

ABC
du **BAC**

Réussite
L'essentiel
pour le Bac

Physique Chimie 1^{re} S

- ✓ **L'essentiel** du cours
- ✓ **Méthodes** claires et efficaces
- ✓ **Exercices** variés
- ✓ **Corrigés** détaillés

Compléments numériques sur
www.abcbac.com

 **Nathan**

ABC du **BAC** Réussite

Physique-Chimie 1^{re} S

Karine Marteau-Bazouni

Le papier de cet ouvrage est composé de fibres naturelles, renouvelables, recyclables et fabriquées à partir de bois provenant de forêts gérées de manière responsable et durable.

 **Nathan**

Réalisation éditoriale : Roselyne Messenger

Édition : Fanny Morquin/Gilbert Gié

Conception graphique intérieur : Killiwatch, avec la participation de Aude Gertou

Couverture : Marc et Yvette

Compositeur : Edicompo

© Nathan 2008 – 25, avenue Pierre de Coubertin – 75013 Paris, pour la 1^{re} édition

© Nathan 2009 pour la présente édition

ISBN : 978-2-188177-5

Cet ouvrage est conçu pour vous aider à acquérir des bases solides en Physique-Chimie, en 1^{re} S. Sa présentation très claire, avec une couleur pour chaque rubrique (cours, méthode, exercices, corrigés) vous permettra de vous repérer très facilement.

Cours

- Le cours est structuré en courtes séquences, pour faciliter vos révisions.
- Chaque séquence comporte des exercices résolus, commentés, qui constituent une préparation à la résolution d'exercices plus difficiles.

Méthode

- Ces pages présentent une méthode explicite et détaillée de la résolution des exercices type.
- Les réflexes à avoir et les pièges à éviter sont détaillés pour vous aider lors de la résolution des exercices.

Exercices

- Nombreux et variés, les exercices proposés permettent de couvrir l'ensemble des thèmes abordés dans le chapitre.
- Ils sont classés en trois rubriques permettant de travailler progressivement : Vérifiez vos connaissances, Exercices d'entraînement, Pour aller plus loin.

Corrigés

- Les corrigés sont entièrement rédigés, très détaillés, et présentent toutes les étapes du raisonnement et des calculs.
- Ils sont accompagnés de petites notes sur fond jaune, présentant des commentaires, des conseils ou des remarques.

■ En annexe :

- les constantes et valeurs numériques utiles ;
- les grandeurs fondamentales et dérivées ;
- la classification périodique des éléments ;
- les conductivités molaires ioniques et les énergies de liaison ;
- les indicateurs colorés ;
- lexique ;
- index des notions.

Sommaire

Partie I Physique

Chapitre 1. Interactions fondamentales et cohésion de la matière

1 La masse et l'interaction gravitationnelle	12
2 La charge et l'interaction électrique	14
3 Cohésion de la matière	16
Méthode	18
Exercices	21
Corrigés	23

Chapitre 2. Mouvement d'un solide indéformable

1 Vecteur vitesse instantanée d'un point d'un solide	28
2 Mouvement de translation	30
3 Mouvement de rotation autour d'un axe fixe : vitesse angulaire	32
Méthode	34
Exercices	37
Corrigés	40

Chapitre 3. Forces et lois de Newton

1 Forces macroscopiques s'exerçant sur un solide	46
2 Résultante des forces $\vec{\Sigma}$	48
3 Première loi : principe d'inertie	50
4 Deuxième et troisième lois de Newton	52
Méthode	54
Exercices	58
Corrigés	62

Chapitre 4. Travail mécanique et énergie

1 Travail d'une force	68
2 Exemple du poids ; puissance d'une force	70
3 Travail et énergie cinétique	72
4 Travail et énergie potentielle de pesanteur ; conservation de l'énergie mécanique	74

5 Énergie interne	76
Méthode	78
Exercices	81
Corrigés	84

Chapitre 5. Circuit électrique en courant continu

1 Différence de potentiel	92
2 Énergie et puissance électriques	94
3 Transferts d'énergie	96
4 Conservation d'énergie et lois de l'électrocinétique	98
5 Circuit résistif et résistance équivalente R_{eq}	100
Méthode	102
Exercices	105
Corrigés	108

Chapitre 6. Magnétisme et forces électromagnétiques

1 Champ magnétique	116
2 Superposition de champs magnétiques	118
3 Champ magnétique créé par un courant	120
4 Champ magnétique créé par un courant : valeur de B	122
5 Forces électromagnétiques	124
6 Couplage électromécanique	126
Méthode	128
Exercices	132
Corrigés	137

Chapitre 7. Optique

1 Visibilité d'un objet	146
2 Image donnée par un miroir plan	148
3 Image donnée par une lentille convergente	150
4 Image à travers une lentille : méthode géométrique	152
5 Image à travers une lentille : méthode analytique	154
6 Un exemple d'appareil optique : la lunette astronomique	156
Méthode	158
Exercices	163
Corrigés	168

Partie II Chimie

Chapitre 1. Étude des transformations chimiques

1 Grandeurs physiques liées aux quantités de matière	178
2 Cas d'un gaz ou d'une solution	180
3 Suivi d'une transformation chimique	182
Méthode	184
Exercices	188
Corrigés	191

Chapitre 2. Comment déterminer les quantités de matière en solution à l'aide d'une mesure physique ? Exemple de la conductimétrie

1 Solutions électrolytiques	198
2 Conductimétrie	200
3 Conductivité	202
Méthode	204
Exercices	207
Corrigés	211

Chapitre 3. Réactions acido-basiques et réactions d'oxydoréduction (redox)

1 Réactions acido-basiques	218
2 Réactions d'oxydoréduction	220
Méthode	222
Exercices	226
Corrigés	229

Chapitre 4. Comment déterminer les quantités de matière en solution à l'aide de réactions chimiques ? Les dosages

1 Principe du dosage	236
2 Équivalence	238
3 Dosage colorimétrique	240
4 Suivi conductimétrique	242
Méthode	244
Exercices	247
Corrigés	252

Chapitre 5. Chimie organique

1 Chaîne carbonée saturée : les alcanes	262
2 Chaîne carbonée insaturée : les alcènes	264
3 Groupes fonctionnels et tests caractéristiques	266
4 Réactivité des alcools	268
Méthode	270
Exercices	275
Corrigés	279

Chapitre 6. L'énergie au quotidien : cohésion de la matière et aspects énergétiques de ses transformations

1 Cohésion de la matière : la molécule	286
2 Cohésion de la matière : les assemblages de molécules	288
3 Aspects énergétiques	290
Méthode	292
Exercices	296
Corrigés	299

Annexes

Les constantes et valeurs numériques utiles	306
Les grandeurs fondamentales et dérivées	307
La classification périodique des éléments	308
Les conductivités molaires ioniques et les énergies de liaison	309
Les indicateurs colorés	310
Lexique	311
Index	317

Partie I

Physique

Chapitre

I

Interactions fondamentales et cohésion de la matière

1 La masse et l'interaction gravitationnelle

1 Rappels sur les constituants de la matière

→ Caractéristiques des particules

Les constituants de la matière sont les nucléons (neutrons et protons) et les électrons.

Particule	Masse (kg)	Charge (C)	Rayon (m)
Proton	$m_p = 1,672\,6 \cdot 10^{-27}$	$q_p = +1,6 \cdot 10^{-19}$	$1,2 \cdot 10^{-15}$
Neutron	$m_n = 1,674\,9 \cdot 10^{-27}$	$q_n = 0$	$1,2 \cdot 10^{-15}$
Électron	$m_e = 9,109\,4 \cdot 10^{-31}$	$q_e = -1,6 \cdot 10^{-19}$	$4,0 \cdot 10^{-15}$

→ Commentaires

La masse d'un proton est sensiblement égale à celle d'un neutron. On notera pour la masse du nucléon : $m_{\text{nucléon}} = 1,67 \cdot 10^{-27}$ kg.

La masse d'un électron est environ 2 000 fois plus faible que celle d'un nucléon et pourra être négligée devant elle dans la plupart des applications numériques.

La charge élémentaire, notée e , est la plus petite charge de la nature :

$$e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

Toute autre charge est considérée comme un multiple de e .

La charge d'un proton est $q_p = +e$, et celle d'un électron est $q_e = -e$.

2 L'interaction gravitationnelle ; loi de Newton

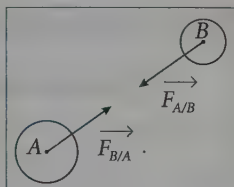
→ Un corps A de masse m_A exerce sur un corps B de masse m_B une action attractive modélisée par une force $\vec{F}_{A/B}$ de norme (en newtons N) :

$$F_{A/B} = G \cdot \frac{m_A \cdot m_B}{d_{AB}^2} \text{ avec } \begin{cases} m_A : \text{masse du corps A et } m_B : \text{masse du corps B} \\ \text{(en kg),} \\ d_{AB} : \text{distance séparant les centres de A et de B} \\ \text{(en m),} \\ G : \text{constante de gravitation} \\ \text{(} G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2} \text{).} \end{cases}$$

→ La force gravitationnelle qu'exerce A sur B, notée $\vec{F}_{A/B}$, est portée par une droite joignant les centres de A et de B et est dirigée de B vers A.

La force gravitationnelle qu'exerce B sur A est telle que :

$$\vec{F}_{B/A} = -\vec{F}_{A/B}$$



Exercice résolu

→ Représenter les forces d'interaction gravitationnelle

Énoncé

1. Donner la composition d'un atome d'hydrogène ${}^1_1\text{H}$.
2. Calculer la norme de la force gravitationnelle exercée par chacune des particules composant cet atome, sachant qu'elles sont distantes de 53 pm. En déduire une représentation graphique de ces forces.

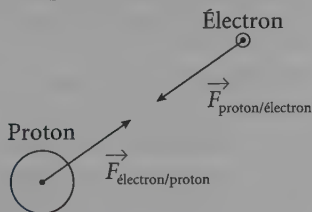
Corrigé commenté

1. Pour l'atome d'hydrogène, les nombres de masse et de charge sont $A = 1$ et $Z = 1$. Le noyau n'est donc constitué que d'un seul proton. L'atome étant électriquement neutre, on en déduit qu'il possède aussi un électron.
2. La force gravitationnelle qu'exerce le proton sur l'électron a la même norme que celle exercée par l'électron sur le proton et vaut :

$$F = G \cdot \frac{m_e \cdot m_p}{d^2}$$

$$\text{A.N. : } F = 6,67 \cdot 10^{-11} \times \frac{9,11 \cdot 10^{-31} \times 1,67 \cdot 10^{-27}}{(53 \cdot 10^{-12})^2} = 3,6 \cdot 10^{-47} \text{ N.}$$

On en déduit la représentation graphique suivante :



Faire attention
aux unités
et ne pas oublier
le carré
au dénominateur.

2 La charge et l'interaction électrique

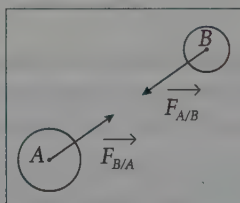
1 Loi de Coulomb

→ Un corps A de charge q_A exerce sur un corps B de charge q_B une action modélisée par une force $\vec{F}_{A/B}$ de norme (en newtons N) :

$$F_{A/B} = k \cdot \frac{|q_A \cdot q_B|}{d_{AB}^2} \text{ avec } \begin{cases} q_A : \text{charge du corps A et } q_B : \text{charge du corps B} \\ \text{(en C),} \\ d_{AB} : \text{distance séparant A et B (en m),} \\ k : \text{constante électrique} \\ (k = 9,0 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}). \end{cases}$$

- $|q_A \cdot q_B|$ est la valeur absolue (ou valeur positive) du produit des charges.
- La force électrique peut être attractive ($q_A q_B < 0$) ou répulsive ($q_A q_B > 0$).
- La force électrique qu'exerce B sur A est telle que :

$$\vec{F}_{B/A} = -\vec{F}_{A/B}$$



2 Phénomènes d'électrisation

- Lorsqu'on frotte une baguette de verre avec un tissu et qu'on l'approche de petits morceaux de papier, on observe que ces derniers sont attirés par la baguette : le frottement a provoqué une électrisation (qui peut être positive ou négative).
- De la même manière, si l'on approche sans contact la baguette d'une petite bille métallique suspendue à un fil, il est possible d'observer un phénomène d'électrisation par influence.
- Un troisième mode d'électrisation est possible, par contact entre conducteurs.

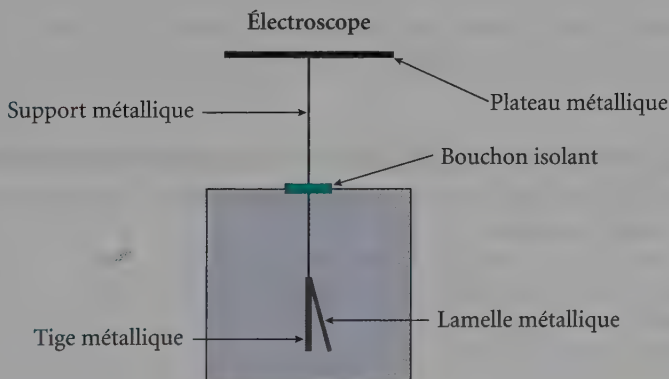
Exercice résolu

➔ Expliquer le fonctionnement de l'électroscope

Énoncé

On frotte une baguette d'ébonite avec une peau de chat.

1. De quel type d'électrisation s'agit-il ?
2. Sachant que des électrons sont arrachés à la peau de chat, donner le signe de la charge de la baguette. Que penser de celle de la peau de chat ?
On met en contact ensuite la baguette et le plateau de l'électroscope, initialement neutre. On observe alors que la lamelle s'écarte de la tige.
3. Expliquer ce phénomène.



Corrigé commenté

1. Il s'agit d'une électrisation par frottement.
2. Les électrons sont transférés de la peau de chat vers la baguette. Cette dernière est donc électrisée négativement et la peau de chat positivement.
3. Le plateau et le support métallique sont conducteurs et vont donc faire circuler les électrons de la baguette vers la tige et la lamelle. Ces dernières seront alors chargées négativement et vont donc se repousser.

Le système
{baguette + peau
de chat} est
électriquement
neutre.

3 Cohésion de la matière

1 Interactions fondamentales aux différentes échelles

→ Il existe d'autres interactions comme l'interaction forte qui s'exerce uniquement entre les nucléons. Elle permet de maintenir les particules du noyau à proximité les unes des autres. L'interaction forte est attractive et augmente avec la distance entre les nucléons.

→ Si les conditions de leur existence sont réunies, les trois interactions fondamentales (gravitationnelle, électrique et forte) sont *a priori* à considérer. Toutefois, en fonction de l'échelle du problème, on pourra négliger une ou plusieurs interactions.

→ Deux critères permettent cette approximation :

- la portée de l'interaction : les interactions gravitationnelle et électrique ont une portée infinie, alors que l'interaction forte n'agit qu'à l'intérieur du noyau (environ 10^{-15} m) ;
- la norme de la force d'interaction considérée par rapport aux autres forces : dans un noyau, la force gravitationnelle est environ 10^{40} fois plus faible que la force électrique.

2 Interaction responsable de la cohésion de la matière

→ La cohésion de la matière est assurée par l'interaction fondamentale prépondérante à l'échelle considérée :

- l'interaction gravitationnelle à l'échelle astronomique ;
- l'interaction électrique à l'échelle des atomes, des molécules et de la matière à notre échelle ;
- l'interaction forte à l'échelle du noyau.

Exercice résolu



Définir l'interaction responsable de la cohésion de la matière à une échelle donnée

Énoncé

1. Calculer la norme de la force d'interaction électrique entre le proton et l'électron de l'atome d'hydrogène. Cette force est-elle attractive ou répulsive ?
2. Comparer à la norme de la force gravitationnelle (voir exercice résolu p. 13) et à celle de la force forte.

3. En déduire l'interaction fondamentale qui assure la cohésion de l'atome d'hydrogène.

Donnée : distance électron-proton = 53 pm

Corrigé commenté

1. La force qu'exerce l'électron sur le proton est de même norme que celle qu'exerce le proton sur l'électron :

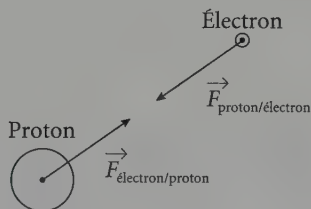
$$F_e = k \frac{|q_e q_p|}{d^2} = k \frac{|-e|e}{d^2}$$

soit :

$$F_e = k \left(\frac{e}{d} \right)^2$$

$$\text{A.N. : } F_e = 9,0 \cdot 10^9 \times \left(\frac{1,6 \cdot 10^{-19}}{53 \cdot 10^{-12}} \right)^2 = 8,2 \cdot 10^{-8} \text{ N.}$$

La force électrique est ici attractive, car les charges de l'électron et du proton sont de signes opposés.



2. Calculons le rapport des deux forces :

$$\frac{F_e}{F_g} = \frac{8,2 \cdot 10^{-8}}{3,6 \cdot 10^{-47}} = 2,3 \cdot 10^{+39}$$

On peut alors en déduire que la force gravitationnelle est négligeable devant la force électrique.

L'interaction forte n'agit pas ici, car l'électron n'est pas un nucléon, et les distances considérées sont supérieures à la taille du noyau (portée de l'interaction forte).

3. L'interaction fondamentale prépondérante est l'interaction électrique. Elle assure ainsi la cohésion de l'atome d'hydrogène.

Une interaction est négligeable par rapport à une autre si elle est au moins 100 fois plus faible qu'elle.

Méthode

Rechercher l'interaction responsable de la cohésion de la matière

Sujet exemple

Deux sphères chargées A et B, de même masse $m = 12,5$ g, sont en contact. Sachant que $q_A = +5,5$ nC et $q_B = -4,0$ nC et que la distance $AB = 2,3$ cm, montrer que l'interaction électrique est responsable de la cohésion de la matière.

Ce qu'il faut faire

Il faut en réalité faire un choix entre les trois interactions : gravitationnelle, électrique et forte.

Étape 1 :

Commencez par étudier la situation et procédez éventuellement par élimination :

- s'il ne s'agit pas de la cohésion du noyau, éliminez l'interaction forte, car sa portée se limite aux noyaux des atomes ;
- s'il s'agit de particules non chargées, éliminez l'interaction électrique.

Il ne s'agit pas de la cohésion du noyau, donc on peut éliminer l'interaction forte.

Étape 2 :

- Donnez l'expression de la norme de la force d'interaction gravitationnelle qui s'exerce entre les deux corps étudiés.
- Calculez sa valeur.

La norme de la force gravitationnelle est :

$$F_{\text{grav}} = G \frac{m^2}{AB^2}$$

$$\begin{aligned} \text{A.N. : } F_{\text{grav}} &= 6,67 \cdot 10^{-11} \times \frac{(12,5 \cdot 10^{-3})^2}{(2,3 \cdot 10^{-2})^2} \\ &= 2,0 \cdot 10^{-11} \text{ N.} \end{aligned}$$

Étape 3 :

- Donnez ensuite, s'il y a lieu, l'expression de la norme de la force d'interaction électrique qui s'exerce entre les deux corps étudiés.
- Calculez sa valeur.

La norme de la force électrique est :

$$F_{\text{elec}} = k \frac{|q_A \cdot q_B|}{AB^2}$$

$$\begin{aligned} \text{A.N. : } F_{\text{elec}} &= 9,0 \cdot 10^9 \times \frac{4,0 \cdot 10^{-9} \times 5,5 \cdot 10^{-9}}{(2,3 \cdot 10^{-2})^2} \\ &= 3,7 \cdot 10^{-4} \text{ N.} \end{aligned}$$

Étape 4 :

- Comparez les deux valeurs précédentes en calculant le rapport entre ces normes.
- Vous pourrez alors négliger l'une des deux forces par rapport à l'autre si elle est au moins 100 fois plus faible qu'elle.

Le rapport des deux forces est :

$$\frac{F_{\text{elec}}}{F_{\text{grav}}} = \frac{3,7 \cdot 10^{-4}}{2,0 \cdot 10^{-11}} = 1,8 \cdot 10^7 > 100$$

L'interaction gravitationnelle est donc négligeable devant l'interaction électrique.

Étape 5 :

- Concluez sur l'interaction qui assure la cohésion de la matière dans la situation proposée.

Conclusion :

L'interaction responsable de la cohésion de la matière est ici l'interaction électrique.

Remarque : Ayez toutefois l'esprit critique... De manière générale, s'il s'agit d'une situation à l'échelle astronomique, vous devriez trouver que l'interaction gravitationnelle prédomine. S'il s'agit plutôt d'une situation à notre échelle ou à l'échelle atomique, vous devriez trouver que l'interaction électrique prédomine.

Réflexes à avoir et pièges à éviter

- R1** Penser que la masse de l'électron peut être négligée devant celle du nucléon.
- R2** Dans les applications numériques relatives aux forces d'interaction gravitationnelle et électrique, penser à bien élever le dénominateur au carré et faire attention aux unités à respecter. Les distances sont en mètres (m), les masses en kilogrammes (kg) et les charges en coulombs (C).
- P1** Attention, l'interaction gravitationnelle est toujours attractive, alors que l'interaction électrique peut être répulsive (si les deux charges sont de mêmes signes) ou attractive (si les deux charges sont de signes contraires).
- P2** Attention, penser qu'en dehors du noyau, l'interaction forte est inexistante.

Vérifiez vos connaissances

1 Vrai-Faux

➔ corrigé p. 23

1. La valeur de la force gravitationnelle qu'exerce la Terre de masse M sur un satellite de masse m est :

$$F = G \frac{Mm}{h^2}$$

☐ V ☐ F

avec h l'altitude du satellite.

2. La valeur de la force électrique entre deux charges est divisée par 2 si la distance entre les charges est doublée.

☐ V ☐ F

3. Quelles que soient deux charges q_A et q_B ($q_A q_B > 0$), on peut toujours placer une charge q en un point P entre A et B tel que les forces électriques exercées par q_A et q_B sur q se compensent.

☐ V ☐ F

4. Dans un noyau, il existe deux types d'interaction dont les effets sont opposés.

☐ V ☐ F

5. e est la charge d'un électron.

☐ V ☐ F

Exercices d'entraînement

2 * Forces gravitationnelles

➔ R2, P1 et P2

➔ corrigé p. 23

Soient m_L et m_T les masses respectives de la Lune et de la Terre, ces astres étant supposés sphériques. Il existe, sur la ligne joignant ces deux astres, un point M où les forces gravitationnelles lunaire et terrestre se compensent.

1. Situer ce point M remarquable en calculant sa distance d au centre de la Terre.
2. Indiquer sur le segment Terre-Lune le domaine où la force gravitationnelle d'un des astres est prépondérante.

Données : $m_T = 81 m_L$; distance des centres de la Terre et de la Lune :
 $D = 3,8 \cdot 10^5 \text{ km}$.

3 * Cohésion à l'échelle atomique

➔ R1 et R2

➔ corrigé p. 24

On considère une molécule diatomique constituée de deux atomes identiques. Leurs noyaux sont distants de 0,14 nm.

1. Calculer la charge de chaque noyau si la force électrique qui s'exerce entre ces deux noyaux est de $5,76 \cdot 10^{-7} \text{ N}$. En déduire la formule de la molécule.
2. Calculer la valeur de la force gravitationnelle qui s'exerce entre les deux noyaux. Justifier que la cohésion de la matière à l'échelle atomique est expliquée par la loi de Coulomb.

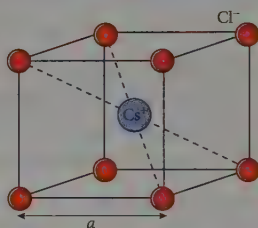
Pour aller plus loin

4 ** Chlorure de césium

➡ R2 et P1

➡ corrigé p. 24

Le chlorure de césium est un cristal ionique constitué d'ions chlorure Cl^- et d'ions césium Cs^+ disposés régulièrement selon un empilement appelé « cubique centré » (c.c.). Chaque cube de côté a est constitué d'un ion Cs^+ au centre et de 8 ions Cl^- placés aux différents sommets.



1. Montrer que la distance entre les ions césium et les ions chlorure est $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.
2. Donner l'expression de la force électrique exercée par un ion Cl^- sur l'ion césium situé au centre du cube. Est-elle répulsive ou attractive ?
3. En déduire la force électrique exercée par les deux ions Cl^- situés sur la même diagonale du cube sur l'ion césium. Conclure.

5 ** Champ de gravitation

➡ R2, P1 et P2

➡ corrigé p. 25

On assimile le Soleil à une sphère de rayon r_s et de masse m_s présentant une répartition de masse à symétrie sphérique. On suppose que la trajectoire du centre de la Terre autour du Soleil est un cercle de rayon R .

1. Donner l'expression littérale de la norme de la force gravitationnelle F exercée par le Soleil sur un objet de masse m situé à sa surface.
2. On définit le champ de gravitation g_{os} à la surface du Soleil comme $\frac{F}{m}$, donner son expression et calculer sa valeur numérique.
3. Donner l'expression littérale du champ de gravitation g_s en un point de l'orbite terrestre autour du Soleil. Calculer sa valeur numérique.
4. Comparer la valeur du champ de gravitation g_s à celle g_{0T} du champ de gravitation terrestre au niveau du sol. Conclure.

Données : $r_s = 7,0 \cdot 10^5 \text{ km}$; $m_s = 2,0 \cdot 10^{30} \text{ kg}$; $R = 1,5 \cdot 10^8 \text{ km}$.

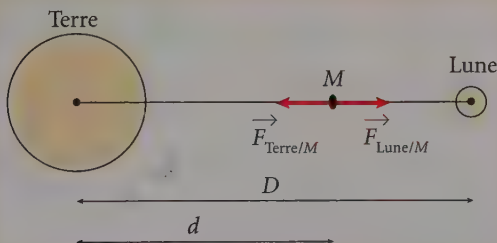
Champ de gravitation terrestre au niveau du sol : $g_{0T} = 9,8 \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1}$.

Vrai-Faux

1. Faux. $F = G \frac{Mm}{d^2}$ avec d la distance entre le centre de la Terre et le satellite, donc $d = R_T + h$.
2. Faux. Si $d' = 2d$, alors $F' = k \frac{|q_A q_B|}{(2d)^2} = \frac{F}{4}$.
3. Vrai. Si la charge q est de même signe que celles de q_A et q_B , alors q est repoussée par A et par B . Les deux forces sont de sens contraires et peuvent se compenser. Il en est de même si q est de signe opposé.
4. Vrai. L'interaction forte est attractive et l'interaction électrique entre les protons de même charge est répulsive.
5. Faux. La charge de l'électron est $q_e = -e < 0$.

Forces gravitationnelles

1. On peut modéliser la situation en affectant une masse m au point M :



Affecter une masse quelconque m au point M (le problème est indépendant de cette masse).

La distance entre M et la Lune est $D - d$.

Si la force exercée par la Lune au point M de masse m compense celle exercée par la Terre, alors ces deux forces doivent avoir même direction, des sens contraires et même norme :

$$F_{\text{Lune}/M} = G \frac{m_L \cdot m}{(D-d)^2} = G \frac{m_T \cdot m}{d^2} = F_{\text{Terre}/M}$$

En simplifiant et en utilisant les données de l'énoncé, on obtient :

$$\frac{m_L}{(D-d)^2} = \frac{m_T}{d^2} = \frac{81 m_L}{d^2}$$

Soit $d^2 = 81 (D-d)^2$ et en prenant la racine carrée : $d = 9 (D-d)$ soit $d = \frac{9}{10} D$.

A.N. : $d = \frac{9}{10} \times 3,8 \cdot 10^8 = 3,4 \cdot 10^8 \text{ m}.$

2. Au point M , quelle que soit sa masse, les forces de gravitation se compensent. En revanche, entre la Terre et M , la force de gravitation terrestre est prépondérante (d diminuant, on en conclut que $G \frac{m_T \cdot m}{d^2} = F_{\text{Terre}/M}$ augmente). Entre M et la Lune, la force gravitationnelle exercée par la Lune augmente, alors que celle exercée par la Terre diminue.

3 Cohésion à l'échelle atomique

1. Soit Q la charge de chaque noyau, la force électrique qu'un noyau exerce sur

l'autre s'écrit : $F_e = k \frac{Q^2}{d^2}$. On en déduit donc : $Q^2 = \frac{F_e d^2}{k}$ soit : $Q = d \sqrt{\frac{F_e}{k}}$

A.N. : $Q = 0,14 \cdot 10^{-9} \times \sqrt{\frac{5,76 \cdot 10^{-7}}{9,0 \cdot 10^9}} = 1,12 \cdot 10^{-18} \text{ C.}$

Cette charge est celle des $Z = \frac{Q}{e}$ protons du noyau (le neutron n'est pas chargé).

A.N. : $Z = \frac{1,12 \cdot 10^{-18}}{1,6 \cdot 10^{-19}} = 7.$

L'atome correspondant est donc l'azote, et la molécule est le diazote N_2 .

2. $F_g = G \frac{(A \cdot m_{\text{nuc}})^2}{d^2}$ avec $A \cdot m_{\text{nuc}}$ la masse d'un noyau d'azote $A = 14$.

A.N. : $F_g = 6,67 \cdot 10^{-11} \times \left(\frac{14 \times 1,67 \cdot 10^{-27}}{0,14 \cdot 10^{-9}} \right)^2 = 1,9 \cdot 10^{-42} \text{ N.}$

On en déduit le rapport $\frac{F_e}{F_g} = \frac{5,76 \cdot 10^{-7}}{1,9 \cdot 10^{-42}} = 3,0 \cdot 10^{35}$. L'interaction électrique est donc prépondérante à cette échelle et assure la cohésion de la matière.

4 Chlorure de césium

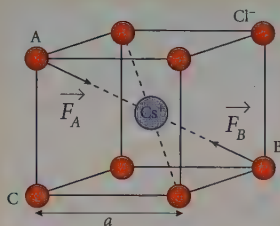
1. La diagonale d'un carré d'arête a étant égale à $a\sqrt{2} = BC$, on en déduit d'après le théorème de Pythagore que la distance AB est telle que $AB^2 = BC^2 + AC^2$ (triangle rectangle en C).

Soit $AB^2 = (a\sqrt{2})^2 + a^2 = 3a^2 \Rightarrow AB = a\sqrt{3}.$

La distance entre un ion Cs^+ et un ion Cl^- est : $\frac{AB}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$

L'atome est caractérisé par son numéro atomique Z et sa charge q est un multiple de e .

Utiliser le théorème de Pythagore dans le triangle ABC .



2. Considérons la force électrique exercée par l'ion chlorure placé au sommet A du cube. Il exerce une force $\vec{F}_A$ de norme :

$$F_A = k \frac{e^2}{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2} = k \left(\frac{2e}{a\sqrt{3}}\right)^2$$

soit :

$$F_A = \frac{4ke^2}{3a^2}$$

Les deux ions ont des charges de signes opposés, la force d'interaction est attractive.

3. On considère maintenant l'ion chlorure placé en B. Il exerce une force $\vec{F}_B$ de même direction, de même norme que la précédente mais de sens contraire. On peut

écrire $\vec{F}_A + \vec{F}_B = \vec{0}$, la force résultante est donc nulle.

En raisonnant de même pour les trois autres paires d'ions Cl^- , on en conclut que l'ion césium est soumis à un ensemble de forces électriques exercées par les ions chlorure qui se compensent. Cette conclusion est bien en accord avec le fait que l'ion césium est en équilibre dans le cristal (principe d'inertie).

Raisonner
par paire d'ions
diamétralement
opposés.

5 Champ de gravitation

1. La force gravitationnelle F exercée par le Soleil sur un objet de masse m situé à sa surface est :

$$F = G \frac{m_s \cdot m}{r_s^2}$$

2. On en déduit donc le champ de gravitation g_{0s} à la surface du Soleil :

$$g_{0s} = \frac{F}{m} = G \frac{m_s}{r_s^2}$$

$$\text{A.N. : } g_{0s} = 6,67 \cdot 10^{-11} \times \frac{2,0 \cdot 10^{30}}{(7,0 \cdot 10^5 \times 10^3)^2} = 2,7 \cdot 10^2 \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1}.$$

3. Par définition, $F_{\text{Soleil/Terre}} = G \frac{m_s \cdot m_{\text{Terre}}}{R^2}$ avec m_{Terre} , la masse de la Terre.

De même, on définit :

$$g_s = \frac{F_{\text{Soleil/Terre}}}{m_{\text{Terre}}} = G \frac{m_s}{R^2}$$

$$\text{A.N. : } g_s = 6,67 \cdot 10^{-11} \times \frac{2,0 \cdot 10^{30}}{(1,5 \cdot 10^8 \times 10^3)^2} = 5,9 \cdot 10^{-3} \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1}.$$

4. Pour comparer les valeurs de champ de gravitation, on calcule leur rapport :

$$\frac{g_s}{g_{0T}} = \frac{5,9 \cdot 10^{-3}}{9,8} = 6,0 \cdot 10^{-4}.$$

On en conclut que le champ de gravitation g_s est négligeable devant g_{0T} . En effet, pour tout problème de mécanique sur Terre, on ne considérera que le champ de gravitation terrestre.

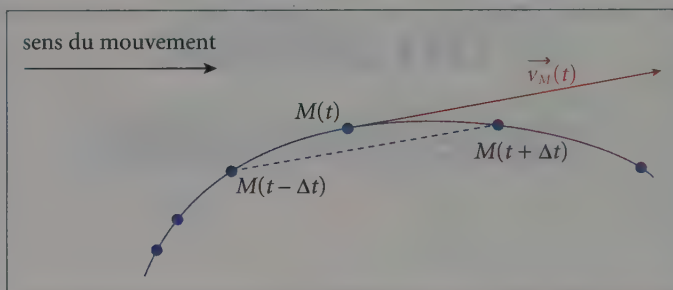
Attention, g s'exprime en $\text{N} \cdot \text{kg}^{-1}$,
mais le rapport $\frac{g_s}{g_{0T}}$ est sans
unité.

Mouvement d'un solide indéformable

1 Vecteur vitesse instantanée d'un point d'un solide

→ On définit le vecteur vitesse $\vec{v}_M(t)$ d'un point $M(t)$ d'un solide à l'instant t comme le vecteur dont :

- le point d'application est la position $M(t)$ à l'instant t ;
- la direction est la tangente à la trajectoire en $M(t)$;
- le sens est celui du mouvement ;
- la norme est la valeur de la vitesse instantanée $v_M(t)$ obtenue à partir des positions antérieure et postérieure de $M(t)$ à condition que ces positions soient très proches.



$$v_M(t) = \frac{M(t-\Delta t)M(t+\Delta t)}{(t+\Delta t) - (t-\Delta t)} = \frac{M(t-\Delta t)M(t+\Delta t)}{2\Delta t}$$

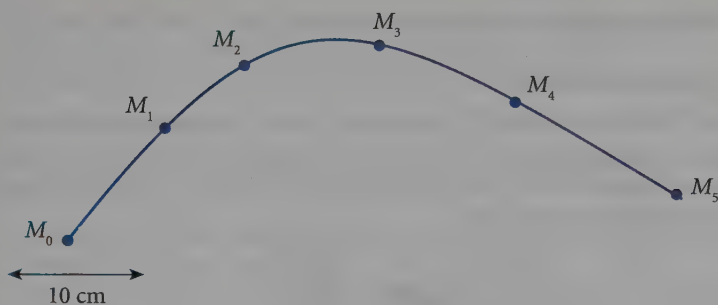
avec $\left\{ \begin{array}{l} M(t-\Delta t)M(t+\Delta t) : \text{distance entre les positions } M(t-\Delta t) \\ \text{et } M(t+\Delta t) \text{ (en m),} \\ \Delta t : \text{durée entre deux positions successives de } M \text{ (en s).} \end{array} \right.$

Exercice résolu

➡ Déterminer et représenter le vecteur vitesse $\vec{v}_M(t)$ d'un point mobile

Énoncé

La figure suivante représente les différentes positions d'un point M d'un palet autoporteur. L'intervalle de temps entre deux positions consécutives est $\Delta t = 40 \text{ ms}$.



1. Calculer la valeur de la vitesse v_3 du point M_3 , position du point M à l'instant t_3 .

2. Représenter le vecteur $\vec{v}_3$ (échelle imposée : 1 cm représente $1,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$).

Corrigé commenté

1. v_3 se calcule à partir des positions M_2 et M_4 : $v_3 = \frac{M_2 M_4}{t_4 - t_2}$

soit :

$$v_3 = \frac{M_2 M_4}{2 \Delta t}$$

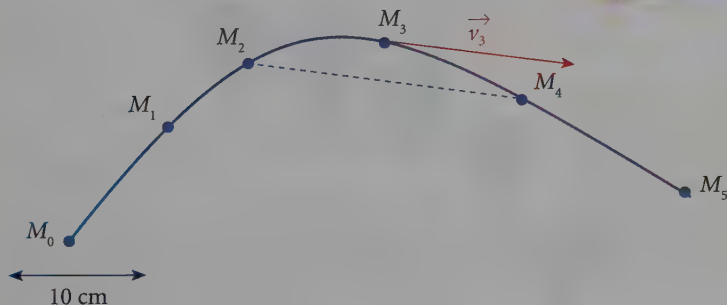
En utilisant l'échelle des distances, on obtient : $M_2 M_4 = 20 \text{ cm}$.

$$\text{A.N. : } v_3 = \frac{20 \cdot 10^{-2}}{2 \times 40 \cdot 10^{-3}} = 2,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}.$$

2. Le vecteur vitesse $\vec{v}_3$ est parallèle au segment $[M_2 M_4]$ et de même sens que le mouvement.

On représente $\vec{v}_3$ par une flèche de 2,5 cm de longueur.

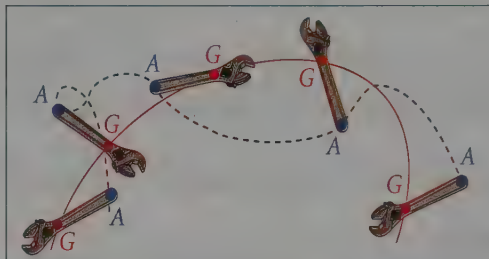
Un vecteur vitesse est tangent à la trajectoire et de même sens que le mouvement.



2 Mouvement de translation

1 Centre d'inertie

→ Quel que soit le mouvement d'un solide, il existe toujours un point dont la trajectoire est plus simple que celles des autres points. Ce point particulier est appelé **centre d'inertie** du solide et noté G . Sur le schéma ci-dessous, la trajectoire de G est plus simple que celle de A .



→ Si le solide est homogène, G se confond avec le centre géométrique du solide.

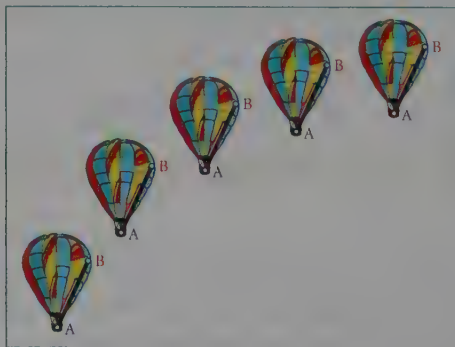
Remarque : par abus de langage, on confondra souvent le mouvement du solide et celui de son centre d'inertie.

2 Translation d'un solide

→ Considérons deux points quelconques A et B d'un solide en mouvement.

Le solide est en mouvement de translation si le segment $[AB]$ reste parallèle à lui-même au cours du temps :

$$[A(t)B(t)] // [A(t')B(t')] \text{ pour } t \neq t' \text{ en cours de mouvement}$$



→ Il découle de cette définition que lors d'un mouvement de translation :

- tous les points du solide ont la même trajectoire ;
- à un instant donné t , tous les points du solide ont le même vecteur vitesse :

$$\vec{v}_A(t) = \vec{v}_B(t) \text{ pour } t \text{ fixé.}$$

Remarque : pour un autre instant $t' \neq t$, $v_A(t') = v_B(t')$ mais $v_A(t)$ peut être très différent de $v_A(t')$.

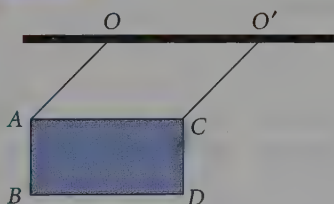
→ La translation est dite **uniforme** si le vecteur vitesse a une norme indépendante du temps. Dans ce cas seulement, on a $v_A(t) = v_A(t')$.

→ Si le vecteur vitesse a une direction indépendante du temps, alors la translation est **rectiligne**.

Exercice résolu

Reconnaître un mouvement de translation

Énoncé



La figure ci-contre modélise une nacelle suspendue par deux cordes inélastiques.

La nacelle est mise en mouvement. Déterminer la nature de ce mouvement en précisant s'il s'agit d'une translation ou d'une rotation.

Corrigé commenté

Au cours du temps, la nacelle reste toujours horizontale. Les segments qui la délimitent comme $[AB]$ ou $[CD]$ restent donc parallèles à eux-mêmes : le mouvement est une **translation**.

La trajectoire du point A est un arc de cercle de centre O : le mouvement est donc une **translation circulaire**.

La translation n'est pas uniforme, car entre chaque aller ou retour, la nacelle a une vitesse qui s'annule avant d'effectuer son mouvement dans l'autre sens.

Attention,
une trajectoire
circulaire ne signifie
pas toujours
un mouvement
de rotation !

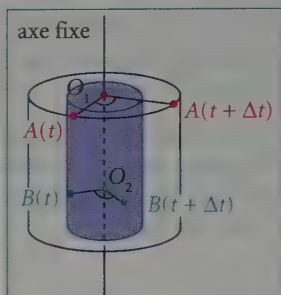
3 Mouvement de rotation autour d'un axe fixe : vitesse angulaire

1 Rotation autour d'un axe fixe

→ Considérons deux points quelconques A et B d'un solide en mouvement.

Le solide est en mouvement de rotation si les angles décrits par A et par B autour de l'axe pendant une durée fixée Δt sont identiques :

$$\widehat{A(t)O_1A(t+\Delta t)} = \widehat{B(t)O_2B(t+\Delta t)}$$



Remarque : les angles s'expriment en radians (rad). Un angle de π rad correspond à 180° .

→ Chaque point d'un solide en rotation autour d'un axe fixe a une trajectoire circulaire.

Remarque : il ne faut pas confondre un mouvement de translation circulaire et une rotation autour d'un axe fixe pour laquelle un segment quelconque $[AB]$ ne se conserve pas.

2 Vitesse angulaire ω

→ Dans le cas d'un mouvement de rotation autour d'un axe fixe, on définit la vitesse angulaire de rotation ω d'un point M comme l'angle parcouru par M par unité de temps.

$$\omega = \frac{\theta}{\Delta t} \text{ avec } \begin{cases} \omega : \text{vitesse angulaire (en rad} \cdot \text{s}^{-1}\text{)}, \\ \theta : \text{angle parcouru pendant la durée considérée (en rad)}, \\ \Delta t : \text{durée du parcours (en s)}. \end{cases}$$

→ Dans le cas d'un mouvement circulaire uniforme, la vitesse angulaire reste constante.

On peut relier la vitesse (linéaire) $v_M(t)$ du point M à sa vitesse angulaire $\omega_M(t)$.

$$v_M(t) = \omega_M(t)R \text{ avec } \begin{cases} v_M(t) : \text{vitesse linéaire (en m} \cdot \text{s}^{-1}\text{)}, \\ \omega_M(t) : \text{vitesse angulaire (en rad} \cdot \text{s}^{-1}\text{)}, \\ R : \text{distance du point } M(t) \text{ à l'axe de rotation (en m)}. \end{cases}$$

■ **Remarque** : cette dernière relation reste vraie pour les vitesses moyennes : $v_{\text{moy}} = \omega_{\text{moy}} R$.

Exercice résolu



Établir la relation entre la vitesse linéaire et la vitesse angulaire

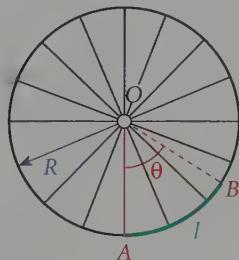
Énoncé

On considère la roue d'un vélo de course.

1. Préciser l'axe de rotation.
2. Donner la relation existant entre le rayon R de la roue et l'angle θ qu'elle décrit lorsque le vélo parcourt une longueur l .
3. Dans le cas d'un mouvement uniforme, retrouver la relation entre la vitesse de la roue et sa vitesse angulaire.

Corrigé commenté

1. L'axe de rotation est la droite passant par le centre O de la roue et perpendiculaire au plan de la roue.



Ne pas confondre
axe de rotation et
centre de rotation.
L'axe de rotation
est une droite et non
un point.

2. La distance l parcourue par le vélo correspond à la distance curviligne entre les points A et B de la roue. Il lui correspond un angle θ tel que : $\theta R = l$.

3. Dans le cas d'un mouvement uniforme, la vitesse est définie par $v = \frac{l}{\Delta t}$, avec Δt la durée mise par le vélo pour parcourir la distance l . On en déduit alors que $v = \frac{l}{\Delta t} = \frac{\theta R}{\Delta t}$. En identifiant $\frac{\theta}{\Delta t}$ comme la vitesse angulaire de la roue, on a finalement : $v = R\omega$.

Méthode

Déterminer et représenter le vecteur vitesse $\vec{v}$ d'un point mobile

Sujet exemple

On représente la trajectoire d'un mobile M . Les positions successives sont repérées toutes les 40 ms.

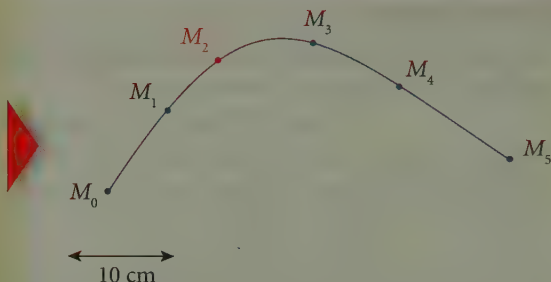
Tracer le vecteur vitesse instantanée lorsque le mobile est en position M_2 .

On impose l'échelle des vitesses suivantes : 1 cm représente $1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

Ce qu'il faut faire

Étape 1 :

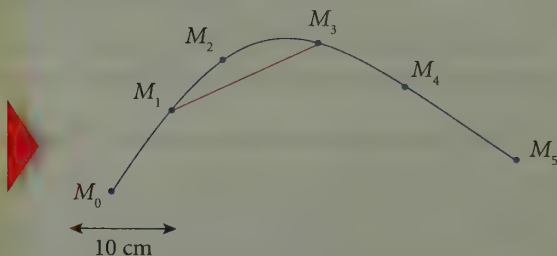
- Identifiez la position $M(t)$ pour laquelle on vous demande de déterminer le vecteur vitesse.



$$M(t) = M_2$$

Étape 2 :

- Mesurez à l'aide de votre règle graduée la longueur du segment $[M(t - \Delta t)M(t + \Delta t)]$ entre la position qui précède $M(t)$ et celle qui suit.



$$M(t - \Delta t)M(t + \Delta t) = M_1M_3 = 2,1 \text{ cm}$$

Étape 3 :

- À l'aide de l'échelle des distances proposée et en utilisant la relation de proportionnalité (produit en croix), déduisez la distance entre $M(t - \Delta t)$ et $M(t + \Delta t)$ dans la réalité.

10,0 cm dans la réalité correspondent à 1,4 cm sur le schéma. On en déduit :

$$M_1 M_3 = \frac{2,1 \times 10,0}{1,4} = 15 \text{ cm}$$

Étape 4 :

- Évaluez la durée qui sépare les deux positions $M(t - \Delta t)$ et $M(t + \Delta t)$. En général, elle vaut le double de l'intervalle de temps Δt entre deux positions successives.

La durée correspondant au trajet entre M_1 et M_3 est $2\Delta t = 2 \times 40 = 80 \text{ ms}$.

Étape 5 :

- Donnez l'expression de la norme de la vitesse,

$$v = \frac{M(t - \Delta t)M(t + \Delta t)}{2\Delta t}$$

$$v = \frac{M_1 M_3}{2\Delta t}$$

$$\text{A.N. : } v = \frac{15 \cdot 10^{-2}}{80 \cdot 10^{-3}} = 1,9 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}.$$

- Calculez sa valeur.

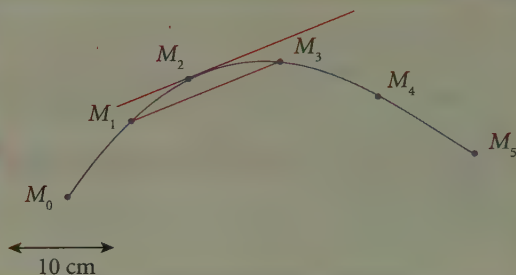
Étape 6 :

- Utilisez l'échelle des vitesses imposée pour connaître la longueur du vecteur vitesse à tracer sur votre feuille (produit en croix).
- Si l'échelle des vitesses n'est pas donnée, proposez une échelle qui corresponde à un vecteur vitesse de quelques centimètres sur votre feuille.

1 cm représente $1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, donc on en déduit facilement que le vecteur est représenté par une flèche de 1,9 cm de long.

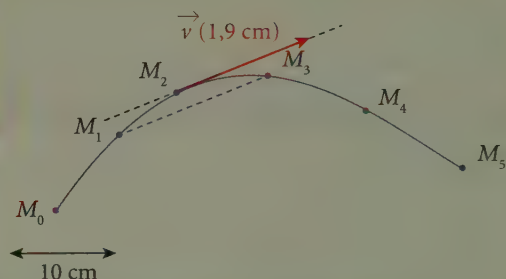
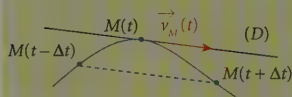
Étape 7 :

- Commencez la construction en traçant le segment $[M(t - \Delta t)M(t + \Delta t)]$, puis tracez la droite (D) passant par $M(t)$ et parallèle au segment précédent.



Étape 8 :

- À partir de $M(t)$, tracez le vecteur vitesse $\vec{v}_M(t)$ porté par la droite (D) dans le sens du mouvement (de $M(t)$ vers $M(t + \Delta t)$).



Réflexes à avoir et pièges à éviter

- R1** Pour la construction du vecteur vitesse, bien penser :
- que la chronophotographie est un enregistrement à l'échelle et donc que le segment mesuré $[M(t - \Delta t)M(t + \Delta t)]$ sur la feuille n'est pas la distance réelle ;
 - que le temps écoulé entre les deux points considérés est le double de l'intervalle de temps entre deux positions successives ;
 - que le vecteur vitesse est parallèle au segment tracé, mais que son point de départ est $M(t)$.
- R2** Savoir que le mouvement d'un solide se confond avec celui de son centre d'inertie G .
- P1** Ne pas confondre un mouvement de rotation et un mouvement de translation circulaire. Faire la distinction en observant un segment quelconque du solide pendant le mouvement.
- P2** Attention à bien vérifier l'homogénéité des formules faisant intervenir les angles ou la vitesse angulaire de rotation, tout en sachant que l'unité rad n'est pas à considérer.

Vérifiez vos connaissances

1 Vrai-Faux

➔ corrigé p. 40

1. Le vecteur vitesse instantanée d'un point en mouvement de rotation uniforme est constant. ☐ V ☐ F
2. Le vecteur vitesse instantanée d'un point en mouvement rectiligne uniforme est constant. ☐ V ☐ F
3. Le vecteur vitesse $\vec{v}_M(t)$ est un vecteur tangent à la trajectoire en $M(t)$. ☐ V ☐ F
4. Dans le cas d'un mouvement uniforme, le vecteur vitesse instantanée est égal au vecteur vitesse moyenne. ☐ V ☐ F
5. Dans le cas d'un mouvement de rotation ou de translation circulaire, la trajectoire de G est un cercle. ☐ V ☐ F

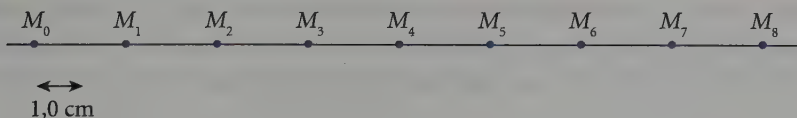
Exercices d'entraînement

2 * Mouvement rectiligne uniforme

➔ R1

➔ corrigé p. 40

La chronophotographie ci-dessous représente les différentes positions d'un solide. L'intervalle de temps entre deux positions successives est $\Delta t = 50$ ms.



1. Représenter le vecteur vitesse $\vec{v}_1$ au point M_1 .
2. Sans calcul, représenter les vecteurs vitesse en M_4 et M_7 . Justifier.
3. De deux façons différentes, évaluer la valeur de la vitesse moyenne du solide.

3 * Manège

➔ P2

➔ corrigé p. 41

Deux enfants font un tour de manège sur des chevaux de bois. Le plus âgé monte sur un cheval situé à la distance $r_1 = 2,50$ m de l'axe de rotation ; quant au plus jeune, il monte sur un cheval situé à $r_2 = 4,00$ m de cet axe.

On suppose que le plateau du manège est en mouvement de rotation uniforme.

1. Avant de monter sur le manège, les enfants ont déterminé que son plateau effectue un nombre de tours N égal à 12 pendant une durée τ de 2 min 30 s. Quelle est la vitesse angulaire du plateau ?

2. Quelles sont les valeurs des vitesses v_1 et v_2 ?

3. Le manège tourne pendant une durée τ' égale à 3 min 45 s. Calculer la longueur de la trajectoire parcourue par le plus jeune des deux enfants. Sans calcul, la comparer à celle parcourue par l'autre enfant. Justifier.

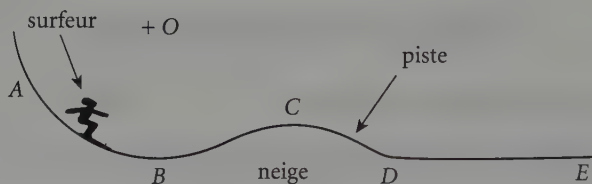
Pour aller plus loin

4 * Snowboard

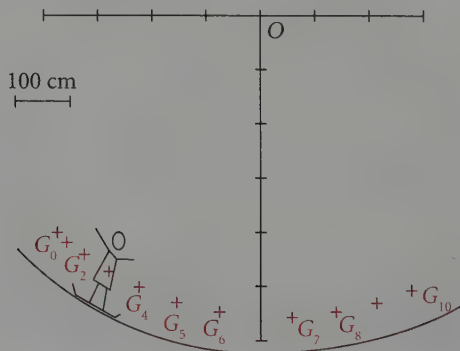
→ R1 et R2

→ corrigé p. 42

On s'intéresse au mouvement d'un surfeur, de masse $m = 60 \text{ kg}$, sur une piste enneigée $ABCDE$.



Un film vidéo du mouvement permet de représenter toutes les 0,16 s les positions successives du centre d'inertie G du surfeur glissant sur la partie ABC de la piste.



La trajectoire de G est alors un arc de cercle de centre O . À la date $t = 0$ s, le point G se trouve à la position G_0 , la vitesse initiale est nulle, et le surfeur se laisse ensuite glisser (il est en G_1 à la date t_1 , en G_2 à la date t_2 , etc.).

1. Déterminer les valeurs v_6 et v_8 des vecteurs vitesse du centre d'inertie du surfeur aux dates t_6 et t_8 .
2. Tracer les vecteurs $\vec{v}_6$ et $\vec{v}_8$ (échelle 1,0 cm pour $1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$).
3. Que peut-on dire de ces vecteurs ? Sont-ils égaux ? Justifier.

5 ** Mouvement d'un satellite

➔ R2, P1 et P2

➔ corrigé p. 43

On étudie le mouvement d'un satellite S dans le référentiel géocentrique (origine au centre de la Terre). Son orbite est un cercle autour de l'axe des pôles terrestres, dans le plan de l'Équateur, dans le même sens que la rotation de la Terre, à l'altitude $h = 2,28 \cdot 10^2 \text{ km}$, et sa vitesse est constante. Le rayon de la Terre vaut $R_T = 6,38 \cdot 10^3 \text{ km}$.

1. Décrire le mouvement du satellite dans le référentiel géocentrique.
2. Le satellite effectue un tour complet en $T_S = 1 \text{ h } 29 \text{ min}$. Quelle est alors sa vitesse angulaire ω_S en $\text{rad} \cdot \text{h}^{-1}$?
3. Quelle est sa vitesse v_S en $\text{km} \cdot \text{h}^{-1}$?
4. Calculer la valeur de la vitesse angulaire ω_T de la Terre en $\text{rad} \cdot \text{h}^{-1}$.
5. Pendant que le satellite a fait un tour complet, quel est l'angle de rotation θ_T de la Terre ?
6. Le satellite repasse à la verticale d'une même ville au bout d'une durée τ . Exprimer l'angle de rotation de la Terre α_T en fonction de ω_T et de τ . Exprimer l'angle de rotation du satellite α_S en fonction de ω_S et de τ .
7. Dans cette situation, quelle est la relation existant entre α_T et α_S ? En déduire la valeur de τ .

Corrigés

1 Vrai-Faux

1. Faux. Dans un mouvement uniforme, la norme du vecteur vitesse est constante mais le vecteur change de direction à chaque instant. Le vecteur vitesse n'est donc pas constant puisque l'une, au moins, de ses trois caractéristiques n'est pas constante.
2. Vrai. C'est le seul cas où les sens, direction et norme du vecteur vitesse se conservent au cours du mouvement.
3. Vrai. Par définition, le vecteur vitesse est tangent à la trajectoire à la position considérée.
4. Faux. C'est seulement vrai pour la norme des vecteurs vitesse. Cette proposition n'est vraie que dans le cas d'un mouvement rectiligne uniforme.
5. Vrai. Dans les deux cas, l'ensemble des positions du centre d'inertie du solide s'inscrit dans un cercle.

2 Mouvement rectiligne uniforme

1. La valeur du vecteur vitesse en M_1 est : $v_1 = \frac{M_0 M_2}{2 \Delta t}$

En utilisant l'échelle de la chronophotographie, on obtient pour la distance entre M_0 et M_2 : $M_0 M_2 = 4 \text{ cm}$.

$$\text{A.N. : } v_1 = \frac{4 \cdot 10^{-2}}{2 \times 50 \cdot 10^{-3}} = 0,4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}.$$

Il est judicieux d'imposer l'échelle des vitesses :

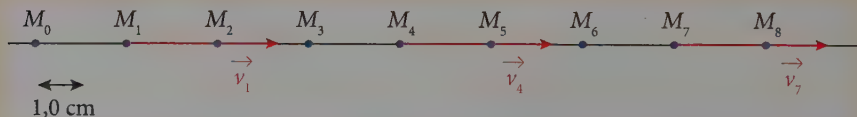
$1,0 \text{ cm} \leftrightarrow 0,20 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, ainsi le vecteur $\vec{v}_1$ est représenté par une flèche de 2 cm (voir figure au 2).

2. Les différentes positions du point M sont réparties sur une ligne droite. La trajectoire est donc rectiligne.

De plus, ces positions sont régulièrement réparties : pendant des durées égales, le solide parcourt des distances égales. La vitesse du système est donc constante.

On en conclut que le mouvement du solide est un **mouvement rectiligne uniforme**. C'est le seul cas pour lequel le vecteur vitesse se conserve. Tous les vecteurs vitesse sont donc identiques à $\vec{v}_1$.

Dans un mouvement rectiligne uniforme, tous les vecteurs vitesse sont identiques.



3. Première méthode : par définition, la vitesse moyenne est le rapport entre la distance totale parcourue d et la durée de parcours t :

$$v_{\text{moy}} = \frac{d}{t}$$

Dans le cas présent, on a :

$$v_{\text{moy}} = \frac{M_0 M_8}{8 \Delta t}$$

$$\text{A.N. : } M_0 M_8 = 18,0 \text{ cm et } v_{\text{moy}} = \frac{18,0 \cdot 10^{-2}}{8 \times 50 \cdot 10^{-3}} = 0,45 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}.$$

Deuxième méthode : dans un mouvement rectiligne uniforme, la vitesse étant constante, on peut conclure directement que la vitesse moyenne est identique à la vitesse instantanée. Dans les questions précédentes, on a obtenu :

$$v_1 = v_{\text{moy}} = 0,45 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}.$$

On retrouve alors la valeur numérique calculée dans la question 1.

3 Manège

1. La vitesse angulaire du plateau est définie comme : $\omega = \frac{\theta}{\Delta t}$

soit :

$$\omega = \frac{N \cdot 2\pi}{\tau}$$

2π étant l'angle qui correspond à un tour complet du manège.

$$\text{A.N. : } \tau = 2 \text{ min } 30 \text{ s} = 150 \text{ s et } \omega = \frac{12 \times 2\pi}{150} = 0,50 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}.$$

2. La relation liant les vitesses linéaire et angulaire permet d'écrire : $v = \omega r$

$$\text{A.N. : } v_1 = \omega r_1 = 0,50 \times 2,50 = 1,25 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$\text{et } v_2 = \omega \cdot r_2 = 0,50 \times 4,00 = 2,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}.$$

3. La longueur l de la trajectoire parcourue par le plus jeune est liée à l'angle θ'_2 qu'il décrit pendant la durée τ' : $l = \theta'_2 r_2$ avec $\theta'_2 = \omega \tau'$.

On obtient finalement :

$$l = \omega \tau' r_2$$

$$\text{A.N. : } \tau' = 3 \text{ min } 45 \text{ s} = 225 \text{ s}$$

$$\text{et } l = 0,50 \times 225 \times 4,00 = 450 \text{ m}.$$

La vitesse angulaire du manège est constante :

$\omega = \frac{v}{r} = \text{constante}$. Si l'enfant le plus âgé est plus proche de l'axe de rotation ($r_1 < r_2$), alors sa vitesse sera plus faible ($v_1 < v_2$), ainsi que la longueur parcourue ($\ell_1 < \ell_2$).

Dans un mouvement de rotation uniforme, le vecteur vitesse angulaire est constant.

Snowboard

1. La vitesse v_6 est définie à partir des positions G_5 et G_7 :

$$v_6 = \frac{G_5 G_7}{2\Delta t}$$

En utilisant l'échelle de l'enregistrement, on a $G_5 G_7 = 1,5$ m.

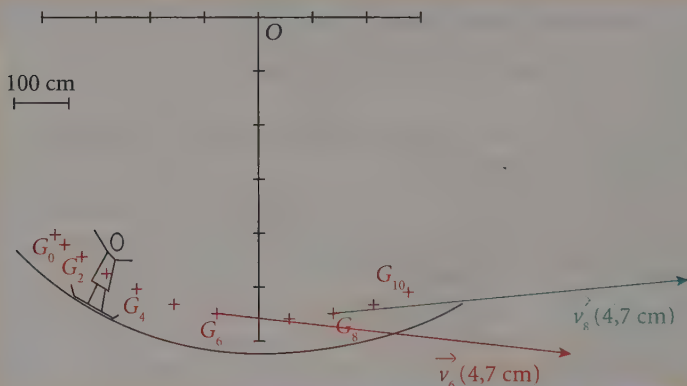
$$\text{A.N. : } v_6 = \frac{1,5}{2 \times 0,16} = 4,7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}.$$

Avec le même raisonnement, on peut écrire :

$$v_8 = \frac{G_7 G_9}{2\Delta t}$$

La mesure de $G_7 G_9$, identique à celle de $G_5 G_7$, permet de conclure que $v_8 = 4,7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

2. L'échelle imposée des vitesses permet de représenter les deux vecteurs par des flèches de $4,7 \times 1,0 = 4,7$ cm de long. Chaque vecteur vitesse a son point d'application à la position considérée, sa direction est celle de la tangente à la trajectoire et son sens celui du mouvement.



3. Au vu de la construction des vecteurs vitesse, on ne peut conclure qu'à l'égalité de leur norme. Les deux directions étant différentes, les vecteurs ne peuvent pas être égaux.

Pour la construction des vecteurs vitesse, utiliser la méthode décrite dans ce chapitre.

5 Mouvement d'un satellite

1. L'orbite du satellite est un cercle : la trajectoire est circulaire. Sa vitesse est constante : le mouvement est uniforme. Il s'agit donc soit d'un mouvement de translation circulaire uniforme, soit d'un mouvement de rotation uniforme.

Toutefois, pour que les instruments de mesure et l'équipement du satellite soient toujours face à la Terre, il ne peut s'agir d'un mouvement de translation.

Le satellite est donc en **rotation uniforme** autour de l'axe des pôles de la Terre.

2. Le satellite décrit un tour complet autour de la Terre en : $T_s = 1 \text{ h } 29 \text{ min} = 1,48 \text{ h}$.
Sa vitesse angulaire est :

$$\omega_s = \frac{\theta_s}{T_s} = \frac{2\pi}{T_s}$$

avec $2\pi \text{ rad}$, l'angle correspondant à un tour complet autour de la Terre.

A.N. : $\omega_s = \frac{2\pi}{1,48} = 4,24 \text{ rad} \cdot \text{h}^{-1}$.

3. La distance R_s du satellite à l'axe fixe de rotation est $R_s = R_T + h$, soit, en utilisant la relation entre les vitesses linéaire et angulaire ($v_s = \omega_s \cdot R_s$) :

$$v_s = \omega_s(R_T + h)$$

A.N. : $v_s = 4,24 \times (6,38 \cdot 10^3 + 2,28 \cdot 10^2) = 2,80 \cdot 10^4 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$.

4. La Terre a une période de rotation propre de $T = 24 \text{ h}$ durant laquelle elle parcourt un angle de $2\pi \text{ rad}$. On en déduit sa vitesse angulaire :

$$\omega_T = \frac{2\pi}{T}$$

A.N. : $\omega_T = \frac{2\pi}{24} = 0,26 \text{ rad} \cdot \text{h}^{-1}$.

5. Le satellite fait un tour complet en $T_s = 1,48 \text{ h}$.
Pendant ce temps, l'angle de rotation de la Terre est :

$$\theta_T = T_s \omega_T$$

A.N. : $\theta_T = 1,48 \times 0,26 = 0,38 \text{ rad}$.

6. Pendant la durée τ , l'angle décrit par la Terre est :

$$\alpha_T = \omega_T \tau$$

La Terre tourne
sur elle-même
en $T = 24 \text{ h}$.

Celui décrit par le satellite est :

$$\alpha_s = \omega_s \tau$$

7. Pour repasser à la verticale d'une ville, le satellite doit décrire un angle de 2π rad correspondant à son tour complet autour de la Terre, auquel il faut ajouter celui que la Terre décrit pendant ce temps :

$$\alpha_s = \alpha_T + 2\pi$$

En utilisant les expressions de la question précédente, on obtient :

$$\omega_s \tau = \omega_T \tau + 2\pi$$

soit :

$$\tau = \frac{2\pi}{\omega_s - \omega_T}$$

$$\text{A.N. : } \tau = \frac{2\pi}{4,24 - 0,26} = 1,6 \text{ h} = 1 \text{ h } 36 \text{ min.}$$

Vérifier que τ est bien légèrement supérieure à T_s , période de rotation du satellite.

Forces et lois de Newton

1 Forces macroscopiques s'exerçant sur un solide

1 Actions exercées sur un solide

→ Une action ou un ensemble d'actions s'exerçant sur un solide peut le maintenir en équilibre, modifier son mouvement ou le déformer.

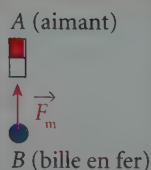
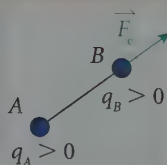
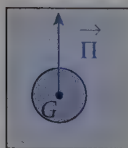
→ Toute action mécanique exercée par un objet A sur un objet B peut être modélisée par un vecteur force $\vec{F}_{A/B}$.

2 Exemples de forces

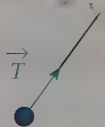
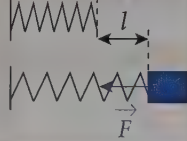
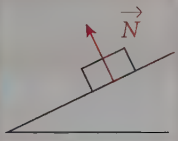
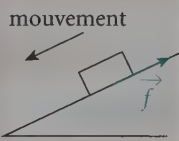
→ Forces à distance

	Poids $\vec{P}$	Poussée d'Archimède $\vec{\Pi}$	Force électrique $\vec{F}_e$ exercée par A sur B	Force magnétique $\vec{F}_m$ exercée par A sur B
Direction	Verticale du lieu	Verticale du lieu	Droite joignant les centres de A et B	Droite joignant les centres de A et B
Sens	Vers le bas	Vers le haut	De B vers A si attraction, dans l'autre sens si répulsion	De B vers A si attraction, dans l'autre sens si répulsion
Norme	$P = mg$ (m masse en kg et $g = 9,8 \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1}$)	$\Pi = \mu Vg$ (μ masse volumique du fluide en $\text{kg} \cdot \text{L}^{-1}$, V volume du solide en L et $g = 9,8 \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1}$)	$F_e = k \frac{ q_A \cdot q_B }{d^2}$ (voir loi de Coulomb p. 14)	Hors programme

Exemple



→ Forces de contact

	Tension d'un fil $\vec{T}$	Force de rappel $\vec{F}$	Réaction normale $\vec{N}$	Frottement $\vec{f}$
Direction	Le long du fil	Le long du ressort	Perpendi- culaire au plan du support	Le long du support
Sens	Du solide vers le fil	Du ressort vers le solide si ressort comprimé, dans l'autre sens sinon	Du support vers le solide	Opposé au mouvement
Norme		$F = kl$ (k raideur du ressort en $\text{N} \cdot \text{m}^{-1}$ et l allongement en m)		Formule selon le type de frottement (solide, fluide)
Exemple				

Remarques :

- Le point d'application d'une force de contact est le point de contact ou le centre de la surface de contact.
- Le point d'application d'une force à distance est le centre d'inertie du système considéré.
- De manière générale, la réaction $\vec{R}$ d'un support est la somme de la réaction normale et du frottement : $\vec{R} = \vec{N} + \vec{f}$.

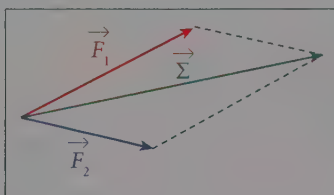
2 Résultante des forces $\vec{\Sigma}$

La résultante des forces $\vec{\Sigma}$ est la somme vectorielle de l'ensemble des forces s'appliquant sur un système :

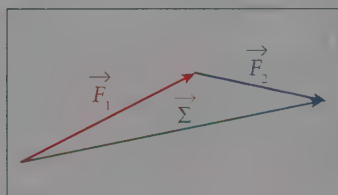
$$\vec{\Sigma} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n$$

→ La construction géométrique de la résultante des forces $\vec{\Sigma} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$ s'obtient :

• par la règle du parallélogramme :



• par la règle de Chasles :



Remarque : attention, si $\vec{\Sigma}$ est la somme des forces appliquées au système, sa norme Σ n'est pas la somme des normes des forces.

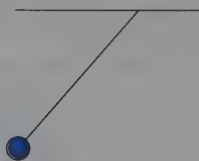
Exercice résolu

Représenter la résultante des forces dans le cas d'un exemple simple

Énoncé

Une bille en fer suspendue à un fil est attirée par un aimant droit. La masse de la bille est $m = 100 \text{ g}$. Sachant que la tension exercée par le fil est de $1,6 \text{ N}$ et que l'aimant exerce une force de $0,8 \text{ N}$, représenter la résultante des forces agissant sur le système {bille} à l'instant considéré.

aimant droit

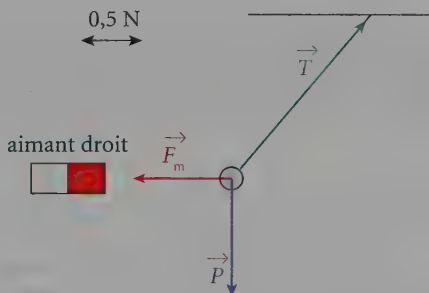


On prendra $g = 10 \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1}$.

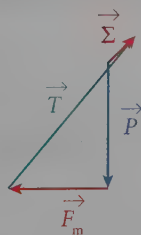
Corrigé commenté

Trois forces s'exercent sur le système :

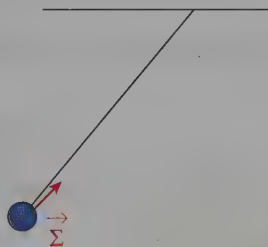
- le poids appliqué en G , de direction verticale vers le bas et de norme $P = mg = 0,100 \times 10 = 1,0 \text{ N}$;
 - la tension du fil appliquée au contact entre le fil et la bille, le long du fil, de la bille vers le fil et de norme $T = 1,6 \text{ N}$;
 - la force magnétique appliquée en G , dirigée suivant la droite joignant le centre de l'aimant droit et G , de G vers l'aimant et de norme $F_m = 0,8 \text{ N}$.
- Avec une échelle de vecteur choisie, on obtient :



Utilisons la méthode de Chasles à partir des trois vecteurs précédents :



aimant droit



Identifier et représenter d'abord les forces s'exerçant sur le système. Choisir ensuite l'une des règles de construction de $\vec{\Sigma}$.

3 Première loi : principe d'inertie

1 Référentiel galiléen

- Le principe d'inertie n'est valable que dans certains référentiels, appelés **référentiels galiléens**. On postule l'existence d'au moins un référentiel galiléen, tout autre référentiel galiléen étant en mouvement de translation rectiligne par rapport à lui.
- Le référentiel terrestre peut être considéré comme galiléen si l'on considère des mouvements d'une durée suffisamment courte pour pouvoir négliger les effets de la rotation de la Terre.

2 Principe d'inertie

→ Énoncé

Dans le référentiel galiléen, si le vecteur vitesse $\vec{v}_G$ du centre d'inertie ne varie pas, la résultante des forces $\vec{\Sigma}$ qui s'exercent sur le solide est nulle et réciproquement.

→ Commentaires

Lorsque le vecteur vitesse du centre d'inertie ne varie pas, le système étudié est au repos ou en mouvement rectiligne uniforme.

Lorsque la résultante des forces est nulle, les forces qui s'exercent sur le système se compensent. On dit que le système est **pseudo-isolé**.

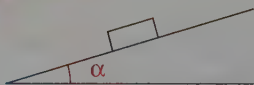
$\vec{\Sigma} = \vec{0}$ signifie que, dans un repère orthonormé (Oxy) d'un référentiel galiléen, les projections de la résultante des forces sont nulles : $\vec{\Sigma}_x = \vec{0}$ et $\vec{\Sigma}_y = \vec{0}$.

Si $\vec{v}_G(t) = \vec{0}$ et reste nul (système au repos), alors le principe d'inertie s'applique.

Exercice résolu

➔ Déterminer la valeur des forces s'exerçant sur un système au repos

Énoncé



Un solide de masse $m = 600 \text{ g}$ est au repos sur un plan incliné d'un angle $\alpha = 15^\circ$ par rapport à l'horizontale.

Déterminer de manière analytique les valeurs des forces s'exerçant sur le solide.

Corrigé commenté

Le système étudié est le solide dans le référentiel terrestre considéré comme galiléen.

Les forces s'exerçant sur le système sont :

- le poids du solide $\vec{P}$ de norme $P = mg = 0,600 \times 9,8 = 5,9 \text{ N}$;
- la réaction normale $\vec{N}$ du support incliné ;
- le frottement solide $\vec{f}$ qui s'oppose au mouvement (si le frottement n'était pas là, le solide glisserait sur le plan incliné).

On représente le schéma de la situation sans souci d'échelle avec le repère choisi ainsi que le diagramme des forces correspondant :

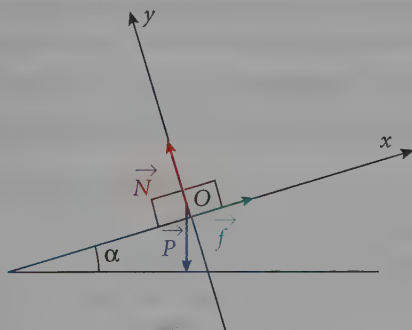


Schéma de la situation

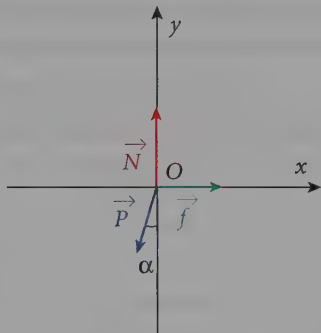


Diagramme des forces

Le système est au repos. On peut donc appliquer le principe d'inertie au solide dans le référentiel terrestre : $\vec{P} + \vec{N} + \vec{f} = \vec{0}$.

Par projection de cette relation vectorielle sur les axes du repère choisi, on a :

$$\begin{cases} \vec{P}_x + \vec{N}_x + \vec{f}_x = \vec{0} \\ \vec{P}_y + \vec{N}_y + \vec{f}_y = \vec{0} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{P}_x + \vec{f}_x = \vec{0} \\ \vec{P}_y + \vec{N}_y = \vec{0} \end{cases}$$

car $\vec{N}_x = \vec{f}_y = \vec{0}$ d'après le diagramme des forces.

Par passage aux valeurs algébriques, on obtient :

$$\begin{cases} -mg \sin \alpha + f = 0 \\ -mg \cos \alpha + N = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} f = mg \sin \alpha \\ N = mg \cos \alpha \end{cases}$$

A.N. : $f = 0,600 \times 9,8 \times \sin 15^\circ = 1,5 \text{ N}$

et $N = 0,600 \times 9,8 \times \cos 15^\circ = 5,7 \text{ N}$.

Penser que les projections du vecteur poids ont des valeurs algébriques négatives.

4 Deuxième et troisième lois de Newton

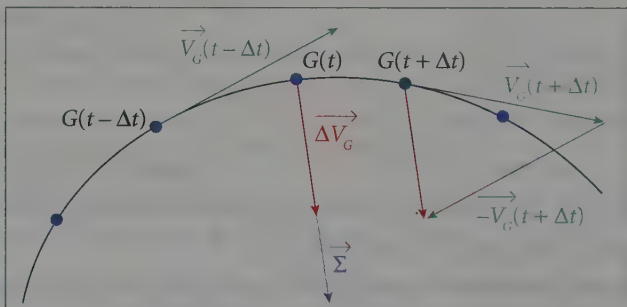
1 Deuxième loi

→ Énoncé

Dans un référentiel galiléen, si le vecteur vitesse $\vec{v}_G$ du centre d'inertie varie, la résultante des forces qui s'exerce sur le solide n'est pas nulle. Sa direction et son sens sont ceux de la variation de $\vec{v}_G$ entre deux instants proches.

→ Commentaires

Dans un référentiel galiléen, si le système n'est pas immobile ou en mouvement rectiligne uniforme, alors les forces appliquées ne se compensent pas et réciproquement. L'enregistrement du mouvement du centre d'inertie d'un système permet de connaître la direction et le sens de la résultante des forces $\vec{\Sigma}$ à un instant t quelconque. $\vec{\Sigma}$ est colinéaire à la variation vectorielle $\Delta\vec{v}_G$ du vecteur vitesse $\vec{v}_G$ entre les instants $(t - \Delta t)$ et $(t + \Delta t)$.



2 Principe des actions réciproques

→ Énoncé de la loi

A et B étant deux corps, soient $\vec{F}_{B/A}$ la force exercée par B sur A et $\vec{F}_{A/B}$ la force exercée par A sur B. Quel que soit l'état du mouvement de A par rapport à B, on a toujours l'égalité vectorielle $\vec{F}_{A/B} = -\vec{F}_{B/A}$.

→ Commentaires

La loi peut s'écrire sous la forme $\vec{F}_{A/B} + \vec{F}_{B/A} = \vec{0}$: les forces agissant sur le système total $\{A + B\}$ se compensent. Ce système est **pseudo-isolé**.

Les deux forces ont même direction, même norme mais des sens opposés.
Les corps A et B sont en interaction : l'expression littérale des forces d'interaction gravitationnelle et électrique est bien en accord avec le principe des actions réciproques (voir chapitre 1). Cette 3^e loi de Newton s'appelle aussi **loi d'action-réaction**.

Exercice résolu

→ Comparer les directions de $\Delta \vec{v}_G$ et de la résultante $\vec{\Sigma}$

Énoncé

Un skieur de masse m glisse sans frottements sur une piste rectiligne faisant un angle α avec l'horizontale.

1. Établir le bilan des forces agissant sur le système et donner sans calcul la direction et le sens de la résultante des forces $\vec{\Sigma}$.
2. Quels sont la direction et le sens du vecteur vitesse ? Le comparer à $\vec{\Sigma}$.

Corrigé commenté

1. Le skieur dans le référentiel terrestre est soumis à son poids et à la réaction normale de la piste. La résultante des forces est : $\vec{\Sigma} = \vec{P} + \vec{N}$.

Il n'y a pas de mouvement du skieur dans la direction perpendiculaire à la piste. Selon le principe d'inertie, la réaction normale et la projection du poids suivant cette direction se compensent. La résultante des forces se résume alors à la projection du poids suivant la direction de la piste. Son sens est celui du mouvement.

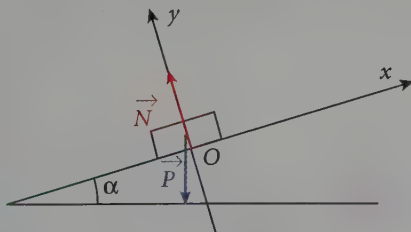


Schéma de la situation

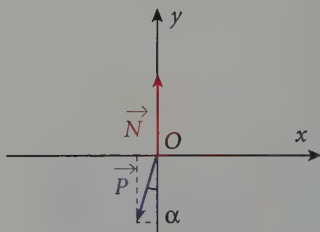


Diagramme des forces

2. Le mouvement du skieur est un mouvement rectiligne accéléré. Le vecteur vitesse est donc parallèle à la piste et dans le sens du mouvement. On vérifie alors que les sens et direction de la résultante des forces appliquées au skieur sont identiques à ceux du vecteur vitesse du système.

Méthode

Déterminer les normes des forces s'exerçant sur un système au repos ou en mouvement rectiligne uniforme

Sujet exemple

Une bille en fer, suspendue à un fil, est attirée par un aimant droit horizontal à hauteur de la bille. La masse de la bille est $m = 120 \text{ g}$ et le fil fait un angle $\alpha = 30^\circ$ avec la verticale du lieu.

Ce qu'il faut faire

Étape 1 :

- Définissez le système et précisez le référentiel d'étude.

Le système est la bille (sans le fil) dans le référentiel terrestre.

Étape 2 :

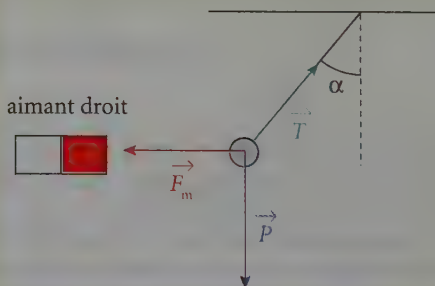
- Établissez le bilan des forces agissant sur le système. Ce bilan comporte au moins le poids du système.

Bilan des forces :

- le poids $\vec{P}$ de la bille ;
- la force magnétique $\vec{F}_m$ (force à distance) ;
- la tension du fil $\vec{T}$ (force de contact).

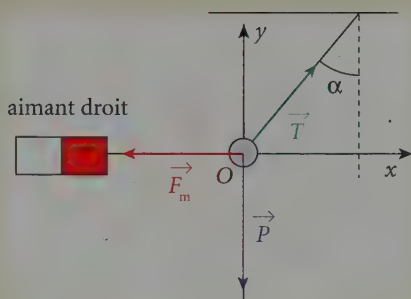
Étape 3 :

- Sur un schéma de la situation, représentez toutes les forces s'exerçant sur le système sans vous préoccuper de leur norme.



Étape 4 :

- Faites alors le choix d'un repère orthonormé pour la résolution analytique. Il en existe une infinité, mais optez pour la simplicité en prenant celui dont les axes (Ox) et (Oy) sont colinéaires à un maximum de forces.



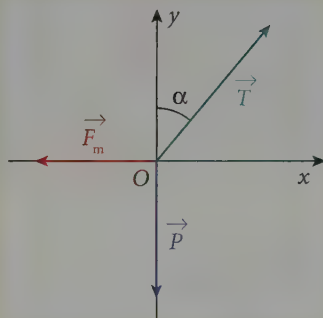
Étape 5 :

- Clarifiez la situation en construisant le diagramme des forces.

C'est la reproduction du repère orthonormé choisi, complété des vecteurs forces appliqués au centre du repère.

- Il est impératif de conserver les directions et les sens des vecteurs, les normes étant arbitraires.

Diagramme des forces :



Étape 6 :

- Le système est au repos ou en mouvement rectiligne uniforme : appliquez le principe d'inertie. La résultante des forces appliquées est égale au vecteur nul.

Le système est au repos, donc d'après le principe d'inertie :

$$\vec{P} + \vec{F}_m + \vec{T} = \vec{0}$$

Étape 7 :

• Projetez la somme vectorielle sur les axes (Ox) et (Oy) du repère en ayant soin de prendre en compte la spécificité de la situation (un vecteur colinéaire à l'axe (Ox) aura une composante nulle suivant (Oy) par exemple).

En projetant sur les axes du repère, on obtient :

$$\begin{cases} \vec{P}_x + \vec{F}_{mx} + \vec{T}_x = \vec{0} \\ \vec{P}_y + \vec{F}_{my} + \vec{T}_y = \vec{0} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \vec{0} + \vec{F}_{mx} + \vec{T}_x = \vec{F}_{mx} + \vec{T}_x = \vec{0} \\ \vec{P}_y + \vec{0} + \vec{T}_y = \vec{P}_y + \vec{T}_y = \vec{0} \end{cases}$$

Étape 8 :

• Dans la plupart des cas, vous pouvez calculer le poids du système directement, connaissant sa masse. Il reste donc à résoudre le système des deux équations obtenues pour obtenir les normes des autres forces.

Par passage aux normes et en utilisant l'angle α , on a : $P = mg = 0,120 \times 9,8 = 1,2 \text{ N}$

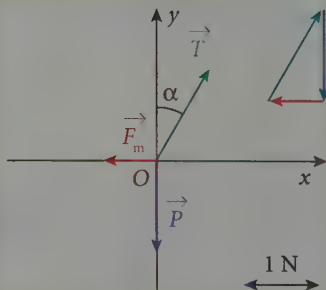
$$\text{et } \begin{cases} -F_m + T \sin \alpha = 0 \\ -mg + T \cos \alpha = 0 \end{cases}$$

soit finalement :

$$\begin{cases} T = \frac{mg}{\cos \alpha} = \frac{0,120 \times 9,8}{\cos 30^\circ} = 1,4 \text{ N} \\ F_m = T \sin \alpha = mg \tan \alpha \\ = 0,120 \times 9,8 \times \tan 30^\circ = 0,68 \text{ N} \end{cases}$$

Étape 9 :

• En reprenant le diagramme des forces, vous pouvez vérifier vos résultats. Représentez à l'échelle les vecteurs forces avec les normes calculées et construisez le vecteur somme (résultante des forces). Il doit être nul, c'est-à-dire qu'en utilisant la méthode de Chasles, la pointe du dernier vecteur doit coïncider avec le point d'application du premier vecteur force.



Réflexes à avoir et pièges à éviter

- R1** Lors d'un bilan de forces exercées sur un système, n'oublier aucune force. Lister toutes les forces à distance du problème, puis répertorier tous les contacts avec l'environnement extérieur au système. Chaque contact correspond à l'ajout d'une nouvelle force localisée.
- R2** Pour la résolution analytique dans le cadre du principe d'inertie, bien procéder étape par étape sans se précipiter. Un oubli de signe « - » arrive vite lorsque l'on projette les forces sur les axes du repère.
- R3** Avoir à l'esprit la direction générale de la résultante des forces et donc du vecteur variation du centre d'inertie dans des cas simples : vecteur vertical vers le bas dans le cas d'une chute libre ou d'un lancer, vecteur centripète dans le cas d'un mouvement de rotation uniforme...
- P1** Attention : la norme de la résultante des forces n'est pas la somme des normes des forces appliquées au système.
- P2** Le principe d'inertie s'applique dans le cas d'un système au repos (vitesse nulle tout le temps de l'observation). Il n'est pas valable si la vitesse du centre d'inertie s'annule uniquement pour une position particulière du mouvement.

Exercices

Vérifiez vos connaissances

1 Vrai-Faux

→ corrigé p. 62

1. Une luge glisse sur un plan incliné. Elle est soumise à son poids, à la réaction du support et à la force qui la fait descendre le long de la pente.

☐ V ☐ F

2. Un solide est immobile sur un support horizontal. Son poids et la réaction du support ont même norme.

☐ V ☐ F

3. Pour ce même solide, les frottements sont nuls.

☐ V ☐ F

4. Quel que soit le support, si le solide est immobile, les frottements sont nuls.

☐ V ☐ F

5. Un objet exerce sur la Terre une force opposée à son poids.

☐ V ☐ F

Exercices d'entraînement

2 * Solide au repos

→ R1, R2, P1 et P2 → corrigé p. 62

Un solide de masse $m = 500 \text{ g}$ est au repos sur un plan incliné à 20° par rapport à l'horizontale. Il est maintenu immobile par un ressort de raideur k .

On prendra $g = 10 \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1}$.

1. Par une méthode graphique à détailler, déduire les valeurs des forces qui s'exercent sur le solide. On négligera les frottements.

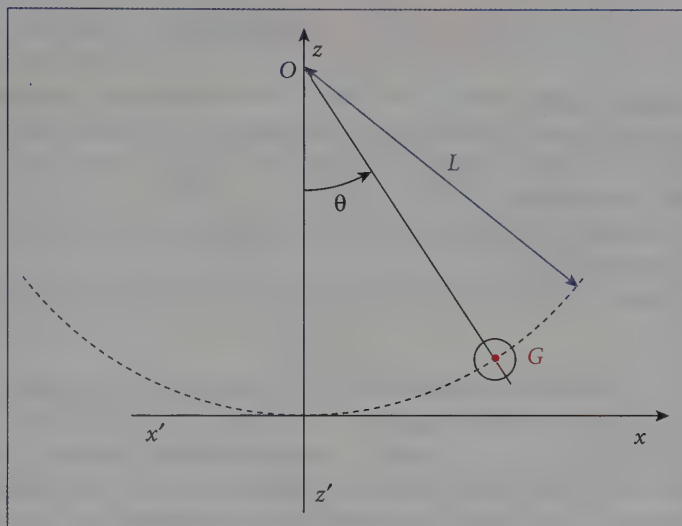
2. Dans cette situation, le ressort s'est allongé de $3,8 \text{ cm}$ par rapport à sa longueur à vide. En déduire sa raideur k .

3 * Mouvement du pendule

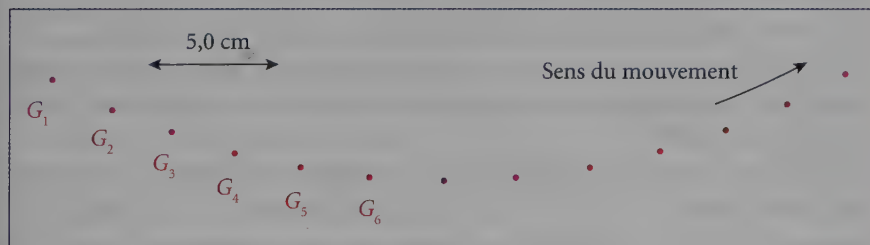
→ R3 et P2 → corrigé p. 63

Le mouvement d'un pendule a été enregistré à l'aide d'une table à digitaliser reliée à un ordinateur et disposée verticalement.

Ce pendule est constitué d'un mobile à coussin d'air, adapté à la table, suspendu à l'extrémité d'un fil inextensible. La masse de ce fil est négligeable devant celle du mobile. L'autre extrémité du fil est accrochée en un point fixe O .



À l'aide d'un logiciel adapté, on enregistre les différentes positions du centre d'inertie G du mobile.



L'intervalle de temps entre deux points consécutifs est $\Delta t = 30 \text{ ms}$.

1. Déterminer, dans le système d'axes proposé, les valeurs v_3 et v_5 des vecteurs vitesse instantanée du centre d'inertie du mobile aux points G_3 et G_5 . Représenter ces vecteurs.

2. Construire le vecteur $\Delta \vec{v}_4 = \vec{v}_5 - \vec{v}_3$ et déterminer la valeur Δv_4 du vecteur $\Delta \vec{v}_4$.

Pour aller plus loin

4 ** Ballon-sonde

➔ R1 et P2

➔ corrigé p. 64

Un ballon-sonde, en caoutchouc mince très élastique, est gonflé à l'hélium. Une nacelle attachée au ballon emporte du matériel scientifique afin d'étudier la composition de l'atmosphère.

L'objectif est d'étudier le vol du ballon-sonde à faible altitude (sur les premières centaines de mètres).

On modélisera la valeur de la force de frottement de l'air sur le système étudié par l'expression :

$$f = K\rho v^2$$

où K est une constante pour les altitudes considérées et v la vitesse du centre d'inertie du système {ballon + nacelle}.

On supposera qu'il n'y a pas de vent (le mouvement s'effectue dans la direction verticale) et que le volume de la nacelle est négligeable par rapport à celui du ballon. Le système {ballon + nacelle} est étudié dans un référentiel terrestre considéré comme galiléen.

1. Établir le bilan des forces exercées sur le système {ballon + nacelle} lorsque le ballon vient juste de décoller. Indiquer le sens et la direction de chaque force.

2. Donner l'expression littérale de la valeur Π de la poussée d'Archimède.

3. La vitesse initiale du ballon (juste après le décollage) étant considérée comme nulle, quelle condition doit satisfaire la masse totale M du système pour que le ballon puisse s'élever ?

4. En déduire la masse maximale de matériel scientifique m_s que l'on peut embarquer dans la nacelle.

Données :

masse volumique de l'air $\rho = 1,22 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$;

volume du système $V = 9,0 \text{ m}^3$;

masse du ballon (enveloppe + hélium) $m = 2,10 \text{ kg}$;

masse de la nacelle vide $m' = 0,50 \text{ kg}$.

5 ** Thermomètre de Galilée

→ R1 et P2

→ corrigé p. 65

Le thermomètre de Galilée est constitué d'une colonne remplie d'un liquide incolore et de plusieurs boules en verre soufflé, lestées par une petite masse métallique. Le liquide contenu dans la colonne a une masse volumique $\rho_l(T)$ qui décroît fortement lorsque la température augmente. Les boules ont chacune le même volume, mais possèdent des masses différentes, ajustées de manière précise. Un petit médaillon indiquant une température est accroché sous chacune d'elles. Pour un modèle commercial courant, on trouve onze boules indiquant des températures comprises entre 17°C et 27°C .

La température de la colonne est indiquée par la boule qui se trouve en équilibre dans le liquide, c'est-à-dire par la plus basse des boules situées en haut de la colonne.

On décide de construire un thermomètre. On utilise une éprouvette remplie d'une huile de masse volumique $\rho_l(T)$ dans laquelle on place des boules de même volume V_b mais de masses volumiques différentes. On constate que certaines boules flottent tandis que d'autres coulent.

On s'intéresse à la boule 1 de volume V_b et de masse volumique ρ . On peut supposer que la masse volumique et le volume de cette boule sont quasiment indépendants de la température, contrairement à ceux du liquide dans lequel elle est immergée. La boule 1 est immobile, en équilibre dans l'huile.

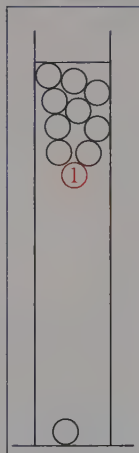
1. Faire un inventaire des forces s'exerçant sur la boule 1. Les représenter sur un schéma sans souci d'échelle.

2. Exprimer ces différentes forces en fonction de ρ , $\rho_l(T)$, V_b et g , l'intensité du champ de pesanteur.

3. Établir l'expression littérale de la masse volumique ρ que doit avoir la boule 1 pour rester immobile.

4. Expliquer pourquoi, hormis la boule 1, les boules restent les unes en haut de la colonne, les autres en bas.

5. Lorsque la température du liquide s'élève, la boule 1 se met en mouvement. Dans quel sens s'effectue ce mouvement ? Justifier.



Corrigés

1 Vrai-Faux

1. Faux. La luge est soumise à son poids et à la réaction du support ($\vec{N} + \vec{f}$).
2. et 3. Vrai. Le solide est immobile : le poids compense la réaction normale du support (projection verticale du principe d'inertie) et les frottements doivent être nuls (projection horizontale).
4. Faux. Si le support est incliné, il doit forcément exister une force qui compense la projection du vecteur poids le long du plan incliné (principe d'inertie).
5. Vrai. En vertu du principe des actions réciproques, la force exercée par la Terre sur le solide compense celle exercée par le solide sur la Terre.

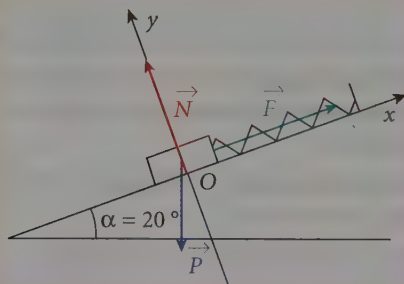
2 Solide au repos

1. Le système étudié est le solide dans le référentiel terrestre.

Les forces qui s'exercent sont :

- le poids $\vec{P}$ de norme $P = mg = 0,500 \times 10 = 5,0 \text{ N}$;
- la réaction normale du support $\vec{N}$;
- la force de rappel du ressort $\vec{F}$ qui retient le solide.

Les frottements sont négligeables.



Le choix du repère est tel qu'un maximum de forces sont suivant les axes.

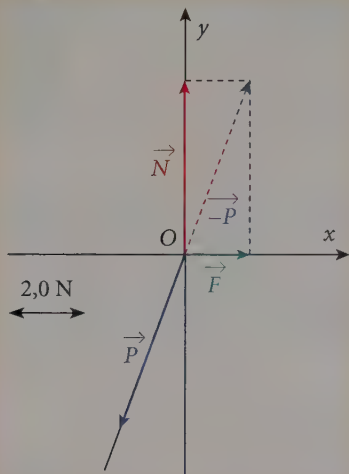
On représente ensuite le diagramme des forces en imposant une échelle.

Le solide étant immobile dans un référentiel galiléen, le principe d'inertie impose que $\vec{P} + \vec{N} + \vec{F} = \vec{0}$. La somme des trois vecteurs force est le vecteur nul.

Construction : on reporte d'abord $\vec{P}$ faisant un angle de 20° avec l'axe des ordonnées et de norme $5,0 \text{ N}$.

D'après le principe d'inertie, $\vec{N} + \vec{F} = -\vec{P}$. On construit alors le vecteur opposé à $\vec{P}$ qui doit correspondre à la somme vectorielle des deux autres forces exercées sur le solide.

Finalement, $\vec{N}$ et $\vec{F}$ correspondent aux projections de $-\vec{P}$ suivant les axes du repère.



On retrouve les mêmes résultats numériques en utilisant une méthode analytique :
 $N = P \cos \alpha$
 et $F = P \sin \alpha$.

Par mesure de la norme de $\vec{N}$ et $\vec{F}$ et en utilisant l'échelle des vecteurs, on déduit :
 $N = 4,7 \text{ N}$ et $F = 1,7 \text{ N}$.

2. La norme de la force de rappel est :

$$F = kl$$

avec l l'allongement du ressort en m. On en déduit la raideur :

$$k = \frac{F}{l}$$

$$\text{A.N. : } k = \frac{1,7}{3,8 \cdot 10^{-2}} = 45 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}.$$

3 Mouvement du pendule

1. La valeur v_3 s'obtient en utilisant les positions M_2 et M_4 :

$$v_3 = \frac{G_2 G_4}{2 \Delta t}$$

On a de même :

$$v_5 = \frac{G_4 G_6}{2 \Delta t}$$

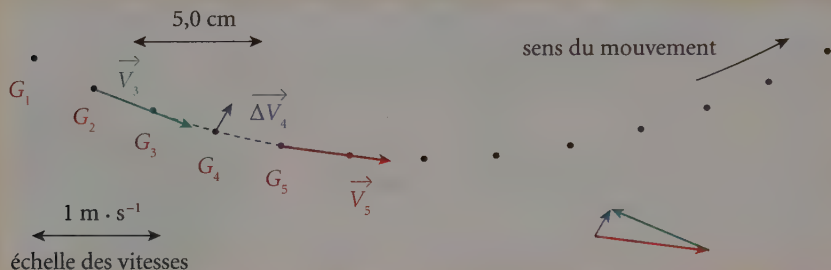
A.N. : $G_2 G_4 = 5,0 \text{ cm}$ dans la réalité,

$$\text{d'où } v_3 = \frac{5,0 \cdot 10^{-2}}{2 \times 30 \cdot 10^{-3}} = 0,83 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}.$$

$G_4 G_6 = 5,3 \text{ cm}$ dans la réalité,

$$\text{d'où } v_5 = \frac{5,3 \cdot 10^{-2}}{2 \times 30 \cdot 10^{-3}} = 0,88 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}.$$

Les vecteurs vitesse
sont tangents
à la trajectoire
et dans le sens
du mouvement.



2. Le schéma ci-dessus montre la construction du vecteur Δv_4 appliqué en G_4 .

En utilisant la règle de Chasles, on ajoute les vecteurs $\vec{v}_5$ (en rouge) et $-\vec{v}_3$ (en vert). L'addition vectorielle permet d'obtenir Δv_4 que l'on reporte au point d'application G_4 . La mesure directe de Δv_4 , en utilisant l'échelle des vitesses proposée, donne $\Delta v_4 = 0,25 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

Ballon-sonde

1. Le système étudié est le système {ballon + nacelle} dans le référentiel terrestre. Les forces agissant sont :

- le poids $\vec{P}$ vertical vers le bas ;
- la poussée d'Archimède $\vec{\Pi}$ verticale vers le haut ;
- les frottements de l'air $\vec{f}$, qui s'opposent au mouvement ascensionnel, donc verticaux vers le bas.



Il faut connaître
le sens du mouvement
du système
pour avoir
celui de la force
de frottements.

2. La valeur de la poussée est le poids de l'air déplacé :

$$\Pi = P_{\text{air}} = m_{\text{air}}g$$

Or la masse de l'air déplacé par le système {ballon + nacelle vide + équipement} de volume total V est :

$$m_{\text{air}} = \rho V$$

On en déduit alors l'expression littérale de la poussée d'Archimède :

$$\Pi = \rho Vg$$

3. Au décollage, la vitesse étant nulle, la force de frottement est nulle. Le système n'est donc soumis qu'à son poids et à la poussée d'Archimède.

Par ailleurs, pour que le ballon décolle, il faut que la variation du vecteur vitesse et la résultante des forces soient verticales vers le haut (deuxième loi de Newton).

On en déduit donc la condition nécessaire au décollage du ballon :

$$\Pi > P$$

On a donc :

$$\rho Vg > Mg$$

soit :

$$M < \rho V$$

A.N. : $M < 1,22 \times 9,0$, soit $M < 11 \text{ kg}$.

4. La masse totale M est la somme de la masse du ballon m , de la nacelle à vide m' et du matériel m_s :

$$M = m + m' + m_s$$

d'où :

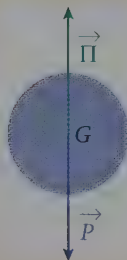
$$m_s = M - m - m'$$

A.N. : $m_s = 11 - 2,10 - 0,50 = 8,4 \text{ kg}$.

5 Thermomètre de Galilée

1. Le système étudié est la boule 1.

Les forces qui s'exercent sur cette boule sont le poids $\vec{P}$ et la poussée d'Archimède $\vec{\Pi}$.



2. La valeur du poids est :

$$P = mg = \rho V_b g$$

La valeur de la poussée d'Archimède correspond à celle du poids de l'huile déplacée soit :

$$\Pi = m_{\text{huile}} g = \rho_l(T) V_b g$$

Lorsque le système est au repos, le principe d'inertie s'applique et les forces qui agissent se compensent.

3. Si la boule 1 est immobile dans le référentiel terrestre supposé galiléen, alors en vertu du principe d'inertie, la résultante des forces est nulle :

$$\vec{\Sigma} = \vec{P} + \vec{\Pi} = \vec{0}$$

Les deux forces se compensent et ont donc même direction, même norme et des sens opposés. On en déduit que :

$$\rho V_b g = \rho_l(T) V_b g$$

d'où :

$$\rho = \rho_l(T)$$

La masse volumique de la boule 1 a la même valeur que la masse volumique du liquide dans lequel elle est immergée pour la température T considérée.

4. À température de liquide fixée, et donc à température ambiante fixée, la masse volumique du liquide est constante et vaut celle de l'une des boules du thermomètre de Galilée. Les autres boules, de mêmes volumes mais de masses différentes, ont donc des masses volumiques différentes de celle du liquide :

- si $\rho > \rho_l(T)$, alors $P > \Pi$, et la boule est en bas de la colonne sous l'effet prépondérant de son poids ;
- si $\rho < \rho_l(T)$, alors $P < \Pi$, et la boule est en haut de la colonne sous l'effet prépondérant de la poussée d'Archimède.

5. Lorsque la température s'élève, $\rho_l(T)$ diminue et ρ devient supérieure à $\rho_l(T)$: la boule 1 se met en mouvement vers le bas de la colonne sous l'effet prépondérant de son poids.

Chapitre 4

Travail mécanique et énergie

1 Travail d'une force

1 Définition

→ On considère un système en déplacement d'un point A vers un point B et soumis à une force constante $\vec{F}$. Le travail $W_{AB}(\vec{F})$ de $\vec{F}$ lors du déplacement AB est égal au produit scalaire de la force $\vec{F}$ par le vecteur déplacement $\vec{AB}$, quel que soit le chemin suivi pour aller de A à B . Il s'exprime en joules (symbole J).

$$W_{AB}(\vec{F}) = \vec{F} \cdot \vec{AB} = F \cdot AB \cdot \cos \alpha$$

avec $\left\{ \begin{array}{l} F : \text{norme de la force } \vec{F} \text{ (en N),} \\ AB : \text{norme du vecteur déplacement ou distance } AB \text{ (en m),} \\ \alpha = (\vec{F}, \vec{AB}) : \text{angle entre le vecteur force et le vecteur déplacement} \\ \text{(en rad).} \end{array} \right.$

2 Commentaires

→ Le travail se définit comme un produit scalaire entre deux vecteurs : c'est un scalaire, c'est-à-dire un nombre.

→ La définition ci-dessus est valable si la force est un vecteur constant. Elle le reste dans d'autres cas particuliers :

- si la force $\vec{F}$ est un vecteur constant pour des portions de déplacement. Le travail est alors la somme des travaux que l'on calcule sur chaque portion de déplacement ;

- si la force $\vec{F}$ a une norme constante et que le déplacement est rectiligne.

3 Travail moteur, résistant ou nul

→ Si la force contribue au déplacement (la projection de $\vec{F}$ sur la droite (AB) est dans le sens du vecteur $\vec{AB}$, soit $\alpha \in [0, \frac{\pi}{2}[$), alors $W_{AB}(\vec{F}) > 0$, et le travail est **moteur**.

→ Si la force s'oppose au déplacement (la projection de $\vec{F}$ sur la droite (AB) est dans le sens opposé au vecteur $\vec{AB}$, soit $\alpha \in]\frac{\pi}{2}, \pi]$), alors $W_{AB}(\vec{F}) < 0$, et le travail est **résistant**.

→ Dans le cas particulier où $\alpha = \frac{\pi}{2}$, alors la force n'a pas d'influence sur le déplacement ($\vec{F}$ est orthogonale au déplacement) et le **travail est nul** : $W_{AB}(\vec{F}) = 0$.

Exercice résolu

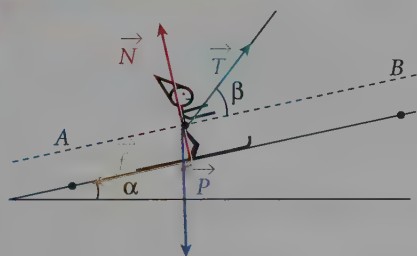
→ Déterminer la nature du travail d'une force

Énoncé

Un skieur remonte une piste tiré par un téléski. La piste fait un angle α avec l'horizontale, la perche un angle β avec la piste, et les frottements ne sont pas négligeables.

Donner les expressions des travaux des forces agissant sur le skieur et son équipement, et conclure sur la nature du travail de chacune d'elles.

Corrigé commenté



Les forces s'exerçant sur le skieur et son équipement, dans le référentiel terrestre, sont : le poids $\vec{P}$, la réaction normale de la piste $\vec{N}$, les frottements $\vec{f}$ et la tension de la perche $\vec{T}$.

Soit $\vec{AB}$ le vecteur déplacement le long de la piste.

$$\bullet W_{AB}(\vec{P}) = \vec{P} \cdot \vec{AB} = P \cdot AB \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = -mg \cdot AB \cdot \sin \alpha$$

donc $W_{AB}(\vec{P}) < 0$: le travail est résistant.

$$\bullet W_{AB}(\vec{N}) = \vec{N} \cdot \vec{AB} = N \cdot AB \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0 :$$

le travail est nul.

$$\bullet W_{AB}(\vec{f}) = \vec{f} \cdot \vec{AB} = f \cdot AB \cdot \cos \pi = -f \cdot AB$$

donc $W_{AB}(\vec{f}) < 0$: le travail est résistant.

$$\bullet W_{AB}(\vec{T}) = \vec{T} \cdot \vec{AB} = T \cdot AB \cdot \cos \beta \text{ donc } W_{AB}(\vec{T}) > 0 :$$

le travail est moteur.

Attention au sens de $\vec{AB}$ et aux angles orientés utilisés dans les expressions du produit scalaire.

2 Exemple du poids ; puissance d'une force

1 Travail du poids

→ Expression

Le travail du poids lors d'un déplacement du point A d'altitude z_A au point B d'altitude z_B est égal au produit de la norme de la force par la différence d'altitude.

Par définition : $W_{AB}(\vec{P}) = \vec{P} \cdot \vec{AB} = P \cdot AB \cdot \cos(\vec{AB}, \vec{P}) = mg \cdot AB \cdot \cos(\vec{AB}, \vec{g})$,
soit encore :

$$W_{AB}(\vec{P}) = mgh \quad \text{avec} \quad \begin{cases} m : \text{masse du système (en kg)}, \\ g : \text{intensité de pesanteur (en N} \cdot \text{kg}^{-1}), \\ h : \text{altitude (en m)}. \end{cases}$$

→ Commentaires

Cette expression est valable pour une différence d'altitude suffisamment faible pour que l'on puisse considérer l'intensité de pesanteur g constante.

Le travail du poids ne dépend pas du déplacement effectué entre A et B.

Si le point A a une altitude supérieure à celle du point B, alors le système est en mouvement descendant, et le poids a un travail moteur :

$$W_{AB}(\vec{P}) = mgh \quad \text{avec} \quad h = z_A - z_B.$$

Dans le cas contraire, le mouvement est ascendant, et le poids a un travail résistant :

$$W_{AB}(\vec{P}) = -mgh \quad \text{avec} \quad h = z_B - z_A.$$

2 Puissance d'une force

→ Définition

La puissance moyenne d'une force $\vec{F}$ est le quotient du travail $W_{AB}(\vec{F})$ produit au cours du déplacement AB par la durée du parcours $t_B - t_A$.

La puissance s'exprime en watts (symbole W).

$$P = \frac{W_{AB}(\vec{F})}{t_B - t_A} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} W_{AB}(\vec{F}) : \text{travail de } \vec{F} \text{ au cours du déplacement AB (en J)}, \\ t_B - t_A : \text{durée du déplacement (en s)}. \end{cases}$$

→ Commentaires

Une puissance de 1 W correspond à la puissance d'une force qui produit chaque seconde un travail de 1 J.

On utilise souvent une autre unité de travail que le joule, établie à partir de l'unité de puissance : le kW · h (kilowatt · heure) : $1 \text{ kW} \cdot \text{h} = 10^3 \text{ W} \times 3\,600 \text{ s} = 3,6 \text{ MJ}$.

La puissance s'exprime aussi en fonction de la vitesse de déplacement :

$$P_{\text{moy}} = \frac{W_{AB}(\vec{F})}{t_B - t_A} = \frac{\vec{F} \cdot \vec{AB}}{t_B - t_A}, \text{ soit } P_{\text{moy}} = \vec{F} \cdot \vec{v}_{\text{moy}} \text{ avec } F \text{ exprimée en N et } v_{\text{moy}} \text{ en m} \cdot \text{s}^{-1}.$$

Cette dernière formule peut être généralisée aux quantités instantanées : $P = \vec{F} \cdot \vec{v}$.

Exercice résolu

→ Déterminer le travail et la puissance du poids

Énoncé

Le skieur de l'exercice précédent dévale maintenant la piste de ski. Déterminer le travail du poids du système {skieur + équipement} lors du déplacement et en déduire sa puissance mécanique.

La différence d'altitude $h = 3,5 \text{ m}$ est parcourue en $\Delta t = 4 \text{ s}$, et la masse du système est $m = 60 \text{ kg}$.

Corrigé commenté

Le travail du poids lors du déplacement AB est :

$$W_{AB}(\vec{P}) = \vec{P} \cdot \vec{AB} = mg \cdot AB \cdot \cos(90^\circ - \alpha) = mg \cdot AB \cdot \sin \alpha$$

avec $AB \cdot \sin \alpha = h$, soit $W_{AB}(\vec{P}) = mgh$.

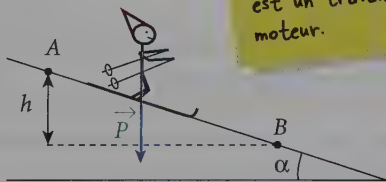
A.N. : $W_{AB}(\vec{P}) = 60 \times 9,8 \times 3,5 = 2,1 \text{ kJ}$.

La puissance mécanique est :

$$P = \frac{W_{AB}(\vec{P})}{\Delta t}$$

A.N. : $P = \frac{2,1 \cdot 10^3}{4} = 0,5 \text{ kW}$.

Lors d'une descente, le travail du poids est un travail moteur.



3 Travail et énergie cinétique

1 Énergie cinétique E_c d'un solide en translation

→ Définition

L'énergie cinétique d'un solide de masse m , animé d'un mouvement de translation à la vitesse $\vec{v}$, est :

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2 \quad \text{avec} \quad \begin{cases} m : \text{masse (en kg)}, \\ v : \text{vitesse (en m} \cdot \text{s}^{-1}). \end{cases}$$

→ Commentaires

L'énergie cinétique, comme toute énergie, s'exprime en joules (symbole J). C'est une quantité positive ou nulle.

L'énergie cinétique est nulle lorsque le système est immobile ou lorsque sa vitesse instantanée est nulle. Cette énergie est donc liée au déplacement du système considéré.

2 Théorème de l'énergie cinétique

→ Énoncé

Dans un référentiel galiléen, la variation de l'énergie cinétique d'un solide en translation entre deux positions A et B est égale à la somme des travaux des forces extérieures s'exerçant sur le solide :

$$\Delta E_c = E_c(B) - E_c(A) = \sum W_{AB}(\vec{F}) = \sum \vec{F} \cdot \vec{AB}$$

Σ signifie « somme de... » et $\vec{F}$ est l'une des forces extérieures quelconques agissant sur le système.

→ Commentaires

Le travail apparaît comme un transfert d'énergie. Ce théorème montre que le travail d'une force agissant sur un système peut modifier l'énergie cinétique du système et donc sa vitesse.

Si la somme des travaux des forces extérieures est un travail moteur, alors l'énergie cinétique du système augmente. Si au contraire c'est un travail résistant, alors l'énergie cinétique du système diminue.

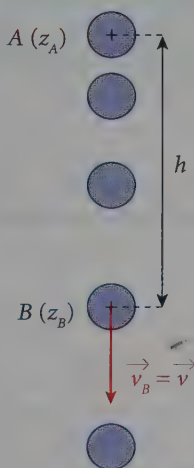
Exercice résolu

➔ Étudier la chute libre d'un corps au voisinage de la Terre

Énoncé

On s'intéresse à la chute libre d'une balle lancée sans vitesse initiale. En appliquant le théorème de l'énergie cinétique entre deux instants choisis, établir l'expression de la vitesse de chute v en fonction de la hauteur de chute h .

Corrigé commenté



La balle, dans le référentiel terrestre supposé galiléen, n'est soumise qu'à son poids $\vec{P}$.

La somme des travaux des forces extérieures appliquées au système se résume alors au travail du poids.

On considère le déplacement AB entre les positions A (départ de la chute) et B (position quelconque d'altitude inférieure à celle de A).

Le travail du poids est :

$$W_{AB}(\vec{P}) = \vec{P} \cdot \vec{AB} = mgh > 0$$

(travail moteur),

Dans le cas d'une chute libre, on ne considère que le travail du poids du système entre deux positions A et B. A est généralement la position du solide à $t = 0$.

avec h la différence d'altitude ($h = z_A - z_B$).

La variation de l'énergie cinétique entre les positions A et B est :

$$E_c(B) - E_c(A) = \frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{1}{2}mv_A^2 = \frac{1}{2}mv_B^2 \quad \text{car } v_A = 0.$$

Le théorème de l'énergie cinétique s'écrit alors :

$$E_c(B) - E_c(A) = W_{AB}(\vec{P}), \text{ soit } \frac{1}{2}mv_B^2 = mgh.$$

En simplifiant par la masse de la balle et en notant v la vitesse v_B d'un point

B quelconque de la trajectoire, on obtient : $v^2 = 2gh$ ou $v = \sqrt{2gh}$.

4 Travail et énergie potentielle de pesanteur ; conservation de l'énergie mécanique

1 Énergie potentielle de pesanteur E_{pp}

→ Définition

L'énergie potentielle d'un solide en interaction avec la Terre est appelée **énergie potentielle de pesanteur**.

Pour des situations localisées au voisinage de la Terre :

$$E_{pp} = mgz \text{ avec } \begin{cases} m : \text{masse du solide (en kg),} \\ g : \text{intensité de pesanteur (en N} \cdot \text{kg}^{-1}\text{),} \\ z : \text{position du centre d'inertie } G \text{ du solide repérée sur} \\ \quad \text{un axe (Oz) vertical ascendant (en m).} \end{cases}$$

→ Commentaires

L'énergie potentielle de pesanteur, comme toute énergie, s'exprime en joules (J). C'est une énergie stockée, potentielle signifiant «en réserve». Cette énergie est une grandeur algébrique. Elle reste constante si le système se déplace à altitude z constante.

Dans le cas d'un axe (Oz) vertical vers le bas, on définit l'énergie potentielle de pesanteur du système comme : $E_{pp} = -mgz$.

En pratique, on ne mesure que des variations d'énergie potentielle, car cette énergie n'est définie qu'à une constante près. On fixe alors une origine arbitraire (origine de l'axe (Oz)) pour laquelle $E_{pp} = 0$. En fonction de la situation étudiée, il s'agit du niveau du sol, du départ d'une chute ou d'un point à l'infini.

2 Conservation de l'énergie mécanique

→ Définition de l'énergie mécanique E_m

Dans la plupart des cas, on peut définir l'énergie mécanique comme la somme de l'énergie cinétique et de l'énergie potentielle de pesanteur d'un système :

$$E_m = E_c + E_{pp}$$

L'énergie mécanique s'exprime, comme l'énergie cinétique ou potentielle, en joules (J).

→ Conservation de l'énergie mécanique

Lorsqu'un système est soumis à un ensemble de forces autres que son poids, qui ne travaillent pas pendant un déplacement, son énergie mécanique se conserve. Dans le cas contraire, la variation de l'énergie mécanique du système est égale au travail des forces extérieures appliquées au système (autres que son poids).

Exercice résolu



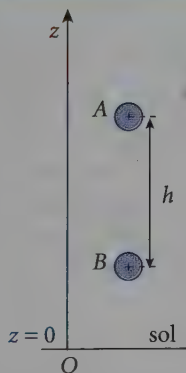
Expliciter la transformation d'énergie potentielle en énergie cinétique

Énoncé

Considérons à nouveau la chute libre d'une balle entre les positions A et B. On a $h = z_A - z_B$.

1. Donner l'expression de la variation d'énergie potentielle ΔE_{pp} entre A et B, l'origine des énergies potentielles étant prise au niveau du sol ($z = 0$).
2. En utilisant les résultats de l'exercice résolu précédent, comparer les expressions de ΔE_{pp} et de ΔE_c . Conclure.

Corrigé commenté



1. En utilisant la définition de l'énergie potentielle de pesanteur en A et B, positions proches de la Terre, on a : $E_{pp}(A) = mgz_A$ et $E_{pp}(B) = mgz_B$, l'axe (Oz) étant vertical ascendant et d'origine O au niveau du sol.

$$\Delta E_{pp} = E_{pp}(B) - E_{pp}(A) = mg(z_B - z_A)$$

soit :

$$\Delta E_{pp} = -mgh < 0$$

2. D'après l'exercice précédent, on peut montrer que la variation d'énergie cinétique est :

$$\Delta E_c = E_c(B) - E_c(A) = mgh.$$

On en déduit donc que :

$$\Delta E_{pp} = -\Delta E_c$$

On montre alors qu'il y a transfert entre l'énergie cinétique et l'énergie potentielle de pesanteur, tel que $\Delta E_c + \Delta E_{pp} = 0$ soit : $[E_c(B) + E_{pp}(B)] - [E_c(A) + E_{pp}(A)] = 0$

$$\Leftrightarrow E_c(A) + E_{pp}(A) = E_c(B) + E_{pp}(B)$$

pour A et B quelconques : la quantité $E_c + E_{pp}$ se conserve durant le déplacement.

La quantité qui se conserve est définie comme l'énergie mécanique de la balle :

$$E_m = E_c + E_{pp}$$

5 Énergie interne

1 Travail et énergie interne

→ Définition

L'énergie interne d'un système est l'énergie stockée sous forme microscopique.

L'énergie interne d'un système est la somme des énergies cinétiques microscopiques des particules le constituant dans son référentiel propre et de leurs énergies potentielles d'interaction mutuelle.

L'énergie interne est notée U et s'exprime, comme toute énergie, en joules (J). L'énergie totale d'un système est la somme des énergies cinétique, potentielle et interne :

$$E = E_c + E_p + U.$$

→ Variation d'énergie interne ΔU

Lors d'une transformation du système entre un état initial et un état final, la variation d'énergie interne vaut :

$$\Delta U = W + Q$$

W et Q sont des transferts énergétiques s'exprimant en joules (J). Ils sont algébriques.

W représente le travail reçu par le système (déformation sans variation d'énergie cinétique E_c ni d'énergie potentielle de pesanteur E_{pp} par exemple).

Q représente la quantité de chaleur reçue par le système ou transfert thermique (variation de température ou changement d'état du système par exemple).

Remarque : il existe d'autres modes de transfert énergétique, comme le rayonnement électromagnétique.

2 Transfert thermique

→ Modes de transfert thermique

Un transfert thermique s'effectue toujours de la source chaude vers la source froide. Plusieurs modes de transfert peuvent être envisagés : la conduction sans transport de matière ou la convection avec transport de matière.

→ Élévation de température

Lorsque la température d'un système varie de T_i à T_f , il reçoit la quantité de chaleur Q .

$$Q = m \cdot C \cdot (T_f - T_i)$$

avec $\begin{cases} m : \text{masse du système (en kg)}, \\ C : \text{capacité calorifique massique (en } \text{J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1} \text{ ou } \text{J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot ^\circ\text{C}^{-1}), \\ T_i \text{ et } T_f : \text{températures initiale et finale du système (en K ou } ^\circ\text{C}). \end{cases}$

La capacité calorifique massique ne dépend que de la substance constituant le système ($C_{\text{eau}} = 4180 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ par exemple).

Q peut aussi être obtenue à partir des grandeurs molaires (et non massiques) :

$$Q = n \cdot C \cdot \Delta T$$

avec n la quantité de matière du système (en mol), C la capacité calorifique molaire (en $\text{J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$) et $\Delta T = T_f - T_i$ (en K).

Q est une grandeur algébrique : $Q < 0$ si $T_f < T_i$ (diminution de température : le système cède de la chaleur au milieu extérieur) et $Q > 0$ si $T_f > T_i$ (élévation de température : le système reçoit de l'énergie thermique du milieu extérieur).

→ Changement d'état

Lors d'un changement d'état, le système reçoit une quantité de chaleur Q .

$$Q = m \cdot L \quad \text{avec} \quad \begin{cases} m : \text{masse du système (en kg)}, \\ L : \text{chaleur latente massique de changement d'état (en } \text{J} \cdot \text{kg}^{-1}). \end{cases}$$

La chaleur latente ne dépend que de la substance constituant le système et du changement d'état considéré qui se produit à température constante.

Q peut aussi être obtenue à partir des grandeurs molaires (et non massiques) :

$$Q = n \cdot L$$

avec n la quantité de matière du système (en mol) et L la chaleur latente molaire (en $\text{J} \cdot \text{mol}^{-1}$).

L est une grandeur algébrique : les chaleurs latentes de fusion, de vaporisation et de sublimation sont positives. Ces trois changements d'état nécessitent un apport de chaleur du milieu extérieur : $Q > 0$. Pour les autres changements d'état : $Q < 0$.

Les relations entre les chaleurs latentes de changement d'état sont :

$$L_{\text{sol}} = -L_{\text{fus}}$$

$$L_{\text{liq}} = -L_{\text{vap}}$$

$$L_{\text{cond}} = -L_{\text{sub}}$$

Méthode

Déterminer le travail d'une force pendant un déplacement

Sujet exemple

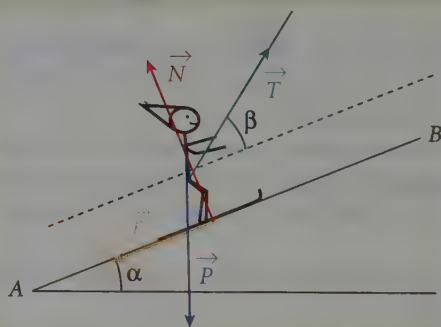
Un skieur est tiré par un téléski le long d'une piste faisant un angle α par rapport à l'horizontale. La perche est, elle, inclinée d'un angle β par rapport à la piste. Déterminer le travail de toutes les forces s'exerçant sur le skieur et son équipement pendant un trajet AB le long de la piste.

Ce qu'il faut faire

Étape 1 :

- Déterminez le système et précisez le référentiel d'étude.
- Établissez le bilan des forces en les représentant sur un schéma sans souci d'échelle.

On étudie le système {skieur + équipement} dans le référentiel terrestre. Les forces exercées sur le système sont : le poids $\vec{P}$, la tension de la perche $\vec{T}$, la réaction normale de la piste $\vec{N}$ et la force de frottements $\vec{f}$.



Étape 2 :

- Observez le schéma et repérez toutes les forces qui ne travaillent pas (ce sont celles qui sont perpendiculaires au déplacement).

La réaction normale est perpendiculaire à la piste (donc au déplacement AB), son travail est nul :

$$W_{AB}(\vec{N}) = 0$$

Étape 3 :

• Exprimez les travaux moteurs ou résistants des autres forces en appliquant la définition faisant intervenir le produit scalaire.

$$W_{AB}(\vec{P}) = \vec{P} \cdot \vec{AB} = P \cdot AB \cdot \cos(\vec{P}, \vec{AB})$$

$$W_{AB}(\vec{T}) = \vec{T} \cdot \vec{AB} = T \cdot AB \cdot \cos(\vec{T}, \vec{AB})$$

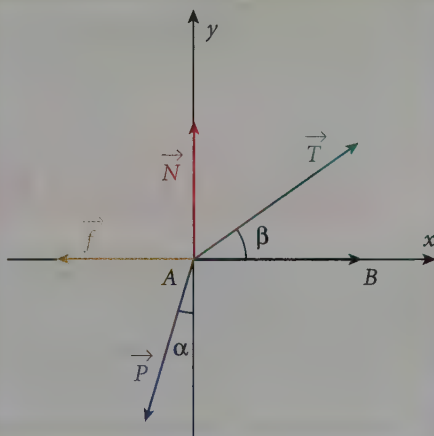
$$W_{AB}(\vec{f}) = \vec{f} \cdot \vec{AB} = f \cdot AB \cdot \cos(\vec{f}, \vec{AB})$$

Étape 4 :

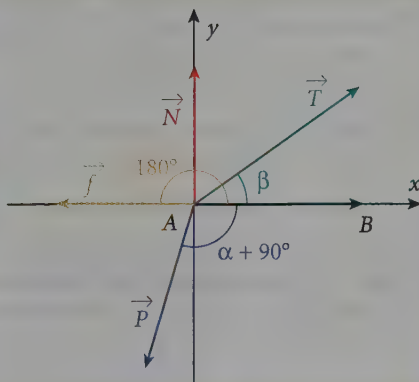
La difficulté ici est de déterminer correctement l'angle entre le vecteur force et le vecteur déplacement.

• Construisez un diagramme des forces (sans souci d'échelle) en imposant comme axe des abscisses l'axe porté par le vecteur déplacement.

• Reportez tous les angles du problème.

**Étape 5 :**

• Repérez ensuite les angles à parcourir entre la direction de chaque vecteur force et celle du vecteur déplacement.



Étape 6 :

• Remplacez les angles par leur valeur et utilisez les relations de trigonométrie pour simplifier vos résultats.

$$W_{AB}(\vec{P}) = P \cdot AB \cdot \cos(\alpha + 90^\circ)$$

$$\text{d'où } W_{AB}(\vec{P}) = -P \cdot AB \cdot \sin \alpha$$

$$W_{AB}(\vec{T}) = T \cdot AB \cdot \cos \beta$$

$$W_{AB}(\vec{f}) = f \cdot AB \cdot \cos 180^\circ$$

$$\text{d'où } W_{AB}(\vec{f}) = -f \cdot AB$$

Réflexes à avoir et pièges à éviter

- R1** Avoir à l'esprit que toute force perpendiculaire au mouvement ne travaille pas. C'est le cas par exemple de la réaction normale d'un support.
- R2** Le système est dit **conservatif** si son énergie mécanique est constante. Dans ce cas, le poids est la seule force exercée sur le système qui travaille.
- R3** L'énergie potentielle de pesanteur dépend du niveau de référence choisi et de la direction de l'axe des altitudes (Oz).
- P1** Attention au signe du travail d'une force. Toute force qui aide au déplacement est motrice et son travail est positif. Les forces de frottements ont toujours un travail résistant, donc négatif.
- P2** Le poids peut avoir un travail soit moteur (lors d'une descente), soit résistant (lors d'une ascension), soit nul (trajet horizontal). Il faut bien étudier la situation avant de conclure sur son signe.
- P3** La puissance, comme le travail, peut être négative.
- P4** Dans l'étude des transferts thermiques relatifs à un système, faire attention à la cohérence des unités choisies et au signe des transferts calculés (négatif si l'énergie sort du système et positif dans le cas contraire).

Vérifiez vos connaissances

1 Vrai-Faux

→ corrigé p. 84

- | | | |
|---|----------------------------|----------------------------|
| 1. Le travail d'une force ne prend en compte que la projection de cette force le long du déplacement considéré. | ☐ V | ☐ F |
| 2. Le travail d'une force ne dépend que du point de départ et du point d'arrivée du trajet considéré. | ☐ V | ☐ F |
| 3. L'énergie potentielle est une quantité toujours positive. | ☐ V | ☐ F |
| 4. L'énergie potentielle de pesanteur dépend du repère choisi pour l'étude du mouvement du système. | ☐ V | ☐ F |
| 5. Une élévation de température contribue à la variation de l'énergie d'un système. | ☐ V | ☐ F |

Exercices d'entraînement

2 * Pendule en mouvement

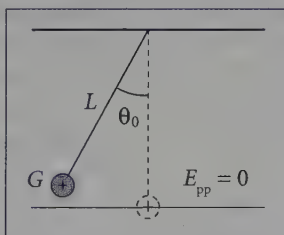
→ R1, R2 et R3

→ corrigé p. 84

Un pendule est composé d'une petite bille de masse m suspendue à un fil de longueur L et de masse négligeable. Il est fixé à un support horizontal, et son mouvement s'effectue dans un plan vertical.

La référence des énergies potentielles est la position d'équilibre du système.

Le pendule est lâché de sa position d'équilibre d'un angle θ_0 sans vitesse initiale.



1. Dans quelles conditions peut-on conclure que l'énergie mécanique du système est conservée lors du mouvement du pendule ?

2. Montrer que l'énergie potentielle de pesanteur du pendule écarté d'un angle θ (θ étant compris entre 0 et θ_0) de sa position d'équilibre est :

$$E_{pp} = mgL(1 - \cos\theta).$$

3. En déduire l'expression de l'énergie cinétique du système pour un angle θ quelconque.

3 * Le bain de bébé

➔ P4

➔ corrigé p. 85

Une maman donne le bain de son bébé. La baignoire contient déjà 25 L d'eau à 42 °C lorsque cette maman s'aperçoit que l'eau est trop chaude.

Quel volume d'eau à 18 °C doit-elle ajouter pour obtenir un bain à 37 °C ?

4 * Transfert thermique

➔ P4

➔ corrigé p. 86

Quelle est la chaleur mise en jeu lors de la vaporisation de 1,0 mol d'eau liquide ?

On donne : $L_{\text{vap}}(\text{eau}) = 2,3 \cdot 10^6 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1}$.

Pour aller plus loin

5 ** Mouvement d'un skieur

➔ R1, P1 et P2

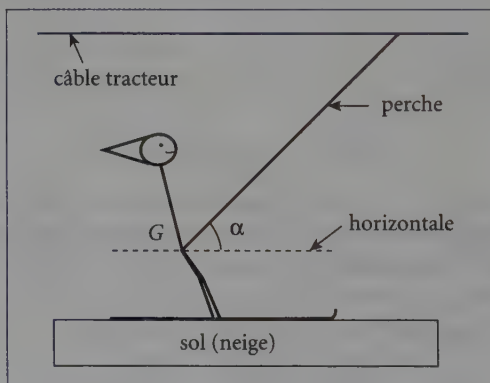
➔ corrigé p. 86

Cet exercice étudie un modèle très simplifié du mouvement du centre d'inertie G d'un skieur durant différentes phases de son parcours.

Durant les phases de plat et de montée, on assimilera l'ensemble des forces de frottements à une force unique, opposée au mouvement, d'intensité constante $f = 50 \text{ N}$. On supposera également que le skieur reste constamment en contact avec le sol.

Phase d'accélération sur une plate-forme horizontale

Afin de monter au sommet de la piste, un skieur se présente sur l'aire de départ horizontale d'un téléski faisant un angle α , constant, de 45° avec l'horizontale.



On admettra que la perche exerce une force de traction dirigée selon sa propre direction.

Après un parcours de longueur $l = 8,0 \text{ m}$, la vitesse se stabilise à la valeur $v_0 = 2,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

1. Faire l'inventaire de toutes les forces s'exerçant sur le skieur et son équipement pendant cette phase de démarrage. Les représenter sur un schéma.

2. Déterminer l'expression littérale puis la valeur numérique de la force constante T exercée par la perche sur le skieur. La masse du système est $m = 80 \text{ kg}$.

Phase de montée

Le skieur, toujours tiré par la perche, monte, à la vitesse constante $v_0 = 2,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, une pente rectiligne inclinée de $\beta = 40^\circ$ par rapport à l'horizontale. La perche elle-même forme un angle $\delta = 30^\circ$ avec le sol.

3. Après avoir schématisé le skieur, déterminer littéralement puis numériquement l'intensité de la force T exercée maintenant par la perche sur le skieur.

Phase de décélération sur une plate-forme horizontale

Le skieur arrive au sommet, avec la vitesse précédente, sur une plate-forme horizontale où il lâche la perche.

4. Quelle distance aura-t-il parcouru sur cette plate-forme avant de s'arrêter ?

Phase de descente

Participant à un concours de vitesse, le skieur s'élance, à partir du repos, sur une piste rectiligne inclinée de $\beta' = 28^\circ$ par rapport à l'horizontale.

5. En admettant l'existence de forces de frottements de même valeur qu'à la montée, quelle vitesse atteindra-t-il après un parcours de 300 m ?

6. La vitesse mesurée n'est en fait que de $107 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$. En déduire l'intensité moyenne de la force de frottements supposée constante qui s'exerce sur le skieur durant cette descente.

Corrigés

1 Vrai-Faux

1. Vrai. Le travail d'une force $\vec{F}$ le long d'un déplacement $\vec{AB}$ est :

$$W_{AB}(\vec{F}) = F \cdot AB \cdot \cos(\vec{F} \cdot \vec{AB}) = F \cdot \cos(\vec{F}, \vec{AB}) \cdot AB = F_{AB} \cdot AB$$

avec F_{AB} la projection de $\vec{F}$ suivant la direction de $\vec{AB}$.

2. Vrai. $W_{AB}(\vec{F}) = \vec{F} \cdot \vec{AB}$ avec $\vec{AB}$ le vecteur entre les points A et B indépendamment du trajet effectivement suivi entre ces deux points.

3. Faux. L'énergie potentielle est une quantité algébrique.

4. Vrai. En particulier, le signe de l'énergie dépend de l'orientation de l'axe du repère choisi.

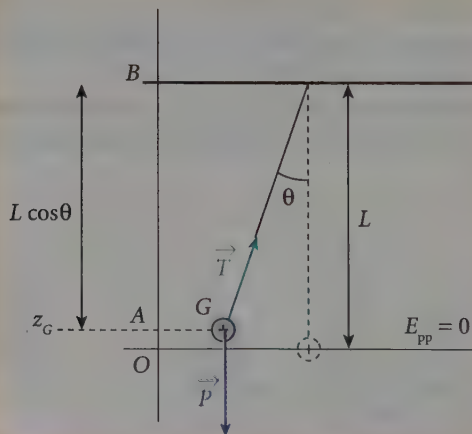
5. Vrai. Une élévation de température se traduit énergétiquement par une modification de l'énergie interne U du système.

2 Pendule en mouvement

1. Le système étudié est le pendule dans le référentiel terrestre. L'énergie mécanique du système est conservée si, lors du mouvement, aucune autre force exercée sur le système ne travaille en dehors du poids.

Cela est vérifié si l'on néglige les forces de frottements : le bilan des forces se réduit

alors au poids $\vec{P}$ et à la tension du fil $\vec{T}$, qui ne travaille pas puisqu'elle est perpendiculaire au mouvement.



La tension du fil s'exerce le long du fil (rayon du cercle représentant la trajectoire de la bille) et est donc, à tout instant, perpendiculaire à la trajectoire.

2. On fait le choix d'un axe des ordonnées (Oz) vertical ascendant.
Dans ce cas, l'énergie potentielle de pesanteur du système est définie comme :

$$E_{pp} = mgz_G$$

avec z_G l'altitude du centre d'inertie de la bille repéré sur l'axe (Oz).

z_G peut être calculée comme la différence entre la distance OB et la distance AB, soit d'après la figure précédente, et en utilisant les relations simples de trigonométrie :

$$z_G = L - L \cos \theta = L(1 - \cos \theta)$$

Finalement, on obtient :

$$E_{pp} = mgz_G$$

soit :

$$E_{pp} = mgL(1 - \cos \theta)$$

3. L'énergie mécanique du système se conserve, donc entre la position d'équilibre ($\theta = 0$) et la position quelconque ($\theta > 0$), on a : $E_m(\theta) - E_m(0) = 0$ que l'on peut écrire en fonction des énergies cinétiques et potentielles :

$$[E_c(\theta) + E_{pp}(\theta)] - [E_c(0) + E_{pp}(0)] = 0$$

soit :

$$[E_c(\theta) + E_{pp}(\theta)] - E_c(0) = 0$$

car $E_{pp}(0) = 0$, référence des énergies potentielles.

On en déduit alors l'expression de l'énergie cinétique :

$$E_c(\theta) = E_c(0) - E_{pp}(\theta)$$

d'où :

$$E_c(\theta) = E_c(0) - mgL(1 - \cos \theta)$$

Dans le cas particulier où $\theta = \theta_0$, l'expression précédente devient :

$$E_c(\theta_0) = E_c(0) - mgL(1 - \cos \theta_0) = 0$$

car le pendule est lâché sans vitesse initiale et $E_c(0) = mgL(1 - \cos \theta_0)$.

Finalement, on obtient : $E_c(\theta) = mgL(1 - \cos \theta_0) - mgL(1 - \cos \theta)$

et en simplifiant :

$$E_c(\theta) = mgL(\cos \theta - \cos \theta_0)$$

3 Le bain de bébé

On notera S_1 le système constitué de $V_1 = 25$ L d'eau à $T_1 = 42^\circ\text{C}$ et S_2 celui constitué d'un volume V_2 d'eau à $T_2 = 18^\circ\text{C}$.

Soit T la température finale : $T = 37^\circ\text{C}$.

Le système considéré est la quantité d'eau totale

$S = \{S_1 + S_2\}$ après ajout d'un volume V_2 d'eau à 18°C .

Pour le système considéré, il n'y a pas d'échange de chaleur avec l'extérieur.

On peut alors écrire que le transfert thermique est nul :

$$Q = 0$$

Considérer un système pour lequel les échanges thermiques avec l'extérieur sont nuls, c'est-à-dire pour lequel la variation d'énergie interne est nulle ($\Delta U = 0$).

$$Q = Q_1 + Q_2$$

avec $Q_1 = C_{\text{eau}} m_1 \Delta T_1 = C_{\text{eau}} \rho_{\text{eau}} V_1 (T - T_1)$

et $Q_2 = C_{\text{eau}} m_2 \Delta T_2 = C_{\text{eau}} \rho_{\text{eau}} V_2 (T - T_2)$

On en déduit :

$$Q = C_{\text{eau}} \rho_{\text{eau}} V_1 (T - T_1) + C_{\text{eau}} \rho_{\text{eau}} V_2 (T - T_2) = 0$$

d'où :

$$V_1 (T - T_1) + V_2 (T - T_2) = 0$$

soit :

$$V_2 = \frac{V_1 (T_1 - T)}{T - T_2}$$

A.N. : $V_2 = \frac{25 \times (42 - 37)}{37 - 18} = 6,6 \text{ L.}$

Vérifier l'homogénéité de l'expression littérale et utiliser des unités compatibles pour l'application numérique : si V_1 est exprimé en litres (L), V_2 est obtenu dans cette même unité.

4 Transfert thermique

La chaleur mise en jeu est : $Q = m_{\text{eau}} \cdot L$

Or $m_{\text{eau}} = nM$ et $M = 18 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1} = 18 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{mol}^{-1}$, d'où : $Q = nML$

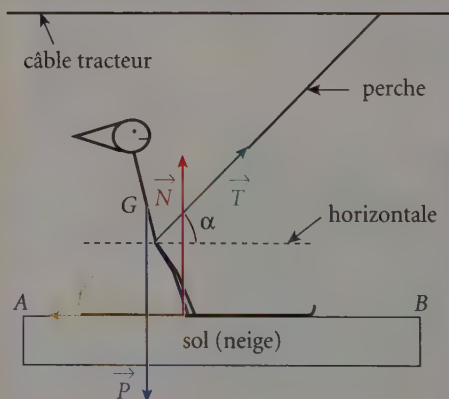
A.N. : $Q = 1,0 \times 1,8 \cdot 10^{-3} \times 2,3 \cdot 10^6 = 4,1 \cdot 10^4 \text{ J} > 0.$

5 Mouvement d'un skieur

1. Le système étudié est le skieur et son équipement dans le référentiel terrestre. Les forces qui s'exercent sur le système sont :

- le poids $\vec{P}$;
- la tension $\vec{T}$ exercée par la perche ;
- la réaction normale $\vec{N}$ de la piste ;
- les forces de frottements $\vec{f}$.

On le représente sur un schéma de la situation sans souci d'échelle :



2. Soit $AB = l$ le trajet effectué par le skieur le long de la plate-forme horizontale pour atteindre la vitesse v_0 .

Appliquons le théorème de l'énergie cinétique au système considéré entre les points A et B de la plate-forme. La variation d'énergie cinétique entre A et B est égale à la somme des travaux des forces exercées sur le système durant le trajet AB :

$$\Delta E_c = \sum W_{AB}(\vec{F})$$

$$\text{avec : } \Delta E_c = E_c(B) - E_c(A) = \frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{1}{2}mv_A^2 = \frac{1}{2}mv_0^2 - 0 = \frac{1}{2}mv_0^2$$

car le skieur part de A avec une vitesse nulle, et :

$$\sum W_{AB}(\vec{F}) = \sum W_{AB}(\vec{P}) + \sum W_{AB}(\vec{N}) + \sum W_{AB}(\vec{T}) + \sum W_{AB}(\vec{f})$$

$$\sum W_{AB}(\vec{F}) = 0 + 0 + \vec{T} \cdot \vec{AB} + \vec{f} \cdot \vec{AB}$$

car $\vec{P}$ et $\vec{N}$ sont perpendiculaires au déplacement.

$$\text{On a donc : } \sum W_{AB}(\vec{F}) = T \cdot l \cdot \cos\alpha + f \cdot l \cdot \cos(180^\circ) = T \cdot l \cdot \cos\alpha - f \cdot l$$

$$\text{Finalement, on obtient : } \frac{1}{2}mv_0^2 = T \cdot l \cdot \cos\alpha - f \cdot l$$

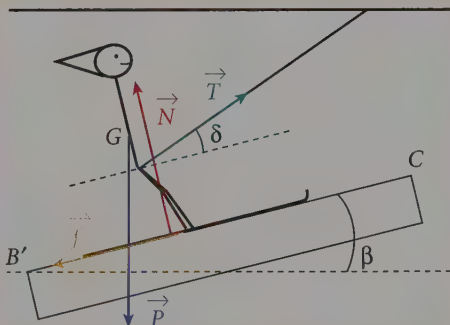
d'où :

$$T = \frac{\frac{1}{2}mv_0^2 + fl}{l \cos\alpha}$$

$$\text{A.N. : } T = \frac{\frac{1}{2} \times 80 \times 2,0^2 + 50 \times 8,0}{8,0 \times \cos 45^\circ} = 99 \text{ N.}$$

Le travail
des forces
perpendiculaires
au déplacement
est nul.

3. Pour cette situation de montée, le bilan des forces agissant sur le système reste inchangé : on trouve ainsi le poids $\vec{P}$, la tension $\vec{T}$ exercée par la perche, la réaction normale $\vec{N}$ de la piste et les forces de frottements $\vec{f}$.



On notera B' le point de départ de la montée et C un point quelconque de la piste inclinée. Le mouvement du système étant rectiligne uniforme, on a :

$$v_{B'} = v_C = v_B = v_0$$

Dans ce cas, l'énergie cinétique est conservée le long du trajet $B'C$:

$$\Delta E_c = E_c(C) - E_c(B') = 0$$

En appliquant le théorème de l'énergie cinétique au système sur le trajet $B'C$, on obtient :

$$\Delta E_c = \sum W_{B'C}(\vec{F}) = 0$$

$$\text{soit : } \sum W_{B'C}(\vec{P}) + \sum W_{B'C}(\vec{N}) + \sum W_{B'C}(\vec{T}) + \sum W_{B'C}(\vec{f}) = 0$$

$$\vec{P} \cdot \overrightarrow{B'C} + 0 + \vec{T} \cdot \overrightarrow{B'C} + \vec{f} \cdot \overrightarrow{B'C} = 0$$

car la réaction normale est perpendiculaire au mouvement.

En notant L_1 la longueur $B'C$, on a :

$$mgL_1 \cos(90^\circ + \beta) + TL_1 \cos \delta + fL_1 \cos(180^\circ) = 0$$

$$\text{d'où : } -mgL_1 \sin \beta + TL_1 \cos \delta - fL_1 = L_1(-mg \sin \beta + T \cos \delta - f) = 0$$

Cette égalité est vraie quel que soit le trajet $B'C$, c'est-à-dire pour toute longueur L_1 . On en déduit donc que :

$$-mg \sin \beta + T \cos \delta - f = 0$$

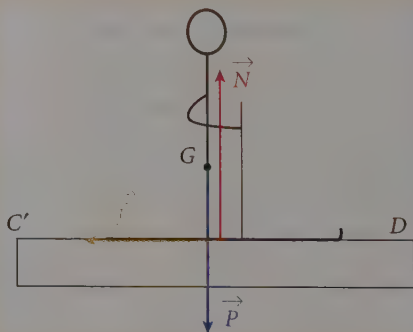
d'où :

$$T = \frac{mg \sin \beta + f}{\cos \delta}$$

$$\text{A.N. : } T = \frac{80 \times 9,8 \times \sin 40^\circ + 50}{\cos 30^\circ} = 6,4 \cdot 10^2 \text{ N.}$$

4. On supposera dans cette question que la force de frottements reste constante et de même valeur que précédemment.

La tension de la perche n'agissant plus sur le système, le bilan des forces se résume à trois forces : le poids $\vec{P}$, la réaction normale $\vec{N}$ de la piste et les forces de frottements $\vec{f}$.



On retrouve ce résultat en appliquant le principe d'inertie et en projetant suivant l'axe du déplacement.

Soit le point C' sommet du téléski tel que $v_{C'} = v_0$ et D le point d'arrêt du skieur ($v_D = 0$).

On notera L_2 la distance $C'D$.

La variation d'énergie cinétique est :

$$\Delta E_c = E_c(D) - E_c(C') = -E_c(C') = -\frac{1}{2}mv_0^2$$

La somme des travaux des forces appliquées au système est :

$$\sum W_{C'D}(\vec{F}) = \sum W_{C'D}(\vec{P}) + \sum W_{C'D}(\vec{N}) + \sum W_{C'D}(\vec{f}) = 0 + 0 + \vec{f} \cdot \overrightarrow{C'D}$$

$$\sum W_{C'D}(\vec{F}) = f \cdot L_2 \cdot \cos(180^\circ) = -f \cdot L_2$$

En appliquant le théorème de l'énergie cinétique entre C' et D , on a :

$$-\frac{1}{2}mv_0^2 = -f \cdot L_2$$

La distance parcourue est donc :

$$L_2 = \frac{mv_0^2}{2f}$$

$$\text{A.N. : } L_2 = \frac{80 \times 2,0^2}{2 \times 50} = 3,2 \text{ m.}$$

5. Les forces qui s'exercent sur le système lors de la descente sont le poids $\vec{P}$, la réaction normale $\vec{N}$ de la piste et les forces de frottements $\vec{f}$.

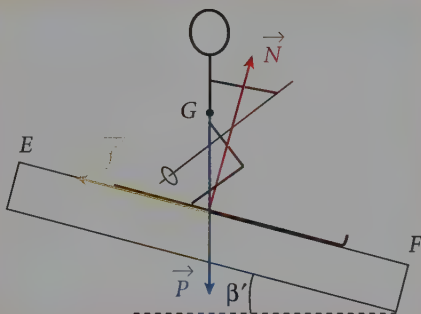
On notera E le point de départ de la descente ($v_E = 0$) et F le point de la piste tel que $EF = L_3 = 300 \text{ m}$. La variation d'énergie cinétique entre ces deux points est :

$$\Delta E_c = E_c(F) - E_c(E) = \frac{1}{2}mv_F^2$$

La somme des travaux des forces exercées sur le système se réduit à celle du travail du poids et des forces de frottements, la réaction normale étant perpendiculaire au mouvement :

$$\sum W_{EF}(\vec{F}) = \vec{P} \cdot \overrightarrow{EF} + \vec{f} \cdot \overrightarrow{EF} = mgL_3 \cos(90^\circ - \beta') - fL_3 = mgL_3 \sin \beta' - fL_3$$

Dans le cas d'un mouvement dans un plan horizontal, seule la force de frottements travaille. Le poids et la réaction normale sont perpendiculaires au déplacement.



En appliquant le théorème de l'énergie cinétique, on obtient :

$$\Delta E_c = \sum W_{EF}(\vec{F})$$

soit :

$$\frac{1}{2} m v_F^2 = m g L_3 \sin \beta' - f L_3$$

La vitesse atteinte au bout de 300 m est :

$$v_F = \sqrt{2 g L_3 \sin \beta' - 2 \frac{f L_3}{m}}$$

Pour trouver l'angle entre deux vecteurs, construire un diagramme des forces en prenant comme support de l'axe des abscisses le vecteur déplacement.

$$\text{A.N. : } v_F = \sqrt{2 \times 9,8 \times 300 \times \sin 28^\circ - 2 \times \frac{50 \times 300}{80}} = 49 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}.$$

$$6. \text{ La vitesse mesurée est de } v_F' = 107 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1} = \frac{107}{3,600} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} = 29,7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}.$$

En reprenant l'expression de la question précédente $\left(\frac{1}{2} m v_F'^2 = m g L_3 \sin \beta' - f' L_3 \right)$, on en déduit la nouvelle force de frottements :

$$f' = m g \sin \beta' - \frac{1}{2 L_3} m v_F'^2$$

$$\text{A.N. : } f' = 80 \times 9,8 \times \sin 28^\circ - \frac{1}{2 \times 300} \times 80 \times 29,7^2 = 2,5 \cdot 10^2 \text{ N}.$$

Circuit électrique en courant continu

1

1

→ Un récepteur est un élément d'un circuit électrique qui ne produit pas d'énergie de façon autonome, contrairement à un générateur. Il en existe deux types : les récepteurs passifs et les récepteurs actifs.

→ De manière générale, un récepteur reçoit de l'énergie qu'il transforme en chaleur, rayonnement, travail...

2

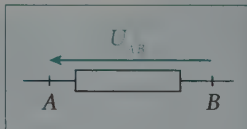
→ Définition

Une tension est une grandeur mesurée entre deux points A et B d'un circuit qui caractérise la différence d'état électrique entre A et B. Elle se mesure en volts (V) à l'aide d'un voltmètre en dérivation entre les points A et B.

On la nomme **différence de potentiel** que l'on note : $U_{AB} = V_A - V_B$ avec V_A et V_B les potentiels électriques en A et B (en V).

→ Notation

Dans un schéma normalisé de circuit, U_{AB} est représentée par une flèche pointant vers le point A.



→ Commentaires

La tension est une grandeur algébrique et $U_{AB} = -U_{BA}$.

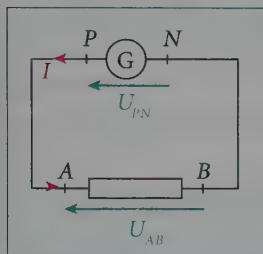
Dans un circuit, on ne peut fixer que le potentiel nul, appelé masse. En pratique, il suffit de relier ce point, noté M , à la terre ou à la masse d'un appareil (générateur par exemple). On symbolise le point masse d'un circuit de la manière suivante :

 avec $V_M = 0 \text{ V}$.

3

→ Dans un circuit électrique, le sens du courant est imposé par le générateur : il va de son pôle positif vers son pôle négatif en parcourant le circuit.

→ Les conventions générateur et récepteur imposent les sens des tensions aux bornes respectivement d'un générateur ou d'un récepteur.

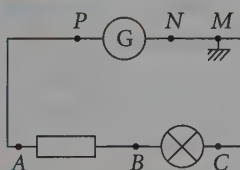


U_{PN} doit être dans le même sens que le sens conventionnel du courant (convention générateur) et U_{AB} dans le sens opposé (convention récepteur).

Exercice résolu

Calculer les potentiels en différents points d'un circuit

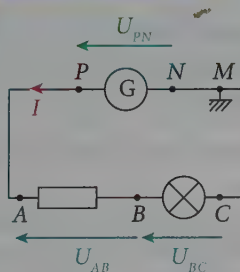
Énoncé



Soit le circuit ci-contre. Le générateur délivre une tension de 6,0 V et le potentiel en B est de 2,5 V.

Calculer les potentiels aux différents points du circuit et en déduire U_{AB} .

Corrigé commenté



Le sens conventionnel du courant est de P vers N, et la tension délivrée par le générateur est en fait U_{PN} suivant la convention générateur.

Par définition du point masse, on a $V_M = 0$ V.

De plus, les points P et A d'une part et les points N, M et C d'autre part sont reliés par un fil de conduction ; on déduit donc que :

$$V_N = V_C = V_M = 0 \text{ V et } V_P = V_A.$$

$$\text{Or } U_{PN} = V_P - V_N,$$

$$\text{soit } V_P = U_{PN} - V_N = 6,0 - 0 = 6,0 \text{ V} \Rightarrow V_P = V_A = 6,0 \text{ V}.$$

L'énoncé nous renseigne sur V_B : $V_B = 2,5$ V.

On peut alors calculer la tension demandée :

$$U_{AB} = V_A - V_B.$$

$$\text{A.N. : } U_{AB} = 6,0 - 2,5 = 3,5 \text{ V}.$$

Deux points du circuit reliés par un fil conducteur sont au même potentiel électrique.

2 Énergie et puissance électriques

1 Énergie électrique

→ En courant continu, l'énergie électrique reçue par un récepteur ou fournie par un générateur au circuit pendant une durée Δt est :

$$W = U \cdot I \cdot \Delta t \quad \text{avec} \quad \begin{cases} W : \text{énergie électrique (en J)}, \\ U : \text{tension aux bornes du dipôle (en V)}, \\ I : \text{intensité du courant parcourant le dipôle (en A)}, \\ \Delta t : \text{durée de fonctionnement (en s)}. \end{cases}$$

→ Dans le cas d'un récepteur AB , on écrira : $W_{AB} = U_{AB} \cdot I \cdot \Delta t$
l'énergie reçue par le dipôle.

→ Dans le cas d'un générateur, on notera : $W_e = U_{PN} \cdot I \cdot \Delta t$
l'énergie fournie par le générateur à l'ensemble du circuit électrique.

2 Puissance électrique

→ On définit la puissance comme l'énergie par unité de temps :

$$P = \frac{W}{\Delta t} = U \cdot I \quad \text{avec} \quad \begin{cases} P : \text{puissance (en W)}, \\ W : \text{énergie électrique (en J)}, \\ U : \text{tension aux bornes du dipôle (en V)}, \\ I : \text{intensité du courant parcourant le dipôle (en A)}, \\ \Delta t : \text{durée de fonctionnement (en s)}. \end{cases}$$

→ La puissance d'un récepteur P_{AB} est celle qu'il consomme, et la puissance P_e d'un générateur est celle qu'il délivre à l'ensemble du circuit.

→ Dans un circuit électrique, pour une même énergie, la puissance délivrée par le générateur au récepteur est d'autant plus grande que Δt est faible. La puissance électrique permet d'évaluer la rapidité du transfert énergétique.

Remarque : dans le cas de tensions et courants variables, les formules ci-dessus restent valables et concernent les valeurs efficaces.

3 Puissance nominale

→ La puissance nominale d'un récepteur est la puissance indiquée par le constructeur pour un fonctionnement de l'appareil dans les conditions normales d'utilisation.

Voici quelques ordres de grandeur de puissance nominale pour des appareils courants : lampe à incandescence : de 25 à 100 W ; robot ménager : 500 W ; aspirateur : de 1 000 à 1 500 W ; four électrique : de 3 à 5 kW.

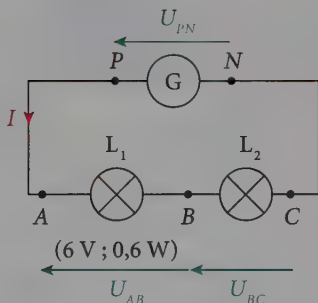
Exercice résolu

➔ Calculer des énergies et des puissances dans un circuit

Énoncé

Le générateur délivre une tension de 9,0 V. Un voltmètre mesure la tension aux bornes de L_1 ($U_{AB} = 5,9$ V) et un ampèremètre mesure l'intensité du courant ($I = 0,10$ A).

1. Calculer la tension U_{BC} .
2. Calculer la puissance délivrée par le générateur et celle reçue par chaque lampe. Conclure.
3. En déduire les énergies consommées par les deux récepteurs pendant 1 min.



Corrigé commenté

1. La tension délivrée par le générateur est $U_{PN} = 9,0$ V (convention générateur). $U_{BC} = V_B - V_C = V_B - V_A + V_A - V_C$ en introduisant le point A.

Or $V_A = V_P$ et $V_C = V_N$, soit :

$$U_{BC} = (V_B - V_A) + (V_P - V_N) = U_{BA} + U_{PN} = U_{PN} - U_{AB}$$

$$\text{A.N. : } U_{BC} = 9,0 - 5,9 = 3,1 \text{ V.}$$

2. Puissance fournie par le générateur :

$$P_e = U_{PN} \cdot I = 9,0 \times 0,10 = 0,90 \text{ W.}$$

$$\text{Puissance reçue par } L_1 : P_1 = U_{AB} \cdot I = 5,9 \times 0,10 = 0,59 \text{ W.}$$

$$\text{Puissance reçue par } L_2 : P_2 = U_{BC} \cdot I = 3,1 \times 0,10 = 0,31 \text{ W.}$$

P_1 est très proche de la puissance nominale de L_1 : elle brille normalement.

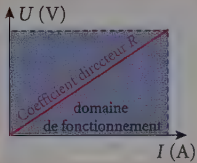
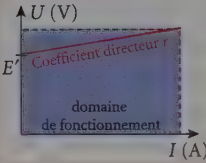
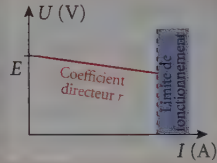
3. Les énergies consommées sont $W_1 = P_1 \cdot \Delta t = 0,59 \times 60 = 35 \text{ J}$

$$\text{et } W_2 = P_2 \cdot \Delta t = 0,31 \times 60 = 19 \text{ J.}$$

On constate que la puissance délivrée par le générateur se distribue dans le circuit électrique : $P_e = P_1 + P_2$.

3 Transferts d'énergie

1 Caractéristique et bilan énergétique

Dipôle	Récepteur passif	Récepteur actif	Générateur
Exemples traités	Conducteur ohmique	Électrolyseur, moteur	Générateur, pile, dynamomètre
Caractéristique			
Loi	$U_{AB} = RI$ avec R résistance du dipôle (en Ω) : loi d'Ohm	$U_{AB} = E' + rI$ avec E' force contre électromotrice ou fcem (en V) et r résistance interne (en Ω)	$U_{PN} = E - rI$ avec E force électromotrice ou fem (en V) et r résistance interne (en Ω)
Bilan énergétique	$P = U_{AB} \cdot I$ $= RI^2 = \frac{U_{AB}^2}{R}$ $W = RI^2 \Delta t$	$P = U_{AB} \cdot I$ $= E'I + rI^2$ $W = E'I \Delta t + rI^2 \Delta t$	$P_e = U_{PN} \cdot I$ $= EI - rI^2$ $W_e = EI \Delta t - rI^2 \Delta t$

2 Interprétation

→ Effet Joule et puissance utile

Le terme RI^2 ou rI^2 est appelé **effet Joule**, il traduit la transformation de l'énergie reçue par un récepteur en chaleur ou la perte de chaleur d'un générateur.

Un conducteur ohmique transforme toute l'énergie qu'il reçoit en énergie de type effet Joule. La puissance Joule est notée P_J .

Le terme $E'I$ est la **puissance disponible** au récepteur actif pouvant être convertie en puissance mécanique P_m (cas du moteur) ou en puissance chimique P_{ch} (cas de l'électrolyseur).

On appelle alors **puissance utile**, notée P_u , la puissance disponible à laquelle on soustrait les pertes autres que les pertes Joule.

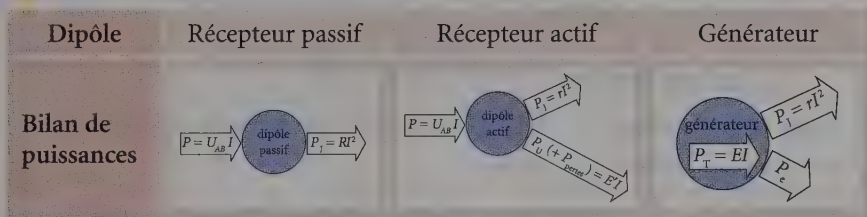
Le terme EI est la puissance totale du générateur, qui est la somme d'une puissance Joule et de la puissance électrique P_e délivrée par le générateur au circuit.

→ Rendement

On définit le rendement, noté η , comme le rapport entre la puissance utile et la puissance reçue par le récepteur.

Ce rendement, pouvant être défini en énergie, est un nombre sans unité ou exprimé en pourcentage : $\eta = \frac{P_u}{P} = \frac{W_u}{W}$.

3 Schématisation



Exercice résolu

Évaluer l'effet Joule

Énoncé

Un thermoplongeur (220 V, 40 W) peut faire bouillir 1 L d'eau à température ambiante en 4 min. Calculer l'énergie transférée à l'eau par effet Joule et en déduire la résistance R du thermoplongeur assimilé à un conducteur ohmique.

Corrigé commenté

L'énergie transférée à l'eau est : $W_J = Q = W_e = P_e \Delta t$.

A.N. : avec $P_e = 40 \text{ W}$ (donnée constructeur), $Q = 40 \times 4 \times 60 = 1 \cdot 10^4 \text{ J}$.

Or $Q = \frac{U_{\text{eff}}^2}{R} \Delta t$ et $R = \frac{U_{\text{eff}}^2}{Q} \Delta t \Rightarrow R = \frac{U_{\text{eff}}^2}{P_e}$.

A.N. : $R = \frac{220^2}{40} = 1,2 \text{ k}\Omega$.

Pour tout appareil branché sur secteur, les grandeurs électriques sont des grandeurs efficaces.

4 Conservation d'énergie et lois de l'électrocinétique

1 Principe de conservation de l'énergie

Dans un circuit électrique, l'énergie fournie par le générateur à l'ensemble des éléments du circuit est égale à la somme des énergies reçues par ces éléments :

$$W_e = \Sigma W_{\text{reçues}}$$

→ Cette conservation de l'énergie du système peut aussi se traduire par la conservation de la puissance électrique : $P_e = \Sigma P_{\text{reçues}}$.

2 Loi des mailles

→ Étude d'un cas simple

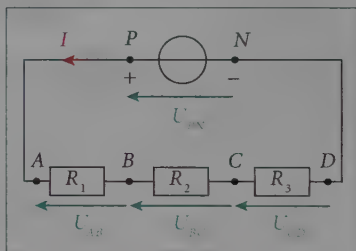
La conservation de l'énergie impose :

$$W_e = W_1 + W_2 + W_3$$

$$\text{soit : } U_{PN} I \Delta t = U_{AB} I \Delta t + U_{BC} I \Delta t + U_{CD} I \Delta t$$

et si $I \neq 0$ et $\Delta t \neq 0$,

$$\text{alors } U_{PN} = U_{AB} + U_{BC} + U_{CD}$$



→ Généralisation : loi d'additivité des tensions dans un circuit série

Dans un circuit série, la tension aux bornes du générateur est égale à la somme des tensions aux bornes des récepteurs :

$$U_{PN} = \Sigma U_{\text{récepteurs}} (\text{série})$$

3 Loi des nœuds

→ Étude d'un cas simple

La conservation de l'énergie impose :

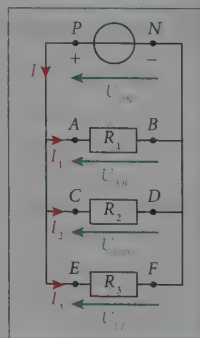
$$W_e = W_1 + W_2 + W_3$$

$$\text{soit : } U_{PN} I \Delta t = U_{AB} I_1 \Delta t + U_{BC} I_2 \Delta t + U_{CD} I_3 \Delta t$$

$$\text{or } V_P = V_A = V_C = V_E \quad \text{et} \quad V_N = V_B = V_D = V_F$$

donc la tension aux bornes de chaque récepteur est égale à U_{PN} : $U_{AB} = U_{CD} = U_{EF} = U_{PN}$.

$$\text{Finalement, si } \Delta t \neq 0, \text{ alors : } I = I_1 + I_2 + I_3$$



→ Généralisation : loi d'additivité des intensités dans un circuit en dérivation

Dans un circuit en dérivation, l'intensité du courant délivré par le générateur est égale à la somme des intensités des courants dans les branches secondaires :

$$I = \Sigma I_n (\text{dérivation})$$

n allant de 1 à N (nombre total de branches secondaires).



Cette loi s'appelle la **loi des nœuds**, car elle peut s'énoncer aussi de la manière qui suit : à un nœud, la somme des intensités des courants entrants est égale à la somme des intensités des courants sortants. Ici on a : $I_1 + I_2 + I_5 = I_3 + I_4$.

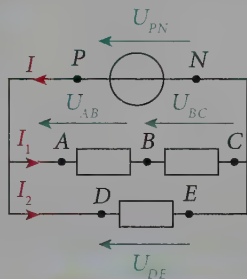
Exercice résolu



Appliquer les lois de l'électrocinétique

Énoncé

Soit le circuit suivant comportant trois conducteurs ohmiques identiques de résistance $R = 10 \, \Omega$ alimentés par un générateur de fem $E = 6,0 \, \text{V}$ et de résistance interne négligeable. Calculer l'intensité du courant dans chaque branche.



Corrigé commenté

$$U_{PN} = E - rI = E = 6,0 \, \text{V}.$$

La loi des mailles impose que : $U_{PN} = U_{AC} = U_{DE}$ et $U_{AC} = U_{AB} + U_{BC}$.

Pour le dipôle DE, la loi d'Ohm s'écrit :

$$U_{DE} = U_{PN} = E = RI_2, \text{ d'où : } I_2 = \frac{E}{R}.$$

Pour les dipôles AB et BC, on a : $U_{AC} = U_{PN} = E = RI_1 + RI_1 = 2RI_1$,

$$\text{d'où : } I_1 = \frac{E}{2R}.$$

La loi des nœuds impose finalement : $I = I_1 + I_2 = \frac{E}{R} + \frac{E}{2R}$, d'où : $I = \frac{3E}{2R}$.

$$\text{A.N. : } I_1 = \frac{6,0}{10} = 0,60 \, \text{A} ; I_2 = \frac{6,0}{2 \times 10} = 0,30 \, \text{A} \text{ et } I = 0,60 + 0,30 = 0,90 \, \text{A}.$$

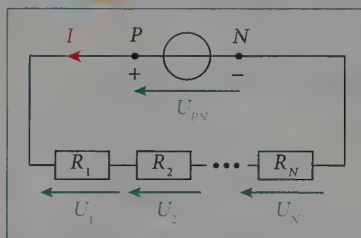
Appliquer la loi des nœuds pour la relation des intensités et la loi des mailles pour les tensions dans la branche AC.

5 Circuit résistif et résistance équivalente R_{eq}

1 Définition

→ Dans un circuit résistif ne comportant que des générateurs et des conducteurs ohmiques, on définit la résistance équivalente R_{eq} comme la résistance d'un unique conducteur ohmique qui remplacerait tous les récepteurs du circuit, sans modification de l'intensité I du courant délivré par le générateur ni de la tension U_{PN} constante.

2 Association série



→ Soit une association série de N conducteurs ohmiques.

Appliquons les lois de l'électrocinétique.

Loi des mailles :

$$U_{PN} = U_1 + U_2 + \dots + U_N.$$

Définition de R_{eq} : $U_{PN} = R_{\text{eq}} I$.

Loi d'Ohm : $U_i = R_i I$ avec i de 1 à N .

Finalement, $U_{PN} = R_{\text{eq}} I = R_1 I + R_2 I + \dots + R_N I$, soit $R_{\text{eq}} = R_1 + R_2 + \dots + R_N$.

Dans une association série, la résistance équivalente R_{eq} est la somme des résistances de cette association :

$$R_{\text{eq}} = \sum_{i=1}^N R_i$$

3 Association parallèle (en dérivation)

→ Soit une association parallèle de N conducteurs ohmiques. Appliquons les lois de l'électrocinétique.

Loi des nœuds : $I = I_1 + I_2 + \dots + I_N$.

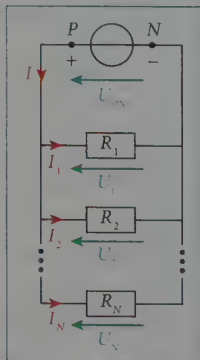
Définition de R_{eq} : $U_{PN} = R_{\text{eq}} I$.

Loi d'Ohm : $U_i = R_i I_i$ avec i de 1 à N .

Finalement, $I = I_1 + I_2 + \dots + I_N$ avec $I_i = \frac{U_i}{R_i} = \frac{U_{PN}}{R_i}$,

$$\text{d'où } I = U_{PN} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_N} \right) = \frac{U_{PN}}{R_{\text{eq}}},$$

$$\text{soit : } \frac{1}{R_{\text{eq}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_N}$$



Dans une association parallèle, la conductance équivalente G_{eq} est la somme des conductances de cette association :

$$G_{\text{eq}} = \sum_{i=1}^N G_i \quad \text{ou encore} \quad \frac{1}{R_{\text{eq}}} = \sum_{i=1}^N \frac{1}{R_i}$$

4 Influence de R_{eq} sur le transfert d'énergie dans le circuit

→ L'énergie fournie par le générateur est $W_e = U_{\text{PN}} I \Delta t = E I \Delta t$ dans le cas d'un générateur idéal. En introduisant la résistance équivalente du circuit, on obtient :

$$W_e = \frac{E^2}{R_{\text{eq}}} \Delta t$$

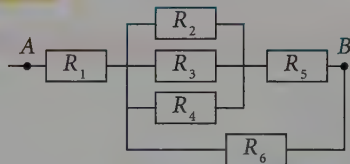
→ L'énergie transférée au circuit est inversement proportionnelle à R_{eq} : l'ajout de résistances en série avec celles du circuit ou la suppression de résistances en dérivation dans le circuit diminue le transfert d'énergie.

Exercice résolu

→ Déterminer la résistance équivalente

Énoncé

Soit le circuit suivant. Donner l'expression de la résistance équivalente R_{eq} si $R = 10 \, \Omega$.



Corrigé commenté

R_2, R_3 et R_4 sont en parallèle, donc :

$$G = G_2 + G_3 + G_4 = \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} = \frac{3}{10} \text{ S},$$

d'où $R = \frac{1}{G} = \frac{10}{3} \, \Omega$. R est alors en série avec R_5 :

$$R' = R + R_5 = 10 + \frac{10}{3} = \frac{40}{3} \, \Omega. \text{ Pour l'association } R' \text{ et } R_6, \text{ on obtient}$$

$$\text{ensuite } G'' = \frac{1}{R'} + \frac{1}{R_6} = \frac{3}{40} + \frac{1}{10} = \frac{7}{40} \text{ S, soit } R'' = \frac{1}{G''} = \frac{40}{7} \, \Omega.$$

R_{eq} apparaît alors comme la somme $R'' + R_1$.

$$\text{A.N. : } R_{\text{eq}} = \frac{40}{7} + 10 = \frac{110}{7} = 16 \, \Omega.$$

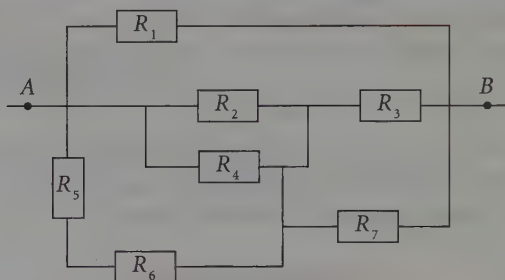
Procéder
par petites
associations série
ou parallèle.

Méthode

Déterminer la résistance équivalente d'une portion de circuit

Sujet exemple

Soit la portion de circuit entre les points A et B :

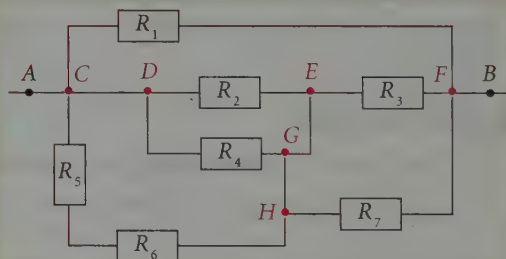


Déterminer la résistance équivalente R_{eq} entre A et B.

Ce qu'il faut faire

Étape 1 :

- Introduisez des lettres dans le schéma proposé au niveau de chaque nœud.

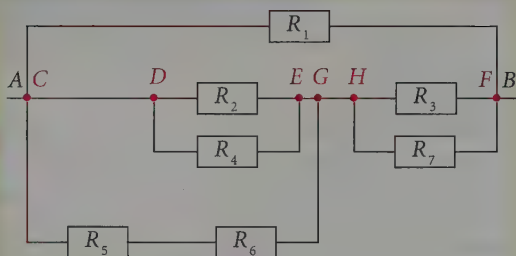


Étape 2 :

- Recopiez le schéma proposé en faisant apparaître les associations série et les associations en dérivation.

Les points E, G et H sont directement connectés (il n'y a pas de dipôles entre ces points), donc on peut modifier simplement le schéma précédent ainsi :

- Pour cela, vous pouvez ajouter ou supprimer des portions de fil conducteur entre deux points directement connectés.



Les points A et C sont maintenant confondus, il en est de même pour F et B.

Étape 3 :

- Repérez les associations série simples (de premier niveau) du schéma du montage et remplacez-les par une seule résistance équivalente partielle.
- Faites de même pour les associations en dérivation.
- Simplifiez alors le montage obtenu en minimisant les connexions aux différents nœuds du schéma.

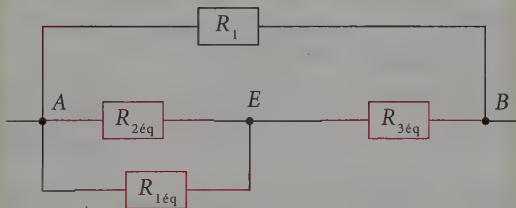
L'association série simple est celle entre R_5 et R_6 . On peut la remplacer par :

$$R_{1\text{éq}} = R_5 + R_6$$

Les associations en dérivation simples sont celles entre :

• R_2 et R_4 que l'on remplace par $R_{2\text{éq}} = \frac{R_2 \cdot R_4}{R_2 + R_4}$;

• R_3 et R_7 que l'on remplace par $R_{3\text{éq}} = \frac{R_3 \cdot R_7}{R_3 + R_7}$.



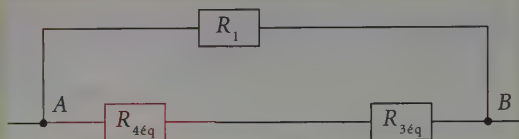
Le schéma obtenu confond les points A, C et D en A au même potentiel V_A . Il en est de même pour les points E, G et H en E et les points F et B en B.

Étape 4 :

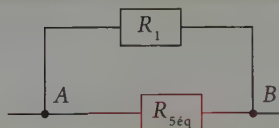
Le nouveau schéma de montage laisse apparaître d'autres associations série ou en dérivation. Réitérez alors la méthode jusqu'à n'obtenir qu'une seule résistance R_{eq} .

Remarque : l'expression complète de R_{eq} devient tout de suite très compliquée, il est préférable de faire les applications numériques au fur et à mesure.

Il apparaît une association en dérivation entre R_{2eq} et R_{1eq} que l'on remplace par $R_{4eq} = \frac{R_{1eq} \cdot R_{2eq}}{R_{1eq} + R_{2eq}}$:



puis une association série entre R_{3eq} et R_{4eq} que l'on peut remplacer par $R_{5eq} = R_{3eq} + R_{4eq}$:



et enfin une association en dérivation entre R_{5eq} et R_1 que l'on remplace par $R_{eq} = \frac{R_1 \cdot R_{5eq}}{R_1 + R_{5eq}}$.

Réflexes à avoir et pièges à éviter

- R1** Penser qu'une tension est une grandeur algébrique.
- R2** Identifier le type de dipôle pour appliquer la convention appropriée afin de gérer des tensions positives.
- R3** Vérifier toujours que l'énergie électrique est conservée dans le circuit considéré.
- R4** Penser qu'une association série de deux conducteurs ohmiques $G_{eq} = G_1 + G_2$ revient à une résistance équivalente : $R_{eq} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$
- P1** Attention, le rendement d'un récepteur quelconque est toujours le rapport entre la puissance utile ou convertible en puissance mécanique/chimique et la puissance reçue pour son fonctionnement global.
- P2** Lors de l'application de la loi des mailles, ne pas oublier de tenir compte des conventions utilisées pour les tensions aux bornes des récepteurs.
- P3** Pour le calcul de la résistance équivalente, procéder par petites associations série ou parallèle sans essayer de faire un calcul global de R_{eq} .

Vérifiez vos connaissances

1 Vrai-Faux

➔ corrigé p. 108

1. La mesure d'une tension s'effectue grâce à un voltmètre en dérivation et celle de l'intensité du courant grâce à un ampèremètre en série.

☐ V ☐ F

2. La loi d'Ohm pour un conducteur ohmique en convention générateur est :

☐ V ☐ F

$$U = -RI$$

3. Dans un circuit électrique, si l'intensité du courant est doublée, les pertes par effet Joule le sont aussi.

☐ V ☐ F

4. L'énergie électrique fournie par le générateur au circuit est la puissance reçue par le circuit par unité de temps.

☐ V ☐ F

5. Deux résistances R identiques en dérivation équivalent à une résistance diminuée de moitié, soit $\frac{R}{2}$.

☐ V ☐ F

Exercices d'entraînement

2 * Lampe de poche

➔ R1 et R2

➔ corrigé p. 108

Une ampoule de lampe de poche est alimentée par une pile plate. Un voltmètre aux bornes de la lampe mesure $U = 4,3 \text{ V}$, et l'intensité du courant dans le circuit est $I = 92 \text{ mA}$.

1. Faire le schéma normalisé du circuit en faisant apparaître les grandeurs U et I ainsi que les appareils ayant servi à leur mesure.

2. Quelle est la puissance fournie par la pile à l'ampoule ? En déduire l'énergie consommée pendant 5,0 min de fonctionnement.

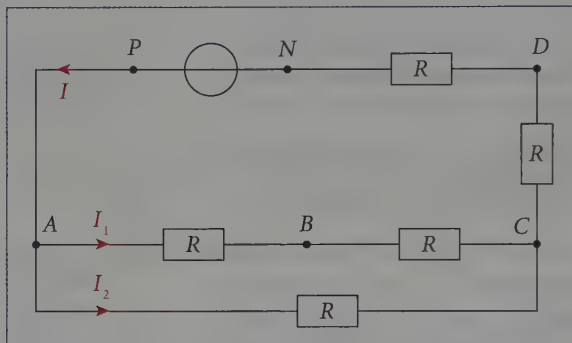
3. Lorsque le circuit est ouvert, le voltmètre mesure une tension de 4,5 V. Quelle est alors la résistance interne de la pile ?

3 * Circuit électrique à 5 résistances

➔ R1, R2, R4 et P3

➔ corrigé p. 109

Soit le circuit électrique suivant comportant 5 résistances R identiques ($R = 100 \, \Omega$).



1. Sachant que la tension $U_{PN} = 12,0 \, \text{V}$, exprimer puis calculer l'intensité I du courant débité dans le circuit.
2. En déduire les intensités des courants dans les branches secondaires.

Pour aller plus loin

4 ** Jouet pour enfant

➔ R3 et P1

➔ corrigé p. 111

On considère une grue miniature. Le moteur électrique de ce jouet est relié à une poulie entraînant une petite corde.

Un enfant désire utiliser la grue pour hisser d'une hauteur $h = 1,0 \, \text{m}$ une petite nacelle en plastique de masse $m = 130 \, \text{g}$. Le transport de la nacelle s'effectue pendant une durée $\Delta t = 9,5 \, \text{s}$.

Le moteur est alimenté par une pile de fem $E = 9,0 \, \text{V}$ et de résistance interne négligeable. L'intensité du courant qui le traverse est $I = 120 \, \text{mA}$, et sa résistance interne est $r = 1,5 \, \Omega$.

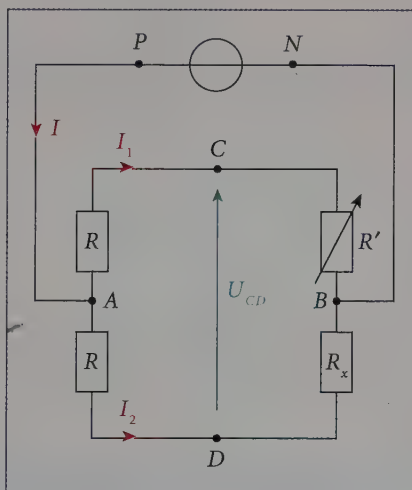
1. Établir le bilan énergétique du moteur. Illustrer ce bilan par un schéma (aucune application numérique n'est demandée ici).
2. Calculer l'énergie utile, c'est-à-dire l'énergie transférée sous forme d'énergie mécanique.

3. Calculer l'énergie fournie par le générateur au moteur.
4. Calculer les pertes par effet Joule.
5. En déduire qu'il existe des pertes autres que par effet Joule. En déduire leur valeur.
6. Définir et calculer le rendement de ce moteur.

5 ** Pont de Wheatstone

➔ R1, R2 et P2 ➔ corrigé p. 112

Soit le montage suivant, comportant deux résistances R identiques, une résistance variable R' et une résistance inconnue fixe R_x . Le générateur utilisé est un générateur idéal dont la résistance interne est $r = 0 \, \Omega$.



1. Exprimer les intensités des courants I_1 et I_2 en fonction de la fem E du générateur et des différentes résistances du circuit.
2. Donner alors deux expressions de la tension U_{CD} en fonction de E et des différentes résistances du circuit.
3. Quelle condition doit-on imposer à R' pour que la tension U_{CD} soit nulle ?
4. En déduire un protocole de mesure de la résistance inconnue R_x .

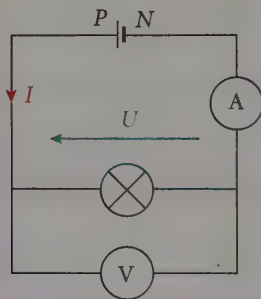
Corrigés

1 Vrai-Faux

1. Vrai. Un voltmètre est toujours placé en dérivation et un ampèremètre en série.
2. Vrai. En convention générateur, la tension U est dans le même sens que le courant. La loi d'Ohm s'écrit alors $U = -RI$.
3. Faux. Les pertes par effet Joule sont proportionnelles au carré de l'intensité du courant I . Si I est doublée, alors ces pertes sont multipliées par 4.
4. Faux. La puissance électrique fournie par le générateur au circuit est l'énergie reçue par le circuit par unité de temps.
5. Vrai. Leur résistance équivalente est $R_{\text{eq}} = \frac{R \cdot R}{R + R} = \frac{R}{2}$.

2 Lampe de poche

1. Le circuit d'une lampe de poche est un circuit série avec une pile et une ampoule.



Le voltmètre est en dérivation et l'ampèremètre en série dans le circuit.

La tension U se mesure à l'aide d'un voltmètre en dérivation aux bornes de la lampe. L'intensité I du courant dans le circuit est mesurée par un ampèremètre en série avec la pile et la lampe.

2. En supposant que toute la puissance électrique est transférée à la lampe, la puissance fournie par la pile est :

$$P_e = U_{PN} I = UI$$

$$\text{A.N. : } P_e = 4,3 \times 92 \cdot 10^{-3} = 0,40 \text{ W.}$$

On en déduit l'énergie consommée par la lampe en 5,0 min :

$$W_e = P_e \Delta t = W$$

$$\text{A.N. : } W_e = 0,40 \times 5,0 \times 60 = 1,2 \cdot 10^2 \text{ J.}$$

3. Lorsque le circuit est ouvert, la tension mesurée par le voltmètre est :

$$U_{PN}(I = 0) = E - rI = E$$

car l'intensité du courant est nulle. On a donc : $E = 4,5 \text{ V}$.

On en déduit alors que :

$$U_{PN} = E - rI$$

soit :

$$r = \frac{E - U_{PN}}{I}$$

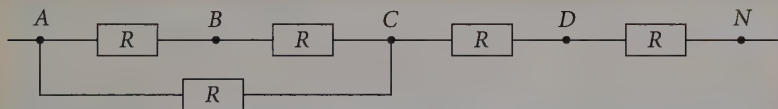
$$\text{A.N. : } r = \frac{4,5 - 4,3}{92 \cdot 10^{-3}} = 2,2 \, \Omega.$$

3 Circuit électrique à 5 résistances

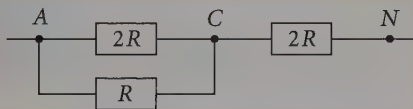
1. Cherchons tout d'abord la résistance équivalente entre les points A et N du circuit.

Un schéma équivalent, plus clair, est alors :

Calculer
la résistance
équivalente R_{eq}
du circuit
et en déduire I
(loi d'Ohm).



Les deux conducteurs ohmiques en série entre A et C d'une part et entre C et N d'autre part peuvent être remplacés par un seul conducteur de résistance $R' = 2R$. On obtient alors l'association simplifiée suivante :



Entre A et C, l'association parallèle est remplacée par un seul conducteur ohmique de résistance :

$$R'' = \frac{2R \cdot R}{2R + R} = \frac{2R^2}{3R}$$

soit :

$$R'' = \frac{2}{3} R$$

R'' est finalement en série avec le conducteur ohmique placé entre C et N de résistance $R' = 2R$.

La résistance équivalente est donc :

$$R_{\text{eq}} = \frac{2}{3} R + 2R$$

soit :

$$R_{\text{eq}} = \frac{8}{3} R$$

A.N. : $R_{\text{eq}} = \frac{8}{3} \times 100 = 267 \, \Omega$.

On en déduit ensuite, en appliquant la loi d'Ohm aux bornes du conducteur ohmique équivalent :

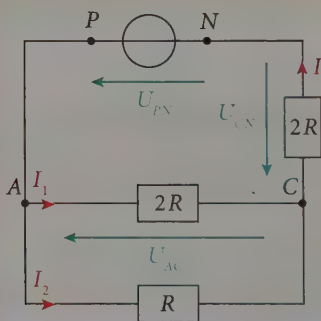
$$U_{PN} = R_{\text{eq}} I$$

soit :

$$I = \frac{U_{PN}}{R_{\text{eq}}}$$

A.N. : $I = \frac{12,0 \times 3}{8 \times 100} = 45,0 \, \text{mA}$.

2. En utilisant l'association simplifiée précédente, le circuit électrique devient :



Calculer l'une des intensités secondaires et en déduire l'autre grâce à la loi des nœuds.

On note ici les tensions aux bornes du générateur et des conducteurs ohmiques dans les conventions appropriées :

$$U_{PN} = U_{PA} + U_{AC} + U_{CN} = U_{AC} + U_{CN}$$

car P et A sont deux points du circuit au même potentiel.

En appliquant la loi d'Ohm aux deux conducteurs ohmiques de résistance $2R$, on a :

$$U_{PN} = 2RI_1 + 2RI$$

soit :

$$I_1 = \frac{U_{PN} - 2RI}{2R}$$

ou encore :

$$I_1 = \frac{U_{PN}}{2R} - I$$

A.N. : $I_1 = \frac{12,0}{2 \times 100} - 45,0 \cdot 10^3 = 15,0 \text{ mA}$.

En appliquant la loi des nœuds au point A, on a :

$$I = I_1 + I_2$$

d'où :

$$I_2 = I - I_1$$

A.N. : $I_2 = 45,0 - 15,0 = 30,0 \text{ mA}$.

Vérifier que la loi d'Ohm appliquée au conducteur de résistance R donne le même résultat aux incertitudes de calcul près.

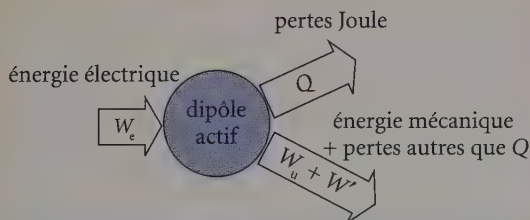
4 Jouet pour enfant

1. Le moteur reçoit une énergie électrique W_e de la pile. Une partie de cette énergie se transforme en chaleur Q (pertes par effet Joule). L'énergie restant à disposition pour le moteur est la somme de l'énergie mécanique ΔE_m , ou énergie utile W_u , et de pertes autres que les pertes Joule W' .

Le bilan pour le moteur est :

$$W_e = Q + W_u + W'$$

que l'on peut illustrer comme suit :



Le bilan énergétique d'un moteur présente des pertes électriques par effet Joule et des pertes mécaniques (frottements par exemple).

2. L'énergie utile est l'énergie servant à faire remonter la nacelle d'une hauteur h , soit :

$$W_u = \Delta E_m = \Delta E_{pp} + \Delta E_c$$

Or les vitesses initiale et finale de la nacelle étant nulles, on en déduit que

$$W_u = \Delta E_{pp} \text{ ou encore :}$$

$$W_u = mgh$$

A.N. : $W_u = 130 \cdot 10^{-3} \times 9,8 \times 1,0 = 1,3 \text{ J}$.

3. L'énergie fournie par le générateur est l'énergie électrique :

$$W_e = U_{PN} I \Delta t$$

A.N. : $W_e = 9,0 \times 120 \cdot 10^{-3} \times 9,5 = 10,3 \text{ J}$.

4. Les pertes par effet Joule sont :

$$Q = r I^2 \Delta t$$

A.N. : $Q = 1,5 \times (120 \cdot 10^{-3})^2 \times 9,5 = 0,21 \text{ J}$.

5. Comparons l'énergie entrant dans le système {moteur} et la somme des énergies qui en sortent.

Énergie entrante : $W_e = 10,3 \text{ J}$.

Énergies sortantes : $W_u + Q = 1,3 + 0,21 = 1,5 \text{ J}$.

On en déduit qu'il existe d'autres pertes que les pertes par effet Joule (frottements mécaniques par exemple) :

$$W' = W_e - (W_u + Q)$$

A.N. : $W' = 10,3 - 1,5 = 8,8 \text{ J}$.

6. Le rendement du moteur est le rapport entre l'énergie utile et l'énergie électrique fournie par la pile :

$$\eta = \frac{W_u}{W_e}$$

A.N. : $\eta = \frac{1,3}{10,3} = 13 \%$.

5 Pont de Wheatstone

1. Le générateur est idéal donc :

$$U_{PN} = E - rI = E$$

De plus, les points *A* et *P* sont reliés par un fil conducteur, ils sont donc au même potentiel électrique :

$$V_A = V_P$$

Il en est de même pour les points *B* et *N* :

$$V_B = V_N$$

Dans ces conditions, on peut écrire :

$$E = U_{PN} = U_{AB} = (R + R')I_1$$

en appliquant la loi d'Ohm à l'association série de la branche secondaire supérieure.

La tension aux bornes d'un générateur idéal est sa force électromotrice *E*.

En raisonnant de même pour la branche secondaire inférieure, on a :

$$E = U_{PN} = U_{AB} = (R + R_x)I_2$$

Finalement, on en déduit les expressions des courants secondaires I_1 et I_2 :

$$I_1 = \frac{E}{R + R'} \quad I_2 = \frac{E}{R + R_x}$$

2. En prenant bien en compte les conventions générateur ou récepteur pour chacun des conducteurs ohmiques considérés et en appliquant la loi d'Ohm, on a :

$$U_{CD} = U_{CA} + U_{AD} = -RI_1 + RI_2$$

et en remplaçant I_1 et I_2 par leur expression :

$$U_{CD} = -\frac{R}{R + R'}E + \frac{R}{R + R_x}E$$

soit :

$$U_{CD} = E \left(\frac{R}{R + R_x} - \frac{R}{R + R'} \right)$$

Par le même raisonnement, on obtient :

$$U_{CD} = U_{CB} + U_{BD} = R'I_1 - R_x I_2$$

et en remplaçant I_1 et I_2 par leur expression :

$$U_{CD} = \frac{R'}{R + R'}E - \frac{R_x}{R + R_x}E$$

soit :

$$U_{CD} = E \left(\frac{R'}{R + R'} - \frac{R_x}{R + R_x} \right)$$

3. En utilisant l'une ou l'autre des expressions de U_{CD} , on obtient :

$$U_{CD} = 0 \Rightarrow \frac{R}{R + R_x} - \frac{R}{R + R'} = 0 \quad \text{si} \quad R' = R_x \quad (1^{\text{re}} \text{ expression})$$

$$U_{CD} = 0 \Rightarrow \frac{R'}{R + R'} - \frac{R_x}{R + R_x} = 0 \quad \text{si} \quad R' = R_x \quad (2^{\text{e}} \text{ expression})$$

Dans tous les cas, la tension U_{CD} est nulle si :

$$R' = R_x$$

4. Pour mesurer la valeur d'une résistance inconnue R_x , il suffit de faire varier la résistance R' jusqu'à ce qu'un voltmètre placé entre les points C et D du pont de Wheatstone indique que la tension U_{CD} est nulle. Dans ces conditions, la valeur de R_x est celle prise par la résistance R' .

Attention
aux conventions
utilisées par
l'application
de la loi d'Ohm.

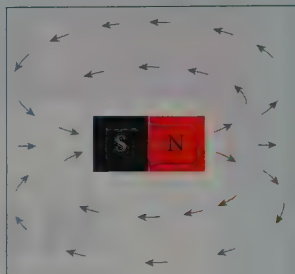
Chapitre **6**

Magnétisme et forces électro- magnétiques

1 Champ magnétique

1 Mise en évidence

→ Si l'on place un aimant au voisinage de courtes aiguilles aimantées, on peut constater qu'elles s'orientent et semblent former des lignes. En effet, elles subissent des actions mécaniques de la part de l'aimant que l'on peut modéliser par des forces magnétiques $\vec{F}_m$.



→ L'aimant est la source d'un champ magnétique noté $\vec{B}$, et l'aiguille aimantée est un détecteur de champ : elle permet d'obtenir la direction et le sens de $\vec{B}$.

2 Spectre magnétique

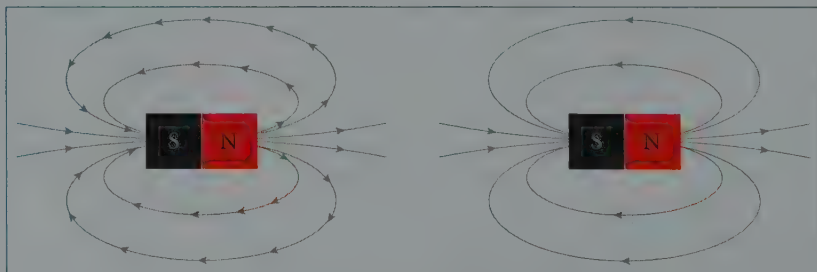
→ Vecteur champ magnétique

En tout point M de l'espace, on définit un champ magnétique que l'on note $\vec{B}(M)$ et dont les caractéristiques sont les suivantes :

- le sens et la direction du champ magnétique au point M sont donnés par le sens et la direction d'une courte aiguille aimantée placée en M ;
- la valeur du champ au point M est appelée intensité du champ magnétique en M .

Elle se note $\|\vec{B}(M)\| = B(M)$ et s'exprime en teslas (T). La valeur du champ magnétique se mesure à l'aide d'une sonde à effet Hall reliée à un teslamètre. L'intensité du champ magnétique terrestre est par exemple de l'ordre de quelques dizaines de microteslas.

→ Lignes de champ



Orientation des aiguilles suivant les lignes de champ et spectre magnétique d'un aimant

Les lignes orientées formées par un ensemble de courtes aiguilles aimantées sont appelées lignes de champ. Ce sont toutes des lignes fermées.

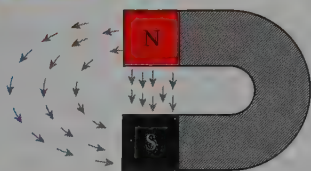
Le vecteur champ magnétique $\vec{B}$ est tangent aux lignes de champ et orienté selon leur sens. L'ensemble de ces lignes de champ est appelé **spectre magnétique**.

Remarque : dans un champ magnétique uniforme, $\vec{B}$ est un vecteur constant, et les lignes de champ constituent un ensemble de droites parallèles.

Exercice résolu

➔ Déterminer le spectre magnétique d'un aimant en «U»

Énoncé

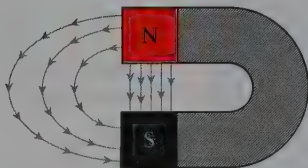


On place un ensemble de courtes aiguilles aimantées au voisinage d'un aimant en «U».

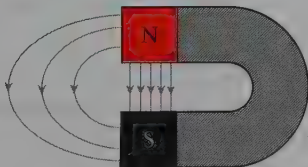
En déduire le spectre magnétique de l'aimant et la région de l'espace où le champ est uniforme.

Corrigé commenté

On trace les lignes de champ, tangentes aux directions des aiguilles aimantées et orientées suivant leur sens. On obtient le spectre magnétique de l'aimant en «U» :



soit en supprimant les aiguilles :

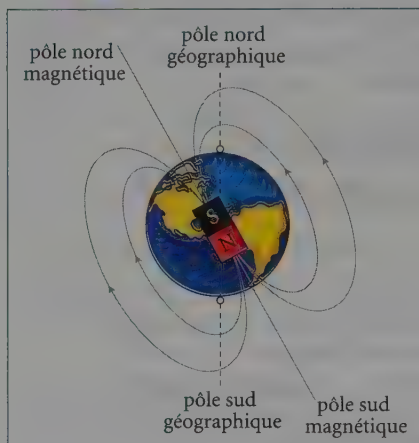


Tracer les lignes de champ à partir de la position et de l'orientation des aiguilles.

À l'intérieur de l'aimant en «U», les lignes de champ sont des droites orientées parallèles entre elles : la zone définie ici est une zone de champ uniforme.

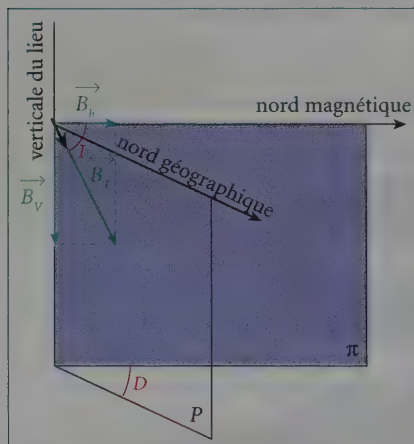
2 Superposition de champs magnétiques

1 Champ magnétique terrestre



→ Pôles magnétiques

La Terre se comporte comme un immense aimant orienté suivant l'axe des pôles magnétiques.



→ Composantes du champ

Une courte aiguille aimantée suspendue à un fil, loin de tout champ magnétique, s'oriente suivant le champ magnétique terrestre.

En un point de la surface de la Terre, le champ magnétique se définit par les caractéristiques suivantes :

- la déclinaison D : angle entre les plans P et π ;
- l'inclinaison I : angle entre le vecteur champ magnétique terrestre $\vec{B}_T$ et sa composante horizontale $\vec{B}_h$.

Le champ magnétique terrestre est la somme vectorielle d'une composante horizontale et d'une composante verticale :

$$\vec{B}_T = \vec{B}_h + \vec{B}_v$$

En France, les composantes du champ magnétique terrestre sont approximativement : $B_h = 20 \mu\text{T}$ et $B_v = 40 \mu\text{T}$.

2 Superposition de plusieurs champs

→ De manière générale, en un point quelconque M de l'espace, le champ magnétique total est la somme vectorielle de tous les champs magnétiques agissant en ce point :

$$\vec{B}(M) = \sum_i \vec{B}_i(M)$$

→ Le champ magnétique terrestre agit en tout point de l'espace, mais peut être négligé face à l'intensité d'autres champs magnétiques plus importants.

Exercice résolu

→ Déterminer le champ magnétique total

Énoncé

Soit la configuration magnétique ci-contre.

Les deux aimants sont identiques et à la même distance d'un point M de l'espace.

On place une courte aiguille aimantée en M , quelle est alors son orientation ? Qu'en est-il si les pôles d'un des deux aimants sont inversés ?

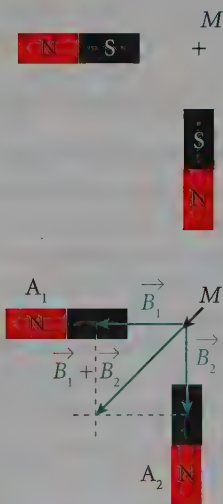
Corrigé commenté

Les champs créés par les deux aimants A_1 et A_2 en M ont la même intensité $B_1 = B_2$, mais des directions et des sens différents.

Le champ magnétique résultant en M est la somme vectorielle de $\vec{B}_1$ et $\vec{B}_2$, en négligeant le champ magnétique terrestre.

Une aiguille aimantée s'oriente donc suivant la direction et le sens de $\vec{B}_1 + \vec{B}_2$.

Si les pôles de l'un des deux aimants sont inversés, le champ correspondant aura alors un sens opposé à celui de la figure précédente tout en gardant la même direction et la même intensité. Le champ magnétique résultant aura alors la même intensité mais une direction perpendiculaire.



Le champ magnétique terrestre est négligeable devant le champ créé au voisinage d'un aimant.

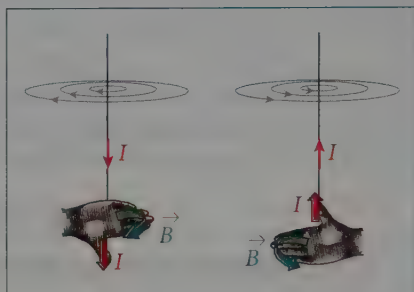
3 Champ magnétique créé par un courant

1 Spectre magnétique d'un fil rectiligne

→ Une courte aiguille aimantée au voisinage d'un fil parcouru par un courant s'oriente perpendiculairement au fil. Son sens d'orientation est inversé si le courant électrique change de sens. Le spectre magnétique d'un fil parcouru par un courant dépend du sens du courant.

→ L'orientation des lignes de champ, et donc celle du champ magnétique, est donnée par la règle de la main droite : on

oriente sa main droite avec le pouce en l'air dans le sens du courant électrique parcourant le fil rectiligne, l'orientation des lignes de champ est alors donnée par le sens de rotation des doigts vers la paume de la main.



2 Champ magnétique créé par un solénoïde

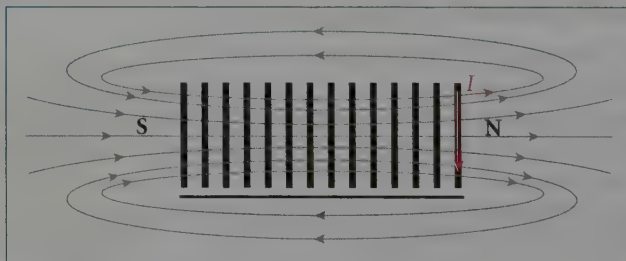
→ Spectre magnétique

Un solénoïde est un enroulement de spires conductrices régulièrement réparties autour d'un cylindre. On lui donne aussi le nom de bobine.

Le spectre magnétique du solénoïde fait apparaître :

- des lignes de champ parallèles à l'intérieur du solénoïde : le champ magnétique interne est uniforme sauf au voisinage des bords ;
- des lignes de champ semblables à celles du spectre magnétique d'un aimant à l'extérieur du solénoïde : le solénoïde se comporte comme un aimant, définissant une face sud et une face nord.

■ **Remarque** : dans le cas d'un solénoïde infiniment long, le champ extérieur est nul.



→ Faces sud et nord du solénoïde et sens de $\vec{B}$

Le sens du champ magnétique correspond à l'orientation des lignes de champ. On peut retrouver celle du champ magnétique interne en utilisant la règle de la main droite ou règle du tire-bouchon : avec les doigts de la main modélisant les spires parcourues par le courant du centre de la main vers les extrémités des doigts, le sens du champ magnétique interne est donné par la direction du pouce. On utilise la convention indiquée comme suit pour les champs entrant et sortant des spires.



On retrouve les faces sud et nord du solénoïde en observant le sens de circulation du courant dans la spire : le passage du courant dans le sens horaire définit une face sud et son passage dans le sens trigonométrique, une face nord.

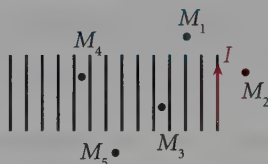
Remarque : la définition des faces nord et sud du solénoïde dépend du sens de circulation du courant dans ses spires.

Exercice résolu

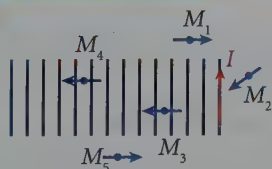
→ Orienter les aiguilles aimantées

Énoncé

Une bobine est parcourue par un courant d'intensité I . On place quelques aiguilles aimantées en divers points de l'espace M_i . Les dessiner en respectant leur orientation.



Corrigé commenté



aiguilles sont horizontales dans un champ uniforme. Les trois autres aiguilles suivent les lignes de champ.

La règle de la main droite permet de conclure que le champ magnétique est orienté de la droite vers la gauche. À l'intérieur du solénoïde (en M_3 et M_4), les

Déterminer $\vec{B}$ et placer les aiguilles suivant l'orientation des lignes de champ.

4 Champ magnétique créé par un courant : valeur de B

1 Proportionnalité entre I et B

→ En l'absence de milieux magnétiques, la valeur d'un champ magnétique créé par un courant d'intensité I en tout point M de l'espace est proportionnelle à I .

$$B(M) = kI \text{ avec } \begin{cases} B(M) : \text{intensité du champ magnétique au point } M \text{ (en T),} \\ I : \text{intensité du courant électrique (en A),} \\ k : \text{constante de proportionnalité (en T} \cdot \text{A}^{-1}) \end{cases}$$

→ Le coefficient de proportionnalité k dépend de la position du point M et de la géométrie du conducteur traversé par le courant.

2 Champ magnétique interne du solénoïde

→ Dans le cas particulier d'un solénoïde suffisamment long, en l'absence de milieux magnétiques et loin des bords du solénoïde, le coefficient k est proportionnel au nombre de spires N et inversement proportionnel à la longueur L du solénoïde.

→ On définit alors le nombre de spires par unité de longueur du solénoïde n :

$$n = \frac{N}{L} \text{ avec } \begin{cases} n : \text{nombre de spires par mètre (en m}^{-1}\text{),} \\ N : \text{nombre total de spires du solénoïde,} \\ L : \text{longueur du solénoïde (en m).} \end{cases}$$

→ Dans le vide, le champ magnétique interne d'un solénoïde décrit dans les conditions précédentes est :

$$B = \mu_0 n I \text{ avec } \begin{cases} B : \text{intensité du champ magnétique interne, loin des bords} \\ \text{du solénoïde (en T),} \\ n : \text{nombre de spires par mètre du solénoïde (en m}^{-1}\text{),} \\ I : \text{intensité du courant traversant les spires du solénoïde} \\ \text{(en A),} \\ \mu_0 : \text{perméabilité du vide (en T} \cdot \text{m} \cdot \text{A}^{-1}\text{).} \end{cases}$$

- La perméabilité du vide est une constante. Elle vaut $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m} \cdot \text{A}^{-1}$.
- Pour I constante, l'intensité du champ magnétique à l'intérieur d'un solénoïde est constante. On utilise de longs solénoïdes lorsque l'on désire créer des champs magnétiques constants sur de grands volumes.

Remarque : la formule précédente est valable dans l'air dont la perméabilité est très voisine de celle du vide.

Exercice résolu

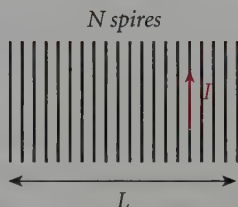
➔ Déterminer le champ magnétique à l'intérieur d'un solénoïde

Énoncé

Un solénoïde de longueur $L = 50 \text{ cm}$, comportant $N = 1\,000$ spires de diamètre $6,0 \text{ cm}$, est parcouru par un courant d'intensité $I = 2,5 \text{ A}$.

Calculer l'intensité du champ magnétique à l'intérieur du solénoïde, et représenter le vecteur

$\vec{B}$ dans l'enroulement.



Corrigé commenté

Le solénoïde est suffisamment long pour considérer l'intensité du champ magnétique interne comme constante loin des bords.

On a alors :

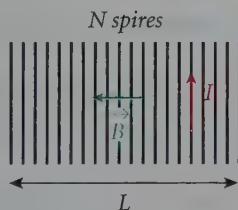
$$B = \mu_0 n I$$

soit :

$$B = \mu_0 \frac{N}{L} I$$

$$\text{A.N. : } B = 4\pi \cdot 10^{-7} \times \frac{1\,000}{50 \cdot 10^{-2}} \times 2,5 = 6,3 \cdot 10^{-3} \text{ T}.$$

La règle de la main droite permet de déduire la direction du champ magnétique à l'intérieur du solénoïde.

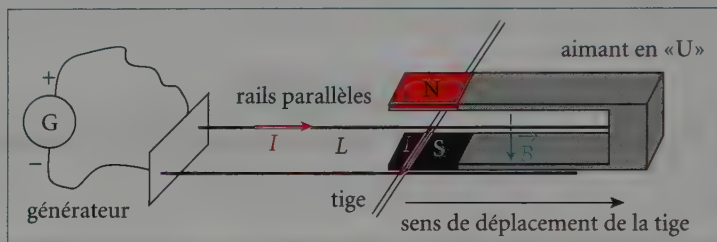


En tout point M loin des bords, à l'intérieur du solénoïde, le vecteur champ magnétique est constant.

5 Forces électromagnétiques

1 Expérience du rail de Laplace

→ Une tige conductrice AB est placée sur deux rails parcourus par un courant d'intensité I , dans le champ magnétique uniforme d'un aimant en «U».



→ On observe alors le déplacement de la tige qui dépend du sens du courant électrique traversant le circuit et du sens du champ magnétique créé par l'aimant.

2 Force de Laplace

→ La portion L de la tige AB traversée par le courant électrique d'intensité I dans un champ magnétique d'intensité B est soumise à une force de Laplace $\vec{F}$.

Cette force a les caractéristiques suivantes :

- direction normale au plan formé par la tige AB et le vecteur champ magnétique $\vec{B}$;
- sens donné par la règle de la main droite (ci-contre) ;
- norme F proportionnelle à l'intensité du courant I , à la longueur de la portion de la tige traversée par le courant et à l'intensité du champ magnétique B .



$$F = ILB \sin \alpha \text{ avec } \begin{cases} F : \text{norme de la force de Laplace agissant sur la tige (en N),} \\ I : \text{intensité du courant électrique (en A),} \\ L : \text{longueur de la portion de la tige parcourue par le courant (en m),} \\ \alpha : \text{angle entre la tige et le vecteur } \vec{B} \text{ (en rad).} \end{cases}$$

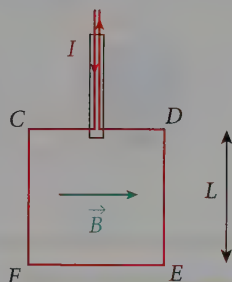
Exercice résolu

➔ Déterminer les caractéristiques de la force de Laplace

Énoncé

Un cadre carré rigide $CDEF$ conducteur parcouru par un courant d'intensité I est placé dans un champ magnétique uniforme $\vec{B}$.

1. Exprimer la norme de la force de Laplace s'exerçant sur chaque arête du cadre et représenter chacun des vecteurs forces correspondants.
2. En déduire le mouvement global du cadre.



Les côtés du cadre parallèles au vecteur champ magnétique ne sont pas soumis à la force de Laplace.

1. La norme de la force de Laplace exercée sur chaque côté du cadre est donnée par $F = ILB \sin \alpha$, avec α l'angle entre la portion du cadre parcourue par le courant électrique et la direction du champ magnétique.

Or les portions CD et EF sont parallèles à la direction de $\vec{B}$, on a dans ce cas : $\alpha = 0$, soit $\sin \alpha = 0$. La force de Laplace exercée sur CD et EF est donc nulle : $F_{CD} = F_{EF} = 0$.

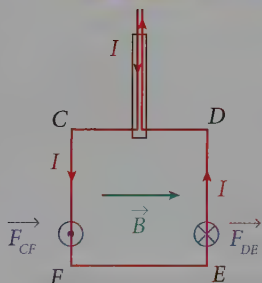
Pour les portions CF et DE , de même longueur, traversées par le même courant d'intensité I et dans le même champ magnétique, on a :

$$F_{CF} = F_{DE} = ILB \sin 90^\circ,$$

soit : $F_{CF} = F_{DE} = ILB$.

En revanche, le sens du courant parcourant la portion CF et celui du courant parcourant la portion DE étant opposés, il en est de même pour les forces de Laplace. La règle de la main droite permet de représenter ces deux forces.

2. Au vu des forces de Laplace s'exerçant sur les arêtes latérales du cadre, ce dernier va se mettre en rotation, la portion CF venant vers nous et la portion DE s'éloignant de nous.

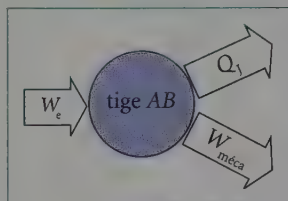


■ **Remarque** : la rotation du cadre est en fait limitée à un quart de tour.

6 Couplage électromécanique

1 Conversion d'énergie

→ Bilan énergétique



La force de Laplace permet de convertir de l'énergie électrique en énergie mécanique.

Prenons l'exemple de la tige AB dans l'expérience de Laplace. L'énergie électrique W_e fournie par le générateur s'est transformée en travail mécanique $W_{méca}$ et s'est dissipée sous forme calorifique (pertes Joule) Q_J :

$$W_e = W_{méca} + Q_J$$

→ Travail des forces de Laplace

Le travail mécanique se résume ici au travail des forces de Laplace agissant sur le système pour un déplacement $\vec{d}$:

$$W_{méca} = W(\vec{F}) = \vec{F} \cdot \vec{d}$$

Or le déplacement est parallèle à la force de Laplace qui l'engendre :

$$W(\vec{F}) = \vec{F} \cdot \vec{d} = Fd$$

$$W_{méca} = ILB \sin \alpha d \text{ avec}$$

F : norme de la force de Laplace agissant sur le système (en N),
 I : intensité du courant électrique (en A),
 L : longueur de la portion du système parcourue par le courant (en m),
 α : angle entre la direction de I et le vecteur $\vec{B}$ (en rad),
 d : déplacement du système (en m).

→ Conversion réciproque

À l'inverse, on peut convertir de l'énergie mécanique en énergie électrique.

Dans l'expérience des rails de Laplace, le déplacement de la tige AB placée dans un champ magnétique en l'absence de générateur produit un courant électrique dans le circuit.

L'énergie cinétique de la tige est convertie en énergie électrique, une partie étant dissipée sous forme d'effet Joule :

$$W_{méca} = W_e + Q_J$$

2 Applications

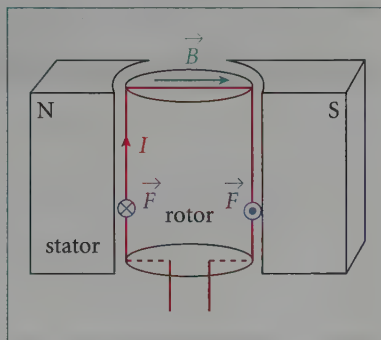
→ Moteur à courant continu

Un moteur à courant continu est composé :

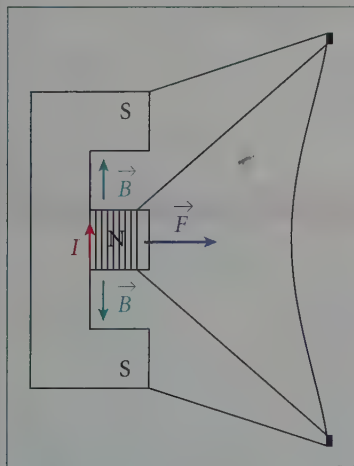
- d'une partie mobile (le rotor), constituée d'un cylindre autour duquel sont enroulées des spires conductrices rectangulaires ;
- d'une partie fixe (le stator), constituée d'un

aimant créant un champ magnétique $\vec{B}$.

L'exercice résolu p. 125 permet de comprendre le fonctionnement du moteur. Sous l'action du champ magnétique du stator, les spires du rotor traversées par un courant électrique se mettent en rotation.



Remarque : pour que les spires puissent effectuer des tours complets, il faut que le courant électrique change de sens à chaque demi-tour.



→ Haut-parleur

Un haut-parleur est constitué :

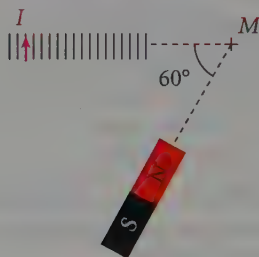
- d'un aimant circulaire dont le pôle nord est au centre d'un pôle sud torique créant un champ magnétique radial ;
- d'un solénoïde indéformable et mobile autour du pôle nord de l'aimant, alimenté par un courant variable et solidaire d'une membrane. Dans le champ de l'aimant, la bobine parcourue par le courant électrique est soumise à des forces de Laplace provoquant son déplacement. Étant solidaire de la membrane, cette dernière va se mettre en mouvement, créant des ondes de compression et de dilatation de l'air qui produisent le son.

Méthode

Déterminer le champ magnétique total en un point M

Sujet exemple

On s'intéresse à la situation suivante :



L'aimant crée un champ magnétique $\vec{B}_A(M)$ en M et le solénoïde un champ $\vec{B}_S(M)$. Sachant que $B_A(M) = 5,0 \text{ mT}$ et que $B_S(M) = 2,0 \text{ mT}$, en déduire les caractéristiques du champ résultant $\vec{B}(M)$ au point M .

Ce qu'il faut faire

Étape 1 :

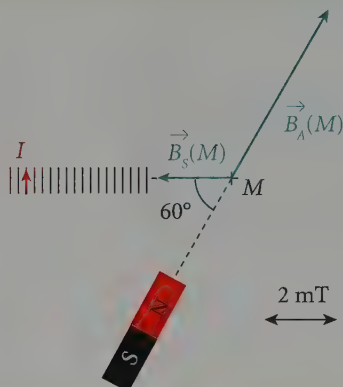
- Comparez l'intensité des champs magnétiques agissant en M avec l'intensité du champ magnétique terrestre de l'ordre de 10^{-5} T . Pensez qu'au voisinage d'un aimant, le champ est de 10^2 à 10^4 fois plus intense. Négligez alors, si nécessaire, le champ magnétique terrestre devant les autres champs.

Les deux champs magnétiques B_A et B_M sont environ 100 fois plus intenses que le champ magnétique terrestre que l'on négligera donc par la suite.

Étape 2 :

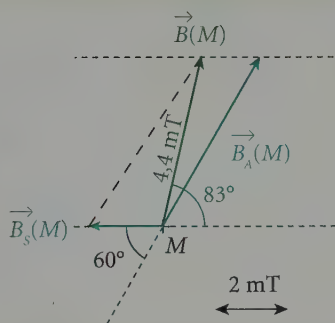
- Répertoriez tous les champs magnétiques agissant au point M considéré.
- Représentez les vecteurs champs en respectant leur orientation et en utilisant une échelle appropriée.

En M , le champ total est la superposition de deux champs magnétiques : $B_A(M)$ et $B_S(M)$. La règle de la main droite permet de donner le sens de $B_S(M)$ et l'orientation de l'aimant permet de conclure sur le sens de $B_A(M)$:

**Étape 3 :**

- Graphiquement, le vecteur champ magnétique total est le vecteur résultant de la somme vectorielle de tous les champs agissant en M .
- L'échelle imposée permet alors de mesurer l'intensité du champ total.

Graphiquement, la somme vectorielle des deux champs donne :



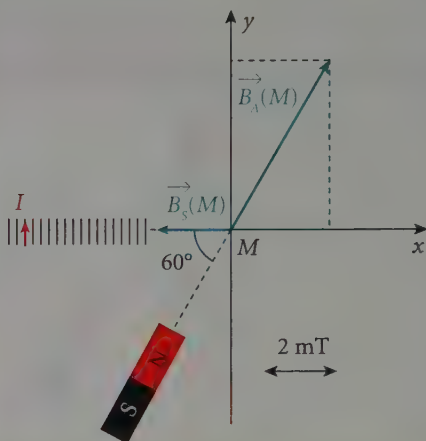
En utilisant l'échelle imposée, on obtient $B(M) = 4,4 \text{ mT}$. L'angle entre l'horizontale et le champ résultant mesuré est de 83° .

Étape 4 :

• Analytiquement, imposez un repère orthonormé simple et projetez les vecteurs champs suivant ses axes. Déduisez-en les composantes du vecteur somme.

• Vous pouvez alors en déduire la norme du vecteur champ total et son angle d'orientation.

On choisit le repère suivant centré en M :



Par projection suivant les axes, on a :

- sur Mx : $B_x(M) = -B_s(M) + B_A(M) \cos 60^\circ$;
- sur My : $B_y(M) = B_A(M) \sin 60^\circ$.

A.N. :

$$B_x(M) = -2,0 + 5,0 \times \cos 60^\circ = 0,5 \text{ mT}$$

$$\text{et } B_y(M) = 5,0 \times \sin 60^\circ = 4,330 \text{ mT}$$

sans arrondi par excès.

La norme du champ résultant est alors

$$B(M) = \sqrt{B_x^2 + B_y^2}, \text{ et l'angle } \alpha \text{ entre le demi-}$$

axe $[Mx]$ et $\vec{B}(M)$ est tel que $\tan \alpha = \frac{B_y}{B_x}$.

$$\text{A.N. : } B(M) = 4,4 \text{ mT et } \tan \alpha = 8,66,$$

d'où $\alpha = 83^\circ$.

Réflexes à avoir et pièges à éviter

- R1** Bien penser que les lignes de champ d'un aimant sont orientées du pôle nord vers le pôle sud (les aiguilles aimantées pointent vers le pôle sud et sont opposées au pôle nord).
- R2** Savoir reconnaître quelques spectres magnétiques : aimant plat, aimant en «U», solénoïde et fil parcouru par un courant.
- R3** Bien penser que les forces de Laplace sont responsables des conversions d'énergie mécanique en énergie électrique, mais aussi des conversions inverses.
- P1** Attention, lorsque le champ magnétique terrestre n'est pas négligeable, seule sa composante horizontale B_h est à considérer.
- P2** Lors de la superposition de plusieurs champs magnétiques en un point M de l'espace, le champ total résulte d'une addition vectorielle des vecteurs champs : la norme du champ total n'est alors pas égale à la somme des normes des champs agissant en M !
- P3** Dans toutes les règles mnémotechniques utilisées pour trouver facilement les orientations des vecteurs champs magnétiques, forces de Laplace ou sens du courant, il faut utiliser uniquement sa main droite.
- P4** La formule $B = \mu_0 n I$ pour un solénoïde n'est valable qu'à l'intérieur d'un solénoïde infini, ou loin des bords si le solénoïde a une taille finie.

Exercices

Vérifiez vos connaissances

1 Vrai-Faux

→ corrigé p. 137

- | | | |
|---|----------------------------|----------------------------|
| 1. Les lignes de champ sont orientées suivant le champ magnétique et sont toujours fermées. | ☐ V | ☐ F |
| 2. La Terre se comporte comme un aimant, son pôle nord dirigé vers le nord magnétique. | ☐ V | ☐ F |
| 3. Le champ magnétique à l'intérieur d'un solénoïde est uniforme. | ☐ V | ☐ F |
| 4. Si l'on double l'enroulement d'une bobine, le champ magnétique au centre est doublé. | ☐ V | ☐ F |
| 5. Les lignes de champ d'un aimant sortent du pôle sud et entrent par le pôle nord. | ☐ V | ☐ F |

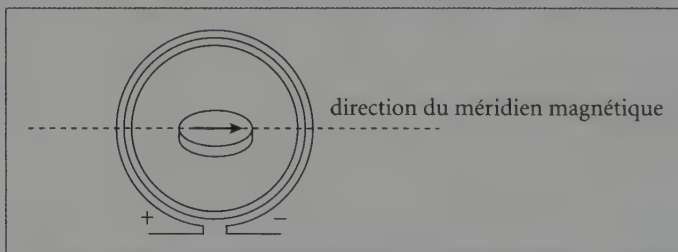
Exercices d'entraînement

2 * Champ d'une bobine plate

→ P1 et P2

→ corrigé p. 137

On dispose d'une bobine plate de rayon moyen R , parallèlement au plan du méridien magnétique. Au centre C de cette bobine, une petite aiguille aimantée, mobile autour d'un axe vertical, se déplace au-dessus d'un cadran gradué en degrés.



En l'absence de courant dans le circuit, l'aiguille se trouve dans le plan du méridien magnétique, en face de la graduation zéro. Lorsque le circuit est parcouru par un courant, il se crée en son centre C un champ magnétique $\vec{B}$: on observe alors une rotation de l'aiguille, qui s'immobilise après une rotation d'un angle α par rapport à sa direction initiale.

1. Sur un schéma en vue du dessus, préciser la direction et le sens des champs magnétiques qui sont appliqués à l'aiguille aimantée.
2. En déduire la relation entre l'angle α , B et la composante horizontale du champ magnétique terrestre B_h .
3. On fait varier l'intensité I du courant dans la bobine, et on mesure la déviation α de l'aiguille aimantée. On obtient les résultats suivants :

$I \text{ (A)}$	2	1,6	1,2	0,8	0,4
$\alpha \text{ (}^\circ\text{)}$	70	65	58	47	28

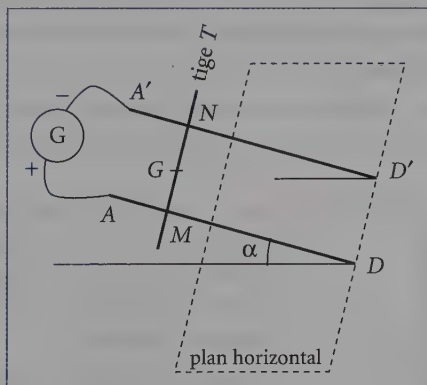
À l'aide d'un graphique judicieusement choisi, montrer que B est proportionnel à l'intensité I du courant.

Données : composante horizontale du champ magnétique terrestre $B_h = 2 \cdot 10^{-5} \text{ T}$.

3 ** Rails parallèles

➔ R3 et P3 ➔ corrigé p. 138

Deux rails parallèles AD et $A'D'$ distants de $L = 12 \text{ cm}$ sont disposés selon des lignes de plus grande pente d'un plan faisant un angle $\alpha = 8^\circ$ avec le plan horizontal. Les deux rails sont reliés à un générateur électrique, et le circuit est fermé par une tige T qui peut glisser sans frottement en M et N sur les rails en restant horizontale. Le circuit est alors parcouru par un courant d'intensité $I = 2,0 \text{ A}$ indépendant de la position de la tige.

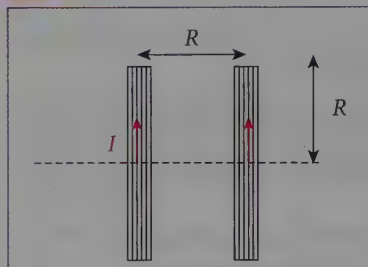


Un champ magnétique uniforme et vertical s'exerce sur la tige. Quels doivent être le sens et la valeur du vecteur champ magnétique $\vec{B}$ pour que la tige de masse $m = 32 \text{ g}$ reste immobile ?

Pour aller plus loin

4 ** Bobines de Helmholtz

➔ R1, R2, P1, P2 et P3 ➔ corrigé p. 140



Cet exercice illustre quelques propriétés et applications d'un dispositif utilisé pour créer un champ magnétique $\vec{B}$ uniforme : les bobines de Helmholtz.

Il s'agit de deux bobines identiques, plates, de même axe, séparées d'une distance égale à leur rayon et parcourues par des courants de même intensité et de même sens.

Le champ $\vec{B}$, sensiblement uniforme entre les deux bobines, vaut :

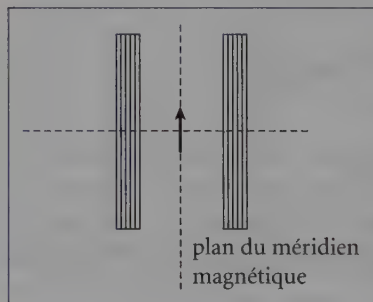
$$B = \frac{0,72\mu_0 NI}{R}$$

N représente le nombre de spires d'une bobine, R le rayon commun aux deux bobines et I l'intensité du courant parcourant chacune des deux bobines.

1. Indiquer sur la figure précédente l'allure du spectre du champ $\vec{B}$, dans l'espace situé entre les deux bobines et dans le voisinage extérieur immédiat. Orienter les lignes de champ et positionner sur l'une d'elles une petite aiguille aimantée.

2. Donner le nom d'un autre dispositif capable de créer un champ $\vec{B}$ uniforme. Quel est l'avantage pratique des bobines de Helmholtz sur cet autre dispositif ?

3. Les bobines de Helmholtz peuvent être alimentées par des courants d'intensité réglable de 0,50 à 5,0 A. Calculer la valeur maximale du champ magnétique $\vec{B}$ créé par des bobines. La comparer à la composante horizontale du champ magnétique terrestre.



4. On place les deux bobines de Helmholtz dans le plan du méridien magnétique. En l'absence de courant dans les bobines, une aiguille aimantée s'oriente parallèlement au plan des bobines.

Donner le sens du courant électrique et calculer son intensité I pour qu'il provoque une rotation de la pointe de l'aiguille de 45° vers la gauche.

Données : $N = 130$ spires ; $R = 15$ cm.

Composante horizontale du champ magnétique terrestre $B_h = 2,0 \cdot 10^{-5} \text{ T}$.

Perméabilité du vide $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m} \cdot \text{A}^{-1}$.

5 ** Solénoïde

➔ P4

➔ corrigé p. 142

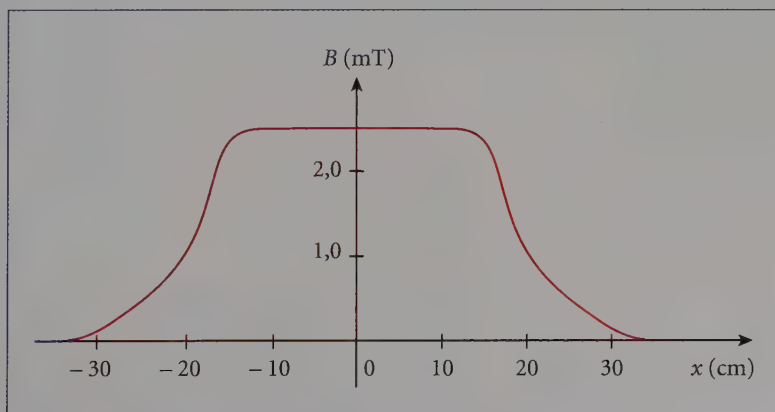
On dispose du matériel suivant :

- un solénoïde S (nombre de spires $N = 200$, longueur $L = 40$ cm et intensité maximale du courant 5 A) ;
- un générateur de tension continue ;
- un rhéostat ou résistance variable ;
- un multimètre ;
- une sonde à effet Hall reliée à un teslamètre (le zéro du teslamètre est réglé en l'absence de tout courant traversant le solénoïde) ;
- des fils de connexion ;
- des aiguilles aimantées ;
- de la limaille de fer.

On négligera le champ magnétique terrestre.

Expérience 1

On règle l'intensité du courant à la valeur 4,0 A puis on mesure la valeur du champ magnétique en différents points de l'axe du solénoïde. Les résultats sont représentés sur le graphe ci-dessous, pour lequel l'abscisse x est comptée à partir du centre O du solénoïde.



1. Faire un schéma annoté du montage.

- 2.** La manipulation qui a été conduite (mesure de B en divers points de l'axe du solénoïde) est-elle suffisante pour pouvoir affirmer qu'à l'intérieur du solénoïde, le champ magnétique est uniforme entre les plans d'abscisses respectives -14 cm et $+14$ cm ? Dans l'hypothèse d'une réponse négative, quelles mesures supplémentaires faudrait-il effectuer pour prouver l'existence d'un champ uniforme dans la zone considérée ?
- 3.** On veut réaliser le spectre du champ magnétique du solénoïde dans un plan contenant son axe. Comment doit-on procéder ? Faire un schéma représentant les lignes de champ.

Expérience 2

On veut étudier le champ magnétique en fonction de l'intensité du courant. Pour chaque valeur de I , on note la valeur B_0 du champ magnétique au centre du solénoïde. On obtient les résultats suivants :

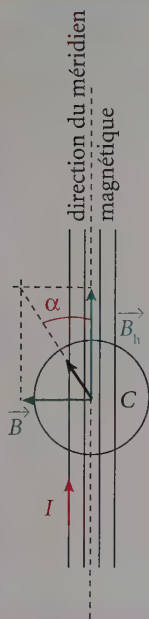
I (A)	0,00	1,00	1,50	2,00	2,50	3,00	3,50	4,00	4,50	5,00
B_0 (mT)	0,00	0,62	0,95	1,28	1,54	1,90	2,18	2,51	2,79	3,09

- 4.** Représenter le graphe de la fonction $B_0 = f(I)$. Quelle loi vérifie-t-on ?

1 Vrai-Faux

1. Vrai. Les lignes de champ sont les courbes tangentes à $\vec{B}$ et orientées suivant $\vec{B}$. Ce sont des lignes fermées.
2. Faux. Le pôle nord de l'aimant correspond au pôle sud magnétique.
3. Faux. Le champ est uniforme loin des bords du solénoïde.
4. Vrai. On a $B = \mu_0 \frac{N}{L} I$: B est donc proportionnel à N . Si l'on double N , alors B est doublé.
5. Faux. Les lignes de champ sont orientées du pôle nord vers le pôle sud de l'aimant.

2 Champ d'une bobine plate



1. Dans la bobine plate, le courant circule de la borne + vers la borne -.

En utilisant la règle de la main droite, on en déduit le sens du champ magnétique $\vec{B}$ créé, perpendiculaire au plan des spires de la bobine plate.

Le champ magnétique terrestre n'est pas négligeable. Il agit en C uniquement par sa composante horizontale, dans la direction du méridien magnétique et dans le sens de l'aiguille aimantée en l'absence de courant dans la bobine.

Une vue du dessus permet de visualiser l'addition vectorielle des deux champs agissant au centre C de la bobine.

2. La figure précédente permet de déduire la tangente de l'angle de rotation en fonction de l'intensité des deux champs magnétiques agissant sur l'aiguille :

$$\tan \alpha = \frac{B}{B_h}$$

Seule la composante horizontale du champ magnétique terrestre agit au centre C de la bobine plate.

3. La relation précédente peut s'écrire sous la forme :

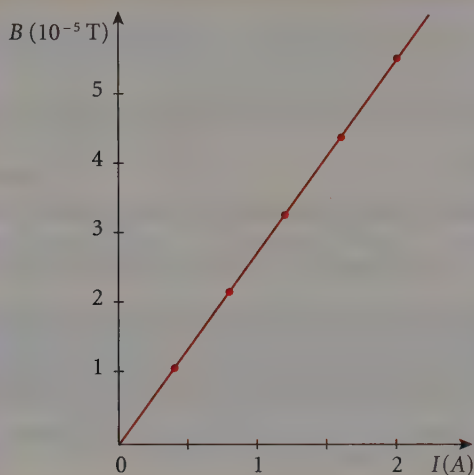
$$B = B_h \tan \alpha$$

On peut alors compléter le tableau de données :

I (A)	2	1,6	1,2	0,8	0,4
α (°)	70	65	58	47	28
B (10^{-5} T)	5,5	4,3	3,2	2,1	1,1

Effectuons l'application numérique de la première colonne de valeurs par exemple :
 $B = 2 \cdot 10^{-5} \times \tan 70^\circ = 5,5 \cdot 10^{-5} \text{ T}$.

On trace alors la courbe de l'intensité du champ magnétique B en fonction de l'intensité du courant I traversant les spires de la bobine plate :



Tracer $B = f(I)$:
 si la fonction est représentée par une droite passant par l'origine, alors on a proportionnalité entre B et I .

Aux incertitudes près, on constate que tous les points du graphique sont situés sur une droite passant par l'origine. Le champ magnétique B est donc proportionnel à l'intensité I du courant traversant les spires de la bobine.

■ Rails parallèles

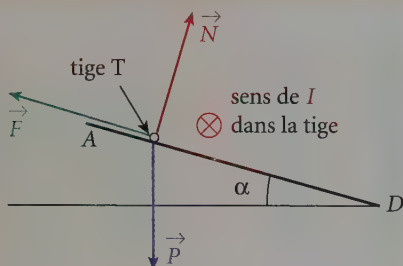
Le système étudié est la tige T dans le référentiel terrestre.

Les forces appliquées au système sont :

- son poids $\vec{P}$, vertical vers le bas avec $P = mg = 32 \cdot 10^{-3} \times 9,8 = 0,31 \text{ N}$;
- la réaction des rails en M et N, que l'on peut assimiler à une seule réaction $\vec{N}$ normale au plan des rails en négligeant les frottements ;
- la force de Laplace $\vec{F}$ due à la présence d'un champ magnétique uniforme B et du courant d'intensité I circulant dans la tige.

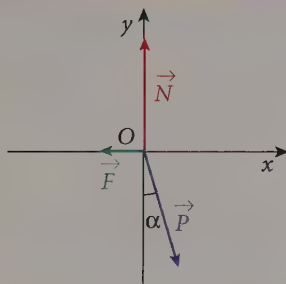
La tige est immobile. D'après le principe d'inertie appliqué au système, on peut écrire que la résultante des forces agissant sur la tige est nulle :

$$\vec{P} + \vec{N} + \vec{F} = \vec{0}$$



La tige est immobile : elle est soumise à un ensemble de forces qui se compensent (principe d'inertie).

Une vue de côté de la situation permet de conclure que la force de Laplace, parallèle au rail AD, peut être dirigée de D vers A pour que le système s'équilibre. Le diagramme des forces est, sans souci d'échelle :



Projetons le principe d'inertie sur les axes du diagramme.

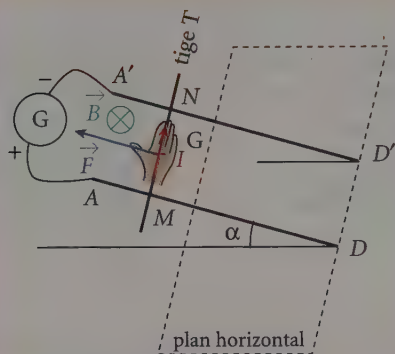
Sur Ox : $\vec{P}_x + \vec{F} = \vec{0}$, soit $P \sin \alpha - F = 0$, d'où $F = P \sin \alpha$, ou encore :

$$F = mg \sin \alpha$$

Sur Oy : $\vec{P}_y + \vec{N} = \vec{0}$, soit $N = mg \cos \alpha$ (non demandé ici).

$$\text{A.N. : } F = 32 \cdot 10^{-3} \times 9,8 \times \sin 8^\circ = 4,4 \cdot 10^{-2} \text{ N.}$$

Utilisons la règle de la main droite pour connaître la direction et le sens du champ magnétique engendrant la force de Laplace.



À partir du vecteur force de Laplace, en déduire le vecteur champ magnétique.

Le champ magnétique est alors perpendiculaire au plan des rails, et son intensité est déterminée par la relation suivante :

$$F = ILB \sin \beta$$

avec β l'angle entre la tige T et le champ magnétique.

Soit $\beta = 90^\circ$ et $\sin \beta = 1$.

On a ainsi :

$$F = ILB$$

d'où :

$$B = \frac{F}{IL}$$

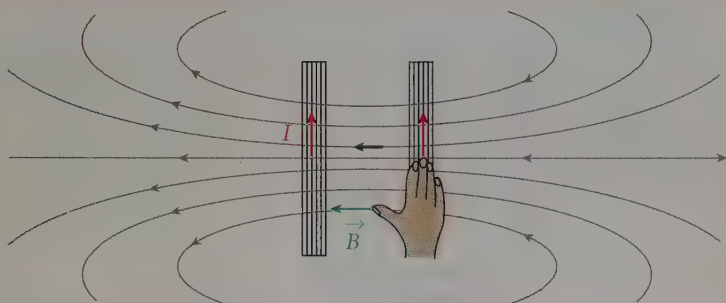
$$\text{A.N. : } B = \frac{4,4 \cdot 10^{-2}}{2,0 \times 12 \cdot 10^{-2}} = 0,18 \text{ T.}$$

4 Bobines de Helmholtz

1. Entre les deux bobines, il règne un champ magnétique uniforme : les lignes de champ sont donc parallèles entre elles et normales au plan des spires.

La règle de la main droite permet d'orienter ces lignes de champ en fonction du sens du courant traversant les spires des deux bobines : $\vec{B}$ est donc dirigé de droite à gauche entre les bobines. Les lignes de champ, tangentes à $\vec{B}$, ont donc la même orientation. On fait le même raisonnement pour une aiguille aimantée quelconque orientée suivant les lignes de champ.

À l'extérieur des bobines, le spectre est celui, classique, d'une bobine. L'orientation des lignes de champ reste identique au sens de $\vec{B}$ à l'intérieur du dispositif.



2. Un solénoïde aurait un spectre magnétique assez semblable à celui des bobines de Helmholtz.

Lorsque le solénoïde est alimenté par un courant, il génère un champ magnétique interne uniforme.

Cependant, les bobines de Helmholtz sont plus pratiques à utiliser, surtout si l'on veut positionner des aiguilles aimantées ou un dispositif plus complexe dans ce champ uniforme.

Reconnaître
le spectre
magnétique
du solénoïde.

3. Le champ magnétique entre les bobines est uniforme et donné par l'expression :

$$B = \frac{0,72\mu_0 NI}{R}$$

On en déduit alors l'intensité maximale du champ magnétique :

$$B_{\max} = \frac{0,72\mu_0 NI_{\max}}{R}$$

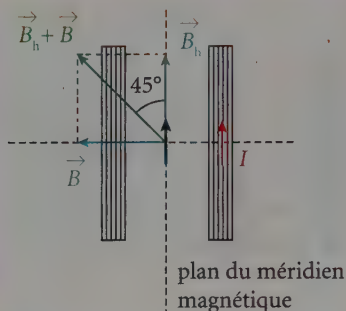
$$\text{A.N. : } B_{\max} = \frac{0,72 \times 4\pi \cdot 10^{-7} \times 130 \times 5,0}{15 \cdot 10^{-2}} = 3,9 \cdot 10^{-3} \text{ T ou } 3,9 \text{ mT.}$$

Comparons l'intensité maximale du champ entre les bobines à la composante horizontale du champ magnétique terrestre en calculant leur rapport :

$$\frac{B_{\max}}{B_h} = \frac{3,9 \cdot 10^{-3}}{2,0 \cdot 10^{-5}} = 195$$

L'intensité du champ magnétique généré par les bobines de Helmholtz est environ 200 fois plus élevée que celle de la composante horizontale du champ magnétique terrestre. Dans ce cas de figure, soit $B = B_{\max}$, l'action du champ magnétique terrestre est négligeable.

4. Si la rotation de l'aiguille aimantée est de 45° vers la gauche, on en déduit que le champ créé par les bobines et agissant sur l'aiguille aimantée en plus du champ magnétique terrestre est un champ orienté de droite à gauche.



Si l'angle de rotation est de 45° , alors les deux champs magnétiques sont de même intensité.

L'orientation du courant dans les spires est donnée par la règle de la main droite. En se référant à la réponse à la question 1, on en déduit le sens de I .

De plus, la rotation est de 45° : le vecteur champ total est donc dirigé suivant la diagonale d'un carré ayant les deux vecteurs champs magnétiques comme côtés. On en déduit donc que ces deux champs doivent avoir la même intensité :

$$B = B_h$$

Finalement, on a :

$$B = \frac{0,72\mu_0 NI}{R}$$

d'où

$$I = \frac{BR}{0,72\mu_0 N}$$

soit :

$$I = \frac{B_h R}{0,72\mu_0 N}$$

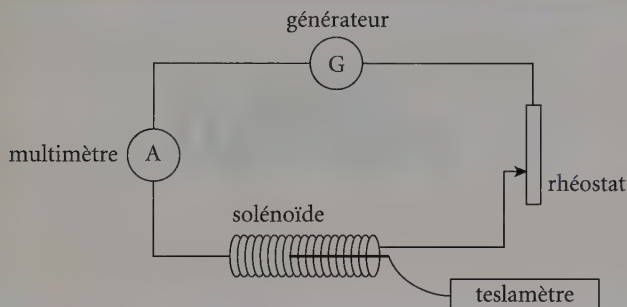
$$\text{A.N. : } I = \frac{2,0 \cdot 10^{-5} \times 15 \cdot 10^{-2}}{0,72 \times 4\pi \cdot 10^{-7} \times 130} = 2,6 \cdot 10^{-2} \text{ A.}$$

5 Solénoïde

1. Le montage comprend un générateur de tension continue alimentant le solénoïde en série avec un rhéostat ou résistance variable pour imposer l'intensité du courant dans le circuit. On doit introduire un multimètre en série afin de contrôler la valeur imposée de l'intensité I .

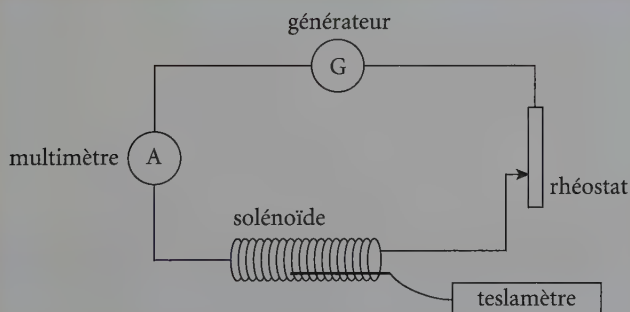
Enfin, on introduit dans le solénoïde une sonde à effet Hall reliée à un teslamètre pour la mesure du champ magnétique. L'extrémité de la sonde est positionnée à une distance x variable du centre du solénoïde.

Penser à introduire dans le circuit un rhéostat pour imposer I et un ampèremètre pour contrôler cette valeur.



2. La courbe représente le champ magnétique sur l'axe central du solénoïde : on a alors un champ uniforme entre -14 cm et $+14$ cm. Cependant, rien ne montre que le champ magnétique est constant lorsque l'on s'éloigne de l'axe tout en restant à l'intérieur du solénoïde.

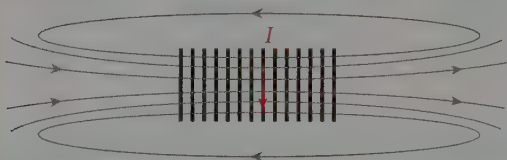
Il faudrait alors déplacer verticalement la sonde à effet Hall et refaire la manipulation pour plusieurs axes différents de l'axe central. Si les courbes ainsi produites restent semblables à celle de l'énoncé, alors le champ magnétique interne est constant sur toute la zone cylindrique entre -14 cm et $+14$ cm.



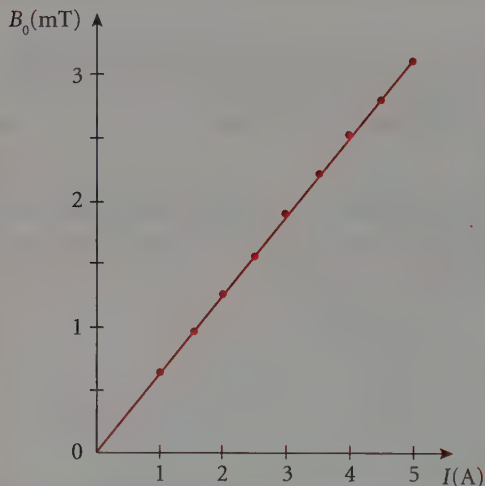
3. L'expérience la plus simple consisterait à introduire une plaque en plastique transparente à l'intérieur du solénoïde au niveau du plan auquel on s'intéresse. On dispose ensuite sur la plaque de la limaille de fer qui se comporte comme une multitude de très courtes aiguilles aimantées.

La limaille va alors se placer sur la plaque en formant des lignes de champ.

Le spectre magnétique du solénoïde est représenté ci-dessous, en orientant le courant dans les spires comme suit :



4. Le graphe de $B_0 = f(I)$ est :



La courbe est une droite passant par l'origine.
On a proportionnalité entre B et I .

Aux incertitudes près, la courbe représentative de la fonction est une droite passant par l'origine. On vérifie la proportionnalité entre le champ magnétique et l'intensité du courant traversant les spires du solénoïde :

$$B_0 = kI$$

Optique

1 Visibilité d'un objet

1 Conditions de visibilité

→ Un objet ne peut être vu que :

- s'il est éclairé ou s'il émet de la lumière ;
- si de la lumière provenant de cet objet arrive dans l'œil.

→ Un objet lumineux étendu peut être considéré comme un ensemble de points objets émettant ou réfléchissant de la lumière dans toutes les directions de l'espace.

2 Propagation de la lumière dans un milieu

→ Rayon lumineux

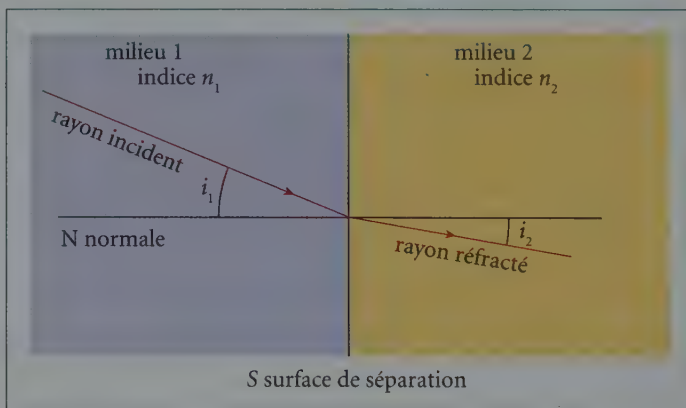
Dans un milieu transparent et homogène, la propagation de la lumière est rectiligne. On modélise son trajet à l'aide de rayons lumineux.

Dans un milieu transparent et homogène, le rayon lumineux est une portion de droite orientée dans le sens du trajet de la lumière.

On appelle faisceau lumineux, un ensemble de rayons lumineux.

→ Réfraction

Lorsque la lumière traverse deux milieux transparents et homogènes différents, elle subit dans la plupart des cas une réfraction à la surface de séparation entre ces deux milieux. Le rayon lumineux incident change de direction.



Les lois de Descartes de la réfraction sont les suivantes :

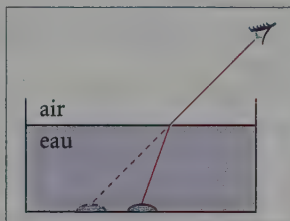
- Le rayon réfracté appartient au plan d'incidence, plan défini par le rayon incident et la normale à la surface de séparation entre les deux milieux.

- L'angle de réfraction i_2 et l'angle d'incidence i_1 sont tels qu'il y a proportionnalité entre leur sinus. Le coefficient de proportionnalité est le rapport des indices n_1 et n_2 des deux milieux, ce que l'on peut mathématiquement traduire par la relation :

$$n_1 \cdot \sin i_1 = n_2 \cdot \sin i_2$$

→ Rôle de l'œil

De manière générale, lorsque la lumière issue d'un objet pénètre dans l'œil après un parcours non rectiligne dû à un changement de milieu, le cerveau l'interprète comme venant en ligne droite.

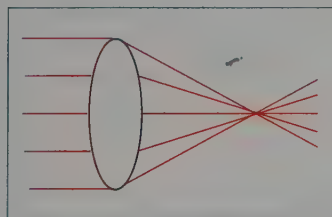


3 Propagation de la lumière à travers une lentille

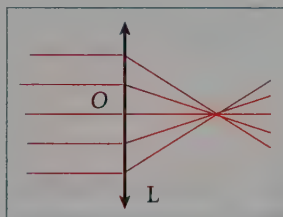
→ Une lentille est un objet en matériau transparent ayant un axe de symétrie et un centre O appelé centre optique.

→ On distingue deux types de lentilles :

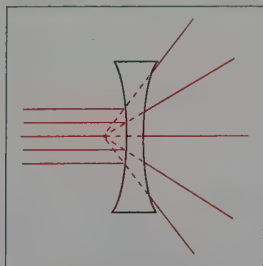
- les lentilles à bords minces ou lentilles convergentes (un faisceau de lumière parallèle dont la trajectoire est perpendiculaire à l'axe de la lentille converge en un point derrière la lentille) ;



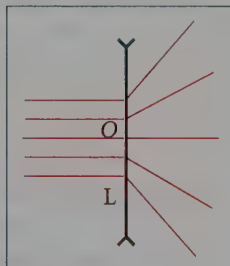
que l'on modélise par



- les lentilles à bords épais ou lentilles divergentes (un faisceau de lumière parallèle dont la trajectoire est perpendiculaire à l'axe de la lentille diverge après la lentille).



que l'on modélise par

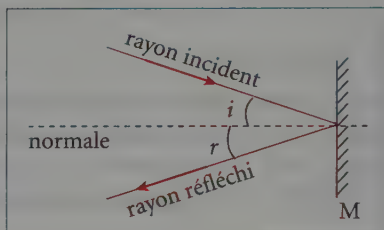


2 Image donnée par un miroir plan

1 Lois de Descartes de la réflexion

→ Les lois de Descartes de la réflexion sont les suivantes :

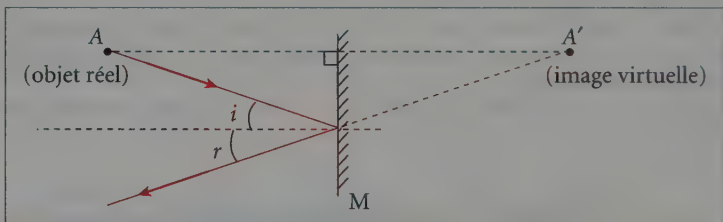
- le rayon réfléchi appartient au plan d'incidence ;
- l'angle de réflexion r est de même valeur que l'angle d'incidence i .



2 Localisation de l'image

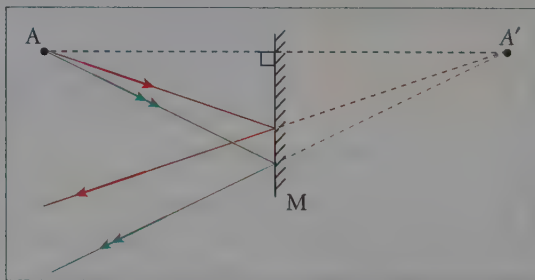
→ L'observation de sa propre image dans un miroir montre qu'elle semble être de l'autre côté du miroir et à la même distance.

→ L'image d'un point objet à travers un miroir est le symétrique de ce point par rapport au miroir. On l'appelle **point image conjugué**.



3 Construction des rayons

→ On construit le symétrique A' du point objet A par rapport au miroir M . Tout rayon réfléchi est alors issu de A' :



Exercice résolu

➔ Déterminer le champ d'un miroir

Énoncé

Un miroir plan M est incliné par rapport à un observateur placé en O .

Dans quelle portion de l'espace se situent les objets visibles pour l'observateur ?

Cet observateur peut-il voir sa propre image à travers le miroir ?



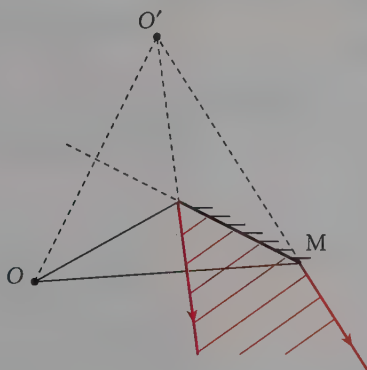
Corrigé commenté

Le trajet de la lumière étant réversible, tout objet placé en P visible par O est tel que tout observateur en P peut voir un objet placé en O .

On considère O comme un point source, l'image O' de O à travers le miroir M est le symétrique de O par rapport à M . Les deux rayons extrêmes issus de O' et passant par les bords du miroir définissent une zone de l'espace dans laquelle le point source O peut être visible de tout observateur placé dans cette zone.

À l'inverse, tout objet de cette zone (partie hachurée du dessin) est visible par un observateur en O .

Tracer l'image O' de O et les rayons extrêmes du miroir issus de O' .

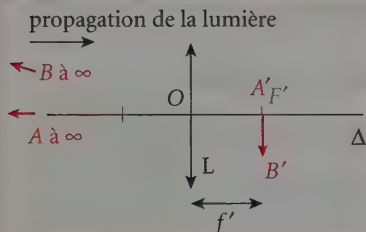


Le point O n'appartient pas à la zone définie ci-dessus : l'observateur ne peut pas voir sa propre image dans cette configuration.

3 Image donnée par une lentille convergente

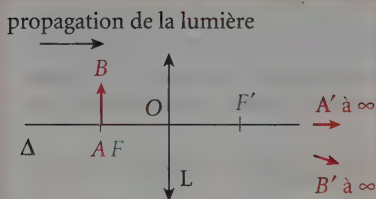
1 Formation des images

→ Soit une lentille convergente L de centre optique O . On note Δ l'axe optique de L ou la droite perpendiculaire à l'axe de la lentille passant par O . On observe l'image $A'B'$ d'un objet AB placé devant la lentille et parallèle à L .



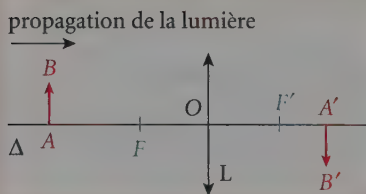
L'objet AB est loin de la lentille

L'image $A'B'$ est unique. Elle se situe derrière la lentille L à une distance $OA' = OF' = f'$ fixe qui ne dépend que de la lentille. $A'B'$ est renversée par rapport à l'objet AB .



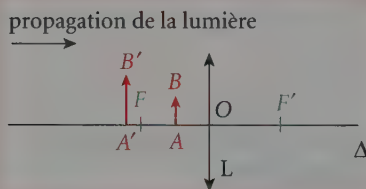
L'objet AB est à une distance $OA = f'$ de la lentille

L'image est très loin de la lentille, on dit qu'elle est projetée à l'infini. En pratique, l'image $A'B'$ n'est pas observable. Cette configuration est la configuration symétrique du cas précédent.



L'objet AB est à une distance finie $OA > f'$ de la lentille

L'image $A'B'$ est unique et renversée. Elle se situe à une distance $OA' > OF' = f'$.



L'objet AB est proche de la lentille à une distance $OA < f'$

L'image $A'B'$ n'est observable qu'en regardant dans la lentille. Cette image est droite et agrandie. On parle d'effet loupe.

2 Foyers d'une lentille

- Pour chaque lentille, il existe deux points particuliers de l'axe optique notés F et F' respectivement foyer focal objet et foyer focal image. F et F' sont tels que :
- l'image de tout objet situé en F se forme à l'infini après la lentille ;
 - l'image de tout objet provenant de l'infini avant la lentille se forme en F' .
- F et F' sont symétriques par rapport à O , centre optique de la lentille convergente.

3 Espace objet, espace image

→ La partie de l'espace avant la lentille contenant le foyer focal objet est appelée **espace objet**. De même, l'autre partie de l'espace contenant le foyer focal image est appelée **espace image**.

→ Une image située dans l'espace image est dite **réelle**. Une image située dans l'espace objet sera qualifiée de **virtuelle** (exemple de la loupe).

4 Distance focale et vergence C

→ On définit la distance focale d'une lentille convergente comme la distance OF' entre son centre optique O et son foyer focal image F' . On la note f' .

→ La vergence d'une lentille, notée C , est l'inverse de la distance focale f' :

$$C = \frac{1}{f'} \text{ avec } \begin{cases} C : \text{vergence en dioptries (en } \delta), \\ f' : \text{distance focale (en m).} \end{cases}$$

Exercice résolu

Calculer les distances focales

Énoncé

On considère deux lentilles convergentes L_1 et L_2 de vergence $C_1 = 3,0 \delta$ et $C_2 = 8,0 \delta$. Calculer les distances focales f_1' et f_2' .

$$f_1' = \frac{1}{C_1} = \frac{1}{3,0} = 0,33 \text{ m} = 33 \text{ cm et}$$

$$f_2' = \frac{1}{C_2} = \frac{1}{8,0} = 0,125 \text{ m} = 12,5 \text{ cm.}$$

Attention
aux unités.

4 Image à travers une lentille : méthode géométrique

1 Point image A' appartenant à Δ

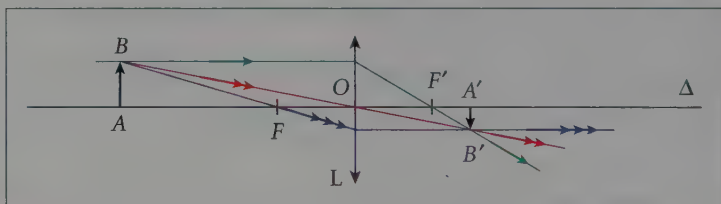
→ Tout point image A' d'un point objet A situé sur l'axe optique Δ d'une lentille L appartient à l'axe optique.

→ On construit donc l'image B' de B à travers L . A' se situe alors à l'intersection de l'axe optique Δ et de la perpendiculaire à Δ passant par B' .

2 Point image B' proche de Δ : rayons particuliers

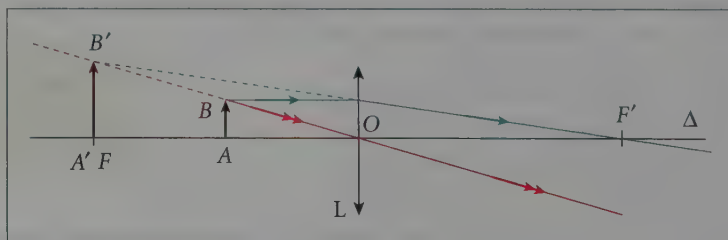
→ Tout point image B' d'un point B situé proche de l'axe optique Δ est le point de concours de trois rayons particuliers :

- le rayon issu de B parallèle à l'axe optique Δ avant la lentille et passant par le foyer focal image F' après la lentille (rayon vert) ;
- le rayon issu de B , passant par le centre optique O (rayon rouge) ;
- le rayon issu de B passant par le foyer focal objet F avant la lentille et parallèle à l'axe optique Δ après la lentille (rayon bleu).



Remarque : en pratique, deux rayons particuliers suffisent à obtenir le point image B' . Le troisième rayon permet alors de vérifier la construction.

→ Dans le cas de la loupe, B' est l'intersection des rayons émergeant de la lentille que l'on prolonge dans l'espace objet : l'image est alors virtuelle.



Exercice résolu

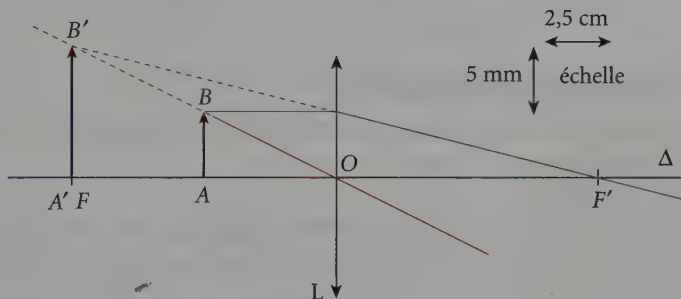
➔ Déterminer géométriquement l'image $A'B'$ d'un objet AB

Énoncé

Un objet AB de hauteur 5 mm est placé perpendiculairement à l'axe optique d'une lentille L convergente de distance focale $f' = 10$ cm. La distance entre la lentille et le point A est de 5,0 cm. Construire l'image $A'B'$ de AB à travers la lentille. En déduire ses caractéristiques et sa distance à la lentille L .

Corrigé commenté

La représentation graphique de la situation est :



avec, d'après l'énoncé, $OF' = f' = 10$ cm, $OA = 5,0$ cm et $AB = 5$ mm.

L'image $A'B'$ est obtenue en traçant les rayons particuliers suivants : le rayon parallèle à Δ avant la lentille et passant par F' après et le rayon passant par le centre optique O de la lentille. D'après la construction, l'image $A'B'$ est **droite, virtuelle et deux fois plus grande que l'objet** (effet loupe),

soit encore $A'B' = 2AB = 2 \times 5 = 10$ mm

et $OA' = 2OA = 2 \times 5,0 = 10,0$ cm.

On constate aussi que dans cette configuration, A' est confondu avec le foyer focal objet F de L .

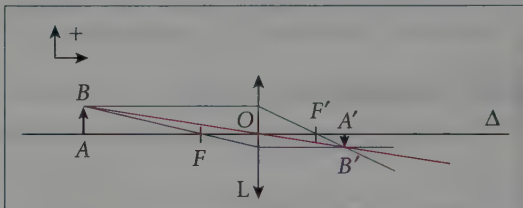
Dans le cas d'un objet placé au milieu du segment $[OF]$, on obtient une image droite, virtuelle et deux fois plus grande que l'objet.

5 Image à travers une lentille : méthode analytique

1 Grandeurs algébriques

→ Le trajet de la lumière impose un sens aux grandeurs mesurées : on comptera positivement toute distance mesurée dans le même sens que la propagation de la lumière (de gauche à droite).

→ Les grandeurs considérées sont donc des grandeurs algébriques : on note par exemple $\overline{OF'} > 0$, mais $\overline{OF} < 0$.



2 Relation de conjugaison

→ La position A' , point image conjugué d'un point objet A à travers une lentille L de centre O et de foyer focal image F' , est telle que :

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{\overline{OF'}} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} \overline{OA'} : \text{distance algébrique de } O \text{ à } A' \text{ (en m),} \\ \overline{OA} : \text{distance algébrique de } O \text{ à } A \text{ (en m),} \\ \overline{OF'} : \text{distance focale image } f' \text{ (en m).} \end{cases}$$

3 Relation du grandissement

→ La taille de l'image $A'B'$ est telle que $\frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$, les grandeurs algébriques (en m) étant comptées positivement lorsqu'elles sont orientées de bas en haut.

→ On appelle grandissement, noté γ , le rapport algébrique entre la taille de l'image et celle de l'objet.

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} \gamma : \text{grandissement (sans unité),} \\ \overline{A'B'}, \overline{AB}, \overline{OA'} \text{ et } \overline{OA} : \text{grandeurs} \\ \text{algébriques (en m).} \end{cases}$$

Remarque : si $\gamma > 0$, l'image est dite droite par rapport à l'objet, alors que si $\gamma < 0$, l'image est dite renversée.

Exercice résolu

→ Déterminer analytiquement l'image $A'B'$ d'un objet AB

Énoncé

Reprenons l'énoncé de l'exercice résolu précédent. Un objet AB , de hauteur 5 mm, est placé perpendiculairement à l'axe optique d'une lentille L convergente de distance focale $f' = 10$ cm. La distance entre la lentille et le point A est de 5,0 cm.

Retrouver par le calcul les caractéristiques de l'image $A'B'$.

Corrigé commenté

D'après l'énoncé, on a $\overline{AB} = +5$ mm, $\overline{OF'} = f' = +10$ cm et $\overline{OA} = -5,0$ cm, l'objet étant situé avant la lentille.

La formule de conjugaison permet de calculer la distance entre la lentille et

l'image $A'B'$: $\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{\overline{OF'}}$, soit :

$$\frac{1}{\overline{OA'}} = \frac{1}{\overline{OF'}} + \frac{1}{\overline{OA}}$$

$$\text{A.N. : } \frac{1}{\overline{OA'}} = \frac{1}{+10 \cdot 10^{-2}} + \frac{1}{-5,0 \cdot 10^{-2}} = -10 \text{ m}^{-1}$$

$$\text{d'où } \overline{OA'} = \frac{1}{-10} = -0,10 \text{ m} = -10 \text{ cm.}$$

La formule du grandissement permet de calculer la taille de l'image

$$\text{obtenue : } \gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}, \text{ soit } \overline{A'B'} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} \cdot \overline{AB}$$

$$\text{A.N. : } \overline{A'B'} = \frac{-0,10}{-5,0 \cdot 10^{-2}} \times 5 \cdot 10^{-3} = +1 \cdot 10^{-2} \text{ m ou } +10 \text{ mm et } \gamma = +2.$$

On peut alors conclure que :

- $\overline{OA'} < 0$: l'image $A'B'$ est dans l'espace objet, espace avant la lentille. Elle est donc virtuelle ;
- $\overline{A'B'} > 0$ et $\gamma = 2 > 0$: l'image est dans le même sens que l'objet. Elle est donc droite et deux fois plus grande.

Traduire les données de l'énoncé en valeurs algébriques et bien faire attention aux signes de ces grandeurs.

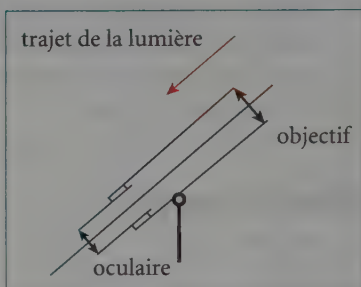
6 Un exemple d'appareil optique : la lunette astronomique

1 Éléments de la lunette

→ La lunette astronomique est un appareil optique destiné à l'observation des astres. Elle est utilisée pour grossir l'image des objets observés en captant un maximum de lumière.

→ La lunette est constituée de deux lentilles :

- l'**objectif** (près de l'objet), lentille mince convergente L_1 de distance focale importante ;
- l'**oculaire** (près de l'œil), lentille mince convergente L_2 de faible distance focale.



2 Formation des images

→ Modélisation

Une lunette est modélisée par deux lentilles convergentes de même axe optique Δ :

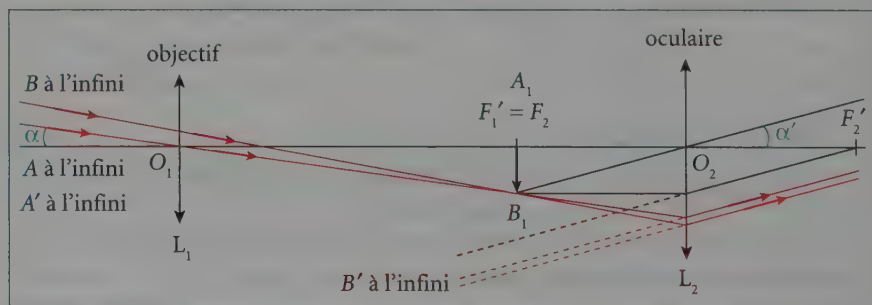
- une lentille L_1 (objectif) de centre optique O_1 et de distance focale f_1' ;
- la lentille L_2 (oculaire) de centre optique O_2 et de distance focale $f_2' < f_1'$.

→ Rôle des lentilles

L'objectif donne d'un objet AB une image intermédiaire A_1B_1 renversée.

L'objet étant un astre très lointain, on considère qu'il est à l'infini, et l'image A_1B_1 est alors formée dans le plan focal image de l'objectif.

L'oculaire joue le rôle de loupe et donne de l'image intermédiaire (nouvel objet pour l'oculaire) une image définitive $A'B'$ renversée par rapport à AB .



→ Système afocal

La plupart des lunettes constituent des systèmes afocaux : le foyer focal image F_1' de l'objectif est confondu avec le foyer focal objet F_2 de l'oculaire.

L'image définitive $A'B'$ est alors formée à l'infini. Dans ce cas, elle peut être perçue par l'œil d'un observateur sans accommoder, ce qui limite sa fatigue oculaire.

→ Grossissement de la lunette

Soient les diamètres apparents α et α' définis comme notés dans la figure précédente.

On appelle grossissement de la lunette :

- $G = \frac{\alpha}{\alpha'}$, avec α et α' : diamètres apparents vus respectivement à l'œil nu et à travers la lunette (en rad),
- $G = \frac{f_1'}{f_2}$, avec f_1' et f_2 : distances focales respectivement de l'objectif et de l'oculaire (en m).

Remarque : G est une grandeur sans unité valant de quelques dizaines à quelques milliers.

Exercice résolu

→ Exprimer le grossissement de la lunette

Énoncé

À partir de la définition de G en fonction de α et α' ,

en déduire que $G = \frac{f_1'}{f_2}$.

$\tan \alpha \approx \alpha$ dans l'approximation des petits angles.

Corrigé commenté

En utilisant les angles alternes-internes, on peut écrire :

$$\alpha = \tan \alpha = \frac{A_1 B_1}{O_1 F_1'} \quad \text{et} \quad \alpha' = \tan \alpha' = \frac{A_1 B_1}{O_2 F_2}, \text{ d'où } G = \frac{\alpha}{\alpha'} = \frac{O_1 F_1'}{O_2 F_2} \text{ en}$$

simplifiant par $A_1 B_1$. Finalement, sachant que les distances $O_1 F_1' = f_1'$ et

$$O_2 F_2 = O_2 F_2' = f_2', \text{ on a : } G = \frac{f_1'}{f_2'}.$$

Méthode

Déterminer l'image définitive $A'B'$ de AB à travers un système optique

Sujet exemple

Soit le système optique constitué de deux lentilles minces convergentes L_1 ($C_1 = 20 \text{ δ}$) et L_2 ($C_2 = 8 \text{ δ}$) de même axe optique. La distance entre leurs centres optiques est de 25 cm.

Déterminer par une méthode géométrique puis analytique l'image définitive $A'B'$ de l'objet AB à travers ce système optique, AB étant de hauteur 1,0 cm et placé 20 cm derrière L_1 .

Ce qu'il faut faire

Méthode géométrique

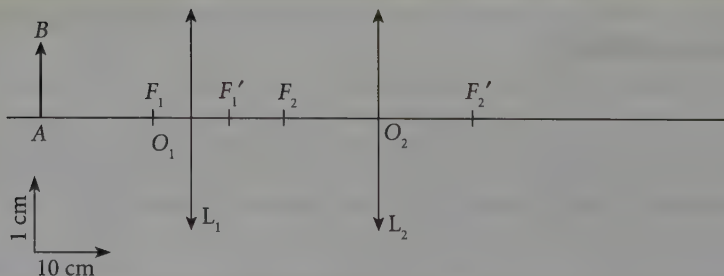
Étape 1 :

- Déterminez la distance focale de chacune des lentilles et faites un schéma à l'échelle de la situation en respectant les données du problème.

Les distances focales des lentilles sont :

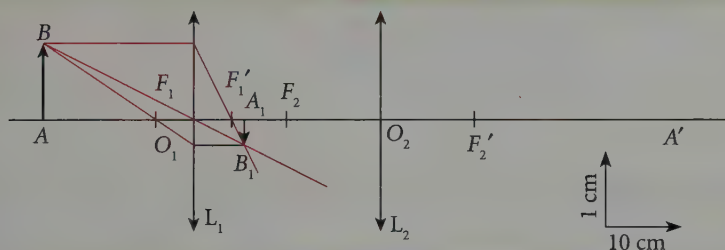
$$f_1' = \frac{1}{C_1} = \frac{1}{20} = 0,050 \text{ m} = 5,0 \text{ cm}$$

$$f_2' = \frac{1}{C_2} = \frac{1}{8} = 0,125 \text{ m} = 12,5 \text{ cm}$$

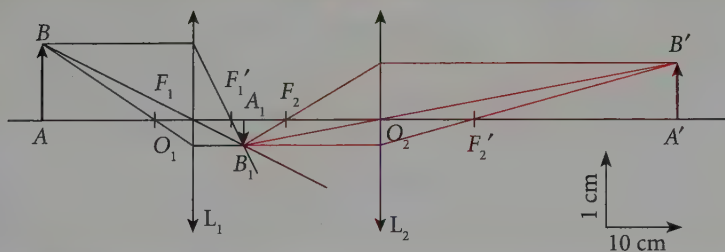


Étape 2 :

- Construisez dans un premier temps l'image intermédiaire A_1B_1 de l'objet AB à travers la lentille L_1 sans vous soucier de L_2 :
- Si AB est à une distance finie, construisez deux des trois rayons particuliers. B_1 se situe alors à l'intersection de ces rayons (le troisième peut, dans certains cas, servir à confirmer cette position). A_1 est alors la projection orthogonale de B_1 sur l'axe optique.
- Si AB est situé à l'infini, construisez le rayon particulier passant par O_1 gardant la direction du rayon provenant de l'infini. A_1 est confondu avec F_1' , et B_1 se situe à l'intersection de la perpendiculaire à l'axe optique en F_1' et du rayon particulier.

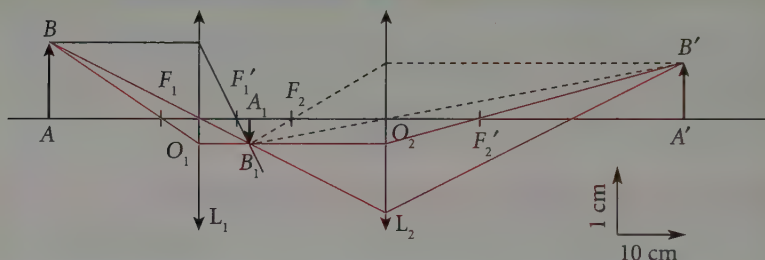
**Étape 3 :**

- Reprenez l'étape 2 en utilisant A_1B_1 comme nouvel objet de la lentille L_2 sans vous soucier de L_1 et des rayons précédemment tracés. L'image ainsi formée est l'image définitive $A'B'$.



Étape 4 :

- Terminez la construction des rayons tracés lors de l'étape 2 en les prolongeant jusqu'à la lentille L_2 et en les faisant converger en B' à la sortie de L_2 ou en traçant les rayons parallèles à ceux obtenus après L_2 si l'image définitive est projetée à l'infini.

**Méthode analytique****Étape 1 :**

- Traduisez les données de l'énoncé en grandeurs algébriques.

La situation est telle que : $\overline{O_1 F_1'} = f_1' = +5 \text{ cm}$;

$$\overline{O_2 F_2'} = f_2' = +12,5 \text{ cm} ;$$

$$\overline{AB} = +1,0 \text{ cm} ; \overline{O_1 A} = -20 \text{ cm} ;$$

$$\overline{O_1 O_2} = +25 \text{ cm} .$$

Étape 2 :

- En ne considérant que la lentille L_1 donnant de l'objet AB une image intermédiaire $A_1 B_1$, appliquez les formules de conjugaison et du grandissement pour obtenir les caractéristiques de $A_1 B_1$.

Formule de conjugaison appliquée à L_1 :

$$\frac{1}{\overline{O_1 A_1}} - \frac{1}{\overline{O_1 A}} = C_1, \text{ soit } \boxed{\frac{1}{\overline{O_1 A_1}} = \frac{1}{\overline{O_1 A}} + C_1}$$

$$\text{A.N. : } \frac{1}{\overline{O_1 A_1}} = \frac{1}{-0,20} + 20 = 15 \text{ m}^{-1}$$

$$\text{et } \overline{O_1 A_1} = 0,067 \text{ m} = \mathbf{6,7 \text{ cm}} .$$

- Vous pouvez alors en déduire $\overline{O_1A_1}$ et $\overline{A_1B_1}$;

Formule du grandissement :

$$\frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{O_1A_1}}{\overline{O_1A}} \quad \text{soit} \quad \overline{A_1B_1} = \frac{\overline{O_1A_1}}{\overline{O_1A}} \cdot \overline{AB}$$

$$\begin{aligned} \text{A.N. : } \overline{A_1B_1} &= \frac{0,067}{-0,20} \times 0,010 = -3,3 \cdot 10^{-3} \text{ m} \\ &= -0,33 \text{ cm} . \end{aligned}$$

Étape 3 :

- À partir de $\overline{O_1A_1}$, exprimez puis calculez $\overline{O_2A_1}$.

$$\overline{O_2A_1} = \overline{O_2O_1} + \overline{O_1A_1}$$

$$\text{A.N. : } \overline{O_2A_1} = -25 + 6,7 = -18,3 \text{ cm} .$$

Étape 4 :

- Reprenez l'étape 2 en remplaçant L_1 par L_2 et en considérant A_1B_1 comme nouvel objet pour la lentille L_2 .
 $A'B'$ est alors l'image définitive de A_1B_1 à travers L_2 .

- Vous pouvez en déduire $\overline{O_2A'}$ et $\overline{A'B'}$.

Formule de conjugaison appliquée à L_2 :

$$\frac{1}{\overline{O_2A'}} - \frac{1}{\overline{O_2A_1}} = C_2$$

d'où :

$$\frac{1}{\overline{O_2A'}} = \frac{1}{\overline{O_2A_1}} + C_2$$

$$\text{A.N. : } \frac{1}{\overline{O_2A'}} = \frac{1}{-0,183} + 8 = 2,5 \text{ m}^{-1}$$

$$\text{et } \overline{O_2A'} = 0,39 \text{ m} = 39 \text{ cm sans arrondi.}$$

Formule du grandissement :

$$\frac{\overline{A'B'}}{\overline{A_1B_1}} = \frac{\overline{O_2A'}}{\overline{O_2A_1}} , \quad \text{soit} \quad \overline{A'B'} = \frac{\overline{O_2A'}}{\overline{O_2A_1}} \cdot \overline{A_1B_1}$$

$$\text{A.N. : } \overline{A'B'} = \frac{0,39}{-0,183} \times (-0,0033) =$$

$$\overline{A'B'} = 7,0 \cdot 10^{-3} \text{ m} = 0,70 \text{ cm} .$$

Réflexes à avoir et pièges à éviter

- R1** Bien utiliser le point image A' symétrique de A à travers un miroir plan pour construire les rayons réfléchis.
- R2** Savoir construire sans hésitation les trois rayons particuliers.
- R3** Être capable de reconnaître une situation dans laquelle une lentille joue le rôle de loupe.
- P1** Attention, dans tout traitement analytique d'un problème optique, les grandeurs utilisées sont des grandeurs algébriques !
- P2** Dans le cas d'un système optique composé d'au moins deux éléments (lentille ou miroir), bien penser que l'image à travers le premier élément devient l'objet du second élément.
- P3** Attention, à toute image située dans le plan focal image d'une lentille correspond un objet à l'infini. À l'inverse, toute image à travers une lentille d'un objet situé dans le plan focal objet de la lentille est projetée à l'infini.

Vérifiez vos connaissances

1 Vrai-Faux

➔ corrigé p. 168

1. L'angle de réfraction est inférieur à l'angle d'incidence. ☐ V ☐ F
2. Le champ d'un miroir dépend de la position de l'observateur. ☐ V ☐ F
3. Quel que soit l'objet AB , les trois rayons particuliers issus de B convergent en son image B' . ☐ V ☐ F
4. Si $|\gamma| < 1$, la taille de l'image est plus petite que celle de l'objet. ☐ V ☐ F
5. Si $\gamma < 0$, alors l'image est virtuelle. ☐ V ☐ F

Exercices d'entraînement

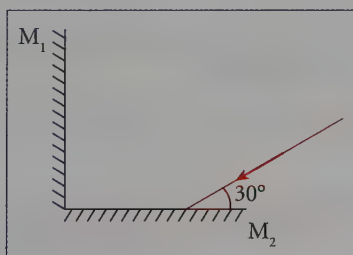
2 * Miroirs perpendiculaires

➔ R1 et P2

➔ corrigé p. 168

Dans une salle de danse, on a placé sur deux pans de murs perpendiculaires de grands miroirs plans.

Terminer la trajectoire du rayon lumineux incident et calculer la déviation totale du rayon après réflexion sur les miroirs.



3 ** Lunette de Kepler

➔ R2, P1, P2 et P3

➔ corrigé p. 169

En 1611, Kepler propose le principe de la lunette astronomique, avec des lentilles convergentes pour l'oculaire et l'objectif. Il améliore la lunette de Galilée, mais l'image est renversée. Kepler ne mettra cependant pas son idée en pratique, et il faudra attendre 1617 pour voir apparaître les premières lunettes astronomiques.

On se propose de modéliser une lunette astronomique à l'aide de deux lentilles convergentes :

- une lentille L_1 de distance focale $f_1' = 60 \text{ cm}$;
- une lentille L_2 de distance focale $f_2' = 10 \text{ cm}$.

À la lentille L_2 on associe la lentille L_1 , placée devant L_2 , pour simuler sur le banc d'optique une lunette astronomique utilisée pour observer un objet AB . On se place dans le cas où l'image intermédiaire A_1B_1 est située dans le plan focal objet de la lentille L_2 . La distance entre les centres optiques des deux lentilles est fixée à 70 cm.

1. Quel rôle joue A_1B_1 pour la lentille L_2 ?
2. Comment, dans ce système optique, nomme-t-on les lentilles L_1 et L_2 ?
3. Où se situe l'objet AB ?
4. Réaliser un schéma à l'échelle en traçant :
 - la lentille L_1 et son centre optique O_1 ;
 - les foyers des deux lentilles L_1 et L_2 ;
 - l'image intermédiaire A_1B_1 de hauteur 1 cm ;
 - le tracé de deux rayons lumineux traversant les deux lentilles du système optique en passant par B_1 .
5. D'après la construction précédente, où se trouve l'image définitive $A'B'$?
Une des caractéristiques de ce système optique est son grossissement, défini par le rapport du diamètre apparent de l'image à celui de l'objet : $G = \frac{\alpha'}{\alpha}$.
6. Définir le diamètre apparent α de l'objet et le diamètre apparent α' de l'image en les indiquant sur la figure précédente.
7. Exprimer G en fonction des distances focales des deux lentilles puis le calculer.

Pour aller plus loin

4 ** Rétroprojecteur

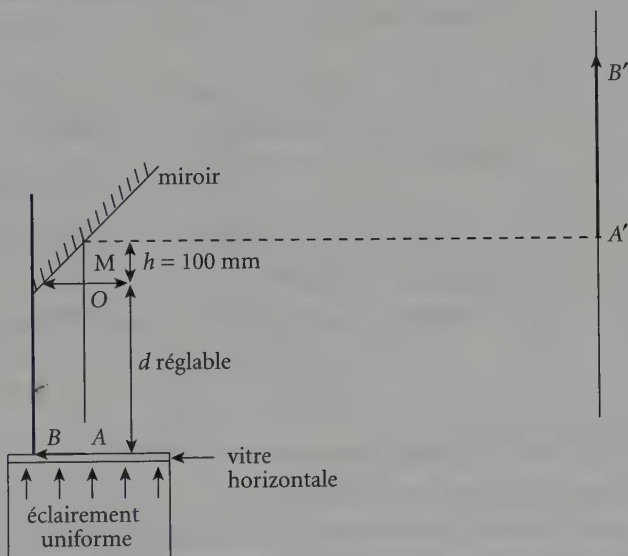
➡ R2 et P2

➡ corrigé p. 171

La lentille L donne une image intermédiaire A_1B_1 d'un objet AB , et le miroir plan fournit une image définitive $A'B'$ sur l'écran.

Le centre optique O de la lentille est situé à une distance h du point M du miroir. Lorsque la distance $OA = d$ réglable est fixée, on obtient une image définitive $A'B'$ sur l'écran.

$A_1 \longrightarrow B_1$



Le schéma correspond à cette situation. Y sont représentés l'objet AB , l'image intermédiaire A_1B_1 et l'image définitive $A'B'$.

1. Construire sur le schéma le trajet suivi par un rayon lumineux issu de B et passant par le centre optique O de la lentille L .
2. Quel rôle joue l'image intermédiaire A_1B_1 pour le miroir ?
3. Justifier la position de l'image intermédiaire A_1B_1 sur le schéma.

5 ** Microscope

➔ R2, P1, P2 et P3

➔ corrigé p. 172

Au cours d'une séance de travaux pratiques, un élève modélise un microscope à l'aide de deux lentilles convergentes qui sont décrites ci-dessous :

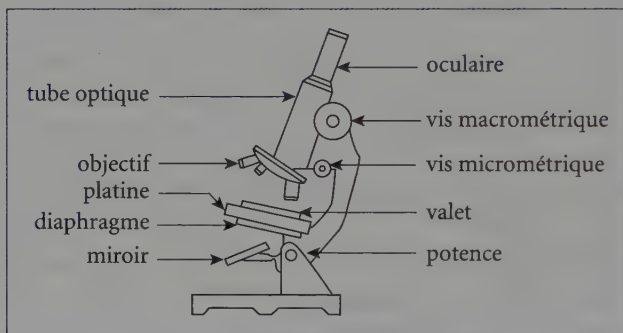
- pour l'objectif : une lentille L_1 , de centre optique O_1 , de vergence $C_1 = 10 \delta$;
- pour l'oculaire : une lentille L_2 , de centre optique O_2 , de vergence $C_2 = 5 \delta$.

Les centres optiques des deux lentilles sont distants de 50 cm.

L'élève utilise comme objet AB un quadrillage millimétrique éclairé, perpendiculairement à l'axe optique.

Le point A est considéré sur l'axe. La hauteur de l'objet AB est de 5,0 mm.

Cet objet est placé devant l'objectif, à 15 cm du centre optique O_1 .



1. Déterminer les distances focales des deux lentilles.

Étude de l'image donnée par l'objectif

À l'aide d'un écran, l'élève recherche la position de l'image intermédiaire A_1B_1 de l'objet AB donnée par la lentille L_1 .

2. Calculer, en utilisant la relation de conjugaison, la position de l'image intermédiaire A_1B_1 formée sur l'écran.

3. Calculer le grandissement de l'objectif. En déduire la taille de l'image intermédiaire A_1B_1 .

Étude de l'image donnée par l'oculaire

4. L'élève observe l'image définitive $A'B'$ en regardant à travers l'oculaire, son œil n'accomode pas.

Que peut-on dire de la position de l'image définitive $A'B'$ ainsi observée ?
Quelle doit être la position particulière de l'image intermédiaire A_1B_1 ?

Construction des rayons lumineux à travers le microscope

5. Faire un schéma à l'échelle du dispositif. Placer les foyers F_1 , F'_1 , F_2 et F'_2 des lentilles L_1 et L_2 et également l'objet AB (hauteur 5 mm).
6. Construire l'image intermédiaire A_1B_1 et l'image définitive $A'B'$.

Détermination du grossissement du microscope

Ce grossissement est donné par le rapport :

$$G = \frac{\theta'}{\theta}$$

- θ correspond au diamètre apparent de l'objet AB , c'est-à-dire à l'angle sous lequel l'œil voit l'objet, sans microscope, à une distance $d_m = 0,25 \text{ m}$.
- θ' est l'angle sous lequel l'œil, placé au foyer image F'_2 de l'oculaire, voit l'image définitive $A'B'$.

Données : les angles utilisés étant petits, on pourra utiliser les approximations suivantes : $\tan \theta \approx \theta$ et $\tan \theta' \approx \theta'$, avec θ et θ' en rad.

7. Représenter θ' sur le schéma et calculer le grossissement G .

Corrigés

1 Vrai-Faux

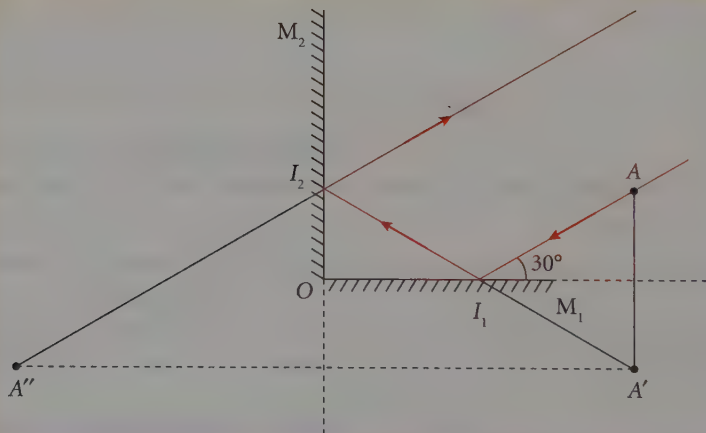
1. Faux. Si l'indice du milieu 2 est inférieur à celui du milieu incident 1, l'angle de réfraction est supérieur à l'angle d'incidence.
2. Vrai. Il est défini par les deux rayons extrêmes passant par les bords du miroir provenant du point image de l'observateur.
3. Faux. Il faut penser que dans certains cas, il n'est possible de tracer que deux rayons particuliers (exemple : si AB est dans le plan focal objet d'une lentille, le rayon passant par F ne peut être tracé).
4. Vrai. On a alors la taille de l'image $A'B'$ inférieure à la taille de l'objet AB .
5. Faux. Si $\gamma < 0$, alors l'image est renversée.

2 Miroirs perpendiculaires

Le trajet du rayon lumineux est obtenu en construisant A' image de A à travers le miroir M_1 et A'' image de A' à travers le miroir M_2 .

Le rayon issu de A est réfléchi par M_1 , et la portion de rayon réfléchi semble provenir de A' . De même, ce rayon réfléchi subit une seconde réflexion sur le miroir M_2 et la nouvelle portion de rayon réfléchi semble provenir de A'' .

Tracer le symétrique A' de A à travers M_1
Puis le symétrique A'' de A' à travers M_2 .



L'angle d'attaque étant égal à 30° , on en déduit que son complémentaire ou angle d'incidence i_1 vaut : $i_1 = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$.

La loi de Descartes de la réflexion implique pour l'angle de réflexion :

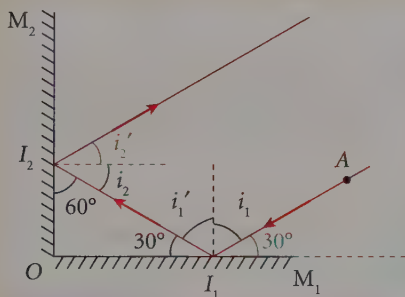
$$i_1' = i_1 = 60^\circ.$$

Son complémentaire $\widehat{OI_1I_2}$ vaut donc $90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$.

Le triangle rectangle (I_1OI_2) est rectangle en O , donc on a $\widehat{OI_2I_1} = 60^\circ$ et son complémentaire $i_2 = 30^\circ$, i_2 étant l'angle d'incidence pour la seconde réflexion par M_2 . La loi de Descartes de la réflexion impose :

$$i_2' = i_2 = 30^\circ.$$

Finalement, on note que l'angle d'entrée et l'angle de sortie, étant mesurés tous les deux à partir de la direction du miroir M_1 , sont égaux.



Le rayon incident et le rayon obtenu après réflexions sur les miroirs sont parallèles. Il n'y a donc pas de déviation angulaire, mais un décalage du rayon de sortie par rapport au rayon incident.

3 Lunette de Kepler

1. Le système peut être modélisé comme suit :

$$AB \text{ (objet)} \xrightarrow{L_1} A_1B_1 \text{ (image intermédiaire)} \xrightarrow{L_2} A'B' \text{ (image définitive)}$$

A_1B_1 apparaît alors comme un objet pour la lentille L_2 .

2. L_1 est l'objectif, lentille de grande focale, et L_2 est l'oculaire, lentille de courte focale.

3. La distance entre les centres optiques est $\overline{O_1O_2} = +70 \text{ cm}$.

$$\text{Or} \quad \overline{O_1O_2} = \overline{O_1F_1'} + \overline{F_1'F_2} + \overline{F_2O_2}$$

$$\text{d'où :} \quad \overline{F_1'F_2} = \overline{O_1O_2} - \overline{O_1F_1'} - \overline{F_2O_2}$$

que l'on écrit encore en utilisant les distances focales

$$\text{des deux lentilles :} \quad \overline{F_1'F_2} = \overline{O_1O_2} - f_1' - f_2'$$

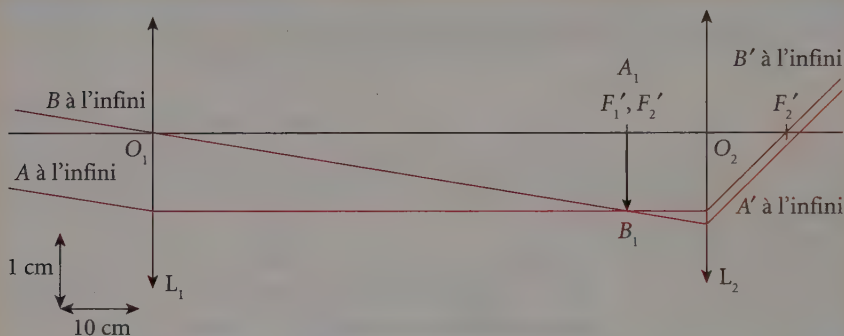
Montrer que
la lunette
de Kepler
est un système
optique afocal.

A.N. : $\overline{F_1'F_2} = 70 - 60 - 10 = 0$.

F_1' et F_2 sont confondus, la lunette est donc afocale.

A_1B_1 est dans le plan focal objet de L_2 , elle est alors aussi dans le plan focal image de L_1 . L'objet AB qui lui correspond doit donc être situé à l'infini.

4. Dans le cas de la lunette, l'image intermédiaire A_1B_1 est renversée. On en déduit alors que $\overline{A_1B_1} = -1 \text{ cm}$.



À partir de B_1 , on sait que le rayon passant par O_1 , centre optique de L_1 , n'est pas dévié au passage de cette lentille. Ce rayon détermine donc la direction incidente sur la lentille L_1 .

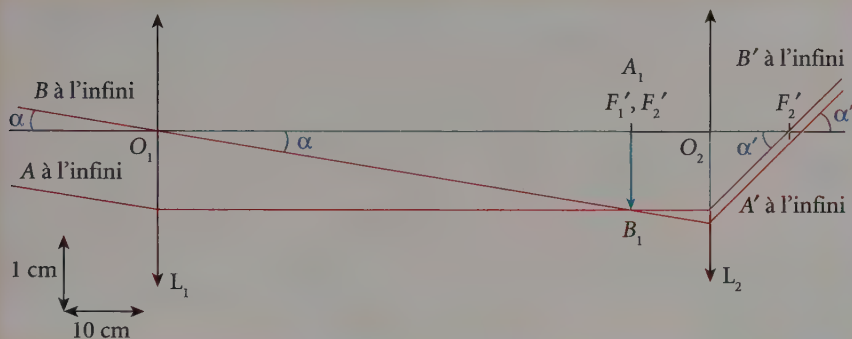
Toujours à partir de B_1 , le rayon parallèle à l'axe optique entre les deux lentilles, converge en F_2' après le passage de L_2 . L'image intermédiaire étant dans le plan focal objet de L_2 , on en déduit que l'image définitive $A'B'$ est projetée à l'infini, et le rayon émergent passant par F_2' détermine donc la direction émergente après la lentille L_2 . Finalement, on peut compléter les deux rayons particuliers tracés parallèles entre eux avant L_1 et après L_2 .

5. Par construction, l'image définitive $A'B'$ est projetée à l'infini.

6. Le diamètre apparent α de l'objet est l'angle sous lequel est vu l'objet à l'œil nu. Il correspond à l'angle entre l'axe optique et la direction du rayon incident.

Le diamètre apparent α' de l'image est l'angle sous lequel est vue l'image définitive après la lunette. Il est défini par l'angle entre l'axe optique et la direction du rayon émergent du système optique.

Tout objet dans le plan focal objet d'une lentille a son image projetée à l'infini.



7. En considérant les angles de la figure précédente, on peut faire apparaître les diamètres apparents à d'autres endroits de la construction.

Ainsi : $G = \frac{\alpha'}{\alpha}$

avec $\tan \alpha = \alpha = \frac{A_1 B_1}{O_1 F_1'}$, et $\tan \alpha' = \alpha' = \frac{A_1 B_1}{O_2 F_2'}$

selon l'approximation des petits angles.

On a alors :

$$G = \frac{O_1 F_1'}{O_2 F_2'} = \frac{f_1'}{f_2'}$$

A.N. : $G = \frac{60}{10} = 6,0$.

La valeur du grossissement d'une lunette doit être supérieure à 1, cet instrument d'optique grossissant les astres observés.

4 Rétroprojecteur

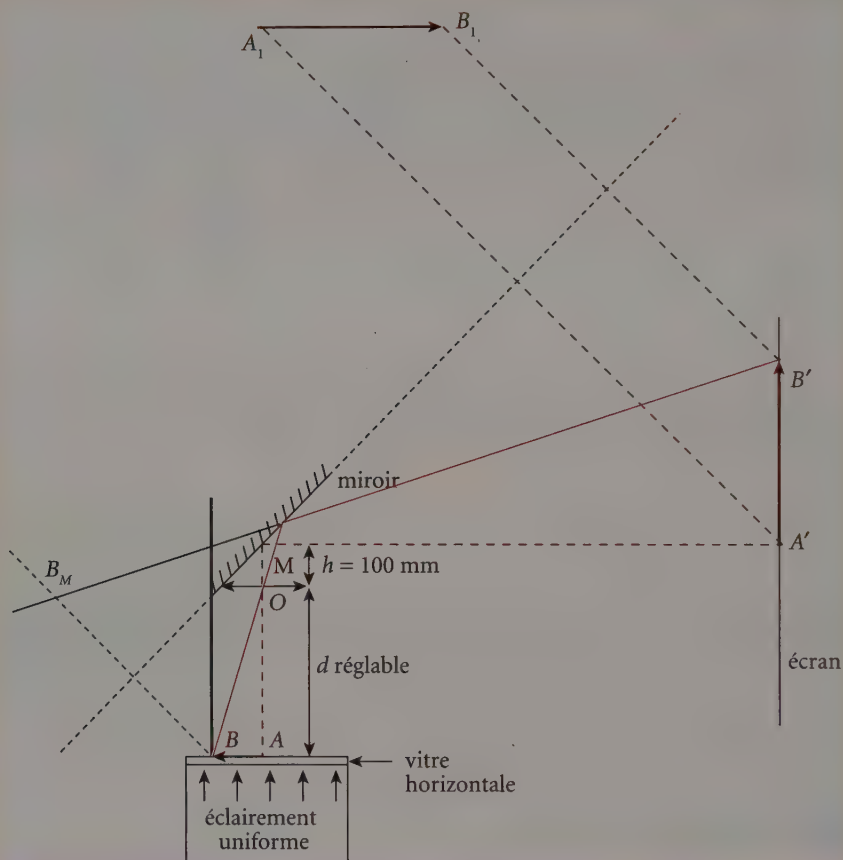
1. Le rayon issu de B passant par O n'est pas dévié. Il est ensuite réfléchi par le miroir M , et le rayon réfléchi semble provenir de B_M , image de B à travers M .

On vérifie bien que ce rayon converge en B' , point image de B à travers l'ensemble du système optique.

2. L'image intermédiaire $A_1 B_1$ est un objet pour le second élément du système optique. $A_1 B_1$ est donc un objet pour le miroir M .

3. $A_1 B_1$ est le symétrique de $A'B'$ par rapport au miroir M , ce que l'on retrouve bien par construction graphique.

Construire le symétrique B_M du point objet B à travers le miroir M , ainsi que celui de $A'B'$.



5 Microscope

1. Les distances focales sont les inverses des vergences, soit :

$$f_1' = \frac{1}{C_1} \quad f_2' = \frac{1}{C_2}$$

A.N. : $f_1' = \frac{1}{10} = 0,10 \text{ m} = 10 \text{ cm}$ et $f_2' = \frac{1}{5} = 0,2 = 20 \text{ cm}$.

2. L'objet AB est placé 15 cm avant la lentille L_1 .

On a donc : $\overline{O_1A} = -15 \text{ cm} = -0,15 \text{ m}$.

En appliquant la formule de conjugaison, on obtient : $\frac{1}{\overline{O_1 A_1}} - \frac{1}{\overline{O_1 A}} = C_1$

d'où :

$$\frac{1}{\overline{O_1 A_1}} = \frac{1}{\overline{O_1 A}} + C_1$$

$$\text{A.N. : } \frac{1}{\overline{O_1 A_1}} = \frac{1}{-0,15} + 10 = 3,33 \text{ m}^{-1} \Rightarrow \overline{O_1 A_1} = \frac{1}{3,33} = 0,3 \text{ m} = 30 \text{ cm}$$

sans approximation de calcul intermédiaire.

L'image intermédiaire $A_1 B_1$ se forme donc à 30 cm après l'objectif.

3. Le grandissement γ de l'objectif est :

$$\gamma = \frac{\overline{A_1 B_1}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{O_1 A_1}}{\overline{O_1 A}}$$

$$\text{A.N. : } \gamma = \frac{0,30}{-0,15} = -2.$$

L'image est ainsi renversée et deux fois plus grande que l'objet AB .

4. L'œil n'accommode pas si les rayons lumineux lui parvenant sont parallèles, c'est-à-dire si l'image observée est à l'infini.

Dans ce cas, l'image intermédiaire $A_1 B_1$ doit se situer dans le plan focal objet de l'oculaire.

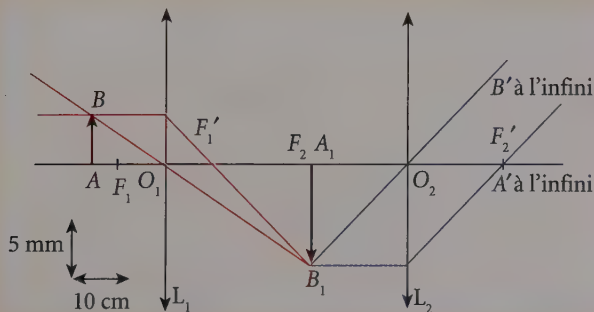
On vérifie que c'est bien le cas ici en calculant la distance : $\overline{O_1 O_2} = \overline{O_1 A_1} + \overline{A_1 O_2}$

$$\text{soit : } \overline{A_1 O_2} = \overline{O_1 O_2} - \overline{O_1 A_1}$$

$$\text{A.N. : } \overline{A_1 O_2} = +0,50 - 0,30 = +0,20 \text{ m} = +20 \text{ cm}.$$

Ce résultat correspond bien à la distance focale de l'oculaire et au fait que A_1 et F_2 soient confondus.

5. et 6. À partir de B , on trace deux rayons particuliers (tracés rouges) qui convergent en B_1 . A_1 est alors la projection orthogonale de B_1 sur l'axe optique.

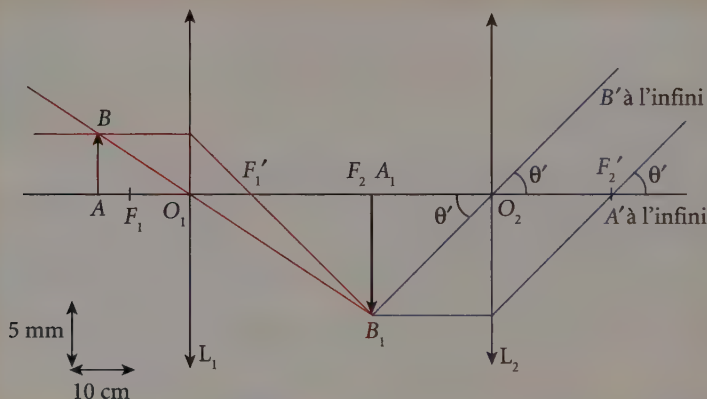


Si $\gamma < 0$,
alors l'image
est renversée
par rapport
à l'objet.

À partir de B_1 , les deux rayons particuliers construits montrent que l'image définitive est projetée à l'infini. On vérifie par construction la position calculée de l'image intermédiaire renversée et deux fois plus grande, située dans le plan focal image de l'oculaire.

Vérifier toujours la cohérence des résultats obtenus par traitement analytique et par construction.

7. La construction précédente permet de calculer θ' , que l'on retrouve à plusieurs endroits de la construction.



Par construction, on peut écrire : $\theta' = \tan \theta' = \frac{A_1 B_1}{O_2 F_2} = \frac{A_1 B_1}{O_2 F_2'} = \frac{A_1 B_1}{f_2'}$

En revanche, θ est défini par le schéma ci-contre, l'œil étant placé en O :

On peut alors écrire : $\theta = \tan \theta = \frac{AB}{d_m}$

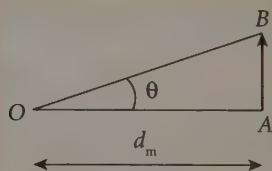
On en déduit alors le grossissement du microscope :

$$G = \frac{\theta'}{\theta} = \frac{A_1 B_1}{f_2'} \cdot \frac{d_m}{AB}$$

soit :

$$G = \frac{d_m}{f_2'} \cdot |\gamma|$$

A.N. : $G = \frac{0,25}{0,20} \times 2 = 2,5.$



Partie



Chimie

Chapitre I

Étude des transformations chimiques

1 Grandeurs physiques liées aux quantités de matière

1 Quantité de matière et masse

→ La quantité de matière n d'une espèce chimique est le nombre de moles de cette espèce (1 mole contient N_A entités). N_A est appelé **nombre d'Avogadro** et vaut $6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$.

→ Dans un échantillon, la quantité de matière n d'une espèce chimique atomique, ionique ou moléculaire est :

$$n = \frac{m}{M} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} n : \text{quantité de matière de l'espèce chimique (en mol),} \\ m : \text{masse totale dans l'échantillon (en g),} \\ M : \text{masse molaire (en g} \cdot \text{mol}^{-1}\text{).} \end{cases}$$

→ Si l'espèce chimique est un ion monoatomique, la masse molaire considérée est celle de l'atome correspondant (la masse d'une mole d'électrons étant négligeable).

→ Si l'espèce est une molécule ou un ion polyatomique, la masse molaire considérée est la somme des masses molaires des atomes qui le constituent.

Remarque : il est bon de connaître les masses molaires atomiques de l'hydrogène $M_H = 1,0 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$, du carbone $M_C = 12,0 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$, de l'azote $M_N = 14,0 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$ et de l'oxygène $M_O = 16,0 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$.

2 Masse volumique et densité

→ Masse volumique

On définit la masse volumique ρ d'un solide, d'un liquide ou d'un gaz comme :

$$\rho = \frac{m}{V} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} \rho : \text{masse volumique de l'espèce chimique (en g} \cdot \text{cm}^{-3}\text{),} \\ m : \text{masse (en g),} \\ V : \text{volume occupé par l'espèce considérée (en cm}^3\text{).} \end{cases}$$

Elle peut aussi être notée μ . On peut utiliser d'autres systèmes d'unités si la cohérence est maintenue : ρ peut ainsi s'exprimer en $\text{g} \cdot \text{L}^{-1}$ (m est alors en g et V en L) ou en $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$ (m est alors en kg et V en m^3).

La masse volumique d'un gaz dépend du volume occupé par ce gaz et donc des conditions de température et de pression.

La masse volumique de l'eau liquide est $\rho_{\text{eau}} = 1,0 \text{ kg} \cdot \text{L}^{-1} = 1,0 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$.

→ Densité

On définit la densité d d'une espèce chimique comme :

$$d = \frac{\rho}{\rho_0} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} d : \text{densité (sans unité),} \\ \rho : \text{masse volumique de l'espèce considérée (en g} \cdot \text{cm}^{-3}\text{),} \\ \rho_0 : \text{masse volumique de référence (en g} \cdot \text{cm}^{-3}\text{).} \end{cases}$$

Dans le cas d'espèces solides ou liquides, la référence des masses volumiques est l'eau liquide : $\rho_0 = \rho_{\text{eau}}$.

Dans le cas des gaz, la référence est l'air, dans les conditions de température et de pression : $\rho_0 = \rho_{\text{air}}$.

Exercice résolu

→ Déterminer la quantité de matière connaissant le volume

Énoncé

Calculer la quantité de matière contenue dans 50,0 mL de cyclohexane C_6H_{12} de densité 0,78.

Corrigé commenté

Le cyclohexane est liquide, donc sa densité est : $d = \frac{\rho}{\rho_{\text{eau}}} \Rightarrow \rho = d \cdot \rho_{\text{eau}}$.

Par définition, on peut aussi écrire $\rho = \frac{m}{V}$, soit encore $\frac{m}{V} = d \cdot \rho_{\text{eau}}$.

La quantité de matière de cyclohexane est $n = \frac{m}{M}$, soit :

$$n = \frac{d \cdot \rho_{\text{eau}} \cdot V}{M}$$

en remplaçant la masse m de cyclohexane contenue dans un volume de 50,0 mL = 50,0 cm³.

$$\begin{aligned} \text{A.N. : } M &= 6M_{\text{C}} + 12M_{\text{H}} = 6 \times 12,0 + 12 \times 1,0 \\ &= 84,0 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}. \end{aligned}$$

$$n = \frac{0,78 \times 1,0 \times 50,0}{84,0} = 0,46 \text{ mol}.$$

Donner l'expression littérale de la quantité de matière avant toute application numérique.

2 Cas d'un gaz ou d'une solution

1 Quantité de matière, pression et volume

→ Équation du gaz parfait

Dans le cas d'un gaz, s'il peut être modélisé par un gaz parfait (GP), alors la quantité de matière de ce gaz est définie par l'équation d'état :

$$PV = nRT \quad \text{avec} \quad \begin{cases} n : \text{quantité de matière du gaz (en mol),} \\ P : \text{pression du gaz (en Pa),} \\ V : \text{volume occupé par le gaz (en m}^3\text{),} \\ T : \text{température (en K),} \\ R : \text{constante des GP} \\ (R = 8,314 \text{ Pa} \cdot \text{m}^3 \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}). \end{cases}$$

Si $T(^{\circ}\text{C})$ est la température en degrés Celsius, alors la température en kelvins est :

$$T(\text{K}) = T(^{\circ}\text{C}) + 273$$

→ Volume molaire V_m

On définit le volume molaire V_m du gaz comme :

$$V_m = \frac{V}{n} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} V_m : \text{volume molaire (en L} \cdot \text{mol}^{-1}\text{),} \\ V : \text{volume occupé par le gaz (en L),} \\ n : \text{quantité de matière de gaz dans le volume} \\ \text{considéré (en mol).} \end{cases}$$

En utilisant la loi des GP, $V_m = \frac{RT}{P}$. Il ne dépend pas de la nature du gaz.

2 Quantité de matière et concentration

→ Concentration molaire c

La quantité de matière d'une espèce chimique (appelée soluté) en solution est :

$$n = cV \quad \text{avec} \quad \begin{cases} n : \text{quantité de matière du soluté (en mol),} \\ c : \text{concentration molaire du soluté (en mol} \cdot \text{L}^{-1}\text{),} \\ V : \text{volume total de la solution (en L).} \end{cases}$$

On a l'habitude de noter c la concentration molaire d'une espèce moléculaire, mais entre crochets la concentration d'une espèce ionique. Par exemple, on dira soit c

la concentration en chlorure de sodium, mais $[\text{Cl}^-]$ ou $[\text{Na}^+]$ celle des ions chlorure ou sodium en solution.

→ Concentration massique c_m

La concentration massique d'une espèce en solution se définit par :

$$c_m = \frac{m}{V} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} c_m : \text{concentration massique du } \underline{\text{soluté}} \text{ (en g} \cdot \text{L}^{-1}), \\ m : \text{masse de } \underline{\text{soluté}} \text{ dans la solution (en g),} \\ V : \text{volume total de la } \underline{\text{solution}} \text{ (en L).} \end{cases}$$

c_m est liée à la concentration molaire c : $c_m = cM$ avec M la masse molaire du soluté.

Exercice résolu

→ Déterminer la quantité de matière connaissant la pression

Énoncé

Calculer la quantité de matière en diazote et dioxygène dans 1,0 L d'air à 20 °C sous une pression de 1,0 bar.

Corrigé commenté

La quantité totale de gaz est donnée par la loi des GP : $n = \frac{PV}{RT}$.

Or l'air est constitué à 80 % de N_2 et 20 % de O_2 , donc :

$$n_{\text{N}_2} = 0,80 \times \frac{PV}{RT} \quad \text{et} \quad n_{\text{O}_2} = 0,20 \times \frac{PV}{RT}$$

A.N. : $P = 1,0 \text{ bar} = 1,0 \cdot 10^5 \text{ Pa}$; $T = 20 + 273 = 293 \text{ K}$;

$V = 1,0 \text{ L} = 1,0 \text{ dm}^3 = 1,0 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$.

$$n_{\text{N}_2} = 0,80 \times \frac{1,0 \cdot 10^5 \times 1,0 \cdot 10^{-3}}{8,314 \times 293} = 3,3 \cdot 10^{-2} \text{ mol.}$$

$$n_{\text{O}_2} = 0,20 \times \frac{1,0 \cdot 10^5 \times 1,0 \cdot 10^{-3}}{8,314 \times 293} = 8,2 \cdot 10^{-3} \text{ mol.}$$

Pour l'application
numérique,
attention
aux unités
utilisées !

3 Suivi d'une transformation chimique

1 La transformation chimique

→ État d'un système chimique

On appelle **état** d'un système chimique l'ensemble des informations suivantes, qui permettent de le décrire à un instant donné : la nature, la quantité de matière et l'état physique de chacun de ses constituants, la température et la pression du système.

→ Équation de la réaction

Tout système chimique passant d'un état à un autre subit une transformation. Une transformation chimique peut être modélisée par une réaction chimique. Son écriture symbolique est l'équation bilan : $aA + bB \rightarrow cC + dD$ par exemple. Les espèces A et B sont appelées les réactifs de la réaction et C et D les produits.

2 Suivi de la transformation

→ Avancement de la réaction x

Pour suivre l'évolution, non instantanée, de la transformation d'un système chimique, on utilise une grandeur exprimée en moles : l'avancement, noté x . À chaque instant, il est lié à la quantité de matière consommée par les réactifs et constituée par les produits.

→ Tableau d'évolution d'un système chimique

Le tableau descriptif de l'évolution du système fait le bilan des quantités de matière qui restent à l'instant considéré. En général, on s'intéresse à :

- l'état initial (E.I.) du système avant que la transformation ne s'opère et lorsque l'avancement est nul ($x = 0$ mol) ;
- l'état en cours de transformation (E.C.), état quelconque d'avancement x ;
- l'état final (E.F.) pour lequel les quantités de matière du système n'évoluent plus et l'avancement est maximal ($x = x_{\max}$).

Équation		aA	+	bB	$\rightarrow$	cC	+	dD
État	Avancement (mol)	Quantité de matière (mol)						
E.I.	$x = 0$	$n_i(A)$		$n_i(B)$		$n_i(C)$		$n_i(D)$
E.C.	x	$n_i(A) - ax$		$n_i(B) - bx$		$n_i(C) + cx$		$n_i(D) + dx$
E.F.	$x = x_{\max}$	$n_i(A) - ax_{\max}$		$n_i(B) - bx_{\max}$		$n_i(C) + cx_{\max}$		$n_i(D) + dx_{\max}$

Dans la plupart des cas, on a $n_i(\text{C}) = n_i(\text{D}) = 0$ mol à l'état initial. Les quantités de matière des réactifs diminuent en fonction de l'avancement de la réaction, alors que celles des produits augmentent.

→ Réactif limitant

Le réactif limitant (en défaut) est celui qui a entièrement disparu à l'état final. L'avancement maximal est calculé à partir de ce réactif.

Les autres réactifs sont des réactifs en excès. Dans le cas de solvants ou de gaz en excès, on pourra simplement noter « excès » dans la colonne correspondante.

Si tous les réactifs sont limitants, on parle de **mélange initial stœchiométrique**.

Exercice résolu

→ Construire le tableau d'évolution d'un système

Énoncé

Établir le tableau d'évolution de la combustion de 2 mol de méthane CH_4 dans 5 mol de dioxygène. Il se forme du dioxyde de carbone et de l'eau.

Corrigé commenté

L'équation bilan de la réaction est $\text{CH}_4(\text{g}) + 2\text{O}_2(\text{g}) \rightarrow \text{CO}_2(\text{g}) + 2\text{H}_2\text{O}(\text{g})$. On construit alors le tableau d'évolution de la combustion en considérant l'avancement x comme la quantité de matière de méthane consommé.

Équation		$\text{CH}_4 + 2\text{O}_2 \rightarrow \text{CO}_2 + 2\text{H}_2\text{O}$			
État	Avancement (mol)	Quantité de matière (mol)			
E.I.	$x = 0$	2	5	0	0
E.C.	x	$2 - x$	$5 - 2x$	x	$2x$
E.F.	$x = x_{\text{max}} = 2 \text{ mol}$	0	1	2	4

- Soit le méthane est limitant : $2 - x_{\text{max}} = 0$ mol à l'E.F. et $x_{\text{max}} = 2$ mol. Dans ce cas, les autres quantités de matière à l'E.F. sont calculées en remplaçant x_{max} par sa valeur, elles sont toutes positives.
- Soit le dioxygène est limitant : $5 - 2x_{\text{max}} = 0$ mol à l'E.F. et $x_{\text{max}} = 2,5$ mol. Dans ce cas, la quantité de matière de méthane est négative, ce qui est impossible ! Le réactif limitant est donc bien le méthane et $x_{\text{max}} = 2$ mol.

L'avancement maximal est le plus petit avancement possible à l'E.F. en considérant chaque réactif comme limitant.

Méthode

Construire le tableau d'évolution d'une transformation

Sujet exemple

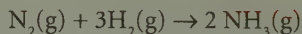
La synthèse de l'ammoniac gazeux NH_3 se fait à partir du dihydrogène et du diazote gazeux. On introduit dans un réacteur 40 L de diazote et 80 L de dihydrogène. On suppose que, dans les conditions de l'expérience, le volume molaire est $V_m = 20 \text{ L} \cdot \text{mol}^{-1}$. Établir le tableau d'évolution de la synthèse.

Ce qu'il faut faire

Étape 1 :

- Déterminez l'équation bilan de la réaction en notant bien les états physiques de chaque réactif ou produit.

L'équation de la réaction est :



Étape 2 :

- Calculez les quantités de matière des réactifs (et éventuellement des produits déjà présents) à l'état initial.
- Attention, il ne faut absolument pas se soucier du coefficient stœchiométrique de l'espèce chimique intervenant dans l'équation bilan !

À l'état initial, la quantité de matière d'ammoniac est nulle.

Les quantités de matière des réactifs sont :

$$n_{\text{N}_2}(\text{E.I.}) = \frac{V_{\text{N}_2}}{V_m} = \frac{40}{20} = 2,0 \text{ mol}$$

$$n_{\text{H}_2}(\text{E.I.}) = \frac{V_{\text{H}_2}}{V_m} = \frac{80}{20} = 4,0 \text{ mol}$$

Étape 3 :

- Construisez un tableau d'évolution en remplissant la ligne correspondant à l'équation bilan et celle des quantités de matière de l'état initial.



Équation		$\text{N}_2(\text{g}) + 3\text{H}_2(\text{g}) \rightarrow 2\text{NH}_3(\text{g})$		
État	Avancement (mol)	Quantité de matière (mol)		
E.I.	$x = 0$	2,0	4,0	0
E.C.	x			
E.F.	$x = x_{\max}$			

Étape 4 :

- Remplissez la ligne correspondant à l'état en cours de transformation en fonction de l'avancement x de la réaction et des coefficients stœchiométriques.

• **Pour les réactifs :** la quantité de matière à noter est le nombre de moles de réactif restant à la date t quelconque. Elle correspond à la différence entre la quantité de matière de l'état initial et celle consommée par le réactif considéré (soit x multiplié par le coefficient stœchiométrique du réactif dans l'équation bilan).

• **Pour les produits :** la quantité de matière à noter est le nombre de moles de produit à la date t quelconque. Elle correspond à la somme de la quantité de matière de l'état initial et de celle créée par le produit considéré. En général, la quantité de matière à l'état initial étant nulle, on ne notera que celle créée au cours de la transformation (soit x multiplié par le coefficient stœchiométrique du produit dans l'équation bilan).



Équation		$\text{N}_2(\text{g}) + 3\text{H}_2(\text{g}) \rightarrow 2\text{NH}_3(\text{g})$		
État	Avancement (mol)	Quantité de matière (mol)		
E.I.	$x = 0$	2,0	4,0	0
E.C.	x	$2,0 - x$	$4,0 - 3x$	$0 + 2x$ ou $2x$
E.F.	$x = x_{\max}$			

Étape 5 :

- Déterminez l'avancement maximal de la réaction pour pouvoir remplir la dernière ligne.

1^{re} méthode

Annulez toutes les quantités de matière des réactifs correspondant à l'état en cours et déterminez tous les avancements finaux possibles. $x_{\max}$ est alors le plus petit de tous.

2^e méthode

Annulez la quantité de matière en cours de transformation du premier réactif que vous avez noté et déduisez-en l'avancement correspondant.

Remplacez cette valeur de x dans toutes les expressions des quantités de matière des autres réactifs.

Si toutes les applications numériques obtenues sont positives, alors l'avancement calculé précédemment est valide et on a : $x = x_{\max}$.

Dans le cas contraire, reprendre le calcul pour le 2^e réactif... et ainsi de suite jusqu'à obtenir toutes les quantités de matière positives.

Déterminons l'avancement maximal $x_{\max}$.

1^{re} méthode

- Si le diazote est le réactif limitant, alors :

$$2,0 - x = 0 \Rightarrow x = 2,0 \text{ mol.}$$

- Si le dihydrogène est le réactif limitant, alors :

$$4,0 - 3x = 0 \Rightarrow x = 1,3 \text{ mol.}$$

On en déduit $x_{\max} = 1,3 \text{ mol}$.

2^e méthode

- Si le diazote est le réactif limitant, alors :

$$2,0 - x = 0 \Rightarrow x = 2,0 \text{ mol}$$

et

$$n_{\text{H}_2}(\text{E.F.}) = 4,0 - 3 \times 2,0 = -2,0 \text{ mol} < 0$$

(impossible !)

- Le réactif limitant est donc le dihydrogène, et on a :

$$4,0 - 3x = 0 \Rightarrow x_{\max} = 1,3 \text{ mol}$$

On vérifie bien que :

$$n_{\text{N}_2}(\text{E.F.}) = 2,0 - 1,3 = 0,7 \text{ mol} > 0$$

Étape 6 :

- Complétez alors la dernière ligne du tableau (E.F.) en utilisant la ligne E.C. dans laquelle vous remplacerez x par la valeur de $x_{\max}$ précédemment calculée.



Équation		$\text{N}_2(\text{g}) + 3\text{H}_2(\text{g}) \rightarrow 2\text{NH}_3(\text{g})$		
État	Avancement (mol)	Quantité de matière (mol)		
E.I.	$x = 0$	2,0	4,0	0
E.C.	x	$2,0 - x$	$4,0 - 3x$	$2x$
E.F.	$x = x_{\max} = 1,3 \text{ mol}$	0,7	0	2,6

Réflexes à avoir et pièges à éviter

R1 Ne pas oublier que la densité est une quantité sans unité et que les calculs de masse volumique doivent s'effectuer dans un système d'unités cohérentes entre elles.

R2 Avoir à l'esprit les ordres de grandeur des volumes molaires à pression atmosphérique normale :

$$V_m(T = 0^\circ\text{C}) = 22,4 \text{ L} \cdot \text{mol}^{-1} \quad V_m(T = 20^\circ\text{C}) = 24 \text{ L} \cdot \text{mol}^{-1}$$

(le volume molaire est d'autant plus grand que la température est élevée). En revanche, à température fixée, le volume molaire diminue lorsque la pression augmente.

R3 Le réactif limitant est celui qui est entièrement consommé à l'état final. Si tous les réactifs sont limitants, le mélange initial est stœchiométrique, c'est-à-dire qu'il est constitué dans les proportions données par l'équation bilan de la réaction.

P1 Attention aux unités utilisées dans l'équation du gaz parfait (la pression est en pascals, la température en kelvins et le volume en mètres cubes) !

P2 Attention, la concentration molaire tient compte de la quantité de matière du **soluté** mais du volume total de la **solution** !

P3 Le tableau d'évolution d'une transformation est un bilan des **quantités de matière** des réactifs et des produits (et non des masses, des volumes ou des concentrations). Les quantités notées sont les quantités **restantes** dans l'état considéré (et non les quantités consommées).

P4 L'état initial d'un tableau d'évolution ne tient pas compte de la stœchiométrie de l'équation de la réaction, ce qui n'est pas le cas des états en cours et final.

Exercices

Vérifiez vos connaissances

1 Vrai-Faux

→ corrigé p. 191

- | | | |
|--|----------------------------|----------------------------|
| 1. Les coefficients stoechiométriques d'une équation bilan sont toujours des nombres entiers. | ☐ V | ☐ F |
| 2. La concentration molaire correspond à la quantité de matière d'une espèce contenue dans 1,0 L de solution. | ☐ V | ☐ F |
| 3. La quantité de matière $3,2 - 2x$ (en mol) peut être celle d'un produit à l'état en cours d'une transformation. | ☐ V | ☐ F |
| 4. L'avancement d'une réaction est toujours inférieur ou égal à la plus petite des quantités de matière des réactifs à l'état initial. | ☐ V | ☐ F |
| 5. Un mélange stoechiométrique est un mélange initial équimolaire. | ☐ V | ☐ F |

Exercices d'entraînement

2 * Dilution

→ P2 → corrigé p. 191

On réalise une solution de chlorure de sodium en introduisant $m = 15,0$ g de sel dans 1,0 L d'eau (saumure à 15 %).

- Calculer la concentration molaire en chlorure de sodium de cette solution puis en ions chlorure et en ions sodium.
- On désire maintenant obtenir une saumure à 10 %. Quel volume d'eau faudra-t-il ajouter ?
- Quelle masse de sel pourra-t-on récupérer si l'on évapore l'eau de 150,0 mL de cette nouvelle solution ?

Données : $M_{Na} = 23,0 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$ et $M_{Cl} = 35,5 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$.

3 ** Dismutation de l'eau oxygénée

→ P3 et P4 → corrigé p. 192

L'eau oxygénée commerciale est une solution aqueuse de peroxyde d'hydrogène H_2O_2 utilisée comme désinfectant pour des plaies, pour l'entretien des lentilles de contact ou comme agent de blanchiment.

Le peroxyde d'hydrogène est instable, et dans certaines conditions, il peut réagir sur lui-même (dismutation) pour former de l'eau et du dioxygène.

L'eau oxygénée du commerce se présente en flacons opaques afin d'éviter que la lumière favorise sa dismutation. Le flacon utilisé porte la mention suivante : « eau oxygénée à 10 volumes ».

Cette indication est appelée le **titre** de l'eau oxygénée. Par définition, le titre est le volume de dioxygène (exprimé en litres) libéré par un litre de solution aqueuse de peroxyde d'hydrogène suivant la réaction de dismutation dans les conditions normales de température et de pression. On considérera, en première approximation, que les conditions de l'expérience sont assimilables aux conditions normales.

Une seconde indication est portée sur le flacon : « 3,0 g de H_2O_2 pour 100,0 mL d'eau oxygénée ».

Vérifier que le titre de l'eau oxygénée est cohérent avec la masse annoncée.

Donnée : volume molaire $V_m = 22,4 \text{ L} \cdot \text{mol}^{-1}$.

Pour aller plus loin

4 ** Un biocarburant : le Diester®

➔ R1, R3, P3 et P4

➔ corrigé p. 194

Le Diester® est un carburant produit à partir de l'huile de colza : la réaction du trilinoléate de glycéryle de l'huile et du méthanol forme du Diester® et du glycérol. Les caractéristiques de ce biocarburant sont très proches de celles du gazole.

Données :

	Méthanol	Trilinoléate de glycéryle (huile de colza)	Diester	Glycérol
Formule brute	CH_4O	$\text{C}_{57}\text{H}_{98}\text{O}_6$	$\text{C}_{19}\text{H}_{34}\text{O}_2$	$\text{C}_3\text{H}_8\text{O}_3$
Densité	0,79	0,82	0,89	1,26
Masse molaire ($\text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$)	32	878	294	92

1. Écrire l'équation bilan de la transformation.

On veut synthétiser le Diester® à partir d'un litre d'huile de colza en respectant les proportions stœchiométriques indiquées par l'équation.

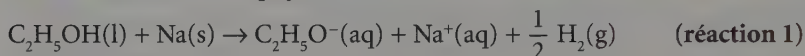
2. Déterminer la quantité de matière de trilinoléate de glycéryle contenue dans 1,0 L d'huile de colza.
3. Établir le tableau d'évolution de la synthèse du Diester®.
4. En déduire la quantité de matière puis le volume de méthanol à utiliser.
5. Quelle est la masse de Diester® obtenue ?

5 ** L'ion éthanolate

➔ R1, P3 et P4

➔ corrigé p. 195

L'éthanol, de formule C_2H_5OH , réagit avec le sodium suivant l'équation bilan :



L'ion éthanolate $C_2H_5O^-$ formé au cours de cette réaction réagit avec l'eau en donnant quantitativement de l'éthanol et des ions hydroxyde. L'équation bilan de sa réaction avec l'eau est appelée **réaction 2**.

Dans 20,0 mL d'éthanol pur, on introduit 1,0 g de sodium : une réaction assez vive et exothermique se produit, accompagnée d'un dégagement gazeux important. Après s'être assuré que tout le sodium a disparu, on refroidit le mélange réactionnel. On le verse dans une fiole jaugée de 200 mL contenant déjà un peu d'eau distillée. On complète jusqu'au trait de jauge avec de l'eau distillée. Soit S la solution homogène ainsi obtenue.

1. Montrer que l'éthanol est introduit en excès par rapport au sodium.
2. En déduire la quantité d'ions éthanolate formée lors de la réaction 1.
3. Tracer les courbes des quantités de matière en solution en fonction de l'avancement de la réaction.
4. Écrire l'équation bilan de la réaction 2.
5. Quelle est la concentration en ions hydroxyde lorsque la réaction 2 est terminée ?

Données : $M_{Na} = 23,0 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$ et masse volumique de l'éthanol $\rho = 790 \text{ g} \cdot \text{L}^{-1}$.

1 Vrai-Faux

1. Faux. Les coefficients stœchiométriques d'une équation bilan peuvent être des coefficients fractionnaires si le réactif ou le produit considéré est un corps pur (constitué d'une seule espèce chimique) gazeux dans les conditions normales de température et de pression.
2. Vrai. Par définition si $V = 1,0 \text{ L}$, alors $c = \frac{n}{1,0} = n$.
3. Faux. La quantité de matière d'un produit est la somme (et non la différence) de la quantité de matière à l'état initial et de celle créée lors de la transformation.
4. Faux. Ce n'est pas le cas si le coefficient stœchiométrique du réactif limitant est inférieur à 1 ($\frac{1}{2}$ par exemple).
5. Faux. Les réactifs d'un mélange stœchiométrique sont initialement dans les proportions de l'équation de la transformation qu'ils subissent. Un mélange équimolaire contient la même quantité de matière de chaque réactif, indépendamment de la réaction de transformation.

2 Dilution

1. Calculons la quantité de matière de chlorure de sodium contenue dans la masse m :

$$n = \frac{m}{M}$$

avec M la masse molaire moléculaire du chlorure de sodium soit $M = M_{\text{Na}} + M_{\text{Cl}}$.
La concentration molaire en chlorure de sodium est alors :

$$c = \frac{n}{V} = \frac{m}{V \cdot M} \quad \text{avec } V \text{ le volume total de la solution.}$$

De la formule brute du chlorure de sodium NaCl , on déduit que la concentration en ions chlorure et en ions sodium est égale à c .

Finalement, on obtient :

$$c = [\text{Cl}^-] = [\text{Na}^+] = \frac{m}{V \cdot M}$$

$$\text{A.N. : } M = 23,0 + 35,5 = 58,5 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$\text{et } c = [\text{Cl}^-] = [\text{Na}^+] = \frac{15,0}{1,0 \times 58,5} = 0,26 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}.$$

2. Par définition, une saumure à 10 % correspond à une masse de $m' = 10,0 \text{ g}$ de chlorure de sodium par litre de solution. Cela correspond, en utilisant la réponse précédente, à une concentration :

$$c' = \frac{m'}{V \cdot M}$$

$$\text{A.N. : } c' = \frac{10,0}{1,0 \times 58,5} = 0,17 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}.$$

La formule du chlorure de sodium NaCl montre qu'en se dissociant, 1 mole de ce cristal forme 1 mole d'ions chlorure Cl^- et 1 mole d'ions sodium Na^+ .

La solution de saumure de concentration c' est obtenue par dilution à partir de la solution de concentration c . Dans ce cas, les concentrations c et c' sont liées par la relation de la dilution :

$$c \cdot V = c' \cdot V'$$

V et V' étant respectivement les volumes des solutions de saumure à 15 % et à 10 %.

On en déduit le volume V' total, après ajout d'eau :

$$V' = \frac{c \cdot V}{c'} \quad \text{et} \quad V' = V + V_{\text{eau}}$$

avec V_{eau} le volume d'eau à ajouter au volume V de solution initiale.

Finalement, on obtient :

$$V_{\text{eau}} = \frac{c \cdot V}{c'} - V$$

soit :

$$V_{\text{eau}} = \frac{V \cdot (c - c')}{c'}$$

$$\text{A.N. : } V_{\text{eau}} = \frac{1,0 \times (0,26 - 0,17)}{0,17} = 0,53 \text{ L.}$$

3. La quantité de matière de chlorure de sodium présente dans $V_1 = 150,0 \text{ mL}$ de solution de concentration c' est :

$$n_1 = c' \cdot V_1$$

La masse de sel correspondante est alors :

$$m_1 = n_1 \cdot M$$

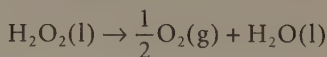
soit :

$$m_1 = c' \cdot V_1 \cdot M$$

$$\text{A.N. : } m_1 = 0,17 \times 0,150 \times 58,5 = 1,5 \text{ g.}$$

Dismutation de l'eau oxygénée

L'équation de dismutation est :



Établissons un tableau littéral de l'évolution de la réaction de dismutation, et notons n_0 la quantité initiale de peroxyde d'hydrogène.

Pour obtenir une solution moins concentrée (solution fille) à partir d'une solution initiale plus concentrée (solution mère), on réalise une dilution.

L'eau oxygénée est une solution aqueuse. Le produit H_2O est considéré comme un solvant et se trouvera donc en excès par rapport à tout autre réactif ou produit.

Équation		$\text{H}_2\text{O}_2(\text{l}) \rightarrow \frac{1}{2} \text{O}_2(\text{g}) + \text{H}_2\text{O}(\text{l})$		
État	Avancement (mol)	Quantité de matière (mol)		
E.I.	$x = 0$	n_0	0	excès
E.C.	x	$n_0 - x$	$\frac{1}{2} x$	excès
E.F.	$x = x_{\text{max}} = n_0$	0	$\frac{1}{2} n_0$	excès

À l'état final, le peroxyde d'hydrogène étant le seul réactif, il est entièrement consommé et l'avancement final est $x_{\text{max}} = n_0$.

L'eau oxygénée commerciale à 10 volumes produit, par définition, $V = 10,0 \text{ L}$ de dioxygène par litre de solution dismutée. On en déduit qu'à l'état final, on a produit :

$$n_{\text{O}_2} = \frac{1}{2} n_0 = \frac{V}{V_m}$$

La quantité de matière initiale en peroxyde d'hydrogène est :

$$n_0 = \frac{2V}{V_m}$$

dans un volume total $V_0 = 1,0 \text{ L}$ de solution.

La concentration molaire initiale de l'eau oxygénée est donc :

$$c_0 = \frac{n_0}{V_0} = \frac{2V}{V_m \cdot V_0}$$

et sa concentration massique est :

$$c_m = c_0 \cdot M = \frac{2V \cdot M}{V_m \cdot V_0}$$

avec M la masse molaire du peroxyde d'hydrogène ($M = 2M_{\text{H}} + 2M_{\text{O}}$).

Finalement, la masse de peroxyde d'hydrogène contenue dans $V' = 100,0 \text{ mL}$ de solution est :

$$m = c_m \cdot V'$$

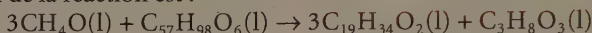
A.N. : $M = 2 \times 1,0 + 2 \times 16,0 = 34,0 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$;

$$c_m = \frac{2 \times 10,0 \times 34,0}{22,4 \times 1,0} = 30 \text{ g} \cdot \text{L}^{-1} ; \quad m = 30 \times 0,1000 = 3,0 \text{ g}.$$

On vérifie bien que les deux indications portées sur le flacon d'eau oxygénée sont cohérentes.

Un biocarburant : le Diester®

1. L'équation de la réaction est :



2. La quantité de matière de trilinoléate de glycéryle contenue

dans $V = 1,0 \text{ L}$ d'huile est $n = \frac{m}{M} = \frac{\rho V}{M}$ avec M la masse molaire du trilinoléate de glycéryle.

Avec les données proposées dans le tableau, on obtient :

$$n = \frac{d \cdot \rho_0 \cdot V}{M}$$

$\rho = d \rho_0$, avec ρ_0 la masse volumique de référence qui est celle de l'eau dans le cas des liquides ($\rho_0 = \rho_{\text{eau}} = 1,0 \cdot 10^3 \text{ g} \cdot \text{L}^{-1}$).

$$\text{A.N. : } n = \frac{0,82 \times 1,0 \cdot 10^3 \times 1,0}{878} = 0,93 \text{ mol.}$$

3. Établissons le tableau d'évolution de la synthèse du Diester®. Soit n_0 la quantité de matière de méthanol à l'état initial.

Équation		$3\text{CH}_3\text{O(l)} + \text{C}_{57}\text{H}_{98}\text{O}_6\text{(l)} \rightarrow 3\text{C}_{19}\text{H}_{34}\text{O}_2\text{(l)} + \text{C}_3\text{H}_8\text{O}_3\text{(l)}$			
État	Avancement (mol)	Quantité de matière (mol)			
E.I.	$x = 0$	n_0	0,93	0	0
E.C.	x	$n_0 - 3x$	$0,93 - x$	$3x$	x
E.F.	$x = x_{\text{max}}$ $= 0,93 \text{ mol}$	$n_0 - 3x_{\text{max}}$ $= n_0 - 2,8$	0	2,8	0,93

4. Le mélange étant stœchiométrique, tous les réactifs sont consommés à l'état final. On en déduit alors que : $n_0 - 3x_{\text{max}} = 0$

soit :

$$n_0 = 3x_{\text{max}}$$

$$\text{A.N. : } n_0 = 3 \times 0,93 = 2,8 \text{ mol.}$$

Le volume de méthanol correspondant est : $V' = \frac{m'}{\rho'}$

soit :

$$V' = \frac{n_0 \cdot M'}{d' \cdot \rho_0}$$

Les quantités primées concernent le méthanol.

$$\text{A.N. : } V' = \frac{2,8 \times 32}{0,79 \times 1,0 \cdot 10^3} = 0,11 \text{ L.}$$

5. On obtient $3x_{\max} = 2,8 \text{ mol}$ de Diester®, soit une masse :

$$m_D = 3x_{\max} \cdot M_D$$

A.N. : $m_D = 2,8 \times 294 = 8,2 \cdot 10^2 \text{ g}$.

5 L'ion éthanolate

1. La quantité de matière d'éthanol est :

$$n_1 = \frac{\rho V_{\text{éthanol}}}{M_{\text{éthanol}}}$$

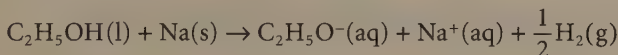
La quantité de matière de sodium est :

$$n_2 = \frac{m_{\text{sodium}}}{M_{\text{Na}}}$$

A.N. : $n_1 = \frac{790 \times 20,0 \cdot 10^{-3}}{(2 \times 12,0 + 6 \times 1,0 + 16,0)} = 3,4 \cdot 10^{-1} \text{ mol}$

et $n_2 = \frac{1,0}{23,0} = 4,3 \cdot 10^{-2} \text{ mol}$.

Dressons le tableau d'évolution de la réaction 1 :



Équation		$\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}(\text{l}) + \text{Na}(\text{s}) \rightarrow \text{C}_2\text{H}_5\text{O}^-(\text{aq}) + \text{Na}^+(\text{aq}) + \frac{1}{2} \text{H}_2(\text{g})$				
État	Avancement (mol)	Quantité de matière (mol)				
E.I.	$x = 0$	$3,4 \cdot 10^{-1}$	$4,3 \cdot 10^{-2}$	0	0	0
E.C.	x	$3,4 \cdot 10^{-1} - x$	$4,3 \cdot 10^{-2} - x$	x	x	$\frac{x}{2}$
E.F.	$x = x_{\max}$	$3,4 \cdot 10^{-1} - x_{\max}$	$4,3 \cdot 10^{-2} - x_{\max}$	$x_{\max}$	$x_{\max}$	$\frac{x_{\max}}{2}$

Si l'éthanol est le réactif limitant, alors $3,4 \cdot 10^{-1} - x = 0$ à l'état final, et $x = 3,4 \cdot 10^{-1} \text{ mol}$.

Si le sodium est le réactif limitant, alors $4,3 \cdot 10^{-2} - x = 0$ à l'état final, et $x = 4,3 \cdot 10^{-2} \text{ mol}$.

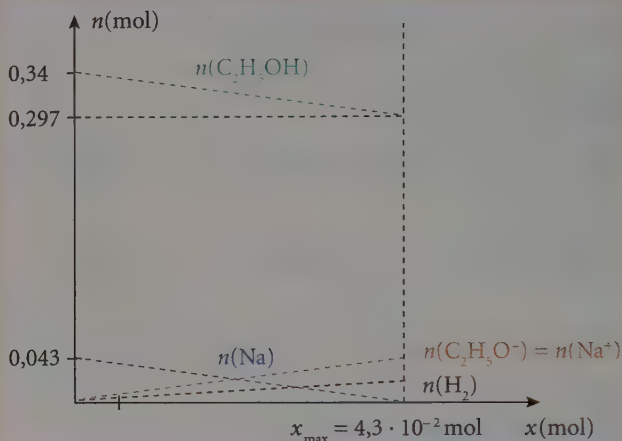
L'avancement maximal est $x_{\max} = 4,3 \cdot 10^{-2} \text{ mol}$.

L'éthanol est bien introduit en excès : à l'état final, tout le sodium a été consommé.

L'avancement maximal correspond au plus petit avancement possible à l'état final.

2. Le tableau ci-avant donne la quantité d'ion éthanolate à l'état final, soit :
 $x_{\max} = 4,3 \cdot 10^{-2} \text{ mol}$.

3. Les courbes des quantités de matière en fonction de l'avancement sont données par les équations en fonction de x à l'état en cours. On obtient alors le graphe ci-contre regroupant les cinq courbes :



4. L'équation bilan est :



5. L'eau étant en excès, on peut construire le tableau d'évolution de la réaction 2 :

Équation		$\text{C}_2\text{H}_5\text{O}^-(\text{aq}) + \text{H}_2\text{O}(\text{l}) \rightarrow \text{C}_2\text{H}_5\text{OH}(\text{l}) + \text{HO}^-(\text{aq})$			
État	Avancement (mol)	Quantité de matière (mol)			
E.I.	$x = 0$	$4,3 \cdot 10^{-2}$	excès	—	0
E.C.	x	$4,3 \cdot 10^{-2} - x$	excès	—	x
E.F.	$x = x_{\max} = 4,3 \cdot 10^{-2}$	0	excès	—	$4,3 \cdot 10^{-2}$

La réaction est terminée lorsque l'ion éthanolate est entièrement consommé et lorsque la quantité d'ions hydroxyde produite est $x_{\max} = 4,3 \cdot 10^{-2} \text{ mol}$.

La concentration correspondante est :

$$[\text{HO}^-] = \frac{x_{\max}}{V_{\text{solution}}}$$

$$\text{A.N. : } [\text{HO}^-] = \frac{4,3 \cdot 10^{-2}}{0,200} = 0,22 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}.$$

Le volume de la solution est celui de la solution S.

**Comment déterminer
les quantités de matière
en solution à l'aide
d'une mesure physique ?
Exemple de
la conductimétrie**

1 Solutions électrolytiques

1 Définition

→ Une solution conductrice

Une solution électrolytique (ionique) est une solution qui contient des ions.

Toute solution ionique contient des porteurs de charges positifs (cations) et négatifs (anions). Lorsque l'on établit le courant électrique dans une solution électrolytique, on constate une double circulation de ces ions : la solution est donc conductrice.

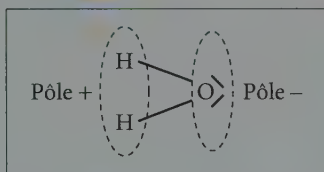
→ Comment obtenir une solution électrolytique ?

On obtient une solution électrolytique par dissolution de solides ioniques ou de certains gaz moléculaires dans l'eau ou par dilution de certains liquides moléculaires.

Le composé dissous est appelé **soluté** et l'eau est le **solvant**.

L'ensemble {solutés + solvant} est la **solution**.

2 La molécule d'eau



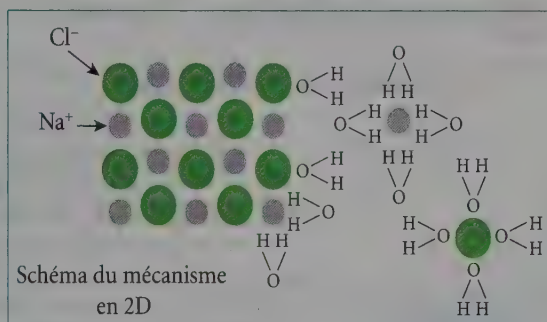
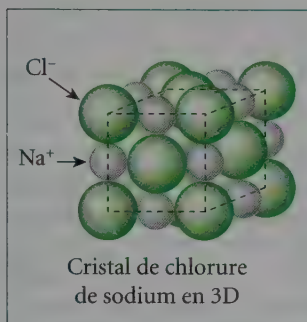
La molécule d'eau est une molécule coudée, et le barycentre de ses charges positives n'est pas confondu avec celui de ses charges négatives. Elle a donc deux pôles : un pôle plutôt négatif du côté des doublets non liants de l'oxygène et un pôle positif du côté des atomes d'hydrogène.

On dit que la molécule d'eau est **polarisée** ou **dipolaire**.

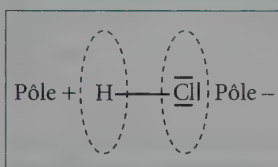
3 Mécanisme de dissolution/solvatation

→ Cas d'un solide ionique Na^+Cl^-

Un solide ionique est un réseau cristallin aux nœuds duquel se trouvent les ions. Lorsque le cristal est dans l'eau, les molécules d'eau polarisées interagissent avec les ions du cristal et affaiblissent les liaisons $\text{Na}^+ - \text{Cl}^-$. Le cristal finit par se désagréger (**dissolution**). Par la suite, chaque ion s'entoure de molécules d'eau (**solvatation** ou **hydratation** dans le cas particulier de l'eau) et est dispersé dans toute la solution (**dispersion**).



→ Cas d'un gaz moléculaire HCl



Chaque molécule du gaz est neutre et indépendante des autres. Le modèle de Lewis du chlorure d'hydrogène montre le caractère dipolaire de la molécule. HCl et H_2O étant deux molécules polaires, il se crée une interaction entre les deux dipôles suffisamment forte pour casser la liaison polarisée de la molécule HCl.

Les phénomènes de solvation et de dispersion sont identiques à ceux évoqués pour le cristal ionique.

→ «Équation» de dissociation

L'«équation» de dissociation rend compte de la dissociation d'un cristal ionique ou d'un gaz moléculaire sans faire directement intervenir le solvant. Elle assure la conservation de la matière et de la charge.

Exemple de la dissociation du chlorure de sodium : $\text{NaCl(s)} \rightarrow \text{Na}^+(\text{aq}) + \text{Cl}^-(\text{aq})$.

Exercice résolu

✚ Écrire une équation de dissociation

Énoncé

Écrire l'équation de dissociation du nitrate de calcium dans l'eau.

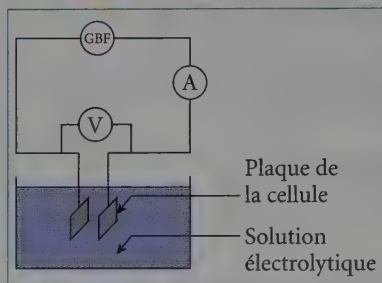
Corrigé commenté

Les ions contenus dans la solution de nitrate de calcium sont NO_3^- et Ca^{2+} . L'équation est donc : $\text{Ca(NO}_3)_2(\text{s}) \rightarrow \text{Ca}^{2+}(\text{aq}) + 2\text{NO}_3^-(\text{aq})$ pour assurer la neutralité de la solution.

Noter toujours le cation en premier et respecter la neutralité de la solution.

2 Conductimétrie

1 Cellule conductimétrique



→ Une cellule conductimétrique est composée de deux plaques planes parallèles d'aire S séparées d'une distance L . Elle est alimentée par un GBF (générateur basse fréquence) et plonge dans une solution électrolytique.

→ Le montage conductimétrique ci-contre permet de mesurer l'intensité du courant traversant la cellule (donc la solution électrolytique), ainsi que la tension à ses bornes.

2 Loi d'Ohm et conductance

→ Loi d'Ohm

Une portion de solution entre les plaques d'une cellule conductimétrique se comporte comme un conducteur ohmique : à fréquence imposée par le GBF, la tension U entre les plaques est proportionnelle à l'intensité I du courant traversant la solution.

$$U = RI \quad \text{avec} \quad \begin{cases} U : \text{tension aux bornes de la cellule (en V),} \\ I : \text{intensité du courant traversant la cellule (en A),} \\ R : \text{résistance de la solution (en } \Omega \text{).} \end{cases}$$

→ Conductance

On s'intéresse maintenant à la capacité de la solution électrolytique à conduire le courant. On définit alors la conductance de la solution comme l'inverse de sa résistance. Elle s'exprime en siemens (S), unité équivalente du ohm^{-1} .

$$G = \frac{1}{R} = \frac{I}{U} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} G : \text{conductance de la solution (en S),} \\ R : \text{résistance de la solution (en } \Omega \text{),} \\ I : \text{intensité du courant traversant la cellule (en A),} \\ U : \text{tension aux bornes de la cellule (en V).} \end{cases}$$

→ Facteurs d'influence de G

La conductance d'une solution électrolytique dépend de facteurs liés aux plaques de la cellule conductimétrique (leur aire S , la distance L entre elles, l'état de leur

surface...) et de facteurs liés à la solution elle-même (sa température, la concentration des ions...).

Aux faibles concentrations, la conductance G d'une solution est proportionnelle à la concentration des ions en solution.

Exercice résolu

→ Déterminer la conductance d'une solution diluée

Énoncé

On plonge une cellule dans $V = 100 \text{ mL}$ d'une solution S_1 de chlorure de potassium de faible concentration. La conductance de la solution est $G_1 = 1,34 \text{ mS}$.

1. Soit c la concentration en chlorure de potassium de la solution. En déduire la concentration en ions chlorure et en ions potassium de la solution S_1 .
2. On ajoute 50 mL d'eau distillée aux 100 mL de S_1 . Soit S_2 cette nouvelle solution. En déduire la valeur de la nouvelle conductance G_2 .

Corrigé commenté

1. L'équation de dissociation est : $\text{KCl(s)} \rightarrow \text{K}^+(\text{aq}) + \text{Cl}^-(\text{aq})$:

Équation		$\text{KCl(s)} \rightarrow \text{K}^+(\text{aq}) + \text{Cl}^-(\text{aq})$		
État	Avancement (mol)	Quantité de matière (mol)		
E.I.	$x = 0$	n	0	0
E.C.	x	$n - x$	x	x
E.F.	$x = x_{\max} = n$	0	n	n

On a donc : $n = n_{\text{KCl}}(\text{E.I.}) = cV = n_{\text{K}^+}(\text{E.F.}) = n_{\text{Cl}^-}(\text{E.F.})$.

On en déduit alors que $[\text{K}^+] = [\text{Cl}^-] = c = c_1$.

2. L'ajout de 50 mL dilue la solution d'un facteur $F = \frac{V_{\text{diluée}}}{V_{\text{initiale}}} = \frac{150}{100} = 1,5$.

La conductance est proportionnelle à la concentration des ions en solution,

on a : $G_2 = G_1 \frac{c_2}{c_1} = G_1 \frac{c_1}{F c_1}$ soit $G_2 = \frac{G_1}{F}$.

A.N. : $G_2 = \frac{1,34 \cdot 10^{-3}}{1,5} = 8,9 \cdot 10^{-4} \text{ S}$.

Aux faibles concentrations, la conductance G est proportionnelle à la concentration c .

3 Conductivité

1 Conductivité σ d'une solution

→ La conductance G dépend non seulement de la solution ionique mais aussi de la cellule conductimétrique utilisée. Il est alors intéressant de définir la conductivité de la solution σ (en siemens par mètre) qui ne dépend plus de la cellule.

$$G = k\sigma \quad \text{où} \quad k = \frac{S}{L} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} G : \text{conductance de la solution (en S),} \\ \sigma : \text{conductivité de la solution (en } \text{S} \cdot \text{m}^{-1}\text{),} \\ k : \text{constante de cellule (en m),} \\ S : \text{aire des plaques de la cellule (en m}^2\text{),} \\ L : \text{distance entre les plaques (en m).} \end{cases}$$

→ La conductance G est proportionnelle à la conductivité de la solution σ (qui ne dépend que de la solution). Le facteur de proportionnalité est appelé constante de cellule k (il ne dépend que de la cellule).

2 Conductivité molaire ionique λ

→ Définition

Pour de faibles concentrations, la conductivité globale de la solution σ est proportionnelle aux concentrations des solutés en solution. On appelle conductivité molaire ionique λ ce coefficient de proportionnalité (il s'exprime en $\text{S} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{mol}^{-1}$).

$$\sigma = \sum_{\text{ions } i} \lambda_i \cdot [X_i(\text{aq})] \quad \text{avec} \quad \begin{cases} \sigma : \text{conductivité de la solution (en } \text{S} \cdot \text{m}^{-1}\text{),} \\ \lambda_i : \text{conductivité molaire ionique de l'ion} \\ X_i \text{ (en } \text{S} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{mol}^{-1}\text{),} \\ [X_i(\text{aq})] : \text{concentration de l'ion } X_i \text{ (en} \\ \text{mol} \cdot \text{m}^{-3}\text{).} \end{cases}$$

$\sum_{\text{ions } i}$ est la somme sur tous les ions contenus dans la solution.

Les conductivités molaires ioniques sont récapitulées dans des tables de conductivité.

→ Facteurs d'influence de λ

La conductivité molaire ionique d'une espèce dépend de la température de la solution (elle augmente avec T), de la charge du soluté considéré (elle est d'autant plus

importante que cette charge est grande en valeur absolue) et du « rayon » du soluté (elle est d'autant plus faible que l'ion est « gros »).

Exercice résolu

➔ Calculer une conductance à partir de conductivités molaires

Énoncé

Un montage conductimétrique permet de mesurer la conductance G d'une solution de chlorure de magnésium. Calculer la concentration c de cette solution.

Données : $G = 518 \mu\text{S}$; $k = 5,0 \cdot 10^{-2} \text{ m}$.

Conductivités molaires ioniques des ions en solution :

$\lambda_{\text{Cl}^-} = 7,6 \cdot 10^{-3} \text{ S} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{mol}^{-1}$ et $\lambda_{\text{Mg}^{2+}} = 10,6 \cdot 10^{-3} \text{ S} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{mol}^{-1}$.

Corrigé commenté

Équation		$\text{MgCl}_2(\text{s}) \rightarrow \text{Mg}^{2+}(\text{aq}) + 2\text{Cl}^-(\text{aq})$		
État	Avancement (mol)	Quantité de matière (mol)		
E.I.	$x = 0$	n	0	0
E.C.	x	$n - x$	x	$2x$
E.F.	$x = x_{\text{max}} = n$	0	n	$2n$

Le tableau d'évolution montre que

$$n = n_{\text{MgCl}_2}(\text{E.I.}) = n_{\text{Mg}^{2+}}(\text{E.F.}) = \frac{n_{\text{Cl}^-}(\text{E.F.})}{2}.$$

Le volume V de la solution restant constant, on en déduit :

$$c = \frac{n}{V} = [\text{Mg}^{2+}] = \frac{[\text{Cl}^-]}{2}.$$

La conductance de la solution s'écrit $G = k(\lambda_{\text{Mg}^{2+}} [\text{Mg}^{2+}] + \lambda_{\text{Cl}^-} [\text{Cl}^-])$,
soit encore $G = kc(\lambda_{\text{Mg}^{2+}} + 2\lambda_{\text{Cl}^-})$.

On en déduit la concentration de la solution :

$$c = \frac{G}{k(\lambda_{\text{Mg}^{2+}} + 2\lambda_{\text{Cl}^-})}$$

$$\text{A.N. : } c = \frac{518 \cdot 10^{-6}}{5,0 \cdot 10^{-2} \times (10,6 + 2 \times 7,6) \cdot 10^{-3}} = 0,40 \text{ mol} \cdot \text{m}^{-3},$$

soit $c = 4,0 \cdot 10^{-4} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$.

Attention,
la concentration c
est obtenue
en $\text{mol} \cdot \text{m}^{-3}$.

Méthode

Établir la relation entre les concentrations d'ions en solution

Sujet exemple

On prépare une solution aqueuse teintée de nitrate de cobalt de concentration c . Exprimer les concentrations des ions en solution en fonction de c .

Ce qu'il faut faire

Étape 1 :

• Déterminez d'abord les formules des ions présents en vous aidant du nom de la solution. La plupart des formules d'ions monoatomiques se retrouvent grâce à leur place dans le tableau périodique des éléments ; les autres sont évidemment à connaître.

Il s'agit d'une solution de nitrate de cobalt : elle contient donc des ions nitrates $\text{NO}_3^-(\text{aq})$ et des ions cobalt $\text{Co}^{2+}(\text{aq})$.

Étape 2 :

• Déterminez ensuite la formule du cristal ionique ou du gaz moléculaire qui s'est dissocié. On le note toujours :

(cation sans charge)_{coeff.} (anion sans charge)_{coeff.}

L'indice_{coeff.} signifie qu'il faut noter le coefficient stœchiométrique de l'ion qui assure

Au vu des charges des ions, il faudra 2 ions nitrate $\text{NO}_3^-(\text{aq})$ pour 1 ion cobalt $\text{Co}^{2+}(\text{aq})$ afin d'assurer la neutralité de la solution.

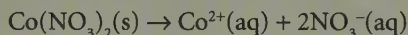
Le cristal de nitrate de cobalt est alors $(\text{Co})_1(\text{NO}_3)_{2,2}$, ou de manière simplifiée $\text{Co}(\text{NO}_3)_2$.

l'électroneutralité de la solution. Si ce coefficient est 1, on ne notera ni les parenthèses, ni le coefficient.

Étape 3 :

- Déduisez l'équation de dissociation qui rend compte de la dissolution, solvation et dispersion d'un composé solide. Elle obéit aux règles suivantes :
 - elle ne prend pas en compte le solvant ;
 - elle vérifie la conservation de la matière et de la charge ;
 - avant la flèche, on ne note que le composé à dissocier avec son état physique ;
 - après la flèche, on note les ions obtenus par dissociation.

On en déduit alors l'équation de dissociation :



Elle vérifie bien la conservation de la matière et de la charge.

Étape 4 :

- Établissez le tableau d'évolution de la dissociation en fonction de la quantité de matière n de cristal ionique ou de gaz moléculaire.

État	Équation	$\text{Co}(\text{NO}_3)_2(\text{s}) \rightarrow \text{Co}^{2+}(\text{aq}) + 2\text{NO}_3^{-}(\text{aq})$		
	Avancement (mol)	Quantité de matière (mol)		
E.I.	$x = 0$	n	0	0
E.C.	x	$n - x$	x	$2x$
E.F.	$x = x_{\text{max}} = n$	0	n	$2n$

Étape 5 :

- Déduisez-en la relation entre les quantités de matière du composé dissous à l'E.I. et celles des solutés en solution à l'E.F.

Lors de la dissociation, le volume de la solution étant considéré comme constant, la relation des concentrations se calcule sur celle des quantités de matière.

Le tableau d'évolution permet de conclure que :

$$n_{\text{Co}(\text{NO}_3)_2}(\text{E.I.}) = n = n_{\text{Co}^{2+}}(\text{E.F.}) = \frac{n_{\text{NO}_3^-}(\text{E.F.})}{2}$$

Le volume étant constant, on a :

$$c = \frac{n}{V} = \frac{n_{\text{Co}(\text{NO}_3)_2}(\text{E.I.})}{V}$$

$$\Rightarrow c = \frac{n_{\text{Co}^{2+}}(\text{E.F.})}{V} = \frac{n_{\text{NO}_3^-}(\text{E.F.})}{2V}$$

soit : $c = [\text{Co}^{2+}] = \frac{[\text{NO}_3^-]}{2}$

Réflexes à avoir et pièges à éviter

- R1** Pour un cristal ionique, bien penser à noter le cation avant l'anion dans sa formule chimique, et l'anion avant le cation dans son nom.
- R2** Connaître une liste de formules d'ions mono et polyatomiques.
- R3** Garder à l'esprit que dans une équation de dissociation, le solvant n'intervient pas directement. Seule l'indication de l'état physique des ions (aq) permet de conclure dans ce chapitre que le solvant est l'eau.
- P1** Dans la formule de la conductivité définie à partir des conductivités molaires ioniques, les espèces à considérer sont les espèces ioniques : il ne faut pas prendre en compte le solvant ou les espèces moléculaires ni oublier les ions spectateurs !
- P2** Attention aux unités utilisées dans le calcul de la conductivité σ à partir des conductivités molaires ioniques λ : les concentrations s'expriment en $\text{mol} \cdot \text{m}^{-3}$ et non en $\text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$. Le facteur de conversion est alors : $1 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} = 10^3 \text{ mol} \cdot \text{m}^{-3}$.

Vérifiez vos connaissances

1 Vrai-Faux

➔ corrigé p. 211

1. Une solution électrolytique contenant des anions ne contient pas forcément des cations. ☐ V ☐ F
2. Une cellule conductimétrique est alimentée par un générateur de tension continue. ☐ V ☐ F
3. Les grandeurs mesurées dans un montage conductimétrique sont des grandeurs efficaces, les appareils de mesure étant en mode alternatif. ☐ V ☐ F
4. La conductance d'une solution reste inchangée si l'on modifie la cellule électrolytique lors d'une mesure de conductivité. ☐ V ☐ F
5. La conductivité molaire ionique de l'ion aluminium est supérieure à celle de l'ion sodium. ☐ V ☐ F

Exercices d'entraînement

2 * Conductance d'une solution

➔ R1, R2, R3, P1 et P2

➔ corrigé p. 211

On mesure la conductance de trois solutions de même concentration c . Soit G_1 celle d'une solution de chlorure de sodium, G_2 celle d'une solution de chlorure de potassium et G_3 celle d'une solution d'hydroxyde de sodium. Établir l'expression de la conductance G_4 d'une solution d'hydroxyde de potassium de concentration c , mesurée dans les mêmes conditions, en fonction de G_1 , G_2 et G_3 .

3 ** Gaz ammoniac dans l'eau

➔ R2, P1 et P2

➔ corrigé p. 212

On dissout du gaz ammoniac dans de l'eau et on obtient une solution S.

1. Écrire l'équation de la réaction de l'ammoniac sur l'eau sachant qu'il se forme des ions hydroxyde et ammonium.
2. Donner l'expression de la conductivité d'une solution d'ammoniac en fonction de la conductivité molaire ionique des espèces en solution et de leur concentration molaire volumique.

3. La conductivité d'une solution d'ammoniac vaut $10,9 \text{ mS} \cdot \text{m}^{-1}$ à 25°C . Déterminer la concentration molaire des ions ammonium et des ions hydroxyde dans la solution.

Données : conductivités molaires ioniques $\lambda_{\text{HO}^-} = 19,8 \cdot 10^{-3} \cdot \text{S} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{mol}^{-1}$;
 $\lambda_{\text{NH}_4^+} = 7,35 \cdot 10^{-3} \cdot \text{S} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{mol}^{-1}$.

Pour aller plus loin

4 ** Liaisons hydrogène dans l'eau

➔ corrigé p. 213

«Les molécules d'eau sont formées par des liaisons de covalence dans lesquelles deux atomes distincts mettent chacun en commun un électron de leur couche externe. Un atome d'oxygène O, qui a six électrons périphériques, peut établir deux liaisons covalentes O—H avec deux hydrogènes H, mais pas plus. Cependant – et ceci est fondamental, comme nous allons le voir tout de suite – ces liaisons O—H ne sont pas symétriques, car l'oxygène attire plus à lui les électrons que l'hydrogène. Par conséquent, les atomes H de H_2O sont un peu appauvris en électrons, tandis que l'oxygène est un peu enrichi en électrons : on dit que la liaison O—H présente un moment dipolaire électrique. Par ailleurs, il reste autour de l'oxygène quatre électrons périphériques non engagés dans une liaison covalente. Ils sont organisés en deux paires distinctes que l'on désigne sous le terme de **doublets électroniques libres**.

Que se passe-t-il si une autre molécule d'eau s'approche ? Un des atomes H de la première molécule, qui est un peu appauvri en électrons et donc légèrement chargé positivement, est attiré par un des doublets électroniques libres de l'atome O de la seconde molécule. La force d'attraction entre les deux molécules, qui est de nature purement électrostatique, est suffisante pour aboutir à une liaison stable, que l'on note O—H...O. C'est la liaison hydrogène.

[Dans le domaine de la chimie, le grand nombre de liaisons hydrogène de l'eau lui donne des propriétés remarquables.]

Les molécules dites **hydrophobes**, ayant uniquement des groupements CH et donc incapables d'accepter ou d'établir des liaisons hydrogène avec l'eau, seront rejetées hors de celle-ci et resteront groupées ensemble. Autrement dit, elles seront insolubles. En revanche, les molécules possédant, tels certains alcools, un groupe **hydrophile** OH, capable d'entrer dans le réseau de liaisons hydrogène de l'eau, pourront se mélanger à l'eau.»

Extraits de la revue *La Recherche* n° 209.

- Donner la représentation de Lewis de la molécule d'eau ainsi que sa géométrie. Montrer l'établissement d'une liaison hydrogène entre deux molécules d'eau.
- La molécule d'eau est dite **polaire**. Pourquoi ?
- Définir une molécule hydrophobe et une molécule hydrophile. Expliquer alors pourquoi le méthoxyméthane $\text{CH}_3\text{—O—CH}_3$ n'est pas soluble dans l'eau, alors que l'éthanol $\text{CH}_3\text{—CH}_2\text{—OH}$ y est très soluble.

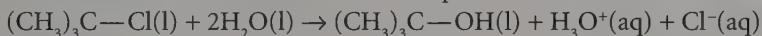
5 ** Réaction du 2-chloro-2-méthylpropane

P1

corrigé p. 214

Le 2-chloro-2-méthylpropane $(\text{CH}_3)_3\text{C—Cl}$ réagit sur l'eau pour donner entre autres produits du 2-méthylpropan-2-ol $(\text{CH}_3)_3\text{C—OH}$.

On peut modéliser cette transformation lente par :



Protocole observé

Dans une fiole jaugée, on introduit 1,0 mL de 2-chloro-2-méthylpropane et de l'acétone afin d'obtenir un volume de 25,0 mL d'une solution S.

Dans un bécher, on place 200,0 mL d'eau distillée dans laquelle est immergée la sonde d'un conductimètre. On déclenche un chronomètre en versant 5,0 mL de la solution S dans le bécher. Un agitateur magnétique permet d'homogénéiser la solution obtenue, et on relève la valeur de la conductivité du mélange au cours du temps.

- Montrer que la quantité initiale de 2-chloro-2-méthylpropane introduite dans le dernier mélange est $n_0 = 1,8 \cdot 10^{-3} \text{ mol}$.
- Compléter le tableau d'évolution donné ci-dessous. En déduire une relation entre $[\text{H}_3\text{O}^+]$ et $[\text{Cl}^-]$ à chaque instant.

Équation		$(\text{CH}_3)_3\text{C—Cl(l)} + 2\text{H}_2\text{O(l)} \rightarrow (\text{CH}_3)_3\text{C—OH(l)} + \text{H}_3\text{O}^+(\text{aq}) + \text{Cl}^-(\text{aq})$	
État	Avancement (mol)	Quantité de matière (mol)	
E.I.	$x = 0$	n_0	excès
E.C.	x		excès
E.F.	$x = x_{\text{max}}$		excès

- 3.** Donner l'expression de la conductivité σ du mélange en fonction de $[\text{H}_3\text{O}^+]$ et des conductivités molaires ioniques.
- 4.** Donner l'expression de la conductivité σ du mélange en fonction de l'avancement x de la réaction, du volume V_t du mélange réactionnel et des conductivités molaires ioniques des ions présents dans la solution.
- 5.** Pour un temps très grand, la conductivité notée σ_∞ du mélange ne varie plus. Exprimer le rapport $\frac{\sigma}{\sigma_\infty}$. En déduire l'expression de l'avancement x en fonction de σ , σ_∞ et de l'avancement maximal x_{max} de la réaction.
- 6.** Sachant que $\sigma_\infty = 0,374 \text{ S} \cdot \text{m}^{-1}$, donner la valeur de l'avancement x de la réaction pour $\sigma = 0,200 \text{ S} \cdot \text{m}^{-1}$.

Données : pour le 2-chloro-2-méthylpropane, la masse molaire est $M = 92,0 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$ et la masse volumique $\rho = 0,85 \text{ g} \cdot \text{mL}^{-1}$.

1 Vrai-Faux

1. Faux. Une solution électrolytique est neutre : si elle contient des ions négatifs, leurs charges doivent forcément être neutralisées par celles d'ions positifs.
2. Faux. Un GBF est un générateur de tension alternative.
3. Vrai. La tension aux bornes d'un dipôle et l'intensité du courant qui le traverse dans un circuit alimenté par une source alternative sont des grandeurs efficaces. Les multimètres sont en position alternative.
4. Faux. La conductance dépend de la cellule utilisée : si l'on change la cellule, on change la valeur de G .
5. Vrai. L'ion aluminium Al^{3+} a une charge supérieure à celle de l'ion sodium Na^+ , on en déduit donc $\lambda_{\text{Al}^{3+}} > \lambda_{\text{Na}^+}$.

2 Conductance d'une solution

Soit la solution de chlorure de sodium $\text{Na}^+(\text{aq}) + \text{Cl}^-(\text{aq})$.

Sa conductance est :

$$G_1 = k\sigma_1 = k(\lambda_{\text{Na}^+} [\text{Na}^+] + \lambda_{\text{Cl}^-} [\text{Cl}^-])$$

Exprimer chaque conductance en fonction des conductivités molaires des ions présents et rechercher une relation simple entre toutes ces expressions.

Équation		$\text{NaCl}(\text{s}) \rightarrow \text{Na}^+(\text{aq}) + \text{Cl}^-(\text{aq})$		
État	Avancement (mol)	Quantité de matière (mol)		
E.I.	$x = 0$	n	0	0
E.C.	x	$n - x$	x	x
E.F.	$x = x_{\text{max}} = n$	0	n	n

Le tableau d'évolution de la dissociation $\text{NaCl}(\text{s}) \rightarrow \text{Na}^+(\text{aq}) + \text{Cl}^-(\text{aq})$ montre que :

$$n = n_{\text{NaCl}}(\text{E.I.}) = n_{\text{Na}^+}(\text{E.F.}) = n_{\text{Cl}^-}(\text{E.F.})$$

Le volume V de la solution étant constant, on en déduit :

$$\frac{n}{V} = [\text{Na}^+] = [\text{Cl}^-] = c$$

Finalement, on obtient : $G_1 = kc(\lambda_{\text{Na}^+} + \lambda_{\text{Cl}^-})$

En raisonnant de même pour les solutions de chlorure de potassium $\text{K}^+(\text{aq}) + \text{Cl}^-(\text{aq})$, d'hydroxyde de sodium $\text{Na}^+(\text{aq}) + \text{HO}^-(\text{aq})$ et d'hydroxyde de potassium $\text{K}^+(\text{aq}) + \text{HO}^-(\text{aq})$, dont la stœchiométrie est identique à celle du chlorure de sodium, on obtient :

$$G_2 = kc(\lambda_{\text{K}^+} + \lambda_{\text{Cl}^-})$$

$$G_3 = kc(\lambda_{\text{Na}^+} + \lambda_{\text{HO}^-})$$

$$G_4 = kc(\lambda_{\text{K}^+} + \lambda_{\text{HO}^-})$$

La cellule utilisée étant la même pour toutes ces solutions, la constante de cellule k reste inchangée.

Ces expressions étant établies, on constate que l'on obtient facilement celle de la conductance G_4 à partir des trois autres conductances :

$$G_4 = kc(\lambda_{K^+} + \lambda_{HO^-}) = kc[\lambda_{K^+} + (\lambda_{Cl^-} - \lambda_{Cl^-}) + (\lambda_{Na^+} - \lambda_{Na^+}) + \lambda_{HO^-}]$$

que l'on peut réarranger d'une autre manière :

$$G_4 = kc[(\lambda_{K^+} + \lambda_{Cl^-}) - (\lambda_{Cl^-} + \lambda_{Na^+}) + (\lambda_{Na^+} + \lambda_{HO^-})]$$

En identifiant les différentes conductances, on obtient :

$$G_4 = G_2 - G_1 + G_3$$

3 Gaz ammoniac dans l'eau

1. L'équation de la réaction est :



2. Cette équation rend compte des ions contenus dans la solution : ions ammonium $NH_4^+(aq)$ et ions hydroxyde $HO^-(aq)$.

On en déduit la conductivité de la solution :

$$\sigma = \lambda_{NH_4^+}[NH_4^+] + \lambda_{HO^-}[HO^-]$$

L'expression de la conductivité en fonction des conductivités molaires ioniques ne tient compte que des espèces ioniques en solution.

Équation		$NH_3(g) + H_2O(l) \rightarrow NH_4^+(aq) + HO^-(aq)$			
État	Avancement (mol)	Quantité de matière (mol)			
E.I.	$x = 0$	n	excès	0	0
E.C.	x	$n - x$	excès	x	x
E.F.	$x = x_{\max} = n$	0	excès	n	n

Le tableau d'évolution de la réaction montre que :

$$n = n_{NH_3}(E.I.) = n_{NH_4^+}(E.F.) = n_{HO^-}(E.F.)$$

Le volume V de la solution étant constant, on obtient la relation des concentrations :

$$c = \frac{n}{V} = [NH_4^+] = [HO^-]$$

et

$$\sigma = c(\lambda_{NH_4^+} + \lambda_{HO^-})$$

3. L'expression précédente permet d'écrire :

$$c = [\text{NH}_4^+] = [\text{HO}^-]$$

soit :

$$c = \frac{\sigma}{\lambda_{\text{NH}_4^+} + \lambda_{\text{HO}^-}}$$

$$\text{A.N. : } c = \frac{10,9 \cdot 10^{-3}}{7,35 \cdot 10^{-3} + 19,8 \cdot 10^{-3}} = 0,40 \text{ mol} \cdot \text{m}^{-3},$$

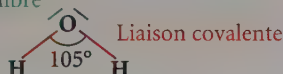
$$\text{soit } c = 4,0 \cdot 10^{-4} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}.$$

4 Liaisons hydrogène dans l'eau

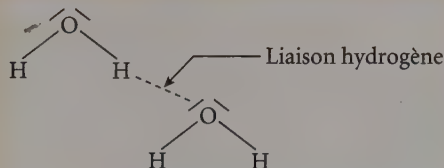
1. La représentation de Lewis de la molécule d'eau est $\text{H} - \overline{\text{O}} - \text{H}$.

En tenant compte de sa géométrie coudée, on peut représenter cette molécule ainsi :

Doublet électronique libre



La liaison hydrogène est une interaction électrostatique entre l'oxygène O d'une molécule d'eau et un hydrogène H d'une autre molécule d'eau :



2. Les deux liaisons $\text{O} - \text{H}$ n'étant pas symétriques et faisant un angle de 105° , le côté «hydrogène» est plutôt chargé positivement alors que le côté «oxygène» est chargé négativement. La molécule d'eau est donc constituée d'un pôle positif et d'un pôle négatif : on parle de molécule *dipolaire*.

3.

- Hydrophobe se décompose en *hydro* signifiant «eau» et *phobe* signifiant «qui a peur de». On en déduit qu'une molécule hydrophobe est une molécule insoluble dans l'eau, qui n'a aucune affinité avec l'eau.

- Hydrophile se décompose en *hydro* et *phile* signifiant «qui aime». On en déduit qu'une molécule hydrophile est une molécule soluble dans l'eau.

Contrairement à la molécule de méthoxyméthane, la molécule d'alcool possède un groupement hydrophile —OH très accessible en bout de chaîne. Elle va pouvoir créer des liaisons hydrogène avec les molécules d'eau.

Penser à la possibilité d'établir des liaisons hydrogène avec les molécules d'eau pour expliquer la solubilité d'une molécule.

5 Réaction du 2-chloro-2-méthylpropane

1. Dans une fiole jaugée, on introduit $V = 1,0$ mL de 2-chloro-2-méthylpropane et de l'acétone afin d'obtenir un volume $V' = 25,0$ mL d'une solution S. La quantité de matière de 2-chloro-2-méthylpropane contenue dans le volume V est :

$$n = \frac{\rho V}{M}$$

On dilue alors la solution initiale, et la nouvelle concentration en 2-chloro-2-méthylpropane est :

$$c = \frac{n}{V'} = \frac{\rho V}{MV'}$$

On prélève un volume $V_0 = 5,0$ mL de solution diluée, soit la quantité de matière suivante :

$$n_0 = cV_0 = \frac{\rho V}{MV'}V_0$$

$$\text{A.N. : } n_0 = \frac{0,85 \times 1,0}{92,0 \times 25,0 \cdot 10^{-3}} \times 5,0 \cdot 10^{-3} = 1,8 \cdot 10^{-3} \text{ mol.}$$

2. Le tableau d'évolution de la réaction montre que :

$$x = n_{\text{H}_3\text{O}^+}(t) = n_{\text{Cl}^-}(t)$$

Équation		$(\text{CH}_3)_3\text{C}-\text{Cl} + 2\text{H}_2\text{O} \rightarrow (\text{CH}_3)_3\text{C}-\text{OH} + \text{H}_3\text{O}^+ + \text{Cl}^-$				
État	Avancement (mol)	Quantité de matière (mol)				
E.I.	$x = 0$	n_0	excès	0	0	0
E.C.	x	$n_0 - x$	excès	x	x	x
E.F.	$x = x_{\text{max}}$	$n_0 - x_{\text{max}}$	excès	x_{max}	x_{max}	x_{max}

Le volume réactionnel V_t étant constant à chaque instant, on en déduit que :

$$\frac{x}{V_t} = \frac{n_{\text{H}_3\text{O}^+}(t)}{V_t} = \frac{n_{\text{Cl}^-}(t)}{V_t}$$

soit :

$$[\text{H}_3\text{O}^+] = [\text{Cl}^-] = \frac{x}{V_t}$$

3. De manière générale, on a :

$$\sigma = \lambda_{\text{H}_3\text{O}^+}[\text{H}_3\text{O}^+] + \lambda_{\text{Cl}^-}[\text{Cl}^-]$$

or

$$[\text{H}_3\text{O}^+] = [\text{Cl}^-]$$

donc :

$$\sigma = \lambda_{\text{H}_3\text{O}^+}[\text{H}_3\text{O}^+] + \lambda_{\text{Cl}^-}[\text{H}_3\text{O}^+]$$

soit :

$$\sigma = (\lambda_{\text{H}_3\text{O}^+} + \lambda_{\text{Cl}^-})[\text{H}_3\text{O}^+]$$

4. En utilisant les deux relations établies aux questions 2. et 3., on peut écrire :

$$\sigma = (\lambda_{\text{H}_3\text{O}^+} + \lambda_{\text{Cl}^-})[\text{H}_3\text{O}^+]$$

soit :

$$\sigma = (\lambda_{\text{H}_3\text{O}^+} + \lambda_{\text{Cl}^-}) \frac{x}{V_t}$$

5. Au bout d'un temps très grand, on obtient :

$$\sigma_{\infty} = (\lambda_{\text{H}_3\text{O}^+} + \lambda_{\text{Cl}^-}) \frac{x_{\text{max}}}{V_t} = (\lambda_{\text{H}_3\text{O}^+} + \lambda_{\text{Cl}^-}) \frac{n_0}{V_t}$$

On a alors :

$$\frac{\sigma}{\sigma_{\infty}} = \frac{x}{x_{\text{max}}} = \frac{x}{n_0}$$

d'où :

$$x = \frac{x_{\text{max}} \sigma}{\sigma_{\infty}}$$

$$6. \text{ A.N. : } x = \frac{1,8 \cdot 10^{-3} \times 0,200}{0,374} = 9,6 \cdot 10^{-4} \text{ mol}$$

$$\text{avec } x_{\text{max}} = n_0 = 1,8 \cdot 10^{-3} \text{ mol.}$$

Vérifier
la cohérence
du résultat :
 x doit être
inférieur à x_{max} .

**Réactions
acido-basiques
et réactions
d'oxydoréduction
(redox)**

1 Réactions acido-basiques

1 Transfert de proton H^+

→ La réaction entre l'acide éthanóïque CH_3COOH et l'ammoniac NH_3 produit des ions éthanóate CH_3COO^- et ammonium NH_4^+ .

→ C'est une réaction acido-basique : l'acide éthanóïque a cédé un proton H^+ pour devenir l'ion éthanóate, alors que l'ammoniac a accepté un proton H^+ pour devenir l'ion ammonium.

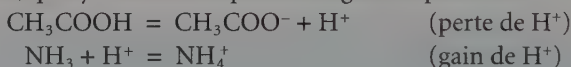
On appelle réaction acido-basique toute réaction de transfert de protons H^+ entre deux réactifs.

Remarque : l'atome d'hydrogène est composé d'un proton dans son noyau et d'un électron. H^+ a perdu l'électron par rapport à l'atome et est donc assimilable à un proton.

2 Demi-équations et équation bilan

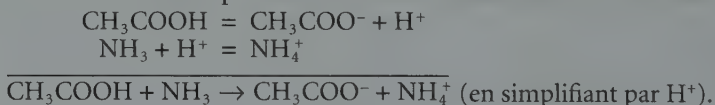
→ Demi-équations

La réaction entre l'acide éthanóïque et l'ammoniac peut se décomposer en deux demi-équations, qui symbolisent la perte et le gain de protons :



→ Équation bilan

Aucun proton n'est libre en solution : seule, l'équation bilan de la réaction acido-basique a du sens. Elle est obtenue par somme membre à membre des deux demi-équations :



Remarque : une réaction acido-basique ne considère souvent le transfert que d'un seul proton.

3 Couples acido-basiques

→ Acide et base au sens de Brönsted

Un acide est une espèce chimique capable de céder un proton H^+ .
Une base est une espèce chimique capable d'accepter un proton H^+ .

On définit alors un couple acido-basique comme le couple formé des deux espèces chimiques intervenant dans une demi-équation. On le note sous la forme AH/A^- , AH étant l'espèce acide et A^- sa base conjuguée.

Exemples : CH_3COOH/CH_3COO^- et NH_4^+/NH_3 pour les deux couples intervenant dans la réaction acido-basique citée plus haut.

→ Couples de l'eau

L'ion oxonium H_3O^+ est un acide dont la base conjuguée est l'eau H_2O : la demi-équation associée est $H_3O^+ = H_2O + H^+$.

L'eau est aussi un acide dont la base conjuguée est l'ion hydroxyde HO^- : la demi-équation associée est $H_2O = HO^- + H^+$.

L'eau est donc à la fois l'acide du couple $H_2O(l)/HO^-(aq)$ et la base du couple $H_3O^+(aq)/H_2O(l)$: on dit qu'elle est **ampholyte**.

4 Indicateur coloré acido-basique

Un indicateur coloré acido-basique est une espèce chimique dont la forme acide n'a pas la même couleur que la forme basique.

→ Le couple acido-basique d'un indicateur coloré est souvent noté $IndH/Ind^-$.

Exercice résolu

➡ Identifier une réaction acido-basique

Énoncé

On s'intéresse à la réaction $HO^-(aq) + NH_4^+(aq) \rightarrow H_2O(l) + NH_3(aq)$.

1. Montrer que c'est une réaction acido-basique.
2. L'ion ammonium est-il un acide ou une base au sens de Brönsted ?

Corrigé commenté

1. Cette réaction peut être décomposée en deux demi-équations symbolisant le transfert d'un proton : $HO^- + H^+ = H_2O$ et $NH_4^+ = NH_3 + H^+$. C'est une réaction acido-basique entre les couples $NH_4^+(aq)/NH_3(aq)$ et $H_2O(l)/HO^-(aq)$.

2. L'ion ammonium NH_4^+ cède un proton pour devenir NH_3 , c'est donc un acide.

En additionnant les demi-équations, on retrouve l'équation bilan donnée.

2 Réactions d'oxydoréduction

1 Transfert d'électrons

→ On s'intéresse à l'expérience de l'arbre de Diane : on introduit un fil de cuivre dans une solution aqueuse de nitrate d'argent. La réaction des ions argent Ag^+ sur le fil de cuivre Cu produit des filaments d'argent Ag et des ions cuivre II Cu^{2+} .

→ C'est une réaction d'oxydoréduction, aussi appelée réaction redox : le cuivre a cédé deux électrons e^- pour se transformer en ion cuivre II, alors que l'ion argent a accepté un électron e^- pour se transformer en argent métallique.

On appelle réaction d'oxydoréduction toute réaction de transfert d'électrons e^- entre deux réactifs.

→ Contrairement aux réactions acido-basiques, les réactions redox ne se produisent spontanément que dans un seul sens.

2 Demi-équations et équation bilan

→ Demi-équations

La réaction précédente peut se décomposer en deux demi-équations :

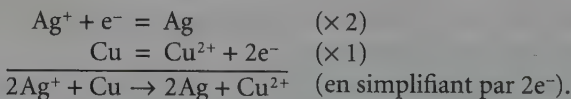


Les deux demi-équations symbolisent la perte et le gain d'électrons (elles ne comportent pas forcément le même nombre d'électrons).

Remarque : certaines demi-équations nécessitent d'être équilibrées en milieu acide ou basique en faisant intervenir les couples acido-basiques de l'eau.

→ Équation bilan

Aucun électron n'est libre en solution : seule, l'équation bilan de la réaction redox a réellement du sens. Elle est obtenue en faisant la somme « **coefficientée** » membre à membre des deux demi-équations : le nombre d'électrons échangés doit être identique.



3 Couples redox

Un oxydant est une espèce chimique capable d'accepter un ou des électrons e^- .
Un réducteur est une espèce chimique capable de céder un ou des électrons e^- .

→ On définit alors un couple redox comme le couple formé des deux espèces chimiques intervenant dans une demi-équation. Il est noté sous la forme Ox/Red, Ox étant l'oxydant et Red le réducteur.

Exemples : Ag^+/Ag et Cu^{2+}/Cu pour les deux couples intervenant dans l'expérience de l'arbre de Diane.

→ On dira qu'un oxydant subit une réduction ou est réduit, alors qu'un réducteur subit une oxydation ou est oxydé.

Exercice résolu

→ Reconnaître un couple redox

Énoncé

Soit la liste de couples suivante : $Mg^{2+}(aq)/Mg(s)$, $PbO_2(s)/Pb^{2+}(aq)$, $C_2H_5COOH(aq)/C_2H_5COO^-(aq)$ et $I_2(aq)/I^-(aq)$.

1. Préciser les couples redox.
2. Quelle espèce proposée parmi les réponses données au 1. réagira avec la soude ($Na^+(aq) + HO^-(aq)$) ?

Corrigé commenté

1. Pour trois des couples proposés, les demi-équations symbolisent des transferts d'électrons, les couples correspondants sont donc des couples redox. Pour le couple $Mg^{2+}(aq)/Mg(s)$, la demi-équation associée est $Mg^{2+} + 2e^- = Mg$. Pour $PbO_2(s)/Pb^{2+}(aq)$, on a $PbO_2 + 4H^+ + 2e^- = Pb^{2+} + 2H_2O$ en milieu acide. Pour le couple $I_2(aq)/I^-(aq)$, on a $I_2 + 2e^- = 2I^-$.

2. La soude est une base et ne va donc réagir qu'avec un acide. Aucun autre couple acido-basique n'étant proposé en 1., aucune réaction n'aura lieu avec la soude.

Écrire les demi-équations correspondant à chaque couple et différencier les transferts d'électrons des transferts de protons.

Méthode

Établir l'équation bilan
d'une réaction redox

Sujet exemple

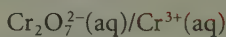
L'alcootest (test d'alcoolémie) repose sur la réaction de l'éthanol $\text{CH}_3\text{CH}_2\text{OH}$ avec l'ion dichromate $\text{Cr}_2\text{O}_7^{2-}$. Écrire l'équation de cette réaction en milieu acide sachant que les couples en jeu sont $\text{Cr}_2\text{O}_7^{2-}(\text{aq})/\text{Cr}^{3+}(\text{aq})$ et $\text{CH}_3\text{COOH}/\text{CH}_3\text{CH}_2\text{OH}$.

Ce qu'il faut faire

Étape 1 :

• Si les couples ne sont pas donnés dans l'énoncé, commencez par les écrire et soulignez les espèces présentes qui vont réagir entre elles : l'oxydant d'un couple doit toujours réagir avec le réducteur de l'autre couple.

Les couples en jeu sont :

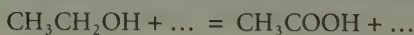
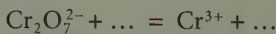


et



Étape 2 :

• Pour chaque couple, écrivez la demi-équation qui lui correspond avec à gauche du signe « = » l'espèce soulignée et à droite l'espèce non soulignée.



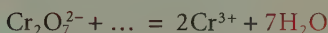
Étape 3 :

- Équilibrez les éléments autres que l'oxygène et l'hydrogène.



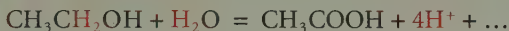
Étape 4 :

- Équilibrez ensuite les atomes d'oxygène en ajoutant autant de molécules d'eau que nécessaire.



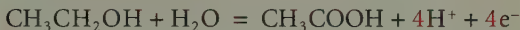
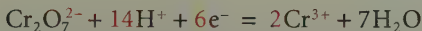
Étape 5 :

- Équilibrez les atomes d'hydrogène à l'aide d'ions hydrogène H^+ .



Étape 6 :

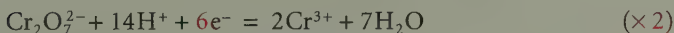
- Enfin assurez la conservation de la charge en ajoutant autant d'électrons e^- que nécessaire.



Étape 7 :

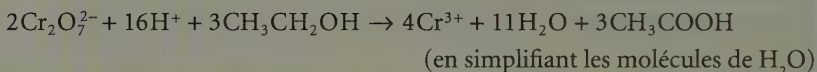
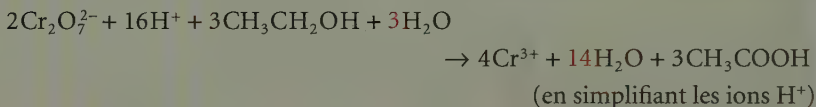
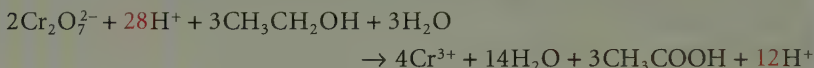
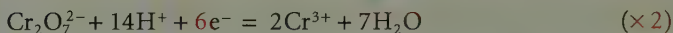
- Le nombre d'électrons cédés par le réducteur d'un couple doit être égal au nombre d'électrons acceptés par l'oxydant de l'autre couple : multipliez chaque demi-équation par un coefficient pour avoir le même nombre d'électrons échangés.

Le plus petit multiple commun est 12,
on multiplie donc par 2 la 1^{re} demi-équation et par 3 la 2^e :



Étape 8 :

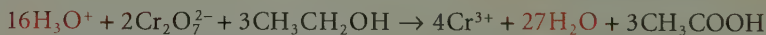
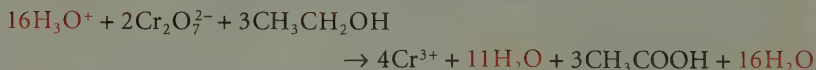
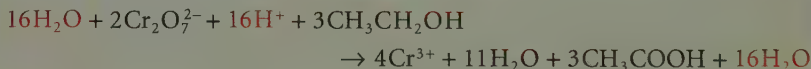
- L'équation bilan est obtenue par addition membre à membre des demi-équations après les avoir multipliées chacune par le coefficient adapté.
- Simplifiez ensuite par H_2O ou H^+ si nécessaire. Il ne doit plus y avoir d'électrons e^- dans l'équation bilan obtenue.



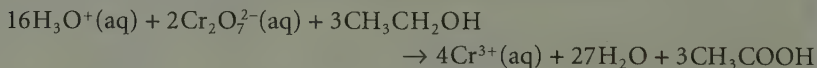
Étape 9 :

- Si le milieu est acide, il ne reste plus qu'à hydrater les ions H^+ , qui n'existent que sous la forme d'ions oxonium H_3O^+ en solution aqueuse. Pour cela, ajoutez de part et d'autre de l'équation autant de molécules de H_2O que d'ions H^+ à hydrater, et simplifiez ensuite les molécules d'eau.

Le milieu est acide donc :



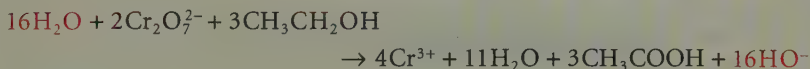
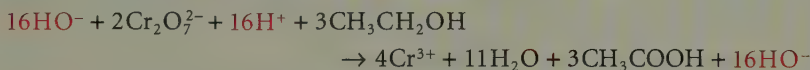
En simplifiant les molécules d'eau, l'équation bilan est donc :



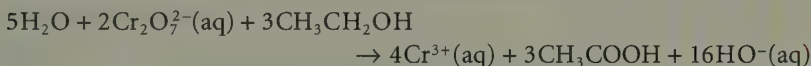
- Si en revanche le milieu est basique, il faut équilibrer avec le couple acido-basique $\text{H}_2\text{O}/\text{HO}^-$ de l'eau et non $\text{H}_3\text{O}^+/\text{H}_2\text{O}$ comme nous venons de le voir. L'astuce est d'équilibrer l'équation en milieu acide jusqu'à ce stade de la méthode, et d'ajouter ensuite de part et d'autre de l'équation obtenue autant d'ions hydroxyde HO^- que d'ions hydrogène H^+ . Simplifiez si nécessaire.



Si le milieu avait été basique, on aurait eu :



En simplifiant les molécules d'eau, l'équation bilan est donc :



Réflexes à avoir et pièges à éviter

- R1** Avoir en mémoire une liste de couples acido-basiques ($\text{NH}_4^+/\text{NH}_3$, $\text{CH}_3\text{COOH}/\text{CH}_3\text{COO}^-$, les couples de l'eau) et de couples redox ($\text{MnO}_4^-/\text{Mn}^{2+}$, H^+/H_2 , I_2/I^- , $\text{S}_4\text{O}_6^{2-}/\text{S}_2\text{O}_3^{2-}$, les couples métalliques).
- R2** Connaître par cœur les définitions d'un acide et d'une base selon Brönsted, elles sont souvent demandées.
- R3** Faire l'effort d'écrire les demi-équations avant l'équation bilan, même si la réaction semble très simple.
- P1** Ne pas conclure trop hâtivement sur la nature acido-basique ou redox d'une réaction. Bien écrire les demi-équations, qui doivent chacune montrer un transfert de protons ou d'électrons.
- P2** Bien penser pour les demi-équations redox à les équilibrer avec les couples acido-basiques de l'eau suivant l'acidité du milieu. S'assurer aussi que le nombre d'électrons cédés par le réducteur d'un couple est identique au nombre d'électrons acceptés par l'oxydant de l'autre couple.

Exercices

Vérifiez vos connaissances

1 Vrai-Faux

→ corrigé p. 229

1. Le couple $\text{H}_3\text{O}^+/\text{H}_2$ est en fait le même couple que H^+/H_2 . ☐ V ☐ F
2. Une espèce chimique réduite cède un ou plusieurs électrons. ☐ V ☐ F
3. Une solution basique a un pH supérieur à 7. ☐ V ☐ F
4. La base du couple $\text{CH}_3\text{COOH}/\text{CH}_3\text{COO}^-$ peut réagir avec l'ion oxonium du couple $\text{H}_3\text{O}^+/\text{H}_2$. ☐ V ☐ F
5. La teinte basique d'un indicateur coloré est celle d'une solution aqueuse de pH supérieur à 7. ☐ V ☐ F

Exercices d'entraînement

2 * Identification de solutions

→ R1 → corrigé p. 229

On dispose de trois flacons A, B et C contenant chacun l'une des solutions suivantes, de même concentration molaire :

- une solution d'acide éthanoïque ;
- une solution d'hydroxyde de sodium (ou soude) ;
- une solution d'acide chlorhydrique.

On cherche à identifier le contenu de chaque flacon. On dispose de tubes à essai et de deux indicateurs colorés : le bleu de bromothymol (BBT) et l'hélianthine. On réalise des tests colorimétriques dans les tubes à essai avec ces trois solutions :

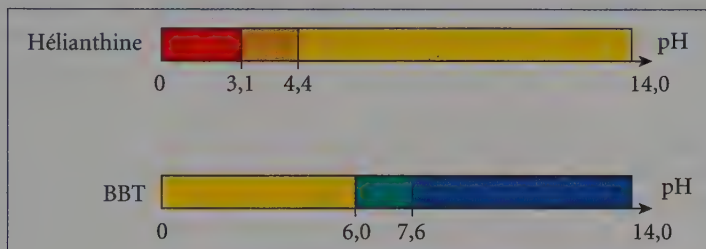
	BBT	Hélianthine
A	Jaune	Rouge
B	Jaune	Rouge
C	Bleu	Jaune

1. Dans quel domaine de valeurs se situe le pH de chacune des solutions ? Quelle(s) solution(s) peut-on identifier ?

2. Pour identifier ces trois solutions, on les dilue cent fois de façon précise et on mesure le pH des solutions diluées : $\text{pH}_A = 2,0$; $\text{pH}_B = 2,9$ et $\text{pH}_C = 12,0$.

Sachant qu'à concentrations égales, la solution d'acide chlorhydrique a un pH plus faible que celui de toute autre solution acide, identifier ces trois solutions.

Données : zones de virage des indicateurs colorés



3 * Un acide inconnu

➔ R1

➔ corrigé p. 230

On se propose d'identifier une espèce acide en solution notée AH.

Tout d'abord, on prépare une solution aqueuse S à partir d'acide AH et d'eau distillée.

On réalise ensuite une mesure de pH et on en déduit la concentration des ions oxonium de S : $[\text{H}_3\text{O}^+] = 1,3 \cdot 10^{-3} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$.

Finalement, pour identifier cet acide, on réalise une mesure de conductimétrie de la solution S obtenue : on immerge la cellule du conductimètre dans 200 mL de solution et on obtient $\sigma_{\text{exp}} = 52,7 \text{ mS} \cdot \text{m}^{-1}$.

1. Exprimer la conductivité de la solution S en considérant uniquement les ions formés après réaction de l'espèce acide avec l'eau.

2. Exprimer la conductivité molaire ionique de la base conjuguée A^- de l'espèce acide en fonction des autres grandeurs σ , $\lambda_{\text{H}_3\text{O}^+}$ et $[\text{H}_3\text{O}^+]$. Calculer sa valeur.

3. En considérant les valeurs des conductivités molaires ioniques du tableau ci-dessous, identifier la nature de la base conjuguée présente en solution. Donner alors la formule de l'acide cherché.

Données :

Formule de l'ion	H_3O^+	NO_3^-	HCOO^-	HO^-	CN^-
Conductivité molaire ionique $\lambda \text{ (mS} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{mol}^{-1}\text{)}$	35,0	7,14	5,46	19,9	7,80

Pour aller plus loin

4 ** Attaque acide

➔ R1, R2, R3, P1 et P2

➔ corrigé p. 231

En TP, un élève introduit rapidement un morceau de ruban de magnésium de longueur L dans un erlenmeyer contenant 10,0 mL d'acide chlorhydrique molaire qu'il bouche hermétiquement. Il observe une augmentation de la température et une effervescence dans l'erlenmeyer qui, bouché, a un volume total de 250,0 mL.

1. Écrire l'équation bilan de la réaction. Est-elle de nature acido-basique ou redox ?
2. Sachant que les élèves utilisent un ruban de 1,00 m de masse 1,207 g, en déduire la quantité de matière de magnésium introduite dans l'erlenmeyer si l'élève a coupé une longueur $L = 2,0$ cm de ruban.
3. En supposant que le gaz dégagé est parfait, calculer la pression dans l'erlenmeyer à la fin de l'expérience.

Données : $M_{\text{Mg}} = 24,3 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$.

Dans la salle de TP, $P = 998 \text{ hPa}$ et $T = 21^\circ \text{C}$.

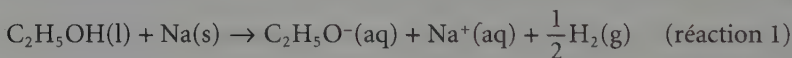
5 ** L'ion éthanolate

➔ R1, R3 et P1

➔ corrigé p. 233

Dans $V = 20,0$ mL d'éthanol pur, on introduit 1,0 g de sodium. Une réaction exothermique assez vive se produit, accompagnée d'un dégagement gazeux important.

L'éthanol, de formule $\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}$, réagit avec le sodium suivant l'équation bilan :



L'ion éthanolate $\text{C}_2\text{H}_5\text{O}^-$ formé au cours de cette réaction réagit avec l'eau en donnant quantitativement de l'éthanol et des ions hydroxyde. L'équation bilan de sa réaction avec l'eau est appelée réaction 2.

1. La réaction 1 peut-elle être considérée comme une réaction acido-basique ? Justifier la réponse.
2. Montrer que l'éthanol est introduit en excès par rapport au sodium.
3. En déduire la quantité d'ions éthanolate formés lors de la réaction 1.
4. L'ion éthanolate est une base : donner la définition d'une base. Écrire l'équation bilan de la réaction 2 et montrer que cette réaction est une réaction acido-basique.

Données : $M_{\text{Na}} = 23,0 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$; masse volumique de l'éthanol : $\rho = 790 \text{ g} \cdot \text{L}^{-1}$.

1 Vrai-Faux

1. Vrai. L'ion H^+ s'hydrate en solution aqueuse et devient l'ion oxonium : les deux couples proposés sont équivalents.
2. Faux. Une espèce chimique réduite est un oxydant, c'est donc une espèce qui accepte un ou plusieurs électrons.
3. Vrai. Pour une solution basique : $\text{pH} > 7$; pour une solution acide : $\text{pH} < 7$; pour une solution neutre : $\text{pH} = 7$.
4. Faux. CH_3COO^- peut réagir avec un acide tel que l'ion oxonium mais les produits de la réaction sont CH_3COOH et H_2O , le couple $\text{H}_3\text{O}^+/\text{H}_2$ étant un couple redox !
5. Faux. La teinte basique d'un indicateur coloré est la teinte de la solution contenant la base conjuguée Ind^- . Cela ne présage en rien du pH de la solution. Par exemple, pour l'hélianthine, la teinte basique est obtenue dès $\text{pH} > 4,4$.

2 Identification de solutions

1. Pour la solution A, la teinte du BBT est jaune donc le pH doit être inférieur à 6,0 ; la teinte de l'hélianthine est rouge donc le pH doit être inférieur à 3,1, soit $\text{pH}_A \in [0 ; 3,1]$.

En raisonnant de même pour les deux autres solutions, on a :

- pour la solution B, $\text{pH}_B \in [0 ; 3,1]$;
- pour la solution C, $\text{pH}_C \in [7,6 ; 14,0]$.

On peut tout d'abord séparer les solutions acides (A et B) de la solution basique (C) et identifier cette dernière comme la solution d'hydroxyde de sodium. En effet, l'ion hydroxyde $\text{HO}^-(\text{aq})$ est la base conjuguée de la molécule d'eau, le couple acido-basique de l'eau étant $\text{H}_2\text{O}/\text{HO}^-$. **La solution d'hydroxyde de sodium est donc une solution basique de $\text{pH} > 7$: c'est la solution C.**

2. Les mesures de pH confirment la réponse précédente : $\text{pH}_C = 12,0$ (c'est le seul $\text{pH} > 7$). On peut aussi en déduire que la solution d'acide chlorhydrique ayant le plus petit pH est la solution A, et par conséquent que la solution d'acide éthanoïque est la solution B.

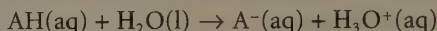
Récapitulatif :

- solution A : solution d'acide chlorhydrique ;
- solution B : solution d'acide éthanoïque ;
- solution C : solution d'hydroxyde de sodium.

À concentrations égales, le pH de la solution d'acide chlorhydrique est inférieur à celui de la solution d'acide éthanoïque.

3 Un acide inconnu

1. L'équation de la réaction de l'acide AH inconnu avec l'eau est :



Les ions présents dans la solution sont donc les ions oxonium $\text{H}_3\text{O}^+(\text{aq})$ et les ions $\text{A}^-(\text{aq})$, base conjuguée de l'acide AH.

L'expression de la conductivité de la solution est alors :

$$\sigma = \lambda_{\text{H}_3\text{O}^+}[\text{H}_3\text{O}^+] + \lambda_{\text{A}^-}[\text{A}^-]$$

2. On déduit de l'expression précédente celle de la conductivité molaire ionique de A^- :

$$\lambda_{\text{A}^-} = \frac{\sigma - \lambda_{\text{H}_3\text{O}^+}[\text{H}_3\text{O}^+]}{[\text{A}^-]}$$

Équation		$\text{AH}(\text{aq}) + \text{H}_2\text{O}(\text{l}) \rightarrow \text{A}^-(\text{aq}) + \text{H}_3\text{O}^+(\text{aq})$			
État	Avancement (mol)	Quantité de matière (mol)			
E.I.	$x = 0$	n	excès	0	0
E.C.	x	$n - x$	excès	x	x
E.F.	$x = x_{\text{max}} = n$	0	excès	n	n

Or le tableau d'évolution de la réaction montre que :

$$n = n_{\text{AH}}(\text{E.I.}) = n_{\text{A}^-}(\text{E.F.}) = n_{\text{H}_3\text{O}^+}(\text{E.F.})$$

soit à volume constant :

$$\frac{n_{\text{H}_3\text{O}^+}}{V} = \frac{n_{\text{A}^-}}{V} = [\text{H}_3\text{O}^+] = [\text{A}^-]$$

Finalement, on a :

$$\lambda_{\text{A}^-} = \frac{\sigma - \lambda_{\text{H}_3\text{O}^+}[\text{H}_3\text{O}^+]}{[\text{H}_3\text{O}^+]}$$

soit :

$$\lambda_{\text{A}^-} = \frac{\sigma}{[\text{H}_3\text{O}^+]} - \lambda_{\text{H}_3\text{O}^+}$$

Attention,
les concentrations
des formules
de conductimétrie
doivent être
en $\text{mol} \cdot \text{m}^{-3}$.

$$\text{A.N. : } \lambda_{\text{A}^-} = \frac{52,7 \cdot 10^{-3}}{1,3 \cdot 10^{-3} \times 10^3} - 35,0 \cdot 10^{-3} = 5,5 \cdot 10^{-3} \text{ S} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{mol}^{-1}.$$

3. Par identification, on déduit que l'ion A^- est l'ion méthanoate $HCOO^-(aq)$. L'acide AH est donc l'acide méthanoïque $HCOOH$.

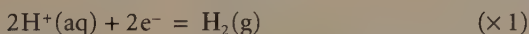
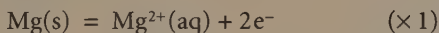
4 Attaque acide

1. La réaction est celle du magnésium $Mg(s)$ et de l'acide chlorhydrique $H^+(aq) + Cl^-(aq)$. Le magnésium est le réducteur du couple métallique $Mg^{2+}(aq)/Mg(s)$. Le métal ne peut donc réagir qu'avec un oxydant d'un autre couple redox.

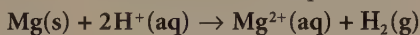
Les couples redox faisant intervenir les ions hydrogène et chlorure sont $Cl_2(g)/Cl^-(aq)$, dans lequel l'ion chlorure est réducteur, et $H^+(aq)/H_2(g)$, dans lequel l'ion hydrogène est oxydant.

On en conclut que la réaction qui a lieu est celle de l'attaque acide de $H^+(aq)$ sur le magnésium $Mg(s)$.

Les demi-équations sont :



La réaction est donc de nature redox et d'équation :



Dans une réaction d'oxydoréduction, un oxydant ne peut réagir que sur un réducteur.

2. La masse linéique μ du ruban de magnésium est :

$$\mu = \frac{m_{\text{totale}}}{L_{\text{totale}}}$$

$$\text{A.N. : } \mu = \frac{1,207}{1,00} = 1,21 \text{ g} \cdot \text{m}^{-1}.$$

La quantité de matière de magnésium introduite est : $n = \frac{m}{M}$

soit :

$$n = \frac{\mu L}{M}$$

$$\text{A.N. : } n = \frac{1,21 \times 2,0 \cdot 10^{-2}}{24,3} = 1,0 \cdot 10^{-3} \text{ mol.}$$

3. Vérifions que le magnésium est le réactif limitant.

La quantité de matière d'acide chlorhydrique est :

$$n' = c'V'$$

avec c' la concentration de la solution, soit $c' = 1,0 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$ (l'acide étant molaire) et $V' = 10,0 \text{ mL}$ (volume d'acide dans l'erenmeyer).

$$\text{A.N. : } n' = 1,0 \times 10,0 \cdot 10^{-3} = 1,0 \cdot 10^{-2} \text{ mol.}$$

Or la concentration c' de l'acide chlorhydrique est égale à celle des ions $H^+(aq)$ et $Cl^-(aq)$ présents en solution. On en déduit que la quantité de matière des ions $H^+(aq)$ est aussi égale à n' .

On peut établir le tableau d'évolution de la réaction des ions $H^+(aq)$ sur le magnésium $Mg(s)$.

Équation		$Mg(s) + 2H^+(aq) \rightarrow Mg^{2+}(aq) + H_2(g)$			
État	Avancement (mol)	Quantité de matière (mol)			
E.I.	$x = 0$	n	n'	0	0
E.C.	x	$n - x$	$n' - 2x$	x	x
E.F.	$x = x_{\max} = n$	$n - x_{\max}$	$n' - 2x_{\max}$	$x_{\max}$	$x_{\max}$

Le réactif limitant est bien le magnésium, car $x_{\max} = n = 1,0 \cdot 10^{-3}$ mol, et les quantités de matière à l'état final sont :

$$n_{H^+} = n' - 2x_{\max}$$

$$\text{A.N. : } n_{H^+} = 1,0 \cdot 10^{-2} - 2,0 \cdot 10^{-3} = 8,0 \cdot 10^{-3} \text{ mol.}$$

$$n_{Mg^{2+}} = n_{H_2} = x_{\max}$$

$$\text{A.N. : } n_{Mg^{2+}} = n_{H_2} = 1,0 \cdot 10^{-3} \text{ mol.}$$

La pression totale est la somme de la pression atmosphérique normale à l'état initial (pression dans la salle de TP) et de la surpression créée par le gaz dégagé.

$$\text{Soit } P_{H_2} \text{ cette surpression. On a : } P_{H_2} = \frac{n_{H_2} RT}{V_{H_2}}.$$

La pression totale dans l'erenmeyer est :

$$P_{\text{totale}} = P + P_{H_2}$$

soit :

$$P_{\text{totale}} = P + \frac{n_{H_2} RT}{V_{H_2}}$$

avec V_{H_2} le volume accessible au gaz, soit 250,0 mL privés de 10,0 mL de solution, et T la température de la salle (on attendra que la température se stabilise une fois la réaction terminée).

$$\text{A.N. : } P_{\text{totale}} = 998 \cdot 10^2 + \frac{1,0 \cdot 10^{-3} \times 8,314 \times (21 + 273)}{240,0 \cdot 10^{-3} \times 10^{-3}} = 1,1 \cdot 10^5 \text{ Pa.}$$

Calculer la surpression créée par le dégagement gazeux dans le volume accessible de l'erenmeyer à la température de la salle.

5 L'ion éthanolate

1. Ici, on peut définir un couple $\text{C}_2\text{H}_5\text{OH(l)}/\text{C}_2\text{H}_5\text{O}^-\text{(aq)}$ et une demi-équation associée $\text{C}_2\text{H}_5\text{OH} = \text{C}_2\text{H}_5\text{O}^- + \text{H}^+$, mais on ne peut définir de second couple acido-basique (avec le sodium Na(s) comme base conjuguée de l'ion $\text{Na}^+\text{(aq)}$ par exemple).

La réaction 1 n'est donc pas une réaction acido-basique.

2. Les quantités de matière introduites sont :

$$n_1 = n_{\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}} = \frac{\rho V}{M_{\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}}}$$

$$n_2 = n_{\text{Na}} = \frac{m_{\text{Na}}}{M_{\text{Na}}}$$

La réaction 1 est acido-basique si elle fait intervenir un acide d'un couple acido-basique et une base d'un autre couple acido-basique.

A.N. : $M_{\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}} = 2 \times 12,0 + 6 \times 1,0 + 16,0 = 46 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$;

$$n_1 = \frac{790 \times 20,0 \cdot 10^{-3}}{46} = 3,4 \cdot 10^{-1} \text{ mol} \text{ et } n_2 = \frac{1,0}{23,0} = 4,3 \cdot 10^{-2} \text{ mol} .$$

Équation		$\text{C}_2\text{H}_5\text{OH(l)} + \text{Na(s)} \rightarrow \text{C}_2\text{H}_5\text{O}^-\text{(aq)} + \text{Na}^+\text{(aq)} + \frac{1}{2}\text{H}_2\text{(g)}$				
État	Avancement (mol)	Quantité de matière (mol)				
E.I.	$x = 0$	n_1	n_2	0	0	0
E.C.	x	$n_1 - x$	$n_2 - x$	x	x	$\frac{x}{2}$
E.F.	$x = x_{\text{max}}$	$n_1 - x_{\text{max}}$	$n_2 - x_{\text{max}}$	x_{max}	x_{max}	$\frac{x_{\text{max}}}{2}$

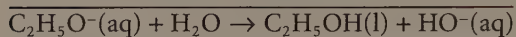
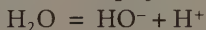
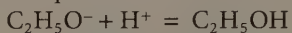
L'avancement maximal correspond à $x_{\text{max}} = n_2 = 4,3 \cdot 10^{-2} \text{ mol}$, et le réactif limitant est bien le sodium.

On a $n_{\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}}(\text{E.F.}) = n_1 - x_{\text{max}} = 3,4 \cdot 10^{-1} - 4,3 \cdot 10^{-2} = 0,30 \text{ mol}$ introduit en excès.

3. La quantité d'ions éthanolate est $n_{\text{C}_2\text{H}_5\text{O}^-}(\text{E.F.}) = x_{\text{max}} = n_2 = 4,3 \cdot 10^{-2} \text{ mol}$.

4. Une base (au sens de Brönsted) est une espèce chimique capable d'accepter un proton H^+ . Les deux couples mis en jeu dans la réaction 2 sont $\text{C}_2\text{H}_5\text{OH(l)}/\text{C}_2\text{H}_5\text{O}^-\text{(aq)}$ et un couple de l'eau. L'eau, réagissant avec l'ion éthanolate, doit être un acide. On en déduit le couple de l'eau : $\text{H}_2\text{O}/\text{HO}^-\text{(aq)}$.

Les demi-équations associées sont :



Chaque demi-équation montrant un transfert de proton, on en déduit le caractère acido-basique de la réaction 2.

Choisir parmi les deux couples acido-basiques de l'eau celui pour lequel H_2O est un acide afin qu'il réagisse avec la base $\text{C}_2\text{H}_5\text{O}^-(\text{aq})$.

Chapitre 4

**Comment déterminer
les quantités de matière
en solution à l'aide
de réactions chimiques ?
Les dosages**

1 Principe du dosage

1 Définition

→ Doser une espèce chimique, c'est déterminer la concentration de cette espèce dans une solution donnée. Il existe deux sortes de méthodes : les méthodes non destructives et les méthodes destructives.

Remarque : quand on connaît le volume de la solution, déterminer la concentration d'une espèce chimique permet aussi de déterminer sa quantité de matière.

2 Méthodes non destructives

→ Courbe d'étalonnage

Les méthodes non destructives font souvent appel à des références. Une courbe d'étalonnage d'une grandeur physique en fonction de la concentration de l'espèce à doser est une référence. Il suffit ainsi de réaliser une mesure de la grandeur pour la solution considérée et de se reporter à la courbe d'étalonnage pour déterminer sa concentration.

Exemple : courbe de la conductance ou de la conductivité d'une solution en fonction de sa concentration.

→ Échelle de teintes

Une autre référence peut être une échelle de teintes dont chaque concentration est connue. On compare alors la couleur de la solution à doser à celles de l'échelle de teintes.

Remarque : cette méthode n'est qu'approximative et nécessite une espèce chimique colorée.

3 Méthodes destructives

→ Les méthodes destructives s'appuient sur une réaction chimique entre l'espèce chimique à doser (réactif titré ou réactif à titrer) et un autre réactif bien connu (réactif titrant).

→ La réaction de dosage, pour être utilisée comme support de dosage, doit posséder trois caractéristiques. Elle doit être :

- **unique** : il ne doit pas y avoir plusieurs réactions possibles ayant le même réactif et donnant des produits différents ;
- **totale** : à la fin du dosage ou équivalence, tous les réactifs doivent avoir réagi ;
- **rapide** : on doit pouvoir repérer immédiatement l'état final du dosage afin de connaître la quantité de réactif titrant introduit.

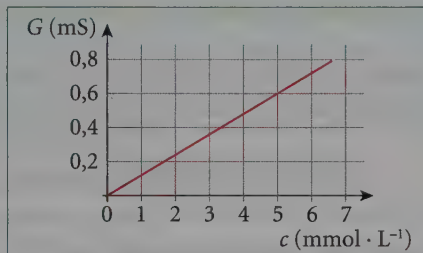
Exercice résolu



Déterminer la concentration d'une solution à partir d'une courbe d'étalonnage

Énoncé

En TP, des élèves réalisent une série de solutions aqueuses de chlorure de sodium de concentrations différentes et en mesurent la conductance à l'aide d'une cellule conductimétrique. La courbe ci-contre représente



les variations de la conductance G en fonction de la concentration c .

Ces élèves veulent ensuite connaître la concentration d'un sérum physiologique (solution de chlorure de sodium). Ils réalisent une dilution au 40^{e} de la solution commerciale et mesurent sa conductance.

1. La conductance mesurée est $G_s = 473 \mu\text{S}$. En déduire la concentration molaire.
2. Comparer cette valeur à l'étiquette du flacon « sérum physiologique à 9 ‰ en masse ».

Données : $M_{\text{Na}} = 23,0 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$ et $M_{\text{Cl}} = 35,5 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$.

Corrigé commenté

1. Par lecture graphique, les élèves déduisent directement la concentration de la solution diluée :

$$\begin{aligned} c_s &= 3,8 \text{ mmol} \cdot \text{L}^{-1} \\ &= 3,8 \cdot 10^{-3} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}. \end{aligned}$$

La solution commerciale étant

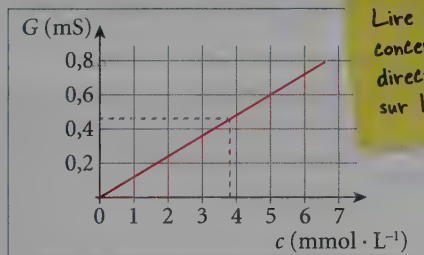
40 fois plus concentrée, on en déduit : $c = 40c_s$.

$$\text{A.N. : } c = 40 \times 3,8 \cdot 10^{-3} = 0,15 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}.$$

2. La concentration massique du sérum est alors $c_m = cM$, avec M masse molaire du chlorure de sodium.

$$\text{A.N. : } M = M_{\text{Na}} + M_{\text{Cl}} = 23,0 + 35,5 = 58,5 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1} \text{ et}$$

$$c_m = 0,15 \times 58,5 = 8,8 \text{ g} \cdot \text{L}^{-1}, \text{ soit une erreur de } \frac{9 - 8,8}{9} \times 100 = 2\%.$$



Lire la concentration directement sur le graphe.

2 Équivalence

1 Définitions

Définition 1 : L'équivalence est l'état pour lequel on passe d'un réactif limitant (réactif titrant) à un autre (réactif titré).

Définition 2 : L'équivalence est l'état final d'un système pour lequel les réactifs ont été introduits, à l'état initial, dans les proportions stœchiométriques.

2 Relation à l'équivalence

→ La relation à l'équivalence lie les quantités de matière des réactifs titrant et titré au moment de l'équivalence. Elle s'établit grâce au tableau d'évolution de la réaction de dosage.

Considérons la réaction $aA + bB \rightarrow cC + dD$. Son tableau d'évolution est :

Équation		aA	+	bB	$\rightarrow$	cC	+	dD
État	Avancement (mol)	Quantité de matière (mol)						
E.I.	$x = 0$	$n_i(A)$		$n_i(B)$		0		0
E.C.	x	$n_i(A) - ax$		$n_i(B) - bx$		cx		dx
Équiv.	$x = x_{\max}$	$n_i(A) - ax_{\max}$		$n_i(B) - bx_{\max}$		$cx_{\max}$		$dx_{\max}$

→ À l'équivalence, les quantités de réactifs A et B sont nulles (les deux réactifs sont limitants ou le mélange initial est dans les proportions stœchiométriques).

On a donc :

$$\begin{cases} n_i(A) - ax_{\max} = 0 \\ n_i(B) - bx_{\max} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{n_i(A)}{a} = x_{\max} \\ \frac{n_i(B)}{b} = x_{\max} \end{cases}$$

→ On en déduit la relation à l'équivalence : $\frac{n_i(A)}{a} = \frac{n_i(B)}{b}$ ou encore en fonction des concentrations :

$$\frac{c_A V_A}{a} = \frac{c_B V_B}{b} \text{ avec } \begin{cases} c_A \text{ et } c_B : \text{concentrations des réactifs A et B (en mol} \cdot \text{L}^{-1}), \\ V_A \text{ et } V_B : \text{volumes des réactifs A et B (en L),} \\ a \text{ et } b : \text{coefficients stœchiométriques de l'équation de dosage.} \end{cases}$$

Remarque : il faut redémontrer cette relation à l'équivalence pour chaque réaction de dosage.

3 Concentration de l'espèce titrée

→ Soit A le réactif titré et B le réactif titrant. Si l'on connaît le volume de réactif titré introduit à l'état initial V_A , le volume de réactif titrant à l'équivalence V_B et la concentration du réactif titrant c_B , on peut déduire de la relation à l'équivalence la

concentration du réactif titré : $c_A = c_B \cdot \frac{V_B}{V_A} \cdot \frac{a}{b}$

Exercice résolu

➔ Établir l'expression de la concentration de la solution titrée

Énoncé

On dose un volume V_a d'une solution d'acide chlorhydrique par une solution d'hydroxyde de sodium (soude) de concentration c_b . Écrire l'équation support du dosage et en déduire l'expression de la concentration d'acide chlorhydrique en fonction du volume V_{be} de soude versé à l'équivalence.

Corrigé commenté

L'équation du dosage est la réaction acido-basique entre les ions oxonium de l'acide chlorhydrique (couple $\text{H}_3\text{O}^+(\text{aq}) / \text{H}_2\text{O}$) et hydroxyde de la soude (couple $\text{H}_2\text{O} / \text{HO}^-(\text{aq})$). Par addition membre à membre des demi-équations associées, on obtient : $\text{H}_3\text{O}^+(\text{aq}) + \text{HO}^-(\text{aq}) \rightarrow 2\text{H}_2\text{O}$.

On a : $c_a = [\text{H}_3\text{O}^+] = [\text{Cl}^-]$ et $c_b = [\text{HO}^-] = [\text{Na}^+]$.

Équation		$\text{H}_3\text{O}^+(\text{aq}) + \text{HO}^-(\text{aq}) \rightarrow 2\text{H}_2\text{O}$		
État	x (mol)	Quantité de matière (mol)		
E.I.	$x = 0$	$c_a V_a$	$c_b V_b$	excès
E.C.	x	$c_a V_a - x$	$c_b V_b - x$	excès
Équiv.	$x = x_{\max}$	0	0	excès

À l'équivalence,

$$c_a V_a - x_{\max} = c_b V_{be} - x_{\max} = 0 \Leftrightarrow c_a V_a = c_b V_{be}$$

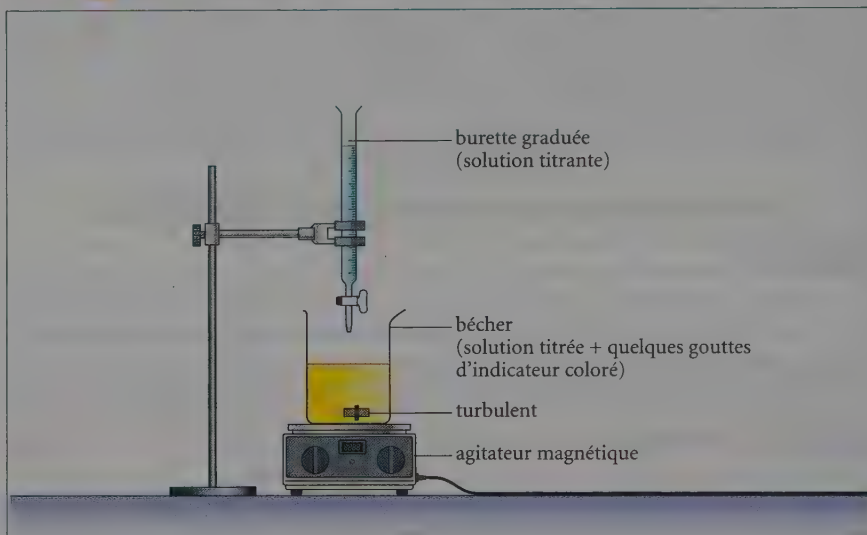
On en déduit :

$$c_a = \frac{c_b V_{be}}{V_a}$$

Établir le tableau d'évolution de la réaction de dosage en fonction des concentrations.

3 Dosage colorimétrique

1 Dispositif



2 Repérage de l'équivalence

→ Indicateur de fin de dosage

Toute la difficulté expérimentale réside dans le repérage de l'équivalence. Dans un dosage colorimétrique, l'équivalence est repérée par le changement brutal de couleur d'un indicateur coloré introduit dans la solution à titrer. Chaque indicateur coloré (acido-basique, redox...) est spécifique à la réaction de dosage.

→ Exemples

Le BBT est un bon indicateur de fin de dosage de la réaction entre l'acide chlorhydrique et la soude : il est jaune si l'acide est en excès et bleu dans le cas contraire. L'empois d'amidon est un bon indicateur redox pour le dosage du diiode : il est noir en présence de diiode et incolore sinon. Il faut cependant l'introduire au dernier moment.

3 Dosage rapide et dosage à la goutte

→ Expérimentalement, il est souhaitable de réaliser le dosage en deux temps :

- on procède à un premier dosage rapide. On ouvre le robinet de la burette en laissant s'écouler la solution titrante jusqu'au changement de couleur de l'indicateur coloré. On repère alors très approximativement le volume versé V_e ;
- on réalise alors un second dosage précis à la goutte. On laisse s'écouler la solution titrante jusqu'à $V_e - 2$ mL et on réduit l'ouverture du robinet afin d'installer un goutte-à-goutte. On repère alors très précisément (à la goutte près) l'équivalence par la nouvelle teinte de la solution.

Exercice résolu

Déterminer la concentration d'une solution titrée

Énoncé

Reprenons le dosage précédent d'un volume $V_a = 20,0$ mL d'acide chlorhydrique par une solution titrante de soude de concentration $c_b = 5,0 \cdot 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$.

1. Quel est l'indicateur coloré de fin de dosage ? En déduire la couleur de la solution titrée avant et après l'équivalence.
2. Le changement de couleur s'opère pour un volume $V_{be} = 10,3$ mL. Calculer la concentration en acide chlorhydrique.

Corrigé commenté

1. Le BBT est un bon indicateur acido-basique pour ce dosage. Avant l'équivalence, la solution titrée est uniquement de l'acide chlorhydrique : le BBT est jaune. Après l'équivalence, la solution titrante a réagi avec la solution titrée en formant de l'eau, et tout ajout de soude supplémentaire donne au BBT une couleur bleue.

2. On a établi précédemment que
$$c_a = \frac{c_b V_{be}}{V_a}$$

A.N. : en laissant les volumes en mL, on obtient :

$$c_a = \frac{5,0 \cdot 10^{-2} \times 10,3}{20,0} = 2,6 \cdot 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}.$$

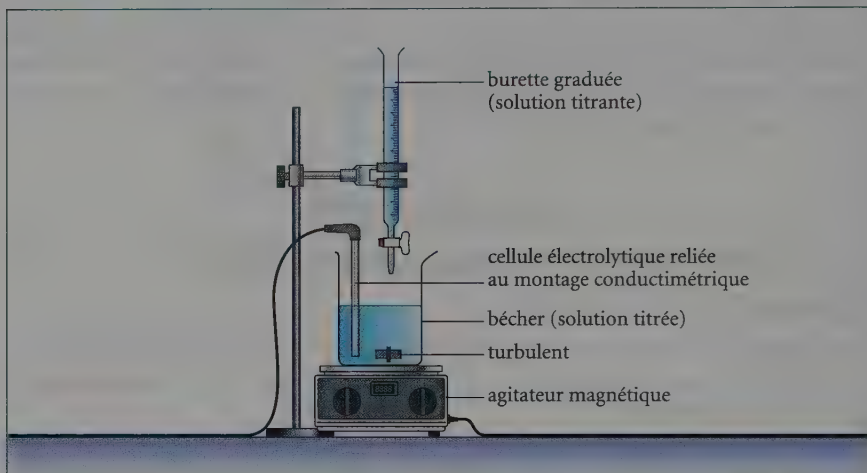
La couleur de la solution correspond :

- avant l'équivalence à celle de l'indicateur dans la solution titrée ;
- après l'équivalence à celle de l'indicateur dans la solution titrante.

4 Suivi conductimétrique

1 Dispositif et réalisation pratique

→ Dispositif expérimental

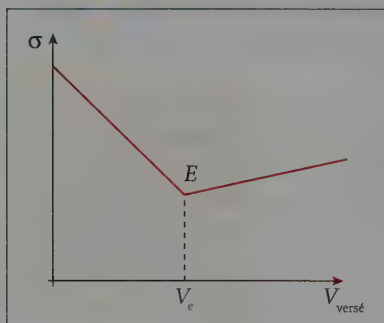


→ Réalisation de la mesure de conductivité

La cellule conductimétrique permet de mesurer la conductance ou la conductivité de la solution si l'on connaît la constante de la cellule utilisée.

En pratique, on réalise une mesure pour chaque millilitre de solution titrante versé.

2 Repérage de l'équivalence



→ Les mesures effectuées permettent de tracer la courbe de la conductivité (ou de la conductance) de la solution en fonction du volume de solution titrante versé $V_{\text{versé}}$.

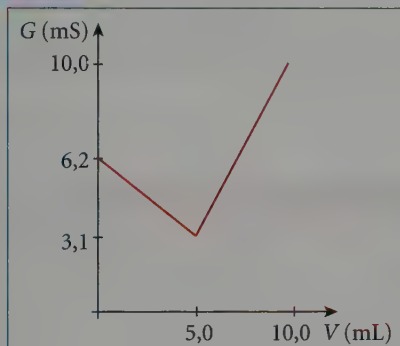
→ Cette courbe est constituée de deux demi-droites sécantes en E , point d'équivalence du dosage réalisé.

→ Le volume versé à l'équivalence V_e se lit directement sur la courbe.

Exercice résolu

➔ Déterminer la concentration d'une solution titrée par suivi conductimétrique

Énoncé



On dose $V_b = 100,0 \text{ mL}$ d'une solution d'hydroxyde de sodium diluée au 200^e de Destop[®] par de l'acide chlorhydrique de concentration $c_a = 0,50 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$.

Un suivi conductimétrique permet d'obtenir la courbe de la conductance en fonction du volume d'acide versé.

1. Déterminer le volume versé à l'équivalence.
2. En déduire la concentration du déboucheur d'évier en hydroxyde de sodium.

Corrigé commenté

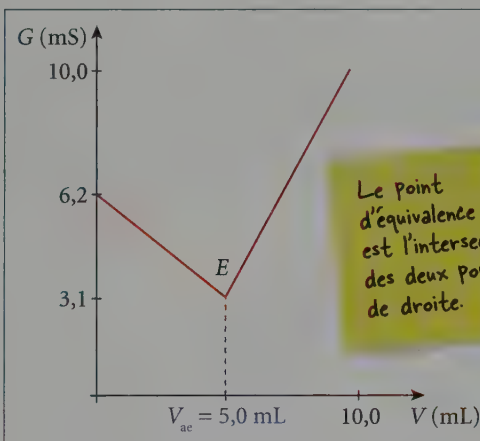
1. Par lecture graphique, on a $V_{ae} = 5,0 \text{ mL}$.

2. On a précédemment établi que pour le dosage de la soude par l'acide chlorhydrique, on a la relation à l'équivalence : $c_a V_a = c_b V_b$,

$$\text{soit ici } c_b = \frac{c_a V_{ae}}{V_b}.$$

La solution est diluée au 200^e, donc la concentration du Destop[®] est $c_0 = 200 c_b$.

$$\text{A.N. : } c_0 = 200 \times \frac{0,50 \times 5,0}{100,0} = 5,0 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}.$$



Le point d'équivalence E est l'intersection des deux portions de droite.

Méthode

Établir la relation à l'équivalence

Sujet exemple

On dose une solution aqueuse de diiode par une solution de thiosulfate de sodium. Sachant que les couples mis en jeu sont $\text{I}_2(\text{aq}) / \text{I}^-(\text{aq})$ et $\text{S}_4\text{O}_6^{2-}(\text{aq}) / \text{S}_2\text{O}_3^{2-}(\text{aq})$, établir la relation entre les concentrations des solutions titrée et titrant à l'équivalence.

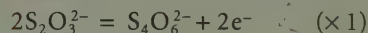
Ce qu'il faut faire

Étape 1 :

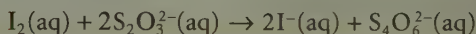
- Établissez l'équation bilan de la réaction de dosage.

Les couples en jeu sont : $\text{I}_2(\text{aq}) / \text{I}^-(\text{aq})$ et $\text{S}_4\text{O}_6^{2-}(\text{aq}) / \text{S}_2\text{O}_3^{2-}(\text{aq})$.

Demi-équations associées :



Équation bilan :



Étape 2 :

- Dressez le tableau d'évolution de la réaction de dosage, l'état final correspondant à l'équivalence.
- Notez de préférence n_{O} la quantité de matière à l'E.I. d'un oxydant, n_{r} celle d'un réducteur, n_{a} celle d'un acide et n_{b} celle d'une base.

Équation		$\text{I}_2 + 2\text{S}_2\text{O}_3^{2-} \rightarrow 2\text{I}^- + \text{S}_4\text{O}_6^{2-}$			
État	Avancement (mol)	Quantité de matière (mol)			
E.I.	$x = 0$	n_{O}	n_{r}	0	0
E.C.	x	$n_{\text{O}} - x$	$n_{\text{r}} - 2x$	$2x$	x
Équiv.	$x = x_{\text{max}}$	$n_{\text{O}} - x_{\text{max}}$	$n_{\text{r}} - 2x_{\text{max}}$	$2x_{\text{max}}$	x_{max}

Étape 3 :

• À l'équivalence, les deux réactifs (titrant et titré) sont limitants : déduisez-en alors un système de deux équations en $x_{\max}$.

À l'équivalence, le diiode et le thiosulfate sont limitants (le mélange introduit est stœchiométrique). On a :

$$\begin{cases} n_{\text{O}} - x_{\max} = 0 \\ n_{\text{r}} - 2x_{\max} = 0 \end{cases}$$

Étape 4 :

• Résolvez ce système d'équations.
• Déduisez-en la relation entre les quantités de matière à l'équivalence.

On obtient alors, en éliminant $x_{\max}$, la relation suivante :

$$\begin{cases} n_{\text{O}} = x_{\max} \\ \frac{n_{\text{r}}}{2} = x_{\max} \end{cases} \Leftrightarrow \boxed{n_{\text{O}} = \frac{n_{\text{r}}}{2}}$$

Étape 5 :

• Sachant que les quantités introduites sont en solution, on a : $n = cV$. Déduisez ensuite la relation des concentrations.

Soit, en introduisant les concentrations :

$$n_{\text{O}} = c_{\text{O}} V_{\text{O}} = \frac{c_{\text{r}} V_{\text{r}}}{2} = \frac{n_{\text{r}}}{2}$$

• Vous pouvez aussi introduire cette notation directement dans le tableau d'évolution du dosage sans passer par les quantités de matière.

$$\boxed{c_{\text{O}} V_{\text{O}} = \frac{c_{\text{r}} V_{\text{r}}}{2}}$$

Réflexes à avoir et pièges à éviter

- R1** Établir le tableau d'évolution de la réaction, avec comme état final l'équivalence du dosage, avant de donner la relation entre les quantités de matière ou les concentrations.
- R2** Vérifier que la relation à l'équivalence dépend bien des coefficients stoechiométriques de l'équation bilan de dosage.
- R3** Apprendre une liste non exhaustive d'indicateurs colorés adaptés : BBT pour le dosage de l'acide chlorhydrique par la soude, l'empois d'amidon pour le dosage du diiode...
- P1** Attention, expérimentalement, la solution titrée doit être introduite dans le bécher du dispositif de dosage, alors que la solution titrante est dans la burette graduée.
- P2** Dans le cas d'un suivi conductimétrique, bien tracer les deux droites sécantes en E avant d'évaluer le volume de solution titrante versé à l'équivalence.

Vérifiez vos connaissances

1 Vrai-Faux

→ corrigé p. 252

1. La réaction support de dosage est soit de nature acido-basique, soit de nature redox.

☐

V

☐

F

2. La solution titrée est la solution de concentration inconnue.

☐

V

☐

F

3. À l'équivalence, la quantité de matière introduite de réactif titrant est la même que celle de réactif à titrer.

☐

V

☐

F

4. Dans le dosage du diiode, l'équivalence se repère par le changement de couleur du diiode (jaune orangé) à l'ion iodure (incolore).

☐

V

☐

F

5. Dans le dosage de la soude par l'acide chlorhydrique, l'équivalence peut se repérer par le passage du jaune au bleu du BBT.

☐

V

☐

F

Exercices d'entraînement

2 * Dosage d'un produit domestique

→ R1 et R2

→ corrigé p. 252

Pour abaisser le pH des eaux d'une piscine, on utilise une poudre appelée « pH moins » qui contient du bisulfate de sodium, encore appelé hydrogénosulfate de sodium, de formule NaHSO_4 . On veut déterminer le pourcentage massique d'hydrogénosulfate contenu dans cette poudre.

On considère que les propriétés acido-basiques de cette poudre sont dues uniquement à la présence d'ions hydrogénosulfate HSO_4^- appartenant au couple $\text{HSO}_4^- (\text{aq}) / \text{SO}_4^{2-} (\text{aq})$.

On dissout 1,00 g de cette poudre dans de l'eau distillée jusqu'à l'obtention d'une solution S limpide de volume $V = 100,0 \text{ mL}$. On prélève un volume $V_a = 20,0 \text{ mL}$ de S que l'on dose par une solution d'hydroxyde de sodium de concentration $c_b = 0,100 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$. Le volume à l'équivalence est $V_{be} = 14,8 \text{ mL}$.

1. Faire un schéma annoté du dispositif du dosage

2. Écrire l'équation de la réaction de dosage et établir la relation à l'équivalence.

3. Déterminer la concentration de la solution d'hydrogénosulfate de la poudre « pH moins ».

4. En déduire le pourcentage massique d'hydrogénosulfate de sodium contenu dans cette poudre.

Données : $M_{Na} = 23,0 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$ et $M_S = 32,1 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$.

3 ** Dosage d'une solution commerciale → R1, R3, R4, P1 et P2 → corrigé p. 254

Au cours d'une séance de travaux pratiques de chimie, le professeur propose à ses élèves de doser une solution commerciale S d'acide bromhydrique. Cette solution résulte de la dissolution de bromure d'hydrogène liquide (HBr) dans de l'eau. L'acide bromhydrique est un acide totalement dissocié en solution aqueuse. L'étiquette de la solution S indique : « pourcentage en masse 46 %, densité $d = 1,47$ ».

1. Écrire la réaction du bromure d'hydrogène avec l'eau.

2. Vérifier que la concentration molaire c de la solution S est égale à $8,35 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$.

Pour vérifier cette concentration, on envisage d'utiliser une solution d'hydroxyde de sodium de concentration $c_b = 0,10 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$. Avant de laisser les élèves faire leur dosage, le professeur leur propose de prévoir le volume de la solution titrée à verser pour atteindre la fin du dosage.

3. Quelle est l'équation de la réaction mise en jeu dans ce dosage ?

4. Qu'appelle-t-on équivalence dans un dosage acido-basique ?

5. Quel est le volume $V_{\text{be}0}$ de solution d'hydroxyde de sodium nécessaire pour atteindre cette équivalence si le volume V_A de solution S dosée est de 20,0 mL ? Commenter le résultat compte tenu du matériel disponible.

Le professeur demande aux élèves de diluer 100 fois la solution S et de préparer une solution S' avec la verrerie disponible. Les groupes ayant préparé cette solution S' de concentration molaire c' vont faire leur dosage en parallèle. Ils prélèvent chacun $V_A' = 20,0 \text{ mL}$ de leur solution S' qu'ils dosent avec la même solution d'hydroxyde de sodium en présence d'un indicateur coloré.

6. Proposer un indicateur coloré utilisable pour ce dosage. Justifier la réponse.

7. Un groupe d'élèves mesure à l'équivalence un volume de solution d'hydroxyde de sodium $V_{\text{be}1}$ de 16,7 mL. Quelle valeur va-t-il trouver pour la concentration molaire de S' puis pour celle de S ? Le résultat est-il en accord avec celui de la question 2 ?

Données : Masse molaire atomique : $M_{Br} = 80,0 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$.

Pour aller plus loin

4 ** Formule brute d'un acide gras

➔ R1 et R2

➔ corrigé p. 255

L'acide oléique, présent dans certaines huiles, est un acide gras insaturé. Les acides gras insaturés sont des acides contenant plus de 10 atomes de carbone et une ou plusieurs doubles liaisons carbone-carbone.

Leur formule brute est de la forme $C_nH_{2n+1-2d}COOH$, où n est le nombre d'atomes de carbone de la chaîne (sans prendre en compte le groupement final $COOH$), et d le nombre de doubles liaisons.

Principe

Pour déterminer le nombre de doubles liaisons d de la molécule d'acide oléique, on utilise la réactivité de la double liaison $C=C$.

Chaque double liaison est le siège d'une transformation modélisée par la réaction d'équation :



Le chlorure d'iode ICl est introduit en excès ; le titrage de cet excès permet ensuite la détermination du nombre de doubles liaisons d dans la molécule.

Protocole opératoire

Étape 1 : Action du chlorure d'iode

Dans un erlenmeyer, on introduit un volume $V_{ICl} = 10,0 \text{ mL}$ d'une solution de chlorure d'iode de concentration $c_{ICl} = 0,11 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$, 250 mL de cyclohexane et une masse $m_2 = 0,20 \text{ g}$ d'acide oléique.

On bouche l'erlenmeyer et on agite. On le place à l'obscurité pendant 45 minutes en agitant de temps en temps. La transformation qui a lieu durant cette étape est modélisée par la réaction d'équation (1).

Étape 2 : Transformation de ICl en excès en diiode

L'excès de chlorure d'iode ne pouvant être dosé facilement, il est transformé intégralement en diiode selon la réaction d'équation :

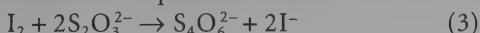


On ajoute dans l'erlenmeyer 20,0 mL d'une solution de iodure de potassium et 100 mL d'eau distillée.

On agite et on attend quelques minutes dans l'obscurité.

Étape 3 : Titrage du diiode

Le diiode formé au cours de la deuxième étape est titré par une solution de thiosulfate de sodium de concentration molaire $c_t = 0,10 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$ en présence d'empois d'amidon selon la réaction d'équation :



On a versé à l'équivalence un volume de solution de thiosulfate de sodium $V_E = 7,6 \text{ mL}$.

Exploitation du titrage du diiode par la solution de thiosulfate de sodium

1. Préciser, en justifiant ce choix, la verrerie utilisée pour prélever :

- le volume $V_{\text{Icl}} = 10,0 \text{ mL}$ de solution de chlorure d'iode ;
- les 250 mL de cyclohexane.

2. Déterminer la quantité de diiode $n(\text{I}_2)$ formée au cours de l'étape 2 et titrée dans l'étape 3.

3. Déterminer la quantité de chlorure d'iode en excès $n(\text{Icl})_{\text{ex}}$.

4. Déterminer la quantité de chlorure d'iode introduite $n(\text{Icl})_0$.

5. Déterminer la quantité de chlorure d'iode $n(\text{Icl})_f$ fixée par la masse m_2 d'acide oléique.

Détermination de la formule brute de l'acide oléique

6. Déterminer la quantité d'acide oléique $n_{\text{acide oléique}}$ présente dans la masse m_2 .

7. En déduire le nombre d de doubles liaisons par molécule d'acide oléique.

8. Déterminer la formule brute de cet acide insaturé.

Donnée : masse molaire de l'acide oléique = $282 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$.

5 ** Dosage du glucose

➔ R1 et R2

➔ corrigé p. 257

On veut préparer et réaliser au laboratoire le dosage du glucose présent dans une ampoule de 20,0 mL de jus de pomme pour bébé.

L'étape A consiste à déterminer la quantité de réactifs à utiliser. Pour cela, on suppose que la masse m de glucose contenue dans l'ampoule est voisine de 700 mg. L'étape B consiste à réaliser le dosage au laboratoire.

Préparation de la solution à doser

1. Pour économiser les réactifs lors des dosages, on dilue la solution S_0 de jus de pomme contenue dans l'ampoule. Grâce aux données en fin d'énoncé, faire une liste du matériel nécessaire et établir le protocole pour obtenir 50,0 mL d'une solution S_1 de jus de pomme dilué, contenant la totalité de la solution S_0 .

Étape A : calcul de la quantité de diiode à prévoir

On prélève $V_1 = 10,0 \text{ mL}$ de solution S_1 que l'on place dans un erlenmeyer. À une solution de diiode, on ajoute une solution d'hydroxyde de sodium pour que le milieu soit basique. La réaction qui se produit, notée réaction A, est telle qu'une mole de diiode réagit avec une mole de glucose.

2. On note n_1 la quantité de matière de glucose dans l'erlenmeyer. Exprimer n_1 en fonction de m et de la masse molaire M du glucose ; calculer cette quantité de matière.

3. Quelle doit être la quantité n_2 de diiode nécessaire pour que les réactifs soient mélangés dans les proportions stoechiométriques ?

Le diiode est, en réalité, introduit en excès. Lorsque la réaction A est terminée, on ajoute dans l'erenmeyer une solution d'acide chlorhydrique pour que le milieu soit acide. On dose alors le diiode en excès par une solution S_2 de thiosulfate de sodium placée dans une burette graduée de 25 mL. La solution S_2 a une concentration $c_2 = 0,10 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$.

4. Définir l'équivalence et préciser comment le manipulateur va l'observer.

5. Pour utiliser efficacement la burette de 25 mL, le manipulateur désire que l'équivalence se produise pour un volume de solution S_2 versé $V_2 = 15 \text{ mL}$. Déterminer la quantité de matière n_3 de diiode réagissant avec le volume V_2 de la solution S_2 .

6. Quelle doit être la quantité de matière totale de diiode n_4 à introduire au départ dans l'erenmeyer ?

Étape B : réalisation du dosage du glucose

Le manipulateur effectue ensuite le dosage précis du glucose contenu dans l'ampoule de jus de pomme. Le protocole expérimental est semblable à celui de l'étape A. Le volume de solution de diiode de concentration $c_5 = 0,075 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$ est $V_5 = 20,0 \text{ mL}$. Le volume de solution S_2 de thiosulfate de sodium versé est $V_6 = 14,6 \text{ mL}$.

7. Par analogie avec le raisonnement précédent, calculer la masse m' de glucose contenue réellement dans l'ampoule de jus de pomme.

Données : couples mis en jeu $\text{I}_2(\text{aq})/\text{I}^-(\text{aq})$ et $\text{S}_4\text{O}_6^{2-}(\text{aq})/\text{S}_2\text{O}_3^{2-}(\text{aq})$, masse molaire moléculaire du glucose $M_{\text{glucose}} = 180 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$.

Matériel à disposition

Erlenmeyers de 50 mL ; 100 mL ; 200 mL

Béchers de 50 mL ; 100 mL ; 200 mL

Éprouvettes graduées de 20 mL ; 50 mL ; 100 mL

Fioles jaugées de 50 mL ; 100 mL ; 200 mL

Pipettes jaugées de 5 mL ; 10 mL ; 20 mL

Pipettes graduées de 5 mL ; 10 mL ; 20 mL

Burettes graduées de 25 mL ; 50 mL

Pissette d'eau distillée

Empois d'amidon

Bouchons

Propipette

Gants et lunettes de sécurité

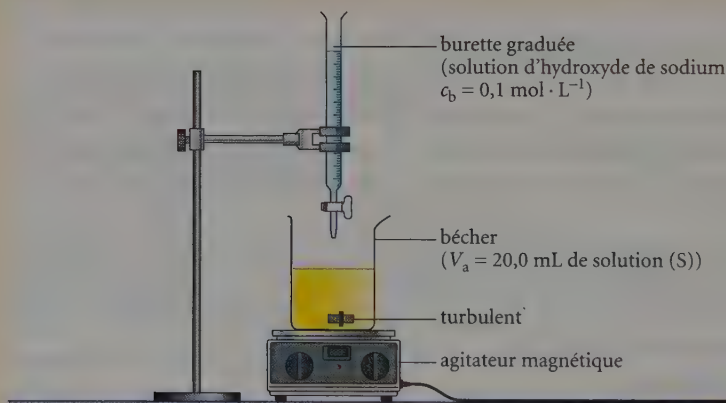
Corrigés

1 Vrai-Faux

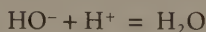
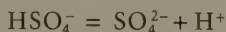
1. Faux. La réaction de support de dosage peut être par exemple une réaction de précipitation.
2. Vrai. En général, on ne connaît pas la concentration de la solution titrée.
3. Faux. Les quantités de matière sont dans les proportions stoechiométriques. Il faut donc tenir compte de la stoechiométrie de l'équation support de dosage.
4. Faux. Ce changement de couleur n'est pas brutal, on utilise alors de l'empois d'amidon comme indicateur de fin de dosage.
5. Faux. Le changement de couleur s'opère dans le sens bleu-jaune : en présence de soude, le BBT est bleu, alors qu'il est jaune en milieu acide.

2 Dosage d'un produit domestique

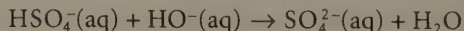
1. Dispositif de dosage :



2. Les couples mis en jeu lors de la réaction de dosage sont $\text{HSO}_4^-(\text{aq})/\text{SO}_4^{2-}(\text{aq})$ et $\text{H}_2\text{O}/\text{HO}^-(\text{aq})$, le couple de l'eau dont l'espèce basique est l'ion hydroxyde. Les demi-équations associées sont :



On en déduit par addition membre à membre l'équation support de dosage :



La solution d'hydroxyde de sodium est $\text{Na}^+(\text{aq}) + \text{HO}^-(\text{aq})$: on en déduit donc que la concentration c_b de cette solution est telle que $c_b = [\text{HO}^-]$.

Renseigner complètement le schéma de dosage avec le nom des verreries et leur contenu.

La solution d'hydrogénosulfate de sodium est $\text{Na}^+(\text{aq}) + \text{HSO}_4^-(\text{aq})$: par le même raisonnement, on peut écrire que la concentration de la solution est $c_a = [\text{HSO}_4^-]$.

Équation		$\text{HSO}_4^- + \text{HO}^- \rightarrow \text{SO}_4^{2-} + \text{H}_2\text{O}$			
État	Avancement (mol)	Quantité de matière (mol)			
E.I.	$x = 0$	$n_a = c_a V_a$	$n_b = c_b V_b$	0	excès
E.C.	x	$c_a V_a - x$	$c_b V_b - x$	x	excès
Équiv.	$x = x_{\max}$	$c_a V_a - x_{\max}$	$c_b V_b - x_{\max}$	$x_{\max}$	excès

À l'équivalence, on passe d'un réactif limitant à l'autre, donc :

$$\begin{cases} c_a V_a - x_{\max} = 0 \\ c_b V_b - x_{\max} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x_{\max} = c_a V_a = c_b V_b$$

d'où la relation à l'équivalence :

$$c_a V_a = c_b V_{be}$$

3. La relation à l'équivalence permet d'écrire que :

$$c_a = \frac{c_b V_{be}}{V_a}$$

$$\text{A.N. : } c_a = \frac{0,100 \times 14,8 \cdot 10^{-3}}{20,0 \cdot 10^{-3}} = 7,40 \cdot 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}.$$

4. On a prélevé un volume $V_a = 20,0 \text{ mL}$ de solution S sur un volume total de $V = 100,0 \text{ mL}$.

La quantité d'ions hydrogénosulfate égale à la quantité de matière d'hydrogénosulfate de sodium dans la solution S est : $n = c_a V$.

La masse d'hydrogénosulfate de sodium correspondante est alors : $m = n M_{\text{NaHSO}_4}$

Or la solution S contient $m' = 1,00 \text{ g}$ de poudre, le pourcentage massique vaut donc :

$$\frac{m}{m'} = \frac{n M_{\text{NaHSO}_4}}{m'}$$

soit :

$$\frac{m}{m'} = \frac{c_a V M_{\text{NaHSO}_4}}{m'}$$

$$\text{A.N. : } M_{\text{NaHSO}_4} = 23,0 + 1,0 + 32,1 + 4 \times 16,0 = 120,1 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1} \text{ d'où un pourcentage massique : } \frac{m}{m'} = \frac{7,40 \cdot 10^{-2} \times 100,0 \cdot 10^{-3} \times 120,1}{1,00} = 0,889, \text{ soit } 88,9 \%$$

3 Dosage d'une solution commerciale

1. HBr est un acide au sens de Brönsted, il peut donc céder un proton. Le couple mis en jeu est alors $\text{HBr(l)} / \text{Br}^-(\text{aq})$.

Il réagit avec l'eau, espèce basique : soit le couple $\text{H}_3\text{O}^+(\text{aq}) / \text{H}_2\text{O}$.

Les demi-équations associées sont : $\text{HBr} = \text{Br}^- + \text{H}^+$



L'équation bilan obtenue par addition membre à membre est : $\text{HBr(l)} + \text{H}_2\text{O} \rightarrow \text{Br}^-(\text{aq}) + \text{H}_3\text{O}^+(\text{aq})$.

2. Un volume $V = 1,0 \text{ L}$ de solution a une masse de :

$$\rho V = d\rho_0 V$$

$$\text{A.N. : } \rho V = 1,47 \cdot 10^3 \times 1,0 = 1,47 \cdot 10^3 \text{ g.}$$

La masse d'acide bromhydrique ne constitue que 46 % de cette masse, soit $m = 0,46 \times 1,47 \cdot 10^3 = 676 \text{ g}$.

La concentration molaire de la solution est alors : $c = \frac{n}{V}$

soit :

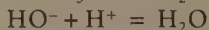
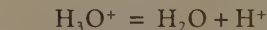
$$c = \frac{m}{MV}$$

avec $V = 1,0 \text{ L}$ de solution de référence et m la masse d'acide bromhydrique de masse molaire M .

$$\text{A.N. } c = \frac{676}{(80,0 + 1,0) \times 1,0} = 8,35 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \text{ comme proposé dans l'énoncé.}$$

3. La réaction de l'acide bromhydrique sur l'eau produit des ions oxonium H_3O^+ à doser. La réaction de dosage met donc en jeu le couple $\text{H}_3\text{O}^+(\text{aq}) / \text{H}_2\text{O}$ et le couple $\text{H}_2\text{O} / \text{HO}^-(\text{aq})$.

Les demi-équations correspondantes sont :



L'équation support du dosage est donc : $\text{H}_3\text{O}^+(\text{aq}) + \text{HO}^-(\text{aq}) \rightarrow 2\text{H}_2\text{O}$.

4. L'équivalence est l'état pour lequel on passe d'un réactif limitant à l'autre.

5. On établit la relation à l'équivalence :

Équation		$\text{H}_3\text{O}^+ + \text{HO}^- \rightarrow 2\text{H}_2\text{O}$		
État	Avancement (mol)	Quantité de matière (mol)		
E.I.	$x = 0$	$n_a = c_a V_a$	$n_b = c_b V_b$	excès
E.C.	x	$c_a V_a - x$	$c_b V_b - x$	excès
Équiv.	$x = x_{\max}$	$c_a V_a - x_{\max}$	$c_b V_b - x_{\max}$	excès

Un acide réagit toujours avec une base. Le couple de l'eau à choisir est donc celui pour lequel H_2O est la base conjuguée de l'ion oxonium.

Raisonnement sur un volume simple de solution : $V = 1,0 \text{ L}$ par exemple.

À l'équivalence, on a :

$$\begin{cases} c_a V_a - x_{\max} = 0 \\ c_b V_b - x_{\max} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x_{\max} = c_a V_a = c_b V_b$$

d'où la relation :

$$c_a V_a = c_b V_b$$

On en déduit :

$$V_{\text{be0}} = \frac{c_a V_a}{c_b}$$

$$\text{A.N. : } V_{\text{be0}} = \frac{8,35 \times 20,0 \cdot 10^{-3}}{0,10} = 1,67 \text{ L.}$$

Ce volume de liquide est énorme, car les burettes de laboratoire ont un volume accessible de 50,0 mL et souvent de 25,0 mL !

6. On est en présence du dosage des ions oxonium par les ions hydroxyde. L'indicateur coloré le mieux adapté est le bleu de bromothymol (BBT). On observe un brutal changement de couleur, du jaune au bleu, lors de l'équivalence.

7. La relation à l'équivalence permet d'écrire pour la concentration de S' :

$$c'_{\text{al}} = \frac{c_b V_{\text{bel}}}{V'_a}$$

et

$$c_{\text{al}} = 100 c'_{\text{al}} \quad (\text{dilution au } 100^{\circ})$$

$$\text{A.N. : } c'_{\text{al}} = \frac{0,10 \times 16,7 \cdot 10^{-3}}{20,0 \cdot 10^{-3}} = 8,35 \cdot 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \text{ et}$$

$$c_{\text{al}} = 100 \times 8,35 \cdot 10^{-2} = 8,35 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}.$$

On retrouve bien le résultat de la question 2.

4 Formule brute d'un acide gras

1. Il s'agit ici d'un dosage, le prélèvement du volume V_{Icl} doit être précis. On utilise donc une pipette jaugée de 10,0 mL avec sa propipette.

En revanche, le volume de cyclohexane n'est pas précis, une éprouvette graduée de 250 mL par exemple suffit donc pour ce prélèvement.

Pour la mesure d'un volume précis, une verrerie jaugée doit être utilisée.

2. On établit la relation à l'équivalence :

Équation		$I_2 + 2S_2O_3^{2-} \rightarrow S_4O_6^{2-} + 2I^-$			
État	Avancement (mol)	Quantité de matière (mol)			
E.I.	$x = 0$	$n_O = c_O V_O$	$n_r = c_r V_r$	0	0
E.C.	x	$c_O V_O - x$	$c_r V_r - 2x$	x	$2x$
Équiv.	$x = x_{\max}$	$c_O V_O - x_{\max}$	$c_r V_r - 2x_{\max}$	$x_{\max}$	$2x_{\max}$

À l'équivalence, on passe d'un réactif limitant à l'autre, soit :

$$\begin{cases} c_O V_O - x_{\max} = 0 \\ c_r V_r - 2x_{\max} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x_{\max} = c_O V_O = \frac{c_r V_r}{2}$$

d'où la relation :

$$c_O V_O = \frac{c_r V_r}{2}$$

On en déduit la quantité de matière :

$$n(I_2) = n_O = c_O V_O = \frac{c_r V_r}{2}$$

soit :

$$n(I_2) = \frac{c_r V_E}{2}$$

$$\text{A.N. : } n(I_2) = \frac{0,10 \times 7,6 \cdot 10^{-3}}{2} = 3,8 \cdot 10^{-4} \text{ mol.}$$

À l'équivalence, $x_{\max} = n(ICI)_{\text{ex}}$, car l'énoncé précise que ICl est intégralement transformé. C'est donc le réactif limitant.

3. Le tableau d'évolution de la réaction (2) est :

Équation		$ICl + I^- \rightarrow I_2 + Cl^-$			
État	Avancement (mol)	Quantité de matière (mol)			
E.I.	$x = 0$	$n(ICl)_{\text{ex}}$	$n(I^-)$	0	0
E.C.	x	$n(ICl)_{\text{ex}} - x$	$n(I^-) - x$	x	x
Équiv.	$x = x_{\max}$	$n(ICl)_{\text{ex}} - x_{\max}$	$n(I^-) - x_{\max}$	$x_{\max}$	$x_{\max}$

Finalement, la quantité de diiode à l'état final est $x_{\max} = n(\text{ICl})_{\text{ex}}$. Elle correspond à la quantité de diiode dosée par la réaction (3).

On en déduit alors simplement que $n(\text{ICl})_{\text{ex}} = 3,8 \cdot 10^{-4} \text{ mol}$.

4. La quantité de matière introduite est :

$$n(\text{ICl})_0 = c_{\text{ICl}} V_{\text{ICl}}$$

A.N. : $n(\text{ICl})_0 = 0,11 \times 10,0 \cdot 10^{-3} = 1,1 \cdot 10^{-3} \text{ mol}$.

5. On peut déduire de ce qui précède que par différence, on obtient :

$$n(\text{ICl})_{\text{f}} = n(\text{ICl})_0 - n(\text{ICl})_{\text{ex}}$$

A.N. : $n(\text{ICl})_{\text{f}} = 1,1 \cdot 10^{-3} - 3,8 \cdot 10^{-4} = 7,2 \cdot 10^{-4} \text{ mol}$.

6. La quantité d'acide oléique est alors :

$$n_{\text{acide oléique}} = \frac{m_2}{M}$$

avec M la masse molaire de l'acide oléique.

A.N. : $n_{\text{acide oléique}} = \frac{0,20}{282} = 7,1 \cdot 10^{-4} \text{ mol}$.

7. L'équation de la réaction (1) montre qu'il y a autant de doubles liaisons $\text{C}=\text{C}$ qui réagissent que de chlorure d'iode ICl fixé. Soit $n_{\text{C}=\text{C}} = n(\text{ICl})_{\text{f}} = 7,2 \cdot 10^{-4} \text{ mol}$.

En comparant les deux résultats précédents, identiques aux incertitudes de mesure et de calcul près, on en déduit que le nombre de doubles liaisons est $d = 1$.

8. La formule de l'acide gras est donc, avec $d = 1$, $\text{C}_n\text{H}_{2n-1}\text{COOH}$.

La masse molaire en fonction de n est alors :

$$M = nM_{\text{C}} + (2n-1)M_{\text{H}} + M_{\text{C}} + 2M_{\text{O}} + M_{\text{H}}$$

En remplaçant les valeurs numériques des masses molaires, on obtient :

$$M = 12,0n + 1,0(2n-1) + 12,0 + 2 \times 16,0 + 1,0$$

$$\text{soit : } M = 14,0n + 44,0 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

Or $M = 282 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$ donc $n = \frac{282 - 44,0}{14,0} = 17$. On en déduit la formule de

l'acide oléique : $\text{C}_{17}\text{H}_{33}\text{COOH}$.

5 Dosage du glucose

1. **Protocole** : introduire la totalité de l'ampoule dans une fiole jaugée de 50,0 mL. Rincer l'ampoule à l'eau distillée sans oublier d'introduire ces eaux de rinçage dans la fiole. Ajouter de l'eau distillée jusqu'au col, boucher et homogénéiser. Remplir ensuite la fiole jusqu'au trait de jauge, boucher et homogénéiser une seconde fois.

La liste de matériel est donc : fiole jaugée de 50,0 mL, propipette, bouchon, pissette d'eau distillée.

Bien penser à établir une liste de matériel en plus du protocole.

2. La quantité de glucose totale dans la fiole jaugée est $n = \frac{m}{M}$.

Or sur 50,0 mL de solution S', on n'en a prélevé que 10,0 mL, soit une quantité :

$$n_1 = \frac{n}{5} = \frac{m}{5M}$$

A.N. : $n_1 = \frac{700 \cdot 10^{-3}}{5 \times 180} = 7,8 \cdot 10^{-4} \text{ mol.}$

3. L'énoncé précise qu'une mole de diiode réagit avec une mole de glucose, donc $n_1 = n_2 = 7,8 \cdot 10^{-4} \text{ mol.}$

4. L'équivalence est l'état du système pour lequel on passe d'un réactif limitant à un autre. On l'observe en utilisant l'empois d'amidon comme indicateur redox de fin de dosage. En présence de diiode, l'empois d'amidon est noir et devient incolore au moment de l'équivalence.

5. La réaction de dosage met en jeu les couples $\text{I}_2(\text{aq})/\text{I}^-(\text{aq})$ et $\text{S}_4\text{O}_6^{2-}(\text{aq})/\text{S}_2\text{O}_3^{2-}(\text{aq})$ dont les demi-équations sont :

$$\text{I}_2 + 2\text{e}^- = 2\text{I}^- \quad (\times 1)$$

$$2\text{S}_2\text{O}_3^{2-} = \text{S}_4\text{O}_6^{2-} + 2\text{e}^- \quad (\times 1)$$

Soit l'équation bilan : $\text{I}_2(\text{aq}) + 2\text{S}_2\text{O}_3^{2-}(\text{aq}) \rightarrow \text{S}_4\text{O}_6^{2-}(\text{aq}) + 2\text{I}^-(\text{aq}).$

Équation		$\text{I}_2 + 2\text{S}_2\text{O}_3^{2-} \rightarrow \text{S}_4\text{O}_6^{2-} + 2\text{I}^-$			
État	Avancement (mol)	Quantité de matière (mol)			
E.I.	$x = 0$	$n_{\text{O}} = c_{\text{O}} V_{\text{O}}$	$n_{\text{r}} = c_{\text{r}} V_{\text{r}}$	0	0
E.C.	x	$c_{\text{O}} V_{\text{O}} - x$	$c_{\text{r}} V_{\text{r}} - 2x$	x	$2x$
Équiv.	$x = x_{\text{max}}$	$c_{\text{O}} V_{\text{O}} - x_{\text{max}}$	$c_{\text{r}} V_{\text{r}} - 2x_{\text{max}}$	x_{max}	$2x_{\text{max}}$

À l'équivalence, on passe d'un réactif limitant à l'autre, soit :

$$\begin{cases} c_{\text{O}} V_{\text{O}} - x_{\text{max}} = 0 \\ c_{\text{r}} V_{\text{r}} - 2x_{\text{max}} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x_{\text{max}} = c_{\text{O}} V_{\text{O}} = \frac{c_{\text{r}} V_{\text{r}}}{2}$$

d'où la relation :

$$c_{\text{O}} V_{\text{O}} = \frac{c_{\text{r}} V_{\text{r}}}{2}$$

On en déduit que :

$$n_O = n_3 = c_O V_O = \frac{c_r V_r}{2} = \frac{c_2 V_2}{2}$$

avec les notations de l'énoncé, soit :

$$n_3 = \frac{c_2 V_2}{2}$$

$$\text{A.N. : } n_3 = \frac{0,10 \times 15 \cdot 10^{-3}}{2} = 7,5 \cdot 10^{-4} \text{ mol.}$$

6. On doit introduire une quantité totale de diiode égale à la quantité en excès n_3 augmentée de la quantité réagissant avec le glucose n_2 :

$$n_4 = n_2 + n_3$$

$$\text{A.N. : } n_4 = 7,8 \cdot 10^{-4} + 7,5 \cdot 10^{-4} = 15,3 \cdot 10^{-4} = 1,53 \cdot 10^{-3} \text{ mol.}$$

7. Avec les nouvelles notations, la relation à l'équivalence établie en 5. devient :

$$n(I_2) = \frac{c_2 V_6}{2}$$

avec $n(I_2)$ la quantité de diiode dosée par la solution de thiosulfate de sodium.

$$\text{A.N. : } n(I_2) = \frac{0,10 \times 14,6 \cdot 10^{-3}}{2} = 7,3 \cdot 10^{-4} \text{ mol.}$$

La quantité de diiode introduite est alors :

$$n_5 = c_5 V_5$$

$$\text{A.N. : } n_5 = 0,075 \times 20,0 \cdot 10^{-3} = 1,5 \cdot 10^{-3} \text{ mol.}$$

Par différence, on obtient la quantité de diiode ayant réagi avec le glucose, soit :

$$n_5 - n(I_2) = 1,5 \cdot 10^{-3} - 7,3 \cdot 10^{-4} = 7,7 \cdot 10^{-4} \text{ mol}$$

ce qui correspond aussi à la quantité de glucose dans 10,0 mL de solutions S_1 .

Dans l'ampoule, on a 5 fois plus de glucose, soit :

$$n' = 5 \times 7,7 \cdot 10^{-4} = 3,85 \cdot 10^{-3} \text{ mol,}$$

ce qui correspond à une masse $m' = n' M = 3,85 \cdot 10^{-3} \times 180 = 0,693 \text{ g.}$

On devrait
obtenir une valeur
proche de
700 mg, comme
prévu en début
d'exercice.

Chapitre **5**

Chimie organique

1 Chaîne carbonée saturée : les alcanes

1 Définition et formule brute

→ Un alcane est un hydrocarbure dont la chaîne carbonée ne comprend que des liaisons covalentes simples.

→ En fonction de la valence du carbone, on déduit la formule brute d'un alcane : C_nH_{2n+2} avec $n \in \mathbb{N}^*$.

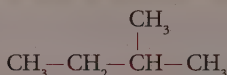
Remarque : la formule brute d'un alcane cyclique est C_nH_{2n} , avec $n \in \mathbb{N}^*$.

2 Formule topologique

→ La formule topologique d'un alcane ne représente que les liaisons C—C par des traits pleins sans mentionner les liaisons C—H.

Prenons l'exemple du 2-méthylbutane :

Formule semi-développée



Formule topologique



Remarque : les liaisons C—C sont représentées par une ligne brisée pour une meilleure visualisation. À l'extrémité de chaque segment se trouve un atome de carbone tétravalent.

3 Isomérisation

Des isomères sont des molécules ayant la même formule brute mais des formules développées ou semi-développées différentes.

→ Des isomères ayant des chaînes principales différentes sont appelés **isomères de constitution de chaîne**.

→ Des isomères ayant les mêmes chaînes principales et les mêmes ramifications mais dans des positions différentes sont appelés **isomères de position**.

4 Évolution des propriétés physiques

→ **Température de changement d'état**

La température de changement d'état augmente avec n , le nombre d'atomes de carbone de la molécule.

Cependant, pour un même n , la température de changement d'état d'un alcane linéaire est supérieure à celle d'un alcane ramifié.

→ Densité

Les alcanes liquides ont une densité inférieure à 1, qui augmente légèrement avec le nombre n d'atomes de carbone de la molécule.

→ Solubilité

Les alcanes sont des composés insolubles dans l'eau, mais solubles dans les solvants organiques. Cette solubilité augmente lorsque le nombre n d'atomes de carbone diminue.

Exercice résolu

➔ Nommer les isomères et donner leur formule topologique

Énoncé

Donner la formule semi-développée de tous les alcanes en C_5 et les nommer. En déduire leur formule topologique.

Corrigé commenté

Voici les chaînes principales à :

• 5 carbones : $\text{CH}_3\text{—CH}_2\text{—CH}_2\text{—CH}_2\text{—CH}_3$ pentane,

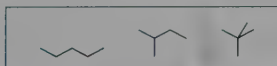
• 4 carbones : $\begin{array}{c} \text{CH}_3 \\ | \\ \text{CH}_3\text{—CH—CH}_2\text{—CH}_3 \end{array}$ 2-méthylbutane,

• 3 carbones : $\begin{array}{c} \text{CH}_3 \\ | \\ \text{CH}_3\text{—C—CH}_3 \\ | \\ \text{CH}_3 \end{array}$ 2,2-diméthylpropane.

Procéder avec méthode : commencer par une chaîne principale à 5 atomes de carbone, puis diminuer progressivement ce nombre en ajoutant les ramifications appropriées.

Toute autre formule semi-développée est forcément une écriture différente de l'une de ces trois molécules.

Les formules topologiques correspondantes sont respectivement :



2 Chaîne carbonée insaturée : les alcènes

1 Définition, formule brute et nomenclature

→ Un alcène est un hydrocarbure comportant une liaison double entre deux atomes de carbone. Sa formule brute est alors C_nH_{2n} , avec $n \in \mathbb{N}^*$.

→ La nomenclature des alcènes se calque sur celle des alcanes en remplaçant le suffixe «-ane» par «-ène», précédé du plus petit numéro du premier carbone impliqué dans la double liaison.

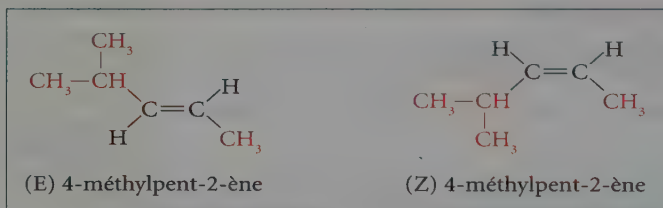
Par exemple, la formule semi-développée du but-1-ène est : $CH_3-CH_2-CH=CH_2$.

Remarque : la chaîne principale d'un alcène contient obligatoirement la double liaison.

2 Isomérie Z/E

→ En plus d'une isomérie de constitution ou de position, deux alcènes peuvent faire l'objet d'une isomérie Z/E. Si les groupements les plus importants de part et d'autre de la double liaison sont en opposition, on est en présence de l'isomère E. Dans le cas contraire, il s'agit de l'isomère Z.

→ Par exemple, les isomères du 4-méthylpent-2-ène sont :



3 Modification des structures carbonées

→ Raccourcir la chaîne carbonée

Le craquage est un processus visant à casser les chaînes carbonées d'hydrocarbures afin d'obtenir des produits plus légers.

Remarque : cette opération peut permettre d'obtenir des alcènes à partir d'alcanes.

→ Ramifier la chaîne carbonée

Le reformage consiste à ramifier les molécules sans modifier leur nombre total d'atomes de carbone.

4 Polymérisation

- Un polymère est un composé chimique constitué d'un motif (ou ensemble d'atomes) qui se répète n fois, n étant le degré du polymère.
- Un polymère $\left(\text{M} \right)_n$ peut être le produit d'une polyaddition de n molécules identiques. Chacune de ces molécules, appelée monomère M , possède une insaturation ou double liaison : $n M \rightarrow \left(\text{M} \right)_n$.
- Les réactions de polyaddition les plus courantes sont de la forme : $n (\text{CH}_2 - \text{CHA}) \rightarrow \left(\text{CH}_2 - \text{CHA} \right)_n$, où A représente :
 - H pour la polyaddition de l'éthylène ou éthène en polyéthylène (P.E.) ;
 - Cl pour celle du chlorure de vinyle en polychlorure de vinyle (P.V.C.) ;
 - C_6H_5 pour celle du styrène en polystyrène (P.S.) ;
 - CH_3 pour celle du propylène ou propène en polypropylène (P.P.).

Exercice résolu

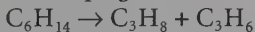
➡ Déterminer les produits de craquage

Énoncé

Le craquage du 2-méthylpentane peut conduire à la formation du propane. Quel est l'autre produit de la réaction ? Fait-il l'objet d'une isomérie Z/E ?

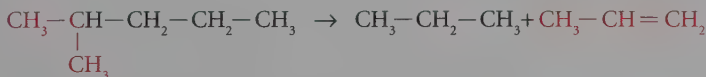
Corrigé commenté

Le 2-méthylpentane est un alcane en C_6 , soit C_6H_{14} . La formule brute du propane étant C_3H_8 , on en déduit l'équation de craquage :



qui vérifie la loi de conservation de la matière.

Ce craquage conduit donc à la formation du propane et d'un alcène : le prop-1-ène.



Pour établir l'équation du craquage, raisonner sur les formules brutes.

Cet alcène ne fait pas l'objet d'une isomérie Z/E, car un carbone de la double liaison possède 2 atomes d'hydrogène (groupements identiques). On ne peut donc pas définir ici de « plus gros groupement ».

3 Groupes fonctionnels et tests caractéristiques

1 Groupes fonctionnels

Le tableau ci-dessous rassemble quelques familles de composés chimiques.

Famille	Groupe caractéristique	Formule brute	Classes et exemples
Amines	—N	$C_n H_{2n+3} N$	Amine primaire $R-NH_2$: Méthylamine CH_3-NH_2 Amine secondaire $R-NH-R'$: Diméthylamine $CH_3-NH-CH_3$ Amine tertiaire : $R-N-R'$ $\begin{array}{c} R'' \\ \\ R-N-R' \end{array}$ Triméthylamine CH_3-N-CH_3 $\begin{array}{c} CH_3 \\ \\ CH_3-N-CH_3 \end{array}$
Composés halogénés	—X soit Cl, Br ou I	RX	Dichlorométhane $Cl-CH_2-Cl$ 2-bromobutane $CH_3-CHBr-CH_2-CH_3$
Alcools	—OH	$C_n H_{2n+2} O$	Alcool primaire $R-CH_2OH$: Propan-1-ol $CH_3-CH_2-CH_2OH$ Alcool secondaire $R-CHOH-R'$: Propan-2-ol $CH_3-CHOH-CH_3$ Alcool tertiaire : $R-C-R'$ $\begin{array}{c} R'' \\ \\ R-C-R' \\ \\ OH \end{array}$ 2-méthylpropan-2-ol $\begin{array}{c} CH_3 \\ \\ CH_3-C-CH_3 \\ \\ OH \end{array}$

Famille	Groupe caractéristique	Formule brute	Classes et exemples
Aldéhydes	$\begin{array}{c} \text{O} \\ \parallel \\ -\text{C} \\ \\ \text{H} \end{array}$	$\text{C}_n\text{H}_{2n}\text{O}$	3-méthylbutanal $\begin{array}{c} \text{CH}_3-\text{CH}-\text{CH}_2-\text{C} \\ \qquad \qquad \parallel \\ \text{CH}_3 \qquad \qquad \text{O} \\ \qquad \qquad \qquad \\ \qquad \qquad \qquad \text{H} \end{array}$
Cétones	$\begin{array}{c} \text{O} \\ \parallel \\ -\text{C}- \end{array}$	$\text{C}_n\text{H}_{2n}\text{O}$	3-méthylpentan-2-one $\begin{array}{c} \text{CH}_3-\text{CH}_2-\text{CH}-\text{C}-\text{CH}_3 \\ \qquad \qquad \parallel \\ \text{CH}_3 \qquad \qquad \text{O} \end{array}$
Acides carboxyliques	$\begin{array}{c} \text{O} \\ \parallel \\ -\text{C} \\ \\ \text{OH} \end{array}$	$\text{C}_n\text{H}_{2n}\text{O}_2$	Acide éthan <u>oi</u> que CH_3-COOH

Nomenclature : la chaîne principale doit contenir le groupe caractéristique et être numérotée de façon à lui attribuer le plus petit numéro possible.

Remarque : les suffixes soulignés sont caractéristiques de la famille des composés considérés.

2 Tests caractéristiques

→ Mise en évidence des composés halogénés

Les composés halogénés précipitent avec les ions argent pour former un halogénure d'argent.

→ Mise en évidence des aldéhydes

Les aldéhydes réagissent avec la 2,4-DNPH en formant un précipité jaune orangé, et avec la liqueur de Fehling à chaud en formant un précipité rouge brique.

Remarque : il existe d'autres tests des aldéhydes (coloration rose fuchsia avec le réactif de Schiff ou formation d'un miroir d'argent en présence de réactif de Tollens).

→ Mise en évidence des cétones

Comme pour les aldéhydes, les cétones précipitent avec la 2,4-DNPH. En revanche, le test de la liqueur de Fehling reste négatif.

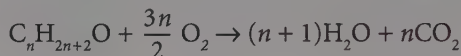
→ Tests de pH pour les acides carboxyliques et les amines

La présence d'acide carboxylique peut être mise en évidence par un $\text{pH} < 7$ (solution acide), et celle d'une amine par un $\text{pH} > 7$ (solution basique).

4 Réactivité des alcools

1 Oxydation totale dans le dioxygène

→ Quelle que soit leur classe, les alcools brûlent dans le dioxygène (combustion). La chaîne carbonée est détruite, formant du dioxyde de carbone et de l'eau :



2 Oxydation ménagée

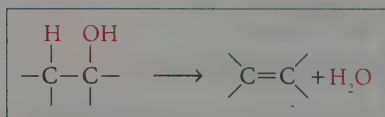
→ L'oxydation ménagée d'un alcool est une réaction d'oxydoréduction :

- un alcool I s'oxyde en aldéhyde puis en acide carboxylique (les couples mis en jeu sont aldéhyde/alcool et acide carboxylique/aldéhyde) ;
- un alcool II s'oxyde en cétone (le couple mis en jeu est cétone/alcool) ;
- un alcool III n'est pas oxydable.

■ **Remarque** : en général, l'oxydant utilisé est le permanganate de potassium ($\text{MnO}_4^-/\text{Mn}^{2+}$).

3 Déshydratation

→ Une déshydratation est une élimination intramoléculaire d'une molécule d'eau. La déshydratation d'un alcool conduit à la formation d'un alcène :

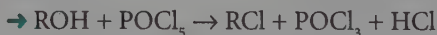


4 Réaction de substitution

→ Une réaction de substitution remplace un atome ou un groupe d'atomes par un autre.

→ On peut ainsi substituer au groupement hydroxyle $-\text{OH}$ de l'alcool un groupement halogéno noté $-\text{X}$.

Exemple d'une chloration :



Exercice résolu

Établir l'équation d'oxydation d'un alcool

Énoncé

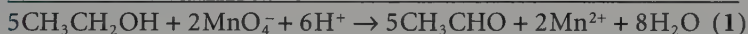
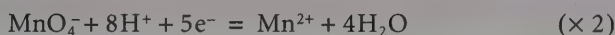
On fait réagir 25 mL d'éthanol dans un très large excès de permanganate de potassium en milieu acide.

1. Écrire l'équation de la réaction bilan qui s'opère.
2. Que donneraient le test de la DNPH et celui de la liqueur de Fehling ?

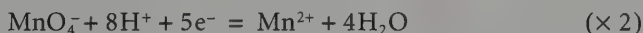
Corrigé commenté

1. L'éthanol est un alcool primaire, il est donc le réducteur d'un couple aldéhyde/alcool I soit ici le couple éthanal/éthanol de formule $\text{CH}_3\text{CHO}/\text{CH}_3\text{—CH}_2\text{OH}$.

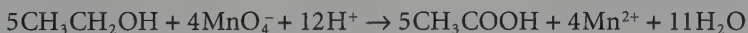
L'autre couple mis en jeu est $\text{MnO}_4^-/\text{Mn}^{2+}$. Les demi-équations associées sont :



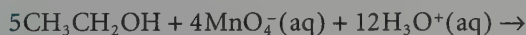
Mais le permanganate de potassium introduit en très large excès oxyde alors l'éthanal formé. Le nouveau couple mis en jeu est acide éthanoïque/éthanal de formule $\text{CH}_3\text{COOH}/\text{CH}_3\text{CHO}$, d'où :



En ajoutant membre à membre les réactifs et les produits des réactions (1) et (2), on obtient :



ou en hydratant les ions hydrogène en ions oxonium :



2. On obtient de l'acide éthanoïque (acide carboxylique), donc les deux tests proposés seront négatifs.

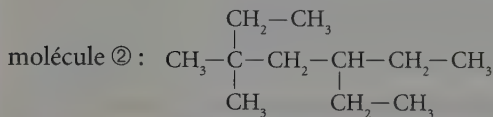
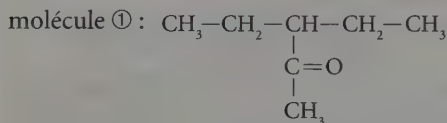
L'éthanol est un alcool I, il s'oxyde en aldéhyde puis en acide carboxylique.

Méthode

Nommer certaines molécules à partir de leur formule semi-développée

Sujet exemple

En nomenclature systématique, nommer les deux molécules suivantes :

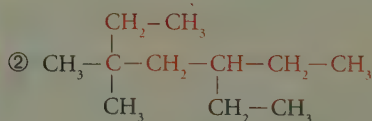
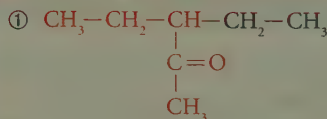


Ce qu'il faut faire

Étape 1 :

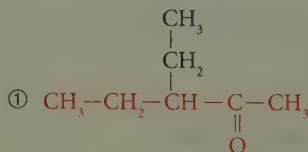
• Repérez la chaîne principale : c'est celle qui contient le plus d'atomes de carbone et qui comprend obligatoirement le groupement fonctionnel.

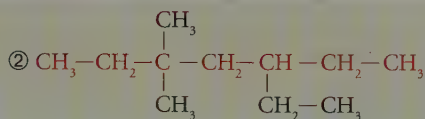
• Si plusieurs chaînes correspondent à ces critères, faites le choix de l'une d'entre elles.



Étape 2 :

• Recopiez la molécule en enchaînant les atomes de carbone de la chaîne principale sur une seule ligne.

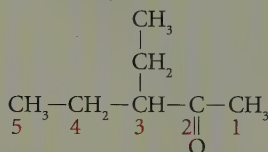




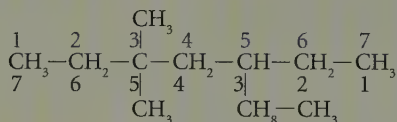
Étape 3 :

• Numérotez les atomes de carbone de la chaîne principale dans les deux sens possibles et ne retenez que celui qui impose le plus petit numéro au premier carbone impliqué dans une double liaison ou au carbone portant le groupe fonctionnel. Dans le cas des alcanes, il va falloir attendre la dernière étape pour pouvoir faire ce choix.

① La numérotation retenue impose un n° 2 au carbone portant la fonction cétone (contre un n° 4 dans l'autre sens)



② Dans le cas de l'alcane, on garde pour l'instant les deux numérotations possibles :



Étape 4 :

• Repérez les ramifications de la chaîne principale et nommez-les en utilisant un préfixe suivi de «yl». Le préfixe tient compte du nombre d'atomes de carbone de la ramification, soit de 1 à 10 carbones : **méth**, **éth**, **prop**, **but**, **pent**, **hex**, **hept**, **oct**, **non** et **déc**.

① Pour la cétone, on a une ramification sur le carbone n° 3 en $-\text{CH}_2-\text{CH}_3$.

Cette ramification à 2 atomes de carbone est un éthyl.

② Pour l'alcane, on a 2 ramifications méthyl sur le carbone n° 3 de la numérotation bleue et une ramification éthyl sur le carbone n° 5 de cette même numérotation.

Étape 5 :

• Nommez ensuite la chaîne principale de la manière suivante :

• dans le cas d'un alcane, utilisez le préfixe approprié précédemment cité suivi de la terminaison **-ane** ;

• dans le cas d'un alcène, procédez de même, mais remplacez la terminaison **-ane** par **-n°-ène** ;

• dans le cas d'une molécule possédant un groupe fonctionnel, remplacez la terminaison **-ane** par **-al** pour un aldéhyde, **-an-n°-one** pour une cétone, **-anoïque** pour un acide carboxylique et **-an-n°-ol** pour un alcool.

L'indication **n°** est le numéro porté par le premier carbone impliqué dans une double liaison ou par celui portant le groupe fonctionnel. Elle est facultative s'il n'y a pas d'autre molécule possible.

② La chaîne principale de l'alcane comporte 7 atomes de carbone, c'est un **heptane**.

① La chaîne principale de la cétone contient 5 atomes de carbone. On la nomme donc pentan-2-one, car la fonction cétone est portée par le carbone en position n° 2.

Remarque : on est obligé de noter le n° du carbone portant la fonction cétone de la première molécule, car on aurait pu avoir cette fonction sur le carbone n° 3, soit la pentan-3-one.

Étape 6 :

• Nommez enfin la molécule en enchaînant, dans l'ordre alphabétique, les noms des ramifications, précédés de « -n°- », n° étant ici le numéro du carbone qui porte la ramification. Accolez ensuite le nom de la chaîne principale. Supprimez finalement le premier tiret rencontré en début de nom.

- ① On obtient la 3-éthylpentan-2-one.
- ② On a le choix entre deux numérotations :
- 5-éthyl-3-méthyl-3-méthylheptane (numérotation bleue) ;
 - 3-éthyl-5-méthyl-5-méthylheptane (numérotation noire).

Étape 7 :

• Si vous avez un enchaînement de plusieurs ramifications du même nom, regroupez-les en notant les numéros les uns à la suite des autres, entre virgules et faites précéder le nom de la ramification concernée par **di**, **tri**, **tétra**... en fonction du nombre de ramifications répétées.

- ② Pour l'alcane, les ramifications méthyl peuvent être rassemblées, soit :
- 5-éthyl-3,3-diméthylheptane (numérotation bleue) ;
 - 3-éthyl-5,5-diméthylheptane (numérotation noire).

Étape 8 :

• Dans le cas d'un alcane, conservez uniquement le nom de la molécule comportant les plus petits numéros possibles.

• Dans le cas d'un acide carboxylique, précédez tout le nom de **acide**.

- ② Dans le cas présent, on retient finalement la numérotation noire, soit le 3-éthyl-5,5-diméthylheptane.

Remarque : le choix à faire revenait à retenir le plus petit nombre entre 533 et 355.

Réflexes à avoir et pièges à éviter

- R1** Ne pas oublier qu'à chaque extrémité d'une formule topologique se trouve un atome de carbone.
- R2** Lorsqu'il s'agit de nommer une molécule, penser à chercher d'abord le nom de l'alcane qui lui correspond en nomenclature systématique. Puis considérer ensuite la double liaison ou le groupe fonctionnel.
- R3** Connaître les tests caractéristiques des fonctions les plus importantes.
- P1** Attention, un alcène ne présente pas d'isomérie Z/E si l'un au moins des carbones impliqués dans la double liaison est lié à deux groupements identiques.
- P2** Ne pas confondre l'oxydation totale (combustion produisant du dioxyde de carbone et de l'eau) et l'oxydation ménagée.
- P3** La déshydratation ne peut s'opérer que si les groupements —OH et —H à supprimer pour former la molécule d'eau sont bien liés à deux carbones différents et successifs.

Vérifiez vos connaissances

1 Vrai-Faux

➔ corrigé p. 279

- C_nH_{2n} est forcément la formule brute d'un alcène. ☐ V ☐ F
- $\text{CH}_3\text{CH}_2\text{CHO}$ est la formule topologique d'un aldéhyde. ☐ V ☐ F
- Le but-2-ène possède une isomérisation Z/E. ☐ V ☐ F
- Un acide carboxylique a sa fonction portée par le dernier carbone de la chaîne principale. ☐ V ☐ F
- L'oxydation de l'éthanol conduit à la formation d'éthanal ou d'acide éthanoïque. ☐ V ☐ F

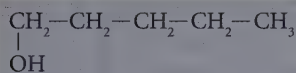
Exercices d'entraînement

2 * Isomères d'alcool en C_5

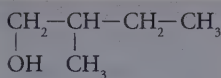
➔ R2

➔ corrigé p. 279

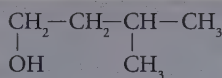
Il existe 8 molécules de formule brute $C_5H_{11}OH$ possédant une fonction alcool. Voici leurs formules semi-développées numérotées de 1 à 8.



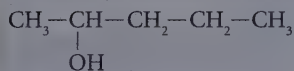
1



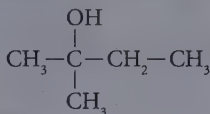
4



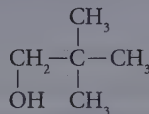
7



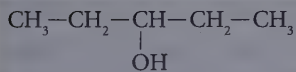
2



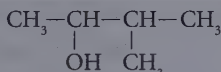
5



8



3



6

- Nommer ces alcools et préciser leur classe.
- Les molécules 1, 4 et 8 sont isomères. De quel type d'isomérisation s'agit-il ?
- Les molécules 4, 5, 6 et 7 sont isomères. De quel type d'isomérisation s'agit-il ?
- L'alcool isoamylique est un alcool primaire qui, en se déshydratant, donne du 3-méthylbut-1-ène. Identifier cet alcool.

3 * Fructose et glucose

➔ R3

➔ corrigé p. 280

On appelle **ose** un groupe de molécules organiques appartenant à la famille des glucides, appelés aussi **hydrates de carbone** car de formule générale $C_n(H_2O)_n$. Le nom officiel du sucre utilisé en cuisine est le saccharose. Le saccharose s'hydrolyse en milieu acide en fructose et en glucose. Les formules de ces deux oses sont :

- $HO-CH_2-CHOH-CHOH-CHOH-CO-CH_2-OH$ pour le fructose ;
- $HO-CH_2-CHOH-CHOH-CHOH-CHOH-CHO$ pour le glucose.

1. Donner les formules brutes de chacun de ces oses. Conclure.
2. Donner la formule développée du fructose et mettre en évidence les différentes fonctions organiques de la molécule en les nommant.
3. Même question pour la molécule de glucose.
4. On effectue un test à la liqueur de Fehling. Seul l'un des deux oses réagit. Préciser lequel et noter les observations que l'on ferait.

Pour aller plus loin

4 * Composé A

➔ R2, R3, P2 et P3

➔ corrigé p. 280

Afin d'identifier un composé A de formule brute $C_aH_bO_c$, on effectue plusieurs expériences : on réalise la combustion complète de 1,44 g de A et on récupère 3,52 g de dioxyde de carbone. Le réactif de Tollens est sans action sur A, alors que la DNPH donne un précipité jaune. Donner le nom et la formule semi-développée de A.

5 ** Degré alcoolique d'un vinaigre

➔ P2

➔ corrigé p. 282

Le degré alcoolique d'un vin est le pourcentage volumique d'alcool mesuré à une température de 20 °C.

Pour déterminer le degré alcoolique d'un vin, il faut d'abord isoler l'alcool des autres composés du vin (acides, matières minérales, sucres, esters...) en réalisant une distillation. Cette méthode de séparation ne permet pas d'obtenir de l'éthanol pur, mais un mélange eau-éthanol dont les proportions sont constantes. Il est donc nécessaire d'ajouter de l'eau au vin pour être sûr de recueillir pratiquement tout l'éthanol contenu dans celui-ci.

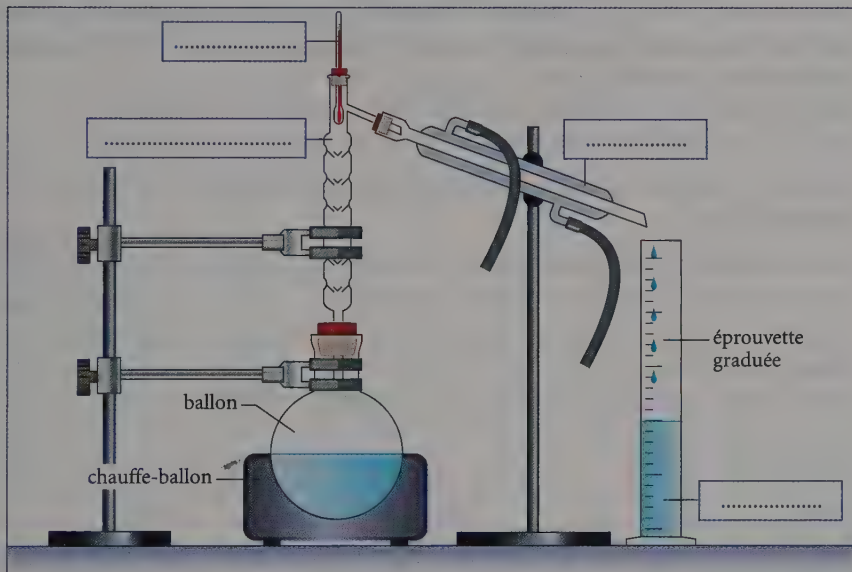
La solution aqueuse d'éthanol est ensuite ajustée à 100 mL avec de l'eau distillée, pour simplifier les calculs. Puis l'alcool est oxydé quantitativement en acide acétique (éthanoïque) par un excès de dichromate de potassium.

L'oxydant excédentaire est ensuite dosé par une solution de sel de Mohr contenant des ions fer II.

Extraction de l'éthanol

Pour ce dosage, on prélève 10,0 mL de vin auxquels on ajoute environ 50 mL d'eau. On distille ce mélange et on recueille un volume de 42 mL de distillat (noté S_1). On considère qu'il contient alors tout l'éthanol du vin.

1. Compléter la figure ci-dessous avec le nom des éléments du montage désignés par les flèches et préciser le sens de circulation de l'eau.



Préparation de la solution à titrer

On complète S_1 à 100,0 mL avec de l'eau distillée. On obtient ainsi une solution notée S_2 . S_2 contient donc l'éthanol présent dans les 10 mL de vin prélevé, dilué 10 fois.

Réaction entre l'éthanol et le dichromate de potassium

Dans un erlenmeyer, on mélange $V_0 = 10,0$ mL de solution S_2 , $V_1 = 20,0$ mL d'une solution de dichromate de potassium ($2K^+(aq) + Cr_2O_7^{2-}(aq)$) de concentration $c_1 = 1,00 \cdot 10^{-1} \text{ mol} \cdot L^{-1}$ et environ 10 mL d'acide sulfurique concentré. On bouche l'erlenmeyer et on laisse réagir pendant environ 30 minutes. On obtient alors une solution verdâtre appelée S_3 .

2. Établir l'équation de la réaction entre l'ion dichromate et l'éthanol.

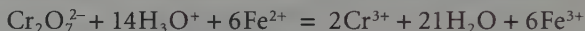
3. Montrer que la relation entre la quantité n_0 d'éthanol oxydé et la quantité d'ions dichromate restant $n(\text{Cr}_2\text{O}_7^{2-})_{\text{restant}}$ après cette oxydation est :

$$n(\text{Cr}_2\text{O}_7^{2-})_{\text{restant}} = c_1 V_1 - \frac{2}{3} n_0$$

Dosage de l'excès du dichromate de potassium

On dose alors les ions dichromate en excès avec une solution de sel de Mohr de concentration $c_2 = [\text{Fe}^{2+}] = 5,00 \cdot 10^{-1} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$. Le volume de solution nécessaire pour atteindre l'équivalence (repérée à l'aide d'un indicateur de fin de réaction) est $V_2 = 7,6 \text{ mL}$.

L'équation de la réaction entre les ions fer II et les ions dichromate est :



4. Établir la relation à l'équivalence du dosage et en déduire n_0 en fonction des concentrations c_1 et c_2 .

5. Déterminer la quantité de matière d'éthanol $n_{\text{éthanol}}$ contenue dans 100 mL de vin et en déduire le degré alcoolique du vin étudié.

Données : masse volumique de l'éthanol $\rho = 0,78 \text{ g} \cdot \text{mL}^{-1}$, masse molaire de l'éthanol $M = 46 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$.

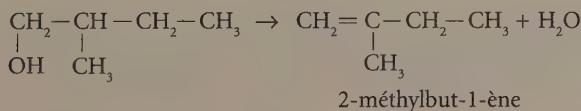
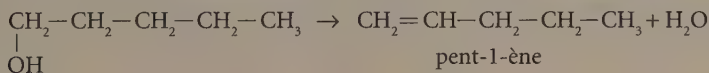
Couple oxydant-réducteur mis en jeu : $\text{Cr}_2\text{O}_7^{2-}(\text{aq})/\text{Cr}^{3+}(\text{aq})$.

Vrai-Faux

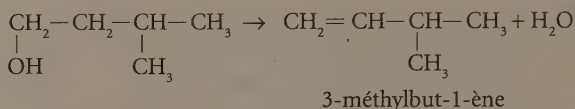
1. Faux. Cette formule brute peut correspondre aussi à un alcane cyclique.
2. Vrai. La formule semi-développée correspondante est $\text{CH}_3-\text{CH}_2-\text{CH}_2-\text{CHO}$, que l'on obtient en respectant la valence du carbone (ou la règle de l'octet).
3. Vrai. La formule semi-développée du but-2-ène est $\text{CH}_3-\text{CH}=\text{CH}-\text{CH}_3$, et chaque carbone C impliqué dans la double liaison peut définir un groupement $-\text{CH}_3$ plus gros que l'hydrogène H auquel il est aussi lié.
4. Faux. La nomenclature systématique impose le sens de numérotation de la chaîne principale d'un acide carboxylique : le carbone du groupement $-\text{COOH}$ doit porter le n° 1.
5. Vrai. L'éthanol est un alcool primaire, il s'oxyde en éthanal puis en acide éthanoïque si l'oxydant est en excès.

Isomères d'alcool en C_5

1. Molécule 1 : pentan-1-ol (alcool I)
Molécule 2 : pentan-2-ol (alcool II)
Molécule 3 : pentan-3-ol (alcool II)
Molécule 4 : 2-méthylbutan-1-ol (alcool I)
Molécule 5 : 2-méthylbutan-2-ol (alcool III)
Molécule 6 : 3-méthylbutan-2-ol (alcool II)
Molécule 7 : 3-méthylbutan-1-ol (alcool I)
Molécule 8 : 2,2-diméthylpropan-1-ol (alcool I)
2. Les alcools 1, 4 et 8 n'ont pas la même chaîne principale : ce sont des **isomères de constitution de chaîne**.
3. Les alcools 4, 5, 6 et 7 ont même chaîne principale mais des positions de groupement fonctionnel ou de ramification différentes : ce sont des **isomères de position**.
4. L'alcool isoamylique est un alcool primaire, c'est-à-dire l'un des alcools suivants : molécules 1, 4, 7 ou 8.
Les équations de déshydratation des quatre alcools primaires sont :

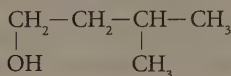


Deux molécules ayant le même nom mais possédant des numéros de ramifications ou de liaisons différents sont isomères de position.



La déshydratation de la molécule 8 ne peut se faire car le carbone n° 2 ne possède pas de liaison vers un atome d'hydrogène.

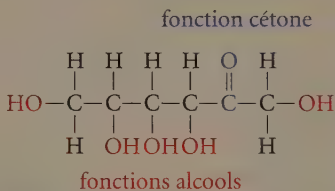
On en déduit la formule de l'alcool isoamylique ou 3-méthylbutan-1-ol :



Fructose et glucose

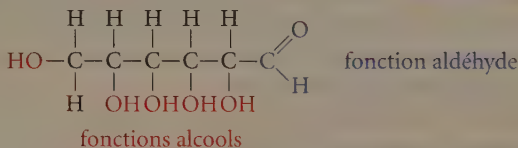
1. La formule brute est, dans les deux cas, $\text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6$. Ces deux oses ont donc la même formule brute, mais des formules semi-développées différentes : ils sont isomères l'un de l'autre.

2. La formule développée du fructose est :



L'écriture de la formule développée à partir de la formule semi-développée doit satisfaire les règles du duet pour l'hydrogène et de l'octet pour le carbone tétravalent et l'oxygène bivalent.

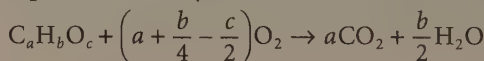
3. La formule développée du glucose est :



4. Seul l'aldéhyde réagit avec la liqueur de Fehling à chaud. Le glucose forme un précipité rouge brique en présence de liqueur, alors que le mélange contenant le fructose reste bleu turquoise.

Composé A

La combustion de A produit du dioxyde de carbone et de l'eau. L'équation est :



En supposant que le dioxygène est introduit en excès, on peut dresser le tableau d'évolution de la réaction de combustion. Soit n_0 la quantité de matière de composé A introduite à l'état initial.

Équation		$C_aH_bO_c + \left(a + \frac{b}{4} - \frac{c}{2}\right)O_2 \rightarrow aCO_2 + \frac{b}{2}H_2O$			
	Avancement (mol)	Quantité de matière (mol)			
E.I.	$x = 0$	n_0	excès	0	0
E.C.	x	$n_0 - x$	excès	ax	$\frac{b}{2}x$
E.F.	$x = x_{\max}$	$n_0 - x_{\max}$	excès	an_0	$\frac{b}{2}n_0$

À l'état final, tout le composé A est consommé ($x_{\max} = n_0$) et il s'est formé $n = an_0$ de CO_2 .

En tenant compte des quantités de matière de composé A introduites et de dioxyde de carbone produites, on peut en déduire une relation entre le coefficient a et la masse molaire M_A de A :

$$a = \frac{n}{n_0} = \frac{m_{CO_2} M_A}{M_{CO_2} m_A}$$

$$\text{A.N. : } a = \frac{3,52}{(12,0 + 2 \times 16,0) \times 1,44} M_A = 5,55 \cdot 10^{-2} M_A$$

ou encore $M_A = 18,0a$.

Par ailleurs, les tests caractéristiques montrent que le composé A est une cétone. Sa formule brute est donc $C_aH_{2a}O$, soit $c = 1$ et $b = 2a$.

Dans ce cas, on peut établir une seconde relation entre le coefficient a et la masse molaire M_A du composé A :

$$M_A = aM_C + 2aM_H + M_O$$

$$\text{A.N. : } M_A = 12,0a + 2a \times 1,0 + 16,0 \text{ soit } M_A = 14,0a + 16,0.$$

En combinant les deux relations, on obtient :

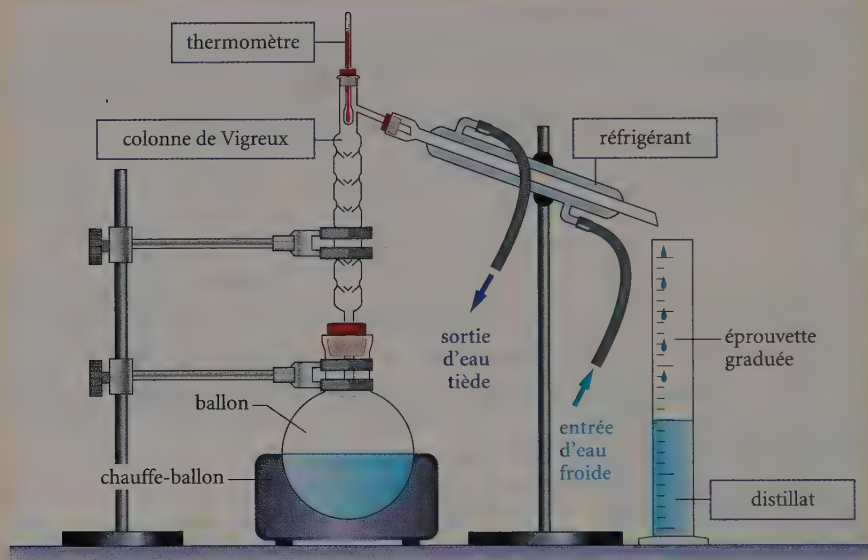
$$M_A = 18,0a = 14,0a + 16,0 \Rightarrow a = 4$$

La formule brute du composé A est C_4H_8O et sa formule semi-développée est $CH_3-CH_2-CO-CH_3$ (cétone). Le composé A est finalement la **butan-2-one** ou **butanone**.

La formule brute d'une cétone est de la forme $C_nH_{2n}O$.

5 Degré alcoolique d'un vinaigre

1. Montage de distillation :

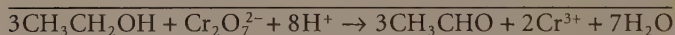
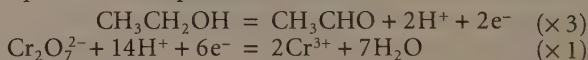


2. L'éthanol est un alcool primaire, il s'oxyde donc en éthanal (aldéhyde), puis si l'oxydant est en excès, en acide éthanoïque (acide carboxylique).

1^{re} oxydation

Les couples mis en jeu sont $\text{CH}_3\text{CHO}/\text{CH}_3\text{CH}_2\text{OH}$ et $\text{Cr}_2\text{O}_7^{2-}/\text{Cr}^{3+}$.

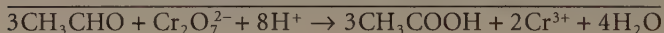
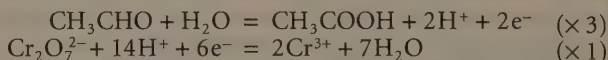
Les demi-équations correspondantes sont :



2^e oxydation

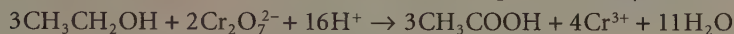
On suppose que la quantité de dichromate de potassium introduite est suffisante pour oxyder tout l'éthanal formé.

Le nouveau couple en jeu est $\text{CH}_3\text{COOH}/\text{CH}_3\text{CHO}$.

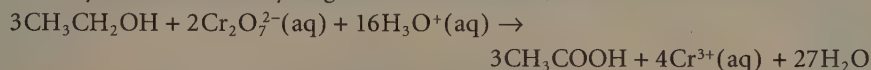


L'ajout d'acide sulfurique permet d'équilibrer les demi-équations en milieu acide.

En additionnant membre à membre les deux équations d'oxydation, on obtient :



ou en hydratant les ions hydrogène en ions oxonium :



Remarque : on aurait pu obtenir directement cette équation bilan en considérant dès le départ le couple $\text{CH}_3\text{COOH}/\text{CH}_3\text{CH}_2\text{OH}$.

3. À l'état initial, on a introduit $n_1 = c_1 V_1$ mol de dichromate de potassium ($2\text{K}^+(\text{aq}) + \text{Cr}_2\text{O}_7^{2-}(\text{aq})$) soit aussi n_1 mol d'ions dichromate.

Soit n_0 la quantité d'alcool dans les $V_0 = 10,0$ mL de solution S_2 .

Le tableau d'évolution de la réaction d'oxydation est :

Équation		$3\text{CH}_3\text{CH}_2\text{OH} + 2\text{Cr}_2\text{O}_7^{2-} + 16\text{H}_3\text{O}^+ \rightarrow 3\text{CH}_3\text{COOH} + 4\text{Cr}^{3+} + 27\text{H}_2\text{O}$					
	x (mol)	Quantité de matière (mol)					
E.I.	$x = 0$	n_0	$n_1 = c_1 V_1$	excès	0	0	excès
E.C.	x	$n_0 - 3x$	$c_1 V_1 - 2x$	excès	$3x$	$4x$	excès
E.F.	$x = x_{\text{max}}$	$n_0 - 3x_{\text{max}}$	$c_1 V_1 - 2x_{\text{max}}$	excès	$3x_{\text{max}}$	$4x_{\text{max}}$	excès

À l'état final, tout l'éthanol a été oxydé, soit $x_{\text{max}} = \frac{n_0}{3}$, et la quantité de matière d'ions dichromate restante est :

$$n_1' = n(\text{Cr}_2\text{O}_7^{2-})_{\text{restant}} = c_1 V_1 - 2x_{\text{max}}$$

soit :

$$n_1' = c_1 V_1 - \frac{2}{3}n_0$$

4. Le tableau simplifié d'évolution de la réaction de dosage est :

Équation		$\text{Cr}_2\text{O}_7^{2-} + 14\text{H}_3\text{O}^+ + 6\text{Fe}^{2+} \rightarrow \dots$			
	Avancement (mol)	Quantité de matière (mol)			
E.I.	$x = 0$	n_1'	excès	$c_2 V_2$	
E.C.	x	$n_1' - x$	excès	$c_2 V_2 - 6x$	
Équiv.	$x = x_{\text{max}}$	$n_1' - x_{\text{max}}$	excès	$c_2 V_2 - 6x_{\text{max}}$	

À l'équivalence, on a :

$$n_1' = \frac{c_2 V_2}{6} = x_{\max}$$

soit :

$$c_1 V_1 - \frac{2}{3} n_0 = \frac{c_2 V_2}{6}$$

On en déduit alors :

$$n_0 = \frac{3}{2} c_1 V_1 - \frac{1}{4} c_2 V_2$$

A.N. :

$$n_0 = \frac{3}{2} \times 1,00 \cdot 10^{-1} \times 20,0 \cdot 10^{-3} - \frac{1}{4} \times 5,00 \cdot 10^{-1} \times 7,6 \cdot 10^{-3} = 2,05 \cdot 10^{-3} \text{ mol}$$

contenu dans 10,0 mL de solution S_2 .

5. La quantité de matière d'éthanol présente dans 100,0 mL de S_2 est 10 fois plus importante que celle présente dans 10,0 mL, soit :

$$n_0' = 10 n_0$$

Or cela ne représente que la quantité d'éthanol présente dans 10,0 mL de vin. La quantité d'éthanol présente dans 100,0 mL de vin est donc :

$$n_{\text{éthanol}} = 10 n_0' = 100 n_0$$

Le volume d'éthanol correspondant est :

$$V = \frac{n_{\text{éthanol}} M}{\rho}$$

soit :

$$V = \frac{100 n_0 M}{\rho}$$

A.N. : $V = \frac{100 \times 2,05 \cdot 10^{-3} \times 46}{0,78} = 12 \text{ mL}$ pour 100,0 mL de vin.

Le pourcentage volumique d'alcool est donc de 12 %, soit un **degré alcoolique de 12°**.

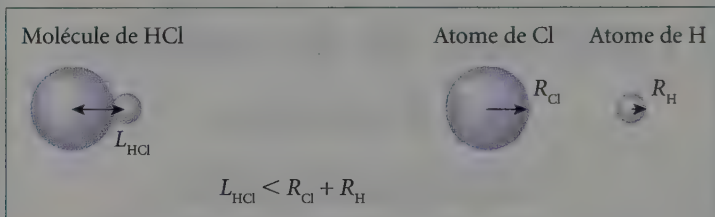
On peut ainsi vérifier que le dichromate de potassium est introduit en excès afin de transformer tout l'alcool en acide carboxylique.

**L'énergie
au quotidien :
cohésion de la matière
et aspects
énergétiques
de ses transformations**

1 Cohésion de la matière : la molécule

1 Définition

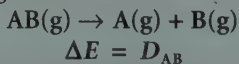
- Une molécule est un assemblage d'atomes électriquement neutre. Ces atomes sont liés entre eux par des liaisons covalentes.
- La longueur L_{AB} d'une liaison A—B entre deux atomes A et B représente la distance entre leurs centres. Elle est inférieure à la somme des rayons atomiques de A et de B, et sa valeur est de l'ordre de 10^{-10} m.
- Exemple de la molécule de chlorure d'hydrogène HCl :



2 Énergie de liaison

Soit une molécule diatomique AB.

L'énergie de liaison est l'énergie ΔE qu'il faut fournir à une mole de molécules AB à l'état gazeux pour la dissocier en ses atomes A et B à l'état gazeux. Elle représente donc l'énergie à fournir lors de la transformation suivante :



- L'énergie de liaison est notée D_{AB} et s'exprime en $J \cdot mol^{-1}$. Son ordre de grandeur est de quelques centaines de $kJ \cdot mol^{-1}$.
- La molécule AB est plus stable que les atomes A et B pris séparément. L'énergie nécessaire pour la dissocier en ses atomes à l'état gazeux est donc une quantité positive, c'est une énergie à fournir au système moléculaire : $D_{AB} > 0$.
- Les énergies de liaison sont répertoriées dans des tables. Leurs valeurs dépendent de A, de B et de la liaison (simple, double ou triple) entre A et B.

3 Énergie de cohésion d'une molécule

- L'énergie de cohésion d'une molécule est l'énergie à fournir à la molécule à l'état gazeux pour la dissocier en ses atomes à l'état gazeux.
- Elle est la somme des énergies de liaison de la molécule. Pour la calculer, il est nécessaire de connaître la formule développée de la molécule considérée afin d'identifier les liaisons en jeu.
- L'énergie de cohésion est d'autant plus importante que la molécule est stable.

Remarque : l'énergie de liaison $D_{\text{C=O}}$ dépend de la molécule considérée. Sa valeur est différente suivant que l'on considère cette liaison dans la molécule de dioxyde de carbone ou dans un aldéhyde ou une cétone.

Exercice résolu

→ Déterminer l'énergie de cohésion moléculaire

Énoncé

1. Donner l'équation de la réaction associée à la définition de l'énergie de cohésion de la molécule d'ammoniac NH_3 .
2. En déduire l'expression de cette énergie. Calculer sa valeur.

Donnée : énergie de liaison $D_{\text{N-H}} = 388 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$.

Corrigé commenté

1. L'équation associée est celle de la dissociation de la molécule d'ammoniac à l'état gazeux en ses atomes à l'état gazeux :



2. La formule développée de l'ammoniac est : $\begin{array}{c} \text{H}-\text{N}-\text{H} \\ | \\ \text{H} \end{array}$

Il faut donc rompre 3 liaisons simples N—H. On en déduit que l'énergie à fournir, ou énergie de cohésion de la molécule d'ammoniac, est :

$$\Delta E = 3D_{\text{N-H}}$$

$$\text{A.N. : } \Delta E = 3 \times 388 = 1\,164 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}.$$

Donner la formule développée de la molécule considérée afin de se rendre compte du nombre et du type de liaisons à rompre.

2 Cohésion de la matière : les assemblages de molécules

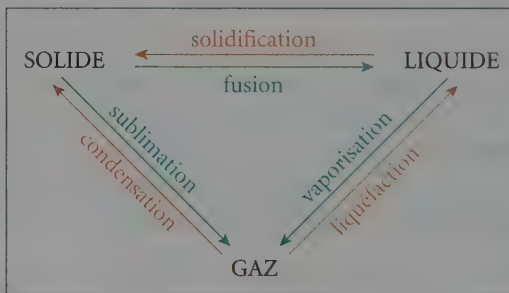
1 Les états de la matière

→ On considère ici trois états de la matière :

- **l'état solide** : c'est un état ordonné dans lequel les distances intermoléculaires sont faibles. Un solide possède une forme propre ;
- **l'état liquide** : c'est un état désordonné dans lequel les distances intermoléculaires sont supérieures à celles du solide. Un liquide n'a pas de forme propre, les molécules peuvent glisser les unes sur les autres ;
- **l'état gazeux** : c'est un état très désordonné dans lequel les distances intermoléculaires sont les plus grandes. Un gaz n'a pas de forme propre, il est compressible et occupe tout le volume qui lui est offert.

2 Rappel sur les changements d'état

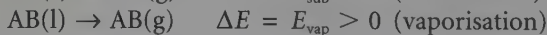
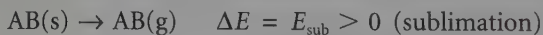
→ Le graphe ci-dessous rassemble l'ensemble des changements d'état de la matière. Les changements d'état notés en vert représentent le passage vers un état moins ordonné, et ceux notés en orange le passage vers un état plus ordonné.



→ Quel que soit le changement d'état, la température du système reste constante pendant toute la durée du processus.

3 Énergie de cohésion intermoléculaire

→ L'énergie de cohésion intermoléculaire est l'énergie qu'il faut fournir à une mole de molécules dans un état solide ou liquide pour la transformer à l'état gazeux :



→ Elle représente la chaleur latente du changement d'état considéré et s'exprime en $\text{J} \cdot \text{mol}^{-1}$. On a donc : $E_{\text{sub}} = L_{\text{sub}} = -L_{\text{cond}}$ et $E_{\text{vap}} = L_{\text{vap}} = -L_{\text{liq}}$.

→ Pour une molécule donnée dans un état donné, l'ordre de grandeur de l'énergie de cohésion intermoléculaire est inférieur à celui de l'énergie de cohésion de la molécule.

Exercice résolu

Comparer les énergies de cohésion

Énoncé

1. Calculer l'énergie qu'il faut fournir à 100 mL d'eau liquide à 100 °C pour la transformer en vapeur d'eau.
2. Calculer l'énergie qu'il faut fournir à cette vapeur d'eau pour la transformer en atomes gazeux.
3. Comparer ces deux énergies et conclure.

Données : $L_V = 41 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$, $\rho = \rho_{\text{eau}} = 1,0 \cdot 10^3 \text{ g} \cdot \text{L}^{-1}$
et $D_{\text{O-H}} = 460 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$.

Corrigé commenté

1. L'équation de la transformation est : $\text{H}_2\text{O}(\text{l}) \rightarrow \text{H}_2\text{O}(\text{g})$. L'énergie à fournir par mole d'eau correspond à la chaleur latente molaire de vaporisation L_V . La quantité de matière subissant ce changement d'état est

$$n = \frac{m}{M} = \frac{\rho V}{M} \quad \text{On en déduit alors l'énergie totale : } \Delta E_1 = L_V n.$$

$$\text{A.N. : } n = \frac{1,0 \cdot 10^3 \times 0,100}{(16,0 + 2 \times 1,0)} = 5,6 \text{ mol et } \Delta E_1 = 41 \cdot 10^3 \times 5,6 = 2,3 \cdot 10^5 \text{ J}.$$

2. On s'intéresse à la transformation : $\text{H}_2\text{O}(\text{g}) \rightarrow 2\text{H}(\text{g}) + \text{O}(\text{g})$.

La formule développée de la molécule d'eau ($\text{H}-\text{O}-\text{H}$) montre que l'énergie de cohésion est $2D_{\text{H-O}}$ pour la transformation d'une mole d'eau à l'état gazeux. On en déduit l'énergie à fournir à la totalité de la vapeur d'eau :

$$\Delta E_2 = 2D_{\text{H-O}} \cdot n$$

$$\text{A.N. : } \Delta E_2 = 2 \times 460 \cdot 10^3 \times 5,6 = 5,1 \cdot 10^6 \text{ J}.$$

$$3. \text{ Le rapport des énergies à fournir est } \frac{\Delta E_2}{\Delta E_1} = \frac{5,1 \cdot 10^6}{2,3 \cdot 10^5} = 22.$$

L'énergie à fournir pour dissocier la vapeur d'eau en ses atomes gazeux est environ 20 fois plus importante que celle à fournir lors de la vaporisation.

Pour comparer deux grandeurs, calculer leur rapport.

3 Aspects énergétiques

1 Énergie transférée lors d'une transformation physique

→ L'énergie transférée lors d'une transformation physique représente la variation d'énergie interne entre l'état final et l'état initial du système lors d'une transformation physique.

→ Elle prend en compte les variations de température et les éventuels changements d'état à température constante.

2 Énergie transférée lors d'une transformation chimique

→ L'énergie transférée lors d'une transformation chimique représente la variation d'énergie interne entre l'état initial et l'état final du système chimique, toutes les espèces chimiques étant prises à l'état gazeux.

→ De manière générale, cette énergie transférée au système est la différence entre la somme des énergies des liaisons rompues et la somme des énergies des liaisons créées lors de la transformation chimique :

$$\Delta E = \sum E_{\text{liaisons rompues}} - \sum E_{\text{liaisons créées}}$$

3 Réaction endo, exo ou athermique

→ On prendra la convention suivante pour toute énergie transférée lors d'une transformation, physique ou chimique : l'énergie est négative si elle sort du système (énergie dégagée par le système dans le milieu extérieur) et positive si elle entre dans le système (énergie fournie au système par le milieu extérieur).

→ Si l'énergie transférée est positive, la transformation est dite endothermique. Si cette énergie est négative, la transformation est dite exothermique. Si le transfert énergétique est nul, la transformation est dite athermique.

Exercice résolu

➔ Déterminer l'énergie transférée lors d'une transformation

Énoncé

Dans l'industrie, le dichlore est fabriqué par réaction du chlorure d'hydrogène gazeux sur du dioxygène.

1. Donner l'équation bilan de la réaction sachant que de l'eau est aussi formée.
2. Établir la relation entre l'énergie molaire transférée ΔE lors de la synthèse du dichlore et les énergies de liaison proposées.

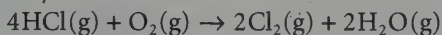
3. Calculer ΔE et conclure.

Données : $D_{\text{H-Cl}} = 428 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$; $D_{\text{Cl-Cl}} = 240 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$;

$D_{\text{O=O}} = 494 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$ et $D_{\text{O-H}} = 460 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$.

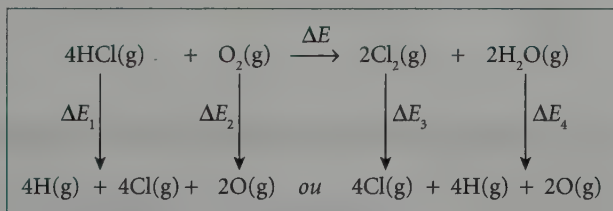
Corrigé commenté

1. L'équation de la synthèse industrielle du dichlore est :



tous les constituants étant pris à l'état gazeux.

2. Pour établir le bilan énergétique d'une transformation chimique, il faut utiliser un cycle de transformations afin de faire apparaître les différentes énergies de liaison. On dissocie donc chaque réactif et chaque produit en ses atomes à l'état gazeux, et on note ΔE_1 à ΔE_4 les énergies transférées :



À l'aide des formules développées des molécules mises en jeu et des coefficients stœchiométriques de l'équation de transformation, on en déduit les expressions ΔE_1 à ΔE_4 en fonction des énergies de liaison proposées :

- pour H-Cl : $\Delta E_1 = 4D_{\text{H-Cl}}$;
- pour O=O : $\Delta E_2 = D_{\text{O=O}}$;
- pour Cl-Cl : $\Delta E_3 = 2D_{\text{Cl-Cl}}$;
- pour H-O-H : $\Delta E_4 = 2 \times 2D_{\text{O-H}} = 4D_{\text{O-H}}$.

On peut alors écrire, pour le cycle de transformations proposé : $\Delta E = \Delta E_1 + \Delta E_2 - \Delta E_3 - \Delta E_4$, soit

$$\Delta E = 4D_{\text{H-Cl}} + D_{\text{O=O}} - 2D_{\text{Cl-Cl}} - 4D_{\text{O-H}}$$

3. A.N. : $\Delta E = 4 \times 428 + 494 - 2 \times 240 - 4 \times 460 = -114 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$.

L'énergie transférée lors de la synthèse du dichlore ΔE est négative.
Cette énergie sort donc du système, la réaction est exothermique.

Ne pas oublier de tenir compte des coefficients stœchiométriques de l'équation de la réaction. ΔE dépend de l'écriture de l'équation de transformation.

Méthode

Évaluer l'énergie transférée
lors d'une transformation

Sujet exemple

Le monoxyde de carbone peut réagir sur le dihydrogène pour former du méthanol. Calculer l'énergie transférée lors de cette transformation si le méthanol est obtenu à l'état liquide.

Données : chaleur latente molaire du méthanol $L_V = 37,4 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$;

énergie de liaison $D_{(\text{CO})} = 1\,072 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$, $D_{\text{H-H}} = 432 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$,

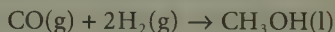
$D_{\text{C-H}} = 410 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$, $D_{\text{C-O}} = 356 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$, $D_{\text{O-H}} = 460 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$.

Ce qu'il faut faire

Étape 1 :

- Établissez l'équation de la transformation sans oublier de noter les états physiques de tous les constituants.

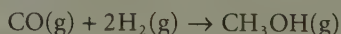
L'équation de la transformation est :



Étape 2 :

- Traitez d'abord l'équation de la transformation avec tous les constituants à l'état gazeux.

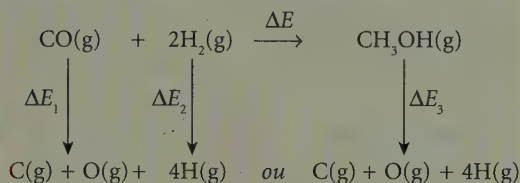
On s'intéresse d'abord à la transformation chimique :



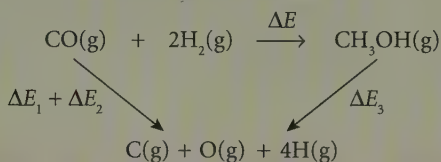
Étape 3 :

- Réalisez un cycle de transformations secondaires en dissociant tous les constituants en leurs atomes à l'état gazeux.
- Notez ΔE_i les énergies correspondantes (i allant de 1 à n et n étant le nombre de molécules à dissocier).

Réalisons un cycle de transformations :

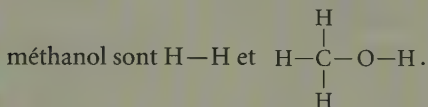


Il peut être simplifié sous la forme :

**Étape 4 :**

- Pour chaque transformation secondaire, donnez la formule développée de la molécule à dissocier et déduisez-en la relation entre l'énergie de cohésion et les énergies de liaison.

Les formules développées du dihydrogène et du



Les énergies de cohésion sont donc respectivement $D_{\text{H-H}}$ et $3D_{\text{C-H}} + D_{\text{C-O}} + D_{\text{O-H}}$.

Pour le monoxyde de carbone, l'énergie de cohésion est donnée dans l'énoncé, soit $D_{(\text{CO})}$.

Étape 5 :

- Écrivez ensuite les énergies transférées ΔE_i comme le produit de l'énergie de cohésion et du coefficient stœchiométrique.

On en déduit :

$$\Delta E_1 = D_{(\text{CO})}$$

$$\Delta E_2 = 2D_{\text{H-H}}$$

$$\Delta E_3 = 3D_{\text{C-H}} + D_{\text{C-O}} + D_{\text{O-H}}$$

Étape 6 :

• Établissez la relation entre l'énergie totale transférée ΔE et les ΔE_i des transformations secondaires.

• De manière générale, vous devez retrouver les relations :

$$\Delta E = \sum \Delta E_i(\text{réactifs}) - \sum \Delta E_i(\text{produits})$$

ou encore :

$$\Delta E = \sum D_{\text{liaisons rompues}} - \sum D_{\text{liaisons créées}}$$

D'après le cycle de transformations établi, on a :

$$\Delta E = \Delta E_1 + \Delta E_2 - \Delta E_3$$

ou en fonction des énergies de liaison :

$$\Delta E = D_{(\text{CO})} + 2D_{\text{H-H}} - 3D_{\text{C-H}} - D_{\text{C-O}} - D_{\text{O-H}}$$

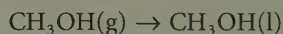
Étape 7 :

• Dans le cas d'une transformation pour laquelle les constituants ne sont pas tous à l'état gazeux, prenez en compte le changement d'état à effectuer en ajoutant une contribution énergétique $\Delta E'$ correspondant à l'énergie supplémentaire transférée. Elle tient compte du coefficient de l'équation précédente.

• L'énergie totale transférée lors de la transformation est alors :

$$\Delta E_{\text{totale}} = \Delta E + \Delta E'$$

Le méthanol étant à l'état liquide, il faut aussi prendre en compte la transformation physique



Soit $\Delta E'$ l'énergie transférée. On a :

$$\Delta E' = 1 \times L_{\text{liq}} = -L_V$$

la transformation chimique ne créant qu'une seule mole de méthanol par mole de monoxyde de carbone réagissant.

Finalement, on obtient :

$$\Delta E_{\text{totale}} = \Delta E + \Delta E'$$

$$\Delta E_{\text{totale}} =$$

$$D_{(\text{CO})} + 2D_{\text{H-H}} - 3D_{\text{C-H}} - D_{\text{C-O}} - D_{\text{O-H}} - L_V$$

Étape 8 :

• Faites l'application numérique en utilisant les tables des énergies de liaison et les valeurs des chaleurs latentes impliquées.

• Déduisez ensuite du signe de ΔE_{totale} la nature endo, exo ou athermique de la transformation.

A.N. :

$$\Delta E_{\text{totale}} =$$

$$1\,072 + 2 \times 432 - 3 \times 410 - 356 - 460 - 37,4 \\ = -147,4 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}.$$

Cette énergie est négative, la transformation est donc **exothermique**.

Réflexes à avoir et pièges à éviter

- R1** Établir la formule développée de la molécule avant d'établir l'expression de l'énergie de cohésion en fonction des énergies de liaison.
- R2** Pour établir l'expression de l'énergie transférée au système lors d'une transformation, réaliser un cycle de transformations secondaires faisant intervenir les dissociations des molécules en leurs atomes à l'état gazeux.
- R3** Pour la liaison $\text{C}=\text{O}$, identifier s'il s'agit d'une cétone ou d'un aldéhyde, ou s'il s'agit du dioxyde de carbone, la valeur de l'énergie de liaison n'étant pas la même dans les deux cas.
- P1** Dans l'équation bilan d'une transformation, penser à noter les états physiques des différents constituants.
- P2** Pour le calcul de l'énergie transférée lors d'une transformation, tenir compte des coefficients stœchiométriques de son équation bilan.
- P3** Attention à la précision des termes : une molécule est d'autant plus stable que son énergie de cohésion est grande, mais un état de la matière est d'autant plus stable que son énergie est basse.

Exercices

Vérifiez vos connaissances

1 Vrai-Faux

➔ corrigé p. 299

- | | | |
|---|----------------------------|----------------------------|
| 1. Tous les isomères d'une même formule brute ont la même énergie de cohésion. | ☐ V | ☐ F |
| 2. L'énergie transférée au système lors d'une réaction de combustion est positive. | ☐ V | ☐ F |
| 3. Un état de la matière est d'autant plus stable que son énergie est basse. | ☐ V | ☐ F |
| 4. La chaleur latente de condensation est l'opposé de la chaleur latente de vaporisation. | ☐ V | ☐ F |
| 5. Une réaction exothermique correspond à une diminution de l'énergie interne du système. | ☐ V | ☐ F |

Exercices d'entraînement

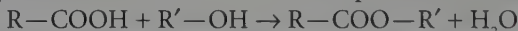
2 * Réaction athermique

➔ R1 et P1

➔ corrigé p. 299

Les esters sont pour la plupart des molécules odorantes que l'on utilise en parfumerie. Ils sont obtenus par réaction d'un alcool sur un acide carboxylique.

La réaction de synthèse d'un ester $R-COO-R'$ peut être modélisée par :



Sachant que la fonction ester $-COO-$ contient un atome d'oxygène provenant de l'acide carboxylique et un atome d'oxygène provenant de l'alcool, montrer que cette réaction est athermique.

3 * Stabilité des isomères

➔ R1 et P3

➔ corrigé p. 299

On considère deux isomères de formule brute C_4H_8O :

- isomère 1 : $CH_3-CH_2-CH_2-CHO$;
- isomère 2 : $CH_2=CH-CH_2-CH_2OH$.

1. Établir les formules développées de chacun des deux isomères proposés.
2. Calculer leur énergie de cohésion.
3. En déduire l'isomère le plus stable.

Données : $D_{C-C} = 348 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$, $D_{C-H} = 410 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$,

$D_{C-O} = 356 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$, $D_{O-H} = 460 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$, $D_{C=O} = 708 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$ dans les aldéhydes et les cétones et $D_{C=C} = 612 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$.

Pour aller plus loin

4 * Valeur nutritionnelle

➔ R1, R2, R3, P1 et P2

➔ corrigé p. 300

L'étiquette d'un jus d'orange porte la mention suivante :

Valeurs nutritionnelles moyennes pour 100 mL

Valeur énergétique	Glucides	Protéines	Lipides	Vitamine C
171 kJ	10 g	0,4 g	0,1 g	30 mg

On suppose que les glucides de ce jus de fruit sont constitués uniquement de glucose $C_6H_{12}O_6$.

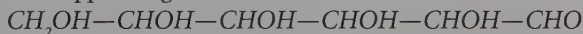
1. Écrire l'équation de combustion du glucose dans l'organisme, tous les constituants étant pris à l'état gazeux.
2. Calculer l'énergie par mole de glucose transférée lors de cette combustion.
3. En déduire l'énergie libérée par la combustion du glucose lors d'une absorption de 100 mL de jus de fruit. Comparer cette énergie à la valeur énergétique.

Données : $D_{C-C} = 348 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$, $D_{C-H} = 410 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$,

$D_{C-O} = 356 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$, $D_{O-H} = 460 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$, $D_{O=O} = 494 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$,

$D_{C=O} = 708 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$ dans les aldéhydes et les cétones et $D_{C^*=O}^* = 795 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$ dans le dioxyde de carbone.

Formule semi-développée du glucose :



5 ** Chaudière au propane

➔ R1, R2, R3, P1 et P2

➔ corrigé p. 302

Une maison individuelle est équipée d'une cuve externe au propane. Cet hydrocarbure alimente une chaudière pour la production d'eau chaude de l'habitation. L'eau qui entre dans la chaudière est à la température de 10°C , et la puissance utile délivrée par la chaudière est de 25 kW.

1. Calculer l'énergie à fournir par la chaudière pour chauffer 1,0 L d'eau à 50°C .
2. Quel doit être alors le débit d'eau chaude ?
3. Calculer l'énergie produite par la combustion de 1,0 mol de propane.
4. En déduire la quantité de propane utilisée par seconde sachant que le rendement de la chaudière est de 80 %.

5. Le ballon d'eau chaude étant de 200 L, en déduire la quantité de propane utilisée pour chauffer la totalité du ballon.

Données : $D_{C-C} = 348 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$, $D_{C-H} = 410 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$,

$D_{O-H} = 460 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$, $D_{O=O} = 494 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$ et $D_{C=O} = 795 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$ dans le dioxyde de carbone.

Capacité thermique $C_{eau} = 4,18 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot ^\circ\text{C}^{-1}$

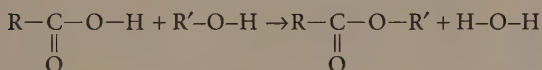
et masse volumique $\rho_{eau} = 1,0 \cdot 10^3 \text{ g} \cdot \text{L}^{-1}$.

1 Vrai-Faux

1. Faux. L'énergie de cohésion dépend des liaisons de la molécule, et chaque isomère a une formule développée différente de celle des autres isomères.
2. Faux. La réaction de combustion est exothermique, l'énergie est cédée par le système au milieu extérieur. Par convention, elle est donc négative.
3. Vrai. Il faut donner de l'énergie au système pour le faire passer d'un état stable vers un état moins stable.
4. Faux. La condensation est le passage de l'état gazeux à l'état solide, alors que la vaporisation est le passage de l'état liquide à l'état gazeux.
5. Vrai. Une réaction exothermique libère de l'énergie vers le milieu extérieur, il y a donc diminution de l'énergie interne du système.

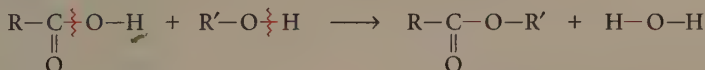
2 Réaction athermique

La réaction d'estérification est modélisée par :



Répertorier les liaisons rompues et les liaisons créées dans le mécanisme d'estérification.

Si la fonction ester contient un atome d'oxygène provenant de chacun des réactifs, on peut en déduire les liaisons rompues et les liaisons créées par le mécanisme d'estérification :



--- représente les liaisons rompues et --- les liaisons créées.

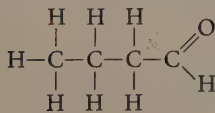
On constate qu'il s'est rompu autant de liaisons C—O qu'il s'en est créé. On peut faire la même constatation à propos des liaisons O—H entrant en jeu dans le mécanisme d'estérification.

Le bilan énergétique est donc : $\Delta E = \Sigma \Delta E_{\text{liaisons rompues}} - \Sigma \Delta E_{\text{liaisons créées}} = 0$

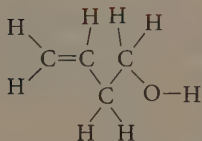
La réaction d'estérification ne cède ni ne prélève d'énergie au milieu extérieur, c'est une réaction **athermique**.

3 Stabilité des isomères

1. Les formules développées correspondant aux isomères proposés sont :

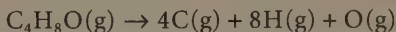


pour l'isomère 1



pour l'isomère 2

2. Dans tous les cas, l'équation associée au calcul de l'énergie de cohésion de chaque isomère est :



Soit ΔE_1 l'énergie de cohésion de l'isomère 1 et ΔE_2 celle de l'isomère 2. On a :

$$\Delta E_1 = 8D_{\text{C-H}} + 3D_{\text{C-C}} + D_{\text{C=O}}$$

et

$$\Delta E_2 = 7D_{\text{C-H}} + D_{\text{O-H}} + 2D_{\text{C-C}} + D_{\text{C=C}} + D_{\text{C-O}}$$

A.N. : $\Delta E_1 = 8 \times 410 + 3 \times 348 + 708 = 5\,032 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$

et $\Delta E_2 = 7 \times 410 + 460 + 2 \times 348 + 612 + 356 = 4\,994 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$.

3. $\Delta E_1 > \Delta E_2$:

l'isomère 1 est donc plus stable que l'isomère 2.

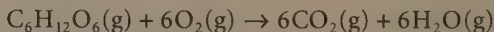
Il faut apporter plus d'énergie à l'isomère 1 qu'à l'isomère 2 pour pouvoir rompre toutes ses liaisons à l'état gazeux. L'isomère 1 est donc plus stable.



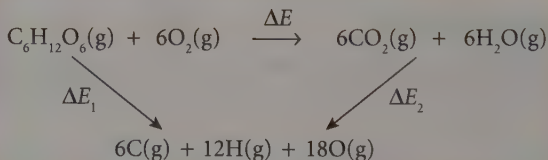
Valeur nutritionnelle

1. Une combustion est une réaction dans le dioxygène produisant de l'eau et du dioxyde de carbone.

L'équation de combustion du glucose est :



2. Réalisons un cycle de transformations en faisant apparaître les différents atomes constituant les réactifs et les produits :



$$\Delta E = \Delta E_1 - \Delta E_2$$

À partir des formules développées de chaque réactif ou produit, on peut remplir le tableau suivant :

Molécule	Formule développée	Énergie de cohésion ΔE
Glucose	$ \begin{array}{ccccccc} & \text{H} & \text{H} & \text{H} & \text{H} & \text{H} & \\ & & & & & & \\ \text{H} & - \text{C} & - \text{C} & - \text{C} & - \text{C} & - \text{C} & - \text{C} \\ & & & & & & // \\ & \text{O} & \text{O} & \text{O} & \text{O} & \text{O} & \text{H} \\ & & & & & & \\ & \text{H} & \text{H} & \text{H} & \text{H} & \text{H} & \end{array} $	$ \begin{aligned} \Delta E_{\text{glucose}} &= 5D_{\text{C-C}} + 7D_{\text{C-H}} \\ &\quad + 5D_{\text{C-O}} + 5D_{\text{O-H}} + D_{\text{C=O}} \end{aligned} $
Dioxygène	$\text{O}=\text{O}$	$\Delta E_{\text{O}_2} = D_{\text{O=O}}$
Dioxyde de carbone	$\text{O}=\text{C}=\text{O}$	$\Delta E_{\text{CO}_2} = 2D_{\text{C=O}}^*$
Eau	$\text{H}-\text{O}-\text{H}$	$\Delta E_{\text{H}_2\text{O}} = 2D_{\text{O-H}}$

On en déduit, en fonction des coefficients stœchiométriques de l'équation de combustion :

$$\Delta E_1 = \Delta E_{\text{glucose}} + 6\Delta E_{\text{O}_2} \text{ et } \Delta E_2 = 6\Delta E_{\text{CO}_2} + 6\Delta E_{\text{H}_2\text{O}}$$

d'où :

$$\Delta E = \Delta E_1 - \Delta E_2 = \Delta E_{\text{glucose}} + 6\Delta E_{\text{O}_2} - 6\Delta E_{\text{CO}_2} - 6\Delta E_{\text{H}_2\text{O}}$$

$$\Delta E = 5D_{\text{C-C}} + 7D_{\text{C-H}} + 5D_{\text{C-O}} + 5D_{\text{O-H}} + D_{\text{C=O}} + 6D_{\text{O=O}} - 6 \times 2D_{\text{C=O}}^* - 6 \times 2D_{\text{O-H}}$$

$$\Delta E = 5D_{\text{C-C}} + 7D_{\text{C-H}} + 5D_{\text{C-O}} + D_{\text{C=O}} + 6D_{\text{O=O}} - 12D_{\text{C=O}}^* - 7D_{\text{O-H}}$$

$$\text{A.N. : } \Delta E = 5 \times 348 + 7 \times 410 + 5 \times 356 + 708 + 6 \times 494 - 12 \times 795 - 7 \times 460$$

$$\text{soit } \Delta E = -2\,698 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}.$$

3. La quantité de matière de glucose contenue dans 100 mL de jus d'orange est :

$$n = \frac{m}{M}$$

avec M la masse molaire du glucose

$$(M = 6M_{\text{C}} + 12M_{\text{H}} + 6M_{\text{O}}).$$

$$\text{A.N. : } M = 6 \times 12,0 + 12 \times 1,0 + 6 \times 16,0 = 180 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$n = \frac{10}{180} = 5,6 \cdot 10^{-2} \text{ mol}.$$

L'énergie transférée est bien négative, la réaction de combustion étant exothermique.

La valeur de l'énergie alors libérée par la combustion de 10 g de glucose est :

$$\Delta E_{\text{comb}} = |\Delta E| \cdot n$$

A.N. : $\Delta E_{\text{comb}} = 2\,698 \times 5,6 \cdot 10^{-2} = 1,5 \cdot 10^5 \text{ J}$.

On vérifie bien que l'énergie due à la seule combustion des glucides est inférieure à la valeur énergétique du jus de fruit (171 kJ pour 100 mL) et qu'elle représente la quasi-totalité de cette valeur.

5 Chaudière au propane

1. L'énergie fournie est :

$$\Delta E_{\text{eau}} = C_{\text{eau}} \Delta T$$

A.N. : $\Delta E_{\text{eau}} = 4,18 \times (50 - 10) = 1,7 \cdot 10^2 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$.

Sachant que $\rho_{\text{eau}} = 1,0 \text{ kg} \cdot \text{L}^{-1}$, on obtient : $\Delta E_{\text{eau}} = 1,7 \cdot 10^2 \text{ kJ} \cdot \text{L}^{-1}$.

2. En supposant que toute la puissance utile est transférée à l'eau, on a :

$$P = \frac{\Delta E_{\text{eau}}}{t} V_{\text{eau}}$$

avec P la puissance utile de la chaudière, ΔE_{eau} l'énergie massique nécessaire pour chauffer un volume d'eau V_{eau} pendant une durée t .

On note $d_{\text{eau}} = \frac{V_{\text{eau}}}{t}$ le débit volumique d'eau, d'où :

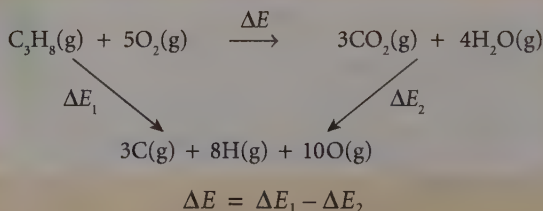
$$P = \Delta E_{\text{eau}} d_{\text{eau}}$$

soit :

$$d_{\text{eau}} = \frac{P}{\Delta E_{\text{eau}}}$$

A.N. : $d_{\text{eau}} = \frac{25 \cdot 10^3}{1,7 \cdot 10^5} = 0,15 \text{ L} \cdot \text{s}^{-1}$ ou $9,0 \text{ L} \cdot \text{min}^{-1}$.

3. Réalisons un cycle de transformations en faisant apparaître les différents atomes constituant les réactifs et les produits :



Le débit volumique est le volume d'eau chauffé en une seconde. On peut aussi définir un débit molaire comme la quantité de matière utilisée en une seconde.

À partir des formules développées de chaque réactif ou produit, on peut remplir le tableau suivant.

Molécule	Formule développée	Énergie de cohésion ΔE
Propane	$ \begin{array}{ccccc} & \text{H} & \text{H} & \text{H} & \\ & & & & \\ \text{H} & - \text{C} & - \text{C} & - \text{C} & - \text{H} \\ & & & & \\ & \text{H} & \text{H} & \text{H} & \end{array} $	$\Delta E_{\text{propane}} = 2D_{\text{C-C}} + 8D_{\text{C-H}}$
Dioxygène	$\text{O}=\text{O}$	$\Delta E_{\text{O}_2} = D_{\text{O=O}}$
Dioxyde de carbone	$\text{O}=\text{C}=\text{O}$	$\Delta E_{\text{CO}_2} = 2D_{\text{C=O}}$
Eau	$\text{H}-\text{O}-\text{H}$	$\Delta E_{\text{H}_2\text{O}} = 2D_{\text{O-H}}$

On en déduit, en fonction des coefficients stoechiométriques de l'équation de combustion : $\Delta E_1 = \Delta E_{\text{propane}} + 5\Delta E_{\text{O}_2}$ $\Delta E_2 = 3\Delta E_{\text{CO}_2} + 4\Delta E_{\text{H}_2\text{O}}$

d'où :

$$\Delta E = \Delta E_1 - \Delta E_2$$

$$\Delta E = \Delta E_{\text{propane}} + 5\Delta E_{\text{O}_2} - 3\Delta E_{\text{CO}_2} - 4\Delta E_{\text{H}_2\text{O}}$$

$$\Delta E = 2D_{\text{C-C}} + 8D_{\text{C-H}} + 5D_{\text{O=O}} - 6D_{\text{C=O}} - 8D_{\text{O-H}}$$

A.N. :

$$\Delta E = 2 \times 348 + 8 \times 410 + 5 \times 494 - 6 \times 795 - 8 \times 460 = -2\,004 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1} < 0.$$

4. Si le rendement est de 80 %, alors la production d'énergie utile est de $0,8|\Delta E|$.

Le débit molaire en propane est :

$$d_{\text{propane}} = \frac{P}{0,8|\Delta E|}$$

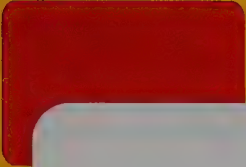
$$\text{A.N. : } d_{\text{propane}} = \frac{25 \cdot 10^3}{0,8 \times 2004 \cdot 10^3} = 1,6 \cdot 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{s}^{-1}.$$

5. En 1 s, la chaudière chauffe 0,15 L d'eau (d_{eau}) en utilisant $1,6 \cdot 10^{-2}$ mol de propane (d_{propane}).

On en déduit que pour chauffer $V = 200$ L d'eau, la chaudière utilise :

$$n = \frac{V \cdot d_{\text{propane}}}{d_{\text{eau}}}$$

$$\text{A.N. : } n = \frac{200 \times 1,6 \cdot 10^{-2}}{0,15} = 21 \text{ mol de propane}.$$



ANNEXES

Annexe 1

Les constantes et valeurs numériques utiles

Constante	Valeur précise	Valeur approchée
vitesse de la lumière dans le vide	$c = 299\,792\,458 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ (valeur exacte)	$c = 3,00 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$
perméabilité du vide	$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \cdot \text{T} \cdot \text{m} \cdot \text{A}^{-1}$	
constante de gravitation	$G = 6,674\,2 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$	$G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$
constante de la loi de Coulomb	$k = 8,987\,55 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$	$k = 9,0 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$
charge élémentaire	$e = 1,602\,176\,53 \times 10^{-19} \text{ C}$	$e = 1,60 \times 10^{-19} \text{ C}$
masse du proton	$m_p = 1,672\,621\,71 \times 10^{-27} \text{ kg}$	$m_p = 1,673 \times 10^{-27} \text{ kg}$
masse du neutron	$m_n = 1,674\,927\,28 \times 10^{-27} \text{ kg}$	$m_n = 1,675 \times 10^{-27} \text{ kg}$
masse de l'électron	$m_e = 9,109\,382\,6 \times 10^{-31} \text{ kg}$	$m_e = 9,109 \times 10^{-31} \text{ kg}$
constante d'Avogadro	$N_A = 6,022\,141\,5 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$	$N_A = 6,02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$
constante du gaz parfait	$R = 8,314\,472 \text{ Pa} \cdot \text{m}^3 \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$	$R = 8,31 \text{ Pa} \cdot \text{m}^3 \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$
capacité calorifique de l'eau	$C_{\text{eau}} = 4,18 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot ^\circ\text{C}^{-1}$	
chaleur latente de vaporisation de l'eau	$L_v = 41 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$	

Annexe 2

Les grandeurs fondamentales et dérivées

	Nom	Notation littérale usuelle	Unité SI Symbole (nom)
Grandeurs fondamentales	Longueur	L	m (mètre)
	Temps	t	s (seconde)
	Masse	m	kg (kilogramme)
	Intensité du courant électrique	I	A (ampère)
	Température absolue	T	K (kelvin)
	Quantité de matière	n	mol (mole)
Grandeurs dérivées	Aire ou superficie	S	m^2
	Volume	V	m^3
	Vitesse	v	$\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$
	Force	F	N (newton)
	Intensité de la pesanteur	g	$\text{N} \cdot \text{kg}^{-1}$
	Travail d'une force constante	$W_{AB}(\vec{F})$	J (joule)
	Énergie	E	J (joule)
	Puissance	P	W (watt)
	Champ magnétique	B	T (tesla)
	Charge électrique	q	C (coulomb)
	Tension électrique	U	V (volt)
	Potentiel électrique	V	V (volt)
	Résistance	R	Ω (ohm)
	Conductance	G	S (siemens)
	Conductivité	σ	$\text{S} \cdot \text{m}^{-1}$
	Conductivité molaire ionique	λ	$\text{S} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{mol}^{-1}$
	Masse volumique	ρ ou μ	$\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$
	Densité	d	Sans unité
	Masse molaire	M	$\text{kg} \cdot \text{mol}^{-1}$
	Volume molaire	V_m	$\text{m}^3 \cdot \text{mol}^{-1}$
	Concentration	[...] ou c	$\text{mol} \cdot \text{m}^{-3}$

Annexe 3

La classification périodique des éléments

→ colonnes périodes ↓		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
1	H 1 hydrogène 1,0																		He 2 hélium 4,0
2	Li 3 lithium 6,9	Be 4 béryllium 9,0																	Ne 10 néon 20,2
3	Na 11 sodium 23,0	Mg 12 magnésium 24,3																	Ar 18 argon 39,9
4	K 19 potassium 39,1	Ca 20 calcium 40,1	Sc 21 scandium 45,0	Ti 22 titane 47,9	V 23 vanadium 50,9	Cr 24 chrome 52,0	Mn 25 manganèse 54,9	Fe 26 fer 55,8	Co 27 cobalt 58,9	Ni 28 nickel 58,7	Cu 29 cuivre 63,5	Zn 30 zinc 65,4	Ga 31 gallium 69,7	Ge 32 germanium 72,6	As 33 arsenic 74,9	Se 34 sélénium 79,0	Br 35 brome 79,9	Kr 36 krypton 83,8	
5	Rb 37 rubidium 85,5	Sr 38 strontium 87,6	Y 39 yttrium 88,9	Zr 40 zirconium 91,2	Nb 41 niobium 92,9	Mo 42 molybdène 95,9	Tc 43 technetium 98	Ru 44 ruthénium 101,1	Rh 45 rhodium 102,9	Pd 46 palladium 106,4	Ag 47 argent 107,9	Cd 48 cadmium 112,4	In 49 indium 114,8	Sn 50 étain 118,7	Sb 51 antimoine 121,7	Te 52 tellure 127,6	I 53 iode 126,9	Xe 54 xénon 131,3	
6	Cs 55 césium 132,9	Ba 56 baryum 137,3	La 57 lanthane 138,9	Hf 72 hafnium 178,5	Ta 73 tantalum 180,9	W 74 tungstène 183,9	Re 75 rhenium 186,2	Os 76 osmium 190,2	Ir 77 iridium 192,2	Pt 78 platine 195,1	Au 79 or 197,0	Hg 80 mercure 200,6	Tl 81 thallium 204,4	Pb 82 plomb 207,2	Bi 83 bismuth 209,0	Po 84 polonium ≈209	At 85 astate ≈210	Rn 86 radon ≈222	
7	Fr 87 francium ≈223	Ra 88 radium ≈226	Ac 89 actinium ≈227	Ku 104 kuratium ≈261	Ha 105 hassium ≈262	Sg 106 seaborgium ≈266	Ns 107 nibbium ≈268	Hs 108 hassium ≈269	Mt 109 meitnium ≈268	X 110 unlabeled -									

La = Lanthanides (57 à 71) ; Ac = Actinides (89 à 103))

Annexe 4

Les conductivités molaires ioniques

Ion	Conductivité molaire ionique ($S \cdot m^2 \cdot mol^{-1}$)
λ_{Cl^-}	$7,6 \cdot 10^{-3}$
λ_{HO^-}	$19,9 \cdot 10^{-3}$
$\lambda_{NO_3^-}$	$7,14 \cdot 10^{-3}$
λ_{HCOO^-}	$5,46 \cdot 10^{-3}$
λ_{CN^-}	$7,80 \cdot 10^{-3}$
$\lambda_{Mg^{2+}}$	$10,6 \cdot 10^{-3}$
$\lambda_{NH_4^+}$	$7,35 \cdot 10^{-3}$
$\lambda_{H_3O^+}$	$35,0 \cdot 10^{-3}$

Les énergies de liaison

Liaison	Énergie de liaison ($kJ \cdot mol^{-1}$)
$C=C$	$D_{C=C} = 612$
$C-C$	$D_{C-C} = 348$
$C-H$	$D_{C-H} = 410$
$C-O$	$D_{C-O} = 356$
$C=O^*$	$D_{C=O^*} = 708$
$C=O^{**}$	$D_{C=O^{**}} = 795$
$O-H$	$D_{O-H} = 460$
$O=O$	$D_{O=O} = 494$
$H-H$	$D_{H-H} = 432$
$H-Cl$	$D_{H-Cl} = 428$
$N-H$	$D_{N-H} = 388$
$Cl-Cl$	$D_{Cl-Cl} = 240$

* dans les aldéhydes et les cétones.

** dans le dioxyde de carbone.

Annexe 5

Les indicateurs colorés

Indicateur coloré	Couleur de la forme acide	Zone de virage	Couleur de la forme basique
Rouge de métacrésol	Rouge	1,2 – 2,8	Jaune
Héliantine	Rouge	3,1 – 4,4	Jaune
Vert de bromocrésol	Jaune	3,8 – 5,4	Bleu
Rouge de chlorophénol	Jaune	4,8 – 6,4	Rouge
Rouge de bromophénol	Jaune	5,2 – 6,8	Rouge
Bleu de bromothymol	Jaune	6,0 – 7,6	Bleu
Rouge neutre	Rouge	6,8 – 8,0	Jaune
Rouge de crésol	Jaune	7,2 – 8,8	Rouge
Phénolphthaléine	Incolore	8,2 – 10,0	Rouge violacé
Jaune d'alizarine R	Jaune	10,0 – 12,1	Rouge
Carmin d'indigo	Bleu	11,6 – 14,0	Jaune

Physique

A

Axe de rotation : un solide est en rotation autour d'un axe si tous ses points situés sur cet axe restent immobiles.

B

Bilan énergétique : inventaire des énergies reçues par un système et des énergies qu'il fournit au milieu extérieur (pendant une durée déterminée). Si le système ne stocke pas d'énergie, la somme des énergies reçues est égale à la somme des énergies fournies.

C

Centre d'inertie : point d'un corps, noté G , qui a des propriétés particulières. Notamment, le point d'application du poids d'un corps est son centre d'inertie G .

Centre optique : pour une lentille mince, point de la lentille situé sur son axe optique ; un rayon lumineux arrivant sur la lentille en son centre optique la traverse sans déviation.

Champ magnétique : domaine de l'espace où s'exercent des actions magnétiques. L'état magnétique en un point est décrit par le vecteur champ magnétique $\vec{B}$ en ce point.

Charge élémentaire : charge électrique portée par un proton ou par un électron (en valeur absolue), notée e . La charge élémentaire est la plus petite charge susceptible d'exister et toute charge électrique est un multiple de la charge élémentaire.

Conductance : grandeur caractérisant un conducteur ohmique ou une colonne de solution ionique. La conductance G est l'inverse de la résistance électrique ; elle s'exprime en siemens ($1\text{ S} = 1\text{ }\Omega^{-1}$).

Conducteur ohmique : composant dans lequel la tension aux bornes est proportionnelle à l'intensité du courant. Pour un conducteur ohmique, la loi d'Ohm s'écrit : $U = RI$.

Convention récepteur : choix de la tension U_{AB} positive aux bornes d'un récepteur, quand le sens du courant est de A vers B .

Conversion d'énergie : transformation d'une forme d'énergie en une autre par exemple, dans une photopile d'énergie rayonnante en énergie électrique.

D

Diamètre apparent : angle sous lequel un objet (ou son image dans un instrument) est vu par un œil. Par exemple, la Lune, vue de la Terre a un diamètre apparent de $32'$.

Distance focale : grandeur caractérisant une lentille mince ; distance entre le centre optique et l'un des foyers $f = \overline{OF} = \overline{OF'}$.

Lexique

E

Effet Joule : transfert thermique entre un appareil (conducteur ohmique, par exemple) parcouru par un courant et le milieu extérieur.

Énergie cinétique : énergie que possède un corps du fait de son mouvement. Pour un solide en mouvement de translation :

$$E_c = \frac{1}{2} m v_G^2.$$

Énergie potentielle de pesanteur : énergie que possède un corps du fait de son interaction avec la Terre.

Si z est l'altitude de son centre d'inertie :

$$E_p = mgz.$$

F

Force électromotrice (f.é.m.) : grandeur caractéristique d'un générateur électrique ; égale à sa tension à vide et représentée par E (en volts).

Foyer image : le point de l'axe optique d'une lentille où converge un faisceau de rayons lumineux parallèles à l'axe optique arrivant sur la lentille ; noté F' .

Foyer objet : le point de l'axe optique d'une lentille d'où est issu un faisceau divergent frappant la lentille et en sortant parallèlement à l'axe optique ; noté F .

G

Grandissement : égal, en valeur absolue, au rapport entre la longueur de l'image et

la longueur de l'objet ; positif si l'image et l'objet sont de même sens et négatif si l'image est en sens inverse de l'objet.

I

Interaction : deux corps sont en interaction s'ils exercent, l'un sur l'autre, des actions mécaniques. Ces interactions obéissent au principe des actions réciproques.

L

Lentille convergente : lentille qui transforme un faisceau lumineux parallèle à son axe optique en un faisceau convergent.

Lentille divergente : lentille qui transforme un faisceau lumineux parallèle à son axe optique en un faisceau divergent.

Ligne de champ magnétique : ligne dessinée par la limaille de fer au voisinage d'un aimant ou d'un circuit parcouru par un courant. $\vec{B}$ en un point est tangent à la ligne de champ magnétique passant en ce point et orienté dans le sens de cette ligne.

Lois de Newton : principe d'inertie (première loi), relation entre les variations du vecteur vitesse $\Delta\vec{v}_G$ et la somme des forces extérieures (deuxième loi) et principe des actions réciproques (troisième loi).

Loupe : appareil d'optique formé d'une lentille convergente pour « grossir » les petits objets : l'objet doit être placé entre le foyer objet F et le centre optique O .

Lunette afocale : lunette astronomique dans laquelle le foyer image F'_1 de l'objectif coïncide avec le foyer objet F_2 de l'oculaire.

M

Moteur à courant continu : moteur électrique fonctionnant en courant continu ; son fonctionnement est dû à des forces de Laplace s'appliquant sur des cadres parcourus par un courant.

Mouvement de rotation : mouvement d'un solide qui tourne autour d'un axe (voir axe de rotation).

Mouvement de translation : mouvement dans lequel tous les points du solide ont, à chaque instant, le même vecteur vitesse.

O

Objectif : le premier système optique d'une lunette astronomique (lunette terrestre, microscope...), modélisé par une lentille mince convergente.

Oculaire : le second système optique d'une lunette astronomique modélisé par une lentille convergente mince. L'image définitive est l'image donnée par l'oculaire de l'image formée par l'objectif.

P

Particule élémentaire : particule considérée comme insécable dans l'état actuel de nos connaissances. En Première : l'électron, le proton et le neutron.

Point image : point de concours des rayons lumineux (ou de leur prolongement) émergeant d'un système optique.

Point objet : point qui envoie de la lumière dans toutes les directions.

Potentiel électrique : grandeur caractérisant l'état électrique d'un point ; s'exprime en volts.

La tension entre deux points est égale à la différence des potentiels de ces points (ddp).

Puissance nominale : puissance du transfert à un récepteur électrique dans ses conditions normales de fonctionnement.

R

Rayon lumineux : chemin suivi par la lumière pour aller d'un point à un autre. Les rayons lumineux sont des droites dans un milieu homogène.

Rayonnement : mode de transfert de l'énergie, notamment du Soleil vers la Terre.

Relation de conjugaison (de Descartes) : elle permet de déterminer la position de l'image d'un objet donnée par une lentille mince sphérique.

Résistance équivalente (à une association de conducteurs ohmiques) : la résistance du conducteur ohmique unique qui, placé dans le circuit à la place de l'association, consomme la même puissance électrique que cette association.

S

Spectre magnétique : ensemble des lignes de champ magnétique créées par un aimant ou un circuit parcouru par un courant.

Lexique

Solénoïde : bobine dont la longueur L est grande par rapport au rayon R des spires ($R/L > 20$).

T

Travail (d'une force) : grandeur liée aux caractéristiques de la force et au déplacement de son point d'application. Travail d'une force constante pour un déplacement rectiligne de son point d'application :

$$W_{AB}(\vec{F}) = \vec{F} \cdot \vec{AB} = F \times AB \times \cos \alpha.$$

V

Vergence : grandeur caractéristique d'une lentille ; est égale à l'inverse de sa distance focale et s'exprime en dioptries (δ).

Vitesse angulaire : la vitesse angulaire moyenne d'un solide en rotation autour d'un axe est numériquement égale à l'angle dont il tourne en 1 s ; s'exprime en $\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$.

Chimie

A

Acide : dans la théorie de Brönsted, espèce chimique capable de libérer un proton.

Acides carboxyliques : famille d'espèces chimiques de formule $\text{R}-\text{CO}_2\text{H}$ qui se reconnaissent au caractère acide de leur solution aqueuse.

Alcènes : famille d'espèces chimiques de formule C_nH_{2n} qui se reconnaissent à leur réaction avec l'eau de dibrome.

Alcools : famille d'espèces chimiques de formule $\text{R}-\text{OH}$.

Aldéhydes : famille d'espèces chimiques

de formule $\text{R}-\text{C} \begin{array}{l} \text{O} \\ \parallel \\ \text{H} \end{array}$ qui se reconnaissent

par leur action sur la 2,4-DNPH et sur la liqueur de Fehling ou le réactif de Tollens.

Amines : famille d'espèces chimiques de formule $\text{R}-\text{NH}_2$ qui se reconnaissent au caractère basique de leur solution aqueuse.

Ampholyte : espèce chimique qui peut se comporter comme un acide ou comme une base.

B

Base : dans la théorie de Brönsted, espèce chimique capable de capter un proton.

C

Cétones : famille d'espèces chimiques de formule $\text{R}-\text{CO}-\text{R}'$ qui se reconnaissent à leur action sur la 2,4-DNPH et à leur absence d'action sur la liqueur de Fehling ou le réactif de Tollens.

Composés halogénés : famille d'espèces chimiques de formule $R-X$ ou X est un halogène (F, Cl, Br, I).

Conductance : inverse de la résistance électrique d'un conducteur ohmique ou d'une colonne de solution ionique ; s'exprime en siemens ($1\text{ S} = 1\ \Omega^{-1}$).

Conductivité : grandeur caractéristique d'une solution ionique.

Conductivité molaire ionique : grandeur caractéristique d'un ion dans une solution.

D

Déshydratation : réaction dans laquelle un composé évolue en perdant de l'eau H_2O .

Déshydrogénation : réaction dans laquelle un composé évolue en perdant du dihydrogène H_2 .

2,4-dinitrophénylhydrazine (2,4-DNPH) : réactif des composés carbonylés. En solution avec la 2,4-DNPH, les aldéhydes et les cétones donnent un précipité jaune.

Dosage : opération permettant de déterminer la concentration d'une espèce chimique présente dans une solution

E

Endothermique : au cours d'une réaction endothermique, un transfert thermique s'effectue du milieu extérieur vers le système en réaction.

Énergie de cohésion :

– L'énergie de cohésion d'une molécule est l'énergie qu'il faut fournir à 1 mole de mo-

lécules à l'état gazeux pour les dissocier en leurs atomes constitutifs à l'état gazeux.

– L'énergie de cohésion d'un solide ou d'un liquide est l'énergie qu'il faut fournir à 1 mole de molécules dans cet état pour les transformer en 1 mole de molécules à l'état gazeux.

Énergie de liaison : énergie qu'il faut fournir à 1 mole de molécules à l'état gazeux pour les transformer en atomes à l'état gazeux.

Équivalence : à l'équivalence d'un dosage, les deux réactions ont réagi dans les proportions stœchiométriques.

Exothermique : au cours d'une réaction exothermique, un transfert thermique s'effectue du milieu en réaction vers le système extérieur.

G

Groupe caractéristique : groupe commun à tous les composés constituant une famille et qui leur confère des propriétés propres.

H

Hydrocarbure : espèce chimique constituée uniquement de carbone et d'hydrogène (formule brute C_xH_y).

I

Isomères de constitution : isomères qui diffèrent par la constitution de leur chaîne carbonée.

Lexique

Isomères *Z/E* : isomérisation des alcènes de formule $\text{ACH}=\text{CHB}$; la configuration est *Z* si les deux atomes H sont du même côté de la double liaison et *E* s'ils sont de part et d'autre de la double liaison.

L

Liaison polarisée : liaison covalente dans laquelle le doublet liant est attiré par l'un des atomes liés ; il en résulte une charge δ^+ sur un atome et δ^- sur l'autre (dipôle).

Liquor de Fehling : réactif caractéristique des aldéhydes. Liquor bleue dans laquelle il apparaît un précipité rouge brique lorsqu'elle est chauffée avec un aldéhyde.

M

Monomère : l'espèce chimique qui, dans une réaction de polyaddition, engendre le polymère.

Motif : dans un polymère, le groupe d'atomes qui se répète dans la chaîne carbonée.

O

Oxydation : réaction correspondant à la perte d'électrons par l'espèce chimique qui s'oxyde.

P

Polyaddition : réaction dans laquelle un polymère se forme par addition de molécules de monomère les unes sur les autres.

Polymère : le composé obtenu par réaction de polyaddition ou, plus généralement, par réaction de polymérisation.

R

Réactif de Tollens (ou nitrate d'argent ammoniacal) : réactif caractéristique des aldéhydes ; chauffé avec un aldéhyde, il produit un miroir d'argent.

Réduction : réaction dans laquelle une espèce chimique capture des électrons.

S

Solution électrolytique : solution contenant des ions et qui conduit le courant électrique.

Solvatation des ions : fixation de molécules d'eau sur les ions dans une solution aqueuse.

A

Acides carboxyliques : 267
Aiguille aimantée : 116
Alcanes : 262
Alcènes : 264
Alcools : 266
Aldéhydes : 267
Amines : 266
Athermique : 290
Avancement de la réaction : 182

C

Capacité calorifique : 77
Caractéristique : 36
Cellule conductimétrique : 200
Centre d'inertie : 30
Cétone : 267
Chaleur latente : 77
Champ d'un miroir : 149
Champ magnétique : 116
Champ magnétique terrestre : 118
Changement d'état : 77, 288
Cohésion de la matière : 16
Composés halogénés : 266
Concentration massique : 181
Concentration molaire : 180
Conductance : 200
Conductivité : 202
Conductivité molaire ionique : 202

Constante de cellule : 200
Constante de gravitation : 12
Convention générateur : 93
Convention récepteur : 93
Couplage électromécanique : 126
Couples acido-basiques : 218
Couples redox : 221
Craquage : 264

D

Densité : 179
Déshydratation : 268
Deuxième loi de Newton : 52
Différence de potentiel : 92
Distance focale : 151
Dosage : 236
Dosage à la goutte : 241

E

Effet Joule : 96
Électrisation : 14
Énergie cinétique : 72
Énergie de cohésion : 287
Énergie de liaison : 286
Énergie électrique : 94
Énergie interne : 76
Énergie mécanique : 74
Énergie potentielle de pesanteur : 74

Index

Équation du gaz parfait : 180
Équivalence : 238
État d'un système chimique : 182
États de la matière : 288
Exothermique : 290

F

Force de Laplace : 124
Forces à distance : 46
Forces de contact : 47
Formule brute : 262
Formule semi-développée : 262
Formule topologique : 262
Foyers d'une lentille : 151

G

Générateur : 92
Grandissement : 154
Grossissement : 157

H

Haut-parleur : 127

I

Image réelle : 151
Image virtuelle : 151
Indicateur coloré : 219
Interaction électrique : 14

Interaction gravitationnelle : 12
Isomères de constitution de chaînes : 262
Isomères de position : 262
Isomérie Z/E : 264

J

Lentilles convergentes : 147
Lignes de champ : 116
Loi de Coulomb : 14
Loi des mailles : 98
Loi des nœuds : 98
Lois de Descartes de la réflexion : 148
Lois de Descartes de la réfraction : 146

M

Masse volumique : 178
Mélange initial stœchiométrique : 183
Molécule polaire : 198
Moteur à courant continu : 127

N

Nombre d'Avogadro : 178
Nucléons : 12

O

Objectif : 156
Oculaire : 156
Oxydation ménagée : 268
Oxydation totale : 268

P

Particules élémentaires : 12
 Perméabilité du vide : 123
 Polymérisation : 265
 Principe des actions réciproques : 52
 Principe d'inertie : 50
 Puissance d'une force : 70
 Puissance électrique : 94
 Puissance nominale : 94
 Puissance utile : 96

R

Rail de Laplace : 124
 Rayon lumineux : 146
 Rayons particuliers : 152
 Réactif limitant : 183
 Réactif titrant : 238
 Réactif titré : 238
 Réaction de substitution : 268
 Réactions acido-basiques : 218
 Réactions d'oxydoréduction : 220
 Réactivité des alcools : 268
 Récepteur : 92
 Référentiel galiléen : 50
 Reformage : 264
 Réfraction : 146
 Règle de la main droite : 120
 Relation à l'équivalence : 238
 Relation de conjugaison : 151
 Rendement : 97

Résistance équivalente : 100
 Résultante des forces : 48
 Rotation : 32

S

Solénoïde : 120
 Soluté : 180
 Solution électrolytique : 198
 Solvant : 198
 Solvation : 198
 Spectre magnétique : 116
 Système afocal : 157
 Système pseudo-isolé : 50

T

Tableau d'évolution : 182
 Tension : 92
 Tests caractéristiques : 267
 Théorème de l'énergie cinétique : 72
 Transferts énergétiques : 76
 Translation : 30
 Travail d'une force : 68

V

Vecteur vitesse instantanée : 28
 Vergence : 151
 Vitesse angulaire : 32
 Volume molaire : 180

Imprimé en France par Loire Offset Titoulet à Saint-Etienne

Dépôt légal : novembre 2010 - N° éditeur 10174898





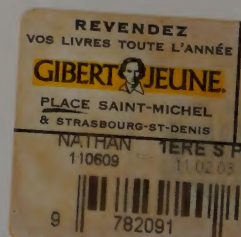
**Pour réviser toute l'année
et progresser à son rythme !**

- 🔴 **Réviser** toutes les **notions** du programme.
- 🔴 **Progresser** plus vite avec des **méthodes** efficaces et des clés pour acquérir les bons réflexes.
- 🔴 **Éclaircir** les points-clés grâce aux **rubriques d'aide**.
- 🔴 **Entraînez-vous** à l'aide d'**exercices variés** de difficulté croissante et de leurs **corrigés** commentés.

ABC du Bac : une gamme complète pour réussir le bac

Réussite

- Mathématiques 1^{re} S
- Mathématiques 1^{re} ES
- Physique-Chimie 1^{re} S
- Histoire-Géographie 1^{re} L • ES • S
- SES 1^{re} ES
- SVT 1^{re} S
- Français 1^{re} toutes séries



KO-564-724

Nathan

Compléments numériques sur
www.abcbac.com