

Mémo 6^e

L'ESSENTIEL

Maths

> **Rappels de cours**

L'essentiel à retenir

> **Méthode**

Exercices types commentés et conseils de résolution

> **Exercices corrigés**

360 exercices pour s'entraîner

BORDAS



Digitized by the Internet Archive
in 2021 with funding from
Kahle/Austin Foundation

Mémo 6^e

L'ESSENTIEL

Maths

Simone Such

Professeur de mathématiques

BORDAS

Mémo 6^e Maths

Mode d'emploi



Indique le début de chaque chapitre.



Renvoie à une notion déjà traitée.



Renvoie à une notion traitée ultérieurement.



Annonce une remarque.



Résume l'essentiel. Notions à retenir.

ENREG.

Définition

Précise une définition.

Méthode

Rappelle un point de méthode.

INTRODUCTION

Pour réussir en mathématiques une seule solution : d'abord bien comprendre son cours et faire des exercices.

Partant de ce principe, cet ouvrage vous y aidera en traitant chaque point du programme de 6^e en trois temps :

- ce qu'il faut savoir : **synthèse de cours**
Définitions, propriétés, résultats...
- ce qu'il faut savoir faire : **méthode**
Conseils de résolution d'un exercice
- ce qu'il faut faire : **exercices types**
Exercices et problèmes corrigés

Un entraînement efficace pour acquérir les bons réflexes et réussir son année de 6^e en mathématiques.

INTRODUCTION

The purpose of this book is to provide a comprehensive overview of the current state of research in the field of [topic].

The book is organized into several chapters, each focusing on a different aspect of the field.

The first chapter, [chapter title], provides a historical perspective on the field.

The second chapter, [chapter title], discusses the theoretical foundations of the field.

The third chapter, [chapter title], examines the empirical evidence for the field.

The fourth chapter, [chapter title], explores the practical applications of the field.

The fifth chapter, [chapter title], discusses the future of the field.

The book is intended for a wide audience of researchers and practitioners in the field.

1

LES NOMBRES ENTIERS. LES FRACTIONS

COURS

- Écriture des nombres entiers
- Addition des nombres entiers
- Soustraction des nombres entiers
- Multiplication des nombres entiers
- Division des nombres entiers
- Fraction d'un nombre, fraction d'une grandeur

MÉTHODE

- Effectuer une division
- Transformer l'écriture d'une fraction

EXERCICES

- Écriture des nombres entiers
- Addition et soustraction des nombres entiers
- Multiplication des nombres entiers
- Division des nombres entiers
- Fractions
- Corrigés

1

LES NOMBRES ENTIERS. LES FRACTIONS



Écriture des nombres entiers

Pour écrire les nombres avec des mots, nous utilisons des lettres.
Pour écrire les nombres en chiffres, nous utilisons des chiffres.



Attention de ne pas confondre chiffres et nombres !

Écriture en lettres

Rappel de quelques règles d'orthographe :

Les mots « cent » et « vingt » prennent un « -s » au pluriel lorsqu'ils ne sont pas suivis d'un autre nombre.

Le mot « mille » est invariable.

Les mots « milliard » et « million » prennent un « -s » au pluriel.

Écriture en chiffres



ENREG.

Notre système de numération est le système décimal. Il est de base dix ; pour écrire les nombres on dispose de **dix chiffres** :

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

Dix unités forment une dizaine ; dix dizaines forment une centaine...

De droite à gauche, les unités sont regroupées par **classes**, chacune constituée des **unités**, **dizaines** et **centaines** (voir tableau ci-après).

Exemple

Classe des milliards			Classe des millions			Classe des mille			Classe des unités simples		
C	D	U	C	D	U	C	D	U	C	D	U
								5	2	8	3

5 283 se lit cinq mille deux cent quatre-vingt-trois. On laisse un espace entre les classes.

Dans le nombre 5 283 :

- le **chiffre** des dizaines est 8 ; le **nombre** de dizaines est 528 ;
- le **chiffre** des centaines est 2 ; le **nombre** de centaines est 52.

Addition des nombres entiers

Définition

L'**addition** est l'opération qui à deux ou plusieurs nombres fait correspondre leur somme.

Ajouter un nombre b à un nombre a c'est calculer $a + b$.

Exemple

Soit les nombres 25 et 13 ; leur somme est $25 + 13$; $25 + 13 = 38$.

Vocabulaire

L'écriture $25 + 13$ est une **écriture additive** de la somme de 25 et 13. 25 et 13 sont les **termes** de la **somme** ; « + » est le **signe de l'opération**.

Effectuer une addition, c'est remplacer l'écriture $25 + 13$ par 38. Selon les cas, on effectue l'addition mentalement, ou en posant l'opération ou encore à l'aide d'une calculatrice. Il faut savoir tout faire.

Propriétés

Dans une suite d'additions,

- on peut effectuer les opérations dans n'importe quel ordre, il est souvent intéressant de faire des regroupements pour simplifier les calculs ;

– s'il y a des parenthèses, on commence par effectuer à l'intérieur des parenthèses. On peut aussi supprimer les parenthèses puis effectuer.

Soustraction des nombres entiers

Définitions

Le nombre b étant inférieur au nombre a , la **différence** $(a - b)$ est le nombre qu'il faut ajouter à b pour obtenir a .

La **soustraction** est l'opération qui aux deux nombres a et b fait correspondre leur différence $(a - b)$.

Retrancher un nombre b d'un nombre a c'est caculer $a - b$.

Exemple

Soit les nombres 47 et 24.

Leur différence est $47 - 24$; $47 - 24 = 23$.

23 est le nombre qu'il faut ajouter à 24 pour obtenir 47 ; $24 + 23 = 47$.

Vocabulaire

$47 - 24$ est une **écriture soustractive** de la différence de 47 et 24.

47 et 24 sont les **termes** de la **différence**.

Le **signe de l'opération** (ou opérateur) est « $-$ ».

Effectuer une soustraction, c'est remplacer l'écriture $47 - 24$ par 23. Selon les cas, on effectue la soustraction mentalement, ou en posant l'opération ou encore à l'aide d'une calculatrice. Il faut tout savoir faire.

Propriétés

a, b, c sont trois nombres.

Dans tous les cas où les opérations sont possibles

$$a + (b - c) = (a + b) - c = a + b - c$$

$$a - (b + c) = (a - b) - c = a - b - c$$

$$a - (b - c) = (a - b) + c = a - b + c = a + c - b$$

Technique opératoire (cas d'une retenue)

$$\begin{array}{r} 6817 \\ - 2519 \\ \hline 428 \end{array}$$

- Calcul du chiffre des unités
On ne peut pas retrancher 9 de 7.
On ajoute 10 à 7 et une dizaine à 259 que l'on place à côté de la dizaine.
On retranche alors 9 de 17, $17 - 9 = 8$
On dit souvent « 9 ôté de 17 égale 8 ».
- Calcul du chiffre des dizaines $5 + 1 = 6$;
 $8 - 6 = 2$
- Calcul du chiffre des centaines : $6 - 2 = 4$

LES NOMBRES ENTIERS.
LES FRACTIONS

]] Il est toujours sage de vérifier : $428 + 259 = 687$.

Multiplication des nombres entiers

Définition

La **multiplication** est l'opération qui à deux ou plusieurs nombres fait correspondre leur produit.

Multiplier un nombre b par un nombre a , c'est calculer le produit $a \times b$.

Exemple

Soit les nombres 32 et 3.
Leur produit est 32×3 ; $32 \times 3 = 96$.

Vocabulaire

L'écriture 32×3 est une **écriture multiplicative** du produit de 32 par 3.

32 et 3 sont les **facteurs du produit**.

« $\times$ » est le **signe de l'opération** (ou opératoire).

Effectuer une multiplication, c'est remplacer l'écriture 32×3 par 96.

Selon les cas, on effectue la multiplication mentalement, en posant l'opération ou à l'aide d'une calculatrice. Il faut tout savoir faire.

Multiplier par 10; 100; 1 000 ...



Pour multiplier un nombre entier par 10; 100; 1 000 ... (c'est-à-dire par une puissance de 10), il suffit d'écrire respectivement un, deux, trois... zéros à la droite du nombre.

$$217 \times 10 = 2\,170$$

$$37 \times 100 = 3\,700$$

$$14 \times 1\,000 = 14\,000$$

Propriétés

- Dans une suite de multiplications, on peut effectuer les opérations dans n'importe quel ordre.
- Pour multiplier un nombre par une somme (ou une différence) on le multiplie par chaque terme de la somme (ou de la différence) et on ajoute (ou on retranche) les produits obtenus.

Technique de la multiplication

$$\begin{array}{r} 3\,5\,7 \\ \times 6\,2\,8 \\ \hline 2\,8\,5\,6 \\ + 7\,1\,4\,0 \\ + 2\,1\,4\,2\,0\,0 \\ \hline 2\,2\,4\,1\,9\,6 \end{array}$$

$$\leftarrow 357 \times 8 = 2\,856$$

$$\leftarrow 357 \times 20 = 7\,140 \text{ ou } 357 \times 2 \text{ dizaines}$$

$$\leftarrow 357 \times 600 = 214\,200 \text{ ou } 357 \times 6 \text{ centaines}$$

En pratique, au lieu d'écrire les zéros 0, on décale d'un ou deux rangs, mais on peut aussi les écrire.

Division des nombres entiers

Quotient de deux entiers

Soit deux nombres entiers a et b .

Le **quotient** du premier nombre a par le second b est le nombre q par lequel il faut multiplier b pour obtenir a .

Ce nombre est le quotient de a par b . On écrit $a : b = q$.

Écriture fractionnaire d'un quotient

L'écriture fractionnaire du quotient du nombre a par le nombre b est $\frac{a}{b}$.

$$a : b = \frac{a}{b}$$

Remarque : $b \times \frac{a}{b} = a$; $\frac{a}{b} \times b = a$.

Multiples et diviseurs

Définitions

Soit a et b deux nombres entiers, le nombre b n'étant pas nul.

Le nombre a est un **multiple** du nombre b lorsque a est le produit de b par un nombre entier.

On dit alors que le nombre b est un **diviseur** de a .

Exemple

$84 = 12 \times 7$; 84 est un **multiple** de 12 et aussi de 7 ;

12 et 7 sont des **diviseurs** de 84.

84 est **divisible** par 12 et par 7.

Quotient entier de deux nombres

Premier cas

Le nombre a est un **multiple** de b . Il existe un nombre entier q dont le produit par b est égal à a . Le quotient est un nombre entier.

$$a : b = q ; \quad \frac{a}{b} = q.$$

Exemple

$a = 240$; $b = 12$; 240 est un multiple de 12 : $12 \times 20 = 240$.

Le quotient de 240 par 12 est 20.

On écrit $240 : 12 = 20$ ou $\frac{240}{12} = 20$.

Deuxième cas

Le nombre a n'est pas est un multiple de b , alors a est compris entre deux multiples successifs de b : $b \times q$ et $b(q + 1)$.

$$b \times q < a < b(q + 1)$$

Il y a un reste r , $a = b \times q + r$ avec $r < b$.

Le nombre q est le **quotient entier** à une unité près par défaut (ou quotient entier). On dit aussi le quotient euclidien.

Le nombre $q + 1$ est le quotient entier à une unité près par excès.

Exemple

$$a = 247; b = 12.$$

247 n'est pas un multiple de 12. $12 \times 20 = 240$; $12 \times 21 = 252$.

Il n'existe pas d'entier dont le produit par 12 soit 247.

$$12 \times 20 < 247 < 12 \times 21; 247 = (12 \times 20) + 7 \text{ avec } 7 < 12.$$

Le quotient entier de 247 par 12 est **20** et le reste est 7.

$$247 : 12 = \frac{247}{12}; 20 < \frac{247}{12} < 21.$$

$\frac{247}{12}$ est le quotient exact de 247 par 12; 20 est le quotient entier

approché à une unité près par défaut de 247 par 12.

21 est le quotient entier approché à une unité près par excès.

Caractères de divisibilité

Il existe des règles qui permettent de savoir si un nombre est divisible par 2, 3, 5, 9, 25, sans effectuer de division.

Divisibilité par deux



ENREG.

Un nombre est divisible par 2 lorsque son chiffre des unités est 0, 2, 4, 6 ou 8. On dit qu'il est pair. Les autres sont impairs.

Exemples

64, 86, 40 sont terminés par 4, 6, 0, ils sont divisibles par 2.

Divisibilité par cinq



ENREG.

Un nombre est divisible par 5 lorsque son chiffre des unités est 0 ou 5.

Exemples

60, 75, 895 sont terminés par 0 ou 5, ils sont divisibles par 5.

Divisibilité par trois ou neuf

Un nombre est divisible par 3 (ou 9) lorsque la somme de ses chiffres est divisible par 3 (ou 9).

Exemples

La somme des chiffres de 474 est $4 + 7 + 4$;

$4 + 7 + 4 = 15$; 15 est divisible par 3, donc 474 est divisible par 3.

La somme des chiffres de 765 est $7 + 6 + 5$;

$7 + 6 + 5 = 18$; 18 est divisible par 9; 765 est divisible par 9.

La somme des chiffres de 5 216 est $5 + 2 + 1 + 6$;

$5 + 2 + 1 + 6 = 14$; 5 216 n'est pas divisible par 3.

Fraction d'un nombre, fraction d'une grandeur

Une **fraction** est l'écriture fractionnaire du quotient de deux entiers.

Fraction d'un nombre*Exemple*

$\frac{3}{8}$ est le quotient de 3 par 8; $\frac{3}{8}$ c'est 3 divisé par 8.

Prendre les $\frac{3}{8}$ d'un nombre, c'est le multiplier par $\frac{3}{8}$; c'est-à-dire :

le multiplier par 3 et le diviser par 8.

$$\frac{3}{8} \times 24 = (3 \times 24) : 8 = 72 : 8 = 9;$$

$$\text{autres écritures } \frac{3}{8} \times 24 = \frac{3 \times 24}{8} = \frac{72}{8} = 9;$$

$$\text{ou } \frac{3}{8} \times 24 = (24 : 8) \times 3 = 3 \times 3 = 9.$$

$\frac{3}{8} \times 17 = \frac{3 \times 17}{8} = \frac{51}{8}$; 51 n'est pas divisible par 8, le résultat n'est pas un entier, on garde l'écriture fractionnaire.

Remarques

$$24 \times \frac{3}{8} = \frac{3}{8} \times 24; \quad \frac{3}{8} \times 17 = 17 \times \frac{3}{8}; \quad \frac{3}{8} \times 8 = 3; \quad \frac{3}{8} = 3 \times \frac{1}{8}.$$

Fraction d'une grandeur

Exemples

La partie coloriée en rose représente les $\frac{2}{5}$ ou les $\frac{6}{15}$ de la surface du rectangle.



Les fractions $\frac{2}{5}$ et $\frac{6}{15}$ représentent le même nombre.

La partie coloriée en orange représente les $\frac{4}{15}$ de la surface du rectangle.

MÉTHODE

Effectuer une division

Calculer le quotient et le reste de la division de 409 par 12.

Méthode

• Étape n° 1 : nombre de chiffres du quotient

On cherche à déterminer le nombre de chiffres du quotient

$$12 \times 10 = 120; \quad 12 \times 100 = 1\,200; \quad 120 < 409 < 1\,200;$$

Puisque 409 est compris entre 12×10 et 12×100 , le quotient est compris entre 10 et 100, il a deux chiffres.

• Étape n° 2 : premier chiffre du quotient (ici chiffre des dizaines).

On calcule le quotient entier du nombre de dizaines par 12 en encadrant le nombre des dizaines (40) de 409 entre deux multiples de 12.

$$12 \times 3 < 40 < 12 \times 4; \quad \text{le chiffre des dizaines est } 3.$$

Il reste 4 dizaines ($40 - 12 \times 3 = 4$).

Le reste total est 49 (4 dizaines ajoutées aux 9 unités).

- **Étape n° 3 :** deuxième chiffre du quotient (ici le dernier)

On encadre 49 entre deux multiples de 12.

$12 \times 4 < 49 < 12 \times 5$; le quotient de 49 par 12 est 4.

Le chiffre des unités du quotient est 4.

$49 - 12 \times 4 = 1$. Il reste 1.

Résolution

Le quotient de 409 par 12 est 34 ; le reste est 1.

$$\begin{array}{r|l} 409 & 12 \\ -36 & 34 \\ \hline 49 & \\ -48 & \\ \hline 1 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 409 & 12 \\ 49 & 34 \\ \hline 1 & \end{array}$$

On pose les soustractions On ne pose plus les soustractions

Transformer l'écriture d'une fraction

Énoncé

1. Simplifier les fractions suivantes : **a.** $\frac{6}{15}$; **b.** $\frac{63}{117}$; **c.** $\frac{35}{135}$.

2. Trouver une écriture fractionnaire du quotient $\frac{5}{7}$

a. dont le numérateur est 15 ; **b.** dont le dénominateur est 42.

Méthode

Transformer une écriture fractionnaire d'un quotient, c'est :

- la « simplifier », c'est-à-dire diviser ses deux termes par un même nombre.

On cherche donc si ses deux termes ont un diviseur commun.

Les caractères de divisibilité et les tables de multiplication sont d'un bon secours pour cette recherche. Après les avoir utilisés, on peut chercher des diviseurs comme 11 ; 13 ; 17 ; 19.

- la « compliquer », pour cela on multiplie ses deux termes par un même nombre.

Résolution

1. a. 3 est un diviseur commun à 6 et 15.

$$\frac{6}{15} = \frac{2 \times 3}{5 \times 3} = \frac{2}{5} ; \text{ on a simplifié par 3.}$$

b. $63 = 9 \times 7$ (tables) ; 117 est divisible par 9 ($1 + 1 + 7 = 9$) ;

$117 = 9 \times 13$; 9 est un diviseur commun à 63 et 117.

$$\frac{63}{117} = \frac{9 \times 7}{9 \times 13} = \frac{7}{13} . \text{ On a simplifié par 9.}$$

c. 35 et 135, terminés par 5, sont divisibles par 5 ;

$$\frac{35}{135} = \frac{7 \times 5}{27 \times 5} = \frac{7}{27} .$$

2. a. 15 est un multiple de 5 ; $5 \times 3 = 15$; pour obtenir 15 au numérateur, on multiplie les deux termes par 3.

$$\frac{5}{7} = \frac{5 \times 3}{7 \times 3} = \frac{15}{21} .$$

b. 42 est un multiple de 7 ; $7 \times 6 = 42$; pour obtenir 42 au numérateur, on multiplie les deux termes par 6.

$$\frac{5}{7} = \frac{5 \times 6}{7 \times 6} = \frac{30}{42} .$$

EXERCICES



Écriture des nombres entiers

1 — Recopie et complète chacune des phrases suivantes :

Le chiffre des centaines de 2 675 est ...

Le nombre de centaines de 2 675 est ...

Le nombre de milliers de 342 675 est ...

Le chiffre des unités de mille de 342 675 est ...

Le chiffre des dizaines de mille de 342 675 est ...

2 – Écris en chiffres les nombres suivants :

1. Mille quatre-vingt-dix-neuf.
2. Quatre-vingt-dix-neuf mille trente-sept.
3. Deux millions vingt-huit mille.
4. Quatre milliards deux millions vingt-huit mille sept.

3 – Les nombres suivants sont difficiles à lire car, pour les écrire, on n'a pas respecté la règle de séparation des différentes classes. Applique la règle puis lis les nombres et écris-les en lettres.

123456; 1234567; 12345678; 123456789

4 – Écris en lettres les nombres suivants, après les avoir lus à voix haute :

4 380; 80 200; 800 200; 8 002 000

(corrigés p. 29)

Addition et soustraction des nombres entiers

5 – Pose et effectue les additions suivantes :

$838 + 45$; $1\,838 + 1\,045$; $3\,785 + 378$;

$21\,385 + 4\,603$; $58 + 179 + 268$.

6 – Dans une somme de plusieurs nombres, on peut changer l'ordre des termes, regrouper certains termes, ou remplacer un terme par une somme qui lui soit égale. On peut ainsi éviter parfois de « poser l'addition ». Par exemple :

$125 + 382 + 75 = (125 + 75) + (300 + 82) = 200 + 300 + 82 = 582$.

Calcule sans poser l'opération :

$37 + 76 + 3$; $83 + 192 + 17 + 8$; $186 + 29 + 14$.

7 – Pose et effectue les soustractions suivantes :

$838 - 45$; $808 - 45$; $832 - 45$; $3\,001 - 1\,483$.

8 – Retrouve les chiffres manquants dans chacune des opérations suivantes :

$$\begin{array}{r} 6 \cdot 4 \\ + 125 \\ \hline \cdot 7 \cdot \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \cdot 8 \\ + 1523 \\ \hline \cdot \cdot 7 \cdot \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \cdot 8 \\ - 122 \\ \hline \cdot 7 \cdot \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 30 \cdot 8 \\ - 276 \cdot \\ \hline \cdot 87 \end{array}$$

9 – Effectue chacune des opérations suivantes de deux façons différentes :

$$456 - (21 + 8); \quad 456 + (21 - 8); \quad (456 - 21) - 8; \quad 456 - (21 - 8).$$

1. Effectue en premier les opérations écrites entre parenthèses.

2. Supprime les parenthèses et effectue dans l'ordre d'écriture.

(corrigés p. 29)

Multiplication des nombres entiers

10 – Vérifie que tu connais bien tes tables de multiplication :

×	4	3	6	9	5	7	8
8							
5							
7							
9							
6							
3							

11 – Calcule les produits suivants :

a. 78×6 ; 59×8 ; 7×64 ; 53×9 ; 6×49 ;

b. 345×6 ; 359×4 ; 736×9 ; 5×258 ;

c. $2\,038 \times 7$; $6 \times 4\,607$; $3\,060 \times 5$; $8 \times 6\,007$; $8\,097 \times 7$.

12 – Calcule les produits suivants :

a. 37×10 ; 9×10 ; 50×10 ; 236×10 ;

b. 43×100 ; 56×100 ; 206×100 ; 30×100 ;

c. $37 \times 1\,000$; $20 \times 1\,000$; $402 \times 1\,000$.

13 – 1. Calcule les trois produits suivants :

$$325 \times 2; \quad 325 \times 4; \quad 325 \times 8.$$

2. En remarquant que $325 \times 20 = 325 \times (2 \times 10) = (325 \times 2) \times 10$, calcule 325×20 ;

puis en utilisant la même méthode, calcule 325×400 .

3. En remarquant que $325 \times 28 = (325 \times 20) + (325 \times 8)$, calcule 325×28 .

4. En remarquant que $325 \times (400 + 8) = 325 \times 408$, calcule 325×408 .

14 – 1. Calcule les produits suivants : a. 754×3 ; b. 754×6 .

2. Sans poser d'opérations, en utilisant la même méthode qu'à l'exercice précédent, calcule :

c. 754×30 ; d. 754×60 ; e. 754×300 ; f. $754 \times 6\,000$.

3. On a $754 \times 360 = 754 \times (300 + 60) = 754 \times 300 + 754 \times 60$.

Sans poser de multiplication, mais en posant des additions, calcule :

g. 754×360 ; h. 754×306 ; i. $754 \times 6\,003$.

15 – 1. Calcule les produits suivants :

a. 643×3 ; b. 643×5 ; c. 643×7 .

2. En utilisant la même méthode qu'à l'exercice 13, calcule :

d. 643×50 ; e. 643×70 ; f. 643×300 ; g. 643×700 .

3. Sans poser de multiplication, mais en posant des additions, calcule :

h. 643×307 ; i. 643×703 ; j. 643×375 .

16 – Le produit de plusieurs nombres peut s'effectuer dans n'importe quel ordre. En utilisant cette remarque, effectue sans les poser les multiplications suivantes :

$5 \times 573 \times 2$; $25 \times 22 \times 3 \times 4$; $43 \times 20 \times 5$; $22 \times 7 \times 5$.

17 – Multiplier par 11 mentalement

Pour multiplier par 11, on multiplie par 10 et on ajoute le nombre à ce produit. $(52 \times 11) = 52 \times (10 + 1) = 520 + 52 = 572$.

Si les deux chiffres du nombre ont une somme inférieure à 10 (exemple $5 + 2 = 7$; $7 < 10$), alors le produit est obtenu en intercalant cette somme entre les deux chiffres du nombre. Vérifie cette règle en calculant : 36×11 ; 25×11 ; 43×11 ; 33×11 ; 35×11 ; 27×11 . Vérifie tes résultats avec une calculatrice.

18 – Calcul mental

a. Pour multiplier un nombre par 9, on le multiplie par 10 et on retranche le nombre : $56 \times 9 = 56 \times (10 - 1) = 560 - 56 = 504$.

Calcule ainsi

25×9 ; 34×9 ; 36×9 ; 37×9 ; 82×9 .

b. Pour multiplier un nombre par 99, on le multiplie par 100 et on retranche le nombre.

Calcule ainsi

$$356 \times 99; \quad 245 \times 99; \quad 134 \times 99; \quad 367 \times 99.$$

c. Pour multiplier un nombre par 101, on le multiplie par 100 et on ajoute le nombre.

Calcule ainsi

$$42 \times 101; \quad 34 \times 101; \quad 306 \times 101; \quad 514 \times 101.$$

19 — Pose et effectue les opérations suivantes :

a. 325×29 ; 542×73 ; 658×96 ; 67×859 .

b. $3\,564 \times 67$; 325×408 ; 675×50 ; $32 \times 7\,009$.

c. 468×607 ; 509×594 ; 579×740 ; 506×105 .

(corrigés p. 30)

Problèmes

20 — Pour ouvrir la porte d'entrée de l'immeuble de son amie Laura, Dorothée sait qu'elle doit taper sur le clavier un code de trois chiffres. Elle se rappelle que ces chiffres sont 2, 4 et 8 mais elle a oublié l'ordre dans lequel elle doit les taper !

1. Écris en chiffres toutes les possibilités qui s'offrent à Dorothée.

2. Découragée, elle téléphone à Laura. Pour la taquiner, celle-ci lui donne seulement le renseignement suivant : le chiffre des centaines du nombre obtenu est plus grand que le chiffre des dizaines et le chiffre des dizaines est plus petit que celui des unités ! Combien de nombres reste-t-il alors à essayer pour ouvrir la porte ?

21 — Le capitaine d'un navire a trouvé sur une plage un vieux coffre rouillé et un parchemin sur lequel il déchiffre le message suivant :

Pour ouvrir ce coffre, il faudra découvrir un nombre de 5 chiffres en résolvant l'énigme suivante :

le nombre est composé des chiffres 3, 5, 6, 7 et 8

le chiffre des unités est le double de celui des centaines

le chiffre des unités de mille est pair

le ch.....

À cet endroit, le message devient illisible.

Penses-tu que le capitaine arrivera pourtant à ouvrir le coffre ?
Explique ta réponse.

22 — André a huit ans de plus que Julien. Julien a treize ans. Quel est l'âge d'André?

23 — Simon a deux ans de plus que Camille. Simon a douze ans. Quel est l'âge de Camille?

24 — Un collège comporte deux classes de Sixième. Dans la première, on compte 14 filles et 13 garçons. Dans la seconde, il y a 28 élèves. En tout, il y a 25 garçons.

1. Combien y a-t-il d'élèves de Sixième dans ce collège?

2. Combien y a-t-il de garçons et de filles dans la seconde classe de Sixième?

25 — Léa est partie de Reims en voiture pour aller à Nancy, puis de Nancy, elle est allée à Lyon. Le compteur lui indique qu'elle a parcouru en tout 645 kilomètres. À Lyon, on lui indique que la distance de Lyon à Nancy est de 440 km.

Quelle est la distance de Nancy à Reims?

26 — 1. Calcule : 125×8 .

2. Explique pourquoi, si on sait que le produit $\dots \times 8$ est un nombre qui ne s'écrit qu'avec 3 chiffres, alors on est sûr que $\dots < 125$.

3. Aide-toi de la question précédente
pour retrouver les chiffres manquants
dans l'opération suivante :

$$\begin{array}{r} \cdot \cdot 9 \\ \times \quad 8 \\ \hline \cdot 5 \cdot \end{array}$$

4. Retrouve les chiffres manquants
dans l'opération suivante :

$$\begin{array}{r} \cdot \cdot 9 \\ \times 8 \cdot \cdot \\ \hline \cdot 5 \cdot 0 0 \end{array}$$

27 — Antoine a acheté un cageot de pêches en sachant que certaines de ces pêches sont abîmées. Dans ce cageot, les pêches sont disposées sur 4 rangées de 12 pêches. Il les trie et en retire 5 qui sont abîmées. Combien lui reste-t-il de pêches dans son cageot?

28 — Un fleuriste vend des rosiers et des hortensias.

Un rosier coûte 12 € et un hortensia 5 €.

Il doit livrer 11 plantes et le prix total ne doit pas dépasser 90 €.

Le fleuriste peut-il livrer :

- a. 11 rosiers ?
- b. 11 hortensias ?
- c. 6 rosiers et 5 hortensias ?
- d. 5 rosiers et 6 hortensias ?
- e. Trouve toutes les sortes de livraisons qu'il peut faire.

(corrigés p. 32)

Division des nombres entiers

Quotient de deux entiers

29 – Complète l'égalité : $26 \times 53 = \dots$
 Quel est le quotient de 1 378 par 26 ?

30 – Complète l'égalité : $(36 \times 17) + 12 = \dots$
 Quel est le quotient entier de 624 par 17 ?
 Quel est le quotient entier de 624 par 36 ?

31 – Complète l'égalité $(27 \times 32) + 29 = \dots$
 Quel est le quotient entier de 893 par 32 ?
 Quel est le quotient entier de 893 par 27 ?

32 – On sait que : $(65 \times 16) + 35 = 1\,075$.
 En utilisant cette égalité, trouve le quotient entier de 1 075 par 16.

33 – Calcule le quotient entier par défaut de :
 375 par 8 ; 424 par 13 ; 4 971 par 43 ; 75 571 par 23.
 Pense à vérifier ton résultat en multipliant le diviseur par le quotient obtenu et en ajoutant le reste.

34 – Calcule les quotients entiers par défaut et par excès de :
 751 par 37 ; 4 784 par 23 ; 7 068 par 75 ; 10 065 par 426.
 Pense à effectuer les mêmes vérifications qu'à l'exercice 33.

35 – Complète les divisions suivantes :

a.
$$\begin{array}{r} \cdot 5 \cdot \cdot \cdot \mid 4\,3 \\ 1\,0\,7 \mid 8 \cdot \\ \cdot \cdot \mid \end{array}$$

b.
$$\begin{array}{r} 8 \cdot 6 \cdot \mid 6\,4 \\ \cdot 3 \cdot \mid 1 \cdot \cdot \\ \cdot \cdot 6 \mid \\ 6\,2 \mid \end{array}$$

c.
$$\begin{array}{r} \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \mid 7\,0\,9 \\ 3\,5\,4 \cdot \mid 4 \cdot \cdot \\ 0\,0\,0\,0 \mid \end{array}$$

(corrigés p. 33)

Multiples et diviseurs

36 — Écris la liste des multiples de 17 dans l'ordre croissant, à partir de 17 et jusqu'à 187.

37 — Sans poser aucune multiplication, écris la liste des multiples de 26 jusqu'à 390.

38 — Écris la liste des multiples de 7 compris entre 68 et 150.
En utilisant cette liste et la table de multiplication par 7, trouve un encadrement de chacun des nombres suivants entre deux multiples consécutifs (qui se suivent) de 7 : 23 ; 46 ; 75 ; 131 ; 142.

39 — Trouve un encadrement de chacun des nombres suivants entre deux multiples successifs de 53 :
121 ; 548 ; 1 456 ; 5 301 ; 13 987.

40 — Parmi les nombres suivants, indique ceux qui sont divisibles par 2 ou par 4 :

34 ; 40 ; 76 ; 122 ; 359.
346 ; 355 ; 460 ; 857 ; 9 070.

41 — Parmi les nombres suivants, indique ceux qui sont divisibles par 3 ou par 9 :

47 ; 63 ; 126 ; 487 ; 636.
813 ; 9 012 ; 4 536 ; 8 352 ; 4 069.

42 — Parmi les nombres suivants, indique ceux qui sont divisibles par 5 ou par 10 :

34 ; 45 ; 230 ; 487 ; 610.
85 ; 1 032 ; 4 510 ; 3 025 ; 6 031.

43 — Parmi les nombres suivants, indique ceux qui sont divisibles par 2, 3 ou 6 :

57 ; 78 ; 84 ; 75 ; 38.
221 ; 321 ; 432 ; 638 ; 876.

44 — Détermine le chiffre manquant pour que le nombre $7\ 5\ \cdot\ 1$ soit divisible par 9.

45 — Détermine le chiffre manquant pour que le nombre $7\ 5\ 3\ \cdot$ soit pair et divisible par 3 (il y a plusieurs réponses).

(corrigés p. 35)

Problèmes

46 — Monsieur Paul, fermier en Sologne, a récolté 1 552 œufs qu'il doit ranger par boîtes de 12 pour les vendre à la coopérative. Celle-ci n'accepte que des boîtes pleines.

1. Combien de boîtes pourra-t-il vendre ?

2. Pour les livrer à la coopérative, Monsieur Paul range les boîtes dans des cartons ; il loge au maximum 8 boîtes par carton.

Combien de cartons devra-t-il utiliser ?

47 — Je dispose de 120 euros pour m'acheter des livres qui valent 9 euros chacun.

1. Combien puis-je m'en acheter ?

2. Je décide d'en acheter 8. Combien me reste-t-il ?

3. J'achète alors 3 disques compacts. Il me reste 6 euros. Quel est le prix d'un disque compact ?

48 — Les tarifs d'abonnement à un journal sont :

57 € pour 3 mois ; 111 € pour 6 mois ; 201 € pour 12 mois.

Quel est le prix de revient, par mois, de chaque type d'abonnement ?

49 — Un commerçant achète à un magasin en faillite un lot de 10 pantalons pour 600 €. Il veut les revendre sur un marché en réalisant un bénéfice de 500 €. Combien devra-t-il vendre chaque pantalon pour réaliser ce bénéfice (on suppose qu'il les vend tous) ?

50 — J'ai acheté un lot de 8 raquettes de tennis pour 200 €.

1. À combien me revient chaque raquette ?

2. En les achetant à l'unité je n'aurais pu acheter que 6 raquettes et il me serait resté 20 €. Quel était le prix d'une raquette ?

51 — Un rectangle a la même aire qu'un carré de 42 cm de côté. Sa largeur est de 36 cm. Quelle est sa longueur ?

52 — Détermine les chiffres x et y pour que le nombre $\overline{5\ x\ 4\ y}$ soit divisible par 9 et par 5.

53 — Détermine les chiffres x et y pour que le nombre $\overline{4\ 0\ x\ y}$ soit divisible par 45.

(corrigés p. 36)

Écriture fractionnaire d'un quotient

54 — Pour chacun des quotients suivants, donne son écriture fractionnaire puis effectue la division.

$$42 : 7 ; \quad 48 : 16 ; \quad 510 : 17 ; \quad 121 : 11 ; \quad 1\ 001 : 11.$$

55 — Pour chacune des fractions suivantes :

$$\frac{56}{7} ; \quad \frac{48}{16} ; \quad \frac{35}{9} ; \quad \frac{75}{5} ; \quad \frac{59}{47} ; \quad \frac{18}{53}.$$

calcule le quotient entier (c'est-à-dire à une unité près par défaut).

Est-il exact ou approché? Lorsqu'il est approché, encadre-le entre deux entiers successifs.

56 — 1. Donne le numérateur et le dénominateur de chacune des écritures fractionnaires suivantes :

$$\frac{15}{7} ; \quad \frac{451}{527} ; \quad \frac{348}{27} ; \quad \frac{35}{254} ; \quad \frac{48}{17} ; \quad \frac{157}{43}.$$

2. Parmi les quotients exprimés,

— quels sont ceux qui sont supérieurs à 1 ?

— quels sont ceux qui sont inférieurs à 1 ?

57 — Encadre chacun des quotients suivants entre deux entiers successifs, puis ordonne-les du plus petit au plus grand.

$$\frac{12}{25} ; \quad \frac{56}{17} ; \quad \frac{45}{11} ; \quad \frac{93}{7} ; \quad \frac{536}{43} ; \quad \frac{25}{15} ; \quad \frac{39}{15}.$$

58 — Ordonne les quotients suivants du plus petit au plus grand :

$$\frac{1}{12} ; \quad \frac{7}{12} ; \quad \frac{5}{12} ; \quad \frac{3}{12} ; \quad \frac{21}{12} ; \quad \frac{10}{12}.$$

(corrigés p. 37)

Fractions

Fraction d'un nombre, d'une grandeur

59 — Calcule :

1. $\frac{1}{17}$ de 51 ; $\frac{4}{17}$ de 51 ; $\frac{6}{11}$ de 154 ; $\frac{13}{11}$ de 176.

2. $\frac{7}{12}$ de 24 ; $\frac{8}{15}$ de 17 ; $\frac{6}{21}$ de 35.

60 — Effectue :

$\frac{31}{6} \times 6$; $\frac{41}{13} \times 26$; $\frac{14}{9} \times 18$; $7 \times \frac{15}{14}$; $37 \times \frac{17}{37}$.

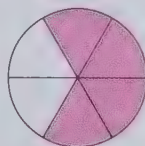
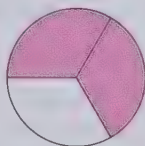
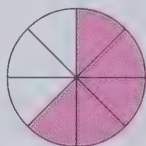
61 — Effectue :

$\left(5 \times \frac{21}{5}\right) \times 3$; $\left(\frac{13}{8} \times 8\right) + \left(5 \times \frac{12}{5}\right)$; $\left(32 \times \frac{53}{16}\right) + \left(35 \times \frac{18}{7}\right)$.

62 — Effectue :

$\frac{1}{14} \times 420$; $\frac{5}{9} \times 324$; $\frac{7}{13} \times 273$; $75 \times \frac{11}{15}$; $111 \times \frac{17}{37}$.

63 — Pour chacune des figures ci-dessous, quelle fraction de la surface du disque représente la partie coloriée ?



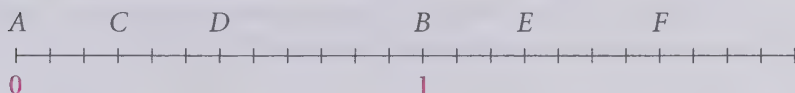
64 — Trace un cercle de 5 cm de rayon, puis deux diamètres perpendiculaires de ce cercle. Colorie les trois quarts du disque.

65 — Trace un carré de 6 cm de côté. Colorie :

1. le quart de sa surface.

2. les $\frac{3}{8}$ de sa surface.

66 – 1. En combien de segments de même longueur a-t-on partagé le segment $[AB]$ ci-dessous ?



2. Quelle fraction de la longueur AB représente chacune des longueurs AC , AD , AE , AF ?

67 – Trace un segment $[AB]$ de 4 cm de longueur.

1. Sur la demi-droite $[AB)$ marque les points I , E , F , G , H , K tels que :

$$AI = \frac{1}{8} AB; \quad AE = \frac{1}{4} AB; \quad AF = \frac{9}{4} AB;$$

$$AG = \frac{7}{8} AB; \quad AH = 5AE; \quad AK = \frac{13}{4} AB.$$

2. Recopie et complète les égalités par le nombre qui convient :

$$IE = \dots AB; \quad FK = \dots AB; \quad AH = \dots AB.$$

68 – Sur un calque trace un segment $[IJ]$ de 7 cm de longueur. À l'aide d'une feuille de papier rayé sur la demi-droite $[IJ)$, marque les points A , B et C tels que : $IA = \frac{1}{3} IJ$; $IB = \frac{3}{5} IJ$; $IC = \frac{5}{6} IJ$.

69 – Quelle fraction de la semaine représentent :
1 jour ? 3 jours ? 7 jours ? 12 jours ?

(corrigés p. 39)

Transformation de l'écriture d'une fraction

70 – Simplifie chacune des fractions suivantes :

$$\frac{4}{12}; \quad \frac{50}{70}; \quad \frac{40}{24}; \quad \frac{169}{13}; \quad \frac{36}{63}.$$

71 – Calcule :

$$1. \frac{8}{9} \times 270. \quad 2. \frac{80}{90} \times 270. \quad 3. \frac{24}{27} \times 270. \quad 4. \frac{72}{81} \times 270.$$

Les résultats obtenus sont égaux. Pourquoi ?

72 – Quelle fraction d'heure représentent :

$$\begin{array}{lll} 30 \text{ minutes ?} & 20 \text{ minutes ?} & 15 \text{ minutes ?} \\ 25 \text{ minutes ?} & 75 \text{ minutes ?} & 100 \text{ minutes ?} \end{array}$$

73 – Quelle fraction de la journée représentent :

1 heure? 2 heures? 16 heures? 36 heures?

Pour chaque réponse, tu peux donner d'abord une fraction de dénominateur 24, puis simplifier cette fraction.

74 – Quelle fraction d'une année (non bissextile) représentent :

1 jour? 1 semaine? 5 jours?

100 jours? 73 jours? 37 jours?

Pour chaque réponse, essaie de simplifier au maximum la fraction obtenue.

75 – Trace un rectangle de 16 cm de longueur et 2 cm de largeur.

1. Colorie les $\frac{3}{8}$ de sa surface.

2. Calcule l'aire du rectangle puis celle de la surface coloriée.

76 – Un terrain, situé au bord de l'eau, est à vendre pour la somme de 775,20 €. Monsieur Pepsi veut en acheter le tiers. Son ami Monsieur Joyeux veut bien acheter la partie restante.

Ils se répartissent le prix équitablement en fonction de la surface.

Combien Monsieur Joyeux va-t-il payer?

77 – Jean a fait les courses pour un pique-nique avec des amis. En tout, ils seront 12. Il a dépensé 180 euros.

Après le pique-nique, il fait les comptes. Jean paie pour 5 personnes, Magali pour 3 personnes et Christophe paie le reste.

Quelle fraction de la dépense totale Magali et Christophe vont-ils chacun rembourser à Jean?

Quelle somme chacun va-t-il lui donner?

78 – Clément a le tiers de l'âge de Sophie. Chantal a les sept quarts de l'âge de Clément.

Sophie a 12 ans. Quels sont les âges de Clément et de Chantal?

(corrigés p. 41)

Écriture des nombres entiers

- 1 –** Le chiffre des centaines de 2 675 est 6.
Le nombre de centaines de 2 675 est 26.
Le nombre de milliers de 342 675 est 342.
Le chiffre des unités de mille de 342 675 est 2.
Le chiffre des dizaines de mille de 342 675 est 4.

- 2 –** 1. 1 099. 2. 99 037. 3. 2 028 000. 4. 4 002 028 007.

JJ Remarque : dans « deux millions vingt-huit mille »,
tu entends : « deux millions » plus « vingt-huit mille » ;
tu écris : 2 000 000 + 28 000, c'est-à-dire 2 028 000.

- 3 –** 123 456 cent vingt-trois mille quatre cent cinquante-six.
1 234 567 un million deux cent trente-quatre mille cinq cent soixante-sept.
12 345 678 douze millions trois cent quarante-cinq mille six cent soixante-dix-huit.
123 456 789 cent vingt-trois millions quatre cent cinquante-six mille sept cent quatre-vingt-neuf.

JJ **4 –** Attention !
« Cent » et « vingt » ne s'accordent que s'ils sont écrits en dernier.
« Mille » ne prend jamais de « s ».
« Million » et « milliard » s'accordent toujours.

En lettres, 4 380 s'écrit : « quatre mille trois cent quatre-vingts ».
80 200 s'écrit « quatre-vingt mille deux cents ».
800 200 s'écrit « huit cent mille deux cents ».
8 002 000 s'écrit « huit millions deux mille ».

Addition et soustraction des nombres entiers

5 –

1	1	1 1 1		2 2
8 3 8	1 8 3 8	3 7 8 5	2 1 3 8 5	5 8
+ 4 5	+ 1 0 4 5	+ 3 7 8	+ 4 6 0 3	+ 1 7 9
8 8 3	2 8 8 3	4 1 6 3	2 5 9 8 8	+ 2 6 8
				5 0 5

6- $37 + 76 + 3 = (37 + 3) + 76 = 40 + 76 = 116$

(on repère que $37 + 3 = 40$);

$83 + 192 + 17 + 8 = (83 + 17) + (192 + 8) = 100 + 200 = 300$

(on repère que $83 + 17 = 100$ et que $192 + 8 = 200$);

$186 + 29 + 14 = (186 + 14) + 29 = 200 + 29 = 229.$

7-

8	13	8
-	① 4	5
7	9	3

8	10	8
-	① 4	5
7	6	3

8	13	12
-	① 41	5
7	8	7

3	10	10	11
-	11	41	81
1	5	1	8

8-

6	5	4
+	1	2
7	7	9

Chiffre des unités de la somme: $4 + 5 = 9$
 Colonne des dizaines: $\bullet + 2 = 7$ d'où $\bullet = 5$
 Chiffre des centaines de la somme: $6 + 1 = 7$

6	4	8
+	1	5
2	1	7

Unités: $8 - 2 = 6$ 3 0 4 8
 Dizaines: $\bullet - 2 = 7$ - 2 7 6 1
 d'où: $\bullet = 9$ 2 8 7

9- 1. $456 - (21 + 8) = 456 - 29 = 427.$

$456 + (21 - 8) = 456 + 13 = 469;$

$(456 - 21) - 8 = 435 - 8 = 427;$

$456 - (21 - 8) = 456 - 13 = 443.$

2. $456 - (21 + 8) = 456 - 21 - 8 = 435 - 8 = 427;$

$456 + (21 - 8) = 456 + 21 - 8 = 477 - 8 = 469;$

$(456 - 21) - 8 = 456 - 21 - 8 = 435 - 8 = 427;$

$456 - (21 - 8) = 456 - 21 + 8 = 435 + 8 = 443.$

JJ Remarque: les écritures $456 - (21 + 8)$; $(456 - 21) - 8$ et $456 - 21 - 8$ désignent le même nombre.

Multiplication des nombres entiers

10 -

×	4	3	6	9	5	7	8
8	32	24	48	72	40	56	64
5	20	15	30	45	25	35	40
7	28	21	42	63	35	49	56
9	36	27	54	81	45	63	72
6	24	18	36	54	30	42	48
3	12	9	18	27	15	21	24

11 — On pose les opérations en multipliant toujours par le nombre à un chiffre.

a. $78 \times 6 = 468$; $59 \times 8 = 472$; $64 \times 7 = 448$; $53 \times 9 = 477$;
 $49 \times 6 = 294$;

b. $345 \times 6 = 2\,070$; $359 \times 4 = 1\,436$; $736 \times 9 = 6\,624$;
 $258 \times 5 = 1\,290$;

c. $2\,038 \times 7 = 14\,266$; $4\,607 \times 6 = 27\,642$; $3\,060 \times 5 = 15\,300$;
 $6\,007 \times 8 = 48\,056$; $8\,097 \times 7 = 56\,679$.

12 — Calcule les produits suivants :

a. $37 \times 10 = 370$; $9 \times 10 = 90$; $50 \times 10 = 500$; $236 \times 10 = 2\,360$.

b. $43 \times 100 = 4\,300$; $56 \times 100 = 5\,600$; $206 \times 100 = 20\,600$;
 $30 \times 100 = 3\,000$.

c. $37 \times 1\,000 = 37\,000$; $20 \times 1\,000 = 20\,000$; $402 \times 1\,000 = 402\,000$.

13 — 1. $325 \times 2 = 650$; $325 \times 4 = 1\,300$ (le double de 650);
 $325 \times 8 = 2\,600$ (le double de 1 300).

2. $325 \times 20 = 6\,500$; $325 \times 400 = 130\,000$.

3. $325 \times (20 + 8) = (325 \times 20) + (325 \times 8) = 6\,500 + 2\,600 = 9\,100$.

4. $325 \times (400 + 8) = (325 \times 400) + (325 \times 8) = 130\,000 + 2\,600 = 132\,600$.

14 — 1. a. $754 \times 3 = 2\,262$; b. $754 \times 6 = 4\,524$ (le double de 2 262).

2. c. $754 \times 30 = 22\,620$; d. $754 \times 60 = 45\,240$;

e. $754 \times 300 = 226\,200$; f. $754 \times 6\,000 = 4\,524\,000$;

3. g. $(754 \times 300) + (754 \times 60) = 226\,200 + 45\,240 = 271\,440$.

h. $(754 \times 300) + (754 \times 6) = 226\,200 + 4\,524 = 230\,724$.

i. $(754 \times 6\,000) + (754 \times 3) = 4\,524\,000 + 2\,262 = 4\,526\,262$.

15 — 1. a. $643 \times 3 = 1\,929$; b. $643 \times 5 = 3\,215$; c. $643 \times 7 = 4\,501$.

2. d. $643 \times 50 = 643 \times 5 \times 10 = 3\,215 \times 10 = 32\,150$.

e. $643 \times 70 = 643 \times 7 \times 10 = 4\,501 \times 10 = 45\,010$.

f. $643 \times 300 = 643 \times 3 \times 100 = 192\,900$.

g. $643 \times 700 = 643 \times 7 \times 100 = 450\,100$.

3. h. $643 \times (300 + 7) = (643 \times 300) + (643 \times 7) = 192\,900 + 4\,501 = 197\,401$.

i. $643 \times (700 + 3) = (643 \times 700) + (643 \times 3) = 450\,100 + 1\,929 = 452\,029$.

j. $(643 \times 300) + (643 \times 70) + (643 \times 5) = 192\,900 + 45\,010 + 3\,215 = 241\,125$.

16 — $5 \times 573 \times 2 = 573 \times 5 \times 2 = 573 \times 10 = 5\,730$;

$25 \times 22 \times 3 \times 4 = 25 \times 4 \times 22 \times 3 = 100 \times 66 = 6\,600$;

$43 \times 20 \times 5 = 43 \times 100 = 4\,300$;

$22 \times 7 \times 5 = 11 \times 2 \times 7 \times 5 = 77 \times 10 = 770$.

17 — $36 \times 11 = 396$; $25 \times 11 = 275$; $43 \times 11 = 473$;
 $33 \times 11 = 363$; $35 \times 11 = 385$; $27 \times 11 = 297$.

18 — a. $25 \times 9 = 250 - 25 = 225$; $34 \times 9 = 340 - 34 = 306$;
 $36 \times 9 = 360 - 36 = 360 - 40 + 4 = 324$;
 $37 \times 9 = 370 - 37 = 370 - 40 + 3 = 333$;
 $82 \times 9 = 820 - 82 = 800 - 62 = 800 - 60 - 2 = 738$.
 b. $356 \times 99 = 35\,600 - 356 = 35\,244$; $245 \times 99 = 24\,500 - 245 = 24\,255$.
 $134 \times 99 = 13\,400 - 134 = 13\,266$; $367 \times 99 = 36\,700 - 367 = 36\,333$.
 c. $42 \times 101 = 4\,200 + 42 = 4\,242$; $34 \times 101 = 3\,400 + 34 = 3\,434$;
 $306 \times 101 = 30\,600 + 306 = 30\,906$; $514 \times 101 = 51\,400 + 514 = 51\,914$.

19 — a. 9 425 ; 39 566 ; 63 168 ; 57 553.
 b. 238 788 ; 132 600 ; 33 750 ; 224 288.
 c. 284 076 ; 302 346 ; 428 460 ; 53 130.

Problèmes

20 — 1. Les possibilités sont : 248, 284, 428, 482, 824, 842.
 2. Le renseignement permet d'éliminer 248, 284, 842 et 482 : il reste deux nombres à essayer pour ouvrir la porte (428 et 824).

21 — Le chiffre des unités est le double d'un autre nombre de la liste : c'est donc 6 et le chiffre des centaines est 3.
 Le chiffre des unités de mille est alors le seul nombre pair restant dans la liste : c'est 8.
 Le code s'écrit donc $\bullet 83 \bullet 6$, et le capitaine n'a aucun renseignement supplémentaire ; cependant, il pourra ouvrir le coffre car il ne reste que deux essais à faire : 58 376 et 78 356.

22 — $13 + 8 = 21$: André a 21 ans.

23 — $12 - 2 = 10$: Camille a 10 ans.

24 — Il y a $(14 + 13)$ élèves dans la première classe.
 Il y a $(14 + 13 + 28)$ élèves de Sixième, soit 55 élèves.
 Il y a $(25 - 13)$ garçons dans la seconde classe, soit 12 garçons.
 Il y a $(28 - 12)$ filles dans la seconde classe, soit 16 filles.

25 — La distance Nancy-Reims est de $(645 - 440)$ km, soit 205 km.

26 – 1. $125 \times 8 = 1\,000$.

2. $\dots \times 8 < 1\,000$ c'est-à-dire $\dots \times 8 < 125 \times 8$, donc : $\dots < 125$.

3. $\dots 9 \times 8$ est un nombre de 3 chiffres, il est inférieur à 1 000.

Donc $\dots 9$ est inférieur à 125.

Le chiffre des centaines est 1 et le chiffre des dizaines est soit 0 soit 1.

On a : $109 \times 8 = 872$ et $119 \times 8 = 952$.

Le chiffre des dizaines du résultat est 5 ; la solution est $119 \times 8 = 952$.

4. Le produit se termine par deux zéros, donc on multiplie par 800.

$\dots 9 \times 800 = \dots 5 \times 100$; $\dots 9 = 119$; $119 \times 800 = 95\,200$.

27 – $(12 \times 4) - 5 = 48 - 5 = 43$. Il lui reste 43 pêches.

28 – a. $12 \times 11 = 132$ et $132 > 90$. Il ne peut pas livrer seulement des rosiers.

b. $5 \times 11 = 55$. Il peut livrer seulement des hortensias.

c. $(12 \times 6) + (5 \times 5) = 72 + 25 = 97$; $97 > 90$. C'est impossible.

d. $(12 \times 5) + (5 \times 6) = 60 + 30 = 90$; $90 = 90$. C'est possible, on atteint exactement la somme.

e. Le prix d'un rosier est supérieur à celui d'un hortensia. Plus on met de rosiers, plus c'est cher. Le fleuriste peut livrer :

- 11 hortensias pour 55 € ;
- 10 hortensias et un rosier pour 62 € ;
- 9 hortensias et 2 rosiers pour 69 € ;
- 8 hortensias et 3 rosiers pour 76 € ;
- 7 hortensias et 4 rosiers pour 83 € ;
- 6 hortensias et 5 rosiers pour 90 €.

Division des nombres entiers

Quotient de deux entiers

29 – $26 \times 53 = 1\,378$.

53 est le nombre dont le produit par 26 est égal à 1 378.

Le quotient de 1 378 par 26 est 53.

30 – $(36 \times 17) + 12 = 624$.

Le quotient de 624 par 17 est 36 ; le reste est 12 ($12 < 17$).

Le quotient de 624 par 36 est 17 ; le reste est 12 ($12 < 36$).

31 — $(27 \times 32) + 29 = 893$.

• Le quotient de 893 par 32 est 27; le reste est 29 ($29 < 32$).

• Le quotient de 893 par 27 n'est pas 32; en effet, $29 > 27$.

Le quotient de 893 par 27 est 33; le reste est 2.

$(29 = 27 + 2; \quad 893 = (27 \times 33) + 2)$.

32 — $35 = (2 \times 16) + 3; \quad 1\,075 = (67 \times 16) + 3$.

Le quotient de 1 075 par 16 est 67 (le reste est 3).

33 — **Résultats:** 46; 32; 115; 3 285.

Voici la dernière division: le nombre de chiffres du quotient est 4 (car $23 \times 1\,000 < 75\,571 < 23 \times 10\,000$).

$\begin{array}{r} 7\,5\,5\,7\,1 \\ - 6\,9 \\ \hline 6\,5 \\ - 4\,6 \\ \hline 1\,9\,7 \\ - 1\,8\,4 \\ \hline 1\,3\,1 \\ - 1\,1\,5 \\ \hline 1\,6 \end{array}$	$\begin{array}{r} 2\,3 \\ \hline 3\,2\,8\,5 \end{array}$	$\begin{array}{l} 3 \times 23 = 69 \\ 2 \times 23 = 46 \\ 8 \times 23 = 184 \\ 5 \times 23 = 115 \end{array}$
--	--	---

Vérification: $(3\,285 \times 23) + 16 = 75\,571$.

34 — **Quotients par défaut:** 20; 208 (208 est le quotient exact; dans ce cas on ne parle pas de quotient par défaut ou par excès); 94; 23.

Quotients par excès: 21; 208 (quotient exact); 95; 24.

Détails du raisonnement pour la deuxième division:

$23 \times 100 < 4\,784 < 23 \times 1\,000$: le nombre de chiffres du quotient est 3.

$\begin{array}{r} 4\,7\,8\,4 \\ - 4\,6 \\ \hline 1\,8\,4 \\ - 1\,8\,4 \\ \hline 0\,0\,0 \end{array}$	$\begin{array}{r} 2\,3 \\ \hline 2\,0\,8 \end{array}$	$\begin{array}{l} 23 \times 2 = 46 \\ 23 \times 8 = 184 \end{array}$
--	---	--

Le quotient est exact. Le reste est nul.

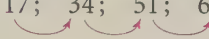
Vérification: $208 \times 23 = 4\,784$.

$\begin{array}{r} 3\,5\,4\,7 \\ 1\,0\,7 \\ 2\,1 \end{array}$	$\begin{array}{r} 4\,3 \\ \hline 8\,2 \end{array}$	$\begin{array}{r} 8\,2 \\ 2\,3\,6 \\ 4\,4\,6 \\ 6\,2 \end{array}$	$\begin{array}{r} 6\,4 \\ \hline 1\,3 \end{array}$	$\begin{array}{r} 3\,1\,9\,0\,5\,0 \\ 3\,5\,4\,5 \\ 0\,0\,0\,0 \end{array}$	$\begin{array}{r} 7\,0\,9 \\ 4\,5\,0 \end{array}$
--	--	---	--	---	---

$(43 \times 8) + 10 = 354$

Le quotient entier de 107 par 43 est 2.

Multiples et diviseurs

36 — 17; 34; 51; 68; 85; 102; 119; 136; 153; 170; 187.

 + 17 + 17 + 17 ...

JJ Avec une calculatrice ayant une touche opérateur constant, tape $\boxed{+}$ 17 $\boxed{OP}$, puis 17 $\boxed{OP}$, $\boxed{OP}$...; tu obtiens la liste des multiples.

37 — 26; 52; 78; 104; 130; 156; 182; 208; 234; 260;

 + 26 + 26 + 26 + 26 286; 312; 338; 364; 390.

38 — 70; 77; 84; 91; 98; 105; 112; 119; 126; 133; 140; 147.
 $21 < 23 < 28$;
 $42 < 46 < 49$;
 $70 < 75 < 77$;
 $126 < 131 < 133$;
 $140 < 142 < 147$.

39 — Selon les cas, on peut:

• procéder comme à l'exercice 38,

$$53 \times 2 = 106 \quad 53 \times 3 = 159 \dots \quad 53 \times 10 = 530 \quad 53 \times 11 = 583$$

donc $53 \times 2 < 121 < 53 \times 3$;

$$53 \times 10 < 548 < 53 \times 11;$$

• utiliser la division: en posant la division de 1 456 par 53, on trouve 27, le reste est 25; tu obtiens: $53 \times 27 < 1\,456 < 53 \times 28$.

Autres réponses:

$$53 \times 100 < 5\,301 < 53 \times 101.$$

$$53 \times 263 < 13\,987 < 53 \times 264.$$

JJ **40** — On peut vérifier que la division « tombe juste » ou bien appliquer le critère de divisibilité par 4:
 Un nombre est divisible par 4 si le nombre formé par le chiffre des dizaines et celui des unités est divisible par 4.

34 (divisible par 2), 40 (divisible par 2 et 4), 76 (divisible par 2 et 4), 122 (divisible par 2).

346 (divisible par 2), 460 (divisible par 2 et 4), 9 070 (divisible par 2).

41 — 63 (divisible par 3 et 9), 126 (divisible par 3 et 9), 636 (divisible par 3). 813 (divisible par 3), 9 012 (divisible par 3), 4 536 (divisible par 3 et 9), 8 352 (divisible par 3 et 9).

42 — Divisibilité par 10

JJ Un nombre est divisible par 10 lorsque son chiffre des unités est 0.

45 (divisible par 5), 230 (divisible par 5 et 10), 610 (divisible par 5 et 10).
85 (divisible par 5), 4 510 (divisible par 5 et 10), 3 025 (divisible par 5).

43 — Divisibilité par 6

JJ Un nombre est divisible par 6 s'il l'est par 2 et 3.

57 (divisible par 3), 78 (divisible par 2, 3, 6), 84 (divisible par 2, 3, 6), 75 (divisible par 3), 38 (divisible par 2).

321 (divisible par 3), 432 (divisible par 2, 3, 6), 638 (divisible par 2), 876 (divisible par 2, 3, 6).

44 — La somme $7 + 5 + \bullet + 1$ doit être un multiple de 9.

$7 + 5 + 1 = 13$; $\bullet < 9$ donc $7 + 5 + 1 + \bullet < 22$.

La somme des chiffres est un multiple de 9 compris entre 13 et 22, c'est 18; le chiffre manquant est 5 ($13 + 5 = 18$).

45 — $7 + 5 + 3 = 15$; le chiffre manquant peut être 0, 3, 6 ou 9 car :

$15 + 0 = 15$; $15 + 3 = 18$; $15 + 6 = 21$; $15 + 9 = 24$.

De plus, le nombre obtenu doit être pair : la réponse est 0 ou 6.

Problèmes

46 — 1. Le quotient de 1 552 par 12 est 129, le reste est 4.

Monsieur Paul pourra remplir 129 boîtes.

2. Le quotient de 129 par 8 est 16, le reste est 1.

Monsieur Paul devra utiliser 17 cartons.

47 — 1. Je peux acheter 13 livres. Le quotient entier de 120 par 9 est 13 ($120 = (9 \times 13) + 3$).

2. Il me reste 48 euros ($120 - (9 \times 8) = 120 - 72 = 48$).

3. Un disque compact vaut 14 euros ($48 - 6 = 42$; $42 : 3 = 14$).

48 — Abonnement 3 mois : prix de revient par mois : 19 € ($57 : 3 = 19$).
 Pour 6 mois : prix de revient par mois : 18,5 € ($111 : 6 = 18,5$).
 Pour 12 mois : prix de revient par mois : 16,75 € ($201 : 12 = 16,75$).

49 — Le lot doit être revendu 1 100 euros ($600 + 500 = 1\,100$)
 $1\,100 : 10 = 110$. Chaque pantalon doit être vendu 110 euros.

50 — 1. Une raquette me revient à 25 euros ($200 : 8 = 25$).
 2. Le prix était de 30 euros. ($200 - 20 = 180$; $180 : 6 = 30$).

51 — L'aire du carré est $1\,764\text{ cm}^2$ ($42 \times 42 = 1\,764$).
 $1\,764 : 36 = 49$; la longueur du rectangle est 49 cm.

52 — Pour que le nombre soit divisible par 5, on peut choisir $y = 0$ ou $y = 5$. La somme $5 + x + 4 + y$ doit être divisible par 9 (pour cela, il suffit que $x + y$ le soit).

Solutions : $y = 0$ et $x = 0$: le nombre est 5 040.

$y = 0$ et $x = 9$: le nombre est 5 940.

$y = 5$ et $x = 4$: le nombre est 5 445.

53 — $\overline{40xy}$ est divisible par 45 s'il est divisible par 5 et par 9.

On doit choisir $y = 0$ ou $y = 5$ pour que $\overline{40xy}$ soit divisible par 5.

Pour que $\overline{40xy}$ soit divisible par 9, il faut que la somme $x + y + 4$ soit divisible par 9.

On trouve : 4 050 ; 4 005 ou 4 095.

Écriture fractionnaire d'un quotient

54 — Le nombre $42 : 7$ est le quotient de 42 par 7.

Son écriture fractionnaire est $\frac{42}{7}$.

$42 = 7 \times 6$, donc $42 : 7 = \frac{42}{7} = 6$.

De même :

$$48 : 16 = \frac{48}{16} = 3;$$

$$510 : 17 = \frac{510}{17} = 30;$$

$$121 : 11 = \frac{121}{11} = 11;$$

$$1\,001 : 11 = \frac{1\,001}{11} = 91.$$

$$55 - 1. \quad \frac{56}{7} = 56 : 7; \quad \frac{48}{16} = 48 : 16; \quad \frac{35}{9} = 35 : 9;$$

$$\frac{75}{5} = 75 : 5; \quad \frac{59}{47} = 59 : 47; \quad \frac{18}{53} = 18 : 53.$$

2. Quotients entiers exacts: $\frac{56}{7} = 8$; $\frac{48}{16} = 3$; $\frac{75}{5} = 75 : 5 = 15$.

Le quotient entier à une unité près par défaut de 35 par 9 est 3, celui de 59 par 47 est 1, celui de 18 par 53 est 0.

$$3 < \frac{35}{9} < 4; \quad 1 < \frac{59}{47} < 2; \quad 0 < \frac{18}{53} < 1.$$

56 - 1.

Fraction	$\frac{15}{7}$	$\frac{451}{527}$	$\frac{348}{27}$	$\frac{35}{254}$	$\frac{48}{17}$	$\frac{157}{43}$
Numérateur	15	451	348	35	48	157
Dénominateur	7	527	27	254	17	43

2. Quotients supérieurs à 1: $\frac{15}{7}$; $\frac{348}{27}$; $\frac{48}{17}$; $\frac{157}{43}$.

Quotients inférieurs à 1: $\frac{451}{527}$; $\frac{35}{254}$.

$$57 - 0 < \frac{12}{25} < 1; \quad 3 < \frac{56}{17} < 4;$$

$$4 < \frac{45}{11} < 5; \quad 13 < \frac{93}{7} < 14;$$

$$12 < \frac{536}{43} < 13; \quad 1 < \frac{25}{15} < 2; \quad 2 < \frac{39}{15} < 3.$$

En utilisant ces encadrements, on obtient:

$$0 < \frac{12}{25} < 1 < \frac{25}{15} < 2 < \frac{39}{15} < 3 < \frac{56}{17} < 4 < \frac{45}{11} < 5 < 12 < \frac{536}{43} < 13 < \frac{93}{7} < 14.$$

On peut donc écrire: $\frac{12}{25} < \frac{25}{15} < \frac{39}{15} < \frac{56}{17} < \frac{45}{11} < \frac{536}{43} < \frac{93}{7}$.

58 - Les quotients par un même nombre 12 sont dans le même ordre que les numérateurs. Il suffit donc d'ordonner les numérateurs.

$$\frac{1}{12} < \frac{3}{12} < \frac{5}{12} < \frac{7}{12} < \frac{10}{12} < \frac{21}{12}.$$

Fractions

Fraction d'un nombre, d'une grandeur

59 – 1. $\frac{1}{17}$ de 51 = $\frac{51}{17} = 3$;

$$\frac{4}{17} \text{ de } 51 = 4 \times \left(\frac{1}{17} \text{ de } 51 \right) = 4 \times 3 = 12;$$

$$\frac{6}{11} \text{ de } 154 = 6 \times \frac{154}{11} = 6 \times 14 = 84;$$

$$\frac{13}{11} \text{ de } 176 = 13 \times \frac{176}{11} = 13 \times \left(\frac{1}{11} \text{ de } 176 \right) = 13 \times 16 = 208.$$

2. $\frac{7}{12}$ de 24 = $7 \times \frac{24}{12} = 7 \times 2 = 14$;

$$\frac{8}{15} \text{ de } 17 = \frac{8 \times 17}{15} = \frac{136}{15};$$

$$\frac{6}{21} \text{ de } 35 = \frac{2}{7} \text{ de } 35 = 2 \times \frac{35}{7} = 2 \times 5 = 10 \text{ ou } \frac{6}{21} \text{ de } 35 = \frac{6 \times 35}{21} = 10.$$

60 – Les calculs peuvent s'effectuer en utilisant les écritures fractionnaires ou la suite de divisions et de multiplications :

$$\frac{31}{6} \times 6 = 31.$$

$$\frac{41}{13} \times 26 = 41 \times \frac{26}{13} = 41 \times 2 = 82 \quad \text{ou} \quad 41 : 13 \times 26 = 82;$$

$$\frac{14}{9} \times 18 = 14 \times \frac{18}{9} = 14 \times 2 = 28 \quad \text{ou} \quad 14 \times 18 : 9 = 28;$$

$$7 \times \frac{15}{14} = \frac{7}{14} \times 15 = \frac{1}{2} \times 15 = \frac{15}{2} \quad \text{ou} \quad 7 \times 15 : 14 = \frac{15}{2};$$

$$37 \times \frac{17}{37} = 17 \quad \text{ou} \quad 37 \times 17 : 37 = 17.$$

61 – $\left(5 \times \frac{21}{5} \right) \times 3 = 21 \times 3 = 63$;

$$\left(\frac{13}{8} \times 8 \right) + \left(5 \times \frac{12}{5} \right) = 13 + 12 = 25;$$

$$\left(32 \times \frac{53}{16} \right) + \left(35 \times \frac{18}{7} \right) = (2 \times 53) + (5 \times 18) = 106 + 90 = 196.$$

$$62 - \frac{1}{14} \times 420 = 420 : 14 = 30;$$

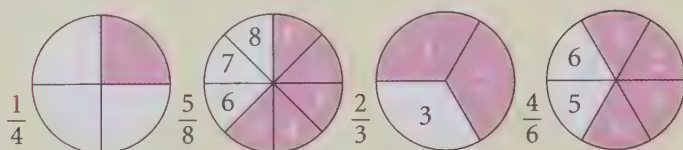
$$\frac{5}{9} \times 324 = 5 \times 324 : 9 = 5 \times 36 = 180;$$

$$\frac{7}{13} \times 273 = 7 \times (273 : 13) = 7 \times 21 = 147;$$

$$75 \times \frac{11}{15} = (75 : 15) \times 11 = 5 \times 11 = 55;$$

$$111 \times \frac{17}{37} = (111 : 37) \times 17 = 3 \times 17 = 51.$$

63 -



64 - Les trois quarts du disque.



65 - 1. Trois exemples :



ou



ou



2. Deux exemples :



ou

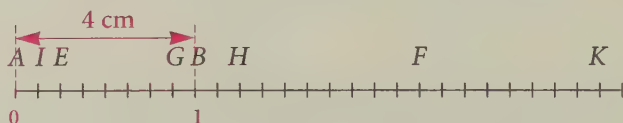


66 - 1. On a partagé le segment $[AB]$ en 12 parties de même longueur.

$$2. AC = \frac{3}{12} AB = \frac{1}{4} AB; \quad AD = \frac{6}{12} AB = \frac{1}{2} AB;$$

$$AE = \frac{15}{12} AB = \frac{5}{4} AB; \quad AF = \frac{19}{12} AB.$$

67 - 1.

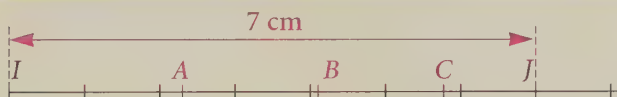
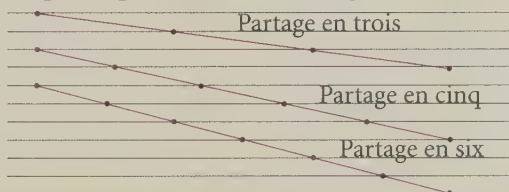


$$2. IE = \frac{1}{8} AB; \quad FK = 1 AB; \quad AH = \frac{10}{8} AB = \frac{5}{4} AB.$$

68 –

Méthode

Utilisation d'une feuille de papier rayé pour partager un segment tracé sur un calque en parties de même longueur.



69 – Les semaines ont 7 jours.

$$1 \text{ jour} = \frac{1}{7} \text{ de semaine};$$

$$3 \text{ jours} = \frac{3}{7} \text{ de semaine};$$

$$7 \text{ jours} = \frac{7}{7} \text{ de semaine} = 1 \text{ semaine}; \quad 12 \text{ jours} = \frac{12}{7} \text{ de semaine}.$$

Transformation de l'écriture d'une fraction

$$\mathbf{70 -} \quad \frac{4}{12} = \frac{4}{4 \times 3} = \frac{1}{3}; \quad \frac{50}{70} = \frac{5 \times 10}{7 \times 10} = \frac{5}{7}; \quad \frac{40}{24} = \frac{5 \times 8}{3 \times 8} = \frac{5}{3};$$

$$\frac{169}{13} = \mathbf{13}; \quad \frac{36}{63} = \frac{9 \times 4}{9 \times 7} = \frac{4}{7}.$$

$$\mathbf{71 - 1.} \quad \frac{8}{9} \times 270 = 8 \times 270 : 9 = 8 \times 30 = 240.$$

$$2. \quad \frac{80}{90} \times 270 = \frac{8}{9} \times 270 = 240 \quad \left(\frac{80}{90} = \frac{8}{9} \right).$$

$$3. \quad \frac{24}{27} \times 270 = \frac{8}{9} \times 270 = 240 \quad \left(\frac{24}{27} = \frac{8 \times 3}{9 \times 3} = \frac{8}{9} \right).$$

$$4. \quad \frac{72}{81} \times 270 = \frac{8}{9} \times 270 = 240 \quad \left(\frac{72}{81} = \frac{9 \times 8}{9 \times 9} = \frac{8}{9} \right).$$

Les quotients $\frac{8}{9}$; $\frac{80}{90}$; $\frac{24}{27}$; $\frac{72}{81}$ sont égaux, donc les résultats sont égaux.

72 – 1 heure = 60 minutes.

$$30 \text{ minutes} = \frac{30}{60} \text{ d'heure} = \frac{1}{2} \text{ heure};$$

$$20 \text{ minutes} = \frac{20}{60} \text{ d'heure} = \frac{1}{3} \text{ d'heure};$$

$$15 \text{ minutes} = \frac{15}{60} \text{ d'heure} = \frac{1}{4} \text{ d'heure};$$

$$25 \text{ minutes} = \frac{25}{60} \text{ d'heure} = \frac{5}{12} \text{ d'heure};$$

$$75 \text{ minutes} = \frac{75}{60} \text{ d'heure} = \frac{5}{4} \text{ d'heure};$$

$$100 \text{ minutes} = \frac{100}{60} \text{ d'heure} = \frac{5}{3} \text{ d'heure}.$$

73 – Une journée a 24 heures.

$$1 \text{ heure} = \frac{1}{24} \text{ de journée}; \quad 2 \text{ heures} = \frac{2}{24} \text{ de journée} = \frac{1}{12} \text{ de journée}.$$

$$16 \text{ heures} = \frac{16}{24} \text{ de journée} = \frac{2}{3} \text{ de journée};$$

$$36 \text{ heures} = \frac{36}{24} \text{ de journée} = \frac{3}{2} \text{ de journée}.$$

74 – Une année non bissextile a 365 jours.

$$1 \text{ jour} = \frac{1}{365} \text{ d'année};$$

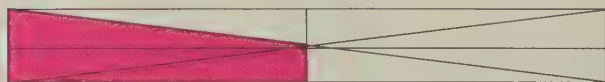
$$1 \text{ semaine} = \frac{7}{365} \text{ d'année};$$

$$5 \text{ jours} = \frac{5}{365} \text{ d'année} = \frac{1}{73} \text{ d'année};$$

$$100 \text{ jours} = \frac{100}{365} \text{ d'année} = \frac{20}{73} \text{ d'année};$$

$$73 \text{ jours} = \frac{73}{365} \text{ d'année} = \frac{1}{5} \text{ d'année}; \quad 37 \text{ jours} = \frac{37}{365} \text{ d'année}.$$

75 – 1. Exemple de solution :



Échelle $\frac{1}{2}$

2. Aire du rectangle : $(16 \times 2) \text{ cm}^2 = 32 \text{ cm}^2$.

Aire de la surface coloriée : $\frac{3}{8}$ de $32 \text{ cm}^2 = 12 \text{ cm}^2$.

76 – Monsieur Pepsi paie $\frac{1}{3}$ de 775,20 €, soit 258,4 €.

Monsieur Joyeux paie le reste : 516,8 € ($775,20 - 258,4$ ou $\frac{2}{3}$ de 775,20)

77 – Jean paie les $\frac{5}{12}$ de 180 euros Magali paie les $\frac{3}{12}$ de 180 euros

Christophe paie les $\frac{4}{12}$ restants.

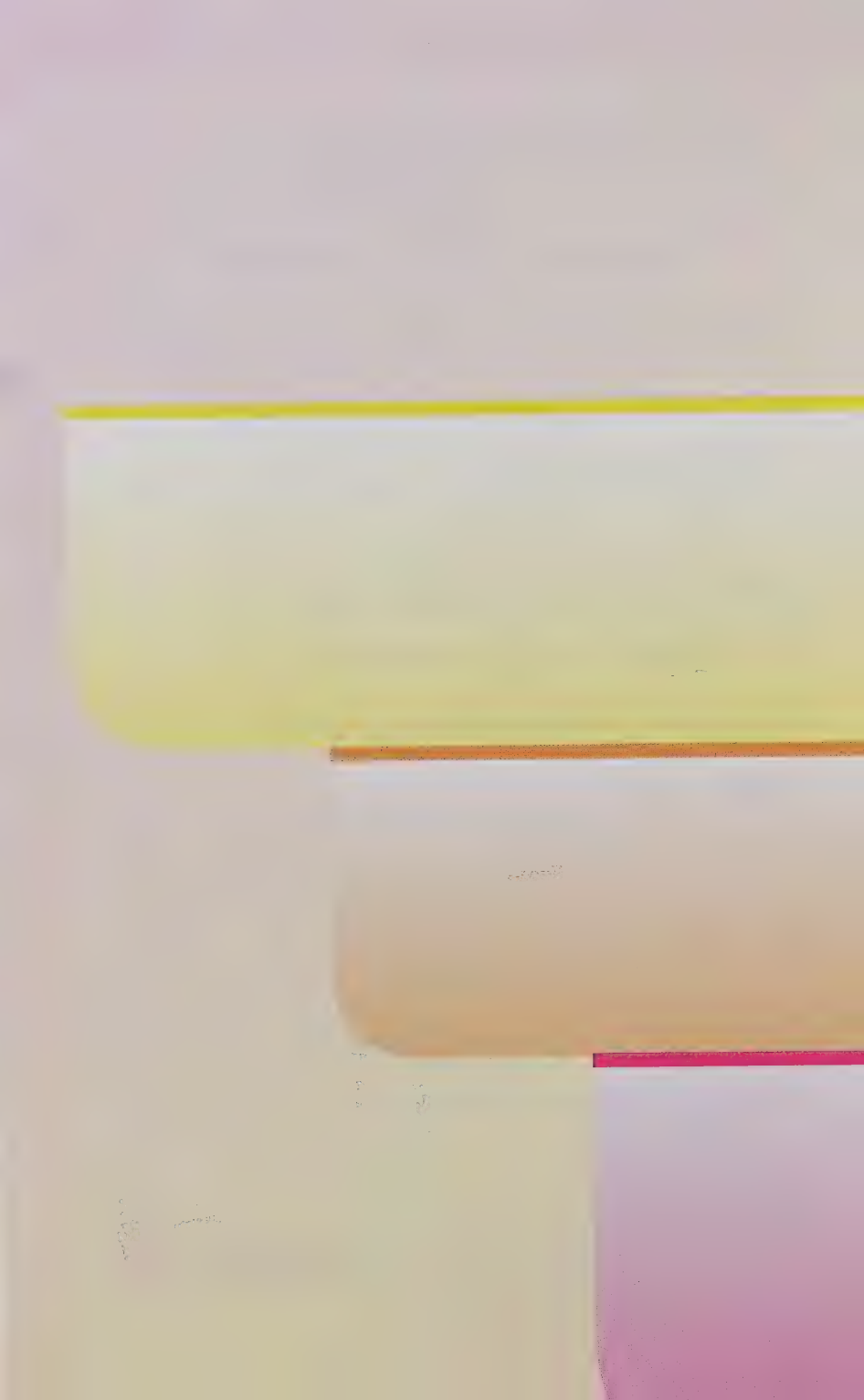
$$\frac{3}{12} \times 180 = 45; \quad \frac{4}{12} \times 180 = 60.$$

Magali donne 45 euros et Christophe 60 euros.

78 – Clément a $\frac{1}{3}$ de 12 ans. Clément a 4 ans.

Chantal a les $\frac{7}{4}$ de l'âge de Clément ; $\frac{7}{4}$ de 4 = 7.

Chantal a 7 ans.



2

LES NOMBRES DÉCIMAUX

COURS

- Fraction décimale, nombre décimal
- Addition et soustraction des nombres décimaux
- Multiplication des nombres décimaux
- Multiplication de deux nombres décimaux
- Quotient de deux décimaux, écriture fractionnaire

MÉTHODE

- Effectuer une multiplication
- Transformer une écriture fractionnaire
- Calculer le quotient d'un décimal par un entier
- Déterminer une valeur approchée

EXERCICES

- Fractions décimales. Nombres décimaux
- Addition et soustraction des nombres décimaux
- Multiplication des nombres décimaux
- Division des nombres décimaux
- Corrigés

2

LES NOMBRES DÉCIMAUX



Fraction décimale, nombre décimal

10 ; 100 ; 1000 ; 10 000 ... sont les puissances de 10.

Une fraction dont le numérateur est un entier et le dénominateur une puissance de 10 s'appelle **fraction décimale**.

$\frac{34}{10}$; $\frac{3\,615}{100}$; $\frac{23}{1\,000}$ sont des fractions décimales.

$\frac{34}{10}$ se lit « 34 dixièmes » ;

$\frac{23}{1\,000}$ se lit « 23 millièmes » ;

$\frac{3\,615}{100}$ se lit « 3 615 centièmes ».

Le nombre représenté par une fraction décimale est un **nombre décimal**.

Pour écrire les nombres décimaux, on utilise une « écriture à virgule » appelée généralement écriture décimale du nombre.

JJ Les nombres entiers sont des nombres décimaux : $(5 = \frac{50}{10})$

Dans l'écriture décimale, comme dans l'écriture des nombres entiers, chaque chiffre représente une unité dix fois plus petite que celle du chiffre situé immédiatement à sa gauche.

Pour écrire les nombres, on peut utiliser le tableau suivant :

Fraction	Centaines	Dizaines	Unités	Dixièmes $\frac{1}{10}$	Centièmes $\frac{1}{100}$	Millièmes $\frac{1}{1\,000}$	Écriture décimale
$\frac{34}{10}$			3	4			3,4
$\frac{37}{100}$				3	7		0,37
$\frac{23}{1\,000}$					2	3	0,023

Les nombres **3,4** ; **0,37** ; **0,023** sont des **nombres décimaux**.

À partir de la fraction décimale, on place le chiffre des unités du numérateur dans la colonne correspondant au dénominateur, puis on place les autres à gauche de ce chiffre en gardant l'ordre. On écrit un seul chiffre par case.

]] Attention : ces règles ne s'appliquent qu'aux fractions décimales qui correspondent à notre base dix. Certaines fractions peuvent être transformées en fractions décimales, mais pas toutes. Tous les quotients d'entiers ne sont pas des nombres décimaux.

Exemple

$$\frac{5}{4} = \frac{5 \times 25}{4 \times 25} = \frac{125}{100} = 1,25 ; \quad \frac{5}{4} \text{ est un nombre décimal.}$$

$\frac{5}{3}$ ne peut pas être écrit sous forme de fraction décimale (il n'existe aucun nombre dont le produit par 3 soit égal à une puissance de 10).

Addition et soustraction des nombres décimaux

Addition des fractions décimales

La somme de deux fractions décimales de même dénominateur est une fraction décimale.

Son dénominateur est le dénominateur commun aux deux fractions.

Son numérateur est la somme des numérateurs des deux fractions.

Exemples

$$\frac{25}{100} + \frac{31}{100} = \frac{25 + 31}{100} = \frac{56}{100} ;$$

$$\frac{37}{100} + \frac{9}{1\,000} = \frac{370}{1\,000} + \frac{9}{1\,000} = \frac{379}{1\,000}.$$

Addition des nombres décimaux

À l'aide des fractions décimales

$$2,84 + 5,413 = \frac{284}{100} + \frac{5\,413}{1\,000} = \frac{2\,840}{1\,000} + \frac{5\,413}{1\,000} = \frac{8\,253}{1\,000} = 8,253.$$

En posant l'opération

On écrit les nombres, en plaçant bien les uns au-dessous des autres les virgules et les chiffres correspondant aux mêmes unités.

$$\begin{array}{r} 2,84 \\ + 5,413 \\ \hline 8,253 \end{array}$$

Soustraction des fractions décimales



ENREG.

La différence de deux fractions décimales de même dénominateur est une fraction décimale.

Son dénominateur est le dénominateur commun aux deux fractions.

Son numérateur est la différence des numérateurs des deux fractions.

Exemples

$$\frac{463}{100} - \frac{217}{100} = \frac{463 - 217}{100} = \frac{246}{100} ;$$

$$\frac{37}{100} - \frac{9}{1\,000} = \frac{370}{1\,000} - \frac{9}{1\,000} = \frac{361}{1\,000}.$$

Soustraction des nombres décimaux

À l'aide des fractions décimales

$$4,63 - 3,9 = \frac{463}{100} - \frac{390}{100} = \frac{73}{100} = 0,73.$$

En posant l'opération

On écrit les nombres, en plaçant bien les uns au-dessous des autres les virgules et les chiffres correspondant aux mêmes unités.

$$\begin{array}{r} 4,63 \\ - 3,9 \\ \hline 0,73 \end{array}$$

Multiplication des nombres décimaux**Multiplication par 10 ; 100 ; 1 000 ; ...**

$$31,045 \times 10 = \frac{31\,045}{1\,000} \times 10 = 31\,045 : 1\,000 \times 10 = \frac{31\,045}{100} = 310,45.$$

$$31,045 \times 100 = 3\,104,5 ; 31,045 \times 1\,000 = 31\,045.$$



ENREG.

Pour multiplier un nombre décimal par 10 ; 100 ; 1 000 ; ... : on décale la virgule de un, deux, trois, ... rangs vers la droite.

Pour pouvoir appliquer la règle, on doit parfois ajouter des zéros inutiles à droite de la partie décimale du nombre.

Division d'un nombre décimal par 0,1 ; 0,01 ; 0,001 ; ...

ENREG.

Diviser un nombre décimal par 0,1 ; 0,01 ; 0,001 ; ... revient à le multiplier par 10 ; 100 ; 1 000.

$$31,045 : 0,1 = 31,045 \times 10 = 310,45.$$

Division par 10 ; 100 ; 1 000 ; ... ; multiplication par 0,1 ou 0,01 ou 0,001...

ENREG.

Pour diviser un nombre décimal par 10 ; 100 ; 1 000 ; ... on décale la virgule de un, deux, trois, ... rangs vers la gauche.

Pour pouvoir appliquer la règle, on doit parfois ajouter des zéros inutiles à gauche de la partie entière du nombre.

$$12,32 : 10 = 1,232 ; 12,32 : 100 = 0,1232 ; 12,32 : 1\,000 = 0,01232$$

$$12,32 : 1\,000 = 0,01232 ; 12,32 : 10\,000 = 0,001232$$



ENREG.

Multiplier un nombre décimal par 0,1 ; 0,01 ; 0,001, ... revient à le diviser par 10 ; 100 ; 1 000.

$$12,32 \times 0,1 = 12,32 : 10 = 1,232 ;$$

$$12,32 \times 0,01 = 12,32 : 100 = 0,1232 .$$

Multiplication de deux nombres décimaux

La définition et les propriétés sont les mêmes que pour les entiers. Avec les nombres décimaux, il est plus difficile de trouver l'opération que l'on doit faire pour résoudre un problème. Pour mieux faire le choix, on peut remplacer les données par des nombres entiers ; une fois l'opération trouvée, on fait les calculs avec les nombres décimaux. Bien entendu sur une copie ou un cahier, on n'écrit que les nombres donnés dans le texte.

Technique opératoire

Avec les fractions décimales



Le produit de deux fractions décimales est une fraction décimale qui a :

- pour numérateur le produit des numérateurs ;
- pour dénominateur le produit des dénominateurs.

$$\frac{37}{10} \times \frac{49}{100} = \frac{37 \times 49}{10 \times 100} = \frac{1\,813}{1\,000} .$$

En écriture décimale



Voir la méthode p. 51.

Quotient de deux décimaux, écriture fractionnaire



Le quotient de deux décimaux a et b est le nombre par lequel il faut multiplier b pour obtenir a .

Écriture fractionnaire d'un quotient

L'écriture fractionnaire du quotient de 45,75 par 3,6 est $\frac{45,75}{3,6}$.

$$45,75 : 3,6 = \frac{45,75}{3,6} ; \quad \frac{45,75}{3,6} \times 3,6 = 45,75 .$$

Transformation de l'écriture

On ne change pas la valeur du quotient en multipliant les deux termes par un même nombre.

Technique opératoire

Pour effectuer la division, on transforme l'écriture fractionnaire d'un quotient pour obtenir un dénominateur entier.

On procède comme pour le quotient de deux entiers mais après avoir calculé le chiffre des unités, on place la virgule.



Voir la méthode p. 53.

MÉTHODE



Effectuer une multiplication

Énoncé

Calculer 1. $43,72 \times 3,8$; 2. $35,6 \times 2,5$; 3. $1,85 \times 3,20$.

Méthode

Le produit de deux décimaux peut se ramener au produit de deux fractions en écriture décimale.

$$43,72 \times 3,8 = \frac{4\,372}{100} \times \frac{38}{10} = \frac{4\,372 \times 38}{100 \times 10} = \frac{4\,372 \times 38}{1\,000}.$$

Pour effectuer le produit de deux décimaux :

- on pose et on multiplie comme s'il n'y avait pas de virgule ;
- on compte le nombre de chiffres après la virgule de chaque facteur ;
- la somme de ces deux nombres est le nombre de chiffres après la virgule du produit.

Résolution

1. On écrit les nombres avec les virgules.

On effectue la multiplication
sans tenir compte de ces virgules

$$4\,372 \times 38 = 166\,136.$$

$$\begin{array}{r} 4\,372 \\ \times \quad 38 \\ \hline 34976 \\ + 13116 \\ \hline 166136 \end{array}$$

43,72 a deux chiffres après la virgule, 3,8 a un chiffre après la virgule, donc le produit a trois chiffres après la virgule.

À la dernière ligne de l'opération, on place la virgule avant le troisième chiffre à partir de la droite. Conclusion : $43,72 \times 3,8 = 166,136$.

2. $35,6 \times 2,5$

Le produit a 2 chiffres après la virgule.

Après l'opération on peut supprimer

les zéros inutiles : $35,6 \times 2,5 = 89,00 = 89$.

$$\begin{array}{r} 35,6 \\ \times \quad 2,5 \\ \hline 1780 \\ + 712 \\ \hline 89,00 \end{array}$$

Attention ! Ne pas supprimer les zéros à droite avant d'avoir déterminé la place de la virgule

3. $1,85 \times 3,20$

Avant de poser l'opération on supprime le zéro inutile. On écrit $3,20 = 3,2$.

Le produit a 3 chiffres après la virgule.

$$1,85 \times 3,2 = 5,920 = 5,92.$$

$$\begin{array}{r} 1,85 \\ \times \quad 3,2 \\ \hline 370 \\ + 555 \\ \hline 5,920 \end{array}$$

Transformer une écriture fractionnaire

Énoncé

Transformer les écritures des quotients suivants pour obtenir une écriture fractionnaire dont le dénominateur soit un entier :

$$\frac{45,75}{3,6} ; \frac{18,5}{0,75}.$$

Méthode

On multiplie les deux termes par une puissance de 10 pour obtenir un dénominateur entier. Si le dénominateur a un seul chiffre après la virgule, on multiplie les deux termes par 10, s'il en a deux, on multiplie par 100...

Résolution

$$\frac{45,75}{3,6} = \frac{45,75 \times 10}{3,6 \times 10} = \frac{457,5}{36}; \quad \text{le dénominateur est entier.}$$

$$\frac{18,5}{0,75} = \frac{18,5 \times 100}{0,75 \times 100} = \frac{1\,850}{75}; \quad \text{les deux termes sont entiers.}$$

Calculer le quotient d'un décimal par un entier

Énoncé

Calculer le quotient de 80,18 par 34.

Méthode

On appelle généralement le premier nombre (80,18) le dividende et le second (34) le diviseur.

- On dispose les calculs comme pour la division des entiers.
- On calcule la partie entière du quotient en effectuant la division de la partie entière du dividende par le diviseur (comme dans la division des entiers).

On place alors la virgule après le chiffre des unités du quotient et on continue la division.

Résolution

$$\begin{array}{r}
 80,18 : 34. \quad \begin{array}{r|l} 80,18 & 34 \\ - 68 & \\ \hline 121 & \\ - 102 & \\ \hline 0198 & \\ - 170 & \\ \hline 028 & \end{array}
 \end{array}$$

La ligne en pointillés marque la position de la virgule.

Le quotient à 0,01 près par défaut de 80,18 par 34 est 2,35. Le reste est 0,28.

Déterminer une valeur approchée

Énoncé

Écrire le quotient de 80,18 par 34 :

1. à une unité près par défaut, par excès et arrondi.
2. à 0,1 près par défaut, par excès et arrondi.
3. à 0,01 près par défaut et par excès.

Méthode

Une **troncature** s'obtient en coupant l'écriture donnée à l'endroit indiqué (on « coupe »)... La troncature donne le quotient par **défaut**.

Pour obtenir la valeur approchée par **excès**, on ajoute 1 au dernier chiffre de droite de la troncature.

Pour obtenir l'**arrondi**, on regarde le premier chiffre après le rang où l'on veut s'arrêter. Si ce chiffre est 0, 1, 2, 3, 4 la valeur arrondie est la valeur par défaut. Si ce chiffre est 5, 6, 7, 8, 9 la valeur arrondie est la valeur par excès.

Résolution

Le quotient de 80,18 par 34 est 2,35...

1. Le quotient entier de 80,18 par 34 est 2.

Le quotient à une unité près par défaut est 2.

Le quotient à une unité près par excès est 3.

Le chiffre qui vient après le 2 est 3, la valeur arrondie est 2.

2. Le quotient à 0,1 près par défaut est 2,3.

Le quotient à 0,1 près par excès est 2,4.

Le chiffre qui vient après 3 est 5, la valeur arrondie au dixième est 2,4.

3. Le quotient par défaut à 0,01 près est 2,35.

Le quotient par excès à 0,01 près est 2,36.

]]

Remarque: avec une calculatrice on utilise les chiffres affichés. En tapant $80,18 \div 34 =$, on obtient 2,358235294.

On voit que le chiffre qui suit le 5 est 8, l'arrondi au centième est 2,36.

EXERCICES

Fractions décimales. Nombres décimaux

1 — Parmi ces fractions, quelles sont les fractions décimales ?

$$\frac{3}{10} ; \quad \frac{9}{30} ; \quad \frac{17}{100} ; \quad \frac{16}{300} ; \quad \frac{56}{70} ; \quad \frac{8\,456}{1\,000}.$$

2 — Parmi les nombres représentés par les fractions de l'exercice précédent, quels sont les nombres décimaux ?

3 — Peut-on écrire chacun des quotients suivants sous la forme d'une fraction décimale ?

$$\frac{17}{34} ; \quad \frac{45}{20} ; \quad \frac{39}{130} ; \quad \frac{56}{21}.$$

4 — Donne l'écriture à virgule de chacun des nombres décimaux suivants :

$$\begin{array}{llll} 1. \frac{38}{10} ; & \frac{206}{10} ; & \frac{135}{100} ; & \frac{7}{10} . \\ 2. \frac{8\,734}{100} ; & \frac{87}{100} ; & \frac{32}{1\,000} ; & \frac{9}{100} . \\ 3. \frac{2\,342}{1\,000} ; & \frac{56}{10} ; & \frac{805}{1\,000} ; & \frac{85}{10\,000} . \end{array}$$

5 — Écris chacun des décimaux suivants sous la forme d'une fraction décimale :

$$\begin{array}{llll} 1. 2,5 ; & 3,85 ; & 4,081 ; & 6,30 . \\ 2. 0,4 ; & 3,500 ; & 6,050 ; & 0,075\,0 . \end{array}$$

6 — Pour chacun des nombres suivants,

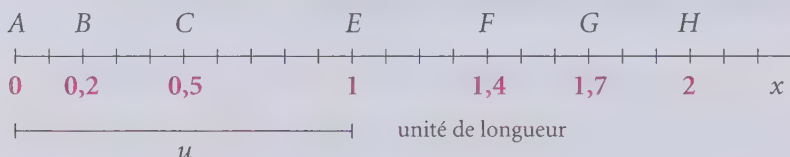
$$3,45 ; \quad 4,05 ; \quad 78,906 ; \quad 0,265 ; \quad 51,385 ; \quad 0,006 \text{ indique :}$$

1. le chiffre des dixièmes ;
2. le chiffre des centièmes ;
3. la partie entière.

7 – Nombre décimal et graduation d'une droite

Sur la demi-droite $[Ax)$, place les points correspondant aux nombres écrits entre parenthèses (ces nombres sont appelés les abscisses des points) : $D(0,7)$; $R(1,8)$; $V(2,2)$; $L(1,5)$.

Pour t'aider, on a placé sur cette demi-droite quelques autres points et on a indiqué leur abscisse.



8 – Encadre chacun des nombres suivants entre deux entiers consécutifs : 12,51 ; 102,42 ; 13,06 ; 7,77 ; 45,203 ; 13,006.

9 – Pour chacun des nombres de l'exercice précédent :

1. Encadre-le entre deux nombres décimaux dont l'écart est de un dixième (par exemple $12,5 < 12,51 < 12,6$).

2. Indique, parmi les deux bornes de cet encadrement, quelle est celle qui est la plus proche du nombre (par exemple 12,5 est plus proche de 12,51 que ne l'est 12,6).

10 – Range les nombres suivants du plus petit au plus grand : 12,5 ; 125 ; 12,51 ; 12,518.

11 – Range les nombres suivants du plus petit au plus grand : 13,06 ; 3,06 ; 3,601 ; 3,6 ; 13,006.

(corrigés p. 65)

Problèmes

12 – Une tablette de chocolat de 225 grammes se compose de 10 barres. Simon en prend une, Laura trois et Océane deux.

1. Quelle fraction de la tablette chacun a-t-il reçue ?

2. Quelle fraction de la tablette ont-ils reçue à eux trois ?

3. Quelle fraction de la tablette reste-t-il ?

13 – Reprends les données de l'exercice précédent et calcule quelle quantité de chocolat chacun a mangée.

14 – Une recette de cocktail est libellée de la façon suivante :

« Verser $\frac{4}{10}$ de jus d'orange, $\frac{2}{10}$ de vodka, $\frac{1}{10}$ de jus de citron.

Compléter avec de l'eau. »

Quelle fraction d'eau comportera le mélange ?

(corrigés p. 67)

Addition et soustraction des nombres décimaux

15 – Effectue les additions suivantes (garde les résultats sous forme de fractions décimales) :

$$\frac{3}{10} + \frac{5}{10} ;$$

$$\frac{21}{100} + \frac{3}{100} + \frac{17}{100} ;$$

$$\frac{342}{1\,000} + \frac{21}{1\,000} + \frac{637}{1\,000}.$$

16 – Pour chacune des additions suivantes :

4,6 + 5,9 ; 12,06 + 42,3 ; 2,37 + 6,44 ; 9,42 + 5,98 ; 5,915 + 3,216

1. écris les nombres sous la forme de fractions décimales de même dénominateur ;

2. effectue les additions en utilisant ces fractions ;

3. écris le résultat sous la forme d'un nombre décimal.

17 – Pose et effectue les additions données.

1. 534,52 + 135,068 ; 0,23 + 4,873 ; 48,507 + 10,003.

2. 432,87 + 15,853 + 73,868 ; 0,075 + 0,3 + 0,06.

18 – Calcule en essayant de regrouper certains termes.

0,25 + 0,025 + 0,75 ; 1,75 + 5,007 5 + 0,002 5.

19 – Effectue les soustractions suivantes (garde les résultats sous forme de fractions décimales) :

$$\frac{18}{100} - \frac{12}{100} ; \quad \frac{208}{100} - \frac{39}{100} ; \quad \frac{3\,071}{1\,000} - \frac{584}{1\,000}.$$

20 — Pour chacune des soustractions suivantes :

1. Écris les nombres sous la forme de fractions décimales de même dénominateur.

2. Effectue les soustractions en utilisant ces fractions.

3. Écris le résultat sous la forme d'un nombre décimal.

a. $5,8 - 3,7$; $6,4 - 4,4$; $8,78 - 8,54$; $4,653 - 3,963$.

b. $31,86 - 22,07$; $67,43 - 46,341$.

21 — Pose et effectue les soustractions suivantes :

$21,45 - 13,38$; $85,7 - 22,51$; $21,47 - 14,3$;

$41,825 - 0,25$; $6,543 - 0,48$. $306 - 3,06$.

(corrigés p. 67)

Additions et soustractions enchaînées

22 — Effectue les opérations indiquées.

1. $153,4 - (15,7 + 3,84)$; $1\,254,6 - (18,7 + 306,5)$.

2. $15,6 - (31,04 - 18,3)$; $85,6 - (41,4 - 18,05)$.

3. $35,2 + (18,4 - 3,07)$; $41,06 + (25,3 - 17,85)$.

4. $44,3 + (51,2 - 0,45) - (18,7 - 11,05)$;

$21,3 - (18,7 - 4,85) + (27,5 - 4,6)$;

$305,6 - (10,3 + 4,8) - (25,6 - 18,9)$.

(corrigés p. 69)

Problèmes

23 — Jean achète dans un magasin de bricolage un pot de peinture à 5,84 €. Mais il possède un bon de réduction de 1,6 €. Combien devra-t-il payer à la caisse ?

24 — Aline fait des achats dans une grande surface. Le montant total de ses achats est de 72,5 €. Mais elle fournit à la caissière :

– un bon de réduction de 2,5 € sur le baril de lessive,

– un bon de réduction de 0,25 € sur le pot de crème fraîche.

Combien devra-t-elle finalement payer ? (Essaie de trouver la réponse de deux manières différentes.)

25 — Pour son goûter, Céline hésite entre un paquet de biscuits qui coûte 0,95 € et une brioche à 0,90 €.

1. Quelle est leur différence de prix ?
2. Avec la somme trouvée au 1., combien pourrait-elle acheter de bonbons à 0,04 € ?

26 — Christine part dans les magasins. Elle dispose de 100 euros. Elle achète un pull 31,50 euros, un foulard 7,95 euros.

Lui reste-t-il assez d'argent pour payer la réparation de son vélomoteur qui se monte à 38 euros ?

Si oui, après avoir payé la réparation, pourra-t-elle acheter un gâteau valant 5,99 euros ?

(corrigés p. 69)

Multiplication des nombres décimaux

Multiplication par 10 ; 100 ; 1 000

Division par 0,1 ; 0,01 ; 0,001

27 — Calcule les produits suivants :

- a. $4,876 \times 10$; $49,86 \times 10$; $0,041 \times 10$; $8,7 \times 10$.
- b. $7,125 \times 100$; $5,725 \times 100$; $18,54 \times 100$; $6,4 \times 100$.
- c. $58,495 \times 1\,000$; $27,54 \times 1\,000$; $0,057 \times 1\,000$.
- d. $0,25 \times 100$; $0,25 \times 10$; $0,25 \times 1\,000$; $0,002 \times 100$.
- e. $6,98 \times 10\,000$; $7,6 \times 100\,000$; $0,003 \times 1\,000\,000$.

Rappel

Appliquer la règle du déplacement de la virgule vers la droite, on place des zéros à droite du dernier chiffre après la virgule si cela est nécessaire.

28 — Écris chaque quotient en remplaçant 0,1 par $\frac{1}{10}$, 0,01 par

$\frac{1}{100}$ et 0,001 par $\frac{1}{1\,000}$ puis remplace chaque quotient par un produit, et enfin effectue :

- a. $3,56 : 0,1$; $0,05 : 0,1$; $3,4 : 0,1$; $57 : 0,1$.
- b. $8,657 : 0,01$; $0,456 : 0,01$; $13 : 0,01$; $0,7 : 0,01$.
- c. $0,005 : 0,001$; $0,035 : 0,001$; $5,846 : 0,001$.

29 – Recopie et complète les égalités suivantes :
 $21,29 \times \dots = 212,9$; $0,3461 \times \dots = 34,61$; $8,641 \times \dots = 864,1$.

30 – Recopie et complète les égalités suivantes :
 $\dots \times 100 = 356,7$; $\dots \times 10 = 701,2$; $\dots \times 1\,000 = 4\,873,58$.

31 – Calcule les quotients suivants :
 $3,56 : 0,1 = \dots$; $0,0004 : 0,01 = \dots$; $3,4824 : 0,001$.

32 – Recopie et complète les égalités suivantes :
 $\dots : 0,1 = 35,4$; $79,54 : \dots = 795,4$; $\dots : 0,001 = 7\,954,1$.

33 – 1. Par quel nombre a-t-on multiplié un nombre décimal ayant deux chiffres après la virgule si on a simplement supprimé la virgule ?
2. Même question pour un nombre décimal ayant :
a. 1 chiffre après la virgule ;
b. 3 chiffres après la virgule.

34 – Recopie et complète les égalités suivantes :
 $8,439 \times \dots = 8\,439$; $3,47 \times \dots = 347$; $15,4 \times \dots = 154$.

35 – Recopie et complète les égalités suivantes :
 $\dots \times 100 = 602$; $\dots \times 10 = 73$; $\dots \times 1\,000 = 41\,783$.

36 – En supprimant la virgule de chacun des nombres suivants, par quel nombre le multiplie-t-on ?
5,09 ; 56,9 ; 489,005 ; 0,005 ; 1 000,6.

(corrigés p. 70)

Division par 10 ; 100 ; 1 000

Multiplication par 0,1 ; 0,01 ; 0,001

37 – Remplace chaque quotient par un produit par $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{100}$..., puis effectue :

a. $4,876 : 10$; $49,86 : 10$; $0,041 : 10$; $8,7 : 10$.

b. $796,3 : 100$; $12,25 : 100$; $3,05 : 100$; $705 : 100$.

c. $5\,873,4 : 1\,000$; $475,6 : 1\,000$; $569 : 1\,000$.

d. $47,5 : 10$; $59,8 : 10$; $475,6 : 100$; $3\,194,3 : 1\,000$.

e. $267 : 10$; $341 : 100$; $8\,545 : 1\,000$; $6,45 : 1\,000$.

f. $4\,894 : 10\,000$; $539\,000 : 100\,000$; $5\,689\,500 : 1\,000\,000$.

Rappel

Appliquer la règle du déplacement de la virgule vers la gauche, on place des zéros à gauche du dernier chiffre de la partie entière si cela est nécessaire.

38 — Écris chaque produit en remplaçant 0,1 par $\frac{1}{10}$; 0,01 par $\frac{1}{100}$... ; puis remplace chaque produit par un quotient par 10 ; 100... et enfin effectue :

a. $3,56 \times 0,1$; $5,76 \times 0,1$; $3,4 \times 0,1$; $57 \times 0,1$.

b. $174,78 \times 0,01$; $195 \times 0,01$; $76 \times 0,01$; $8,5 \times 0,01$.

c. $6\,794 \times 0,001$; $587 \times 0,001$; $95 \times 0,001$.

39 — Recopie et complète les égalités suivantes :

$45,9 : \dots = 4,59$; $621,07 : \dots = 6,210\,7$; $743,005 : \dots = 7,430\,05$.

40 — Recopie et complète les égalités suivantes :

$53,9 \times \dots = 5,39$; $2\,000,3 : \dots = 2,000\,3$; $310,06 \times \dots = 3,100\,6$.

41 — Recopie et complète les égalités suivantes :

$\dots : 100 = 6,987$; $\dots \times 0,1 = 89,41$; $\dots \times 0,001 = 2,418\,3$.

42 — Recopie et complète les égalités suivantes :

$\dots : 10 = 3,5$; $\dots : 100 = 8,06$; $\dots : 1\,000 = 70,074$.

43 — Recopie et complète les égalités suivantes :

$34,9 \times 100 = \dots$; $34,67 \times 1\,000 = \dots$; $0,3 \times 0,1 = \dots$;
 $67,8 : 0,01 = \dots$; $0,60 : 0,1 = \dots$; $0,05 : 0,001 = \dots$.

44 — Calcule les quotients suivants :

$47,5 : 100$; $8,5 : 10$; $6,7 : 100$;
 $295,3 : 1\,000$; $37,5 : 1\,000$; $5,5 : 1\,000$.

45 — Recopie et complète les égalités suivantes :

$3 : 10 = \dots$; $45 \times 0,001 = \dots$; $750 \times 0,001 = \dots$; $9 : 1\,000 = \dots$.

46 — Recopie et complète les égalités suivantes :

$\dots \times 0,01 = 43$; $\dots : 1\,000 = 4,986$; $\dots \times 10 = 2$;
 $\dots \times 1\,000 = 6,5$; $\dots : 100 = 6,9$; $\dots \times 100 = 97$.

47 – Recopie et complète les égalités suivantes :
 $1\,805 \times \dots = 0,180\,5$; $8,49 : \dots = 0,849$; $0,75 \times \dots = 750$.

48 – Convertis en grammes les masses suivantes :
3,1 kg ; 0,55 kg ; 31 dg ; 3 cg.

49 – Convertis en kilogrammes les masses suivantes :
250 g ; 7 g ; 2 805 g.

50 – a. Convertis en mètres :

53 cm ; 145 cm ; 2 348 cm.

b. Convertis en cm :

37 mm ; 4,95 m ; 3 765 mm.

(corrigés p. 71)

Multiplication de deux nombres décimaux

51 – Effectue les multiplications suivantes :
 84×23 ; $8,4 \times 2,3$; $0,84 \times 23$; $0,084 \times 2,3$;
 $708 \times 4\,057$; $7,08 \times 4\,057$; $7,08 \times 4,057$; $0,708 \times 0,405\,7$.

52 – Effectue les multiplications suivantes :
 $4,2 \times 53$; $56,72 \times 7$; $0,63 \times 47$; $17 \times 22,9$;
 $0,3 \times 0,4$; $74,7 \times 0,5$; $0,005 \times 0,89$; $6,74 \times 5,01$.

53 – Ordre de grandeur d'un produit

II Avant d'effectuer un produit, on a intérêt à estimer son ordre de grandeur ; par exemple, le produit $7,1 \times 3,6 \times 10,3$ est compris entre $7 \times 3 \times 10$ et $8 \times 4 \times 11$, donc entre 210 et 352.

Donne un ordre de grandeur des produits suivants, puis effectue les multiplications :

$5,6 \times 3,7 \times 4,5$; $3,7 \times 49 \times 6,5$; $6,12 \times 0,25 \times 3,86$.

(corrigés p. 73)

Division des nombres décimaux

Division d'un nombre décimal par un entier

54 – Calcule le quotient exact :
de 287,5 par 23 ; de 464,4 par 54 ; de 484,2 par 6.

55 — a. À l'aide de ta calculatrice, trouve le quotient de 217,95 par 13 :

1. à une unité près par défaut ;
2. à une unité près par excès ;
3. à 0,1 près par défaut, puis par excès ;
4. arrondi au dixième.

b. Reprends les questions précédentes en calculant le quotient de 452,6 par 87.

56 — 1. Calcule le quotient à 0,01 près par défaut et le reste de la division :

de 49,31 par 6 ; de 347,26 par 3 ; de 475,6 par 25.

2. Calcule le quotient entier par excès de la division de 86,78 par 32.

(corrigés p. 73)

Division de deux nombres décimaux

57 — Calcule les quotients suivants :

1. $\frac{8,06}{3,1}$; $\frac{90,72}{32,4}$; $\frac{118,312}{4,6}$.
2. $\frac{8,215}{2,65}$; $\frac{132,37}{0,31}$; $\frac{11,144\ 6}{5,41}$.

(corrigés p. 74)

Problèmes

58 — Réponds aux questions suivantes.

1. Quel est le prix payé pour 3,7 m de tissu à 10,50 euros le mètre ?
2. Huit personnes doivent payer ensemble une facture de 192 euros (elles paient chacune la même somme). Combien chacune devra-t-elle payer ?
3. Un paquet de 25 sachets de thé coûte 1,20 euro. Quel est le prix exact d'un sachet ?
4. Quel est le prix d'un gâteau de 1,250 kg à 23 euros le kilogramme ? (Le pâtissier arrondit au dixième d'euro le plus proche.)
5. Un sachet de 12 barres chocolatées est proposé à 3,6 euros. Quel est le prix d'une barre ?

59 – On lit sur un catalogue :
Cassettes livrées par 3 : 11,1 euros.
Cassettes livrées par 5 : 18 euros.
Cassettes livrées par 10 : 35 euros.
Dans chacun des cas, quel est le prix à l'unité (arrondi au centime près) ?
Quelle est l'offre la plus intéressante pour un achat de 30 cassettes ?

60 – On trouve les offres suivantes chez un pépiniériste :
Collection de 960 bulbes : 32 euros.
Collection de 480 bulbes : 18 euros.
Pour un achat de 960 bulbes, quelle est l'offre la plus avantageuse ?

61 – Pour peser avec une balance électronique, il suffit, d'indiquer le prix du kilogramme de marchandise. On voit alors apparaître le poids et le prix de la marchandise posée sur le plateau.
Pour un prix indiqué de 14,9 euros au kilogramme, quel est le prix de 320 grammes de marchandise ?

62 – Pour la fête des pères, trois enfants se cotisent pour acheter un cadeau. Ils paient chacun la même somme.
Anne a 10,2 euros, Arnauld 11,5 euros et Laurent 11,7 euros. Ils trouvent un cadeau à 32,7 euros et un autre à 29,7 euros.
Que vont-ils choisir ? Combien chacun va-t-il devoir payer ? Combien restera-t-il à chacun ?

63 – Deux fauteuils et six chaises valent 532 euros. Sachant qu'un fauteuil vaut 30 euros de plus qu'une chaise, quel est le prix d'une chaise, d'un fauteuil ?

(corrigés p. 75)

Fractions décimales. Nombres décimaux

1 — $\frac{3}{10}$, $\frac{17}{100}$ et $\frac{8\,456}{1\,000}$ sont des fractions décimales.

$\frac{9}{30}$, $\frac{16}{300}$ et $\frac{56}{70}$ ne sont pas des fractions décimales car leurs dénominateurs ne sont pas des puissances de dix.

2 — $\frac{3}{10}$, $\frac{9}{30}$, $\frac{17}{100}$, $\frac{56}{70}$, $\frac{8\,456}{1\,000}$ sont des nombres décimaux.

En effet : $\frac{3}{10}$, $\frac{17}{100}$ et $\frac{8\,456}{1\,000}$ sont des fractions décimales.

De plus, $\frac{9}{30} = \frac{3}{10}$ et $\frac{56}{70} = \frac{8}{10}$ après simplification, donc elles représentent chacune un nombre décimal.

3 — $\frac{17}{34} = \frac{1 \times 17}{2 \times 17} = \frac{1}{2} = \frac{1 \times 5}{2 \times 5} = \frac{5}{10}$: la fraction $\frac{17}{34}$ peut s'écrire sous la forme d'une fraction décimale.

Il en est de même pour $\frac{45}{20}$ et $\frac{39}{130}$; en effet :

$$\frac{45}{20} = \frac{45 \times 5}{20 \times 5} = \frac{225}{100}$$

$$\text{et } \frac{39}{130} = \frac{3 \times 13}{10 \times 13} = \frac{3}{10}.$$

11 Avec la touche **[SIMP]**, on simplifie la fraction.

Tape **[39] [/] [130] [=]** puis **[SIMP] [=]**. On obtient $\frac{3}{10}$.

Tape **[F → D]**, pour passer de la notation fractionnaire à l'écriture à virgule 0,3.

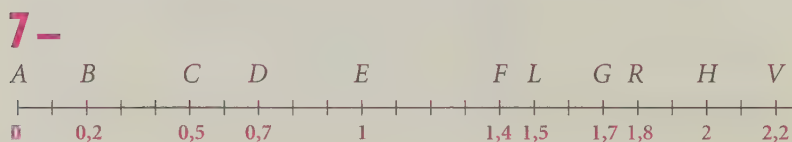
Par contre, $\frac{56}{21} = \frac{8}{3}$ mais aucun multiple de 3 n'est une puissance de dix ; donc $\frac{56}{21}$ ne peut pas s'écrire sous forme d'une fraction décimale : ce n'est pas une fraction décimale.

4- 1. $\frac{38}{10} = 3,8$; $\frac{206}{10} = 20,6$; $\frac{135}{100} = 1,35$; $\frac{7}{10} = 0,7$.
 2. $\frac{8\,734}{100} = 87,34$; $\frac{87}{100} = 0,87$; $\frac{32}{1\,000} = 0,032$; $\frac{9}{100} = 0,09$.
 3. $\frac{2\,342}{1\,000} = 2,342$; $\frac{56}{10} = 5,6$; $\frac{805}{1\,000} = 0,805$; $\frac{85}{10\,000} = 0,008\,5$.

5- 1. $2,5 = \frac{25}{10}$; $3,85 = \frac{385}{100}$; $4,081 = \frac{4\,081}{1\,000}$; $6,30 = \frac{63}{10}$.
 2. $0,4 = \frac{4}{10}$; $3,500 = \frac{35}{10}$; $6,050 = \frac{605}{100}$; $0,075\,0 = \frac{75}{1\,000}$.

6-

Nombre	Chiffre des dixièmes	Chiffre des centièmes	Partie entière
3,45	4	5	3
4,05	0	5	4
78,906	9	0	78
0,265	2	6	0
51,385	3	8	51
0,006	0	0	0



8- $12 < 12,51 < 13$; $102 < 102,42 < 103$; $13 < 13,06 < 14$;
 $7 < 7,77 < 8$; $45 < 45,203 < 46$; $13 < 13,006 < 14$.

- 9-**
1. $12,5 < 12,51 < 12,6$; $102,4 < 102,42 < 102,5$;
 $13,0 < 13,06 < 13,1$; $7,7 < 7,77 < 7,8$;
 $45,2 < 45,203 < 45,3$; $13,0 < 13,006 < 13,1$.
2. On écrit les nombres avec le même nombre de chiffres après la virgule pour faciliter la comparaison.
- | | |
|------------------------------|---------------------------|
| $12,50 < 12,51 < 12,60$; | 12,5 est le plus proche; |
| $102,40 < 102,42 < 102,50$; | 102,4 est le plus proche; |
| $13,00 < 13,06 < 13,10$; | 13,1 est le plus proche; |
| $7,70 < 7,77 < 7,80$; | 7,8 est le plus proche; |
| $45,20 < 45,203 < 45,30$; | 45,2 est le plus proche; |
| $13,00 < 13,006 < 13,10$; | 13 est le plus proche. |

10 — $12,5 < 12,51 < 12,518 < 125$.

11 — $3,06 < 3,6 < 3,601 < 13,006 < 13,06$.

Problèmes

12 — 1. Simon a reçu $\frac{1}{10}$ de la tablette ; Laura $\frac{3}{10}$ et Océane $\frac{2}{10}$.

2. À eux trois, ils ont reçu : $\frac{1}{10} + \frac{3}{10} + \frac{2}{10} = \frac{6}{10}$ de la tablette.

3. Il reste $\frac{4}{10}$ de la tablette.

13 — Simon a mangé $\frac{1}{10}$ de 225 g = **22,5 g** ;

Laura a mangé $\frac{3}{10}$ de 225 g = $\frac{3 \times 225}{10}$ g = **67,5 g**.

Océane a mangé $\frac{2}{10}$ de 225 g = **45 g**.

14 — Le jus d'orange, la vodka, le jus de citron représentent

$\frac{4}{10} + \frac{2}{10} + \frac{1}{10} = \frac{7}{10}$. L'eau représente : $\frac{3}{10}$ du cocktail.

Addition et soustraction des nombres décimaux

15 — Résultats : $\frac{8}{10}$; $\frac{41}{100}$; $\frac{1\,000}{1\,000}$ (= 1 !).

16 — $4,6 + 5,9 = \frac{46}{10} + \frac{59}{10} = \frac{105}{10} = 10,5$.

$12,06 + 42,3 = \frac{1\,206}{100} + \frac{4\,230}{100} = \frac{5\,436}{100} = 54,36$.

$2,37 + 6,44 = \frac{237}{100} + \frac{644}{100} = \frac{881}{100} = 8,81$.

$$9,42 + 5,98 = \frac{942}{100} + \frac{598}{100} = \frac{1\,540}{100} = 15,4.$$

$$5,915 + 3,216 = \frac{5\,915}{1\,000} + \frac{3\,216}{1\,000} = \frac{9\,131}{1\,000} = 9,131.$$

17 – 1.

$$\begin{array}{r} 5\,3\,4,5\,2 \\ + 1\,3\,5,0\,6\,8 \\ \hline 6\,6\,9,5\,8\,8 \end{array} \quad \begin{array}{r} \textcircled{1}\textcircled{1} \\ 0,2\,3 \\ + 4,8\,7\,3 \\ \hline 5,1\,0\,3 \end{array} \quad \begin{array}{r} \textcircled{1} \\ 4\,8,5\,0\,7 \\ + 1\,0,0\,0\,3 \\ \hline 5\,8,5\,1 \end{array}$$

2.

$$\begin{array}{r} \textcircled{1}\textcircled{1}\textcircled{2}\textcircled{1}\textcircled{1} \\ 4\,3\,2,8\,7 \\ + 1\,5,8\,5\,3 \\ + 7\,3,8\,6\,8 \\ \hline 5\,2\,2,5\,9\,1 \end{array} \quad \begin{array}{r} \textcircled{1} \\ 0,0\,7\,5 \\ + 0,3 \\ + 0,0\,6 \\ \hline 0,4\,3\,5 \end{array}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{18} - 0,25 + 0,025 + 0,75 &= (0,25 + 0,75) + 0,025 \\ &= 1 + 0,025 = 1,025. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1,75 + (5,007\,5 + 0,002\,5) &= 1,75 + (5 + 0,007\,5 + 0,002\,5) \\ &= (1,75 + 5) + (0,007\,5 + 0,002\,5) \\ &= 6,75 + 0,01 \\ &= 6,76. \end{aligned}$$

$$\mathbf{19} - \frac{6}{100}; \quad \frac{169}{100}; \quad \frac{2\,487}{1\,000}.$$

$$\mathbf{20} - \mathbf{a.} \quad \frac{58}{10} - \frac{37}{10} = \frac{21}{10} = 2,1.$$

$$\frac{64}{10} - \frac{44}{10} = \frac{20}{10} = 2.$$

$$\frac{878}{100} - \frac{854}{100} = \frac{24}{100} = 0,24.$$

$$\frac{4\,653}{1\,000} - \frac{3\,963}{1\,000} = \frac{690}{1\,000} = 0,69.$$

$$\mathbf{b.} \quad \frac{3\,186}{100} - \frac{2\,207}{100} = \frac{979}{100} = 9,79.$$

$$\frac{67\,430}{1\,000} - \frac{46\,341}{1\,000} = \frac{21\,089}{1\,000} = 21,089.$$

$$\begin{array}{r}
 21 - \quad \begin{array}{r} 2 \text{ } 11, \quad 4 \text{ } 15 \\ - \quad 1 \text{ } 3, \quad 3 \text{ } 8 \\ \hline 8, \quad 0 \quad 7 \end{array} \quad \begin{array}{r} 8 \text{ } 5, \quad 7 \text{ } 10 \\ - \quad 2 \text{ } 2, \quad 5 \text{ } 1 \\ \hline 6 \text{ } 3, \quad 1 \quad 9 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2 \text{ } 11, \quad 4 \quad 7 \\ - \quad 1 \text{ } 4, \quad 3 \\ \hline 7, \quad 1 \quad 7 \end{array} \\
 \\
 \begin{array}{r} 4 \text{ } 1, \quad 8 \text{ } 12 \text{ } 5 \\ - \quad 0, \quad 2 \text{ } 5 \\ \hline 4 \text{ } 1, \quad 5 \text{ } 7 \text{ } 5 \end{array} \quad \begin{array}{r} 6, \quad 5 \text{ } 14 \text{ } 3 \\ - \quad 0, \quad 4 \text{ } 8 \\ \hline 6, \quad 0 \text{ } 6 \text{ } 3 \end{array} \quad \begin{array}{r} 3 \text{ } 0 \text{ } 6, \quad 10 \text{ } 10 \\ - \quad 3 \text{ } 3, \quad 0 \text{ } 6 \\ \hline 3 \text{ } 0 \text{ } 2, \quad 9 \text{ } 4 \end{array}
 \end{array}$$

Additions et soustractions enchaînées

22 – 1. $153,4 - 19,54 = 133,86$. $1\,254,6 - 325,2 = 929,4$.
 2. $15,6 - 12,74 = 2,86$. $85,6 - 23,35 = 62,25$.
 3. $35,2 + 15,33 = 50,53$. $41,06 + 7,45 = 48,51$.
 4. $44,3 + 50,75 - 7,65 = 87,4$.
 $21,3 - 13,85 + 22,9 = 30,35$.
 $305,6 - 15,1 - 6,7 = 283,8$.

Problèmes

23 – Jean paiera : $5,84 \text{ €} - 1,6 \text{ €} = 4,24 \text{ €}$.

24 – On peut calculer :

$7,25 - (2,5 + 0,25) = 7,25 - 2,75 = 4,5$

ou : $7,25 - 2,5 - 0,25 = (7,25 - 0,25) - 2,5 = 7 - 2,5 = 4,5$.

Aline devra payer : $4,5 \text{ €}$.

25 – 1. $0,95 - 0,90 = 0,05$. La différence de prix est de $0,05$ euro.

2. Elle ne peut acheter qu'un seul bonbon. Et il lui reste $0,01$ euro.

26 – $31,50 + 7,95 = 39,45$. Christine dépense $39,45$ euros.

$100 - 39,45 = 60,55$. Il lui reste $60,55$ euros. $38 < 60,55$.

Elle peut payer la réparation de son vélo moteur.

$60,55 - 38 = 22,55$. Il lui reste $22,55$ euros. Elle peut acheter le gâteau.

$22,55 - 5,99 = 16,56$. Après avoir acheté le gâteau, il lui restera $16,56$ euros.

Multiplication des nombres décimaux

Multiplication par 10 ; 100 ; 1 000

Division par 0,1 ; 0,001 ; 0,001

27 — a. $4,876 \times 10 = 48,76$; $49,86 \times 10 = 498,6$;

$0,041 \times 10 = 0,41$; $8,7 \times 10 = 87$.

b. $7,1254 \times 100 = 712,54$; $5,725 \times 100 = 572,5$;

$18,54 \times 100 = 1\,854$; $6,4 \times 100 = 640$.

c. $58,49534 \times 1\,000 = 58\,495,34$; $27\,540$; $57,5$.

d. $0,25 \times 100 = 25$; $2,5$; 250 ; $0,25$.

e. $6,98 \times 10\,000 = 69\,800$; $7,6 \times 100\,000 = 760\,000$; $3\,050$.

28 — a. $3,56 : \frac{1}{10} = 3,56 \times 10 = 35,6$; $0,05 : \frac{1}{10} = 0,05 \times 10 = 0,5$;

$3,4 : \frac{1}{10} = 3,4 \times 10 = 34$; $57 : \frac{1}{10} = 57 \times 10 = 570$.

b. $8,657 : \frac{1}{100} = 8,657 \times 100 = 865,7$; $0,456 : \frac{1}{100} = 0,456 \times 100 = 45,6$;

$13 : \frac{1}{100} = 13 \times 100 = 1\,300$; $0,7 : \frac{1}{100} = 0,7 \times 100 = 70$.

c. $0,0054 : \frac{1}{1\,000} = 0,0054 \times 1\,000 = 5,4$;

$0,035 : \frac{1}{1\,000} = 0,035 \times 1\,000 = 35$;

$5,846 : \frac{1}{1\,000} = 5,846 \times 1\,000 = 5\,846$.

29 — $21,29 \times 10 = 212,9$; $0,3461 \times 100 = 34,61$;
 $8,641 \times 100 = 864,1$.

30 — $3,567 \times 100 = 356,7$; $70,12 \times 10 = 701,2$;
 $4,87358 \times 1\,000 = 4\,873,58$.

31 — $35,6$; $0,04$; $3\,482,4$.

32 — $3,54 : 0,1 = 35,4$; $79,54 : 0,1 = 795,4$; $7,9541 : 0,001 = 7\,954,1$.

33 — 1. On a décalé la virgule de deux rangs vers la droite; on a multiplié le nombre par 100.

2. a. Par 10.

b. Par 1 000.

34 — $8,439 \times 1\,000 = 8\,439$; $3,47 \times 100 = 347$; $15,4 \times 10 = 154$.

35 — $6,02 \times 100 = 602$; $7,3 \times 10 = 73$; $41,783 \times 1\,000 = 41\,783$.

36 — On multiplie par : 100; 10; 1 000; 1 000; 10.

Division par 10; 100; 1 000

Multiplication par 0,1; 0,01; 0,001

37 — a. $4,876 \times \frac{1}{10} = 0,487\,6$; $49,86 \times \frac{1}{10} = 4,986$;

$0,041 \times \frac{1}{10} = 0,004\,1$; $8,7 \times \frac{1}{10} = 0,87$.

b. $796,3 \times \frac{1}{100} = 7,963$; $12,25 \times \frac{1}{100} = 0,122\,5$; $0,122\,5 \times \frac{1}{100} = 0,012\,25$;

On a placé des zéros à gauche de l'écriture pour pouvoir appliquer la règle $3,05 \times \frac{1}{100} = 0,030\,5$; $7,05 \times \frac{1}{100} = 0,070\,5$;

c. $5\,873,4 \times \frac{1}{1\,000} = 5,873\,4$; $0,475,6 \times \frac{1}{1\,000} = 0,475\,6$; $0,569 \times \frac{1}{1\,000} = 0,000\,569$.

d. $47,5 \times \frac{1}{10} = 4,75$; $59,8 \times \frac{1}{10} = 5,98$;

$475,6 \times \frac{1}{100} = 4,756$; $3\,194,3 \times \frac{1}{1\,000} = 3,194\,3$.

e. $267 \times \frac{1}{10} = 26,7$; $341 \times \frac{1}{100} = 3,41$; $8\,545 \times \frac{1}{1\,000} = 8,545$;

$6,45 \times \frac{1}{1\,000} = 0,006\,45$.

f. $4\,894 \times \frac{1}{10\,000} = 0,489\,4$; $539\,000 \times \frac{1}{100\,000} = 5,39$;

$5\,689\,500 \times \frac{1}{1\,000\,000} = 5,689\,5$.

38 — a. $3,56 \times \frac{1}{10} = 3,56 : 10 = 0,356$; $5,76 \times \frac{1}{10} = 5,76 : 10 = 0,576$;

$3,4 \times \frac{1}{10} = 3,4 : 10 = 0,34$; $57 \times \frac{1}{10} = 57 : 10 = 5,7$.

b. $174,78 \times \frac{1}{100} = 174,78 : 100 = 1,7478$; $195 \times \frac{1}{100} = 195 : 100 = 1,95$;

$76 \times \frac{1}{100} = 76 : 100 = 0,76$; $8,5 \times \frac{1}{100} = 8,5 : 100 = 0,085$.

c. $6\,794 \times \frac{1}{1\,000} = 6\,794 : 1\,000 = 6,794$;

$587 \times \frac{1}{1\,000} = 587 : 1\,000 = 0,587$; $95 \times \frac{1}{1\,000} = 95 : 1\,000 = 0,095$;

39 — $45,9 : 10 = 4,59$; $621,07 : 100 = 6,2107$;
 $743,005 : 100 = 7,43005$.

40 — $53,9 \times 0,1 = 5,39$; $2\,000,3 : 1\,000 = 2,0003$;
 $310,06 \times 0,01 = 3,1006$.

41 — $698,7 : 100 = 6,987$; $894,1 \times 0,1 = 89,41$;
 $2\,418,3 \times 0,001 = 2,4183$.

42 — $35 : 10 = 3,5$; $806 : 100 = 8,06$; $70\,074 : 1\,000 = 70,074$.

43 — $34,9 \times 100 = 3\,490$; $34,67 \times 1\,000 = 34\,670$; $0,3 \times 0,1 = 0,03$;
 $67,8 : 0,01 = 6\,780$; $0,60 : 0,1 = 6$; $0,05 : 0,001 = 50$.

44 — $0,475$; $0,85$; $0,067$; $0,2953$; $0,0375$; $0,0055$.

45 — $3 : 10 = 0,3$; $45 \times 0,001 = 0,045$; $750 \times 0,001 = 0,75$;
 $9 : 1\,000 = 0,009$.

46 — $4\,300 \times 0,01 = 43$; $4\,986 : 1\,000 = 4,986$; $0,2 \times 10 = 2$;
 $0,0065 \times 1\,000 = 6,5$; $690 : 100 = 6,9$; $0,97 \times 100 = 97$.

47 — $1\,805 \times 0,0001 = 0,1805$; $8,49 : 10 = 0,849$;
 $0,75 \times 1\,000 = 750$.

48 — 3 100 g; 550 g; 3,1 g; 0,03 g.

49 — 0,25 kg; 0,007 kg; 2,805 kg.

50 — a. 53 cm = 0,53 m; 145 cm = 1,45 m; 2 348 cm = 23,48 m.
b. 37 mm = 3,7 cm; 4,95 m = 495 cm; 3 765 mm = 376,5 cm.

Multiplication de deux nombres décimaux

51 — 1 932; 19,32; 19,32; 0,193 2.
2 872 356; 28 723,56; 28,723 56; 0,287 235 6.

52 — 222,6; 397,04; 29,61; 389,3; 0,12; 37,35; 0,004 45;
33,767 4.

53 — $5,6 \times 3,7 \times 4,5$ est compris entre $5 \times 3 \times 4$ et $6 \times 4 \times 5$, c'est-à-dire entre 60 et 120; il est égal à 93,24 (pour effectuer le calcul, tu dois d'abord calculer $5,6 \times 3,7$, puis multiplier le résultat obtenu par 4,5). De même:

$720 < 3,7 \times 49 \times 6,5 < 1\,400$ ($720 = 3 \times 40 \times 6$; $1\,400 = 4 \times 50 \times 7$);
résultat: 1 178,45.

$0 < 6,12 \times 0,25 \times 3,86 < 28$ ($28 = 7 \times 1 \times 4$); **résultat**: 5,905 8.

Division des nombres décimaux

Division d'un nombre décimal par un entier

54 —

2 8 7, 5		2 3
5 7		1 2, 5
1 1 5		
0		

4 6 4, 4		5 4
3 2 4		8, 6
0		

4 8 4, 2		6
0 4 2		8 0, 7
0		

55 — a. Nous donnons les résultats en expliquant comment les obtenir avec une calculatrice (par exemple, la Galaxy 40).

Taper: $217,95 \div 13 =$ On lit: 16,765 384 62.

• Pour obtenir les valeurs approchées par défaut, on «coupe» (on dit aussi «tronque») l'écriture à l'endroit voulu.

• Pour obtenir les valeurs approchées par excès, après avoir coupé l'écriture à l'endroit voulu, on ajoute 1 au dernier chiffre.

• Pour obtenir les valeurs arrondies, on utilise la touche **FIX** (en tapant **2nd** **FIX**) et on tape le nombre de chiffres après la virgule.

Valeur approchée Précision	Par défaut (troncature)	Par excès	Arrondi
unité	16	17	FIX 0 17
dixième	16,7	16,8	FIX 0 16,8

b. 452,6 : 87

1. À une unité près par défaut : 5.

2. À une unité près par excès : 6.

3. À 0,1 près par défaut et par excès 5,2 ; 5,3.

4. Arrondi au dixième : 5,2.

56 – 1.

$$\begin{array}{r} 4 \ 9, \ 3 \ 1 \ 6 \\ 1 \ 3 \overline{) 8, \ 2 \ 1} \\ 1 \ 1 \\ 5 \end{array}$$

quotient 8,21

reste 0,05

Vérification :

$$(8,21 \times 6) + 0,05 = 49,31$$

$$\begin{array}{r} 3 \ 4 \ 7, \ 2 \ 6 \ 3 \\ 0 \ 4 \overline{) 1 \ 1 \ 5, \ 7 \ 5} \\ 1 \ 7 \\ 2 \ 2 \\ 1 \ 6 \\ 1 \end{array}$$

quotient 115,75

reste 0,01

Vérification :

$$(115,75 \times 3) + 0,01 = 347,26$$

$$\begin{array}{r} 4 \ 7 \ 5, \ 6 \\ 2 \ 2 \ 5 \overline{) 1 \ 9, \ 0 \ 2} \\ 0 \ 0 \ 6 \ 0 \\ 1 \ 0 \end{array}$$

quotient 19,02

reste 0,1

Vérification :

$$(19,02 \times 25) + 0,1 = 475,6$$

2. Quotient entier par excès : 3.

Division de deux nombres décimaux

57 – 1. $\frac{8,06}{3,1} = \frac{80,6}{31} = 2,6;$

$$\frac{90,72}{32,4} = \frac{907,2}{324} = 2,8;$$

$$\frac{118,312}{4,6} = \frac{1 \ 183,12}{46} = 25,72.$$

2. $\frac{8,215}{2,65} = \frac{821,5}{265} = 3,1;$

$$\frac{132,37}{0,31} = \frac{13 \ 237}{31} = 427;$$

$$\frac{11,144 \ 6}{5,41} = \frac{1 \ 114,46}{541} = 2,06.$$

Problèmes

- 58** — 1. $10,50 \times 3,7 = 38,85$ euros est le prix payé.
 2. $192 : 8 = 24$. Chaque personne paiera 24 euros.
 3. $1,2 : 25 = 0,048$. L'arrondi au centième est 0,05. Le prix de revient exact d'un sachet est de 0,048 euro, mais à l'unité il serait vendu 0,05 euro (arrondi au centième).
 4. $23 \times 1,250 = 1,250 \times 23 = 28,75$. Le gâteau coûte 28,75 euros.
 5. $3,6 : 12 = 0,3$ La barre coûte 0,3 euro.

59 — Prix à l'unité :

Cassettes livrées par 3 : $(11,1 : 3)$ euros = 3,7 euros ;

Cassettes livrées par 5 : $(18 : 5)$ euros = 3,6 euros ;

Cassettes livrées par 10 : $(35 : 10) = 3,5$ euros.

Pour un achat de 30 cassettes, il vaut mieux acheter 3 lots de 10.

$35 \times 3 = 105$; le prix sera de 105 euros.

60 — Pour acheter 960 bulbes il vaut mieux prendre la collection de 960 bulbes à 32 euros.

Avec la seconde proposition, il faut acheter 2 lots et le prix est de 36 euros.

61 — $320 \text{ g} = 0,320 \text{ kg}$; $14,9 \times 0,320 = 4,768$.

Le prix est de 4,768 euros soit 4,77 euros en arrondissant au centième.

62 — $32,7 : 3 = 10,9$; $29,7 : 3 = 9,9$. Anne a 10,2 euros, elle ne peut pas payer 10,9 euros. Ils choisissent donc le cadeau à 29,7 euros. Ils paieront chacun 9,9 euros.

$10,2 - 9,9 = 0,3$; $11,5 - 9,9 = 1,6$; $11,7 - 9,9 = 1,8$.

Il restera 0,3 euro à Anne, 1,6 euro à Arnould et 1,8 euro à Laurent.

63 — En retranchant les 60 euros supplémentaires des deux fauteuils on ramène le prix des fauteuils à celui des chaises. Le prix de 8 chaises est donc $(532 - 30 \times 2)$ euros soit 472 euros.

$472 : 8 = 59$; une chaise coûte 59 euros et un fauteuil 89 euros.

Vérification $(89 \times 2) + (59 \times 6) = 532$.

— Journal of the American Medical Association —

— Journal of the American Medical Association —

— Journal of the American Medical Association —

— Journal of the American Medical Association —

3

LES NOMBRES RELATIFS

COURS

- Notion de nombre relatif
- Nombres relatifs et repère d'une droite
- Nombres relatifs et repère du plan

MÉTHODE

- Lire les coordonnées d'un point dans le plan
- Placer des points dans un repère du plan

EXERCICES

- Nombres relatifs
- Nombres relatifs et repère d'une droite
- Nombres relatifs et repère du plan
- Corrigés

3

LES NOMBRES RELATIFS



Notion de nombre relatif

Les nombres (-16) et $(+16)$ sont des nombres relatifs.
 $(+16)$ est un nombre positif, on peut l'écrire tout simplement 16.
 (-16) est un nombre négatif, on doit toujours l'écrire avec son signe.
Les nombres positifs sont tous les nombres étudiés jusqu'à présent, les nombres négatifs sont de nouveaux nombres.



ENREG.

Les nombres positifs et négatifs forment les nombres relatifs.

Exemples

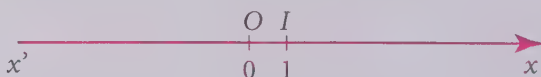
- La température : la température de 0°C est la température de la glace fondante, l'unité étant le degré Celsius, si la température est de 16°C au-dessus de 0, on dit qu'il fait 16°C ou $(+16^{\circ}\text{C})$; si la température est de 16°C au-dessous de 0, il fait (-16°C) .
- Les dates : pour notre calendrier, les dates après la naissance de Jésus-Christ sont positives, les dates avant Jésus-Christ sont négatives.

Nombres relatifs et repère d'une droite

Les nombres positifs permettaient de graduer une demi-droite, les nombres relatifs permettent de se repérer sur la droite entière.

Repère d'une droite

Sur la droite $(x'x)$, on a marqué deux points O et I . Au point O correspond le nombre 0 ; au point I le nombre 1.



Ces deux points définissent le **repère** (O, I) de la droite. Le point O est l'**origine** du repère; OI est la longueur **unité** $OI = 1$.

Abscisse d'un point

À tout point de $(x'x)$ correspond un nombre relatif appelé **abscisse du point**. Si le point est du même côté que I par rapport à O , son abscisse est un nombre positif. Si le point n'est pas du même côté que I par rapport à O , son abscisse est un nombre négatif. L'abscisse de O est 0; l'abscisse de I est 1.

Exemple

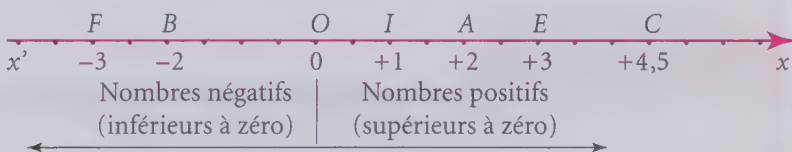
Sur la figure :

Les points A, E, C situés du même côté que I , ont des abscisses positives.

L'abscisse de A est $(+2)$, on écrit $A(+2)$; on a $E(+3)$; $C(+4,5)$.

Les points B et F qui ne sont pas du même côté que I , ont des abscisses négatives. $B(-2)$; $F(-3)$.

(-3) , $(+4,5)$, (-2) , $(+1)$, $(+2)$ sont des nombres relatifs.



À tout nombre relatif correspond un point de la droite $(x'x)$.

À tout nombre positif correspond un point de la demi-droite $[Ox)$.

À tout nombre négatif correspond un point de la demi-droite $[Ox')$.

Nombres opposés



Deux points distincts sur $(x'x)$, situés à la même distance du point O , ont pour abscisses des nombres opposés.

Deux nombres opposés correspondent à deux points situés à la même distance du point O .

La distance des points A et B au point O est 2.

Les points B et A sont à la même distance du point O , leurs abscisses (-2) et $(+2)$ sont opposées. Les points E et F sont à la même distance du point O , leurs abscisses (-3) et $(+3)$ sont opposées.

Nombres relatifs et repère du plan

Deux droites $(x'x)$ et $(y'y)$ sont sécantes en O .

Sur $(x'x)$, on marque un point I et sur $(y'y)$ un point J .

Les deux droites $(x'x)$ et $(y'y)$ de repères (O, I) et (O, J) forment un **repère du plan**. $(x'x)$ est appelée **l'axe des abscisses** et $(y'y)$ **l'axe des ordonnées**. En général, l'axe $(x'x)$ est horizontal orienté de gauche à droite et l'axe $(y'y)$ est orienté de bas en haut (J est au-dessus de O).

Lorsque les droites $(x'x)$ sont perpendiculaires le repère est **orthogonal**.

On peut choisir des unités différentes sur les deux axes mais on choisit souvent la même, le repère est alors **orthonormal**.

Exemple

 Voir la méthode exposée p. 80-81.

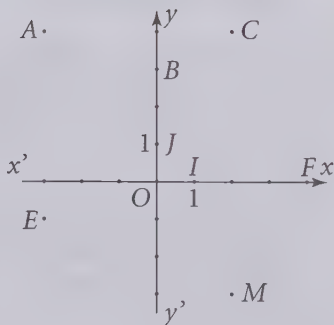
MÉTHODE



Lire les coordonnées d'un point dans le plan

Énoncé

Lis les coordonnées des points M, A, E, C, B et F , représentés dans le repère ci-contre.



Méthode

- Pour déterminer les coordonnées d'un point M dans un repère du plan, on construit :
 - la parallèle à l'axe $(y'y)$ passant par M . Elle coupe l'axe $(x'x)$ des abscisses en un point P ; l'abscisse de P sur $(x'x)$ est l'abscisse du point M .
 - la parallèle à l'axe $(x'x)$ passant par M . Elle coupe $(y'y)$ en un point Q ; l'abscisse de Q sur $(y'y)$ est l'ordonnée du point M .
- L'abscisse et l'ordonnée forment les coordonnées (x, y) du point M . On écrit toujours l'abscisse en premier et l'ordonnée en second.

Résolution

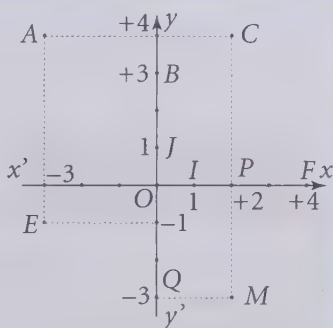
$(+2)$ est l'abscisse de M ; (-3) est l'ordonnée de M . Les **coordonnées**

de M sont $(+2; -3)$;

On écrit $M(+2; -3)$;

De même $A(-3; +4)$; $E(-3; -1)$;

$C(+2; +4)$; $B(0; +3)$; $F(+4; 0)$.



Placer des points dans un repère du plan

Énoncé

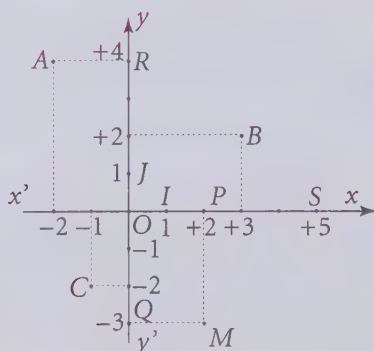
Trace un repère orthonormal, (O, I, J) . Place les points $M(+2; -3)$; $A(-2; +4)$; $B(+3; +2)$; $C(-1; -2)$; $R(0; +4)$; $S(+5; 0)$.

Méthode

Pour placer un point M de coordonnées $(x; y)$ dans un plan muni d'un repère (O, I, J) :

- sur la droite de repère (O, I) ou axe $(x'x)$ des abscisses, on marque le point P d'abscisse x ;
- sur la droite de repère (O, J) (ou axe $(y'y)$ des ordonnées), on marque le point Q d'abscisse y ;
- La parallèle à (OJ) passant par P coupe la parallèle à (OI) passant par Q au point M . On laisse apparentes (en général en pointillé), les parties de parallèles aux axes situées entre le point M et les axes.

Résolution



EXERCICES



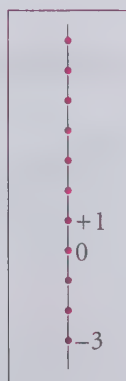
Nombres relatifs

1 — Dans un ascenseur, pour atteindre un niveau donné on appuie sur le bouton correspondant à ce niveau.

Sur la figure ci-contre, les niveaux sont indiqués par des nombres relatifs.

1. Complète le dessin en écrivant les nombres relatifs manquants.

2. À quoi correspondent les nombres négatifs et les nombres positifs?



2 — La température de fusion d'un corps est celle à laquelle ce corps passe de l'état solide à l'état liquide et la température d'ébullition est celle du passage de l'état liquide à l'état gazeux.

La température 0°C est celle de la fusion de l'eau (température de la glace fondante) et la température 100°C celle de l'ébullition de l'eau. Voici les températures (en degrés Celsius) de fusion et d'ébullition de quelques corps :

Corps	Mercure	Carbone	Hélium	Or	Azote	Hydrogène	Oxygène	Brome
Fusion	- 39	3 550	- 270	1 064	- 210	- 259	- 218	- 7,2
Ébullition	357	4 827	- 269	2 807	- 196	- 253	- 183	58,8

1. Quels sont les corps dont la température de fusion est négative ?
2. Quels sont les corps dont la température de fusion est positive ?
3. Quels sont les corps dont la température d'ébullition est négative ?
4. Quels sont les corps dont la température d'ébullition est positive ?

3 — Pendant son séjour à la montagne, chaque matin et chaque après-midi, Maxime a relevé la température extérieure :

1^{er} jour : + 3 °C ; + 10 °C ; 2^e jour : - 15 °C ; - 5 °C ;

3^e jour : - 10 °C ; + 3 °C ; 4^e jour : + 1 °C ; + 12 °C ;

5^e jour : + 2 °C ; + 6 °C ; 6^e jour : - 4 °C ; - 1 °C ;

7^e jour : - 13 °C ; - 3 °C ; 8^e jour : - 5 °C ; + 5 °C ;

9^e jour : - 7 °C ; + 3 °C.

1. Quels sont les jours où :

- a. la température du matin est au-dessous de zéro (négative) ?
- b. la température du matin est au-dessus de zéro (positive) ?
- c. la température de l'après-midi est au-dessous de zéro (négative) ?
- d. la température de l'après-midi est au-dessus de zéro (positive) ?

2. Quel sont les jours où la température du matin et de l'après-midi sont négatives ? positives ? de signes contraires ?

4 — Jeu de dés

On dispose de deux dés à 8 faces, l'un rouge, l'autre bleu.

On lance les deux dés. On note le nombre de points obtenu avec le dé bleu et avec le dé rouge. Les points marqués avec le dé rouge sont des pertes, les points marqués avec le dé bleu sont des gains.

Si l'on gagne 3 points et si l'on en perd 2 on dit que le bilan est positif et on l'écrit (+ 1). Si l'on gagne 6 points et que l'on en perd 8 alors le bilan est négatif, on l'écrit (- 2).

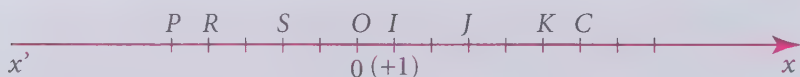
Donne le bilan des jeux suivants :

- a. dé bleu 8 ; dé rouge 5 ; b. dé bleu 5 ; dé rouge 8 ;
- c. dé bleu 10 ; dé rouge 10 ; d. dé bleu 2 ; dé rouge 6 ;
- e. dé bleu 5 ; dé rouge 2 ; f. dé bleu 6 ; dé rouge 2 ;
- g. dé bleu 3 ; dé rouge 7 ; h. dé bleu 3 ; dé rouge 1.

(corrigés p. 89)

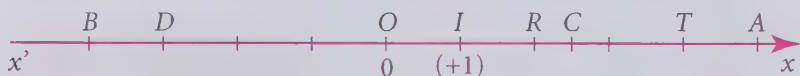
Nombres relatifs et repère d'une droite

5 – À quel nombre relatif correspond chacun des points P, R, S, J, K et C de la droite $(x'x)$?



6 – Sur une droite munie d'un repère (O, I) , marque les points $A(+3)$; $B(-4)$; $C(+5)$; $E(-2)$; $K(-6)$.

7 – À quel nombre relatif correspond chacun des points B, D, R, T, A, C de la droite $(x'x)$?



8 – Sur une droite graduée, marque les points I, G, H et J dont les abscisses sont dans l'ordre: $(+1)$; (-5) ; (-1) ; $(+4)$.
Quelle est l'abscisse du milieu A de $[GI]$? du milieu B de $[HJ]$?

9 – Sur une droite graduée, marque le point R d'abscisse $(+2,5)$; puis marque les deux points situés à une distance égale à 4 du point R . Lis sur la figure les abscisses de ces points.

Avancer et reculer (exercices 10 à 13)

Rappel de méthode

- On dit que l'on **avance de 5**, si l'on se déplace de 5 unités dans le sens de l'axe (O vers I). On traduit ce déplacement par le nombre $(+5)$. Partant du point d'abscisse (-2) , en avançant de 5, on arrive en un point dont l'abscisse est $(+3)$.

On écrit l'égalité: $(-2) + (+5) = (+3)$.

- On dit que l'on **recule de 5**, si l'on se déplace de 5 unités dans le sens contraire à celui de l'axe (I vers O). On traduit ce déplacement par le nombre (-5) . Partant du point d'abscisse (-2) , en reculant de 5, on arrive en un point dont l'abscisse est (-7) .

On écrit l'égalité: $(-2) + (-5) = (-7)$.

10 – Sur une droite graduée ($x'x$), marque le point $A(+3)$.

Partant de A ,

a. on avance de 4, on arrive en C ;

b. on recule de 2, on arrive en E ;

c. on recule de 6, on arrive en F .

1. Traduis chaque déplacement par un nombre relatif.

2. Quelle est l'abscisse du point d'arrivée?

3. Écris l'égalité correspondante.

11 – Même exercice que le précédent en partant du point $A(-1)$.

12 – Sur une droite de repère (O, I) , place le point $D(-5)$.

Partant de D , quel déplacement fait-on pour arriver au point donné?

Écris l'égalité correspondante $(-5) + (\dots) = (\dots)$.

a. au point $E(+3)$; b. au point $F(-1)$; c. au point $O(0)$;

d. au point $H(-7)$; e. au point $L(+10)$; f. au point $M(-10)$.

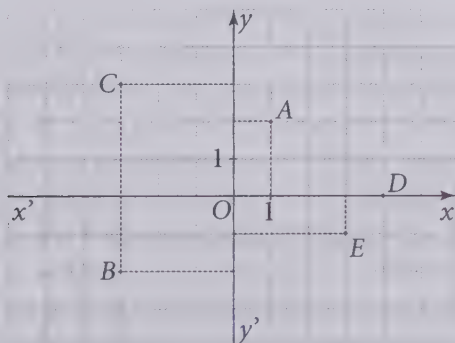
13 – Même exercice que le précédent en partant du point $D(+5)$.
(corrigés p. 90)

Nombres relatifs et repère du plan

14 – Dessine un repère et place les points:

$A(+3; -2)$; $B(-4; -2)$; $C(+1; +5)$; $D(-3; +4)$; $E(0; +2)$.

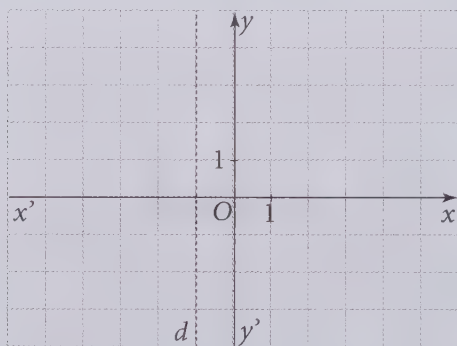
15 – Sur le quadrillage ci-dessous, lis les coordonnées des points marqués.



16 – Dessine un repère et place les points $I(+7; -2)$ et $J(-4; -5)$. Place les points K et L symétriques de I et J par rapport à l'axe des abscisses et lis les coordonnées des points obtenus.

17 – Dessine un repère et place les points $F(+4; -3)$ et $G(+1; +2)$. Puis marque les points H et I symétriques de F et G par rapport à l'axe des ordonnées et lis les coordonnées des points obtenus.

18 – Reproduis le quadrillage ci-dessous et marque les points : $A(-4; +2)$; $U(-3; +3)$; $R(-2; +2)$. Puis marque les points B , V , S symétriques de ces points par rapport à la droite (d) et lis les coordonnées des points obtenus.



19 – 1. Trace un repère (O, I, J) orthonormal, d'axes $(x'x)$ et $(y'y)$, avec $OI = OJ = 1$ cm.

Dans ce repère, place les points $A(-4; 2)$; $B(0; 2)$; $C(2; 2)$; $D(4; 0)$; $E(2; -2)$; $F(0; -2)$; $G(-4; -2)$; $H(-6; 0)$; $K(2; 0)$.

Trace le polygone $ACDEGH$ puis les segments $[AG]$; $[AF]$; $[KC]$; $[FK]$; $[KC]$; $[KF]$.

2. Quelle est la nature de chacune des figures AHG ; AGF ; AFB ; OFK ; CKD ; $OKCB$; $DEFK$?

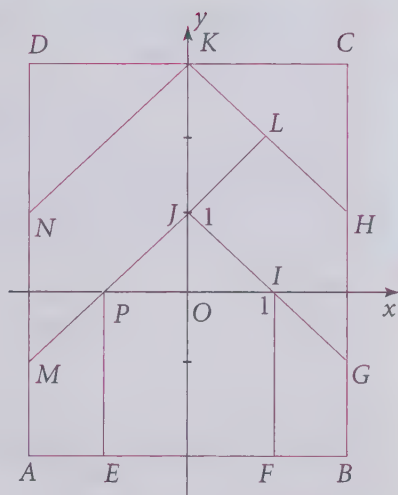
3. Tu obtiens un puzzle appelé le tangram. Découpe les 7 pièces et forme un carré avec ces pièces.

20 – Écris les coordonnées des points A, B, C, D, E, F, G, H, I, K, L, M, N, P.

Réalise cette figure dans un repère en prenant 2 cm pour unité :

($OI = OJ = 2$ cm).

Tu obtiens un puzzle appelé le brise-croix. Découpe les 7 pièces et forme une croix avec ces pièces.



(corrigés p. 91)

Problèmes

21 – Pour les deux derniers mois de l'année écoulée, le comptable d'une petite entreprise a fait les relevés suivants (les sommes sont exprimées en milliers de francs) :

	Recette	Dépense
Novembre	12	3,5
Décembre	31	34

1. Réécris chaque donnée en utilisant des nombres relatifs.
2. Fais le bilan des comptes de chaque mois et exprime les résultats à l'aide de nombres relatifs.

11 Exercices 22 à 24: pour répondre aux questions, tu peux t'aider d'une droite graduée.

22 – Au journal télévisé du 5 décembre, le présentateur météo indiquait que la température à 6 h 00 du matin était en moyenne de -7°C sous abri à Mulhouse. Pour le lendemain, il annonçait une température de -9°C .

Est-ce une température supérieure ou inférieure à celle de la veille? Quel est l'écart entre ces deux températures?

23 – Ordonne, du plus profond au plus haut, les sommets et fonds sous-marins suivants :

	Altitude	Profondeur
Afrique	Kilimandjaro : 6 010 m	Lac Assal : – 170 m
Amérique du Nord	Mac Kinley : 6 187 m	Lac Salton : – 90 m
Amérique du Sud	Aconcagua : 7 010 m	Rio Negro : – 29,9 m
Asie	Everest : 8 848 m	Mer Morte : – 394 m
Europe	Elbrouz : 5 641 m	Mer Caspienne : – 28 m
Océanie	Carstensz : 5 040 m	Lac Eyre : – 12 m

24 – Reprends les données de l'exercice 25.

Pour le 7 décembre, le présentateur annonçait un réchauffement de 4 °C par rapport à la veille.

Quelle température était prévue ce jour-là ?

25 – Tite-Live est né en l'an 59 avant J.-C., il est mort en l'an 17 après J.-C. Représente ces dates sur une droite graduée (tu peux utiliser une unité de 1 cm pour 10 années) et utilise cette droite pour calculer la durée de vie de cet historien romain.

26 – Voici les dates de naissance et de mort de deux personnages historiques.

	Naissance	Mort
Platon	427	347
Aristote	384	322

1. Réécris les dates en utilisant des nombres relatifs.

2. Indique lequel de ces deux philosophes est né le premier ? lequel est mort le premier ?

3. Ordonne les quatre dates par ordre chronologique.

4. Sur une droite graduée (tu peux utiliser une unité de 1 cm pour 10 années ; tu ne marqueras pas l'origine), marque toutes les dates, de 10 années en 10 années, entre – 430 et – 320. Situe sur cette droite les dates de Platon et celles d'Aristote.

5. Calcule la durée de vie de chacun des deux personnages.

(corrigés p. 93)

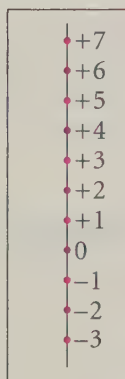
Nombres relatifs

1 — 1. Figure

2. Les nombres négatifs correspondent aux différents niveaux de sous-sol.

1^{er} sous-sol (− 1), 2^e sous-sol (− 2); 3^e sous-sol (− 3).

Les nombres positifs correspondent aux étages.



2 — La température de fusion est toujours inférieure à celle d'ébullition.

1. Température de fusion négative:

hélium (− 270 °C); hydrogène (− 259 °C); oxygène (− 218 °C); azote (− 210 °C); mercure (− 39 °C); brome (− 7,2 °C).

2. Température de fusion positive: carbone 3 550 °C; or 1 064 °C.

3. Température d'ébullition négative: hélium (− 269 °C); hydrogène (− 253 °C); azote (− 196 °C) oxygène (− 183 °C).

4. Température d'ébullition positive: mercure 357 °C; carbone 4 827 °C; or 2 807 °C; brome 58,8 °C.

3 — 1. a. Température du matin au-dessous de zéro (négative).

2^e jour: − 15 °C; 3^e jour: − 10 °C; 6^e jour: − 4 °C;

7^e jour: − 13 °C; 8^e jour: − 5 °C; 9^e jour: − 7 °C.

b. La température du matin au-dessus de zéro (positive).

1^{er} jour: + 3 °C; 4^e jour: + 1 °C; 5^e jour: + 2 °C.

c. La température de l'après-midi au-dessous de zéro (négative).

2^e jour: − 5 °C; 6^e jour: − 1 °C; 7^e jour: − 3 °C;

d. La température de l'après-midi est au-dessus de zéro (positive).

1^{er} jour: +10 °C; 3^e jour: + 3 °C; 4^e jour: + 12 °C;

5^e jour: + 6 °C; 8^e jour: + 5 °C; 9^e jour: + 3 °C.

2. • Températures du matin et de l'après-midi négatives:

2^e jour: − 15 °C; − 5 °C; 6^e jour: − 4 °C; − 1 °C; 7^e jour: − 13 °C; − 3 °C;

• Températures du matin et de l'après-midi positives:

1^{er} jour: + 3 °C; + 10 °C; 4^e jour: + 1 °C; + 12 °C; 5^e jour: + 2 °C; + 6 °C;

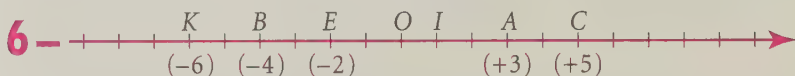
• Températures du matin et de l'après-midi de signes contraires:

3^e jour: − 10 °C; + 3 °C; 8^e jour: − 5 °C; + 5 °C; 9^e jour: − 7 °C; + 3 °C.

- 4** — a. gain 8, perte 5; bilan (+ 3);
 c. gain 10, perte 10; bilan 0;
 e. gain 5, perte 2; bilan (+ 3);
 g. gain 3, perte 7; bilan (− 4);
- b. gain 5, perte 8; bilan (− 3);
 d. gain 2, perte 6; bilan (− 4);
 f. gain 6, perte 2; bilan (+ 4);
 h. gain 3, perte 1; bilan (+ 2).

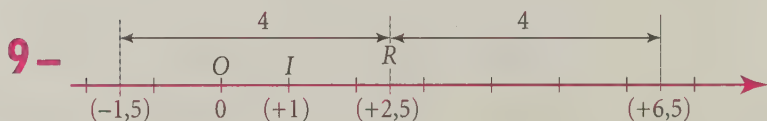
Nombres relatifs et repère d'une droite

5 — $P(-5)$; $R(-4)$; $S(-2)$; $J(+3)$; $K(+5)$; $C(+6)$.



7 — $B(-4)$; $D(-3)$; $R(+2)$; $T(+4)$; $A(+5)$; $C(+2,5)$.

8 — $A(-2)$; $B(+1,5)$.



- 10** — a. 1. (+ 4); 2. arrivée en C (+ 7); 3. égalité $(+ 3) + (+ 4) = (+ 7)$.
 b. 1. (− 2); 2. arrivée en E (+ 1); on écrira: $(+ 3) + (- 2) = (+ 1)$.
 c. 1. (− 6); 2. arrivée en F (− 3); on écrira: $(+ 3) + (- 6) = (- 3)$.

- 11** — a. 1. (+ 4); 2. arrivée en C (+ 3); 3. égalité $(- 1) + (+ 4) = (+ 3)$.
 b. 1. (− 2); 2. arrivée en E (− 3); on écrira: $(- 1) + (- 2) = (- 3)$.
 c. 1. (− 6); 2. arrivée en F (− 7); on écrira: $(- 1) + (- 6) = (- 7)$.

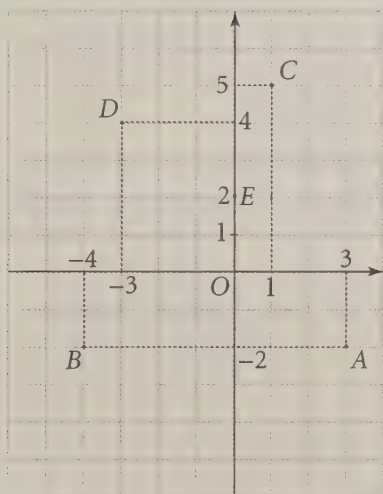
- 12** — a. Avancer de 8; $(- 5) + (+ 8) = (+ 3)$.
 b. Avancer de 4; $(- 5) + (+ 4) = (- 1)$.
 c. Avancer de 5; $(- 5) + (+ 5) = 0$.
 d. Reculer de 2; $(- 5) + (- 2) = (- 7)$.
 e. Avancer de 15; $(- 5) + (+ 15) = (+ 10)$.
 f. Reculer de 5; $(- 5) + (- 5) = (- 10)$.

- 13** — a. Reculer de 2; $(+ 5) + (- 2) = (+ 3)$.
 b. Reculer de 6; $(+ 5) + (- 6) = (- 1)$.
 c. Reculer de 5; $(+ 5) + (- 5) = 0$.

- d. Reculer de 12; $(+5) + (-12) = (-7)$.
 e. Avancer de 5; $(+5) + (+5) = (+10)$.
 f. Reculer de 15; $(+5) + (-15) = (-10)$.

— Nombres relatifs et repère du plan

14 —

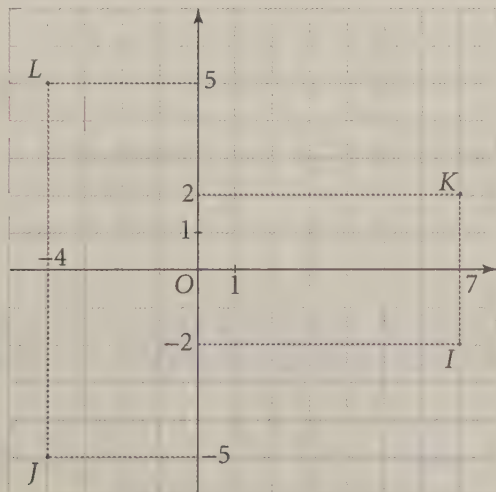


15 — $A(+1; +2)$; $B(-3; -2)$; $C(-3; +3)$; $D(+4; 0)$; $E(+3; -1)$.

16 —

$K(+7; +2)$;

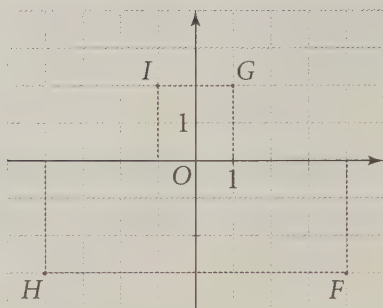
$L(-4; +5)$.



17 –

$$H(-4; -3);$$

$$I(-1; +2).$$

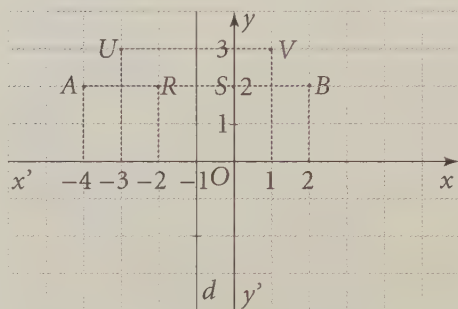


18 –

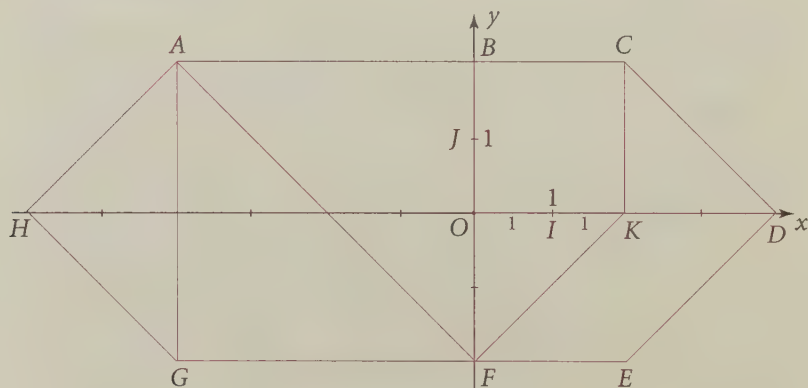
$$B(+2; +2);$$

$$V(+1; +3);$$

$$S(0; +2).$$



19 – 1. Figure



2. AHG ; AGF ; AFB ; OFK et CKD sont des triangles rectangles et isocèles. $OKCB$ est un carré; $DEFK$ est un parallélogramme.

20 – $A(-2; -2)$; $B(2; -2)$; $C(2; 3)$; $D(-2; 3)$; $E(-1; -2)$; $F(1; -2)$; $G(2; -1)$; $H(2; 1)$; $I(1; 0)$; $K(0; 3)$; $L(1; 2)$; $M(-2; -1)$; $N(-2; 1)$; $P(-1; 0)$.

Problèmes

21 – 1. Une recette se traduit par un nombre positif, une dépense par un nombre négatif. On écrit : novembre : (+ 12); (– 3,5);
décembre : (+ 31); (– 34).

2. Bilan de novembre : le bilan est positif et $12 - 3,5 = 8,5$; bilan + 8,5.
Bilan de décembre : le bilan est négatif et $34 - 31 = 3$; bilan – 3.

22 – On peut représenter les données sur une droite graduée :



– 9 est une température inférieure à – 7; $(-9) < (-7)$.

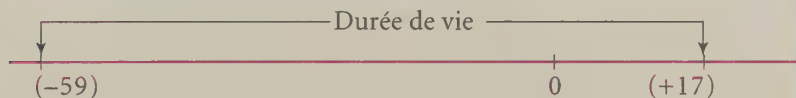
L'écart entre ces deux températures est de 2 °C.

23 – Ordre des nombres : – 394; – 170; – 90; – 29,9; – 28; – 12; 5 040; 5 641; 6 010; 6 187; 7 010; 8 848.

Attention ! $394 > 170$ mais $-394 < -170$.

24 – réponse : – 5 °C. $(-9 + 4 = -5)$

25 – Durée de vie : 76 années $(59 + 17)$.

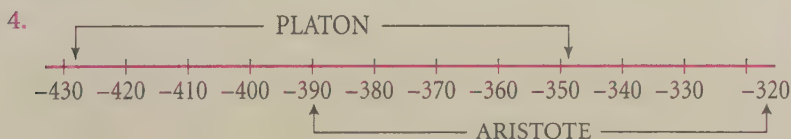


26 – 1. Platon : né en – 427; mort en – 347.

Aristote : né en – 384; mort en – 322.

2. C'est Platon qui est né le premier $(-427 < -384)$; c'est aussi lui qui est mort le premier $(-347 < -322)$.

3. $-427 < -384 < -347 < -322$



5. Durée de vie de Platon : 80 années; d'Aristote : 62 années.

4

PROPORTIONNALITÉ. ÉCHELLES, POURCENTAGES

COURS

- Proportionnalité
- Échelles
- Pourcentages
- Représentation de données

MÉTHODE

- Compléter un tableau de proportionnalité
- Appliquer une échelle
- Appliquer un pourcentage et construire un diagramme

EXERCICES

- Proportionnalité
- Échelles
- Pourcentages
- Diagrammes
- Corrigés

4

PROPORTIONNALITÉ. ÉCHELLES. POURCENTAGES



Proportionnalité

Tableau de proportionnalité

Un tableau de nombres de deux lignes dans lequel les nombres de la seconde ligne sont obtenus en multipliant ou en divisant ceux de la première par un nombre fixé est un **tableau de proportionnalité**.

Le tableau ci-dessous est un tableau de proportionnalité. On passe des nombres de la première ligne à ceux de la seconde en multipliant par 7.

3	12	4,5	6	10,5
21	84	31,5	42	73,5



Coefficient de proportionnalité

Le nombre par lequel il faut multiplier les nombres de la première ligne pour obtenir ceux de la seconde est le **coefficient de proportionnalité**.

Exemple

Dans le tableau ci-dessus :

$$\frac{21}{3} = \frac{84}{12} = \frac{31,5}{4,5} = \frac{42}{6} = \frac{73,5}{10,5} = 7.$$

Le coefficient de proportionnalité est 7.

Pour chaque colonne du tableau, le nombre de la seconde ligne est l'image du nombre de la première ligne.

Dans le tableau ci-dessus, 21 est l'image de 3 ; 84 l'image de 12...

Propriétés

Première propriété P1

Dans un tableau de proportionnalité, si on multiplie un nombre de la première ligne par le nombre k , son image est multipliée par k .

Exemple

Dans le tableau de proportionnalité ci-contre, on passe de 3 à 12 en multipliant par 4 ; $12 = 3 \times 4$; on passe de 21 à 84 en multipliant par 4 ; $21 \times 4 = 84$.

3	12
21	84

Deuxième propriété P2

Dans un tableau de proportionnalité, l'image de la somme de deux nombres est la somme de leurs images.

Exemple

Dans le tableau de proportionnalité ci-contre : 10,5 est la somme de 4,5 et 6 : $4,5 + 6 = 10,5$; 73,5 est la somme de 31,5 et 42 : $31,5 + 42 = 73,5$.

4,5	6	10,5
31,5	42	73,5

Produit en croix

Dans un tableau de proportionnalité, les produits en croix sont égaux.

Exemple

Dans le tableau de proportionnalité ci-contre : $3 \times 42 = 126$; $6 \times 21 = 126$.

3	6
21	42

Échelles

On dit qu'un dessin, une carte ou une maquette est une représentation à l'**échelle** e d'un objet réel, lorsque les dimensions de la représentation sont proportionnelles aux dimensions réelles.

Le nombre e est le **coefficient de proportionnalité**.

Exemples

- Un dessin est à l'échelle 2 si les dimensions du dessin sont le double des dimensions réelles.

- Une carte est à l'échelle $\frac{1}{200\,000}$ lorsque les dimensions sur la carte sont égales aux dimensions réelles multipliées par $\frac{1}{200\,000}$.

Cela signifie que 1 cm sur la carte représente 200 000 cm soit 2 kilomètres réels.

Pourcentages

Un **pourcentage** est un coefficient de proportionnalité exprimé sous la forme d'une fraction décimale dont le numérateur est l'image de 100.

Exemple

« Le **taux** de remboursement d'un médicament par la Sécurité Sociale est **65 pour 100**. » Cette phrase signifie que la somme remboursée est proportionnelle au prix payé et que le coefficient t de proportionnalité est $\frac{65}{100}$, soit 0,65. « t pour cent » se note $t\%$ ou $\frac{t}{100}$.

Prix payé	100	200
Montant remboursé	65	130



Règle

Calculer $t\%$ d'un nombre, c'est multiplier ce nombre par $\frac{t}{100}$.

Représentation de données

Pour représenter des données on utilise divers types de graphiques : diagramme à bâtons, à barres, circulaire, semi-circulaire.

Exemples

Dans une classe de Sixième, les 28 élèves ont obtenu les notes suivantes au dernier contrôle noté sur 10 :

Note	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Nombre d'élèves	0	1	3	2	4	7	4	3	2	1	1

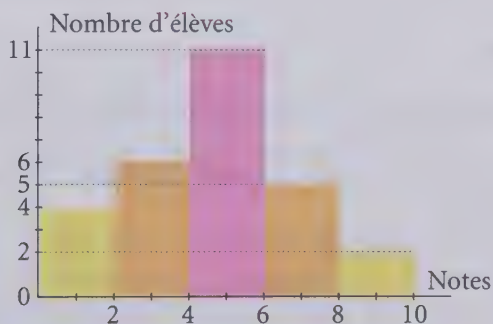
Diagramme à bâtons



Pour faire un bilan, le professeur regroupe les résultats : notes inférieures ou égales à 2, allant de 3 à 4, de 5 à 6, de 6 à 8 et supérieures à 8.

Note	≤ 2	$2 < n \leq 4$	$4 < n \leq 6$	$6 < n \leq 8$	$8 < n \leq 10$
Nombre d'élèves	4	6	11	5	2

Diagramme à barres



Pour le diagramme circulaire ou demi-circulaire voir la méthode p. 103.

MÉTHODE



Compléter un tableau de proportionnalité

Énoncé

Compléter les tableaux de proportionnalité suivants :

1.

18	54	9	45	63	108
35					

2.

8	5		2	2,7	
18,8		23,5			43,475

Méthode

On dispose de plusieurs méthodes :

- calculer et utiliser le coefficient de proportionnalité ;
- utiliser la propriété **P1** ;
- utiliser la propriété **P2** ;
- utiliser les produits en croix.

Résolution

1. Le coefficient est $\frac{35}{18}$, ce n'est pas un décimal ; on utilise cette écriture fractionnaire ou bien on essaie de trouver d'autres moyens. On remarque que :

- $54 = 18 \times 3$; l'image de 54 est 35×3 soit 105.
- 9 est la moitié de 18 ; l'image de 9 est la moitié de 35 soit 17,5.
- $45 = 9 \times 5$; l'image de 45 est $17,5 \times 5$ soit 87,5 ou bien $54 - 9 = 45$; l'image de 45 est $105 - 17,5$ soit 87,5
- $63 = 9 \times 7$; l'image de 63 est $17,5 \times 7$ soit 122,5 ou bien $63 = 54 + 9$; l'image de 63 est $105 + 17,5$ soit 122,5
- $108 = 54 \times 2$; l'image de 108 est 105×2 soit 210 ou bien $108 = 45 + 63$; l'image de 108 est $87,5 + 122,5 = 210$



18	54	9	45	63	108
35	105	17,5	87,5	122,5	210

2. Pour calculer l'image de 5 on peut penser au produits en croix
 $8 \times \dots = 18,8 \times 5$; on résout cette équation $\dots = \frac{18,8 \times 5}{8}$;
 $\dots = 11,75$.

On peut aussi calculer le coefficient de proportionnalité $\frac{18,8}{8} = 2,35$.

En multipliant 10; 2; 2,7 et 18,5 par 2,35 on obtient les autres images.



8	5	10	2	2,7	18,5
18,8	11,75	23,5	4,7	6,345	43,475

Appliquer une échelle

Énoncé

Sur une carte à l'échelle $\frac{1}{2\,000\,000}$, quelle est la distance de deux villes dont la distance réelle est de 64 km ?

Méthode

Pour calculer la distance sur la carte, il suffit de multiplier par le coefficient de proportionnalité.

Pour faciliter les calculs et aboutir à des résultats plus simples à écrire, il est souvent commode de changer d'unité.

Résolution

La distance sur la carte est $64 \times \frac{1}{2\,000\,000}$ km = $\frac{64}{2\,000\,000}$ km.

Pour obtenir une mesure exprimée par un nombre d'usage courant il faut changer d'unité.

$$\frac{64}{2\,000\,000} \text{ km} = \left(\frac{64}{2\,000\,000} \times 100\,000 \right) \text{ cm} = 3,2 \text{ cm.}$$

Il est souvent plus facile de commencer par convertir la distance réelle en mètres ou en centimètres. $64 \text{ km} = 64\,000 \text{ m} = 6\,400\,000 \text{ cm}$.

L'échelle $\frac{1}{2\,000\,000}$ signifie que 1 cm sur la carte représente

2 000 000 cm réels c'est-à-dire 20 000 m ou 20 km.

On passe de 20 à 64 en multipliant par 3,2 donc on passe de 1 à x en multipliant par 3,2.

$x = 1 \times 3,2 \text{ cm}$. La distance sur la carte est de 3,2 cm.

1 cm	20 km
x	64 km

Appliquer un pourcentage et construire un diagramme

Énoncé

1. Dans un collège de 480 élèves, 55 % étudient l'anglais en première langue, 25 % étudient l'allemand.

- Combien d'élèves étudient l'anglais en première langue ?
- Combien d'élèves étudient l'allemand en première langue ?
- Combien d'élèves étudient une autre langue en première langue ?

2. Représente cette situation par un diagramme semi-circulaire.

Méthode

Pour appliquer un pourcentage, on multiplie par le coefficient de proportionnalité qui est $\frac{t}{100}$.

Pour déterminer les angles des secteurs circulaires, on utilise un tableau de proportionnalité :
au nombre 100 correspond 180° pour un diagramme semi-circulaire et 360° pour un diagramme circulaire.

Résolution

1. • Nombre d'élèves étudiant l'anglais en première langue :

$$480 \times \frac{55}{100} = 480 \times 0,55 = 264.$$

• Nombre d'élèves étudiant l'allemand en première langue :

$$480 \times 0,25 = 120.$$

- Nombre d'élèves étudiant une autre langue :

$480 - 264 - 120 = 96$; ils représentent 20 % des élèves du collège.

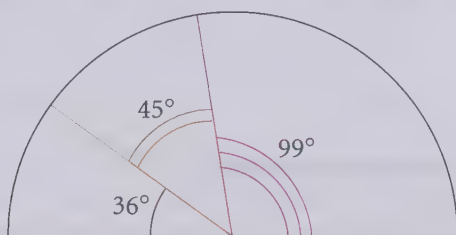
Les répartitions en pourcentage et selon les effectifs des élèves sont proportionnelles. Le coefficient de proportionnalité est 4,8.

2. Un angle plat mesure 180° la somme des angles des secteurs circulaires est 180° . La répartition en pourcentage et la répartition de angles sont proportionnelles.

L'image de 100 est 180.

Le coefficient de proportionnalité est 1,8.

55	25	20	100
99	45	36	180



EXERCICES

Proportionnalité

1 — Complète les tableaux de proportionnalité donnés.

a.

0,25	...	2	...	10	...
...	2	...	12	...	100

b.

...	2	...	9
$\frac{2}{3}$	...	2	...

c.

0,1	...	...	10
...	0,04	1	...

2— Complète les tableaux de proportionnalité donnés sans chercher à calculer le coefficient de proportionnalité.

a.

...	6	8	14	16
7	21	...	...	...

b.

3	4,5	7,5	12
...	...	...	45,6

c.

3	4	8	11
19,5	...	...	...

d.

...	...	206	...
9,42	942	1 884	1 893,42

e.

1	2	4	7	8	10	11	...
...	...	38	...	...	...	...	1 900

(corrigés p. 109)

Problèmes de proportionnalité

3— Un boulanger vend des viennoiseries « au poids ». Il affiche « 2,5 € les 250 grammes ».

- Combien coûteront 500 grammes? 100 grammes?
- Quel est le prix du kilogramme?

4— Une fleuriste confectionne des bouquets; elle veut respecter la proportion suivante: 3 roses pour 7 œillets.

- Combien de roses utilisera-t-elle pour 28 œillets?
- Combien de fleurs comportera un bouquet ayant 15 roses?
- Combien d'œillets comportera un bouquet de 30 fleurs?

5— Trois kilogrammes de pommes de terre valent 4 €. Combien paierai-je pour : 1. 12 kg? 2. 1,5 kg? 3. 13,5 kg?

6— Pour faire des crêpes pour quatre personnes, il faut :

œufs : 4	sucré : 50 g	beurre : 40 g	lait : 3 dL	farine tamisée : 130 g
----------	--------------	---------------	-------------	------------------------

Quelle est la recette à appliquer pour :

- 8 personnes? 2. 6 personnes? 3. 18 personnes?

7— Pour une fête, on prévoit environ 1 litre de boisson pétillante pour 4 personnes. Combien devra-t-on en prévoir pour :

- six personnes? 2. quinze personnes?

8 – Dans une recette de gâteau, pour cinq œufs, il faut :

150 g de sucre semoule	175 g de sucre glace	200 g de farine	180 g d'amandes en poudre
---------------------------	-------------------------	-----------------	------------------------------

Calcule les quantités d'amandes et de sucre semoule nécessaires si l'on utilise douze œufs.

9 – Une lessive est vendue sous deux conditionnements différents :

- en barils de 6 kg, au prix de 12 € le baril ;
- en paquets de 750 g, au prix de 2,1 € le paquet.

1. Combien faut-il de paquets pour obtenir la même quantité de lessive qu'avec un baril ?

2. Je souhaite acheter 6 kg de lessive.

Quel conditionnement me conseilles-tu ? Pourquoi ?

10 – Un paquet de gaufrettes fourrées enrobées au chocolat coûte 3,2 € le paquet de 500 grammes et contient 10 gaufrettes. Un paquet de barres aux céréales coûte 1,4 € le paquet de 125 grammes et contient 7 barres.

1. Calcule le prix au kilogramme de chacun de ces produits.

2. Pour le goûter des 140 enfants fréquentant un centre aéré, le directeur souhaite acheter l'un de ces deux produits.

Quel est, pour lui, le choix le plus avantageux ?

11 – Dans un magasin, un lot « promotionnel » de cinq paires de chaussettes est affiché à 4,5 €. En rayon, les mêmes chaussettes sont à 1,7 € les deux paires. Qu'en penses-tu ?

12 – En quoi le raisonnement suivant est-il défectueux ?

« Pour le carrelage d'une pièce, on a employé 400 carreaux de 20 cm de côté. Si les carreaux n'avaient eu que 10 cm de côté, il en aurait fallu deux fois plus ».

13 – Complète les tableaux de proportionnalité :

a.

...	19
7	5

b.

14	...
9	10,8

14 – Un épicier vend 3 kg de pommes pour 3,3 €. Au même prix du kilogramme, combien vendrait-il 20 kg de pommes ?

15 – Avec le plein d'essence (42 litres), un automobiliste a parcouru 525 km. Quelle a été sa consommation moyenne « aux 100 km » ? Quelle quantité d'essence devra-t-il prévoir pour faire un trajet de 780 km ?

16 – Je viens d'acheter un gigot de 2 kg pour la somme de 32,60 €. En passant devant une autre boucherie, je lis : « Promotion sur le gigot : 42 € les 3 kg ». Que dois-je penser de mon achat ?

17 – Deux associés ont fait un bénéfice de 54 000 €, qu'ils se partagent proportionnellement aux sommes que chacun avait versées. Le premier avait versé 430 000 €. Le bénéfice du second est de 28 200 €.

Calcule le bénéfice du premier et la somme versée par le second.
(corrigés p. 110)

Échelles

18 – Comment sont représentées à l'échelle $\frac{1}{4}$ les longueurs suivantes : 10 cm ? 36 cm ? 1 m ? 12 m ?

19 – Quelles sont les distances réelles représentées à l'échelle $\frac{1}{100}$ par les distances suivantes : 3 cm ? 5 mm ? 6,8 cm ? 0,5 m ?

20 – Par quelle distance est représenté 1 km à l'échelle :

1. $\frac{1}{1\ 000}$? 2. $\frac{1}{20\ 000}$? 3. $\frac{1}{50\ 000}$?

21 – La distance Paris-Bordeaux est de 565 km. À quelle distance sont situées ces deux villes sur une carte dont l'échelle est $\frac{1}{1\ 000\ 000}$?

22 – Sur un plan de Paris à l'échelle $\frac{1}{25\ 000}$, la distance Porte Maillot-Porte de Vincennes, sur la ligne de métro qui les relie, est de 41,4 cm. Quelle est la distance réelle entre ces deux stations ?

23 – Pour aller de Fécamp à Goderville, on parcourt 13 km ; la distance sur la carte est de 6,5 cm.

La distance, sur la carte entre Goderville et Bolbec est de 6 cm.

Quelle est la distance réelle entre ces deux villes ?

(corrigés p. 112)

Pourcentages

24 – Calcule :

12 % de 50 ; 30 % de 67,5 ; 14,3 % de 92 ; 0,8 % de 1 200.

25 – Une somme de 1 500 € est placée à 3,25 % l'an.

Combien rapporte-t-elle en un an ?

26 – Tu as placé 1 000 € sur un « Livret Jeunes » au taux de 4,75 % par an.

Ton père, lui, a placé la même somme au taux de 3,5 %.

Compare les intérêts que chacun recevra au bout d'un an.

27 – Complète cette feuille de remboursement de soins :

Acte	Prix payé en euros	Montant remboursé	Taux du remboursement
Consultation	105	...	70 pour cent
Pharmacie	102,60	...	65 pour cent
Pharmacie	15,80	...	35 pour cent
TOTAL PAYÉ :	...	TOTAL REMBOURSÉ :	...

28 – Sophie achète en solde

– avec 30 % de réduction, une paire de chaussures marquée 55 € ;

– avec 25 % de réduction, un pantalon marqué 44 €.

Quel est sa dépense totale ?

29 – Une somme de 1 200 € est placée au taux de 3,5 % par an. À la fin de la première année, l'intérêt produit est ajouté au capital et produit à son tour un intérêt la seconde année.

Quelle somme obtiendra-t-on après deux années de placement ?

30 – Dans un pays d'Amérique du Sud, l'inflation est de 42 % par an. Calcule combien vaudra, dans un an, puis dans deux ans, un produit qui vaut actuellement 50 € ?

(corrigés p. 113)

Diagrammes

31 – Pour le cours de statistique, le professeur de mathématiques d'une classe de Sixième a demandé à ses élèves d'interroger leurs camarades de Sixième du collège pour savoir combien ils avaient de frères et sœurs. Voici le résultat de l'enquête de Stéphane.

Nombre de frères et sœurs	1	2	3	4
Nombre de réponses	16	40	32	12
Pourcentage				

1. Combien d'élèves Stéphane a-t-il interrogés ? Complète le tableau.
2. Représente cette situation par un diagramme en bâtons.

32 – Trois élèves Théo, Arthur et Maxime se sont répartis les 60 cartes d'un jeu, proportionnellement au nombre de parties gagnées par chacun au cours des 20 dernières parties.

Théo a gagné 5 fois, Arthur 9 fois et Maxime 6 fois. Représente cette situation par un diagramme circulaire et par un diagramme à barres.

33 – Reprends les données de la recette de gâteau de l'exercice 8. Quel pourcentage du poids total des ingrédients représentent le poids des œufs, du sucre, de la farine et celui des amandes en poudre ? Les œufs utilisés pèsent 60 grammes chacun.

Représente cette situation par un diagramme semi-circulaire et par un diagramme à barres.

(corrigés p. 114)

Proportionnalité

1 - a.

0,25	0,5	2	3	10	25
1	2	8	12	40	100

$\times 4$

b.

1	2	3	9
$\frac{2}{3}$	$\frac{4}{3}$	2	6

$\times \frac{2}{3}$

c.

0,1	0,2	5	10
0,02	0,04	1	2

$\times 0,2$

2 - a.

2	6	8	14	16
7	21	28	49	56

$: 3$

- $21 : 7 = 3$; $6 : 3 = 2$; 2 est le nombre cherché.
 - $8 = 2 \times 4$; l'image de 8 est 7×4 , c'est-à-dire 28.
 - $14 = 6 + 8$; l'image de 14 est $21 + 28$, c'est-à-dire 49.
- (On vérifie aussi que $14 = 7 \times 2$ et que $49 = 7 \times 7$).
- $16 = 8 \times 2$ et $28 \times 2 = 56$. (On peut trouver aussi l'image de 16 en remarquant que $16 = 14 + 2$, ou bien que $16 = 2 + 6 + 8 \dots$).

b.

3	4,5	7,5	12
11,4	17,1	28,5	45,6

$+$, $\times 1,5$, $: 4$

c.

3	4	8	11
19,5	26	52	71,5

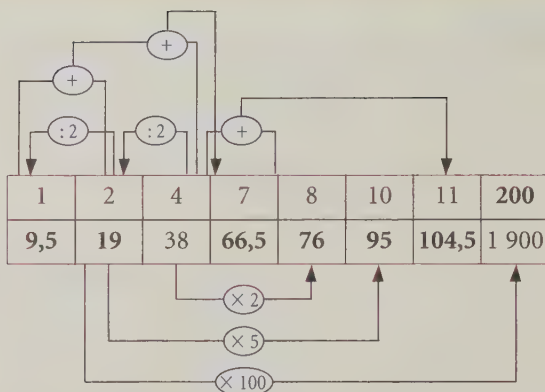
$+$, $\times \frac{4}{3}$, $\times 2$

d.

1,03	103	206	207,03
9,42	942	1 884	1 893,42

$: 100$, $: 2$, $+$

e.



Problèmes de proportionnalité

3 — 1. $500 = 250 \times 2$; $2,5 \times 2 = 5$; 500 grammes coûtent 5 €.
 $100 = 500 : 5$; $5 : 5 = 1$; 100 grammes coûtent 1 €.

2. Le prix du kilogramme est 10 € (5×2 ou 1×10).

4 — 1. $28 = 7 \times 4$; $3 \times 4 = 12$. Pour 28 œillets, il faut 12 roses.

2. $15 = 3 \times 5$; $7 \times 5 = 35$. Pour 15 roses, il faut 35 œillets.
 Le bouquet comportera 50 fleurs (35 œillets et 15 roses).

3. Un bouquet de 10 fleurs comporte 3 roses et 7 œillets : un bouquet de 30 fleurs comportera 9 roses et 21 œillets.

5 — 1. $12 = 3 \times 4$; pour 12 kg je paierai 16 € ($4 \times 4 = 16$).

2. $1,5 = 3 : 2$; pour 1,5 kg je paierai 2 € ($4 : 2 = 2$).

3. $13,5 = 12 + 1,5$; pour 13,5 kg je paierai 18 € ($16 + 2 = 18$).

6 — 1. Pour 8 personnes, on multiplie les quantités par 2; il faut 8 œufs, 100 g de sucre, 80 g de beurre, 6 dL de lait, 260 g de farine.

2. Pour 6 personnes, on peut multiplier les quantités par $\frac{3}{2}$; il faut 6 œufs, 75 g de sucre, 60 g de beurre, 4,5 dL de lait, 195 g de farine.

3. Pour 18 personnes, on peut multiplier par 3 les quantités obtenues au 2., ou bien multiplier par $\frac{9}{2}$ ($\frac{18}{4} = \frac{9}{2}$) les quantités données dans

l'énoncé pour 4 personnes : il faut 18 œufs, 225 g de sucre, 180 g de beurre, 13,5 dL de lait, 585 g de farine.

7-1. Pour 2 personnes ($2 = \frac{1}{2} \times 4$), il faut prévoir $\frac{1}{2}$ litre ou 0,5 litre.

Pour 6 personnes ($6 = 4 + 2$), il faut $(1 + 0,5)$ litre, soit 1,5 litre.

Autre raisonnement :

$6 = \frac{3}{2} \times 4$; il faut $\frac{3}{2}$ litre pour 6 personnes, soit 1,5 litre.

2. La quantité prévue pour 1 personne est $\frac{1}{4}$ de litre, c'est-à-dire 0,25 litre.

Pour 15 personnes, il faut $(0,25 \times 15)$ litres, soit 3,75 litres.

8- Les quantités nécessaires pour 12 œufs sont obtenues en multipliant par $\frac{12}{5}$ les quantités pour 5 œufs.

Il fallait 150 g de sucre semoule pour 5 œufs, il en faudra 360 g pour 12 œufs.

Il fallait 180 g d'amandes pour 5 œufs, il en faudra 432 g pour 12 œufs.

9-1. Deux paquets contiennent 1,5 kg de lessive; $6 \text{ kg} = 1,5 \text{ kg} \times 4$. Il faut donc huit paquets pour obtenir la même quantité de lessive qu'avec un baril.

2. Huit paquets me coûteraient 16,8 € ($8 \times 2,1$); j'ai intérêt à acheter le baril.

10-1. Le prix du kilogramme de gaufrettes est 6,4 € ($3,2 \times 2 = 6,4$). Le prix du kilogramme de barres aux céréales est 11,2 € ($1 \text{ kg} = 8 \times 125 \text{ g}$ et $8 \times 1,4 = 11,2$).

2. Le directeur doit acheter 14 paquets de gaufrettes, pour la somme de 44,8 € ($3,2 \times 14 = 44,8$) ou 20 paquets de barres, pour la somme de 28 € ($1,4 \times 20 = 28$).

Le choix le plus avantageux pour lui est celui des barres aux céréales, même si leur prix au kilogramme est plus élevé!

11- Cinq paires de chaussettes coûtent 4,5 €. Le prix unitaire est $(4,5 : 5)$ € soit 0,9 €.

Les deux paires coûtent 1,7 €, le prix unitaire est $(1,7 : 2)$ € soit 0,85 €. Le prix de revient d'une paire de chaussettes est plus élevé pour le lot de cinq paires que pour le lot de deux paires.

12- Il en aurait fallu 4 fois plus! En effet, l'aire d'un carreau est divisée par 4 lorsque la longueur de son côté est divisée par 2.

13– a. $? \times 5 = 19 \times 7$;

$? = \frac{19 \times 7}{5} = 26,6$.

b. $14 \times 10,8 = ? \times 9$;

$? = \frac{14 \times 10,8}{9} = 16,8$.

14– $\frac{3,3 \times 20}{3} = 22$. Pour 20 kg, on paiera 22 €.

15– 1. $\frac{42 \times 100}{525} = 8$. Pour 100 km, la consommation (moyenne) est de 8 litres.

2. $780 = 100 \times 7,80$. Pour faire un trajet de 780 km, la consommation est de 62,4 litres $\left(8 \times \frac{780}{100} = 62,4\right)$.

16– Pour 3 kg achetés chez mon boucher, j'aurais payé 48,9 € $\left(\frac{32,6 \times 3}{2} = 48,9\right)$, ce qui est plus cher que la promotion, mais si je n'ai besoin que de 2 kg, mon achat est satisfaisant.

17– On calcule d'abord le bénéfice du premier : 25 800 F (54 000 – 28 200). On dresse le tableau de proportionnalité :

	Premier associé	Second associé	Total
Somme versée	430 000	...	...
Bénéfice	25 800	28 200	54 000

Somme versée par le second : $\frac{28\,200 \times 430\,000}{25\,800} \text{ €} = 470\,000 \text{ €}$.

Échelles

18– À l'échelle $\frac{1}{4}$, les longueurs réelles sont divisées par 4. Tu obtiens donc : 2,5 cm ; 9 cm ; 0,25 m (c'est-à-dire 25 cm) ; 3 m.

19– Les distances représentées à l'échelle $\frac{1}{100}$ sont divisées par 100 par rapport aux distances réelles. Pour obtenir celles-ci, tu dois donc multiplier par 100 les longueurs données. Tu obtiens : 3 m ; 500 mm (c'est-à-dire 0,5 m) ; 680 cm (c'est-à-dire 6,8 m) ; 50 m.

20 — 1 km = 1 000 m.

1. À l'échelle $\frac{1}{1\,000}$, 1 km est représenté par **1 m**
(1 000 : 1 000 = 1).
2. À l'échelle $\frac{1}{20\,000}$, 1 km est représenté par **5 cm**
(1 000 : 20 000 = 0,05 ; 0,05 m = 5 cm).
3. À l'échelle $\frac{1}{50\,000}$, 1 km est représenté par **2 cm**
(1 000 : 50 000 = 0,02 ; 0,02 m = 2 cm).

21 — 565 km = 565 000 m = 56 500 000 cm et $\frac{56\,500\,000}{1\,000\,000} = 56,5$.

Sur la carte, les deux villes sont distantes de **56,5 cm**.

22 — $41,4 \times 25\,000 = 414 \times 2\,500 = 1\,035\,000$;
1 035 000 cm = 10,35 km. La distance réelle entre les deux stations est **10,35 km**.

23 — Distance réelle : 12 km $\left(\frac{13 \times 6}{6,5} = 12 \right)$.

Pourcentages

Conseil de résolution

Exercices 24 à 34

Pour multiplier par t et diviser par 100, on peut multiplier par le nombre décimal $\frac{t}{100}$. Par exemple, multiplier par 12 et diviser par 100, c'est-à-dire multiplier par $\frac{12}{100}$, équivaut à multiplier par 0,12.

24 — Réponses : 6 ($50 \times 0,12 = 6$) ; **20,25** ($67,5 \times 0,3 = 20,25$) ;
13,156 ($92 \times 0,143 = 13,156$) ; **9,6** ($1\,200 \times 0,008 = 12 \times 0,8 = 9,6$).

25 — Réponse : **48,75 €** ($1\,500 \times 0,0325 = 15 \times 3,25 = 48,75$).

26 — Tu recevras **47,50 €** ($1\,000 \times 0,0475 = 47,5$).
Ton père recevra **35 €** ($1\,000 \times 0,035 = 35$).

27 — Montants remboursés (de haut en bas) : 73,50 € ; 66,69 € ; 5,53 €. Total payé : 223,40 €. Total remboursé : 145,72 € (qui sera arrondi à 145,70 €).

28 – $55 \times 0,3 = 16,5$; $55 - 16,5 = 38,5$.

Prix de la paire de chaussures : 38,5 euros

$44 \times 0,25 = 11$; $44 - 11 = 33$.

Prix du pantalon : 33 euros

Dépense totale : $(33 + 38,5)$ euros, soit 71,5 euros.

29 – À la fin de la première année, la somme inscrite sur le livret sera

1 242 euros; $1\,200 \times \frac{3,5}{100} = 1\,200 \times 0,035 = 42$; $1\,200 + 42 = 1\,242$.

Le capital obtenu au bout de deux ans de placement sera :

$1\,242 \times 0,035 = 43,47$; $1\,242 + 43,47 = 1\,285,47$.

30 – Dans un an, ce produit vaudra :

$50 + (50 \times 0,42) = 71$, soit 71 €.

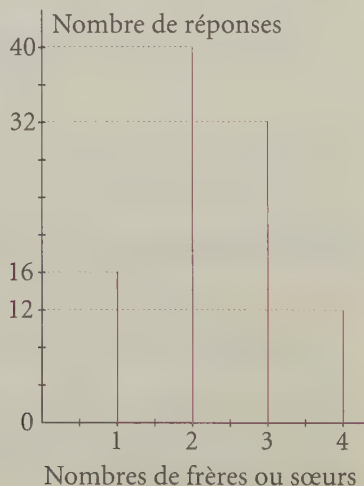
Dans deux ans, il vaudra :

$71 + (71 \times 0,42) = 100,82$, soit 100,82 €.

Diagrammes

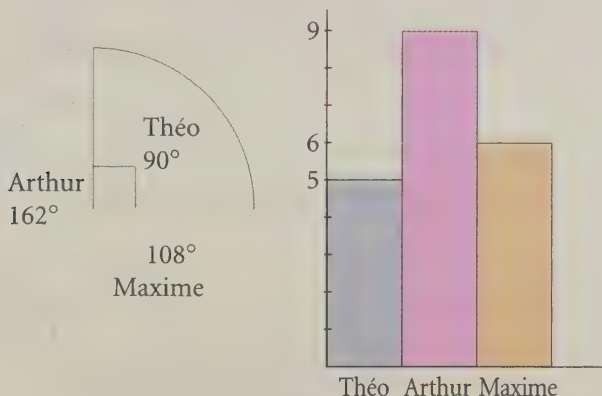
31 – 1. Le nombre d'élèves interrogés est 100. Les résultats sont donc donnés en pourcentage (16 %; 40 %; 32 %; 12 %).

2. Diagramme



32 – « Pour passer des nombres de la première ligne à ceux de la seconde il suffit de multiplier par 18 ».

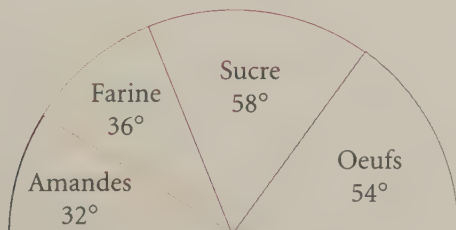
	Théo	Arthur	Maxime	Total
Parties gagnées	5	9	6	20
Angle	90°	162°	108°	360°



33 – Pour le diagramme semi-circulaire il faut calculer les angles correspondant à chaque ingrédient. Pour cela on multiplie la masse de chaque ingrédient par $\frac{180}{1\ 005}$; $\frac{180}{1\ 005} = \frac{12}{67}$; $300 \times \frac{12}{67} \approx 54$

$$325 \times \frac{180}{1\ 005} \approx 58 ; 200 \times \frac{180}{1\ 005} \approx 36 ; 180 \times \frac{180}{1\ 005} \approx 32$$

	Oeufs	Sucre	Farine	Amandes	Total
Masse en grammes	300	325	200	180	1 005
Angle	54°	58°	36°	32°	180°



11 d.

11 d.

11 d.

11 d.

11 d.

5

LIGNES DROITES. CERCLE. CONSTRUCTIONS USUELLES

COURS

- Vocabulaire
- Angles
- Droites perpendiculaires et droites parallèles
- Cercle

MÉTHODE

- Construire une droite perpendiculaire à une droite donnée passant par un point donné
- Construire une parallèle à une droite
- Construire la médiatrice d'un segment
- Reporter un angle

EXERCICES

- Lignes et points
- Angles et mesures d'angles
- Droites parallèles, sécantes, perpendiculaires
- Reproduction d'une figure
- Dictée d'une figure
- Problèmes
- Cercle
- Constructions au compas
- Corrigés

5

LIGNES DROITES. CERCLE. CONSTRUCTIONS USUELLES



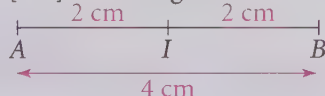
Vocabulaire

Segment

Un segment d'extrémités A et B , se note $[AB]$ et sa longueur AB .
 $AB = 4$ cm.

Le point I est le milieu du segment $[AB]$.

$AI = IB = 2$ cm.



Droite

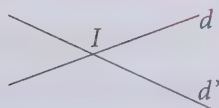
On nomme une droite par :

une lettre : la droite d	deux de ses points : la droite (MN)	deux lettres : la droite (xy)
Le point G appartient à d s'écrit : $G \in d$ Le point O n'appartient pas à d s'écrit : $O \notin d$.	La droite passe par les deux points M et N. $M \in (MN)$ et $N \in (MN)$.	$O \in (xy)$ $K \notin (xy)$.

Positions relatives de deux droites

Deux droites qui ont un seul point commun sont **sécantes**.

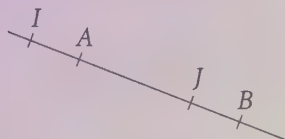
Les droites d et d' sont sécantes en I .



Deux droites qui ne sont pas sécantes sont **parallèles**. Elles sont :
strictement parallèles ou confondues



$d_1 \parallel d_2$.
 d_1 et d_2 n'ont aucun point commun.

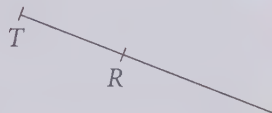


$(AB) \parallel (IJ)$ et $(AB) = (IJ)$.
Les points I, A, J, B sont alignés.

Demi-droite

On note $[TR)$ la **demi-droite** d'origine T passant par R .

La droite (TR) est le **support** du segment $[TR]$ et de la demi-droite $[TR)$.

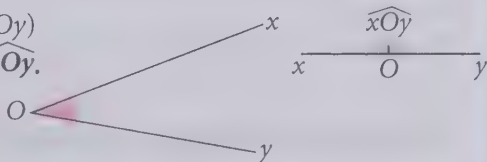


Angles

Vocabulaire

Sur ces figures : $[Ox)$ et $[Oy)$ sont les côtés de l'angle $\widehat{xOy}$.

Le point O est le **sommet** de cet angle.



Sur la seconde figure, les demi-droites $[Ox)$ et $[Oy)$ forment la droite (xy) , elles sont dites **opposées**, $\widehat{xOy}$ est un angle **plat**.

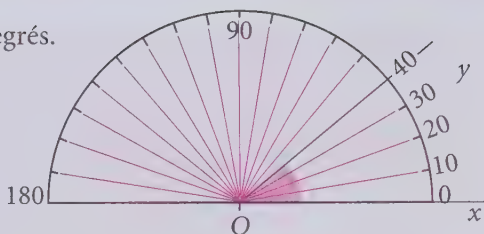
Mesure d'un angle

On mesure un angle à l'aide d'un rapporteur.

Un angle plat mesure 180 degrés.

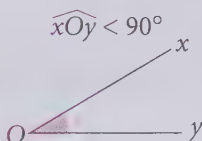
L'angle $\widehat{xOy}$ mesure 40 degrés.

On écrit : $\widehat{xOy} = 40^\circ$.

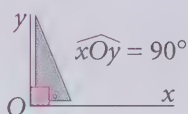


Angles particuliers

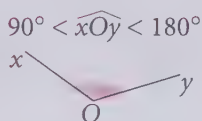
Aigu



Droit



Obtus



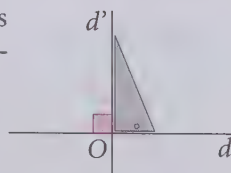
L'équerre permet de vérifier qu'un angle est droit.

Droites perpendiculaires et droites parallèles

Droites perpendiculaires

Lorsque l'un des angles formés par deux droites d et d' est droit, les droites d et d' sont **perpendiculaires**.

Elles forment quatre angles droits.

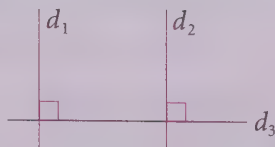


Droites perpendiculaires à une même droite



Si deux droites d_1 et d_2 sont perpendiculaires à une même droite d_3 , alors d_1 et d_2 sont parallèles.

Si $d_1 \perp d_3$ et $d_2 \perp d_3$, alors $d_1 \parallel d_2$

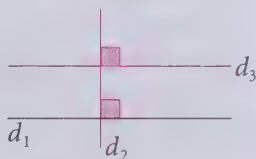


Pour tracer des droites parallèles, voir la méthode p. 124.

Autres propriétés

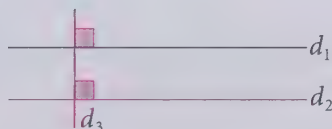
- Si deux droites d_1 et d_2 sont perpendiculaires, alors toute parallèle à l'une est perpendiculaire à l'autre.

Si $d_1 \perp d_2$ et $d_3 \parallel d_1$,
alors $d_3 \perp d_2$.

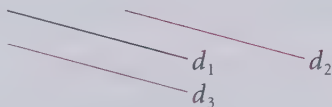


- Si deux droites d_1 et d_2 sont parallèles, alors :
 - toute droite perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre.
 - toute droite parallèle à l'une est parallèle à l'autre.

Si $d_1 \parallel d_2$ et $d_3 \perp d_1$,
alors $d_3 \perp d_2$.



Si $d_1 \parallel d_2$ et $d_3 \parallel d_1$,
alors $d_3 \parallel d_2$.



Cercle

On trace un cercle avec un compas.

Vocabulaire

Sur la figure de la page suivante, les points A , B , M , N appartiennent au **cercle** $\mathcal{C}$ de **centre** O .

Les segments $[OM]$ et $[ON]$ sont des **rayons**.

Le segment $[AB]$ de milieu O est un **diamètre**.

L'**intérieur** du cercle s'appelle le **disque**.

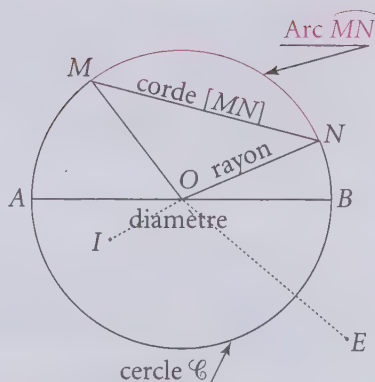
Exemple

$OM = ON = 2 \text{ cm}$.

$AB = 4 \text{ cm}$.

Le point I est intérieur au cercle, il appartient au disque ($OI < 2 \text{ cm}$).

Le point E est extérieur au cercle ($OE > 2 \text{ cm}$), il n'appartient ni au cercle, ni au disque.



Description

Pour définir ou décrire un cercle, on peut utiliser :

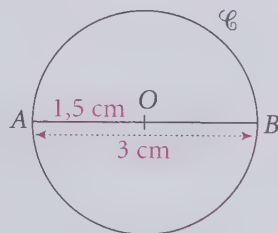
- son centre et la longueur d'un rayon ;
- $AB = 4 \text{ cm}$.
- son centre et la longueur d'un diamètre ;
- son centre et un point ;
- un diamètre

$\mathcal{C}$ est le cercle de centre O , de 1,5 cm de rayon.

$\mathcal{C}$ est le cercle de centre O , de 3 cm de diamètre.

$\mathcal{C}$ est le cercle de centre O passant par A .

$\mathcal{C}$ est le cercle de diamètre $[AB]$.



Médiatrice d'un segment et milieu d'un segment



ENREG.

La médiatrice d'un segment $[AB]$ est la perpendiculaire à la droite (AB) passant par le milieu du segment.

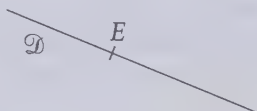
MÉTHODE

Construire une droite perpendiculaire à une droite donnée passant par un point donné

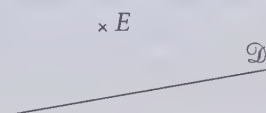
Énoncé

Dans chacun des cas suivants, construis la droite perpendiculaire à la droite $\mathcal{D}$ passant par le point E .

a.



b.



Méthode

• À l'équerre

On fait glisser l'équerre sur la droite le long d'un côté de l'angle droit jusqu'à ce que l'autre côté de l'angle droit passe par E .

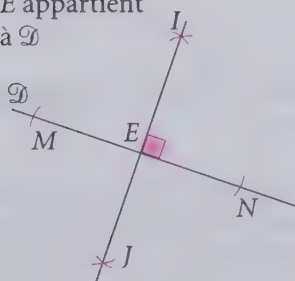
• Au compas

On trace :

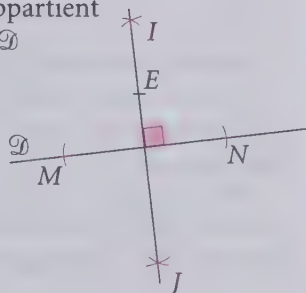
- un cercle de centre E qui coupe la droite $\mathcal{D}$ en M et N ;
- deux cercles de centres M et N , de même rayon, qui se coupent en I et J . La droite (IJ) est perpendiculaire à $\mathcal{D}$ et passe par E .

Résolution

a. E appartient à $\mathcal{D}$



b. E n'appartient pas à $\mathcal{D}$



Construire une parallèle à une droite

Énoncé

Soit une droite $\mathcal{D}$ et un point E . Construis la parallèle à la droite $\mathcal{D}$ passant par E .

Méthode

- À l'équerre

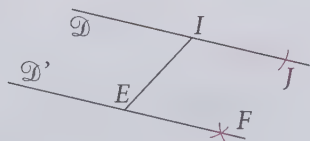
On trace une perpendiculaire $\mathcal{D}'$ à $\mathcal{D}$, puis la perpendiculaire à $\mathcal{D}'$ passant par E .

- Au compas

On marque un point I sur $\mathcal{D}$. On trace un arc de cercle de centre I passant par E qui coupe $\mathcal{D}$ en J . Les cercles de centres J et E passant par le point I se recoupent en F . (EF) est parallèle à $\mathcal{D}$.

Résolution

On laisse apparents les arcs des cercles qui passent par J et F .

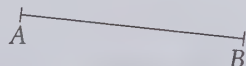


Construire la médiatrice d'un segment

Énoncé

Soit $[AB]$ un segment.

Trace la médiatrice du segment $[AB]$.



Méthode

- À la règle graduée et à l'équerre

On marque le milieu I du segment $[AB]$, puis on trace la perpendiculaire à la droite (AB) passant par I .

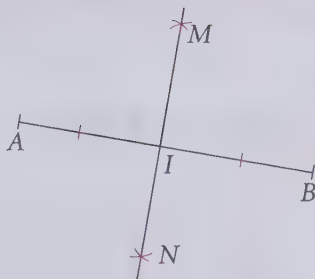
- Au compas

On trace des arcs de cercles de centre A et B , de même rayon, sécants en deux points M et N . La droite (MN) est la médiatrice du segment $[AB]$. Elle coupe $[AB]$ en son milieu I .

Résolution

11 Remarque :

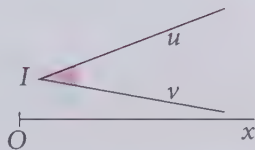
En construisant la médiatrice (MN) du segment $[AB]$, on détermine le milieu I du segment $[AB]$.



Reporter un angle

Énoncé

Construis un angle égal à l'angle $\widehat{uIv}$ dont un côté soit la demi-droite $[Ox)$.



Méthode

• Sur l'angle $\widehat{uIv}$

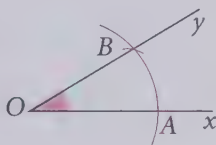
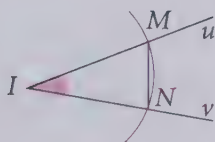
On trace un arc de cercle de centre I . Il coupe $[Iu)$ en M et $[Iv)$ en N .

• À partir de la demi-droite $[Ox)$

On trace un arc de cercle de centre O , de rayon IM , et un arc de cercle de centre A , de rayon MN . Ces deux arcs se coupent en B .

La demi-droite $[OB)$ est le deuxième côté de l'angle. $\widehat{xOy} = \widehat{uIv}$.

Résolution

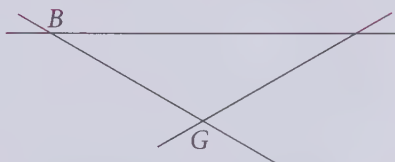


EXERCICES



Lignes et points

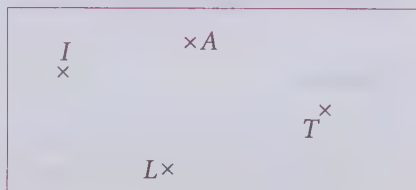
1 — Sur la figure ci-contre, on a marqué les points B et G . Nomme V le dernier point où les lignes tracées se coupent.



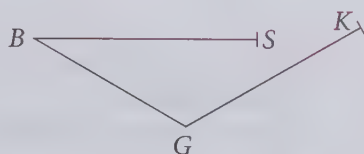
2 — 1. Trace les segments $[TI]$ et $[AL]$.

2. Nomme R leur point commun.

3. Trace les segments $[TL]$; $[LI]$; $[IA]$; $[AT]$.



3 — Écris les noms des trois segments tracés sur la figure ci-contre.



Exercices 4 à 6

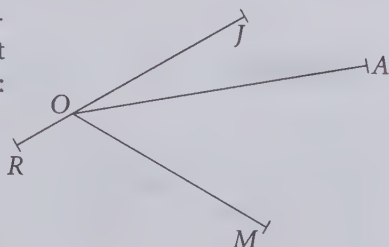
Les mesures sont faites avec une règle graduée en centimètres.

4 — Mesure la longueur de chacun des segments $[RJ]$, $[OA]$ et $[OM]$. Complète les égalités :

$RJ = \dots$

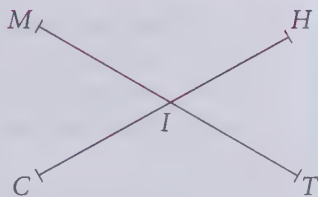
$OA = \dots$

$OM = \dots$



5 – 1. Mesure la longueur de chacun des segments $[CH]$, $[CI]$, $[IH]$, $[MI]$, $[IT]$ et $[MT]$ et écris les résultats obtenus.

2. Le point I est-il le milieu des segments $[CH]$ et $[MT]$? Pourquoi?



6 – Trace un segment $[JC]$ de 6 cm de longueur, puis marque le milieu O de ce segment.

7 – 1. Marque deux points A et B . Trace la droite passant par A et B .

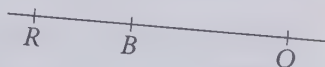
2. Marque un point F appartenant à la droite (AB) .

3. Marque un point G n'appartenant pas à la droite (AB) .

4. Trace les droites (GA) , (GB) et (GF) .

8 – Trace une droite d . Sur cette droite marque deux points B et N . Peux-tu écrire $d = (BN)$?

9 – Sur la figure, les points R , B , O appartiennent à la droite. En utilisant ces points, trouve trois façons différentes de nommer la droite.



10 – 1. Marque trois points J , B , G non alignés.

2. Trace toutes les droites passant par deux de ces points.

Nomme ces droites en utilisant les points J , B , G .

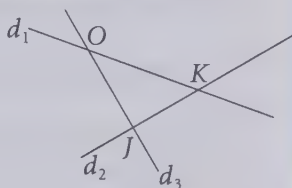
11 – Sur la figure ci-contre, on a tracé les droites d_1 , d_2 , d_3 .

Dans les phrases suivantes, remplace les pointillés par le signe qui convient ($\in$ ou $\notin$) :

$J \dots d_1$; $J \dots d_2$; $J \dots d_3$

$O \dots d_1$; $O \dots d_2$; $O \dots d_3$

$K \dots d_1$; $K \dots d_2$; $K \dots d_3$



12 – 1. Trace une droite d . Sur cette droite, marque un point A , puis un point B situé à 8 cm de A , et enfin un point C situé entre A et B à 3 cm de A .

2. Nomme les segments dont les extrémités sont deux des points A , B , C .

13 – 1. Sur une droite, marque trois points A, B, C , de façon que $AB = BC = 3,5$ cm.

2. Que représente le point B pour le segment $[AC]$?

3. Quelle est la longueur du segment $[AC]$?

14 – 1. Construis trois points A, B, C alignés et tels que $AB = 7$ cm, $BC = 2$ cm. (Il y a deux cas de figures.)

2. Pour chaque cas de figure, indique la longueur du segment $[AC]$.

15 – 1. Parmi les droites de la figure :

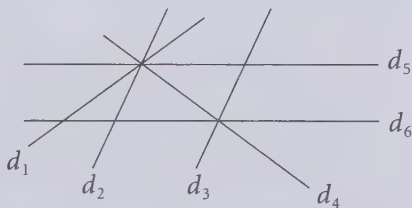
a. Quelles sont les droites parallèles ?

b. Quelles sont les droites sécantes ?

2. Lorsque trois droites ou

plus ont un point commun, on dit qu'elles sont **concourantes**.

Sur la figure existe-t-il des droites concourantes ?



16 – Observe la figure puis indique si les phrases sont vraies ou fausses.

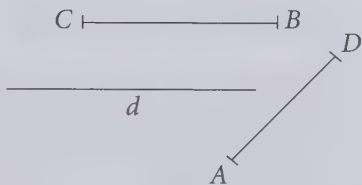
1. La droite d coupe le segment $[AD]$ en un point. ☐ V ☐ F

2. Les droites d et (AD) sont sécantes. ☐ V ☐ F

3. Les droites (BC) et (AD) ont un point commun. ☐ V ☐ F

4. Les segments $[BC]$ et $[AD]$ ont un point commun. ☐ V ☐ F

5. La droite d est parallèle à la droite (BC) . ☐ V ☐ F



17 – Observe la figure puis indique si les phrases sont vraies ou fausses.

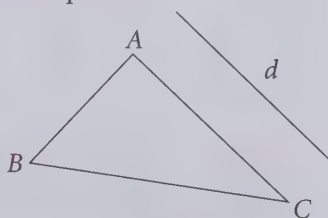
1. Les droites d et (AB) sont sécantes. ☐ V ☐ F

2. La droite d coupe le segment $[AB]$ en un point. ☐ V ☐ F

3. La droite d ne coupe pas le segment $[BC]$. ☐ V ☐ F

4. La droite d est parallèle à la droite (AC) . ☐ V ☐ F

5. Les droites d et (BC) n'ont aucun point commun. ☐ V ☐ F



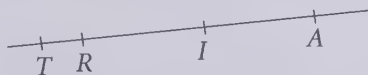
18 – 1. Trace une droite d .

2. Sur cette droite marque deux points B et L .

3. Trace en rouge la demi-droite $[BL)$.

4. Trace en orange la demi-droite $[LB)$.

19 – Observe la figure ci-dessous, puis complète les phrases suivantes en utilisant le symbole $\in$ ou $\notin$:



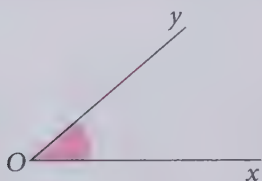
$T \dots [AT)$	$R \dots [AT)$	$I \dots [AT)$	$A \dots [AT)$
$T \dots [AR)$	$R \dots [TA)$	$I \dots [AR)$	$A \dots [RT)$
$T \dots [IR)$	$R \dots [IA)$	$I \dots [IR)$	$A \dots [IR)$
$T \dots [RI)$	$R \dots [AI)$	$I \dots [RT)$	$A \dots [RI)$

(corrigés p. 143)

Angles et mesures d'angles

20 – Mesure chacun des angles ci-dessous.

a.



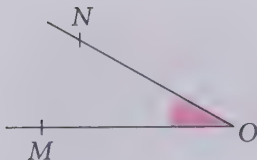
$$\widehat{xOy} = \dots\dots\dots$$

b.



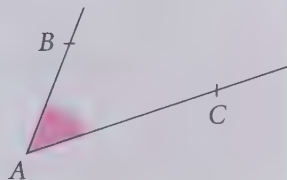
$$\widehat{uIv} \dots\dots\dots$$

c.



$$\widehat{MON} = \dots\dots\dots$$

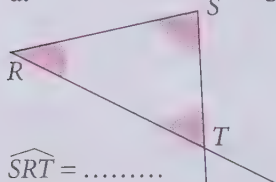
d.



$$\widehat{BAC} \dots\dots\dots$$

21 – Mesure chacun des angles ci-dessous.

a.

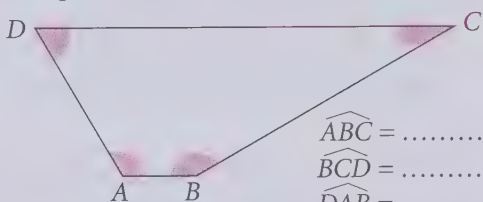


$$\widehat{SRT} = \dots\dots\dots$$

$$\widehat{RST} = \dots\dots\dots$$

$$\widehat{RTS} = \dots\dots\dots$$

b.



$$\widehat{ABC} = \dots\dots\dots$$

$$\widehat{BCD} = \dots\dots\dots$$

$$\widehat{DAB} = \dots\dots\dots$$

$$\widehat{ADC} = \dots\dots\dots$$

22 – a. Trace un angle de 40° . b. Trace un angle de 110° .

23 – Trace un segment $[AB]$ de 5 cm de longueur.

Du même côté de la droite (AB) , trace deux demi-droites $[Ax)$ et $[By)$ pour que $\widehat{xAB} = 70^\circ$ et $\widehat{ABY} = 40^\circ$.

(corrigés p. 147)

Droites parallèles, sécantes, perpendiculaires

Exercices 24 et 25

Observe les figures. Prends une équerre pour contrôler tes observations. En utilisant l'un des mots *sécante(s)*, *parallèle(s)* ou *perpendiculaire(s)*, complète chacune des phrases. Choisis le mot qui définit le plus précisément les positions des deux droites.

24 – 1. La droite d_1 est à la droite d_6 .

2. La droite d_2 est à la droite d_4 .

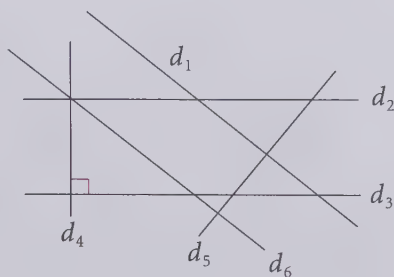
3. Les droites d_2 et d_3 sont

4. Les droites d_1 et d_2 sont

5. La droite d_1 est à la droite d_5 .

6. Les droites d_1 et d_4 sont

7. Les droites d_3 et d_4 sont



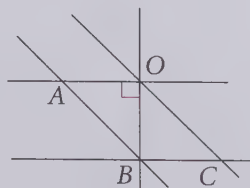
25 – 1. La droite (AB) est à la droite (OC) .

2. Les droites (OA) et (OB) sont

3. Les droites (OC) et (OB) sont

4. La droite (OA) est à la droite (BC) .

(corrigés p. 147)



Reproduction d'une figure

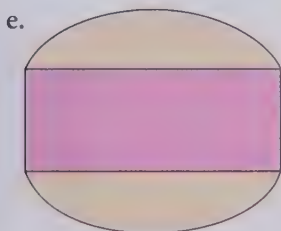
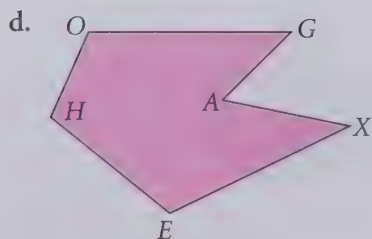
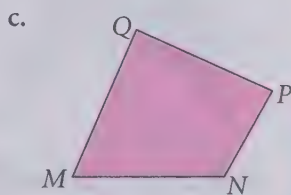
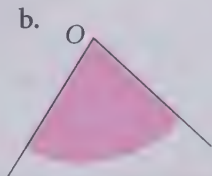
Méthode

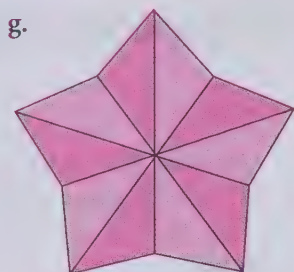
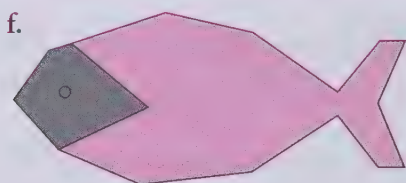
- On peut reproduire une figure sur différents types de papier ; par exemple du papier quadrillé, du papier pointé ou du papier blanc.
- On utilise des outils variés : gabarits, papier calque, règle, équerre, compas...

Utilisation d'une feuille de papier calque

- Pour reproduire un segment, il suffit de reproduire les extrémités du segment avec le calque. On trace le segment à la règle.
- Pour reproduire un angle, il suffit de reproduire le sommet et un point de chacun des côtés (on nomme le sommet pour le différencier des autres points). On trace ensuite les côtés à la règle.
- Pour reproduire une figure formée uniquement de segments, il suffit de reproduire les différentes extrémités des segments.

26 — En utilisant une feuille de papier calque et une règle, reproduis chaque figure sur une feuille de papier blanc.

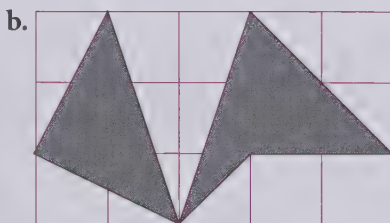
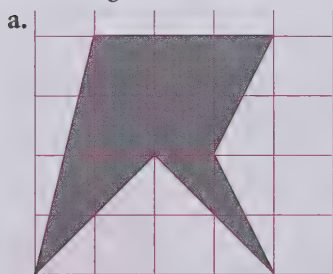




Utilisation d'une feuille de papier quadrillé

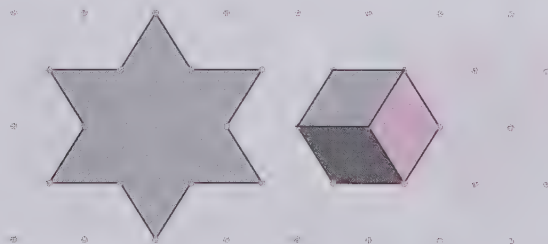
- La reproduction en vraie grandeur se fait sur un quadrillage de même taille.
- La réduction ou l'agrandissement se fait en changeant la taille du quadrillage.
- Les segments se tracent à la règle.

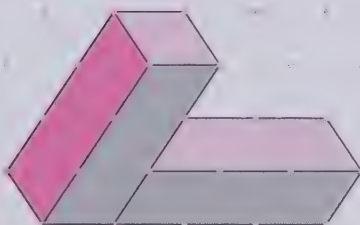
27 – En utilisant une feuille de papier quadrillé et une règle, reproduis la figure.



Utilisation d'une feuille de papier pointé

28 – En utilisant une feuille de papier pointé et une règle, reproduis la figure.





(corrigés p. 148)

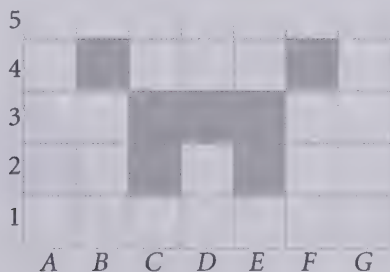
LIGNES DROITES. CERCLE.
CONSTRUCTIONS USUELLES

Dictée d'une figure

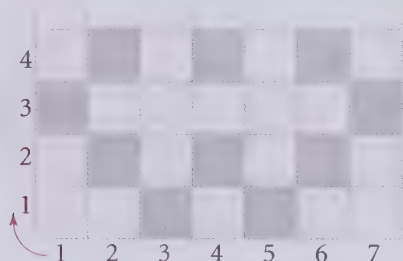
Sur quadrillage, pour dicter la construction de figures, on peut coder les cases ou les nœuds.

Codage des cases

29 — a. Pour dicter la figure ci-dessous, on a commencé à dicter les cases à colorier : (B; 4) ; (C; 2). Continue.



b. Dicte le dessin ci-dessous en codant les cases coloriées.



30 – Choisis une couleur, colorie les cases :

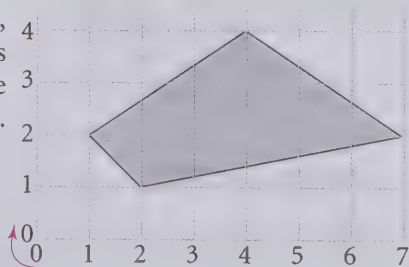
(B; 1) ; (C; 2) ; (C; 3) ; (D; 1) ; (D; 4) ; (E; 2) ; (E; 3) ; (F; 1).



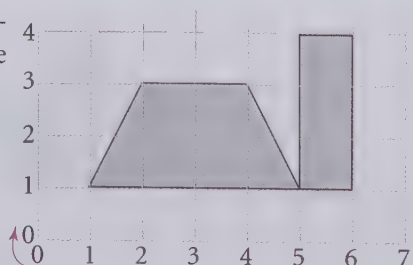
(corrigés p. 149)

Codage des nœuds

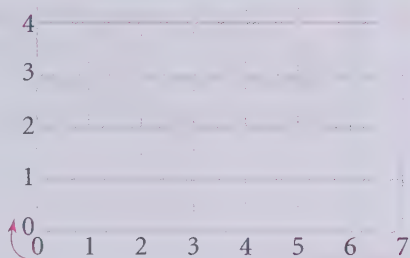
31 – 1. Pour dicter cette figure, on a commencé à dicter les points à relier à la règle en suivant le contour : (1 ; 2) ; (4 ; 4) ; (7 ; 2). Continue.



2. Dicte le dessin ci-contre en codant les nœuds à relier de proche en proche.



32 — Relie à la règle les points codés : $(0 ; 1)$; $(1 ; 3)$; $(3 ; 3)$; $(3 ; 4)$; $(5 ; 4)$; $(5 ; 1)$; $(0 ; 1)$ en suivant cet ordre.
Colorie.



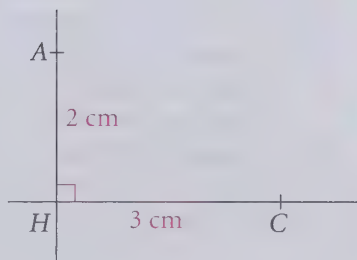
(corrigés p. 149)

Problèmes

33 — 1. Reproduis la figure en respectant ses dimensions.

2. Trace la droite d_1 perpendiculaire à la droite (AH) passant par A . Trace la droite d_2 perpendiculaire à la droite (HC) passant par C .

3. Appelle T le point commun aux droites d_1 et d_2 . Comment s'appelle la figure $AHCT$?



34 — 1. Trace un segment $[AB]$ de 8 cm de longueur.

2. Trace la droite perpendiculaire à la droite (AB) passant par A . Sur cette droite, marque un point D situé à 8 cm du point A .

3. Trace la droite d_1 perpendiculaire à la droite (AB) passant par B .

4. Trace la droite d_2 perpendiculaire à la droite (AD) passant par D .

5. d_1 et d_2 se coupent en C . Comment s'appelle la figure $ABCD$?

35 — 1. Marque deux points A et B . Trace le segment $[AB]$.

2. Trace la droite d_1 perpendiculaire à la droite (AB) passant par A .

3. Trace la droite d_2 perpendiculaire à la droite (AB) passant par B .

4. Quelle est la position relative des droites d_1 et d_2 ? Justifie.

36 — 1. Trace un segment $[ER]$ de 6 cm de longueur.

2. Marque le milieu I de ce segment.

3. Trace la droite d perpendiculaire à la droite (ER) passant par I . Sur d , marque un point M . Avec une bande de papier, ou en mesurant les longueurs des segments $[ME]$ et $[MR]$, vérifie que $ME = MR$.

37 – 1. Trace un segment $[CJ]$ de 4 cm de longueur.

2. Trace la droite perpendiculaire à la droite (CJ) passant par C . Sur cette droite, marque un point K à 3 cm de C .

3. Trace le segment $[KJ]$. Vérifie que $KJ = 5$ cm.

(corrigés p. 149)

Cercle

38 – Observe la figure ci-dessous.

Les lettres A, B, E, F désignent des points du cercle $\mathcal{C}$ de centre O .

En utilisant les expressions « un rayon », « un diamètre » ou « une corde », recopie et complète chacune des phrases suivantes.

1. Le segment $[AB]$ est ... du cercle $\mathcal{C}$.

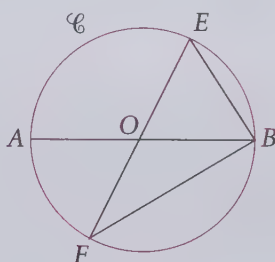
2. Le segment $[OA]$ est ... du cercle $\mathcal{C}$.

3. Le segment $[BE]$ est ... du cercle $\mathcal{C}$.

4. Le segment $[OF]$ est ... du cercle $\mathcal{C}$.

5. Le segment $[BF]$ est ... du cercle $\mathcal{C}$.

6. Le segment $[EF]$ est ... du cercle $\mathcal{C}$.



39 – Observe la figure ci-dessous.

En utilisant les expressions « est intérieur », « est extérieur » ou « appartient », complète chacune des phrases suivantes.

1. Le point B ... au cercle $\mathcal{C}$.

2. Le point O ... au cercle $\mathcal{C}$.

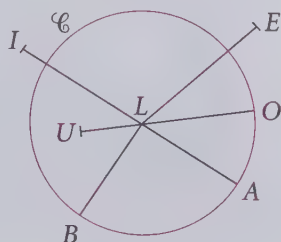
3. Le point I ... au cercle $\mathcal{C}$.

4. Le point L ... au cercle $\mathcal{C}$.

5. Le point E ... au cercle $\mathcal{C}$.

6. Le point A ... au cercle $\mathcal{C}$.

7. Le point U ... au cercle $\mathcal{C}$.

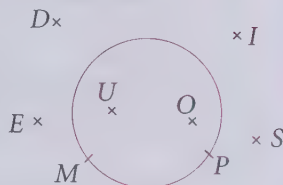


40 — Parmi les points marqués sur la figure ci-dessous :

1. Quels sont ceux qui appartiennent au cercle ?

2. Quels sont ceux qui appartiennent au disque sans appartenir au cercle (c'est-à-dire les points intérieurs au cercle) ?

3. Quels sont les points extérieurs au cercle ?



41 — 1. Trace un cercle de centre O , de 3,6 cm de rayon.

2. Sur ce cercle marque trois points L , E , R . Quelles sont les longueurs des segments $[OL]$, $[OE]$, $[OR]$?

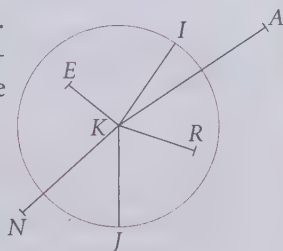
3. La droite (OE) recoupe le cercle en N . Quelle est la longueur du segment $[EN]$?

42 — Sur cette figure, $KJ = 1,3$ cm. Recopie les phrases mathématiques suivantes en remplaçant les pointillés par le signe $<$, $=$ ou $>$ qui convient.

$KR \dots 1,3$ cm ; $KA \dots 1,3$ cm ;

$KI \dots 1,3$ cm ; $KJ \dots 1,3$ cm ;

$KN \dots 1,3$ cm ; $KE \dots 1,3$ cm.



43 — Sur cette figure, r désigne le rayon du cercle.

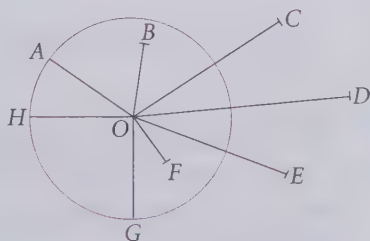
Recopie les phrases mathématiques suivantes en remplaçant les pointillés par le signe $<$, $=$ ou $>$ qui convient.

$OA \dots r$; $OB \dots r$;

$OC \dots r$; $OD \dots r$;

$OE \dots r$; $OF \dots r$;

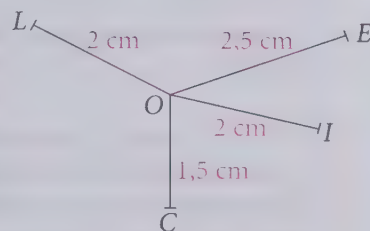
$OG \dots r$; $OH \dots r$;



44 — 1. Parmi les points marqués sur la figure, quels sont ceux qui appartiennent au cercle $\mathcal{C}$ de centre O , de 2 cm de rayon ?

Justifie ta réponse.

2. Reproduis la figure et trace le cercle $\mathcal{C}$.



45 – Les points $B, L, A, N, C, O, V, E, R, T$ sont tels que :

$OL = OA = OC = 4 \text{ cm}$; $ON = 3,7 \text{ cm}$; $OB = 4,3 \text{ cm}$;
 $OV = 3,5 \text{ cm}$; $OE = 4 \text{ cm}$; $OR = 2 \text{ cm}$; $OT = 5 \text{ cm}$.

Sans faire de figure, indique en justifiant tes réponses :

1. Les points qui **appartiennent** au cercle de centre O , de 4 cm de rayon.
2. Les points situés à l'**intérieur** de ce cercle.
3. Les points situés à l'**extérieur** de ce cercle.

II Exercices 46 et 47

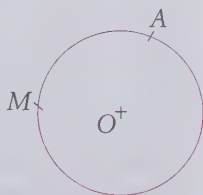
Deux points A et B d'un cercle déterminent deux arcs :

- si le segment $[AB]$ n'est pas un diamètre, on distingue les deux arcs par leur longueur ; l'un est appelé le **petit arc**, l'autre le **grand arc**.
- si le segment $[AB]$ est un diamètre, les deux arcs sont des **demi-cercles**. Les points A et B sont alors **diamétralement opposés**.

46 – 1. Trace un cercle de centre O . Sur ce cercle marque deux points A et M tels que $[AM]$ ne soit pas un diamètre.

2. Représente en noir le **petit arc** d'extrémités A et M .

3. Colorie en rouge le **grand arc** d'extrémités A et M .



47 – 1. Trace un cercle de centre O . Trace un diamètre $[SI]$.

2. Représente en noir, l'un des arcs $\widehat{SI}$ et colorie l'autre en rouge. L'un de ces arcs est-il plus grand que l'autre ? On appelle ces arcs des **demi-cercles**.

48 – 1. Trace un segment $[OS]$ de 3 cm de longueur. Trace le cercle de centre O , de rayon $[OS]$.

2. Sur ce cercle, marque un point B , trace le diamètre $[BL]$. Quelle est sa longueur ?

49 – 1. Un cercle a 7 cm de diamètre. Quel est son rayon ?

2. Trace un cercle de centre K , de 7 cm de diamètre.

3. Sur ce cercle marque un point L . Que représente le segment $[KL]$ pour le cercle tracé ? Quelle est sa longueur ?

50 – 1. Trace un segment $[AB]$ de 2,5 cm de longueur.

2. Trace le cercle de centre A passant par B .

3. Trace le cercle de centre B passant par A .

4. Nomme I et J les points communs aux deux cercles.

Quelles sont les longueurs des segments $[AI]$, $[AJ]$, $[BI]$, $[BJ]$? Justifie tes réponses.

51 – 1. Trace un cercle de centre O , de 5 cm de rayon.

2. Sur le cercle, marque un point S . Trace la droite (OS) .

Elle coupe le cercle en S et en un autre point. Appelle M cet autre point. Que représente le segment $[SM]$ pour le cercle ? Quelle est sa longueur ?

52 – 1. Trace un segment $[MN]$ de 4,5 cm de longueur.

2. Trace le cercle $\mathcal{C}$ de centre M de rayon MN .

À l'aide du compas, sur le cercle $\mathcal{C}$, marque un point P situé à 4,5 cm de N . ($PN = 4,5$ cm).

3. Trace en rose le petit arc de cercle d'extrémités P et N (l'arc $\widehat{PN}$).

Trace en orange le grand arc de cercle d'extrémités P et N . Trace en pointillé noir la corde $[PN]$.

(corrigés p. 151)

Constructions au compas

JJ Toutes les constructions et vérifications demandées doivent se faire à la règle non graduée et au compas.

53 – Voici un programme de construction d'une figure.

1. Trace un segment $[ML]$ dont la longueur est celle du segment ci-contre.

2. Trace la perpendiculaire à la droite (ML) passant par L .

3. Sur cette perpendiculaire marque un point F pour que $LF = LM$.

4. Trace le segment $[MF]$.



54 – 1. Marque trois points E , D , C non alignés.

2. Trace la parallèle à la droite (ED) passant par C .

3. Sur cette droite, marque les points U et V pour que $CU = CV = ED$.

4. Que représente le point C pour le segment $[UV]$?

55 – 1. Marque trois points C, O, L non alignés. Trace les segments $[CO], [CL], [OL]$.

2. Trace la parallèle d_1 à la droite (CO) passant par L .

3. Trace la parallèle d_2 à la droite (LO) passant par C .

4. Les droites d_1 et d_2 se coupent en I . Trace les segments $[IC]$ et $[OI]$.

Nomme H le point commun aux segments $[IO]$ et $[CL]$. Vérifie que H est le milieu des segments $[IO]$ et $[CL]$.

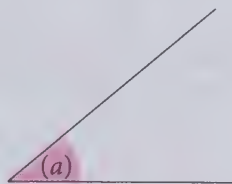
56 – 1. Trace un segment $[MN]$. Trace la médiatrice de ce segment. Elle coupe la droite (MN) en I .

2. Vérifie que I est le milieu du segment $[MN]$.

3. Marque un point E sur la médiatrice du segment $[MN]$. Vérifie que $EM = EN$.

57 – 1. Trace une demi-droite $[Ox)$.

2. Trace un angle $\widehat{xOy}$ égal à l'angle (a) de la figure ci-contre.



58 – 1. Trace une demi-droite $[Ox)$.

2. Trace un angle $\widehat{xOy}$

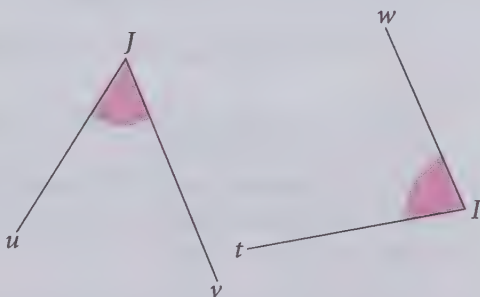
égal à l'angle $\widehat{uJv}$ de la figure ($\widehat{xOy} = \widehat{uJv}$).

3. Sur la demi-droite $[Ox)$ marque le point P tel que $OP = \ell$.

4. Du même côté de la droite (OP) que la demi-droite $[Oy)$, trace l'angle

$\widehat{OPz}$ égal à l'angle $\widehat{wIt}$.

5. Les demi-droites $[Oy)$ et $[Pz)$ se coupent en A .



(corrigés p. 154)

Problèmes

59 – 1. Trace un segment $[RS]$ de 6 cm de longueur, puis le cercle $\mathcal{C}_1$ de centre R passant par S .

2. Trace le cercle $\mathcal{C}_2$ de centre S passant par R . Il coupe le cercle $\mathcal{C}_1$ en A et B . Trace la droite (AB) .

3. Quelle construction viens-tu de faire ?

4. Vérifie que les droites (RS) et (AB) sont perpendiculaires.

La droite (AB) coupe la droite (RS) en K .

Vérifie que le point K est le milieu du segment $[RS]$.

60 – 1. Trace un cercle $\mathcal{C}$ de centre I , de 4 cm de rayon. Sur ce cercle, marque un point A .

2. Trace le cercle de centre A passant par I . Il coupe le cercle $\mathcal{C}$ en S et C .

3. Sur le cercle $\mathcal{C}$, marque :

– le point R diamétralement opposé au point A ,

– le point E diamétralement opposé au point S ,

– le point O diamétralement opposé au point C .

4. À l'intérieur du cercle $\mathcal{C}$, trace les arcs de cercles de centres S , O , R , E et C passant par I . Ils ont pour extrémités les points R , O , S , A , C , E . Tu obtiens une rosace !

61 – Les figures ont été construites en suivant un programme de construction. Les phrases de ce programme ont été mélangées. Retrouve l'ordre d'exécution des consignes. Écris ce programme.

1. Premier programme

a. Sur cette perpendiculaire marque un point C pour que $BC = AB$.

b. Nomme D ce point.

c. Trace un segment $[AB]$.

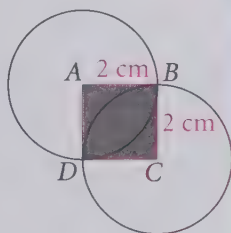
d. Les deux cercles se coupent en B et en un autre point.

e. Trace le cercle de centre A passant par B .

f. Trace la perpendiculaire à la droite (AB) passant par B .

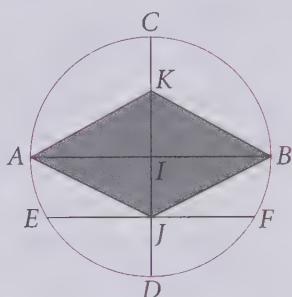
g. Trace le cercle de centre C passant par B .

h. Trace les segments $[CD]$ et $[DA]$.



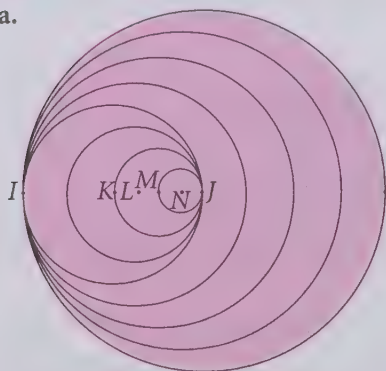
2. Deuxième programme

- Trace deux diamètres $[AB]$ et $[CD]$ perpendiculaires.
- Elle coupe le segment $[DI]$ en J et le cercle en E et F .
- Efface les tracés au crayon.
- Marque le point K milieu du segment $[CI]$.
- Prends ton crayon.
- Trace un cercle $\mathcal{C}$ de centre I .
- Prends ton feutre.
- Trace les segments $[AK]$, $[KB]$, $[BJ]$, $[JA]$, $[EF]$.
- Trace la médiatrice du segment $[DI]$.



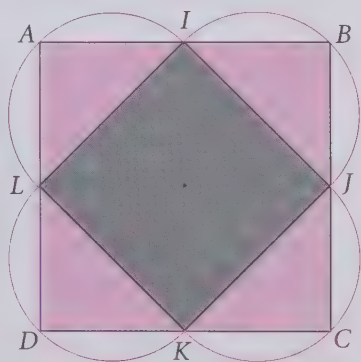
62 – Reproduis ces deux figures.

a.



K est le milieu du segment $[IJ]$
 M est le milieu du segment $[KJ]$
 N est le milieu du segment $[MJ]$
 L est le milieu du segment $[KM]$

b.



I est le milieu du segment $[AB]$
 J est le milieu du segment $[BC]$
 K est le milieu du segment $[CD]$
 L est le milieu du segment $[DA]$

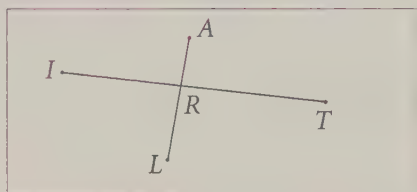
(corrigés p. 156)

Lignes et points

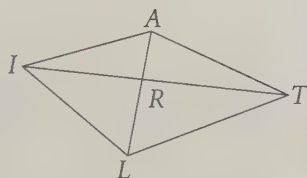
1-



2- 1. et 2.



3.



3- Les segments sont : $[BS]$ (ou $[SB]$) ; $[BG]$ (ou $[GB]$) ; $[GK]$ (ou $[KG]$).

4- $RJ = 3,5 \text{ cm}$; $OA = 4 \text{ cm}$; $OM = 3 \text{ cm}$.

5- 1. $CH = 3,8 \text{ cm}$; $CI = 2 \text{ cm}$;

$IH = 1,8 \text{ cm}$.

$MI = 2 \text{ cm}$; $IT = 2 \text{ cm}$ et

$MT = 4 \text{ cm}$.

On remarque que :

$CI + IH = CH$

$(2 \text{ cm} + 1,8 \text{ cm} = 3,8 \text{ cm})$.

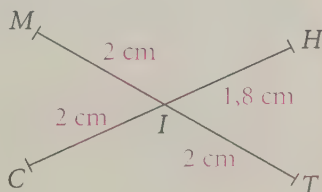
$MI + IT = MT$ $(2 \text{ cm} + 2 \text{ cm} = 4 \text{ cm})$.

2. Le point I est le milieu du segment $[MT]$.

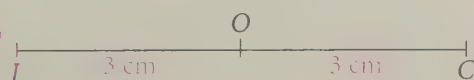
Justification : le point I appartient au segment $[MT]$ et $MI = IT$.

Le point I n'est pas le milieu du segment $[CH]$.

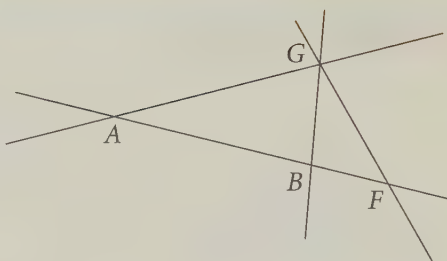
Justification : $CI \neq IH$.



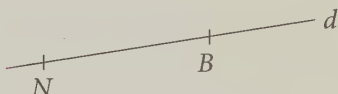
6-



7— La figure ci-contre est un exemple de solution. Les points A, B, F peuvent être disposés de plusieurs façons sur la droite (AB) . Ici le point B est entre A et F , mais F peut être entre A et B , ou A entre B et F .



8— 1.



2. On peut nommer la droite d à l'aide des deux points B et N . d et (BN) sont deux façons de nommer la même droite.

On peut écrire : $d = (BN)$.

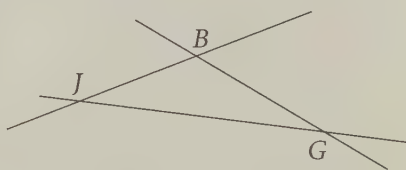
9— On peut nommer la droite par deux de ses points.

Il y a six façons de nommer la droite à l'aide des points R, B et O . On choisit deux des points, puis on écrit les lettres dans l'ordre que l'on veut : (RB) ; (BR) ; (RO) ; (OR) ; (BO) ou (OB) .



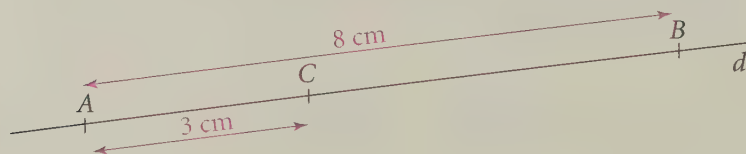
10— 1. et 2. Il y a trois droites passant par deux des points J, B, G ; ce sont les droites (JB) , (JG) , (GB) .

L'ordre choisi pour écrire les points n'a pas d'importance.



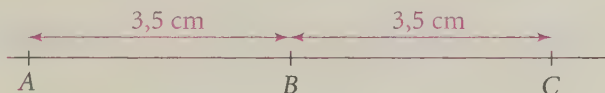
11— $J \notin d_1$; $J \in d_2$; $J \in d_3$; $O \in d_1$;
 $O \notin d_2$; $O \in d_3$; $K \in d_1$; $K \in d_2$; $K \notin d_3$.

12— 1. Le point C est entre A et B . La distance de B à C est $(8 - 3)$ cm soit 5 cm.



2. Les trois segments situés sur la droite (d) sont :
 $[AC]$ (ou $[CA]$), $[CB]$ (ou $[BC]$), $[AB]$ (ou $[BA]$).

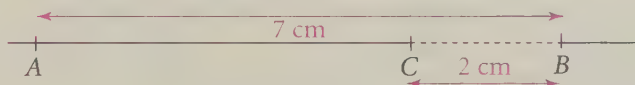
13–1.



2. Les points A, B, C appartiennent à la droite d . Le point B est équidistant de A et de C ($AB = BC$), B est le milieu de $[AC]$.

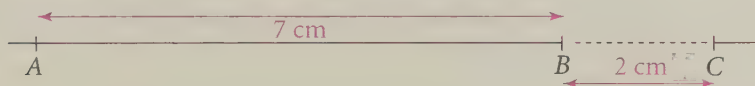
3. Le point B appartient au segment $[AC]$:
 $AC = AB + BC = 3,5 \text{ cm} + 3,5 \text{ cm} = 7 \text{ cm}$.

14–1. Premier cas : C appartient au segment $[AB]$.



$$AC = AB - BC = 7 \text{ cm} - 2 \text{ cm} = 5 \text{ cm}.$$

2. **Second cas :** C n'appartient pas au segment $[AB]$.



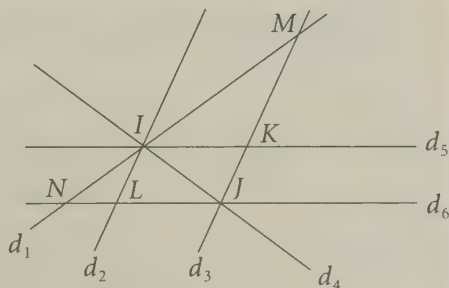
$$AC = AB + BC = 7 \text{ cm} + 2 \text{ cm} = 9 \text{ cm}.$$

15–1. a. Les droites d_2 et d_3 sont parallèles.

Les droites d_5 et d_6 sont parallèles.

- b.** Les droites sécantes :

- d_1 et d_2 (en I) ;
 d_1 et d_3 (en M) ;
 d_1 et d_4 (en I) ;
 d_1 et d_5 (en I) ;
 d_1 et d_6 (en N) ;
- d_2 et d_4 (en I) ;
 d_2 et d_5 (en I) ;
 d_2 et d_6 (en L) ;
- d_3 et d_4 (en J) ;
 d_3 et d_5 (en K) ;
 d_3 et d_6 (en J) ;
- d_4 et d_5 (en I) ;
 d_4 et d_6 (en J).

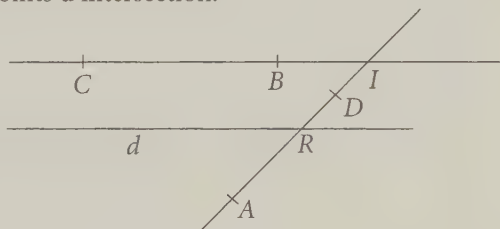


11 Remarque : le point M commun à d_1 et d_3 n'était pas sur la figure donnée dans le texte, il fallait donc prolonger le tracé des droites pour l'obtenir.

2. Les quatre droites d_1, d_2, d_4 et d_5 sont concourantes en I .
Les droites d_3, d_4 et d_6 sont concourantes en J .

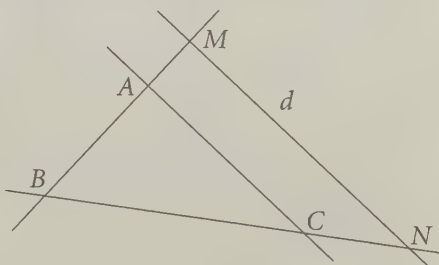
16— En reproduisant la figure, on a prolongé les tracés des droites pour faire apparaître les points d'intersection.

1. ☒ V. (Le point R .)
2. ☒ V. (Le point R .)
3. ☒ V. (Le point I .)
4. ☐ F. Les segments $[BC]$ et $[AD]$ n'ont aucun point commun.
5. ☒ V.

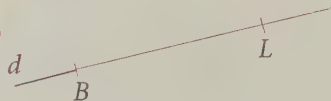


17— Sur la figure ci-contre, on a prolongé les tracés pour faire apparaître les points communs.

1. ☒ V.
2. ☐ F. Le point commun aux droites d et (AB) n'appartient pas au segment $[AB]$.
3. ☒ V ; le point N n'appartient pas au segment $[BC]$.
4. ☒ V.
5. ☐ F. Les droites d et (BC) se coupent en N .



18—



19—

$T \in [AT)$	$R \in [AT)$	$I \in [AT)$	$A \in [AT)$
$T \in [AR)$	$R \in [TA)$	$I \in [AR)$	$A \notin [RT)$
$T \in [IR)$	$R \notin [IA)$	$I \in [IR)$	$A \notin [IR)$
$T \notin [RI)$	$R \in [AI)$	$I \notin [RT)$	$A \in [RI)$

Angles et mesures d'angles

20 – a. $\widehat{xOy} = 45^\circ$; b. $\widehat{uIv} = 90^\circ$. c. $\widehat{MON} = 30^\circ$; d. $\widehat{3AC} = 50^\circ$.

21 – a. $\widehat{SRT} = 40^\circ$; $\widehat{RST} = 80^\circ$; $\widehat{RTS} = 60^\circ$.

b. $\widehat{ABC} = 150^\circ$; $\widehat{BCD} = 30^\circ$; $\widehat{DAB} = 120^\circ$; $\widehat{ADC} = 60^\circ$.

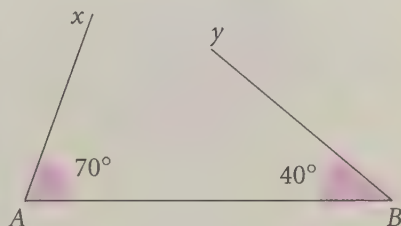
22 – Vérifier par superposition



Vérifier par superposition



23 – Vérifier par superposition



LIGNES DROITES, CERCLE,
CONSTRUCTIONS USUELLES

Droites parallèles, sécantes, perpendiculaires

24 – 1. La droite d_1 est **parallèle** à la droite d_6 .

2. La droite d_2 est **perpendiculaire** à la droite d_4 .

3. Les droites d_2 et d_3 sont **parallèles**.

4. Les droites d_1 et d_2 sont **sécantes**.

5. La droite d_1 est **perpendiculaire** à la droite d_5 .

6. Les droites d_1 et d_4 sont **sécantes**.

7. Les droites d_3 et d_4 sont **perpendiculaires**.

25 – 1. La droite (AB) est **parallèle** à la droite (OC) .

2. Les droites (OA) et (OB) sont **perpendiculaires**.

3. Les droites (OC) et (OB) sont **sécantes**.

4. La droite (OA) est **parallèle** à la droite (BC) .

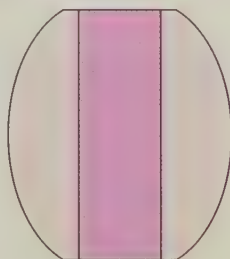
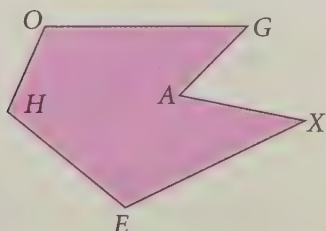
Reproduction d'une figure

26 – Pour vérifier que la figure que tu as réalisée est bien la reproduction exacte de celle du livre, tu peux la découper et la reporter sur celle du livre. Tu peux aussi vérifier que les longueurs et les angles ont les mêmes mesures que celles du livre.

Il n'est pas nécessaire que ta figure soit disposée sur ta feuille de la même manière que sur le livre.

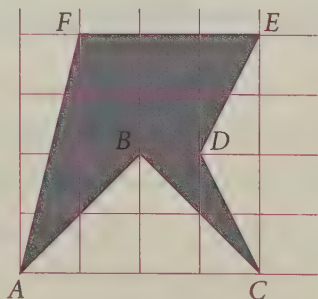
Exemples : d. e.

Ces figures sont des bonnes reproductions de la figure donnée, mais la seconde n'est pas disposée de la même manière.



27 – Repère bien les nœuds à relier avant de tracer les segments. Tu peux nommer les points pour les suivre dans l'ordre.

Exemples



28 – Vérifier les dessins obtenus avec ceux du livre.

Dictée d'une figure

29 – a. $(B; 4)$; $(C; 2)$; $(C; 3)$; $(D; 3)$; $(E; 2)$; $(E; 3)$; $(F; 4)$.

b. $(1; 3)$; $(2; 2)$; $(2; 4)$; $(3; 1)$; $(4; 2)$; $(4; 4)$; $(5; 1)$; $(6; 2)$; $(6; 4)$; $(7; 3)$.

30 –

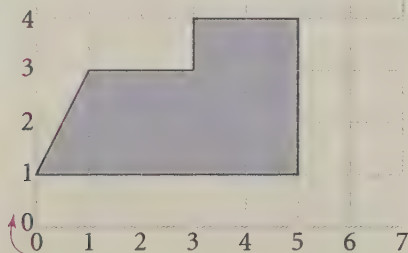


31 – 1. $(1; 2)$; $(4; 4)$; $(7; 2)$; $(2; 1)$; $(1; 2)$.

2. Première partie : $(1; 1)$; $(2; 3)$; $(4; 3)$; $(5; 1)$; $(1; 1)$.

Deuxième partie : $(5; 1)$; $(5; 4)$; $(6; 4)$; $(6; 1)$; $(5; 1)$.

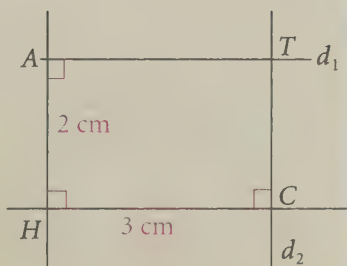
32 –



Problèmes

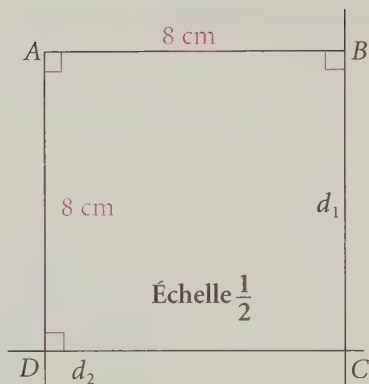
33 – 1. et 2. voir la figure ci-contre.

3. $AHCT$ est un rectangle.



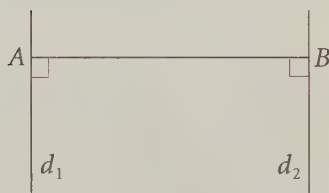
34– 1., 2., 3. et 4. voir la figure.

5. $ABCD$ est un carré.

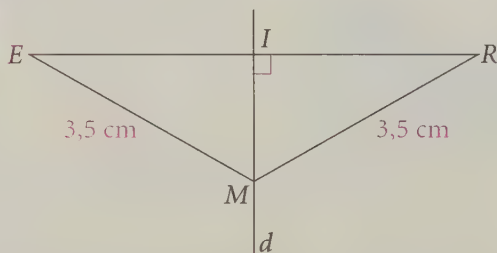


35– On sait que : si deux droites sont perpendiculaires à une même droite, alors elles sont parallèles entre elles.

Comme d_1 et d_2 sont perpendiculaires à la droite (AB) , alors d_1 et d_2 sont parallèles.

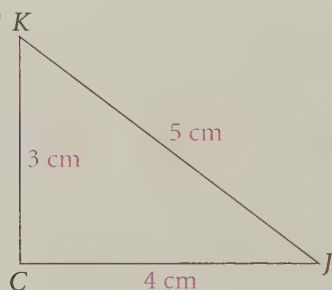


36–



Avec le point M choisi : $ME = MR = 3,5$ cm.

37–



Cercle

38 – 1. Le segment $[AB]$ est un *diamètre* du cercle $\mathcal{C}$.

2. Le segment $[OA]$ est un *rayon* du cercle $\mathcal{C}$.

3. Le segment $[BE]$ est une *corde* du cercle $\mathcal{C}$.

4. Le segment $[OF]$ est un *rayon* du cercle $\mathcal{C}$.

5. Le segment $[BF]$ est une *corde* du cercle $\mathcal{C}$.

6. Le segment $[EF]$ est un *diamètre* du cercle $\mathcal{C}$.

39 – 1. Le point B appartient au cercle $\mathcal{C}$.

2. Le point O appartient au cercle $\mathcal{C}$.

3. Le point I est extérieur au cercle $\mathcal{C}$.

4. Le point L est intérieur au cercle $\mathcal{C}$.

5. Le point E est extérieur au cercle $\mathcal{C}$.

6. Le point A appartient au cercle $\mathcal{C}$.

7. Le point U est intérieur au cercle $\mathcal{C}$.

40 – 1. Les points M et P appartiennent au cercle.

2. Les points U et O appartiennent au disque sans appartenir au cercle.

3. Les points D , I , E et S sont extérieurs au cercle.

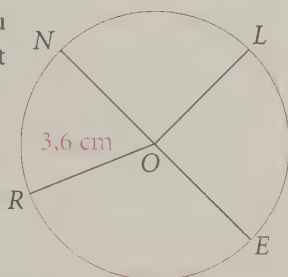
41 – 1. La figure est réalisée à l'échelle $\frac{1}{2}$.

2. Les trois points L , E , R appartiennent au cercle. Les segments $[OL]$, $[OE]$, $[OR]$ sont des rayons, leur longueur est donc 3,6 cm.
 $OL = OE = OR = 3,6$ cm.

3. Le segment $[EN]$ est un diamètre.

Sa longueur est deux fois le rayon.

$EN = 7,2$ cm.



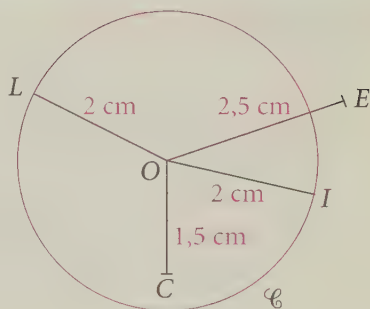
42 – $KR < 1,5$ cm ; $KA > 1,5$ cm ; $KI = 1,5$ cm ; $KJ = 1,5$ cm ;
 $KN > 1,5$ cm ; $KE < 1,5$ cm.

43 – $OA = r$; $OB < r$; $OC > r$; $OD > r$;
 $OE > r$; $OF < r$; $OG = r$; $OH = r$.

44 – 1. Les points L et I sont à 2 cm du point O , ils appartiennent au cercle de centre O , de 2 cm de rayon.

2. On peut remarquer que :

- $OE = 2,5$ cm ; $2,5 > 2$. Le point E est extérieur au cercle.
- $OC = 1,5$ cm ; $1,5 < 2$. Le point C est intérieur au cercle, il appartient au disque de centre O , de 2 cm de rayon.

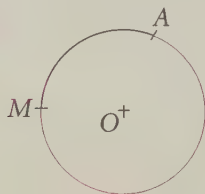


45 – 1. $OL = OA = OC = 4$ cm, $OE = 4$ cm. Les points L, A, C, E , sont à 4 cm du centre du cercle, ils **appartiennent** au cercle de centre O , de 4 cm de rayon.

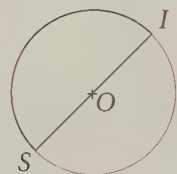
2. $ON = 3,7$ cm ; $OR = 2$ cm ; $OV = 3,5$ cm. Les points N, R, V sont à une distance de O inférieure au rayon du cercle, ils sont à **l'intérieur** du cercle. Le centre O est également à l'intérieur du cercle.

3. $OB = 4,3$ cm ; $OT = 5$ cm. Les points B et T sont à une distance de O supérieure au rayon, ils sont à **l'extérieur** du cercle.

46 –



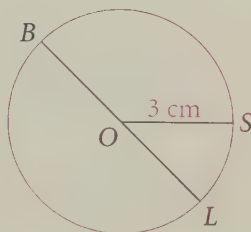
47 –



Les deux arcs $\widehat{SI}$ ont la même longueur.

48 – 1. La figure est à l'échelle $\frac{1}{2}$.

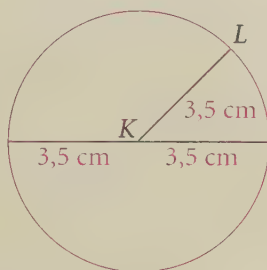
2. Le diamètre $[BL]$ a pour longueur le double du rayon ; $BL = 6$ cm.



49 – 1. Son rayon est la moitié du diamètre, c'est-à-dire 3,5 cm.

2. La figure est à l'échelle $\frac{1}{2}$.

3. Le segment $[KL]$ est un rayon.
Sa longueur est de 3,5 cm.

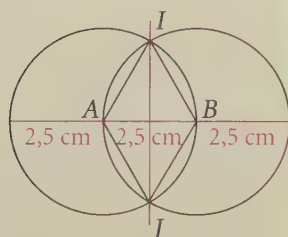


50 – 1., 2. et 3.

La figure est tracée ci-contre
à l'échelle $\frac{1}{2}$.

4. Les segments $[AI]$ et $[AJ]$ sont des rayons
du cercle de centre A, de rayon AB.
 $AI = AJ = AB = 2,5$ cm.

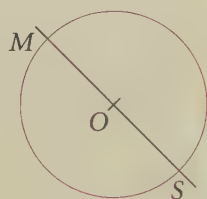
Les segments $[BI]$ et $[BJ]$ sont des rayons
du cercle de centre B, de rayon BA. $BI = BJ = AB = 2,5$ cm.



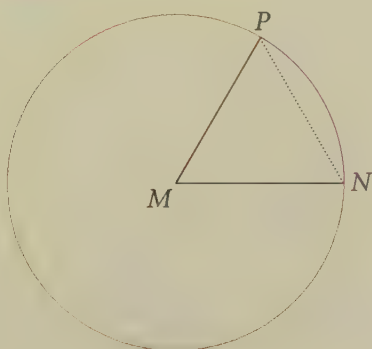
51 – 1. La figure est à l'échelle $\frac{1}{4}$.

2. Le segment $[SM]$ est une corde qui passe par le
centre du cercle, c'est un diamètre.

Sa longueur est le double du rayon soit 10 cm.



52 –

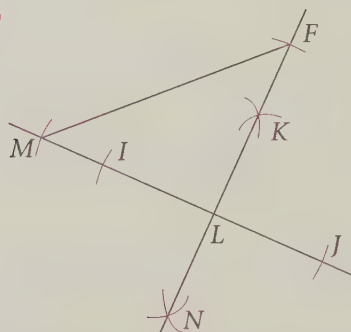


Échelle $\frac{1}{2}$

- rose
- pointillés noirs
- orange

Constructions au compas

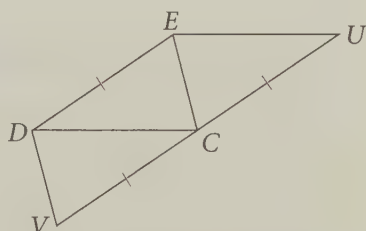
53 –



Pour tracer la perpendiculaire, utilise la méthode de la page 123.
On vérifie que la droite tracée passe par L et que l'angle $\widehat{MLF}$ est droit.

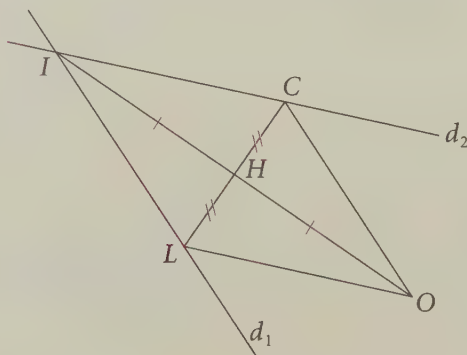
54 – 1., 2. et 3. Les lignes de construction dépendent de la méthode utilisée.

Elles ne sont pas représentées sur cette figure.



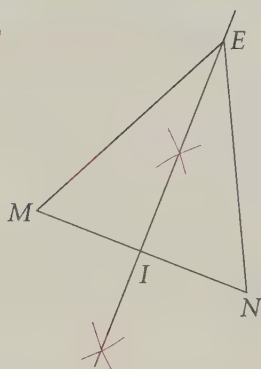
4. Les points C , U et V sont alignés et $CU = CV$ donc C est le milieu du segment $[UV]$.

55 –



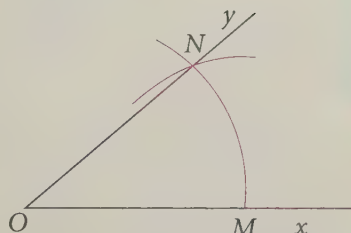
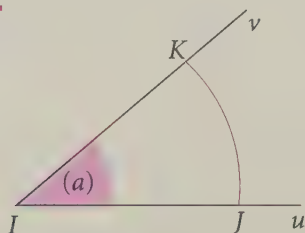
On vérifie que :
 $HO = HI$ et $HL = HC$. Le point H est le milieu de $[IO]$ et $[CL]$.

56 –



On vérifie que $EM = EN$ et que I est le milieu de $[MN]$.

57 –

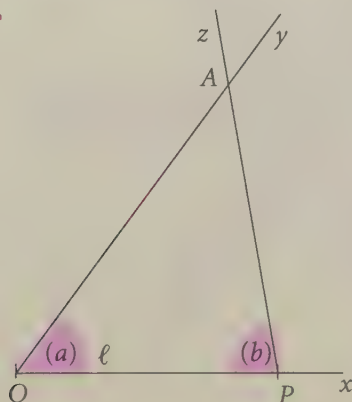


• Sur la figure donnée, on nomme I le sommet de l'angle, on trace le cercle de centre I coupant les côtés en K et J .

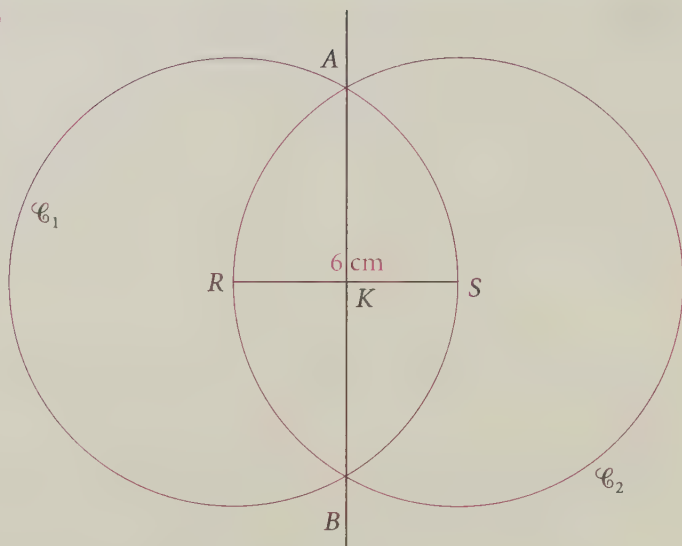
• Puis à partir de la demi-droite $[Ox)$, on trace un arc de cercle de centre O de rayon IJ . Un arc de cercle de centre M et de rayon JK coupe l'arc précédent en N . On a alors :

$$\widehat{xOy} = \widehat{MON} = \widehat{uIv}.$$

58 –



59 –

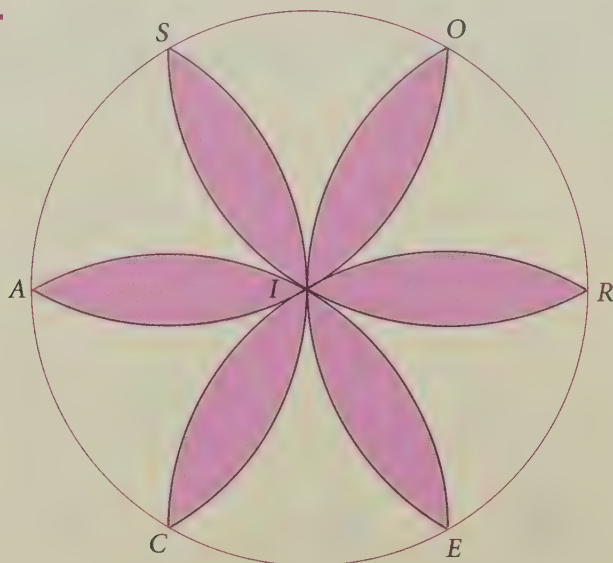


1. et 2. La figure est réalisée à l'échelle $\frac{1}{2}$.

3. On a construit la médiatrice du segment $[RS]$.

4. Les droites (RS) et (AB) sont perpendiculaires, K est bien le milieu de $[RS]$.

60 –



61 – 1. c, f, a, e, g, d, b, h ;

ou c, f, a, g, e, d, b, h ;

ou c, e, f, a, g, d, b, h.

2. f, a, d, e, i, b, g, h, c.

62 – a. Pour faire une grande figure, prends un segment $[IJ]$ de 8 cm de longueur.

Marque les points K, L, M, N tels que :

$IK = 4$ cm,

$IL = 5$ cm,

$IM = 6$ cm,

$IN = 7$ cm.

Trace les cercles de centres J, N, M, L et K passant par I .

Trace les cercles de centres N, M, L et K passant par J .

b. Vérifie à l'aide d'un calque le résultat obtenu.

6

FIGURES USUELLES

COURS

- Triangle
- Quadrilatères
- Périmètre
- Aire

MÉTHODE

- Construire un triangle connaissant les longueurs de ses côtés
- Construire un triangle connaissant les longueurs de deux côtés et la mesure de l'angle compris entre ces côtés.
- Construire un triangle connaissant la longueur d'un côté et les mesures des angles qui ont pour sommet les extrémités du côté.

EXERCICES

- Triangle
- Triangle : constructions
- Triangles particuliers
- Quadrilatères
- Reproduction de figures
- Périmètre
- Aire
- Problèmes
- Corrigés

6

FIGURES USUELLES



Triangle

Description

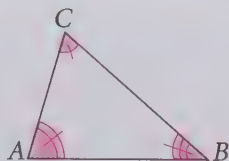
Un **triangle** est un polygone qui a trois côtés. Il a aussi trois sommets et trois angles. Pour le nommer, on écrit côte à côte les trois lettres qui désignent ses sommets.

Nom : le triangle ABC (ou $BCA \dots$).

Sommets : A, B, C .

Côtés : $[AB], [BC], [AC]$.

Angles : $\widehat{BAC}, \widehat{ABC}, \widehat{ACB}$.



Triangles particuliers

Triangle isocèle

Un **triangle isocèle** est un triangle qui a deux côtés de même longueur.

Le sommet commun aux deux côtés de même longueur est le sommet principal. Le côté opposé au sommet principal est la base.

Propriété



ENREG.

Dans un triangle isocèle, les angles opposés aux côtés de même longueur sont égaux.

Triangle équilatéral

Un **triangle équilatéral** est un triangle dont les trois côtés ont la même longueur.

Il est isocèle de tous ses sommets.

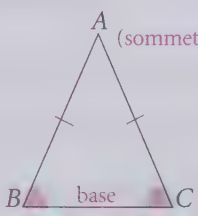
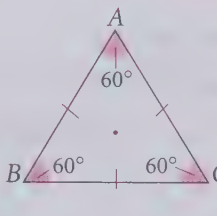
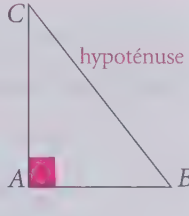
Propriété

Dans un triangle équilatéral, les angles sont égaux et mesurent chacun 60° .

Triangle rectangle

Un **triangle rectangle** est un triangle qui a un angle droit.

Le côté opposé à l'angle droit s'appelle **l'hypoténuse** (attention à l'orthographe de ce mot).

		
$AB = AC; \widehat{ABC} = \widehat{ACB}$ Le triangle ABC est isocèle en A.	$AB = BC = CA$ Le triangle ABC est équilatéral.	$\widehat{BAC} = 90^\circ$ Le triangle ABC est rectangle en A.

]] Un triangle peut être rectangle et isocèle. Ses côtés de même longueur sont ceux de l'angle droit.



Pour démontrer

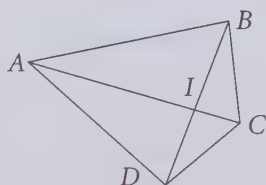
- Si un triangle a deux côtés de même longueur, **alors** il est isocèle.
- Si un triangle a deux angles égaux, **alors** il est isocèle.
- Si un triangle a un angle droit, **alors** il est rectangle.
- Si un triangle a trois côtés égaux, **alors** il est équilatéral.
- Si un triangle isocèle a un angle de 60° , **alors** il est équilatéral.

Quadrilatères

Description

Un **quadrilatère** est un polygone qui a quatre côtés. Il a aussi quatre sommets et quatre angles. Pour le nommer, on écrit côte à côte les quatre lettres qui désignent les sommets en suivant le contour du quadrilatère.

Nom : le quadrilatère $ABCD$.
Sommets : A, B, C, D .
Côtés : $[AB], [BC], [CD], [DA]$.
Angles : $\widehat{ABC}, \widehat{BCD}, \widehat{CDA}, \widehat{DAB}$.
Diagonales : $[AC], [BD]$.



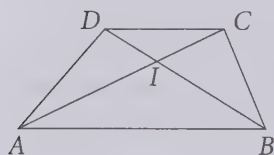
Quadrilatères particuliers

Trapèze, parallélogramme

Ce sont deux quadrilatères particuliers que l'on peut rencontrer.

Trapèze

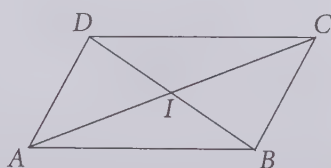
$((AB) \parallel (CD))$



$[AB]$ et $[CD]$ sont les bases.

Parallélogramme

$((AB) \parallel (CD) \text{ et } (AD) \parallel (BC))$



Rectangle, losange, carré

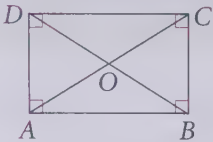
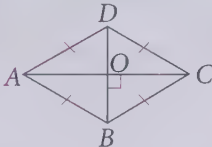
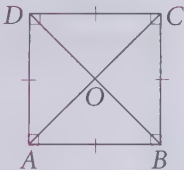
Un **rectangle** est un quadrilatère qui a trois angles droits.

Un **losange** est un quadrilatère qui a quatre côtés de même longueur.

Un **carré** est un rectangle et un losange.

Dans un rectangle, un losange ou un carré :

- les côtés opposés sont portés par des droites parallèles ;
- les diagonales ont le même milieu ;
- les côtés opposés ont même longueur.

Rectangle	Losange	Carré
		
– Les quatre angles sont droits. – Les diagonales ont même longueur.	– Les quatre côtés ont même longueur. – Les diagonales sont perpendiculaires.	Un carré a toutes les propriétés du rectangle et du losange.

Périmètre

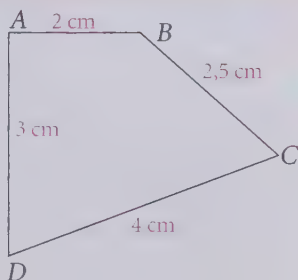
Le **périmètre** d'une ligne fermée est la longueur de cette ligne.

Le périmètre p du quadrilatère $ABCD$ est :

$$p = AB + BC + CD + DA$$

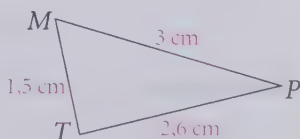
$$p = 2 \text{ cm} + 2,5 \text{ cm} + 4 \text{ cm} + 3 \text{ cm}$$

$$p = 11,5 \text{ cm.}$$



Le périmètre p du triangle MTP est :

$$p = 1,5 \text{ cm} + 2,6 \text{ cm} + 3 \text{ cm} = 7,1 \text{ cm.}$$



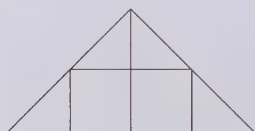
FIGURES USUELLES

Aire

Surfaces de même aire

Deux figures ont la même aire lorsqu'en découpant l'une on peut paver l'autre.

Les trois figures ci-dessous ont des formes différentes. En découpant la première, on peut paver la deuxième ou la troisième. Ces trois figures ont la même aire.



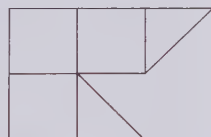
(1)

Cette surface est formée de deux carrés et 4 triangles.



(2)

Cette surface est formée de 8 triangles.



(3)

Cette surface est formée de 3 carrés et 2 triangles.

Avec deux triangles on peut former un carré. Un carré vaut deux triangles. L'aire de chacune des figures est de 8 triangles ou 4 carrés.

Unités d'aire usuelles



Le mètre carré (m^2) est l'aire d'un carré de un mètre de côté.

Le centimètre carré (cm^2) est l'aire d'un carré de un centimètre de côté.

Voici le tableau des unités et de leurs correspondances.

Mètre carré	
Décamètre carré ou are $1 \text{ dam}^2 = 100 \text{ m}^2$	Décimètre carré $1 \text{ m}^2 = 100 \text{ dm}^2$
Hectomètre carré ou hectare $1 \text{ hm}^2 = 100 \text{ dam}^2$	Centimètre carré $1 \text{ dm}^2 = 100 \text{ cm}^2$
Kilomètre carré $1 \text{ km}^2 = 100 \text{ hm}^2$	Millimètre carré $1 \text{ cm}^2 = 100 \text{ mm}^2$

Formulaires

Quelques résultats sont à connaître.

	Carré de côté c	Rectangle longueur L ; largeur l
Périmètre	$c \times 4 = 4c$	$2(L + l)$
Aire	$c \times c$	$L \times l$

D'autres résultats peuvent être connus ou recherchés dans un formulaire.

MÉTHODE

Construire un triangle

On connaît les longueurs de ses côtés

Énoncé

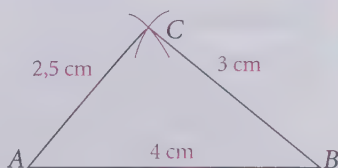
On donne : $AB = 4 \text{ cm}$; $AC = 2,5 \text{ cm}$; $BC = 3 \text{ cm}$. Construis le triangle ABC .

Méthode

On trace un segment $[AB]$ de 4 cm de longueur, puis des arcs de cercles de centre A et de rayon 2,5 cm puis de centre B et de rayon 3 cm qui se coupent en C .

Résolution

On laisse apparents les arcs de cercles qui ont permis de déterminer C .



On connaît les longueurs de deux côtés et l'angle compris entre ces côtés

Énoncé

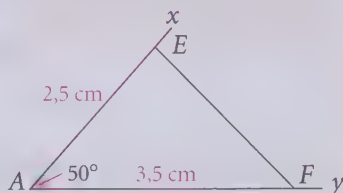
On donne : $AE = 2,5 \text{ cm}$; $AF = 3,5 \text{ cm}$; $\widehat{EAF} = 50^\circ$. Construis le triangle AEF .

Méthode

On trace un angle de 50° , de sommet A . Sur les côtés de cet angle, on marque les points E et F , avec $AE = 2,5 \text{ cm}$ et $AF = 3,5 \text{ cm}$.

Résolution

On voit que les points E et F appartiennent aux demi-droites $[Ax)$ et $[Ay)$ qui sont les côtés de l'angle.



On connaît deux angles et la longueur du côté commun

Énoncé

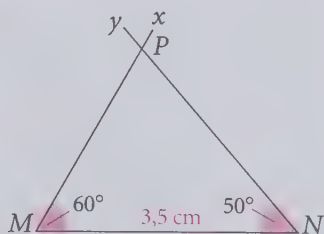
On donne : $MN = 3,5$ cm ; $\widehat{NMP} = 60^\circ$; $\widehat{MNP} = 50^\circ$. Construire le triangle MNP .

Méthode

On trace un segment $[MN]$ de 3,5 cm de longueur, puis, du même côté de (MN) , les angles $\widehat{NMx}$ et $\widehat{MNy}$ de 60° et 50° . Les demi-droites $[Mx)$ et $[Ny)$ se coupent en P .

Résolution

On laisse apparentes les demi-droites $[Mx)$ et $[Ny)$.



|| L'étude des figures est complétée dans le chapitre 7 sur la symétrie axiale, p. 192.

EXERCICES

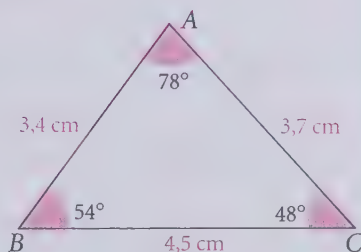
Triangle

1 — Recopie et complète les égalités en utilisant les renseignements donnés ci-contre sur la figure :

$$AB = \dots\dots\dots \widehat{ABC} = \dots\dots\dots$$

$$AC = \dots\dots\dots \widehat{BAC} = \dots\dots\dots$$

$$BC = \dots\dots\dots \widehat{ACB} = \dots\dots\dots$$



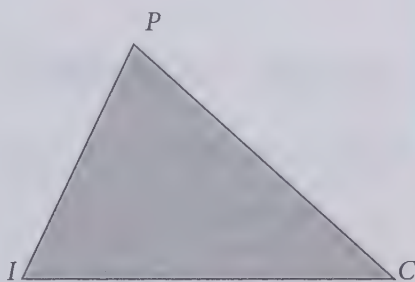
2 — 1. Observe le triangle *PIC*. Mesure ses angles et les longueurs de ses côtés.

2. Recopie et complète les égalités :

$$PI = \dots\dots\dots \widehat{PIC} = \dots\dots\dots$$

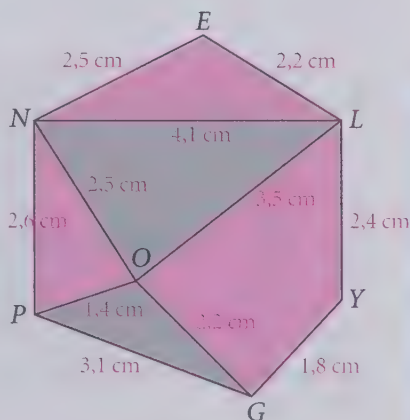
$$IC = \dots\dots\dots \widehat{ICP} = \dots\dots\dots$$

$$PC = \dots\dots\dots \widehat{IPC} = \dots\dots\dots$$



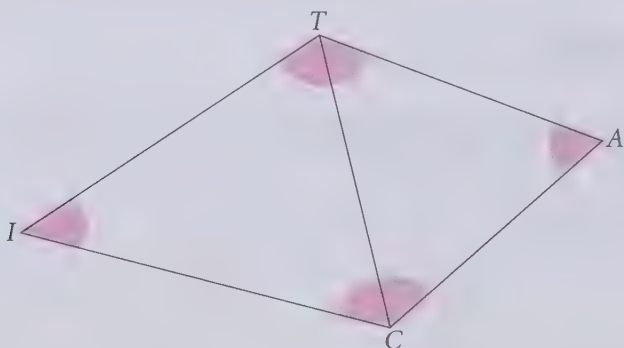
3 — 1. En utilisant les lettres marquées, nomme les triangles tracés sur cette figure.

2. Par simple lecture de la figure, trouve les longueurs des côtés de chacun des triangles et écris les égalités correspondantes (comme dans l'exercice 1).



4 — La figure ci-après est formée de deux triangles.

1. En utilisant les lettres marquées, nomme ces deux triangles.
2. Mesure les angles et les longueurs des côtés de chacun de ces triangles, et écris les égalités correspondantes.



(corrigés p. 180)

Triangle : constructions

5 — Construction d'un triangle connaissant les longueurs des côtés. Dans chacun des cas suivants construis, si cela est possible, un triangle répondant aux conditions imposées.

- a. $EL = 4$ cm ; $AL = 5$ cm ; $AE = 4$ cm.
- b. $MN = 5,5$ cm ; $NP = 5$ cm ; $PM = 6$ cm.
- c. $PI = 2$ cm ; $RI = 3$ cm ; $PR = 5,5$ cm.
- d. $ML = 4,5$ cm ; $LF = 6$ cm ; $MF = 7,5$ cm.
- e. $JB = 4$ cm ; $BS = 4$ cm ; $JS = 4$ cm.

6 — Construction d'un triangle connaissant les longueurs de deux côtés et l'angle formé par ces deux côtés.

- a. Construis un triangle ABC sachant que : $AB = 3,5$ cm ; $AC = 3$ cm ; $\widehat{BAC} = 40^\circ$.
- b. Construis un triangle SAC sachant que : $AS = 3,8$ cm ; $AC = 3,5$ cm ; $\widehat{SAC} = 70^\circ$.
- c. Construis un triangle PIN sachant que : $PI = 4$ cm ; $PN = 4$ cm ; $\widehat{IPN} = 120^\circ$.
- d. Construis un triangle BUC sachant que : $UC = 4,5$ cm ; $CB = 3$ cm ; $\widehat{BCU} = 90^\circ$.

7 — Construction d'un triangle connaissant la longueur d'un côté et les angles dont les sommets sont les extrémités du côté.

a. Construis un triangle ABC sachant que: $AB = 4$ cm; $\widehat{BAC} = 70^\circ$; $\widehat{ABC} = 50^\circ$.

b. Construis un triangle LUC sachant que: $LU = 6$ cm; $\widehat{LUC} = 40^\circ$; $\widehat{ULC} = 30^\circ$.

c. Construis un triangle MAI sachant que: $AI = 4$ cm; $\widehat{MAI} = 40^\circ$; $\widehat{MIA} = 50^\circ$.

d. Construis un triangle DEF sachant que: $DE = 4,5$ cm; $\widehat{EDF} = 45^\circ$; $\widehat{DEF} = 65^\circ$. Mesure l'angle $\widehat{EFD}$.

e. Construis un triangle IJK sachant que: $IJ = 7$ cm; $\widehat{IJK} = 60^\circ$; $\widehat{JIK} = 30^\circ$. Mesure l'angle $\widehat{IKJ}$ et la longueur JK .

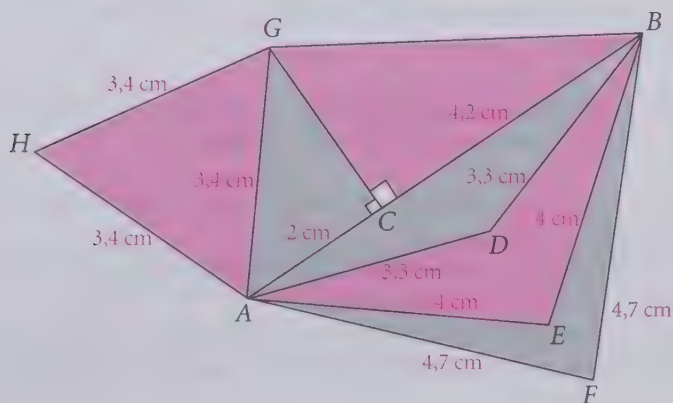
(corrigés p. 180)

Triangles particuliers

8 — Parmi les triangles construits à l'exercice 5 y a-t-il des triangles:
1. isocèles? 2. équilatéraux?

9 — Parmi les triangles AGH , ACG , GCB , AGB , ADB , AEB , AEF de la figure ci-après quels sont les triangles:

1. équilatéraux? 2. isocèles? 3. rectangles?



10 — Complète chacune des phrases suivantes en utilisant à chaque fois un ou plusieurs des mots : *isocèle*, *triangle*, *rectangle*, *équilateral* pour désigner le plus précisément chacune des figures :

VIR est un

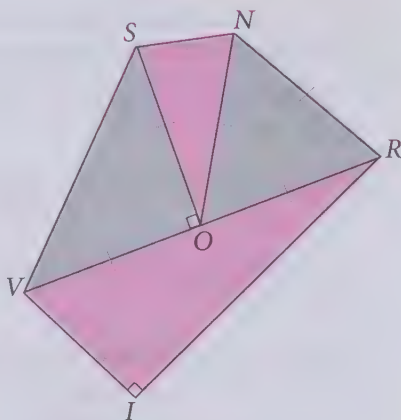
SON est un

RON est un

VOS est un

Justifie tes réponses en utilisant les renseignements que tu as trouvés sur la figure.

Reproduis la figure avec : $VR = 5$ cm, $VI = 2$ cm.



11 — Construis un triangle équilatéral de 3,5 cm de côté.

12 — On veut construire les triangles isocèles dont les côtés ont pour longueurs 5 cm et 6 cm. Combien y a-t-il de solutions? Construis les différents triangles.

13 — Construis un triangle PIC sachant que : $PI = 5$ cm ; $PC = 5$ cm ; $\widehat{PIC} = 60^\circ$.
Quelle est la nature du triangle PIC ?

14 — a. Construis un triangle REC rectangle en E tel que : $RE = 3,5$ cm ; $EC = 3$ cm.

b. Construis un triangle BEC rectangle en E tel que : $BE = 3,6$ cm ; $BC = 5$ cm.

15 — Construis un triangle AMI tel que : $\widehat{AMI} = 65^\circ$; $\widehat{AIM} = 65^\circ$; $MI = 4$ cm. Quelle est la nature de ce triangle?

16 — Trace un cercle $\mathcal{C}$ de centre I , de 4,5 cm de rayon. Sur ce cercle, marque un point M .

Trace le cercle de centre M passant par I . Il coupe le cercle $\mathcal{C}$ en deux points. Nomme S l'un des points.

Trace le triangle SIM . Quelles sont les longueurs des côtés de ce triangle? Que peux-tu dire de ce triangle? Justifie ta réponse.

(corrigés p. 182)

Quadrilatères

Règles à appliquer dans les exercices suivants pour justifier qu'un quadrilatère est un carré, un rectangle ou un losange, ces règles sont énoncées avec d'autres dans le chapitre 7.

- Si un quadrilatère a trois angles droits, alors c'est un rectangle ;
- Si un quadrilatère a ses côtés de même longueur, alors c'est un losange ;
- Si un losange a un angle droit, alors c'est un carré.
- Si un rectangle a deux côtés consécutifs de même longueur, alors c'est un carré.

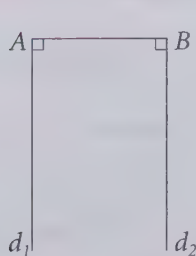
17 – Pour chacune des pièces du puzzle ci-contre, donne sa forme la plus précise :

- triangle,
- triangle rectangle,
- trapèze (s'il a un angle droit, c'est un trapèze rectangle),
- parallélogramme,
- rectangle,
- losange
- carré.

(on ne demande pas de justifier les réponses.)

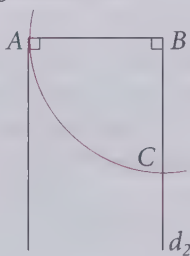


18 – 1. Observe le programme de construction :



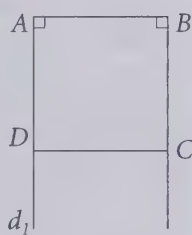
Première étape

Trace les perpendiculaires d_1 et d_2 à la droite (AB) passant par A et B.



Deuxième étape

Le cercle de centre B passant par A coupe la droite d_2 en C.

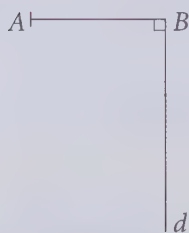


Troisième étape

La perpendiculaire à la droite (BC) passant par C coupe la droite d_1 en D.

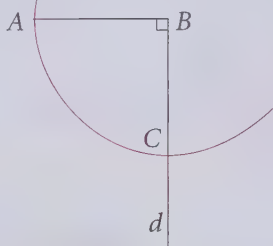
2. Utilise cette méthode pour construire un carré de 5 cm de côté.
3. Parmi les propriétés énoncées avant l'exercice 17, quelle est celle que tu peux utiliser pour affirmer que le quadrilatère $ABCD$ est bien un carré.

19 – 1. Observe le programme de construction :



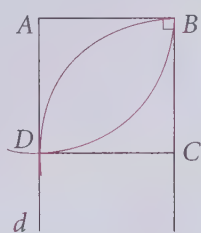
Première étape

Trace la perpendiculaire d à la droite (AB) passant par B .



Deuxième étape

Le cercle de centre B passant par A coupe la droite d en C .



Troisième étape

Les cercles de centres A et C passant par B se recoupent en D .
Trace les segments $[AD]$ et $[CD]$.

2. Utilise cette méthode pour construire un carré de 6 cm de côté.
3. Vérifie que tu obtiens bien un carré et justifie-le (utilise une équerre).

20 – Pour construire un losange $ABCD$ de 4 cm de côté, tel que $\widehat{BAC} = 70^\circ$:

1. Trace un angle $\widehat{xAy}$ de 70° .

Le cercle de centre A , de 4 cm de rayon, coupe la demi-droite $[Ax)$ en B et la demi-droite $[Ay)$ en C .

Les cercles de centres B et C passant par A se recoupent en D .

2. Vérifie que tu obtiens bien un losange, justifie-le.

21 – Trace un losange $MNPQ$ de 4,5 cm de côté tel que l'angle $\widehat{MNP} = 120^\circ$.

Mesure les autres angles du losange.

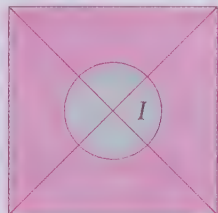
22 – Trouve une méthode pour construire un rectangle $RECT$ dont les côtés mesurent 4 cm et 6 cm.

(corrigés p. 184)

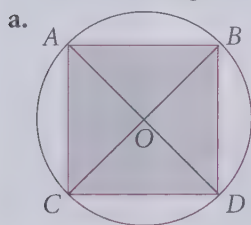
Reproduction de figures

23 – Voici une figure et quatre phrases consignes repérées par une lettre. Retrouve l'ordre dans lequel on doit donner ces consignes pour réaliser la figure.

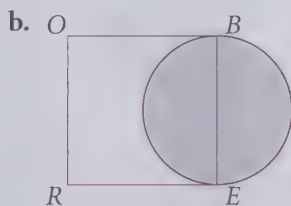
- Appelle I le point où les diagonales se coupent.
- Trace un carré de 6 cm de côté.
- Trace le cercle de centre I et de rayon 2 cm.
- Trace les diagonales de ce carré.



24 – Trouve un moyen de dicter les consignes permettant de construire les figures a. et b.



ABDC est un carré.
Prendre $AB = 4$ cm.



ROBE est un carré;
BE est un diamètre du cercle.
Prendre $BE = 6$ cm.

(corrigés p. 185)

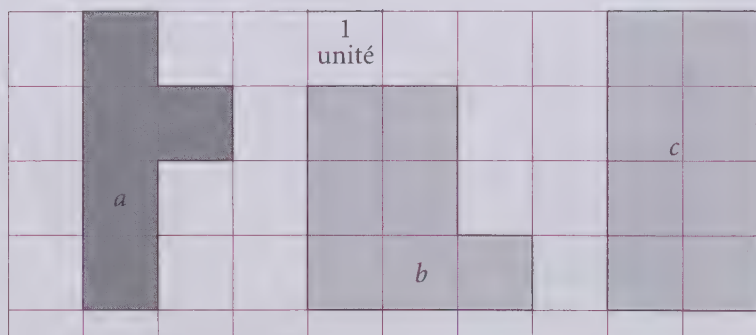
Périmètre

25 – Calcule le périmètre de chacune des figures ci-après.
(L'unité de longueur est la distance entre deux points voisins du papier pointé.)

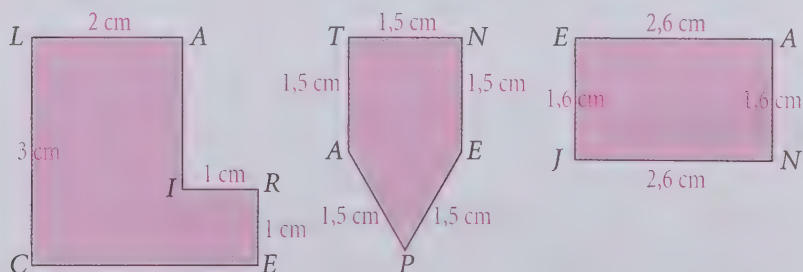




26 – Calcule le périmètre de chacune des figures *a*, *b* et *c* ci-dessous.
(L'unité de longueur est la longueur d'un côté de carreau.)



27 – Calcule le périmètre de chacune des figures ci-dessous.



28 – Calcule le périmètre d'un triangle dont les côtés ont 4 cm, 5 cm et 6 cm de longueur.

29 – Calcule le périmètre des triangles des exercices 1, 3, 5.

30 — Calcule le périmètre des triangles isocèles ou équilatéraux de l'exercice 9.

31 — Calcule le périmètre des carrés dont on te donne la longueur d'un côté. Exprime le résultat dans l'unité ou les unités demandées.

	(1)	(2)	(3)	(4)
côtés	6,5 cm	13 cm	13 m	2,5 km
périmètres	... cm	... cm	... m	... km
unités demandées	... mm	... m	... cm	... m

32 — Calcule le périmètre des rectangles dont on te donne les dimensions (c'est-à-dire les longueurs des côtés). Exprime les résultats dans les unités demandées.

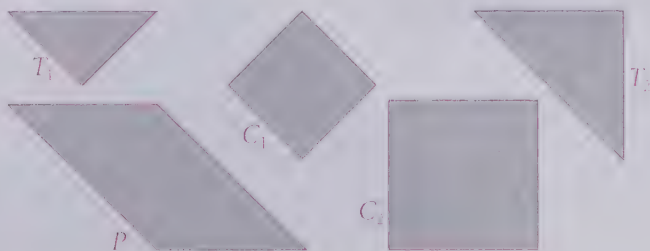
	(1)	(2)	(3)	(4)
longueur	9,5 cm	105 cm	13 m	3,5 km
largeur	8 cm	0,85 m	75 dm	1 500 m
unités demandées	cm	cm	m	m
	mm	m	dm	dam

(corrigés p. 185)

Aire

33 — Voici différentes pièces d'un puzzle.

Reproduis ces pièces en plusieurs exemplaires sur du papier cartonné et découpe-les pour les utiliser dans cet exercice et les deux suivants.

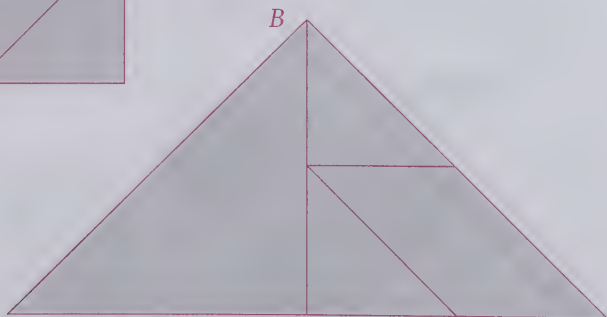
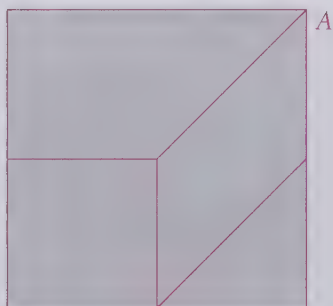


1. Combien faut-il de triangles T_1 pour paver un carré C_1 ?
2. Combien faut-il de triangles T_1 pour paver un carré C_2 ?
3. Combien faut-il de triangles T_1 pour paver un triangle T_2 ?
4. Combien faut-il de triangles T_1 pour paver le parallélogramme P ?
5. Quelles sont les pièces qui ont la même aire?
6. L'aire du triangle T_1 étant prise pour unité, quelle est l'aire de chacune des pièces T_1 , T_2 , C_1 , C_2 et P ?
7. On coupe en deux le triangle T_1 .
Avec les deux moitiés on forme un carré d'un centimètre de côté.
Son aire est de 1 cm^2 .

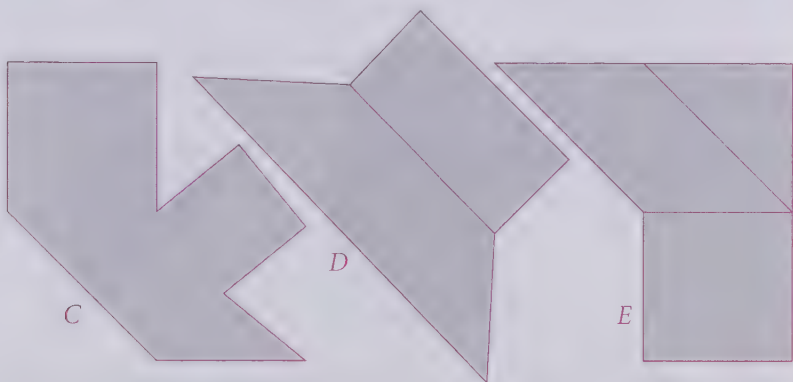


Calcule l'aire, en centimètres carrés (cm^2), de chacune des pièces T_1 , T_2 , C_1 , C_2 , P .

- 34 – 1.** Les deux surfaces A et B ci-dessous ont-elles la même aire?
2. Elles ont été obtenues en assemblant des pièces de l'exercice précédent. On peut donc les paver avec ces pièces. Réalise ce pavage.
 3. Calcule l'aire (en cm^2) des surfaces A et B .



- 35** – 1. Les trois surfaces C , D et E ci-dessous ont-elles la même aire ?
 2. Elles ont été obtenues en assemblant des pièces de l'exercice 33. On peut donc les paver avec ces pièces. Réalise ce pavage.
 3. Calcule l'aire (en cm^2) des surfaces C , D et E .



- 36** – Calcule les aires de chacune des figures de l'exercice 25 en comptant le nombre de triangles équilatéraux nécessaires pour paver chaque surface.



- 37** – Calcule les aires de chacune des figures de l'exercice 26 en comptant le nombre de carrés nécessaires pour paver chaque surface.

- 38** – Calcule les aires de chacun des carrés de l'exercice 31 dans les unités d'aire correspondant aux unités de longueurs demandées.

- 39** – Calcule les aires de chacun des rectangles de l'exercice 32 dans les unités d'aire correspondant aux unités de longueurs demandées.

Pour calculer le périmètre d'une disque, on multiplie le rayon par le nombre 2π .

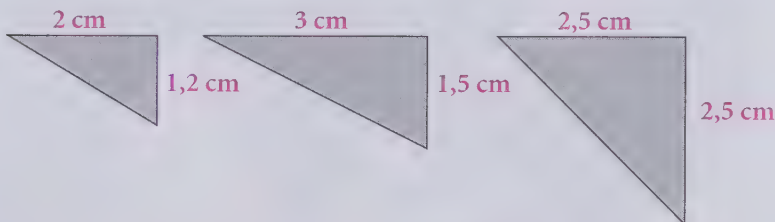
Pour calculer l'aire d'un disque, on multiplie le carré du rayon par le nombre π . Ce nombre se trouve souvent sur les calculatrices. Sinon on prend 3,14 comme valeur approchée.

40 – Calcule le périmètre (en cm) et l'aire (en cm^2) d'un disque de 4 cm de rayon.

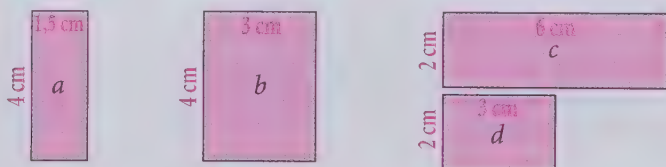
11 Un triangle rectangle est la moitié d'un rectangle dont les dimensions sont celles des côtés de l'angle droit du triangle.



41 – Calcule l'aire (en cm^2) de chacun des triangles rectangles ci-dessous :



42 – Calcule l'aire (en cm^2) de chacun des rectangles a , b , c , d suivants :



(corrigés p. 187)

Problèmes

43 – Dans une plaque rectangulaire de 5 cm de long et 3 cm de large, on forme la lettre E en découpant le polygone EFGHIJKL.

1. $CE = FG = HI = JK = LD$.

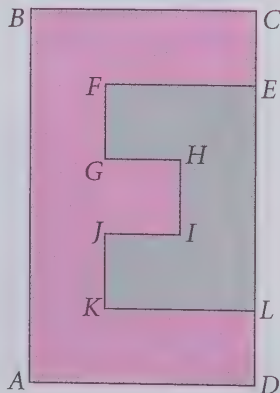
Calcule la longueur commune de ces segments.

2. $AD = 3GH$ et $FE = KL = 2GH = 2JI$.

Calcule les longueurs GH et FE .

3. Calcule le périmètre du E.

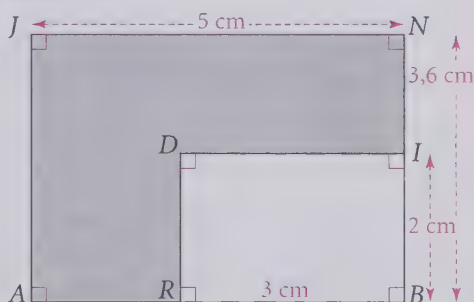
4. Calcule l'aire de la surface du E.



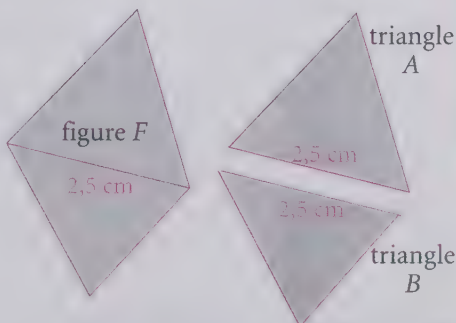
44 – 1. Construis trois rectangles de 18 cm^2 d'aire et dont les longueurs des côtés, exprimées en centimètres, sont des nombres entiers. Calcule leurs périmètres.

2. Construis trois rectangles dont le périmètre est de 12 cm et dont les longueurs des côtés, exprimées en centimètres, sont des nombres entiers. Calcule l'aire de chacun d'eux.

3. Calcule le périmètre et l'aire de la partie grisée de la figure ci-contre.

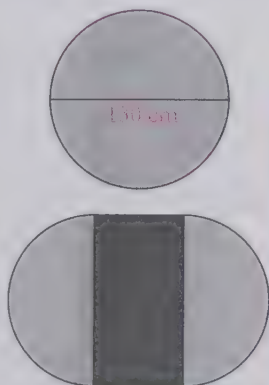


45 – Le périmètre du triangle A est de 12 m .
Le périmètre du triangle B est de 10 m .
Quel est le périmètre de la figure F ?



46 – 1. Une table ronde a 130 cm de diamètre. Quel est son périmètre? Si l'on veut que chaque convive dispose d'au moins 50 cm , combien de personnes peut-on placer autour de cette table?

2. On agrandit la table à l'aide d'une rallonge rectangulaire de 130 cm de long et 50 cm de large selon le schéma ci-contre. Combien peut-on alors placer de convives autour de cette table agrandie?



(corrigés p. 189)

CORRIGÉS

Triangle

1 — $AB = 3,4 \text{ cm}$; $BC = 4,5 \text{ cm}$; $AC = 3,7 \text{ cm}$;

$$\widehat{ABC} = 54^\circ; \widehat{ACB} = 48^\circ; \widehat{BAC} = 78^\circ.$$

2 — $PI = 3,5 \text{ cm}$; $IC = 5 \text{ cm}$; $PC = 4,7 \text{ cm}$.

$$\widehat{PIC} = 62^\circ; \widehat{IPC} = 76^\circ; \widehat{ICP} = 42^\circ;$$

3 — 1. POG ; LEN ; NOP ; NOL .

2. $LE = 2,2 \text{ cm}$; $EN = 2,5 \text{ cm}$; $NL = 4,1 \text{ cm}$.

$NO = 2,5 \text{ cm}$; $OP = 1,4 \text{ cm}$; $PN = 2,6 \text{ cm}$.

$PO = 1,4 \text{ cm}$; $OG = 2,2 \text{ cm}$; $GP = 3,1 \text{ cm}$.

$NO = 2,5 \text{ cm}$; $OL = 3,5 \text{ cm}$; $LN = 4,1 \text{ cm}$.

4 — 1. Les triangles TIC et TAC .

2. $TI = 4,8 \text{ cm}$; $IC = 5,1 \text{ cm}$; $TC = 4 \text{ cm}$;

$$\widehat{TIC} = 48^\circ; \widehat{ITC} = 70^\circ; \widehat{ICT} = 62^\circ;$$

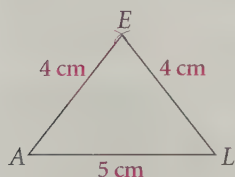
$$TA = 4 \text{ cm}; AC = 3,8 \text{ cm}; TC = 4 \text{ cm};$$

$$\widehat{TAC} = 62^\circ; \widehat{ATC} = 56^\circ; \widehat{ACT} = 62^\circ.$$

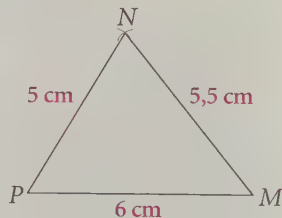
Triangle : constructions

5 — Les figures sont à l'échelle $\frac{1}{2}$.

a.

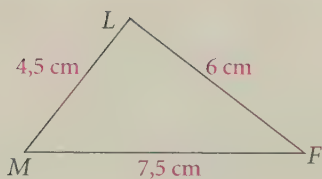


b.

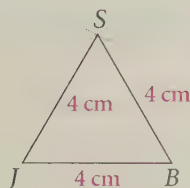


c. On trace un segment $[PR]$ de 5,5 cm de longueur. $2 + 3 = 5$; les cercles de centres P et R , de 2 cm et 3 cm de rayon, ne se coupent pas. On ne peut pas construire un triangle dont les côtés ont ces longueurs.

d.

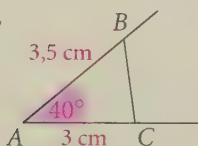


e.

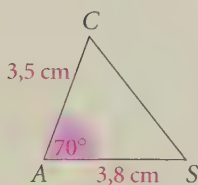


6 — Les figures sont à l'échelle $\frac{1}{2}$.

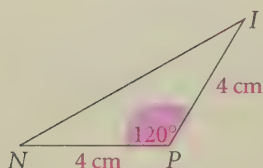
a.



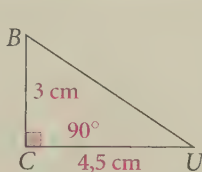
b.



c.

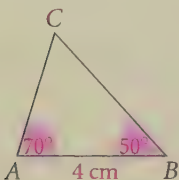


d.

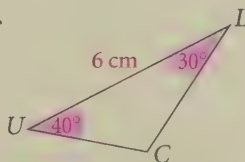


7 — Les figures sont à l'échelle $\frac{1}{2}$.

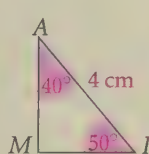
a.



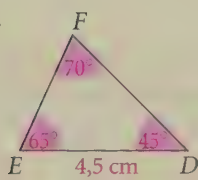
b.



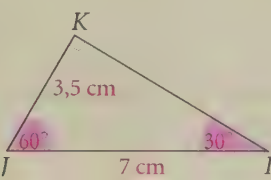
c.



d.



e.



Triangles particuliers

Pour rédiger une justification (ou démonstration)

Pour justifier une réponse (triangle isocèle, triangle équilatéral, carré, etc.), il faut rédiger selon la méthode utilisée à l'exercice 8. Dans ce livre, nous ne l'avons pas fait systématiquement. Mais nous te donnerons toujours quelques éléments de la justification.

8 — 1. On sait que $EL = EA = 4$ cm.

Or : si un triangle a deux côtés de même longueur, alors il est isocèle.

Le triangle LEA a deux côtés de même longueur ($EL = EA = 4$ cm), il est isocèle en E .

2. On sait que $JB = BS = JS = 4$ cm.

Or : si un triangle a trois côtés de même longueur alors il est équilatéral.

Le triangle JBS a trois côtés de même longueur ($JB = BS = JS$), il est équilatéral.

Ce triangle est aussi isocèle de sommets J , B ou S .

9 — 1. Sur la figure, on lit $HG = HA = AG = 3,4$ cm.

Or, si un triangle a trois côtés de même longueur, alors il est équilatéral.

Le triangle AGH a trois côtés de même longueur, il est équilatéral.

2. • Le triangle AGH est équilatéral, il est donc isocèle en A , en G et en H .

• Sur la figure, on lit $DA = DB = 3,3$ cm.

Or, si un triangle a deux côtés de même longueur, alors il est isocèle.

Le triangle ADB a deux côtés de même longueur, il est isocèle.

Le point commun aux deux côtés de même longueur est D , le triangle est isocèle en D .

• Sur la figure, on lit $EA = EB = 4$ cm et $FA = FB = 4,7$ cm.

Les triangles AEB et AFB ayant deux côtés de même longueur sont isocèles, le premier l'est en E , le second en F .

3. Sur la figure on lit que les droites (GC) et (AB) sont perpendiculaires, $\widehat{ACG} = 90^\circ$; et $\widehat{GCB} = 90^\circ$.

Or, si un triangle a un angle droit, alors il est rectangle.

Les triangles ACG et BCG ont un angle droit, ils sont rectangles.

10 — VIR est un triangle rectangle en I ($(VI) \perp (IR)$).

NOS est un triangle isocèle en O ($SO = ON$).

RON est un triangle équilatéral ($ON = OR = NR$).

SOV est un triangle rectangle isocèle en O ($SO = VO$ et $(VO) \perp (OS)$).

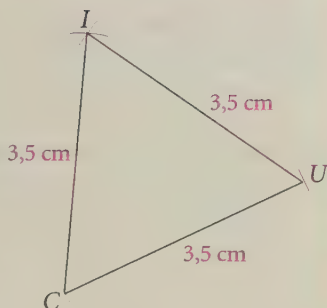
Construction de la figure : commence par construire le triangle VIR rectangle en I , puis construis les triangles VOS et NOR .

11 — On trace le segment $[CU]$ de 3,5 cm de longueur.

Les arcs de cercles de centres C et U , de 3,5 cm de rayon, se coupent en I .

On sait que : « si un triangle a trois côtés de même longueur alors il est équilatéral ».

Le triangle CUI a trois côtés de même longueur, il est équilatéral.



12 — Les deux côtés de même longueur peuvent être de 5 cm ou 6 cm. Il y a deux solutions.

On construit un triangle dont les côtés ont 5 cm, 5 cm et 6 cm et un triangle dont les côtés ont 6 cm, 6 cm et 5 cm.

13 — On sait que : si un triangle a deux côtés de même longueur et un angle de 60° alors il est équilatéral.

Le triangle PIC a deux côtés de même longueur et un angle de 60° , il est donc équilatéral.

14 — a. On trace :

- un segment $[RE]$ de 3,5 cm de longueur,
 - la perpendiculaire à la droite (RE) passant par E ,
 - sur cette perpendiculaire, on marque le point C à 3 cm de E .
- (RE) est perpendiculaire à (CE) . Le triangle REC est rectangle en E .
 $RE = 3,5$ cm et $EC = 3$ cm.

b. On trace :

- un segment $[BE]$ de 3,6 cm de longueur,
- la perpendiculaire d à la droite (BE) passant par E ,
- un arc de cercle de centre B , de 5 cm de rayon, qui coupe la droite d en C .

(BE) est perpendiculaire à (CE) ; le triangle BEC est rectangle en E .
 $BC = 5$ cm et $BE = 3,5$ cm.

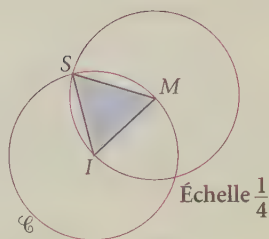
15 — On sait que : si un triangle a deux angles égaux alors il est isocèle. Le triangle AMI a deux angles égaux, il est isocèle.

16 — Le point M appartient au cercle de centre I , de 4,5 cm de rayon : $IM = 4,5$ cm.

Le point S appartient aux cercles de centres M et I , de rayon $[MI]$.

Donc : $SM = SI = MI$.

Le triangle SIM a trois côtés de même longueur, il est équilatéral.



Quadrilatères

17 — La pièce a est un triangle qui a un angle droit, c'est un triangle rectangle. Il en est de même des pièces g et d .

Les pièces b et f sont des carrés (angles droits et côtés de même longueur).

Les pièces i, j, f, b sont des rectangles (les angles sont droits).

Les pièces c et h sont des losanges (4 côtés de même longueur).

Les pièces e et k sont des trapèzes (deux côtés parallèles) ; elles ont deux angles droits, on dit que ces trapèzes sont rectangles.

18 — 3. Justification

On a tracé les perpendiculaires à la droite (AB) passant par A et B .

Les angles $\hat{A}$ et $\hat{B}$ sont droits. On a tracé la perpendiculaire à la droite

(BC) passant par C . L'angle $\hat{C}$ est droit. Les angles $\hat{A}, \hat{B}, \hat{C}$ sont droits.

Si un quadrilatère a trois angles droits, alors c'est un rectangle.

Le quadrilatère $ABCD$ a trois angles droits, c'est un **rectangle**.

Les points A et C appartiennent au cercle de centre B .

Tous les rayons d'un cercle ont même longueur.

$[BA]$ et $[BC]$ sont des rayons, ils ont même longueur : $BA = BC$.

Si un rectangle a deux côtés consécutifs de même longueur, alors c'est un carré.

Le rectangle $ABCD$ a deux côtés consécutifs de même longueur, c'est un **carré**.

19 — 3. Justification

Les points A et C appartiennent au cercle de centre B .

Tous les rayons d'un cercle ont même longueur.

$[BA]$ et $[BC]$ sont des rayons, ils ont même longueur : $BA = BC$.

Les points B et D appartiennent au cercle de centre A : $BA = AD$.

Les points B et D appartiennent au cercle de centre C : $BC = CD$.

On a : $BA = BC = AD = CD$.

Si un quadrilatère a ses côtés de même longueur, alors c'est un losange.

Le quadrilatère $ABCD$ a quatre côtés de même longueur, c'est un losange.

On a tracé la perpendiculaire à la droite (AB) passant par B . L'angle $\hat{B}$ est droit. *Si un losange a un angle droit, alors c'est un carré.*

Le losange $ABCD$ a un angle droit, c'est un carré.

20 — Les points B et C appartiennent au cercle de centre A , de 4 cm de rayon. Donc : $AB = AC = 4$ cm.

Le point D appartient au cercle de centre B passant par A donc : $BD = BA$.

Le point D appartient au cercle de centre C passant par A donc : $CD = CA$.

On a donc : $AB = AC = BD = DC$. Le quadrilatère $ABDC$ a ses quatre côtés de même longueur, c'est un losange.

21 — Reprends la construction de l'exercice précédent.
Les angles du losange sont de 120° et 60° .

22 — On trace un segment $[RE]$ de 6 cm de longueur.
Sur la perpendiculaire en E à la droite (RE) , on marque le point C à 4 cm de E . Ensuite, on trace la perpendiculaire à (RE) passant par R et la perpendiculaire à (EC) passant par C . Ces deux droites se coupent en T .

Reproduction de figures

23 — L'ordre dans lequel on doit donner ces consignes pour réaliser la figure est **b, d, a, c**.

24 — **a.** Trace un carré $ABDC$ de 4 cm de côté. Trace les segments $[AD]$ et $[BC]$. Ils se coupent en O . Trace le cercle de centre O passant par A .

b. Trace un carré $ROBE$ de 6 cm de côté. Trace le cercle ayant pour diamètre le segment $[BE]$.

Périmètre

25 — On compte le nombre de côtés unité de chaque figure.

a : périmètre 11 ;

b : périmètre 6 (c'est un hexagone régulier).

c : périmètre 12 ;

d : périmètre 15 ;

e : périmètre 8.

26 – a : périmètre 12; b : périmètre 12; c : périmètre 12.
Les trois surfaces sont différentes mais elles ont le même périmètre.

27 – Périmètre de CLAIRE: $(3 + 2 + 2 + 1 + 1 + 3)$ cm = 12 cm.
Périmètre de PENTA: $(1,5 \times 5)$ cm = 7,5 cm.
Périmètre de JEAN:
 $(2,6 + 1,6 + 2,6 + 1,6)$ cm = $2 \times (2,6 + 1,6)$ cm = 8,4 cm.

28 – Le périmètre est $(4 + 5 + 6)$ cm = 15 cm.

29 – Exercice 1. Périmètre de ABC: $(3,4 + 4,5 + 3,7)$ cm = 11,6 cm.
Exercice 3. Périmètre de POG: $(1,4 + 2,2 + 3,1)$ cm = 6,7 cm.
Périmètre de LEN: $(2,2 + 2,5 + 4,1)$ cm = 8,8 cm.
Périmètre de NOP: $(2,5 + 1,4 + 2,6)$ cm = 6,5 cm.
Périmètre de NOL: $(2,5 + 3,5 + 4,1)$ cm = 10,1 cm.
Exercice 5. Périmètre de ALE: $(4 + 4 + 5)$ cm = 13 cm.
Périmètre de PNM: $(5 + 5,5 + 6)$ cm = 16,5 cm.
Périmètre de PIR: $(2 + 3 + 5,5)$ cm = 10,5 cm.
Périmètre de MLF: $(4,5 + 6 + 7,5)$ cm = 18 cm.
Périmètre de JBS: (4×3) cm = 12 cm.

30 – Périmètre du triangle AHG: $3,4$ cm $\times 3$ = 10,2 cm.
Périmètre du triangle ADB: $[(2 + 4,2) + (3,3 + 3,3)]$ cm = 12,8 cm;
pour la suite, on prend $AB = 6,2$ cm.
Périmètre du triangle AEB: $6,2$ cm + (4×2) cm = 14,2 cm.
Périmètre du triangle AFB: $6,2$ cm + $(4,7 \times 2)$ cm = 15,6 cm.

31 –

Côtés	6,5 cm	13 cm	13 m	2,5 km
Périmètre	$(6,5 \times 4)$ cm = 26 cm	(13×4) cm = 52 cm	(13×4) m = 52 m	$(2,5 \times 4)$ km = 10 km
	260 mm	0,52 m	5 200 cm	10 000 m

32 –

Longueur	9,5 cm	105 cm	13 m	3,5 km
Largeur	8 cm	0,85 m	75 dm	1 500 m
Périmètre	$[(9,5 + 8) \times 2]$ cm = 35 cm	$[(105 + 85) \times 2]$ cm = 380 cm	$[(13 + 7,5) \times 2]$ m = 41 m	$[(3\,500 + 1\,500) \times 2]$ m = 10 000 m
	350 mm	3,80 m	410 dm	1 000 dam

Aire

33 – 1. Il faut deux triangles T_1 pour paver un carré C_1 .

2. Il faut quatre triangles T_1 pour paver un carré C_2 .

3. Il faut deux triangles T_1 pour paver un triangle T_2 .

4. Il faut quatre triangles T_1 pour paver P .

5. et 6. Les pièces C_1 et T_2 ont la même aire ($2 T_1$). Les pièces C_2 et P ont la même aire ($4 T_1$).

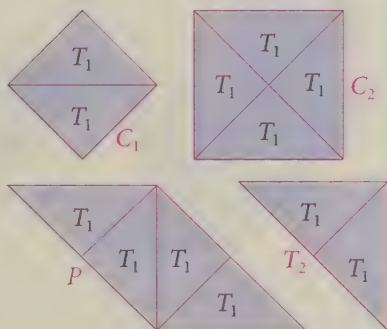
7. Aire de $T_1 = 1 \text{ cm}^2$.

Aire de $C_1 = 2 \text{ cm}^2$.

Aire de $T_2 = 2 \text{ cm}^2$.

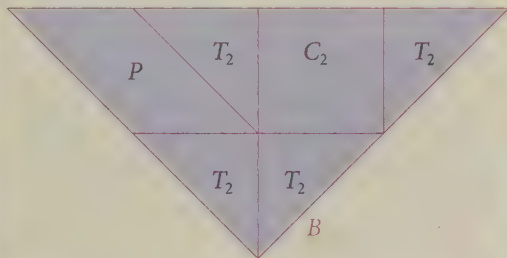
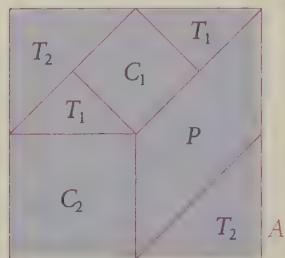
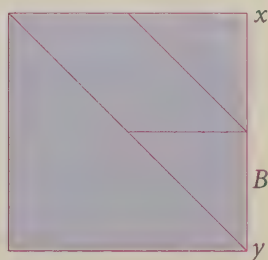
Aire de $C_2 = 4 \text{ cm}^2$.

Aire de $P = 4 \text{ cm}^2$.



34 – 1. Les deux surfaces A et B ont la même aire. En découpant le triangle B le long de (xy) et en disposant les deux triangles obtenus comme sur la figure ci-contre, on a pavé le carré A .

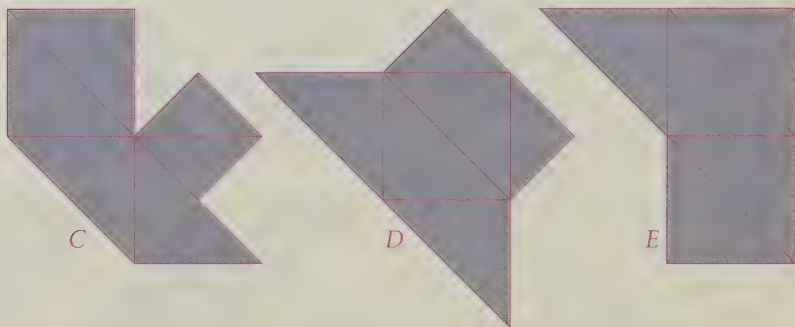
2. Les deux figures ci-dessous montrent comment paver A et B avec les pièces du puzzle de l'exercice 33 (page 175).



3. Les surfaces A et B ont pour aire la somme des aires des surfaces qui les pavent, soit 16 cm^2 .

35 – 1. Les trois surfaces C , D et E ont la même aire. Avec l'une on peut paver chacune des autres. La figure suivante montre qu'elles sont constituées des mêmes pièces.

2. Voici les pavages réalisés avec des pièces du puzzle de l'exercice 33, page 175.



3. L'aire de chacune des surfaces C , D , E est la somme des aires d'un carré C_2 , de P et de T_2 , soit 10 cm^2 .

36 – On compte le nombre de triangles contenus dans chaque dessin.
 a : aire 9; b : aire 6; c : aire 14; d : aire 13; e : aire 6.

37 – On compte le nombre de carrés contenus dans chaque dessin.
 a : aire 5; b : aire 7; c : aire 8.

38 – (1) $(6,5 \times 6,5) \text{ cm}^2 = 42,25 \text{ cm}^2 = 4\,225 \text{ mm}^2$.
 (2) $(13 \times 13) \text{ cm}^2 = 169 \text{ cm}^2 = 0,016\,9 \text{ m}^2$.
 (3) $(13 \times 13) \text{ m}^2 = 169 \text{ m}^2 = 1\,690\,000 \text{ cm}^2$.
 (4) $(2,5 \times 2,5) \text{ km}^2 = 6,25 \text{ km}^2 = 6\,250\,000 \text{ m}^2$.

39 – (1) $(9,5 \times 8) \text{ cm}^2 = 76 \text{ cm}^2 = 7\,600 \text{ mm}^2$.
 (2) $(105 \times 85) \text{ cm}^2 = 8\,925 \text{ cm}^2 = 0,892\,5 \text{ m}^2$.
 (3) $(13 \times 7,5) \text{ m}^2 = 97,5 \text{ m}^2 = 9\,750 \text{ dm}^2$.
 (4) $(3\,500 \times 1\,500) \text{ m}^2 = 5\,250\,000 \text{ m}^2 = 52\,500 \text{ dam}^2$.

40 – Périmètre $= (2 \times \pi \times 4) \text{ cm} = (8\pi) \text{ cm}$; soit 25 cm (troncature à l'unité). Aire $= (4 \times 4 \times \pi) \text{ cm}^2 = 16\pi \text{ cm}^2$; l'aire est 50 cm^2 (troncature à l'unité).

41 – Les aires sont: $\frac{1}{2} (2 \times 1,2) \text{ cm}^2 = 1,2 \text{ cm}^2$;

$\frac{1}{2} (3 \times 1,5) \text{ cm}^2 = 2,25 \text{ cm}^2$; $\frac{1}{2} (2,5 \times 2,5) \text{ cm}^2 = 3,125 \text{ cm}^2$.

- 42** — Aire de $a = (4 \times 1,5) \text{ cm}^2 = 6 \text{ cm}^2$. Aire de $b = (4 \times 3) \text{ cm}^2 = 12 \text{ cm}^2$. Aire de $c = (6 \times 2) \text{ cm}^2 = 12 \text{ cm}^2$.
Aire de $d = (2 \times 3) \text{ cm}^2 = 6 \text{ cm}^2$.

Problèmes

- 43** — 1. $CE = FG = HI = JK = LD = \frac{1}{5}$ de $CD = 1 \text{ cm}$.

2. $AD = 3 GH$; or $AD = 3 \text{ cm}$; donc $GH = 1 \text{ cm}$.

$FE = 2 GH = 2 \text{ cm}$.

3. Périmètre du E:

$AB + BC + CE + EF + FG + GH + HI + IJ + JK + KL + LD + DA$.

La somme des longueurs est:

$(5 + 3 + 1 + 2 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 2 + 1 + 3) \text{ cm} = 22 \text{ cm}$.

4. L'aire est 10 cm^2 . On peut compter les carreaux unités, ou prendre la surface totale sauf la partie restante dont l'aire est de 5 cm^2 . On peut aussi décomposer la surface du E en rectangles dont on calcule l'aire.

- 44** — 1. On construit les rectangles:

(1) de 6 cm de long et 3 cm de large; le périmètre est de 18 cm.

(2) de 9 cm de long et 2 cm de large; le périmètre est de 22 cm.

(3) de 18 cm de long et 1 cm de large; le périmètre est de 38 cm.

2. La somme de la longueur et de la largeur est 6 cm.

On construit les rectangles dont les dimensions sont:

(1) 1 cm et 5 cm; l'aire est de 5 cm^2 .

(2) 2 cm et 4 cm; l'aire est de 8 cm^2 .

(3) 3 cm et 3 cm (c'est alors un carré); son aire est de 9 cm^2 .

3. Périmètre: $RA + AJ + JN + NI + ID + DR = 17,2 \text{ cm}$.

Aire = Aire $ABNJ$ - Aire $BRDI = \{(5 \times 3,6) - (3 \times 2)\} \text{ cm}^2 = 12 \text{ cm}^2$.

- 45** — Le périmètre P de la figure F est la somme des périmètres du triangle A diminué de 2,5 m et du triangle B diminué de 2,5 m, puisque ces deux côtés de 2,5 m se touchent et ne forment plus le contour de la figure.
 $P = \{(12 - 2,5) + (10 - 2,5)\} \text{ m} = \{12 + 10 - (2,5 \times 2)\} = 17 \text{ m}$.

- 46** — 1. Périmètre de la table ronde $(2 \times \pi \times 65) \text{ cm} = (130 \pi) \text{ cm}$; soit: 408 cm (troncature à l'entier).

Le nombre de personnes est le quotient à une unité près par défaut de 408 par 50. On peut placer 8 personnes.

2. Le périmètre de la table avec rallonges est le périmètre du cercle plus les deux largeurs de la rallonge. Le périmètre est de 508 cm.

On peut placer 10 personnes.

100

100

100

100

100

7

SYMÉTRIE AXIALE

COURS

- Symétrique d'un point
- Symétrique d'une figure
- Propriétés
- Figures admettant un axe de symétrie

MÉTHODE

- Construire le symétrique d'un point
- Construire la bissectrice d'un angle

EXERCICES

- Symétrique d'un point
- Symétrique d'une figure
- Propriétés, reconnaissance de figures symétriques
- Figures admettant un axe de symétrie
- Axe de symétrie d'un segment, d'un angle, d'un cercle
- Triangles ayant des axes de symétrie
- Quadrilatères ayant des axes de symétrie
- Problèmes
- Corrigés

7

SYMÉTRIE AXIALE



Dans tout ce chapitre, symétrie ou symétrie axiale signifie symétrie orthogonale par rapport à une droite.

Symétrique d'un point

Définition

Deux points distincts sont **symétriques** par rapport à une droite d lorsque d est la médiatrice du segment qui les joint.

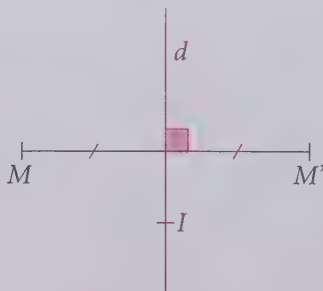
Un point de d est symétrique de lui-même.

Le point M n'appartient pas à d , la droite d est la médiatrice de $[MM']$.

Les points M et M' sont symétriques par rapport à d .

On dit aussi : le symétrique de M est M' .

Le point I appartient à d , le symétrique de I est I .



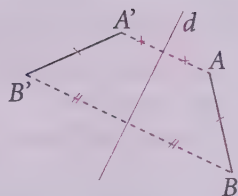
Symétrique d'une figure

Symétrique d'un segment



Les points A et B ont pour symétriques les points A' et B' .

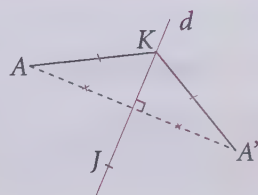
Le symétrique du segment $[AB]$ est le segment $[A'B']$. On a : $AB = A'B'$.



Cas particuliers

Les points J et K appartiennent à d :

- le symétrique du segment $[AK]$ est le segment $[A'K]$,
- le symétrique du segment $[JK]$ est le segment $[JK]$.



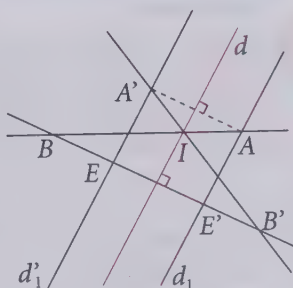
Symétrique d'une droite



Deux points A et B ont pour symétriques les points A' et B' .

La droite (AB) a pour symétrique la droite $(A'B')$.

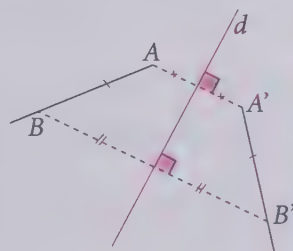
- Les deux droites (AB) et $(A'B')$ se coupent sur l'axe de symétrie d .
- La droite d_1 parallèle à d passant par A a pour symétrique la droite d'_1 parallèle à d passant par A' .
- La droite d est sa propre symétrique.
- Les points de la droite (BB') ont leurs symétriques sur (BB') , la symétrique de la droite (BB') est la droite (BB') .



Symétrique d'une demi-droite

Les points A et B ont pour symétriques les points A' et B' .

La demi-droite $[AB]$ d'origine A passant par B a pour symétrique la demi-droite $[A'B']$ d'origine A' passant par B' .



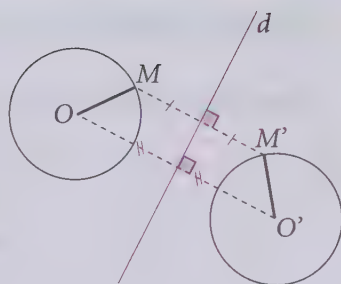
Symétrique d'un cercle

Les points O et M ont pour symétriques les points O' et M' par rapport à d .

Le cercle de centre O passant par M a pour symétrique le cercle de centre O' passant par M' .

Les deux cercles ont même rayon :

$$OM = O'M'.$$



Propriétés



ENREG.

Toute symétrie axiale conserve : les alignements, les distances, les angles.

Sur la figure ci-dessous :

les points I, A, B sont alignés ; leurs images I', A', B' sont des points alignés.

$AB = A'B'$; l'angle $\hat{A}$ est droit, son symétrique $\hat{A'}$ est droit.

Conséquences



ENREG.

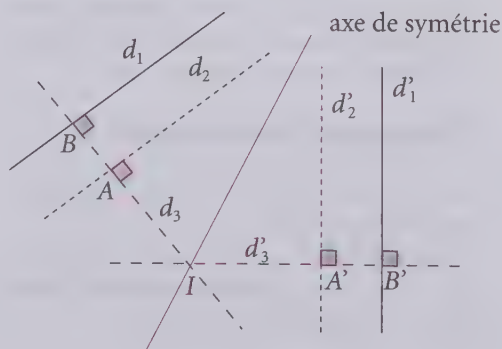
- Les images de deux droites parallèles sont des droites parallèles.
- Les images de deux droites perpendiculaires sont des droites perpendiculaires.

On a : $d_1 \parallel d_2$;

on a aussi : $d_1' \parallel d_2'$.

On a : $d_1 \perp d_3$;

on a aussi : $d_1' \perp d_3'$.



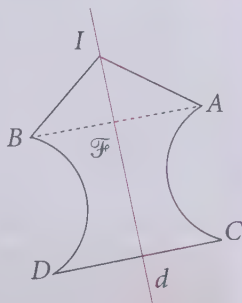
Figures admettant un axe de symétrie

Cas général

Une figure $\mathcal{F}$ admet une droite d pour axe de symétrie si la symétrique de $\mathcal{F}$ par rapport à d est $\mathcal{F}$.

Le symétrique du segment $[IB]$ est le segment $[IA]$, le symétrique de l'arc $\widehat{BD}$ est l'arc $\widehat{AC}$ et le symétrique du segment $[DC]$ est le segment lui-même.

La droite d est un axe de symétrie de la figure $\mathcal{F}$.

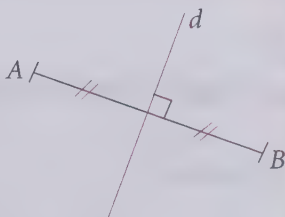


Axe de symétrie d'un segment

La médiatrice d'un segment est un axe de symétrie de ce segment.

Exemple

La médiatrice d du segment $[AB]$ est un axe de symétrie de $[AB]$.



Construction : voir méthode chapitre 5, p. 124.

Remarque : la droite support du segment est aussi un axe de symétrie du segment.

Axe de symétrie d'une droite

Toute perpendiculaire à la droite est un axe de symétrie de la droite. La droite est aussi un axe de symétrie d'elle-même.

Axe de symétrie d'un angle

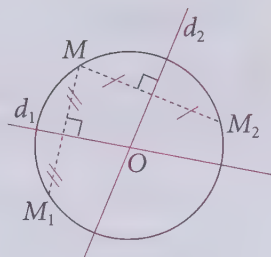
La bissectrice d'un angle est la demi-droite qui partage l'angle en deux angles égaux.

La droite portant la bissectrice d'un angle est l'axe de symétrie de cet angle.

 Construction de la bissectrice d'un angle, voir méthode p. 197.

Axe de symétrie d'un cercle

Toutes les droites passant par le centre d'un cercle sont axes de symétrie de ce cercle



MÉTHODE

Construire le symétrique d'un point

Énoncé

Soit une droite d et B un point n'appartenant pas à d . Construis le symétrique de B par rapport à d .

Méthode

Première méthode

On trace la perpendiculaire à la droite d passant par B . Elle coupe d en I .

Sur la demi-droite $[BI]$, on marque le point B' en reportant la longueur BI à partir de I (I est le milieu de $[BB']$).

Le point B' est le symétrique de B par rapport à d .

Deuxième méthode

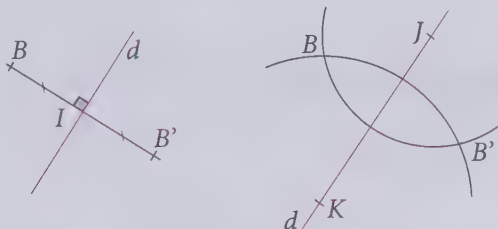
On marque deux points J et K sur la droite d .

On trace les cercles de centres J et K passant par B . Ils se recoupent en B' .

B et B' sont symétriques par rapport à d .

Résolution

On laisse la trace des arcs de cercles qui montrent la construction du point B' .



Construire la bissectrice d'un angle

Énoncé

Trace un angle $\widehat{xOy}$, construis sa bissectrice $[Oz)$.

Méthode

• On trace :

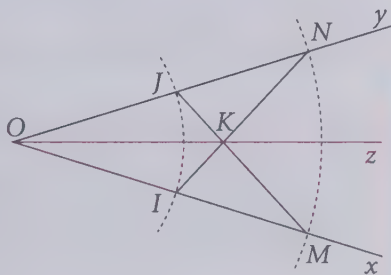
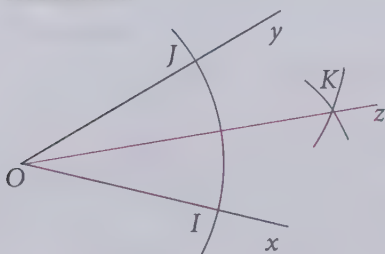
- un arc de cercle de centre O qui coupe $[Ox)$ en I et $[Oy)$ en J ,
- deux arcs de cercles de centres I et J , de même rayon, qui se coupent en K à l'intérieur de l'angle.

La demi-droite $[OK)$ est la bissectrice de l'angle $\widehat{xOy}$.

• ou bien on trace :

- deux arcs de cercles de centre O qui coupent $[Ox)$ en I et M et $[Oy)$ en J et N ;
- les segments $[IN]$ et $[JM]$ qui se coupent en K . $[OK)$ est la bissectrice de l'angle $\widehat{xOy}$.

Résolution

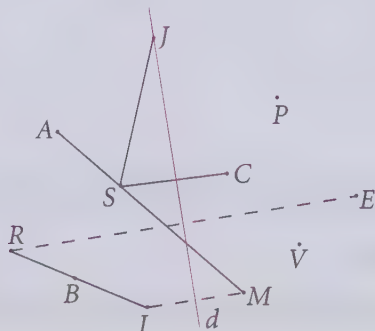


EXERCICES



Symétrique d'un point

1 – a. Observe la figure.



Recopie et complète les phrases suivantes :

Par la symétrie d'axe d :

- le symétrique de A est ...
- le symétrique de M est ...
- le symétrique de R est ...
- le symétrique de J est ...
- le symétrique de C est ...
- le symétrique de V est ...

b. 1. Vérifie que la droite d est la médiatrice du segment $[SC]$.

2. Trace le segment reliant P à son symétrique par rapport à d .
Que représente la droite d pour ce segment ?

2 – 1. Trace une droite d . Sur cette droite, marque un point E .
Quel est son symétrique par rapport à d ?

2. Trace la perpendiculaire à la droite d passant par E .
Sur cette perpendiculaire, marque le point M situé à 2 cm de E .
Construis le symétrique N de M par rapport à d .

3 – 1. Marque deux points I et J . Trace la droite (IJ) .

2. Trace le cercle de centre I passant par J et le cercle de centre J passant par I . Ces deux cercles se coupent en A et B .

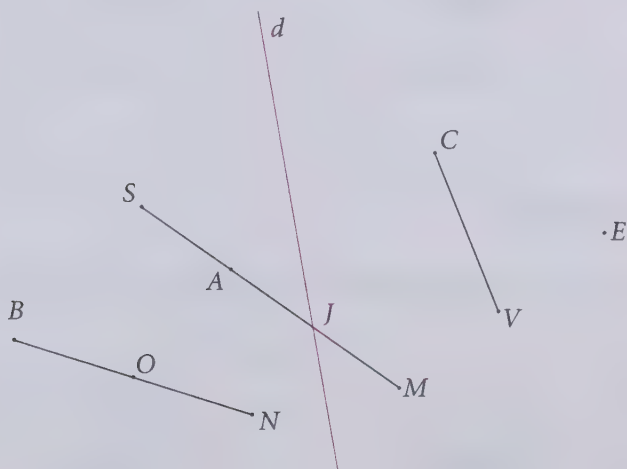
Comment sont les points A et B par rapport à la droite (IJ) ?

(corrigés p. 208)

Symétrie d'une figure

4 — Sur la figure ci-après, par la symétrie d'axe d , quel est le symétrique :

- | | | |
|------------------|-----------------------|-------------------------|
| – du point S ? | – du segment $[SM]$? | – de la droite (CN) ? |
| – du point M ? | – du segment $[NB]$? | – de la droite (OS) ? |
| – du point J ? | – du segment $[CV]$? | – de la droite (SC) ? |
| | – du segment $[SC]$? | |

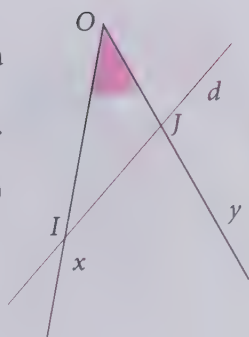


5 — 1. Reproduis la figure ci-contre.

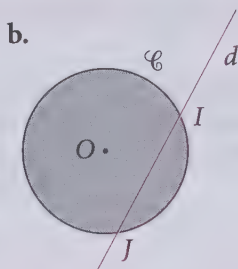
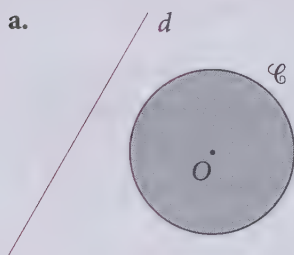
2. Construis le symétrique de O par rapport à la droite d .

3. La demi-droite $[Ox)$ coupe la droite d en I . La demi-droite $[Oy)$ coupe la droite d en J . Trace la symétrique de la demi-droite $[Ox)$ par rapport à la droite d .

4. Trace le symétrique de l'angle $\widehat{xOy}$.



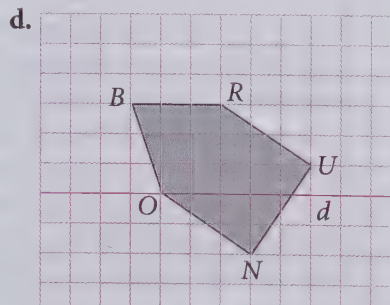
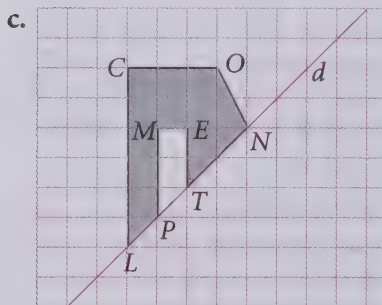
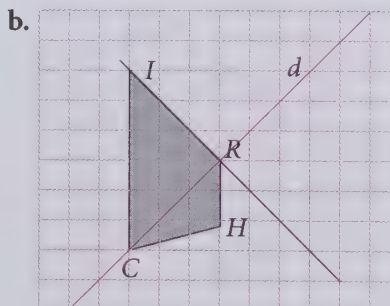
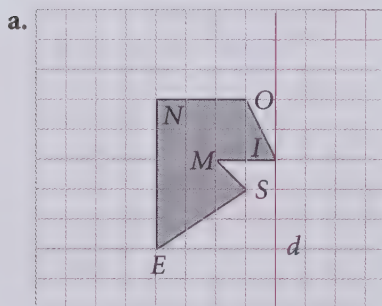
6 — Reproduis chacune des figures ci-dessous, puis construis le symétrique du cercle $\mathcal{C}$ par rapport à la droite d .



(corrigés p. 209)

Sur quadrillage

7 — Trace la figure symétrique du polygone dessiné par rapport à la droite d .

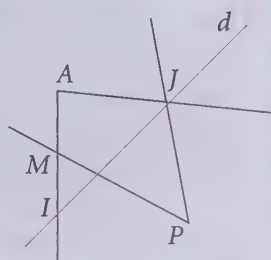


(corrigés p. 210)

Propriétés, reconnaissance de figures symétriques

8 — Sur la figure ci-contre, la droite d est l'axe de symétrie, I et J sont des points de la droite d .

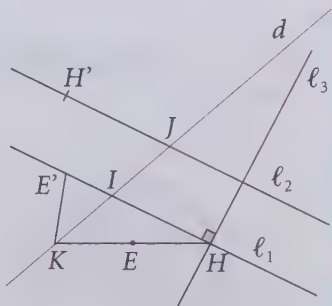
Le point P est le symétrique du point A , le point M est le milieu du segment $[AI]$.



1. Fais une figure.
2. Quel est le symétrique du segment $[AI]$? Trace-le sur la figure.
3. Quel est le symétrique M' du milieu du segment $[AI]$? Marque-le sur la figure.
4. Quelle est la symétrique de la demi-droite $[AJ]$? Trace-la.
5. Quelle est la symétrique de la droite (PM) ? Trace-la.

9 — Sur la figure ci-contre :

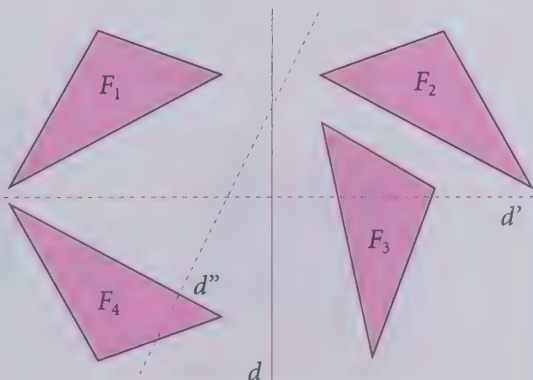
- d est l'axe de symétrie ;
- I, J et K sont des points de d ;
- $\ell_1 \parallel \ell_2$; $\ell_1 \perp \ell_3$; ℓ_3 passe par H ;
- E' est le symétrique de E ;
- H' est le symétrique de H ;
- E est le milieu de $[KH]$;
- E', I et H appartiennent à ℓ_1 ;
- H' et J appartiennent à ℓ_2 .



En utilisant ces renseignements, construis les droites $\ell'_1, \ell'_2, \ell'_3$ symétriques des droites ℓ_1, ℓ_2, ℓ_3 . Justifie tes constructions.

10 — Quelle est la symétrique de la figure F_1 par rapport à d ?

11 — Quelle est la symétrique de la figure F_1 par rapport à d'' ?



12 – Propriétés de la symétrie axiale :

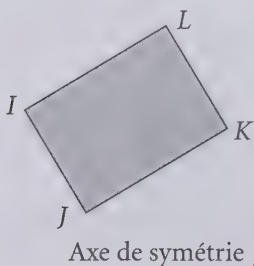
- 11** L'image d'un segment est un segment de même longueur.
L'image d'un angle est un angle de même mesure.
L'image d'un angle droit est un angle droit.
L'image du milieu I d'un segment $[AB]$ est le milieu I' du segment $[A'B']$ symétrique de $[AB]$.

En utilisant les propriétés ci-dessus justifie le fait que :

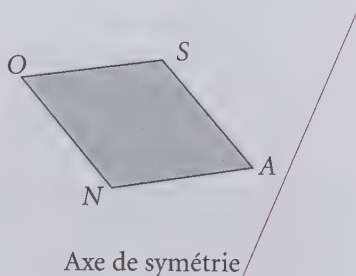
- l'image d'un rectangle est un rectangle de mêmes dimensions ;
- l'image d'un losange est un losange de mêmes dimensions ;
- l'image d'un carré est un carré de même côté ;
- l'image d'un triangle est un triangle de mêmes dimensions.

13 – Construis la figure symétrique de la figure donnée par rapport à l'axe.

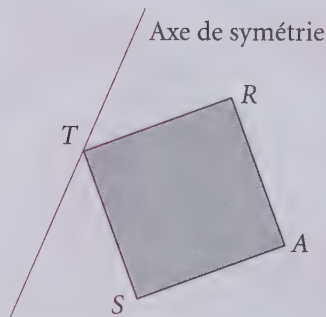
a.



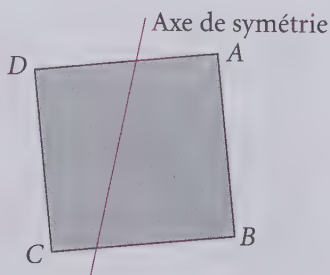
b.



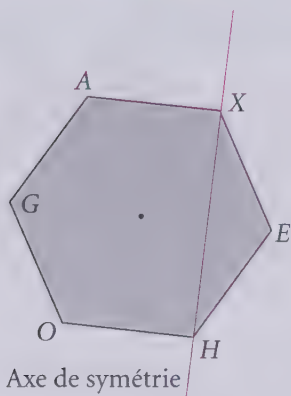
c.



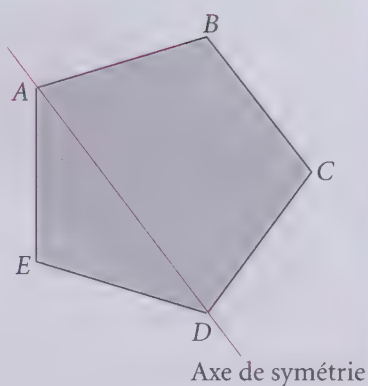
d.



e.



f.

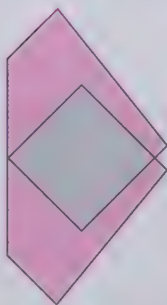


(corrigés p. 211)

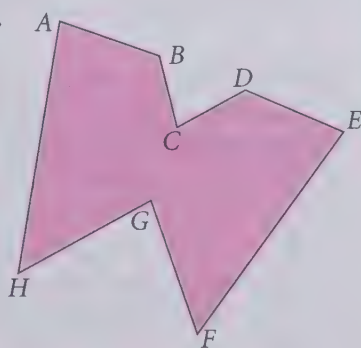
Figures admettant un axe de symétrie

14 — La figure a-t-elle des axes de symétrie ? Si oui trace-les.

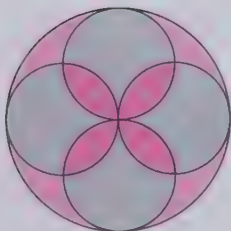
a.



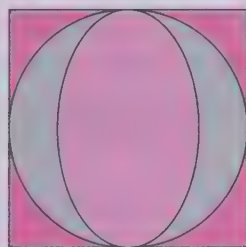
b.



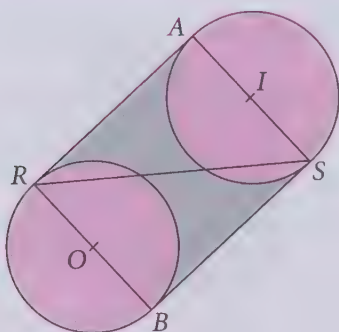
c.



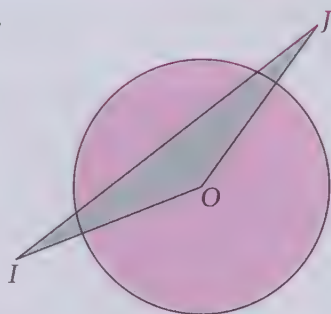
d.



e.



f.



(corrigés p. 214)

Axe de symétrie d'un segment

15–1. Trace un segment $[AB]$. Trace la médiatrice d de ce segment.

2. Marque un point M sur la droite d . Par la symétrie d'axe d :

- quels sont les symétriques des points A et M ?
- quel est le symétrique du segment $[AM]$?

3. Vérifie que $MA = MB$. Justifie ta réponse.

16–1. Trace un angle $\widehat{xOy}$ de 50° .

2. Sur la demi-droite $[Ox)$ marque le point A situé à 4 cm de O .

Sur la demi-droite $[Oy)$ marque le point B situé à 4 cm de O .

Construis la médiatrice du segment $[AB]$. Vérifie qu'elle passe par O .

17–1. Trace un cercle de centre O , de 3,5 cm de rayon. Sur ce cercle, marque deux points R et E .

2. Trace la médiatrice de $[RE]$, vérifie qu'elle passe par le centre O du cercle.

18– Sur cette figure on a tracé un cercle, mais on a oublié de repérer son centre.

Comment le retrouver ?

(Utilise le résultat obtenu à l'exercice précédent.)



(corrigés p. 215)

Axe de symétrie d'un angle

19 – Trace l'angle $\widehat{uIv}$ dont on te donne la mesure. En utilisant la première méthode (p. 197), construis sa bissectrice $[Iw)$.

Vérifie la construction en mesurant les angles $\widehat{uIw}$ et $\widehat{wIv}$ à l'aide d'un rapporteur.

- a. $\widehat{uIv} = 70^\circ$. b. $\widehat{uIv} = 110^\circ$.

20 – Trace l'angle $\widehat{uIv}$ dont on te donne la mesure. En utilisant la seconde méthode (p. 197), construis sa bissectrice $[Iw)$.

Vérifie la construction en mesurant les angles $\widehat{uIw}$ et $\widehat{wIv}$ à l'aide d'un rapporteur.

- a. $\widehat{uIv} = 50^\circ$. b. $\widehat{uIv} = 130^\circ$.

(corrigés p. 217)

Axe de symétrie d'un cercle

21 – Trace un cercle $\mathcal{C}$ de centre O , de diamètre $[AB]$. Sur ce cercle marque un point E .

Construis à la règle et au compas le symétrique F de E par rapport à la droite (AB) (méthodes pages 196 et 197).

Vérifie que le point F appartient au cercle. Justifie ce résultat.

22 – 1. Trace un segment $[AB]$ de 4 cm de longueur.

Trace le cercle de centre A , de 2,5 cm de rayon.

Trace le cercle de centre B , de 3 cm de rayon.

2. Que représente la droite (AB) pour la figure ?

23 – 1. Marque trois points A , R , T . Construis le symétrique T' de T par rapport à la droite (AR) . Trace les cercles de centres A et R passant par T .

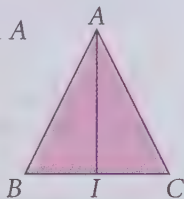
2. Vérifie qu'ils passent par T' . Justifie ce résultat.

(corrigés p. 217)

Triangles ayant des axes de symétrie

- 24** – 1. Trace un segment $[TI]$ de 4,5 cm de longueur.
Trace une droite d passant par I mais ne passant pas par T .
2. Construis le symétrique R de T par rapport à d .
Quelle est la longueur du segment $[IR]$?
3. Quelle est la nature du triangle TIR ? Justifie ta réponse.

- 25** – Sur cette figure, le triangle BAC est isocèle en A ($AB = AC$), le point I est le milieu du segment $[BC]$.
Un triangle isocèle admet un axe de symétrie.
Quel est l'axe de symétrie du triangle BAC ?
Justifie ta réponse.



- 26** – 1. Trace un segment $[AB]$, puis la médiatrice d de ce segment.
2. Marque un point M sur la droite d .
Quelle est la nature du triangle AMB ? Justifie ta réponse.

- 27** – Trace une droite d . Construis un triangle isocèle ayant la droite d pour axe de symétrie. Explique ta construction.

- 28** – 1. Trace un triangle équilatéral ABC de 5 cm de côté. Trace ses axes de symétrie. Vérifie qu'ils ont un point commun. Appelle O ce point.
2. Vérifie que $OA = OB = OC$. Justifie ta réponse.
3. Trace le cercle de centre O passant par A . Vérifie qu'il passe aussi par B et C . Justifie cette propriété.

- 29** – Trace une droite d . Construis un triangle équilatéral de 4 cm de côté ayant la droite d pour axe de symétrie. Explique ta construction.

(corrigés p. 218)

Quadrilatères ayant des axes de symétrie

- 30** – 1. Trace un rectangle $RECT$ de 6 cm de longueur et 5 cm de largeur.
2. Trace ses axes de symétrie.

31 – 1. Trace un losange $LOSA$ de 5 cm de côté, dont un angle mesure 70° .

2. Construis ses axes de symétrie.

32 – Trace un carré $ABCD$ de 5 cm de côté. Construis ses axes de symétrie.

(corrigés p. 219)

Problèmes

33 – Trace deux droites d et d' sécantes en I .

Trace un cercle de centre I , de 4,2 cm de rayon. Il coupe d en R et C et d' en E et T . Trace le quadrilatère $RECT$. Mesure ses angles.

Quelle est la nature de ce quadrilatère ? Justifie ta réponse.

34 – Trace deux droites d et d' perpendiculaires en I .

Trace un cercle de centre I , de 3,8 cm de rayon. Il coupe d en R et C et d' en A et E .

Trace le quadrilatère $CARE$. Mesure les longueurs de ses côtés et ses angles.

Quelle est la nature de ce quadrilatère ? Justifie ta réponse.

35 – 1. Trace un segment $[AB]$ de 6 cm de longueur.

Trace la médiatrice d de ce segment.

2. Sur la droite d marque un point L , puis construis son symétrique S par rapport à (AB) . Pourquoi ce point appartient-il à d ?

3. Quelle est la nature du quadrilatère $LASB$? Justifie ta réponse.

36 – 1. Reproduis cet angle et trace sa bissectrice $[Oz)$.

2. Sur la demi-droite $[Oz)$ marque un point J .

Trace la perpendiculaire à la droite $[OJ]$ passant par J . Elle coupe $[Ox)$ en M et (Oy) en I .

3. Par la symétrie d'axe (OJ) , quels sont les symétriques :

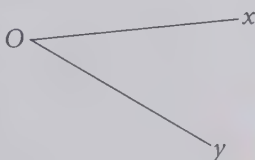
– de la demi-droite $[Ox)$?

– de la droite (MI) ?

– du point M ? (Justifie).

4. En utilisant les résultats, démontre que le triangle MOI est isocèle.

(corrigés p. 220)



Symétrie d'un point

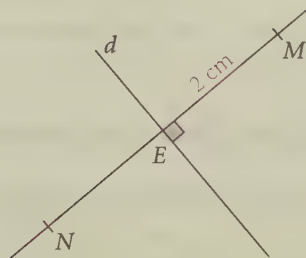
1 — a. Par la symétrie d'axe d :

- le symétrique de A est P ;
- le symétrique de M est I ;
- le symétrique de R est E ;
- le symétrique de J est J ;
- le symétrique de C est S ;
- le symétrique de V est B .

b. 1. La droite d est perpendiculaire à la droite (SC) (vérifie avec l'équerre) et coupe le segment $[SC]$ en son milieu (vérifie en reportant la longueur au compas), c'est donc la médiatrice du segment $[SC]$.

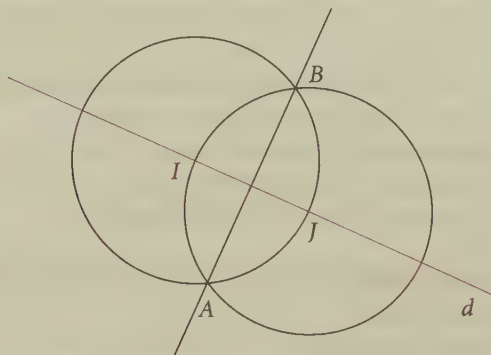
2. Le symétrique de P par rapport à d est le point A . La droite d est la médiatrice du segment $[PA]$.

2 –



Le symétrique de E est E .
Le symétrique de M est N .

3 –

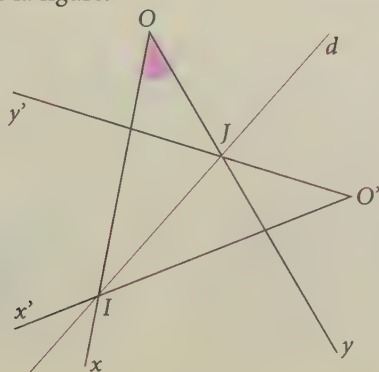


Les points A et B sont symétriques par rapport à la droite (IJ) .

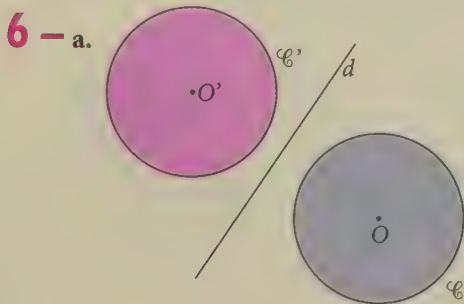
Symétrie d'une figure

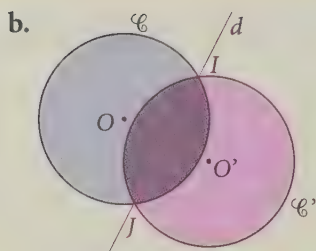
- 4** — Le symétrique du point S est C .
 Le symétrique du segment $[SM]$ est $[CN]$.
 Le symétrique du point M est N .
 Le symétrique du segment $[NB]$ est $[ME]$.
 Le symétrique du point J est J .
 Le symétrique du segment $[CV]$ est $[SO]$.
 Le symétrique du segment $[SC]$ est $[CS]$.
 La symétrique de la droite (CN) est (SM) .
 La symétrique de la droite (OS) est (VC) .
 La symétrique de la droite (SC) est (SC) .

- 5** — 1. et 2. Voir la figure.



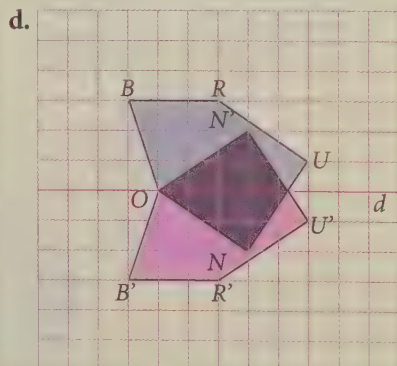
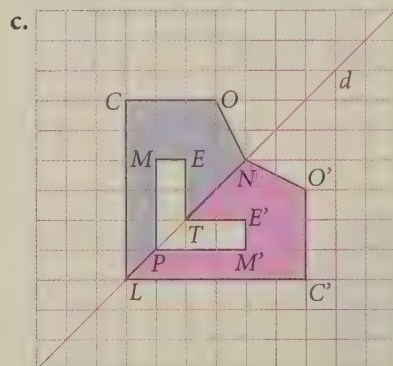
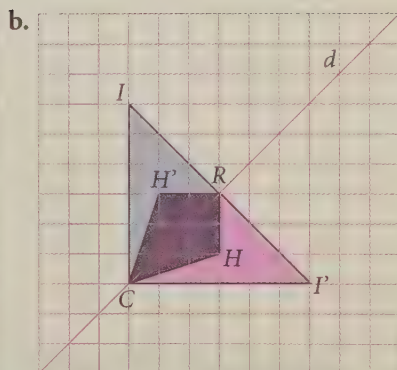
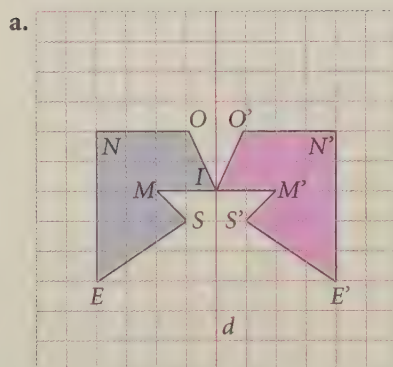
3. Le point I est le symétrique de I .
 La symétrique de la demi-droite $[Ox)$ est la demi-droite d'origine O' passant par I .
 La symétrique de la demi-droite $[Oy)$ est la demi-droite d'origine O' passant par J .
 Le symétrique de l'angle $\widehat{xOy}$ est l'angle $\widehat{x'O'y'}$.





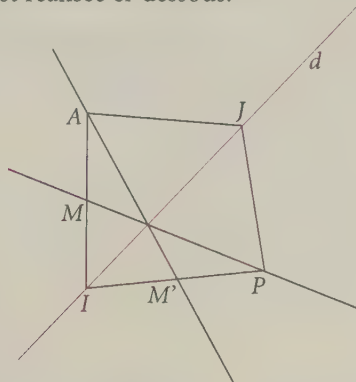
Sur quadrillage

7 -



Propriétés, reconnaissance de figures symétriques

8 — 1. La figure est réalisée ci-dessous.



2. Le point P est le symétrique de A , le point I est le symétrique de J , donc le symétrique du segment $[AI]$ est le segment $[PJ]$.

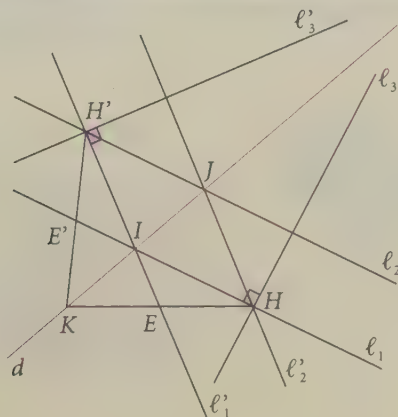
3. Le symétrique du milieu M de $[AI]$ est le milieu M' de $[PJ]$.

4. P est le symétrique de A et J est le symétrique de I , donc la symétrique de la demi-droite $[AJ]$ est la demi-droite $[PI]$.

5. La symétrique de la droite (PM) est la droite (AM') .

Les droites (PM) et (AM') se coupent sur l'axe d .

9 — • Le symétrique de E est E' , donc le symétrique de E' est E . La droite ℓ_1 passe par E' et I , sa symétrique ℓ'_1 est la droite passant par E et I .



- Les symétriques de droites parallèles sont des droites parallèles.

La droite ℓ_2 est la parallèle à ℓ_1 , passant par J ; sa symétrique est la parallèle à ℓ'_1 passant par J (ou encore : ℓ'_2 est la droite passant par J et H , symétriques de J et H').

- Les symétriques de droites perpendiculaires sont des droites perpendiculaires.

La droite ℓ'_3 est la perpendiculaire à ℓ'_1 passant par H' .

10 — La figure symétrique de F_1 par rapport à d est F_2 .

Pour vérifier, prends des points qui se correspondent et vérifie que la droite d est la médiatrice du segment qui les joint.

11 — La symétrique de la figure F_1 par rapport à d'' est F_3 .

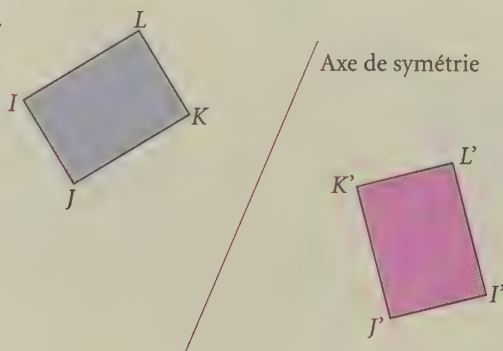
12 — • Le symétrique d'un angle droit est un angle droit. Un rectangle est un quadrilatère qui a ses angles droits. Son symétrique est un quadrilatère qui a ses angles droits, c'est un rectangle. Les côtés ont pour symétriques des segments de même longueur. Le symétrique d'un rectangle est un rectangle de mêmes dimensions.

• Le losange est un quadrilatère dont les côtés ont même longueur ℓ . Il a pour symétrique un quadrilatère dont les côtés ont même longueur ℓ . Le symétrique d'un losange est un losange de mêmes dimensions.

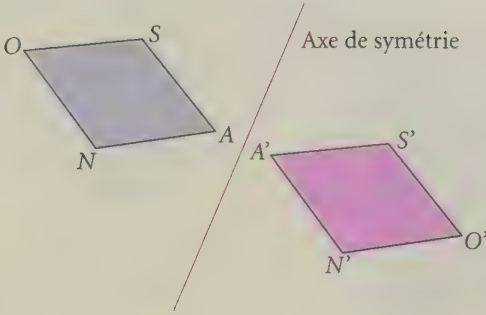
• De même, le carré dont les angles sont droits et dont les côtés sont de même longueur ℓ a pour symétrique un quadrilatère dont les angles sont droits et dont les côtés sont de même longueur ℓ . Le symétrique d'un carré est un carré de même dimension.

• Les images des côtés d'un triangle sont des segments de même longueur. Les angles ont pour images des angles égaux. Un triangle et son symétrique ont les mêmes dimensions.

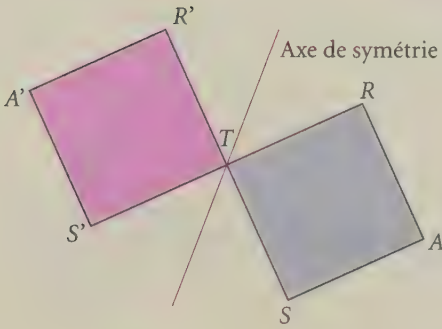
13 — a.



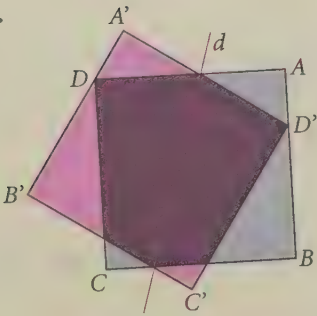
b.



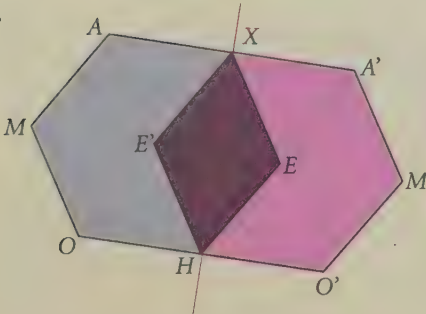
c.



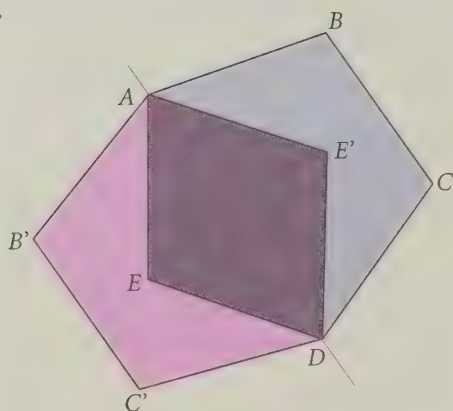
d.



e.

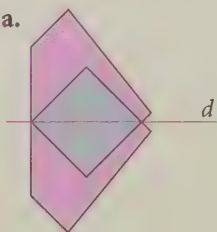


f.



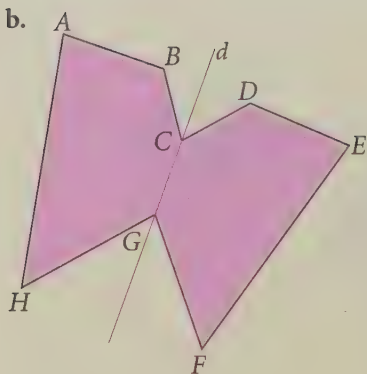
Figures admettant un axe de symétrie

14 — a.

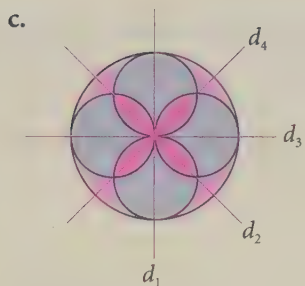


La figure admet un axe de symétrie : la droite d .

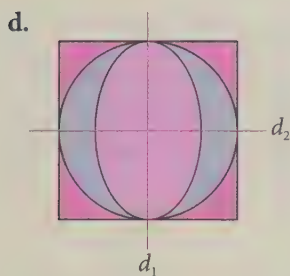
b.



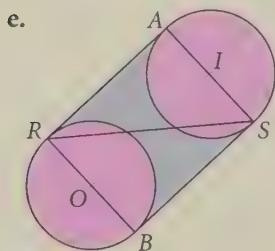
La figure admet un axe de symétrie : la droite d .



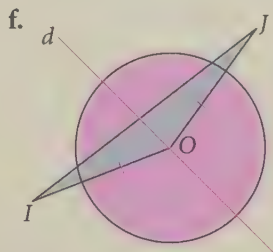
La figure admet quatre axes de symétrie : les droites d_1, d_2, d_3, d_4 .



La figure admet deux axes de symétrie : les droites d_1, d_2 .



La figure n'admet pas d'axe de symétrie. Sans le segment $[RS]$ elle aurait deux axes de symétrie.



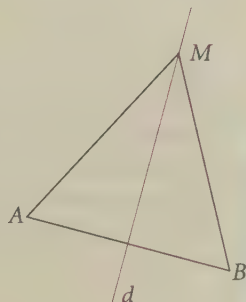
La droite d est axe de symétrie.

Axe de symétrie d'un segment

15 — 1. et 2. Figure ci-contre.

- d est la médiatrice du segment $[AB]$, donc le symétrique du point A est le point B ;
- M appartient à d , M est le symétrique de M .
- Le symétrique du segment $[AM]$ est le segment $[BM]$.

3. L'image d'un segment est un segment de même longueur ; donc $MA = MB$.

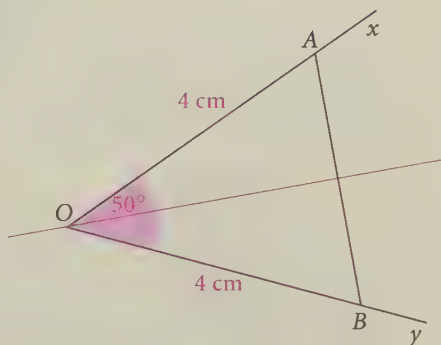




Propriétés à retenir :

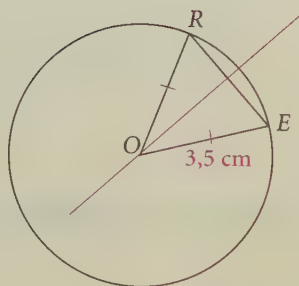
- Si M est un point de la médiatrice d'un segment $[AB]$, alors M est équidistant de A et B .
- Si M est équidistant de A et B , alors M appartient à la médiatrice du segment $[AB]$.

16 – Le point O est équidistant de A et de B , il appartient à la médiatrice du segment $[AB]$.



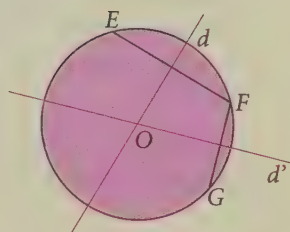
17 – 1. La figure est à l'échelle $\frac{1}{2}$.

2. $OE = OR$, donc O appartient à la médiatrice du segment $[RE]$.



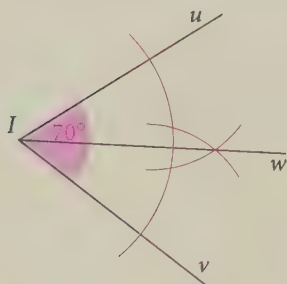
18 – Le centre O du cercle appartient à la médiatrice de toute corde.

On marque trois points E, F, G sur le cercle. Les médiatrices d et d' des segments $[EF]$ et $[FG]$ se coupent au centre du cercle.

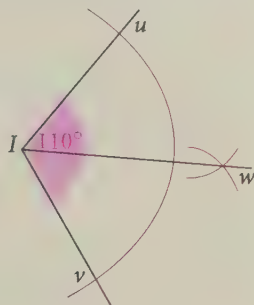


Axe de symétrie d'un angle

19 – a. $\widehat{uIv} = 70^\circ$.



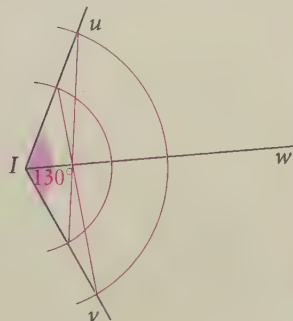
b. $\widehat{uIv} = 110^\circ$.



20 – a. $\widehat{uIv} = 50^\circ$.



b. $\widehat{uIv} = 130^\circ$.

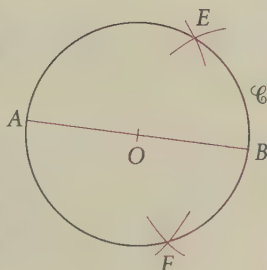


Axe de symétrie d'un cercle

21 – Pour construire F , on trace des arcs de cercles de centres A et B passant par E . Ils se recoupent en F . Sur la figure on laisse les traces de ces cercles en E et F .

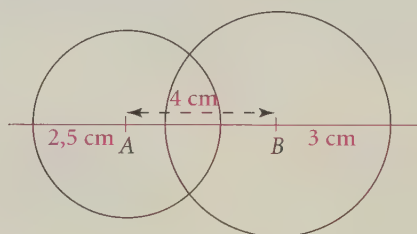
Le diamètre $[AB]$ est un axe de symétrie pour le cercle $\mathcal{C}$.

Par la symétrie d'axe (AB) , le symétrique d'un point E du cercle $\mathcal{C}$ appartient au cercle $\mathcal{C}$, donc son symétrique F est un point du cercle.

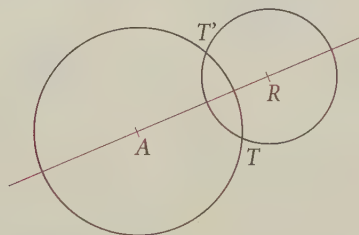


22 – 1. La figure est à l'échelle $\frac{1}{2}$.

2. La droite (AB) passe par les centres des deux cercles, c'est un axe de symétrie pour chacun des cercles, donc pour la figure.



23 – 1. La figure est réalisée ci-dessous.



2. Les points T et T' sont symétriques par rapport à la droite (AR) , donc la droite (AR) est la médiatrice de $[TT']$.

On a donc : $AT' = AT$ et $BT = BT'$.

Les cercles de centres A et B passant par T passent également par T' .

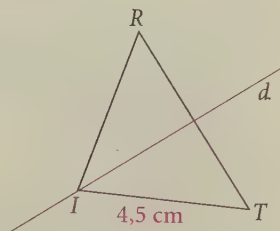
Triangles ayant des axes de symétrie

24 – 1. Voici un exemple de figure, réalisée à l'échelle $\frac{1}{2}$.

2. $IR = 4,5$ cm.

3. Comme $IT = IR$, le triangle IRT est isocèle en I .

On peut dire aussi : le triangle TIR a un axe de symétrie, il est isocèle.



25 — Le triangle isocèle admet un axe de symétrie qui passe par le sommet A .

Le point B a pour symétrique C , le milieu de $[BC]$ appartient à l'axe de symétrie. L'axe de symétrie est donc la droite (AI) .

26 — Le point M appartient à la médiatrice du segment, il est donc à la même distance de A et de B . On a : $MA = MB$.

Le triangle AMB a deux côtés de même longueur, il est isocèle en M .

27 — Marque un point M sur la droite d . Marque un point A en dehors de la droite d tel que (AM) et d ne soient pas perpendiculaires. Construis le symétrique B de A par rapport à d . Le triangle AMB est isocèle de sommet principal M (voir exercice précédent).

28 — 1. Les axes de symétrie du triangle ABC sont les médiatrices des côtés. Elles se coupent en O .

2. Le point O appartient à la médiatrice de $[AB]$ et à celle de $[BC]$:
 $OA = OB$ et $OB = OC$. Donc : $OA = OB = OC$.

Comme $OA = OC$, le point O appartient aussi à la médiatrice de $[AC]$.

3. $OA = OB = OC$, les points A, B, C appartiennent au cercle de centre O passant par A .

29 — Sur la droite d , marque un point I . Sur la perpendiculaire en I à d , marque les points B et C situés à 2 cm de I . Les points B et C sont symétriques par rapport à d . Sur la droite d , marque un point A situé à 4 cm de B .

Le triangle ABC est équilatéral : $AB = AC = BC = 4$ cm.

Quadrilatère ayant des axes de symétrie

30 — 1. Trace un angle droit $\widehat{xRy}$. Sur (Rx) , marque le point E situé à 6 cm de R . Sur (Ry) , marque le point T situé à 5 cm de R . Les droites perpendiculaires à (RE) en E et à (RT) en T se coupent en C . Le quadrilatère a trois angles droits, c'est un rectangle.

2. Ses axes de symétrie sont les médiatrices de $[RE]$ et $[RT]$.

31 – 1. Trace un angle $\widehat{xOy}$ de 70° . Le cercle de centre O de 5 cm de rayon coupe $[Ox)$ en L et $[Oy)$ en S . Les deux cercles de centres L et S passant par O se recoupent en A . Le quadrilatère $LOSA$ est un losange de 5 cm de côté.

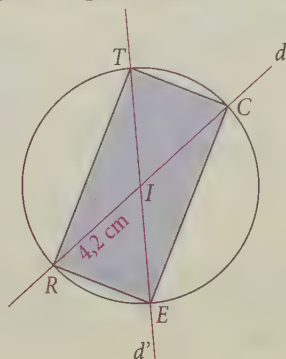
2. Ses axes de symétrie sont les droites (OA) et (LS) .

32 – Trace un angle $\widehat{xAy}$ de 90° . Le cercle de centre A , de 5 cm de rayon, coupe $[Ox)$ en B et $[Oy)$ en D . Les deux cercles de centres B et D passant par A se recoupent en C . Le quadrilatère $ABCD$ est un carré de 5 cm de côté.

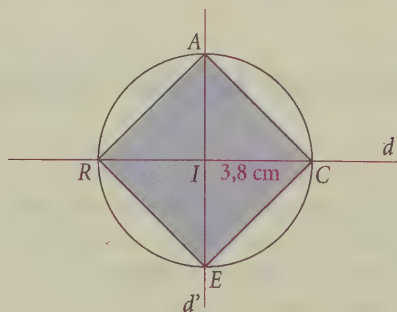
Ses axes de symétrie sont les droites (AC) et (BD) et les médiatrices de $[AB]$ et $[AD]$.

Problèmes

33 – Les quatre angles du quadrilatère sont droits, c'est un rectangle.



34 – Les côtés sont de même longueur et les angles sont droits. $CARE$ est un carré.



35 – 1. La figure est à l'échelle $\frac{1}{2}$.

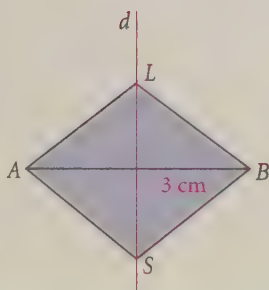
2. La droite d est la médiatrice du segment $[AB]$. Elle est donc perpendiculaire à (AB) .

Le symétrique de L appartient à la perpendiculaire à (AB) passant par L , donc à la droite d .

Le point L de d a son symétrique S sur d , la droite (AB) est la médiatrice de $[LS]$.

En utilisant ces médiatrices, on démontre que $LA = LB = BS = SA$.

Le quadrilatère $LASB$ dont les côtés ont même longueur est un losange.



36 – 1. et 2. La figure est représentée ci-dessous.

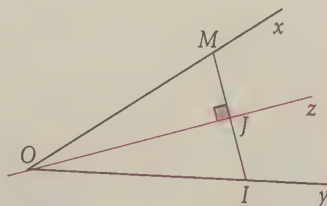
3. $[OJ]$ est l'axe de symétrie de l'angle $\widehat{xOy}$. Par la symétrie d'axe $[OJ]$, la demi-droite $[Ox)$ a pour symétrique la demi-droite $[Oy)$.

La droite (MI) , perpendiculaire à $[Oz]$, est sa symétrique.

Le point M , intersection de $[Ox)$ et (MI) , a pour symétrique le point d'intersection de $[Oy)$ avec (MI) , c'est le point I .

4. M et I sont symétriques par rapport à (Oz) ; le symétrique du segment $[OM]$ est le segment $[OI]$, donc $OM = OI$.

Le triangle MOI est isocèle en O .



Handwritten text, possibly a date or reference number.

Handwritten text, possibly a date or reference number.

Handwritten text, possibly a title or subject line.

Handwritten text, possibly a date or reference number.

Handwritten text, possibly a date or reference number.

Handwritten text, possibly a date or reference number.

Handwritten text, possibly a date or reference number.

Handwritten text, possibly a date or reference number.

Handwritten text, possibly a date or reference number.

Handwritten text, possibly a date or reference number.

Handwritten text, possibly a date or reference number.

Handwritten text, possibly a date or reference number.

Handwritten text, possibly a date or reference number.

Handwritten text, possibly a date or reference number.

Handwritten text, possibly a date or reference number.

Handwritten text, possibly a date or reference number.

Handwritten text, possibly a date or reference number.

Handwritten text, possibly a date or reference number.

Handwritten text, possibly a date or reference number.

Handwritten text, possibly a date or reference number.

8

GÉOMÉTRIE DANS L'ESPACE

COURS

- Parallélépipède rectangle. Cube
- Volume

MÉTHODE

- Construire le patron d'un cube ou d'un parallélépipède rectangle

EXERCICES

- Parallélépipède rectangle. Cube
- Volume
- Patron
- Problèmes
- Corrigés



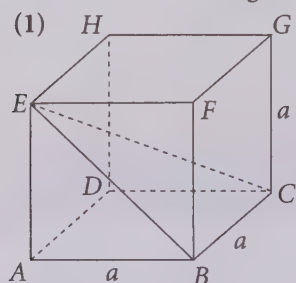
Parallélépipède rectangle. Cube

Définitions

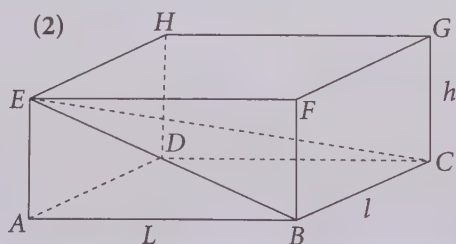
Un **parallélépipède rectangle** est un solide dont les 6 faces sont des rectangles

Un **cube** est un parallélépipède rectangle dont les faces sont des carrés.

Sur la figure, le solide (1) est un cube. Ses 6 faces sont des carrés. Le solide (2) est un parallélépipède rectangle $ABCDEFGH$. Ses six faces sont des rectangles.



Longueur d'une arête a



Dimensions : $AB = L$; $BC = l$; $CG = h$.

Description

Sur les dessins en perspective des deux solides :

Les **sommets** sont les points A, B, C, D, E, F, G, H .

Les **faces** $ABFE, BCGF, EFGH$ sont vues.

Les faces $ABCD, ADHE, DHGC$ sont cachées.

Les **arêtes** $[AB]$, $[BF]$, $[FE]$, $[EA]$, $[FG]$, $[GH]$, $[HE]$, $[BC]$, $[GC]$, sont vues ; $[CD]$, $[DA]$, $[DH]$, tracées en pointillé sont cachées.

Le segment $[EB]$ est une **diagonale de la face ABEF**.

Le segment $[EC]$ est une **diagonale du cube**.

Volume

Mesure de volume et de capacité

Unités de mesure de volume

L'unité de référence est le mètre cube (m^3).

Le mètre cube (m^3) est le volume d'un cube de 1 m d'arête.

Les autres unités sont :

- le décimètre cube (dm^3), volume d'un cube de 1 dm de côté ; le centimètre cube (cm^3) (volume d'un cube de 1 cm de côté) ; le millimètre cube (mm^3) (volume d'un cube de 1 mm de côté).

$$1 m^3 = 1\,000 dm^3 ; 1 dm^3 = 1\,000 cm^3 ; 1 cm^3 = 1\,000 mm^3.$$

- le décamètre cube, l'hectomètre cube, le kilomètre cube.

$$1 dam^3 = 1\,000 m^3 ; 1 hm^3 = 1\,000 dam^3 ; 1 km^3 = 1\,000 hm^3$$

Unités de mesure de capacité

Le litre (L) est l'unité de référence des mesures de capacité.

Un litre (L) vaut un décimètre cube. $1 dm^3 = 1 L$.

Les autres unités sont :

- le décilitre (dL) ; le centilitre (cL) ; le millilitre (mL).

$$1 L = 10 dL ; 1 dL = 10 cL ; 1 cL = 10 mL.$$

- le décalitre, l'hectolitre.

$$1 daL = 10 L ; 1 hL = 10 daL = 100 L.$$

Volume d'un parallélépipède, d'un cube

Le volume d'un cube d'arête a est :

$$V = a \times a \times a = a^3$$

Le volume d'un parallélépipède rectangle de dimensions L , l et h est :

$$V = L \times l \times h$$



Construire le patron d'un cube ou d'un parallélépipède rectangle

Énoncé

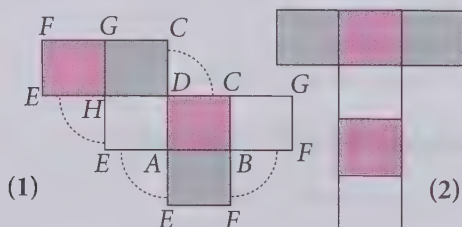
Soit $ABCDEFGH$ un cube de 2 cm d'arête.
Construire un patron de ce cube.

Méthode

En découpant un parallélépipède rectangle ou un cube le long de certaines arêtes pour « le mettre à plat » on le « développe ». Pour réaliser un patron de cube ou de parallélépipède rectangle, il suffit de dessiner un assemblage qui soit un développement de cube. Pour mieux assembler les faces, on construit souvent des languettes de collage.

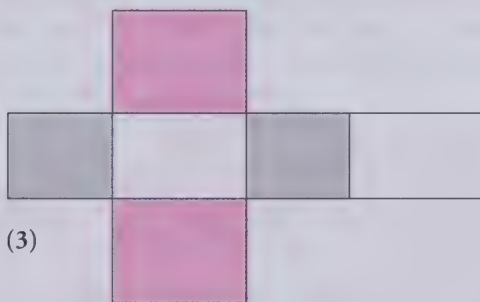
Résolution

Les figures (1) et (2) sont des développements ou patrons de cube.



Sur la figure (1), on a nommé les sommets pour montrer ceux qui coïncident en réalisant le cube. On a également relié quelques arêtes qui se superposent. Les faces opposées sont de même couleur.

Exemple de patron d'un parallélépipède rectangle



La figure (3) est un développement ou patron de parallélépipède rectangle.

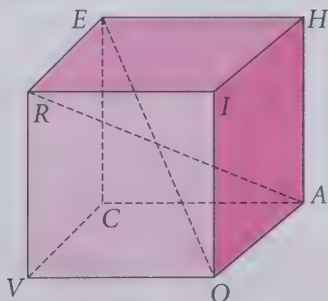
EXERCICES



Parallélépipède rectangle. Cube

Description

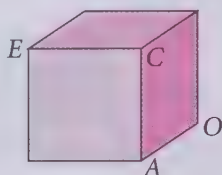
1 — Cette figure représente un cube.



En indiquant s'ils sont vus ou cachés, nomme :

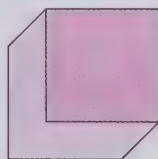
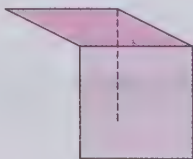
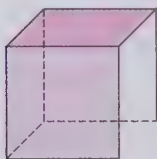
1. ses sommets.
2. ses arêtes.
3. ses faces.
4. les diagonales tracées.

2-1. Reproduis la figure ci-dessous en doublant ses dimensions. Elle représente un cube, mais on a oublié de tracer en pointillés les arêtes cachées. Trace-les.



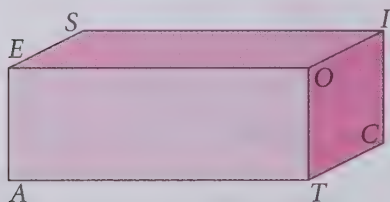
2. Le sommet caché est le point *F*. Marque *F* sur la figure.
3. La face de devant est le carré *RECA*, la face arrière est *FOND*. Marque les lettres sur la figure.
4. Nomme les faces vues et les faces cachées.

3- Les figures ci-dessous représentent des cubes. Reproduis chacune d'elles et complète-la en traçant toutes les arêtes (les arêtes cachées sont en pointillés, les autres en trait plein).

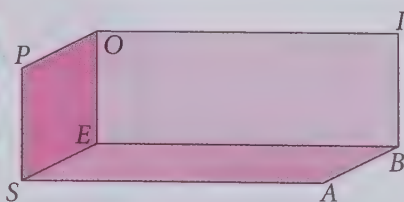


4- Les figures représentent des parallélépipèdes rectangles.

1. Reproduis et complète chaque figure en dessinant les arêtes cachées.
2. En indiquant s'ils sont vus ou cachés, nomme :
 - a. ses sommets.
 - b. ses arêtes.
 - c. ses faces.



Le sommet caché est *H*.

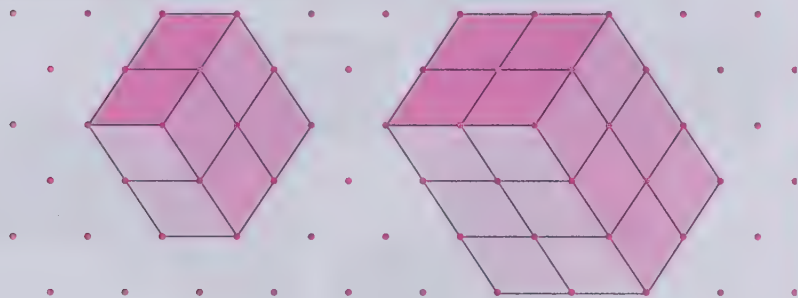


Le sommet caché est *L*.

(corrigés p. 234)

Volume

5 – Combien de petits cubes a-t-il fallu pour fabriquer chacun de ces deux parallélépipèdes ?



6 – Un cube a 4 cm d'arête.

1. Calcule son volume.
2. Calcule son aire totale.

7 – Une boîte a un fond rectangulaire de 8 cm de long et 6 cm de large. Sa hauteur est de 5 cm.

1. Quel est son volume.
2. Quelle est son aire totale ?

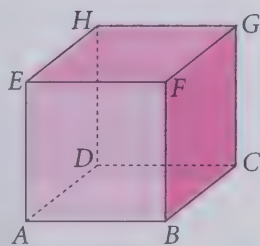
(corrigés p. 235)

Patron

8 – 1. Chaque figure proposée est-elle un patron de cube ou de parallélépipède rectangle ?

2. Pour chaque patron, marque le nom des sommets en t'inspirant de la figure ci-contre.

3. Compte le nombre d'arêtes de collage et de pliage, relie les arêtes qui se superposent (elles se nomment avec les mêmes lettres) lors de la fabrication de ces solides.



4. Fabrique ces solides (sans oublier les languettes) en utilisant les indications données. (Tous ces patrons peuvent se construire en prenant une chemise cartonnée.)

Figure a. : prendre $AB = 6$ cm.

Figure b. : prendre $AB = 6,5$ cm.

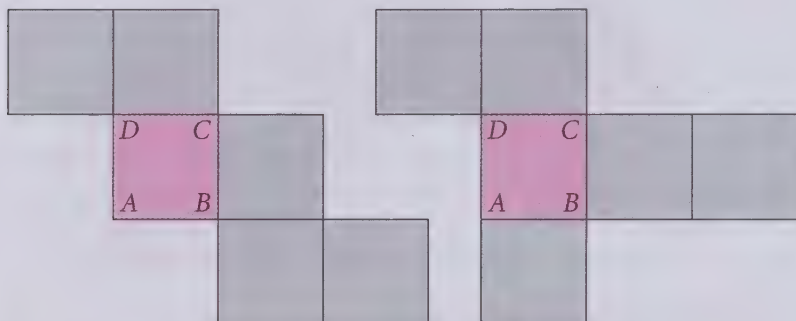


Figure c., d. et e. : prendre $AB = 5,5$ cm.

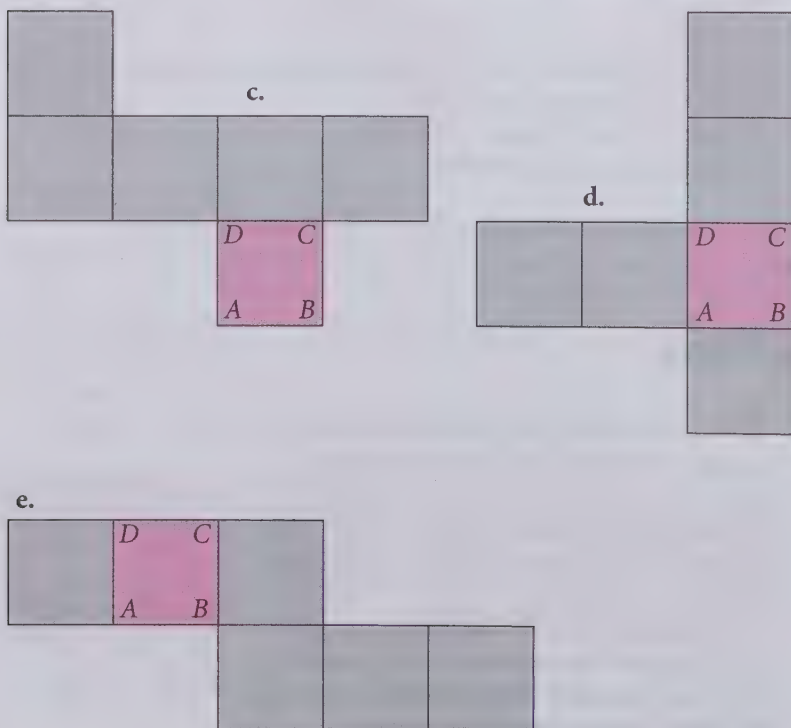


Figure f. : prendre $AB = BF = 6$ cm, $GF = 5$ cm.

Figure g. : prendre $AB = 6$ cm, $BC = 3$ cm, $GC = 5$ cm.

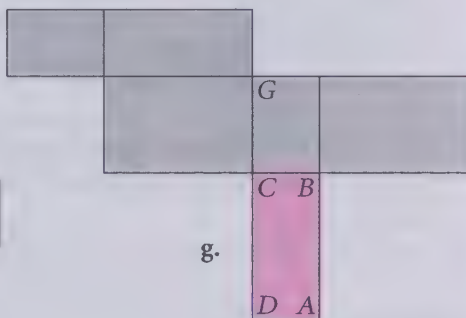
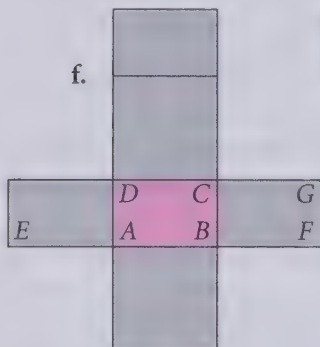
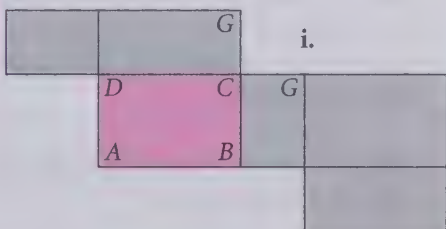
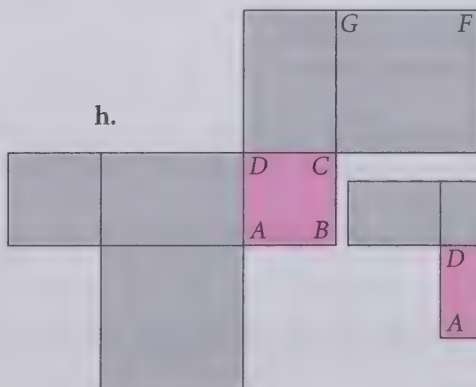


Figure h. : prendre $AB = BC = 4$ cm, $GF = 6$ cm.

Figure i. : prendre $AB = 7$ cm, $AD = 5$ cm, $CG = 3$ cm.



5. Calcule le volume et l'aire totale de chacun des solides construits en utilisant les patrons des figures a., b., c., d., e.

6. Calcule le volume et l'aire totale de chacun des solides construits en utilisant les patrons des figures f., g., i.

9 — Exprime en centimètres cubes (cm^3) chacun des volumes :
 3 m^3 ; 37 m^3 ; $1,4 \text{ dm}^3$; $0,15 \text{ dam}^3$.

10 — Exprime en mètres cubes (m^3) chacun des volumes :
 3 km^3 ; $1,8 \text{ hm}^3$; $0,25 \text{ dam}^3$; $8\,150 \text{ dm}^3$.

11 – Exprime en millimètres cubes (mm^3), chacun des volumes :
 $0,05 \text{ m}^3$; $7,95 \text{ dm}^3$; $0,015 \text{ dam}^3$; $36,4 \text{ cm}^3$.

12 – Exprime en litres (L) :
 3 hL 4 daL ; 25 hL 35 dL ; 540 cL ; 8 350 mL ; $45,3 \text{ mL}$.

13 – Un stère de bois est un mètre cube de bois. Un décistère de bois est un dixième de stère. Un décistère de bois est-il un décimètre cube de bois?

(corrigés p. 235)

Problèmes

14 – Un cube a une aire totale de 726 cm^2 .

1. Quelle est la longueur d'une arête?
2. Quel est le volume du cube?
3. On borde toutes les arêtes avec un galon. Quelle longueur de galon va-t-on utiliser?

15 – En assemblant des cubes de 3 cm d'arête, on a construit un cube de bois de 12 cm d'arête. Combien de cubes de 3 cm d'arête a-t-on utilisés?

Quel est le volume d'un petit cube? Quel est le volume du grand cube construit?

16 – Combien peut-on ranger de cubes de 4 cm d'arête dans un cube de 25 cm d'arête?

17 – Pour faire un mur de $7,6 \text{ m}$ de longueur, $3,6 \text{ m}$ de hauteur et $0,2 \text{ m}$ d'épaisseur, on utilise des briques de 20 cm de long, 10 cm de large et 5 cm d'épaisseur.

Combien de briques utilise-t-on?

18 – Une boîte parallélépipédique est trois fois plus large que haute et quatre fois plus longue que haute.

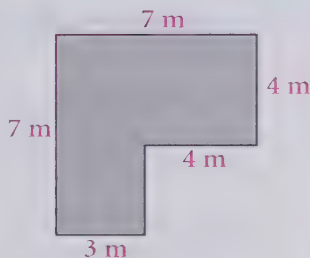
1. Si x est la hauteur de la boîte, quelle est sa largeur? Quelle est sa longueur? Quel est son volume?

2. Le volume de la boîte est de 324 cm^3 .

Quelles sont ses dimensions (hauteur, largeur et longueur)?

19 — Pour repeindre les murs de la salle de séjour dont le schéma est donné par la figure ci-contre, il faut un pot de peinture pour 8 mètres carrés à peindre.

La hauteur des plafonds est de 2,60 m. Quelle sera la dépense si le pot de peinture vaut 20 euros ?



20 — Une chambre rectangulaire a 3,9 m de long, 3,5 mètres de large et 2,6 m de haut.

Pour tapisser les murs, combien faut-il de rouleaux de papier de 0,8 m de large et de 9 m de long ? On ne tient pas compte des ouvertures qui compensent les chutes dues aux raccords des dessins.

Quelle est la dépense si le rouleau de papier vaut 60 euros ?

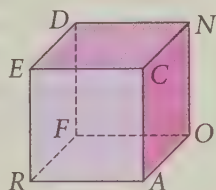
(corrigés p. 238)

Parallélépipède rectangle. Cube

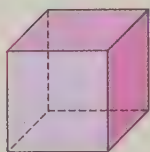
- 1** — 1. Sommets vus : R, I, O, V, E, H, A . C est le sommet caché.
 2. Arêtes vues : $[RI], [IO], [OV], [VR], [RE], [IH], [OA], [EH], [HA]$.
 Arêtes cachées : $[VC], [CE], [CA]$.
 3. Faces vues : $VOIR, HIOA, RIHE$.
 Faces cachées : $VCER, VCAO, CAHE$.
 4. Les diagonales tracées sont $[RA]$ et $[EO]$.

- 2** — 1., 2. et 3. La figure est représentée ci-contre, à l'échelle $\frac{1}{2}$.

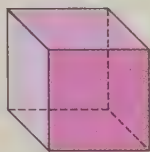
4. Faces vues : $CARE, NOAC, CEDN$.
 Faces cachées : $RAOF, RFDE, FOND$.



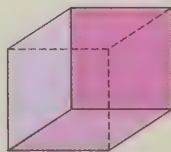
3 —



- (1) On voit le dessus et les faces de devant et de droite.

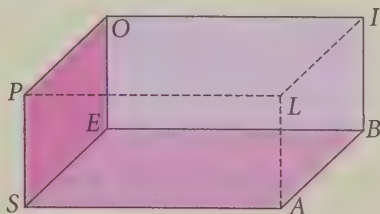
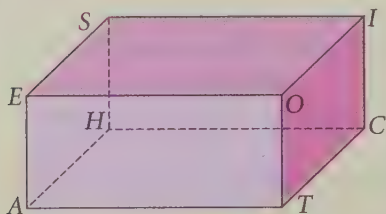


- (2) On voit le dessus et les faces de devant et de gauche.



- (2) On voit le dessous, les faces de devant et de gauche.

- 4** — 1. Les figures sont représentées ci-dessous.



2. **Première figure a.** Sommets vus : A, T, O, E, S, I, C ; sommet caché H .
b. Arêtes vues : $[AT], [EO], [SI], [AE], [TO], [CI], [TC], [OI], [ES]$.
 Arêtes cachées : $[HA], [HC], [HS]$. Elles sont issues du sommet caché.
c. Faces vues : $ATOE, TOIC, SIOE$; cachées : $SEAH, SHCI, ATCH$.

- Deuxième figure a.** Sommets vus : S, A, B, E, P, O, I ; sommet caché L.
b. Arêtes vues : [SA], [AB], [BE], [ES], [PO], [OI], [IB], [OE], [PS].
 Arêtes cachées : [LP], [LA], [LI].
c. Faces vues : SAE, SEOP, BIOE ; cachées : SALP, ABIL, POIL.

Volume

- 5** — Premier parallélépipède : 4 cubes (2×2).
 Second parallélépipède : 12 cubes ($2 \times 2 \times 3$).

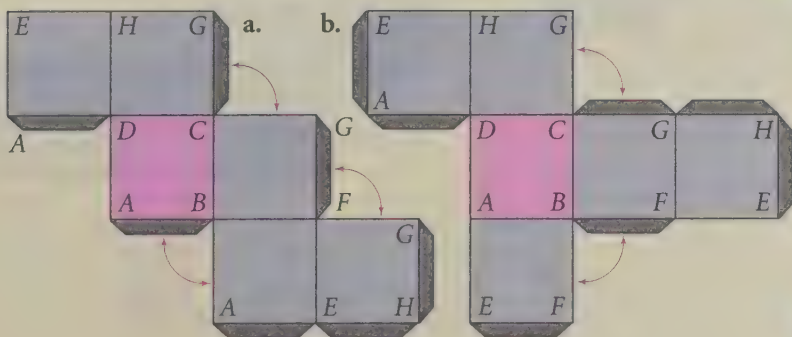
- 6** — 1. Volume : $(4 \times 4 \times 4) \text{ cm}^3 = 64 \text{ cm}^3$.
 2. Aire totale = Aires de 6 carrés de 4 cm de côté
 $= (6 \times 4 \times 4) \text{ cm}^2 = 96 \text{ cm}^2$.

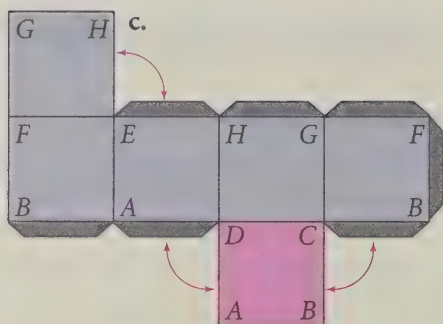
- 7** — 1. Volume : $(8 \times 6 \times 5) \text{ cm}^3 = 240 \text{ cm}^3$.
 2. Aire totale : deux faces de 8 cm sur 6 cm, deux de 6 cm sur 5 cm, deux de 8 cm sur 5 cm soit :
 $[(8 \times 6 \times 2) + (6 \times 5 \times 2) + (8 \times 5 \times 2)] \text{ cm}^2 = 236 \text{ cm}^2$.

Patron

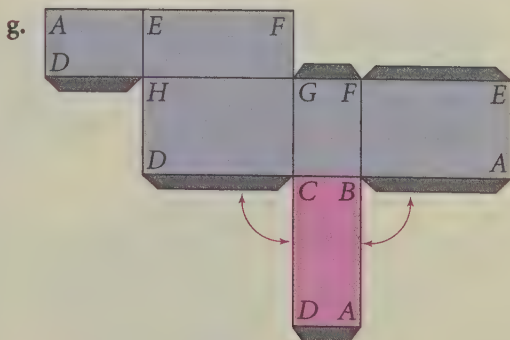
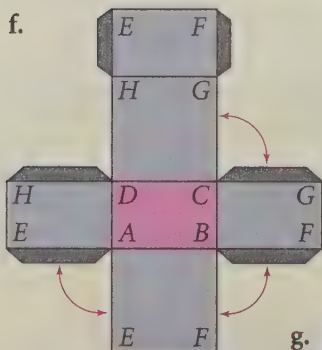
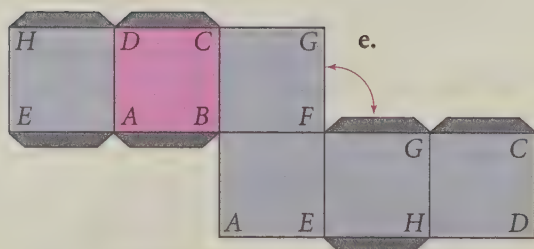
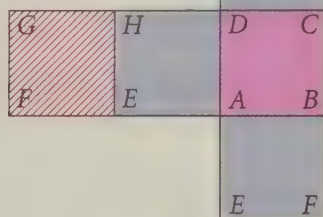
- 8** — 1. a., b., c., e. sont des patrons de cubes ; f., g. et i. sont des patrons de parallélépipèdes rectangles. d. et h. ne sont pas des patrons.

2. 3. Pour tous les patrons de cube, il y a 7 arêtes de collage (nommées deux fois sur chaque patron) et 5 arêtes de pliage. On relie les arêtes de collage de même nom. Quelques exemples de liaison sont donnés sur les figures.

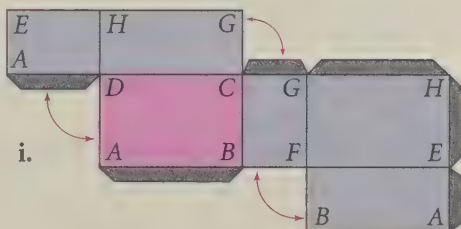
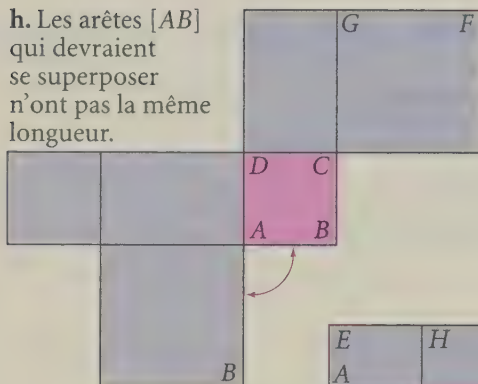




d. Ce n'est pas un patron de cube :
par pliage, les
deux faces HGEF
se surperposent.



h. Les arêtes $[AB]$ qui devraient se superposer n'ont pas la même longueur.



5. figure a. Volume: $(6 \times 6 \times 6) \text{ cm}^3 = 216 \text{ cm}^3$.

Aire totale: $((6 \times 6) \times 6) \text{ cm}^2 = 216 \text{ cm}^2$.

figure b. Volume: $(6,5 \times 6,5 \times 6,5) \text{ cm}^3 = 274,625 \text{ cm}^3$.

Aire: $((6,5 \times 6,5) \times 6) \text{ cm}^2 = 253,5 \text{ cm}^2$.

figures c. d. et e. Volume: $(5,5 \times 5,5 \times 5,5) \text{ cm}^3 = 166,375 \text{ cm}^3$.

Aire: $((5,5 \times 5,5) \times 6) \text{ cm}^2 = 181,5 \text{ cm}^2$.

6. figure f. Volume: $(6 \times 6 \times 5) \text{ cm}^3 = 180 \text{ cm}^3$.

Aire totale: $\{(6 \times 6) \times 2 + (6 \times 5) \times 4\} \text{ cm}^2 = 192 \text{ cm}^2$.

figure g. Volume: $(6 \times 5 \times 3) \text{ cm}^3 = 90 \text{ cm}^3$.

Aire: $\{(6 \times 5) + (6 \times 3) + (3 \times 5)\} \times 2 \text{ cm}^2 = 126 \text{ cm}^2$.

figure i. Volume: $(7 \times 5 \times 3) \text{ cm}^3 = 105 \text{ cm}^3$.

Aire: $\{(7 \times 5) + (7 \times 3) + (5 \times 3)\} \times 2 \text{ cm}^2 = 142 \text{ cm}^2$.

9 — $3 \text{ m}^3 = 3 \times 1\,000\,000 \text{ cm}^3 = 3\,000\,000 \text{ cm}^3$;

$37 \text{ m}^3 = 37\,000\,000 \text{ cm}^3$;

$1,4 \text{ dm}^3 = (1,4 \times 1\,000) \text{ cm}^3 = 1\,400 \text{ cm}^3$;

$0,15 \text{ dam}^3 = 150 \text{ m}^3 = 150\,000\,000 \text{ cm}^3$.

10 — $3 \text{ km}^3 = (3 \times 1\,000\,000\,000) \text{ m}^3 = 3\,000\,000\,000 \text{ m}^3$;

$1,8 \text{ hm}^3 = (1,8 \times 1\,000\,000) \text{ m}^3 = 1\,800\,000 \text{ m}^3$;

$0,25 \text{ dam}^3 = (0,25 \times 1\,000) \text{ dam}^3 = 250 \text{ m}^3$;

$8\,150 \text{ dm}^3 = (8\,150 : 1\,000) \text{ m}^3 = 8,150 \text{ m}^3$.

11 — $0,05 \text{ m}^3 = 0,05 \times 1\,000 \times 1\,000 \times 1\,000 \text{ mm}^3 = 50\,000\,000 \text{ mm}^3$;
 $7,95 \text{ dm}^3 = 7\,950\,000 \text{ mm}^3$;
 $0,015 \text{ dam}^3 = 15\,000\,000\,000 \text{ mm}^3$;
 $36,4 \text{ cm}^3 = 36\,400 \text{ mm}^3$.

12 — $3 \text{ hL } 4 \text{ daL} = 340 \text{ L}$;
 $25 \text{ hL } 35 \text{ dL} = 2\,500 \text{ L} + 3,5 \text{ L} = 2\,503,5 \text{ L}$;
 $540 \text{ cL} = 5,40 \text{ L}$;
 $8\,350 \text{ mL} = 8,350 \text{ L}$;
 $45,3 \text{ mL} = 0,045\,3 \text{ L}$.

13 — $1 \text{ m}^3 = 1 \text{ stère} = 10 \text{ décistères}$;
 $1 \text{ m}^3 = 1\,000 \text{ dm}^3$;
donc 1 décistère vaut 100 dm^3 et non pas 1 dm^3 .

Problèmes

14 — 1. L'aire d'une face est 121 cm^2 ($726 : 6 = 121$).
La longueur d'une arête est 11 cm ($11 \times 11 = 121$).

2. Volume = $(11 \times 11 \times 11) \text{ cm}^3 = 1\,331 \text{ cm}^3$.

3. Il y a 12 arêtes de 11 cm de longueur. Il faut 132 cm de galon.

15 — Il faut 4 rangées de 4 fois 4 cubes soit $(4 \times 4 \times 4)$ cubes ou 64 petits cubes.

Le volume d'un petit cube est : $(3 \times 3 \times 3) \text{ cm}^3 = 27 \text{ cm}^3$.

Le volume du grand cube est $1\,728 \text{ cm}^3$ soit $(27 \times 64) \text{ cm}^3$ ou encore $12 \times 12 \times 12 \text{ cm}^3$.

16 — $6 \times 4 < 25 < 6 \times 5$. On ne peut mettre que 6 cubes sur une rangée. On peut en ranger 6 couches de 6 rangées de 6 soit 216 cubes.

17 — Première méthode (sur un exemple de disposition)

Le mur a 760 cm de long; on dispose $760 : 20 = 38$ briques sur la longueur.

La hauteur est de 360 cm . Comme $360 : 10 = 36$, il faut 36 rangées.

Pour une couche de 5 cm d'épaisseur : 38×36 briques,
soit 1 368 briques.

En épaisseur, il faudra 20 cm soit 4 couches de briques de 5 cm de large. Il faut : $1\,368 \times 4 = 5\,472$ briques.

Deuxième méthode

Elle s'applique bien parce que l'épaisseur du mur, la hauteur, la longueur sont des multiples des dimensions des briques.

On calcule : le volume du mur : $760 \times 360 \times 20 \text{ cm}^3 = 5\,472\,000 \text{ cm}^3$;

le volume d'une brique : $20 \times 10 \times 5 \text{ cm}^3 = 1\,000 \text{ cm}^3$;

le quotient de $5\,472\,000 : 1\,000 = 5\,472$.

On obtient également 5 472 briques.

18 – 1. Largeur $3x$; longueur $4x$; volume $x \times 3x \times 4x = 12x^3$.

2. $12x^3 = 324 \text{ cm}^3$; largeur = 9 cm; longueur = 12 cm.

Vérification : $3 \times 9 \times 12 = 324$.

19 – On ne repeint que les murs. L'aire des murs est la somme des aires de chacun des murs, ou le périmètre de la pièce multiplié par la hauteur des murs :

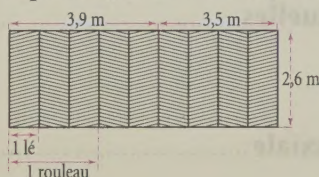
– Périmètre : $(7 + 7 + 4 + 4 + 3 + 3) \text{ m} = 28 \text{ m}$.

– Aire des murs : $28 \times 2,6 \text{ m}^2 = 72,8 \text{ m}^2$.

Il faut un pot de peinture pour 8 mètres carrés à peindre. Il faut donc : $72,8 : 8 = 9,1$ pots de peinture.

On en achète 10. La dépense est : 200 euros (20×10) €.

20 – Périmètre de la pièce : $(3,9 \text{ m} + 3,5 \text{ m}) \times 2 = 14,8 \text{ m}$.



La largeur d'un rouleau est 0,8 m ; il faut $(14,8 : 0,8)$ lés pour tapisser la pièce. $14,8 : 0,8 = 148 : 8$; $18 < 148 : 8 < 19$. Il faut donc au plus 19 lés pour tapisser la pièce.

La hauteur de la pièce est 2,6 m, on peut faire trois lés par rouleau : $(3 < 9 : 2,6 < 4)$.

Il faut acheter $(19 : 3)$ rouleaux. Comme $6 < 19 : 3 < 7$, il faut acheter 7 rouleaux.

$60 \times 7 = 420$. La dépense est de 420 euros.

TABLE DES MATIÈRES

1	Les nombres entiers. Les fractions.....	5
2	Les nombres décimaux.....	45
3	Les nombres relatifs.....	77
4	Proportionnalité. Échelles. Pourcentages	95
5	Lignes droites. Cercle. Constructions usuelles.....	117
6	Figures usuelles	159
7	Symétrie axiale.....	191
8	Géométrie dans l'espace.....	223

Mémo 6^e

L'ESSENTIEL

Maths

Tout pour réussir son année de 6^e

- Des **synthèses de cours** pour retenir l'essentiel
- Des **méthodes** pour traiter tous les types d'exercices
- De **nombreux exercices** pour s'entraîner
- Des **corrigés détaillés** pour progresser

En complément pour la 6^e

Mémo 6^e

■ L'ESSENTIEL

*Des ouvrages complets
pour réussir son année de 6^e*

Anglais

Français

Expression écrite

Français

Orthographe/Grammaire

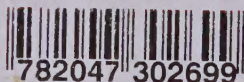
MATHS 6E/

PRIX FNAC

9,98 EUR

PRIX ÉDITEUR

10,50 EUR



9 782047 302699

6E

6914

097213

01109323 111751

31

2-04-730269-2

BORDAS

www.memocollege.com



9 782047 302699