

préfabrevet

MON BREVET MATHS

en
Study fiches



3^e
NOUVEAU BREVET

LES NOTIONS

LES MÉTHODES CLÉS

150 QUIZ & QUESTIONS FLASH

DES SUJETS DE BREVET
en vidéo



55 fiches très visuelles
pour préparer l'épreuve



Comment réviser et mémoriser avec **Studyfiches**



Lis les fiches
de manière active

- **Anticipe** le contenu en lisant d'abord le plan.
- Fais une pause après chaque paragraphe pour **reformuler** mentalement chaque idée.
- Cache la fiche et essaie de **restituer** un maximum d'informations au brouillon.



Teste-toi !

- Réponds aux **QUESTIONS FLASH** à la fin de chaque fiche.
- **Évalue-toi** avec les **Quiz** pour faire le bilan de tes connaissances.
- **Regarde** les sujets de brevet en **Vidéo**



Apprends
de tes erreurs

Si tu as fait des erreurs en répondant aux questions, prends le temps de comprendre d'où elles viennent.
Ainsi tu progresseras à coup sûr !



Prévois des séances de
révision courtes

Dans la dernière ligne droite, plutôt que de réviser une matière pendant 2 heures d'affilée, prévois 4 séances de 30 minutes.

MON BREVET
MATHS
en
Study *fiches*

Sophie André
Sonia Quinton

QU'Y A-T-IL ?

dans ce livre



L'épreuve de maths :
les 4 points clés

p. 4

NOMBRES ET CALCULS

Calcul numérique

CARTE MENTALE

P. 6

- 1 Les nombres premiers p. 8
- 2 Calculer avec des fractions p. 10
- 3 Les puissances et les racines carrées p. 12

QUIZ & SUJET EN VIDÉO

P. 14

Développement et factorisation

CARTE MENTALE

P. 16

- 4 Le développement p. 18
- 5 La factorisation p. 20

QUIZ & SUJET EN VIDÉO

P. 22

Équations et calcul littéral

CARTE MENTALE

P. 24

- 6 Les équations du premier degré p. 26
- 7 Les équations produit nul p. 28
- 8 Démonstration et calcul littéral p. 30

QUIZ & SUJET EN VIDÉO

P. 32

ORGANISATION, GESTION DE DONNÉES, FONCTIONS

Statistiques et probabilités

CARTE MENTALE

P. 34

- 9 Les représentations de données p. 36
- 10 Les indicateurs d'une série statistique p. 38
- 11 Les probabilités d'événements particuliers p. 40

QUIZ & SUJET EN VIDÉO

P. 42

Proportionnalité

CARTE MENTALE

P. 44

- 12 Les situations de proportionnalité p. 46
- 13 Les pourcentages p. 48

QUIZ & SUJET EN VIDÉO

P. 50

Fonctions

CARTE MENTALE

P. 52

- 14 Fonctions, antécédents, images p. 54
- 15 La fonction linéaire p. 56
- 16 La fonction affine p. 58
- 17 Utiliser un tableur p. 60

QUIZ & SUJET EN VIDÉO

P. 62

MESURES ET GÉOMÉTRIE

Grandeurs et mesures

CARTE MENTALE

P. 64

(18) Le volume d'un solide p. 66

(19) Les grandeurs produits et les grandeurs quotients p. 68

QUIZ & SUJETS EN VIDÉO

P. 70

Transformations

CARTE MENTALE

P. 72

(20) Les agrandissements et les réductions p. 74

(21) Les translations et les rotations p. 76

(22) Les homothéties p. 78

QUIZ & SUJET EN VIDÉO

P. 80

Géométrie dans l'espace

CARTE MENTALE

P. 82

(23) Le repérage d'un point p. 84

(24) Les sections de solides par un plan p. 86

QUIZ & SUJET EN VIDÉO

P. 88

Théorèmes de Pythagore et de Thalès

CARTE MENTALE

P. 90

(25) Le théorème de Pythagore p. 92

(26) La réciproque du théorème de Pythagore p. 94

(27) Le théorème de Thalès p. 96

(28) La réciproque du théorème de Thalès p. 98

QUIZ & SUJET EN VIDÉO

P. 100

Triangles et trigonométrie

CARTE MENTALE

P. 102

(29) Les trois cas d'égalité des triangles p. 104

(30) Les triangles semblables p. 106

(31) Trigonométrie et calcul de longueur p. 108

(32) Trigonométrie et calcul d'angle p. 110

QUIZ & SUJET EN VIDÉO

P. 112

PROGRAMMATION

(33) La programmation avec Scratch p. 114

Corrigés

Corrigés des questions flash et quiz p. 116

Les Sujets en vidéo

12 problèmes types de l'épreuve du brevet p. 127

L'ÉPREUVE DE MATHS

Comprendre l'épreuve

- L'épreuve dure 2 heures.
- Elle est notée sur 100 points.
- Elle compte 5 à 8 exercices indépendants :
 - au moins un exercice d'algorithmique ou de programmation
 - au moins un problème
 - souvent un QCM

1.

LES 4

Gagner des points

- Soigne la présentation :
 - reviens à la ligne à chaque étape d'un calcul
 - trace des figures précises
- Soigne ta rédaction :
 - écris clairement tes hypothèses et les formules employées
 - emploie un français clair et correct

4.

2.

Préparer son matériel



LA VEILLE DU JOUR J, PENSE À METTRE DANS TON SAC

- une trousse complète : stylo, cartouches d'encre, effaceur, crayon à papier, gomme, règle...
- les outils de géométrie : équerre, compas, rapporteur
- une calculatrice non programmable (standard ou « type collègue »)



POINTS CLÉS



S'organiser le jour J

3.

GÈRE BIEN TON TEMPS

- 5 minutes pour lire tout l'énoncé complet
- 15 à 20 minutes par exercice
- 10 minutes à la fin de l'épreuve pour te relire

CALCUL NUMÉRIQUE

Qu'est-ce qu'un nombre premier ?



- **Nombre premier** : un nombre entier supérieur à 1 qui possède **seulement deux diviseurs** : 1 et lui-même
- Les nombres premiers jusqu'à 50 dans l'ordre croissant :
2 ; 3 ; 5 ; 7 ; 11 ; 13 ; 17 ; 19 ; 23 ; 29 ; 31 ; 37 ; 41 ; 43 ; 47.

1.

LES 4

Ce que tu dois savoir faire le jour du brevet

- Utiliser la décomposition en nombres premiers
→ fiche 1
- Maîtriser les quatre opérations avec les fractions
→ fiche 2
- Calculer avec les notations scientifiques
→ fiche 3



4.

2.

Qu'est-ce que la puissance n d'un nombre relatif a ?

-30%

n un entier avec $n > 2$:

$$a^n = \underbrace{a \times \dots \times a}_{n \text{ fois}}$$

produit de n fois le nombre a

a non nul :

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

POINTS CLÉS

Qu'est-ce que la notation scientifique d'un nombre ?

On l'écrit sous la forme suivante :

$$\begin{array}{l} \text{nombre décimal} \\ \text{tel que } 1 \leq a < 10 \end{array} \rightarrow a \times 10^n \leftarrow \begin{array}{l} \text{nombre entier} \\ \text{relatif} \end{array}$$

3.



Les nombres premiers



1 Qu'est-ce qu'un nombre premier ?

● a , b et q sont trois nombres entiers non nuls.

« $a = b \times q$ » signifie que b et q sont des **diviseurs** de a .

Tout nombre entier supérieur à 1 admet au moins deux diviseurs : 1 et lui-même.

EXEMPLE $12 = 3 \times 4$ signifie que 3 et 4 sont des diviseurs de 12.

12 possède six diviseurs qui sont 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 6 et 12.

● Un **nombre premier** est un nombre entier supérieur à 1 qui possède seulement deux diviseurs : 1 et lui-même.

EXEMPLE 5 possède seulement deux diviseurs : 1 et 5.
Donc 5 est un nombre premier.

INFO +

Dans l'ordre croissant, les nombres premiers jusqu'à 50 sont : 2 ; 3 ; 5 ; 7 ; 11 ; 13 ; 17 ; 19 ; 23 ; 29 ; 31 ; 37 ; 41 ; 43 ; 47.

2 Décomposer un nombre en produit de facteurs premiers

● Pour réaliser cette décomposition, on emploie l'algorithme ci-dessous. Il s'arrête dès que le quotient obtenu est 1.

Diviser le nombre à décomposer
par le plus petit nombre premier possible
(2, puis 3, puis 5...)

Le quotient obtenu est-il lui aussi
divisible par ce nombre premier ?

oui

non

Diviser ce quotient
par ce nombre premier

Diviser ce quotient
par le nombre premier suivant, si c'est possible

INFO +

L'utilisation des puissances permet de synthétiser l'écriture :

$$20 = 2 \times 2 \times 5 \\ = 2^2 \times 5$$

EXEMPLE

$$20 \div 2 = 10 \rightarrow 10 \div 2 = 5 \rightarrow 5 \div 5 = 1$$

divisible par 2 divisible par 2 non divisible par 2 ni 3 L'algorithme s'arrête.

L'EXO TYPE BREVET

Utiliser la décomposition en nombres premiers pour résoudre un problème

Le capitaine d'un navire possède un trésor constitué de 69 diamants, 1 150 perles et 4 140 pièces d'or.

- $69 = 23 \times 3$. De la même façon, décomposer 1 150 et 4 140 en produits de facteurs premiers.
- Le capitaine partage équitablement toutes les pièces, perles et diamants entre les marins. Combien y a-t-il de marins ?
- Quelle part du trésor chaque marin reçoit-il ?



CONSEIL

Applique l'algorithme de la page précédente pour résoudre la question a.



Comment faire ?

$1\ 150 = 2 \times 575$ ← divisible par 2
 $= 2 \times 5 \times 115$ ← non divisibles par 2 ni 3, divisibles par 5
 $= 2 \times 5 \times 5 \times 23 = 2 \times 5^2 \times 23$

$4\ 140 = 2 \times 2\ 070$ ← divisible par 2
 $= 2 \times 2 \times 1\ 035$ ← non divisibles par 2, divisibles par 3
 $= 2 \times 2 \times 3 \times 345$ ← non divisibles par 2, divisibles par 3
 $= 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 115$ ← non divisible par 2 ni 3, divisible par 5
 $= 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 23 = 2^2 \times 3^2 \times 5 \times 23$

- Chaque marin obtient le même nombre de diamants, perles et pièces. Ainsi, le nombre de marins est un diviseur commun à 69, 1 150 et 4 140. D'après les décompositions en facteurs premiers, les diviseurs communs à ces trois nombres sont 1 et 23. Or, dans le texte, « marins » est au pluriel. Il y a donc **23 marins**.
- $69 \div 23 = 3$ $1\ 150 \div 23 = 50$ $4\ 140 \div 23 = 180$
Chaque marin recevra donc **3 diamants, 50 perles et 180 pièces d'or**.



QUESTIONS FLASH

- 1 - 111 est-il un nombre premier ?
- 2 - Vrai ou faux ? $60 = 3 \times 4 \times 5$ est la décomposition en facteurs premiers du nombre 60.



Calculer avec des fractions



1 Les quatre opérations

ADDITIONNER des fractions

- Réduire au même dénominateur si nécessaire
- Additionner les numérateurs
- Recopier le dénominateur commun

SOUSTRaire une fraction à une autre

- Réduire au même dénominateur si nécessaire
- Soustraire les numérateurs
- Recopier le dénominateur commun

MULTIPLIER des fractions entre elles

Multiplier les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux.

DIVISER une fraction par une autre

Diviser par une fraction revient à multiplier par son inverse.

INFO +

Pense à donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

2 Quelles opérations sont prioritaires ?

- Les **calculs entre parenthèses** sont prioritaires.
- Dans un calcul sans parenthèses, les **multiplications et les divisions** sont prioritaires.
- Lorsqu'il n'y a plus de parenthèses, plus de multiplication ni de division, les calculs se font **de la gauche vers la droite**.

EXEMPLES

$$\left(\frac{1}{4} + \frac{1}{5}\right) \times \frac{3}{5} = \left(\frac{5}{20} + \frac{4}{20}\right) \times \frac{3}{5} = \frac{9}{20} \times \frac{3}{5} = \frac{27}{100}$$

opération
prioritaire
(car entre
parenthèses)

opération prioritaire

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{5} \times \frac{3}{5} = \frac{1}{4} + \frac{3}{25} = \frac{25}{100} + \frac{12}{100} = \frac{37}{100}$$

L'EXO TYPE BREVET

Maîtriser les quatre opérations avec les fractions

Cet exercice est un QCM (questionnaire à choix multiples).

- a. $\frac{13}{5} - \frac{7}{5} \times \frac{1}{6} = \dots$ A. $\frac{1}{5}$ B. 2,366666667 C. $\frac{71}{30}$
- b. $\left(\frac{-5}{3} + \frac{4}{9}\right) \div \left(3 + \frac{7}{5}\right) = \dots$ A. $\frac{-1}{6}$ B. $\frac{-5}{18}$ C. $\frac{-22}{18}$



Comment faire ?

- a. $\frac{13}{5} - \frac{7}{5} \times \frac{1}{6} = \frac{13}{5} - \frac{7}{30}$ multiplication :
opération prioritaire
On réduit au même dénominateur.
- $$= \frac{13 \times 6}{5 \times 6} - \frac{7}{30} = \frac{71}{30}$$
- Donc **réponse C.**
- b. $\left(\frac{-5}{3} + \frac{4}{9}\right) \div \left(3 + \frac{7}{5}\right) = \left(\frac{-5 \times 3}{3 \times 3} + \frac{4}{9}\right) \div \left(\frac{3 \times 5}{5} + \frac{7}{5}\right)$ parenthèses : opérations prioritaires
On réduit au même dénominateur.
- $$= \left(\frac{-15}{9} + \frac{4}{9}\right) \div \left(\frac{15}{5} + \frac{7}{5}\right)$$
- $$= \frac{-11}{9} \div \frac{22}{5}$$
- Diviser par un nombre, c'est multiplier par son inverse.
- $$= \frac{-11}{9} \times \frac{5}{22}$$
- $$= \frac{-11 \times 5}{9 \times 2 \times 11} = \frac{-5}{18}$$
- Donc **réponse B.**

QUESTION FLASH

→ Vrai ou faux ? $\frac{411}{18}$ est une fraction irréductible.



Les puissances, et les racines carrées



1 La puissance d'un nombre relatif

- a est un nombre relatif et n est un nombre entier strictement positif.
Si $n \geq 2$, alors :

$$a^n = \underbrace{a \times \dots \times a}_{\text{produit de } n \text{ fois le nombre } a}$$

- a est un nombre relatif non nul et n est un nombre entier strictement positif.

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$



Retiens ces deux cas particuliers :
 $a^0 = 1$ et $a^1 = a$

EXEMPLES $3^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3$

$$7^{-3} = \frac{1}{7^3} = \frac{1}{343}$$

$$5^0 = 1 \quad 8^1 = 8$$

2 La notation scientifique

- La **notation scientifique** d'un nombre s'écrit sous la forme suivante :

$$\begin{array}{c} \text{nombre décimal} \\ \text{tel que } 1 \leq a < 10 \end{array} \rightarrow a \times 10^n \leftarrow \begin{array}{c} \text{nombre entier} \\ \text{relatif} \end{array}$$

EXEMPLE Un litre de lait pèse 1 030 g = $1,03 \times 10^3$ g.

3 La racine carrée d'un nombre positif

- La **racine carrée** d'un nombre positif a est le nombre positif tel que son carré est égal à a . On la note $\sqrt{a}$.

EXEMPLES $\sqrt{1} = 1$ (car $1 \times 1 = 1$) $\sqrt{4} = 2$ (car $2 \times 2 = 4$)

$$\sqrt{9} = 3 \text{ (car } 3 \times 3 = 9) \quad \sqrt{16} = 4 \text{ (car } 4 \times 4 = 16) \quad \sqrt{25} = 5 \text{ (car } 5 \times 5 = 25)$$

Ces nombres sont des **carrés parfaits** :
leur racine carrée est un nombre entier.



On peut écrire aussi
bien $(\sqrt{a})^2 = a$ et
 $\sqrt{a^2} = a$.

L'EXO TYPE BREVET

Calculer avec les notations scientifiques

On donne $A = 0,000\ 24$ et $B = 3\ 200$.

a. Écris les nombres A et B en notation scientifique.

b. Calcule $A \times B$. Donner le résultat en notation scientifique et en notation décimale.

c. Calcule $\frac{A}{B}$. Donner le résultat en notation scientifique et en notation décimale.



CONSEIL

Regroupe les puissances de 10 pour effectuer les calculs.



Comment faire ?

a. On cherche à écrire les nombres A et B sous la forme $a \times 10^n$ et $b \times 10^p$.

$$A = 0,000\ 24 = 2,4 \times 10^{-4}$$

4 chiffres

$$B = 3\ 200 = 3,2 \times 10^3$$

3 chiffres

b. $A \times B = 2,4 \times 10^{-4} \times 3,2 \times 10^3$

$$= 2,4 \times 3,2 \times 10^{-4} \times 10^3$$

$$= 7,68 \times 10^{-1} \text{ (notation scientifique)}$$

$$= 0,768 \text{ (notation décimale)}$$

$$\begin{aligned} & 10^{-4} \times 10^3 \\ &= \frac{1}{10} \times \frac{1}{10} \times \frac{1}{10} \times \frac{1}{10} \times 10 \times 10 \times 10 \\ &= \frac{1}{10} = 10^{-1} \end{aligned}$$

c. $\frac{A}{B} = \frac{2,4 \times 10^{-4}}{3,2 \times 10^3}$

$$= \frac{2,4}{3,2} \times 10^{-4} \times 10^{-3}$$

$$= 0,75 \times 10^{-7}$$

$$= 7,5 \times 10^{-1} \times 10^{-7} = 7,5 \times 10^{-8} \text{ (notation scientifique)}$$

$$= 0,000\ 000\ 075 \text{ (notation décimale)}$$

$$\begin{aligned} & 10^{-4} \times 10^{-3} \\ &= \frac{1}{10} \times \frac{1}{10} \times \frac{1}{10} \times \frac{1}{10} \times \frac{1}{10} \times \frac{1}{10} \times \frac{1}{10} \\ &= \frac{1}{10^7} = 10^{-7} \end{aligned}$$

QUESTIONS FLASH

1 - Calcule $\sqrt{81}$.

2 - Vrai ou faux ? $2^3 = 3^2$

Corrigés page 116



Le quiz

Calcul numérique



1 Nombres premiers

.../2

Pour chaque affirmation, coche la case qui convient.

a. « Tous les nombres dont le chiffre des unités est 7 sont premiers. »

☐ vrai ☐ faux

b. « La différence de deux nombres premiers est un nombre premier. »

☐ vrai ☐ faux

2 Décomposition en nombres premiers

.../4

Coche les décompositions qui sont en produit de facteurs premiers et poursuis celles qui ne le sont pas pour qu'elles le deviennent.

a. ☐ $84 = 3 \times 4 \times 7 \rightarrow$

b. ☐ $30 = 2 \times 3 \times 5 \rightarrow$

c. ☐ $36 = 6^2 \rightarrow$

d. ☐ $135 = 5 \times 27 \rightarrow$

3 Priorités de calcul

.../3

Coche le ou les calculs où l'addition s'effectuera en premier.

a. ☐ $\frac{1}{5} + \frac{8}{5} \times \frac{2}{3}$

b. ☐ $\frac{2}{3} \times \left(\frac{1}{5} + \frac{3}{2} \right)$

c. ☐ $\frac{1}{3} \times 6 + 7 \div \frac{1}{4}$

4 Calcul avec des fractions

.../3

Effectue les calculs. Donne le résultat sous forme de fraction irréductible.

a. $\frac{1}{3} + \frac{2}{3} \times \frac{1}{4} =$

b. $\frac{2}{3} \div \frac{1}{4} \times \frac{1}{5} =$

c. $\frac{5}{2} \times \left(\frac{1}{10} - \frac{1}{15} \right) =$

5 Puissance d'un nombre

.../4

-16 est le résultat de :

a. ☐ $(-2)^4$

b. ☐ 2^{-8}

c. ☐ -2^8

d. ☐ -2^4

6 Notation scientifique

.../8

Quelle est la notation scientifique du nombre A = 0,0045 ?

a. ☐ $4,5 \times 10^{-3}$

b. ☐ 45×10^{-4}

c. ☐ $4,5 \times 10^3$

d. ☐ $4,5^{-3}$

Quelle est l'écriture décimale du nombre B = $3,17 \times 10^5$?

a. ☐ 31 700 000

b. ☐ 0,00000317

c. ☐ 317 000

d. ☐ 0,0000317

7 Racine carrée d'un nombre

.../9

Dans chaque cas, coche la case qui convient.**C = $\sqrt{16}$ est égal à :**

a. ☐ 8

b. ☐ 4

c. ☐ 32

D = $(\sqrt{9})^2$ est égal à :

a. ☐ 9

b. ☐ 81

c. ☐ 3

E = $\sqrt{\frac{9}{100}}$ est égal à :

a. ☐ $\frac{81}{10\,000}$

b. ☐ $\frac{3}{100}$

c. ☐ $\frac{3}{10}$

Regarde les corrigés p. 116
puis calcule ton score ... /33**Le Sujet en vidéo**Résoudre un problème de divisibilité
et de nombres premiers

hatier-dic.fr/25mat301

DÉVELOPPEMENT ET FACTORISATION

Que signifie « développer » ou « factoriser » une expression ?

- « Développer » un produit, c'est l'écrire sous la forme d'une **somme algébrique**.
- « Factoriser » une somme ou une différence, c'est l'écrire sous la forme d'un **produit de facteurs**.

1.

Ce que tu dois savoir faire le jour du brevet

- Développer un produit
→ fiche 4
- Utiliser des développements
→ fiche 4
- Factoriser une expression, notamment avec l'identité remarquable
→ fiche 5
- Factoriser une expression littérale pour justifier un résultat
→ fiche 5

LES 4

4.

2.

Quelles sont les formules de distributivité à connaître ?

-30%

Distributivité simple

$$k(a + b) = ka + kb$$

Double distributivité

$$(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$$

POINTS CLÉS

Qu'est-ce que l'identité remarquable ?

Soient a et b deux nombres relatifs :

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

3.



Le développement



1 Que signifie « développer » un produit ?

- « Développer » un produit signifie l'écrire sous la forme d'une **somme algébrique**.

EXEMPLES

- $4 \times (5x + 3)$ est une expression algébrique sous forme de produit : elle n'est pas développée.
- $3x^2 + 2x - 1$ est une expression algébrique sous forme de somme : elle est développée.

2 Comment développer un produit ?

- Deux **formules de distributivité** permettent de développer un produit. Soient k, a, b, c et d des nombres relatifs.

Distributivité simple

$$k(a+b) = ka + kb$$

Double distributivité

$$(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$$

EXEMPLES

$$\bullet 5(2x + 4) = 5 \times 2x + 5 \times 4 = 10x + 20$$

$$\begin{aligned} \bullet (3x + 1)(7x - 6) &= 3x \times 7x + 3x \times (-6) + 1 \times 7x + 1 \times (-6) \\ &= 21x^2 - 18x + 7x - 6 = 21x^2 - 11x - 6 \end{aligned}$$



MÉMO

Calculer le carré d'un nombre revient à calculer le produit de ce nombre par lui-même. Par exemple :
 $(5x + 2)^2 = (5x + 2)(5x + 2) = 25x^2 + 20x + 4$

L'EXO TYPE BREVET

Utiliser des développements

x est un nombre.

ABCD est un rectangle.

EFGH est un carré.

a. Les deux figures ont-elles toujours le même périmètre ?

b. Les deux figures ont-elles toujours la même aire ?

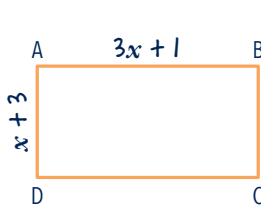


Figure 1

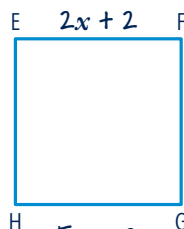


Figure 2



Comment faire ?

a. Soient P_1 et P_2 les périmètres des figures 1 et 2.

Calcul de P_1

$$P_1 = 2 \times (\text{longueur} + \text{largeur})$$

$$P_1 = 2 \times (3x + 1 + x + 3)$$

$$P_1 = 2 \times (4x + 4) = 8x + 8$$

Calcul de P_2

$$P_2 = 4 \times \text{côté}$$

$$P_2 = 4 \times (2x + 2)$$

$$P_2 = 4 \times 2x + 4 \times 2 = 8x + 8$$

On obtient le même périmètre pour les figures 1 et 2 quelle que soit la valeur de x .

b. Soient A_1 et A_2 les aires des figures 1 et 2.

Calcul de A_1

$$A_1 = \text{longueur} \times \text{largeur}$$

$$A_1 = (3x + 1)(x + 3)$$

$$A_1 = 3x \times x + 3x \times 3 + 1 \times x + 1 \times 3$$

$$A_1 = 3x^2 + 10x + 3$$

Calcul de A_2

$$A_2 = \text{côté}^2$$

$$A_2 = (2x + 2)(2x + 2)$$

$$A_2 = 2x \times 2x + 2x \times 2 + 2 \times 2x + 2 \times 2$$

$$A_2 = 4x^2 + 4x + 4x + 4 = 4x^2 + 8x + 4$$

Les aires ne sont pas les mêmes pour tout x .

QUESTIONS FLASH

1 - Vrai ou faux ? Pour développer $3x + 2 \times (5x + 1)$, il faudra utiliser une double distributivité.

2 - Développe $(x - 5)^2$.

Corrigés page 117



La factorisation



1 Que signifie « factoriser » une somme ou une différence ?

- « Factoriser » une somme ou une différence signifie l'écrire sous la forme d'un **produit de facteurs**.

EXEMPLES

- $6x + 2(5x - 3)$ est une expression algébrique sous la forme d'une somme : elle n'est pas factorisée.
- $5(7x - 2)$ et $(x + 8)(2x - 1)$ sont des expressions algébriques sous forme de produits de facteurs : elles sont factorisées.

2 Comment factoriser une expression algébrique ?

- Cherche un **facteur commun** dans l'expression, puis emploie la formule de distributivité simple :

$$ka + kb = k(a + b)$$



Tu peux décomposer les termes en produits de facteurs pour trouver un facteur commun.

EXEMPLES

- $15x + 20 = 5 \times 3x + 5 \times 4$ ← En décomposant, on trouve le facteur commun 5.
 $= 5(3x + 4)$ ← Le nombre 5 est mis en facteur.
facteur commun présent dans chaque membre de la somme
- $(2x + 8)(5x - 3) + (5x - 3)(x - 7) = (5x - 3)[(2x + 8) + (x - 7)]$ ← réduction de l'expression entre crochets
 $= (5x - 3)(3x + 1)$

- Tu peux aussi utiliser l'expression de l'**identité remarquable** :

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

EXEMPLES

- $x^2 - 49 = x^2 - 7^2$ ← On repère les deux carrés.
 $= (x + 7)(x - 7)$
- $100 - 16x^2 = 10^2 - (4x)^2$
 $= (10 + 4x)(10 - 4x)$

L'EXO TYPE BREVET

Factoriser une expression littérale pour justifier un résultat

Pour chacune des affirmations suivantes, dire si elle est vraie ou fausse en justifiant soigneusement la réponse.

Affirmation 1

Pour tout nombre x :

$$(3x + 1)^2 - 25 = (3x + 6)(3x - 4)$$

Affirmation 2

Pour tout nombre x :

$$(x + 1)(4x - 3) - (x + 1)(2x - 2) = (x + 1)(2x - 5)$$



CONSEIL

Pour l'affirmation 2, le signe « - » placé devant une parenthèse impose des changements de signes.



Comment faire ?

Affirmation 1

$$(3x + 1)^2 - 25 = (3x + 1)^2 - 5^2$$

On remarque que $25 = 5^2$.

$$= [(3x + 1) + 5][(3x + 1) - 5]$$

On utilise l'identité remarquable : $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$

$$= (3x + 1 + 5)(3x + 1 - 5)$$

On réduit les expressions des deux facteurs.

$$= (3x + 6)(3x - 4)$$

L'affirmation est **vraie**.

Affirmation 2

$$(x + 1)(4x - 3) - (x + 1)(2x - 2) = (x + 1)[(4x - 3) - (2x - 2)]$$

On repère le facteur commun, puis on utilise $ka - kb = k(a - b)$.

$$= (x + 1)(4x - 3 - 2x + 2)$$

On change les signes en retirant les parenthèses intérieures.

$$= (x + 1)(2x - 1)$$

On réduit l'expression.

L'affirmation est **fausse**.

QUESTIONS FLASH

1 - Vrai ou faux ? $4x^2 + 16 = 4x(x + 4)$

2 - Factorise $(2x + 1)^2 - (3x + 4)^2$.

Corrigés page 117



Le quiz

Développement et factorisation



1 Développement (1)

.../4

Parmi les expressions A, B, C et D, coche celles qui sont égales à $28x^2 + 12x$ après développement.

a. ☐ A = $4x(7x + 3)$

b. ☐ B = $x(28x + 12)$

c. ☐ C = $2x(14x + 6x)$

d. ☐ D = $2x(6 + 14x^2)$

2 Développement (2)

.../3

Développe E = $3x + 7x(7 + 5x)$.

Après développement et réduction, l'expression E est égale à :

a. ☐ $70x + 50x^2$

b. ☐ $52x + 35x^2$

c. ☐ $3x + 84x^2$

3 Développement (3)

.../4

Relie chaque expression à la forme développée lui correspondant.

a. $(2x + 5)(3x + 10)$ •

• $6x^2 - 35x + 50$

b. $(2x - 5)(3x + 10)$ •

• $6x^2 - 5x - 50$

c. $(2x + 5)(3x - 10)$ •

• $6x^2 + 35x + 50$

d. $(2x - 5)(3x - 10)$ •

• $6x^2 + 5x - 50$

4 Développement (4)

.../3

Développe F = $(2x - 3)^2 - (x + 5)(3x - 4)$.

Après développement et réduction, l'expression F est égale à :

a. ☐ $x^2 - 23x + 29$

b. ☐ $x^2 - 11x + 11$

c. ☐ $x^2 - x - 11$

5 Factorisation

.../6

Factorise les expressions G et H.

• $G = (5x + 2)^2 - (3x + 7)(5x + 2)$

.....

.....

La factorisation de G est égale à :

a. ☐ $(5x + 2)(2x + 9)$ b. ☐ $(5x + 2)^2(3x + 7)$ c. ☐ $(5x + 2)(2x - 5)$

• $H = 21x + 14 + (3x - 2)(3x + 2)$

.....

.....

La factorisation de H est égale à :

a. ☐ $7(3x + 2)(3x - 2)$ b. ☐ $7(3x + 2)^2(3x - 2)$ c. ☐ $(3x + 2)(3x + 5)$

6 Factorisation (avec l'identité remarquable)

.../3

Factorise $I = 4x^2 - 25$.

.....

.....

La factorisation de I est égale à :

a. ☐ $(4x - 5)(4x + 5)$

b. ☐ $(2x + 5)(2x - 5)$

c. ☐ $(2x - 5)^2$



Regarde les corrigés p. 117
puis calcule ton score ... /23

Le Sujet en vidéo

Résoudre un problème de développement
et de factorisation



hatier-clic.fr/25mat302



ÉQUATIONS ET CALCUL LITTÉRAL

Quelles propriétés utiliser pour résoudre une équation du 1^{er} degré ?

On ne change pas les solutions d'une équation...

1.

1. en ajoutant ou en soustrayant un même nombre aux deux membres de l'équation.

2. en multipliant ou en divisant les deux membres par un même nombre non nul.

LES 4

Ce que tu dois savoir faire le jour du brevet

■ Mettre un problème en équation

→ fiche 6

■ Factoriser pour obtenir une équation produit nul

→ fiche 7

■ Utiliser le calcul littéral pour démontrer un résultat général

→ fiche 8

4.

2.

Qu'est-ce qu'une équation produit nul ?

-30%

C'est une équation dans laquelle un des membres de l'égalité est un produit de facteurs et l'autre membre est zéro.

nombre de valeur inconnue

$$(ax + b)(cx + d) = 0$$

nombre de valeurs connues

POINTS CLÉS

Quelle propriété utiliser pour résoudre une équation produit nul ?

3.

Soit une équation produit nul du type $(ax + b)(cx + d) = 0$:

Un produit de facteurs est nul lorsque l'un au moins des facteurs est nul, c'est-à-dire $ax + b = 0$ ou $cx + d = 0$.



Les équations du premier degré

1 Comment résoudre une équation du 1^{er} degré ?

- Une équation du premier degré est une **égalité contenant un nombre inconnu** désigné par une lettre.

EXEMPLES $3x - 10 = 2$ $x + 2 = 5x - 1$ $3(2x + 1) = 7x$

- Pour résoudre une équation, on applique **les deux propriétés suivantes**.

On ne change pas
les solutions d'une équation...

1. en ajoutant ou en soustrayant
un même nombre aux deux
membres de l'équation.

EXEMPLE $3x - 10 = 2$
équivalent à : $3x - 10 + 10 = 2 + 10$
soit : $3x = 12$

2. en multipliant ou en divisant
les deux membres par un même
nombre non nul.

EXEMPLE $3x = 12$
équivalent à : $3x \div 3 = 12 \div 3$
soit : $x = 4$

2 Comment résoudre un problème à l'aide d'une équation ?

Étape 1 → Choisis l'inconnue.

Étape 2 → Mets le problème en équation.

Étape 3 → Résous l'équation.

Étape 4 → Énonce la solution de l'équation et réponds
à la question du problème.



CONSEIL

À l'étape 2, tu dois
mettre en lien
les informations
de l'énoncé.

L'EXO TYPE BREVET

Mettre un problème en équation

Voici deux programmes de calcul :

Programme de Zoé

- Choisir un nombre
- Le multiplier par 4 et ajouter 1
- Calculer le triple du nombre obtenu

Programme de Léa

- Choisir un nombre
- Calculer le double de ce nombre
- Soustraire 7 au résultat

Zoé et Léa testent leurs programmes avec le même nombre de départ et obtiennent le même résultat. Quel est le nombre de départ ?



Comment faire ?

Étape 1. Soit x le nombre de départ.

Étape 2. On met le problème en équation.



CONSEIL

Applique la méthode de la page précédente.

Zoé obtient $(4 \times x + 1) \times 3$.

Léa obtient $2 \times x - 7$.

Le résultat est le même avec les deux programmes.

Donc $(4x + 1) \times 3 = 2x - 7$.

Étape 3. On résout l'équation :

$$\begin{array}{rcl}
 12x + 3 = 2x - 7 & & \\
 \begin{array}{c} \text{(-3)} \\ \downarrow \end{array} & & \begin{array}{c} \text{(-3)} \\ \downarrow \end{array} \\
 12x = 2x - 10 & & \\
 \begin{array}{c} \text{(-2x)} \\ \downarrow \end{array} & & \begin{array}{c} \text{(-2x)} \\ \downarrow \end{array} \\
 10x = -10 & & \\
 \begin{array}{c} \text{(:10)} \\ \downarrow \end{array} & & \begin{array}{c} \text{(:10)} \\ \downarrow \end{array} \\
 x = -1 & &
 \end{array}$$

Étape 4. La solution de l'équation est -1 . Donc le nombre de départ est -1 .



QUESTIONS FLASH

- 1 - « $x(x + 1) = 6$ est une équation du 1^{er} degré. » Cette affirmation est-elle vraie ?
- 2 - Dans une basse cour, il y a autant de poules que de lapins. On compte 42 pattes en tout. Combien y a-t-il de poules et de lapins ?

Corrigés page 117



Les équations produit nul



1 Qu'est-ce qu'une équation produit nul ?

● Une **équation produit nul** est une équation dans laquelle un des membres de l'égalité est un produit de facteurs et **l'autre membre est 0**. On la note :

$$(ax + b)(cx + d) = 0$$

Diagram illustrating the structure of a product equation. The expression $(ax + b)(cx + d) = 0$ is shown. Red arrows point from the text "nombre de valeur inconnue" to the variables x in both factors. Red arrows point from the text "nombres de valeurs connues" to the coefficients a, b, c, d .

EXEMPLES $(2x + 3)(5x - 1) = 0$ et $6x(x + 4) = 0$ sont des équations produit nul.

2 Comment résoudre une équation produit nul ?

● Pour résoudre une équation produit nul du type $(ax + b)(cx + d) = 0$:

Étape 1



Utiliser la propriété suivante :
Un produit de facteurs est nul **lorsque l'un au moins des facteurs est nul**, c'est-à-dire $ax + b = 0$ ou $cx + d = 0$.

Étape 2



Résoudre séparément ces équations.

Étape 3



Énoncer les solutions.

3 Utiliser une équation produit nul pour résoudre une équation

Étape A



Factoriser l'expression en recherchant un facteur commun ou en repérant une identité remarquable.

Étape B



Résoudre l'équation produit nul obtenue en appliquant la méthode précédente.

L'EXO TYPE BREVET

Factoriser pour obtenir une équation produit nul

On considère le programme de calcul suivant :

- Choisir un nombre
- Ajouter 7 à ce nombre
- Soustraire 7 au nombre choisi au départ
- Multiplier les deux résultats précédents
- Ajouter 50



CONSEIL

Pour répondre à la question **b**, modifie l'équation pour qu'un des membres soit égal à 0.

a. Si x désigne le nombre choisi au départ, montre que le résultat du programme de calcul est $x^2 + 1$.

b. Quel(s) nombre(s) doit-on choisir au départ du programme de calcul pour obtenir 17 ?



Comment faire ?

a. Soit x le nombre de départ.

Ajouter 7 :

$$x + 7$$

Soustraire 7 au nombre choisi au départ :

$$x - 7$$

Multiplier les deux résultats précédents :

$$(x + 7)(x - 7)$$

Ajouter 50 :

$$(x + 7)(x - 7) + 50$$

$$(x + 7)(x - 7) + 50 = x^2 - 7^2 + 50 = x^2 - 49 + 50 = x^2 + 1$$

b. Le résultat étant 17, nous obtenons l'équation $x^2 + 1 = 17$.

$$x^2 + 1 - 17 = 0$$

$$x^2 - 16 = 0$$

On repère l'identité remarquable

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b).$$

Étape A $(x + 4)(x - 4) = 0$

Étape B On résout l'équation produit nul obtenue :

Étape 1 $x + 4 = 0$ ou $x - 4 = 0$

Étape 2 $x = -4$ ou $x = 4$

Étape 3 Les solutions de l'équation sont donc **-4 et 4**.

Il est donc possible de **choisir -4 et 4 comme nombres de départ**.

QUESTIONS FLASH

1 - Vrai ou faux ? $(2x + 1) + (4x - 3) = 0$ est une équation produit nul.

2 - Quelles sont les solutions de l'équation produit nul suivante ?

$$(3x + 12)(6 - x) = 0$$

Corrigés page 118



Démonstration et calcul littéral



1 Comment démontrer un résultat général ?

- Le **calcul littéral** peut permettre de démontrer **un résultat général** ou une **conjecture** (c'est-à-dire une hypothèse émise).
- Pour cela, il sera parfois nécessaire de **développer** ou **factoriser** une expression, de résoudre une **équation du premier degré** ou une **équation produit nul**.

EXEMPLE Pour démontrer que pour tout x , $(x-1)(x+1) - x^2 = -1$, il suffit de développer le premier membre :

$$(x-1)(x+1) - x^2 = x^2 + x - x - 1 - x^2 = -1$$

2 La démarche à suivre pour démontrer une conjecture

Étape 1 → Choisir l'inconnue.

Étape 2 → Écrire une expression littérale à l'aide de l'énoncé.

Étape 3 → Modifier l'écriture de l'expression littérale (développer, factoriser, etc.) pour obtenir le résultat attendu.

EXEMPLE On cherche à démontrer que la différence des carrés de deux nombres entiers consécutifs est un nombre impair.

Étape 1 → Soit x le plus petit nombre.

Étape 2 → Le nombre suivant est $(x+1)$.
La différence des carrés de ces deux nombres s'écrit $(x+1)^2 - x^2$.

Étape 3 → Développons l'expression : $(x+1)^2 - x^2 = x^2 + 2x + 1 - x^2 = 2x + 1$
Or, x est un nombre entier, donc $2x$ est un nombre pair, donc $2x + 1$ est un nombre impair.

L'EXO TYPE BREVET

Utiliser le calcul littéral pour démontrer un résultat général

Voici un programme de calcul :

- Choisir un nombre
- Multiplier ce nombre par 4
- Ajouter 8
- Multiplier le résultat par 2



CONSEIL

Pour la question **b**, commence par traduire la conjecture en expression littérale.

- a.** Vérifie que si on choisit le nombre -1 , le résultat final de ce programme est 8.
- b.** Démontre la conjecture suivante : « Si le nombre choisi est un nombre entier, alors le résultat obtenu est un multiple de 8. »



Comment faire ?

a. $[(-1) \times 4 + 8] \times 2 = (-4 + 8) \times 2 = 4 \times 2 = 8$

On obtient bien 8.

- b.** **Étape 1** Soit x le nombre de départ : x est un nombre entier.
Soit R le résultat du programme.

Étape 2 On applique le programme de calcul au nombre x et on obtient :

$$R = (x \times 4 + 8) \times 2$$

Selon la conjecture, le résultat du programme est un multiple de 8, soit $R = 8n$, avec n un nombre entier.

Étape 3 $(x \times 4 + 8) \times 2 = 8x + 16$
 $= 8(x + 2)$ On factorise l'expression.

Or, x est un nombre entier, donc $(x + 2)$ est aussi un nombre entier.

Aussi $8(x + 2)$ est un multiple de 8.

Si on choisit un nombre entier, alors le résultat obtenu est bien un multiple de 8.



QUESTIONS FLASH

- 1** - Écris l'expression littérale correspondant à cette conjecture :
« Le carré d'un nombre impair est impair. »
- 2** - Démontre cette conjecture.

Corrigés page 118



Le quiz

Équations et calcul littéral



1 Équations du premier degré

Coche les équations du premier degré, puis résous-les.

.../4

a. ☐ $8x + 1 = 5x - 17$

.....

b. ☐ $7x - 9 = 0$

.....

c. ☐ $x(2x - 6) = 5x$

.....

d. ☐ $(x + 3)(2x - 5) = 2x^2$

.....

2 Équations produit nul

.../4

Coche les équations dont les solutions sont $\frac{1}{3}$ et $-\frac{1}{3}$.

Pour cela, écris les égalités sous la forme d'une équation produit nul quand ce n'est pas déjà le cas.

a. ☐ $(x - 3)(x + 3) = 0$

.....

.....

b. ☐ $x^2 = \frac{1}{9}$

.....

.....

c. ☐ $(3x + 1)(3x - 1) = 0$

.....

.....

d. ☐ $(3x + 1)(5x + 8) = (2x + 9)(3x + 1)$

.....

.....

3 Démonstration et calcul littéral (1)

.../3

Relie chaque énoncé à l'équation correspondante.

- | | | |
|--|---|----------------------|
| a. Choisir un nombre, lui ajouter 2, multiplier le tout par 3, soustraire 5. On obtient 0. | • | • $3x + 2 - 5 = 0$ |
| b. Choisir un nombre, le multiplier par 3, ajouter 2, soustraire 5. On obtient 0. | • | • $3(x + 2 - 5) = 0$ |
| c. Choisir un nombre, lui ajouter 2, soustraire 5, multiplier le résultat par 3. On obtient 0. | • | • $3(x + 2) - 5 = 0$ |

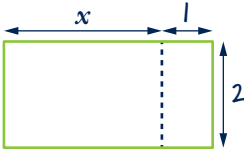
4 Démonstration et calcul littéral (2)

.../3

Les aires des trois rectangles ci-dessous sont égales à 20 cm^2 .

Les dimensions sont données en cm.

Relie chaque rectangle à l'équation correspondante.

- | | | |
|--|--|---|
| a.  | b.  | c.  |
| • | • | • |
| • | • | • |
| $x(x + 2) = 20$ | $2x + 2 = 20$ | $2x(x + 1) = 20$ |



Regarde les corrigés p. 118
puis calcule ton score ... /14

Le Sujet en vidéo

Résoudre un problème de calcul littéral



hatier-clic.fr/25mat303

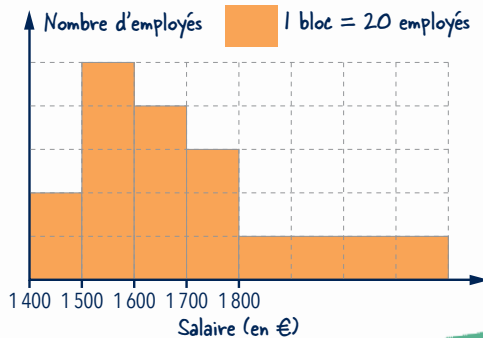


STATISTIQUES ET PROBABILITÉS



Qu'est-ce qu'un histogramme ?

- Représentation de données numériques regroupées en classes : aire des rectangles correspondant à chaque classe **proportionnelle** à l'effectif de la classe
- Exemple : répartition des salaires dans une entreprise



1.

LES 4

Ce que tu dois savoir faire le jour du brevet

- Lire et interpréter un histogramme
→ fiche 9
- Calculer l'étendue, la médiane et la moyenne d'une série de valeurs
→ fiche 10
- Calculer des probabilités à l'aide d'un arbre
→ fiche 11



4.

2.

Quels sont les indicateurs d'une série statistique ?

-30%

■ **Étendue** d'une série : différence entre les deux valeurs extrêmes de la série

■ **Moyenne** d'une série :

$$\text{moyenne} = \frac{\text{somme des valeurs}}{\text{nombre de valeurs}}$$

■ **Médiane** d'une série : valeur centrale de la série ordonnée

POINTS CLÉS

Quelle formule utiliser pour calculer une probabilité ?

3.

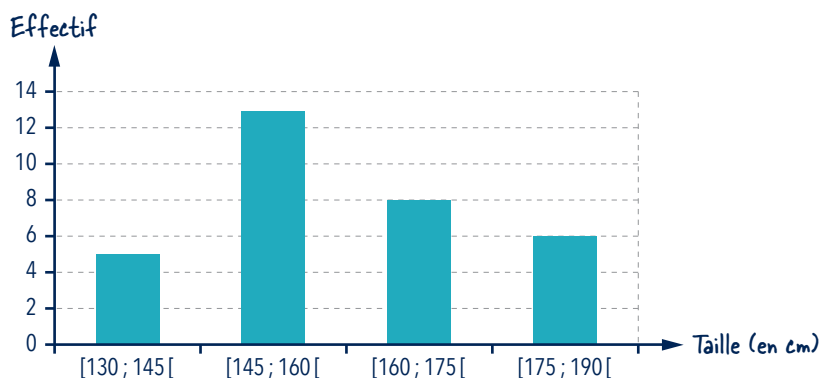
$$p(A) = \frac{\text{nombre d'issues favorables}}{\text{nombre d'issues total}}$$

événement A résultat toujours compris entre 0 et 1

1 Qu'est-ce qu'un histogramme ?

● On utilise un **histogramme** pour représenter des données numériques regroupées en classes. L'aire des rectangles correspondant à chaque classe est **proportionnelle** à l'effectif de la classe.

EXEMPLE Les tailles de 32 élèves d'une classe de 3^e :



2 Comment interpréter un histogramme ?

Classe :
ensemble de valeurs.
[160 ; 175[
est une classe.

**Caractéristiques
d'un histogramme**

Effectif d'une classe :
nombre de fois où la donnée apparaît.
L'effectif de la classe [160 ; 175[est 8.

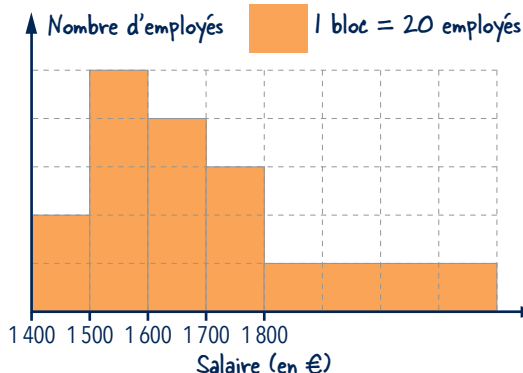
Fréquence d'une classe :
quotient de l'effectif par l'effectif total.
La fréquence de la classe [160 ; 175[est :
 $8 \div 32 = 1 \div 4 = 0,25$

Pourcentage d'une classe :
on l'obtient en multipliant la fréquence par 100.
Le pourcentage de la classe [160 ; 175[est :
 $0,25 \times 100 = 25 \%$

L'EXO TYPE BREVET

Lire et interpréter un histogramme

L'histogramme ci-dessous représente la répartition des salaires dans une entreprise.



CONSEIL

Pour répondre à la question c, écris le rapport entre le nombre d'employés ayant un salaire au moins égal à 1 700 € et le nombre total d'employés.

- Quel est l'effectif de la classe [1 700 ; 1 800[?
- Quelle est la fréquence, en pourcentage, de la classe [1 500 ; 1 600[?
- Cette affirmation est-elle vraie ou fausse ? « Plus de 40 % des employés ont un salaire au moins égal à 1 700 €. »



Comment faire ?

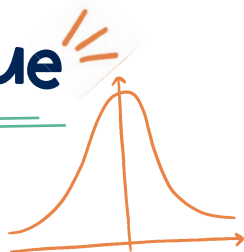
- La classe [1 700 ; 1 800[est représentée par 3 blocs de 20 employés. Son effectif est donc $3 \times 20 = 60$ employés.
- L'effectif de la classe [1 500 ; 1 600[est $5 \times 20 = 100$ employés. L'effectif total de la série est $18 \times 20 = 360$ employés. La fréquence est donc $\frac{100}{360} = \frac{5}{18}$ soit, en pourcentage : $100 \times \frac{5}{18} \approx 28 \%$
- $7 \times 20 = 140$ employés ont un salaire au moins égal à 1 700 €. Le pourcentage d'employés correspondant est $100 \times \frac{140}{360} \approx 39 \%$. L'affirmation est donc fausse.

QUESTIONS FLASH

- En 3^e C, il y a 18 filles et 12 garçons. Quelle est la fréquence des filles ? des garçons ?
- Représente le diagramme en bâtons de la 3^e C.

Corrigés page 119

Les indicateurs d'une Série Statistique



1 L'étendue d'une série statistique

● Une série statistique est une **liste de valeurs** (soit sous la forme d'une suite de nombres, soit dans un tableau, soit sur un graphique).

● **L'étendue** de cette série est la différence entre les deux valeurs extrêmes.

EXEMPLE Série : 7 18 10 20 15 → Étendue : $20 - 7 = 13$

↑
valeur la plus basse

↑
valeur la plus haute

2 La moyenne et la médiane d'une série statistique

● **La moyenne** d'une série se calcule ainsi :

$$\text{moyenne} = \frac{\text{somme des valeurs}}{\text{nombre de valeurs}}$$

EXEMPLE Série : 7 18 10 20 15 → Moyenne : $\frac{7+18+10+20+15}{5} = 14$
Il y a 5 valeurs.

● **La médiane** d'une série est un nombre pour lequel il y a autant de valeurs qui lui sont supérieures que de valeurs qui lui sont inférieures.
C'est la **valeur centrale** d'une **série ordonnée**.

Si la série a un nombre
impair de valeurs...

... la médiane est la valeur centrale.

EXEMPLE 7 10 15 18 20
2 valeurs 2 valeurs
15 est la médiane de la série.

Si la série a un nombre
pair de valeurs...

... la médiane est n'importe quelle
valeur entre les deux valeurs centrales.
En pratique, on choisit leur moyenne.

EXEMPLE 7 10 12 15 18 20
3 valeurs 3 valeurs
La médiane est une valeur entre 12 et 15.
On prend leur moyenne : $\frac{12+15}{2} = 13,5$

L'EXO TYPE BREVET

Calculer l'étendue, la médiane
et la moyenne d'une série de valeurs



Le débit d'écoulement d'un sablier n'est pas constant. Dans une usine où on fabrique des sabliers, on en prend un au hasard et on teste plusieurs fois sa durée d'écoulement.

Durée mesurée	2 min 22 s	2 min 26 s	2 min 29 s	2 min 30 s	2 min 33 s	2 min 34 s	2 min 36 s	2 min 38 s
Nombre de tests	1	2	7	6	2	3	2	3

- a. Combien de tests ont été réalisés au total ?
- b. Un sablier est mis en vente s'il vérifie les trois conditions ci-dessous :
- l'étendue des durées est inférieure à 20 s ;
 - la médiane des durées est comprise entre 2 min 29 s et 2 min 31 s ;
 - la moyenne des durées est comprise entre 2 min 28 s et 2 min 32 s.

Le sablier testé sera-t-il mis en vente ?



Comment faire ?



CONSEIL

Pour le calcul de la moyenne de la question b, tu auras besoin de la réponse à la question a.

- a. Le nombre total de tests est :
 $1 + 2 + 7 + 6 + 2 + 3 + 2 + 3 = 26$
- b. On regarde si le sablier vérifie les trois conditions données :
- L'étendue des durées est $2 \text{ min } 38 \text{ s} - 2 \text{ min } 22 \text{ s} = 16 \text{ s}$.
 - La médiane des durées se trouve entre la 13^e et la 14^e valeur de la série, c'est donc **2 min 30 s**.
 - La moyenne est $\frac{\text{durée totale}}{\text{nombre de tests}} = \frac{3\,909 \text{ s}}{26} \approx 150 \text{ s} (2 \text{ min } 30 \text{ s})$.

Le sablier sera donc mis en vente.

QUESTIONS FLASH

On donne la série de valeurs suivante : 8 18 13.

- 1 - Vrai ou faux ? L'étendue de cette série est 5.
- 2 - Vrai ou faux ? Sa moyenne et sa médiane sont égales.

Corrigés page 119



Les probabilités d'événements particuliers

1 Qu'est-ce qu'une expérience aléatoire ?

● Une expérience est **aléatoire** lorsqu'elle a plusieurs **issues** possibles. Ces issues sont dans la plupart des cas dues au hasard.

EXEMPLES

Expérience aléatoire	 Lancer un dé	 Jouer à PILE ou FACE
Issues possibles	6 issues : 1, 2, 3, 4, 5 ou 6	2 issues : PILE ou FACE

2 Comment calculer une probabilité ?

● Un **événement** est un ensemble d'**issues** d'une expérience aléatoire. Il est souvent désigné par une lettre majuscule et décrit par une phrase.

● La **probabilité d'un événement A** correspond à la « chance » qu'il a de se réaliser. Elle est notée $p(A)$.

$$p(A) = \frac{\text{nombre d'issues favorables}}{\text{nombre d'issues total}}$$

↑ événement A ↑ résultat toujours compris entre 0 et 1



DÉFINITIONS

- Si des événements ont la même probabilité de se réaliser, ils sont **équiprobables**.
- Deux événements sont **contraires** s'ils n'ont aucune issue en commun et si la somme de leurs probabilités vaut 1. On les note A et $\bar{A}$.

EXEMPLE On lance un dé.

Événement	P : « obtenir un nombre pair »	S : « obtenir 7 »	I : « obtenir un nombre inférieur à 10 »
Probabilité	$p(P) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$	$p(S) = 0$	$p(I) = 1$

L'événement a 1 chance sur 2 de se produire.

L'événement est impossible.

L'événement est certain.

L'EXO TYPE BREVET

Calculer des probabilités à l'aide d'un arbre

Thomas possède une montre qu'il compose en assemblant des cadrans et des bracelets de plusieurs couleurs. Pour cela, il dispose de :

- deux cadrans : un rouge et un jaune ;
- quatre bracelets : un rouge, un jaune, un vert et un noir.



a. Combien y a-t-il d'assemblages possibles ?

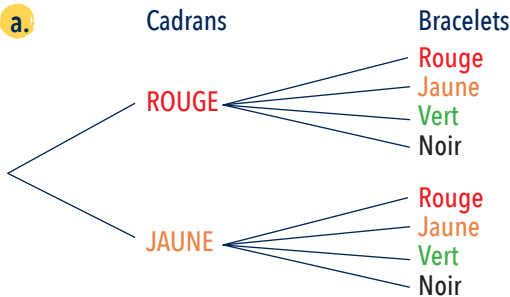
Il choisit au hasard un cadran et un bracelet pour composer sa montre.

b. Détermine la probabilité d'obtenir une montre toute rouge.

c. Les événements « U : obtenir une montre d'une seule couleur » et « D : obtenir une montre de deux couleurs » sont-ils équiprobables ?



Comment faire ?



CONSEIL

Pour répondre à la question a, utilise un arbre. Commence par indiquer les couleurs du cadran, puis celles du bracelet.

Il y a **8 assemblages possibles**.

b. La probabilité d'obtenir une montre toute rouge est $\frac{1}{8}$.

c. La probabilité d'obtenir une montre d'une seule couleur est $\frac{2}{8}$ ou $\frac{1}{4}$.

La probabilité d'obtenir une montre de deux couleurs est $\frac{6}{8}$ ou $\frac{3}{4}$.

Les événements U et D **ne sont donc pas équiprobables**.



QUESTION FLASH

→ On choisit au hasard une lettre de l'alphabet. Que peut-on dire des événements « obtenir une consonne » et « obtenir une voyelle » ?

Corrigés page 119



Le quiz

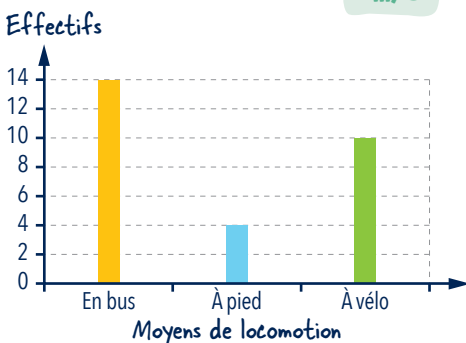
Statistiques et probabilités



1 Diagramme en bâtons

.../3

Ce diagramme en bâtons représente les différents moyens de locomotion de 28 élèves pour se rendre au collège. Coche la ou les affirmations vraies.



- a. ☐ L'effectif des élèves qui viennent à pied est 2.
- b. ☐ La fréquence des élèves qui viennent à vélo est $\frac{5}{28}$.
- c. ☐ Le pourcentage des élèves qui viennent en bus est 50 %.

2 Indicateurs d'une série statistique (1)

.../3

On donne la série de notes : 12 – 3 – 11 – 16 – 13.

Complète les phrases avec « l'étendue », « la moyenne » ou « la médiane ».

- a. 11 est de la série.
- b. 12 est de la série.
- c. 13 est de la série.

3 Indicateurs d'une série statistique (2)

.../3

Le tableau donne le nombre de médailles d'or obtenues par les pays les moins bien classés lors des JO de Paris 2024.

Nombre de médailles d'or	0	1	2	3	4	5	6
Nombre de pays	28	23	12	9	4	1	1

Dans chaque cas, coche la réponse correcte.

- a. La moyenne de cette série est : ☐ environ 1 ☐ environ 3
- b. La médiane de cette série est : ☐ 1 ☐ 3
- c. L'étendue de cette série est : ☐ 6 ☐ 27

4 Événement contraire

.../2

On jette un dé à 6 faces non truqué et on appelle A l'événement « le chiffre obtenu est un nombre premier ».

Parmi ces événements, lequel est contraire à l'événement A ?

- a. ☐ « Le chiffre obtenu est pair. »
 b. ☐ « Le chiffre obtenu est 1 ; 4 ou 6. »

5 Probabilité d'un événement particulier

.../3

Une urne bleue contient 3 boules bleues numérotées : 2 ; 3 et 4
 et une urne rouge contient 4 boules rouges numérotées : 2 ; 3 ; 4 et 5.
 Chaque boule a la même probabilité d'être tirée.

On tire au hasard une boule bleue et on note son numéro,
 puis on tire au hasard une boule rouge et on note son numéro.
 Coche les affirmations vraies.

- a. ☐ La probabilité de l'événement « obtenir deux nombres premiers » est $\frac{1}{2}$.
 b. ☐ La probabilité de l'événement « obtenir deux nombres identiques » est $\frac{1}{4}$.
 c. ☐ La probabilité de l'événement « la somme des deux nombres est 6 » est $\frac{1}{4}$.



Regarde les corrigés p. 119

puis calcule ton score ... /14

Le Sujet en vidéo

Résoudre un problème de probabilités



hatier-clic.fr/25mat304



PROPORTIONNALITÉ

Qu'est-ce qu'un coefficient de proportionnalité ?

■ Deux grandeurs sont **proportionnelles** si l'on peut passer de l'une à l'autre en multipliant par un même nombre : le coefficient de proportionnalité.

■ Exemple :

Nombre de baguettes	3	7	5
Prix (en €)	3,30	7,70	5,50

$\times 1,10$

1.

LES 4

Ce que tu dois savoir faire le jour du brevet

■ Résoudre des problèmes de proportionnalité

→ fiche 12

■ Utiliser un tableau de proportionnalité

→ fiche 12

■ Calculer un pourcentage d'augmentation ou de réduction

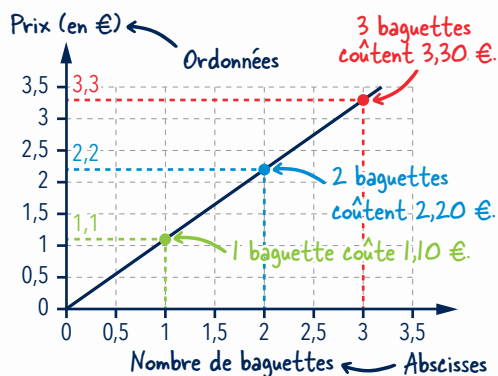
→ fiche 13

4.

2.

Quelle est la représentation d'une situation de proportionnalité ?

Une droite passant par l'origine



POINTS CLÉS

Quelles formules utiliser pour calculer une augmentation ou une réduction de pourcentage ?

Augmentation

valeur après =

$$\left(1 + \frac{p}{100}\right) \times \text{valeur avant}$$

coefficient d'augmentation

Réduction

valeur après =

$$\left(1 - \frac{p}{100}\right) \times \text{valeur avant}$$

coefficient de réduction

Les situations de proportionnalité



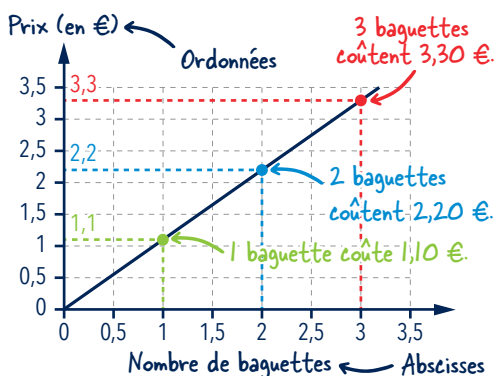
1 Reconnaître une situation de proportionnalité

● Deux grandeurs sont **proportionnelles** si l'on peut passer de l'une à l'autre en multipliant par un même nombre : le **coefficient de proportionnalité**.

Nombre de baguettes	3	7	5
Prix (en €)	3,30	7,70	5,50

$\times 1,10$

● Une situation de **proportionnalité** est représentée par **une ligne droite passant par l'origine** (→ fiche 15).



2 Résoudre des problèmes de proportionnalité

Multiplier par le coefficient de proportionnalité

Nombre de baguettes	3	7
Prix (en €)	3,30	?

Si 3 baguettes coûtent 3,30 €, alors 7 baguettes coûtent $7 \times 1,10 = 7,70$ €.

Utiliser les « produits en croix » pour trouver la 4^e proportionnelle

Nombre de baguettes	3	7
Prix (en €)	3,30	?

$$3 \times ? = 7 \times 3,30$$

$$? = 7 \times 3,30 \div 3 = 7,70 \text{ €}$$

Passer à l'unité

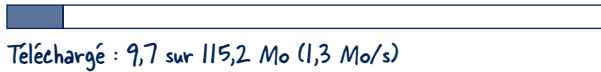
Nombre de baguettes	3	1	7
Prix (en €)	3,30	1,10	?

7 baguettes valent $7 \times 1,10 = 7,70$ €.

L'EXO TYPE BREVET

Utiliser un tableau de proportionnalité

On considère la fenêtre de téléchargement ci-dessous.



Si la vitesse de téléchargement reste constante, faudra-t-il plus d'une minute et vingt-cinq secondes pour que le téléchargement se termine ?



CONSEIL

Regroupe les données dans un tableau de proportionnalité.



Comment faire ?

Le nombre d'octets à télécharger est proportionnel à la durée :
1 Mo se télécharge en 1 seconde.

On peut regrouper les données dans un tableau :

Durée (en s)	1	?
Téléchargement (en Mo)	1,3	105,5

$\div 1,3$

Il reste $115,2 - 9,7 = 105,5$ Mo à télécharger.

Pour que le téléchargement se termine, il faudra $105,5 \div 1,3 \approx 81$ s.

Or, $1 \text{ min } 25 \text{ s} = 60 \text{ s} + 25 \text{ s} = 85$ secondes, et $81 < 85$.

Il faudra donc **moins d'une minute et vingt-cinq secondes** pour que le téléchargement se termine.

QUESTIONS FLASH

Un robinet fuit à raison de 1,6 L par heure.

- 1 - Quelle quantité d'eau aura fui en 3 h 30 min ?
- 2 - En combien de temps 4,8 L d'eau se seront-ils écoulés ?

Corrigés page 120



1 Qu'est-ce qu'un pourcentage ?

- Un **pourcentage** est une proportion exprimée par une fraction avec un **dénominateur de 100** (« pour cent »). Il est symbolisé par %.



→ 20 % de matière grasse signifie :
20 grammes de matière grasse
SUR
100 grammes de fromage blanc

- Une **proportion** peut être notée de différentes façons :

$$20\% = \frac{20}{100} = \frac{1}{5} = 0,2$$

pourcentage fractions écriture décimale

2 Calculer une augmentation ou une réduction de pourcentage

Augmentation

$$\text{valeur après} = \left(1 + \frac{p}{100} \right) \times \text{valeur avant}$$

coefficient d'augmentation

Réduction

$$\text{valeur après} = \left(1 - \frac{p}{100} \right) \times \text{valeur avant}$$

coefficient de réduction

EXEMPLES

- Si un prix est **augmenté de 12 %**, il est multiplié par $1 + 0,12 = 1,12$.

$$\text{prix avant} \xrightarrow[\times 1,12]{+ 12\%} \text{prix après}$$

- Si un prix est **réduit de 12 %**, il est multiplié par $1 - 0,12 = 0,88$.

$$\text{prix avant} \xrightarrow[\times 0,88]{- 12\%} \text{prix après}$$

L'EXO TYPE BREVET

Calculer un pourcentage d'augmentation



- a. La température moyenne annuelle à Tours en 2009 était de 11,9 °C. En 2019, elle était de 13,1 °C. Le pourcentage d'augmentation de la température entre 2009 et 2019, arrondi à l'unité, est-il de 7 %, 10 % ou 13 % ? Justifie la réponse.
- b. Les températures en août et septembre 2019 étaient respectivement de 20,5 °C et 17,9 °C. Calcule le pourcentage de réduction entre ces deux températures (arrondi à l'unité). Quel est le coefficient de réduction (arrondi au centième) ?



CONSEIL

Pour répondre à la question a, calcule la différence de température entre 2009 et 2019.



Comment faire ?

- a. Pour calculer le pourcentage d'augmentation p de la température moyenne entre 2009 et 2019, on utilise la formule : $T_{2019} = \left(1 + \frac{p}{100}\right) \times T_{2009}$

$$p = \frac{T_{2019} - T_{2009}}{T_{2009}} \times 100 \quad \rightarrow \quad p = \frac{13,1 - 11,9}{11,9} \times 100$$

On isole p .

On remplace les grandeurs par leurs valeurs numériques.

Le pourcentage d'augmentation est donc de $\frac{1,2}{11,9} \times 100 \approx 10 \%$.

b. $p = \frac{T_{\text{août}} - T_{\text{septembre}}}{T_{\text{août}}} \times 100$

Le pourcentage de réduction est : $\frac{20,5 - 17,9}{20,5} \times 100 = \frac{2,6}{20,5} \times 100 \approx 13 \%$

Le coefficient de réduction est donc $1 - 0,13 = 0,87$.

QUESTIONS FLASH

- 1 - Une baguette de pain coûtait 0,92 € en 2021 et a augmenté de 25 % en 1 an. Combien coûtait-elle en 2022 ?
- 2 - Après une remise de 30 %, un pantalon soldé coûte 28 €. Quel était son prix avant les soldes ?



Le quiz

Proportionnalité



1 Situations de proportionnalité

.../4

Coche les situations de proportionnalité.

- a. ☐ « Marie est deux fois plus âgée que sa sœur Julie qui a 6 ans. Quel sera l'âge de Marie quand Julie aura 12 ans ? »
- b. ☐ « 3 m de ruban coûtent 4,50 €. Combien coûtent 2 m du même ruban ? »
- c. ☐ « Un randonneur au rythme régulier a parcouru 12 km en 2 heures. Combien avait-il parcouru au bout de 1 h 30 de marche ? »
- d. ☐ « Inès a révisé 1 h 30 pour son évaluation de math et a eu 9 sur 20. Quelle sera sa note à la prochaine évaluation si elle révisé 3 heures ? »

2 Représentation d'une situation de proportionnalité

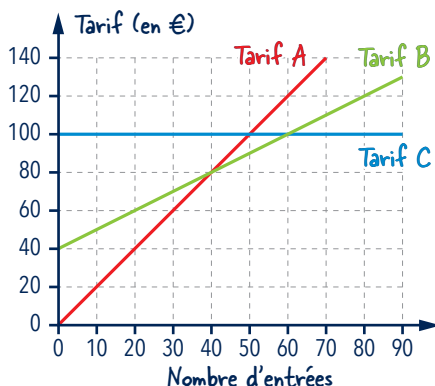
.../3

On a représenté ci-contre trois tarifs de piscine :

- tarif A : 2 € l'entrée ;
- tarif B : 40 € + 1 € l'entrée ;
- tarif C : 100 € l'année.

Coche l'affirmation vraie.

- a. ☐ Seul le tarif A est une situation de proportionnalité.
- b. ☐ Les tarifs A et B sont des situations de proportionnalité.
- c. ☐ Les tarifs A, B et C sont des situations de proportionnalité.



3 Proportionnalité

.../3

Un robinet fuit à raison d'une goutte par seconde.

En moyenne, 20 gouttes d'eau occupent un volume d'un millilitre (1 mL).

Voici le tableau de proportionnalité correspondant à cette situation :

Nombre de gouttes	20	40	?	360
Volume d'eau (en mL)	1	2	10	?

- a. Dans 10 mL d'eau, le nombre de gouttes est : ☐ 29 ☐ 48 ☐ 200
b. Le volume de 360 gouttes d'eau est de : ☐ 18 mL ☐ 322 mL ☐ 720 mL
c. Dans 1 L d'eau, il y a plus de 10 000 gouttes : ☐ vrai ☐ faux

4 Pourcentage

.../3

Calcule les pourcentages demandés.

- a. Une urne contient 20 boules rouges et 80 boules noires.
Quel est le pourcentage de boules rouges ?
☐ 4 % ☐ 20 % ☐ 25 %
- b. Sur 600 élèves dans un collège, il y a 180 élèves de 3^e.
Quel pourcentage d'élèves du collège sont en 3^e ?
☐ 20 % ☐ 30 % ☐ 90 %
- c. À quel pourcentage d'augmentation correspondent deux augmentations successives de 10 % ?
☐ 20 % ☐ 21 % ☐ 100 %

5 Pourcentage d'augmentation ou de réduction

.../2

Calcule le prix demandé.

- a. Quel sera le prix d'un pantalon à 30 € après une réduction de 10 % ?
☐ 20 € ☐ 27 € ☐ 33 €
- b. Quel était le prix initial d'un pull à 21 € après une augmentation de 5 % ?
☐ 16 € ☐ 20 € ☐ 22,05 €



Regarde les corrigés p. 120
puis calcule ton score ... /15

Le Sujet en vidéo

Résoudre un problème de pourcentage

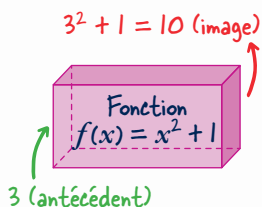


hatier-clic.fr/25mat305

FONCTIONS

Qu'est-ce qu'une fonction ?

Un **procédé de calcul** qui transforme un nombre (l'**antécédent**) en un autre (l'**image**)



1.

LES 4

Ce que tu dois savoir faire le jour du brevet

- Déterminer une image ou un antécédent
→ fiche 14
- Utiliser une représentation graphique
→ fiche 15
- Utiliser les fonctions pour résoudre un problème
→ fiche 16

4.

2.

Qu'est-ce qu'une fonction linéaire ?

-30%

$$f: x \mapsto ax \quad \text{ou} \quad f(x) = ax$$

coefficient
de proportionnalité

Représentation graphique : une droite
qui passe par l'origine du repère

POINTS CLÉS

Qu'est-ce qu'une fonction affine ?

$$f: x \mapsto ax + b \quad \text{ou} \quad f(x) = ax + b$$

Représentation graphique : une droite
qui passe par le point de coordonnées $(0 ; b)$
et dont le coefficient directeur est a

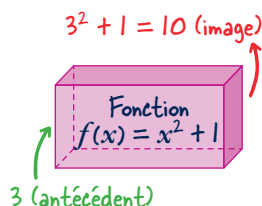
3.

1 Qu'est-ce qu'une fonction ?

● Une fonction (nommée f) est un **procédé** qui transforme un **nombre** (l'**antécédent**) en un autre (l'**image**).
On note $f(x)$ l'image de l'antécédent x par f .

$$f(3) = 10$$

antécédent $\nearrow$ $\nwarrow$ image



2 Déterminer une image ou un antécédent

● Par le calcul :

L'**image** se calcule avec la formule de la fonction.

EXEMPLE $f(x) = \frac{x}{2} - 1$

L'**image** de 4 par f est :

$$f(4) = \frac{4}{2} - 1 \rightarrow f(4) = 1$$

L'**antécédent** se calcule en résolvant une équation.

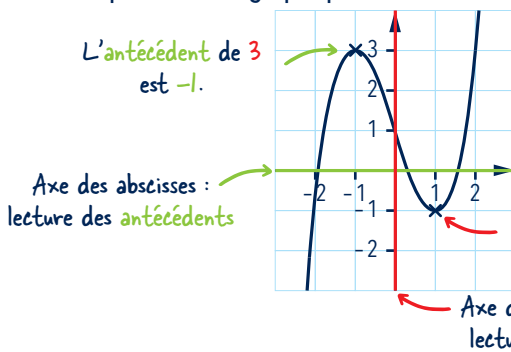
EXEMPLE $f(x) = \frac{x}{2} - 1$

L'**antécédent** de 4 est la solution de :

$$\frac{x}{2} - 1 = 4 \rightarrow \frac{x}{2} = 4 + 1 \rightarrow x = 10$$

● Graphiquement :

Voici la représentation graphique d'une fonction f :



💡 MÉMO

L'axe des **abscisses** est l'axe où on lit les **antécédents** (les 2 mots commencent par a).

L'**image** de 1 par f est -1.

L'EXO TYPE BREVET

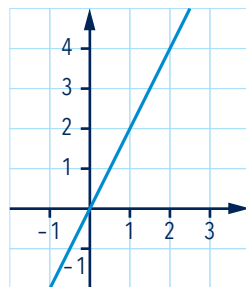
Déterminer une image, un antécédent
par le calcul ou graphiquement

- a. Soit f la fonction définie par $f(x) = 3x - 7$.

- Quelle est l'image de 3 par f ?
- Quel est l'antécédent de -7 par f ?

- b. On considère la représentation graphique de la fonction g ci-contre.

- Quel est l'antécédent de 2 par la fonction g ?
- Quelle est l'image de 2 par la fonction g ?



CONSEIL

Pour la question a, résous une équation pour trouver l'antécédent.



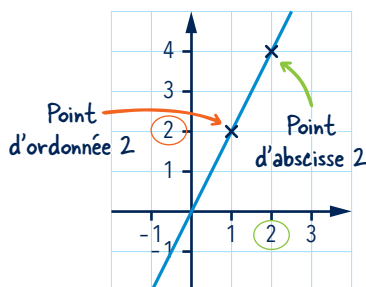
Comment faire ?

- a. ■ Pour trouver l'image de 3 par f , on utilise la formule de la fonction f :
 $f(3) = 3 \times 3 - 7 = 9 - 7 = 2$

- Pour trouver l'antécédent de -7 , on résout l'équation $3x - 7 = -7$
soit $3x = 0$ donc $x = 0$.

- b. ■ On lit l'abscisse du point d'ordonnée 2 appartenant à la représentation graphique de g .
L'antécédent de 2 par g est 1.

- On lit l'ordonnée du point d'abscisse 2 appartenant à la représentation graphique de g .
L'image de 2 par g est 4.



QUESTIONS FLASH

- 1 - $f(x) = x^2 - 3$. Quelle est l'image par f de (-1) ?
- 2 - $g(x) = -4x + 8$. Quel est l'antécédent par g de 12?

Corrigés page 121



1 Qu'est-ce qu'une fonction linéaire ?

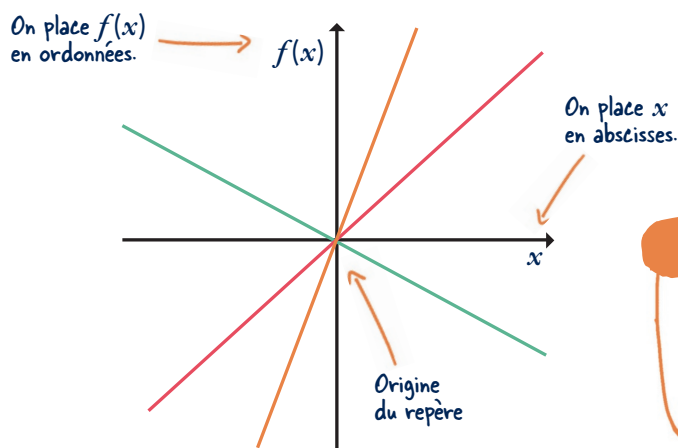
- Soit a un nombre réel donné. La fonction f qui, au nombre x , fait correspondre le nombre ax est appelée **fonction linéaire**.
- Une fonction linéaire reflète une situation de proportionnalité.
On la note :

$$f: x \mapsto ax \quad \text{ou} \quad f(x) = ax$$

coefficient de proportionnalité

2 Comment la représenter graphiquement ?

- La représentation graphique d'une fonction linéaire $f: x \mapsto ax$ est une droite qui passe par l'origine du repère.



INFO +

Il suffit donc de connaître un point appartenant à la droite (autre que l'origine) pour la tracer.

- Le nombre a est appelé **le coefficient directeur** de la droite.

L'EXO TYPE BREVET

Utiliser la représentation graphique d'une fonction linéaire

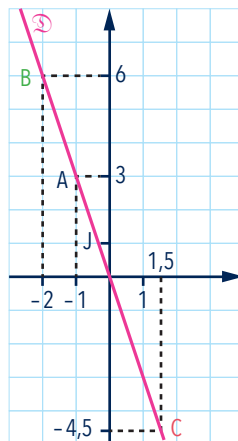
Soit un repère orthonormal où l'unité choisie est le centimètre.

- Représente graphiquement la fonction linéaire $g : x \mapsto -3x$.
- En utilisant cette représentation, détermine :
 - l'image par g du nombre -2 ;
 - le nombre qui a pour image le nombre $-4,5$.



Comment faire ?

- La fonction g est représentée par la droite $\mathcal{D}$ qui passe par l'origine O du repère et par le point $A(-1 ; 3)$.
- Sur la représentation graphique :
 - le point B , situé sur la droite $\mathcal{D}$ et d'abscisse -2 , a pour ordonnée $+6$;
Donc l'image de -2 par g est $+6$.
 - le point C , situé sur la droite $\mathcal{D}$ et d'ordonnée $-4,5$, a pour abscisse $+1,5$.
Donc $1,5$ a pour image $-4,5$ par g .



QUESTIONS FLASH

- La fonction $f : x \mapsto \sqrt{3}x$ est-elle une fonction linéaire ? Pourquoi ?
- Sur un repère, la représentation graphique d'une fonction linéaire passe toujours par un point : lequel ?

Corrigés page 121

1 Qu'est-ce qu'une fonction affine ?

● Soient a et b deux nombres réels donnés. La fonction f qui, au nombre x , fait correspondre le nombre $ax + b$ est appelée **fonction affine**. On la note :

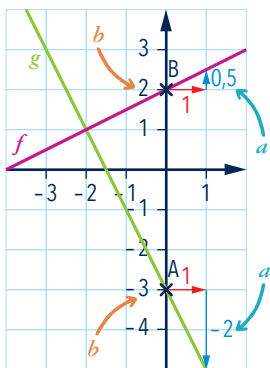
$$f: x \mapsto ax + b \quad \text{ou} \quad f(x) = ax + b$$

INFO +

Pour déterminer l'antécédent x d'un nombre n , il faut résoudre l'équation $ax + b = n$.

2 Comment la représenter graphiquement ?

- La représentation graphique d'une fonction affine $f: x \mapsto ax + b$ est une **droite** :
- qui passe par le point de coordonnées $(0; b)$; $\leftarrow b$ s'appelle l'ordonnée à l'origine.
 - dont le **coefficient directeur** est a .



$$f(x) = 0,5x + 2$$

La droite passe par le point $B(0; 2)$.
Son coefficient directeur est $0,5$.

$$g(x) = -2x - 3$$

La droite passe par le point $A(0; -3)$.
Son coefficient directeur est -2 .

INFO +

On peut aussi tracer la droite en calculant les coordonnées de deux points.

L'EXO TYPE BREVET

Utiliser les fonctions affines pour résoudre un problème

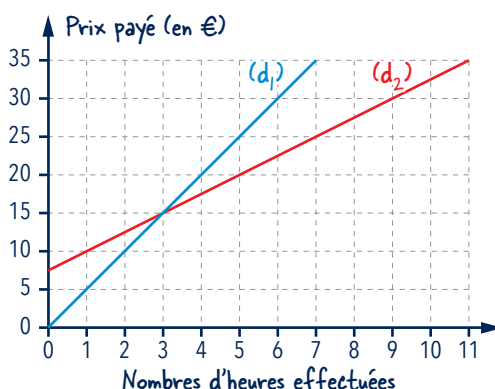
Le graphique ci-dessous représente les deux tarifs pratiqués dans une salle de sport, selon le nombre d'heures effectuées :



- (d_1) est la représentation graphique du tarif « liberté » ;
- (d_2) est celle du tarif « abonné ».

On appelle f et g les fonctions qui, au nombre d'heures effectuées, associent respectivement le prix payé en euros avec le tarif « liberté » (f) et le prix payé en euros avec le tarif « abonné » (g).

- a. Par lecture graphique, donne les expressions des fonctions f et g .
- b. Quel tarif est le plus avantageux pour une personne qui fait plus de 3 heures de sport ?



Comment faire ?

- a. ■ (d_1) est une droite passant par l'origine donc f est une fonction linéaire de la forme $f(x) = ax$. Par lecture graphique, on voit que (d_1) passe par le point $(1 ; 5)$, soit $5 = 1 \times a$. Donc $a = 5$ et $f(x) = 5x$.
■ (d_2) est une droite passant par le point $(0 ; 7,5)$ donc g est une fonction affine de la forme $g(x) = ax + b$.
Par lecture graphique, on voit que (d_2) passe par le point $(1 ; 10)$.
Or $b = 7,5$ donc $10 = 1 \times a + 7,5$. Donc $a = 2,5$ et $g(x) = 2,5x + 7,5$.
- b. On compare la position des droites : à partir de 3 heures, (d_2) est en dessous de (d_1) . Le tarif « abonné » est donc plus avantageux à partir de 3 heures effectuées.

QUESTIONS FLASH

- 1 - Quelle est l'image de -1 par $f: x \mapsto -2x + 5$?
- 2 - Quel est l'antécédent de 4 par $f: x \mapsto x - 2$?



1 Écrire les formules de base

● Dans un tableur, les **formules** te permettent de faire faire des calculs au logiciel. Chaque formule **commence par le signe =**.

Le produit

× s'écrit *

EXEMPLE

4×2 s'écrit $=4*2$

Le quotient

÷ s'écrit /

EXEMPLE

$\frac{11}{3}$ s'écrit $=11/3$

La puissance

s'écrit avec le symbole ^

EXEMPLE

5^2 s'écrit $=5^2$

La somme d'une série de cellules

s'écrit $=\text{SOMME}(\text{liste des cellules})$

EXEMPLE $=\text{SOMME}(A1;A2;A3;A4)$

La moyenne d'une série de cellules

s'écrit $=\text{MOYENNE}(\text{liste des cellules})$

EXEMPLE $=\text{MOYENNE}(A1;A2;A3;A4)$

INFO +

Pour écrire un intervalle de cellules consécutives, on peut utiliser une autre notation : $=\text{SOMME}(A1;A2;A3;A4)$ peut aussi s'écrire $=\text{SOMME}(A1:A4)$.

2 Entrer et faire glisser une formule

● Clique sur la cellule souhaitée, puis saisis ta formule au clavier.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	1	2	3	4	$=\text{SOMME}(A1;B1;C1;D1)$			

Sélectionne d'autres cellules à employer dans le calcul en cliquant sur elles.

	A	B	C	D	E
1	1	2	3	4	10
2	5	6	7	8	

À partir du petit carré en bas à droite de la cellule E1, on glisse vers E2 : le calcul s'applique maintenant à la ligne 2.

	A	B	C	D	E
1	1	2	3	4	10
2	5	6	7	8	26

La somme des cellules A2 à D2 se calcule automatiquement : $5 + 6 + 7 + 8 = 26$

L'EXO TYPE BREVET

Entrer et faire glisser une formule dans un tableur

Dans une entreprise, lors d'une visite médicale, un médecin calcule l'indice de masse corporelle (IMC) des employés en utilisant la formule suivante : $\frac{\text{Masse}}{\text{Taille}^2}$

Il a calculé l'IMC de six employés à l'aide d'une feuille de tableur dont voici un extrait :

	A	B	C	D	E	F	G
1	Taille (en m)	1,69	1,72	1,75	1,78	1,86	1,88
2	Masse (en kg)	72	85	74	70	115	85
3	IMC (*)	25,2	28,7	24,2	22,1	33,2	24,0
4	(*) valeur approchée au dixième						

Quelle formule a-t-on écrite dans la cellule B3, puis recopiée à droite, pour calculer l'IMC ?



CONSEIL

Chez toi, teste ta formule dans un tableur : saisis-la, puis fais-la glisser vers la droite pour vérifier qu'elle est correcte.



Comment faire ?

Pour calculer l'IMC, on emploie la formule $\frac{\text{Masse}}{\text{Taille}^2}$ pour la colonne B.

On cherche la cellule qui contient la valeur masse : c'est la cellule B2.

On repère la cellule qui contient la valeur taille : c'est la cellule B1. Il faudra mettre cette valeur au carré. Il y a deux formules possibles à écrire dans B3 :

$$=B2/B1^2$$

taille diviser masse²

ou

$$=B2/(B1*B1)$$

taille diviser masse x masse

car calculer une masse au carré revient à la multiplier par elle-même.

QUESTIONS FLASH

- 1 - Quelle formule permet de calculer le carré de la cellule A1 ?
- 2 - Laquelle de ces formules permet de calculer l'inverse de la somme d'un nombre et de 1 : $=1/A1+1$ ou $=1/(A1+1)$?

Corrigés page 121



Le quiz

Fonctions



1. Antécédents, images (par le calcul)

.../2

a. $f(x) = 2x^2 - 1$. L'image de -1 par la fonction f est :

- ☐ -3 ☐ 1

b. $g(x) = -5x + 3$. L'antécédent de -2 par la fonction g est :

- ☐ 1 ☐ 13

2. Antécédents, images (graphiquement)

.../3

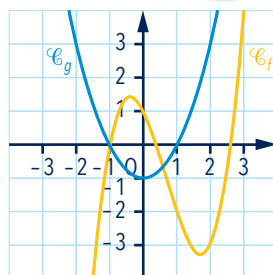
$\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_g$ sont les courbes représentatives respectives de deux fonctions f et g .

a. L'image de 1 par f est : ☐ -2 ☐ 0

b. L'image de 1 par g est : ☐ 0 ☐ 1

c. Le nombre d'antécédents de 3 par g est :

- ☐ 1 ☐ 2



3. Fonction linéaire (1)

.../3

g est une fonction linéaire. Sa courbe représentative $\mathcal{C}_g$ passe par le point $M(2; -4)$.

Pour chaque affirmation, coche la case qui convient.

a. $g(x) = 2 - 4x$

☐ vrai

☐ faux

b. Le coefficient directeur de $\mathcal{C}_g$ est -2 .

☐ vrai

☐ faux

c. L'antécédent de 2 par la fonction g est -4 .

☐ vrai

☐ faux

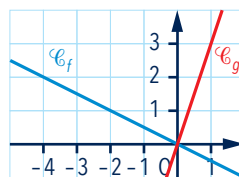
4. Fonction linéaire (2)

.../2

$\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_g$ sont les courbes représentatives respectives de deux fonctions linéaires f et g .

a. Le coefficient directeur de $\mathcal{C}_f$ est : ☐ -2 ☐ $-0,5$

b. L'image de 3 par g est : ☐ 1 ☐ 9



5 Fonction affine (1)

.../3

On donne $f(x) = 3x - 2$.

Relie chaque antécédent (à gauche) à son image (à droite) par f .

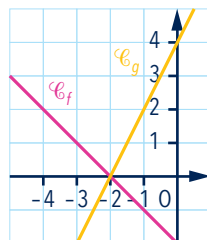
- a. 0 • • 4
- b. -3 • • -2
- c. 2 • • -11

6 Fonction affine (2)

.../3

$\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_g$ sont les courbes représentatives de deux fonctions affines f et g .

- a. L'image de -1 par g est : ☐ -1 ☐ 2
- b. L'antécédent de -1 par f est : ☐ -1 ☐ 2
- c. Le nombre dont l'image est 1 par f et -2 par g est :
☐ -3 ☐ 0



7 Tableur

.../3

Dans chaque cas, coche la réponse correcte.

- a. « =A1+A2 » est : ☐ une formule ☐ une cellule
- b. « =SOMME(B1:B3) » calcule : ☐ B1 + B3 ☐ B1 + B2 + B3
- c. « =1+1/C1 » calcule :
☐ 2/C1 ☐ la somme de 1 et de l'inverse de C1



Regarde les corrigés p. 121

puis calcule ton score ... /19

Le Sujet en vidéo

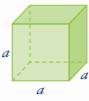
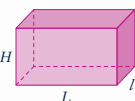
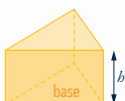
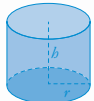
Résoudre un problème
avec des fonctions linéaires et affines



hatier-clic.fr/25mat306

GRANDEURS ET MESURES

Quelles sont les formules de volume à retenir ?

Cube et pavé droit		Prisme droit et cylindre	
			
$V = a \times a \times a$	$V = L \times l \times H$	$V = \text{aire base} \times b$	$V = \pi \times r^2 \times b$

1.

LES 4

Ce que tu dois savoir faire le jour du brevet

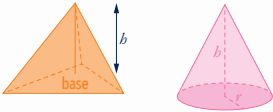
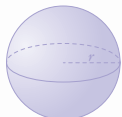
- Résoudre un problème de volumes
→ fiche 18
- Résoudre un problème de grandeur produit ou de grandeur quotient
→ fiche 19

4.

2.

Quelles sont les autres formules de volume à retenir ?

-30%

Pyramide et cône		Sphère
		
$V = \frac{\text{aire base} \times b}{3}$		$V = \frac{4 \times \pi \times r^3}{3}$

POINTS CLÉS

Qu'est-ce qu'une grandeur produit ou une grandeur quotient ?

3.

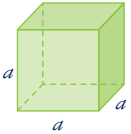
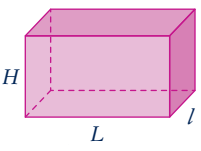
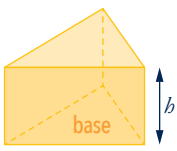
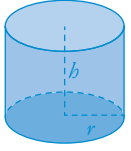
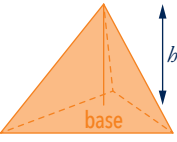
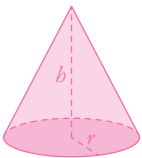
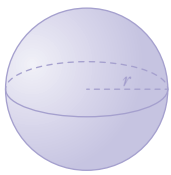
■ **Grandeur produit** : produit de plusieurs grandeurs

Exemple : aire ou énergie

■ **Grandeur quotient** : quotient de plusieurs grandeurs

Exemple : vitesse ou masse volumique

1 Les formules de volume à retenir

Cube et pavé droit		Prisme droit et cylindre	
			
$V = a \times a \times a$	$V = L \times l \times H$	$V = \text{aire base} \times b$	$V = \pi \times r^2 \times b$
Pyramide et cône		Sphère	
			
$V = \frac{(\text{aire base} \times b)}{3}$	$V = \frac{\pi \times r^2 \times b}{3}$	$V = \frac{4 \times \pi \times r^3}{3}$	

2 Comment convertir des volumes ?

m ³			dm ³			cm ³		
			hL	daL	L	dL	cL	mL
		0	0	0	1	0	8	0

$$1\,080\text{ cm}^3 = 1\,080\text{ mL}$$

$$1\,080\text{ cm}^3 = 1,08\text{ dm}^3 = 1,08\text{ L}$$

$$1\,080\text{ cm}^3 = 0,00108\text{ m}^3 = 0,108\text{ daL}$$



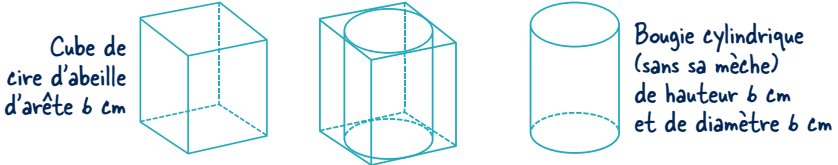
CONSEIL

N'oublie pas d'ajouter une **virgule** ou des **zéros** quand cela est nécessaire.

L'EXO TYPE BREVET

Résoudre un problème de volumes

On découpe des cubes de cire d'abeille afin d'obtenir des cylindres de hauteur 6 cm et de diamètre 6 cm avec lesquels on fera des bougies en installant une mèche.



- Montre que le volume d'une bougie est d'environ 170 cm^3 .
- Après avoir découpé les cubes, on réutilise la cire perdue pour former d'autres cubes de cire d'arête 6 cm. Combien de cubes doit-on découper au départ pour pouvoir reconstituer, avec la cire perdue, un cube de cire d'abeille d'arête 6 cm ?



Comment faire ?

- La bougie est un cylindre de rayon 3 cm et de hauteur 6 cm.
Son volume est : $V = \pi \times 3^2 \times 6 = 54\pi \approx 170 \text{ cm}^3$



CONSEIL

Pour répondre au **b**, calcule d'abord le volume de cire perdue lors de la fabrication d'une bougie : c'est la différence entre le volume du cube et le volume du cylindre.

- Le volume perdu pour la fabrication d'une bougie est :

$$6 \times 6 \times 6 - 170 = 216 - 170 = 46 \text{ cm}^3$$

volume du cube volume du cylindre

$216 \div 46 \approx 4,7$. Donc, pour reconstituer un cube de cire, il faudra découper **5 cubes** (valeur approchée par excès à l'unité).

QUESTIONS FLASH

- Quel est le volume, en cm^3 , d'un empilement de 4 cubes identiques d'arête 2 cm ?
- Convertis 250 cm^3 en cL, puis en L.

Corrigés page 122

Les grandeurs produits et les grandeurs quotients

1 Qu'est-ce qu'une grandeur produit ?

- Une grandeur produit est le **produit** de plusieurs grandeurs.

EXEMPLES

Aire du rectangle
= longueur $\times$ largeur



$$\text{Aire} = 7 \text{ cm} \times 3 \text{ cm} \\ = 21 \text{ cm}^2$$

Énergie = puissance $\times$ temps



Puissance d'un radiateur : 538 W
Durée de fonctionnement : 2 heures

$$\text{Énergie consommée} = 538 \text{ W} \times 2 \text{ h} \\ = 1\,076 \text{ Wh}$$

↑
watts-heures

2 Qu'est-ce qu'une grandeur quotient ?

- Une grandeur quotient est le **quotient** de plusieurs grandeurs.

EXEMPLES

$$\text{Vitesse} = \frac{\text{distance}}{\text{temps}}$$



Distance : 100 km
Durée : 4 heures

$$\text{Vitesse} = \frac{100 \text{ km}}{4 \text{ h}} = 25 \text{ km/h}$$

$$\text{Densité de population} = \frac{\text{nombre d'habitants}}{\text{superficie}}$$



En 2022 :
Nombre d'habitants : 67,8 millions
Superficie : 551 600 km²

$$\text{Densité} = \frac{67\,800\,000 \text{ hab}}{551\,600 \text{ km}^2} \approx 123 \text{ hab/km}^2$$

L'EXO TYPE BREVET

Utiliser la masse volumique pour calculer une masse

Robert tombe malade et son médecin lui prescrit comme traitement une boîte d'antibiotique, conditionné en comprimés de volume $1,626 \text{ cm}^3$ chacun.

Chaque comprimé a une masse volumique de $6,15 \times 10^{-4} \text{ g/mm}^3$.

La boîte contient 3 plaquettes de 6 comprimés.

Quelle masse d'antibiotique Robert a-t-il absorbée durant son traitement ?

Donne le résultat en grammes, arrondi à l'unité.



CONSEIL

La masse volumique du médicament est exprimée en g/mm^3 . Pense à faire les conversions nécessaires avant de passer à l'application numérique.



Comment faire ?

■ La masse volumique du comprimé est exprimée en g/mm^3 , et son volume, en cm^3 . On commence par convertir le volume d'un comprimé en mm^3 :

$$1,626 \text{ cm}^3 = 1\,626 \text{ mm}^3$$

■ La masse volumique est de $6,15 \times 10^{-4} \text{ g/mm}^3$.

$6,15 \times 10^{-4} \text{ g}$ de médicament occupent donc 1 mm^3 .

On peut utiliser un tableau de proportionnalité :

Masse (en g)	$6,15 \times 10^{-4}$	?
Volume (en mm^3)	1	1 626

$$\times 6,15 \times 10^{-4}$$

La masse d'un comprimé est $1\,626 \times 6,15 \times 10^{-4} \approx 1 \text{ g}$.

■ Dans la boîte, il y a $3 \times 6 = 18$ gélules. La masse d'antibiotique absorbée par Robert durant son traitement est donc $18 \times 1 = 18 \text{ g}$.

QUESTIONS FLASH

- 1 - La vitesse moyenne de Nathalie est de 6 km/h . Combien de kilomètres aura-t-elle parcourus en une heure et demie ?
- 2 - Un pavé droit de volume 120 cm^3 a pour largeur 8 cm et pour profondeur 5 cm . Quelle est sa hauteur ?

Corrigés page 122



Le quiz

Grandeurs et mesures

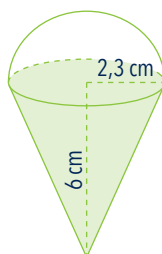


1 Volume d'un cornet de glace

Ce cornet de glace est composé d'un cône et d'une demi-sphère.

Son volume arrondi au cm^3 est :

- a. ☐ 100 cm^3 b. ☐ 84 cm^3 c. ☐ 59 cm^3



.../3

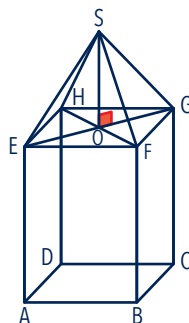
2 Volume d'un pigeonnier

La figure ci-contre représente un pigeonnier constitué d'un pavé droit surmonté d'une pyramide à base carrée.

$AB = EF = 3 \text{ m}$; $AE = 4 \text{ m}$; $SO = 3 \text{ m}$.

Le volume du pigeonnier en m^3 est :

- a. ☐ 45 m^3
 b. ☐ $49,5 \text{ m}^3$
 c. ☐ 63 m^3



.../3

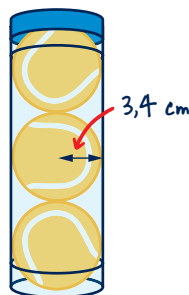
3 Volume de « vide »

Une boîte cylindrique contient 3 balles de tennis de rayon $3,4 \text{ cm}$.

On suppose que cette boîte a le même rayon que les balles qu'elle contient.

Le volume de « vide » dans la boîte, arrondi au cm^3 , est :

- a. ☐ 247 cm^3 b. ☐ 576 cm^3 c. ☐ 988 cm^3



.../3

4 Vitesse du son

La vitesse du son est d'environ 344 m/s .

Quelle est cette vitesse en km/h (arrondie à l'unité) ?

- a. ☐ 124 km/h b. ☐ 344 km/h c. ☐ $1\,238 \text{ km/h}$

.../3

5 Masse volumique du fer

.../3

La masse volumique du fer est de 7,9 g/mL.

Quelle est la masse d'un dm^3 de fer ?

- a. ☐ 79 g
- b. ☐ 790 g
- c. ☐ 7 900 g

6 Grandeurs produits et grandeurs quotients

.../4

- a. Un rectangle a une largeur de 4 cm et une longueur de 60 mm.
Quelle est son aire en dm^2 ?

☐ 24 dm^2 ☐ 0,24 dm^2 ☐ 240 dm^2

- b. Quelle est la consommation en Wh d'une lampe de 60 W
fonctionnant pendant 7,5 h ?

☐ 0,125 Wh ☐ 8 Wh ☐ 450 Wh

- c. Un jaguar parcourt 650 m en 1 min. Quelle est sa vitesse en km/h ?

☐ 39 km/h ☐ 65 km/h ☐ 650 m/min

- d. Quelle est la densité de population de la ville de Marseille sachant
qu'il y a 873 000 habitants sur une surface de 240 km^2 ?

☐ 36 hab/km^2 ☐ 364 hab/km^2 ☐ 3 638 hab/km^2



Regarde les corrigés p. 122
puis calcule ton score ... /19

Les sujets en vidéo



- Résoudre un problème d'aire et de volume



hatier-clic.fr/25mat307



hatier-clic.fr/25mat308

- Résoudre un problème de vitesse

TRANSFORMATIONS



Qu'est-ce qu'un agrandissement ou une réduction ?

- Lors d'un agrandissement ou d'une réduction, les longueurs sont multipliées par un **coefficient k** .
- Les aires et les volumes sont aussi modifiés.

Longueurs : $\times k$

Aires : $\times k^2$

Volumes : $\times k^3$

1.

LES 4

Ce que tu dois savoir faire le jour du brevet

- Trouver une longueur, une aire ou un volume agrandis/réduits
→ fiche 20
- Retrouver des images par une translation ou une rotation
→ fiche 21
- Reconnaître, définir et utiliser une homothétie
→ fiche 22



4.

2.

Qu'est-ce qu'une translation ou une rotation ?

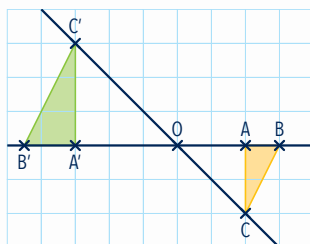
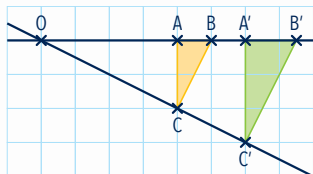
-30%

- Appliquer une **translation** à une figure, c'est la faire glisser sans pivoter selon une direction, un sens et une longueur.
- Appliquer une **rotation** à une figure, c'est la faire tourner selon un centre, un angle et un sens de rotation.

POINTS CLÉS

Qu'est-ce qu'une homothétie ?

- Appliquer une **homothétie de rapport positif** à une figure, c'est la faire glisser sans pivoter en l'agrandissant ou en la réduisant.
- Appliquer une **homothétie de rapport négatif** à une figure, c'est la retourner sans pivoter en l'agrandissant ou en la réduisant.



3.

Les agrandissements et les réductions

1 Le coefficient d'agrandissement ou de réduction

● Une forme peut être **agrandie** ou **réduite**. Pour cela, on multiplie ses longueurs par un nombre : le **coefficient d'agrandissement ou de réduction**.

EXEMPLES

● Le coefficient d'agrandissement est 3 : les longueurs sont multipliées par 3 pour passer du petit personnage au grand personnage.

● Le coefficient de réduction est $\frac{1}{3}$:

les longueurs sont multipliées par $\frac{1}{3}$.

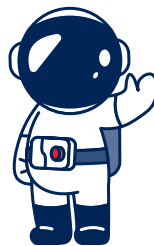
● Pour calculer ce coefficient, on utilise la formule :

$$\text{coefficient} = \frac{\text{longueur après}}{\text{longueur avant}}$$

agrandissement
 $\times 3$



réduction
 $\times \frac{1}{3}$



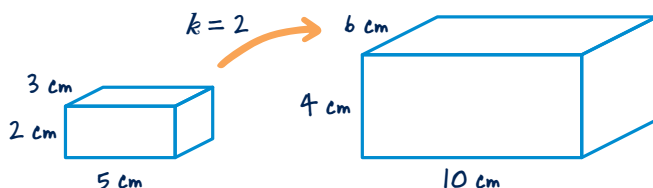
INFO +

Le coefficient d'un agrandissement est supérieur à 1, celui d'une réduction est inférieur à 1.

2 Agrandir ou réduire une aire ou un volume

● Lors d'un agrandissement ou d'une réduction, les longueurs sont **multipliées** par un coefficient, que l'on note ici k . Les aires et les volumes sont aussi modifiés de la façon suivante :

Longueurs : $\times k$
Aires : $\times k^2$
Volumes : $\times k^3$



Aire face avant : $10 \text{ cm}^2 \rightarrow 10 \text{ cm}^2 \times 2^2 = 40 \text{ cm}^2$

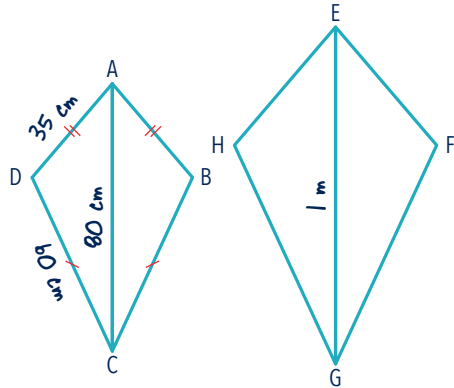
Volume pavé : $30 \text{ cm}^3 \rightarrow 30 \text{ cm}^3 \times 2^3 = 240 \text{ cm}^3$

L'EXO TYPE BREVET

Trouver des longueurs et une aire agrandies

Le cerf-volant EFGH est un agrandissement du cerf-volant ABCD.

- Quel est le coefficient d'agrandissement ?
- Calcule GH et EF.
- L'aire du quadrilatère ABCD est égale à $1\,950\text{ cm}^2$. Calcule l'aire de EFGH en cm^2 . (Arrondis à l'unité près.)



Comment faire ?

- Le coefficient d'agrandissement est

$$k = \frac{EG}{AC} = \frac{100\text{ cm}}{80\text{ cm}} = 1,25.$$

- GH et EF sont les agrandissements respectifs de CD et AB, et on sait que $AB = AD$.

$$GH = CD \times k = 60 \times 1,25 = 75\text{ cm}$$

$$EF = AB \times k = 35 \times 1,25 = 43,75\text{ cm}$$

- Pour calculer l'aire d'une figure agrandie, on multiplie l'aire de la figure de départ par le coefficient d'agrandissement au carré :

$$\text{Aire de EFGH} = \text{Aire de ABCD} \times k^2 = 1\,950 \times 1,25^2 = 3\,046,875\text{ cm}^2$$

L'aire de EFGH est d'environ $3\,047\text{ cm}^2$.



CONSEIL

Pense à convertir la longueur de la diagonale de EFGH en cm.

QUESTIONS FLASH

- Vrai ou faux ? Quand on multiplie les longueurs d'un cube par 3, son volume est multiplié par 27.
- Si on multiplie par 0,1 les dimensions d'un rectangle, son aire est-elle multipliée par 0,01, par 0,1 ou par 0,2 ?

Corrigés page 122

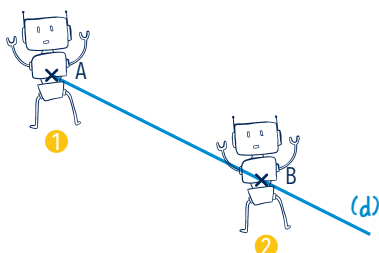


1 Qu'est-ce qu'une translation ?

● **Appliquer une translation** à une figure, c'est la faire **glisser sans pivoter** selon :

- une **direction** (dans l'exemple, celle de la droite (d)) ;
- un **sens** (ici, de A vers B) ;
- une **longueur** (ici, AB).

EXEMPLE



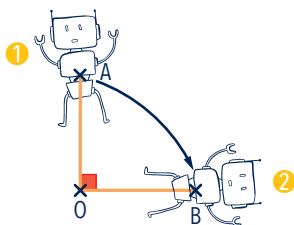
Le robot ② est l'image du robot ① par la translation qui transforme A en B.

2 Qu'est-ce qu'une rotation ?

● **Appliquer une rotation** à une figure, c'est la faire **tourner** selon :

- un **centre** (dans l'exemple, le point O) ;
- un **angle** (ici, $\widehat{AOB} = 90^\circ$) ;
- un **sens de rotation** (ici, horaire).

EXEMPLE



Le robot ② est l'image du robot ① par la rotation de centre O qui transforme A en B.

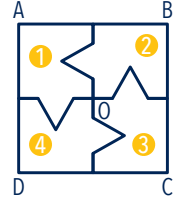
INFO +

Une rotation d'angle 180° est une symétrie centrale.

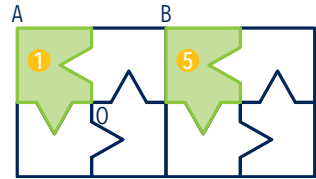
L'EXO TYPE BREVET

Retrouver les images par une translation ou une rotation

- a. On considère le carré ABCD de centre O ci-contre, partagé en 4 polygones superposables numérotés 1, 2, 3 et 4. Quelle est l'image du polygone 4 par la rotation de centre O qui transforme le polygone 1 en le polygone 2 ?



- b. Sur la figure ci-contre, quelle transformation partant du polygone 1 permet de passer au polygone 5 ?



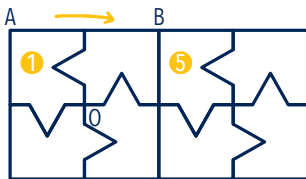
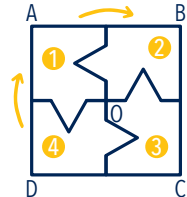
CONSEIL

Pour répondre à la question a, utilise un morceau de papier calque et fais tourner le polygone 4 autour du point O, en faisant attention au sens de rotation.



Comment faire ?

- a. La rotation de centre O et d'angle 90° dans le sens des aiguilles d'une montre transforme le polygone 1 en le polygone 2. L'image du polygone 4 par cette rotation est donc le polygone 1.
- b. Pour passer au polygone 5, le polygone 1 a été déplacé sans pivoter.

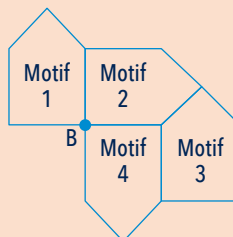


La transformation qui permet de passer du polygone 1 au polygone 5 est donc la **translation** qui transforme A en B.

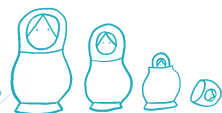


QUESTION FLASH

→ Sur la figure ci-contre, quelle est l'image du motif 2 par la rotation de centre B et d'angle 90° dans le sens anti-horaire ?



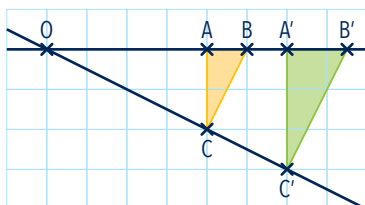
Corrigés page 122



1 Qu'est-ce qu'une homothétie de rapport positif ?

● Appliquer une homothétie de rapport positif à une figure, c'est la faire **glisser sans pivoter en l'agrandissant ou en la réduisant**.

EXEMPLE



De **ABC** vers **A'B'C'** :

- Centre O
- Rapport $\frac{OA'}{OA} = \frac{3}{2}$

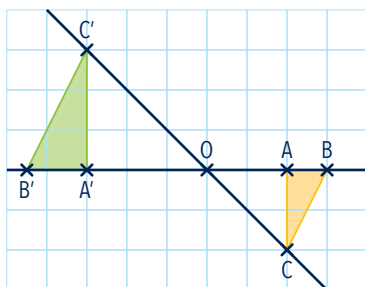
De **A'B'C'** vers **ABC** :

- Centre O
- Rapport $\frac{OA}{OA'} = \frac{2}{3}$

2 Qu'est-ce qu'une homothétie de rapport négatif ?

● Appliquer une homothétie de rapport négatif à une figure, c'est la **retourner sans pivoter en l'agrandissant ou en la réduisant**.

EXEMPLE



De **ABC** vers **A'B'C'** :

- Centre O
- Rapport $-\frac{OA'}{OA} = -\frac{3}{2}$

De **A'B'C'** vers **ABC** :

- Centre O
- Rapport $-\frac{OA}{OA'} = -\frac{2}{3}$

INFO +

Si le rapport est compris entre -1 et 1 , il s'agit d'une réduction.
S'il est inférieur à -1 ou supérieur à 1 , c'est un agrandissement.

L'EXO TYPE BREVET

Reconnaître, définir et utiliser une homothétie

La figure ci-contre a été réalisée à main levée.

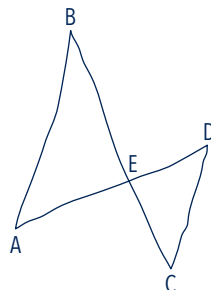
Les droites (AB) et (CD) sont parallèles.

Les droites (AD) et (BC) sont sécantes en E. On a :

■ $ED = 3,6$ cm ■ $CD = 6$ cm

■ $EB = 7,2$ cm ■ $AB = 9$ cm

■ $EC = 4,8$ cm



a. Précise les caractéristiques de la transformation qui transforme ABE en ECD.

b. Déduis-en la longueur AE.

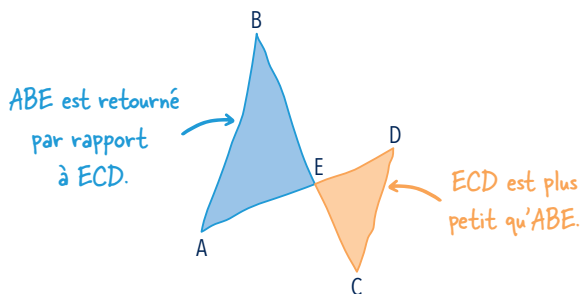
CONSEIL

Utilise les caractéristiques trouvées dans la question a pour trouver la longueur AE à partir de la longueur ED.



Comment faire ?

a. On observe que :



Donc :

■ il s'agit d'une homothétie de centre E ;

■ son rapport est **négatif** ;

■ il s'agit d'une **réduction** de rapport :

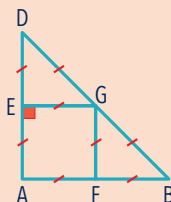
$$-\frac{EC}{EB} = -\frac{4,8}{7,2} = -\frac{2}{3}$$

b. Puisque le triangle EDC est l'image du triangle ABE par l'homothétie

de rapport $-\frac{2}{3}$, $\frac{EC}{EB} = \frac{ED}{AE}$ donc $\frac{2}{3} = \frac{3,6}{AE}$ donc $AE = \frac{3 \times 3,6}{2} = 5,4$ cm.

QUESTION FLASH

→ Par quelle transformation passe-t-on de DEG à DAB ?



Corrigés page 122



Le quiz

Transformations



1 Réduction d'un pavé droit

Un pavé droit a les dimensions suivantes :
largeur 10 cm ; longueur 20 cm et hauteur 5 cm.

Après une réduction de coefficient $\frac{1}{2}$, son volume sera :

a. ☐ 1 000 cm³

b. ☐ 500 cm³

c. ☐ 125 cm³

.../3

2 Agrandissement d'un cerf-volant

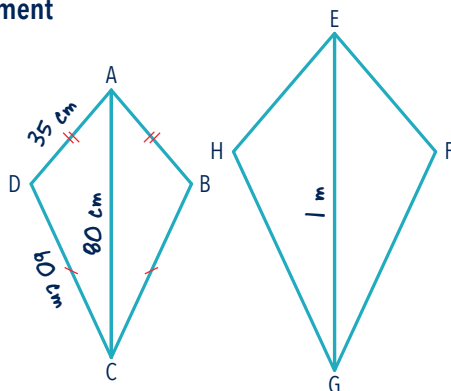
Le cerf-volant EFGH est un agrandissement
du cerf-volant ABCD.

Coche les affirmations vraies.

a. ☐ Le coefficient d'agrandissement
est 1,25.

b. ☐ GH = 80 cm

c. ☐ On obtient l'aire de EFGH en
multipliant celle de ABCD par 2,5.



.../3

3 Avant, après

On décide d'agrandir les dimensions d'une figure de telle sorte
que la longueur initiale 10 cm devienne 25 cm.

Dimensions initiales (en cm)	10	2,5	
Dimensions agrandies (en cm)	25		15

Pour compléter le tableau :

a. Quel nombre faut-il inscrire dans la case orange ?

☐ 1

☐ 6,25

☐ 17,5

b. Quel nombre faut-il inscrire dans la case verte ?

☐ 6

☐ 37,5

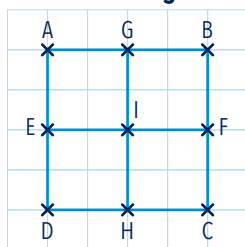
☐ 0

.../2

4 Quadrillage

.../3

Observe la figure ci-dessous puis complète les phrases.



- L'image du segment [AG] par la translation qui transforme E en H est
- L'image du segment [AG] par la rotation de centre G et d'angle 90° dans le sens anti-horaire est
- Le carré AGIE est l'image du carré ABCD par l'homothétie de centre et de rapport

5 Homothéties

.../3

Dans chaque cas, coche le rapport correct.

- Le triangle EHT est l'image de CHA par l'homothétie de centre H et de rapport :

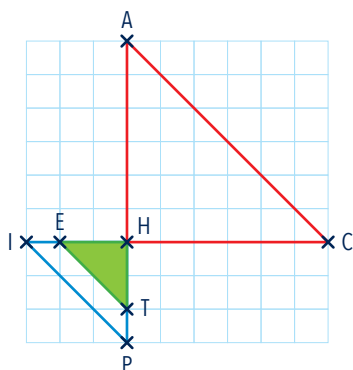
☐ 3 ☐ -3 ☐ $\frac{1}{3}$ ☐ $-\frac{1}{3}$

- Le triangle PHI est l'image de THE par l'homothétie de centre H et de rapport :

☐ $\frac{3}{2}$ ☐ $-\frac{3}{2}$ ☐ $\frac{2}{3}$ ☐ $-\frac{2}{3}$

- Le triangle HAC est l'image de HPI par l'homothétie de centre H et de rapport :

☐ 2 ☐ -2 ☐ $\frac{1}{2}$ ☐ $-\frac{1}{2}$



Regarde les corrigés p. 123
puis calcule ton score ... /14

Le Sujet en vidéo

Résoudre un problème sur les transformations



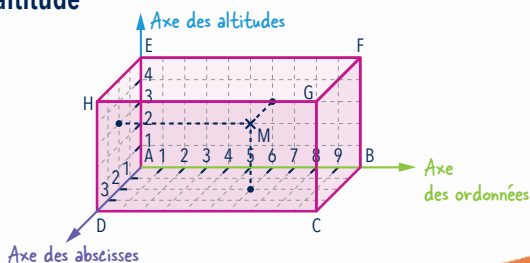
hatier-clic.fr/25mat309



GÉOMÉTRIE DANS L'ESPACE

Quelles coordonnées
pour repérer un point
dans un pavé droit ?

Trois coordonnées : son **abscisse**, son **ordonnée**
et son **altitude**



1.

LES 4

Ce que tu dois savoir faire
le jour du brevet

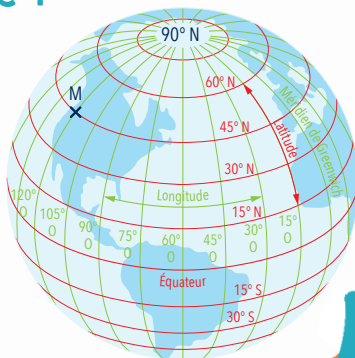
- Se repérer dans un pavé droit ou sur une sphère
→ fiche 23
- Déterminer les coordonnées géographiques
sur le planisphère
→ fiche 23
- Utiliser ses connaissances de géométrie
dans un solide sectionné
→ fiche 24

4.

2.

Quelles coordonnées pour repérer un point sur une sphère ?

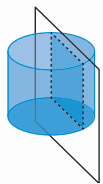
Deux coordonnées :
sa **longitude** et sa **latitude**
(en degrés)



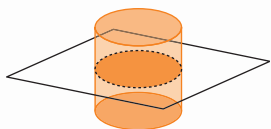
POINTS CLÉS

Qu'est-ce qu'une section de solide par un plan ?

- **Section plane** : figure en deux dimensions obtenue si on coupe un solide par un plan
- **Exemples** :



section rectangulaire



section circulaire

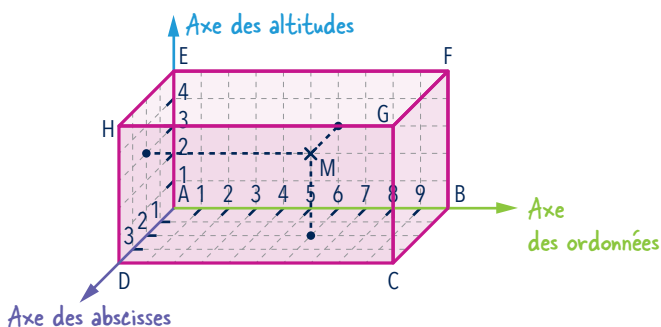
3.

Le repérage d'un point

1 Se repérer dans un pavé droit

On repère un point dans un pavé droit par trois **coordonnées** : son **abscisse**, son **ordonnée**, son **altitude**.

EXEMPLE



Le point M ci-contre est repéré par :

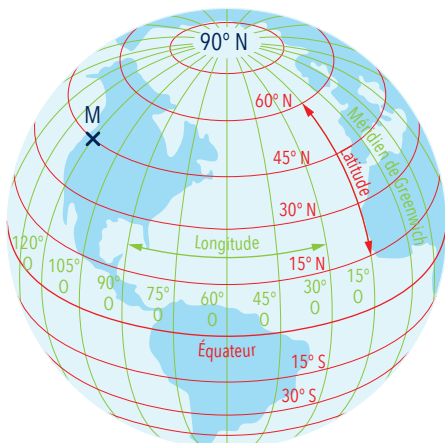
- son abscisse : 2
- son ordonnée : 6
- son altitude : 3

On note $M(2 ; 6 ; 3)$.

2 Se repérer sur une sphère

On repère un point sur une sphère par deux **coordonnées** : sa **longitude** et sa **latitude**, toutes deux exprimées en degrés.

EXEMPLE



Le point M ci-contre est repéré par ses deux coordonnées :

- sa longitude : 120° Ouest
- sa latitude : 45° Nord

On note $M(120^\circ \text{ O} ; 45^\circ \text{ N})$.



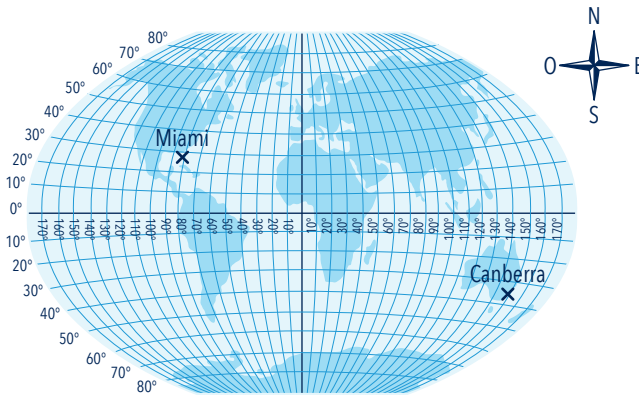
MÉMO

À la surface de la Terre, le méridien de Greenwich donne la longitude 0° et l'équateur donne la latitude 0°.

L'EXO TYPE BREVET

Déterminer les coordonnées géographiques sur le planisphère

Dans la journée du 21 juin 2021, l'ISS (International Space Station) est passée à la verticale de Canberra (Australie), puis à la verticale de Miami (États-Unis).



À l'aide du planisphère ci-dessus, avec la précision permise par le graphique, donne les coordonnées géographiques :

- a.** de Canberra ; **b.** de Miami.



CONSEIL

Respecte l'ordre (Longitude ; Latitude) et n'oublie pas de préciser la direction : Ouest ou Est pour la longitude, et Nord ou Sud pour la latitude.

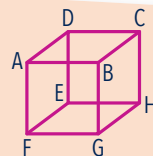


Comment faire ?

- a.** Sur l'axe Ouest-Est, à partir du méridien de Greenwich, on lit environ 150° E et sur l'axe Nord-Sud, à partir de l'équateur, on lit environ 35° S.
Les coordonnées géographiques de Canberra sont donc (150° E ; 35° S).
- b.** Sur l'axe Ouest-Est, on lit 80° O et sur l'axe Nord-Sud, on lit environ 27° N.
Les coordonnées géographiques de Miami sont donc (80° O ; 27° N).

QUESTIONS FLASH

- Comment appelle-t-on les trois directions permettant de repérer un point sur un pavé droit ?
- ABCDEFGH est un carré de côté 1. On se place dans le repère (E ; EF ; EH ; ED). Quelles sont les coordonnées des sommets A et C ?



Corrigés page 123

Les Sections de solides

par un plan

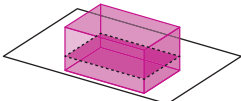
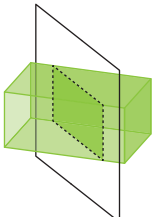
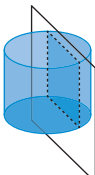


● Si on coupe un solide par un plan, on obtient une **section plane** (figure en deux dimensions).

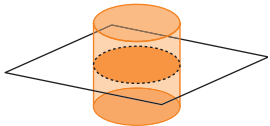
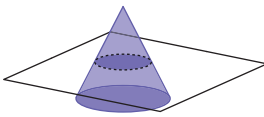
INFO +

Les sections des pyramides et des cônes sont des réductions de la base (→ p. 74).

1 Les sections rectangulaires

Pavé droit	
 Section parallèle à une face : rectangle (identique à la face)	 Section parallèle à une arête : rectangle
Cylindre	Pyramide
 Section perpendiculaire à la base : rectangle	 Section parallèle à la base : rectangle (même forme que la base)

2 Les sections circulaires

Cylindre	Cône
 Section parallèle à la base : cercle	 Section parallèle à la base : cercle
Sphère	
 Section passant par le centre de la sphère : grand cercle	 Section ne passant pas par le centre : cercle

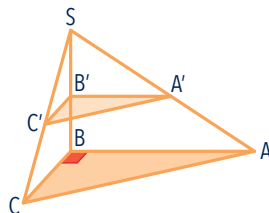
L'EXO TYPE BREVET

Utiliser ses connaissances de géométrie dans un solide sectionné

La pyramide $SABC$ est telle que :

- sa base est un triangle rectangle en B avec $AC = 5,2$ cm et $BC = 2$ cm ;
- la hauteur $[SB]$ de la pyramide mesure 3 cm.

On coupe cette pyramide par un plan parallèle à sa base pour obtenir une pyramide $SA'B'C'$ telle que $SB' = 1,5$ cm (la figure n'est pas en vraie grandeur).



- a. Quelle est la forme de la section $A'B'C'$?
- b. Quel est le coefficient de réduction qui permet de passer de la grande à la petite pyramide ?
- c. Utilise le coefficient de réduction trouvé dans la question b. pour calculer $A'C'$ et $B'C'$.



CONSEIL

Pour répondre à la question b, reprends la définition du coefficient de réduction (→ p. 50).



Comment faire ?

- a. $A'B'C'$ est une section parallèle à la base, elle a donc la même forme que celle-ci : $A'B'C'$ est un triangle rectangle en B' .
- b. Le coefficient de réduction est $\frac{\text{petite hauteur}}{\text{grande hauteur}} = \frac{SB'}{SB} = \frac{1,5}{3} = \frac{1}{2}$.
- c. $A'C' = \frac{1}{2} \times AC = \frac{5,2}{2} = 2,6$ cm et $B'C' = \frac{1}{2} \times BC = \frac{2}{2} = 1$ cm.



QUESTIONS FLASH

- 1 - Pour certains solides, les sections parallèles à leur base sont des carrés. Lesquels ?
- 2 - On coupe une orange sphérique en deux moitiés. Quelle est la section obtenue ?

Corrigés page 123



Le quiz

Géométrie dans l'espace



1 Repérage dans un pavé droit

.../3

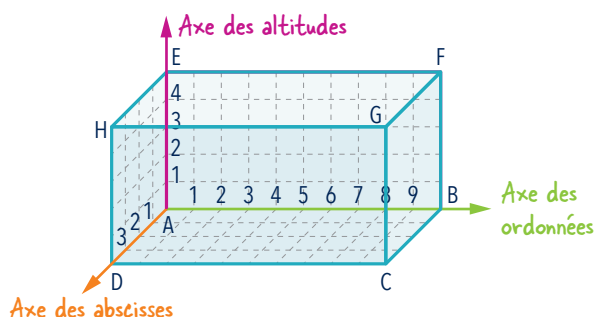
Le pavé ABCDEFGH est placé dans le repère (A ; AD ; AB ; AE).

Coche les affirmations vraies.

a. ☐ Le point B a pour coordonnées (10 ; 0 ; 0).

b. ☐ Le point H a pour coordonnées (4 ; 0 ; 5).

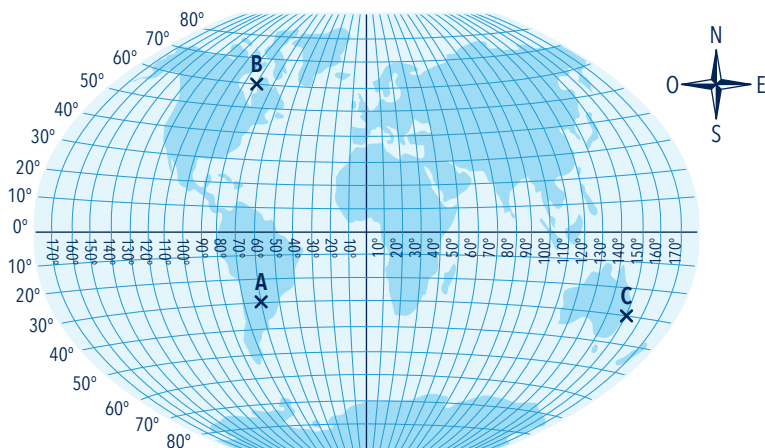
c. ☐ Le point de coordonnées (0 ; 4 ; 0) se trouve sur l'axe des ordonnées.



2 Repérage sur une sphère

.../3

Sur ce planisphère, A représente une ville d'Argentine, B une ville du Québec et C une ville d'Australie.



Quelles sont les coordonnées de ces 3 points ?

a. A (..... ;) b. B (..... ;) c. C (..... ;)

3 Section de solide et réduction

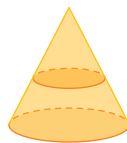
.../3

On a coupé un cône de hauteur 10 cm au milieu de sa hauteur.

On obtient un petit cône de hauteur 5 cm.

Coche les affirmations vraies.

- a. ☐ On obtient l'aire de la base du petit cône en divisant l'aire de la base du grand cône par 2.
- b. ☐ Le coefficient de réduction permettant de passer du grand cône au petit cône est 0,5.
- c. ☐ Si le diamètre du petit cône est 4 cm, alors celui du grand cône est 6 cm.

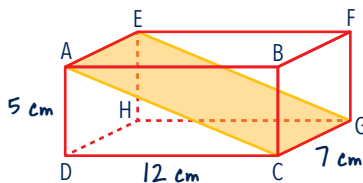


4 Section de pavé droit

.../2

Dans chaque cas, coche la réponse correcte.

- a. La section ci-contre est un : ☐ rectangle
☐ parallélogramme ☐ losange
- b. [AC] mesure :
☐ 13 cm ☐ 14 cm ☐ 17 cm



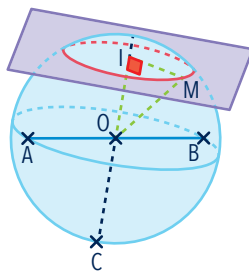
5 Section de sphère

.../4

La sphère ci-contre de centre O et de rayon 5 cm a été sectionnée.

La section est un cercle de centre I, avec $OI = 4$ cm. Complète.

- a. $OM = \dots\dots$ cm b. $AB = \dots\dots$ cm
c. $IC = \dots\dots$ cm d. $IM = \dots\dots$ cm



Regarde les corrigés p. 123

puis calcule ton score ... /15

Le Sujet en vidéo

Résoudre un problème de géométrie dans l'espace

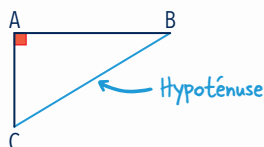


hatier-clic.fr/25mat310

THÉORÈMES DE PYTHAGORE ET DE THALÈS

Théorème de Pythagore

Théorème : dans un triangle rectangle, le carré de la longueur de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés.



longueur
de l'hypoténuse

$$BC^2 = AB^2 + AC^2.$$

1.

LES 4

Ce que tu dois savoir faire le jour du brevet

- Calculer une longueur à l'aide du théorème de Pythagore
→ fiche 25
- Déterminer si un triangle est rectangle à l'aide de la réciproque du théorème de Pythagore
→ fiche 26
- Calculer une longueur à l'aide du théorème de Thalès
→ fiche 27
- Déterminer si deux droites sont parallèles
→ fiche 28

4.

2.

Réciproque du théorème de Pythagore

-30%

Réciproque : si, dans un triangle, le carré de la longueur du plus grand côté est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés, alors :

- ce triangle est rectangle ;
- son hypoténuse est le plus grand côté.

POINTS CLÉS

Théorème de Thalès et réciproque

3.

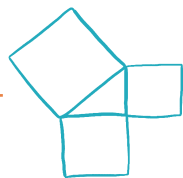
■ **Théorème** : soient (BM) et (CN) sécantes en A.

Selon le théorème de Thalès, si les droites (BC) et (MN) sont parallèles,

$$\text{alors } \frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}.$$

■ **Réciproque** : soient (BM) et (CN) sécantes en A et telles que A, M, B alignés dans le même ordre que A, N, C.

Si $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$, alors les droites (MN) et (BC) sont parallèles.

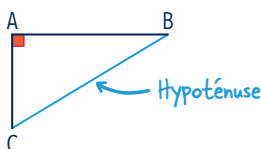


1 Le théorème de Pythagore

● Selon le théorème de Pythagore, dans un triangle rectangle, **le carré de la longueur de l'hypoténuse** est égal à **la somme des carrés** des longueurs des deux autres côtés.

EXEMPLE

Soit un triangle ABC rectangle en A. [BC] est son **hypoténuse**.



longueur
de l'hypoténuse

D'après le théorème de Pythagore, $BC^2 = AB^2 + AC^2$.

2 Calculer une longueur avec le théorème de Pythagore

Étape 1

➔ S'assurer que le triangle est rectangle et identifier l'hypoténuse. Vérifier que les longueurs de deux côtés parmi les trois sont connues.

Étape 2

➔ Écrire l'égalité de Pythagore.

Étape 3

➔ Isoler le carré de la longueur recherchée puis remplacer les deux autres longueurs connues par leurs valeurs numériques.

Étape 4

➔ Effectuer les calculs.

Étape 5

➔ Calculer la racine carrée du résultat pour obtenir la longueur recherchée.

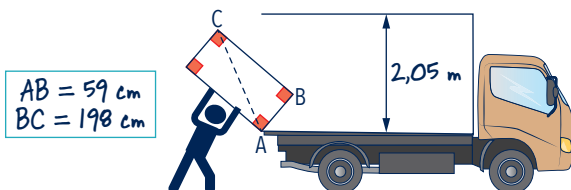
INFO +

Tu peux trouver la racine carrée de tête si le résultat est un carré parfait (→ p. 12). Sinon, utilise la touche $\sqrt{\quad}$ de ta calculatrice.

L'EXO TYPE BREVET

Calculer une longueur à l'aide du théorème de Pythagore

Allan doit transporter son réfrigérateur dans un camion. Il le pose sur le bord comme indiqué sur la figure.



CONSEIL

Commence par traduire le problème posé par une expression littérale (→ p. 30).

Allan pourra-t-il redresser le réfrigérateur en position verticale pour le rentrer dans le camion sans bouger le point d'appui A ? Justifie ta réponse.



Comment faire ?

Dans cet exercice, il s'agit de savoir si $AC < 2,05$ m.

Étape 1 Le triangle ABC est rectangle en B. [AC] est son hypoténuse. On cherche AC. Les longueurs connues sont AB et BC.

Étape 2 D'après le théorème de Pythagore, $AC^2 = BC^2 + BA^2$.

Étape 3 On remplace les longueurs connues par les valeurs numériques : $AC^2 = 198^2 + 59^2$

Étape 4 On calcule : $AC^2 = 39\,204 + 3\,481 = 42\,685$

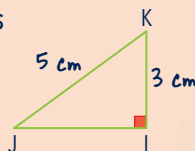
Étape 5 On utilise la touche $\sqrt{\quad}$ de la calculatrice pour calculer AC.

$$AC = \sqrt{42\,685} \approx 207 \text{ cm} \approx 2,07 \text{ m} > 2,05 \text{ m}$$

Allan ne pourra donc pas redresser le réfrigérateur en position verticale.

QUESTIONS FLASH

- 1 - Soit un triangle EFG. Dans quelles conditions peut-on affirmer que $FG^2 = EF^2 + EG^2$?
- 2 - Soit le triangle IJK représenté ci-contre. Calcule IJ.



Corrigés page 124

La réciproque du théorème de Pythagore

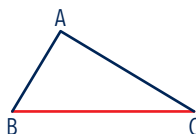


1 La réciproque du théorème de Pythagore

● Si, dans un triangle, le carré de la longueur du plus grand côté est **égal** à la **somme des carrés** des longueurs des deux autres côtés, alors :

- ce triangle est rectangle ;
- son hypoténuse est le plus grand côté.

EXEMPLE Soit un triangle ABC. [BC] est son plus grand côté.



Selon la réciproque du théorème de Pythagore :

longueur du plus grand côté

Si $BC^2 = AB^2 + AC^2$, alors ABC est rectangle en A
et [BC] est son hypoténuse.

2 Comment savoir si un triangle est rectangle ?

Étape 1

Repérer le plus grand côté
du triangle (dans l'exemple, [BC]).

Étape 2

Calculer le carré de sa longueur
(dans l'exemple, BC^2).

Étape 3

Calculer la somme des carrés
des deux autres longueurs
(dans l'exemple, $AB^2 + AC^2$).

Étape 4

Comparer les deux résultats :

- s'ils sont **égaux**, le triangle est **rectangle** (dans l'exemple, le triangle est rectangle en A) ;
- s'ils sont **différents**, le triangle n'est **pas rectangle**.



MÉMO

Veille bien à effectuer
séparément les calculs
des étapes 2 et 3, puis
compare leurs résultats.

L'EXO TYPE BREVET

Déterminer si un triangle est rectangle

On considère la figure ci-contre, réalisée à main levée et qui n'est pas à l'échelle.

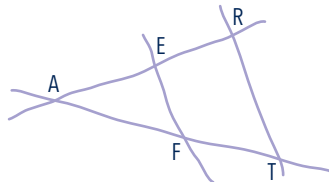
On donne les informations suivantes :

■ les droites (ER) et (FT) sont sécantes en A ;

■ $AE = 8$ cm, $AF = 10$ cm, $EF = 6$ cm,

$AR = 12$ cm, $AT = 14$ cm.

Démontre que le triangle AEF est rectangle en E.



CONSEIL

Tu connais les longueurs des trois côtés du triangle AEF.
Tu dois montrer que ce dernier est rectangle en E.



Comment faire ?

Étape 1 Dans le triangle AEF, [AF] est le plus grand côté.

Étape 2 $AF^2 = 10^2 = 100$

Étape 3 $EA^2 + EF^2 = 8^2 + 6^2$
 $= 64 + 36$
 $= 100$

Étape 4 On obtient $AF^2 = EA^2 + EF^2$.

D'après la réciproque du théorème de Pythagore, on peut conclure que le triangle AEF est rectangle en E.

QUESTIONS FLASH

- 1 - Vrai ou faux ? Soit un triangle ABC. Si [AB] est le plus grand de ses côtés et si $AB^2 = CA^2 + CB^2$, alors le triangle ABC est rectangle en B.
- 2 - Soit un triangle EFG, tel que $EF = 6$ cm, $FG = 7$ cm et $EG = 3$ cm. Le triangle EFG est-il rectangle ?

Corrigés page 124



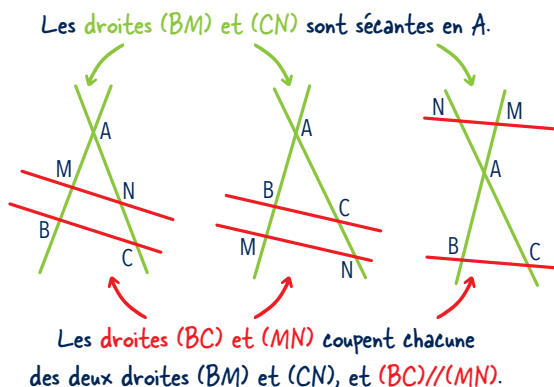
1 Le théorème de Thalès

- Soient deux droites (BM) et (CN) sécantes en A.

Selon le théorème de Thalès, si les droites (BC) et (MN) sont parallèles,

$$\text{alors } \frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}.$$

- Le théorème s'applique dans ces trois configurations :



2 Calculer une longueur à l'aide du théorème de Thalès

Étape 1



Vérifier les conditions d'application du théorème de Thalès :
2 droites sécantes, coupées par 2 droites parallèles entre elles.

Étape 2



Écrire l'égalité des trois rapports de longueurs.

Étape 3



Isoler la longueur recherchée grâce à l'égalité des produits en croix (→ p. 46).

Étape 4



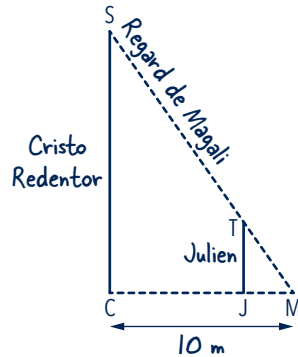
Remplacer les longueurs connues par leurs valeurs numériques et calculer la longueur cherchée.

L'EXO TYPE BREVET

Calculer une longueur à l'aide du théorème de Thalès

Cristo Redentor est une statue dominant Rio.
Au pied du monument, Julien et Magali souhaitent mesurer sa hauteur.

Julien, qui mesure 1,90 m, se place debout à quelques mètres devant la statue. Magali place son regard au niveau du sol de telle manière qu'elle voit le sommet de Cristo Redentor (S) et celui de la tête de Julien (T) alignés ; elle se situe alors à 10 m de la statue et à 50 cm de Julien. Déterminer la hauteur SC de la statue, en supposant que le monument et Julien sont perpendiculaires au sol.



CONSEIL

Commence par vérifier que les conditions sont réunies pour utiliser le théorème de Thalès.



Comment faire ?

Étape 1 Les droites (ST) et (CJ) sont sécantes en M. Le monument et Julien sont perpendiculaires au sol, ce qui signifie que (SC) et (TJ) sont perpendiculaires à (CJ). Donc (SC) et (TJ) sont parallèles.

Étape 2 D'après le théorème de Thalès, $\frac{MJ}{MC} = \frac{MT}{MS} = \frac{TJ}{SC}$.

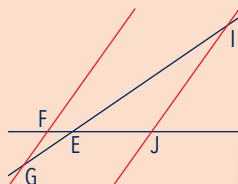
Étape 3 On cherche SC et on connaît les longueurs MJ = 50 cm = 0,5 m, MC = 10 m et TJ = 1,9 m.

On a donc, en particulier, $\frac{MJ}{MC} = \frac{TJ}{SC}$. Ainsi, $SC = \frac{MC \times TJ}{MJ}$.

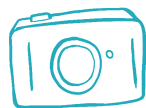
Étape 4 $SC = \frac{10 \times 1,9}{0,5} = 38$. La statue mesure donc **38 mètres**.

QUESTION FLASH

→ Les droites (IJ) et (FG) sont parallèles.
FE = 2 cm, EJ = 6 cm et EG = 5 cm.
Calcule EI.



Corrigés page 124

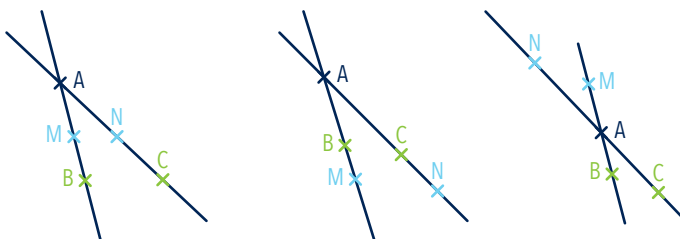


1 La réciproque du théorème de Thalès

- Soient deux droites (BM) et (CN) sécantes en A et telles que les points A, M, B sont alignés dans le même ordre que les points A, N, C.

Si $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$, alors les droites (MN) et (BC) sont parallèles.

- Trois configurations sont possibles pour l'alignement des points dans le même ordre :



2 Déterminer si deux droites sont parallèles

- Soient deux droites (BM) et (CN) sécantes en A.

Étape 1



Vérifier que les points A, M, B sont alignés dans le même ordre que les points A, N, C.

Étape 2



Calculer les rapports $\frac{AM}{AB}$ et $\frac{AN}{AC}$.

Étape 3



Comparer les deux résultats.

INFO +

Quand on démontre que les droites ne sont pas parallèles, on utilise la **contraposée** du théorème de Thalès.

Étape 4



- Si $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$, utiliser la réciproque du théorème de Thalès : les droites (MN) et (BC) sont **parallèles**.
- Si $\frac{AM}{AB} \neq \frac{AN}{AC}$, l'égalité du théorème de Thalès n'est pas vérifiée : les droites (MN) et (BC) ne sont **pas parallèles**.

L'EXO TYPE BREVET

Déterminer si deux droites sont parallèles

Un décorateur a dessiné une vue de côté d'un meuble de rangement (figure 1). Les étages de la structure métallique de ce meuble de rangement sont tous identiques et la figure 2 représente l'un d'entre eux. On donne $OC = 48$ cm ; $OD = 64$ cm ; $OB = 27$ cm et $OA = 36$ cm.

Démontrez que les droites (AB) et (CD) sont parallèles.

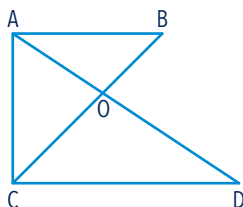


Figure 2

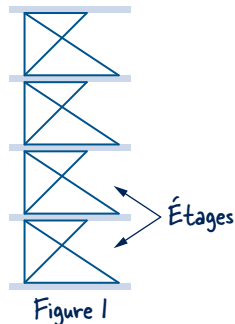


Figure 1



CONSEIL

Identifie la configuration dans laquelle les points sont alignés.



Comment faire ?

Étape 1 Les points A, O, D sont alignés dans le même ordre que les points alignés B, O, C.

Étape 2 On calcule les rapports de longueurs $\frac{OA}{OD}$ et $\frac{OB}{OC}$:

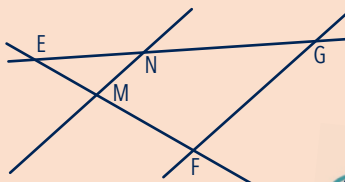
$$\frac{OA}{OD} = \frac{36}{64} = 0,5625 \text{ et } \frac{OB}{OC} = \frac{27}{48} = 0,5625.$$

Étape 3 On obtient $\frac{OA}{OD} = \frac{OB}{OC}$.

Étape 4 D'après la réciproque du théorème de Thalès, on peut conclure que les droites (AB) et (CD) sont parallèles.

QUESTION FLASH

→ On donne $EG = 12$ cm,
 $EF = 10$ cm, $EM = 3$ cm et
 $EN = 4$ cm. Les droites (MN)
 et (FG) sont-elles parallèles ?



Corrigés page 124



Le quiz

Théorèmes de Pythagore et de Thalès



1 Théorème de Pythagore

.../3

ABC est un triangle rectangle en A.

Coche la ou les bonnes égalités.

a. ☐ $BC^2 = AB^2 + AC^2$

b. ☐ $AB^2 = AC^2 - BC^2$

c. ☐ $AC^2 = BC^2 - AB^2$

2 Réciproque du théorème de Pythagore

.../3

Parmi les triangles suivants, coche celui ou ceux qui sont rectangles.

(Les dimensions sont en cm.)

a. ☐ DEF est un triangle tel que $DE = 4$; $DF = 5$ et $EF = 3$.

b. ☐ GHI est un triangle tel que $GH = 9$; $GI = 5$ et $HI = 8$.

c. ☐ JKL est un triangle tel que $JK = 2,5$; $JL = 6$ et $LK = 6,5$.

3 Théorème de Thalès

.../3

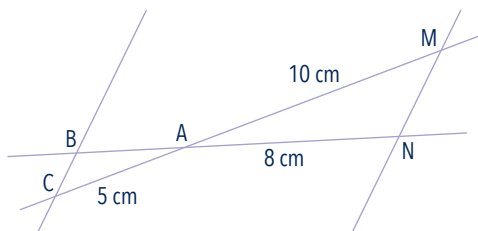
Sur cette figure, les droites (BC) et (MN) sont parallèles.

Coche la ou les égalités qui sont correctes.

a. ☐ $\frac{AB}{AC} = \frac{AN}{AM} = \frac{BC}{MN}$

b. ☐ $\frac{AB}{AN} = \frac{AC}{AM} = \frac{BC}{MN}$

c. ☐ $\frac{AB}{BN} = \frac{AC}{CM} = \frac{BC}{MN}$



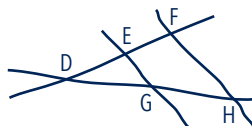
4 Réciproque du théorème de Thalès

.../3

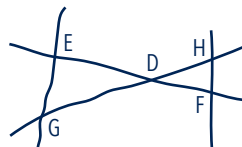
Les figures sont réalisées à main levée. Les dimensions sont en cm.

Coche les situations où les droites (EG) et (FH) sont parallèles.

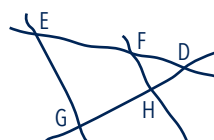
a. ☐ $DE = 2$; $EF = 3$; $DG = 3$; $GH = 4,5$.



b. $\square$ $ED = 4$; $GD = 6$; $DH = 2$; $DF = 3$.



c. $\square$ $DE = 10$; $DF = 3,5$; $DG = 8$; $GH = 5,2$.

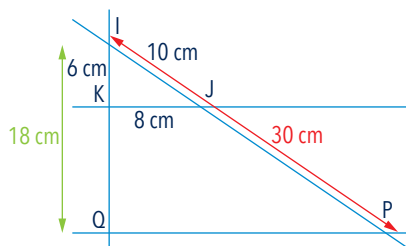


5 Les théorèmes de Thalès, de Pythagore et leurs réciproques

.../2

Pour démontrer les propositions suivantes, dire s'il faut utiliser le théorème de Pythagore, le théorème de Thalès ou l'une des deux réciproques.

- Le triangle IJK est rectangle en K.
- Les droites (JK) et (PQ) sont parallèles.



Regarde les corrigés p. 124
puis calcule ton score ... /14

Le Sujet en vidéo

Résoudre un problème
avec le théorème de Thalès



hatier-clic.fr/25mat311



TRIANGLES ET TRIGONOMÉTRIE

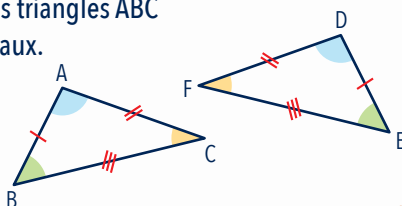


Que sont deux triangles égaux ?

■ Deux triangles sont égaux s'ils sont **superposables**, c'est-à-dire qu'ils ont :

- des côtés deux à deux de même longueur ;
- des angles deux à deux de même mesure.

■ Exemple : les triangles ABC et DEF sont égaux.



1.

LES 4

Ce que tu dois savoir faire le jour du brevet

- Démontrer que deux triangles sont égaux

→ fiche 29

- Démontrer que deux triangles sont semblables

→ fiche 30

- Calculer une longueur à l'aide des relations trigonométriques

→ fiche 31

- Calculer un angle à l'aide des relations trigonométriques

→ fiche 32

4.

2.

Que sont deux triangles semblables ?

-30%

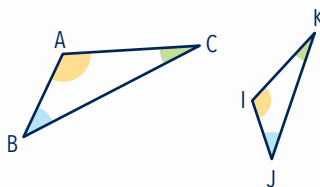
■ Deux triangles sont semblables lorsque leurs **angles** ont deux à deux la même mesure.

■ Exemple : les triangles ABC et IJK sont semblables.

$$\widehat{BAC} = \widehat{JIK}$$

$$\widehat{ABC} = \widehat{IJK}$$

$$\widehat{ACB} = \widehat{IKJ}$$



POINTS CLÉS

Quelles sont les formules de trigonométrie à connaître ?

3.

Dans un **triangle rectangle**, trois formules de trigonométrie s'appliquent aux angles aigus :

Cosinus d'un angle

$\frac{\text{côté adjacent à l'angle}}{\text{hypoténuse}}$

Sinus d'un angle

$\frac{\text{côté opposé à l'angle}}{\text{hypoténuse}}$

Tangente d'un angle

$\frac{\text{côté opposé à l'angle}}{\text{côté adjacent à l'angle}}$

Les trois cas d'égalité des triangles

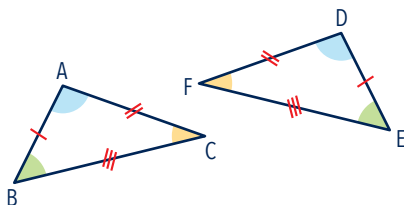


1 Que sont deux triangles égaux ?

- Deux triangles sont égaux s'ils sont **superposables**, c'est-à-dire qu'ils ont :
 - des côtés deux à deux de même longueur ;
 - des angles deux à deux de même mesure.

EXEMPLE

Les triangles ABC et DEF sont égaux.



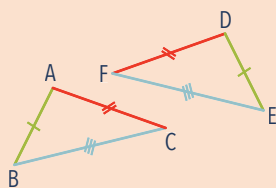
INFO

Si deux triangles sont égaux, alors deux angles superposables sont dits homologues. Il en est de même pour deux sommets superposables, ainsi que deux côtés superposables.

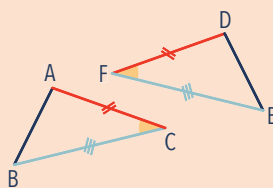
2 Démontrer que deux triangles sont égaux

Deux triangles
sont égaux...

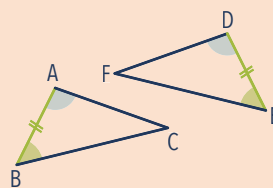
s'ils ont leurs côtés
de même longueur
deux à deux.



s'ils ont un angle
de même mesure
compris entre deux côtés
de même longueur.



s'ils ont un côté
de même longueur
compris entre deux angles
de même mesure.



L'EXO TYPE BREVET

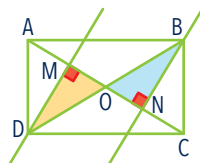
Démontrer que deux triangles sont égaux

ABCD est un rectangle de centre O.

La droite perpendiculaire à (AC) passant par D coupe (AC) en M.

La droite perpendiculaire à (AC) passant par B coupe (AC) en N.

- Montre que les triangles DMO et BNO sont égaux.
- Que peut-on en déduire pour les points M, N et O ?



CONSEIL

Analyse l'énoncé et observe la figure pour déterminer laquelle des trois propriétés te permettra de répondre à la question a.



Comment faire ?

- ABCD est un rectangle de centre O, donc O est le milieu de [BD] et $DO = OB$.

Les angles $\widehat{MOD}$ et $\widehat{BON}$ sont opposés par le sommet donc $\widehat{MOD} = \widehat{BON}$.

De plus, $\widehat{BNO} = \widehat{DMO} = 90^\circ$.

Dans le triangle DMO, $\widehat{MDO} = 180^\circ - (\widehat{DMO} + \widehat{MOD})$.

Dans le triangle BNO, $\widehat{OBN} = 180^\circ - (\widehat{BNO} + \widehat{NOB})$.

Or $\widehat{DMO} = \widehat{BNO}$ et $\widehat{MOD} = \widehat{BON}$, donc $\widehat{MDO} = \widehat{OBN}$.

Les triangles DMO et BNO ont donc un côté de même longueur, compris entre deux angles de même mesure. Donc les triangles DMO et BNO sont égaux.

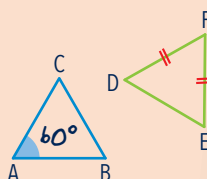
- Les triangles DMO et BNO sont égaux, donc les côtés sont égaux deux à deux. Donc $MO = ON$.

De plus, les points M, O et N sont alignés, donc O est le milieu de [MN].



QUESTION FLASH

→ Les triangles ABC et DEF ci-contre sont égaux. Quelle est la nature de ces triangles ?



Corrigés page 125

1 Que sont deux triangles semblables ?

- Deux triangles sont semblables lorsque leurs angles ont deux à deux la même mesure.

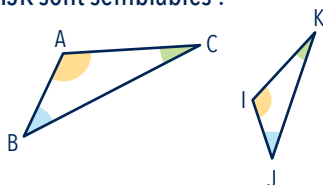
EXEMPLE

Les triangles ABC et IJK sont semblables :

$$\widehat{BAC} = \widehat{JIK}$$

$$\widehat{ABC} = \widehat{IJK}$$

$$\widehat{ACB} = \widehat{IKJ}$$



INFO +

Si deux triangles sont égaux ($\rightarrow$ p. 104), alors ils sont aussi semblables.

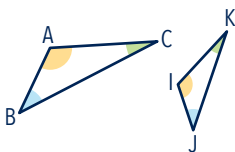
2 Démontrer que deux triangles sont semblables

Pour montrer que
deux triangles sont semblables...

vérifier que deux paires
d'angles homologues ont la
même mesure.

vérifier que les longueurs
des côtés des triangles
sont proportionnelles.

EXEMPLE



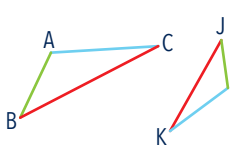
Il s'agit de montrer que :

$$\widehat{BAC} = \widehat{JIK} \text{ et } \widehat{ABC} = \widehat{IJK}$$

$$(\text{ou } \widehat{BAC} = \widehat{JIK} \text{ et } \widehat{ACB} = \widehat{IKJ})$$

$$\text{ou } \widehat{ABC} = \widehat{IJK} \text{ et } \widehat{ACB} = \widehat{IKJ})$$

EXEMPLE



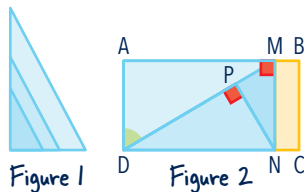
Il s'agit de montrer que :

$$\frac{AB}{IJ} = \frac{BC}{JK} = \frac{AC}{IK}$$

L'EXO TYPE BREVET

Démontrer que deux triangles sont semblables

Pour construire un décor (figure 1), Joanna dispose d'une plaque rectangulaire ABCD de 4 m sur 2 m dans laquelle elle doit découper trois triangles semblables avant de les superposer. Elle propose un découpage de la plaque (figure 2).



Le triangle ADM respecte les conditions suivantes :

- il est rectangle en A ;
- $AD = 2$ m ; ■ $\widehat{ADM} = 60^\circ$.

Démontre que AMD, PNM et PND sont des triangles semblables.



Comment faire ?

- Dans le triangle AMD, $\widehat{DAM} = 90^\circ$ et $\widehat{ADM} = 60^\circ$.

Sachant que dans un triangle, la somme des mesures des trois angles est égale à 180° , $\widehat{AMD} = 180^\circ - (90^\circ + 60^\circ) = 180^\circ - 150^\circ = 30^\circ$.

- $\widehat{AMN} = 90^\circ$, donc $\widehat{PMN} = 90^\circ - \widehat{AMD} = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$.

Dans le triangle PMN, $\widehat{PMN} = 60^\circ$ et $\widehat{MPN} = 90^\circ$.

Comme précédemment, $\widehat{PNM} = 180^\circ - (90^\circ + 60^\circ) = 30^\circ$.

- $\widehat{MND} = 90^\circ$, donc $\widehat{DNP} = 90^\circ - \widehat{PNM} = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$.

Dans le triangle PND, $\widehat{DPN} = 90^\circ$ et $\widehat{DNP} = 60^\circ$.

Donc $\widehat{PDN} = 180^\circ - (90^\circ + 60^\circ) = 180^\circ - 150^\circ = 30^\circ$.

Ainsi : $\widehat{DAM} = \widehat{MPN} = \widehat{DPN} = 90^\circ$; $\widehat{AMD} = \widehat{PNM} = \widehat{PDN} = 30^\circ$; $\widehat{ADM} = \widehat{PMN} = \widehat{DNP} = 60^\circ$.

Donc les triangles AMD, PNM et PND sont semblables.



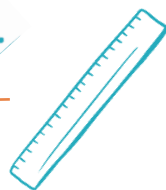
CONSEIL

En fonction des données de l'énoncé, choisis la démonstration à réaliser (travail sur les longueurs ou sur les mesures d'angles).

QUESTION FLASH

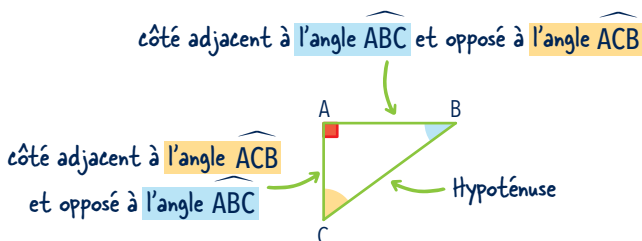
→ ABC est un triangle tel que $AB = 4$ cm, $AC = 3$ cm et $BC = 6$ cm.
IJK est un triangle tel que $IJ = 4,5$ cm, $IK = 9$ cm et $KJ = 6$ cm.
ABC et IJK sont-ils semblables ?

Corrigés page 125



1 Les formules de trigonométrie

- Soit un triangle ABC rectangle en A.



- À chaque angle aigu du triangle correspondent **trois mesures trigonométriques** :

Cosinus d'un angle

$\frac{\text{côté adjacent à l'angle}}{\text{hypoténuse}}$

EXEMPLE $\cos \widehat{ABC} = \frac{AB}{BC}$

Sinus d'un angle

$\frac{\text{côté opposé à l'angle}}{\text{hypoténuse}}$

EXEMPLE $\sin \widehat{ABC} = \frac{AC}{BC}$

Tangente d'un angle

$\frac{\text{côté opposé à l'angle}}{\text{côté adjacent à l'angle}}$

EXEMPLE $\tan \widehat{ABC} = \frac{AC}{AB}$

2 Calculer une longueur avec une mesure d'angle

Étape 1

Vérifier que le triangle est rectangle.

Étape 2

Choisir la formule de trigonométrie la plus appropriée en fonction des données de l'énoncé.

Étape 3

Isoler la longueur recherchée à l'aide de l'égalité des produits en croix (→ p. 46).

Étape 4

Remplacer la mesure d'angle et la longueur connue par les valeurs numériques, puis calculer la longueur manquante.

L'EXO TYPE BREVET

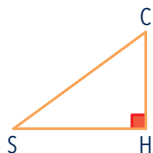
Calculer une longueur à l'aide des relations trigonométriques

Simon joue avec un cerf-volant sur la plage.

La ficelle est déroulée au maximum et tendue : elle mesure 50 m.

- S : position de Simon
- C : position du cerf-volant
- $SC = 50$ m
- La ficelle fait avec l'horizontale un angle $\widehat{CSH}$ qui mesure 80° .

Calcule la hauteur à laquelle vole le cerf-volant, c'est-à-dire CH (donne la réponse arrondie au mètre près).



CONSEIL

Pour calculer une longueur dans un triangle rectangle à l'aide d'une formule de trigonométrie, il faut connaître les valeurs numériques d'une mesure d'angle et d'une longueur.



Comment faire ?

Étape 1 D'après l'énoncé, le triangle SCH est rectangle en H.

Étape 2 On connaît la mesure de l'angle $\widehat{CSH}$ et la longueur SC (longueur de l'hypoténuse) et on cherche la longueur CH (qui est le côté opposé à l'angle $\widehat{CSH}$). On peut donc employer la formule du sinus : $\sin \widehat{CSH} = \frac{CH}{SC}$

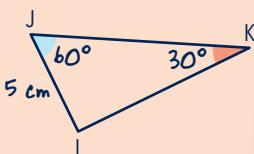
Étape 3 On isole la longueur recherchée en appliquant l'égalité des produits en croix : $CH = SC \times \sin \widehat{CSH}$

Étape 4 On remplace la mesure d'angle et la longueur connue par les valeurs numériques et on calcule : $CH = 50 \times \sin 80^\circ \approx 49$ m (valeur arrondie au mètre près)

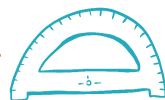
Le cerf-volant vole donc à **environ 49 mètres au-dessus du sol**.

QUESTION FLASH

→ Peut-on calculer la longueur JK avec une formule de trigonométrie ?
Si oui, calcule JK.



Corrigés page 125



1 Les formules pour calculer une mesure d'angle

● Dans un triangle rectangle, **trois formules de trigonométrie** s'appliquent aux angles aigus (→ p. 108) :

$$\text{cosinus d'un angle} = \frac{\text{côté adjacent à l'angle}}{\text{hypoténuse}}$$

$$\text{sinus d'un angle} = \frac{\text{côté opposé à l'angle}}{\text{hypoténuse}}$$

$$\text{tangente d'un angle} = \frac{\text{côté opposé à l'angle}}{\text{côté adjacent à l'angle}}$$

INFO

Il faut taper sur la touche souhaitée ($\cos^{-1}$, etc.). Sur certaines calculatrices, $\cos^{-1}$, $\sin^{-1}$ et $\tan^{-1}$ s'écrivent arccos, arcsin, arctan.

● Si tu connais le cosinus, le sinus ou la tangente d'un angle, utilise les touches $\sin^{-1}$, $\cos^{-1}$ et $\tan^{-1}$ de ta calculatrice pour connaître la mesure de l'angle en degrés.

EXEMPLE On cherche la mesure de l'angle $\hat{A}$. On sait que $\sin \hat{A} = 0,5$.

À l'aide de la calculatrice, on trouve $\sin^{-1} 0,5 = 30^\circ$. Donc $\hat{A} = 30^\circ$.

2 Déterminer une mesure d'angle

Étape 1 → Vérifier que le triangle est rectangle.

Étape 2 → Identifier les côtés dont les longueurs sont connues par rapport à l'angle dont on cherche la mesure.

Étape 3 → Écrire la formule de trigonométrie correspondante.

Étape 4 → Remplacer les longueurs par les valeurs numériques.

Étape 5 → Utiliser la calculatrice pour déterminer la mesure de l'angle.

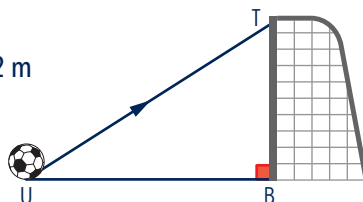
L'EXO TYPE BREVET

Calculer un angle à l'aide des relations trigonométriques

Pour mettre un but dans la lucarne, Jack doit frapper le ballon avec un angle précis.

- Hauteur de la lucarne : $BT = 2,44$ m
- Distance entre le ballon et le but : $BU = 12$ m
- Le triangle UBT est rectangle en B .

Calcule l'angle d'inclinaison $\widehat{BUT}$ formé par la trajectoire de la balle et l'horizontale. (Arrondis le résultat au degré près.)



CONSEIL

Repère les longueurs du triangle UBT données dans l'énoncé, nécessaires au calcul de la mesure de l'angle $\widehat{BUT}$.



Comment faire ?

Étape 1 D'après l'énoncé, le triangle UBT est rectangle en B .

Étape 2 On a $BU = 12$ m. $[BU]$ est le **côté adjacent** à l'angle $\widehat{BUT}$.

On a aussi $BT = 2,44$ m et $[BT]$ est le **côté opposé** à l'angle $\widehat{BUT}$.

Étape 3 On peut donc utiliser la formule de la tangente : $\tan \widehat{BUT} = \frac{BT}{BU}$

Étape 4 $\tan \widehat{BUT} = \frac{2,44}{12}$

Étape 5 À l'aide de la calculatrice, on trouve :

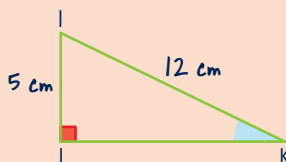
$$\widehat{BUT} = \tan^{-1}\left(\frac{2,44}{12}\right) \approx 11^\circ \quad \leftarrow \text{On saisit sur la calculatrice : } \tan^{-1}\left(\frac{2,44}{12}\right)$$

L'angle d'inclinaison mesure donc environ **11°** (arrondi au degré près).



QUESTIONS FLASH

- 1 - Soit un angle $\widehat{ABC}$ tel que $\cos \widehat{ABC} = 0,6$.
Détermine la mesure de $\widehat{ABC}$.
- 2 - Soit le triangle IJK représenté ci-contre.
Détermine la mesure de $\widehat{IKJ}$ (arrondie au degré près).



Corrigés page 125



Le quiz

Triangles et trigonométrie

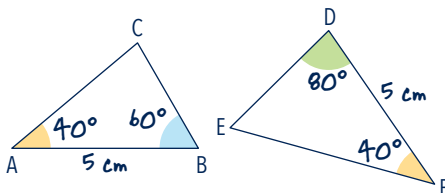


1 Triangles semblables et triangles égaux (1)

.../3

Coche la ou les bonnes propositions.

- a. ☐ Les triangles ABC et DEF sont semblables.
- b. ☐ Les triangles ABC et DEF sont égaux.
- c. ☐ Les triangles ABC et DEF ne sont ni semblables, ni égaux.



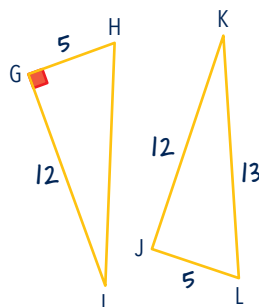
2 Triangles semblables et triangles égaux (2)

.../3

Coche la ou les bonnes propositions.

(Les longueurs sont en cm.)

- a. ☐ Les triangles GHI et JKL sont semblables mais pas égaux.
- b. ☐ Les triangles GHI et JKL sont égaux.
- c. ☐ On ne peut pas savoir si les triangles GHI et JKL sont semblables ou égaux.



3 Formules de trigonométrie

.../4

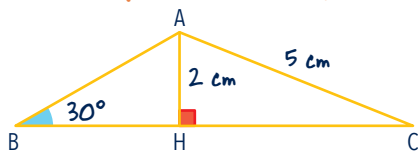
Soit le triangle ABC rectangle en A, tel que $AB = 4$ cm et $BC = 5$ cm.

Relie les éléments qui se correspondent.

- | | | | |
|----|--|---|---------------|
| a. | $\cos \widehat{ABC}$ | • | $\frac{4}{5}$ |
| b. | $\sin \widehat{ABC}$ | • | 37 |
| c. | Valeur approchée au degré près de la mesure de l'angle $\widehat{ABC}$ | • | 53 |
| d. | Valeur approchée au degré près de la mesure de l'angle $\widehat{ACB}$ | • | $\frac{3}{5}$ |

4 Trigonométrie (choix de la formule)

.../2



a. Pour déterminer la mesure de l'angle ACH, il faut utiliser :

- ☐ un cosinus ☐ un sinus ☐ une tangente

b. Pour déterminer la longueur BH, il faut utiliser :

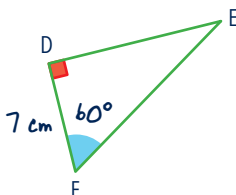
- ☐ un cosinus ☐ un sinus ☐ une tangente

5 Trigonométrie (calcul de longueur)

.../3

La longueur EF est égale à :

- a. ☐ $7 \times \cos 60^\circ$
 b. ☐ $7 \times \tan 60^\circ$
 c. ☐ $\frac{7}{\cos 60^\circ}$

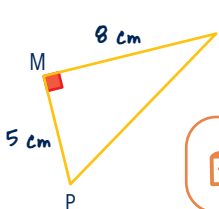


6 Trigonométrie (calcul d'angle)

.../3

La mesure de l'angle MPN arrondie au degré près est :

- a. ☐ 58°
 b. ☐ 40°
 c. ☐ 32°



Regarde les corrigés p. 126
 puis calcule ton score ... /18

Le Sujet en vidéo

Résoudre un problème de trigonométrie



hatier-clic.fr/25mat312



● Scratch est un **langage de programmation** permettant de réaliser des algorithmes. Quelques outils sont indispensables à cette réalisation : les variables, les répétitions, les conditionnelles, les blocs.

INFO +

Les variables sont des lignes orange, créées grâce à la rubrique « Variables ».

1 Introduire une variable

● Une variable est **désignée par une lettre ou un mot**. Au cours d'un programme, elle peut prendre plusieurs valeurs.

EXEMPLE Ce programme permet de calculer les images par la fonction f définie par $f(x) = 2x + 3$ à partir des antécédents saisis au clavier.

variable « antécédent » qui prend la valeur saisie au clavier

variable « image » calculée à partir de l'antécédent



2 Utiliser les fonctions « répétitions »

● La fonction « répétition » permet de **répéter une ou des actions**, un nombre fini ou infini de fois. Tu peux la retrouver dans la rubrique « Événements ».

EXEMPLE Ce programme permet de tracer un carré.

répétition d'une action plusieurs fois (ici, 4 fois)



3 Utiliser une fonction « conditionnelle »

● Une fonction conditionnelle « si... alors » ou « si... alors... sinon... » va **vérifier qu'une condition donnée est vraie ou fausse**, et donner un résultat différent selon les cas.

EXEMPLE Ce programme choisit un nombre aléatoire entre 1 et 99. Si le nombre saisi au clavier est égal au nombre aléatoire, le programme affiche le message « Gagné ! », sinon il affiche « Perdu ! ».

INFO +

Dans la rubrique « Contrôle », tu peux accéder aux fonctions conditionnelles.

fonction conditionnelle
qui teste s'il y a égalité...

... et donne sa conclusion
en fonction du résultat



4 Mettre en place des blocs

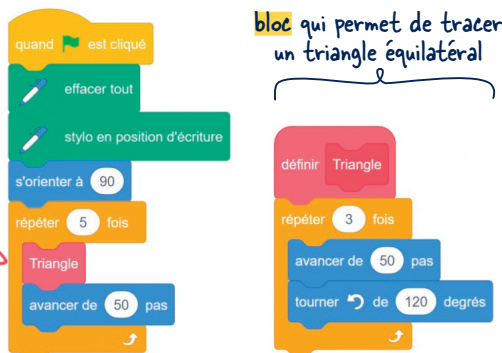
● Un bloc est un **programme annexe** qui peut être exécuté dans le programme principal.

EXEMPLE Ce programme permet de tracer 5 triangles équilatéraux.

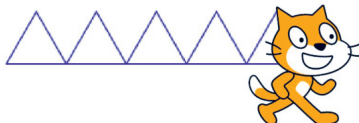
INFO +

On peut les retrouver dans la rubrique « Mes blocs ».

utilisation du bloc dans le programme principal



Voici l'exécution de ce programme :





NOMBRES & CALCULS

Les questions flash

Fiche 1

1. 111 est divisible par 3 (la somme de ses chiffres est divisible par 3) donc 111 ne possède pas uniquement pour diviseurs 1 et lui-même.

111 n'est donc pas un nombre premier.

2. La décomposition permet bien d'obtenir le nombre 60. Cependant, dans la décomposition, 4 n'est pas un nombre premier. La proposition est donc **fausse**.

Fiche 2

411 et 18 sont divisibles par 3 donc **la fraction n'est pas irréductible**.

$$\frac{411}{18} = \frac{3 \times 137}{3 \times 6} = \frac{137}{6} \text{ et } \frac{137}{6} \text{ est une fraction}$$

irréductible.

Fiche 3

1. 81 est le carré de 9 ($9^2 = 81$) donc **$\sqrt{81} = 9$** .

2. $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ et $3^2 = 3 \times 3 = 9$.
Donc **$2^3 \neq 3^2$** .

Le quiz p. 14-15

1. a. 27 a pour chiffre des unités 7 et n'est pas un nombre premier (il est divisible par 3).
L'affirmation est donc **fausse**.

b. 11 et 7 sont deux nombres premiers. $11 - 7 = 4$ et 4 n'est pas un nombre premier.
L'affirmation est donc **fausse**.

2. a. 4 n'est pas un nombre premier.
 $84 = 3 \times 4 \times 7 = 3 \times 2 \times 2 \times 7 = 2^2 \times 3 \times 7$.

b. Les nombres sont tous premiers donc c'est bien une décomposition en produit de facteurs premiers.

c. 6 n'est pas un nombre premier.

$$36 = 6^2 = (2 \times 3)^2 = 2^2 \times 3^2.$$

d. 27 n'est pas un nombre premier.

$$135 = 5 \times 27 = 5 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^3 \times 5.$$

3. a. La multiplication est prioritaire.

b. Les calculs entre parenthèses sont prioritaires. Ici, l'addition entre parenthèses est donc prioritaire.

c. La multiplication et la division sont prioritaires. Le **calcul b.** est donc le seul où l'addition s'effectuera en premier.

$$\begin{aligned} 4. \text{ a. } \frac{1}{3} + \frac{2}{3} \times \frac{1}{4} &= \frac{1}{3} + \frac{2}{12} = \frac{1 \times 4}{3 \times 4} + \frac{2}{12} \\ &= \frac{4}{12} + \frac{2}{12} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

$$\text{b. } \frac{2}{3} \div \frac{1}{4} \times \frac{1}{5} = \frac{2}{3} \times \frac{4}{1} \times \frac{1}{5} = \frac{8}{15}$$

$$\begin{aligned} \text{c. } \frac{5}{2} \times \left(\frac{1}{10} - \frac{1}{15} \right) &= \frac{5}{2} \times \left(\frac{1 \times 3}{10 \times 3} - \frac{1 \times 2}{15 \times 2} \right) \\ &= \frac{5}{2} \times \left(\frac{3}{30} - \frac{2}{30} \right) = \frac{5}{2} \times \frac{1}{30} \\ &= \frac{5 \times 1}{2 \times 30} = \frac{5}{2 \times 5 \times 6} = \frac{1}{12} \end{aligned}$$

$$5. \text{ a. } (-2)^4 = (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) = 16$$

$$\text{b. } 2^{-8} = \frac{1}{2^8} = \frac{1}{256}$$

$$\text{c. } -2^8 = -256$$

$$\text{d. } -2^4 = -16$$

Donc **réponse d.**

6. Une notation scientifique est le produit d'un nombre (supérieur ou égal à 1 et strictement inférieur à 10) et d'une puissance de 10.

$$A = 0,0045 = 4,5 \times 10^{-3}$$

Donc **réponse a.**

$$B = 3,17 \times 10^5 = 3,17 \times 100\,000 = 317\,000$$

Donc **réponse c.**

$$7. C = \sqrt{16} = 4 \text{ (en effet } 4^2 = 16).$$

Donc **réponse b.**

$$D = (\sqrt{9})^2 = 9 \text{ (par propriété } (\sqrt{a})^2 = a).$$

Donc **réponse a.**

$$E = \sqrt{\frac{9}{100}} = \sqrt{\left(\frac{3}{10}\right)^2} = \frac{3}{10}. \text{ Donc } \textbf{réponse c.}$$

Les questions flash

Fiche 4

1. Il faudra développer $2 \times (5x + 1)$ en utilisant une distributivité simple. L'affirmation est **fausse**.

$$\begin{aligned} 2. (x - 5)^2 &= (x - 5)(x - 5) \\ &= x \times x + x \times (-5) + (-5) \times x + (-5) \times (-5) \\ &= x^2 - 5x - 5x + 25 \\ &= x^2 - 10x + 25 \end{aligned}$$

Fiche 5

$$1. 4x^2 + 16 = 4x^2 + 4 \times 4 = 4(x^2 + 4).$$

L'affirmation est **fausse**.

$$\begin{aligned} 2. (2x + 1)^2 - (3x + 4)^2 &= [(2x + 1) + (3x + 4)][(2x + 1) - (3x + 4)] \\ &\text{(on utilise l'identité remarquable)} \\ &= (2x + 1 + 3x + 4)(2x + 1 - 3x - 4) \\ &\text{(on change les signes)} \\ &= (5x + 5)(-x - 3) \end{aligned}$$

Le quiz p. 22-23

1. Il faut utiliser la distributivité simple.

$$A = 28x^2 + 12x \quad B = 28x^2 + 12x$$

$$C = 28x^2 + 12x^2 \quad D = 12x + 28x^3.$$

Donc **réponses a et b.**

2. Il faut développer $7x(7 + 5x)$ avec la distributivité simple.

$$E = 3x + 49x + 35x^2$$

$$F = 52x + 35x^2$$

Le développement est la **proposition b.**

3. Il faut utiliser la double distributivité pour chaque expression.

$$\begin{aligned} a. (2x + 5)(3x + 10) &= 6x^2 + 20x + 15x + 50 \\ &= 6x^2 + 35x + 50 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b. (2x - 5)(3x + 10) &= 6x^2 + 20x - 15x - 50 \\ &= 6x^2 + 5x - 50 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} c. (2x + 5)(3x - 10) &= 6x^2 - 20x + 15x - 50 \\ &= 6x^2 - 5x - 50 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} d. (2x - 5)(3x - 10) &= 6x^2 - 20x - 15x + 50 \\ &= 6x^2 - 35x + 50 \end{aligned}$$

$$4. F = (2x - 3)^2 - (x + 5)(3x - 4)$$

$$F = (4x^2 - 6x - 6x + 9) - (3x^2 - 4x + 15x - 20)$$

$$F = 4x^2 - 12x + 9 - (3x^2 + 11x - 20)$$

$$F = 4x^2 - 12x + 9 - 3x^2 - 11x + 20$$

$$F = x^2 - 23x + 29$$

Le développement est la **proposition a.**

$$5. \bullet G = (5x + 2)^2 - (3x + 7)(5x + 2)$$

Le facteur commun est $(5x + 2)$.

$$G = (5x + 2)[(5x + 2) - (3x + 7)]$$

$$G = (5x + 2)(5x + 2 - 3x - 7)$$

$$G = (5x + 2)(2x - 5)$$

La factorisation est la **proposition c.**

$$\bullet H = 21x + 14 + (3x - 2)(3x + 2)$$

Pour cette factorisation, il faut d'abord factoriser $21x + 14$ (dont le facteur commun est 7).

$$H = 7(3x + 2) + (3x - 2)(3x + 2)$$

Le facteur commun est alors $(3x + 2)$.

$$H = (3x + 2)[7 + (3x - 2)]$$

$$H = (3x + 2)(7 + 3x - 2)$$

$$H = (3x + 2)(3x + 5)$$

La factorisation est la **proposition c.**

$$6. I = 4x^2 - 25$$

On repère deux carrés :

$$I = (2x)^2 - 5^2$$

On utilise l'identité remarquable correspondante :

$$I = (2x + 5)(2x - 5)$$

La factorisation est la **proposition b.**

Les questions flash

Fiche 6

1. $x(x + 1) = 6$ est équivalent à $x^2 + x = 6$ (qui est une équation du second degré). L'affirmation est donc **fausse**.

2. Soit x le nombre de poules. Il y a donc aussi x lapins. Les poules apportent $2x$ pattes et les lapins $4x$ pattes. On a $2x + 4x = 42$ soit $6x = 42$ soit $6x \div 6 = 42 \div 6$ donc $x = 7$. Il y a **7 poules et 7 lapins**.

Fiche 7

1. Le membre de gauche n'est pas un produit de facteurs, donc l'affirmation est **fausse**.

$$2. (3x + 12)(6 - x) = 0$$

$$3x + 12 = 0 \text{ ou } 6 - x = 0$$

$$x = -4 \text{ ou } x = 6$$

L'équation admet deux solutions : **-4 et 6**.

Fiche 8

1. n est un nombre entier quelconque. $2n$ est alors un nombre pair. $2n+1$ est donc l'écriture d'un nombre impair. $(2n+1)^2$ est l'écriture du carré de ce nombre impair.

Le résultat R doit être un nombre impair, donc il s'écrit $R = 2k + 1$ avec k un nombre entier.

Il faut montrer $(2n + 1)^2 = 2k + 1$.

2. Développons $(2n + 1)^2$ pour montrer la conjecture.

$$(2n + 1)^2 = (2n + 1)(2n + 1)$$

$$= 4n^2 + 2n + 2n + 1$$

$$= 4n^2 + 4n + 1$$

$$= 2(2n^2 + 2n) + 1 \text{ (factorisation par 2)}$$

On obtient le résultat sous la forme $2k + 1$ avec $k = 2n^2 + 2n$.

Le résultat est un **nombre impair**.

Le quiz p. 32-33

1. Les **équations a ; b et d** sont du premier degré.

Après développement et simplification de l'équation d, les termes $2x^2$ disparaissent.

(L'équation c est de second degré car après développement, il y a un terme x^2 .)

$$a. 8x + 1 = 5x - 17$$

$$8x - 5x = -17 - 1$$

$$3x = -18$$

$$x = \frac{-18}{3} = -6$$

$$b. 7x - 9 = 0$$

$$7x = 9$$

$$x = \frac{9}{7}$$

$$d. (x + 3)(2x - 5) = 2x^2$$

$$2x^2 - 5x + 6x - 15 = 2x^2$$

$$2x^2 + x - 15 - 2x^2 = 0$$

$$x - 15 = 0$$

$$x = 15$$

$$2. a. (x - 3)(x + 3) = 0$$

$$x - 3 = 0 \text{ ou } x + 3 = 0$$

$$x = 3 \text{ ou } x = -3$$

L'équation admet deux solutions : **-3 et 3**.

Les solutions ne sont pas $\frac{1}{3}$ et $-\frac{1}{3}$.

$$b. x^2 = \frac{1}{9} \text{ équivaut à } x^2 - \frac{1}{9} = 0.$$

On factorise avec l'identité remarquable,

$$\text{en repérant } \frac{1}{9} = \left(\frac{1}{3}\right)^2.$$

$$\text{Ainsi } \left(x - \frac{1}{3}\right)\left(x + \frac{1}{3}\right) = 0$$

$$x - \frac{1}{3} = 0 \text{ ou } x + \frac{1}{3} = 0$$

$$x = \frac{1}{3} \text{ ou } x = -\frac{1}{3}$$

Les solutions de l'équation sont bien $\frac{1}{3}$ et $-\frac{1}{3}$.

$$c. (3x + 1)(3x - 1) = 0$$

$$3x + 1 = 0 \text{ ou } 3x - 1 = 0$$

$$3x = -1 \text{ ou } 3x = 1$$

$$x = -\frac{1}{3} \text{ ou } x = \frac{1}{3}$$

Les solutions de l'équation sont bien $\frac{1}{3}$ et $-\frac{1}{3}$.

$$d. (3x + 1)(5x + 8) = (2x + 9)(3x + 1) \text{ équivaut à}$$

$$(3x + 1)(5x + 8) - (2x + 9)(3x + 1) = 0.$$

Après avoir repéré le facteur commun $(3x + 1)$, il est possible de factoriser.

$$(3x + 1)[(5x + 8) - (2x + 9)] = 0$$

$$(3x + 1)(5x + 8 - 2x - 9) = 0$$

$$(3x + 1)(3x - 1) = 0$$

$$3x + 1 = 0 \text{ ou } 3x - 1 = 0$$

$$3x = -1 \text{ ou } 3x = 1$$

$$x = -\frac{1}{3} \text{ ou } x = \frac{1}{3}$$

Les solutions de l'équation sont bien $\frac{1}{3}$ et $-\frac{1}{3}$.

3. a. $3(x+2) - 5 = 0$
 b. $3x + 2 - 5 = 0$
 c. $3(x+2-5) = 0$

4. a. $(x+x)(x+1) = 20$ soit $2x(x+1) = 20$
 b. $x(x+2) = 20$
 c. $2(x+1) = 20$ soit $2x + 2 = 20$

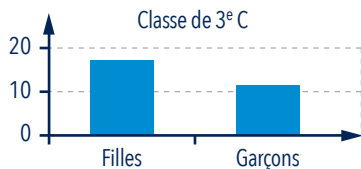
DONNÉES, FONCTIONS

Les questions flash

Fiche 9

1. Fréquence des filles : $18 \div 30 = 0,6$.
 Fréquence des garçons : $12 \div 30 = 0,4$.

2.



Fiche 10

1. C'est **faux**. Les valeurs extrêmes sont 8 et 18, l'étendue est donc $18 - 8 = 10$.

2. C'est **vrai**, car la moyenne est $(8 + 18 + 13) \div 3 = 13$, et la médiane est 13 (valeur centrale de la série ordonnée).

Fiche 11

Ce sont des **événements contraires**.

Le quiz p. 42-43

1. a. L'effectif des élèves qui viennent à pied est 4. L'affirmation est donc **fausse**.

- b. La fréquence des élèves qui viennent à vélo est :

$$\frac{10}{28} = \frac{5}{14}. \text{ L'affirmation est donc } \textbf{fausse}.$$

- c. La fréquence des élèves qui viennent en bus est :

$$\frac{14}{28} = \frac{1}{2} \text{ soit un pourcentage de } 50 \%.$$

L'affirmation est donc **vraie**.

2. a. 11 est la **moyenne** de la série :

$$\frac{12 + 3 + 11 + 16 + 13}{5} = 11.$$

- b. 12 est la **médiane** de la série :

$3 - 11 - 12 - 13 - 16$ (valeur centrale de la série ordonnée).

- c. 13 est l'**étendue** de la série : $16 - 3 = 13$ (différence entre les valeurs extrêmes de la série).

3. Attention au nombre total de pays :

$78 (28 + 23 + 12 + 9 + 4 + 1 + 1)$ et non 7 !

$$\text{a. } \frac{0 + 23 + 2 \times 12 + 3 \times 9 + 4 \times 4 + 5 + 6}{78}$$

$$= \frac{101}{78} \approx 1$$

La moyenne de cette série est **environ 1**.

- b. La médiane de cette série se trouve entre la 39^e et la 40^e valeur de la série, soit 1.

- c. L'étendue est la différence entre le plus grand nombre de médailles gagnées et le plus petit, soit : $6 - 0 = 6$.

4. Les issues de l'événement A « le chiffre obtenu est un nombre premier » sont : 2 ; 3 et 5.

L'événement contraire de A est donc « le chiffre obtenu est 1 ; 4 ou 6 ». Donc **réponse b**.

5. Les affirmations a, b et c sont vraies.

Il est conseillé de construire un arbre.

Boule bleue	Boule rouge	Issue	Somme
2	2	(2; 2)	4
	3	(2; 3)	5
	4	(2; 4)	6
	5	(2; 5)	7
3	2	(3; 2)	5
	3	(3; 3)	6
	4	(3; 4)	7
	5	(3; 5)	8
4	2	(4; 2)	6
	3	(4; 3)	7
	4	(4; 4)	8
	5	(4; 5)	9

a. La probabilité d'obtenir deux nombres

premiers est : $\frac{6}{12} = \frac{1}{2}$ (on a 6 issues sans « 4 »).

b. La probabilité d'obtenir 2 nombres identiques

(2; 2), (3; 3) ou (4; 4) est $\frac{3}{12} = \frac{1}{4}$.

c. La probabilité d'obtenir la somme 6 est $\frac{3}{12} = \frac{1}{4}$.

Les questions flash

Fiche 12

1. En 3 h 30, il aura fuit $3,5 \times 1,6 = 5,6$ L d'eau.

2. 4,8 L se seront écoulés en 3 heures :
 $3 \times 1,6 = 4,8$.

Fiche 13

1. $25\% = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4}$ de 0,92 € = 0,23€.

Le prix en 2022 est donc de $0,92 + 0,23 = 1,15$ €

2. Prix soldé = $\left(1 - \frac{p}{100}\right) \times$ Prix non soldé. Donc

$$\begin{aligned} \text{Prix non soldé} &= \text{Prix soldé} \div \left(1 - \frac{p}{100}\right) \\ &= 28 \div (1 - 0,30) = 28 \div 0,70 = 40 \end{aligned}$$

Avant les soldes, ce pantalon coûtait 40 €.

Le quiz p. 50-51

1. Les situations b et c sont des situations de proportionnalité.

La situation a n'est pas une situation de proportionnalité. En effet, Marie a 12 ans quand sa sœur Julie a 6 ans, elles ont donc 6 ans d'écart. Quand Julie aura 12 ans, Marie aura donc 6 ans de plus, c'est-à-dire 18 ans (et non 24 ans !)

La situation d n'est pas une situation de proportionnalité. En effet, on ne peut pas connaître la note qu'aura Inès à la prochaine évaluation, qui ne dépend pas forcément que du temps de révision !

2. Une situation de proportionnalité est représentée par une droite passant par l'origine du repère, donc seul le tarif A est une situation de proportionnalité.

Donc l'affirmation a est vraie.

3. a. Dans 10 mL d'eau, le nombre de gouttes est : $20 \times 10 = 200$.

b. $\frac{360}{20} = 18$

Le volume de 360 gouttes d'eau est de 18 mL.

c. Vrai. 1 L = 1 000 mL. Dans 1 L d'eau, il y a : $20 \times 1\,000 = 20\,000$ gouttes. Donc, dans 1 L d'eau, il y a bien plus de 10 000 gouttes.

4. a. Sur 100 boules dans l'urne (20 + 80), il y a 20 boules rouges. Le pourcentage de boules

rouges est donc : $\frac{20}{100} = 20\%$.

b. Sur 600 élèves dans le collège, il y a 180 élèves de 3^e.

Le pourcentage d'élèves en 3^e est donc :

$$\frac{180}{600} = \frac{30}{100} = 30\%.$$

c. Attention ! Deux augmentations successives de 10 % correspondent à une augmentation de 21 % (et non 20 %). En effet :

$$\left(1 + \frac{10}{100}\right) \times \left(1 + \frac{10}{100}\right) = 1,21 = 1 + \frac{21}{100}.$$

5. a. Le prix d'un pantalon à 30 € après une réduction de 10 % sera :

$$30 \times \left(1 - \frac{10}{100}\right) = 30 \times 0,90 = 27 \text{ €}$$

b. Le prix initial d'un pull à 21 € après une augmentation de 5 % était :

$$21 \div \left(1 + \frac{5}{100}\right) = 21 \div 1,05 = 20 \text{ €}$$

Les questions flash

Fiche 14

1. L'image de (-1) est

$$f(-1) = (-1)^2 - 3 = 1 - 3 = -2$$

2. On résout l'équation :

$$-4x + 8 = 12$$

$$-4x = 12 - 8$$

$$-4x = 4 \text{ donc } x = -1$$

Fiche 15

1. La fonction $f: x \mapsto \sqrt{3}x$ est une fonction linéaire, car elle est de la forme $f(x) = ax$ et $\sqrt{3}$ est un nombre réel.

2. Sur un repère, la représentation graphique d'une fonction linéaire passe toujours par l'origine du repère : le point $O(0; 0)$.

Fiche 16

$$1. f(-1) = (-2) \times (-1) + 5 = 2 + 5 = 7$$

2. L'antécédent de 4 est 6, car $6 - 2 = 4$.

Fiche 17

1. La formule qui calcule le carré de la cellule A1 est : « =A1^2 » ou « A1*A1 ».

2. La formule qui permet de calculer l'inverse de la somme d'un nombre et 1 est « =1/(A1+1) ». L'autre formule (1/(A1+1)) calculerait d'abord 1/A1 (priorité de la division), puis ajouterait 1 au résultat obtenu.

Le quiz p. 62-63

$$1. a. f(-1) = 2 \times (-1)^2 - 1 = 2 - 1 = 1$$

L'image de -1 par f est 1.

$$b. -5x + 3 = -2 \quad -5x = -5 \quad x = 1$$

L'antécédent de -2 par g est 1.

2. a. L'image de 1 par f est -2 (le point $(1; -2)$ appartient à la courbe $\mathcal{C}_f$).

b. L'image de 1 par g est 0 (le point $(1; 0)$ appartient à la courbe $\mathcal{C}_g$).

c. Le nombre 3 a 2 antécédents par g : -2 et 2 (les points $(-2; 3)$ et $(2; 3)$ appartiennent à la courbe $\mathcal{C}_g$).

3. a. La fonction g est linéaire et $\mathcal{C}_g$ passe par le point $M(2; -4)$ donc $g(x) = -2x$ (on a bien $g(2) = -2 \times 2 = -4$).

$-2x \neq 2 - 4x$, l'affirmation est donc fausse.

b. $g(x) = -2x$ donc le coefficient directeur de g est bien -2 . L'affirmation est donc vraie.

$$c. g(x) = 2 \quad -2x = 2 \quad x = -1$$

L'antécédent de 2 par la fonction g est -1 .

L'affirmation est donc fausse.

4. a. Le coefficient directeur de $\mathcal{C}_f$ est $-0,5$ (le point $(1; -0,5)$ appartient à la courbe $\mathcal{C}_f$).

b. Attention ! On ne peut pas lire directement l'image de 3 par g sur la courbe $\mathcal{C}_g$.

Le coefficient directeur de $\mathcal{C}_g$ est 3 (le point $(1; 3)$ appartient à la courbe $\mathcal{C}_g$) donc :

$$g(3) = 3 \times 3 = 9. \text{ L'image de 3 par } g \text{ est } 9.$$

$$5. a. f(0) = 3 \times 0 - 2 = 0 - 2 = -2$$

$$b. f(-3) = 3 \times (-3) - 2 = -9 - 2 = -11$$

$$c. f(2) = 3 \times 2 - 2 = 6 - 2 = 4$$

6. a. L'image de -1 par g est 2 (le point $(-1; 2)$ appartient à la courbe $\mathcal{C}_g$).

b. L'antécédent de -1 par f est -1 (le point $(-1; -1)$ appartient à la courbe $\mathcal{C}_f$).

c. Le nombre dont l'image est 1 par f et -2 par g est -3 (le point $(-3; 1)$ appartient à la courbe $\mathcal{C}_f$ et le point $(-3; -2)$ appartient à la courbe $\mathcal{C}_g$).

7. a. « =A1+A2 » est une formule.

b. « =SOMME(B1:B3) » calcule $B1 + B2 + B3$.

c. « =1+1/C1 » calcule la somme de 1 et de l'inverse de C1.

MESURES & GÉOMÉTRIE

Les questions flash

Fiche 18

1. Le volume de l'empilement des 4 cubes identiques est : $4 \times 2 \times 2 \times 2 = 32 \text{ cm}^3$

2. $250 \text{ cm}^3 = 25 \text{ cL} = 0,25 \text{ L}$

Fiche 19

1. Nathalie parcourt en moyenne 6 km en 1 heure. En 1 heure et demie, elle aura donc parcouru $6 \times 1,5 = 9 \text{ km}$.

2. Le volume d'un pavé droit est $V = \text{largeur} \times \text{profondeur} \times \text{hauteur}$. La hauteur du pavé droit est donc $120 \div (8 \times 5) = 3 \text{ cm}$

Le quiz p. 70-71

1. Volume de la demi-sphère :

$$\left(\frac{4}{3} \times \pi \times 2,3^3 \right) \div 2 \approx 25,5 \text{ cm}^3.$$

$$\text{Volume du cône : } \frac{\pi \times 2,3^2 \times 6}{3} \approx 33,2 \text{ cm}^3.$$

Volume du cornet : $25,5 + 33,2 \approx 59 \text{ cm}^3$.
Donc **réponse c**.

2. Volume du pavé droit : $3 \times 3 \times 4 = 36 \text{ m}^3$.
Volume de la pyramide : $3 \times 3 \times 3 \div 3 = 9 \text{ m}^3$.
Volume du pigeonier : $36 + 9 = 45 \text{ m}^3$.
Donc **réponse a**.

3. Volume de la boîte cylindrique :
 $\pi \times 3,4^2 \times (3 \times 2 \times 3,4) = 235,824\pi \text{ cm}^3$.
Volume des 3 balles :

$$3 \times \left(\frac{4}{3} \times \pi \times 3,4^3 \right) = 157,216\pi \text{ cm}^3.$$

Le volume de « vide » est donc :
 $235,824\pi - 157,216\pi = 78,608\pi \approx 247 \text{ cm}^3$.
Le volume de « vide » dans la boîte est **247 cm³**.
Donc **réponse a**.

4. Le son parcourt 344 m en 1 s, soit 0,344 km en 1 s ou encore $0,344 \times 3\,600 = 1\,238,4 \text{ km}$ en 1 heure (astuce : pour passer des m/s aux km/h, il suffit de multiplier par 3,6). La vitesse du son (arrondie à l'unité) est **1 238 km/h**. Donc **réponse c**.

5. La masse volumique du fer est de 7,9 g/mL.
 $1 \text{ mL} = 1 \text{ cm}^3$ donc 1 cm^3 de fer a une masse de 7,9 g.
 $1 \text{ dm}^3 = 1\,000 \text{ cm}^3$ donc 1 dm^3 de fer a une masse de :
 $1\,000 \times 7,9 = 7\,900 \text{ g}$.
Donc **réponse c**.

6. a. $4 \text{ cm} = 0,4 \text{ dm}$ et $60 \text{ mm} = 0,6 \text{ dm}$.
L'aire du rectangle est :
 $0,4 \text{ dm} \times 0,6 \text{ dm} = 0,24 \text{ dm}^2$ (grandeur produit).
b. La lampe consomme :
 $60 \text{ W} \times 7,5 \text{ h} = 450 \text{ Wh}$ (grandeur produit).
c. Le jaguar parcourt $650 \times 60 = 39\,000 \text{ m}$ en 1 h donc sa vitesse est **39 km/h** (grandeur quotient).
d. La densité de population de Marseille est :
 $873\,000 \text{ hab} \div 240 \text{ km}^2 \approx 3\,638 \text{ hab/km}^2$ (grandeur quotient).

Les questions flash

Fiche 20

1. **Vrai** : si les longueurs sont multipliées par 3, le volume est multiplié par $3^3 = 27$.

2. Si on multiplie par 0,1 les dimensions d'un rectangle, son aire est multipliée par $0,1^2 = 0,01$.

Fiche 21

L'image du motif 2 par la rotation de centre B et d'angle 90° dans le sens anti-horaire est le **motif 1**.

Fiche 22

On passe du triangle DEG au triangle DAB par l'**homothétie de centre D et de rapport 2**.

Le quiz p. 80-81

1. Volume de départ : $10 \times 20 \times 5 = 1\,000 \text{ cm}^3$.

Volume du pavé droit réduit :

$$1\,000 \times \left(\frac{1}{2}\right)^3 = 125 \text{ cm}^3. \text{ Donc réponse c.}$$

2. a. Le coefficient d'agrandissement est :

$$\frac{\text{longueur après agrandissement}}{\text{longueur avant agrandissement}} = \frac{100 \text{ cm}}{80 \text{ cm}} = 1,25$$

L'affirmation est donc **vraie**.

b. $GH = 60 \times 1,25 = 75 \text{ cm}$ (et non 80 cm).

L'affirmation est donc **fausse**.

c. On obtient l'aire de EFGH en multipliant celle de ABCD par $1,25^2 = 1,5625$ (et non $2,5$).

L'affirmation est donc **fausse**.

3. a. Le nombre à inscrire dans la case orange est :

$$2,5 \times 2,5 = 6,25.$$

b. Le nombre à inscrire dans la case verte est :

$$15 \div 2,5 = 6.$$

4. a. L'image du segment [AG] par la translation qui transforme E en H est **le segment [IF]**.

b. L'image du segment [AG] par la rotation de centre G et d'angle 90° dans le sens anti-horaire est **le segment [GI]**.

c. Le carré AGIE est l'image du carré ABCD par

l'homothétie de centre **A** et de rapport $\frac{1}{2}$.

5. a. EHT est « retourné » par rapport à CHA donc le coefficient est négatif. Comme c'est une réduction, le rapport (sans son signe) est inférieur à 1.

Le triangle EHT est l'image de CHA par

l'homothétie de rapport $-\frac{1}{3}$.

b. PHI est « translaté » par rapport à THE donc le coefficient est positif. Comme c'est un

agrandissement, le rapport est supérieur à 1. Le triangle PHI est l'image de THE par

l'homothétie de rapport $\frac{3}{2}$.

c. HAC est « retourné » par rapport à HPI donc le coefficient est négatif.

Comme c'est un agrandissement, le rapport (sans son signe) est supérieur à 1.

Le triangle HAC est l'image de HPI par

l'homothétie de rapport -2 .

Les questions flash

Fiche 23

1. Les trois directions sont l'**abscisse (x)**, l'**ordonnée (y)** et l'**altitude (z)**.

2. Les coordonnées de A et C sont : **A(1 ; 0 ; 1)** et **C(0 ; 1 ; 1)**.

Fiche 24

1. Les solides qui conviennent sont **le cube**, **le pavé droit à base carré**, **la pyramide à base carrée**.

2. La section obtenue est un cercle, c'est le **grand cercle** car il passe par le centre de l'orange.

Le quiz p. 88-89

1. a. Le point B a pour coordonnées (0 ; 10 ; 0) et non (10 ; 0 ; 0). L'affirmation est donc **fausse**.

b. Le point H a pour coordonnées (4 ; 0 ; 5).

L'affirmation est donc **vraie**.

c. Le point de coordonnées (0 ; 4 ; 0) se trouve sur l'axe des ordonnées. L'affirmation est donc **vraie**.

2. a. A(60° O ; 30° S)

b. B(80° O ; 60° N)

c. C(150° E ; 30° S)

3. a. Le coefficient d'agrandissement permettant de passer du petit cône au grand cône est 2.

On obtient donc l'aire de la base du petit cône en divisant l'aire de la base du grand cône par $2^2 = 4$ (et non 2). L'affirmation est donc **fausse**.

b. Le coefficient de réduction permettant de

passer du grand cône au petit cône est $\frac{1}{2} = 0,5$. L'affirmation est donc **vraie**.

c. Si le diamètre du petit cône est 4 cm, alors celui du grand cône est $4 \times 2 = 8 \text{ cm}$ (et non 6 cm).

L'affirmation est donc **fausse**.

4. a. La section est un **rectangle**.

b. D'après le théorème de Pythagore :

$$AC^2 = DA^2 + DC^2. \text{ Donc } AC^2 = 5^2 + 12^2 = 169.$$

Comme AC est une longueur, $AC > 0$.

$$AC = \sqrt{169} = 13 \text{ cm.}$$

5. a. $OM = 5 \text{ cm}$ (c'est le rayon de la sphère).
 b. $AB = 10 \text{ cm}$ (c'est le diamètre de la sphère).
 c. $IC = 4 + 5 = 9 \text{ cm}$.
 d. IOM est un triangle rectangle.
 D'après le théorème de Pythagore :
 $OM^2 = IO^2 + IM^2$.
 Donc $IM^2 = 5^2 - 4^2 = 25 - 16 = 9$
 Comme IM est une longueur, $IM > 0$.
 $IM = \sqrt{9} = 3 \text{ cm}$.

Les questions flash

Fiche 25

1. On ne peut appliquer le théorème de Pythagore que si le triangle EFG est rectangle en E .
 2. Le triangle IJK est rectangle en I , donc d'après le théorème de Pythagore, $JK^2 = IJ^2 + IK^2$.
 $5^2 = IJ^2 + 3^2$
 $25 = IJ^2 + 9$
 $IJ^2 = 25 - 9 = 16$
 $IJ = \sqrt{16} = 4 \text{ cm}$

Fiche 26

1. Si $[AB]$ est le plus grand côté du triangle ABC et si $AB^2 = CA^2 + CB^2$ alors le triangle ABC est rectangle et $[AB]$ est l'hypoténuse. Donc le triangle ABC est rectangle en C . L'affirmation est fausse.
 2. FG est la plus grande longueur.
 $FG^2 = 7^2 = 49$
 $EF^2 + EG^2 = 6^2 + 3^2 = 36 + 9 = 45$
 On obtient $FG^2 \neq EF^2 + EG^2$. L'égalité de Pythagore n'est pas vérifiée, donc le triangle EFG n'est pas rectangle.

Fiche 27

Les droites (FJ) et (GI) sont sécantes en E et les droites (IJ) et (FG) sont parallèles.

D'après le théorème de Thalès, $\frac{EI}{EG} = \frac{EJ}{EF} = \frac{IJ}{FG}$.

On a en particulier $\frac{EI}{EG} = \frac{EJ}{EF}$, donc $EI = \frac{EG \times EJ}{EF}$,

$$EI = \frac{5 \times 6}{2} = 15 \text{ cm}$$

Fiche 28

Les points E, M, F sont alignés dans le même ordre que les points alignés E, N, G . On calcule les rapports de longueurs.

$$\frac{EN}{EG} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3} \text{ et } \frac{EM}{EF} = \frac{3}{10} = 0,3$$

$$\text{On obtient } \frac{EN}{EG} \neq \frac{EM}{EF}$$

L'égalité du théorème de Thalès n'est pas vérifiée, donc les droites (MN) et (FG) ne sont pas parallèles.

Le quiz p. 100-101

1. Le triangle ABC est rectangle en A donc d'après le théorème de Pythagore $BC^2 = AB^2 + AC^2$. Il faut donc cocher l'égalité a.

En soustrayant AB^2 aux deux membres de l'égalité, on obtient alors $BC^2 - AB^2 = AC^2$. Il faut donc aussi cocher l'égalité c.

2. a. Pour le triangle DEF , $[DF]$ est le plus grand côté.

$$DF^2 = 5^2 = 25$$

$$DE^2 + EF^2 = 4^2 + 3^2 = 16 + 9 = 25$$

$DF^2 = DE^2 + EF^2$. D'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle DEF est rectangle en E .

- b. Pour le triangle GHI , $[GH]$ est le plus grand côté.

$$GH^2 = 9^2 = 81$$

$$GI^2 + HI^2 = 5^2 + 8^2 = 25 + 64 = 89$$

$GH^2 \neq GI^2 + HI^2$. L'égalité de Pythagore n'est pas vérifiée donc le triangle GHI n'est pas rectangle.

- c. Pour le triangle JKL , $[LK]$ est le plus grand côté.

$$LK^2 = 6,5^2 = 42,25$$

$$JK^2 + JL^2 = 2,5^2 + 6^2 = 6,25 + 36 = 42,25$$

$LK^2 = JK^2 + JL^2$. D'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle JKL est rectangle en J .

3. Les droites (BN) et (CM) sont sécantes en A et les droites (BC) et (MN) sont parallèles.

D'après le théorème de Thalès :

$$\frac{AB}{AN} = \frac{AC}{AM} = \frac{BC}{MN}$$

Donc il faut cocher la proposition b.

4. a. Les points D, E, F sont alignés dans le même ordre que les points D, G, H.

$$\frac{DE}{DF} = \frac{2}{2+3} = \frac{2}{5} = 0,4 \text{ et}$$

$$\frac{DG}{DH} = \frac{3}{3+4,5} = \frac{3}{7,5} = 0,4.$$

$$\text{Donc } \frac{DE}{DF} = \frac{DG}{DH}.$$

D'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (EG) et (FH) sont **parallèles**.

b. Les points E, D, F sont alignés dans le même ordre que les points G, D, H.

$$\frac{DE}{DF} = \frac{4}{3} \text{ et } \frac{DG}{DH} = \frac{6}{2} = 3.$$

$$\text{Donc } \frac{DE}{DF} \neq \frac{DG}{DH}.$$

L'égalité du théorème de Thalès n'est pas vérifiée. Les droites (EG) et (FH) ne sont **pas parallèles**.

c. Les points D, F, E sont alignés dans le même ordre que les points D, H, G.

$$\frac{DF}{DE} = \frac{3,5}{10} = 0,35 \text{ et } \frac{DH}{DG} = \frac{8-5,2}{8} = \frac{2,8}{8} = 0,35.$$

$$\text{Donc } \frac{DF}{DE} = \frac{DH}{DG}.$$

D'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (EG) et (FH) sont **parallèles**.

5. a. Pour montrer qu'un triangle est rectangle, lorsque les trois longueurs des côtés sont connues, il faut utiliser la **réciproque du théorème de Pythagore**.

b. Pour justifier que les droites (JK) et (PQ) sont parallèles, la configuration permet d'utiliser la **réciproque du théorème de Thalès**.

Les questions flash

Fiche 29

Les triangles sont égaux, donc les triangles ABC et DEF sont isocèles et ont un angle de mesure 60° . Si un triangle est isocèle et possède un angle de mesure 60° , alors en utilisant la somme des mesures des trois angles d'un triangle qui est égale à 180° , on obtient que les trois angles mesurent 60° , donc **les triangles ABC et DEF sont équilatéraux**.

Fiche 30

$$\frac{IK}{BC} = \frac{9}{6} = 1,5; \quad \frac{KJ}{AB} = \frac{6}{4} = 1,5 \text{ et } \frac{IJ}{AC} = \frac{4,5}{3} = 1,5.$$

Les longueurs des côtés des triangles ABC et IJK sont proportionnelles, donc **les triangles sont semblables**.

Fiche 31

$$\begin{aligned} 1. \text{ Dans le triangle IJK,} \\ \widehat{JIK} &= 180^\circ - (\widehat{IKJ} + \widehat{IJK}) \\ &= 180^\circ - (30^\circ + 60^\circ) = 90^\circ \end{aligned}$$

Donc le triangle IJK est rectangle en I. **On peut utiliser les formules de trigonométrie pour calculer JK.**

$$\cos \widehat{IKJ} = \frac{JI}{JK}; \quad JK = \frac{5}{\cos 60^\circ} = 10 \text{ cm}$$

Fiche 32

1. À l'aide de la calculatrice, on voit que $\cos^{-1} 0,6 \approx 53^\circ$, donc **$\widehat{ABC} \approx 53^\circ$** (valeur arrondie au degré).

2. Le triangle IJK est rectangle en J.

$$\sin \widehat{IKJ} = \frac{IJ}{IK} = \frac{5}{12}$$

À l'aide de la calculatrice, on trouve que

$$\sin^{-1} \left(\frac{5}{12} \right) \approx 25^\circ, \quad \widehat{IKJ} \approx 25^\circ \text{ (arrondie au degré).}$$

Le quiz p. 112–113

1. Il faut cocher uniquement la **proposition a.**

• Dans le triangle ABC :

$$\widehat{ABC} + \widehat{BAC} + \widehat{ACB} = 180^\circ$$

$$\widehat{ACB} = 180^\circ - (\widehat{ABC} + \widehat{BAC})$$

$$= 180^\circ - (60^\circ + 40^\circ) = 80^\circ$$

Dans le triangle DEF :

$$\widehat{EDF} + \widehat{EFD} + \widehat{DEF} = 180^\circ$$

$$\widehat{DEF} = 180^\circ - (\widehat{EDF} + \widehat{EFD})$$

$$= 180^\circ - (80^\circ + 40^\circ) = 60^\circ$$

Ainsi $\widehat{ABC} = \widehat{DEF}$; $\widehat{BAC} = \widehat{EFD}$; $\widehat{ACB} = \widehat{EDF}$.

Donc les triangles ABC et EDF sont **semblables**.

• Si les triangles étaient égaux, les sommets

B et E, A et F, C et D seraient homologues, ainsi que, en particulier, les côtés [AB] et [EF].

AB = 5 cm et DF = 5 cm. D'après les mesures

des angles du triangle EDF, ce triangle est

quelconque, donc EF $\neq$ 5 cm, donc AB $\neq$ EF.

Donc les triangles ABC et DEF ne sont **pas égaux**.

2. Il faut cocher uniquement la **proposition b.**

Le triangle GHI est rectangle en G.

D'après le théorème de Pythagore :

$$HI^2 = GI^2 + GH^2 = 12^2 + 5^2 = 169.$$

Comme HI est une longueur, HI > 0.

$$\text{Donc } HI = \sqrt{169} = 13 \text{ cm.}$$

Ainsi GH = JL ; GI = JK et HI = KL.

Donc les triangles GHI et JKL sont **égaux**.

3. a. Le triangle ABC est rectangle en A :

$$\cos \widehat{ABC} = \frac{BA}{BC} = \frac{4}{5}.$$

b. Pour déterminer $\sin \widehat{ABC}$, il faut calculer la longueur du côté [AC]. D'après le théorème de Pythagore : $BC^2 = AB^2 + AC^2$.

$$AC^2 = BC^2 - AB^2 = 5^2 - 4^2 = 9.$$

Comme AC est une longueur, AC > 0.

$$\text{Donc } AC = \sqrt{9} = 3 \text{ cm.}$$

$$\text{Ainsi } \sin \widehat{ABC} = \frac{AC}{BC} = \frac{3}{5}.$$

c. En utilisant la calculatrice, en tapant $\cos^{-1}\left(\frac{4}{5}\right)$,

la mesure de l'angle $\widehat{ABC}$ obtenue est proche de **37°**.

$$\text{d. } \sin \widehat{ACB} = \frac{BA}{BC} = \frac{4}{5}.$$

En utilisant la calculatrice, en tapant $\sin^{-1}\left(\frac{4}{5}\right)$,

la mesure de l'angle $\widehat{ACB}$ obtenue est proche de **53°**.

4. a. Dans le triangle ACH, rectangle en H, on connaît deux longueurs : celle de [AC], qui est l'hypoténuse, et celle de [AH], qui est

le côté opposé à l'angle $\widehat{ACH}$. La formule de trigonométrie utilisant la longueur du côté opposé et la longueur de l'hypoténuse est celle du sinus.

$$\sin \widehat{ACH} = \frac{AH}{AC} \text{ soit } \sin \widehat{ACH} = \frac{2}{5} \text{ ce qui permet}$$

de déterminer la mesure de l'angle $\widehat{ACH}$.

Il faut donc utiliser **un sinus**.

b. Dans le triangle ABH rectangle en H, [BH] est le côté adjacent à l'angle $\widehat{ABH}$ (dont la mesure est connue) et [AH] (dont la longueur est connue) est

le côté opposé à l'angle $\widehat{ABH}$. La formule de trigonométrie utilisant la longueur du côté adjacent à l'angle et la longueur du côté opposé à l'angle est celle de la tangente.

$$\tan \widehat{ABH} = \frac{AH}{BH} ; \text{ soit } \tan 30^\circ = \frac{2}{BH} \text{ ce qui permet}$$

de déterminer la longueur BH.

Il faut donc utiliser **une tangente**.

5. Le triangle DEF est rectangle en D.

Par rapport à l'angle connu $\widehat{DFE}$, [DF] est le côté adjacent et [FE] est l'hypoténuse.

$$\text{Donc, } \cos \widehat{DFE} = \frac{DF}{EF}, \text{ soit } \cos 60^\circ = \frac{7}{EF}.$$

$$\text{Ainsi } EF = \frac{7}{\cos 60^\circ}. \text{ Donc } \textbf{réponse c.}$$

6. Le triangle MNP est rectangle en M.

Par rapport à l'angle cherché $\widehat{MPN}$, [MP] est le côté adjacent et [MN] est le côté opposé.

$$\text{Ainsi } \tan \widehat{MPN} = \frac{MN}{MP} = \frac{8}{5}.$$

$$\text{Donc } \widehat{MPN} = \tan^{-1}\left(\frac{8}{5}\right) \approx 58^\circ. \text{ Donc } \textbf{réponse a.}$$

Les Sujets en vidéo



12 PROBLÈMES TYPES DE L'ÉPREUVE DU BREVET



hatier-clic.fr/25mat300

- | | |
|--------------------------|--|
| La Boîte à Bac et Hatier | ● Résoudre un problème de divisibilité et de nombres premiers |
| eliepan_pédagogique | ● Résoudre un problème de développement et de factorisation |
| La Boîte à Bac et Hatier | ● Résoudre un problème de calcul littéral |
| La Boîte à Bac et Hatier | ● Résoudre un problème de probabilités |
| La Boîte à Bac et Hatier | ● Résoudre un problème de pourcentage |
| La Boîte à Bac et Hatier | ● Résoudre un problème avec des fonctions linéaires et affines |
| La Boîte à Bac et Hatier | ● Résoudre un problème d'aire et de volume |
| La Boîte à Bac et Hatier | ● Résoudre un problème de vitesse |
| Mathlab | ● Résoudre un problème sur les transformations |
| À vos maths ! | ● Résoudre un problème de géométrie dans l'espace |
| La Boîte à Bac et Hatier | ● Résoudre un problème avec le théorème de Thalès |
| La Boîte à Bac et Hatier | ● Résoudre un problème de trigonométrie |

Édition : Anne-Laure Culière, Stéphanie Mathé, Victoire Merlin, Louise Roullier
Maquette de principe et illustrations : SKGD
Mise en page et schémas : STDI

Se préparer pour le Brevet !

Pour te mettre dans les conditions de l'examen, poursuis tes révisions sur le site **annabac.com***

* accès gratuit selon les conditions précisées sur le site



Consulte dans chaque matière les précédents **sujets du Brevet** : ils sont tous expliqués et corrigés



Retrouve aussi des **quiz interactifs** pour les différentes épreuves du Brevet



En vidéo

Des **sujets de brevet** en vidéo



Conseils pour **bien réviser** à J - 7

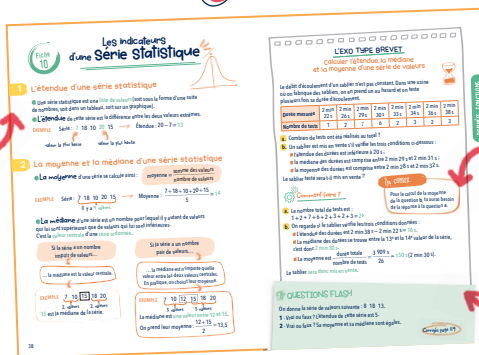


Une nouvelle façon de réviser
l'épreuve de maths

3^e
NOUVEAU
BREVET

MON BREVET MATHS en Studyfiches

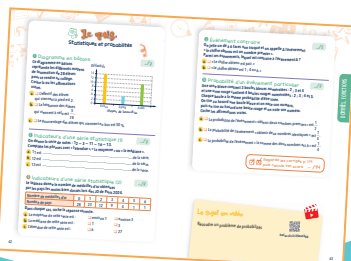
55 FICHES GRAPHIQUES
pour comprendre
et mémoriser
les notions-clés
du programme



Des MÉTHODES
et des MISES
EN PRATIQUE

Des QUESTIONS
FLASH pour réviser
de manière active

Des QUIZ BILANS
pour t'auto-évaluer



Des VIDÉOS
de sujets
de brevet

Pour compléter
tes révisions, rendez-vous
sur le site **annabac**