus, son emplacement lui coûte 15 €.

Combien doit-elle vendre de crêpes pour réaliser un bénéfice supérieur ou égal à 50 € ?

8 ** Je suis un nombre entier strictement inférieur à 22. Mon double augmenté de 10 est strictement inférieur à mon triple diminué de 10.

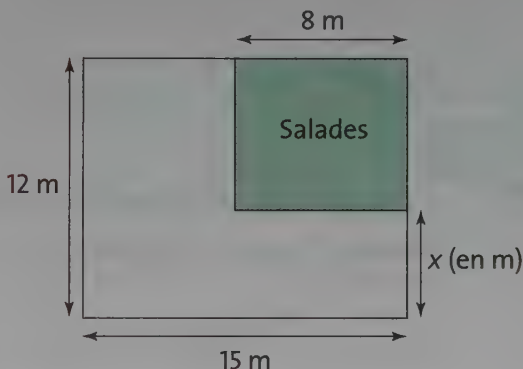
Qui suis-je ?

9 ** 1. Résolvez l'inéquation $x + 15 \geq \frac{2}{3}(x + 27)$.

2. Un bureau de recherche emploie 27 informaticiens et 15 mathématiciens. On envisage d'embaucher le même nombre x d'informaticiens et de mathématiciens.

Combien faut-il embaucher de spécialistes de chaque sorte pour que le nombre de mathématiciens soit au moins égal aux deux tiers du nombre d'informaticiens ?

10 *** Dans son potager, Serge aimerait planter des salades sans dépasser le tiers de la surface totale... mais il en voudrait au moins le quart !

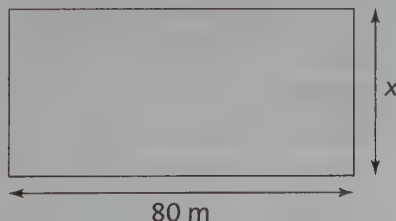


Quelles sont les valeurs possibles pour x ?

11 *** Le rectangle ci-dessous représente un pré de 80 m de longueur.

Le cultivateur doit encore décider de sa largeur x en mètres.

Il souhaite que cette largeur soit un nombre entier et que le périmètre de ce pré soit inférieur à 240 m. En même temps, il voudrait que l'aire du pré soit supérieure à 3 000 m².



1. Traduisez ces informations par deux inéquations.

2. Résolvez ces inéquations et donnez les valeurs possibles de la largeur x du pré.

COURS

● Développement

Développer un produit de facteurs, c'est l'écrire sous la forme d'une somme.
Pour développer un produit, on utilise les propriétés suivantes.

● Distributivité de la multiplication sur l'addition

$$\begin{aligned} \bullet k(a+b) &= ka+kb & \bullet (a+b)(c+d) &= ac+ad+bc+bd \\ \bullet k(a-b) &= ka-kb & \bullet (a+b)(c-d) &= ac-ad+bc-bd \end{aligned}$$

● Identités remarquables

$$\begin{aligned} \bullet \text{ Carré d'une somme : } (a+b)^2 &= a^2 + 2ab + b^2 & (1) \\ \bullet \text{ Carré d'une différence : } (a-b)^2 &= a^2 - 2ab + b^2 & (2) \\ \bullet \text{ Produit de la somme de deux termes par leur différence : } (a+b)(a-b) &= a^2 - b^2 & (3) \end{aligned}$$

METHODE

● Utiliser la distributivité pour développer

Exemple : Développer et réduire $A = (x+5)(2x-3) - 6(x+4)$.

$A = (x \times 2x - x \times 3 + 5 \times 2x - 5 \times 3) - (6 \times x + 6 \times 4) \leftarrow$ On développe chaque produit en conservant les parenthèses.

$A = (2x^2 - 3x + 10x - 15) - (6x + 24) \leftarrow$ On effectue les produits à l'intérieur des parenthèses.

$A = 2x^2 - 3x + 10x - 15 - 6x - 24 \leftarrow$ On supprime les parenthèses.

$A = 2x^2 - 3x + 10x - 6x - 15 - 24 \leftarrow$ On regroupe les termes semblables.

$A = 2x^2 + x - 39 \leftarrow$ On réduit.

● Utiliser les identités remarquables

● Pour développer une expression littérale

- Méthode :**
1. On repère de quelle identité remarquable il s'agit.
 2. On applique la formule correspondante.
 3. On effectue les produits.

Exemple 1 : Développer $B = (4x-5)^2$.

B est de la forme $(a-b)^2$ avec $a=4x$ et $b=5$:
on utilise donc la formule (2) du Cours.

$$B = (4x)^2 - 2 \times 4x \times 5 + 5^2 = 16x^2 - 40x + 25.$$

Attention $a^2 = (4x)^2 = 4x \times 4x = 16x^2$

Exemple 2 : Développer $C = (x-6)(x+6)$.

C est de la forme $(a+b)(a-b)$ avec $a=x$ et $b=6$:
on utilise donc la formule (3) du Cours.

$$C = x^2 - 6^2 = x^2 - 36 \leftarrow \text{On effectue les produits.}$$

● Pour calculer mentalement

$$101^2 = (100+1)^2 = 100^2 + 2 \times 100 \times 1 + 1^2 = 10\,000 + 200 + 1 = 10\,201.$$

$$99^2 = (100-1)^2 = 100^2 - 2 \times 100 \times 1 + 1^2 = 10\,000 - 200 + 1 = 9\,801.$$



1 * $A = (x-2)(3x+1) - 3x + 4$.

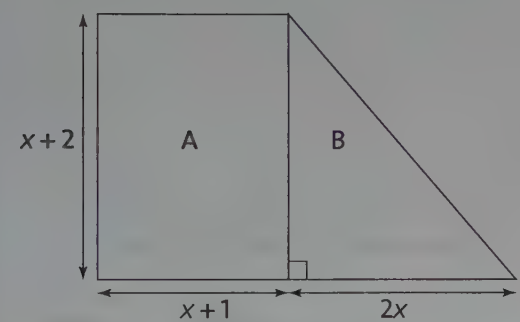
En développant, Paul a trouvé : $-2x^2 - 3x + 2$.
Il vérifie son résultat en calculant les deux expressions de A (celle donnée au départ et celle développée) pour $x=0$, puis pour $x=1$.

1. Faites les calculs de « vérification » de Paul.
Que peut-on en penser ?

2. Calculez les deux expressions pour $x=-1$.
Que pouvez-vous en conclure ?

3. Développez (correctement !) l'expression A.

2 * A est un rectangle ; B est un triangle rectangle.
Donnez l'expression développée de l'aire de chacune de ces deux figures.



$\mathcal{A}_A = \dots\dots\dots$ $\mathcal{A}_B = \dots\dots\dots$

3 * Complétez les égalités suivantes.

- $(3-x)^2 = 9 - \dots\dots + \dots\dots$
- $(2x + \dots\dots)^2 = \dots\dots + \dots\dots + 9$
- $(x - \dots\dots)^2 = \dots\dots - 8x + \dots\dots$
- $(2x - \dots\dots)(2x + \dots\dots) = \dots\dots - 16$

4 ** Alice affirme :

« Choisissez deux nombres a et b au hasard (mais différents de 0).

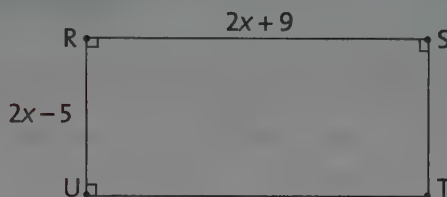
- Faites-en la somme puis élevez-la au carré.
- Faites-en la différence puis élevez-la au carré.
- Soustrayez ce dernier résultat du précédent.
- Divisez le résultat obtenu par a , puis par b ... vous obtenez toujours 4 ! »

Prouvez cette affirmation.

5 ** Utilisez les identités remarquables pour calculer astucieusement et mentalement les nombres : 51^2 ; 98^2 ; 18×22 .

6 ** x est un nombre supérieur à 3.

RSTU est un rectangle tel que $RS = 2x + 9$ et $RU = 2x - 5$.



On pose $A = (2x+9)(2x-5)$
et $B = 2(2x+9) + 2(2x-5)$.

- Développez et réduisez A et B.
- Géométriquement, que représentent A et B ?
- Déterminez x pour que RU soit la moitié de RS.
Que vaut B dans ce cas ?

7 ** Des erreurs se sont glissées dans chacun des développements suivants. Retrouvez-les et corrigez-les !

1. $A = (5x-2)^2 - (3-x)(x+1)$
 $A = (5x)^2 - 2 \times 5x \times 2 + 2^2 - 3 \times x + 3 \times 1 - x \times x - x \times 1$

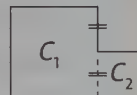
$A = 25x^2 - 20x + 4 - 3x + 3 - x^2 - x$
 $A = 24x^2 - 24x + 7$

2. $B = (3-2x)^2 + 4x(x+2)$
 $B = 3^2 - 2 \times 3 \times 2x + 2x^2 + 4x \times x + 4x \times 2$
 $B = 9 - 12x + 2x^2 + 4x^2 + 8x$
 $B = 6x^2 - 4x + 9$

8 ** Les propositions suivantes sont-elles vraies ou fausses ? Cochez la bonne réponse.

	V	F
a. $(5-2y)^2 = 10 - 20y + 4y^2$	☐	☐
b. $(x-7)^2 = (7-x)^2$	☐	☐
c. $(9+3a)(9-3a) = 81 - 3a^2$	☐	☐
d. $(x+11)^2 = x^2 + 121$	☐	☐

9 *** C_1 et C_2 sont deux carrés ; la longueur d'un côté de C_1 est, en cm, égale à $6x + 4$.



- Donnez une expression de l'aire A de cette figure en fonction de x .
Développez et réduisez cette expression.
- Donnez une expression du périmètre P de cette figure en fonction de x .
Développez et réduisez cette expression.
- Trouvez x pour que $P = 110$ cm.
Quelle est alors la valeur de A ?

COURS

OBJECTIF • Factoriser une expression et résoudre une équation produit

Factoriser une somme, c'est l'écrire sous la forme d'un produit.

Avec les propriétés de distributivité		Avec les identités remarquables	
Sommes	Expressions factorisées	Sommes	Expressions factorisées
$ka + kb$	$= k(a + b)$	(1) $a^2 + 2ab + b^2$	$= (a + b)^2$
$ka - kb$	$= k(a - b)$	(2) $a^2 - 2ab + b^2$	$= (a - b)^2$
		(3) $a^2 - b^2$	$= (a + b)(a - b)$

METHODE

● Utiliser la distributivité pour factoriser

Exemple : Factoriser $A = (3x + 2)^2 - (3x + 2)(x + 7)$.

$$A = (3x + 2)^2 - (3x + 2)(x + 7)$$

$$A = (3x + 2)(3x + 2) - (3x + 2)(x + 7) \quad \leftarrow (3x + 2)^2 = (3x + 2)(3x + 2)$$

$$A = (3x + 2)[(3x + 2) - (x + 7)] \quad \leftarrow (3x + 2) \text{ est donc le facteur commun.}$$

$$A = (3x + 2)(3x + 2 - x - 7)$$

$$A = (3x + 2)(2x - 5)$$

● Utiliser les identités remarquables pour factoriser

Exemple : Factoriser $B = x^2 - 10x + 25$.

x^2 est le carré de x et 25 est le carré de 5. L'expression B comporte trois termes : deux carrés et un terme précédé du signe « - ».

Elle « ressemble » donc à une expression du type (2) avec $a = x$ et $b = 5$. L'expression B sera du type (2) si le terme central est égal à $2ab$. Or : $2ab = 2 \times x \times 5 = 10x$; donc $B = (x - 5)^2$.



● Résoudre une équation produit

Exemple : Résoudre l'équation $(4x - 1)(x + 6) = 0$.

Si un produit est nul, c'est que l'un au moins des facteurs est nul. Ici, les facteurs sont

$(4x - 1)$ et $(x + 6)$. On a donc $4x - 1 = 0$ ou $x + 6 = 0$ soit $x = \frac{1}{4}$ ou $x = -6$.

L'équation proposée a deux solutions : $\frac{1}{4}$ et -6 .

● Factoriser pour résoudre une équation produit

Exemple : Résoudre l'équation $(x - 3)^2 = 16$.

$$(x - 3)^2 - 16 = 0$$

 $\leftarrow$ On transforme pour que le second membre soit nul.

$$(x - 3)^2 - 4^2 = 0$$

$\leftarrow$ L'expression est de la forme $a^2 - b^2$ avec $a = x - 3$ et $b = 4$: elle est du type (3).

$$\begin{array}{cc} \updownarrow & \updownarrow \\ a^2 & - & b^2 = 0 \end{array}$$

$$((x - 3) + 4)((x - 3) - 4) = 0 \quad \leftarrow \text{On factorise.}$$

$$\begin{array}{cccc} \updownarrow & \updownarrow & \updownarrow & \updownarrow \\ (a + b) & (a - b) \end{array}$$

On doit donc résoudre l'équation $(x + 1)(x - 7) = 0$. C'est une équation produit. Un des facteurs est nul, donc $x + 1 = 0$ ou $x - 7 = 0$. L'équation admet deux solutions : -1 et 7 .

1 * On donne : $A = (3x - 2)^2 - 6(3x - 2)$
 $B = 16 - 9x^2$
 $C = 25x^2 + 40x + 16$.

- Factorisez A, B et C.
- Calculez la valeur de A, de B et de C pour $x = 0$.
- Résolvez les équations : $A = 0$; $B = 0$; $C = 0$.

2 * On donne $A = (3x - 1)^2 - 49$.

- Calculez A pour $x = \frac{8}{3}$.
- Calculez A pour $x = 0$.
- Factorisez A puis résolvez l'équation $A = 0$.

3 ** On donne $A = (3x - 1)^2 - (3x - 1)(x - 7)$.

- Développez A.
- Factorisez A.
- Choisissez l'expression de A la mieux adaptée afin de calculer sa valeur pour :
 a. $x = 0$ b. $x = -3$ c. $x = 7$.
- Résolvez l'équation $A = 0$.
- Résolvez l'équation $A = 6x^2$.

4 ** Voici un programme de calcul.

- Choisir un nombre.
- Lui retrancher 10.
- Multiplier cette différence par le nombre choisi au départ.
- Ajouter 25 à ce produit.
- Écrire le résultat.

- Appliquez ce programme de calcul à -4 , à 0 et à 7 , et écrivez chaque résultat sous la forme du carré d'un nombre entier.
- n désigne le nombre choisi au départ. Écrivez le résultat obtenu en fonction de n et montrez que c'est toujours le carré d'un nombre.
- Si l'on veut obtenir 4 comme résultat, quels nombres peut-on choisir au départ ?

5 ** Le but de l'exercice est de factoriser l'expression $A = (3x - 2)(2x - 5) - 2x + 5$.

- Développez $-1 \times (2x - 5)$.
- Déduisez-en une autre écriture de l'expression A puis factorisez A.

3. Utilisez la méthode précédente pour factoriser :
 $B = (3 - 2x)(x + 2) - 3 + 2x$;
 $C = (2x - 5)(2x + 3) + 3(5 - 2x)$.

6 ** Soit $A = 25x^2 + 5x - 2$
 et $B = (5x - 1)(5x + 1) + (5x - 1)$.

- Calculez A pour $x = \frac{1}{5}$.
- Développez et réduisez B.
- Factorisez B puis résolvez l'équation $B = 0$.
- Quelles sont les valeurs de x qui annulent A ?

7 ** 1. Factorisez $9 - 12x + 4x^2$; puis $(3 - 2x)^2 - 4$.

- Déduisez-en une factorisation de :
 $E = 9 - 12x + 4x^2 - 4$.
- Résolvez l'équation $(1 - 2x)(5 - 2x) = 0$.
- Montrez que pour $x = \frac{3}{2}$, E est un entier.

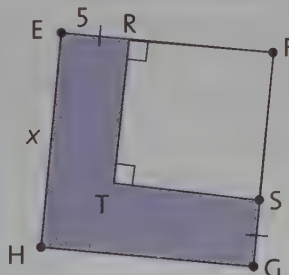
8 ** On pose $A = 9x^2 - 64 - (5x - 9)(3x + 8)$.

- Factorisez $9x^2 - 64$.
- Déduisez-en une factorisation de A.
 $A =$

9 ** Résolvez les équations.

1. $x + 4(2x - 3) = 0$ 2. $(x + 4)(2x - 3) = 0$

10 *** EFGH est un carré de côté x . L'unité de longueur est le cm.



Pour quelle valeur de x l'aire de RFST est-elle égale à 36 cm^2 ?

8

Les statistiques : la moyenne

OBJECTIF • Calculer la moyenne d'une série statistique

COURS

● Vocabulaire

- En statistique, l'ensemble sur lequel porte une étude est appelé **population**. Parfois, on restreint l'étude à une partie de la population appelée **échantillon**.
- Un élément de la population (ou de l'échantillon) est appelé un **individu**.
- La propriété sur laquelle porte l'étude est appelée le **caractère**.
- Un caractère peut être **quantitatif** (les valeurs sont des nombres, comme la taille d'un individu) ou **qualitatif** (comme la couleur des yeux).

● Série statistique

- Une **série statistique** est l'ensemble des valeurs du caractère.
- Une série statistique peut être donnée sous la forme d'une liste ou, le plus souvent, d'un tableau regroupant les valeurs du caractère et l'effectif de chaque valeur.

● Moyenne d'une série statistique

La **moyenne** d'une série statistique est le quotient de la somme de toutes les valeurs de cette série par l'effectif total.

MÉTHODE

● Calculer la moyenne d'une série statistique...

● donnée sous la forme d'une liste

On donne la série : 32 ; 6 ; 18 ; 29 ; 6 ; 48 ; 50 ; 12 ; 32 ; 4 ; 50 ; 10 ; 29 ; 72 ; 32 ; 16 ; 16 ; 6 ; 50 ; 50 ; 4 ; 18 ; 6 ; 10 ; 29 ; 12 ; 48 ; 6 ; 32 ; 50.

Sa **moyenne** est égale à : $\frac{32 + 6 + 18 + \dots + 6 + 32 + 50}{30} = \frac{783}{30} = 26,1$.

Remarque La moyenne de cette série est la moyenne arithmétique des valeurs de la liste.

● donnée sous la forme d'un tableau d'effectifs

On donne ci-contre la série statistique des âges des 30 élèves de la classe de 3^eA à la rentrée.

La **moyenne** de cette série est égale à :

$$\frac{2 \times 13 + 16 \times 14 + 10 \times 15 + 2 \times 16}{30} = \frac{432}{30} = 14,4.$$

L'âge moyen des élèves de 3^eA à la rentrée est 14,4 ans.

Remarque La moyenne de cette série est la moyenne pondérée des valeurs par les effectifs.

● regroupée en classes

On a relevé la taille (en cm) des 30 élèves de 3^eA.

Taille	[135 ; 145[	[145 ; 155[	[155 ; 165[	[165 ; 175[	[175 ; 185[
Centre de la classe	140	150	160	170	180
Effectif	2	6	12	7	3

La moyenne de cette série regroupée en classes est égale à :

$$\frac{2 \times 140 + 6 \times 150 + 12 \times 160 + 7 \times 170 + 3 \times 180}{30} = \frac{4830}{30} = 161.$$

La taille moyenne des élèves de 3^eA est 161 cm.

Remarque Le regroupement en classes facilite le calcul de la moyenne, mais ne permet pas d'obtenir sa valeur exacte.

1 * Dans une classe de 31 élèves, un enseignant calcule la durée moyenne de travail quotidien de ses élèves à la maison.

Pour les 15 filles de la classe, il trouve une moyenne de 22 minutes, et pour les garçons, il trouve une moyenne de 11 minutes.

Quelle est la durée moyenne, en minutes, de travail quotidien à la maison de l'ensemble des élèves de cette classe ? On donnera l'arrondi au centième.

2 ** L'examen d'entrée en seconde d'un lycée extraordinaire comporte trois épreuves notées chacune sur 20 et affectées de coefficients :

- Mathématiques : coefficient 4 ;
- Histoire : coefficient 3 ;
- Français : coefficient 2.

Pour être reçu à cet examen, il faut obtenir une moyenne sur 20 supérieure ou égale à 10.

1. Louane a obtenu 10 en mathématiques, 12 en histoire et 8 en français. Est-elle reçue ? Justifiez la réponse.

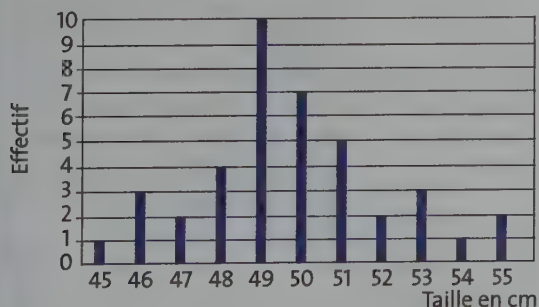
2. Anaïs a obtenu 8 en mathématiques et 11 en français.

Quelle note minimale doit-elle obtenir en histoire pour être reçue ?

3. Julian a obtenu 10 en histoire. Sa note en mathématiques est le double de sa note en français. Sa moyenne est 10.

Quelles sont ses notes de mathématiques et de français ?

3 ** Dans une maternité, on mesure la taille des nouveau-nés. Le diagramme ci-dessous illustre la répartition des 40 nouveau-nés selon leur taille.



- 1.** Réalisez le tableau des effectifs de cette série.
- 2.** Calculez la taille moyenne des nouveau-nés.

- 3.** Quel pourcentage de nouveau-nés mesurent :
 - a. plus de 50 cm ?
 - b. au moins 50 cm ?

4 ** Une enquête, réalisée sur un échantillon de 30 enfants, porte sur le temps passé devant la télévision à leur retour de l'école entre 18 h 00 et 20 h 00. La répartition est donnée dans le tableau ci-dessous.

Durée (en h)	Nombre d'enfants
$0 \leq t < 0,5$	12
$0,5 \leq t < 1$	9
$1 \leq t < 1,5$	6
$1,5 \leq t < 2$	3

- 1.** Quel est le temps moyen passé par ces enfants devant la télévision ?
- 2.** Quel pourcentage du groupe de 30 enfants passe moins de 30 minutes devant la télévision ?
- 3.** Combien d'enfants passent moins d'une heure devant la télévision ?
- 4.** Combien d'enfants passent au moins une heure devant la télévision ?

5 ** Dans une station de service, les cinq premiers clients ont acheté respectivement 45,7 L, 56,8 L, 35,6 L, 37,6 L et 46 L de Super 95.

- 1.** Quel est le volume moyen (en L) d'essence acheté par ces clients ?
- 2.** Après le sixième client, le volume moyen d'essence acheté par les six clients est 43,8 L. Quel volume d'essence le sixième client a-t-il acheté ?

6 *** On connaît la moyenne d'une série statistique.

- 1.** On multiplie tous les termes de cette série par un nombre n .
 - a. Que conjecturez-vous sur la relation entre la moyenne de cette nouvelle série et la moyenne de la précédente ?
 - b. Démontrez votre conjecture avec une série de quatre termes.
- 2.** Mêmes questions si l'on ajoute un même nombre à chaque terme de la série.

COURS

OBJECTIF • Déterminer la médiane et l'étendue d'une série statistique

● Définitions

- La **médiane** d'une série statistique partage cette série ordonnée en deux groupes de même effectif :
 - les valeurs inférieures ou égales à la médiane ;
 - les valeurs supérieures ou égales à la valeur médiane.
- L'**étendue** d'une série statistique est la différence entre la plus grande valeur et la plus petite valeur de la série.

MÉTHODE

● Déterminer la médiane d'une série statistique...

• donnée sous la forme d'une liste

Voici, classées par ordre croissant, les notes des 13 garçons et des 14 filles d'une classe.

– Garçons : 7 8 9 9 10 10 **11** 12 13 14 14 15 17

$\underbrace{\hspace{10em}}_{6 \text{ notes}} \quad \downarrow \text{valeur médiane} \quad \underbrace{\hspace{10em}}_{6 \text{ notes}}$

La médiane de cette série est 11, et son étendue est égale à $17 - 7 = 10$.

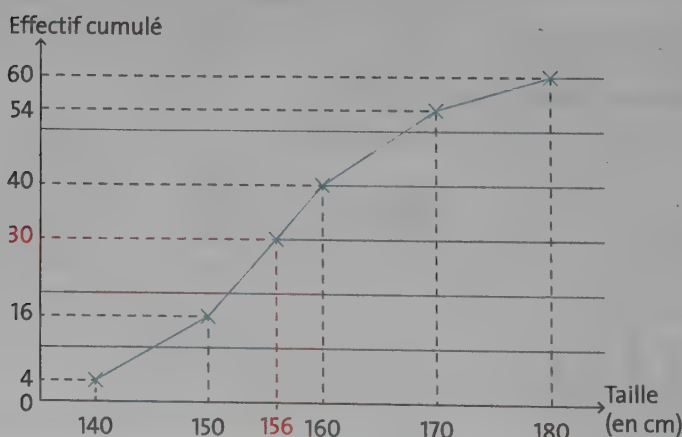
– Filles : 7 7 9 9 10 11 12 13 13 13 14 14 15 15

$\underbrace{\hspace{10em}}_{7 \text{ notes}} \quad \downarrow \text{Médiane} \quad \underbrace{\hspace{10em}}_{7 \text{ notes}}$

La médiane de cette série est égale à $\frac{12 + 13}{2} = 12,5$, et son étendue à $15 - 7 = 8$.

Remarque. Pour les garçons, le nombre de valeurs de la série est impair, donc la médiane est une valeur de la série. Pour les filles, ce nombre est pair, donc la médiane est la demi-somme des deux valeurs centrales de la série.

• donnée par la courbe des effectifs cumulés croissants



On a mesuré les soixante élèves de 3^e d'un collège. Les résultats obtenus ont permis de tracer la courbe des effectifs cumulés ci-contre.

L'effectif total est 60, donc la moitié de l'effectif est 30 et l'abscisse correspondante est 156.

La médiane est donc égale 156 cm.

La moitié des élèves de 3^e de ce collège mesurent moins de 156 cm (ou la moitié des élèves mesurent plus de 156 cm).

1 * Voici les résultats obtenus par les 28 élèves d'une classe de 3^e lors d'un contrôle d'histoire :

11	5	11	12	8	13	15
10	10	7	9	12	8	14
16	3	3	12	14	15	14
9	12	10	10	13	8	9

1. Dressez un tableau ordonné de cette série.
2. Calculez la moyenne $\bar{x}$ obtenue par la classe.
3. Déterminez l'étendue et la médiane de cette série.
4. Si la plus haute note de la classe passe à 19, que devient la médiane de la série ?
5. Si l'on rajoute 3 points à toutes les notes de la classe, que deviennent la moyenne et la médiane ?

2 * Voici les notes obtenues par la classe de Paul aux deux derniers contrôles de mathématiques :

1^{er} contrôle

9	10	10	8	8	9
9	9	2	19	9	9
2	19	9	2	8	2
2	9	2	19	9	2
2	2	9	9	10	9

2^e contrôle

9	2	9	4	3	7
18	4	9	2	5	8
5	2	19	18	3	9
19	7	8	4	9	18
8	9	19	7	5	3

À chacun d'eux, Paul n'a décroché qu'un faible 8 ! Ce qui ne l'a pas empêché d'annoncer fièrement à ses parents, pour l'un : « J'ai eu plus que la moyenne de la classe », et pour l'autre : « Je fais partie de la meilleure moitié de la classe ! »

Calculez la moyenne et la médiane de chacune de ces séries et justifiez les annonces de Paul.

3 * Lors d'un contrôle routier, les vitesses de 110 véhicules circulant en ville ont été enregistrées. On a établi le tableau suivant :

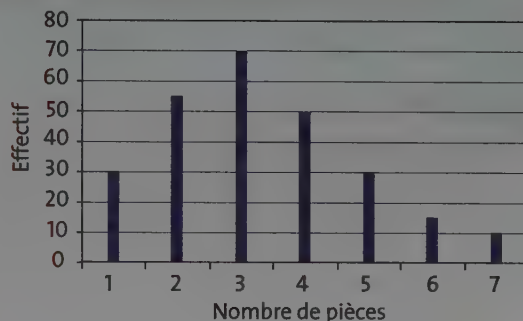
Vitesse (en km/h)	30	45	50	60	65
Nbre véhicules	20	30	20	20	20

1. Déterminez la moyenne et la médiane de cette série statistique.
2. Donnez une interprétation concrète de la médiane de cette série.

4 ** Le diagramme suivant représente la répartition des appartements d'un complexe immobilier en fonction du nombre de pièces habitables.

1. Quel est l'effectif total de cette série ?
2. Quelle est son étendue ?

3. Déterminez la médiane de la série. Interprétez le résultat par une phrase.



5 ** Tous les jours de septembre et d'octobre (ou presque), Bernard est parti faire sa cueillette de champignons. Il a consciencieusement pesé ses différentes récoltes et noté les masses obtenues.

Récoltes de septembre (en grammes)

2575	2572	2571	2567	2564	2556	2552
2551	2551	2545	2543	2542	2541	2526
1621	2517	2511	2510	2501	2500	2498
2489	2486	2460	2460	2459	2455	2423

Récoltes d'octobre (en grammes)

2607	2601	2596	2593	2584	2581	2581
2576	2565	2564	2553	2545	2540	2521
2510	2505	2494	2494	2489	2487	2484
2482	2481	2468	2468	2461	2460	2443

1. Calculez la masse moyenne de la récolte d'une journée de septembre, puis celle de la récolte d'une journée d'octobre.

Quel a été le meilleur mois pour Bernard ?

2. Un restaurateur lui achetait (cher !) sa cueillette dès que celle-ci dépassait 2,5 kg. Finalement, quel a été le meilleur mois pour Bernard, du point de vue financier ?

6 *** Une enquête menée auprès de 120 élèves de troisième du collège René Goscinny, concernant le temps passé par chacun devant un écran d'ordinateur durant le week-end, a donné les résultats suivants (les durées sont exprimées en minutes) :

Durée	[0 ; 30[	[30 ; 60[	[60 ; 90[	[90 ; 120[	[120 ; 150[	[150 ; 180[
Effectif	40	70	50	35	10	5

1. Calculez l'étendue de cette série.
2. Calculez le temps moyen passé devant l'écran par ces élèves (on prendra, pour les calculs, les centres des intervalles considérés : 15 min pour [0 ; 30[; 45 min pour [30 ; 60[; etc.).
3. Représentez la série par un histogramme, à l'aide d'un repère bien choisi.

● Définition

Jouer au loto, tirer une carte dans un jeu de 32 cartes, lancer un dé deux fois de suite... Chacune de ces activités constitue une **expérience** dont le résultat, ou **issue**, n'est pas connu à l'avance. On peut cependant tenter d'établir la liste des issues possibles de chacune de ces expériences et évaluer les « chances » que l'une d'entre elles se produise : on détermine ainsi une **probabilité**.

● Caractéristiques

Une probabilité est un **nombre compris entre 0 et 1**, exprimé sous la forme d'une fraction, d'un nombre décimal ou d'un pourcentage. Elle est égale à 0 si le résultat est impossible à obtenir ; elle est égale à 1 pour un résultat dont on est certain qu'il se produira. On note $p(A)$ la probabilité du résultat A .

● Évaluer une probabilité à partir...

• d'une étude statistique

Exemple : Le tableau ci-dessous donne le résultat d'une enquête portant sur la part d'audience des chaînes hertziennes, menée auprès de 1 000 personnes ayant déclaré avoir regardé une de ces chaînes.

Chaîne	TF1	France 2	France 3	Canal +	Arte	M6
Audience (en %)	35,5	24,2	16,3	6,8	4,4	12,8

On rencontre par hasard une personne ayant répondu à cette enquête. Quelle est la probabilité de chacune des issues suivantes ?

A : « La personne rencontrée a regardé France 3. »

B : « La personne rencontrée a regardé une chaîne privée. »

C : « La personne rencontrée n'a pas regardé TF1. »

La part d'audience de France 3 est 16,3 %, donc $p(A) = 16,3 \%$.

La part d'audience cumulée des trois chaînes privées est 55,1 %, donc $p(B) = 55,1 \%$.

La part d'audience de TF1 est 35,5 %, et $100 - 35,5 = 64,5$, donc $p(C) = 64,5 \%$.

• d'un tableau

Exemple : Le tableau ci-contre donne la répartition des élèves d'un collège. Dans le fichier général des élèves, le CPE choisit une fiche au hasard.

	Filles	Garçons	Total
1/2 pensionnaires	250	300	550
Externes	100	150	250
Total	350	450	800

Quelle est la probabilité p que la fiche choisie soit celle d'un garçon demi-pensionnaire ?

Il y a 300 garçons demi-pensionnaires parmi les 800 élèves du collège, donc $p = \frac{300}{800} = \frac{3}{8}$.



1 * Le tableau suivant donne la répartition de 125 familles d'un quartier en fonction de leur nombre d'enfants.

Nb enfants	0	1	2	3	4	5	Total
Nb familles	13	42	36	24	7	3	125

On rencontre par hasard une personne de ce quartier. Quelle est la probabilité de chacune des issues suivantes ?

A : « Cette personne a 2 enfants. »

$p(A) = \dots\dots\dots$

B : « Cette personne a au moins 3 enfants. »

$p(B) = \dots\dots\dots$

C : « Cette personne n'a pas 5 enfants. »

$p(C) = \dots\dots\dots$

D : « Cette personne a plusieurs enfants. »

$p(D) = \dots\dots\dots$

2 * Le tableau suivant donne la répartition des 220 élèves de troisième d'un collège en fonction de leur seconde langue vivante.

	Anglais	Allemand	Espagnol	Total
Garçons	38	28	34	100
Filles	38	36	46	120
Total	76	64	80	220

Le principal du collège doit désigner au hasard un élève de troisième pour représenter les élèves lors d'une réunion éducative.

Quelle est la probabilité que l'élève choisi soit :

a. une personne étudiant l'allemand en LV2 ?

b. un garçon ?

c. un garçon étudiant l'allemand en LV2 ?

d. une personne n'étudiant pas l'espagnol en LV2 ?

3 ** On lance deux fois de suite un dé non truqué.

1. Complétez le tableau ci-dessous, donnant toutes les sommes possibles des points marqués.

1 ^{er} dé \ 2 ^e dé	1	2	3	4	5	6
1	2					
2			5			
3						
4						
5		7				11
6						

2. Déduisez-en la probabilité de chacun des résultats suivants.

A : « La somme des points marqués est égale à 7. »

B : « La somme des points marqués est un nombre pair. »

C : « La somme des points marqués est divisible par 3. »

D : « La somme des points marqués est un nombre entier. »

E : « La somme des points marqués est inférieure ou égale à 6. »

F : « La somme des points marqués est supérieure à 15. »

4 ** Un jeu de 32 cartes classique ne contient que les valeurs : 7, 8, 9, 10, valet, dame, roi et as ; dans chacune des quatre « couleurs » que sont le cœur, le carreau, le trèfle et le pique.

On tire au hasard une carte dans un tel jeu.

Déterminez la probabilité d'obtenir :

a. une carte de trèfle b. un roi

c. le roi de trèfle d. un roi ou un trèfle

e. une figure (valet, dame ou roi)

5 *** Afin de mieux analyser les motifs des retards des 800 élèves de son établissement, le principal d'un collège a procédé à un pointage. Les résultats le jour de la rentrée ont été les suivants :

- 74,5 % des élèves n'étaient pas en retard ;
- 25 % des élèves sont venus à pied, et 80 % d'entre eux sont arrivés en retard ;
- 18 % des élèves se sont fait déposer en voiture par leurs parents ;
- tous les élèves qui sont arrivés en bus étaient à l'heure.

1. a. Combien d'élèves sont arrivés en retard ?

b. Combien d'élèves sont arrivés à pied ?

c. Montrez par un calcul que 160 élèves sont arrivés à pied et ont été en retard au collège.

d. Complétez le tableau d'effectifs suivant :

Effectifs	À pied	En bus	En voiture	Total
En retard	160			
À l'heure				
Total				800

2. On croise un élève au hasard dans la cour.

a. Quelle est la probabilité de chacune des issues suivantes ?

A : « Cet élève est arrivé en bus. »

B : « Cet élève est arrivé à l'heure. »

C : « Cet élève est arrivé à pied et en retard. »

D : « Cet élève est arrivé en retard. »

b. Calculez $p(B) + p(D)$. Expliquez le résultat.

COURS

OBJECTIF • Comprendre les notions de fonction, d'image, d'antécédent

● Notion de fonction

Il y a quatre registres différents pour décrire une fonction.

● Registre « langue naturelle »

Je pense à un nombre, je le multiplie par lui-même et j'ajoute 3 au résultat.

● Registre numérique

Si le nombre est 4, alors j'obtiens $4 \times 4 + 3 = 4^2 + 3 = 19$.

Si le nombre est 1, alors j'obtiens $1^2 + 3 = 4$

On peut faire un tableau :

Nombre de départ	-2	0	1	4
Résultat	7	3	4	19

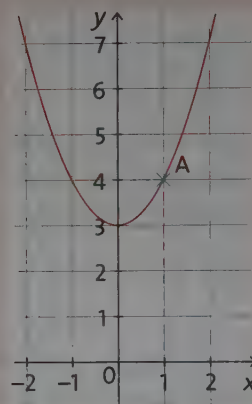
● Registre algébrique : $f : x \mapsto x^2 + 3$

La fonction f qui à tout nombre x fait correspondre $x^2 + 3$.

$$f(x) = x^2 + 3$$

● Registre graphique : représentation graphique de la fonction

$$y = x^2 + 3$$

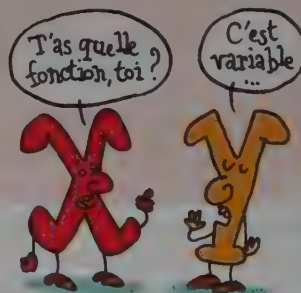


● Vocabulaire

Dans l'écriture $y = f(x)$: x est la **variable**, y est l'**image** de x par la fonction f ; x est un **antécédent** de y par la fonction f .

Remarques Un nombre x a une unique image par f .

Un nombre y peut avoir aucun, un ou plusieurs antécédents par f .



MÉTHODE

● Déterminer l'image ou les antécédents d'un nombre par une fonction ...

● définie par son expression

Pour calculer l'image du nombre a par la fonction f , on remplace x par a dans son expression.

Pour déterminer les éventuels antécédents du nombre b par la fonction f , on résout l'équation $f(x) = b$.

Exemple : Soit f la fonction définie par : $f(x) = -2x + 3,5$.

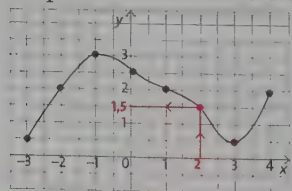
$f(6) = -2 \times 6 + 3,5 = -8,5$: l'image de 6 par f est $-8,5$.

$f(x) = 9$ lorsque $-2x + 3,5 = 9$, donc lorsque $-2x = 5,5$, soit lorsque $x = -2,75$.

L'antécédent de 9 par f est $-2,75$.

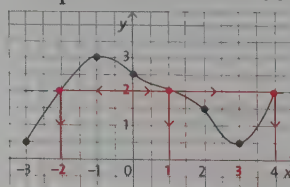
● définie par sa représentation graphique

L'image de a par f est l'ordonnée du point de la courbe d'abscisse a .



L'image de 2 par f est 1,5.

Les antécédents de b par f sont les abscisses des points de la courbe d'ordonnée b .



Les antécédents de 2 par f sont -2 , 1 et 4.

1 * Soit f la fonction définie par $f(x) = x^2 + 3x - 2$.

1. Complétez le tableau suivant :

x	0	2	4	6	8	10
$f(x)$						

2. Paul dit que pour toute fonction f et tous nombres a et b : $f(a+b) = f(a) + f(b)$ et $f(2 \times a) = 2 \times f(a)$. Montrez-lui son erreur en utilisant les résultats du tableau.

2 * Soit f une fonction, dont la représentation graphique est notée C .

Traduisez chacune des phrases ci-dessous par une ou plusieurs égalités du type $f(x) = y$.

Exemple : « l'image de 3 est 5 » se traduit par : « $f(3) = 5$ ».

1. -3 a pour image 7.
2. Le point A (-5 ; 4) appartient à C .
3. 4 est un antécédent de -4.
4. C coupe l'axe des ordonnées au point d'ordonnée -6.
5. Les points de C d'ordonnée 3 ont pour abscisses -1, 7 et 9.
6. C coupe l'axe des abscisses aux points d'abscisses -2 et 5.
7. L'abscisse du point de C d'ordonnée 6 est 4,5.

3 ** L'échelle de Beaufort est utilisée en navigation maritime pour indiquer la vitesse du vent, ainsi que la hauteur des vagues en pleine mer. Elle est graduée de 0 à 12.

Force Beaufort	0	1	2	3	4	5	6
Hauteur des vagues (m)	0	0,1	0,2	0,6	1	2	3

Force Beaufort	7	8	9	10	11	12
Hauteur des vagues (m)	4	5,5	7	9	11,5	14

Soit f la fonction qui, à la force Beaufort x , associe la hauteur y des vagues en pleine mer.

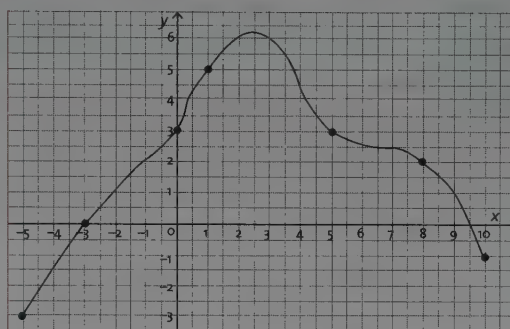
1. Complétez les phrases suivantes, puis traduisez-les par une égalité du type $y = f(x)$.

Un vent de force 7 Beaufort provoque des vagues de hauteur

Des vagues de 9 m de hauteur indiquent une force Beaufort égale à

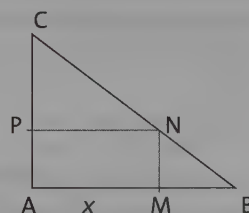
2. Placez sur un graphique les points de coordonnées $(x; f(x))$ correspondant au tableau ci-dessus, et tracez une courbe reliant ces points.

4 ** La fonction f est définie par le graphique ci-dessous.



1. Quelle est l'image de -3 par f ? Celle de 0 ? Celle de 4 ?
2. Quels sont les antécédents éventuels de 3 par f ? Ceux de 0 ? Ceux de -3 ?
3. Quelle est l'ordonnée du point de la courbe de f d'abscisse 1 ? Posez la question d'une autre façon.
4. Quelles sont les abscisses des points de la courbe de f d'ordonnée 1 ? Posez la question d'une autre façon.

5 *** ABC est un triangle rectangle en A ;
AB = 8 cm et AC = 6 cm.
M est un point de [AB], et on pose $AM = x$.
(MN) // (AC).



1. On suppose que $x = 6$.
a. Combien mesure BM ?
b. En utilisant le théorème de Thalès, calculez la longueur MN.
c. Déduisez de ce calcul l'aire du rectangle AMNP.
2. De façon générale, démontrez que si $AM = x$, alors $MN = 6 - \frac{3}{4}x$ et l'aire du rectangle AMNP est égale à $6x - \frac{3}{4}x^2$.
3. On pose $f(x) = 6x - \frac{3}{4}x^2$.
a. Calculez $f(x)$ pour x variant de 0 à 8 avec un pas égal à 0,5.
b. Placez dans un repère les points de coordonnées $(x; f(x))$ ainsi trouvés.
c. Pour quelle la valeur de x l'aire du rectangle AMNP semble-t-elle maximale ?

COURS

OBJECTIF • Comprendre la notion de fonction linéaire

● Définition

Soit a un nombre.

Lorsqu'à tout nombre x on fait correspondre le nombre ax , on définit une fonction linéaire. On dit que ax est l'image de x et on note $x \mapsto ax$.

● Représentation graphique

La représentation graphique d'une fonction linéaire est une **droite qui passe par l'origine**. Le nombre a est le **coefficient directeur**, la pente de la droite.

● Proportionnalité et fonction linéaire

Une situation de proportionnalité peut être modélisée par une fonction linéaire. Le coefficient de proportionnalité est le coefficient directeur.

METHODE

● Relier une situation de proportionnalité et une fonction linéaire

Exemple : Obtenir le triple d'un nombre, c'est multiplier un nombre par 3.

Cette phrase permet de définir une fonction linéaire qui à tout nombre x fait correspondre le nombre $3x$. On note $x \mapsto 3x$. C'est une situation de proportionnalité.

● On peut faire un tableau de nombres.

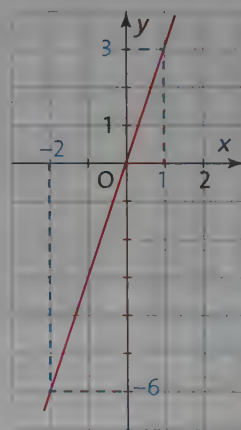
$\div 3$	x	-2	0	1	$\times 3$
	$3x$	6	4,5	9	

On obtient un tableau représentant une situation de proportionnalité dont le coefficient est égal à 3.

● On peut faire une représentation graphique.

C'est une droite qui passe par l'origine du repère.

Équation de la droite : $y = 3x$.



● Traduire une variation en % par une fonction linéaire

Exemple 1 : Un objet coûte x euros. Quel est son prix après une **augmentation de 5 %** ?

Le nouveau prix est : $x + \frac{5}{100}x = x \left(1 + \frac{5}{100}\right) = 1,05x$.

Un objet qui coûte x euros avant augmentation coûte $1,05x$ euros après une augmentation de 5 %. Une augmentation de 5 % se traduit par la fonction linéaire $x \mapsto 1,05x$.

Exemple 2 : Un objet coûte x euros. Quel est son prix après une **diminution de 5 %** ?

Le nouveau prix est : $x - \frac{5}{100}x = x \left(1 - \frac{5}{100}\right) = 0,95x$.

Une diminution de 5 % se traduit par la fonction linéaire $x \mapsto 0,95x$.

Exemple 3 : Un objet coûte 12 €.

Quel est son nouveau prix s'il **diminue de 5 % puis augmente de 5 %** ?

-5 % +5 %

$12 \rightarrow 12 \times 0,95 = 11,4 \rightarrow 11,4 \times 1,05 = 11,97$

Le nouveau prix est **11,97 €** : on ne retrouve pas le prix initial.

1* Traduisez chacun des phénomènes suivants par une fonction linéaire.

1. Augmentation de 20,6 % :
2. Diminution de 32 % :
3. Augmentation de 50 % :
4. Diminution de 50 % :
5. Augmentation de 100 % :
6. Diminution de 100 % :

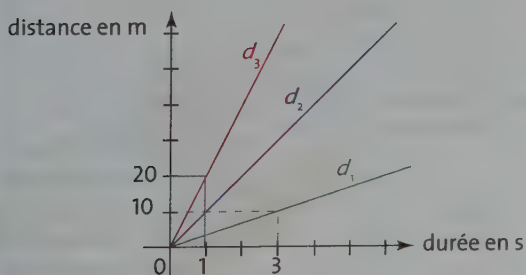
2* À quel phénomène (augmentation ou diminution, et de quel pourcentage) correspond chaque application linéaire suivante ?

1. $x \mapsto 1,22x$
2. $x \mapsto 0,75x$
3. $x \mapsto 1,115x$
4. $x \mapsto 0,5x$
5. $x \mapsto 1,5x$
6. $x \mapsto 0,1x$

3** Bernard fabrique et vend 500 bracelets brésiliens par semaine. Chaque bracelet lui coûte 0,5 € et est vendu 2 €.

1. Quel est son bénéfice hebdomadaire ?
2. Ses coûts de production augmentent de 20 % : il décide d'en fabriquer (et vendre) 10 % de plus. Traduisez ces deux augmentations par des fonctions linéaires. Quel est le nouveau bénéfice de Bernard ?
3. Ses coûts de production augmentent encore de 5 %. Mais un grossiste lui propose un achat fixe de 2 000 bracelets par semaine s'il lui vend 25 % moins cher. Traduisez ces modifications de tarifs par des fonctions linéaires, puis calculez le bénéfice de Bernard s'il accepte cette proposition.

4** Sur le graphique ci-dessous, on a représenté les fonctions linéaires donnant les distances parcourues par une voiture, un coureur de fond et un cheval en fonction du temps.



La voiture va plus vite que le cheval qui va plus vite que le coureur.

Complétez chaque phrase.

La vitesse du cheval est $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ = $\text{km} \cdot \text{h}^{-1}$.

La vitesse de la voiture est $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ = $\text{km} \cdot \text{h}^{-1}$.

La vitesse du coureur est $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ = $\text{km} \cdot \text{h}^{-1}$.

5** Le débit d d'un robinet est le quotient du volume V écoulé pendant la durée t par ce robinet : $d = \frac{V}{t}$. Complétez le tableau suivant.

d		8 L/s	20 L/s		800 m^3/s
V	20 L		1 500 dL	100 m^3	
t	10 s	50 s		0,5 s	3 min

6** Le 1^{er} octobre 1993, le débit de la Durance (un affluent du Rhône) était de $x \text{ m}^3$ par seconde.

1. Après une semaine de pluie, le débit augmentait de 30 %. Sachant que le débit était alors de 143 m^3 par seconde, calculez le débit initial x .
2. Une semaine après, le débit baissait de 30 %. Calculez ce dernier débit.

7** Un commerçant fait une réduction de 20 % sur tous ses articles.

1. Une veste valait 50 euros. Quel est son prix après réduction ?
2. a. Soit x le prix d'un article avant réduction et soit y le prix du même article après réduction. Exprimez y en fonction de x .
b. Un article vaut 34 euros après réduction. Quel était son prix avant réduction ?

8*** La densité de population d est le quotient du nombre d'individus N par la superficie S du territoire : $d = \frac{N}{S}$.

1. Exprimez N en fonction de S et de d , puis S en fonction de d et de N .
2. Dans le désert d'Ethart'art (450 000 km^2), on trouve 6 750 scorpions. Quelle est la densité de scorpions dans ce désert ?
3. Il y a 920 000 coccinelles par km^2 dans le jardin de Serge qui ne fait que 800 m^2 . Combien y a-t-il de coccinelles dans son jardin ?
4. Bernard a renversé 280 clous sur la moquette, ce qui en fait 20 millions par km^2 . Quelle est la superficie de sa moquette en m^2 ?

OBJECTIF • Savoir déterminer et représenter une fonction affine

COURS

● Fonction affine

a et b étant deux nombres donnés, lorsqu'à tout nombre x on fait correspondre le nombre $ax + b$, on définit une fonction affine.

On dit que $ax + b$ est l'image de x et on note $x \mapsto ax + b$.

Si f désigne la fonction, l'image de x est notée $f(x)$ et on a $f(x) = ax + b$.

Si $b = 0$, $x \mapsto ax + b$ est la fonction linéaire $x \mapsto ax$.

● Représentation graphique

La représentation graphique de la fonction affine $x \mapsto ax + b$ est l'ensemble des points de coordonnées $(x ; ax + b)$: c'est la **droite d'équation $y = ax + b$** .

a est le coefficient directeur de cette droite et b est appelé **ordonnée à l'origine**.

MÉTHODE

● Déterminer une fonction affine

Exemple : Déterminer la fonction affine f telle que 2 a pour image 7 et -3 a pour image -8.

$2 \mapsto 7$ donc $f(2) = 7$ d'où $a \times 2 + b = 7$ soit $2a + b = 7$ (1)

$-3 \mapsto -8$ donc $f(-3) = -8$ d'où $a \times (-3) + b = -8$ soit $-3a + b = -8$ (2)

En effectuant (1) - (2), on obtient : $(2a + b) - (-3a + b) = 7 - (-8)$, soit $5a = 15$ et $a = 3$.

En remplaçant a par 3 dans (1), on obtient $2 \times 3 + b = 7$, d'où $6 + b = 7$ et $b = 1$.

La fonction affine f est $x \mapsto 3x + 1$.

● Représenter une fonction affine

Exemple : Représenter la fonction affine $g : x \mapsto 2x + 3$.

$g(0) = 2 \times 0 + 3 = 3$, donc le point A (0 ; 3) est un point de cette droite.

$g(1) = 2 \times 1 + 3 = 5$, donc le point B (1 ; 5) est un point de cette droite.

On place les points A et B.

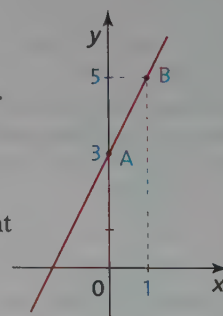
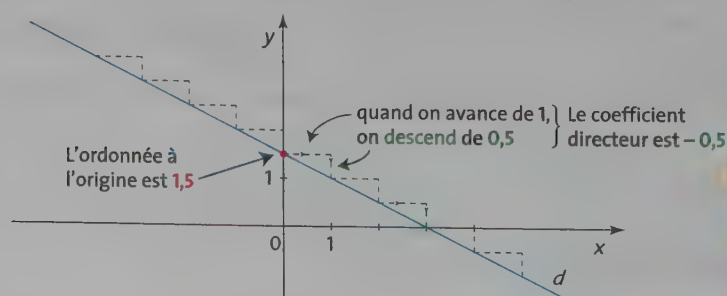
La représentation graphique de g est la droite (AB).

Remarque Même si ce n'est pas nécessaire, déterminer un troisième point permet un tracé plus précis.

● Lire une représentation graphique

Exemple : La droite d représente une fonction affine f .

Lire le coefficient directeur et l'ordonnée à l'origine de d .



La fonction affine f est donc $x \mapsto -0,5x + 1,5$.

1 * g est la fonction affine telle que :

$$g(x) = -2x + 3.$$

1. Calculez l'image de 0 et celle de -4 par g .
2. Que représente la solution de l'équation $g(x) = 12$?
3. Calculez l'antécédent de 0 et celui de -4 par g .
4. Le point $A(-25, 1 ; 53)$ appartient-il à la représentation graphique de g ?

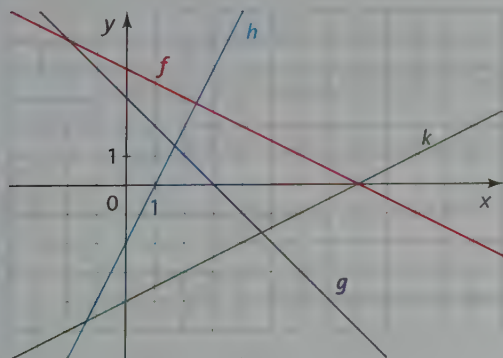
2 * Déterminez l'expression de chacune des fonctions affines suivantes.

1. f telle que son coefficient directeur vaut 3 et son ordonnée à l'origine vaut -2 .
2. g telle que son coefficient directeur est -3 et sa représentation graphique passe par le point $(2 ; -6)$.
3. h telle que $h(-3) = 0$ et son ordonnée à l'origine est -3 .

3 * Représentez sur un même graphique (unités : 1 cm sur chaque axe) les fonctions affines suivantes.

1. $f(x) = -2x + 3$
2. $g(x) = x - 5$
3. $h : x \mapsto 3x - 2$
4. $j : x \mapsto -3x$
5. $k : x \mapsto x - 3$

4 ** 1. Donnez l'expression de chaque fonction affine représentée ci-dessous, en lisant son coefficient directeur et son ordonnée à l'origine sur le graphique.



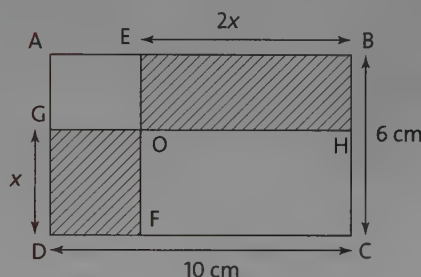
$f(x) = \dots\dots\dots$
 $g(x) = \dots\dots\dots$
 $h(x) = \dots\dots\dots$
 $k(x) = \dots\dots\dots$

2. Donnez par lecture graphique :

- a. l'image de 1 par : $f ; g ; h ; k$.
- b. l'image de 3 par : $f ; g ; h ; k$.
- c. l'antécédent de 2 par : $f ; g ; h ; k$.
- d. l'antécédent de -2 par : $f ; g ; h ; k$.

3. Vérifiez les réponses de la question 2. par le calcul, à l'aide de la question 1.

5 ** ABCD, EBHO et GOFD sont des rectangles.



1. Exprimez en fonction de x le périmètre $P(x)$ de GOFD et le périmètre $Q(x)$ de EBHO.

2. Représentez graphiquement ces deux fonctions affines pour x compris entre 0 et 5. (Unités : 0,5 cm sur chaque axe.)

3. a. Lisez sur le graphique la valeur de x pour laquelle ces deux périmètres sont égaux.

b. Retrouvez ce résultat par le calcul et donnez alors la valeur, en cm, de ces deux périmètres.

6 *** La société TRICOTTET-VOYAGES compte organiser une ligne régulière Terre-Mars en navette dès 2020.

Elle propose les possibilités suivantes :

- option A : 150 000 € par trajet aller-retour ;
- option B : une carte de fidélité coûtant 500 000 € donnant droit à une réduction de 20 % sur le prix des trajets.

On note x le nombre de trajets aller-retour que souhaite effectuer Bernard en 2020.

1. Donnez l'expression de $f(x)$, prix payé par Bernard s'il choisit l'option A.

2. Combien coûte un trajet lorsque l'on a acheté la carte de fidélité ?

Déduisez-en l'expression de $g(x)$, prix payé par Bernard s'il choisit l'option B.

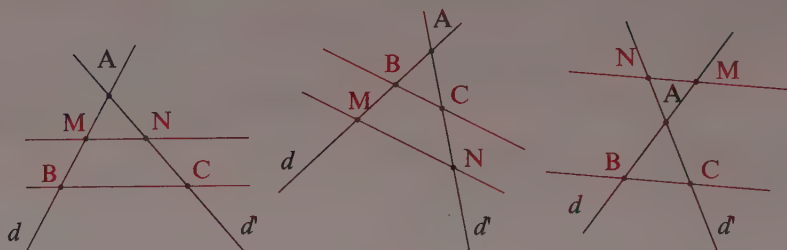
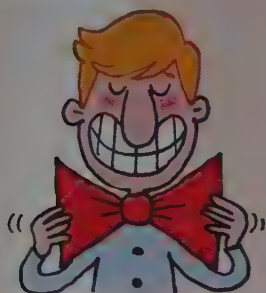
3. En résolvant une inéquation, déterminez le nombre minimal de trajets à partir duquel Bernard a plutôt intérêt à choisir l'option B.

Vérifiez ce résultat sur le graphique.

COURS

OBJECTIF • Reconnaître et utiliser le théorème de Thalès

Les trois configurations de Thalès


 Hypothèse : $(MN) \parallel (BC)$.

d et d' sont deux droites sécantes en A .

B et M sont deux points de d , distincts de A .

C et N sont deux points de d' , distincts de A .

Si les droites (BC) et (MN) sont parallèles, alors : $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$.

MÉTHODE

• Utiliser le théorème de Thalès pour calculer une longueur

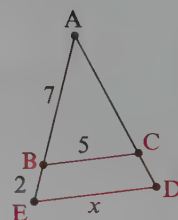
Exemple 1 : Calculer x sachant que (BC) et (ED) sont parallèles.

A , B et E sont alignés ainsi que A , C et D .

(BC) et (ED) sont parallèles.

Donc, d'après le théorème de Thalès :

$$\frac{AB}{AE} = \frac{AC}{AD} = \frac{BC}{ED} \quad \text{soit} \quad \frac{7}{7+2} = \frac{5}{x} = \frac{AC}{AD}.$$



On choisit l'égalité où figurent la longueur cherchée et trois longueurs connues.

De $\frac{7}{9} = \frac{5}{x}$, on déduit : $7 \times x = 5 \times 9$, d'où $7x = 45$ soit $x = \frac{45}{7}$ donc $x \approx 6,4$.

Exemple 2 : Calculer DE .

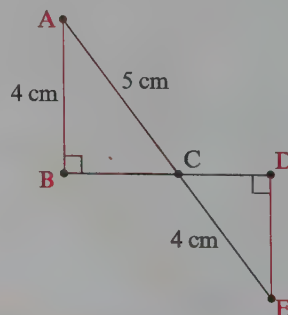
A , C et E sont alignés ainsi que B , C et D .

(AB) et (DE) sont perpendiculaires à une même troisième droite, donc elles sont parallèles.

On peut appliquer le théorème de Thalès :

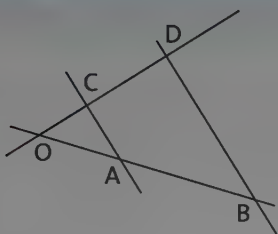
$$\frac{AB}{DE} = \frac{AC}{CE} = \frac{BC}{CD}.$$

D'où $\frac{4}{DE} = \frac{5}{4}$, ce qui donne $DE = \frac{4 \times 4}{5} = \frac{16}{5} = 3,2$ cm.



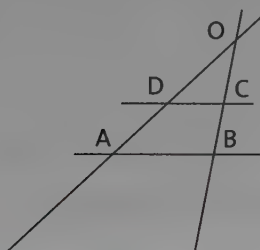
1* Dans chacun des cas suivants, calculez la longueur AB.

1.



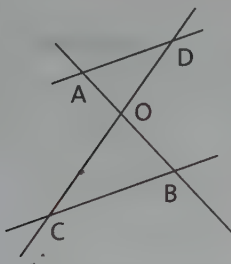
$(CA) \parallel (BD)$; $OC = 3$; $OD = 8$; $OA = 4,5$.

2.



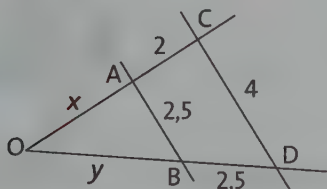
$(AB) \parallel (DC)$; $OD = 5$; $DA = 4$; $DC = 3$.

3.



$(AD) \parallel (BC)$; $OA = 3$; $AD = 5$; $BC = 7$.

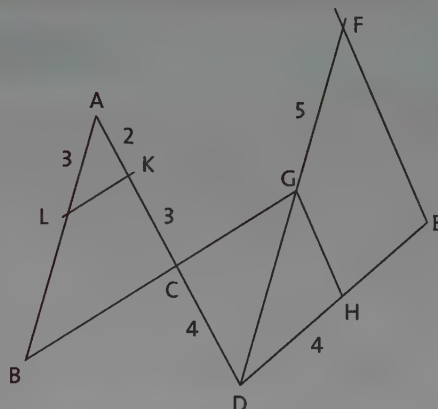
2* Dans la figure ci-dessous, $(AB) \parallel (CD)$.



1. Prouvez que $4x = 2,5x + 5$. Déduisez-en x .

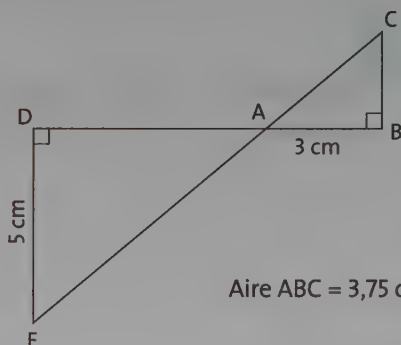
2. Prouvez que $4y = 2,5y + 6,25$. Déduisez-en y .

3** Calculez LB, puis GD, puis HE.



$(LK) \parallel (BG)$; $(AB) \parallel (FD)$; $(GH) \parallel (FE)$.

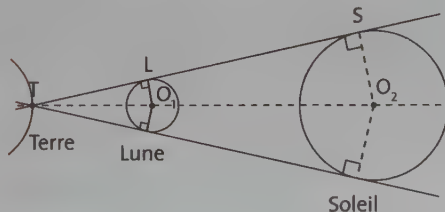
4*** Calculez l'aire du triangle ADE.



Aire $ABC = 3,75 \text{ cm}^2$.

5*** Je suis en T, sur Terre.

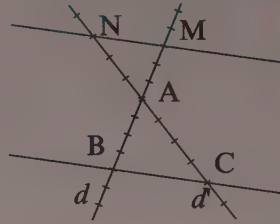
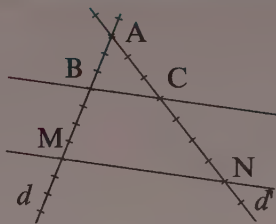
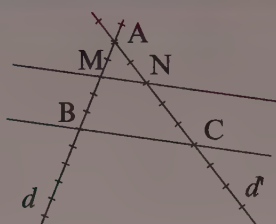
La Lune me cache complètement le Soleil, dont le centre est à 150 millions de km de moi et dont le diamètre est 1 400 000 km. Celui de la Lune est 3 500 km.



À quelle distance suis-je de la Lune ?

COURS

OBJECTIF • Reconnaître et utiliser la réciproque du théorème de Thalès



Dans les trois cas de figure, on a $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$.

d et d' sont deux droites sécantes en A .

B et M sont deux points de d , distincts de A .

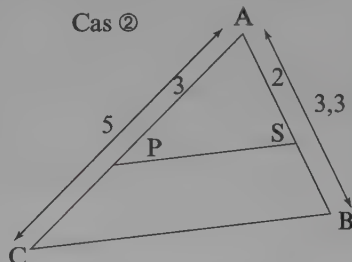
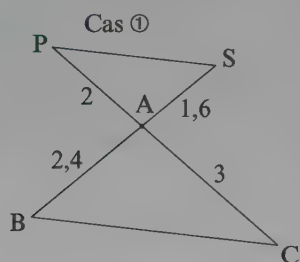
C et N sont deux points de d' , distincts de A .

Si $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$ et si les points A, B, M d'une part et les points A, C, N d'autre part sont alignés dans le même ordre, alors les droites (BC) et (MN) sont parallèles.

MÉTHODE

• Reconnaître si des droites sont parallèles

Exemple : Les droites (PS) et (BC) sont-elles parallèles ?



Remarque Sur les deux dessins, (PS) et (BC) semblent effectivement parallèles, mais observer ne suffit pas pour affirmer...

Dans les deux cas, les points P, A et C sont alignés dans le même ordre que S, A et B .

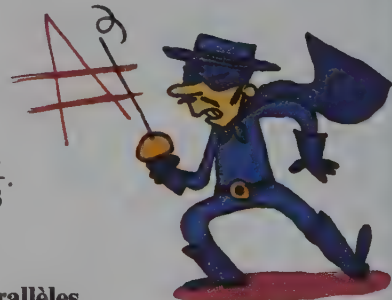
$$\left. \begin{array}{l} \text{• Cas ① : } \frac{AP}{AC} = \frac{2}{3} \\ \frac{AS}{AB} = \frac{1,6}{2,4} = \frac{16}{24} = \frac{8 \times 2}{8 \times 3} = \frac{2}{3} \end{array} \right\} \text{ On a donc } \frac{AP}{AC} = \frac{AS}{AB}.$$

Les droites (PS) et (BC) sont donc parallèles d'après la réciproque de la propriété de Thalès.

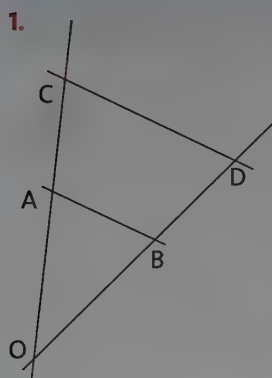
$$\left. \begin{array}{l} \text{• Cas ② : } \frac{AP}{AC} = \frac{3}{5} = 0,6 \\ \frac{AS}{AB} = \frac{2}{3,3} = \frac{16}{24} \approx 0,606 \end{array} \right\} \text{ On a donc } \frac{AP}{AC} \neq \frac{AS}{AB}.$$

Comme $\frac{AP}{AC} \neq \frac{AS}{AB}$, les droites (PS) et (BC) ne sont pas parallèles.

En effet, si (PS) et (BC) étaient parallèles, d'après le théorème de Thalès, les deux rapports seraient égaux.

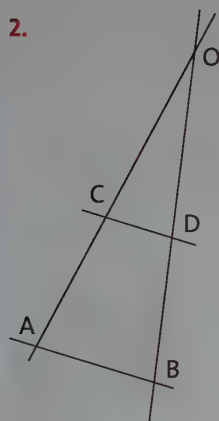


1 ★ Dans chacun des cas suivants, les droites (AB) et (CD) sont-elles parallèles ?



$$\begin{aligned} AB &= 3 \\ CD &= 5 \\ OB &= 4,5 \\ OD &= 7,5 \end{aligned}$$

(AB) et (CD)

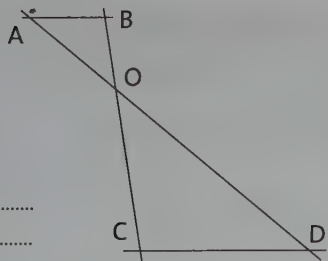


$$\begin{aligned} AB &= 3,2 \\ CD &= 1,8 \\ OC &= 5 \\ OA &= 8,9 \end{aligned}$$

(AB) et (CD)

3. $\begin{aligned} AB &= 4 \\ CD &= 9 \\ OA &= 6 \\ OD &= 13,5 \end{aligned}$

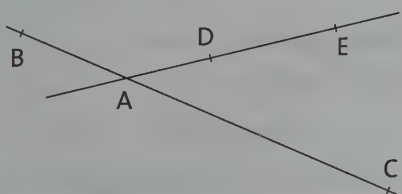
(AB) et (CD)



2 ★ Calculez $\frac{AB}{AC}$ et $\frac{AD}{AE}$.

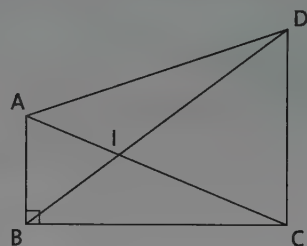
Que peut-on en déduire ?

$$\begin{aligned} AB &= 6 \\ AC &= 15 \\ AD &= 4,5 \\ AE &= 11,25 \end{aligned}$$



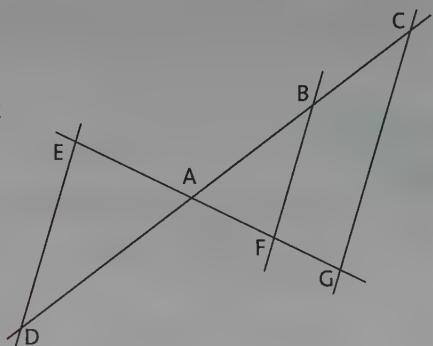
3 ** ABC est un triangle rectangle en B. Le triangle BCD est-il rectangle ?

$$\begin{aligned} AB &= 3,2 \\ AC &= 8,4 \\ AI &= 3 \\ DC &= 5,8 \end{aligned}$$



4 ** Sur la figure ci-dessous, qui n'est pas en vraie grandeur, les droites (BF) et (CG) sont parallèles.

$$\begin{aligned} AB &= 5 \\ BC &= 4 \\ AF &= 3 \\ AD &= 7 \\ AE &= 4,2 \end{aligned}$$



1. Calculez AG puis FG.

2. Démontrez que (ED) et (BF) sont parallèles.

5 *** ABCD est un rectangle de côtés $AD = 5$ cm et $AB = 2$ cm.

I est le point du segment [AB] tel que $AI = 1,2$ cm. J est le point du segment [AC] tel que $AJ = 3,2$ cm.

1. Calculez AC avec le théorème de Pythagore. Donnez sa valeur exacte, puis l'arrondi au centième.

2. Pour démontrer que les droites (BC) et (IJ) ne sont pas parallèles, on va utiliser un raisonnement par l'absurde, c'est-à-dire que l'on va supposer qu'elles sont parallèles et voir que l'on aboutit alors à une contradiction (une « absurdité »). On suppose donc que $(BC) \parallel (IJ)$.

a. Que peut-on dire alors des rapports $\frac{AJ}{AC}$ et $\frac{AI}{AB}$?

Quelle valeur de AC obtient-on ainsi ?

b. Comparez cette valeur et la valeur exacte de AC obtenue dans la question 1.

c. Concluez.

COURS

OBJECTIF • Calculer des longueurs et des angles à l'aide de la trigonométrie

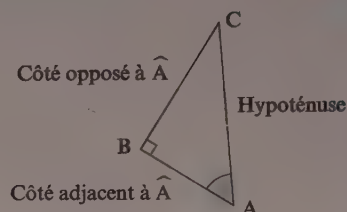
● Définitions

ABC est un triangle rectangle en B : $\cos \hat{A} = \frac{AB}{AC} = \frac{\text{côté adjacent à } \hat{A}}{\text{hypoténuse}}$

$$\sin \hat{A} = \frac{BC}{AC} = \frac{\text{côté opposé à } \hat{A}}{\text{hypoténuse}}$$

$$\tan \hat{A} = \frac{BC}{AB} = \frac{\text{côté opposé à } \hat{A}}{\text{côté adjacent à } \hat{A}}$$

$\cos \hat{A}$ et $\sin \hat{A}$ sont donc des nombres inférieurs à 1.



● Propriétés

Pour tout angle aigu x , on a : $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$ et $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$ ($x \neq 90^\circ$).

METHODE

● Utiliser une calculatrice

Mettre la calculatrice en mode degré.

Calcul de $\sin 43^\circ$

On tape : **sin** **43** **EXE**

On lit : **0.68199836**

On écrit : $\sin 43^\circ \approx 0,68$
(arrondi au centième).

Calcul d'une mesure de l'angle $\hat{A}$ sachant que $\tan \hat{A} = 3$

On tape : **SHIFT** **tan** **3** **EXE**

On lit : **71.56505118**

On écrit : $\hat{A} \approx 72^\circ$ (arrondi à l'unité).



● Calculer des longueurs

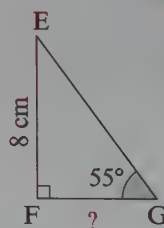
Exemple : EFG est un triangle rectangle en F tel que $EF = 8$ cm et $\hat{G} = 55^\circ$. Calculer FG.

On connaît la longueur EF du côté opposé à $\hat{G}$ et on cherche longueur FG du côté adjacent à $\hat{G}$.

On utilise donc la tangente de l'angle $\hat{G}$.

$$\tan \hat{G} = \frac{EF}{FG}, \text{ d'où } \tan 55^\circ = \frac{8}{FG} \text{ et } \tan 55^\circ \times FG = 8. \text{ Donc } FG = \frac{8}{\tan 55^\circ}.$$

La calculatrice donne $FG \approx 5,6$ cm (**8** **÷** **tan** **55** **EXE**).

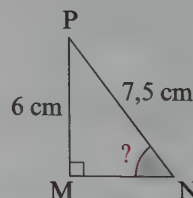


● Calculer des angles

Exemple : MNP est un triangle rectangle en M tel que $PM = 6$ cm et $PN = 7,5$ cm. Calculer une mesure en degré de l'angle $\hat{N}$.

PM et PN interviennent dans le sinus de $\hat{N}$: $\sin \hat{N} = \frac{PM}{PN} = \frac{6}{7,5}$.

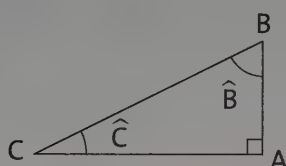
Sur la calculatrice, on tape **SHIFT** **sin** **6** **÷** **7,5** **EXE**. On obtient $\hat{N} \approx 53^\circ$.



1 ^{*} À l'aide de la calculatrice, complétez le tableau ci-dessous (valeurs arrondies au millièm pour $\sin x$, $\cos x$, $\tan x$ et au dixièm pour x).

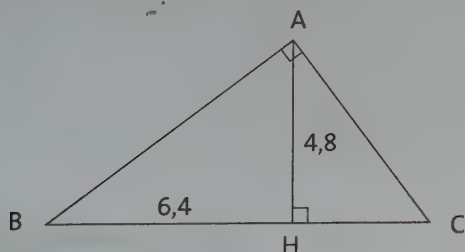
x	$\sin x$	$\cos x$	$\tan x$
47°			
	0,851		
		0,224	
			5,312

2 ^{*} ABC est un triangle rectangle en A. Complétez le tableau ci-dessous. Donnez les valeurs arrondies au dixièm.



AB	AC	BC	$\hat{B}$	$\hat{C}$
6		10		
		20	60°	
5			50°	
	10			20°
8			45°	

3 ^{*} ABC est un triangle rectangle en A ; H est le pied de la hauteur issue de A ; $AH = 4,8$ cm et $BH = 6,4$ cm. Calculez : AB ; $\hat{ABC}$; $\hat{ABH}$; HC ; AC . Donnez les valeurs arrondies à l'unité pour les angles, au dixièm pour les longueurs.



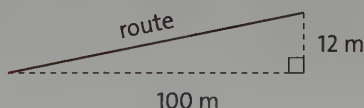
4 ^{**} ABC est un triangle rectangle en A ; H est le pied de la hauteur issue de A.

- Dans le triangle ABC : prouvez que $\sin \hat{B} = \cos \hat{C}$.
- Dans le triangle ABH : exprimez $\sin \hat{B}$.
- Dans le triangle ABC : exprimez $\cos \hat{C}$.
- Déduisez-en, à l'aide du 1., que : $AB \times AC = AH \times BC$.

5 ^{**} Répondez aux questions suivantes sans calculatrice et sans calculer la valeur de l'angle aigu x .

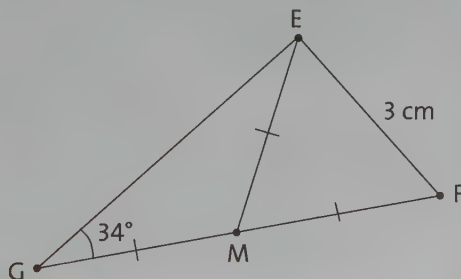
- Calculez $\cos x$ et $\tan x$ sachant que $\sin x = 0,6$.
- Calculez $\sin x$ et $\tan x$ sachant que $\cos x = \frac{1}{2}$.
- Expliquez pourquoi il est impossible de trouver un angle aigu x tel que $\cos x = \sin x = 0,5$.
- Calculez $\sin x$, $\cos x$ et $\tan x$ sachant que $\cos x = 2 \times \sin x$.
- Calculez $(\cos x + \sin x)^2 + (\cos x - \sin x)^2$.

6 ^{**} Sur les panneaux de signalisation routière, la pente d'une route est indiquée en pourcentage : une pente de 12 % indique que, pour un déplacement horizontal de 100 m, la route s'élève (ou s'abaisse) de 12 m.



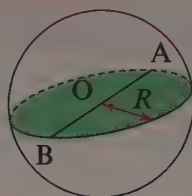
- Calculez, dans ce cas, l'angle que fait la route avec l'horizontale.
- Une route rectiligne longue de 12 km est montée en altitude de 1 800 m. Déterminez l'angle que fait cette route avec l'horizontale ; déduisez-en sa tangente, puis le pourcentage de pente annoncé sur le panneau.

7 ^{***} On considère la figure ci-dessous. Calculez GE (donnez l'arrondi au dixièm).



COURS

Définitions



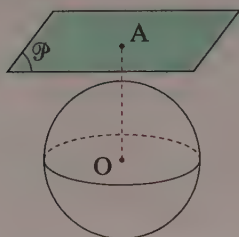
- La **sphère** de centre O et de rayon R est l'ensemble des points M de l'espace tels que $OM = R$.
- La **boule** de centre O et de rayon R est l'ensemble des points M de l'espace tels que $OM \leq R$.
- Deux points d'une sphère alignés avec le centre sont **diamétralement opposés**.

$[AB]$ est un diamètre.

Section d'une sphère par un plan perpendiculaire à un diamètre

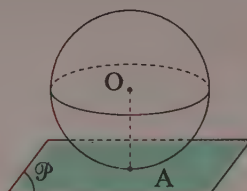
Le plan $\mathcal{P}$ est perpendiculaire à la droite (OA) .

$OA > R$



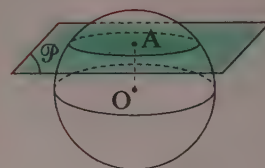
Le plan ne coupe pas la sphère.

$OA = R$



Le plan et la sphère ont un seul point commun A : ils sont tangents.

$OA < R$

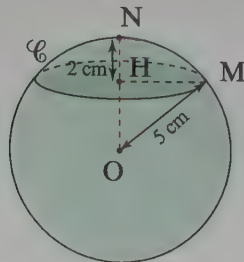


Le plan et la sphère se coupent selon un cercle. Si le plan passe par le centre de la sphère, le cercle est un **grand cercle** de la sphère.

METHODE

Calculer le rayon de la section d'une sphère par un plan

Exemple : Une boule de 5 cm de rayon flotte dans l'eau. Elle dépasse de l'eau de 2 cm. Calculer le rayon du cercle $\mathcal{C}$ de section de la boule par la surface de l'eau.



O est le centre de la boule et H est le centre du cercle de section : (OH) est perpendiculaire au plan du cercle de section.

$[HM]$ est un rayon $\mathcal{C}$.

$[OM]$ et $[ON]$ sont deux rayons de la boule : $OM = ON = 5$ cm.

On applique le théorème de Pythagore au triangle OHM rectangle en H : $OH^2 + HM^2 = OM^2$.

$$OM = 5$$

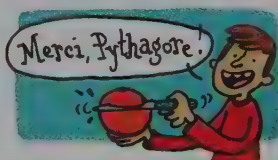
$$OH = ON - HN = 5 - 2 = 3$$

rayon
de la boule

la boule dépasse
de 2 cm

$$\left. \begin{array}{l} \text{donc } 3^2 + HM^2 = 5^2 \text{ soit } HM^2 = 25 - 9 = 16, \\ \text{d'où } HM = \sqrt{16} = 4 \end{array} \right\}$$

Le rayon du cercle de section est égal à 4 cm.



1 ^{*} Une sphère $\mathcal{S}$ de rayon R et de centre O est coupée par un plan $\mathcal{P}$ selon un cercle $\mathcal{C}$ de centre O' et dont $[AB]$ est un diamètre.

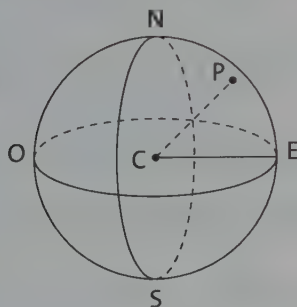
Cochez les propositions qui sont toujours vraies.

1. $\mathcal{C}$ est un grand cercle. ☐
2. Si $OO' = 0$, alors $\mathcal{C}$ est un grand cercle. ☐
3. $OO' = O'A$. ☐
4. $OO' = R$. ☐
5. $OO' = OA$. ☐
6. $OA = OB$. ☐
7. $[OO']$ appartient à la sphère $\mathcal{S}$. ☐
8. $[OO']$ appartient à la boule de centre O et de rayon R . ☐
9. Si $\mathcal{P}$ et $\mathcal{S}$ sont tangents, alors $OO' = R$. ☐

2 ^{*} $\mathcal{S}$ est une sphère de centre O , de rayon R . $\mathcal{P}$ est un plan. Lorsque $\mathcal{P}$ coupe $\mathcal{S}$, on note O' le centre du cercle $\mathcal{C}$, intersection de $\mathcal{P}$ et $\mathcal{S}$. A est un point quelconque de ce cercle $\mathcal{C}$.

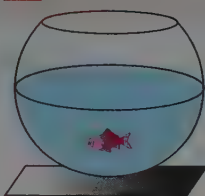
1. Que peut-on dire de $\mathcal{C}$:
a. lorsque $OO' = R$?
b. lorsque $O'A = R$?
2. Si $R = 50$ cm et $OO' = 30$ cm, calculez $O'A$ et le périmètre de $\mathcal{C}$.
(On prendra $\pi \approx 3,14$.)
3. Si $OO' = 10$ cm et $O'A = 20$ cm, calculez R .

3 ^{**} Le dessin ci-dessous représente une sphère de centre C , de diamètre 10 cm. P est un point de la sphère tel que $\widehat{ECP}$ mesure 45° .



1. Quelle est la nature du triangle CNO ? Du triangle ESO ? Du triangle ECP ?
2. Combien mesure l'angle $\widehat{CPE}$?
3. Représentez en vraie grandeur les triangles de la question 1.

4 ^{**}



Le bocal de Cléo est une sphère coupée en haut par un plan parallèle au sol. L'ouverture du bocal est à 10 cm du bord de l'eau. Lorsque Cléo nage en surface, il peut parcourir une boucle de 125,6 cm, ce qui représente un grand cercle de son bocal.

En prenant $\pi \approx 3,14$, calculez la hauteur h du bocal et le diamètre d de l'ouverture supérieure (l'épaisseur du bocal est négligeable).

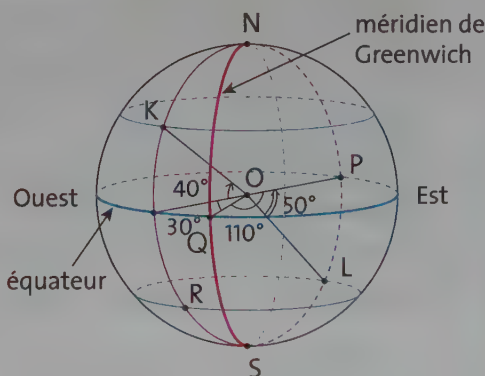
5 ^{***}

La Terre est assimilée à une boule de rayon 6 370 km, de centre O .

N est le pôle Nord, S le pôle Sud.

Un point du globe est repéré par :

- sa **latitude**, déterminée par un cercle perpendiculaire à (NS) appelé **parallèle**. Le parallèle d'origine (latitude 0°) est l'équateur, grand cercle de centre O ;
- sa **longitude**, déterminée par un demi-grand-cercle passant par N et S appelé **méridien**. Le méridien d'origine (longitude 0°) est le méridien de Greenwich.



Ici, les coordonnées du point K sont 40° N 30° O et celles du point L sont 50° S 110° E.

1. Calculez la longueur de l'équateur, à 1 km près.
2. Donnez les coordonnées des points P , Q et R .
3. Le tropique du Capricorne est un parallèle situé dans l'hémisphère Sud dont le centre est à 2 540 km de O .
a. Faites un schéma.
b. Notez O' le centre du tropique du Capricorne et M l'intersection avec le méridien du Greenwich. Calculez son rayon et sa longueur.
4. Prouvez que $\widehat{QOM} = \widehat{OMO'}$. Déduisez-en la latitude du tropique du Capricorne.

OBJECTIF • Calculer des longueurs, aires et volumes dans l'espace

COURS

● Définition

Soit k un nombre différent de zéro.

L'**agrandissement** ou la **réduction de rapport k** d'une figure est la figure obtenue en multipliant toutes les longueurs de la figure de départ par k .

Le nombre k est le **rapport** d'agrandissement ou de réduction.

● Propriétés

Dans l'agrandissement ou la réduction de rapport k d'une figure :

- les **aires** sont **multipliées par k^2** ;
- les **volumes** sont **multipliés par k^3** ;
- les **mesures des angles** sont **conservées**.

● Aire d'une sphère et volume d'une boule

- L'**aire** d'une sphère de rayon R est $4\pi R^2$.
- Le **volume** d'une boule de rayon R est $\frac{4}{3}\pi R^3$.



MÉTHODE

● Calculer un volume après réduction

Exemple : La base ABC d'une pyramide est un triangle rectangle en A. [SA] est la hauteur de SABC.

AB = 3,2 cm ; AC = 6 cm et SA = 5 cm.

M est le point de [SA] tel que SM = 2 cm.

Le plan parallèle à la base ABC et passant par M coupe [SC] en P et [SB] en R.

1. Calculer MP. Quelle est la nature du triangle MPR ?

2. Calculer le volume de la pyramide SABC, en déduire celui de la pyramide SMRP.

1. Dans le triangle SAC, M est un point de [SA], P est un point de [SC] et (MP) // (AC).

Donc, d'après le **théorème de Thalès** : $\frac{MP}{AC} = \frac{SM}{SA} = \frac{2}{5} = 0,4$.

D'où $MP = 0,4 \times AC = 0,4 \times 6 = 2,4$ cm.

Le triangle MPR est une réduction de rapport 0,4 du triangle ABC : il est donc **rectangle en M** (conservation de l'angle droit dans la réduction).

$$2. \frac{1}{3} \times \mathcal{A}_{ABC} \times SA = \frac{1}{3} \times \frac{AB \times AC}{2} \times SA = \frac{1}{3} \times \frac{3,2 \times 6}{2} \times 5 = 16 \text{ cm}^3.$$

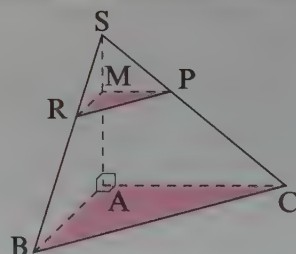
Les longueurs sont multipliées par 0,4, donc le volume est multiplié par $(0,4)^3$.

Donc $V_{SMRP} = V_{SABC} \times (0,4)^3 = 16 \times (0,4)^3 = 1,024 \text{ cm}^3$.

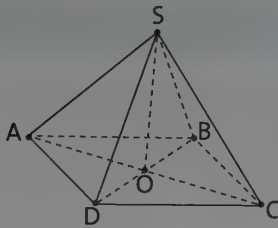
● Calculer l'aire d'une sphère et le volume d'une boule

Exemple : Calculer l'aire d'une sphère de 7 cm de diamètre et le volume de la boule de même diamètre.

- Le rayon de la sphère et de la boule est de $7 \div 2 = 3,5$ cm.
- L'aire de la sphère est $4 \times \pi \times 3,5^2 \approx 153,94 \text{ cm}^2$.
- Le volume de la boule est $\frac{4}{3} \times \pi \times 3,5^3 \approx 179,59 \text{ cm}^3$.



- 1** ^{*} SABCD est une pyramide régulière à base carrée. On sait que $AB = 40$ cm et $SO = 35$ cm.

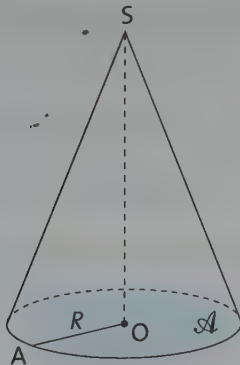


1. Calculez AC, AO et AS.
2. Calculez le volume V_1 de la pyramide. Donnez la valeur exacte puis l'arrondi au litre.
3. Un plan parallèle au plan de base ABCD coupe [SA], [SB], [SD], [SC] et [SO] respectivement en A' , B' , C' , D' et O' de telle sorte que : $\frac{SA'}{SA} = \frac{3}{5}$.
Quelle est la nature de la section $A'B'C'D'$?
4. Calculez $A'B'$ et SO' .
5. Par quel nombre doit-on multiplier V_1 pour obtenir le volume V_2 de la pyramide $SA'B'C'D'$?
6. Calculez V_2 . Donnez la valeur exacte en litres.

- 2** ^{**} Le volume d'un cône de révolution de hauteur h et dont le disque de base a pour rayon R est :

$$V = \frac{\mathcal{A} \times h}{3} \text{ avec } \mathcal{A} = \pi \times R^2.$$

Dans le cône ci-dessous : $SA = 160$ mm et $SO = 128$ mm. On prendra $\pi \approx 3,14$.



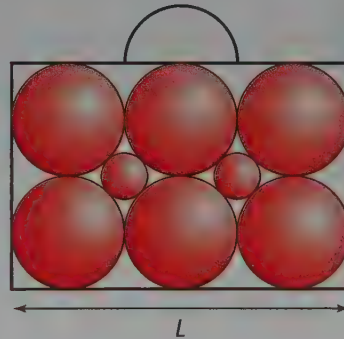
1. Calculez le rayon OA du disque de base. Déduisez-en le volume V du cône.
2. Soit O' le point de [SO] tel que $SO' = 72$ mm et $\mathcal{P}$ le plan perpendiculaire à (SO) passant par O' .
a. Quelle est la nature de la section du cône par $\mathcal{P}$?
b. Quel est le rapport de la réduction permettant de passer du cône de hauteur SO au cône de hauteur SO' ? Déduisez-en le volume V' du cône de hauteur SO' .

- 3** ^{**} On considère un cône de révolution de hauteur 15 cm et de rayon de base 6 cm.

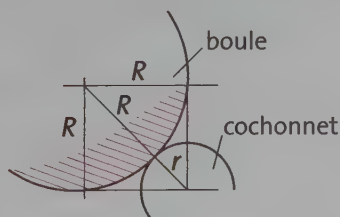
1. Calculez la valeur exacte du volume V de ce cône.
2. On coupe ce cône par un plan parallèle à la base. On obtient pour section un disque d'aire 4π cm². Donnez le rapport de réduction k et calculez le volume V' du cône réduit.

- 4** ^{***} Paul a une mallette contenant six boules de pétanque en plastique rouge, bien rangées. Ainsi, chaque boule est tangente aux bords de la mallette et aux boules voisines ainsi qu'aux cochonnets.

La longueur extérieure de la mallette est 22 cm ; l'épaisseur de ses parois est 5 mm.



1. a. Quel est le diamètre d d'une boule ?
b. Quelle est la largeur intérieure ℓ de la mallette ?
c. Quelle est l'épaisseur e de la mallette ?
2. a. Quel est le volume intérieur de la mallette ?
b. Quel est le volume total occupé par les six boules ?
3. En interprétant correctement le dessin ci-dessous, calculez le rayon r , puis le volume d'un cochonnet.



4. Pour participer aux championnats du monde, Paul désire peindre ses boules en jaune fluo. Calculez l'aire totale S de la surface à peindre.

Triangles semblables Cas d'égalité des triangles

OBJECTIF • Reconnaître des triangles semblables ou égaux

COURS

Définitions

- Deux triangles sont **semblables** si leurs angles sont égaux deux à deux.
- Deux triangles sont **égaux** s'ils sont superposables.

Les trois cas d'égalité des triangles

- **Cas 1** : Si deux triangles ont **un angle** de même mesure compris entre **deux côtés** respectivement de même longueur, alors ces deux triangles sont égaux
- **Cas 2** : Si deux triangles ont **un côté** de même longueur compris entre **deux angles** respectivement de même mesure, alors ces deux triangles sont égaux.
- **Cas 3** : Si deux triangles ont leurs **trois côtés** respectivement de même longueur, alors ces deux triangles sont égaux.

METHODE

Reconnaître deux triangles semblables avec les configurations de Thalès

	Les points O, M et M' sont alignés dans cet ordre. Les points O, A et A' sont alignés dans cet ordre. Les droites (AM) et (A'M') sont parallèles. Les triangles OMA et OM'A' sont semblables.
	Les points M, O et M' sont alignés dans cet ordre. Les points A, O et A' sont alignés dans cet ordre. Les droites (AM) et (A'M') sont parallèles. Les triangles OMA et OM'A' sont semblables.

Reconnaître deux triangles égaux

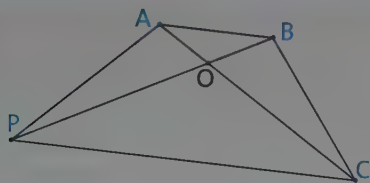
- On peut identifier l'un des trois cas.

	$\widehat{ABC} = \widehat{MNP} = 57^\circ$ $AB = MN = 4$ $BC = NP = 5$	C'est le cas 1 . Les deux triangles ABC et MNP sont égaux.
	$FU = EM = 6$ $\widehat{PFU} = \widehat{IEM} = 37^\circ$ $\widehat{PUF} = \widehat{IEM} = 60^\circ$	C'est le cas 2 . Les deux triangles PFU et IEM sont égaux.
	$OT = JF = 4$ $ON = JG = 5$ $TN = FG = 6$	C'est le cas 3 . Les deux triangles OTN et JGF sont égaux.

- On peut aussi utiliser le fait que les translations, les rotations, les symétries axiales et les symétries centrales conservent les longueurs et les angles.
 Donc, un triangle et son image par l'une de ces transformations sont égaux.

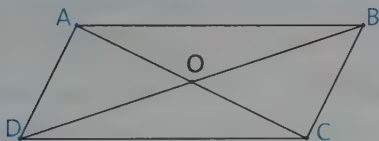
1* ABCP est un trapèze dont les diagonales se coupent en O.

Les propositions suivantes sont-elles vraies ou fausses ? Cochez la bonne réponse.



- | | | |
|--|--------------------------|--------------------------|
| | V | F |
| a. Les triangles BOA et POC sont égaux. | ☐ | ☐ |
| b. Les triangles BOA et POC sont semblables. | ☐ | ☐ |
| c. Les triangles BOA et POA sont semblables. | ☐ | ☐ |
| d. Les triangles BOC et POC sont semblables. | ☐ | ☐ |
| e. Les triangles BOC et POC sont égaux. | ☐ | ☐ |

2* ABCD est un parallélogramme de centre O. Les propositions suivantes sont-elles vraies ou fausses ? Cochez la bonne réponse.



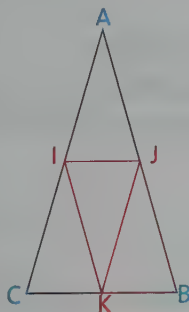
- | | | |
|--|--------------------------|--------------------------|
| | V | F |
| a. Les triangles BOA et DOC sont égaux. | ☐ | ☐ |
| b. Les triangles BOA et DOC sont semblables. | ☐ | ☐ |
| c. Les triangles BOA et DAO sont semblables. | ☐ | ☐ |
| d. Les triangles DAO et BOC sont semblables. | ☐ | ☐ |
| e. Les triangles DAO et BOC sont égaux. | ☐ | ☐ |

3** ABC est un triangle isocèle en A.

On note I, J, K les milieux respectifs des côtés [AC], [AB] et [BC].

1. Démontrez que les triangles AIJ et JKB sont égaux.

2. En utilisant la première question, démontrez que l'aire du triangle ABC est égale à quatre fois l'aire du triangle AIJ.



3. Par quelle transformation l'image du triangle AIJ est-elle égale :

- au triangle IJK ?
- au triangle ICK ?
- au triangle JKB ?

4. Répondez à la question 2 en utilisant les réponses de la question 3.

4** ABC est un triangle isocèle en A. On note M et K les milieux respectifs des côtés [AC] et [AB].

1. Démontrez que les triangles MBC et KCB sont égaux.

2. Démontrez que $CK = BM$.

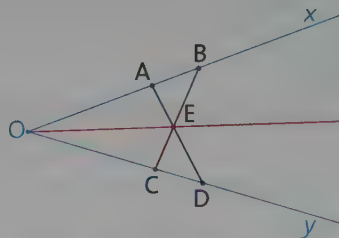


5*** Soit $\widehat{xOy}$ un angle de sommet O et de côtés les demi-droites [Ox) et [Oy).

Soit A et B deux points de la demi-droite [Ox).

On construit les points C, D et E tels que :

- $OA = OC$ et $OB = OD$;
- E est le point d'intersection des droites (AD) et (BC).



1. Démontrez que les triangles OCB et OAD sont égaux.

2. Démontrez que les triangles EAB et ECD sont égaux.

3. Démontrez que les triangles OEB et OED sont égaux.

4. Déduisez des questions précédentes que la droite (OE) est la bissectrice de l'angle $\widehat{xOy}$.

5. Conclusion : déduisez-en une construction de la bissectrice d'un angle donné.

6*** Soit ABC un triangle et M un point.

On construit le triangle $A'B'C'$, image du triangle ABC par la rotation de sens positif de centre M et d'angle 45° .

On construit ensuite le triangle MNP, image du triangle $A'B'C'$ par l'homothétie de centre M et de rapport 2.

Que peut-on dire de l'aire du triangle MNP par rapport à celle du triangle ABC ?

Transformations : les translations et les rotations

COURS

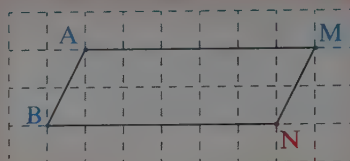
OBJECTIF • Comprendre l'effet d'une translation ou d'une rotation sur une figure

• Définitions

- Soit A, B, et M trois points non alignés.

On dit que le point N est l'image du point M par la **translation qui transforme A en B** lorsque le quadrilatère ABNM est un **parallélogramme**.

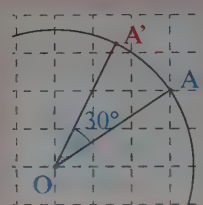
Attention : l'ordre des lettres est très important.



- Soit O et A deux points.

On dit que le point A' est l'image du point A par la **rotation de centre O et d'angle 30°** lorsque : $OA = OA'$ et $\widehat{AOA'} = 30^\circ$.

Remarque Il y a deux sens pour chaque angle. Par convention, le **sens positif** est le sens inverse des aiguilles d'une montre.



• Propriété

Les translations et les rotations **conservent** l'alignement, les longueurs, les angles et les aires.

MÉTHODE

• Construire l'image d'un point par une translation

Les points A, B et M étant déjà placés, construire le point N, image du point M par la translation qui transforme A en B.

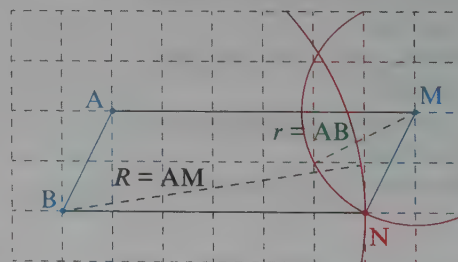
Il faut construire le point N qui est le quatrième sommet d'un parallélogramme.

- On trace à partir de B un arc de cercle de rayon $R = AM$.

- On trace à partir de M un arc de cercle de rayon $r = AB$.

- L'un des points d'intersection des deux arcs de cercle donne le point N : celui tel que ABNM, **dans cet ordre**, est un parallélogramme.

Justification de la construction : les côtés opposés d'un parallélogramme ont la même longueur.



• Construire l'image d'un point par une rotation

Les points A et O étant déjà placés, construire le point A', image du point A par la rotation de centre A et d'angle 30° dans le sens positif (sens inverse des aiguilles d'une montre). (Voir la figure du cours.)

- On trace le segment [OA].
- On trace le cercle de centre O passant par A.
- Avec le rapporteur, on place le point A' afin que l'angle $\widehat{AOA'}$ mesure 30° .

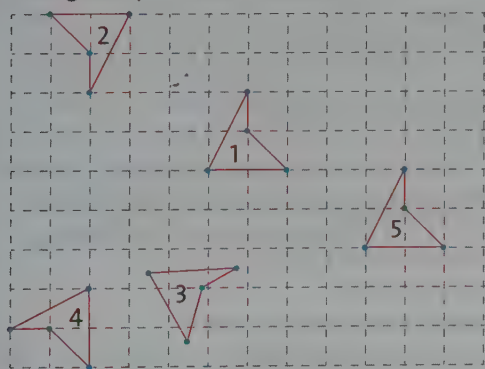
1 * ABCD est un parallélogramme. Les propositions suivantes sont-elles vraies ou fausses ? Cochez la bonne réponse.

- | | V | F |
|---|--------------------------|--------------------------|
| a. Par la translation qui transforme A en D, l'image du point B est le point C. | ☐ | ☐ |
| b. Par la translation qui transforme A en D, l'image du point C est le point B. | ☐ | ☐ |
| c. Par la translation qui transforme D en A, l'image du point B est le point C. | ☐ | ☐ |
| d. Par la translation qui transforme D en A, l'image du point C est le point B. | ☐ | ☐ |

2 * R, S, T et U sont quatre points distincts deux à deux. On sait que T est l'image de U par la translation qui transforme R en S. Les propositions suivantes sont-elles vraies ou fausses ? Cochez la bonne réponse.

- | | V | F |
|---|--------------------------|--------------------------|
| a. Le quadrilatère UTSR est un parallélogramme. | ☐ | ☐ |
| b. Le quadrilatère UTRS est un parallélogramme. | ☐ | ☐ |
| c. Le quadrilatère URTS est un parallélogramme. | ☐ | ☐ |
| d. Le quadrilatère URST est un parallélogramme. | ☐ | ☐ |

3 ** 1. En utilisant le quadrillage, trouvez l'image de la figure 1 par une translation.



2. Est-il possible de trouver une autre translation telle que l'image de la figure 1 soit une figure qui ne soit pas celle trouvée dans la question 1 ? Justifiez votre réponse.

4 ** On considère la figure de l'exercice 3.

1. a. Trouvez une rotation telle que la figure 1 a pour image une autre figure représentée.

b. Reproduisez alors la figure 1, son image par cette rotation. Placez le centre de la rotation et indiquez son angle.

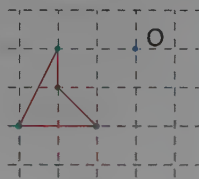
2. Est-il possible de trouver une autre rotation telle que l'image de la figure 1 soit une figure qui ne soit pas celle trouvée dans la question 1 ? Justifiez votre réponse.

3. Trouvez deux transformations permettant d'obtenir la figure 2 à partir de la figure 1.

4. Quelle transformation permet d'obtenir la figure 4 à partir de la figure 1 ?

5. Existe-il une rotation telle que la figure 2 ait pour image la figure 5 ? Justifiez votre réponse.

5 ** 1. Reproduisez la figure ci-contre en utilisant le quadrillage.

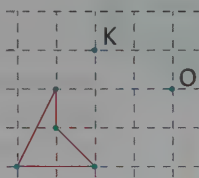


2. Construisez l'image P_1 du polygone par la rotation de centre O et d'angle 45° dans le sens positif.

3. Construisez l'image P_2 du polygone par la rotation de centre O et d'angle 30° dans le sens négatif.

4. Existe-il une rotation telle que P_2 soit l'image de P_1 ? Si oui, donnez son centre, son sens et son angle. Sinon, expliquez pourquoi.

6 ** 1. Reproduisez la figure ci-contre en utilisant le quadrillage.



2. Construisez l'image P_1 du polygone par la translation qui transforme K en O.

3. Construisez l'image P_2 du polygone par la translation qui transforme O en K.

4. Existe-t-il une translation telle que le polygone P_2 soit l'image du polygone P_1 ? Si oui, donnez un point et son image permettant de la caractériser. Sinon, expliquez pourquoi.

7 ** 1. Tracez un segment [OA].

Tracez l'image A_1 du point A par la rotation de centre O et d'angle 18° .

Tracez l'image A_2 du point A_1 par la même rotation. Recommencez jusqu'à obtenir le point A.

2. Tracez un polygone régulier à 20 côtés.

8 *** A, B, C, D, E et F sont six points tels que ABCD et CDFE sont deux parallélogrammes.

1. Faites une figure.

2. Quelle est la nature du quadrilatère ABEF ? Justifiez.

COURS

OBJECTIF • Comprendre l'effet d'une homothétie sur une figure

• Homothétie

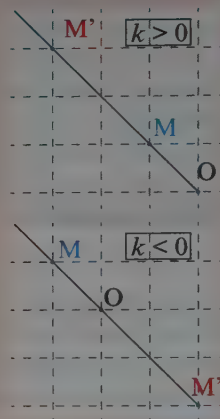
 Soit O et M deux points, et k un nombre non nul.

 • Lorsque k est **positif**, on dit que le point M' est l'image du point M par l'**homothétie de centre O et de rapport k** lorsque :

- M' appartient à la demi-droite $[OM)$;
- $OM' = k \times OM$.

 • Lorsque k est **négatif**, on dit que le point M' est l'image du point M par l'**homothétie de centre O et de rapport k** lorsque :

- M' appartient à la demi-droite $[MO)$;
- $OM' = -k \times OM$.

Remarque Si k est positif, M et M' sont du même côté par rapport à O . Si k est négatif, M et M' sont de part et d'autre de O .


• Figures homothétiques

• Deux figures sont homothétiques quand l'une est l'image de l'autre par une homothétie.

 • Soit $\mathcal{F}'$ l'image d'une figure $\mathcal{F}$ par une homothétie de rapport k .

 Si $k > 1$ ou si $k < -1$, alors $\mathcal{F}'$ est un agrandissement de $\mathcal{F}$.

 Si $0 < k < 1$ ou si $k < -1$, alors $\mathcal{F}'$ est une réduction de $\mathcal{F}$.

METHODE

• Construire l'image d'un point par une homothétie

 Les points O et M étant déjà placés, construire le point M' , image du point M par l'homothétie de centre O et de rapport 3.

- On trace la demi-droite d'origine O passant par M .
- On place le point M' tel que $OM' = 3 \times OM$.

• Lien entre les homothéties et les configurations de Thalès

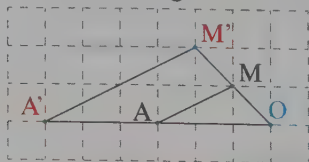
 • k est positif

Exemple : homothétie de centre O et de rapport 2. L'image de A est A' ; donc :

- A' appartient à $[OA)$;
- $OA' = 2 \times OA$.

 L'image de M est M' ; donc :

- M' appartient à $[OM)$;
- $OM' = 2 \times OM$.

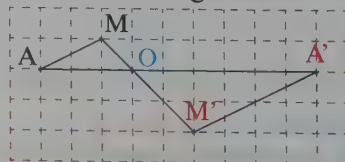
 Les points O, A et A' d'une part, O, M et M' d'autre part sont alignés dans cet ordre. On retrouve une configuration de Thalès.

 • k est négatif

Exemple : homothétie de centre O et de rapport -2 . L'image de A est A' ; donc :

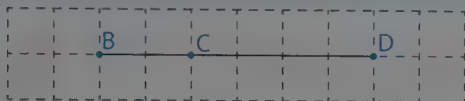
- A' appartient à $[AO)$;
- $OA' = 2 \times OA$.

 L'image de M est M' ; donc :

- M' appartient à $[MO)$;
- $OM' = 2 \times OM$.

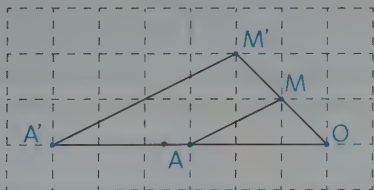
 Les points A, O et A' d'une part, M, O et M' d'autre part, sont alignés dans cet ordre. On retrouve une configuration de Thalès.


- 1 *** On considère la figure ci-dessous.
Les propositions suivantes sont-elles vraies ou fausses ? Cochez la bonne réponse.



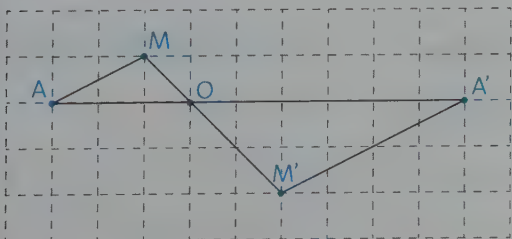
- | | V | F |
|---|--------------------------|--------------------------|
| a. D est l'image de B par l'homothétie de centre C et de rapport 2. | ☐ | ☐ |
| b. D est l'image de B par l'homothétie de centre C et de rapport -2 . | ☐ | ☐ |
| c. D est l'image de B par l'homothétie de centre C et de rapport $\frac{1}{2}$. | ☐ | ☐ |
| d. D est l'image de B par l'homothétie de centre C et de rapport $-\frac{1}{2}$. | ☐ | ☐ |
| e. D est l'image de C par l'homothétie de centre B et de rapport 2. | ☐ | ☐ |
| f. C est l'image de D par l'homothétie de centre B et de rapport 2. | ☐ | ☐ |

- 2 **** Sur la figure ci-dessous, les droites (AM) et (A'M') sont parallèles.



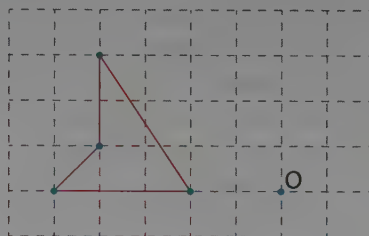
- En utilisant le quadrillage, déterminez l'homothétie qui transforme A en A' et M en M'.
- Que peut-on dire de l'aire du triangle OA'M' par rapport à celle du triangle OAM ?
- Que peut-on dire du périmètre du triangle OA'M' par rapport à celui du triangle OAM ?

- 3 **** Sur la figure ci-dessous, les droites (AM) et (A'M') sont parallèles.



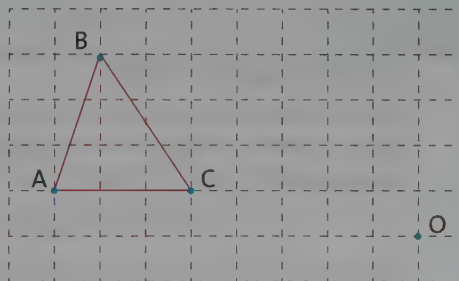
- En utilisant le quadrillage, déterminez l'homothétie qui transforme A en A' et M en M'.
- Que peut-on dire de l'aire du triangle OA'M' par rapport à celle du triangle OAM ?
- Que peut-on dire du périmètre du triangle OA'M' par rapport à celui du triangle OAM ?

- 4 **** 1. Reproduisez la figure ci-dessous en utilisant le quadrillage.



- Construisez l'image du polygone par l'homothétie de centre O et de rapport 3.
- Construisez l'image du polygone par l'homothétie de centre O et de rapport -3 .

- 5 ***** 1. Reproduisez la figure ci-dessous en utilisant le quadrillage.



- Construisez l'image A'B'C' du triangle ABC par l'homothétie de centre O et de rapport $\frac{1}{2}$.
- Construisez l'image A''B''C'' du triangle ABC par l'homothétie de centre O et de rapport $-\frac{1}{2}$.
- Existe-t-il une homothétie pour laquelle l'image du triangle A'B'C' est le triangle A''B''C'' ? Si oui, donnez son centre et son rapport. Sinon, expliquez pourquoi.
- Existe-il une transformation qui n'est pas une homothétie pour laquelle l'image du triangle A'B'C' est le triangle A''B''C'' ? Si oui, donnez ses caractéristiques. Sinon, expliquez pourquoi.
- L'aire du triangle ABC est égale à $4,5 \text{ cm}^2$.
a. Déterminez l'aire du triangle A'B'C'.
b. Déterminez l'aire du triangle A''B''C''.

OBJECTIF • Comprendre et écrire un algorithme ou un programme

COURS

- Un **algorithme** est une suite d'instructions permettant de résoudre un problème.
- Un **langage de programmation** est un ensemble d'instructions et de règles compréhensibles par l'ordinateur et permettant de créer des algorithmes.
- Un **programme** est la traduction d'un algorithme dans un langage de programmation.
- Un algorithme simple se caractérise par trois éléments : la préparation du traitement, le traitement, la sortie des résultats.

Exemple : L'algorithme suivant permet d'afficher le carré d'un nombre.

1. Choisir un nombre
2. Le multiplier par lui-même
3. Afficher le résultat obtenu

- Une **variable** permet de stocker une valeur que l'on peut réutiliser plus tard. Les notations ci-dessous sont équivalentes :

affecter à b la valeur de a ; b prend la valeur de a ; $b \leftarrow a$; $a \rightarrow b$; $b = a$.

METHODE

• Affecter une variable

Affecter une variable, c'est attribuer une valeur à cette variable. Si la variable contenait déjà une valeur, cette ancienne valeur est effacée et remplacée par la nouvelle valeur.

Exemple : $3 \rightarrow A$

Cela veut dire que la variable A prend la valeur 3.

• Les différents types d'instruction

Les instructions qui permettent de « dialoguer » avec une machine s'appellent les instructions d'entrée/sortie ou de lecture/écriture :

- l'instruction « Lire » suivie du nom d'une variable pour pouvoir saisir une valeur ;
- l'instruction « Afficher » suivie du nom d'une variable pour afficher une valeur.

Exemple : Le programme suivant édité avec le logiciel AlgoBox permet de calculer la longueur de l'hypoténuse d'un triangle rectangle.

```

1  VARIABLES
2  A EST_DU_TYPE NOMBRE
3  B EST_DU_TYPE NOMBRE
4  C EST_DU_TYPE NOMBRE
5  DEBUT_ALGORITHME
6  AFFICHER "Entrer la longueur du 1er côté"
7  LIRE A
8  AFFICHER "Entrer la longueur du 2ème côté"
9  LIRE B
10 C PREND_LA_VALEUR sqrt(A*A+B*B)
11 AFFICHER "La longueur de l'hypoténuse est "
12 AFFICHER C
13 FIN_ALGORITHME

```

1 * On considère l'algorithme suivant.

$8 \rightarrow A$
 $2 \rightarrow B$
 $B \rightarrow C$
 $A \rightarrow B$
 $C \rightarrow A$

1. À la fin de cet algorithme, quel nombre est stocké dans la variable A ? dans la variable B ?
2. À quoi sert cet algorithme ?

2 * Que signifie :

« ? $\rightarrow A$ » pour une calculatrice Casio ?
 « Input A » pour une calculatrice Texas ?

3 ** Que fait l'algorithme suivant ?

Saisir D
 R prend la valeur D/2
 A prend la valeur $3,14 \times R^2$
 Afficher A

4 ** Écrivez un algorithme qui demande d'entrer trois nombres A, B et C, et affiche le produit des trois nombres.**5** ** Voici un programme écrit avec AlgoBox.

```

1: VARIABLES
2: x EST_DU_TYPE NOMBRE
3: DEBUT_ALGORITHME
4:   x PREND_LA_VALEUR 2
5:   x PREND_LA_VALEUR x+1
6: FIN_ALGORITHME
  
```

Quelle est la valeur de x à la fin de l'exécution du programme ?

6 ** Voici un algorithme A :

Choisir un nombre de départ
 Lui ajouter 3
 Multiplier le résultat par 2
 Soustraire 2 au résultat
 Afficher le résultat final

1. Appliquez cet algorithme à 3 puis à 1.
2. Quel nombre de départ permet d'obtenir 0 ?
3. Est-il possible d'obtenir -3 comme résultat final ?
4. Écrivez un algorithme B qui permet, en partant du résultat final de l'algorithme A, de retrouver le nombre de départ.
5. On désigne par x le nombre de départ.
 - a. Traduisez chacun de ces deux algorithmes A et B par une expression en fonction de x.
 - b. Quelle est la nature des deux fonctions trouvées à la question précédente ?
 - c. Représentez graphiquement ces deux fonctions.

7 *** Voici un algorithme :

Lire n
 $q \rightarrow (n+1) \times (n+1)$
 $q \rightarrow q - (n+2)$
 $q \rightarrow q/(n+4)$
 Afficher q

1. Testez cet algorithme pour $n = 5$.
2. Un élève a saisi $n = -4$.
Que se passe-t-il ? Pourquoi ?
3. Conjecturez le résultat obtenu avec cet algorithme, puis démontrez cette conjecture.

8 *** On considère l'algorithme suivant :

Mettre 5 000 dans S
 Mettre 0 dans N
 Effacer l'écran
 Tant que S est strictement inférieur à 6 500
 Choisir un nombre aléatoire A compris entre 100 et 200

 Remplacer S par S + A
 Augmenter N de 1
 Afficher N et S
 Fin du Tant Que

1. Écrivez une suite possible d'affichages.
2. Est-il possible d'obtenir 6 comme dernière valeur de N ?
3. Quelle est la valeur minimale de la dernière valeur de N ?
4. On suppose que S désigne la somme détenue par Paul à la banque et N désigne le nombre de trimestres de dépôt.
Donnez un problème dont la solution est donnée par cet algorithme.

Formulaire

● 1. Développements

$$a + (b + c) = a + b + c$$

$$a - (b + c) = a - b - c$$

$$a + (b - c) = a + b - c$$

$$a - (b - c) = a - b + c$$

$$a \times (b + c) = a \times b + a \times c$$

$$a \times (b - c) = a \times b - a \times c$$

$$(a + b) \times (c + d) = a \times c + a \times d + b \times c + b \times d$$

● 2. Factorisations

$$a \times b + a \times c = a \times (b + c)$$

$$a \times b - a \times c = a \times (b - c)$$

● 3. Identités remarquables

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

● 4. Puissances

$$a^n \times a^p = a^{n+p}$$

$$\frac{a^n}{a^p} = a^{n-p} \quad (a \neq 0)$$

$$(a^n)^p = a^{n \times p}$$

$$(a \times b)^n = a^n \times b^n$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n} \quad (b \neq 0)$$

● 5. Puissances de 10

$$10^n = \underbrace{1\,000 \dots 000}_{n \text{ zéros}}$$

$$10^{-n} = \underbrace{0,000 \dots 001}_{n \text{ zéros}}$$

$$10^1 = 10$$

$$10^{-1} = 0,1$$

$$10^0 = 1$$

● 6. Fractions

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b} \quad (b \neq 0)$$

$$\frac{a}{b} - \frac{c}{b} = \frac{a-c}{b} \quad (b \neq 0)$$

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd} \quad (b \neq 0 \text{ et } d \neq 0)$$

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc} \quad (b \neq 0, c \neq 0 \text{ et } d \neq 0)$$

● 7. Fonctions linéaire et affine

La fonction linéaire f , telle que $f(x) = ax$, est représentée par la droite d'équation $y = ax$ (passant par l'origine du repère).

La fonction affine g , telle que $g(x) = ax + b$, est représentée par la droite d'équation $y = ax + b$.

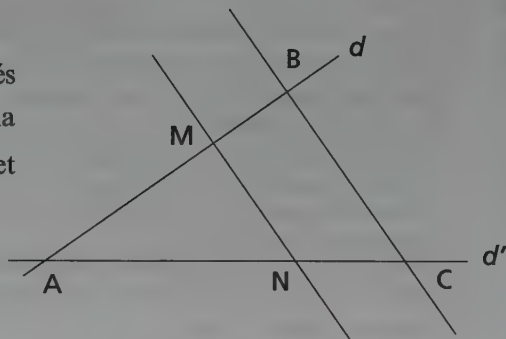
● 8. Théorème de Thalès

Si d et d' sont deux droites sécantes en A ; M et B sont deux points de d , distincts de A ; N et C sont deux points de d' , distincts de A ; et $(MN) \parallel (BC)$, alors d'après le théorème de Thalès :

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}.$$

● 9. Réciproque du théorème de Thalès

Si les points A , M et B et les points A , N et C sont alignés dans le même ordre et $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$; alors d'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (MN) et (BC) sont parallèles.



● 10. Trigonométrie dans un triangle rectangle

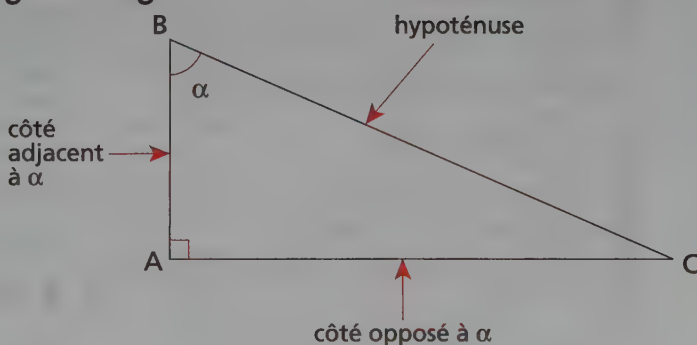
$$\cos \alpha = \frac{AB}{BC}$$

$$\sin \alpha = \frac{AC}{BC}$$

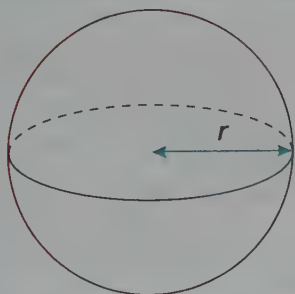
$$\tan \alpha = \frac{AC}{AB}$$

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

$$(\cos \alpha)^2 + (\sin \alpha)^2 = 1$$

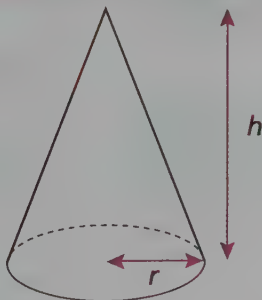


● 11. Boule



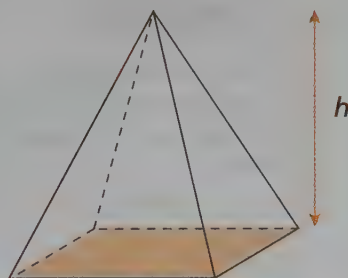
$$V = \frac{4 \times \pi \times r^3}{3}$$

● 12. Cône de révolution



$$V = \frac{\pi \times r^2 \times h}{3}$$

● 13. Pyramide



$$V = \frac{A_{\text{base}} \times h}{3}$$

1 page 7

- 1** Dans le nombre 198 342 576 :
1. 2. 2. 5. 3. 9. 4. 0 (il n'y a pas de chiffre de milliard). 5. 198
- 2** 1. 30 998 ; 30 999 ; 31 000
2. 999 998 ; 999 999 ; 1 000 000
3. 600 998 ; 600 999 ; 601 000
4. 229 999 999 ; 230 000 000 ; 230 000 001
- 3** 1. 7 534 000 000. 2. 776 310. 3. 3 180 000.
- 4** 3864
- 5** Quatre-cent-huit-mille-neuf - 408 009
- 6** $50\,345 = (5 \times 10\,000) + (3 \times 100) + (4 \times 10) + (5 \times 1)$.
Dans 10 ans, Marc aura fait 503 450 kilomètres.
- 7** 1. Entreprises : 4000 €.
1 340 personnes ont donné 1 € chacune.
670 personnes ont donné 10 € chacune.
Le reste des donateurs sont $2\,680 - 1\,340 - 670 - 4 = 666$ personnes ont donné 100 €.
Total versé : $4\,000 + 1\,340 + 6\,700 + 66\,600 = 78\,640$ €
 $78\,640 = (7 \times 10\,000) + (8 \times 1\,000) + (6 \times 100) + (4 \times 10)$.
2. $100\,000 - 78\,640 = 21\,360$ €.

2 page 9

- 1** 1. $54,035 = 54 + \frac{3}{100} + \frac{5}{1\,000} = 54 + 0,03 + 0,005$
2. $102,102 = 102 + \frac{1}{10} + \frac{2}{1\,000} = 102 + 0,1 + 0,002$
3. $0,43 = \frac{4}{10} + \frac{3}{100} = 0,4 + 0,03$
- 2** 1 428.
- 3** 1. 1,2. 2. 34,09. 3. 2,04. 4. 3,2. 5. 14,4.
- 4** Phrases vraies : 1 ; 4 ; 6 ; 7 ; 10.
- 5** Centaines ; unité de millions ; millièmes ; dix-millièmes ; unités ; dixièmes.
- 6**

E	U	C	L	I	D	E
1	2	3	4	5	6	1

3 page 11

- 1** 1. $4,09 < 4,10 < 4,82 < 4,931 < 40,9$.
2. $2,22 > 2,202 > 2,2 > 2,022 > 2,02$.
- 2** 1. Camille a le plus grand nombre de billes. 2. Alice en a le moins.

	... < 1,1	1,1 < ... < 1,2	1,2 < ...
1,15		X	
0,08	X		
1,201			X
1,097	X		
1,101		X	

- 4** Phrases vraies : 2 ; 6 ; 9 ; 10.

- 5** 1. Laura < Romain < Émilie < Louise < Julie.
2. Non.

- 6** $5 < 5,2 < 5,3 < 6$
 $5,1 < 5,11 < 5,12 < 5,2$
 $5,1 < 5,11 < 5,112 < 5,12$
 $5 > 4,92 > 4,91 > 4,9$
 $5,12 > 5,113 > 5,112 > 5,11$
 $5,5 > 5,493 > 5,492 > 5,49$

- 7** Les bons terrains de football sont les 3, 4, 8.

4 page 13

- 1** 1. 22 élèves de 6^e ont fait de la natation. 2. C'est l'escalade.
3. $32 + 37 + 18 + 28 = 115$ élèves ont fait du basket. 4. Il s'agit du tennis de table avec 116 élèves.
- 2** 1. Température supérieure à 20° : 5 jours. 2. Température égale à 16° : 3 ; 9 ; 14.
3. Température maximale : le 7.
4. Entre le 1^{er} juillet et le 5 juillet.
- 3** 1. 2 élèves. 2. Aucun élève. 3. 12 élèves. 4. 18. 5. 12.
6. 30 élèves. 7. 12.
- 4** 1. 400 spectateurs le lundi.
2. 900 spectateurs les trois premiers jours.
3. Week-end : 1 400 spectateurs.
Reste de la semaine : 1 600 spectateurs.
Il y a donc eu moins de spectateurs le week-end qu'en semaine.
- 4** Lundi : $7,7 \times 400 = 3\,080$ €.
Mardi + jeudi + vendredi + dimanche : $10,10 \times 1\,500 = 15\,150$ €.
Mercredi : $(7,70 \times 100) + (10,10 \times 200) = 2\,790$ €.
Samedi : $(3,20 \times 75) + (10,10 \times 725) = 7\,562,50$ €.
Total : 28 582,50 €.

5 page 15

- 1** 1. $59,5 + 10,7 = 70,2$. 2. $257,0 - 82,1 = 174,9$.
3. $11,2 \times 0,3 = 3,36$. 4. $1237 - 238,3 = 998,7$. 5. Les deux termes de la soustraction sont inversés : $342,1 - 293,9 = 48,2$.
- 2** 1. 345,6. 2. 3 824. 3. 1 382,4. 4. 728. 5. 382,4. 6. 2 728.

3

Opération	Ordre de grandeur	Résultat exact
$7\,805 + 95$	$7\,800 + 100 = 7\,900$	7 900
$107,3 - 8,9$	$100 - 10 = 90$	98,4
$16,5 - 0,548$	$16,5 - 0,5 = 16$	15,952
$198,9 \times 19,3$	$200 \times 20 = 4\,000$	3 838,77
$53,4 \times 0,95$	$53 \times 1 = 53$	50,73

- 4** Vive les vacances.

- 5** 1. Prix chez Tatol = 54,61 €. Prix chez Essou = 58,05 €
2. Économies : 3,44 €

- 6** Prix pour Mécathlon = 496,80 €. Prix pour Entresport = 506,88 €. L'offre la plus intéressante est celle de Mécathlon.

1

Dividende	Diviseur	Quotient euclidien	Reste	Égalité
549	7	78	3	$549 = 7 \times 78 + 3$
1 214	14	86	10	$1\,214 = 14 \times 86 + 10$
266	15	17	11	$266 = 15 \times 17 + 11$
507	8	63	3	$507 = 63 \times 8 + 3$
22	35	0	22	$22 = 35 \times 0 + 22$

2 Multiples de 2 : 840 ; 247 356.

Multiples de 3 : 840 ; 54 315 ; 247 356.

Multiples de 4 : 840 ; 247 356.

Multiples de 5 : 840 ; 54 315.

Multiples de 9 : 54 315 ; 247 356.

Multiples de 10 : 840.

3 Phrases vraies : 1 ; 3 ; 4 ; 6 ; 9.

4 1. 4 068 ; 4 167 ; 4 266 ; 4 365 ; 4 464 ; 4 563 ; 4 662 ; 4 761 ; 4 860 ; 4 869 et 4 968.

Méthode On remplace un des * d'abord par 0. On obtient 406* puis on cherche quel chiffre mettre à la place de l'autre * sachant que la somme des chiffres du nombre est dans la table de 9. On trouve 8 car $4 + 0 + 6 + 8 = 18$ qui est bien dans la table de 9.

2. Parmi les nombres trouvés en 1., on cherche ceux qui se terminent par 0 ou 5. On trouve 4 365 et 4 860.

5 3 872.

6 1. Chacun des enfants aura 13 bonbons. Arthur lui n'en aura aucun car $91 = 7 \times 13 + 0$ 2. $91 = 7 \times 12 + 7$. Arthur aura 7 bonbons.

7 1. Lundi : 40 + mardi : 45 + mercredi : 25 + jeudi : 63 + vendredi : 54 = 227 paquets.

2. $12 + 5 + 12 + 0 + 9 = 38$ sablés8 1. Entre le 16 mars et le 28 avril, il y a 43 jours. $43 = (7 \times 6) + 1$

Entre le 16 mars et le 28 avril, il y a 6 semaines et 1 jour. Donc le jour de naissance de Jeanne est mardi.

2. Il y a 86 400 secondes en 1 journée.

 $86\,400 \times 43 = 3\,715\,200$ s. Jeanne n'a pas raison.1 1^{re} ligne : 9,5 ; 2^e ligne : 125,75 ; 3^e ligne : 1,76 ; 4^e ligne : 0,75.2 $5,25 \times 24 = 126$ $3,312 \times 125 = 414$ $60\,630 \div 470 = 129$ $126 \times 62 = 7\,812$ $208 \times 191 = 39\,728$ $7812 \div 62 = 126$ $39\,728 \div 1\,528 = 26$ $39\,728 \div 208 = 191$

3 1. 128. 2. 28,6. 3. 8,85. 4. 8,4. 5. 140,75. 6. 0,448.

4 1. 23,55 km en 1 h.

2. $50 - 32,75 = 17,25$. Chacun des enfants reçoit : 17,25 ÷ 3 = 5,75 €.

3. Le poids de chaque paquet est :

 $1\,920 \div 16 = 120$ grammes.

4. Dans chaque verre, on peut mettre :

 $2,25 \div 18 = 0,125$ L = 12,5 cL de sirop.

5 Phrases vraies : 2 ; 4 ; 5.

6 On cherche le nombre tel que $\dots \times 13 = 2\,171$. Il faut poser la division $2\,171 \div 13 = 167$. J'ai pensé au nombre 167.

Le nombre pensé au départ est 954.

7 La dépense totale est de : $7 \times 6 = 42$ € (en tout 6 personnes vont au cinéma). Cette dépense est à partager en 5 puisque Noé est invité ; chaque enfant dépense donc $42 \div 5 = 8,4$ €.

8 Sofia achète 5 classeurs à 3,2 € l'un et 6 cahiers identiques. Sur un billet de 50 €, on lui rend 22 €.

1 0,9 ; 0,53 ; 0,45 ; 4,44 ; 4,25 ; 0,64 ; 229,5 ; 1,437 5 ; 4 ; 1.

2 $\frac{49}{10} ; \frac{5}{1} ; \frac{9\,111}{1\,000} ; \frac{24}{4} ; \frac{9}{10} ; \frac{45}{10\,000} ; \frac{1\,264}{100} ; \frac{27}{7} ; \frac{41}{60}$.

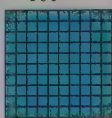
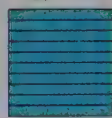
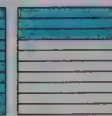
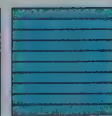
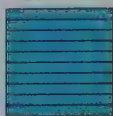
(Il y a dans chaque cas plusieurs réponses possibles.)

3 $\frac{5}{4} = 1,25 ; \frac{4}{5} = 0,8 ; \frac{8}{7} \approx 1,1 ; \frac{7}{8} = 0,875 ;$ $\frac{25}{16} = 1,5625 ; \frac{16}{3} \approx 5,3 ; \frac{8}{7}$ et $\frac{16}{3}$ ne sont pas des décimaux.

4 Phrases vraies : 2 ; 3 ; 4.

5

Nombre	Fraction	Écriture à virgule
5 millièmes	$\frac{5}{1\,000}$	0,005
83 centièmes	$\frac{83}{100}$	0,83
sept cinquièmes	$\frac{7}{5}$	1,4
159 dixièmes	$\frac{159}{10}$	15,9
trois quarts	$\frac{3}{4}$	0,75

6 1. $\frac{145}{100}$ 2. $\frac{16}{10}$ 3. $\frac{23}{10}$ 7 $\frac{25}{15} = \frac{5}{3} = \frac{45}{27} = \frac{30}{18} ; \frac{8}{7,2} = \frac{80}{72} = \frac{10}{9}.$ 8 Ali reçoit $924 \div 2 = 462$ Plémabille.Ismaël reçoit $924 \div 3 = 308$ Plémabille.Il reste $924 - 462 - 308 = 154$.Miryam reçoit $154 \div 2 = 77$ Plémabille.

Il en reste 77 à Théo.

9 On a colorié : $\frac{1}{4}$ de la 1^{re} figure ; $\frac{3}{8}$ de la 2^e figure ; $\frac{2}{5}$ de la 3^e figure ; $\frac{3}{16}$ de la 4^e figure ; $\frac{1}{4}$ ou $\frac{3}{12}$ de la 5^e figure.

10 $b = 1 + 0,5 + 0,25 = \frac{175}{100}$; $c = 3 + 4,2 + 0,7 = \frac{79}{10}$;
 $d = 1,7 + 1,7 = \frac{34}{10}$; $e = \frac{1}{10} + \frac{1}{100} = 0,1 + 0,01 = \frac{11}{100}$;
 $f = 0,3 \times 0,52 = \frac{156}{1000}$.

Remarques :

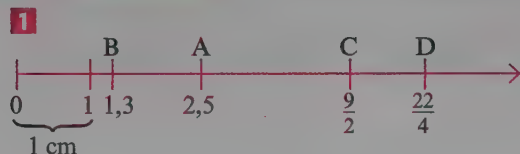
• $\frac{1}{10} + \frac{1}{100} = \frac{10}{100} + \frac{1}{100} = \frac{10+1}{100} = \frac{11}{100}$;

pour ajouter deux fractions, on « s'arrange » pour qu'elles aient le même dénominateur et on ajoute les numérateurs.

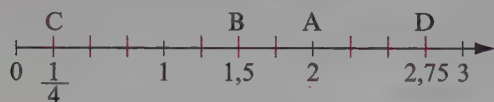
• $\frac{3}{10} \times \frac{52}{100} = \frac{3 \times 52}{1000} = \frac{156}{1000}$;

pour multiplier deux fractions, on multiplie les numérateurs entre eux et on multiplie les dénominateurs entre eux.

9 page 23



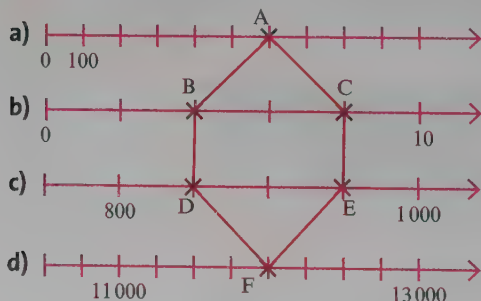
2 Il suffit de partager chaque segment en 4.



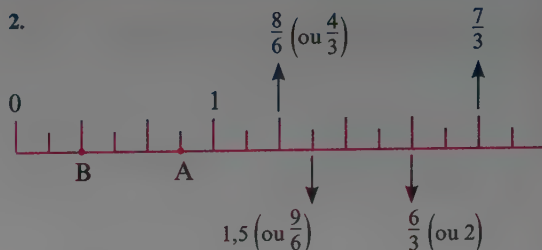
3 Sur la première droite : M (5) ; N (15) ; P (25) ; R (35).
 Sur la deuxième droite : M (0,5) ; N (1,5) ; P (2,5) ; R (3,5).

4 A (1) ; B (2) ; C (3,5) ; puis A (0,5) ; B ($\frac{9}{4} = 2,25$) ; C (3) ; puis A ($\frac{2}{5} = 0,4$) ; B ($\frac{8}{5}$) ; C (2) ; puis A ($\frac{1}{3}$) ; B (1) ; C (2).

5 ABDFEC est un hexagone.



6 1. Le nombre correspondant à A est $\frac{5}{6}$;
 celui correspondant à B est $\frac{2}{6}$ ou $\frac{1}{3}$.



3. $\frac{8}{6} < 1,5 < \frac{6}{3} < \frac{7}{3}$

À noter : $1,5 = \frac{9}{6}$

7 On convertit tous les temps dans le même format.

$10 \text{ s et } \frac{32}{100} \text{ de s.} < 10 \text{ s et } \frac{40}{100} \text{ de s.} < 10 \text{ s et } \frac{60}{100} \text{ de s.} < 10 \text{ s et } \frac{66}{100} \text{ de s.} < 10 \text{ s et } \frac{80}{100} \text{ de s.} < 10 \text{ s et } \frac{90}{100} \text{ de s.}$

10 page 25

1 Situation de proportionnalité : 3. et 7.

Les autres situations ne sont pas des situations de proportionnalité.

1. Quand Lisa aura 20 ans (dans 10 ans), sa grand-mère aura $70 + 10 = 80$ ans.

2. On ne peut prévoir la taille de Rémi par un calcul.

3. Une cuillerée à soupe de farine correspond à $90 \div 3 = 30$ g de farine. 150 g, c'est 5 fois plus que 30 g donc 150 g de farine correspondent à 5 cuillerées à soupe.

4. Le prix d'un abonnement n'est pas proportionnel au prix de la revue. Sinon, le prix de l'abonnement de 6 mois serait de $6 \times 3,5 = 21$ €, et celui de 12 mois de $12 \times 3,5 = 42$ €. Si les deux abonnements étaient proportionnels entre eux, il faudrait multiplier la période de l'abonnement par le même nombre que le prix, on aurait alors pour 6 mois 20 € et pour 1 an (12 mois) 40 € (2×20 €), ce qui n'est pas le cas ici.

5. On ne peut pas prévoir jusqu'à combien Paul saura compter.

6. On peut trouver dans le commerce de grands livres moins chers que des petits livres.

7. En 1 h, la voiture parcourt $225 \div 3 = 75$ km, donc en 2 h elle parcourt $75 \times 2 = 150$ km et en 8 h elle parcourt $75 \times 8 = 600$ km.

8. Si 6 pots de yaourts coûtent 1,8 €, c'est qu'un pot coûte $1,8 \div 6 = 0,3$ € et 16 pots devraient coûter $0,3 \times 16 = 4,8$ €.

2 1.

Distance parcourue en km	100	200	25	75	10
Consommation en litres	7,8	15,6	1,95	5,85	0,78

2. Le coefficient de proportionnalité est 0,078 : c'est le nombre de litres consommés pour parcourir 1 km.

3 3 œufs ; 4 citrons et demi ; 225 g de farine ; 180 g de sucre ; 210 g de beurre.

4 595 élèves.

5 53 ; 132,5 ; 265 ; 397,5 ; 530 ; 1060.

6 $9 \text{ €} \rightarrow 7,92 \text{ €}$; $6 \text{ €} \rightarrow 5,28 \text{ €}$; $112 \text{ €} \rightarrow 98,56 \text{ €}$.

Les autres sont justes.

- 7** 1. 60 €. 2. 15 élèves. 3. 40 élèves. 4. 6 m. 5. 16,5 m. 6. 5,4 €.
8 1. Non, car 10 % de 110 € représentent 11 €, dans ce cas l'objet coûterait 99 €.
 2. Non, car 20 % de 80 € représentent 16 €.
 $80 € + 16 € = 96 €$.

11 page 27

- 1** 30 cm.

	1	2	3	4
Périmètre	40 cm	≈ 25 cm	$= 18$ cm	$\approx 24,5$ cm

- 3** Voir la Méthode p. 26.

- 4** Le côté du losange mesure 5 cm ; FO est une diagonale.

- 5** 1. 8 arbres. 2. 7 arbres.

- 6** Dimensions du grillage :

Longueur : $L = 5 + 24 + 5 = 34$ m.

Largeur : $l = 5 + 11 + 5 = 21$ m.

Longueur du grillage : $2 \times (L + l) = 2 \times 55 = 110$ m. Le grillage mesure 110 m.

- 7** Pour pouvoir construire le carré, il faut calculer le périmètre du rectangle : $2 \times (2,7 + 3,3) = 12$ cm. Donc le carré a un périmètre de 12 cm.

Son côté mesure $12 \div 4 = 3$ cm.

- 8** L sa longueur, l sa largeur est égale à $L - 28$.

$$2 \times (L + l) = 2 \times (L + L - 28) = 164.$$

Donc $L + L - 28 = 82$. Donc $L + L = 110$. Donc $L = 55$ m.

$$l = L - 28 = 55 - 28 = 27 \text{ m.}$$

- 9** Périmètre bassin 1 : $22 \text{ dam} + (2 \times \pi \times 1) \times 2 \text{ dam} \approx 34,57 \text{ dam}$, soit environ 345,7 m.

Périmètre bassin 2 : $12 \text{ dam} + (2 \times \pi \times 1) \times 2 \text{ dam} \approx 24,57 \text{ dam}$, soit environ 245,7 m.

Le bassin entouré par le plus long muret est le bassin 1.

12 page 29

- 1** $151,65 \text{ h} = 151 \text{ h} + 0,65 \text{ h} = 151 \text{ h} + 0,65 \times 60 \text{ min} = 151 \text{ h} + 39 \text{ min}$.

Marc a travaillé 151 h 39 min ce mois-ci.

	Fanny	Pauline	Imane	Laurie
Temps en min s	3 min 9 s	2 min 54 s	2 min 47 s	2 min 42 s

- 3** 1.

	1 ^{er} tour	2 ^e tour	3 ^e tour
Écart entre Stéphane et Dominique	$53 \text{ s} - 46 \text{ s} = 7 \text{ s}$	17 s	26 s

- 2.** Pour faire le tour 2, Stéphane a mis :

$$1 \text{ min } 42 \text{ s} - 53 \text{ s} = 102 \text{ s} - 53 \text{ s} = 49 \text{ s.}$$

Pour faire le tour 3, Stéphane a mis : $2 \text{ min } 35 \text{ s} - 1 \text{ min } 42 \text{ s} = 1 \text{ min } 95 \text{ s} - 1 \text{ min } 42 \text{ s} = 53 \text{ s}$.

Dominique, pour le tour 2, a mis :

$$1 \text{ min } 25 \text{ s} - 46 \text{ s} = 85 \text{ s} - 46 \text{ s} = 39 \text{ s.}$$

Dominique, pour le tour 3, a mis : $2 \text{ min } 09 \text{ s} - 1 \text{ min } 25 \text{ s} = 1 \text{ min } 69 \text{ s} - 1 \text{ min } 25 \text{ s} = 44 \text{ s}$.

- 4** Manu : 39 quarts d'heure = $9 \text{ h} + 3/4 \text{ h} = 9 \text{ h } 45 \text{ min}$ (car $9 \text{ h} = 36 \text{ quarts d'heure}$).

Emma : de 22 h 13 min à minuit il y a 1 h 47 min. De minuit à 7 h 39 min, il y a 7 h 39 min.

Emma a dormi $1 \text{ h } 47 \text{ min} + 7 \text{ h } 39 \text{ min} = 8 \text{ h } 86 \text{ min} = 9 \text{ h } 26 \text{ min}$.

Manu a dormi plus qu'Emma.

- 5** Dans 1 an, il y a 365 jours. Donc 11 ans et 16 jours cela représente 4 031 jours (on ne tient pas compte des années bissextiles).

Dans un jour, il y a 86 400 s ($60 \times 60 \times 24$). Donc 4 031 jours = $348\,278\,400 \text{ s}$.

$$8 \text{ h } 30 \text{ s} = 28\,830 \text{ s.}$$

Au total = $348\,278\,400 + 28\,830 = 348\,307\,230 \text{ s}$. C'est moins que 400 000 000 s.

- 6** Maya a mis : $3 \times 2 \text{ h} + 3 \times 1 \text{ min} + 3 \times 40 \text{ s} = 6 \text{ h } 3 \text{ min } 120 \text{ s} = 6 \text{ h } 5 \text{ min}$.

$$7 \quad 1. 4 \times 5 \times 45 \text{ min} = 900 \text{ min} = 15 \text{ h.}$$

$$2. 35 \times 55 \text{ s} = 1925 \text{ s} = 32 \text{ min } 5 \text{ s pour faire ses 35 longueurs.}$$

Il va 20 fois à la piscine pendant les vacances : $20 \times 32 \text{ min} + 20 \times 5 \text{ s} = 640 \text{ min } 100 \text{ s} = 641 \text{ min } 40 \text{ s} = 10 \text{ h } 41 \text{ min } 40 \text{ s}$.

- 8** 139 clés USB.

$$9 \quad 1. 55 \text{ min} \times 26 = 1430 \text{ min} = 23 \text{ h } 50 \text{ min.}$$

2. Du lundi au vendredi : $45 \text{ min} \times 5 = 225 \text{ min} = 3 \text{ h } 45 \text{ min}$. Samedi et dimanche : 3 h. Total : 6 h 45 min.

$$3. 23 \text{ h } 50 \text{ min} + 6 \text{ h } 45 \text{ min} = 29 \text{ h } 95 \text{ min} = 30 \text{ h } 35 \text{ min} = 1 \text{ j } 6 \text{ h } 35 \text{ min par semaine} = 1835 \text{ min}$$

$$\text{En une année : } 1835 \text{ min} \times 36 = 66\,060 \text{ min} = 1101 \text{ h} = 45 \text{ j } 21 \text{ h.}$$

13 page 31

- 1** 4,5 cm.

- 2** Figure 1 : 16 cm^2 . Figure 2 : $6 \times 3 \div 2 = 9 \text{ cm}^2$.

Aire figure 3 = aire du rectangle + aire du carré + aire du demi-disque.

$$\text{Aire figure 3} = 17,6 \text{ cm}^2 + 5,29 \text{ cm}^2 + (\pi \times 1,6^2) \div 2$$

$$\text{Aire figure 3} \approx 17,6 + 5,29 + 4,02 \approx 26,91 \text{ cm}^2.$$

- 3** 1. a 6 ; b 1 ; c 0,5 ; d 1 ; e 2 ; f 6.

2. a 12 ; b 2 ; c 1 ; d 2 ; e 4 ; f 12.

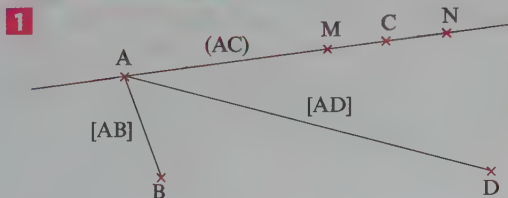
- 4** 1. La figure rouge a pour aire 16 triangles rouges et la figure verte a pour aire 16 carreaux verts.

2. Non, car l'aire d'un carreau vert est le double de l'aire d'un triangle rouge.

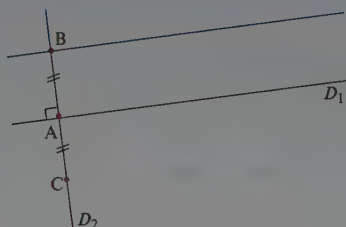
- 5** 1. $1 \text{ dam}^2 = 100 \text{ m}^2$. 2. $100 \div 8 = 12,5 \text{ m}^2$.

$$3. \text{ Prix : } (14,95 + 15,05 + 13,75 + 14,55 + 15,1 + 14 + 14,25 + 15,05) \times 12,5 = 1458,75 \text{ €.}$$

14 page 33



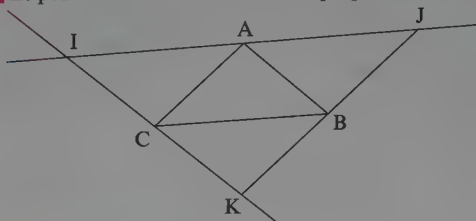
2



3 Phrases vraies : 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 8.

4 Il s'agit d'une botte.

5 Le point B semble être le milieu de [KJ].



15 page 35

1 Triangles isocèles : WRU ; WVU ; RUV ; RWV ; RUT ; RMT ; TMN ; NOT ; MTO ; MNO ; NPQ ; PQO ; QON ; ONP ; TOQ ; RMN ; MNP.

Losanges : RUVW ; MNOT ; NPQO.

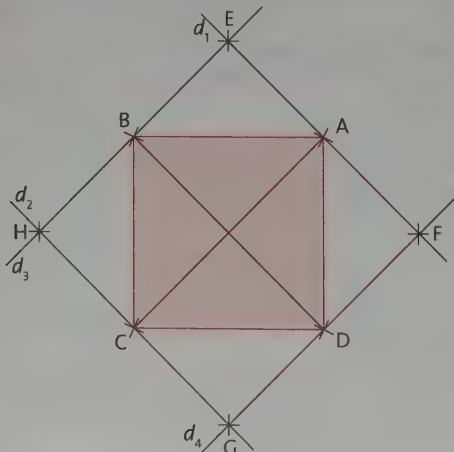
2 Voir la Méthode p. 34.

3 [MN] et [GI] sont les diagonales : elles sont perpendiculaires et ont même milieu.

4 P est sur (d) et CP = CO. L est de l'autre côté de (d) par rapport au point C avec PL = OL.

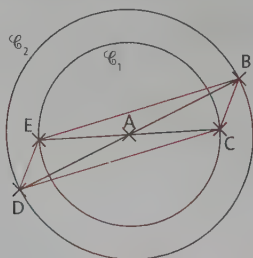
5 Voir le Cours et la Méthode p. 34.

6

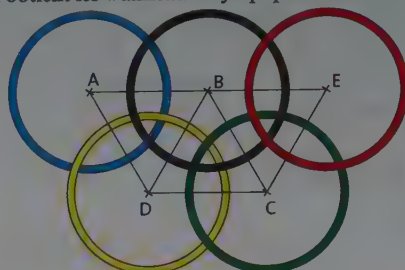


EFGH est un carré. Son côté mesure 4 cm.

7



8 On obtient les « anneaux olympiques ».



9 On trace le cercle de centre O et de rayon BO. Il coupe la droite (d) en E et K.

Pour placer R, on trace la droite (BO), elle coupe le cercle précédent en R.

10 Tracer la perpendiculaire à (d) passant par O ; elle coupe (d) en I. Placer les points F et A sur (d) tels que FI = IA = IO (avec le compas). Compléter le dessin sachant que O est le milieu de [AE] et de [FC].

11 Tracer (BO) : elle recoupe le cercle en un point R. Tracer (UO) : elle recoupe le cercle au point P.

16 page 37

1 $\widehat{DAB}$ est un angle obtus. $\widehat{ABC}$ est un angle obtus. $\widehat{ACD}$ est un angle aigu.

$\widehat{DFC}$ est un angle obtus. $\widehat{DEC}$ est un angle plat. $\widehat{ADC}$ est un angle aigu.

$\widehat{DAC}$ et $\widehat{DBC}$ sont égaux car ils sont superposables, leur mesure est de 90° .

2 Phrases vraies : 1 ; 3 ; 5 ; 6.

3 Tracer donc [SU] tel que SU = 5 cm, puis la perpendiculaire à [SU] en U et une demi-droite d'origine S faisant un angle de 50° avec [SU].

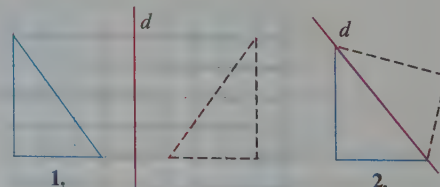
4 Pour le triangle ABC : Tracer d'abord [AB] tel que AB = 3 cm, puis une demi-droite d'origine A faisant un angle de 120° avec [AB], puis le cercle de centre B et de rayon 6 cm. Pour le triangle MNP : Tracer d'abord [PN] tel que PN = 4,5 cm puis une demi-droite d'origine P faisant un angle de 35° avec [NP] et une demi-droite d'origine N (du même côté de [NP] que l'autre demi-droite) faisant un angle de 70° avec [NP]. L'intersection des deux demi-droites est le point M.

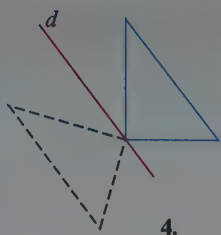
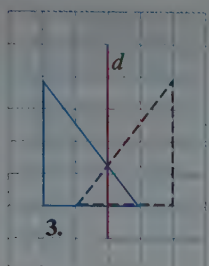
Pour la dernière figure : attention, on a donné des angles extérieurs au triangle ; le triangle IJK a tous ses angles aigus ($\widehat{IJK} = 37^\circ$, $\widehat{IKJ} = 72^\circ$).

5 Il s'agit d'un chat.

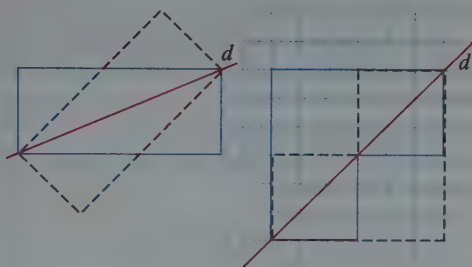
17 page 39

1 Voir la Méthode p. 38.

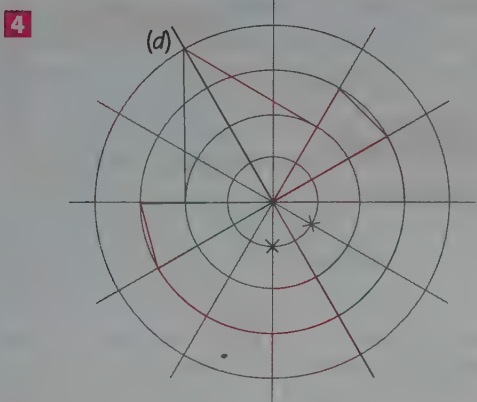




2 Voir la Méthode p. 38.

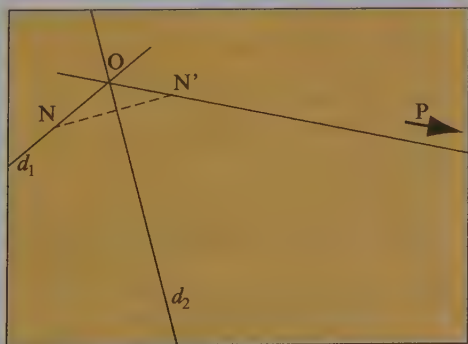


3 Voir la Méthode p. 38.

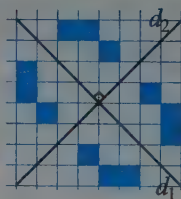
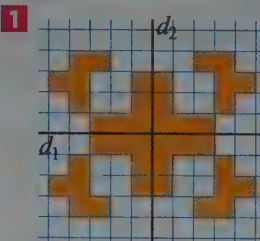


5 Phrases Vraies : 2 ; 3 ; 5 ; 6 ; 7.

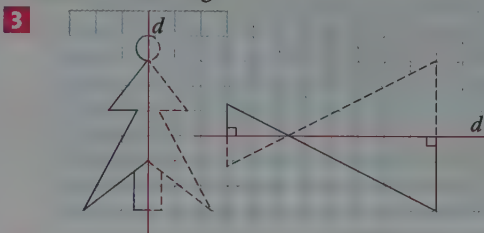
6 Prendre un point N sur [OM] (et sur la feuille !). Tracer le symétrique N' de ce point par rapport à d. Tracer (ON'). P se trouve sur (ON') à 8 cm de O (la symétrie conserve les distances).



18 page 41



1 1^{er} dessin : la « verticale » et l'« horizontale ».
2^e dessin : les deux diagonales.



4 Les drapeaux sont symétriques dans les cas 3. et 5.

5 Axe de symétrie : 3 ; 4.

6 1. et 3. : non (voir la Méthode p. 40).

7 La symétrie conserve les distances, donc tous les segments sont égaux à 1,7 cm.

Le périmètre de cette figure est $1,7 \times 10 = 17$ cm.

8 Z est un des deux points d'intersection de la médiatrice de [UT] avec le cercle (c'est le plus éloigné de [UT]).

19 page 43

1

Dessin	Explication	Échelle
	1 cm représente 5 km, 1 cm représente 500 000 cm	1/500 000
	1 cm représente 150 m, 1 cm représente 15 000 cm	1/15 000
	1 cm représente 25 m, 1 cm représente 2 500 cm	1/2 500

2 1. F. 2. A. 3. C. 4. D. 5. B. 6. E.

3 Le mât sur le dessin mesure 3 cm. En réalité, il mesure $3 \times 4000 = 12\,000$ cm = 120 m.

4 1. 1 cm sur la carte représente 200 000 cm dans la réalité. Donc 1 cm sur la carte représente 2 km dans la réalité.

2. $12,4 \times 2 = 24,8$ km. 3. $172 \div 2 = 86$. Les 2 villes sont distantes de 86 cm sur la carte.

5 1. Voir la Méthode p. 26.

- On trace MNP avec $MN = 3,3$ cm ; $MP = 4,4$ cm et $NP = 5,5$ cm.
- Ce sont des triangles rectangles.
- Périmètre EFG = 26,4 cm. Périmètre MNP = 13,2 cm.
- Le périmètre du triangle EFG est le double du périmètre du triangle MNP.

6 $36 \div 4,5 = 8$ cm. Donc $BC = 8$ cm.

On doit construire un rectangle de Longueur = $8 \times 1,2 = 9,6$ cm et de largeur = $4,5 \times 1,2 = 5,4$ cm.

7 $A'B' = 2$ cm, chaque longueur de ABDC doit être divisées par 2.

Pour pouvoir faire la réduction en suivant la Méthode p. 42, il faut mesurer les 2 angles notés : $\angle CAB = 60^\circ$ et $\angle ACD = 135^\circ$.

20 page 45

1 1.

Droite	(DC)	(AD)	(AE)	(EH)	(AC)
(AB)	//	$\perp$	$\perp$	$\times$	O
(EF)	//	$\times$	$\perp$	$\perp$	$\times$

2. [BF] ; [AE] ; [DH].

3. [FG] ; [CB].

4. (HC).

5. [EH] ; [BC].

2 1. Prisme droit.

2. GHIJKL.

3. [GA] et [HB].

4. Oui, car ce sont les diagonales du rectangle ABHG.

3 Tracer toutes les parallèles aux arêtes tracées passant par chaque sommet déjà marqué.

4 1. et 2.

	Orange	Vert
Utilisé	77	105
Manquant	48	20

5 1. 27 petits cubes seront nécessaires.

2. Aucune face : 1 (au centre).

Une seule face : 6 (les cubes « centraux » de chaque face).

Deux faces : 12 (les cubes « milieux » des arêtes).

Trois faces : 8 (les « coins »).

Quatre faces : aucun.

3. 64 petits cubes.

Aucune face : 8. Une seule face : 24.

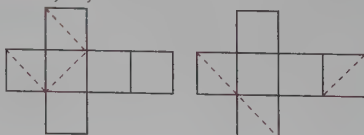
Deux faces : 24. Trois faces : 8.

Quatre faces : aucun.

21 page 47

1 Patrons de cube : 2. ; 4. ; 5.

2 2 exemples :



3 1. (216 cm^3) et 2. (216 cm^3) ont un volume inférieur à 3. (221 cm^3).

4 1. Contient 225 mL.

2. Contient $160 \text{ cm}^3 = 160 \text{ mL}$.

3. Contient $164 \text{ cL} = 1\,640 \text{ mL}$.

4. Contient 140 mL.

Ordre décroissant : 3. ; 1. ; 2. ; 4.

5 Par exemple :

	1	2	3	4	5
L	4 cm	6 cm	12 cm	4 cm	5 cm
l	9 cm	6 cm	3 cm	3 cm	2 cm
h	5 cm	5 cm	5 cm	15 cm	18 cm

6 1. Pyramide.

2. Non, car les 2 bases superposables sont des quadrilatères (4 côtés). Il ne doit y avoir que 4 rectangles pour former les faces latérales.

7 1. 125 petits cubes de 2 cm d'arête.

2. 324 cubes de 2 cm d'arête ou 96 cubes de 3 cm d'arête ou 12 cubes de 6 cm d'arête.

8 Un cube de 10 cm d'arête a un volume de $1\,000 \text{ cm}^3 = 1 \text{ dm}^3 = 1 \text{ L}$: même contenance que le seau de 1 L.

Un cube de 100 cm d'arête a un volume de :

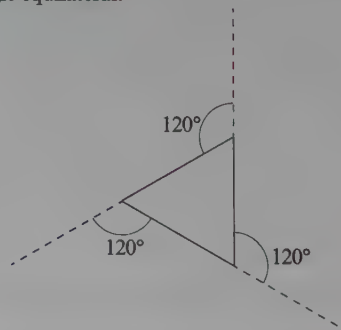
$1\,000\,000 \text{ cm}^3 = 1\,000 \text{ L}$: 100 fois plus que le seau de 10 L !

9 $13,5 \text{ L} = 13,5 \text{ dm}^3 = 13\,500 \text{ cm}^3$.

Donc $h \times 25 \times 30 = 13\,500$, donc $h = \frac{13\,500}{25 \times 30} = 18$. L'eau s'élève à 18 cm.

22 page 49

1 Triangle équilatéral.



2 1. Hexagone.

2. Il faut écrire 6 fois les 2 instructions suivantes : av 50 – td 60

3. rep 6 (av 50 ; td 60)

3 On obtient le dessin 3.

4 1. rep 5 (av 50 ; td 72)

2. rep 9 (av 50 ; td 40)

3. rep 10 (av 50 ; td 36)

4. Non, car $360^\circ \div 7$ est une division infinie.

5 1. On voit 8 carrés.

2. a) Un carré.

b) À répéter 8 fois le tracé d'un carré, pour obtenir 8 carrés.

c) On fait 8 carrés à la même position, donc on ne voit qu'un carré.

d) rep 6 (rep 3 (av 100 ; td 120) ; td 60).

e) rep 12 (rep 6 (av 100 ; td 60) ; td 30).

1 page 53

1 A = 28,9; B = 58,5; C = 12,8.

2 A = 422; B = 77; C = 140,5.

3 A = 14,3; B = 90,65; C = 6,2.

4 $5 \times 4 - 10 + 7 = 17$; $12 - 3 + 7 \times 9 = 72$;
 $8 + 4 \times 10 - 15 = 33$.

5 $8 \times (5 + 3) - 2 = 62$; $240 - 8 \times (12 + 8) = 80$;
 $2 \times [17 + (15 - 2)] = 60$.

6 A = 20; B = 20; C = 5,6; D = 0,625; E = 1,6; F = 4;
G = 19; H = 9,1; I = 1; J = 1; K = 0,8; L = 3,25; M = 6,3;
N = 17,5.

7 Vrai : 2 - 4 - 8. Faux : les autres.

8 Une pelle.

9 1. $3 \times (18 + 5) = 69$. 2. $3 \times 18 + 5 = 59$.

3. $3 + 18 \times 5 = 93$. 4. $(3 + 18) \times (18 - 3) = 315$.

5. $3 \times 18 + 3 \times 5 = 69$.

2 page 55

1 Rouges : $\frac{3}{27} = \frac{1}{9}$. Verts : $\frac{20}{27}$. Blancs : $\frac{4}{27}$.

2 a. Faux b. Vrai c. Faux

3 a. Il faut avoir le même nombre de ballons : il faut échanger 11 ballons verts contre 6 rouges et 5 blancs. b. Non ce n'est pas possible.

4 a. Les proportions de billes blanches sont : pour Louane $\frac{4}{5} = 0,8$; pour Julian $\frac{8}{50} = 0,16$ et pour Anaïs $\frac{5}{42} = 0,119$. Donc en proportion c'est Louane qui a le plus de billes. b. Au maximum Julian peut donner ses 8 billes blanches, Anaïs aura alors $5 + 8 = 13$ billes blanches, en proportion elle en aura : $\frac{13}{50}$. Anaïs ne pourra pas avoir autant de billes que Louane en proportion.

5 Proportion de sucre dans la confiture de myrtilles : $\frac{350}{850} = 0,41$. Proportion de sucre dans la confiture de framboises : $\frac{450}{750} = 0,6$. La confiture de framboises est donc plus sucrée en proportion.

6 Proportion de sucre dans le soda rouge : $\frac{250}{1000} = 0,25$. Proportion de sucre dans le soda vert : $\frac{35}{75} = 0,47$. Le soda rouge est donc nettement plus sucré en proportion.

7 1. d et f sont les bonnes réponses. 2. $\frac{N}{28\,600\,000} = 0,1$.

8 a. Arte : $\frac{590\,000}{2\,100\,000} = 0,28$. TF1 : $\frac{2\,400\,000}{8\,900\,000} = 0,27$.

M6 : $\frac{1\,900\,000}{8\,900\,000} = 0,11$. En proportion, ARTE a eu le plus de spectateurs, le directeur de la chaîne a raison.

b. Il faut que $\frac{N}{8\,900\,000} = \frac{590\,000}{2\,100\,000}$, soit $N = 25\,004\,762$.

3 page 57

1 $a = \frac{8}{16} \left(\frac{1}{2} \right)$; $b = \frac{3}{16}$; $c = \frac{5}{16}$; $d = \frac{7}{16}$;

$\frac{3}{16} < \frac{5}{16} < \frac{7}{16} < \frac{8}{16}$.

2 1; 3; $\frac{14}{12}$ ou $\frac{7}{6}$.

3 1. Fractions < 1 : $\frac{12}{13}$; $\frac{17}{19}$

(le numérateur est inférieur au dénominateur).

Fractions = 1 : $\frac{15}{15}$; $\frac{14}{14}$.

Fractions > 1 : $\frac{17}{15}$; $\frac{23}{22}$; $\frac{15}{14}$. 2. $\frac{23}{22} > 1 > \frac{17}{19}$.

4 1. $\frac{37}{10}$; $\frac{102}{10}$; $\frac{1}{10}$; $\frac{53}{12}$; $\frac{1}{55}$; $\frac{1\,721}{450}$; $\frac{104}{140}$; $\frac{70}{25}$.

2. $\frac{3}{7}$; $\frac{3}{1}$; $\frac{1}{2}$; $\frac{6}{5}$; $\frac{1}{4}$; $\frac{2}{3}$; $\frac{4}{3}$; $\frac{2}{5}$.

5 $\frac{111}{100}$; $\frac{850}{100}$; $\frac{6}{100}$; $\frac{225}{100}$; $\frac{84}{100}$.

6 1. $\frac{1}{4} < \frac{3}{4} < \frac{5}{4} < \frac{7}{4} < \frac{9}{4}$.

2. $\frac{17}{34} < \frac{21}{34} < \frac{15}{12} < \frac{18}{12}$. 3. $\frac{3}{8} < \frac{3}{7} < \frac{3}{5} < \frac{3}{2} < \frac{3}{1}$.

4. $\frac{3}{4} < \frac{5}{6} < \frac{7}{8} < \frac{11}{12} < \frac{23}{24}$ (écrire toutes ces fractions avec le dénominateur 24).

7 1. $\frac{9}{7} = \frac{54}{42}$; $\frac{28}{24} = \frac{7}{6}$; $\frac{3}{27} = \frac{1}{9}$; $\frac{5}{6} = \frac{35}{42}$.

2. $\frac{11}{0,27} = \frac{1\,100}{27}$; $\frac{12}{25} = \frac{48}{100}$; $\frac{78}{65} = \frac{6}{5}$; $\frac{4}{0,1} = \frac{40}{1}$.

8 1. $130 = 2 \times 5 \times 13$; 2. $99 = 3 \times 3 \times 11$;

3. $143 = 11 \times 13$; 4. $187 = 11 \times 17$.

9 1. 10; 2. 31,5; 3. 2,25; 4. 20,38.

10 1. $\frac{36}{24} = \frac{2 \times 18}{2 \times 12} = \frac{18}{12} > \frac{17}{12}$

2. $\frac{5}{8} = \frac{5 \times 6}{8 \times 6} = \frac{30}{48} < \frac{31}{48}$

11 1. $\frac{595}{34} = \frac{5 \times 7 \times 17}{2 \times 17} = \frac{5 \times 7}{2} = \frac{35}{2}$

2. $\frac{16\,445}{1\,955} = \frac{5 \times 11 \times 13 \times 23}{5 \times 17 \times 23} = \frac{11 \times 13}{17} = \frac{143}{17}$

3. $\frac{462}{21} = \frac{2 \times 3 \times 7 \times 11}{3 \times 7} = 2 \times 11 = 22$

4 page 59

1 $a = \frac{2}{1}$; $b = \frac{7}{17}$; $c = \frac{13}{25}$;

$d = \frac{4 \times 4}{3 \times 4} + \frac{7}{12} = \frac{16}{12} + \frac{7}{12} = \frac{23}{12}$; $e = \frac{5}{9}$; $f = \frac{9}{5}$.

2 1. $\frac{6}{4} = \frac{3}{2}$; 2. $\frac{3}{10} + \frac{7}{10} = 1$; 3. 2; 4. 3; 5. $\frac{3}{4}$; 6. 15.

3 1. $\frac{12}{10} + 0,05 = \frac{120}{100} + \frac{5}{100} = \frac{125}{100} = 1,25$;

2. 0,87; 3. 1; 4. 14,75.

4 Tout le monde a tort: Lucas fait une erreur de virgule dans la multiplication, Laura et Julien font une erreur dans la multiplication d'un nombre par une fraction.

5 $\frac{2}{5} + \frac{15}{100} + \frac{1}{4} = \frac{40}{100} + \frac{15}{100} + \frac{25}{100} = \frac{80}{100}$.

Paul reçoit 20 % ou un cinquième de la somme.

6 L'aire du rectangle est $\frac{5}{8} \text{ dm}^2$ et son périmètre

est $\left(\frac{3}{4} + \frac{5}{8}\right) \times 2 = \left(\frac{9}{12} + \frac{10}{12}\right) \times 2 = \frac{19}{12} \times 2 = \frac{19}{6} \text{ dm}$.

7 1. 1; 2. $\frac{10}{7}$; 3. 0; 4. $\frac{50}{9}$; 5. $\frac{1}{4}$.

8	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{3}{4}$	0	2	5	$\frac{3}{10}$	$\frac{5}{8}$
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{3}{8}$	0	1	$\frac{5}{2}$	$\frac{3}{20}$	$\frac{5}{16}$
$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{25}$	$\frac{3}{20}$	0	$\frac{2}{5}$	1	$\frac{3}{50}$	$\frac{1}{8}$
$\frac{3}{4}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{20}$	$\frac{9}{16}$	0	$\frac{3}{2}$	$\frac{15}{4}$	$\frac{9}{40}$	$\frac{15}{32}$
0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	1	$\frac{2}{5}$	$\frac{3}{2}$	0	4	10	$\frac{3}{5}$	$\frac{5}{4}$
5	$\frac{5}{2}$	1	$\frac{15}{4}$	0	10	25	$\frac{3}{2}$	$\frac{25}{8}$
$\frac{3}{10}$	$\frac{3}{20}$	$\frac{3}{50}$	$\frac{9}{40}$	0	$\frac{3}{5}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{9}{100}$	$\frac{3}{16}$
$\frac{5}{8}$	$\frac{5}{16}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{15}{32}$	0	$\frac{5}{4}$	$\frac{25}{8}$	$\frac{3}{16}$	$\frac{25}{64}$

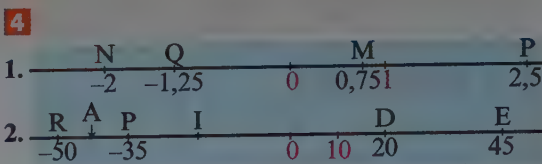
9 Lise a bu exactement $\frac{2}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{1}{2}$ litre de jus.

5 page 61

1 $-2,11 < -2,1 < -2,01 < -2 < -1,21 < -1,20 < -1,02 < 1,02 < 1,2 < 1,21 < 2,01 < 2,10$.

2	$\dots < -1,2$	$-1,2 < \dots < -1,1$	$-1,1 < \dots$
-1,15		x	
-0,08			x
-1,201	x		
-1,097			x
-1,101		x	

3 Sur son nez !



On lit RAPIDE.

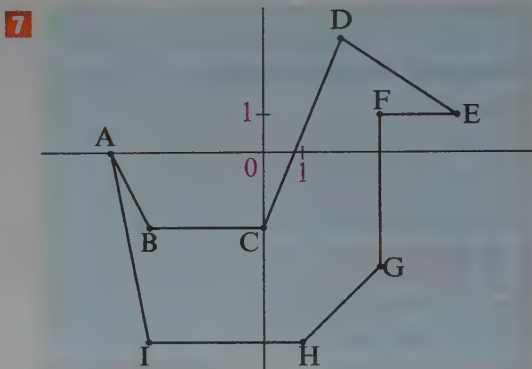
5 Première droite : M(-3,5); N(-1,5); P(3).

Deuxième droite : M(-7); N(-3); P(6).

Troisième droite : M(-14); N(-6); P(12).

Quatrième droite : M(-1,4); N(-0,6); P(1,2).

6 G(3; 1); H(-2,5; 0); I(-3; -2); J(1,3; -1,5); K(0; -1); L(-2; 1,8).



6 page 63

1 A = 11; B = -5; C = 9; D = -15.

2 A = 10,9; B = -2,5; C = 3,3; D = -16,3.

3

+	-3	2	1,5	-2,7	-5	1,2
-5	-8	-3	-3,5	-7,7	-10	-3,8
-2,3	-5,3	-0,3	-0,8	-5	-7,3	-1,1
1,3	-1,7	3,3	2,8	-1,4	-3,7	2,5
-3	-6	-1	-1,5	-5,7	-8	-1,8
-1,5	-4,5	0,5	0	-4,2	-6,5	-0,3
10	7	12	11,5	7,3	5	11,2

4

-	-3	2	1,5	-2,7	-5	1,2
-5	-2	-7	-6,5	-2,3	0	-6,2
-2,3	0,7	-4,3	-3,8	0,4	2,7	-3,5
1,3	4,3	-0,7	-0,2	4	6,3	0,1
-3	0	-5	-4,5	-0,3	2	-4,2
-1,5	1,5	-3,5	-3	1,2	3,5	-2,7
10	13	8	8,5	12,7	15	8,8

5 1. $a + b = -2$; $a - b = 8$; $-a + b = -8$; $-a - b = 2$.

2. $a + b = 0$; $a - b = -11$; $-a + b = 11$; $-a - b = 0$.

3. $a + b = -18,2$; $a - b = 0$; $-a + b = 0$; $-a - b = 18,2$.

4. $a + b = -14$; $a - b = -20$; $-a + b = 20$; $-a - b = 14$.

6. $A = C$; $B = E$; $D = F$.

7. a. $5 - (-4) = 9$; b. $-3 - (-3) = 0$; c. $5 + (-14) = -9$; d. $(-3) - 4 = -7$.

8. 1. et 2. a. $AB = 4$ et l'abscisse du milieu est $\frac{7+3}{2} = 5$. b. $AB = 5 - (-2) = 7$ et l'abscisse du milieu est $\frac{-2+5}{2} = 1,5$.

c. $AB = 7$ et l'abscisse du milieu est $-0,5$.

d. $AB = 6$ et l'abscisse du milieu est 4 .

e. $AB = 5$ et l'abscisse du milieu est $-1,5$.

f. $AB = 10$ et l'abscisse du milieu est 2 .

g. $AB = -1 - (-4) = -1 + 4 = 3$ et l'abscisse du milieu est $\frac{-1+(-4)}{2} = -2,5$.

9. Laura aura $5/10$. Réponses fausses: 1., 3., 4., 7., 9. En effet: $5 + (-8) = -3$; $-50 + 17 = -33$; $(-7) + (-9) = -16$; $20 - (-20) = 20 + 20 = 40$; $-9 - (-11) = -9 + 11 = 2$.

10. $x = -505$; $AB = -505 - (-2020) = -505 + 2020 = 1515$.

7 page 65

1. $A = 12 - 9 + 7$; $B = 12 + 9 - 7$; $C = 12 - 9 - 7$; $D = 12 + 9 + 7$.

2. $A = -8,9$; $B = 7,6$; $C = 0,9$.

3. $A = 12,1$; $B = 22$; $C = -36$.

4. 1. Si $x = -3$, $-x = 3$ donc dans ce cas $-x$ est positif.

2. $(-2) + (-3) = (-5)$.

3. $(-5) + 3 = (-2)$. 4. $(-5) - (-9) = -5 + 9 = 4$.

5

x	y	z	$x+y-z$	$x-y+z$	$-x+y+z$	$-x-y-z$
1	-5	-2	-2	4	-8	6
-3	-2	2	-7	1	3	3
5	5	-3	13	-3	-3	-7
-2	-5	-7	0	-4	-10	14
-3	-11	-4	-10	4	-12	18
7	-7	0	0	14	-14	0
3	-16	-5	-8	14	-24	18

6. 1. $(-5) + (+8) - (-4) = (+7)$;

2. $(+3,7) - (-15,3) - (-9,1) = (+28,1)$;

3. $(-3,5) - (-5,5) + (-9,5) = (-7,5)$.

7. Il a oublié son bateau.

8. Quand il y a des + et des -, on ne peut associer les termes n'importe comment. Mieux vaut d'abord transformer les soustractions en additions.

Ainsi $A = (-7) + 3 + 4 + 2 + 3 = 5$

et $B = 5 + 7 + (-4) + 3 + (-2) + 1 = 10$.

9. $A = -4$; $B = -22$; $C = 3$; $D = -3$.

8 page 67

1. $3x$; $2. x \div 4$; $3. 2x + 3$.

2. $(x-4) \times 7 = 7(x-4)$.

3. 1. $x + 7$; 2. $x \times 6 = 6x$; 3. $x \times 6 + 7 = 6x + 7$; 4. $6 \times 7 + x$; 5. $6 \times (x + 7) = 6(x + 7)$.

4. 1. non; non; oui car $7 \times 1,6 - 5 = 6,2$ et $2 \times 1,6 + 3 = 6,2$. 2. non; oui; non.

5. Multiples de 7: 63; 1 225; $7n$; $7n + 7$.

6. 1. $4 \times (y + 7) = 4y + 28$; $5 \times (2a - 1) = 10a - 5$; 2. $6 \times (x + 8) = 6x + 48$; $5(3x - 4) = 15x - 20$.

7. 1. $4 \times a + 4 \times b = 4 \times (a + b)$; $7x - 7y = 7(x - y)$; $6a + 4b = 2 \times 3a + 2 \times 2b = 2 \times (3a + 2b) = 2(3a + 2b)$.

2. $9x - 9y = 9(x - y)$; $4 \times x + 4 \times 3 = 4 \times (x + 3)$.

8. Une pipe.

9. 1. $\pi \times 4,5^2 \approx 63,59 \text{ cm}^2$.

2. $2 \times \pi \times r = 628$ donc $r \approx 100 \text{ dm}$.

10. Périmètre: b.; c. et e.

Aire: d.

9 page 69

1. a. Faux à partir d'un certain âge on ne grandit plus.

b. Vrai. c. Vrai. d. Faux rien ne dit que les parties sont égales

2. a. 4 kg content 10 €. b. 10 kg content 25 €. c. 1 kg coûte 2,5 €. d. 500 g content 1,25 €.

3. Le premier tableau est un tableau de proportionnalité mais pas le second.

4. $P = 2 \times (15 + x)$. P n'est pas proportionnel à x.

12,5	25	10	1	6	27	3,6	33
5	10	4	0,4	4	18	2,4	22

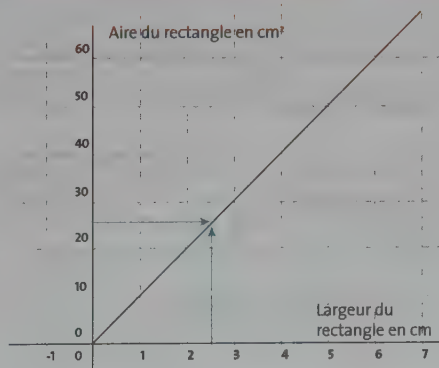
6. 1. 0 € 90; 2. 1 € 80; 3. 9 €; 4. 3 € 24.

7. a. La largeur est un nombre positif plus petit que la longueur, elle est donc comprise entre 0 et 10. b. 10 cm^2

c.

Largeur en cm	0,5	1	2	5	7	10
Aire en cm^2	5	10	20	50	70	100

d.



Graphiquement, on trouve pour que l'aire du rectangle soit égale à 25 cm^2 il faut que la largeur soit égale à $2,5 \text{ cm}$. Par le calcul, on cherche la largeur ℓ telle que : $10 \times \ell = 25$. Lorsque $\ell = 2,5$, l'égalité est vraie.

8 1. a. Avec 6 €, je peux avoir 4,5 litres d'essence. b. Avec 3 €, je peux avoir 2,25 litres d'essence. c. Avec 120 €, je peux avoir 90 litres d'essence. d. Pour avoir 18 litres d'essence, il me faut 24 €. e. Pour avoir 50 litres d'essence, il me faut 66,65 €. f. Un litre d'essence coûte 1,333 €. 2. Le nouveau prix est arrondi à 1,4 € le litre. Avec 12 €, on pourra avoir : 8,57 litres environ.

10 page 71

1. 50 % ; 25 % ; 75 % ; 10 % ; 40 % ; 5 %.
2. $6/12$, soit 50 % ; $7/16$, soit 43,75 %.
3. 1. 50 % ; 2. 25 % ; 3. 20 % ; 4. 100 %.
4. a. Vrai. b. Vrai. c. Faux. d. Faux.
5. $10\% \rightarrow 15\%$; $20\% \rightarrow 30\%$; $30\% \rightarrow 45\%$; $40\% \rightarrow 60\%$; $50\% \rightarrow 75\%$; $100\% \rightarrow 150\%$; $200\% \rightarrow 300\%$.
6. 1. 48 % ; 2. 39 % ; 3. 52 %.
7. 18 % de 700, c'est 126 et 20 % de 620 c'est 124. Romain a raison.
8. 1. 55 euros ; 2. 60,50 euros ; 3. 10,50 euros ; 4. $10,5/50$ soit 21 % ; 5. Non, il augmente de 21 %.
9. Vrai : 1., 3.

11 page 73

1. Dimensions réelles de l'araignée : $0,5 \text{ cm}$; du dinosaure : $6,24 \text{ m}$ de haut et $4,2 \text{ m}$ de large.
2. 1. 85 min et 128 min. 2. 1 h 39 min et 3 h 32 min. 3. $30 \text{ min} = 0,5 \text{ h}$; $15 \text{ min} = 0,25 \text{ h}$; $6 \text{ min} = 0,1 \text{ h}$; $1 \text{ h } 30 \text{ min} = 1,5 \text{ h}$; $1 \text{ h } 15 \text{ min} = 1,25 \text{ h}$; $1 \text{ h } 12 \text{ min} = 1,2 \text{ h}$.
3. 1. Le lièvre est arrivé le 1^{er} (à 1,5 minute près!).

	Trajet parcouru par le lièvre	Temps mis pour le parcourir
Course 1	0,9 km	3 min
Arrêt 1	0 km	60 min
Marche	0,9 km	18 min
Course 2	0,75 km	3 min
Arrêt 2	0 km	30 min
Course 3	$3 - (0,9 + 0,9 + 0,75) = 0,45 \text{ km}$	4,5 min
Total	3 km	118,5 min

2. Un peu plus de $1,5 \text{ km/h}$.

4 1.

Durée du parcours en min	60	45	125
Distance parcourue en km	48	36	100

2. 10 h 20 min.

5 1. 20 km. b. 8 cm.

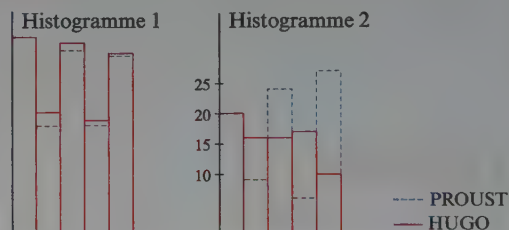
6 Le plan est à l'échelle $1 \div 10\,000$.

7 chambre : $2,25 \text{ m} \times 3,75 \text{ m}$;
cuisine : $1,5 \text{ m} \times 3,45 \text{ m}$;

salle de bain : $1,5 \text{ m} \times 3,75 \text{ m}$;
séjour : $AB = 6 \text{ m}$; $AD = 3,75 \text{ m}$; $DE = 1,5 \text{ m}$;
 $EF = 0,75 \text{ m}$; $FG = 4,5 \text{ m}$; $BG = 3 \text{ m}$.

12 page 75

1. 1. 32 ; 2. 5 ; 3. 0 à 4 ; 6 ; 17 ; 19 ; 20 ; 4. 20 ; 5. 18 ; 6. 5 et 8 : 3 % ; 11 : 12,5 % ; 12 : 15,6 % ; 13 : 18,75 % ; 14 : 9,4 % ; les autres : 6,25 %.
2. 1. 0,08 pour 0, 1, 5 et 7 ; 0,12 pour 2 et 8 ; 0,11 pour 3 ; 0,1 pour 4 ; 0,09 pour 6 et 0,14 pour 9. 2. pair : 0,51 ; impair : 0,49.
3. 1. Voir la Méthode. Pour trouver les mesures des angles du diagramme circulaire, multiplier les fréquences par 360 (par 180 pour semi-circulaire). 2. c. 0,06 ; 0,364 ; 0,464 ; 0,088 ; 0,024. d. 0,416 ; 0,252 ; 0,276 ; 0,056.
4. 1. Voir la Méthode. L'histogramme rouge « dépasse » le bleu... mais :



2. a. Hugo : 20 ; 16 ; 16 ; 17 ; 10 et Proust : 20 ; 9 ; 24 ; 6 ; 27. b. Voir la Méthode. c. Hugo : 112 élèves, dont 79 passages : 70,5 % de réussite. Proust : 112 élèves, dont 86 passages : 76,8 % de réussite. d. Bien sûr !

13 page 77

1 1. a.

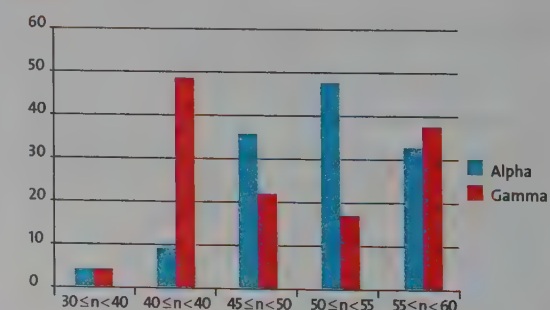
Note	5	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	18
Effectif	1	2	1	2	2	4	5	6	3	2	2	2

- b. La moyenne est égale à 12,09 arrondie à 0,01 près. c. La moyenne est égale à 12,27 arrondie à 0,01 près.

2 La moyenne est égale à 11,4 arrondie à 0,1 près.

3 a. 31. b. Moyenne $\approx 85,5 \text{ minutes} = 1 \text{ h } 25 \text{ min } 30 \text{ s}$. c. $\frac{8}{31}$.

4 a.



b. Pour Alpha la moyenne arrondie à l'unité est égale à 51 grains. Pour Gamma la moyenne arrondie à l'unité est égale à 49 grains. c. On peut choisir la variété Alpha car en moyenne, elle permet d'obtenir plus de grains. d. Plus de 50 grains : pour Alpha, on trouve en proportion $\frac{81}{130} \approx 0,62$ et pour Gamma, $\frac{55}{130} \approx 0,42$. e. Non.

5 Moyenne = 14,33.

6 En moyenne, il y a 200 g de sucre.

7 Oui il faut que l'équipe marque 42,5 buts en moyenne par match lors des 10 derniers matchs.

14 page 79

1 Toutes les propositions sont fausses.

2 Toutes les propositions sont fausses.

3 Oui, on est chanceux.

4 a. probabilité (rouge) = $\frac{3}{27} = \frac{1}{9}$.

b. probabilité (verte) = $\frac{20}{27}$.

5 a. $\frac{4}{32} = \frac{1}{8}$. b. $\frac{1}{4}$. c. $\frac{1}{32}$. d. 1 e. 0

6 a. 26 b. 10 c. 26 d. $26 \times 10 \times 26 = 6760$ possibilités

e. $\frac{1}{26}$ f. $\frac{1}{10}$ g. $\frac{1}{26}$.

7 a. $\frac{18}{28} = \frac{9}{14}$ b. $\frac{10}{28} \approx 0,357 \approx 36\%$

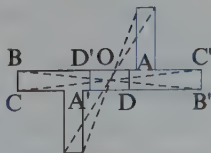
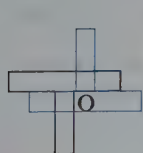
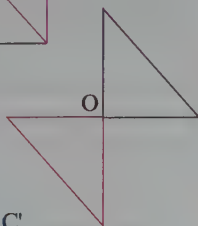
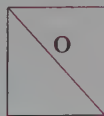
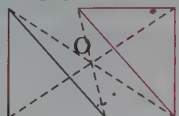
15 page 81

1 Je suis un singe, j'habite au zoo.

2 1. Parallélogramme ; 2. losange ; 3. carré ; 4. rectangle.

3 Nœud papillon.

4



5 Achille et la tortue.

6 Vrai : 1., 3., 7. Faux : 2., 4., 5., 6.

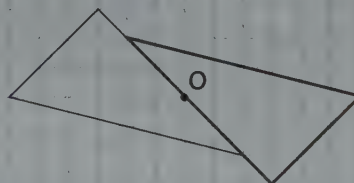
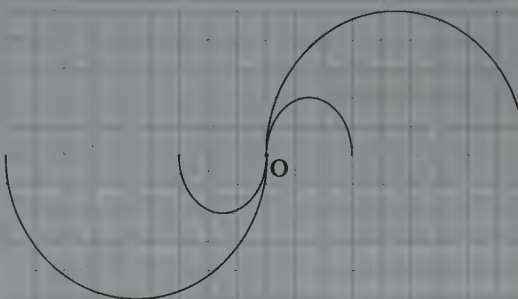
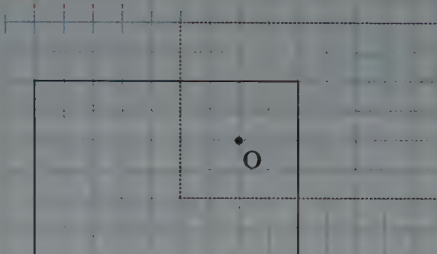
16 page 83

1 2. Oui.

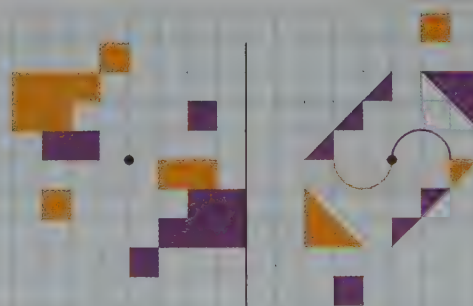
2 1. ACETW. 2. OHI. 3. SZNOHI. 4. L.

3 2. Oui.

4



5



6 Vrai : 2., 3., 5.

7 (F.) et (F.) sont symétriques par rapport à K.

17 page 85

1 Dans l'ordre : complémentaires ; opposés par le sommet ; supplémentaires ; opposés par le sommet ; complémentaires ; supplémentaires.

2 Dans l'ordre : alternes internes ; correspondants ; correspondants ; alternes internes ; correspondants ; alternes internes.

3 1. Vrai : **b**, **c**, **f**, **g**, **h**, et **i**.
2. $\hat{a} = 130^\circ$; $\hat{b} = 50^\circ$; $\hat{c} = 130^\circ$; $\hat{d} = 50^\circ$; $\hat{e} = 40^\circ$;
 $\hat{f} = 140^\circ$; $\hat{g} = 40^\circ$.

4 Supplémentaires, $180^\circ - 110^\circ = 70^\circ$;

correspondants, $\widehat{BCD} = 70^\circ$;

$\widehat{AED}$, correspondants, $\widehat{EBC} = 58^\circ$;

somme, triangle, $180^\circ - (70^\circ + 58^\circ) = 52^\circ$.

5 1. $\widehat{ABC}$ et $\widehat{CED}$ sont alternes internes ainsi que $\widehat{BAC}$ et $\widehat{CDE}$. 2. On a donc $\widehat{ABC} = \widehat{CED} = 35^\circ$;
 $\widehat{BAC} = \widehat{CDE} = 80^\circ$; $\widehat{DCE} = 180^\circ - (80^\circ + 35^\circ) = 65^\circ$;
 $\widehat{ACB}$ et $\widehat{DCE}$ étant opposés par le sommet, ils sont égaux
et $\widehat{ACB} = 65^\circ$.

18 page 87

1 2 3 4 5 Voir la Méthode et ne pas oublier que la somme des angles d'un triangle est égale à 180° .

Ainsi dans le 4, connaissant $\hat{P} = 50^\circ$ et $\hat{F} = 80^\circ$, on a $\hat{I} = 180^\circ - (80^\circ + 50^\circ) = 50^\circ$.

6 Suivre le programme : on trouve deux triangles non superposables.

7 Première figure : tracer un triangle ABC rectangle en B tel que $AB = 5$ cm et $BC = 3$ cm. Tracer un angle mesurant 35° de sommet C dont un côté est [AC]. Reporter au compas, à partir de C, la longueur CA sur le deuxième côté de cet angle pour obtenir le point D ($CD = CA$).

Deuxième figure : Tracer un triangle ABC tel que $AB = 4$ cm, $\widehat{ABC} = 40^\circ$ et $\widehat{BAC} = 70^\circ$. Tracer un arc de cercle de centre B et de rayon 4 cm et un arc de cercle de centre A et de rayon AC ; ouvrir le compas de A à C : F est à l'intersection de ces deux arcs de cercle.

8 2. Non réalisable ($9 + 7 < 18$). 1. 3. 4. : voir la Méthode.

9 Vrai : 1., 3., 6.

10 C_4 est le milieu de [AB].

19 page 89

1 $\hat{P} = 100^\circ$; $\hat{G} = 35^\circ$; $\hat{A} = \hat{M} = 67,5^\circ$;
 $SM = 7$ cm; $\hat{B} = 60^\circ$; $BC = 8$ cm; $\hat{F} = \hat{L} = 60^\circ$;
 $FL = 4$ cm; $\hat{A} = 50^\circ$; $\hat{R} = 80^\circ$.

2 Il est rectangle.

3 Il n'existe pas.

4 Calculer d'abord $\hat{A}$.

5 $\hat{b} = 30^\circ$; $\hat{c} = 80^\circ$; $\hat{f} = 50^\circ$; $\hat{g} = 30^\circ$; $\hat{k} = 40^\circ$;
 $\hat{d} = 50^\circ$.

6 $\hat{b} = 60^\circ$; $\hat{a} = 30^\circ$; $\hat{e} = 45^\circ$; $\hat{d} = 45^\circ$; $\hat{g} = 45^\circ$;
 $\hat{f} = 67,5^\circ$; $\hat{k} = 45^\circ$; $\hat{i} = 22,5^\circ$.

7 1. Se servir du rapporteur, du compas, de l'équerre : on trace un segment [AB] de 5 cm, une demi-droite d'origine B faisant un angle de 30° avec [AB] qui coupe la perpendiculaire à [AB] passant par A en F ; puis une demi-droite d'origine B faisant un angle de 80° avec [BF]...

2. Se fait uniquement à la règle, compas, équerre. Tracer un triangle équilatéral ABC de côté 5 cm. Tracer la hauteur issue de A, elle coupe [BC] en E. Tracer la perpendiculaire à (AE) passant sur A et placer sur cette droite le point D (du côté de C par rapport à (AE)) tel que $AD = AE$ (se servir du compas). Tracer [DE]. Tracer la perpendiculaire à (AD) passant par D. Terminer le dessin à l'aide du compas.

8 Le triangle est rectangle et isocèle. Tracer un segment de 8 cm puis un demi-cercle de diamètre ce segment. Tracer un point sur le demi-cercle équidistant des extrémités du segment.

9 Voir la Méthode n° 2.

10 ACB isocèle en C donc $\widehat{CBA} = 60^\circ$ et

$\widehat{ACB} = 180 - 60 \times 2 = 180 - 120 = 60$ et ABC est donc un triangle équilatéral et $AB = 3$ cm. On trace donc d'abord un triangle équilatéral ABC de 3 cm de côté. ABD est isocèle en D :

on a donc $\widehat{DAB} = \widehat{ABD} = (180^\circ - 40^\circ)/2 = 70^\circ$. On trace donc un angle de sommet A, de côté [AB] mesurant 70° puis un angle de sommet B et de côté [AB] mesurant aussi 70° . D est à l'intersection des côtés de ces deux angles.

20 page 91

1 Voir la Méthode n° 1.

2 On sait que ces 2 diagonales ont même milieu.

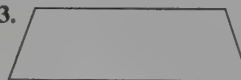
3 Tracer dans les deux cas le milieu de [AC], puis le symétrique D de B par rapport à ce milieu.

4 Tracer le point C tel que I soit milieu de [AC]. Tracer la parallèle à d_1 passant par C : elle coupe d_1 en B. Tracer la parallèle à d_1 passant par C : elle coupe d_1 en D.

5 1.



3.



2.



6 1. Tracer le triangle RST tel que $RS = 5$ cm; $ST = 2,5$ cm et $RT = 4$ cm (compas!). Tracer, de l'autre côté de [RT] par rapport à S, un arc de cercle de centre R et de rayon 2,5 cm et un arc de cercle de centre T et de rayon 5 cm. D est à l'intersection des deux arcs.

2. Tracer le triangle AOB tel que $AB = 5,4$ cm; $AO = 4$ cm et $OB = 3$ cm. Tracer le symétrique C de A par rapport à O et le symétrique D de B par rapport à O.

7 ABCD est un losange (4 côtés égaux). On trace [AB] mesurant 5 cm, puis une demi-droite d'origine A faisant 40° avec [AB]. On place sur cette demi-droite D tel que $AD = 5$ cm et on termine le dessin au compas.

8 Tracer un cercle de rayon 2 cm et deux diamètres perpendiculaires.

9 Placer R à 2 cm de A sur le cercle à l'aide du compas. Tracer (AI) et (RI).

10



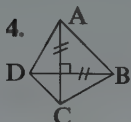
1.



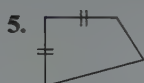
2.



3.



4.



5.

 $AC \neq DB$

21 page 93

1 Bases : pentagones, 5 faces latérales, 10 sommets et 15 arêtes.

2 Les 2, 3, 5 et 6 ne sont pas des prismes droits.

3 $V = \text{aire de la base} \times \text{hauteur}$.

$$V = \frac{12 \times 12}{2} \times 5 = 360 \text{ cm}^3.$$

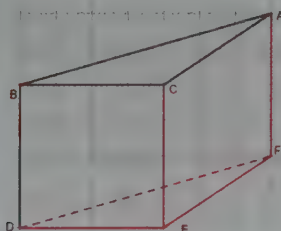
4 $V = \text{aire de la base} \times \text{hauteur}$.

$$V = \pi \times r^2 \times h = \pi \times 1^2 \times 3 \approx 9,4 \text{ cm}^3.$$

5 a. Non, les deux triangles sont « inversés », ce n'est pas un patron ; b. Oui ; c. Non, c'est le patron d'un cylindre ; d. Non, il manque une face.

6 c. et d. sont des patrons de cylindre.

7



8 Volume d'une colonne : $V = \pi \times 0,5^2 \times 4 \approx 3,14 \text{ m}^3$.

Volume des quatre colonnes : $3,14 \times 4 \approx 12,57 \text{ m}^3$.

Volume de béton nécessaire : $12,57 \text{ m}^3$.

Il faut donc environ $12,57 \times 400 = 5\,028 \text{ kg}$ de ciment.

Soit environ $5\,028 \div 40 = 125,7$ sacs.

Il faut acheter 126 sacs de ciment.

22 page 95

1 L'aire du triangle rectangle est 30 cm^2 , du parallélogramme ABCD $19,2 \text{ cm}^2$, du triangle EFG $18,7 \text{ cm}^2$, du losange RSTU $19,2 \text{ cm}^2$, du rectangle SUTV $7,5 \text{ cm}^2$, du carré MONP 8 cm^2 .

2 Le côté du carré est 7 cm et son aire 49 cm^2 .

3 Le côté du carré est 8 cm ($8 \times 8 = 64$) et son périmètre est 32 cm .

4 1. $BC \times AH = DC \times AE$. 2. 21 cm^2 .

3. $BC = 21 \div 7 = 3 \text{ cm}$.

5 $144 \div 16 = 9$: le périmètre de ce rectangle est $(9 + 16) \times 2 = 50 \text{ cm}$.

6 Faux : $\widehat{D} = 90^\circ$ donc l'aire de ABC est : $(CD \times AB) \div 2 = 10 \text{ cm}^2$.

7 1^{re} colonne : $19,2 \text{ cm}^2$; $9,6 \text{ cm}^2$. 2^e colonne : 8 m ; 56 m^2 . 3^e colonne : 4 dm ; 24 dm^2 .

8 1. Côtés de l'angle droit (par exemple) : 5 cm et 8 cm ou 10 cm et 4 cm .

2. Tracer un segment [AB] de 7 cm et une parallèle à ce segment située à 4 cm . Tout point C de cette parallèle sera tel que l'aire de ABC vaut 14 cm^2 .

9 Aire de ABM = $(BM \times AH) \div 2$.

Aire de AMC = $(CM \times AH) \div 2$.

Or M est le milieu de [BC]. Donc $BM = CM$ et les aires des triangles ABM et AMC sont égales.

La médiane [AM] du triangle ABC le partage donc en deux triangles de même aire.

6^e5^e4^e3^e

4^e

1 page 99

1. 1. 60 ; 2. -3,8 ; 3. 23 ; 4. -44 ; 5. -44 ; 6. 44 ; 7. -2 ; 8. 2 ; 9. -2 ; 10. 44 ; 11. 2 ; 12. 20

2	-3	1,5	-2	0,5
	4	-4,5	-3	-1
	-0,2	-18	13,5	3
		3,6	-243	40,5

3	120	-12	-4	2
	40	-10	3	-2
	-16	-4	$-\frac{10}{3}$	$-\frac{3}{2}$
		4	$\frac{6}{5}$	$\frac{20}{9}$

4. Positifs : 2., 4., 6. et 7. Les autres sont négatifs.

5. $A = 120$; $B = -350$; $C = 51$.

6. $A = 6$; $B = -1\ 980$; $C = -15$; $D = -93$.

7. 1. 5 ; 2. -5 ; 3. -5 car 2 017 est impair ; 4. -5 ; 5. 5.

8. $A : x < 0$; $B : x < 0$; $C : x > 0$;
 $D : x > 0$ ou $x < 0$.

9. Case $\frac{-4 \times 9}{1,5}$.

2 page 101

1. $A = -6$; $B = -10$; $C = \frac{7}{3}$; $D = -\frac{1}{3}$.

2	Nombre	-3	$\frac{1}{2}$	1,5	$-\frac{1}{8}$	$\frac{3}{4}$	$-\frac{1}{5}$	0,2	-3
	Inverse	$-\frac{1}{3}$	2	$\frac{2}{3}$	-8	$\frac{4}{3}$	-5	5	$-\frac{1}{3}$

3. $A = \frac{1}{38}$; $B = \frac{11}{4}$; $C = -\frac{18}{5}$; $D = 30$; $E = \frac{27}{119}$;
 $F = \frac{1}{20}$.

4. 1. $\frac{10}{9}$; inverse : $\frac{9}{10} = 0,9$. 2. $\frac{3}{2} + \frac{9}{4} = \frac{15}{4} = 3,75$.

3. L'inverse d'une somme n'est pas égale à la somme des inverses.

5. 1 et -1.

6. $\frac{1}{a \times \left(\frac{2}{5}\right)} = -1$, donc $a \times \left(-\frac{2}{5}\right) = -1$, donc $a = \frac{5}{2}$.

7. $X = \frac{4}{25}$; $Y = \frac{49}{25}$;

$Z = -\frac{28}{25}$; $X + Y + Z = 1$.

	I	II	III	IV	V
8. A	2	2	2	0	
B	1	2	1		1
C	2	5		6	0
D	0		3	6	0
E		2	5	0	0

3 page 103

1. 1. -17 ; 2. -37,9 ; 3. -46,5 ; 4. 7 ; 5. 38,1 ; 6. 45,5 ;
 7. 10 ; 8. 2,9 ; 9. 100.

2	-5	3,5	-12	7
	11	-1,5	-8,5	-5
	-0,6	9,5	-10	-13,5
		8,9	-0,5	-23,5

3	22	13	-8	-5
	-3	9	21	-3
	-2,2	-12	-12	24
		9,8	0	-36

4. 1. Ce projet a fait un bénéfice de 56 €.

2. $(+258) + (+183) + (+1000) + (+600) + (-1340) +$
 $(-152) + (-493) = +56$.

5. 1. 28 ; 2. 42 ; 3. 14 ; 4. $3 - 12 = -9$ et $7,1 - 16,1 = -9$
 donc la distance entre G et H est 0.

6 1.

a	b	a + b	-(a + b)	-a	-b	(-a) + (-b)
-2	6	4	-4	2	-6	-4
4	8	12	-12	-4	-8	-12
-5	-10	-15	15	5	10	15

2. L'opposé ; l'opposé de a et de l'opposé de b. 3. Il semble que l'opposé d'une somme est égale à la somme des opposés.

7. Si $a > b$ alors

D prend la valeur de $a - b$

Si $a < b$ alors

D prend la valeur de $b - a$

Sinon

D prend pour valeur 0

8. $a = -4$ et $b = -6$.

4 page 105

1. $A = \frac{8}{3}$; $B = -1$; $C = \frac{4}{9}$; $D = 1$.

2. $A = \frac{1}{20}$; $B = \frac{77}{24}$; $C = -\frac{8}{15}$; $D = \frac{-1}{50}$.

3	+	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{2}$	2		$-\frac{3}{2}$	$-\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	-3	
	$\frac{1}{3}$	1	$\frac{7}{12}$	$\frac{11}{6}$	$\frac{7}{3}$		$\frac{1}{2}$	-1	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{7}{2}$
	3	$\frac{11}{3}$	$\frac{13}{4}$	$\frac{9}{2}$	5		$-\frac{1}{4}$	$-\frac{7}{4}$	0	$-\frac{7}{12}$	$\frac{11}{4}$
	$\frac{4}{3}$	2	$\frac{19}{12}$	$\frac{17}{6}$	$\frac{10}{3}$		$\frac{2}{3}$	$-\frac{5}{6}$	$\frac{11}{12}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{11}{3}$
	$\frac{1}{2}$	$\frac{7}{6}$	$\frac{3}{4}$	2	$\frac{5}{2}$		$-\frac{2}{3}$	$-\frac{13}{6}$	$-\frac{5}{12}$	-1	$\frac{7}{3}$

4. $a - 2 = -\frac{3}{4}$ donc $a = -\frac{3}{4} + 2 = \frac{5}{4}$.

5 $a + \frac{2}{5} = \frac{5}{2}$ donc $a = \frac{5}{2} - \frac{2}{5} = \frac{21}{10}$.

6 1. $\frac{47}{120}$; $-\frac{17}{120}$; $\frac{43}{120}$; 2. $\frac{11}{10}$; $\frac{49}{30}$; $-\frac{3}{10}$.

3. $-\frac{151}{30}$; $-\frac{79}{30}$; $\frac{101}{30}$.

7 $A = -\frac{7}{5}$; $B = \frac{1}{3}$; $C = \frac{13}{24}$; $D = \frac{1}{28}$; $E = \frac{1}{2}$; $F = -\frac{1}{3}$.

8 1. -4; 2. 8; 3. 7; 4. 12; 5. -24; 6. 7.

9 $A = \frac{71}{20}$; $B = \frac{1}{6}$ (sans aucun calcul, pensez à simplifier les 2, les 3, les 4 et les 5).

10 Oui car $\frac{3}{4} + \frac{1}{12} + \frac{2}{12} = 1$. 11 $\frac{1}{6}$.

5 page 107

1 1. 1 000; 2. 0,00001; 3. 5; 4. -3; 5. 0; 6. 6; 7. -6; 8. -3.

Écriture en lettres	un centième	un dix millième	un dixième
Puissance de 10	10^{-2}	10^{-4}	10^{-1}
Écriture décimale	0,01	0,0001	0,1
Écriture fractionnaire	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{10\,000}$	$\frac{1}{10}$

3 1. 10^7 ; 2. 10^1 ; 3. 10^{-6} ; 4. 10^{-2} ; 5. 10^{-5} ; 6. 10^5 ; 7. 10^{10} ; 8. 10^{12} ; 9. $10^0 = 1$; 10. 10^3 ; 11. 10^{-8} ; 12. $(10^3)^2 = 10^6$.

4 $A = 145\,180$; $B = 0,021\,7$; $C = 0,000\,217$; $D = 3,95$.

5 $A = 1,1825 \times 10^2$; $B = 2 \times 10^3$; $C = 1,993 \times 10^3$; $D = 1,5 \times 10^{-1}$; $E = 2,7 \times 10^{-4}$; $F = 1,000\,045 \times 10^0$; $G = 1,714 \times 10^{-1}$; $H = 8,9 \times 10^2$; $I = 6 \times 10^{21}$ tonnes.

6 $A = 1,45 \times 10^0$; $B = 1,45 \times 10^{-1}$; $C = 1,45 \times 10^{-2}$; $D = 1,45 \times 10^3$; donc $C < B < A < D$.

7 1. $10^2 = 100$; $10^4 = 10\,000$; $10^2 + 10^4 = 10\,100$ (n'est pas une puissance de 10); 2. $10^{-3} = 0,001$; $10^{-5} = 0,000\,01$; $10^{-3} + 10^{-5} = 0,001\,01$ (n'est pas une puissance de 10); 3. $10^2 = 100$; $10^{-3} = 0,001$; $10^2 + 10^{-3} = 100,001$ (n'est pas une puissance de 10); 4. Il n'y a pas de formule.

8 7×10^{-3} mm.

9 $A = 5 \times 10^3$; $B = 15\,834 \times 10^{-2}$; $C = 12 \times 10^{-5}$; $D = 6\,073 \times 10^2$; $E = 231 \times 10^{-6}$.

10 1 L = $1\text{ dm}^3 = 10^6\text{ mm}^3$; $2,5 \times 10^{13}$.

11 10^{12} dollars; 10^{-6} s; 3×10^5 km/s; $1,2 \times 10^{13}$ L.

12 1. T-S = $1,5 \times 10^8$ km et L-T = 3×10^5 km.
2. $(1,5 \times 10^8) \div (3 \times 10^5) = 0,5 \times 10^{8-5} = 0,5 \times 10^3 = 500$

6 page 109

1 $3^4 = 81$; $2^5 = 32$; $5^2 = 25$; $(-4)^1 = -4$; $(-7)^2 = 49$.

2 $2^2 = 4$; $2^3 = 8$; $2^4 = 16$; $2^5 = 32$; $2^6 = 64$; $2^7 = 128$;

$2^8 = 256$; $2^9 = 512$; $2^{10} = 1\,024$;

$(-1)^2 = 1$; $(-1)^3 = -1$; $(-1)^4 = 1$; $(-1)^5 = -1$; $(-1)^6 = 1$;
 $(-1)^7 = -1$; $(-1)^8 = 1$; $(-1)^9 = -1$; $(-1)^{10} = 1$.

3 1. $0^2 = 0$; $1^2 = 1$; $2^2 = 4$; $3^2 = 9$; $4^2 = 16$; $5^2 = 25$;
 $6^2 = 36$; $7^2 = 49$; $8^2 = 64$; $9^2 = 81$; $10^2 = 100$; $11^2 = 121$;
 $12^2 = 144$; $13^2 = 169$; $14^2 = 196$; $15^2 = 225$;

2. $0^3 = 0$; $1^3 = 1$; $2^3 = 8$; $3^3 = 27$; $4^3 = 64$; $5^3 = 125$.

3. $(-5)^2 = 25$; $(-4)^2 = 16$; $(-3)^2 = 9$; $(-2)^2 = 4$;
 $(-1)^2 = 1$; $0^2 = 0$.

4

x	x^1	x^2	x^3
5	5	25	125
-3	-3	9	-27
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2} = 0,5$	$\frac{1}{4} = 0,25$	$\frac{1}{16}$
$\frac{5}{3}$	$\frac{5}{3}$	$\frac{25}{9}$	$\frac{125}{27}$

5 1. Faux. Par exemple $(-3)^2 = (-3) \times (-3) = +9$.
Vrai car c'est un produit de trois nombres négatifs. Par exemple $(-3)^3 = (-3) \times (-3) \times (-3) = -27$. 3. Vrai car c'est un produit d'un nombre pair de facteurs de même signe. Par exemple, $(-3)^4 = (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3)$ est positif. 4. Faux car un nombre positif élevé à une puissance impaire est positif. Par exemple, $3^3 = 3 \times 3 \times 3$ est positif. 5. Vrai. $0^1 = 0$; $0^2 = 0$; $0^3 = 0$; pour tout nombre n entier positif : $0^n = 0 \times 0 \times \dots \times 0 = 0$.

6 • $5^2 \times 5^3 \times 5 = 5^6$; • $\frac{7^5}{7^3} = 7^2$; • $\frac{9^7 \times 9^8}{9^{12}} \times 9^2 = \frac{9^{15}}{9^{14}} = 9$; • $(-6)^5 \times (-6)^2 = (-6)^7$; • $3^7 \times 9^7 = 3^7 \times 3^{14} = 3^{21}$;
• $(4^5)^6 = 4^{30}$; • $(7^4)^6 \times 7^2 = 7^{24} \times 7^2 = 7^{26}$.

7 $a^8 = a^5 \times a^3$; $a^2 = \frac{a^5}{a^3}$; $a^6 = (a^3)^2$; $a^0 = 1$.

8 1. $5^3 = 125$; 2. $5^{10} = 9\,765\,625$.

9 1. $n = 3$; 2. $n = 4$; 3. $n = 4$; 4. $n = 6$; 5. $n = 1$;
6. $n = 4$; 7. $n = 1$; 8. $n = 2$.

	1	2	3	4
x	l	a	l	a
2	2×2	$2^2 \times 2^2$	2×2^2	$2^2 \times 2^4$
3	3×2	$3^2 \times 2^2$	3×2^2	$3^2 \times 2^4$
4	4×2	$4^2 \times 2^2$	4×2^2	$4^2 \times 2^4$
5	5×2	$5^2 \times 2^2$	5×2^2	$5^2 \times 2^4$

7 page 111

1 1. b.; 2. h.; 3. e.; 4. f.; 5. c.; 6. g.; 7. a.; 8. d.

2 1. 20 mm; 2. 9 km²; 3. 8 m³; 4. $\frac{8}{5}$ m; 5. $\frac{3}{25}$ m²;
6. $4,5 \times 10^6$ m³; 7. 37,7 m; 8. 452,39 m²; 9. 2,4 dam².

3 En prenant 0 on obtient 25 ; en prenant 5 on obtient 40 ; en prenant $\frac{1}{3}$ on obtient 26.

Si on nomme x le nombre choisi, on obtient $(x+10) \times 3 - 5$.

4 1. Si $a = 5,5$ alors $a + 10 = 15,5$ et $3a - 1 = 15,5$ donc l'égalité est vraie. 2. Si $a = -1$ alors $a + 10 = 9$ et $3a - 1 = -4$ donc l'égalité est fausse. 3. Si $b = -5$ et $c = 55$ alors $3b^2 = 75$ et $c + 10 = 65$ donc l'égalité est fausse. 4. Si $b = 4$ et $c = 38$ alors $3b^2 = 48$ et $c + 10 = 48$ donc l'égalité est vraie.

5 1. Si $x = 1$ alors $3x^2 - 2 = 1$ et $2x^2 - x = 1$ donc l'égalité est vraie. Si $x = -2$ alors $3x^2 - 2 = 10$ et $2x^2 - x = 10$ donc l'égalité est vraie. 2. Non, ces deux cas particuliers ne permettent pas de conclure que cette égalité est toujours vraie. Prenons par exemple $x = 0$. Alors $3x^2 - 2 = -2$ et $2x^2 - x = 0$ donc l'égalité est fausse.

6 1. Si $y = 6$ alors $2(y - 10) = -8$ et $7y - 5(4 + y) = -8$ donc l'égalité est vraie. Si $y = \frac{1}{2}$ alors $2(y - 10) = -19$ et $7y - 5(4 + y) = -19$ donc l'égalité est vraie. 2. Ces deux exemples ne suffisent pas à prouver que cette égalité est toujours vraie. Par contre, avec la distributivité on prouve que $2(y - 10) = 2y - 20$ et que $7y - 5(4 + y) = 2y - 20$.

7 1. 12 ; 2. 42 ; 3. 10 022 ; 4. $S = 10E + 2$.

8 En prenant 8×10^{-2} on obtient 6 400 ; en prenant -3 on obtient 900 ; en prenant 0 on obtient 0. Si on nomme y le nombre choisi, on obtient $y^2 \times 100$.

8 page 113

1 $A = 79$; $B = 229$; $C = 87$; $D = 225$;
 $E = -75$; $F = 19$; $G = -156$; $H = 168$.

2 $A = -1$ pour $x = 1$ et $A = -97$ pour $x = 5$.

3 $a - (a - 4 - 7) = 11$; $a - (4 + a - 7) = 3$;
 $a - (4 - a - 7) = 2a + 3$; $a - (4 + a + 7) = -11$.

4 Titanic.

5 $A = 3(x - y)$; $B = 7(x + 2a - 3b)$;
 $C = 4(3a - 4b + 2)$; $D = x(5 - 9) = -4x$;
 $E = x(5x - 9)$; $F = -4x^2$; $G = 3x(3x + 4y - 5)$.

6 $A = 17x$; $B = 4x - 4$; $C = 2a - 4b$; $D = 13x^2$;
 $E = -4x^2$; $F = 5x^2 - 5x - 17$; $G = \frac{12}{3}x = 4x$.

7 $A = a - 9$; $B = 2x - 9$; $C = 4t - 5$; $D = 2$;
 $E = 3y - 1$; $F = -2x^2 - 6x + 5$; $G = 4$;
 $H = a - 3b - 36$.

8 1. $A = 4$; 2. $A = 4$; 3. $A = 0$; 4. $A = -7,5$.

9 1. $A = 287$ pour $t = -10$ et $A = 0$ pour $t = \frac{1}{4}$.
2. $B = 0$ pour $y = 0$ et $B = -9$ pour $y = -3$.

10 $A = 3(x + 1)$; $B = 5(1 - y)$; $C = 2(x^2 - 1)$;
 $D = 4(x - 2)$; $E = 5(x + 5)$; $F = 3(3 - x)$;
 $G = x(11x - 1)$; $H = 5(5x - 3y)$; $I = 7x(y - 2)$;
 $J = 3x(1 + 3x)$; $K = 4x(3y - 4)$; $L = -2y^2(y + 2)$.

9 page 115

1 $A = 10x + 15$; $B = 9x - 3$; $C = 2x^2 + 8x$;
 $D = 4x^3 + 8x^2 + 4x$; $E = -15a + 6$; $F = -4x^2 + 4x$.

2 $A = -5x + 15$; $B = 2x + 16$; $C = 6x - 26$;
 $D = -6x^2 + 10x$; $E = x^2 + 11x$.

3 $A = x^2 + 7x + 12$; $B = x^2 - 3x - 10$;
 $C = y^2 + y - 42$; $D = ab - 2a - 3b + 6$.

4 $A = -10x^2 + 29x - 10$; $B = 6xy + 9x + 2y + 3$;
 $C = 9x^2 - 4$; $D = -2x^2 - 2x + 24$.

5 1. $A = 2x^2 - 24$; 2. $A = 2 \times (-3)^2 - 24 = -6$.

6 1. $(3 + 4)(3 - 4) = 7 \times (-1) = -7$;
2. $3^2 - 8 \times 3 - 16 = -31$; 3. Elle est fausse, car pour $x = 3$, elle n'est pas vérifiée. On a $(x + 4)(x - 4) = x^2 - 16$.

7 1. $6(x - 7) = 6x - 42$;
2. $7 - 5(x - 3) = 7 - (5x - 15) = 7 - 5x + 15 = -5x + 22$;
3. $(a + b)(y + b) = ay + ab + by + b^2$;
4. $4(3x - 1) - 5(x - 2) = 12x - 4 - (5x - 10)$
 $= 12x - 4 - 5x + 10 = 7x + 6$;

5. $(x + 3)(x - 2) = x^2 - 2x + 3x - 6 = x^2 + x - 6$;

6. $(3x - 2)(2x - 1) = 6x^2 - 7x + 2$.

8 1. 4 ; 2. -5 ; 3. $(x - 4) \times (-3) - 12 = -3x$ et
 $-3x \div (-3) = x$.

9 1. Longueur $AF = y - z$;
périmètre de $AEGF = 2x + 2y - 2z$;
aire de $AEGF = xy - xz$; aire de $ABCD = xy + 6y$;
périmètre de $ABCD = 2x + 12 + 2y$.
2. $P = 6 + y + 6 + x + z + x + y - z = 12 + 2x + 2y$.
Aire de $EBCDFG = \text{Aire de } ABCD - \text{Aire de } AEGF$
 $= xy + 6y - (xy - xz) = 6y + xz$.

10 page 117

1 1. $x = \frac{7}{6}$; 2. $t = \frac{7}{9}$; 3. $x = 4$; 4. $y = -\frac{1}{2}$;

5. $x = \frac{11}{17}$; 6. $-19 = 21$: pas de solution ;

7. $32 = 32$: tous les nombres sont solutions.

2 $3x - 2(3 - 2x) = 7 + x$; $7x - 6 + 4x = 7 + x$;
 $6x - 6 = 7$; $6x = 13$; $x = \frac{13}{6}$.

3 $3x - 5(x + 4) - 3 = 4x + 18$;
 $3x - 5x - 20 - 3 = 4x + 18$; $-2x - 23 = 4x + 18$;
 $-6x = 41$; $x = \frac{-41}{6}$.

4

$5 + x = 0$	$\rightarrow$	0
$5 - x = 0$	$\rightarrow$	-5
$5x = 0$	$\rightarrow$	1/5
$\frac{x}{5} = 0$	$\rightarrow$	5
$5x = 1$	$\rightarrow$	1/5
$\frac{x}{5} = 1$	$\rightarrow$	5

5 1. $x + 14 = 2x + 3$ donc $x = 11$.

2. $n(n + 1) = n^2 + 2$ donc $n = 2$.

3. $2x = 3x$ donc $x = 0$.

6 1. $5x - 4 = 8 + 2x$; 2. La solution de cette équation est 4; 3. Dans la cellule C2 : « $= 8 + 2 \cdot A2$ »; Dans la cellule C10 : « $= 8 + 2 \cdot A10$ »; 4. On trouve $x = -1$.

est solution de...	$-8x - 3 = -1$	$4x^2 - 1 = 3x$	$\frac{-7}{x} = 28$
1	F	V	F
$-\frac{1}{4}$	V	V	V
$\frac{1}{4}$	F	F	F

8 1. $x = \frac{1}{2}$; 2. $x = \frac{5}{6}$ (pensez aux produits en croix);

3. $\frac{x}{3} - \frac{x}{5} = \frac{5x - 3x}{15} = \frac{2x}{15}$ et $\frac{2x}{15} = 4$ donne

$2x = 15 \times 4$ soit $2x = 60$ et $x = 30$;

4. $\frac{x}{3} - \frac{x}{6} = \frac{2x}{6} - \frac{x}{6} = \frac{x}{6}$ et $\frac{x}{6} = \frac{2}{9}$ donne

$9x = 12$ soit $x = \frac{4}{3}$.

11 page 119

1 $D \leq H \leq C \leq G \leq B \leq F \leq I \leq A \leq E$.

2 $3 \text{ kg} + \frac{1}{2} \times 3 \text{ kg} = 3 + 1,5 = 4,5 \text{ kg}$.

3 $F \leq C \leq E \leq A \leq D \leq B$.

4 1. $2,5 > 2,38$; 2. $-0,75 = -\frac{3}{4}$; 3. $0,10 < 0,9$

4. $\frac{17}{10} > \frac{17}{100}$ 5. $\frac{4}{7} < \frac{4}{5}$ 6. $\frac{16}{77} < \frac{77}{16}$

7. $\frac{99}{7} > \frac{-104}{9}$ 8. $\frac{13}{7} > \frac{25}{14}$ 9. $\frac{-1}{3} < \frac{-1}{4}$

10. $\frac{-24}{21} = \frac{-32}{28}$ 11. $\frac{18}{100} < 1,8$ 12. $1,5 < \frac{5}{3}$

13. $-5,2 \times 10^6 < -5,15 \times 10^6$; 14. $5,2 \times 10^{-6} > 5,15 \times 10^{-6}$

5 $A \leq C \leq F \leq E \leq B \leq D$.

6 $A \leq D \leq E \leq B \leq F \leq G \leq C$

7 1. $z \leq x \leq y \leq u \leq t$; 2. $t \leq z \leq x \leq y \leq u$;

3. $x \leq y \leq u \leq z \leq t$.

8 $z > t$ pour 1. et 6. $z = t$ pour 3. et $z < t$ pour les autres.

9 1 verre contient : $\frac{2 \times 1,6}{16} = 0,2 \text{ L}$.

Marie boit 30 cL; Grégoire 20 cL; Louis 25 cL; Jacques 25,6 cL et Paul 15 cL.

10 $\frac{11}{12} < 1 < \frac{14}{11}$ donc $\frac{11}{12} < \frac{14}{11}$ et $\frac{20}{7} < 3 < \frac{19}{6}$

donc : $\frac{20}{7} < \frac{19}{6}$.

12 page 121

1 $2x + 4x = 60$; on trouve 200 m².

2 1. $x + 6$; $x - 4$; $(x + 6)(x - 4) = x^2 + 2x - 24$; x^2 .

2. $x^2 + 2x - 24 = x^2$ qui donne $2x - 24 = 0$ soit :

$2x = 24$ et $x = 12$.

3 1. $\frac{x}{2}; \frac{x}{3}; \frac{x}{2} + \frac{x}{3} + 10 = \frac{3x}{6} + \frac{2x}{6} + \frac{60}{6} = \frac{5x + 60}{6}$.

2. La durée totale des vacances est donc $\frac{5x + 60}{6}$

mais c'est aussi x . On a donc $\frac{5x + 60}{6} = x$ qui donne $5x + 60 = 6x$ (produits en croix) d'où $x = 60$. Pauline a 60 jours de vacances.

4 $\frac{x}{2} + \frac{x}{3} + \frac{x}{4} = x$; il n'y a aucun fantôme !

5 $\frac{x}{2} + 500 = x - 500$; on trouve 2 kg.

6 1. $2(26 - x)$, c'est la somme possédée par Laura en pièces de 2 €; x , c'est le nombre de pièces de 50 centimes d'euro; $(26 - x)$, c'est le nombre de pièces de 2 €; $0,5x$, c'est la somme possédée par Laura en pièces de 50 centimes d'euro. 2. $28 = 0,5x + 2(26 - x)$. 3. 16 pièces de 0,5 € et 10 pièces de 2 €.

7 1. $4 + x$. 2. $\frac{x}{2}$.

8 1. $4x - 3 = 3x + 5$. 2. $4x - 3x = 5 + 3$, soit $x = 8$, donc le prix d'une BD est 8 €.

13 page 123

1 $2x + 4x = 60$; on trouve 200 m².

2 1. $x + 6$; $x - 4$; $(x + 6)(x - 4) = x^2 + 2x - 24$; x^2 .

2. $x^2 + 2x - 24 = x^2$ qui donne $2x - 24 = 0$ soit : $2x = 24$ et $x = 12$.

3 1. $\frac{x}{2}; \frac{x}{3}; \frac{x}{2} + \frac{x}{3} + 10 = \frac{3x}{6} + \frac{2x}{6} + \frac{60}{6} = \frac{5x + 60}{6}$.

2. La durée totale des vacances est donc $\frac{5x + 60}{6}$

mais c'est aussi x . On a donc $\frac{5x + 60}{6} = x$ qui donne $5x + 60 = 6x$ (produits en croix) d'où $x = 60$. Pauline a 60 jours de vacances.

4 $\frac{x}{2} + \frac{x}{3} + \frac{x}{4} = x$; il n'y a aucun fantôme !

5 $\frac{x}{2} + 500 = x - 500$; on trouve 2 kg.

6 1. $2(26 - x)$, c'est la somme possédée par Laura en pièces de 2 €; x , c'est le nombre de pièces de 50 centimes d'euro; $(26 - x)$, c'est le nombre de pièces de 2 €; $0,5x$, c'est la somme possédée par Laura en pièces de 50 centimes d'euro. 2. $28 = 0,5x + 2(26 - x)$. 3. 16 pièces de 0,5 € et 10 pièces de 2 €.

7 1. $4 + x$. 2. $\frac{x}{2}$.

8 1. $4x - 3 = 3x + 5$. 2. $4x - 3x = 5 + 3$, soit $x = 8$, donc le prix d'une BD est 8 €.

14 page 125

Exercices 1 à 6 : on a les égalités $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$.

Il suffit de remplacer les longueurs connues par leur valeur.

1 $\frac{2}{5} = \frac{AN}{9} = \frac{MN}{8}$ d'où $AN = (2 \times 9) \div 5 = 3,6$

et $MN = (2 \times 8) \div 5 = 3,2$.

2. $AB = 7,5$ et $AC = 9$.

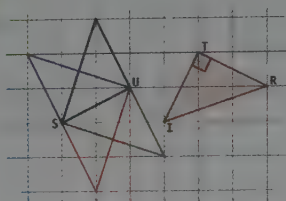
3. $AM = \frac{8}{7}$ et $AN = \frac{10}{57}$.

4. $AC = 4 + 11 = 15$, d'où comme $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$, on a $\frac{7}{AB} = \frac{4}{15}$ et $AB = (7 \times 15) \div 4 = 26,25$.

5. $AB = 15$ donc $MB = 10$.

6. $MN = 6,6$.

7.



8. 1. Le bâton est vertical, et la hauteur [BC] de la pyramide aussi. On a donc bien (B'C') parallèle à (BC).

2. D'après le théorème de Thalès dans le triangle ABC : $\frac{AB'}{AB} = \frac{AC'}{AC} = \frac{B'C'}{BC}$ donc $\frac{2,60}{214} = \frac{1,80}{BC}$

et donc $\frac{214 \times 1,80}{2,60} = BC$. On en déduit que la hauteur de la pyramide est $BC \approx 148$ m.

9. 1. $\frac{KL}{KM} = \frac{2,4}{3,6} = \frac{2}{3}$ et $\frac{KO}{KN} = \frac{10,2 - 6}{10,2} = \frac{6,8}{10,2} = \frac{2}{3}$.

D'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (LO) et (MN) sont donc parallèles.

2. Les droites (LO) et (MN) étant parallèles, on peut utiliser le théorème de Thalès dans le triangle KMN pour écrire que $\frac{KL}{KM} = \frac{KO}{KN} = \frac{LO}{MN}$ et en particulier $\frac{KL}{KM} = \frac{LO}{MN}$.

On en déduit que $\frac{2}{3} = \frac{LO}{7,2}$. Donc $LO = \frac{2}{3} \times 7,2 = 4,8$ cm.

10. Calculons EF : d'après le théorème de Pythagore dans le triangle DEF rectangle en E, $DF^2 = DE^2 + EF^2$ et donc $EF^2 = DF^2 - DE^2 = 5^2 - 3^2 = 25 - 9 = 16 = 4^2$.

Donc $EF = 4$.

Or, si deux triangles ont un angle de même mesure compris entre deux côtés respectivement de même longueur, alors ces deux triangles sont égaux. On a bien :

$\widehat{ABC} = \widehat{DEF} = 90^\circ$, $AB = DE = 3$ et $BC = EF = 4$.

Donc ces deux triangles sont égaux.

15 page 127

1. On utilise la définition du cosinus et la propriété de la somme des angles d'un triangle.

$\cos \hat{B} \approx 0,555$ donc $\hat{B} \approx 56^\circ$ et $\hat{C} \approx 34^\circ$.

$\cos \hat{C} \approx 0,877$ donc $\hat{C} \approx 29^\circ$ et $\hat{B} \approx 61^\circ$.

$\cos \hat{B} \approx 0,665$ donc $\hat{B} \approx 48^\circ$ et $\hat{C} \approx 42^\circ$.

2. $AB = \frac{AH}{\cos \hat{a}_1} \approx 3,54$ cm ; $\hat{B} \approx 90^\circ - \hat{a}_1 = 61^\circ$;

$BH = AB \cos \hat{B} \approx 1,7$ cm ; $\hat{a}_2 \approx 90^\circ - \hat{a}_1 = 61^\circ$;

$AC = \frac{AH}{\cos \hat{a}_2} \approx 6,4$ cm ; $\hat{C} \approx 90^\circ - \hat{a}_2 = 29^\circ$;

$CH = \sqrt{AC^2 - AH^2} \approx 5,6$ cm ;

$BC = BH + HC \approx 7,3$ cm.

3. 1. Ces 4 angles mesurent 45° . 2. $\cos \widehat{AOB} = \frac{OA}{OB}$ donc

$OB = \frac{OA}{\cos 45^\circ} = \frac{1}{\cos 45^\circ} \approx 1,41$ cm.

De même $OC = \frac{OB}{\cos 45^\circ} = 2$ cm ; $OD = \frac{OC}{\cos 45^\circ} = 2,83$ cm ;

$OE = \frac{OD}{\cos 45^\circ} = 4$.

4. $CP = \frac{OC}{\cos 32^\circ} \approx 37,7$ m ; $\hat{P} = 90^\circ - 32^\circ = 58^\circ$;

$PO = CP \times \cos \hat{P} \approx 20$ m.

5. $AB = \frac{15}{\cos 28^\circ} \approx 17$ m ; $\hat{B} = 90^\circ - 28^\circ = 62^\circ$;

$h = AB \cos \hat{B} + 1,5 \approx 9,5$ cm.

6. Largeur d'un pan du toit = $\frac{7,5}{\cos 30^\circ} \approx 8,7$ cm.

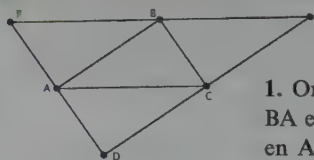
Surface totale : $2 \times (8,7 \times 10) \approx 174$ cm².

7.

	a	b	c	d
AB	5 cm	5 cm	5 cm	2,6 cm
AC	2,9 cm	8,7 cm	6,2 cm	3 cm
BC	5,8 cm	10 cm	8 cm	4 cm
$\hat{B}$	30°	60°	51°	49°
$\hat{C}$	60°	30°	39°	41°

16 page 129

1. On obtient une figure similaire à celle-ci :



1. On reporte la longueur BA en C et la longueur BC en A pour placer le point D. La propriété utilisée est

« un parallélogramme est un quadrilatère qui a des côtés opposés de même longueur deux à deux ». 2. On fait glisser l'équerre sur la règle pour tracer la parallèle à (AB) passant par C et la parallèle à (AC) passant par B. La propriété utilisée est « un parallélogramme est un quadrilatère qui a des côtés opposés parallèles deux à deux ». 3. Avec la règle graduée on place le milieu O de [AB]. E est le symétrique de C par rapport à O. La propriété utilisée est « un parallélogramme est un quadrilatère qui des diagonales qui se coupent en leur milieu ».

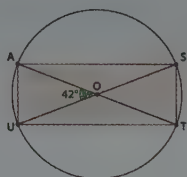
2. 1. Il semble que OAO'B est un parallélogramme. 2. Les deux cercles étant de même rayon, on a $OA = AO' = O'B = BO$. Or un losange est un quadrilatère qui a quatre côtés de même longueur. Donc OAO'B est un losange. 3. Un losange est un parallélogramme qui a ses diagonales perpendiculaires. Donc $(OO') \perp (AB)$.

4. 1. $\widehat{CAD} = 35^\circ$. Donc $\widehat{BAD} = 90^\circ - 35^\circ = 55^\circ$ et $\widehat{ADC} = 180^\circ - 2 \times 35 = 110^\circ$. $\widehat{ADB} : 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ$ et $\widehat{ABD} = 180^\circ - (70^\circ + 55^\circ) = 55^\circ$.

2. Tracer un segment [AC] de 4 cm de longueur. En A, tracer la droite perpendiculaire à [AC]. En C, construire

un angle de 35° . Placer le point B à l'intersection de la droite perpendiculaire à $[AC]$ et de l'autre côté de l'angle de sommet C. Placer le point D au milieu de $[BC]$.

5. 1. et 2.



3. Un rectangle est un quadrilatère dont les diagonales se coupent en leur milieu et sont de même longueur. Donc $OA = OS = OU = OT$ et donc les points S, A, U et T sont concentriques.

6. 1. Le triangle est isocèle en A et donc :

$$\widehat{RSA} = \widehat{ARS} = 45^\circ \text{ et donc } \widehat{RAS} = 180^\circ - 2 \times 45^\circ = 90^\circ.$$

3. $RSR'S'$ a ses diagonales qui se coupent en leur milieu donc c'est un parallélogramme. Ses diagonales sont perpendiculaires donc c'est un losange. Ses diagonales sont de même longueur donc c'est un carré.

7. 1. M_2 est l'image de M_1 par une rotation de 60° autour de O. Donc $OM_1 = OM_2$ (OM_1M_2 est donc isocèle en O) et $\widehat{M_1OM_2} = 60^\circ$.

$$\text{Donc } \widehat{OM_1M_2} = \widehat{M_2OM_1} = \frac{180^\circ - 60^\circ}{2} = 60^\circ.$$

OM_1OM_2 est donc équilatéral.

2. M_4 est l'image de M_1 par trois rotations de 60° chacune autour de O.

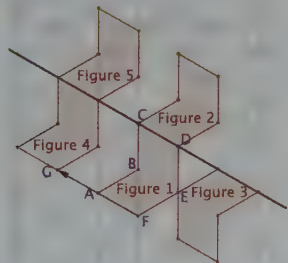
$$\text{Donc } \widehat{M_1OM_4} = 3 \times 60^\circ = 180^\circ.$$

3. Cet hexagone est composé de 6 triangles équilatéraux. On prouve donc que tous ses côtés mesurent 4 cm et que tous ces angles mesurent 120° .

8. On utilise la propriété « un rectangle est un parallélogramme qui a ses diagonales qui sont de même longueur » dans le AECF pour prouver que $EF = AC$ et dans AGDH pour prouver que $GH = AD$. Or $AD = AC$. Donc $EF = GH$.

17 page 131

1. 1.

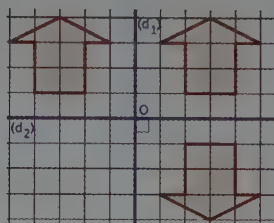


2. On passe de la figure 4 à la figure 5 par symétrie axiale.

2. 1. Les losanges 4 et 5 sont symétriques par rapport à la droite (AC) . 2. Le losange 9 est l'image du losange 11 par la translation qui transforme B en A. 3. Le losange 11 est l'image du losange 10 par la rotation de centre B et d'angle 120° dans le sens horaire. 4. Le losange 6 est l'image du losange 1 par une rotation de centre A et

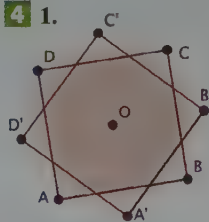
d'angle 120° dans le sens anti-horaire. 5. Le losange 10 est l'image du losange 6 par une rotation de centre A et d'angle 60° dans le sens anti-horaire. 6. Le motif constitué des losanges 7, 8 et 9 a pour symétrique par rapport à (AB) le motif constitué des losanges 4, 5 et 6.

3. 1., 2. et 3.



4. On constate qu'on obtient la même figure avec la symétrie centrale qu'avec les deux symétries axiales (cela n'est vrai que dans le cas où les axes sont perpendiculaires).

4. 1.



2. Une rotation conserve les angles et les longueurs. Donc $A'B'C'D'$ a quatre angles droits et quatre côtés de même longueur. C'est donc un carré.

3. Un carré est un quadrilatère dont les diagonales se coupent en leur milieu, sont de même

longueur et sont perpendiculaires. Donc $OA = OB$. Or une rotation conserve les longueurs. Donc $OA = OA'$. De plus, $\widehat{AOB} = 90^\circ$ et $\widehat{AOA'} = 45^\circ$ donc $\widehat{A'OB} = 45^\circ$. On en déduit que l'image de A' par cette rotation est B. Donc l'image de $[AA']$ est $[A'B]$. 4. Une rotation conserve les longueurs. Donc $AA' = A'B$. De même :

$$A'B = BB' = B'C = CC' = C'D = DD' = D'A.$$

Donc l'octogone $AA'BB'CC'DD'$ a bien tous ses côtés de même longueur. 5. Cet octogone est sa propre image par cette rotation. 6. Toute rotation de centre O et d'angle un multiple de 45° ne change pas cet octogone.

18 page 133

1. 1. $E \cdot G$; $A \cdot F$; $B \cdot H$; 2. $E \cdot D$; $H \cdot D$; $F \cdot G$; 3. non ; 4. $E \cdot D$; $B \cdot G$; $F \cdot H$; 5. non ; 6. non ; 7. $E \cdot A$; $H \cdot B$; $F \cdot B$.

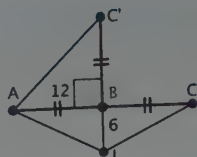
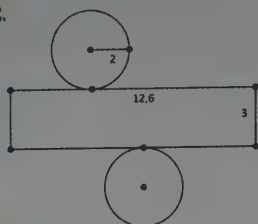
2. 1. C'est un prisme droit à base triangulaire. 2. Sa hauteur est 1 cm. 3. Ses bases sont les triangles BCI et FGJ. 4. Ses faces latérales sont les rectangles ABFE, BCGF et CDHG. 5. On applique le théorème de Pythagore dans le triangle BCI rectangle en B. On trouve $IC = 2,5$ cm. 6. $CD = CI = 2,5$ cm donc $AD = 2 + 1,5 + 2,5 = 6$ cm et donc l'aire latérale est $Al = 1 \times 6 = 6$ cm². 7. L'aire des deux bases est $2 \times 1,5 = 3$ cm² donc l'aire totale est 9 cm².

3. 1. $[AB]$; 2. $[BC]$; 3. Le théorème de Pythagore dans le triangle ABC rectangle en B donne $AC \approx 17,0$ cm. De même, dans le triangle ABI rectangle en B, on obtient $AI = \sqrt{180} \approx 13,4$ cm et dans le triangle BIC rectangle en B on obtient $IC = \sqrt{180} \approx 13,4$ cm. 4. $IC = AI$ donc le triangle IAC est isocèle en I.

5. Un exemple de patron est :

4. $1. 4\pi \text{ cm} \approx 12,6 \text{ cm}$.

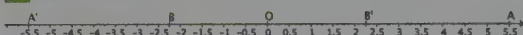
2.



5. 1. Rectangles en O ([SO] hauteur de la pyramide). 2. Isocèles en S (pyramide régulière). 3. Tracer les diagonales du carré, elles se coupent en O. 4. Tracer un segment [SO] mesurant 5 cm, puis la perpendiculaire à ce segment passant par O et reporter sur cette droite à partir du point O la longueur OA qu'on reporte avec le compas à partir du dessin fait en 3. On obtient ainsi le triangle SOA rectangle en O. 5. Le dessin précédent donne la longueur SA à reporter au compas pour tracer des triangles isocèles sur les côtés du carré.

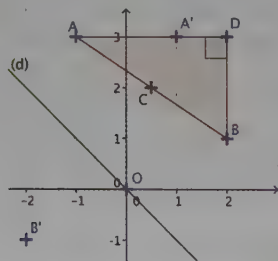
19 page 135

1. 1. et 2.



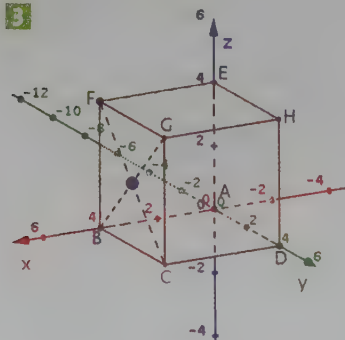
3. $-5,5 < -2,25 < 0 < 2,25 < 5,5$; 4. $AB = 7,75$; $A'B' = 7,75$; $AB' = 2,25$.

2.



1. $A'(1;3)$; 2. $B'(-2;-1)$; 3. $C(0;5;2)$; 4. $D(2;3)$; 5. Tous les points de la droite (d) ont leur ordonnée opposée à leur abscisse. 6. Le théorème de Pythagore dans le triangle ABD rectangle en D avec $AD = 3$ et $BD = 2$ donne $AB = \sqrt{13} \approx 3,6$.

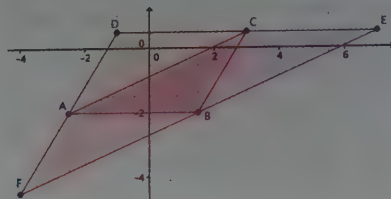
3.



1. $C(4;4;0)$, $D(0;4;0)$, $E(0;0;4)$, $F(4;0;4)$, $H(0;4;4)$; 2. C'est la face ADHE ; 3. Ce sont les arêtes [CD], [DH], [HG]

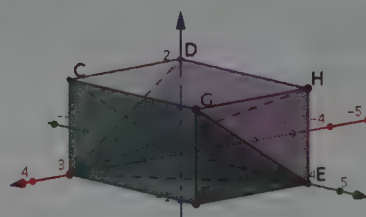
et [GC] ; 4. Ce sont les sommets A, B, C et D ; 5. C'est le centre de la face BCGF.

4. 1.



2. $B(1,5;-2)$; 3. $D(-1;0,5)$; 4. $E(7;0,5)$; 5. $F(-4;-4,5)$

5



1. a. C'est un pavé droit. b. Ces dimensions sont 3, 4 et 2 ; 2. a. C'est un prisme droit à base triangulaire (en vert sur la figure). b. Sa hauteur est 4 ; 3. a. C'est une pyramide à base rectangulaire (en mauve sur la figure) ; b. Sa hauteur est 3 ; c. Sa base est ADHE.

20 page 137

1. $a = 56$; $b = 8$; $c = 1,4$; $d = 4,2$; $e = 5,4$.

2. 1. $15 \text{ km} = 1\,500\,000 \text{ cm}$;

$1\,500\,000 \div 200\,000 = 7,5 \text{ cm}$.

2. $4,6 \times 200\,000 = 920\,000 \text{ cm} = 9,2 \text{ km}$.

3. au $1 : 100\,000^{\circ}$: $15 \text{ km} \rightarrow 15 \text{ cm}$

et $9,2 \text{ km} \rightarrow 9,2 \text{ cm}$; au $1 : 25\,000^{\circ}$: $15 \text{ km} \rightarrow 60 \text{ cm}$; $9,2 \text{ km} \rightarrow 36,8 \text{ cm}$.

3. 1. 24 L ; 6,4 L ; 10 L ; 0,08 L. 2. 400 km ; 150 km ; 625 km. 3. $8 = k \times 100$, donc $k = \frac{8}{100} = 0,08$.

4. 1. $5 \$ \approx 4,10 €$; $14,5 € \approx 17,68 \$$ donc $1 € \approx 1,21 \$$.

2. Martine dit : $x € \approx \left(x \times \frac{12}{10}\right) \$ \approx (x \times 1,20) \$$.

Or 1,20 est proche de 1,21, donc elle a raison.

Pour convertir une somme en dollars en euros, on divise par 12 et on multiplie par 10.

5. 1.

	Tennis	Gym	Total
Garçons	89	81	170
Filles	46	324	370
Total	135	405	540

2. $\frac{170}{540} \approx 0,3148 = 31,5 \%$. 3. $\frac{405}{540} \approx 0,75 = 75 \%$.

6. 1. $1 \text{ km/min} = 1\,000 \text{ m/60 s} \approx 16,7 \text{ m/s}$.

$1 \text{ km/h} = 1\,000 \text{ m/3 600 s} \approx 0,28 \text{ m/s}$.

$1 \text{ m/s} = 3\,600 \text{ m/h} = 3,6 \text{ km/h}$.

2. $50 \text{ km/h} = 50\,000 \text{ m/60 min} \approx 833 \text{ m/min}$.

$130 \text{ km/h} = 130\,000 \text{ m/3 600 s} \approx 36,1 \text{ m/s}$.

$340 \text{ m/s} = 1\,224\,000 \text{ m/h} = 1\,224 \text{ km/h}$.

7 1. On sait que $t = d/v$ donc :

$$t = 60/75 = 0,4 \text{ h} = 0,4 \times 60 = 24 \text{ min.}$$

$$2. t = 30/20 = 1,5 \text{ h} = 1 \text{ h } 30 \text{ min} = 90 \text{ min.}$$

$$3. \text{Distance} = 60 \text{ km ; temps} = 114 \text{ min.}$$

$$\text{Vitesse moyenne} = \frac{60}{114} \text{ km/min} \approx 0,53 \text{ km/min} \approx 31,6 \text{ km/h.}$$

$$4. \frac{75 + 20}{2} = 47,5 \text{ km/h.}$$

La moyenne des vitesses moyennes n'est pas la vitesse moyenne de l'ensemble du trajet.

21 page 139

1 1. 121 m²; 2. 18,6 cm; 3. 30 cm²; 4. 60 cm²; 5. 27 cm³; 6. 180 m³; 7. 31,4 mm; 8. 314 m².

2 1. L'aire de la base triangulaire est $\frac{1,5 \times 2}{2} = 1,5 \text{ cm}^2$. Le volume du prisme est donc $1,5 \times 1 = 1,5 \text{ cm}^3$;

2. En prenant comme base BCI, l'aire de la base est $\frac{12 \times 6}{2} = 36 \text{ cm}^2$. Le volume de la pyramide est donc :

$$\frac{\text{aire de base} \times h}{3} = \frac{36 \times 12}{3} = 144 \text{ cm}^3.$$

3. L'aire du disque de base est $\pi \times 2^2 = 4\pi \text{ cm}^2$. Le volume du cylindre est donc :

$$\text{aire de la base} \times h = 4\pi \times 3 = 12\pi \text{ cm}^3 \approx 37 \text{ cm}^3.$$

4. L'aire du carré de la base est $3^2 = 9 \text{ cm}^2$. Le volume de la pyramide est donc :

$$\frac{\text{aire de base} \times h}{3} = \frac{9 \times 5}{3} = 15 \text{ cm}^3.$$

3 1. La longueur d'un cercle de diamètre 66 mm est $132\pi \text{ mm}$. Le robot avance donc de $132\pi \text{ mm} \approx 0,415 \text{ m}$ en 5 s. Sa vitesse moyenne est donc d'environ $\frac{0,415 \text{ m}}{5 \text{ s}} \approx 0,829 \text{ m/s}$ soit environ $0,829 \times 60 = 50 \text{ m/min}$.

2. Pour parcourir 25 m il lui faut une demi-minute soit 30 s.

4 1. a. Le périmètre est 20 cm et l'aire est 25 cm²;

b. Le périmètre est 40 cm et l'aire est 100 cm².

$$2. a. 3 \times \frac{3 \times 9}{2} = 13,5 \text{ cm}^2; b. \frac{1 \times 3}{2} = 1,5 \text{ cm}^2;$$

3. a. Le périmètre est $2\pi \text{ mm}$ et l'aire est $\pi \text{ m}^2$; b. Le périmètre est $3\pi \text{ mm}$ et l'aire est $2,25\pi \text{ m}^2$;

4. a. 125 000 cm³. b. 125 cm³; 5. a. Les aires sont multipliées par k^2 . b. Les volumes sont multipliés par k^3 .

5 A. La pyramide

1. Le périmètre est 920 m et l'aire est 52 900 m².

$$2. \text{Le volume est } \frac{52\,900 \text{ m}^2 \times 137 \text{ m}}{3} \approx 2\,416\,000 \text{ m}^3.$$

3. La masse est $2\,416\,000 \text{ m}^3 \times 2\,400 \text{ kg/m}^3$ soit environ $6 \times 10^9 \text{ kg}$.

B. Une maquette

1. 13,7 cm; 2. 92 cm; 3. L'aire de la base est 529 cm² et le volume est $\frac{529 \text{ cm}^2 \times 13,7 \text{ cm}}{3} \approx 2\,416 \text{ cm}^3$;

4. a. L'échelle est $\frac{23 \text{ cm}}{230 \text{ m}} = \frac{23 \text{ cm}}{23\,000 \text{ cm}} = 10^{-3}$. b. Toutes les longueurs sont multipliées par 10^{-3} . C'est donc le cas de la longueur du côté de la base. c. La hauteur et le périmètre

de la base sont également multipliés par 10^{-3} . d. L'aire de la base est multipliée par :

$$\frac{529 \text{ cm}^2}{52\,900 \text{ m}^2} = \frac{529 \text{ cm}^2}{529\,000\,000 \text{ cm}^2} = \frac{1}{1\,000\,000} = 10^{-6};$$

e. Le volume est multiplié par :

$$\frac{2\,416 \text{ cm}^3}{2\,416\,000 \text{ m}^3} = \frac{2\,416 \text{ cm}^3}{2\,416\,000\,000\,000 \text{ cm}^3} = \frac{1}{1\,000\,000\,000} = 10^{-9}.$$

22 page 141

1 1. Il y a 26 prénoms et 156 lettres au total soit une moyenne de 6 lettres par prénom. La médiane est comprise entre la 13^e et la 14^e valeur, toutes les deux égales à 6. Donc la médiane est 6 lettres. 2. Il y a 27 prénoms et 167 lettres au total soit une moyenne d'environ 6,2 lettres par prénom. La médiane est égale à la 14^e valeur, soit 6 lettres. On voit que le fait d'ajouter à la série une valeur extrême n'a pas d'influence sur la médiane alors que la moyenne augmente.

2 1. Le nombre moyen de passages est :

$$1 \times 30 + 2 \times 70 + 3 \times 110 + 4 \times 30 + \frac{5 \times 10}{250} = 2,68.$$

Pour la médiane : il y a 250 valeurs. La médiane est donc comprise entre la 125^e et la 126^e valeur ; toutes les deux égales à 3. Donc la médiane est 3 passages. 2. Le temps moyen passé par chaque client dans ce magasin est :

$$\frac{20 \times 7,5 + 80 \times 22,5 + 120 \times 37,5 + 30 \times 52,5}{20 + 80 + 120 + 30} \approx 32.$$

	A	B	C	D	E	F
1	Année	1990	1995	2000	2005	2010
2	Emissions de CO ₂ (en t/hab.)	7,04	6,8	6,19	6,43	5,75
3						
4		Formules			Résultats	
5		Moyenne	=MOYENNE(B2:F2)			6,44
6		Médiane	=MEDIANE(B2:F2)			6,43

4 1. et 2. Après avoir modifié les formules on peut saisir une valeur au hasard dans la cellule G2 et voir son effet sur la moyenne. En tâtonnant, on arrive à une valeur de 4,4 t/hab.

	A	B	C	D	E	F	G
1	Année	1990	1995	2000	2005	2010	2015
2	Emissions de CO ₂ (en t/hab.)	7,04	6,8	6,19	6,43	5,75	4,4
3							
4		Formules			Résultats		
5		Moyenne	=MOYENNE(B2:G2)			6,1	
6		Médiane	=MEDIANE(B2:G2)			6,43	

$$5. 1. m = \frac{8 \times 1 + 37 \times 2 + \dots \times 5}{8 + 37 + \dots + 2} = \frac{182}{75} = 2,43.$$

Il y a en moyenne 2,4 employés par commerce.

2. L'effectif total est $8 + 37 + 22 + 6 + 2 = 75$ commerces. Or $75 = 2 \times 37 + 1$ donc la médiane est la 38^e valeur de cette série, soit 2 employés. Cela signifie qu'il y a autant de commerces qui ont 2 employés ou moins que de commerces qui ont 2 employés ou plus.

Nbre	1	2	3	4	5
Fréq.	0,107	0,493	0,293	0,08	0,027

	4e1	4e2	4e3
Moyenne	157,9	124,5	162,2
Médiane	150	130	160

2. La 4^e3 est la classe qui a la moyenne et la médiane les plus élevées. On peut donc dire que les élèves de 4^e3

sont ceux qui passent le plus de temps devant les écrans. Au contraire, la 4^e est la classe qui a la moyenne et la médiane les plus faibles.

7 Soit N la note de Paul doit obtenir pour avoir 13,5 de moyenne. On aura alors $\frac{13 + 9 + 14 + 12 + 2 \times N}{6} = 13,5$ soit $48 + 2 \times N = 81$ ou encore $2 \times N = 33$. On en conclut que $N = 16,5$.

23 page 143

1 1. $P(\text{Pile}) = \frac{1}{2}$; $P(\text{Face}) = \frac{1}{2}$; $P(\text{Ni pile ni face}) = 0$;
 $P(\text{Pile ou face}) = 1$. 2. $P(\text{Rouge}) = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$; $P(\text{Bleue}) = \frac{2}{3}$;
 $P(\text{Verte}) = 0$. 3. $P(\text{Garçon}) = \frac{17}{37}$; $P(\text{Fille}) = \frac{20}{37}$.
 4. $P(2) = \frac{1}{6}$; $P(\text{impair}) = \frac{1}{2}$; $P(5 \text{ ou } 6) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$;
 $P(3 \text{ ou } 6) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$; $P(\text{Négatif}) = 0$; $P(\text{Entier}) = 1$.

2 1. Dans la 1^{re} urne, la probabilité de tirer une boule bleue est $\frac{5}{9} \approx 56\%$ alors que dans la 2^e urne elle est de $\frac{18}{31} \approx 58\%$. C'est dans la 2^e urne que cette probabilité est la plus forte.

2. On a alors 40 boules dont 23 bleues, 5 rouges et 12 blanches.

a. $P(\text{Bleue}) = \frac{23}{40} = 57,5\%$.

b. C'est « tirer une boule rouge ou blanche », sa probabilité est $1 - \frac{23}{40} = \frac{17}{40} = 42,5\%$.

c. $P(\text{Rouge}) = \frac{5}{40} = \frac{1}{8} = 12,5\%$.

d. $P(\text{Bleue ou rouge}) = \frac{28}{40} = \frac{7}{10} = 70\%$.

	un trèfle	un as	un
3			
Alain (32 cartes)	$\frac{8}{32} = \frac{1}{4}$ = 25%	$\frac{4}{32} = \frac{1}{8}$ = 12,5%	0
Bérénice (52 cartes)	$\frac{13}{52} = \frac{1}{4}$ = 25%	$\frac{4}{52} = \frac{1}{13}$ = 7,7%	$\frac{4}{52} = \frac{1}{13}$ = 7,7%
Les deux jeux mêlés (84 cartes)	$\frac{21}{84} = \frac{1}{4}$ = 25%	$\frac{8}{84} = \frac{2}{21}$ = 9,5%	$\frac{4}{84} = \frac{1}{21}$ = 4,8%

4 1. La somme des trois probabilités doit être égale à 1, donc $P(\text{Verte}) = 1 - \left(\frac{1}{8} + \frac{3}{8}\right) = 1 - \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$. Or il y a 8 boules vertes. On en déduit que le nombre total

de boules est 16. 2. Il y a 1 chance sur 8 de tirer une boule bleue, soit 2 chances sur 16. Il y a donc 2 boules bleues. 3. Il y a 3 chances sur 8 de tirer une boule rouge, soit 6 chances sur 16. Il y a donc 6 boules rouges.

5 On sait que la somme des deux probabilités vaut 1, et que l'une vaut 4 fois plus que l'autre. On a donc :

1. $P(\text{pile}) = \frac{4}{5}$ et 2. $P(\text{face}) = \frac{1}{5}$.

6 1. Sur les 37 cases, il y en a 19 paires et 18 impaires. Donc $P(P) = \frac{19}{37}$ et $P(I) = \frac{18}{37}$. Pour les couleurs, on a :

$P(V) = \frac{1}{37}$, $P(R) = \frac{18}{37}$ et $P(N) = \frac{18}{37}$.

2. Il y a 18 issues favorables sur 37 issues totales. On a donc $P = P(V) = \frac{18}{37}$.

3. Il faut compter combien d'encoches ont à la fois une couleur noire et un numéro pair. Il y en a 10. On a donc $P = \frac{10}{37}$.

1 page 147

1 Faux : b. et h.

2 1. 1 ; 2 ; 4 ; 8 ; 16 ; 32 ; 64. 2. 1 ; 2 ; 4 ; 7 ; 8 ; 14 ; 28 ; 56.

3. 1 ; 2 ; 4 ; 8. PGCD(56 ; 64) = 8. 4. $\frac{56}{64} = \frac{7}{8}$.3 1. $\frac{990}{825} = \frac{6}{5}$. 2. $\frac{738}{456} = \frac{123}{76}$. 3. $\frac{663}{819} = \frac{17}{21}$. 4. $\frac{663}{512}$ est irréductible.4 1. PGCD(990 ; 825) = $\frac{990}{6} = \frac{825}{5} = 165$.

2. PGCD(738 ; 456) = 6.

3. PGCD(663 ; 819) = 39. 4. PGCD(663 ; 512) = 1.

5 1. $140 = 2^3 \times 5 \times 7$. 2. $43 = 1 \times 43$ (nombre premier).3. $168 = 2^3 \times 3 \times 7$. 4. $324 = 2^2 \times 3^4$.6 1. $q = 12$ et $r = 4$. 2. $q = 5$ et $r = 36$. 3. $q = 54$ et $r = 26$.7 1. 36 et $\frac{360}{252} = \frac{10}{7}$. 2. 6 et $\frac{108}{42} = \frac{18}{7}$.3. 15 et $\frac{345}{750} = \frac{23}{50}$. 4. 15 et $\frac{1500}{705} = \frac{100}{47}$.5. 14 et $\frac{770}{504} = \frac{55}{36}$. 6. 56 et $\frac{280}{448} = \frac{5}{8}$.8 $153 = 3^2 \times 17$ et $357 = 3 \times 7 \times 17$.Donc PGCD(153 ; 357) = $3 \times 17 = 51$.

D'où : b, e et f sont vrais ; a, c et d sont faux.

9 1. PGCD(90 ; 54) = 18. 2. PGCD(36 ; 45) = 9.

3. PGCD(693 ; 819) = 63. 4. PGCD(900 ; 189) = 9.

10 1. Non, car les deux nombres sont pairs.

2. PGCD(224 ; 288) = 32. 3. $\frac{224}{288} = \frac{32 \times 7}{32 \times 9} = \frac{7}{9}$.

4. a. Il peut réaliser au maximum 32 panneaux.

b. Chaque panneau contient 7 paysages et 9 portraits.

2 page 149

1 A = $\frac{3}{5}$. B = $\frac{11}{9}$. C = $\frac{13}{6}$. D = $\frac{2}{45}$.
E = $\frac{2}{3} - \frac{4}{3} = \frac{-2}{3}$. F = $\frac{20-21-5}{12} = \frac{-6}{12} = \frac{-1}{2}$.2 A = $\frac{14}{5}$. B = $\frac{18}{25}$. C = $\frac{-20}{21}$. D = 1.

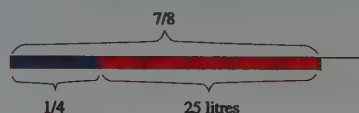
3 1. -18. 2. inverse. 3. opposé.

4. opposé de l'inverse ou inverse de l'opposé. 5. $-\frac{1}{4}$.

6. inverse de l'inverse, donc le nombre lui-même.

4 A = $\frac{6}{13} \times \frac{39}{-1} = -18$. B = $3 \times \frac{4}{3} = 4$. C = $\frac{12 \times 8}{5} = \frac{96}{5}$.
D = $\frac{12}{5} \times \frac{1}{8} = \frac{3}{10}$. E = $\frac{6}{51} \times \frac{17}{18} = \frac{1}{9}$. F = $\frac{-4}{7} \times \frac{4}{-7} = \frac{16}{49}$.5 1. A = $\frac{7}{4} - \frac{1}{12} = \frac{21}{12} - \frac{1}{12} = \frac{20}{12} = \frac{5}{3}$. B = $-\frac{1}{6}$. C = $\frac{6}{7}$. D = $\frac{5}{7}$.E = $\frac{16}{9}$. F = $\frac{55}{12}$. G = $\frac{1}{4}$. H = 2.2. $\frac{5}{3}$, $-\frac{1}{6}$, $\frac{6}{7}$, $\frac{5}{7}$, $\frac{16}{9}$ et $\frac{55}{12}$ sont des nombres non décimaux.Ils s'écrivent sous la forme d'un quotient de deux entiers, et la division du numérateur par le dénominateur ne « s'arrête » pas : ce sont des nombres rationnels et on écrit $A \in \mathbb{Q}$, etc. $\frac{1}{4} = 0,25$ est un nombre décimal non entier : on écrit $G \in \mathbb{D}$.2 est un nombre entier naturel : on écrit $H \in \mathbb{N}$.

6 1.

2. Les 25 litres d'essence représentent les $\frac{5}{8}$ du réservoir.3. $25 + 5 = 30$; 5 litres représentent $\frac{1}{8}$ du réservoir.La capacité du réservoir est de $5 \times 8 = 40$ litres.7 1. B. 2. B = $\frac{1}{6}$.

3 page 151

1 1. 2^5 . 2. 2^0 . 3. 2^{-1} . 4. $(-2)^3$. 5. 2^{-2} .2 1. $\frac{1}{1000} = 10^{-3}$. 2. $100^{-1} = \frac{1}{100} = 10^{-2}$.3. $-100 = -10^2$ n'est pas une puissance de 10.4. $10^2 + 10^3 = 100 + 1000 = 1100$ n'est pas une puissance de 10.5. $(0,01)^3 = (10^{-2})^3 = 10^{-6}$. 6. $\frac{30^4}{3^4} = \frac{30^4}{3^4} = 10^4$.7. $2^{-3} \times 5^{-3} = (2 \times 5)^{-3} = 10^{-3}$.8. $2^3 \times 5^2 = 200$ n'est pas une puissance de 10.

3 Positifs : 1. 3. 4. 5. 9. Négatifs : les autres.

4 1. $4^2 = 16$. 2. $(-2)^3 = -8$. 3. $2^{-2} = \frac{1}{2^2} = \frac{1}{4} = 0,25$.4. $4^{-1} = \frac{1}{4} = 0,25$. 5. $(-12)^1 = -12$. 6. $(-1)^{12} = 1$.7. $12^0 = 1$. 8. $-5^2 = -25$. 9. $2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8} = 0,125$.10. $\frac{1}{3}^{-1} =$ l'inverse de $\frac{1}{3} = 3$. 11. $\frac{2}{5}^{-1} =$ l'inverse de $\frac{2}{5} = \frac{5}{2}$.12. $(-25)^0 = 1$.

5 1. 4. 8. : Vrai. 2. 3. 5. 6. 7. 9. : Faux.

6 1. 7^{-13} . 2. $(-9)^{-1}$. 3. 4^{-3} . 4. $(-3)^3$. 5. 7^{11} . 6. $(-9)^{-10}$.7. 5^{20} . 8. $(-21)^{-2}$. 9. 15^4 . 10. 3^2 . 11. 3^{-4} . 12. 2^{-5} .7 1. A = $145,5 \times 10^{-14} = 1,455 \times 10^{-12}$.2. B = $\frac{0,7 \times 10^{16}}{20 \times 10^{-7}} = \frac{7 \times 10^{15}}{2 \times 10^{-6}} = 3,5 \times 10^{21}$.8 1. T-S : $1,5 \times 10^8$. Ma-S : $2,28 \times 10^8$. Me-S : $5,79 \times 10^7$.
V-S : $1,08 \times 10^8$. J-S : $7,78 \times 10^8$. N-S : $4,497 \times 10^9$.

2. Neptune, Jupiter, Mars, Terre, Vénus, Mercure.

9 a. Faux : un gigaoctet = 10^9 octetset 100 mégaoctets = 100×10^6 octets = 10^8 octets.b. Faux : 100 micromètres = $100 \times 10^{-6} \text{ m} = 10^{-4} \text{ m}$ et 10 millimètres = $10 \times 10^{-3} \text{ m} = 10^{-2} \text{ m}$.c. Vrai : $8\,000 \mu\text{m} = 8\,000 \times 10^{-6} \text{ m} = 8 \times 10^{-3} \text{ m}$ et $8 \text{ mm} = 8 \times 10^{-3} \text{ m}$.d. Faux : $36\,000 \text{ ns} = 36\,000 \times 10^{-9} \text{ s} = 0,000036 \text{ s}$ et $1 \text{ h} = 60 \text{ min} = 36\,000 \text{ s}$.e. Faux : $10 \text{ hm} = 10 \times 10^2 \text{ m} = 1\,000 \text{ m}$ et $1\,000 \text{ cm} = 1\,000 \times 10^{-2} \text{ m} = 10 \text{ m}$.

- 10** 1. En un an, la lumière parcourt :
 $3\,600 \times 24 \times 365 \times 300\,000$ km soit environ $9,5 \times 10^{12}$ km.
 2. Non : dix mille milliards = $10^4 \times 10^9 = 10^{13} = 10 \times 10^{12}$ qui est supérieur à $9,5 \times 10^{12}$.
 3. 150 millions + 300 000 = $(150 \times 10^6) + (3 \times 10^5)$
 $= (1\,500 + 3) \times 10^5 = 500$ et $500 \text{ s} = 8 \text{ min } 20 \text{ s}$.

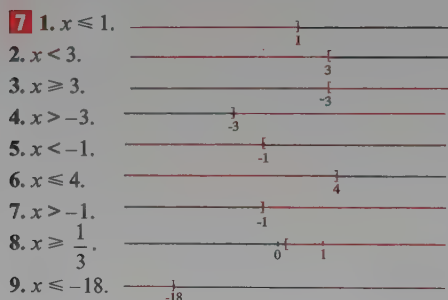
4 page 153

- 1** 1. $x + 7 < -5$. 2. $x - 10 < -22$. 3. $4x < -48$.
 4. $-5x > 60$. 5. $\frac{x}{4} < -3$. 6. $\frac{x}{-3} > 4$.
2 1. $\frac{4}{7} \times 2,15 < \frac{9}{14} \times 2,15$. 2. $\frac{5}{9} \times (-0,03) > \frac{7}{9} \times (-0,03)$.
 3. $-\frac{6}{5} \times 2^{100} > -\frac{7}{5} \times 2^{100}$. 4. $\frac{4}{9} \times \frac{-17}{23} < \frac{4}{11} \times \frac{-17}{23}$.

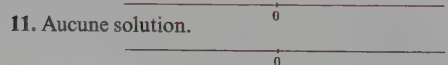
3

	-4	-2	0	$\frac{4}{5}$
$2x + 3 < 7$	V	V	V	V
$-10x + 8 \leq 0$	F	F	F	V
$x - 1 < 3x - 4$	F	F	F	F
$4 - 5x > 5 - 3x$	V	V	F	F

- 4** 1. d. 2. c. 3. b. 4. e. 5. a.
5 1. $-x - 5 < -6$. 2. $3x \geq -2$. 3. $-4x + 1 > 0$. 4. $5x \leq 2$.
6 2. 4. 6.



10. Tous les nombres sont solutions ;



- 8** $6\left(\frac{x}{2} - 1\right) \leq \frac{6(x-1)}{3}$ ce qui donne $3x - 6 \leq 2(x-1)$ donc
 $3x - 6 \leq 2x - 2$ soit $x \leq 4$.

- 9** 1. Pour $x = \frac{8}{3}$, $A = \frac{3 \times \frac{8}{3} - 1}{7} = \frac{8-1}{7} = \frac{7}{7} = 1$.
 2. Pour $x = \frac{8}{3}$, $A = 1 < 1,1$ donc $\frac{8}{3}$ est solution de $A < 1,1$.
 3. $x < 2,9$.

5 page 155

- 1** $4 \times x = x + 39$; $x = 13$. **2** $2x - (8 - x) = 7$; $x = 5$.
3 $\frac{1}{3}x + 10 \times 32 = x$; $x = 480$ €.

- 4** $4x + 2(17 - x) = 52$; $x = 9$.
5 $36 + x = 3 \times (10 + x)$; $x = 3$. **6** $x = \frac{x}{2} + 1$; $x = 2$.
7 $(0,5 - 0,15)x - 15 \geq 50$ soit $x \geq 185,7$; donc Patricia doit vendre au moins 186 crêpes.
8 $x < 22$ et $2x + 10 < 3x - 10$ donc $x < 22$ et $x > 20$, donc $x = 21$.
9 1. En multipliant par 3 les deux membres de l'équation, on obtient : $3x + 45 \geq 2x + 54$; ce qui donne $x \geq 9$.
 2. Au moins 9 informaticiens et 9 mathématiciens.
10 $8 \times (12 - x) \leq \frac{12 \times 15}{3}$ donc $x \geq 4,5$
 et $8 \times (12 - x) \geq \frac{12 \times 15}{4}$ donc $x \leq 6,375$.
11 1. $160 + 2x < 240$ et $80x > 3\,000$.
 2. $x < 40$ et $x > 37,5$.
 x étant un nombre entier, on a $x = 38$ ou $x = 39$.

6 page 157

- 1** 1. $A = 2$ pour $x = 0$ et $A = -3$ pour $x = 1$ avec les deux expressions. 2. $A = 13$ et $A = 3$ avec le développement de Paul, qui est donc faux. 3. $A = 3x^2 - 8x + 2$.
2 $\mathcal{A}_A : (x+2)(x+1) = x^2 + 3x + 2$;
 $\mathcal{A}_B : 2x(x+2) + 2 = x(x+2) = x^2 + 2x$.
3 1. $(3-x)^2 = 9 - 6x + x^2$. 2. $(2x+3) = 4x^2 + 12x + 9$.
 3. $(x-4)^2 = x^2 - 8x + 16$. 4. $(2x-4)(2x+4) = 4x^2 - 16$.
4 Alice affirme : $\frac{(a+b)^2 - (a-b)^2}{a \times b} = 4$. C'est vrai !
5 $51^2 = (50+1)^2 = 2500 + 100 + 1 = 2601$;
 $98^2 = (100-2)^2 = 10000 - 400 + 4 = 9604$;
 $18 \times 22 = (20-2)(20+2) = 20^2 - 4 = 396$.
6 1. $A = 4x^2 + 8x - 45$ et $B = 8x + 8$. 2. A est l'aire de RSTU, B son périmètre. 3. $2x + 9 = 2(2x - 5)$ a pour solution 9,5 et dans ce cas $B = 8 \times 8,5 + 8 = 84$.
7 $A = (5x)^2 - 2 \times 5x \times 2 - (3 \times x + 3 \times 1 - x \times x - x \times 1)$, donc $A = 26x^2 - 22x + 1$.
 $B = 3^2 - 2 \times 3 \times 2x + 4x^2 + x \times x + 4x \times 2$, donc $B = 8x^2 - 4x + 9$.
8 a. Faux : $(5-2y)^2 = 25 - 20y + 4y^2$. b. Vrai.
 c. Faux : $(9+3a)(9-3a) = 81 - 9a^2$.
 d. Faux : $(x+11)^2 = x^2 + 2 \times x \times 11 + 11^2 = x^2 + 22x + 121$.
9 1. Le côté de C_2 est $3x + 2$.
 $A = (6x+4)^2 + (3x+2)^2 = 45x^2 + 60x + 20$.
 2. $P = 4(6x+4) + 2(3x+2) = 30x + 20$.
 3. $30x + 20 = 110$, donc $x = 3$ m et $A = 605 \text{ m}^2$.

7 page 159

- 1** 1. $A = (3x-2)(3x-8)$. $B = (4-3x)(4+3x)$.
 $C = (5x+4)^2$. 2. $A = B = C = 16$. 3. $A = 0$: $x = \frac{2}{3}$ ou $x = \frac{8}{3}$.
 $B = 0$: $x = \frac{4}{3}$ ou $x = -\frac{4}{3}$. $C = 0$: $x = -\frac{4}{5}$.

2. $1. A = 0$. 2. $A = -48$. 3. $A = (3x - 8)(3x + 6)$

et les deux solutions de $A = 0$ sont $\frac{8}{3}$ et -2 .

3. $1. A = 6x^2 + 16x - 6$. 2. $A = (3x - 1)(2x + 6)$.

3. a. $A = -6$ (voir 1.). b. $A = 0$ (2.).

c. $A = (3 \times 7 - 1)^2 - (3 \times 7 - 1)(7 - 7) = 20^2$ soit $A = 400$ (avec l'expression donnée au départ). 4. $x = \frac{1}{3}$ ou $x = -3$.

5. $6x^2 + 16x - 6 = 6x^2$ donne $16x - 6 = 0$ soit $x = \frac{3}{8}$.

4. 1. Pour -4 , on trouve $81 = 9^2$; pour 0 , on trouve $25 = 5^2$ et pour 7 , on trouve $4 = 2^2$.

2. $(n - 10) \times n + 25 = n^2 - 10n + 25 = (n - 5)^2$.

3. On doit résoudre $(n - 5)^2 = 4$ soit $(n - 5)^2 - 2^2 = 0$ soit $(n - 7)(n - 3) = 0$ ce qui donne 7 et 3 .

5. 1. $-1(2x - 5) = -2x + 5$.

2. $A = (3x - 2)(2x - 5) - 1 \times (2x - 5) = (2x - 5)(3x - 3)$.

3. $B = (3 - 2x)(x + 1)$; $C = (2x - 5)(2x)$.

6. 1. $A = 0$. 2. $B = 25x^2 + 5x - 2$.

3. $B = (5x - 1)(5x + 2)$; $B = 0$ a pour solutions $\frac{1}{5}$ et $-\frac{2}{5}$.

4. $A = B$ (voir 2.), donc $A = 0$ pour $x = \frac{1}{5}$ et $x = -\frac{2}{5}$.

7. 1. $(3 - 2x)^2$; $(1 - 2x)(5 - 2x)$.

2. $E = (3 - 2x)^2 - 4$, d'après 1., donc $E = (1 - 2x)(5 - 2x)$.

3. $x = \frac{1}{2}$ ou $x = \frac{5}{2}$. 4. $E = -4$.

8. 1. $(3x - 8)(3x + 8)$. 2. $A = (3x + 8)(-2x + 1)$.

9. 1. $\frac{4}{3}$. 2. -4 et $\frac{3}{2}$.

10. RFST est un carré : 3 angles droits et 2 côtés consécutifs de même longueur égale à $x - 5$.

On a $(x - 5)^2 = 36$ soit $(x - 5 - 6)(x - 5 + 6) = 0$ ce qui donne $x = 11$ cm (côté d'un carré, donc nombre positif).

8 page 161

1. $\frac{15 \times 22 + 11 \times 16}{31} = \frac{506}{31}$ soit environ 16,32 min.

2. On a trois notes par candidat, le coefficient d'une note étant l'effectif de cette note.

1. Moyenne de Louane :

$\frac{4 \times 10 + 3 \times 12 + 2 \times 8}{4 + 3 + 2} = \frac{92}{9} \approx 10,222$. Elle est reçue.

2. Soit x la note d'Anaïs en histoire. Anaïs sera reçue si $\frac{4 \times 8 + 3 \times x + 2 \times 11}{4 + 3 + 2} \geq 10$, soit $\frac{3x + 54}{9} \geq 10$.

On obtient l'inéquation $3x + 54 \geq 90$, soit $3x \geq 36$ ou encore $x \geq 12$. Anaïs sera reçue si et seulement si elle obtient au minimum 12 en histoire.

3. Soit x la note de Julian en français, sa note en mathématiques est alors $2x$. On a donc : $\frac{4 \times 2x + 3 \times 10 + 2 \times x}{9} = 10$, soit $\frac{10x + 30}{9} = 10$. On obtient $x = 6$:

Julian a obtenu 6 en français et 12 en mathématiques.

3. 1. Tableau des effectifs :

Taille en cm	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55
Effectif	1	3	2	4	10	7	5	2	3	1	2

2. Taille moyenne des nouveau-nés : $\frac{1991}{40} = 49,775$ cm.

3. a. $5 + 2 + 3 + 1 + 2 = 13$ nouveau-nés mesurent plus de 50 cm, soit $\frac{13}{40} \times 100 = 32,5\%$.

b. $7 + 5 + 2 + 3 + 1 + 2 = 20$ nouveau-nés mesurent au moins 50 cm, soit $\frac{20}{40} \times 100 = 50\%$.

4. Pour les calculs, on utilise les centres des classes.

Centre de la classe	0,25	0,75	1,25	1,75
Nombre d'enfants	12	9	6	3

1. Moyenne :

$\frac{12 \times 0,25 + 9 \times 0,75 + 6 \times 1,25 + 3 \times 1,75}{30} = \frac{22,5}{30} = 0,75$.

Les enfants passent en moyenne 0,75 h, soit 45 min devant la télévision entre 18 h 00 et 20 h 00.

2. 12 enfants sur 30 passent moins de 30 min devant la télévision et $\frac{12}{30} = 0,4 = 40\%$.

3. $12 + 9 = 21$ enfants passent moins d'une heure devant la télévision et $\frac{21}{30} = 0,7 = 70\%$.

4. $6 + 3 = 9$ enfants passent au moins une heure devant la télévision et $\frac{9}{30} = 0,3 = 30\%$.

5. 1. $\frac{45,7 + 56,8 + 35,6 + 37,6 + 46}{5} = 44,34$. La moyenne est donc égale à 44,34 L pour les cinq premiers clients.

2. Soit x le volume d'essence cherché ; $\frac{5 \times 44,34 + 1 \times x}{6} = 43,8$, soit $\frac{221,7 + x}{6} = 43,8$. On obtient $x = 41,1$. Le 6^e client a donc acheté 41,1 L de Super 95.

6. 1. a. On conjecture que $M' = nM$.

b. Soit la série a, b, c, d ; $M = \frac{a+b+c+d}{4}$.

La nouvelle série est na, nb, nc, nd ;

et $M = \frac{na+nb+nc+nd}{4} = \frac{n(a+b+c+d)}{4} = nM$.

2. a. On conjecture que $M'' = M + n$.

b. La nouvelle série est $a + n, b + n, c + n, d + n$;

et $M = \frac{a+n+b+n+c+n+d+n}{4} = \frac{4M+4n}{4}$,

soit $M'' = M + n$.

9 page 163

1. 1.

3	3	5	7	8	8	8
9	9	9	10	10	10	10
11	11	12	12	12	12	13
13	14	14	14	15	15	16

2. Moyenne : $\frac{293}{28} \approx 10,46$. 3. Étendue : $16 - 3 = 13$.

Médiane : demi-somme des 14^e et 15^e valeurs, soit 10,5.

4. Ne change pas. 5. Elles augmentent de 3.

2. 1^{er} contrôle : moyenne = 7,9 ; médiane = 9.

2^e contrôle : moyenne = 8,4 ; médiane = 7,5.

3 1. Moyenne : environ 49,5 km/h. Médiane : demi-somme des 55^e et 56^e valeurs soit 50 km/h.

2. La moitié des véhicules ont roulé à moins de 50 km/h.

4 1. Effectif total : $30 + 55 + 70 + 50 + 30 + 15 + 10 = 260$ appartements. 2. Étendue : $7 - 1 = 6$ pièces.

3. $\frac{260}{2} = 130$. Médiane : nombre de pièces moyen des 130^e et 131^e appartements : 3 pièces. La moitié des appartements ont 3 pièces ou moins ; la moitié des appartements ont 3 pièces ou plus.

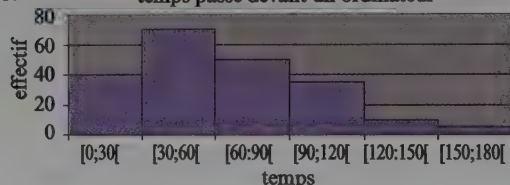
5 1. Masse moyenne : sept. : $\frac{69\,646}{28} \approx 2\,487,36$ g ;

meilleur mois : oct. : $\frac{70\,733}{28} \approx 2\,526,18$ g ; 2. Cueillette achetée : meilleur mois : sept. : 48 295 g (oct. : 41 022 g).

6 1. Étendue : $180 - 0 = 180$ minutes.

2. Temps moyen : $\frac{13\,350}{210} \approx 63,6$ minutes.

3. temps passé devant un ordinateur



10 page 165

1 $p(A) = \frac{36}{125} = 0,288$; $p(B) = \frac{24 + 7 + 3}{125} = 0,272$;
 $p(C) = \frac{125 - 3}{125} = 0,976$; $p(D) = \frac{36 + 24 + 7 + 3}{125} = 0,56$.

2 a. $\frac{64}{220} = \frac{16}{55} \approx 0,291$. b. $\frac{100}{220} = \frac{5}{11} \approx 0,455$.

c. $\frac{28}{220} = \frac{7}{55} \approx 0,127$. d. $\frac{220 - 80}{220} = \frac{7}{11} \approx 0,636$.

3 1.

1 ^{er} dé \ 2 ^e dé	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

2. $p(A) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$; $p(B) = \frac{18}{36} = \frac{1}{2}$; $p(C) = \frac{12}{36} = \frac{1}{3}$;

$p(D) = 1$; $p(E) = \frac{15}{36} = \frac{5}{12}$; $p(F) = 0$.

4 a. $\frac{8}{32} = 0,25$. b. $\frac{4}{32} = 0,125$.

c. $\frac{1}{32} = 0,03125$. d. $\frac{11}{32} = 0,34375$.

(attention à ne pas compter deux fois le roi de trèfle !).

e. $\frac{12}{32} = 0,375$.

5 1. a. 25,5 % des élèves, soit $800 \times \frac{25,5}{100} = 204$ élèves.

b. 25 % de 800, soit $800 \times 0,25 = 200$.

c. 80 % de 200, soit $200 \times 0,8 = 160$.

Effectifs	À pied	En bus	En voiture	Total
En retard	160	0	44	204
À l'heure	40	456	100	596
Total	200	456	144	800

2. $p(A) = \frac{456}{800} = 0,57$; $p(B) = \frac{596}{800} = 0,745$;

$p(C) = \frac{160}{800} = 0,2$; $p(D) = \frac{204}{800} = 0,255$.

$p(B) + p(D) = 1$: B et D réunis représentent la totalité des élèves.

11 page 167

x	0	2	4	6	8	10
f(x)	-2	8	26	52	86	128

2. $f(2) + f(4) = 8 + 26 = 34$; mais $f(2 + 4) = f(6) = 52$.

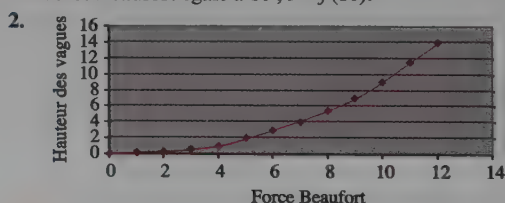
$f(2 \times 4) = f(8) = 86$; mais $2 \times f(4) = 2 \times 26 = 52$.

2 1. $f(-3) = 7$. 2. $f(-5) = 4$. 3. $f(4) = -4$.

4. $f(0) = -6$. 5. $f(-1) = 3$; $f(7) = 3$; $f(9) = 3$.

6. $f(-2) = 0$. $f(5) = 0$. 7. $f(4,5) = 6$.

3 1. Un vent de force 7 Beaufort provoque des vagues de hauteur 4 m ; $4 = f(7)$. Des vagues de 9 m de hauteur indiquent une force Beaufort égale à 10 ; $9 = f(10)$.



4 1. $f(-3) = 0$; $f(0) = 3$; $f(4) = 4,25$.

2. Antécédents de 3 : 0 et 5 ; antécédents de 0 : -3 et 9,5 ; antécédent de -3 : -5.

3. 5. « Quelle est l'image de 1 par f ? »

4. -2 et 9. « Quels sont les antécédents de 1 par f ? »

5 1. a. $BM = BA - AM = 8 - 6 = 2$.

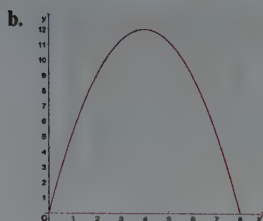
b. $\frac{MN}{AC} = \frac{BM}{AB}$, donc $\frac{MN}{6} = \frac{2}{8}$, donc $MN = \frac{12}{8} = 1,5$.

c. Aire(AMNP) = $AM \times MN = 6 \times 1,5 = 9$ cm².

2. a. $BM = 8 - x$. b. $\frac{MN}{AC} = \frac{BM}{AB}$, donc $MN = \frac{6(8-x)}{8}$.

c. Aire(AMNP) = $AM \times MN = x \cdot 6 - \frac{3}{4}x = 6x - \frac{3}{4}x^2$.

3. a.	x	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5
	f(x)	0	2,8	5,3	7,3	9	10,3	11,3	11,8
	x	4	4,5	5	5,5	6	6,5	7	7,5
	f(x)	12	11,8	11,3	10,3	9	7,3	5,3	2,8



c. Maximum pour $x = 4$.

12 page 169

1. $x \mapsto 1,206x$. 2. $x \mapsto 0,68x$. 3. $x \mapsto 1,5x$.
 4. $x \mapsto 0,5x$. 5. $x \mapsto 2x$. 6. $x \mapsto 0$. 2. 1. +22%.
 2. -25%. 3. +11,5%. 4. -50%. 5. +50%. 6. -90%.
 3. 1. $500 \times (2 - 0,5) = 750$ €. 2. Coûts : $x \mapsto 1,2x$;
 fabrication : $x \mapsto 1,1x$; coût d'un bracelet : 0,6 € ;
 nombre de bracelets : 550 ; bénéfice : $550 \times (2 - 0,6) = 770$ €.
 3. Coûts : $x \mapsto 1,05x$; prix : $x \mapsto 0,75x$.
 Bénéfice : $2000 \times (1,5 - 0,63) = 1740$ €.
 4. Vitesse du cheval (d_2) : 10 m en 1 s, donc $10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ donc
 $10 \times 10^{-3} \times 3600 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1} = 36 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$. Vitesse de la voiture
 (d_3) : $20 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ (2 fois plus vite que le cheval) soit $72 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$.
 Vitesse du coureur (d_4) : 10 m en 3 s (3 fois moins vite que le
 cheval) soit $\frac{10}{3} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ donc $12 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$.

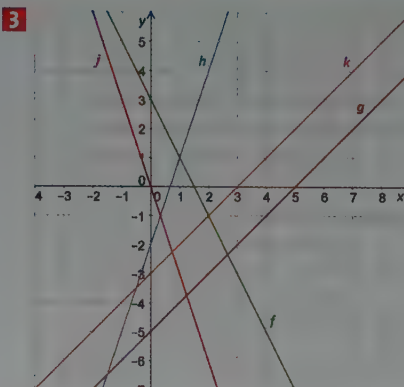
5

d	2 L/s	8 L/s	20 L/s	200 m ³ /s	800 m ³ /s
V	20 L	400 L	1 500 dL	100 m ³	144 000 m ³
t	10 s	50 s	7,5 s	0,5 s	3 min

6. 1. $x \times (1 + 0,30) = 143$, donc $x = \frac{143}{1,30} = 110$.
 Débit initial : $110 \text{ m}^3/\text{s}$.
 2. Dernier débit : $143 \times (1 - 0,30) = 100,1 \text{ m}^3$.
 7. 1. Nouveau prix : $50 \times (1 - 0,20) = 40$ €.
 2. a. $y = 0,80x$. b. $34 = 0,8 \times x$, donc $x = 42,50$ €.
 8. 1. $N = d \times S$; $S = \frac{N}{d}$. 2. $d = \frac{6750}{450000} = 0,015$.
 3. $N = 920000 \times 800 \times 10^{-6} (1 \text{ m}^2 = 10^{-6} \text{ km}^2)$.
 4. $S = \frac{280}{20 \times 10^6} = 1,4 \times 10^{-5} \text{ km}^2 = 14 \text{ m}^2$.

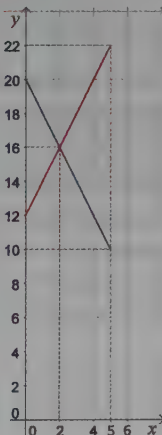
13 page 171

1. 1. $g(0) = 3$ et $g(-4) = 11$. 2. L'antécédent de 12 par g .
 3. $g(1,5) = 0$ et $g(3,5) = -4$.
 4. Non, car $g(-25,1) = 5,2$ et $53,2 \neq 53$.
 2. 1. $f(x) = 3x - 2$.
 2. $g(x) = -3x + b$ et $g(2) = -6$; donc $b = 0$, et $g(x) = -3x$.
 3. $h(x) = ax - 3$ et $h(-3) = 0$; donc $a = -1$, et $h(x) = -x - 3$.



4. 1. $f(x) = -0,5x + 4$; $g(x) = -x + 3$; $h(x) = 2x - 2$;
 $k(x) = \frac{1}{2}x - 4$.
 2. a. $f(1) = 3,5$; $g(1) = 2$; $h(1) = 0$; $k(1) = 3,5$.
 b. $f(3) = 2,5$; $g(3) = 0$; $h(3) = 4$; $k(3) = 2,5$.
 c. Antécédent de 2 par f : 4 ; par g : 1 ; par h : 2 ; par k : 12.
 d. Antécédent de -2 par f : 12 ; par g : 5 ; par h : 0 ; par k : 4.
 3. Par exemple : image de 3 par f :
 $f(3) = -0,5 \times 3 + 4 = 2,5$;
 antécédent de -2 par h :
 $h(x) = -2$ si $2x - 2 = -2$ d'où $x = 0$

5. 1. $P(x) = 2x + 2(10 - 2x) = -2x + 20$, $Q(x) = 2x + 12$.
 2. a. On lit $x = 2$.
 b. $-2x + 20 = 2x + 12$, soit $x = 2$.
 $P(2) = Q(2) = 16$.



6. 1. $f(x) = 150000x$.
 2. a. Un trajet coûte : $150000 \times 0,8 = 120000$ €.
 b. $g(x) = 120000x + 500000$.
 3. $g(x) \leq f(x)$ donne $x \geq \frac{50}{3}$; donc à partir de 17 voyages.

14 page 173

1. 1. $\frac{OB}{OA} = \frac{OD}{OC}$ d'où $OB = 12$ d'où $AB = 7,5$.
 2. $\frac{AB}{DC} = \frac{OA}{OD}$ d'où $AB = 5,4$.
 3. $\frac{OB}{OA} = \frac{BC}{AD}$ d'où $OB = 4,2$ d'où $AB = 7,2$.

2 1. $\frac{OA}{OC} = \frac{AB}{CD}$ donc $\frac{x}{x+2} = \frac{2,5}{4}$

donc $4x = 2,5(x+2)$ d'où $x = \frac{10}{3}$.

2. De même, $= \frac{y}{y+2,5} = \frac{2,5}{4}$

donc $4y = 2,5(y+2,5)$; d'où $y = \frac{25}{6}$.

3 $\frac{AB}{AL} = \frac{AC}{AK}$ donc $LB = 4,5$.

$\frac{GD}{AB} = \frac{CD}{CA}$ d'où $GD = 6$.

$\frac{DE}{DH} = \frac{DF}{DG}$ d'où $HE = \frac{10}{3}$.

4 Aire(ABC) = $\frac{AB \times BC}{2}$ d'où $BC = \frac{2 \times 3,75}{3} = 2,5$ cm.

$\frac{AD}{AB} = \frac{DE}{BC}$ d'où $AD = \frac{5 \times 3}{2,5} = 6$ cm et Aire(ADE) = 15 cm².

5 $\frac{TO_1}{TO_2} = \frac{LO_1}{SO_2}$ donc $TO_1 = \frac{3\,500 \times 150 \times 10^6}{1\,400\,000} = 375\,000$ km.

15 page 175

1 $\frac{AB}{CD} = 0,6$ et $\frac{OB}{OD} = 0,6$, donc (AB) // (CD).

2 $\frac{AB}{CD} \approx 1,777$ et $\frac{OA}{OC} = 1,78$, donc (AB) // (CD).

3 $\frac{AB}{CD} = \frac{4}{9}$ et $\frac{OA}{OD} = \frac{6}{13,5} = \frac{4}{9}$, donc (AB) // (CD).

2 $\frac{AB}{AC} = \frac{AD}{AE} = 0,4$ mais les points A, B, C ne sont pas alignés dans le même ordre que A, D, E: on ne peut donc pas en déduire que (BD) // (CE).

3 $\frac{IC}{IA} = 1,8$ et $\frac{DC}{AB} = 1,8125$, donc (AB) et (CD) ne sont pas parallèles, donc (CD) n'est pas perpendiculaire à (BC) et le triangle BCD n'est pas rectangle.

4 1. $AG = \frac{AC \times AF}{AB} = 5,4$; $FG = 2,4$.

2. $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AF} = \frac{7}{5}$, donc (ED) // (BF).

5 1. $AC = \sqrt{29}$ (Pythagore), donc $AC \approx 5,4 \approx 5,39$.

2. a. Si (BC) // (IJ), alors $\frac{AJ}{AC} = \frac{AI}{AB}$. Donc $AC = \frac{AJ \times AB}{AI} = \frac{16}{3}$.

b. $\frac{16}{3} \uparrow \sqrt{29}$ ($\frac{16}{3} \in \mathbb{Q}$, $\sqrt{29} \notin \mathbb{Q}$).

c. Donc (BC) et (IJ) ne sont pas parallèles.

16 page 177

x	sin x	cos x	tan x
47°	0,731	0,682	1,072
58,3°	0,851	0,525	1,619
77,1°	0,975	0,224	4,366
79,3°	0,983	0,186	5,312

AB	AC	BC	B	C
6	8	10	53,1°	36,9°
10	17,3	20	60°	30°
5	6	7,8	50°	40°
3,6	10	10,6	70°	20°
8	8	11,3	45°	45°

3 $AB^2 = AH^2 + BH^2$, donc $AB = 8$ cm;

$\tan \widehat{ABH} = \frac{4,8}{6,4}$, donc $\widehat{ABH} \approx 37^\circ$ d'où $\widehat{ACH} \approx 53^\circ$

$HC = \frac{AH}{\tan \widehat{C}} \approx 3,6$ cm; $AC = \frac{AH}{\sin \widehat{C}} \approx 6$ cm.

4 1. $\sin \widehat{B} = \cos \widehat{C} = \frac{AC}{BC}$. 2. $\sin \widehat{B} = \frac{AH}{AB}$. 3. $\cos \widehat{C} = \frac{AC}{BC}$.

4. Donc $\frac{AH}{AB} = \frac{AC}{BC}$, donc $AB \times AC = AH \times BC$.

5 1. $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ donc $\cos^2 x = 1 - 0,36 = 0,64$; x est un angle aigu, donc $\cos x = 0,8$ et $\tan x = \frac{0,6}{0,8} = 0,75$.

2. $\sin^2 x = 1 - \frac{1}{2} = \frac{3}{4}$; x est un angle aigu, donc $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$

et $\tan x = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{2}{1} = \sqrt{3}$.

3. On aurait alors $\cos^2 x + \sin^2 x = 0,5^2 + 0,5^2 = 0,5$ ce qui est impossible car on a toujours: $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$.

4. $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$ donne $4 \sin^2 x + \sin^2 x = 1$ donc

$\sin^2 x = \frac{1}{5}$ et $\sin x = \frac{\sqrt{5}}{5}$ car x est un angle aigu. Donc:

$\cos x = \frac{2\sqrt{5}}{5}$; $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{\sin x}{2\sin x} = \frac{1}{2}$.

5. $(\cos x + \sin x)^2 + (\cos x - \sin x)^2 = 2$.

6 1. $\tan x = \frac{12}{100} = 0,12$, d'où $x \approx 6,8^\circ$.

2. $\sin x = \frac{1,8}{12}$ d'où $x \approx 8,6^\circ$; $\tan x \approx 0,15$, soit 15 %.

7 M est équidistant de E, F, G, donc EFG est rectangle en E. On a $\tan 34^\circ = \frac{3}{GE}$ donc $GE = \frac{3}{\tan 34^\circ} \approx 4,4$ cm.

17 page 179

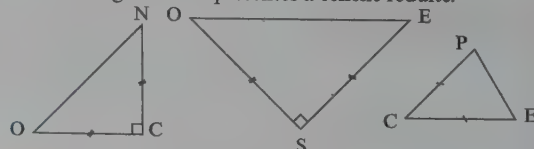
1 Vrai : 2.; 6.; 8.; 9.

2 1. a. $\mathcal{P}$ est tangent à $\mathcal{S}$, donc $\mathcal{C}$ est réduit au point O'.

b. $\mathcal{C}$ est un grand cercle. 2. $R^2 = OO'^2 + O'A^2$. D'où $O'A = 40$ cm; et périmètre $\approx 251,2$ cm. 3. $R^2 = OO'^2 + O'A^2$, donc $R \approx 22,4$ cm.

3 1. CNO isocèle rectangle en C; ESO isocèle rectangle en S; ECP isocèle en C. 2. $\widehat{CPE}$ mesure $\frac{180-45}{2} = 67,5^\circ$.

3. Les triangles sont représentés à échelle réduite.



4 $125,6 = 2 \times \pi \times R$ (rayon du bocal).

D'où $R = \frac{125,6}{2 \times \pi} \approx 20$ cm et $h = 20 + 10 = 30$ cm.

$$\frac{d^2}{2} + 10^2 = R^2 \text{ d'où } d \approx 34,6 \text{ cm.}$$

5 1. Équateur = $2 \times \pi \times 6370 \approx 40\,004 \text{ km}$.

2. P : 0° N 110° E ; Q : 0° N 0° E ; R : 50° S 30° O.

3. $OM^2 = OO'^2 + O'M^2$, d'où $O'M = \sqrt{6\,370^2 - 2\,540^2} \approx 5\,840 \text{ km}$;
longueur = $2 \times \pi \times O'M \approx 36\,675 \text{ km}$.

4. $\widehat{QOM} = \widehat{OMO}$ car $(QO) \parallel (MO')$.

$\sin \widehat{OMO} = \frac{2\,540}{6\,370}$ d'où $\widehat{OMO} \approx 23,5^\circ$.

18 page 181

1 1. Théorème de Pythagore dans le triangle ADC rectangle en D : $AC = 40\sqrt{2} \text{ cm}$ et $AO = 20\sqrt{2} \text{ cm}$.

Dans AOS rectangle en O, on a :

$$AS = \sqrt{SO^2 + AO^2} = \sqrt{35^2 + 800} = 45 \text{ cm.}$$

2. $V_1 = \frac{40 \times 40 \times 35}{3} = \frac{5\,600}{3} \text{ cm}^3 = \frac{53}{6} \text{ L} \approx 19 \text{ L}$.

3. A'B'C'D' est un carré.

4. $A'B' = \frac{3}{5} \times AB = 24 \text{ cm}$ et $SO' = \frac{3}{5} \times SO = 21 \text{ cm}$.

5. $\left(\frac{3}{5}\right)^3$. 6. $V_2 = \left(\frac{3}{5}\right)^3 \times \frac{56}{3}$ donc $V_2 = 4,032 \text{ L}$.

2 1. $OA = \sqrt{SA^2 - SO^2} = \sqrt{160^2 - 128^2} \approx 96 \text{ mm}$.

$$V = \frac{\pi \times 96^2 \times 128}{3} \approx 1\,234\,698,24 \text{ mm}^3 \approx 1\,234,7 \text{ cm}^3.$$

2. a. La section est un cercle. b. Rapport de réduction :

$$\frac{72}{128} = \frac{9}{16} ; V' = V \times \left(\frac{9}{16}\right)^3 \approx 219,8 \text{ cm}^3.$$

3 1. $180\pi \text{ cm}^3$. 2. L'aire de la base du cône est $36\pi \text{ cm}^2$.

k est tel que $36\pi \times k^2 = 4\pi$ et $k > 0$, donc $k = \frac{1}{3}$.

$$V' = 180\pi \times \left(\frac{1}{3}\right)^3 = \frac{20}{3}\pi \text{ cm}^3 \text{ soit environ } 21 \text{ cm}^3.$$

4 1. a. $d = \frac{21}{3} = 7 \text{ cm}$. b. $\ell = 14 \text{ cm}$. c. $e = 7 \text{ cm}$.

2. a. $21 \times 14 \times 7 = 2\,058 \text{ cm}^3$. b. $6 \times \frac{4}{3} \times \pi \times 3,5^3 \approx 1\,077 \text{ cm}^3$.

3. $r = \sqrt{2R^2} - R \approx 1,4 \text{ cm}$. Volume $\approx 11,5 \text{ cm}^3$.

4. $S \approx 6 \times 154 = 924 \text{ cm}^2$.

19 page 183

1 a. Faux. b. Vrai. c. Faux. d. Faux. e. Faux.

2 a. Vrai. b. Vrai. c. Faux. d. Vrai. e. Vrai.

3 1. I milieu de [AC] et J milieu de [AB], donc $IJ = \frac{1}{2}BC$

(propriété des milieux). C milieu de [BC], donc $KB = \frac{1}{2}BC$.

D'où $IJ = KB$. De même, $AI = JK$. Comme $AJ = JB$, les triangles AIJ et JKB sont égaux (cas 3).

2. On démontre de même que les triangles AIJ et ICK d'une part, et AIJ et IJK d'autre part, sont égaux. Donc :
 $\text{Aire}(AIJ) = \text{Aire}(JKB) = \text{Aire}(IJK) = \text{Aire}(ICK)$, et
 $\text{Aire}(ABC) = 4 \times \text{Aire}(IJK)$.

3. a. Symétrie d'axe (IJ). b. Translation qui transforme A en I. c. Translation qui transforme A en J.

4. La symétrie et les translations conservent les aires, donc :
 $\text{Aire}(AIJ) = \text{Aire}(JKB) = \text{Aire}(IJK) = \text{Aire}(ICK)$.

4 1. ABC est un triangle isocèle en A donc $\widehat{ACB} = \widehat{ABC}$
c'est-à-dire $\widehat{MCB} = \widehat{KBC}$ et $MC = \frac{AC}{2} = \frac{AB}{2} = KB$.

Donc les triangles MBC et KBC sont égaux (cas 1).

2. Les triangles MBC et KBC sont égaux, donc $CK = BM$.

5 1. $\widehat{AOD} = \widehat{BOC}$, $OA = OC$ et $OB = OD$.

Donc les triangles OCB et OAD sont égaux (cas 1).

2. $\widehat{OBE} = \widehat{ODE}$ et $BE = ED$ (OCB et OAD égaux) ;

$\widehat{AEB} = \widehat{CED}$ (opposés par le sommet).

Donc les triangles EAB et ESD sont égaux (cas 2).

3. $EB = ED$, $\widehat{OBE} = \widehat{ODE}$ et $OB = OD$.

Donc les deux triangles OEB et OED sont égaux (cas 1).

4. $\widehat{BOE} = \widehat{EOD}$, donc (OE) est la bissectrice de $\widehat{xOy}$.

5. Placer deux points A et B sur [Ox] et deux points C et D sur [Oy] tels que $OA = OC$ et $OB = OD$.

On note E le point d'intersection de (BC) et (AD).

Alors (OE) est la bissectrice de $\widehat{xOy}$.

6 On a : $\text{Aire}(A'B'C') = \text{Aire}(ABC)$ car A'B'C' est l'image de ABC par une rotation et la rotation conserve les aires. On a : $\text{Aire}(MNP) = 4 \times \text{Aire}(A'B'C')$ car MNP est l'image de A'B'C' par une homothétie de rapport 2.

D'où : $\text{Aire}(MNP) = 4 \times \text{Aire}(ABC)$.

20 page 185

1 a. Vrai. b. Faux. c. Faux.

d. Vrai.

2 a. Vrai. b. Faux. c. Faux.

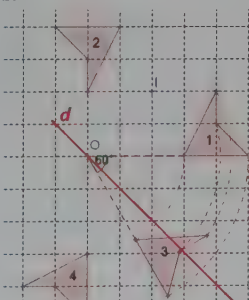
d. Vrai.

3 1. Figure 5.

2. Non car on ne peut pas construire de parallélogramme prenant respectivement appui sur les points de la figure 1 et d'une autre figure.

4 1. a. La figure 3 est l'image de la figure 1 par une rotation de centre O et d'angle 60° .

b.

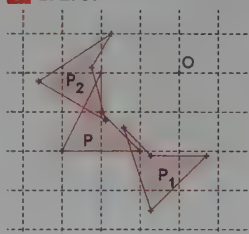


2. La figure 2 est l'image de la figure 1 par une rotation de centre I et d'angle 180° .

3. La symétrie de centre I.

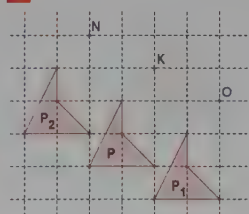
4. La symétrie axiale d'axe d.

5 1. 2. 3.



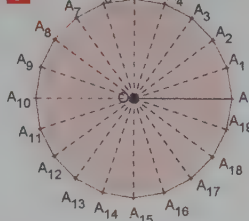
4. La rotation de centre O et d'angle 75° dans le sens négatif.

6 1. 2. 3.

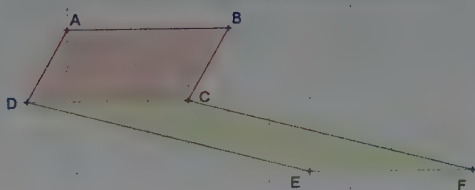


4. La translation qui transforme O en N.

7



8 1.



2. ABCD est un parallélogramme, donc B est l'image de A par la translation qui transforme D en C.
CDEF est un parallélogramme, donc F est l'image de E par la translation qui transforme D en C.
Donc ABFE est un parallélogramme et ABEF est un parallélogramme croisé.

21 page 187

1 a. Faux. b. Vrai. c. Faux. d. Faux. e. Vrai. f. Faux.

2 1. L'homothétie de centre O et de rapport 2.

2. Aire(OA'M') = 4 × Aire(OAM).

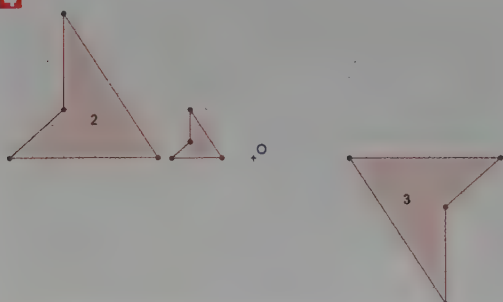
3. Périmètre(OA'M') = 2 × Périmètre(OAM).

3 1. L'homothétie de centre O et de rapport -2.

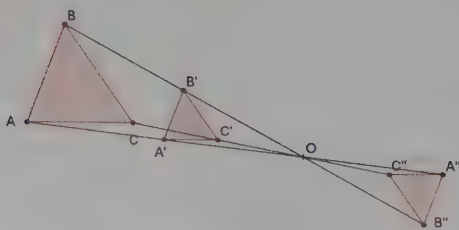
2. Aire(OA'M') = 4 × Aire(OAM).

3. Périmètre(OA'M') = 2 × Périmètre(OAM).

4



5 1. 2. 3.



4. L'homothétie de centre O et de rapport -1.

5. La symétrie de centre O.

6. a. b. Aire(A'B'C') = Aire(A''B''C'')

$$= \frac{1}{4} \text{Aire}(ABC) = 1,125 \text{ cm}^2.$$

22 page 189

1 1. A = 2 et B = 8.

2. Échanger la valeur de A et celle de B.

2 Entrer une valeur pour la variable A.

3 Affiche l'aire d'un disque dont on a saisi le diamètre.

4 Saisir A

Saisir B

Saisir C

P prend la valeur A × B × C

Afficher P

5 x = 3.

6 1. 10 et 6. 2. -2. 3. Oui, avec $-\frac{7}{2}$.

4. Choisir un nombre de départ

Ajouter 2

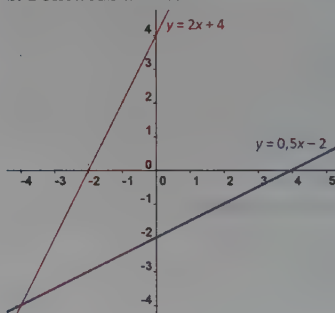
Diviser le résultat par 2

Enlever 3 au résultat précédent

Afficher le résultat final

5. a. Avec A : y = 2x + 4. Avec B : y = $\frac{1}{2}x - 2$.

b. Fonctions affines. c.



7 1. $q = \frac{29}{9}$.

2. Il y a un message d'erreur car $-4 + 4 = 0$ et il est impossible de diviser par 0.

$$3. \frac{(n+1) \times (n+1) - (n+2)}{n+4} = \frac{n^2 + 2n + 1 - n - 2}{n+4} = \frac{n^2 + n - 1}{n+4}.$$

8 1. Par exemple : N = 1 et S = 5 120 ; N = 2 et S = 5 200 ; N = 3 et S = 5 400 ; etc., jusqu'à ce que la valeur de S soit supérieure ou égale à 6 500. 2. Non. En effet, au maximum : A = 200 ; donc en 6 étapes, S = 5 000 + 6 × 200 = 6 200 au maximum et 6 200 < 6 500. 3. En 7 étapes, S = 5 000 + 7 × 200 = 6 400 au maximum et 6 400 < 6 500. En 8 étapes, S = 5 000 + 8 × 200 = 6 600 au maximum et 6 600 > 6 500. Donc N = 8 au minimum. 4. Paul a un projet d'achat d'une moto dont le prix est 6 500 €. Il dispose déjà de S = 5 000 € sur son compte épargne. Chaque trimestre, il y dépose entre 100 et 200 € (A). Donc Paul pourra acheter la moto dans 8 trimestres, soit 2 ans minimum (et dans 15 trimestres, soit 5 ans au maximum !).



N° projet : 10264302
Dépôt légal : mars 2019
Imprimé en Italie
par BONA en mars 2020

© Bordas/SEJER, Paris, avril 2019 – ISBN 978-204-735772-9
Création maquette : Dimitri Maj et Josiane Sayaphoum
Création couverture : Cécile Gallou, Delphine Guéchet
Mise en page : Ma petite FaB – Laurent Grolleau



Les années de collège

Maths

6^e 5^e 4^e 3^e

Pour accompagner votre enfant efficacement dans sa scolarité

Cet ouvrage, rédigé par une équipe de professeurs de collège, vous propose une approche simple en trois temps :

COURS

l'essentiel
de la leçon

MÉTHODE

un savoir-faire
expliqué pas à pas

EXOS

un entraînement varié
et progressif

+ Tous les **corrigés** à la fin du livre

+ Des compléments gratuits sur www.annee-de.fr

La collection **L'année de** existe pour tous les niveaux de la maternelle à la terminale.

Pour aller plus loin, découvrez également

bordas soutien scolaire

Le site de révisions 100% numérique

30 000 ressources interactives de la 6^e à la 3^e
pour progresser à son rythme :

- 1 500 fiches de cours
- 27 000 exercices autocorrectifs
- 300 vidéos et animations



*Offre non cumulable et valable une seule fois sur le site soutien.editions-bordas.fr pour tout achat d'un abonnement à la formule Réussite (1 €).

bordas
www.editions-bordas.fr



ISBN 978-2-04-



9 782047 35

15,99 €

PRIX FRANCE

Illustration de couverture : Clod