Réflexe

Les mémos de la réussite

BEP

INDUSTRIELS

Mathématiques

Industriel

NATHAN

TECHNIQUE

Ayez le bon *Réflexe* avec les mémos de la réussite !

Réflexe CAP

n° 29 Français
n° 30 Vie sociale et professionnelle
n° 31 Mathématiques - Industriel

CAP Restaurant

n° 32 Restaurant / Vins et autres boissons
n° 33 Restaurant / Locaux, matériel, personnel, produits, communication

CAP Restaurant - Cuisine - Hébergement

n° 34 Sciences appliquées / Alimentation et hygiène
n° 35 Sciences appliquées / Équipements et installations

CAP Cuisine

n° 45 Cuisine (préparations, cuissons, personnel, matériel, culture technologique)
n° 46 Cuisine (produits)

Réflexe BEP

n° 1 Activités commerciales et comptables
n° 2 Organisation
n° 3 Communication
n° 4 Économie et droit
n° 6 Législation et droit du travail (BEP/BAC)
n° 36 Vie sociale et professionnelle
n° 43 Vocabulaire anglais (BEP/BAC)
n° 47 Français
n° 48 Histoire-Géographie
n° 49 Mathématiques - Tertiaire
n° 50 Mathématiques - Industriel
n° 51 Le point de vente - Vente action marchande
n° 52 La vente - Vente action marchande

Réflexe BAC PRO

n° 7 Communication
n° 8 Organisation
n° 9 Économie et droit
n° 10 Comptabilité et gestion des activités
n° 11 Comptabilité
n° 12 Mathématiques - Industriel
n° 13 Mathématiques - Tertiaire
n° 14 Français
n° 37 Histoire - Géographie
n° 38 Vendre (Commerce)
n° 39 Gérer (Commerce)

Réflexe STT

n° 19 Économie
n° 20 Droit
n° 21 Comptabilité et gestion
n° 22 Action et communication commerciales

Réflexe STI - STL - SMS

n° 23 Histoire-Géographie

Réflexe SMS

n° 24 Sciences sanitaires et sociales

Réflexe BTS

n° 25 Droit
n° 26 Économie générale
n° 27 Économie d'entreprise
n° 28 Action commerciale
n° 44 Vocabulaire d'anglais commercial

Réflexe Micro

n° 15 Word 6
n° 16 Works 3
n° 17 Excel 5
n° 18 Access 2
n° 40 Word 7
n° 41 Access 7
n° 42 Excel 7
n° 53 Word 97
n° 54 Excel 97
n° 55 Access 97
n° 56 Ciel 4
n° 57 Internet

NATHAN TECHNIQUE

Réflexe BEP
INDUSTRIELS

Mathématiques industriel

BRUNO ASTIER
Professeur en lycée technique

PATRICK HUEZ

BRIGITTE VRIGNAUD
Professeurs en lycée professionnel

NATHAN
TECHNIQUE

Sommaire

Problèmes numériques et algébriques

1. Pour bien commencer en calcul 6
2. Calculer avec des nombres en écriture fractionnaire 8
3. Calculer avec les puissances 10
4. Écrire un nombre en notation scientifique .. 12
5. Calculer avec les racines carrées 14
6. Donner une valeur approchée d'un nombre – Encadrer – Arrondir 16
7. Développer – Factoriser 18
8. Transformer des formules 20
9. Connaître les suites arithmétiques 22
10. Connaître les suites géométriques 24

11. Résoudre les équations de premier degré .. 26
12. Transformer des inégalités Connaître la notation des intervalles 28
13. Résoudre une inéquation du premier degré . 30
14. Résoudre un problème du premier degré ... 32
15. Reconnaître et utiliser la proportionnalité Calculer avec des pourcentages 34

Fonctions

16. Connaître la fonction linéaire 36
17. Connaître la fonction affine 38
18. Connaître et utiliser les équations de droites . 40
19. Résoudre un système d'équations 42
20. Résoudre graphiquement un système de deux équations à deux inconnues 44
21. Définir une fonction 46
22. Étudier le sens de variation d'une fonction . 48
23. Étudier la fonction carrée $f: x \mapsto x^2$ 50
24. Étudier les fonctions $f: x \mapsto ax^2$ et $f: x \mapsto ax^2 + b$ 52
25. Étudier les fonctions $f: x \mapsto x^3$ et $f: x \mapsto \sqrt{x}$ ... 54
26. Étudier la fonction inverse $f: x \mapsto \frac{1}{x}$ 56
27. Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = \lambda$ 58

Le programme

B) 1. Calcul littéral, numérique et algébrique

B) 2. Équations – Inéquations – Systèmes d'équations

C) 1 et 2 Fonctions
Génération et description des fonctions
Fonctions usuelles

Statistiques

D) Statistiques
Organisation, gestion et exploitation de données statistiques

28. Utiliser le vocabulaire des séries statistiques . 60
29. Construire un diagramme 62
30. Construire un histogramme 64
31. Calculer des effectifs cumulés 66
32. Représenter graphiquement les effectifs cumulés 68
33. Calculer et représenter les fréquences cumulées 70
34. Calculer une moyenne de série statistique ... 72
35. Calculer l'écart type d'une série statistique .. 74
36. Représenter des séries chronologiques Calculer des indices simples 76

Géométrie

E) Géométrie

37. Utiliser la propriété de Pythagore et sa réciproque 78
38. Appliquer la propriété de Pythagore et sa réciproque 80
39. Utiliser la trigonométrie du triangle rectangle . 82
40. Calculer dans les triangles rectangles 84
41. Utiliser la propriété de Thalès et sa réciproque dans les triangles 86
42. Appliquer la propriété de Thalès et sa réciproque dans les problèmes 88
43. Constuire des sommes de vecteurs dans le plan 90
44. Multiplier un vecteur par un nombre 92
45. Calculer en utilisant les coordonnées des vecteurs 94
46. Utiliser la trigonométrie du triangle 96
47. Calculer des longueurs et des angles dans les triangles 98
48. Représenter les solides de l'espace 100
49. Positionner des droites et des plans de l'espace 102
50. Mesurer des angles orientés. Cercle trigonométrique 104
51. Déterminer le sinus, le cosinus et la tangente d'un nombre réel 106
52. Étudier et représenter graphiquement la fonction sinus 108
53. Étudier et représenter graphiquement la fonction cosinus 110

54. Résoudre l'équation $\cos x = a$ dans l'intervalle $]-\pi ; \pi]$ 112
55. Résoudre l'équation $\sin x = b$ dans l'intervalle $]-\pi ; \pi]$ 114

Des extraits d'examen pour s'entraîner 116-117

Réponses aux exercices 118-128

Les outils pour réussir

- En quoi consiste l'épreuve ? 129
- Comment présenter sa copie ? 131
- Pour bien utiliser votre calculatrice (1) Affichage - Modification - Suites de calculs 133
- Pour bien utiliser votre calculatrice (2) Carrés, puissances, racine carrée, notation scientifique, valeur arrondie . 135
- Pour bien utiliser votre calculatrice (3) Calculs trigonométriques : rapport - angle 137
- Rappels de géométrie : le triangle .. 139
- Rappels de géométrie : les quadrilatères 141
- Pour calculer des aires 143
- Pour calculer des volumes 145
- Pour calculer des vitesses 147
- Des applications aux calculs professionnels (1) Transmissions - Engrenages 149
- Des applications aux calculs professionnels (2) Pente - Inclinaison - Conicité 151
- Formulaire BEP Secteur industriel ..... 153 à 156
- Formulaire BEP Secteur sanitaire et social .... 157 à 160

Conception maquette : Christian Scheibling
Coordination artistique : Isabelle Jalfre
Édition : Françoise Menu
Fabrication : Pascal Mégret
Mise en pages : C.G.I.
Schémas : C.G.I.

© Nathan/HER - 9, rue Méchain - 75014 Paris - 2000
ISBN 2-09-178779-5

Réflexe BEP

Mathématiques – Industriel

Un mémento en **3 parties interactives** qui permet de retenir, comprendre et réviser les points essentiels du programme.

❶ ——— ❷ ——— ❸

❶ Apprendre et retenir l'essentiel

❷ Comprendre et appliquer

❸ Des conseils pour réussir

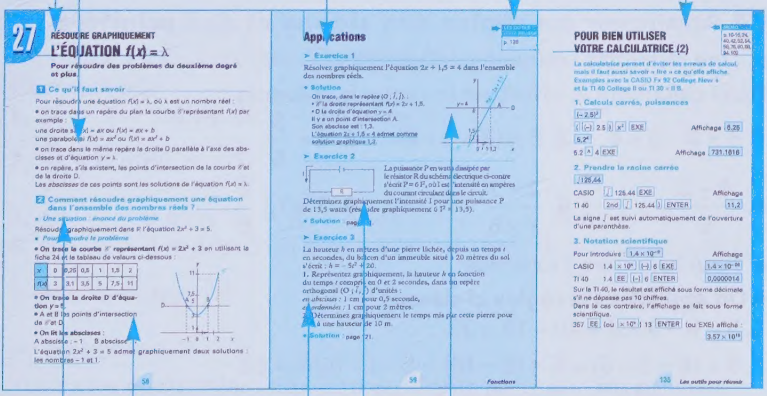
La notion de programme abordée

Ce qu'il faut savoir : définition, formule, propriété

Des applications

Le renvoi au livret pour utiliser le formulaire, la calculatrice…

Les outils pour réussir
– Des conseils
– Des formulaires
– Des techniques
– Des applications professionnelles



Une situation (énoncé du problème)

Comment faire : une démarche pas à pas pour résoudre le problème

Des exercices dont la solution est donnée en fin d'ouvrage

Un exercice résolu

1 POUR BIEN COMMENCER EN CALCUL

Nécessaire pour éviter des erreurs de calcul, aussi bien dans le cadre scolaire que dans la vie quotidienne et professionnelle.

1 Ce qu'il faut savoir

- **Règles des signes**

+ par + donne +
+ par – donne –
– par – donne +

– Pour tout nombre x $\quad 0 \times x = 0$.
– La division par 0 est impossible.

- Dans un calcul contenant une suite d'additions, des multiplications, des puissances, des parenthèses, il faut respecter l'ordre suivant :
– effectuer les calculs entre parenthèses,
– calculer les puissances,
– effectuer les multiplications et les divisions,
– effectuer les additions et les soustractions.

Noter que la barre de fraction joue le même rôle qu'une parenthèse.

2 Appliquer les règles des signes et des priorités

Une situation : énoncé de l'exercice

Sans calculatrice, effectuer les calculs suivants :

1. $5 \times 8 - 3 \times 6$ **2.** $5 \times (8 - 3 \times 6)$ **3.** $4 + \dfrac{3}{5}$

4. $\dfrac{4+3}{5}$ **5.** $\dfrac{3 \times 7}{2 \times 5}$ **6.** $3 \times 7 : \dfrac{2}{5}$

Pour résoudre l'exercice

- **On applique les règles ci-dessus**

1. $5 \times 8 - 3 \times 6 = 40 - 18 = 22$

2. $5 \times (8 - 3 \times 6) = 5 \times (8 - 18) = 5 \times (-10) = -50$

3. $4 + \dfrac{3}{5} = \dfrac{4 \times 5}{5} + \dfrac{3}{5} = \dfrac{20}{5} + \dfrac{3}{5} = \dfrac{23}{5} = 4{,}6$

4. $\dfrac{4+3}{5} = \dfrac{7}{5} = 1{,}4$ **5.** $\dfrac{3 \times 7}{2 \times 5} = \dfrac{21}{10} = 2{,}1$

6. $3 \times 7 : \dfrac{2}{5} = 21 \times \dfrac{5}{2} = 52{,}5$

Applications

LES OUTILS POUR RÉUSSIR
p. 133

➤ Exercice 1

1. Trouvez, sans faire les opérations, le signe des expressions suivantes :

$x = -7{,}54 \times 2{,}1 \times (-4{,}6) \times 5{,}81 \times (-16)$

$y = (-25) \times (-10) \times 0{,}1 \times (-7{,}5) \times 12 \times (-3)$

2. Trouvez sans faire d'opérations, le signe du facteur manquant dans les égalités suivantes.

a) $97 \times (-7) \times \boxed{?} \times 20 = 2\,716$

b) $\dfrac{(-490) \times 40 \times (-25)}{500 \times \boxed{?}} = 14$

◆ **Solution :**

1. x contient 3 facteurs de signe –, donc x a le signe –.
y contient 4 facteurs de signe –, donc y a le signe +.

2. a) Le résultat a le signe +, l'expression a un signe –.
Le facteur manquant est de signe –.
b) Le résultat a le signe +, l'expression a 2 signes –.
Le facteur manquant est de signe +.

➤ Exercice 2

En traitant ses exercices, Thierry a fait quelques erreurs. Corrigez-les.

1. $3x + 3 = 0$ d'où $3x = -3$ donc $x = -1$.

2. $\dfrac{x}{5} = 0$ donc $x = 5$.

3. $4x - 7 = 0$ d'où $4x = 7$ alors $x = 7 - 4$ et donc $x = 3$.

4. $x + 9x = 1 + 10x$ d'où $10x - 10x = 1$. Soit $0x = 1$ donc $x = 1$.

◆ **Solution :** page 118.

➤ Exercice 3

Placez les parenthèses aux bons endroits pour que les égalités suivantes soient vraies.

1. $1 - 2 + 3 - 4 = -8$.

2. $1 - 2 - 3 - 4 = 0$

3. $2 - 4 + 6 - 8 = 0$.

◆ **Solution :** page 118.

2 CALCULER AVEC DES NOMBRES EN ÉCRITURE FRACTIONNAIRE

Pour effectuer des partages, pour comparer des nombres.

1 Ce qu'il faut savoir

$b \neq 0 \quad k \neq 0$

$$\frac{ka}{kb} = \frac{a}{b}$$

• **Addition**

$b \neq 0$

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b}$$

Si les dénominateurs sont différents, on réduit d'abord au même dénominateur.

• **Multiplication - Division**

$b \neq 0 ; d \neq 0$

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$$

$b \neq 0, c \neq 0 ; d \neq 0$

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$$

Pour diviser par un nombre fractionnaire, on multiplie par son inverse.

2 Comment calculer avec des nombres en écriture fractionnaire ?

■ *Une situation : énoncé du problème*

Calculez les nombres a et b. Donnez les résultats sous forme de fraction irréductible.

$$a = \frac{1}{6} + \frac{5}{4} - \frac{2}{3} ; \qquad b = \frac{15}{28} \times \frac{4}{10}$$

■ *Pour résoudre le problème*

– **Il faut d'abord simplifier si possible.**

– **Pour les additions et les soustractions, réduire au même dénominateur.**

Pour a, le dénominateur commun est 12.

$$a = \frac{1 \times 2}{6 \times 2} + \frac{5 \times 3}{4 \times 3} - \frac{2 \times 4}{3 \times 4} = \frac{2 + 15 - 8}{12} = \frac{9}{12}$$

$$\boxed{a = \frac{3}{4}}$$

$$b = \frac{15}{28} \times \frac{4}{10} = \frac{15}{28} \times \frac{2}{5} = \frac{3 \times 5 \times 2}{7 \times 4 \times 5} = \frac{3}{7 \times 2} = \frac{3}{14}$$

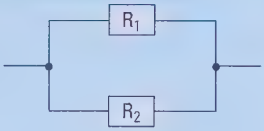
$$\boxed{b = \frac{3}{14}}$$

Applications

LES OUTILS POUR RÉUSSIR
p. 133

➤ Exercice 1

Deux résistors sont montés en parallèle.
La résistance équivalente au circuit, R, vérifie : $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$



Calculez R pour $R_1 = 60\ \Omega$ et $R_2 = 140\ \Omega$.

◆ **Solution :**

On a : $\frac{1}{R} = \frac{1}{60} + \frac{1}{140}$

$60 = 3 \times 20$; $140 = 7 \times 20$, le dénominateur commun est : $3 \times 7 \times 20 = 420$.

d'où : $\frac{1}{R} = \frac{1 \times 7}{60 \times 7} + \frac{1 \times 3}{140 \times 3}$ soit $\frac{1}{R} = \frac{10}{420}$

$\frac{1}{R} = \frac{1}{42}$ donc : $R = 42\ \Omega$.

➤ Exercice 2

Écrivez sous forme d'une fraction irréductible.

$$A = \frac{5}{12} - \frac{7}{9} + \frac{3}{4}\ ; \qquad B = \frac{2}{3} - \frac{12}{21} \times \frac{7}{8}\ ; \qquad C = \frac{\frac{2}{3} - \frac{1}{4}}{\frac{2}{3} + \frac{1}{4}}$$

◆ **Solution :** page 118.

➤ Exercice 3

Un ouvrier a effectué un travail qui a duré successivement 2 h 30 min ; 4 h 20 min ; 5 h 50 min. Il a perçu pour cela 570 F. Quel est son salaire horaire ?

◆ **Solution :** page 118.

3 CALCULER AVEC LES PUISSANCES

Pour calculer des aires, des volumes...
Pour simplifier des produits, des quotients.

1 Ce qu'il faut savoir

- a^n se lit « a puissance n » $a^n = \underbrace{a \times a \times a \ldots \times a}_{n \text{ facteurs}}$

Ainsi : $3^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$

- $a^1 = a$; $a^0 = 1$
- $a^{-n} = \dfrac{1}{a^n}$. Ainsi : $5^{-3} = \dfrac{1}{5^3} = 0{,}008$.
- Règles de calcul.

$a^m \times a^n = a^{m+n}$; $\dfrac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$

$(a^m)^n = a^{m \times n}$; $(ab)^n = a^n \times b^n$

2 Comment calculer avec les puissances ?

Une situation : énoncé de l'exercice

Calculez : $4^5 \times 4^{-3}$; $\dfrac{3^4}{3^7}$; $(2^3)^2$; $(5 \times 2^{-1})^3$; $x = \dfrac{2^2 \times 5^{-1} \times 7^4}{2^3 \times 5^{-3} \times 7^3}$

Pour résoudre l'exercice

Pour simplifier ou transformer des expressions avec des puissances, on applique les règles ci-dessus.

- $4^5 \times 4^{-3} = 4^{5+(-3)} = 4^2 = 16$.
- $\dfrac{3^4}{3^7} = 3^{4-7} = 3^{-3} = \dfrac{1}{27}$
- $(2^3)^2 = 2^{3 \times 2} = 2^6 = 64$
- $(5 \times 2^{-1})^3 = 5^3 \times 2^{-3} = 15{,}625$.
- Si $x = \dfrac{2^2 \times 5^{-1} \times 7^4}{2^3 \times 5^{-3} \times 7^3}$ alors $x = 2^{2-3} \times 5^{-1+3} \times 7^{4-3}$

et $x = 2^{-1} \times 5^2 \times 7^1 = \dfrac{5^2 \times 7}{2}$ donc $x = 87{,}5$

Applications

LES OUTILS POUR RÉUSSIR
p. 135, 145

➤ Exercice 1

1. Calculez le volume d'un ballon de football de 11 cm de rayon.
On prendre $\pi = 3{,}14$.
Rappel : volume d'une boule : $V = \frac{4}{3}\pi R^3$.

2. Donnez, en litres, la valeur arrondie de ce volume à 10^{2} près.

◆ **Solution :**

1. $V = \frac{4}{3}\pi R^3$ donc $V = \frac{4}{3} \pi \times 11^3$ d'où $V \approx 5\,572$ cm^3.

2. On sait que 1 L = 1 dm^3 donc V = 5,57 L.

➤ Exercice 2

Reproduisez et complétez les égalités suivantes

$3^{-7} \times 3^{\square} = 3^{-5}$; $2^5 \times 2^{\square} = 2^8$; $\frac{2^{-3}}{2^{-3}} = \ldots$

$\frac{5^{\square}}{5^{-2}} = 5^3$; $\frac{3^3}{3^{\square}} = 3^{-4}$; $\frac{2^5 \times 2^{\square}}{2^6} = 2$

◆ **Solution :** page 118.

➤ Exercice 3

Simplifiez, puis donnez l'écriture décimale des nombres :

$x = \frac{3^3 \times 2^4 \times 5^{-2}}{3^2 \times 2^6 \times 5^{-4}}$ et $y = \frac{3^4 \times 2^3 \times 3^{-1}}{2^{-3} \times 3^2}$

◆ **Solution :** page 118.

➤ Exercice 4

On assimile un fil de cuivre à un cylindre de rayon 1 mm et de longueur 10 cm.
1. Calculez le volume du fil en mètre cube (on prendra $\pi = 3{,}14$).
2. La masse volumique du cuivre est $\rho = 8{,}9 \times 10^3$ kg.m^{-3}.
Calculez la masse du fil en kilogramme.

Conseil
✓ **Attention à l'ordre de grandeur.**

◆ **Solution :** page 118.

4 ÉCRIRE UN NOMBRE EN NOTATION SCIENTIFIQUE

Pour écrire des très grands nombres ou des nombres très proches de zéro, pour avoir un ordre de grandeur d'un résultat.

1 Ce qu'il faut savoir

• **Puissance de 10**

n est entier positif

$10^n = 1\underbrace{000 \ldots 0}_{n \text{ zéros}}$

$10^{-n} = \dfrac{1}{10^n} = 0,\underbrace{00 \ldots 1}_{n \text{ chiffres après la virgule.}}$

• **Notation scientifique d'un nombre**

Elle est de la forme : $a \times 10^p$

où a est un nombre ayant un seul chiffre, différent de zéro, avant la virgule, et p est un entier relatif.

$850\,000 = 8,5 \times 10^5$; $0,000\,741 = 7,41 \times 10^{-4}$

La notation scientifique permet d'avoir rapidement un ordre de grandeur d'un résultat et ainsi d'éviter de grossières erreurs.

2 Comment écrire un nombre en notation scientifique ?

Une situation : énoncé du problème

1. Donnez la notation scientifique des nombres suivants :

$c = 7\,185\,000$ $\quad d = 0,018$ $\quad e = -302,705$

2. Sans utiliser la calculatrice, donnez un ordre de grandeur de : $c \times d$.

Calculez ensuite $c \times d$.

Pour résoudre le problème

1. On obtient $c = 7,185 \times 10^6$; $d = 1,8 \times 10^{-2}$; $e = -3,027\,05 \times 10^2$

2. Pour obtenir un ordre de grandeur de $c \times d$, on arrondit c et d

c est peu différent de 7×10^6 ; d est peu différent de 2×10^{-2}.

Le produit $c \times d$ est peu différent de $7 \times 10^6 \times 2 \times 10^{-2} = 14 \times 10^4$.

14×10^4 soit $1,4 \times 10^5$ est **un ordre de grandeur** de $c \times d$.

Avec la calculatrice, on obtient $c \times d = 1,293\,3 \times 10^5$.

Applications

LES OUTILS POUR RÉUSSIR
p. 135, 147

➤ Exercice 1

La distance Terre-Soleil est d'environ 150 millions de kilomètres. Combien de temps faut-il à la lumière du Soleil pour arriver sur la Terre (vitesse de la lumière : 3×10^8 m.s^{-1}) ?

◆ **Solution :**

Tout d'abord, attention aux unités.

$d = 150 \times 10^6$ km $= 150 \times 10^9$ m.

$v = 3 \times 10^8$ m.s^{-1}

$$t = \frac{d}{v} = \frac{150 \times 10^9}{3 \times 10^8} = 50 \times 10^1 = 500$$

donc : $t = 500$ s soit $t = 8$ min 20 s.

➤ Exercice 2

1. Sans calculatrice, simplifiez les nombres suivants.

$$A = \frac{3\,500\,000 \times 2\,700}{210\,000} \qquad B = \frac{6^2 \times 10^7 \times 2^3 \times 10^{-5}}{12 \times 10^3}$$

2. Calculez A et B et donnez les résultats en notation scientifique.

◆ **Solution :** page 118.

➤ Exercice 3

1. Sachant qu'un électron transporte : $1{,}6 \times 10^{-19}$ C, calculez le nombre d'électrons qui transportent 1 C.

2. Calculez la quantité d'électricité que transporte une mole d'électrons ($N = 6{,}023 \times 10^{23}$).

◆ **Solution :** page 118.

A connaître

Multiples			Sous-multiples		
déca	da	10	déci	d	10^{-1}
hecto	h	10^2	centi	c	10^{-2}
kilo	k	10^3	milli	m	10^{-3}
méga	M	10^6	micro	µ	10^{-6}
giga	G	10^9	nano	n	10^{-9}
téra	T	10^{12}	pico	p	10^{-12}

5 CALCULER AVEC LES RACINES CARRÉES

Pour appliquer le théorème de Pythagore, pour résoudre des équations...

1 Ce qu'il faut savoir

• La racine carrée du nombre positif a est le nombre positif x dont le carré est égal à a. On note $x = \sqrt{a}$.

Donc, pour $a \geqslant 0$, $x = \sqrt{a}$ signifie que $\begin{cases} x \geqslant 0 \\ \text{et } x^2 = a \end{cases}$

• Pour $a \geqslant 0$ $\quad (\sqrt{a})^2 = a$ et $\sqrt{a^2} = a$

• Pour $a \geqslant 0$ et $b \geqslant 0$ $\quad \sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}$

Pour $a \geqslant 0$ et $b > 0$ $\quad \dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\dfrac{a}{b}}$

Attention ! L'écriture $\sqrt{\ }$ désigne toujours un nombre positif.

2 Comment calculer des racines carrées ?

▪ *Une situation : énoncé de l'exercice*

1. Calculez les nombres suivants.

$a = \sqrt{121}$; $\quad b = \sqrt{(-7)^2}$; $\quad c = \sqrt{0{,}25 \times 10^{-4}}$; $\quad d = (3\sqrt{5})^2$

2. Simplifiez les nombres : $e = \sqrt{45} \times \sqrt{10}$; $\quad f = \sqrt{\dfrac{30}{7}} \times \sqrt{\dfrac{21}{40}}$

▪ *Pour résoudre l'exercice*

On applique les règles ci-dessus.

1. $a = \sqrt{11^2} = 11$; $b = \sqrt{49} = 7$.

$c = \sqrt{0{,}25} \times \sqrt{10^{-4}} = 0{,}5 \times 10^{-2} = 0{,}005$; $\quad d = 3^2 \times (\sqrt{5})^2 = 9 \times 5 = 45$.

2. Pour simplifier les écritures avec des racines carrées, il faut faire apparaître des carrés parfaits.

$e = \sqrt{45} \times \sqrt{10} = \sqrt{9 \times 5 \times 2 \times 5} = \sqrt{3^2 \times 5^2 \times 2} = 3 \times 5\sqrt{2} = 15\sqrt{2}$.

$f = \sqrt{\dfrac{30 \times 21}{7 \times 40}} = \sqrt{\dfrac{3 \times 10 \times 3 \times 7}{7 \times 4 \times 10}} = \sqrt{\dfrac{3^2}{2^2}} = \dfrac{3}{2}$

carrés parfaits

Applications

LES OUTILS POUR RÉUSSIR
p. 135, 143

➤ Exercice 1

Écrivez les expressions suivantes sous la forme $a\sqrt{b}$.
b étant un entier le plus petit possible.

$A = 5\sqrt{2} - \sqrt{8} + \sqrt{18}$; $B = \sqrt{12} + \sqrt{300} - 3\sqrt{27}$.

◆ **Solution :**

• Pour A, il faut faire apparaître $\sqrt{2}$ dans chaque terme.

$A = 5\sqrt{2} - \sqrt{4 \times 2} + \sqrt{9 \times 2} = 5\sqrt{2} - 2\sqrt{2} + 3\sqrt{2}$.

$A = \sqrt{2}\,(5 - 2 + 3) = 6\sqrt{2}$

• Dans B, on fait apparaître $\sqrt{3}$

$B = \sqrt{4 \times 3} + \sqrt{100 \times 3} - 3\sqrt{9 \times 3} = 2\sqrt{3} + 10\sqrt{3} - 9\sqrt{3}$

$B = \sqrt{3}\,(2 + 10 - 9) = 3\sqrt{3}$

➤ Exercice 2

La distance parcourue (en mètres) par un corps en chute libre en fonction du temps (en secondes) est donnée par la formule :

$d = \dfrac{9{,}81}{2} t^2$.

1. Combien de temps dure une chute de 40 m ?
2. Combien de temps dure une chute de 3 000 m ?

◆ **Solution :** page 118.

➤ Exercice 3

L'aire d'un disque de rayon r est donnée par $\mathscr{A} = \pi r^2$.

1. Déterminez l'expression de r en fonction de $\mathscr{A}$.
2. Donnez les valeurs arrondies à 0,1 mm près de r dans les cas suivants : $\mathscr{A} = 45$ cm^2 ; $\mathscr{A} = 1\,750$ cm^2.

◆ **Solution :** page 118.

6 DONNER UNE VALEUR APPROCHÉE D'UN NOMBRE-ENCADRER-ARRONDIR

Dans la pratique, le résultat d'une mesure n'est en général pas une valeur exacte ; il dépend de la précision de l'appareil utilisé. Savoir encadrer et arrondir est donc nécessaire.

1 Ce qu'il faut savoir

• **Lorsque $b \leqslant a \leqslant c$, on dit que b et c encadrent a.**
L'amplitude de l'encadrement est $c - b$.
Par exemple, on lit sur une calculatrice $\sqrt{7}$ = 2,64575131.

On peut affirmer que : $2{,}6457 \leqslant \sqrt{7} \leqslant 2{,}6458$.

On a un encadrement de $\sqrt{7}$ d'amplitude 0,000 1 soit 10^{-4}.

2,6457 est une **valeur approchée par défaut** de $\sqrt{7}$ à 10^{-4} près.

2,6458 est une **valeur approchée par excès** de $\sqrt{7}$ à 10^{-4} près.

• Si a est une valeur approchée de x à 10^{-n} près, alors on peut affirmer que $a - 10^{-n} \leqslant x \leqslant a + 10^{-n}$

2 Comment arrondir un nombre ?

■ *Une situation : énoncé de l'exercice*

Sur une calculatrice, on lit : $\sqrt{11}$ = 3,31662479

$\sqrt{2}$ = 1,414213562

Donnez l'arrondi au centième de $\sqrt{11}$ et $\sqrt{2}$.

■ *Pour résoudre l'exercice*

Pour arrondir au centième :
– si le chiffre des millièmes est 0, 1, 2, 3 ou 4, on ne change pas le chiffre des centièmes ;
– si le chiffre des millièmes est 5, 6, 7, 8 ou 9, on ajoute 1 au chiffre des centièmes.

L'arrondi au centième (ou à 10^{-2}) de $\sqrt{11}$ est 3,32 (chiffre des millièmes 6).

L'arrondi au centième de $\sqrt{2}$ est 1,41 (chiffre des millièmes 4).

Applications

LES OUTILS POUR RÉUSSIR
p. 135

➤ Exercice 1

Soit la fraction $\frac{22}{7}$. Pour cette fraction :

1. Donnez une valeur approchée à 2×10^{-4} près.
2. Donnez une valeur approchée par excès à 10^{-2} près.
3. Donnez l'arrondi au millième.

Est-ce une valeur approchée par défaut ou par excès ?

◆ **Solution :**

La calculatrice donne : $\frac{22}{7} = 3{,}142857143$

1. Une valeur approchée à $2 \cdot 10^{-4}$ près de la fraction est : 3,142 8.

En effet : $3{,}142\,7 \leqslant \frac{22}{7} \leqslant 3{,}142\,9$.

2. Une valeur approchée à 10^{-2} près par excès est 3,15.

3. L'arrondi de la fraction au millième est 3,143, car le chiffre des dix-millièmes est 8. C'est une valeur approchée par excès.

➤ Exercice 2

On sait que $x = 1{,}852167\ldots$

Parmi les nombres suivants : 1,852 ; 1,8529 ; 1,85 ; 1,8 ; 1,853 :

1. Quels sont ceux qui sont une valeur approchée de x à 10^{-3} près ?
2. Quels sont ceux qui sont une valeur approchée par excès à 10^{-3} près ?

◆ **Solution :** page 118.

➤ Exercice 3

Le volume d'un cône est donné par la formule :

$V = \frac{1}{3} \pi R^2 h$, où R est le rayon du cône et h la hauteur.

Calculez la valeur arrondie au mm^3 du volume d'un cône de rayon 12 cm et de hauteur 25 cm.

◆ **Solution :** page 118.

7 DÉVELOPPER – FACTORISER

Pour transformer des expressions algébriques, résoudre des équations et des problèmes.

1 Ce qu'il faut savoir

- on développe / on factorise : $a(b + c) = ab + ac$ — a est un **facteur commun.**

- on développe / on factorise : $(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$

- Égalités remarquables.

$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

2 Comment factoriser une expression algébrique ?

Une situation : énoncé du problème

Factorisez $A = (x + 1)(3x + 2) + 6(x + 1)$

$B = 4x^2 - 12x + 9$

Pour résoudre le problème

• On recherche s'il existe un facteur commun. On le met en évidence et on réalise la factorisation.

Exemple : $A = (x + 1)(3x + 2) + 6(x + 1)$

$x + 1$ est un facteur commun.

$A = (x + 1)[(3x + 2) + 6]$

$A = (x + 1)(3x + 2 + 6)$ soit $A = (x + 1)(3x + 8)$

• S'il n'y a pas de facteur commun apparent, on doit penser aux égalités remarquables.

Exemple : $B = \underbrace{4x^2}_{a^2} - \underbrace{12x}_{2ab} + \underbrace{9}_{b^2}$ ← cela ressemble à $a^2 - 2ab + b^2$

d'où $= B = (2x - 3)^2$

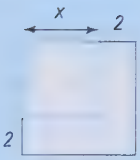
Important : on peut contrôler le résultat en développant l'expression obtenue.

Applications

LES OUTILS
p. 143

➤ Exercice 1

Un carré a pour côté x ($x > 0$).
On augmente le côté de 2.



1. Retrouvez, parmi les trois expressions suivantes, celle qui exprime l'augmentation de l'aire du carré
$(x-2)^2 - x^2$; $x^2 - (x-2)^2$; $(x+2)^2 - x^2$
2. Développez cette expression et en déduire x si l'augmentation de l'aire est 16 cm^2.

◆ Solution :

1. Le côté du carré initial est x ; l'aire de ce carré est x^2.
Le côté du carré obtenu est $x + 2$; l'aire du carré correspondant est $(x+2)^2$.
L'augmentation de l'aire est : $(x+2)^2 - x^2$.

2. $(x+2)^2 - x^2 = x^2 + 4x + 4 - x^2 = 4x + 4$.
Si $4x + 4 = 16$, $4x = 12$ donc $x = 3$.

➤ Exercice 2

Développez, réduisez et ordonnez les expressions suivantes.
1. $A(x) = (x-3)(x+4) - 2(x-2)(x+2)$
2. $B(x) = 3(2x-1)^2 - (3x-2)(x+1)$
3. $C(x) = (2x+3)^2 - (x-5)^2 + 2(x-1)(x+1)$

◆ Solution : page 118.

➤ Exercice 3

Factorisez les expressions suivantes.
$A(x) = 30x^2 - 12x$.
$B(x) = 25x^2 - 40x + 16$.
$C(x) = (3x+1)^2 + (x-2)(3x+1)$

◆ Solution : page 118.

8 TRANSFORMER DES FORMULES

Pour exprimer une grandeur en fonction des autres et ainsi calculer celle qui manque.

1 Ce qu'il faut savoir

Jongler avec les lettres :

- si $c \neq 0$ $\quad a = \dfrac{b}{c}$ peut s'écrire : $\quad b = ac$

ou encore, si $a = 0$: $\quad c = \dfrac{b}{a}$

- si $b \neq 0$ et $d \neq 0$ $\quad \dfrac{a}{b} = \dfrac{c}{d}$ équivaut à : $ad = bc$

2 Comment transformer une formule ?

Énoncé

Le volume d'un cône de hauteur h et de rayon R est $V = \dfrac{1}{3} \pi R^2 h$.

1. Exprimer le rayon R en fonction de V et h.
2. Calculez la valeur arrondie au mm du rayon d'un cône de volume 0,2 L et de hauteur 15 cm.

Pour résoudre le problème

– Il faut repérer la grandeur à exprimer et l'isoler en utilisant les « bonnes » égalités.

1. $V = \dfrac{1}{3} \pi R^2 h$ peut s'écrire : $3V = \pi h \times R^2$.

alors $R^2 = \dfrac{3V}{\pi h}$

d'où : $\boxed{R = \sqrt{\dfrac{3V}{\pi h}}}$

2. Ici, $V = 0{,}2$ L soit 200 cm^3 et $h = 15$ cm.

$$R = \sqrt{\frac{3 \times 200}{\pi \times 15}} = \sqrt{\frac{200}{5\pi}} = \sqrt{\frac{40}{\pi}}$$

$R \approx 3{,}568$ cm.

La valeur arrondie de R au mm est : 36 mm.

Applications

LES OUTILS POUR RÉUSSIR
p. 132 à 137

Exercice 1

Un pendule simple a pour période $T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$

T en secondes ; la longueur du pendule ℓ en m et $g = 9{,}81$ m.s^{-2}.

1. Donnez l'expression de ℓ en fonction de T et de g.
2. Calculez la longueur arrondie au cm d'un pendule qui bat la seconde ($T = 2$ s).

Solution :

1. Commencer par remplacer g par sa valeur numérique

$T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$ donne $\frac{T}{2\pi} = \sqrt{\frac{\ell}{g}}$ alors $\frac{\ell}{g} = \frac{T^2}{(2\pi)^2}$

donc : $\ell = \frac{T^2}{4\pi^2} \times g$

2. $\ell = \frac{2^2}{4\pi^2} \times g$ donc $\ell = \frac{g}{\pi^2}$ soit $\ell \approx 0{,}9939$

La valeur arrondie au mm de ℓ est : 994 mm.

Exercice 2

La résistance d'un fil de ferronickel est donnée en fonction de la température par la relation :

$R_t = R_0 + 0{,}01 \times R_0 \times t$

1. Donnez l'expression de t en fonction de R_t et R_0.
2. On donne $R_0 = 5\Omega$ et $R_t = 9\Omega$.

Calculez en degrés Celsius la température t du fil.

Exercice 3

La mesure d'un côté d'un triangle quelconque est donnée par la relation : $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\hat{A}$.

1. Exprimez $\cos\hat{A}$ en fonction de a, b et c.
2. Calculez la valeur de $\hat{A}$ en degrés si : $a = 50$; $b = 25$; $c = 30$.

Solution : page 119.

9 CONNAÎTRE LES SUITES ARITHMÉTIQUES

Pour établir des échéanciers, des tableaux d'amortissement...

1 Ce qu'il faut savoir

• 3 ; 7 ; 11 ; 15 ; 19 ... est une suite de nombres.
Le premier terme ou **terme de rang 1** est : 3, on note $u_1 = 3$
ainsi $u_2 = 7$; $u_3 = 11$; $u_4 = 15$; $u_5 = 19$ ...
On remarque que : $u_2 = u_1 + 4$, $u_3 = u_2 + 4$ ..., $u_5 = u_4 + 4$.
La suite donnée est **une suite arithmétique de raison 4.**

Plus généralement, une suite de nombres est une suite arithmétique si tout terme, sauf le premier, s'obtient en ajoutant un même nombre r au terme précédent. Ce nombre r est appelé *raison de la suite.*

• u_n est le terme de rang n, le précédent est u_{n-1} (de rang $n - 1$).

Pour tout entier n, $n > 1$:

$$u_n = u_{n-1} + r$$

On peut obtenir directement le terme de rang n ; en effet, on démontre que :

$$u_n = u_1 + (n - 1)\, r$$

2 Comment reconnaître une suite arithmétique ?

■ *Une situation : énoncé de l'exercice*

• Soit les suites de nombres u_1, u_2, u_3, u_4...
1. 11 ; 5 ; – 1 ; – 7 ; – 13.
2. 1 ; 4 ; 9 ; 16 ; 25.
Sont-elles des suites arithmétiques ?

■ *Pour résoudre l'exercice*

On calcule les différences $u_2 - u_1$; $u_3 - u_2$; $u_4 - u_3$ ...
– Si elles sont toutes égales, la suite est arithmétique.
– Sinon, elle ne l'est pas.

1. 11 ; 5 ; – 1 ; – 7 ; – 13 est une suite arithmétique de raison : – 6
2. 1 ; 4 ; 9 ; 16 ; 25 ... n'est pas une suite arithmétique

5 – 11 = – 6
– 1 – 5 = – 6
– 7 – (– 1) = – 6
etc.

Applications

LES OUTILS POUR RÉUSSIR
p. 133

➤ Exercice 1

(u_n) est une suite arithmétique de raison r.

1. Calculez u_{12} et u_{25} sachant que : $u_1 = 7$ et $r = 2$.

2. Calculez u_1 sachant que : $u_5 = 9$ et $r = \frac{3}{4}$.

◆ Solution

1. Pour tout entier n, $n \geqslant 1$, on sait que : $u_n = u_1 + (n-1)\,r$.

Donc : $u_{12} = u_1 + (12-1)\,r$ soit : $u_{12} = 7 + 11 \times 2 = 29$.

De même : $u_{25} = u_1 + (25-1)\,r$ soit : $u_{25} = 7 + 24 \times 2$

et $u_{25} = 55$

2. On a : $u_5 = u_1 + (5-1) \times \frac{3}{4} = u_1 + 4 \times \frac{3}{4}$

d'où : $u_5 = u_1 + 3$ or $u_5 = 9$

alors : $9 = u_1 + 3$ et $u_1 = 6$

➤ Exercice 2

Antoine a décidé de s'acheter un scooter. Il a 5 000 F d'économie et gagne 600 F par semaine en donnant des cours de planche à voile. On note S_1 la somme dont il dispose au bout d'une semaine.

1. Calculez S_1, S_2, S_3.

2. Que peut-on dire de la suite de nombres obtenue ?

3. Calculez S_7. Donnez l'expression de S_n en fonction de n.

4. Combien de temps Antoine doit-il travailler pour acheter le scooter de ses rêves à 9 990 F ?

◆ **Solution :** page 119.

➤ Exercice 3

Soit une suite arithmétique de premier terme $u_1 = 10$ et de raison 4.

1. Déterminez le 50e terme de cette suite.

2. Calculez la somme des 20 premiers termes de la suite.

On donne $S_n = \frac{n(u_1 + u_n)}{2}$.

◆ **Solution :** page 119.

10 CONNAÎTRE LES SUITES GÉOMÉTRIQUES

Pour prévoir l'évolution d'une population, pour de nombreux calculs financiers (intérêts composés).

1 Ce qu'il faut savoir

Une suite de nombres est une suite géométrique si tout terme, sauf le premier, s'obtient en multipliant le terme précédent par un même nombre q, appelé *raison de la suite.*

Exemple : la suite 3 ; 6 ; 12 ; 24 ; 48 est une suite géométrique de raison 2. En effet $6 = 3 \times 2$; $12 = 6 \times 2$ ... etc.

• u_n est le terme de rang n, le terme précédent est u_{n-1} et, pour tout entier n, $n > 1$, on a :

$$u_n = u_{n-1} \times q$$

• On peut obtenir directement le terme de rang n ; en effet, on démontre que :

$$u_n = u_1 \times q^{n-1}$$

Dans l'exemple, si on note $u_1 = 3$, alors $u_5 = 48 = 3 \times 2^4$.
Calculons u_{11} : $u_{11} = u_1 \times q^{10} = 3 \times 2^{10}$ $u_{11} = 3\,072$.

2 Comment reconnaître une suite géométrique ?

■ *Une situation : énoncé de l'exercice*

Soit les suites de nombres u_1, u_2, u_3, u_4 ...

1. 27 ; 9 ; 3 ; 1 ; $\frac{1}{3}$ **2.** 3 ; 6 ; 9 ; 12.

S'agit-il de suites géométriques ?

■ *Pour résoudre l'exercice*

On calcule les quotients $\frac{u_2}{u_1}$; $\frac{u_3}{u_2}$; $\frac{u_4}{u_3}$...

– Si ces quotients sont tous égaux, la suite est géométrique.
– Sinon, elle ne l'est pas.

1. 27 ; 9 ; 3 ; 1 ; $\frac{1}{3}$ est une suite géométrique de raison $q = \frac{1}{3}$.

2. 3 ; 6 ; 9 ; 12 ; n'est pas une suite géométrique.

Applications

LES OUTILS POUR RÉUSSIR
p. 133, 135

➤ Exercice 1

La population d'une ville était de 100 000 habitants en 1999.
On prévoit qu'elle augmentera de 5 % par an.
On note P_1 la population de la ville en 1999, P_2 la population en 2000.

1. Calculez P_2, P_3, P_4 (arrondir à l'entier).
2. Que peut-on dire de la suite de nombres obtenue ?
3. Quelle sera la population en l'an 2010 ?

◆ Solution

1. $P_2 = P_1 + \frac{5}{100} P_1 = P_1 + 0{,}05\, P_1 = P_1 \times 1{,}05$.

Donc : $P_2 = 105\,000$.
De même : $P_3 = P_2 \times 1{,}05$ d'où : $P_3 = 110\,250$ et $P_4 = 115\,762$.

2. Chaque terme s'obtient en multipliant le terme précédent par 1,05 ; donc la suite obtenue est une suite géométrique de raison 1,05.

3. En 2010, la population sera P_{12}.
$P_{12} = P_1 \times (1{,}05)^{11}$ $P_{12} = 171\,034$.

Remarque
✓ **Vous pouvez compter sur vos doigts !**

➤ Exercice 2

André a signé en janvier 1995 un contrat de travail sur la base d'un salaire mensuel de 12 000 F et prévoyant une augmentation de 3 % par an.

1. Quel était le salaire d'André en janvier 1996 ? en janvier 1997 ?
2. Quel sera son salaire en janvier 2003 ?

◆ **Solution :** page 119.

➤ Exercice 3

10 et 1 440 sont respectivement le premier et le troisième terme d'une suite géométrique de cinq nombres.
Déterminez les trois autres nombres.

◆ **Solution :** page 119.

11 RÉSOUDRE LES ÉQUATIONS DU PREMIER DEGRÉ

Pour résoudre de nombreux problèmes de la vie courante qui se ramènent à la résolution d'une équation du premier degré à une inconnue.

1 Ce qu'il faut savoir

- Une équation du premier degré à une inconnue x est une équation qui peut s'écrire sous la forme $\boxed{ax = b}$ où a et b sont des réels connus.
- Résoudre l'équation $ax = b$, c'est trouver tous les nombres qui vérifient l'égalité : $ax = b$.

Équation	Condition	Solutions
$ax = b$	$a \neq 0$	$x = \frac{b}{a}$ solution unique.
$0x = b$	$a = 0$ et $b \neq 0$	L'égalité n'est jamais vraie, pas de solution.
$0x = 0$	$a = 0$ et $b = 0$	L'égalité est toujours vraie ; tout nombre est solution.

2 Comment résoudre une équation du premier degré ?

Une situation : énoncé de l'exercice

Résoudre l'équation : $5 - 7x - (1 - x) = 2(x + 1)$

Pour résoudre l'exercice

Il faut se ramener à la forme : $ax = b$.

– *On développe et on réduit chaque membre.*

– *On regroupe tous les termes inconnus dans un membre, et les termes connus dans l'autre.*

On développe, d'où : $5 - 7x - 1 + x = 2x + 2$

On réduit : $4 - 6x = 2x + 2$

alors : $-6x - 2x = 2 - 4$

soit : $-8x = -2$

et $x = \frac{-2}{-8}$ donc : $\boxed{x = \frac{1}{4}}$

Applications

À l'aide des équations du premier degré, on peut résoudre de nombreuses équations. L'exercice 1 en donne deux exemples.

➤ Exercice 1

Résolvez les équations suivantes :

1. $(2x - 3)(-x + 5) = 0$.

2. $\dfrac{x}{x+2} = \dfrac{3}{4}$

Conseil
✓ Pensez à $ab = 0$ ...
Pensez à $\dfrac{a}{b} = \dfrac{c}{d}$ ...

◆ Solution

1. Le produit ab est nul équivaut à a est nul ou b est nul.
Donc $(2x - 3)(-x + 5) = 0$ équivaut à : $2x - 3 = 0$ ou $-x + 5 = 0$.

$2x - 3 = 0$ donne $x = \dfrac{3}{2}$

$-x + 5 = 0$ donne $x = 5$

L'équation $(2x - 3)(-x + 5) = 0$ admet deux solutions : $\dfrac{3}{2}$ et 5.

2. Attention, l'inconnue x se trouve au dénominateur.
Pour que l'égalité ait un sens, il faut que : $x + 2 \neq 0$ donc : $x \neq -2$.

Si $x \neq -2$ $\dfrac{x}{x+2} = \dfrac{3}{4}$ équivaut à : $4 \times x = 3\,(x + 2)$

d'où : $4x = 3x + 6$ et donc $\boxed{x = 6}$

L'équation $\dfrac{x}{x+2} = \dfrac{3}{4}$ admet une solution : 6.

➤ Exercice 2

Résolvez les équations suivantes :

1. $3x + 2\,(x - 1) = 2\,(3x - 1)$

2. $\dfrac{3x-1}{4} - \dfrac{2x+1}{2} = \dfrac{2x-5}{8}$

3. $(2x - 3)(x + 4) - 2\,(x^2 - 4) = 0$

On commencera par développer, réduire et ordonner le premier membre.

◆ **Solution :** page 119.

12 TRANSFORMER DES INÉGALITÉS.

CONNAÎTRE LA NOTATION DES INTERVALLES

Pour encadrer des sommes, des produits...
Pour résoudre des inéquations.

1 Ce qu'il faut savoir

■ *Transformer des inégalités*

Addition

• **On ne change pas le sens** d'une inégalité si on **ajoute** ou si on **soustrait un même nombre** aux deux membres de cette inégalité.

Multiplication - Division

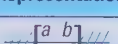
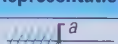
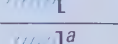
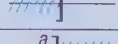
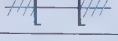
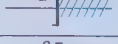
• **On ne change pas le sens** d'une inégalité **si on multiplie** ou si **on divise** les deux membres de cette inégalité par un même nombre **strictement positif.**

• **On change le sens** d'une inégalité si **on multiplie** ou si **on divise** les deux membres de cette inégalité par un même nombre **strictement négatif.**

■ *Comprendre la notation des intervalles*

• Tout nombre peut être représenté par un point sur un axe gradué.
Exemple : l'intervalle $[-2 ; 1]$ est l'ensemble des nombres x vérifiant $-2 \leqslant x \leqslant 1$; il est représenté par la partie non hachurée de l'axe.



Notation	Inégalités	Représentation	Notation	Inégalité	Représentation
$[a ; b]$	$a \leqslant x \leqslant b$		$[a ; +\infty[$	$x \geqslant a$	
$]a ; b[$	$a < x < b$		$]a ; +\infty[$	$x > a$	
$[a ; b[$	$a \leqslant x < b$		$]-\infty ; a]$	$x \leqslant a$	
$]a ; b]$	$a < x \leqslant b$		$]-\infty ; a[$	$x < a$	

Attention : $+\infty$ et $-\infty$ ne sont pas des nombres.

2 Comment transformer des inégalités ?

Voir exercice 1 ci-contre.

Applications

➤ Exercice 1

Sachant que : $2{,}23 < \sqrt{5} < 2{,}24$, trouvez un encadrement de :
1. $4\sqrt{5}$; **2.** $-\sqrt{5}$; **3.** $7 - \sqrt{5}$.

◆ **Solution :**

1. Pour obtenir un encadrement de $4\sqrt{5}$, on doit multiplier les inégalités par 4, *nombre positif* ; on obtient des inégalités de même sens.
Donc : $4 \times 2{,}23 < 4\sqrt{5} < 4 \times 2{,}24$
alors : $8{,}92 < 4\sqrt{5} < 8{,}96$.

2. Pour obtenir un encadrement de $-\sqrt{5}$, on doit multiplier les inégalités par -1, *nombre négatif*, on obtient des inégalités de sens contraires.
Donc : $-2{,}23 > -\sqrt{5} > -2{,}24$
ou encore : $-2{,}24 < -\sqrt{5} < -2{,}23$.

3. On a obtenu : $-2{,}24 < -\sqrt{5} < -2{,}23$
en ajoutant 7 aux inégalités on obtient des inégalités de même sens.
Donc : $-2{,}24 + 7 < -\sqrt{5} + 7 < -2{,}23 + 7$.
D'où : $4{,}76 < 7 - \sqrt{5} < 4{,}77$.

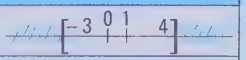
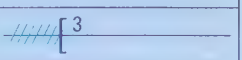
➤ Exercice 2

Si l'on sait que : $x < 6$, que peut-on dire de :
1. $x - 6$; **2.** $3x$; **3.** $-2x$?

◆ **Solution :** page 119.

➤ Exercice 3

Complétez le tableau suivant en utilisant l'exemple de la 1re ligne :

Intervalle	Inégalité caractéristique	Représentation
$[-3 ; 4]$	$-3 \leqslant x \leqslant 4$	
$]2 ; 5]$		
	$-2 < x < 0$	
		
	$x < 4$	

◆ **Solution :** page 119.

13 RÉSOUDRE UNE INÉQUATION DU PREMIER DEGRÉ

Pour respecter des contraintes, pour choisir le meilleur tarif.

1 Ce qu'il faut savoir

- Une inéquation du premier degré à une inconnue est une inéquation qui peut se ramener aux formes :
$ax \geqslant b$; $ax > b$; $ax \leqslant b$; $ax < b$
où a et b sont des nombres connus.
- Résoudre une inéquation, c'est déterminer tous les nombres qui vérifient l'inégalité proposée.

2 Comment résoudre une inéquation du premier degré ?

Une situation : énoncé de l'exercice

Résoudre l'inéquation : $3x - 7 \leqslant 6x + 5$

Pour résoudre l'exercice

On transforme l'inégalité de départ en utilisant les propriétés rappelées dans la fiche 12.

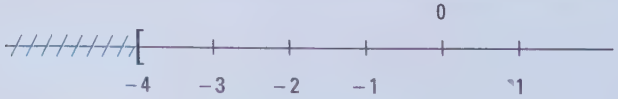
– On ajoute 7 à chaque membre : $3x \leqslant 6x + 5 + 7$
l'inégalité ne change pas de sens soit $3x \leqslant 6x + 12$

– On ajoute $-6x$ à chaque membre : $3x - 6x \leqslant 12$
l'inégalité ne change pas de sens soit $-3x \leqslant 12$

– On divise les deux membres par -3 : $x \geqslant \dfrac{12}{-3}$

l'inégalité change de sens, soit $x \geqslant -4$
L'ensemble des solutions de l'inéquation $3x - 7 \leqslant 6x + 5$ est :
$\mathscr{S} = [-4 ; +\infty[$

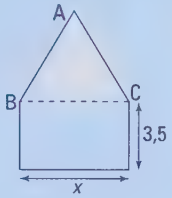
On peut représenter les solutions sur une droite graduée.



Applications

➤ Exercice 1

x est la mesure en mètres du côté du triangle équilatéral ABC.
Pour quelles valeurs de x le périmètre de la figure est-il supérieur à 25 mètres ?



◆ **Solution :**

Le triangle ABC étant équilatéral, ses trois côtés ont la même longueur. Le périmètre de la figure est donc : $p = 3x + 2 \times 3{,}5$.
Soit $p = 3x + 7$
On doit donc résoudre l'inéquation $3x + 7 > 25$.
D'où : $3x > 25 - 7$ soit : $3x > 18$
Donc : $x > 6$.
Conclusion : le côté du triangle équilatéral ABC doit mesurer plus de 6 mètres.

➤ Exercice 2

Résolvez les inéquations suivantes, donnez les solutions sous forme d'un intervalle, puis représentez-les sur une droite graduée.

1. $-x + 5 > 2x - 1$

2. $2(x - 1) - 3(2 - x) \leqslant 7 - 2(1 + 3x)$

3. $\dfrac{x+2}{3} + x > \dfrac{x+3}{2} - \dfrac{5}{6}$

◆ **Solution :** page 119.

➤ Exercice 3

1. Résolvez l'inéquation : $3x - 2 < 8 - 2x$ et représentez les solutions sur une droite graduée.

2. Résolvez l'inéquation : $2x + 1 \geqslant x - 5$ et représentez les solutions sur la même droite.

3. En déduire l'ensemble des solutions du système

$$\begin{cases} 3x - 2 < 8 - 2x \\ \text{et} \\ 2x + 1 \geqslant x - 5 \end{cases}$$

◆ **Solution :** page 119.

14 RÉSOUDRE UN PROBLÈME DU PREMIER DEGRÉ

De nombreuses situations de la vie courante se ramènent à la résolution d'un problème du premier degré.

1 Ce qu'il faut savoir

Le travail de résolution se décompose en plusieurs étapes :

1. Reconnaître ce qui est cherché : c'est le choix de l'inconnue.

2. Traduire les données du problème par une équation (ou une inéquation) : c'est la mise en équation.

3. Résoudre l'équation (ou l'inéquation) : c'est le traitement mathématique.

4. S'assurer que la solution convient au problème ou choisir parmi les solutions celles qui conviennent.

5. Énoncer le résultat par une phrase : c'est la conclusion.

2 Comment résoudre un problème du premier degré ?

■ *Une situation : énoncé du problème*

Le salaire d'un vendeur est composé d'une partie fixe de 6 900 F. Ce salaire est augmenté d'une commission de 4 % sur les ventes du mois. Quel doit être le montant des ventes de ce représentant s'il veut toucher 10 000 F.

■ *Pour résoudre le problème*

On suit la méthode indiquée ci-dessus.

1. Le choix de l'inconnue est donné par l'énoncé soit x le montant des ventes.

2. Mise en équation.

Le montant de la commission est : $0{,}04 \times x$.

On doit avoir : $6\,900 + 0{,}04x = 10\,000$.

3. $6\,900 + 0{,}04x = 10\,000$ équivaut à : $0{,}04x = 3\,100$.

Donc : $x = \dfrac{3\,100}{0{,}04}$ $\quad x = 77\,500$.

4. 77 500 convient, car c'est un nombre positif.

5. Pour que le représentant touche 10 000 F, le montant de ses ventes doit être de 77 500 F.

Applications

➤ Exercice 1

Amélie a dépensé le quart de ses économies pour acheter des livres. Elle a acheté en plus un CD à 105 F ; il lui reste exactement le tiers de ses économies.
Quel était le montant de ses économies ?

◆ Solution

Soit x le montant des économies.

On peut écrire : $x - \frac{x}{4} - 105 = \frac{x}{3}$.

D'où : $x - \frac{x}{4} - \frac{x}{3} = 105$ soit : $\frac{12x}{12} - \frac{3x}{12} - \frac{4x}{12} = 105$ ou $\frac{5x}{12} = 105$

$x = \frac{105 \times 12}{5} = 252$ F.

Le montant des économies d'Amélie était de 252 F.

➤ Exercice 2

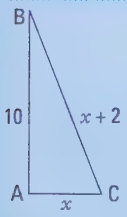
À la pâtisserie, Pauline achète 7 croissants et 3 tartelettes ; Thomas achète 3 croissants et 5 tartelettes. Le prix payé par Pauline est supérieur au prix payé par Thomas. Le prix d'une tartelette est 7,50 F.
On désigne par x le prix d'un croissant.

1. Traduisez la situation par une inéquation, que vous résoudrez.

2. Avec 7 F peut-on acheter 2 croissants ? Justifiez votre réponse.

◆ **Solution :** page 120.

➤ Exercice 3



Déterminez x pour que le triangle représenté ci-contre soit rectangle A.

◆ **Solution :** page 120.

Conseil

✓ **N'ayez pas peur des x^2.**

15 RECONNAÎTRE ET UTILISER LA PROPORTIONNALITÉ.

CALCULER AVEC DES POURCENTAGES

Pour calculer la masse d'un objet qui est proportionnelle à son volume, le prix d'une marchandise, qui est proportionnel à sa masse...

1 Ce qu'il faut savoir

■ *Proportionnalité*

• **Définition** : les suites de nombres (x_1 ; x_2, x_3 ...) et (y_1 ; y_2 ; y_3 ...) sont proportionnelles s'il existe un réel a non nul tel que :
$y_1 = ax_1$; $y_2 = ax_2$; $y_3 = ax_3$ ...
Exemple : les suites (5 ; 7,5 ; 20) et (3 ; 4,5 ; 12) sont proportionnelles car : $3 = 0{,}6 \times 5$; $4{,}5 = 0{,}6 \times 7{,}5$; $12 = 0{,}6 \times 20$.
On peut écrire aussi le tableau qui est **un tableau de proportionnalité.**

x	5	7,5	20
y	3	4,5	12

$\times 0{,}6$

• **Propriété** : si $\frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2} = \frac{y_3}{x_3} = a$ alors $\frac{y_1 + y_2 + y_3}{x_1 + x_2 + x_3} = a$.

■ *Pourcentage*

Un calcul de pourcentage est une situation de proportionnalité.
Exemple : dans une classe de 45 élèves, il y a 18 filles.
Quel est le pourcentage de filles ?

18	x
45	100

est un tableau de proportionnalité, d'où :
$x = \frac{18 \times 100}{45} = 40$. Il y a 40 % de filles.

2 Comment calculer avec des pourcentages ?

■ *Une situation : énoncé du problème*

Une paire de jogging coûte 320 F (prix hors taxes).
Calculez le prix de vente PV TTC (taux de la TVA : 20,6 %).

■ *Pour résoudre le problème*

Rappelez-vous que :
- **prendre les 20,6 % de *x*, c'est multiplier *x* par 0,206.**
- **augmenter *x* de 20,6 %, c'est multiplier *x* par 1,206 (1 + 0,206)**
- **diminuer *x* de 20,6 %, c'est multiplier *x* par 0,794 (1 – 0,206)**

Prix de vente = $320 + 320 \times 0{,}206 = 320\ (1 + 0{,}206)$
PV = $320 \times (1{,}206) = 385{,}92$ F.

Applications

➤ Exercice 1

Trois ouvriers se partagent une prime de 5 000 F proportionnellement à leur ancienneté dans l'entreprise : 5 ans, 7 ans et 13 ans.
Déterminez la prime touchée par chacun d'eux.

◆ Solution

On note x, y, z la prime de chaque ouvrier ; alors il existe un nombre a non nul tel que : $\frac{x}{5} = \frac{y}{7} = \frac{z}{13} = a$.

On a aussi : $\frac{x+y+z}{5+7+13} = a$ (propriété rappelée en **1** page ci-contre).

D'où : $a = \frac{5\,000}{25}$, soit $a = 200$. On en déduit x, y et z.

$x = 5a$ donc $x = 1\,000$; $y = 7a = 1\,400$ et $z = 13a = 2\,600$.

➤ Exercice 2

Un mastic à deux composants doit contenir en masse 20 % de durcisseur et 80 % de résine.
1. Calculez la masse de résine nécessaire pour obtenir 2 500 g de mastic.
2. Quelle masse de durcisseur doit-on mélanger à 1 600 g de résine ?

◆ **Solution** : page 120.

➤ Exercice 3

La Sécurité sociale vous rembourse 70 % de votre facture de pharmacie. Votre mutuelle vous rembourse ensuite 90 % des frais qui restent à votre charge.
1. Que vous reste-t-il à payer si la facture s'élève à 226 F ?
2. Que représente la somme restant à payer en pourcentage du montant de la facture ?

◆ **Solution** : page 120.

16 CONNAÎTRE LA FONCTION LINÉAIRE

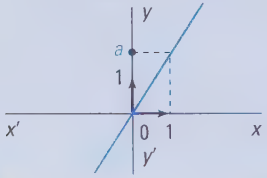
Pour traduire les situations de proportionnalité.

1 Ce qu'il faut savoir

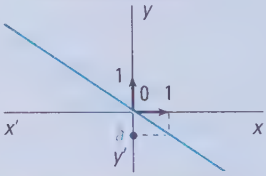
Fonction linéaire

La fonction $f : x \mapsto ax$ est la fonction linéaire de coefficient a. Sa représentation graphique dans un repère est la droite passant par l'origine du repère et de coefficient directeur a.

Si $a > 0$, la fonction f est croissante sur $\mathbb{R}$



Si $a < 0$, la fonction f est décroissante sur $\mathbb{R}$



2 Comment reconnaître une fonction linéaire ?

Une situation : énoncé du problème

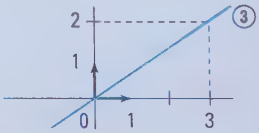
1. Parmi les fonctions suivantes, indiquez lesquelles sont des fonctions linéaires et précisez leur coefficient.

$f : x \mapsto 7x^2$; $g : x \mapsto \sqrt{2}\,x$; $h : x \mapsto \sqrt{2x}$; $k : x \mapsto -15\,x$.

2. Parmi les représentations graphiques suivantes, indiquez celles qui représentent une fonction linéaire.







Pour résoudre le problème

1. Utilisez les définitions ci-dessus.

Les fonctions g et k sont des fonctions linéaires (de la forme $x \mapsto ax$) ; leurs coefficients sont : pour g : $\sqrt{2}$; pour k : -15.

2. ① la droite ne passe pas par O ; *la fonction n'est pas linéaire.*

② La courbe n'est pas une droite ; *la fonction n'est pas linéaire.*

③ La fonction est linéaire et son coefficient est $a = \dfrac{2}{3}$.

Applications

➤ Exercice 1

Le tableau ci-dessous donne la correspondance entre les prix en francs et en euros de différents articles.

Articles / Prix	Feutres	Livre	CD-ROM	Baladeur
x Prix en euros	2,5	5	25	45
y Prix en francs	16,4	32,8	164	295,20

1. Les prix en euros et en francs forment-ils des suites proportionnelles ?
2. À quelle somme correspond un euro en francs ?
3. Exprimez y en fonction de x.

◆ Solution

1. On remarque que : $\frac{16,4}{2,5} = \frac{32,8}{5} = \frac{164}{25} = \frac{295,2}{45} = 6,56$,
donc les prix en euros et en francs forment des suites proportionnelles.

2. Un euro correspond à 6,56 F.

3. $y = 6,56\,x$.

➤ Exercice 2

Un vendeur propose, sur du bois à 30 F le m^3, une remise de 20 %.
1. Déterminer la relation entre le prix à payer y et le nombre de m^3 achetés x.
2. Soit f la fonction définie sur l'intervalle [0 ; 20] par : $f(x) = 24x$. Représentez graphiquement f dans un repère orthogonal.
Unités : en abscisses : 1 cm ≙ 2 m^3 ; en ordonnées : 1 cm ≙ 50 F.
3. Déterminez graphiquement le prix correspondant à un volume de 13 m^3.
4. Déterminez graphiquement le volume correspondant à un prix de 175 F.

◆ **Solution :** page 120.

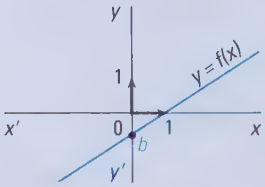
17 CONNAÎTRE LA FONCTION AFFINE

Pour traduire de nombreuses situations dans la vie courante, en physique...

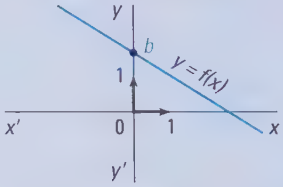
1 Ce qu'il faut savoir

• a et b sont deux réels donnés.
La fonction $f : x \mapsto ax + b$ est une **fonction affine.**
La représentation graphique de la fonction affine f est une droite de coefficient directeur a.

si $a > 0$
f est croissante sur $\mathbb{R}$



si $a < 0$
f est décroissante sur $\mathbb{R}$



• Si f est une fonction affine, et x_1, x_2 deux réels quelconques, avec $x_1 \neq x_2$, alors $\dfrac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} = a$.

2 Comment représenter graphiquement une fonction affine ?

Une situation : énoncé du problème

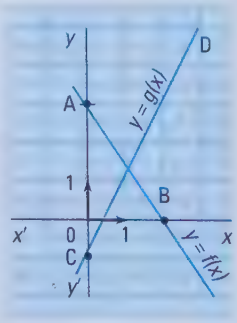
Représentez graphiquement les fonctions f et g telles que :
$f(x) = -1{,}5x + 3$ et $g(x) = 2x - 1$.

Pour résoudre le problème

Il suffit de placer deux points de chaque droite.
On peut choisir les valeurs de x que l'on veut.

• Pour f : A (0 ; 3) et B (2 ; 0)
Car $f(0) = 3$ et $f(2) = 0$.

• Pour g : C (0 ; – 1) et D (3 ; 5)
car $g(0) = -1$ et $g(3) = 5$



Applications

➤ Exercice 1

Un automobiliste fait le plein d'essence ; son réservoir contient 54 L. Sa voiture consomme en moyenne 7,5 L aux 100 km.

1. Exprimez la quantité d'essence disponible en fonction du nombre x de kilomètres parcourus ; on la notera $q(x)$.

2. Déterminez la quantité d'essence disponible après 300 km.

3. Calculez la distance que l'automobiliste peut parcourir avec un plein.

◆ Solution

1. Pour x kilomètres parcourus, la voiture consomme $x \times \frac{7,5}{100}$ L.

La quantité d'essence disponible est : $q(x) = 54 - 0,075\,x$.

2. $q(300) = 54 - 0,075 \times 300 = 31,5$ L.

Après 300 km, il reste 31,5 L d'essence.

3. Le réservoir est vide quand $q(x) = 0$.

Soit : $54 - 0,075\,x = 0$ ou : $0,075\,x = 54$.

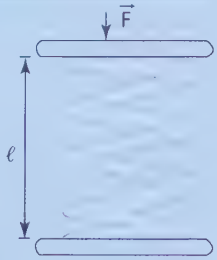
D'où : $x = 720$.

L'automobiliste peut parcourir 720 km avec un plein.

➤ Exercice 2

En étudiant la compression d'un ressort, on a relevé les mesures suivantes.

x : F (en newtons)	3	5	7	11	15
y : ℓ (en mm)	47,8	47	46,2	44,6	43



F : intensité de la force $\vec{F}$ } Voir schéma
ℓ : longueur du ressort }

On considère la fonction f qui, à chaque valeur de F, fait correspondre une valeur ℓ ($\ell = f(F)$).

1. Représentez graphiquement la fonction f.

En abscisses : 1 cm ≙ 1 N. *En ordonnées :* 1 cm ≙ 1 mm

Commencez la graduation à 40 mm.

2. Cette fonction est-elle linéaire ou affine ? Pourquoi ?

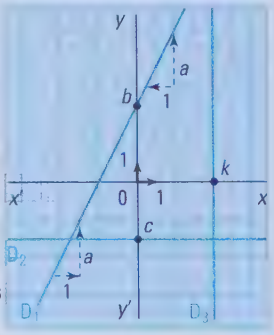
3. Déterminez l'expression de ℓ en fonction de F.

◆ **Solution :** page 120.

18 CONNAÎTRE ET UTILISER LES ÉQUATIONS DE DROITES

Pour comprendre les graphiques utilisés dans les médias, en physique...

1 Ce qu'il faut savoir



• La droite D_1 est sécante à l'axe des ordonnées.

Une équation de D_1 est de la forme $y = ax + b$
a est le coefficient directeur.
b est l'ordonnée à l'origine.

• La droite D_2 est parallèle à l'axe des abscisses.

Une équation de D_2 est de la forme $y = c$ (le coefficient directeur est 0).

• La droite D_3 est parallèle à l'axe des ordonnées.

Une équation de D_3 est de la forme $x = k$

2 Comment déterminer une équation d'une droite donnée par lecture graphique ?

Sur le graphique, on lit :
– Pour D_2, $c = -3$.
La droite D_2 a pour équation :

$$y = -3$$

– Pour D_3, $k = 4$
La droite D_3 a pour équation :

$$x = 4$$

– Pour la droite D_1, c'est plus compliqué.
Pour lire a, on utilise l'interprétation géométrique du coefficient directeur ; si l'abscisse d'un point de D_1 augmente de 1, son ordonnée augmente de a (Attention, a peut être négatif !).
Sur le graphique, on lit $a = 2$.
b est l'ordonnée du point de D_1 d'abscisse nulle ; on lit : $b = 4$.

La droite D_1 a pour équation :

$$y = 2x + 4$$

Applications

LES OUTILS
p. 155

➤ Exercice 1

1. Déterminez une équation de la droite d passant par les points A (1,5 ; 3) et B (4 ; 1,5).
2. Le point C (3 ; 2) appartient-il à la droite d ?

Rappel
✓ **Pensez à**
$a = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

◆ Solution :

1. $x_A \neq x_B$; la droite d n'est pas parallèle à l'axe des ordonnées; elle a une équation de la forme $y = ax + b$.

On sait que $a = \dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$, donc : $a = \dfrac{1,5 - 3}{4 - 1,5} = \dfrac{-1,5}{2,5} = -0,6$

d a une équation de la forme $y = -0,6x + b$

• A appartient à d, donc : $y_A = -0,6x_A + b$
Soit : $3 = -0,6 \times 1,5 + b$ donc : $b = 3,9$
Une équation de d est $y = -0,6x + 3,9$.

2. Pour savoir si C appartient à d, on remplace x et y par les valeurs correspondant aux coordonnées de C :
$-0,6 \times 3 + 3,9 = 2,1$ donc : $-0,6x_c + 3,9 \neq y_c$
Le point C n'appartient pas à la droite d.

➤ Exercice 2

1. Dans un repère orthonormal, placez les points suivants.
A (– 1 ; 2) ; B (1 ; – 2) ; C (0 ; 2) ; D (4 ; 4).
2. Tracez les droites D_1 passant par les points A et B, et D_2 passant par les points C et D.
3. Déterminez une équation de D_2.
4. L'équation de D_1 est $y = -2x$; déterminez les coordonnées du point d'intersection des droites D_1 et D_2.
5. Que peut-on dire des droites D_1 et D_2 ? Justifiez votre réponse par le calcul.

◆ **Solution :** page 120.

Rappel
✓ **Voir formulaire page 155.**

19 RÉSOUDRE UN SYSTÈME D'ÉQUATIONS

Pour résoudre des petits problèmes de la vie courante, en mécanique...

1 Ce qu'il faut savoir

Le système $\begin{cases} 2x + y = 5 \\ x - 3y = 6 \end{cases}$ est un système d'équations linéaires à deux inconnues.

Le couple $(3 ; -1)$ est solution du système.

En effet : $2 \times 3 + (-1) = 5$ et $3 - 3(-1) = 6$.

2 Comment résoudre un système d'équations ?

Méthode de substitution

- **On exprime une inconnue en fonction de l'autre à l'aide d'une des équations :** $\begin{cases} y = 5 - 2x \\ x - 3y = 6 \end{cases}$
- **On reporte cette expression dans l'autre équation :**

$x - 3(5 - 2x) = 6$ ou $7x - 15 = 6$

- **On résout l'équation obtenue :**

$7x = 21$ d'où : $x = 3$

- **On calcule l'autre inconnue :**

$y = 5 - 2 \times 3$ d'où : $y = -1$

- **On vérifie :**

Le couple $(3 ; -1)$ est bien solution du système.

Méthode d'addition

- **On multiplie chaque équation par des nombres tels que les coefficients d'une inconnue soient opposés.** Dans notre système, on peut par exemple multiplier la 2e équation par : -2.

Alors : $\begin{cases} 2x + y = 5 \\ -2(x - 3y) = -2 \times 6 \end{cases}$ d'où : $\begin{cases} 2x + y = 5 \\ -2x + 6y = -12 \end{cases}$

- **On additionne membre à membre les deux équations :**

d'où $7y = 5 - 12$ et $7y = -7$ donc : $y = -1$.

- **On reporte cette valeur dans une des deux équations pour calculer l'autre inconnue :** $2x + (-1) = 5$ donc : $x = 3$.

Remarque : on pouvait multiplier la 1re équation par 3.

Applications

LES OUTILS POUR RÉUSSIR
p. 149

➤ Exercice 1

Martin a dans sa tirelire 21 pièces de 5 F et de 10 F ; il pense avoir en tout 145 F.
Combien a-t-il de pièces de 5 F ? de 10 ?

◆ **Méthode : pour résoudre un problème à deux inconnues, la méthode est la même que pour une seule inconnue (Fiche 14).**

① On note x le nombre de pièces de 5 F, y le nombre de pièces de 10 F.
② – Il y a 21 pièces au total donc : $x + y = 21$
– La somme totale est 145 F donc : $x \times 5 + y \times 10 = 145$.
③ On doit résoudre le système $\begin{cases} x + y = 21 \\ 5x + 10y = 145 \end{cases}$
Par substitution, on a : $x = 21 - y$. On reporte dans la 2e équation, donc : $5(21 - y) + 10y = 145$.
On obtient $5y = 40$ donc $y = 8$ et $x = 21 - 8$ soit : $x = 13$.
④ Martin a donc 13 pièces de 5 F et 8 pièces de 10 F.

➤ Exercice 2

Résoudre les systèmes suivants :

1. $\begin{cases} 2x + 3y = 9 \\ 3x - 3y = -24 \end{cases}$ **2.** $\begin{cases} x - 2y = 13 \\ 2x - 7y = 5 \end{cases}$

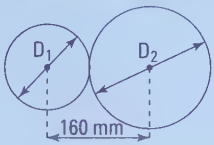
3. $\begin{cases} \dfrac{x}{8} = \dfrac{y}{12} \\ 2x - y = 28 \end{cases}$

◆ **Réponse :** page 120.

➤ Exercice 3

Avec un moteur tournant à 400 tr.min^{-1}, on veut entraîner un outil à 240 tr.min^{-1}.
L'axe du moteur et celui de l'outil sont distants de 160 mm.
Quels sont les diamètres D_1 et D_2 des roues de friction que l'on doit monter sur ces axes ?

Rappel
✓ $N_1D_1 = N_2D_2$



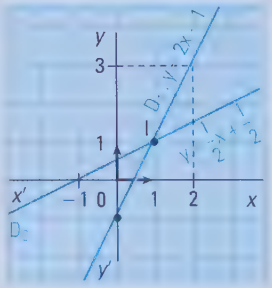
◆ **Réponse :** page 120.

20 RÉSOUDRE GRAPHIQUEMENT UN SYSTÈME DE DEUX ÉQUATIONS À DEUX INCONNUES

1 Ce qu'il faut savoir

Soit le système $\begin{cases} 2x - y = 1 \ (1) \\ -x + 2y = -1 \ (2) \end{cases}$

• L'équation (1) : $2x - y = 1$ est une équation à deux inconnues. Les solutions de cette équation sont les couples $(x ; y)$ qui vérifient cette égalité ; par exemple : (2 ; 3) est solution.
$2x - y = 1$ équivaut à $y = 2x - 1$.
Les solutions de l'équation $2x - y = 1$ sont les coordonnées des points de la droite D_1 d'équation $\boldsymbol{y = 2x - 1}$.



• De même $-x + 2y = 1$ équivaut à : $y = \frac{x}{2} + \frac{1}{2}$.

Les solutions de l'équation $-x + 2y = 1$ sont les coordonnées des points de la droite D_2 d'équation $\boldsymbol{y = \frac{x}{2} + \frac{1}{2}}$.

Le point I de coordonnées (1 ; 1) appartient aux deux droites : ses coordonnées vérifient les deux équations.
Donc (1 ; 1) est solution du système.

2 Comment résoudre graphiquement un système de deux équations ?

• **Dans chaque équation on isole *y*** pour obtenir deux équations de la forme $y = mx + p$.

• **On trace les deux droites correspondantes** (Voir fiche 17).

• **Si les deux droites se coupent en un point I $(x_I ; y_I)$,** alors le couple (x_I, y_I) est la solution du système.

Voir en exemple l'exercice 1 ci-contre.

Applications

➤ Exercice 1

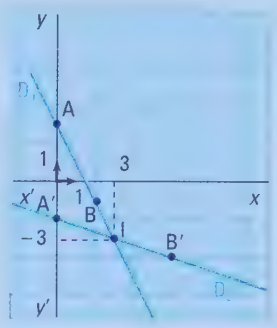
Résolvez graphiquement le système : $\begin{cases} 2x + y = 3 \\ x + 3y = -6 \end{cases}$

◆ Solution

• $2x + y = 3$ équivaut à : $y = -2x + 3$.
La droite D_1 d'équation $y = -2x + 3$ passe par les points A (0 ; 3) et B (2 ; – 1).

• $x + 3y = -6$ équivaut à : $y = -\frac{1}{3}x - 2$

La droite D_2 d'équation $y = -\frac{1}{3}x - 2$ passe par les points A′ (0 ; – 2) et B′ (6 ; – 4).
Le point d'intersection des droites D_1 et D_2 et I (3 ; – 3).
Le couple (3 ; – 3) est la solution du système.



➤ Exercice 2

Résolvez graphiquement le système : $\begin{cases} 3x + 5y = 17 \\ 2x - y = 7 \end{cases}$

◆ **Solution :** page 120.

➤ Exercice 3

1. Dans un repère orthonormal d'unité 1 cm, placez les points A (0 ; – 3) et B (3 ; 3).
2. Déterminez une équation de la droite (AB).
3. Tracez dans le même repère la droite d d'équation : $y = -0{,}75x + 2{,}5$.
4. Déterminez graphiquement les coordonnées du point I, intersection de (AB) et de d.
5. En déduire la solution du système : $\begin{cases} 2x - y = 3 \\ 3x + 4y = 10. \end{cases}$

◆ **Solution :** page 120.

21 DÉFINIR UNE FONCTION

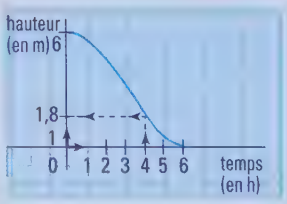
Les fonctions interviennent dans tous les domaines. Pour étudier un phénomène, on réalise des expériences qui permettent d'obtenir des courbes. Ensuite, on cherche la fonction qui correspond le mieux. On modélise la situation.

1 Ce qu'il faut savoir

• Définir une fonction f sur un intervalle I, c'est donner un procédé qui, à chaque nombre de l'intervalle I, associe un nombre noté $f(x)$.
$f(x)$ est appelé **image de x par f. On note $f : x \mapsto f(x)$**
x est appelé **antécédent de $f(x)$ par f.**

• On peut définir une fonction par sa représentation graphique ou par une formule algébrique.

– *Définition par représentation graphique dans un repère :*
Le graphique ci-contre donne la hauteur d'eau dans un port en fonction du temps. $x = 0$ correspond à l'heure de la marée haute.



Si on appelle f la fonction ainsi définie sur [0 ; 6], on lit : $f(0) = 6{,}4$; $f(4) = 1{,}8$ ... $f(6) = 0$.
Les valeurs de x sont placées en abscisses.
Les valeurs de $f(x)$ sont placées en ordonnées.

– *Définition par une formule algébrique :*
Exemple : f est définie sur l'intervalle [– 3 ; 3] par $f(x) = 0{,}5x^2 - x$.
L'image de 3 est $f(3) = 0{,}5 \times 3^2 - 3 = \dfrac{3}{2}$.

2 Comment représenter graphiquement une fonction ?

– En utilisant la formule, **on peut calculer $f(x)$ pour un certain nombre de valeurs de x.**
– **On place ensuite les points M $(x ; f(x))$ dans le repère donné.**
– Avec un nombre de points suffisants, on peut obtenir la courbe assez précisément.

Voir en exemple l'exercice 1 page ci-contre.

Applications

➤ Exercice 1

Soit la fonction f définie sur l'intervalle $[-2 ; 3]$ par $f(x) = 0{,}5x^2 - x$.

1. Recopiez et complétez le tableau de valeurs ci-dessous.

x	-2	$-1{,}5$	-1	0	$0{,}5$	1	2	3
$f(x)$								

2. Dans un repère orthonormal d'unité graphique 1 cm, construisez la courbe représentative de la fonction f.

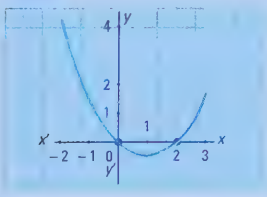
3. Déterminez graphiquement, puis par le calcul, les antécédents de 0.

◆ Solution

1.

x	-2	$-1{,}5$	-1	0	$0{,}5$	1	2	3
$f(x)$	4	2,625	1,5	0	$-0{,}375$	$-0{,}5$	0	1,5

2.



3. La courbe représentative de f coupe l'axe des abscisses en 0 et 2 ; pour ces valeurs, on a $f(x) = 0$. Les antécédents de 0 sont 0 et 2.

Par le calcul, on doit résoudre $0{,}5x^2 - x = 0$.

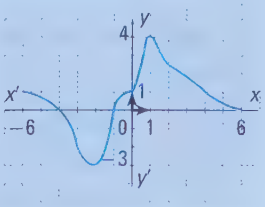
Soit $x(0{,}5x - 1) = 0$ d'où : $x = 0$ ou $0{,}5x - 1 = 0$ soit : $x = 0$ ou $x = 2$.

➤ Exercice 2

Soit la fonction f définie sur l'intervalle $[-6 ; 6]$ et dont la courbe représentative est donnée ci-contre.

1. Déterminez les images des nombres : $-4 ; -2 ; 0 ; 1 ; 4$.

2. Quels sont les éventuels antécédents de 1 ?



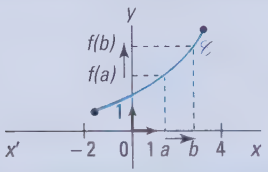
◆ **Solution :** page 120.

22 ÉTUDIER LE SENS DE VARIATION D'UNE FONCTION

Pour prévoir l'évolution de certaines situations (tempête, marée noire). Pour effectuer des réglages en mécanique.

1 Ce qu'il faut savoir

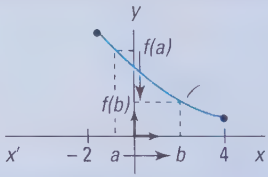
Sur un intervalle, si les valeurs de x augmentent et si leurs images augmentent, alors **la fonction est croissante sur cet intervalle.**



f est croissante sur l'intervalle I si pour tous nombres a et b de I tels que $a < b$, on a : $f(a) \leqslant f(b)$

Remarque : les nombres et les images sont rangés dans le même ordre.

Sur un intervalle, si les valeurs de x augmentent et si leurs images diminuent, alors **la fonction est décroissante sur cet intervalle.**



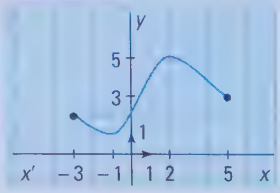
f est décroissante sur l'intervalle I si pour tous nombres a et b de I tels que $a < b$, on a : $f(a) \geqslant f(b)$

Remarque : les nombres et les images sont rangés dans l'ordre contraire.

On note ces résultats dans le tableau de variation.

2 Comment dresser le tableau de variation ?

La courbe $\mathscr{C}$ est la courbe représentative d'une fonction f définie sur $[-3 ; 5]$.



- **Pour lire les variations de la fonction f, on suit la courbe de la gauche vers la droite.**
  - Si la courbe monte, la fonction est croissante.
  - Si la courbe descend, la fonction est décroissante.

x	−3		−1		2		5
$f(x)$	2	↘	1	↗	5	↘	3

- **Pour dresser le tableau de variation,** commencer par placer les flèches ; mettre ensuite les valeurs.

f admet : un **minimum** égal à 1 pour $x = -1$; un **maximum** égal à 5 pour $x = 2$.

Applications

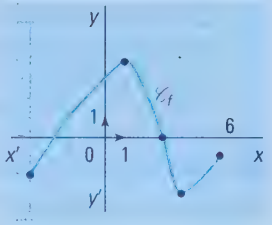
➤ Exercice 1

La courbe $\mathscr{C}_f$ représente une fonction définie sur l'intervalle [– 4 ; 6].

1. Déterminez les images des nombres : – 4 ; – 2 ; 1 ; 3.

2. Combien le nombre – 2 a-t-il d'antécédents ?

3. Dressez le tableau de variation de *f*.



◆ Solution

1. – 2 ; 1 ; 4 ; 0.

2. – 2 a trois antécédents par *f*.

3.

x	– 4	1	4	6
$f(x)$	– 2 ↗	4 ↘	– 3 ↗	– 1

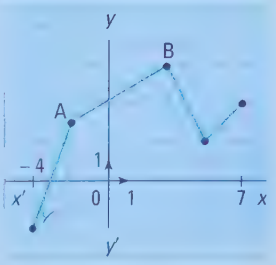
➤ Exercice 2

La courbe $\mathscr{C}$ représente une fonction définie sur l'intervalle [– 4 ; 7].

1. Dressez le tableau de variation de *f*.

2. Déterminez graphiquement une valeur approchée de $f(0)$.

3. Déterminez une équation de la droite (AB).
En déduire la valeur exacte de $f(0)$.



◆ **Solution** : page 120.

23 ÉTUDIER LA FONCTION CARRÉE $f : x \mapsto x^2$

La fonction carrée fait partie des fonctions de référence. De nombreux phénomènes physiques sont modélisés par des relations où intervient le carré d'une variable.

1 Ce qu'il faut savoir

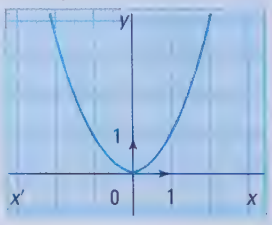
▪ *Étudier la parité de la fonction*

• **Une fonction** f définie sur $\mathbb{R}$ ou sur un intervalle de la forme $[-a ; a]$ **est paire** si, pour tout nombre x : $f(-x) = f(x)$.

La courbe représentative d'une fonction paire admet un axe de symétrie : l'axe des ordonnées.

La fonction carrée $f : x \mapsto x^2$ est définie sur $\mathbb{R}$ pour tout réel x : $f(-x) = (-x)^2 = x^2$, donc $f(-x) = f(x)$.

La fonction carrée est paire.



▪ *Étudier les variations de la fonction*

La fonction $f : x \mapsto x^2$
– est décroissante sur $]-\infty ; 0]$;
– est croissante sur $[0 ; +\infty[$;
– elle admet un minimum égal à 0 pour $x = 0$.

• Tableau de variation

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f(x)$		↘	0	↗	

2 Comment traduire les variations de la fonction carrée par des inégalités ?

• La fonction $f : x \mapsto x^2$ est décroissante sur $]-\infty ; 0]$.
Pour tous nombres a, b, si $a < b \leqslant 0$, alors : $a^2 > b^2$.

• La fonction $f : x \mapsto x^2$ est croissante sur $[0 ; +\infty[$.
Pour tous nombres a, b, si $0 \leqslant a < b$, alors : $a^2 < b^2$.

Applications

LES OUTILS POUR AIDER

➤ Exercice 1

Recopiez puis complétez le tableau de valeurs de la fonction f sachant que f est définie sur $[-4 ; 4]$ et que f est paire.

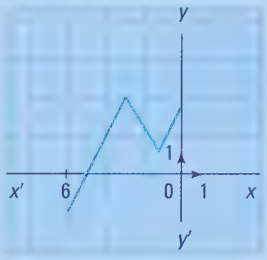
x	-4	-3	-2	-1	1	2	3	4
$f(x)$	2	...	3	...	0	....	4	...

◆ **Solution**

$f(-3) = f(3) = 4$; $f(-1) = 0$; $f(2) = 3$; $f(4) = 2$.

➤ Exercice 2

La fonction f est définie sur $[-6 ; 6]$; sa courbe représentative sur $[-6 ; 0]$ est donnée ci-contre.
Représentez la fonction f sur $[-6 ; 6]$ sachant qu'elle est paire ; donnez ensuite son tableau de variation sur $[-6 ; 6]$.



◆ **Solution :** page 121.

➤ Exercice 3

En utilisant les variations de la fonction $x \mapsto x^2$, complétez.

1. Si $x > 5$ alors x^2 ... ...
2. Si $x < -8$ alors x^2 ... ...
3. Si $-3 < x < -2$ alors ... $< x^2 <$ ...
4. Si $5 < x < 10$ alors ... $< x^2 <$ ...

◆ **Solution :** page 121.

➤ Exercice 4

Construisez la courbe représentative C de $f : x \mapsto x^2$.

1. Déterminez graphiquement les points de C d'ordonnée 5.

2. Retrouvez ces résultats par le calcul (écrire une équation).

◆ **Solution :** page 121.

24 ÉTUDIER LES FONCTIONS $f: x \mapsto ax^2$ ET $f: x \mapsto ax^2 + b$

Pour utiliser et comprendre les graphiques en mécanique, en électricité...

1 Ce qu'il faut savoir

■ *Fonction : $x \mapsto ax^2$*

- Cette fonction est définie pour tout nombre réel x.
- $f(-x) = a(-x)^2 = ax^2 = f(x)$; **f est paire** ; l'axe des ordonnées est axe de symétrie.
- Tableau de variation de $f: x \mapsto ax^2$

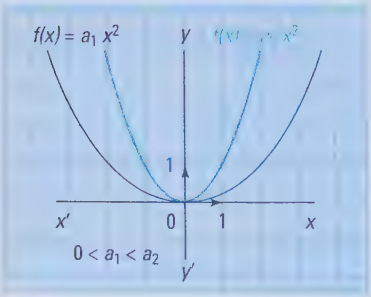
si $a > 0$

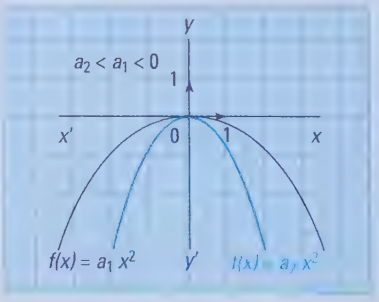
x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f(x)$		↘	0	↗	

si $a < 0$

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f(x)$		↗	0	↘	

Représentation graphique de $f: x \mapsto ax^2$





■ *Fonction : $x \mapsto ax^2 + b$, b est un nombre réel.*

- Cette fonction est définie pour tout nombre réel x.
- $f(-x) = f(x)$; ***f* est paire.**
- Les variations sont les mêmes que pour la fonction $x \mapsto ax^2$, mais admet pour extremum (minimum si $a > 0$; maximum si $a < 0$) le point de coordonnées $(0 ; b)$.

Applications

LES OUTILS POUR RÉUSSIR
p. 135, 143

➤ Exercice 1

La fonction f est définie sur $[-2 ; 2]$ par :
$f(x) = -2x^2 + 1$
Recopiez puis complétez le tableau de valeurs :

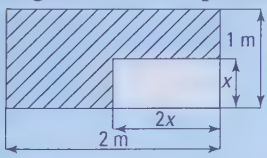
x	-2	-1	0	$0,5$	$1,5$	2
$f(x)$	....	....	....	....	....	...

◆ **Solution**

$f(-2) = f(2) = -7$; $f(-1) = -1$; $f(0) = 1$; $f(0,5) = 0,5$; $f(1,5) = -3,5$.

➤ Exercice 2

Une pièce rectangulaire dont la longueur est le double de la largeur est découpée dans la plaque ci-dessous :



1. Calculez l'aire $\mathscr{A}$ de la partie hachurée en fonction de x en mètre.
2. Représentez dans un repère la fonction $f : x \mapsto -2x^2 + 2$, pour $x \in [0 ; 1]$.

◆ **Solution :** page 121.

➤ Exercice 3

Le tableau ci-dessous représente la puissance P dissipée sous forme de chaleur par un convecteur traversé par un courant d'intensité I.

I (A)	0	2	4	6	9
P (W)	0	98	392	882	1 984,5

1. Dans un repère orthogonal d'unités : 1 cm ≙ 1 A en abscisses et 1 cm ≙ 100 W en ordonnées, représentez P en fonction de I.

2. Quel est le nom de la courbe obtenue ?
En déduire la forme algébrique de P en fonction de I parmi :

$P = aI$; $P = \dfrac{a}{I}$; $P = aI^2$.

3. Exprimez P en fonction de I en utilisant les valeurs du tableau.

◆ **Solution :** page 121.

25 ÉTUDIER LES FONCTIONS $f : x \mapsto x^3$ ET $f : x \mapsto \sqrt{x}$

1 Ce qu'il faut savoir

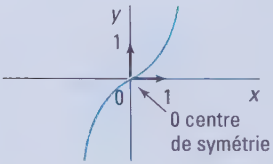
Une fonction f définie sur $\mathbb{R}$ ou sur un intervalle de la forme $[-a ; a]$ **est impaire** si, pour tout x : $f(-x) = -f(x)$.
La courbe représentative d'une fonction impaire admet un centre de symétrie : l'origine du repère.

Fonction cube

- $f : x \mapsto x^3$ est définie pour tout nombre réel x.
$f(-x) = (-x)^3 = -x^3 = -f(x)$
La fonction cube **est impaire.**
- Tableau de variation de $f : x \mapsto x^3$

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f(x)$		↗	0	↗	

- Représentation graphique de $f : x \mapsto x^3$

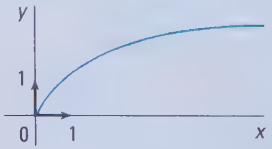


Fonction racine carrée

- $f : x \mapsto \sqrt{x}$ est définie pour tout nombre réel *positif* ou nul x.
- Tableau de variation de $f : x \mapsto \sqrt{x}$

x	0		$+\infty$
$f(x)$	0	↗	

- Représentation graphique de $f : x \mapsto \sqrt{x}$



2 Que deviennent les valeurs de ces fonctions pour des valeurs de x très grandes ?

Si x devient très grand : x^3 devient très très grand, $\sqrt{x}$ devient grand.

x	10	10^2	10^4	10^6	10^8	10^{10}
x^3	10^3	10^6	10^{12}	10^{18}	10^{24}	10^{30}
$\sqrt{x}$	3,2	10	10^2	10^3	10^4	10^5

On dit :
– la fonction $x \mapsto x^3$ a pour limite $+\infty$ si x tend vers $+\infty$;
– la fonction $x \mapsto \sqrt{x}$ a pour limite $+\infty$ si x tend vers $+\infty$.

Applications

LES OUTILS
p. 135, 145

➤ Exercice 1

Recopiez, puis complétez, en calculant, les tableaux :

1.

x	0	1	2	3	4
$\sqrt{1+x}$	...	...	...	...	...

2.

x	0	1	2	3	4
$(1+x)^3$	...	...	...	...	...

◆ **Solution :**

1. (1 ; 1,4 ; 1,7 ; 2 ; 2,2).
2. (1 ; 8 ; 27 ; 64 ; 125).

➤ Exercice 2

Le volume d'une boule de rayon R s'écrit : $V = \frac{4}{3}\pi R^3$

1. Calculez au $\frac{1}{10}$ près le volume des boules de rayon : R = 0 ; R = 0,5 cm ; R = 1 cm ; R = 1,5 cm ; R = 2 cm.

2. Tracez la courbe représentant le volume V en fonction du rayon R dans un repère orthogonal d'unités :
en abscisse : 1 cm ≙ 0,5 cm.
en ordonnée : 1 cm ≙ 5 cm^3.

3. Déterminez graphiquement le rayon d'une boule dont le volume est 20 cm^3.

◆ **Solution :** page 121.

➤ Exercice 3

Lors de l'accélération d'une voiture, le temps t (en secondes) qu'elle met pour parcourir la distance d (en mètres) s'exprime par la relation $t = \sqrt{d}$.

1. Représentez graphiquement t en fonction de d pour $d \in [0 ; 100]$.

2. Déterminez graphiquement :
– la distance parcourue en 5 s,
– le temps mis pour parcourir 50 m.

◆ **Solution :** page 121.

26 ÉTUDIER LA FONCTION $f : x \mapsto \frac{1}{x}$

1 Ce qu'il faut savoir

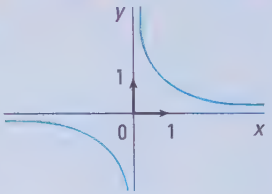
- La fonction $f : x \mapsto \frac{1}{x}$ est définie pour tout nombre réel x non nul.
- $f(-x) = \frac{1}{-x} = -\frac{1}{x} = -f(x)$;

f est impaire.

- Tableau de variation de $f : x \mapsto \frac{1}{x}$ (voir ci-contre)

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f(x)$		↘	‖	↘	

- Représentation graphique de $f : x \mapsto \frac{1}{x}$



La courbe est **une hyperbole** (symétrie par rapport à l'origine O : f impaire).

2 Que deviennent les valeurs de la fonction inverse ?

- **Pour des valeurs de x autour de zéro.**

Plus les valeurs négatives de x se rapprochent de zéro : →

Plus les valeurs positives de x se rapprochent de zéro : ←

x	-1	$-0{,}1$	$-0{,}01$	$-0{,}001$	0	$0{,}001$	$0{,}01$	$0{,}1$	1
$\frac{1}{x}$	-1	-10	-100	$-1\,000$		$1\,000$	100	10	1

plus les valeurs de $\frac{1}{x}$ deviennent très petites ($-\infty$) →

plus les valeurs de $\frac{1}{x}$ deviennent très grandes ($+\infty$) ←

- **Pour des valeurs de x très petites ou très grandes**

Plus les valeurs de x deviennent très petites : ←

Plus les valeurs de x deviennent très grandes : →

x	$-1\,000$	-100	-10	-1	0	1	10	100	$1\,000$
$\frac{1}{x}$	$-0{,}001$	$-0{,}01$	$-0{,}1$	-1		1	$0{,}1$	$0{,}01$	$0{,}001$

plus les valeurs de $\frac{1}{x}$ deviennent proches de zéro en restant négatives. ←

plus les valeurs de $\frac{1}{x}$ deviennent proches de zéro en restant positives. →

Applications

LES OUTILS POUR RÉUSSIR
p. 143

➤ Exercice 1

1. Recopiez puis complétez le tableau ci-dessous où $x \neq 0$.

x	– 5	...	– 0,5	0,25	...	2	...
$y = \frac{2}{x}$	...	– 1	...	...	2	...	0,4

2. Calculez les produits xy pour chaque colonne.
Que remarquez-vous ?

◆ **Solution :**

1. Ligne x : – 2 ; 1 ; 5.
Ligne y : – 0,4 ; – 4 ; 8 ; 1.

2. Pour toutes les colonnes, $xy = 2$. On dit que x et y sont des grandeurs inversement proportionnelles.

➤ Exercice 2

L'aire d'un rectangle de longueur L (en mètre) et de largeur ℓ (en mètre) mesure 1 m^2.

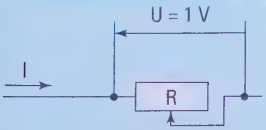
1. Exprimez la longueur L du rectangle en fonction de la largeur ℓ (utiliser : $A = L \times \ell$).

2. Représentez graphiquement la fonction : $\ell \mapsto L = \frac{1}{\ell}$ pour $\ell \in [0 ; 5]$.

3. Déterminez graphiquement la longueur de ce rectangle si sa largeur est de 0,8 m.

◆ **Solution :** page 121.

➤ Exercice 3



Le courant d'intensité I (en ampères) traversant cette résistance variable R (en ohms) s'écrit : $I = \frac{1}{R}$ (loi d'Ohm).

Cette résistance R pouvant varier de 0,5 à 100 ohms, tracez la courbe représentant les variations de I en fonction de cette résistance R.

◆ **Solution :** page 121.

27 RÉSOUDRE GRAPHIQUEMENT L'ÉQUATION $f(x) = \lambda$

Pour résoudre des problèmes du deuxième degré et plus.

1 Ce qu'il faut savoir

Pour résoudre une équation $f(x) = \lambda$, où λ est un nombre réel :

- on trace dans un repère du plan la courbe $\mathscr{C}$ représentant $f(x)$ par exemple :

une droite si $f(x) = ax$ ou $f(x) = ax + b$
une parabole si $f(x) = ax^2$ ou $f(x) = ax^2 + b$

- on trace dans le même repère la droite D parallèle à l'axe des abscisses et d'équation $y = \lambda$.

- on repère, s'ils existent, les points d'intersection de la courbe $\mathscr{C}$ et de la droite D.

Les *abscisses* de ces points sont les solutions de l'équation $f(x) = \lambda$.

2 Comment résoudre graphiquement une équation dans l'ensemble des nombres réels ?

Une situation : énoncé du problème

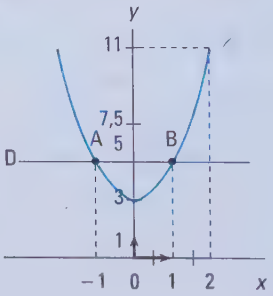
Résoudre graphiquement dans $\mathbb{R}$ l'équation $2x^2 + 3 = 5$.

Pour résoudre le problème

- **On trace la courbe $\mathscr{C}$ représentant $f(x) = 2x^2 + 3$** en utilisant la fiche 24 et le tableau de valeurs ci-dessous :

x	0	0,25	0,5	1	1,5	2
$f(x)$	3	3,1	3,5	5	7,5	11

- **On trace la droite D d'équation $y = 5$.**
- A et B les points d'intersection de $\mathscr{C}$ et D.



- **On lit les abscisses :**

A abscisse : – 1 B abscisse : 1

L'équation $2x^2 + 3 = 5$ admet graphiquement deux solutions : les nombres – 1 et 1.

Applications

LES OUTILS POUR RÉUSSIR
p. 135

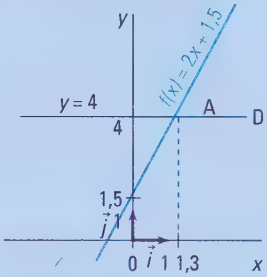
➤ Exercice 1

Résolvez graphiquement l'équation $2x + 1,5 = 4$ dans l'ensemble des nombres réels.

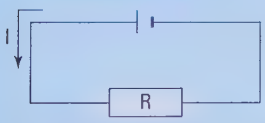
◆ Solution

On trace, dans le repère $(O ; \vec{i}, \vec{j})$. :
- $\mathscr{C}$ la droite représentant $f(x) = 2x + 1,5$.
- D la droite d'équation $y = 4$.

Il y a un point d'intersection A.
Son abscisse est : 1,3.
L'équation $2x + 1,5 = 4$ admet comme solution graphique 1,3.



➤ Exercice 2



La puissance P en watts dissipée par le résistor R du schéma électrique ci-contre s'écrit $P = 6 I^2$, où I est l'intensité en ampères du courant circulant dans le circuit.
Déterminez graphiquement l'intensité I pour une puissance P de 13,5 watts (résoudre graphiquement $6 I^2 = 13,5$).

◆ **Solution :** page 121.

➤ Exercice 3

La hauteur h en mètres d'une pierre lâchée, depuis un temps t en secondes, du balcon d'un immeuble situé à 20 mètres du sol s'écrit : $h = -5t^2 + 20$.

1. Représentez graphiquement, la hauteur h en fonction du temps t compris en 0 et 2 secondes, dans un repère orthogonal $(O ; \vec{i}, \vec{j})$ d'unités :
en abscisses : 1 cm pour 0,5 seconde,
en ordonnées : 1 cm pour 2 mètres.

2. Déterminez graphiquement le temps mis par cette pierre pour être à une hauteur de 10 m.

◆ **Solution :** page 121.

28 UTILISER LE VOCABULAIRE DES SÉRIES STATISTIQUES

Pour analyser et comprendre des études statistiques en économie, en commerce et en industrie.

Ce qu'il faut savoir

- L'ensemble sur lequel porte l'étude statistique est appelé **population.**
- Le sujet sur lequel porte l'étude statistique est appelé **caractère :**

1. un caractère est quantitatif s'il est mesurable

– un caractère est quantitatif **discret** s'il ne prend qu'un nombre fini de valeurs,

– un caractère est quantitatif **continu** s'il peut prendre toutes les valeurs d'un intervalle.

2. un caractère est qualitatif s'il est non mesurable.

- **Un tableau statistique** est un tableau dans lequel la 1re colonne contient les valeurs du caractère (par ordre croissant pour un caractère quantitatif). Il présente les effectifs dans la 2e colonne, puis les fréquences.

Notes x_i	Effectifs n_i	Fréquence f_i
8	$n_1 = 2$	$f_1 = 0{,}8$
10	$n_2 = 5$	$f_2 = 0{,}20$
12	$n_3 = 10$	$f_3 = 0{,}40$
16	$n_4 = 4$	$f_4 = 0{,}16$
18	$n_5 = 5$	$f_5 = 0{,}16$
	N = 25	1

Notes de français d'une classe.

Moyens de transport	Effectifs n_i	Fréquence f_i en %
À pied	8	27
Bus	12	40
Scooter	4	13
Vélo	6	20
	30	100 %

Moyens de transport utilisé par les élèves d'une classe.

- **L'effectif total N** d'une population étudiée est la somme des effectifs de chaque valeur du caractère.

$$N = n_1 + n_2 + \ldots + n_p$$

- **La fréquence** f_i d'une valeur du caractère est le quotient de l'effectif de cette valeur par l'effectif total. $f_i = \dfrac{n_i}{N}$

Applications

➤ Exercice 1

Une enquête réalisée auprès des élèves d'une classe de BEP sur le temps consacré à regarder la télévision le dimanche, a donné les résultats suivants :

Temps (h)	[0 ; 2[	[2 ; 4[	[4 ; 6[	[6 ; 8[	[8 ; 10[
Réponses	□	▨□	▨▨|	□	L

1. Recopiez le tableau verticalement en le complétant avec la colonne des effectifs et la colonne des fréquences.
2. Quel est le type de caractère étudié ?

◆ Solution

1.

Temps (h)	Effectif	Fréquence
[0 ; 2[	4	0,14
[2 ; 4[	8	0,29
[4 ; 6[	11	0,39
[6 ; 8[	3	0,11
[8 ; 10[	2	0,07
	28	1

2. Le caractère étudié est le temps, dont les valeurs sont réparties en intervalles : c'est un caractère quantitatif continu.

➤ Exercice 2

Une enquête auprès d'un groupe de jeunes, portant sur leur musique préférée, a donné les résultats suivants :

Musique	Effectif	Fréquence en %
Rap		40
Reggae		20
Rock		15
Techno		25
	120	100 %

1. Calculez les effectifs correspondants.
2. Quel est le type de caractère étudié ?

◆ **Solution :** page 121.

29 CONSTRUIRE UN DIAGRAMME

Pour comprendre les données statistiques de certains caractères et les visualiser rapidement.

1 Ce qu'il faut savoir

- **Un diagramme en bâtons** est utilisé généralement pour un caractère discret ou qualitatif.
- **Un diagramme circulaire ou semi-circulaire** est le plus souvent utilisé pour un caractère qualitatif.

2 Comment construire un diagramme en bâtons ou un diagramme circulaire ?

■ *Des situations : énoncé de l'exercice*

Construire les diagrammes.

1. Diagramme en bâtons.
2. Diagramme circulaire.

1.

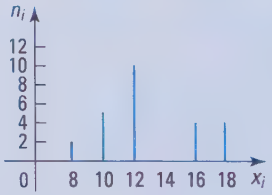
Notes x_i	Effectifs n_i
8	2
10	5
12	10
16	4
18	4
	25

2.

Moyens de transport	Effectifs	Mesure d'angle
À pied	8	$\frac{360 \times 8}{30} = 96°$
Bus	12	$\frac{360 \times 12}{30} = 144°$
Scooter	4	48°
Vélo	6	72°
	30	360°

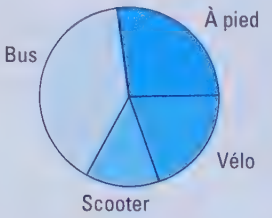
■ *Pour résoudre l'exercice*

1.



La hauteur des bâtons est proportionnelle aux effectifs de chaque valeur du caractère.

2.

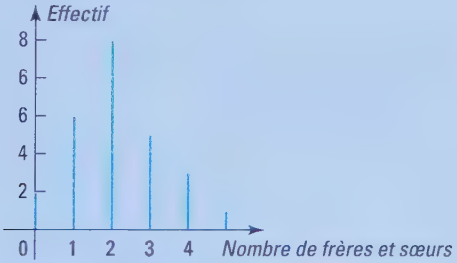


La mesure de l'angle au centre est proportionnelle à l'effectif (ou à la fréquence) correspondante.

Applications

➤ Exercice 1

Construisez le tableau statistique correspondant à la représentation graphique donnée ci-dessous :



◆ Solution

Nombre de frères et sœurs	Effectif n_i
0	2
1	6
2	8
3	5
4	3
5	1
	25

➤ Exercice 2

Représentez graphiquement la série statistique de l'exercice 2 page 61 par un diagramme semi-circulaire.

◆ **Solution :** page 122.

30 CONSTRUIRE UN HISTOGRAMME

Pour visualiser les données statistiques d'un caractère continu.

Ce qu'il faut savoir

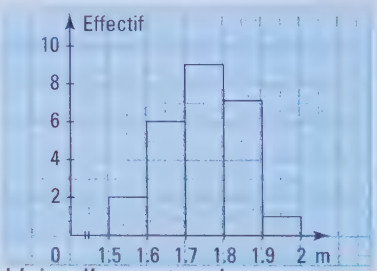
Lorsque le caractère est continu ou lorsqu'il prend de nombreuses valeurs, **la distribution statistique est répartie en classes.**

Les classes ont la même amplitude :

Tailles (en m)	Effectif
[1,50 ; 1,60[	2
[1,60 ; 1,70[	6
[1,70 ; 1,80[	9
[1,80 ; 1,90[	7
[1,90 ; 2,00[	1
	25

Taille des 25 élèves d'une classe.

Histogramme des effectifs

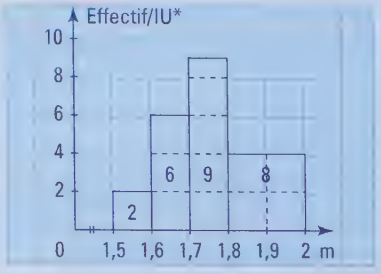


L'aire d'un rectangle est proportionnelle à l'effectif qu'il représente.

Les classes n'ont pas la même amplitude :

Tailles (en m)	Effectif	IU*	Eff./IU*
[1,50 ; 1,60[	2	1	2
[1,60 ; 1,70[	6	1	6
[1,70 ; 1,80[	9	1	9
[1,80 ; 2,00[	8	2	8 : 2 = 4
	25		

L'amplitude de [1,80 ; 2,00[est double de celle des précédentes classes.



L'aire de chaque rectangle est proportionnelle aux effectifs correspondants.

* IU : intervalle unitaire

Applications

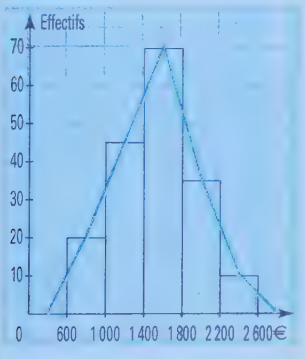
➢ Exercice 1

La distribution statistique du personnel d'une entreprise selon le salaire mensuel net en euros est représentée par le tableau suivant.

Salaires nets (en €)	[600 ; 1 000[	[1 000 ; 1 400[	[1 400 ; 1 800[	[1 800 ; 2 200[	[2 200 ; 2 600[
Effectif	20	45	70	35	10

1. Tracez l'histogramme des effectifs.
2. Tracez le polygone des effectifs.

◆ Solution



La ligne polygonale qui joint les milieux des côtés supérieurs des rectangles est appelée **le polygone des effectifs.**

➢ Exercice 2

La répartition des salariés d'une PME suivant la distance parcourue entre leur domicile et leur lieu de travail est la suivante :

Distance (km)	Effectif
[0 ; 2[	3
[2 ; 4[	7
[4 ; 10[	15
[10 ; 20[	20

1. Calculez les effectifs par intervalle unitaire en prenant comme intervalle unitaire (I.U.) un intervalle de 2 km.
2. Tracez l'histogramme et le polygone des effectifs.

◆ **Solution :** page 122.

31 CALCULER DES EFFECTIFS CUMULÉS

Pour analyser de manière plus précise la répartition statistique.

1 Ce qu'il faut savoir

• **L'effectif cumulé croissant (ECC)** d'une valeur (ou d'une classe) est la somme des effectifs de cette valeur (ou de cette classe) et des effectifs des valeurs (ou des classes) précédentes.

• **L'effectif cumulé décroissant (ECD)** d'une valeur (ou d'une classe) est la somme des effectifs de cette valeur (ou de cette classe) et des effectifs des valeurs (ou des classes) suivantes.

2 Comment calculer les effectifs cumulés ?

■ *Une situation : énoncé du problème*

Dans un centre de vacances, l'âge des adolescents se répartit de la façon suivante :

Âge	Effectif
[13 ; 14[	8
[14 ; 15[	12
[15 ; 16[	16
[16 ; 17[	14

1. Calculez les effectifs cumulés croissants.
2. Calculez les effectifs cumulés décroissants.

■ *Pour résoudre le problème*

1.

Âge (ans)	Effectif	ECC
[13 ; 14[	8	8
[14 ; 15[	12	20
[15 ; 16[	16	36
[16 ; 17[	14	50
	50	Effectif total

36 adolescents ont moins de 16 ans.

2.

Âge (ans)	Effectif	ECD
[13 ; 14[	8	50
[14 ; 15[	12	42
[15 ; 16[	16	30
[16 ; 17[	14	14
	50	

Effectif total

42 adolescents ont au moins 14 ans.

Applications

➤ Exercice 1

Une enquête est réalisée auprès de lycéens sur le nombre de leurs sorties au cinéma pendant le mois précédent :

Nombre de « sorties ciné »	Effectif
0	120
1	190
2	140
3	60
4 et plus	30

1. Complétez le tableau en calculant les effectifs cumulés croissants et décroissants.
2. En utilisant le tableau, dites combien d'élèves sont allés :
a) moins de 2 fois au cinéma,
b) au moins 3 fois au cinéma.

◆ Solution

1.

Nombre de « sorties ciné »	Effectif	ECC	ECD
0	120	120	540
1	190	310	420
2	140	450	230
3	60	510	90
4 et plus	30	540	30

2. a) 450 lycéens sont allés 2 fois et moins de 2 fois au cinéma le mois précédent.
b) 90 élèves sont allés au moins 3 fois au cinéma le mois précédent.

➤ Exercice 2

Au cours d'une journée, la caisse centrale d'un hypermarché a enregistré le montant des dépenses effectuées.

Montant des dépenses (en €)	n_i
[10 ; 20[	50
[20 ; 30[	20
[30 ; 40[	80
[40 ; 50[	120
[50 ; 80[	40
	310

1. Complétez le tableau avec les colonnes des ECC et des ECD.
2. En utilisant le tableau, dites combien de dépenses sont :
a) inférieures à 50 €
b) supérieures ou égales à 30 €

◆ **Solution :** page 122.

32 REPRÉSENTER GRAPHIQUEMENT LES EFFECTIFS CUMULÉS

Pour déterminer rapidement des valeurs qui n'apparaissent pas dans le tableau statistique.

1 Ce qu'il faut savoir

• Chaque point de la courbe (on dit aussi du polygone) des ECC a pour abscisse **la valeur supérieure** de la classe et pour ordonnée **l'effectif cumulé croissant** correspondant.

• Chaque point de la courbe (du polygone) des ECD a pour abscisse **la valeur inférieure** de la classe et pour ordonnée **l'effectif cumulé décroissant** correspondant.

2 Comment tracer les courbes des effectifs cumulés ?

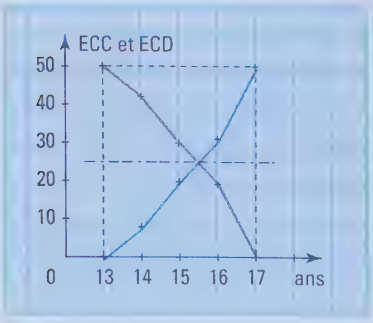
Une situation : énoncé du problème

Reprenons dans l'exemple (p. 66), la répartition des adolescents suivant leur âge :

Âge	Effectif	ECC	ECD
[13 ; 14[	8	8	50
[14 ; 15[	12	20	42
[15 ; 16[	16	36	30
[16 ; 17[	14	50	14
	50		

Dans un même repère orthogonal, tracez les courbes des ECC et des ECD.

Pour résoudre le problème



• Les points extrêmes des deux courbes forment un rectangle.

• Le 1er point de la courbe des ECC est (13 ; 0).

• Le dernier point de la courbe des ECD est (17 ; 0).

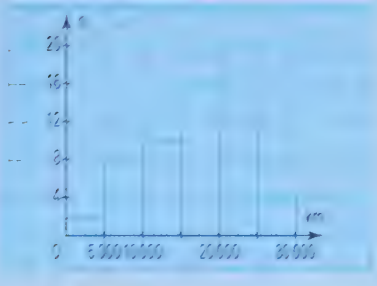
• Les deux courbes sont symétriques par rapport à l'axe passant par le point d'intersection et parallèle à (O*x*).

Applications

LES OUTILS

➤ Exercice 1

Une entreprise de transport fait une étude statistique sur le kilométrage mensuel effectué par ses 60 véhicules. On donne l'histogramme suivant :

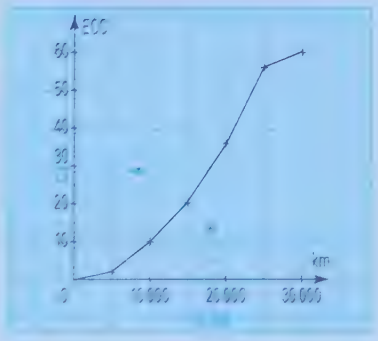


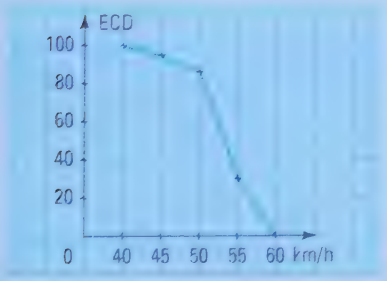
1. Dressez le tableau statistique avec la colonne des ECC.
2. Dans un repère, tracez le polygone des ECC.
3. À l'aide du graphique, dites combien de véhicules ont parcouru moins de 18 000 km.

◆ Solution

Kilometres parcourus	Effectifs n_i	ECC
[0 ; 5 000[	2	2
[5 000 ; 10 000[	8	10
[10 000 ; 15 000[	10	20
[15 000 ; 20 000[	16	36
[20 000 ; 25 000[	20	56
[25 000 ; 30 000[	4	60
	60	

Il y a 29 véhicules qui ont parcouru moins de 18 000 km.





➤ Exercice 2

Une étude de gendarmerie sur la vitesse des véhicules traversant un village a donné la courbe suivante :
Retrouvez le tableau statistique.

◆ **Solution** : page 122.

33 CALCULER ET REPRÉSENTER LES FRÉQUENCES CUMULÉES

Il est parfois intéressant d'utiliser les fréquences pour interpréter un phénomène.

1 Ce qu'il faut savoir

La même méthode que celle des effectifs cumulés est appliquée aux fréquences cumulées (voir page 68).

2 Comment calculer et représenter les fréquences cumulées ?

Une situation : énoncé du problème

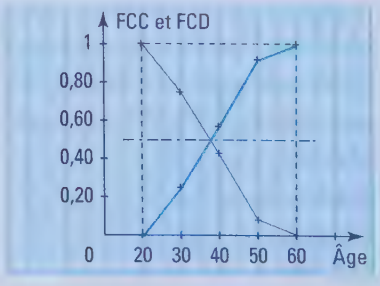
La répartition des salariés d'une entreprise suivant leur âge, est donnée dans le tableau ci-après :

Âge	Fréquence
[20 ; 30[	0,25
[30 ; 40[	0,32
[40 ; 50[	0,35
[50 ; 60[	0,08

1. Calculez les fréquences cumulées croissantes et décroissantes.
2. Tracez dans un même repère, les FCC et les FCD.

Pour résoudre le problème

Âge	Fréquence	FCC	FCD
[20 ; 30[	0,25	0,25	1
[30 ; 40[	0,32	0,57	0,75
[40 ; 50[	0,35	0,92	0,43
[50 ; 60[	0,08	1	0,08
	1		



Applications

➤ Exercice 1

Un hypermarché a procédé à l'étude du temps consacré aux courses le samedi matin par sa clientèle.

Durée (en min)	n_i
[15 ; 30[	20
[30 ; 45[	60
[45 ; 60[	120
[60 ; 90[	160
[90 ; 120[	40

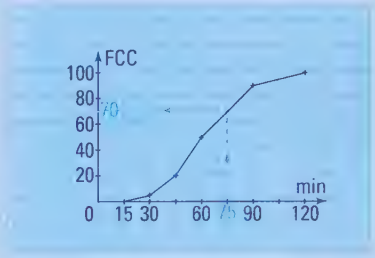
1. Calculez les fréquences en pourcentage et les fréquences cumulées croissantes.
2. Tracez le polygone des FCC dans un repère orthogonal.
3. Quel pourcentage de clients consacrent moins de 75 min à leurs courses ?

◆ Solution

1.

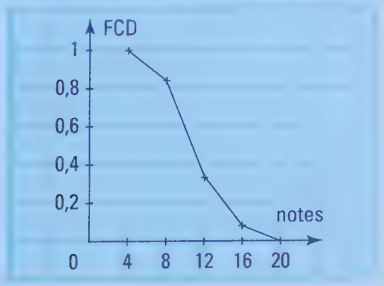
Durée (min)	Fréquence %	FCC
[15 ; 30[	5	5
[30 ; 45[	15	20
[45 ; 60[	30	50
[60 ; 90[	40	90
[90 ; 120[	10	100
	100	

2.



3. 70 % des clients passent moins de 75 minutes à faire leurs courses.

➤ Exercice 2



Le polygone des FCD ci-contre indique les résultats obtenus par une classe lors du BEP 2000. Combien d'élèves ont eu le BEP dans cette classe si l'effectif est de 25 élèves ? Pour obtenir le BEP, il faut avoir au moins 10.

◆ **Solution :** page 122.

34 CALCULER UNE MOYENNE DE SÉRIE STATISTIQUE

Pour apprécier une étude statistique à l'aide d'un nombre simple. Pour comparer des distributions statistiques semblables.

1 Ce qu'il faut savoir

- **Moyenne arithmétique simple de p valeurs :** $\overline{x} = \dfrac{x_1 + x_2 + \ldots + x_p}{p}$

- **Moyenne arithmétique pondérée d'une série statistique**
  - On multiplie chaque valeur x_i par l'effectif n_i correspondant.
  - On effectue la somme des produits obtenus.
  - On effectue le quotient de cette somme par l'effectif total.

$$\overline{x} = \frac{n_1x_1 + n_2x_2 + \ldots + n_px_p}{N} \quad \text{et} \quad N = n_1 + n_2 + \ldots + n_p$$

2 Comment calculer la moyenne ?

Montant (en €)	Effectif n_i
[0 ; 20[	25
[20 ; 40[	40
[40 ; 60[	36
[60 ; 100[	4

■ ***Une situation : énoncé du problème***

À la fin de la journée, un commerçant veut calculer le montant moyen des chèques encaissés.
Calculez le centre des classes puis le montant moyen des chèques.

Montant (en €)	Effectif n_i	Centres de classe x_i	$n_i \times x_i$
[0 ; 20[	25	$\frac{0+20}{2} = 10$	250
[20 ; 40[	40	$\frac{20+40}{2} = 30$	1 200
[40 ; 60[	36	$\frac{40+60}{2} = 50$	1 800
[60 ; 100[	4	$\frac{60+100}{2} = 80$	320
	105		3 570

■ ***Pour résoudre le problème***

En pratique, il faut calculer les produits $n_i \times x_i$ dans une colonne.
Montant moyen :

$$\overline{x} = \frac{3\,570}{105} = 34.$$

Le montant moyen d'un chèque cette journée-là est de 34 €.

Applications

➤ Exercice 1

Dans un petit village de l'Hérault, le maire recense les 139 familles installées.

Nombre d'enfants	Nombre de familles
0	68
1	15
2	21
3	27
4	8
	139

À partir du tableau statistique ci-contre, calculez le nombre moyen d'enfants par familles.

◆ Solution

$$\overline{x} = \frac{(68 \times 0) + (15 \times 1) + (21 \times 2) + (27 \times 3) + (8 \times 4)}{139} = \frac{170}{139} \approx 1{,}22$$

Le nombre moyen d'enfants par famille est d'environ 1,22.
C'est un caractère discret qui ne prend que des valeurs entières.
La moyenne n'a qu'une signification statistique.

➤ Exercice 2

Le service de maintenance d'une entreprise procède à une enquête statistique sur la durée de fonctionnement des machines avant réparation.

Nombre d'heures	Nombre de machines n_i
[100 ; 120[	3
[120 ; 140[	5
[140 ; 160[	12
[160 ; 200[	7

1. Complétez le tableau en prenant pour x_i la valeur centrale de chaque classe.
2. Calculez la durée moyenne de fonctionnement des machines. (arrondie à l'heure)

◆ **Solution :** page 123.

35 CALCULER L'ÉCART TYPE D'UNE SÉRIE STATISTIQUE

Pour comprendre le paramètre de dispersion le plus utilisé en statistique.

1 Ce qu'il faut savoir

- **La dispersion** d'une série se mesure le plus souvent par l'écart type.
- **Variance :** $V = \dfrac{n_1 (x_1 - \overline{x})^2 + n_2 (x_2 - \overline{x}) + \ldots + n_p (x_p - \overline{x})^2}{N}$ ou

$$V = \frac{n_1 x_1^2 + n_2 x_2^2 + \ldots + n_p x_p^2}{N} - \overline{x}^2$$

- **Écart type :** $\sigma = \sqrt{V}$
- Lorsque l'on mesure la dispersion des valeurs d'une série de grande population, on montre que 68 % des valeurs sont dans l'intervalle $[\overline{x} - \sigma ; \overline{x} + \sigma]$.

2 Comment calculer l'écart type ?

Une situation : énoncé du problème

Diamètre (en mm)	n_i
[8,00 ; 8,02[	4
[8,02 ; 8,04[	17
[8,04 ; 8,06[	40
[8,06 ; 8,08[	33
[8,08 ; 8,10[	6

Dans une production en série de pièces usinées, on relève les cotes de 100 pièces. On obtient le tableau ci-contre :

1. Calculez les colonnes x_i, puis $n_i (x_i - \overline{x})^2$.

2. En déduire la variance, puis l'écart type.

Le diamètre moyen a été calculé : $\overline{x} = 8{,}054$ mm.

Pour résoudre le problème

Diamètre (en mm)	n_o	x_i	$n_i (x_i - \overline{x})^2$
[8,00 ; 8,02[	4	8,01	0,007 744
[8,02 ; 8,04[	17	8,03	0,009 792
[8,04 ; 8,06[	40	8,05	0,006 4
[8,06 ; 8,08[	33	8,07	0,008 448
[8,08 ; 8,10[	6	8,09	0,007 776
	100		0,034 4

On effectue les calculs ainsi :

(8,01 − 8,054) x^2 × 4 =

Variance : $V = \dfrac{0{,}034\,4}{100} = 0{,}000344$

Écart type :

$\sigma = \sqrt{0{,}000\,344}$ $\quad \sigma = 0{,}0185$ mm

Applications

➤ Exercice 1

Après avoir entré les données de la distribution statistique de la page ci-contre, donner les valeurs de : $\bar{x}$, σ ou σ_n, $\sum x_i$, $\sum n_i x_i^2$:

	CASIO FX 92 Collège New	Texas Instruments TI 30X IIB ou TI 40
Se mettre en mode statistique	Mode 2 Seconde Scl EXE	2nd STAT 1 – VAR ENTER
Entrer les données (x_i, n_i)	8,01 ; 4 DT 8,03 ; 17 DT 8,05 ; 40 DT 8,07 ; 33 DT 8,09 ; 6 DT	DATA 8,01 ENTER ▼4 ENTER ▼ 8,03 ENTER ▼ 17 ENTER ▼ 8,05 ENTER ▼ 40 ENTER ▼ 8,07 ENTER ▼ 33 ENTER ▼ 8,09 ENTER ▼ 6 ENTER
Pour obtenir les résultats : effectif total : n	2nd n EXE 100	STAT VAR ► n 100
moyenne : $\bar{x}$	2nd $\bar{x}$ EXE 8,054	► $\bar{x}$ 8,054
écart type : σ	2nd $x\sigma_n$ EXE 0,018547237	►► σ_x 0,018547237
$\sum n_i x_i$: $\sum x$	2nd $\sum x$ EXE 805,4	► $\sum x$ 805,4
$\sum n_i x_i^2$: $\sum x^2$	2nd $\sum x^2$ EXE 6 486,726	► $\sum x^2$ 6 486,726
Pour revenir en mode calcul	Mode 1	2nd [EXITSTAT] Y N ENTER

➤ Exercice 2

Calculez l'écart type de l'exercice ci-contre en utilisant la 2e formule de la variance.

◆ **Solution :** page 123.

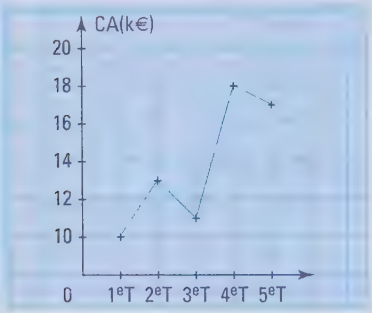
36 REPRÉSENTER DES SÉRIES CHRONOLOGIQUES.

CALCULER DES INDICES SIMPLES

Pour représenter et calculer des phénomènes variant dans le temps.

1 Comment représenter des séries chronologiques ?

On utilise des diagrammes cartésiens ou des diagrammes en bâtons.



Une série chronologique indique l'évolution d'une variable dans le temps. Elle est caractérisée par :
- une tendance à long terme,
- des variations saisonnières.

2 Comment calculer des indices simples ?

• **L'indice simple** traduit l'évolution dans le temps d'une grandeur mesurable : prix, production, nombre d'emplois, etc.

$$I_{1/0} = \frac{V_1}{V_0} \times 100$$

V_0 valeur à l'époque 0.
V_1 valeur à l'époque 1.
$I_{1/0}$ indice de la grandeur à l'époque 1 par rapport à l'époque 0 (sans unité).

- Si $I_{1/0} > 100$, il y a eu une augmentation entre les époques 0 et 1.
- Si $I_{1/0} < 100$, il y a eu une diminution entre les époques 0 et 1.

• L'Insee (Institut national des statistiques et études économiques) publie tous les mois **l'indice des prix à la consommation** de l'ensemble des ménages en France. Il publie aussi d'autres indices : indices de production, du coût de la construction, etc.

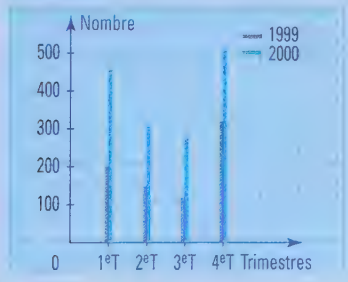
Applications

➤ Exercice 1

Représentez par un diagramme en bâtons les séries chronologiques suivantes, indiquant l'évolution du nombre de ventes d'ordinateurs d'une grande surface.

	1er trim.	2e trim.	3e trim.	4e trim.
1999	200	150	120	320
2000	450	300	280	500

◆ Solution



➤ Exercice 2

Le prix de vente d'un téléviseur 16/9 était en 1998 de 10 800 F. En 2000, ce même téléviseur ne coûte plus que 6 900 F.

1. Calculez l'indice du prix de vente du téléviseur en 2000, en prenant comme année de base 1998.
2. En déduire le pourcentage de baisse.

◆ **Solution :** page 123.

➤ Exercice 3

On suppose que l'indice du prix du litre de supercarburant sans plomb a évolué ainsi :

Année	1990	1995	2000
Indice	100	114,2	142,3

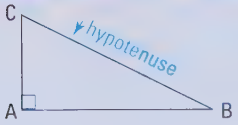
1. Calculez le prix du litre en 2000 sachant qu'il était de 4,69 F en 1990.
2. Calculez l'augmentation de l'indice de 1995 à 2000.
3. En déduire le prix en 1995.

◆ **Solution :** page 123.

37 UTILISER LA PROPRIÉTÉ DE PYTHAGORE ET SA RÉCIPROQUE

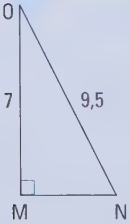
Pour calculer des longueurs dans les triangles rectangles. Pour vérifier ou construire des angles droits.

1 Ce qu'il faut savoir



- **La propriété de Pythagore** : dans tout triangle ABC rectangle en A, on a : $BC^2 = AB^2 + AC^2$.
- **La réciproque de la propriété de Pythagore** : dans un triangle ABC si : $BC^2 = AB^2 + AC^2$, alors ce triangle est un triangle rectangle en A.

2 Comment utiliser la propriété de Pythagore ?



■ *Une situation : énoncé du problème*

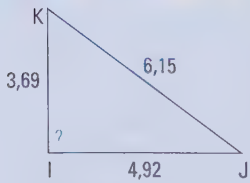
Le triangle OMN rectangle en M étant donné, calculez la longueur MN.

■ *Pour résoudre le problème*

Dans le triangle OMN, rectangle en M :
On applique la relation correspondant à la propriété de Pythagore

On a : $NO^2 = MN^2 + MO^2$ $9{,}5^2 = MN^2 + 7^2$
donc : $MN^2 = 9{,}5^2 - 7^2 = 90{,}25 - 49 = 41{,}25$.
$MN = \sqrt{41{,}25}$ ou $MN \approx 6{,}42$

3 Comment utiliser la réciproque de la propriété de Pythagore ?



■ *Une situation : énoncé du problème*

Le triangle IJK ci-contre est-il un triangle rectangle ?

■ *Pour résoudre le problème*

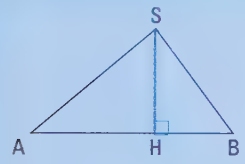
$\hat{I}$ est-il un angle droit ?

On calcule $JK^2 = 6{,}15^2 = 37{,}8225$
et $IJ^2 + IK^2 = 4{,}92^2 + 3{,}69^2 = 37{,}8225$.
$IJ^2 + IK^2 = JK^2$: le triangle IJK est rectangle en I.

Applications

LES OUTILS POUR RÉUSSIR
p. 135, 139

➤ Exercice 1



Le poteau SH de 8 m de long est maintenu verticalement par deux câbles SA et SB.
La longueur AH est de 6,5 m et le câble SB mesure 9 m.
Calculez au cm près :

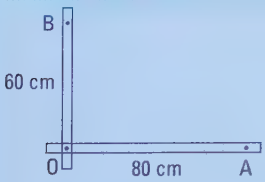
1. La longueur du câble SA,
2. La longueur HB.

◆ Solution :

1. Dans le triangle AHS rectangle en H :
$SA^2 = HS^2 + HA^2 = 8^2 + 6{,}5^2 = 106{,}25$
$SA = \sqrt{106{,}25}$ soit $SA \approx 10{,}31$ m

2. Dans le triangle HBS rectangle en H :
$SB^2 = HS^2 + HB^2$
$9^2 = 8^2 + HB^2$ d'où $HB^2 = 9^2 - 8^2 = 17$
$HB = \sqrt{17}$ soit $HB \approx 4{,}12$ m.

➤ Exercice 2



Les barres OA et OB sont articulées en O.
Quelle doit être la longueur AB pour que les barres soient perpendiculaires ?

◆ **Solution :** page 123.

➤ Exercice 3

Une pièce triangulaire ABC a pour mesures : AB = 4,21 m
AC = 5,66 m
BC = 7,05 m

Cette pièce a-t-elle un angle droit ?

◆ **Solution :** page 123.

38 APPLIQUER LA PROPRIÉTÉ DE PYTHAGORE ET SA RÉCIPROQUE

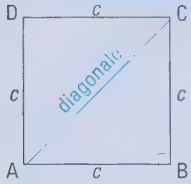
Pour calculer rapidement dans les triangles rectangles particuliers.

1 Comment calculer la longueur de la diagonale du carré ?

■ *Une situation : énoncé du problème*

Soit un carré ABCD de côté *c*. Calculez sa diagonale.

■ *Pour résoudre le problème*



On applique la propriété de Pythagore dans le triangle ABC rectangle en B :

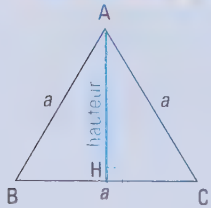
$AC^2 = AB^2 + BC^2$

soit : $AC^2 = c^2 + c^2 = 2c^2$

d'où : $AC = \sqrt{2c^2} = c \times \sqrt{2}$

La diagonale a pour longueur : $AC = c\sqrt{2}$.

2 Comment calculer la longueur de la hauteur du triangle équilatéral ?



■ *Une situation : énoncé du problème*

Soit un triangle équilatéral de côté *a*. Calculez sa hauteur AH.

■ *Pour résoudre le problème*

On applique la propriété de Pythagore dans le triangle AHC rectangle en H :

$AC^2 = AH^2 + HC^2$

Comme H est le milieu de [BC], on a : $HC = \frac{a}{2}$.

Soit : $a^2 = AH^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 = AH^2 + \frac{a^2}{4}$ $\quad AH^2 = a^2 - \frac{a^2}{4} = \frac{3a^2}{4}$

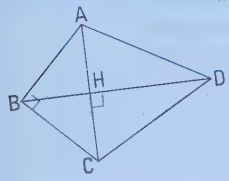
d'où : $AH = \sqrt{\frac{3a^2}{4}} = \frac{a}{2} \times \sqrt{3}$

La hauteur a pour longueur : $AH = \frac{a}{2}\sqrt{3}$.

Applications

LES OUTILS POUR RÉUSSIR
p. 135, 139, 141, 143

➤ Exercice 1



Une armature en fil a la structure plane ABCD où :
- ABC est un triangle rectangle isocèle en B,
- CDA est un triangle équilatéral,
- BC = 10 cm.

Calculez au millimètre près la longueur totale de fil nécessaire pour réaliser cette structure.

◆ Solution

Le triangle ABC est un triangle rectangle isocèle en B :

$AB = BC = 10$ cm

$AC = AB \times \sqrt{2} = 10\sqrt{2} \approx 14{,}14$ cm

$BH = \dfrac{AC}{2} = 5\sqrt{2} \approx 7{,}07$ cm

Le triangle CDA est un triangle équilatéral :

$AC = CD = DA = 10\sqrt{2} \approx 14{,}14$ cm

$DH = \dfrac{CD \times \sqrt{3}}{2} = \dfrac{10\sqrt{2}\sqrt{3}}{2} = 5\sqrt{6} \approx 12{,}24$ cm

La longueur totale sera $L = 2 \times 10 + 5\sqrt{2} + 3 \times 10\sqrt{2} + 5\sqrt{6}$

$L \approx 81{,}7$ cm

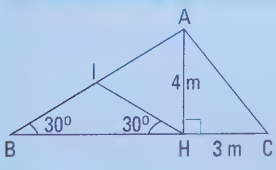
➤ Exercice 2

L'aire d'un carré est de 625 cm^2.

1. Calculez son périmètre.
2. Calculez la longueur de sa diagonale.

◆ **Solution :** page 124.

➤ Exercice 3



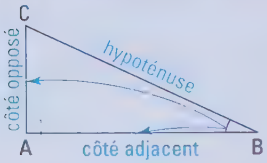
La charpente d'une maison est schématisée ci-contre.
Pour en faire le traitement, une entreprise se propose de faire une injection de produit pour 50 cm de charpente.
Combien d'injections faut-il prévoir ?

◆ **Solution :** page 124.

39 UTILISER LA TRIGONOMÉTRIE DU TRIANGLE RECTANGLE

Pour calculer des longueurs et des angles.
Pour calculer des pentes et des inclinaisons.

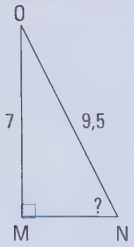
1 Ce qu'il faut savoir



Dans le triangle ABC rectangle en A :

- Le cosinus de $\widehat{ABC}$ est : $\cos \hat{B} = \dfrac{AB}{BC}$
- le sinus de $\widehat{ABC}$ est : $\sin \hat{B} = \dfrac{AC}{BC}$
- la tangente de $\widehat{ABC}$ est : $\tan \hat{B} = \dfrac{AC}{AB}$

2 Comment calculer avec les lignes trigonométriques ?



■ *Une situation : énoncé du problème*

Dans le triangle MNO rectangle en M ci-contre.

1. Calculez l'angle $\hat{N}$.

2. Calculez la longueur MN du côté adjacent à l'angle $\hat{N}$ de 47,5°.

■ *Pour résoudre le problème*

1. On a l'hypoténuse : NO = 9,5, le côté opposé à l'angle $\hat{N}$: MO = 7

donc : $\sin \hat{N} = \dfrac{MO}{NO} = \dfrac{7}{9,5}$.

Pour obtenir $\hat{N}$ on utilise les séquences calculatrices : $\sin^{-1}$ (7 ÷ 9,5) EXE [ou ENTER]
ou 7 ÷ 9,5 = $\sin^{-1}$ (ou Asn).

On obtient $\hat{N} \approx 47,5°$.

2. On écrit $\cos \hat{N} = \dfrac{MN}{NO}$ soit : $\cos 47,5° = \dfrac{MN}{9,5}$.

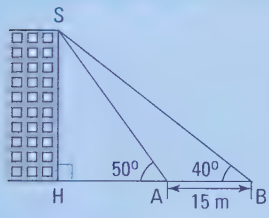
d'où : $MN = 9,5 \times \cos 47,5° \approx 6,42$

(Comparez avec le résultat de la fiche **37-2** page 78).

Applications

LES OUTILS POUR RÉUSSIR
p. 137, 151

➤ Exercice 1



Le schéma ci-contre représente le relevé d'un immeuble.

1. Dans le triangle ASH, exprimez AH en fonction de SH.

2. Dans le triangle BSH, exprimez BH en fonction de SH.

3. En déduire la hauteur de l'immeuble SH.

◆ Solution

1. Le triangle ASH est rectangle en H.

On a donc : $\tan 50° = \dfrac{SH}{AH}$ d'où : $AH = \dfrac{SH}{\tan 50°}$

2. Le triangle BSH est rectangle en H.

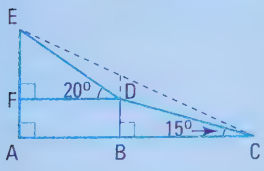
On a donc : $\tan 40° = \dfrac{SH}{AH}$ d'où $BH = \dfrac{SH}{\tan 40°}$

3. $AB = BH - AH$ soit $AB = \dfrac{SH}{\tan 40°} - \dfrac{SH}{\tan 50°}$

$AB = SH\left(\dfrac{1}{\tan 40°} - \dfrac{1}{\tan 50°}\right)$ d'où : $SH = \dfrac{15}{\dfrac{1}{\tan 40°} - \dfrac{1}{\tan 50°}}$

On obtient $SH \approx 42{,}5$ m

➤ Exercice 2



La charpente d'une toiture à la forme représentée par le schéma. On donne CD = DE = 1,5 m.

1. Calculez BC et BD, puis FD et FE.

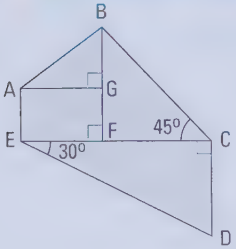
2. En déduire AC et AE.

3. Calculez la longueur de couverture EC et son inclinaison $\widehat{ACE}$.

◆ **Solution :** page 124.

40 CALCULER DANS LES TRIANGLES RECTANGLES

Comment calculer des longueurs dans des triangles rectangles ?



■ *Une situation : énoncé du problème*

Pour l'aménagement d'un placard, les étagères ont la forme représentée par la figure ci-contre.

Si BG = GF = 30 cm et AB = 50 cm, calculez AG, BC et CD.

■ *Pour résoudre le problème*

• Calcul de AG : **On applique la propriété de Pythagore dans le triangle AGB rectangle en G :**

$AB^2 = AG^2 + GB^2$ soit : $50^2 = AG^2 + 30^2$

d'où : $AG^2 = 50^2 - 30^2 = 1\,600$ donc : $AG = \sqrt{1\,600} = 40$.

AG = 40 cm.

Remarque : BG = 30 cm, GA = 40 cm et AB = 50 cm (triangle « 3 ; 4 ; 5 »).

• Calcul de BC : **On applique la propriété de Pythagore dans le triangle BFC isocèle et rectangle en F :**

et $\left.\begin{matrix} BC^2 = BF^2 + FG^2 \\ BF = FC = 30 + 30 = 60 \text{ cm.} \end{matrix}\right\}$ soit $BC^2 = 60^2 + 60^2 = 7\,200$

d'où $BC = \sqrt{7\,200} \approx 84{,}9$

BC ≈ 84,9 cm.

Remarque : $BC = BF \times \sqrt{2} = 60 \times \sqrt{2} \approx 84{,}9$ cm (diagonale du carré)

• Calcul de CD : **On applique la propriété de Pythagore dans le triangle ECD rectangle en C et demi-équilatéral**

$ED^2 = CE^2 + CD^2$ et $CE = 60 + 40 = 100$ cm.

$ED = 2\,CD$.

$(2\,CD)^2 = 100^2 + CD^2$ d'où : $4\,CD^2 = 100^2 + CD^2$.

$4\,CD^2 - CD^2 = 100^2$ ou $3\,CD^2 = 100^2$

$CD^2 = \dfrac{100^2}{3}$ d'où : $CD = \sqrt{\dfrac{100^2}{3}} \approx 57{,}7$.

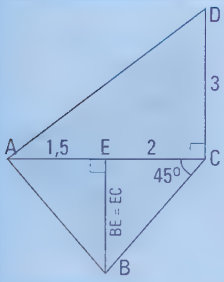
CD ≈ 57,7 cm.

Remarque : $EC = CD \times \sqrt{3}$ soit $100 = CD\sqrt{3}$ ou $CD = \dfrac{100}{\sqrt{3}} \approx 57{,}7$ cm.

Applications

LES OUTILS POUR RÉUSSIR
p. 137, 143, 149

➤ Exercice 1



On se propose d'étudier la pièce représentée ci-contre (cotes en mètres).

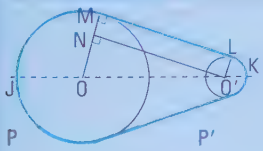
1. Calculez les longueurs AB, BC et DA.
2. Calculez les angles $\widehat{ABC}$, $\widehat{CDA}$ et $\widehat{DAB}$.
3. Calculez le périmètre de cette pièce.
4. Calculez l'aire de cette pièce.

Les résultats seront donnés à 0,01 mètre près pour les longueurs et à 0,1 degré près pour les angles.

◆ Solution

1. BE = EC = 2 m donne : AB = 2,5 m BC = $2\sqrt{2} \approx 2{,}83$ m et DA $\approx 4{,}61$ m.
2. $\widehat{ABC} \approx 36{,}9 + 45 = 81{,}9°$; $\widehat{CDA} \approx 49{,}4°$ et $\widehat{DAB} \approx 93{,}7°$.
3. Périmètre $p \approx 12{,}94$ m.
4. Aire de la pièce $\mathscr{A} \approx 8{,}75$ m^2.

➤ Exercice 2

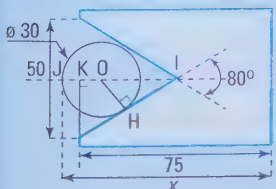


On donne :
OO' = 180 mm
P de diamètre 160 mm
P' de diamètre 80 mm.

Calculez la longueur au millimètre de la courroie reliant les deux poulies P et P' du schéma ci-contre.
(Utiliser le tracé du triangle rectangle sur la figure).

◆ **Solution** : page 124.

➤ Exercice 3



Les cotes sont exprimées en mm.

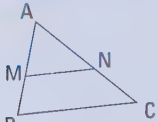
On utilise une cote sur pige (diamètre 30 mm).

1. Calculez OI ; en déduire IJ.
2. Calculez KI.
3. En déduire JK, puis x.

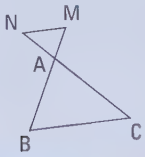
◆ **Solution** : page 124.

41 UTILISER LA PROPRIÉTÉ DE THALÈS ET SA RÉCIPROQUE DANS LES TRIANGLES

1 Ce qu'il faut savoir



ou



Dans les deux cas de figure, on a :

- **La propriété de Thalès**

Si les droites (MN) et (BC) sont parallèles alors $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$.

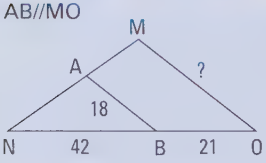
- **La réciproque de la propriété de Thalès**

Si $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$ alors les droites (MN) et (BC) sont parallèles.

2 Comment appliquer la propriété de Thalès pour calculer des longueurs ?

■ *Pour calculer la longueur OM*

AB//MO



On applique la propriété de Thalès.

Les droites (AB) et (MO) sont parallèles,

donc : $\frac{NB}{NO} = \frac{AB}{OM}$ soit : $\frac{42}{42+21} = \frac{18}{OM}$

d'où : $OM = \frac{63 \times 18}{42} = 27$

La longueur OM = 27.

3 Comment appliquer la réciproque de la propriété de Thalès pour savoir si des droites sont parallèles ?

■ *Pour savoir si les droites (AD) et (BC) sont parallèles*



(AD) // (BC) ?

OA = 4,27 cm
OB = 2,5 cm
OC = 3,5 cm
OD = 3,05 cm

On compare $\frac{OD}{OB}$ et $\frac{OA}{OC}$

$\frac{OD}{OB} = \frac{3,05}{2,5} = 1,22$

$\frac{OA}{OC} = \frac{4,27}{3,5} = 1,22$

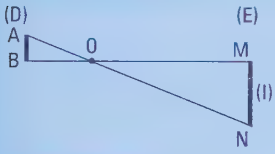
} d'où : $\frac{OD}{OB} = \frac{OA}{OC}$

Donc les droites (AD) et (BC) sont parallèles.

Applications

LES OUTILS POUR RÉUSSIR
p. 133, 139

➤ Exercice 1



En projetant la diapositive (D) sur l'écran (E) on obtient l'image (I). Calculez la distance de B à O si AB = 2,5 cm.
OM = 2,50 m et MN = 1,25 m.

◆ Solution

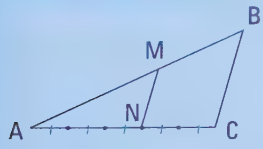
La diapositive et l'écran sont parallèles.

On écrit : $\frac{OA}{ON} = \frac{OB}{OM} = \frac{AB}{MN}$ soit : $\frac{OA}{ON} = \frac{OB}{250} = \frac{2,5}{125}$.

d'où : $OB = \frac{250 \times 2,5}{125} = 5$.

La longueur OB = 5 cm.

➤ Exercice 2



1. Le segment [AC] est partagé en cinq parties égales et (MN)//(BC).
Justifiez l'égalité $AM = \frac{3}{5}$ AB.

2. Tracez un segment [IJ] de longueur 10 cm. Construisez, en vous inspirant de la méthode utilisée à la question **1**, le point K de [IJ] tel que : $IK = \frac{4}{7}$ IJ.

◆ **Solution :** page 124.

➤ Exercice 3



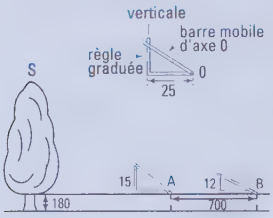
Pour mesurer la hauteur d'un immeuble, un observateur E muni d'une mire aligne le point F de la mire sur le point G de l'immeuble. Ensuite, il vise le point A et repère sur la mire le point D.
Il trouve FD = 1,5 m.
Sachant que (GA), (FB) et (EC) sont parallèles, que AB = 15 m et BC = 5 m, calculez AG.

◆ **Solution :** page 124.

42 APPLIQUER LA PROPRIÉTÉ DE THALÈS ET SA RÉCIPROQUE

DANS LES PROBLÈMES

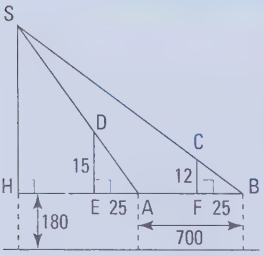
■ *Une situation : énoncé du problème*



En utilisant le petit instrument représenté ci-contre, on peut déterminer la hauteur d'un arbre en effectuant deux mesures distantes de 7 m comme l'indique le schéma.

Calculez la hauteur de l'arbre en utilisant les données en centimètres indiquées sur le dessin.

■ *Pour résoudre le problème*



• **On schématise les mesures.** On obtient le schéma ci-contre.

• **On applique la propriété de Thalès :**

(SH) et (DE) sont parallèles :

On a : $\frac{AH}{AE} = \frac{SH}{DE}$ soit : $\frac{AH}{25} = \frac{SH}{15}$ (1)

(SH) et (CF) sont parallèles :

On a : $\frac{BH}{BF} = \frac{SH}{CF}$ soit : $\frac{BH}{25} = \frac{SH}{12}$ (2)

(1) donne $AH = \frac{25}{15}\,SH$ soit : $AH = \frac{5}{3}\,SH$.

(2) donne $BH = \frac{25}{12}\,SH$

or : $AB = BH - AH$ d'où $700 = \frac{25}{12}\,SH - \frac{5}{3}\,SH$

alors : $\frac{5}{12}\,SH = 700$ donc : $SH = \frac{12 \times 700}{5} = 1\,680$

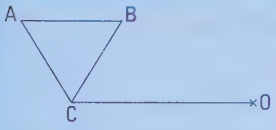
La hauteur de l'arbre est : 1 680 + 180 = 1 860 cm.

L'arbre a pour hauteur 18,6 m.

Applications

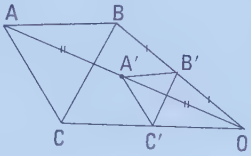
LES OUTILS POUR RÉUSSIR
p. 133, 135, 139

➤ Exercice 1



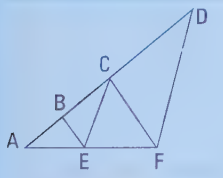
En utilisant le point O, construisez le triangle A′B′C′, la réduction à l'échelle $\frac{1}{2}$ du triangle équilatéral ABC de côté 4 cm.

◆ Solution



On construit un triangle équilatéral ABC de côté 4 cm.
On trace la parallèle à (AB) passant par C et on place le point O tel que OC = 8 cm.
Le point C′ est le milieu de [OC].
Le point A′ est le milieu de [OA].
Le point B′ est le milieu de [OB].
Le triangle équilatéral A′B′C′ est la réduction à l'échelle $\frac{1}{2}$ du triangle équilatéral ABC.

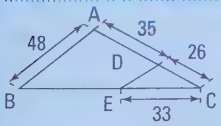
➤ Exercice 2



Le schéma ci-contre représente une potence métallique où l'on a :
(CE) et (DF) sont parallèles.
(BE) et (CF) sont parallèles.
AC = 28 cm et AD = 64 cm.
Calculez AB.

◆ **Solution :** page 125.

➤ Exercice 3



Les droites (AB) et (DE) étant parallèles, le triangle ABC est-il rectangle en A ?

◆ **Solution :** page 125.

Conseil

✓ **Calculez BC et utilisez la fiche 37.**

43 CONSTRUIRE DES SOMMES DE VECTEURS DANS LE PLAN

Pour les représentations de mécanique, d'électricité et de magnétisme.

1 Ce qu'il faut savoir



Représentation de $\overrightarrow{AB}$.

A et B sont deux points distincts du plan.

- **Les éléments du vecteur $\overrightarrow{AB}$:**
  - sa direction : la droite (AB)
  - son sens : de A vers B
  - sa norme, notée $\|\overrightarrow{AB}\|$: c'est la mesure de [AB] (une unité de longueur étant choisie).

- Et aussi :

le vecteur $\overrightarrow{BA}$ est le vecteur opposé de $\overrightarrow{AB}$. On note $\overrightarrow{BA} = -\overrightarrow{AB}$.

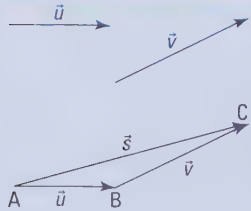
les vecteurs $\overrightarrow{AA}$ et $\overrightarrow{BB}$ sont des vecteurs nuls. $\overrightarrow{AA} = \overrightarrow{BB} = \vec{0}$.

les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont égaux s'ils ont les mêmes éléments :

- même direction : (AB)//(CD)
- même sens
- même norme : $\|\overrightarrow{AB}\| = \|\overrightarrow{CD}\|$

(ABDC est un parallélogramme)

2 Comment construire la somme de deux vecteurs ?



■ *Une situation : énoncé du problème*

Construire la somme des vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$.

■ *Pour résoudre le problème*

Pour construire la somme de deux vecteurs :

- **On choisit un point A,**
- **On place B tel que : $\overrightarrow{AB} = \vec{u}$,**
- **On place C tel que : $\overrightarrow{BC} = \vec{v}$**

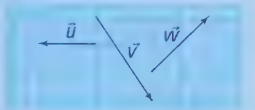
Le vecteur $\overrightarrow{AC}$ est la somme $\vec{s} = \vec{u} + \vec{v}$.

Remarque : pour tout point A, B, C on a $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$ (relation de Chasles).

Applications

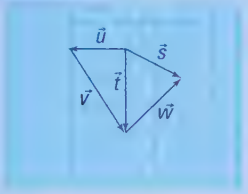
LES OUTILS POUR RÉUSSIR
p. 141

➤ Exercice 1



Soit les vecteurs $\vec{u}$; $\vec{v}$; $\vec{w}$
1. Construisez la somme $\vec{t} = \vec{u} + \vec{v}$.
2. Construisez la somme $\vec{s} = \vec{t} + \vec{w}$
on note : $\vec{s} = \vec{u} + \vec{v} + \vec{w}$.

◆ Solution

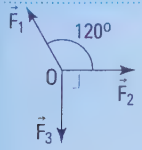


➤ Exercice 2

Construisez un triangle ABC tel que AB = 3 cm, BC = 4 cm et AC = 5 cm.
1. Placez les points M, N, O et P tels que :
$\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$; $\overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CB}$
$\overrightarrow{AO} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{CB}$; $\overrightarrow{AP} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}$
2. Quelle est la nature de la figure géométrique MNOP ? Justifiez votre réponse.

◆ **Solution :** page 125.

➤ Exercice 3



Trois forces $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ et $\vec{F}_3$ s'exercent en un point O tel que le décrit la figure.
Sachant que $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \vec{0}$ et que $F_2 = 50$N (newtons), calculez F_1 et F_3.

◆ **Solution :** page 125.

Rappel
✓ $F = \|\vec{F}\|$

44 MULTIPLIER UN VECTEUR PAR UN NOMBRE

Pour les représentations de mécanique, d'électricité et de magnétisme.

1 Ce qu'il faut savoir

Soit $\overrightarrow{AB}$ un vecteur non nul
et k un nombre réel non nul.

- Le vecteur $k\overrightarrow{AB}$ a pour éléments :
  - sa direction : (AB)
  - son sens - sens de $\overrightarrow{AB}$ si $k > 0$
    - sens contraire de $\overrightarrow{AB}$ si $k < 0$
  - sa norme : $\|k\overrightarrow{AB}\| = k \times \|\overrightarrow{AB}\|$ si $k > 0$
    $\|k\overrightarrow{AB}\| = -k \times \|\overrightarrow{AB}\|$ si $k < 0$

2 Comment construire le produit d'un vecteur par un nombre ?

Une situation : énoncé du problème



1. Construisez le vecteur $\vec{v} = 1{,}5\,\vec{u}$.
2. Construisez le vecteur $\vec{w} = -0{,}5\,\vec{u}$.

Pour résoudre le problème

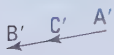


1. On choisit un point A.

- **On place B tel que :** $\overrightarrow{AB} = \vec{u}$
- **On place C tel que :**

$\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AB}$ aient le même sens, et $AC = 1{,}5 \times AB$

$\overrightarrow{AC} = 1{,}5\,\vec{u}$



2. On choisit le point A′

- **On place B′ tel que :** $\overrightarrow{A'B'} = -\vec{u}$
- **On place C′ tel que :**

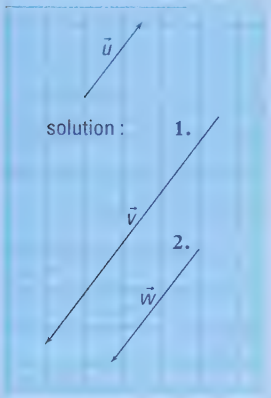
$\overrightarrow{A'C'}$ et $\overrightarrow{A'B'}$ aient le même sens et $A'C' = 0{,}5 \times AB$

$\overrightarrow{A'C'} = -0{,}5\,\vec{u}$

Applications

LES OUTILS
p. 141

➤ Exercice 1



On donne le vecteur $\vec{u}$.
1. Construisez le vecteur $\vec{v} = -3\,\vec{u}$.
2. Construisez le vecteur $\vec{w} = 0{,}5\,\vec{v}$.
3. Trouvez le nombre réel k tel que : $\vec{w} = k\,\vec{u}$.
Que remarque-t-on ?

◆ Solution

1. et **2.** Voir schéma ci-contre.

3. Sur le papier millimétré on lit :
$k = -1{,}5$ car $\vec{w}$ et $\vec{u}$ sont de sens contraire.
On remarque que $-3 \times 0{,}5 = -1{,}5$,
donc si $\vec{v} = -3\vec{u}$ et $\vec{w} = 0{,}5\,\vec{v}$,
alors $\vec{w} = (-3 \times 0{,}5)\,\vec{u} = -1{,}5\,\vec{u}$.

➤ Exercice 2

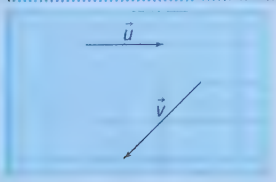
Construisez un triangle ABC tel que AB = 2 cm, BC = 3 cm et AC = 4 cm.
1. Placez les points M et N tels que :

$\overrightarrow{AM} = 1{,}5\,\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CN} = \frac{1}{2}\,\overrightarrow{AC}$

2. Que peut-on dire des vecteurs $\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{MN}$?
Justifiez votre réponse.

◆ **Solution :** page 125.

➤ Exercice 3

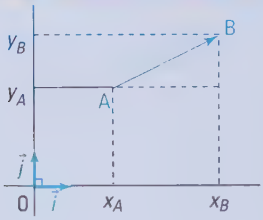


On donne les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$.
Sur une feuille de papier millimétré.
1. Construisez la somme $\vec{s} = \vec{u} + \vec{v}$.
2. Construisez $\vec{w} = 2{,}5\,\vec{u}$ et $\vec{t} = 2{,}5\,\vec{v}$.
3. Construisez la somme $\vec{s}' = \vec{w} + \vec{t}$.
4. Comparez les vecteurs $\vec{s}$ et $\vec{s}'$.

◆ **Solution :** page 125.

45 CALCULER EN UTILISANT LES COORDONNÉES DES VECTEURS

1 Ce qu'il faut savoir



On donne dans le repère orthonormal $(O ; \vec{i}, \vec{j})$ les points A $(x_A ; y_A)$ et B $(x_B ; y_B)$.

- **Coordonnées d'un vecteur**

On a : $\overrightarrow{OA} = x_A \vec{i} + y_A \vec{j}$; x_A et y_A sont **les coordonnées** du vecteur $\overrightarrow{OA}$; on écrit : $\overrightarrow{OA}$ $(x_A ; y_A)$.

De même : $\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A) \vec{i} + (y_B - y_A) \vec{j}$.

Les coordonnées de $\overrightarrow{AB}$ sont $(x_B - x_A ; y_B - y_A)$.

- **Norme d'un vecteur $\vec{u}(x ; y)$, notée $\|\vec{u}\| = \sqrt{x^2 + y^2}$**

La norme d'un vecteur $\overrightarrow{AB}$ $(x_B - x_A ; y_B - y_A)$ est :

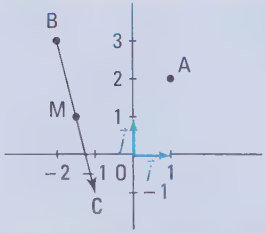
$\|\overrightarrow{AB}\| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$

Remarque : $\vec{u}(x ; y)$ et $\vec{v}(x' ; y')$ alors $\vec{u} + \vec{v}(x + x' ; y + y')$

$k\vec{u}(kx ; ky)$. Voir fiches **43** et **44**.

2 Comment utiliser les coordonnées des vecteurs ?

■ *Une situation : énoncé du problème*



Dans le repère orthonormal $(O ; \vec{i}, \vec{j})$, on a les points : A (1 ; 2), B (– 2 ; 3) et C (– 1 ; – 1).

1. Calculez les coordonnées de $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{AC}$.

2. Calculez les coordonnées de M milieu de [BC].

On donne M $\left(\dfrac{x_B + x_C}{2} ; \dfrac{y_B + y_C}{2}\right)$

■ *Pour résoudre le problème*

On applique les formules ci-dessus

1. • $\overrightarrow{AB}$ $(x_B - x_A ; y_B - y_A)$ soit $\overrightarrow{AB}$ $(- 2 - 1 ; 3 - 2)$ donc : $\overrightarrow{AB}$ $(- 3 ; 1)$.

• $\overrightarrow{BC}$ $(x_C - x_B ; y_C - y_B)$ soit $\overrightarrow{BC}$ $(- 1 - (- 2) ; - 1 - 3)$ donc : $\overrightarrow{BC}$ $(1 ; - 4)$.

• $\overrightarrow{AC}$ $(x_C - x_A ; y_C - y_A)$ soit $\overrightarrow{AC}$ $(- 1 - 1 ; - 1 - 2)$ donc : $\overrightarrow{AC}$ $(- 2 ; - 3)$.

2. • M $\left(\dfrac{- 2 + (- 1)}{2} ; \dfrac{3 + (- 1)}{2}\right)$ soit M $(- 1{,}5 ; 1)$

Applications

LES OUTILS POUR RÉUSSIR
p. 135, 141

➤ Exercice 1

Dans le repère orthonormal $(O ; \vec{i}, \vec{j})$ d'unité graphique 1 cm, on donne les vecteurs :
$\vec{u}(2 ; 1)$ et $\vec{v}(1 ; -3)$.

1. Calculez les coordonnées du vecteur somme $\vec{s} = \vec{u} + \vec{v}$.
2. Calculez $\|\vec{u}\|$, $\|\vec{v}\|$ et $\|\vec{s}\|$, puis comparez $\|\vec{s}\|$ et $\|\vec{u}\| + \|\vec{v}\|$.

◆ Solution

1. Les coordonnées de $\vec{s}$.

$\left.\begin{array}{l}\vec{u}(2 ; 1)\\ \vec{v}(1 ; -3)\end{array}\right\}$ $\vec{s} = \vec{u} + \vec{v}$ donc : $\vec{s}(2 + 1 ; 1 + (-3))$ soit : $\vec{s}(3 ; -2)$

2. Les normes de $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{s}$.

$\|\vec{u}\| = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5}$; $\|\vec{v}\| = \sqrt{1^2 + (-3)^2} = \sqrt{10}$

$\|\vec{s}\| = \sqrt{3^2 + (-2)^2} = \sqrt{13} \approx 3{,}6$ et aussi $\|\vec{u}\| + \|\vec{v}\| = \sqrt{5} + \sqrt{10} \approx 5{,}4$

On a donc : $\|\vec{s}\| < \|\vec{u}\| + \|\vec{v}\|$.

➤ Exercice 2

Dans un repère orthonormal $(O ; \vec{i}, \vec{j})$ d'unité graphique 1 cm, on a les points A $(-1 ; -1)$ et B $(1 ; 2)$.

1. Construisez le point D tel que $\overrightarrow{AD}(3 ; -2)$.
2. Déterminez les coordonnées du point C pour que ABCD soit un parallélogramme.

◆ **Solution :** page 125.

➤ Exercice 3

Dans un repère orthonormal $(O ; \vec{i}, \vec{j})$ d'unité graphique 1 cm, placez les points A (1 ; 1), B (5 ; 3) et C (2 ; 5).

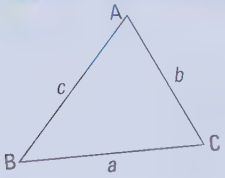
1. Quelles sont les coordonnées de M milieu de [AB] $\left(\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}\right)$?
2. Déterminez les coordonnées du point N tel que $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$.
3. Vérifiez que N est le milieu de [AC].

◆ **Solution :** page 126.

46 UTILISER LA TRIGONOMÉTRIE DU TRIANGLE

Pour calculer des longueurs et des angles.
Pour calculer en mécanique, électricité.

1 Ce qu'il faut savoir



Dans le triangle ABC, on note AB = c, BC = a, CA = b.

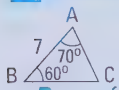
- La relation entre les sinus des angles du triangle $\dfrac{a}{\sin \hat{A}} = \dfrac{b}{\sin \hat{B}} = \dfrac{c}{\sin \hat{C}}$

- Les relations entre les côtés du triangle :

$a^2 = b^2 + c^2 - 2\,bc \cos \hat{A}$ $\qquad b^2 = c^2 + a^2 - 2\,ca \cos \hat{B}$

$c^2 = a^2 + b^2 - 2\,ab \cos \hat{C}$

2 Comment utiliser les relations entre les sinus ?



■ *Une situation : énoncé du problème*

- Calculez BC à 0,1 près dans le triangle ABC ci-contre.

■ *Pour résoudre le problème*

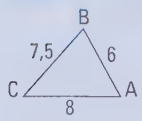
On écrit : $\dfrac{a}{\sin \hat{A}} = \dfrac{b}{\sin \hat{B}} = \dfrac{c}{\sin \hat{C}}$ et c = AB = 7

$\hat{C} = 180 - 70 - 60 = 50°$.

a = BC, donc : $\dfrac{BC}{\sin 70°} = \dfrac{7}{\sin 50°}$ d'où : BC = $\dfrac{7 \times \sin 70°}{\sin 50°} \approx 8{,}58$.

BC = 8,6 à 0,1 près.

3 Comment utiliser les relations entre les côtés ?



■ *Une situation : énoncé du problème*

Calculez l'angle $\hat{A}$ du triangle ABC donné à 1° près.

■ *Pour résoudre le problème*

- **D'après les formules ci-dessus :** $a^2 = b^2 + c^2 - 2\,bc \cos \hat{A}$

soit : $7{,}5^2 = 8^2 + 6^2 - 2 \times 8 \times 6 \times \cos \hat{A}$

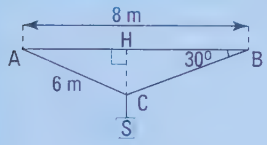
donc : $\cos \hat{A} = \dfrac{8^2 + 6^2 - 7{,}5^2}{2 \times 8 \times 6}$ d'où $\hat{A} \approx 62{,}88$.

$\hat{A} = 63°$ à 1° près.

Applications

LES OUTILS POUR RÉUSSIR
p. 137

➤ Exercice 1



Le solide (S) est maintenu par deux élingues (AC) et (BC) comme l'indique le schéma.

1. Calculez l'angle $\widehat{ACB}$; en déduire $\widehat{BAC}$ à 0,1° près.

2. Calculez la longueur de l'élingue BC ; en déduire CH au cm près.

◆ Solution

1. La relation des sinus dans le triangle ABC s'écrit :

$$\frac{CB}{\sin \widehat{BAC}} = \frac{BA}{\sin \widehat{ACB}} = \frac{AC}{\sin \widehat{CBA}} \text{ soit : } \frac{CB}{\sin \widehat{BAC}} = \frac{8}{\sin \widehat{ACB}} = \frac{6}{\sin 30°}$$

on a : $\frac{8}{\sin \widehat{ACB}} = \frac{6}{\sin 30°}$ soit : $\sin \widehat{ACB} = \frac{8 \times \sin 30°}{6}$

donc : $\widehat{ACB} \approx 138{,}18°$ d'où : $\widehat{BAC} = 180 - 138{,}18 - 30$

$\widehat{BAC} = 11{,}8°$ à 0,1° près

2. Calcul de BC

Comme $\frac{CB}{\sin \widehat{BAC}} = \frac{AC}{\sin \widehat{CBA}}$ soit : $\frac{CB}{\sin 11{,}8°} = \frac{6}{\sin 30°}$

alors : $CB = \frac{6 \times \sin 11{,}8°}{\sin 30°} \approx 2{,}453$

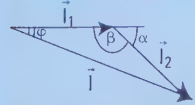
L'élingue mesure 2,45 m.

Comme dans le triangle BHC rectangle en H on a :

$\hat{B} = 30°$, alors : $CH = \frac{BC}{2}$ soit : $CH = \frac{2{,}45}{2}$.

CH = 1,23 m au cm près

➤ Exercice 2



$\vec{I} = \vec{I}_1 + \vec{I}_2$

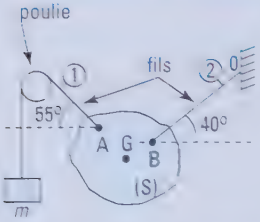
En électricité, on a le diagramme de Fresnel ci-contre avec $I_1 = 5A$, $I_2 = 3A$ et $\alpha = 35°$.

Calculez I à 0,01 A près, β et φ au degré près.

◆ **Solution :** page 126.

47 CALCULER DES LONGUEURS ET DES ANGLES DANS LES TRIANGLES

Comment calculer des longueurs dans les triangles ?



■ *Une situation : énoncé du problème*

En réalisant le montage de la figure, le solide (S) de poids $\vec{P}$ est en équilibre (les masses des fils sont négligeables).
La masse m est de 500 g et l'on prendra $g = 10\ N \cdot kg^{-1}$.

1. Calculez l'intensité de la force $\vec{A}_{1/S}$ exercée par le fil ① sur le solide (S).

2. À l'aide d'un tableau, caractérisez les forces s'exerçant sur le solide (S).

3. Construisez le dynamique (échelle 1 cm ≙ 0,5 N) et calculez l'intensité du poids $\vec{P}$ du solide (S).

■ *Pour résoudre le problème*

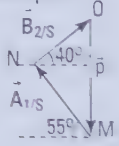
1. Calcul de $A_{1/S}$:
l'intensité de $\vec{A}_{1/S}$ est l'intensité du poids de la masse m transmise par la poulie :
$A_{1/S} = m \times g$ et $m = 0{,}5$ kg soit : $A_{1/S} = 0{,}5 \times 10 = 5$
L'intensité de $\vec{A}_{1/S}$ est : $A_{1/S} = 5$ N.

2. Tableau des caractéristiques des forces s'exerçant sur (S)

Force	PA	Direction	Sens	Intensité
$\vec{A}_{1/S}$	A	55°	↖	5 N
$\vec{B}_{2/S}$	B	40°	·	
$\vec{P}$	G	—	↓	

PA : point d'application

3. Dynamique :



Intensité de $\vec{P}$, poids de (S)
on a : $\widehat{ONM} = 55 + 40 = 95°$;
$\widehat{MON} = 90 - 40 = 50°$; MN = 5

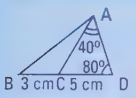
$$\frac{OM}{\sin \widehat{ONM}} = \frac{NM}{\sin \widehat{MON}} \text{ soit : } \frac{OM}{\sin 95°} = \frac{5}{\sin 50°}$$

d'où : $OM = \dfrac{5 \times \sin 95°}{\sin 50°} \approx 6{,}50$. L'intensité du poids est de 6,5 N.

Applications

LES OUTILS POUR RÉUSSIR
p. 137, 143

➤ Exercice 1



On donne la figure ci-contre.

1. Calculez AC et AB.
2. En déduire la mesure de $\widehat{ABC}$.

◆ Solution

1. AC ≈ 7,66 cm.

$\widehat{BCA} = 120°$; L dans le triangle BCA la relation cosinus donne : AB ≈ 9,52 cm.

2. $\dfrac{AC}{\sin \widehat{ABC}} = \dfrac{AB}{\sin \widehat{BCA}}$ donne $\widehat{ABC} \approx 44°$.

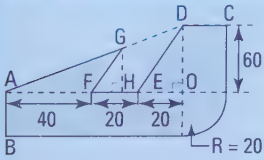
➤ Exercice 2

Dans un repère orthonormal $(O ; \vec{i}, \vec{j})$, on considère trois points : A (– 3 ; 2), B (– 4 ; – 2) et C (4 ; – 1).

1. Calculez la norme des vecteurs $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{AC}$.
2. Calculez l'angle $\widehat{CAB}$.

◆ **Solution :** page 126.

➤ Exercice 3



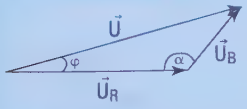
Les cotes sont en mm.
Tous les calculs des longueurs seront arrondis à 0,1 mm près.

La figure représente la section d'une pièce métallique où les droites (DE) et (GF) sont parallèles.

1. Calculez $\widehat{DE}$; en déduire GF.
2. Calculez $\widehat{AFG}$; en déduire AG.
3. Calculez l'aire de cette section.

◆ **Solution :** page 126.

➤ Exercice 4



Si on a les mesures $U_R = 55$ V, $U_B = 40$ V et $\alpha = 122°$.

1. Calculez U à 0,1 V près.
2. Calculez φ au degré près.

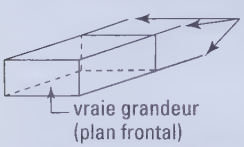
◆ **Solution :** page 126.

48 REPRÉSENTER LES SOLIDES DE L'ESPACE

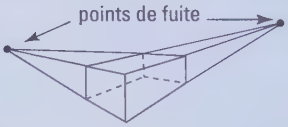
Pour calculer les longueurs et les angles.
Pour faire des plans.

1 Ce qu'il faut savoir

Pour donner l'impression de volume, on représente les solides de l'espace par **des perspectives :**



Perspective cavalière



Perspective classique

2 Comment représenter un solide par des figures planes ?

- **Par des projections orthogonales**

On obtient différentes vues :

un dé à jouer



vue de dessous



vue de droite



vue de face



vue de gauche



vue de derrière

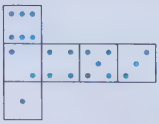


vue de dessus

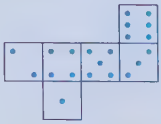


- **Par des développements**

Le dé ci-dessus permet plusieurs développements :



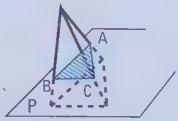
ou encore :



etc.

- **Par des sections planes**

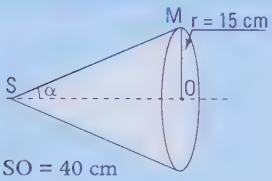
Le triangle ABC est **la section plane** de la pyramide par le plan P.



Applications

LES OUTILS POUR RÉUSSIR
p. 143, 145

➤ Exercice 1



On considère le cône du schéma ci-contre.
1. Quelle est la nature de la section du cône par un plan contenant son axe ?
2. Calculez SM et α au 1/10 d'unité près.

◆ Solution

1. La section est un triangle isocèle de sommet S, de base $2r = 30$ cm et de hauteur SO = 40 cm.

2. Calcul de SM :
Le triangle SOM est rectangle en O ; on applique la propriété de Pythagore : $SM^2 = SO^2 + OM^2 = 40^2 + 15^2 = 1\,825$.

$$SM = \sqrt{1\,825} \approx 42{,}72.$$

SM = 42,7 cm à 1/10 près.

Calcul de α :
Dans le triangle SOM rectangle en O : $\tan \alpha = \dfrac{OM}{SO}$

soit : $\tan \alpha = \dfrac{15}{40}$ d'où : $\alpha \approx 20{,}55°$

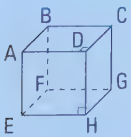
α = 20,6° au 1/10 de degré près.

➤ Exercice 2

Dessinez le développement d'un cylindre de rayon 2 cm et de hauteur 4 cm.
Calculez l'aire de ce développement.

◆ **Solution :** page 126.

➤ Exercice 3



Calculez l'aire de la section plane de ce cube de 6 cm d'arête par le plan contenant les droites (AB) et (HG).

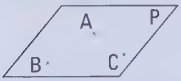
◆ **Solution :** page 126.

49 POSITIONNER DES DROITES ET DES PLANS DE L'ESPACE

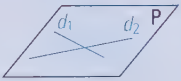
Pour mieux imaginer les objets dans l'espace.

Ce qu'il faut savoir

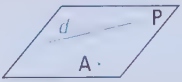
- **Déterminer un plan**



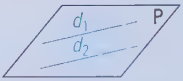
par trois points non alignés



par deux droites sécantes



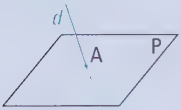
par une droite et un point hors de cette droite



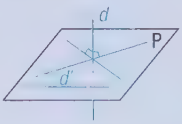
par deux droites distinctes et parallèles

Deux droites sécantes (ou parallèles) sont **coplanaires** (elles sont toujours dans un même plan).

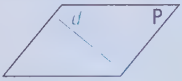
- **Les positions relatives d'une droite et d'un plan**



d est sécante au plan P



d est perpendiculaire au plan P. (*d* et *d'* sont orthogonales)

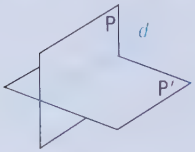


d est contenue dans le plan P

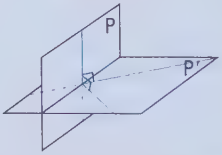


d est parallèle au plan P

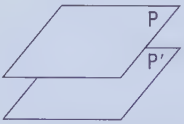
- **Les positions relatives de deux plans**



Les plans P et P' sont sécants ; la droite *d* est l'intersection.



Les plans P et P' sont perpendiculaires.

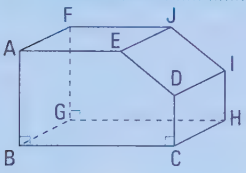


Les plans P et P' sont parallèles (distincts).

Applications

LES OUTILS POUR RÉUSSIR
p. 135, 137, 145

➤ Exercice 1

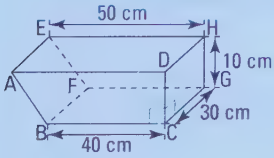


Sur le polyèdre ci-contre, citez :
1. deux droites coplanaires sécantes,
2. deux droites non coplanaires,
3. deux plans parallèles,
4. deux plans sécants et non perpendiculaires.

◆ Solution

1. (AF) et (AB) sont des droites coplanaires sécantes (perpendiculaires).
2. (ED) et (GH) sont des droites non coplanaires.
3. (BCHG) et (AEJF) sont des plans parallèles.
4. (EDIJ) et (DCHI) sont des plans sécants et non perpendiculaires.

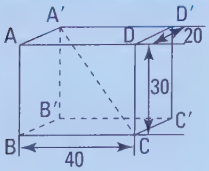
➤ Exercice 2



Un réservoir est représenté par la figure ci-contre.
1. Citez deux plans parallèles, deux plans perpendiculaires de cette figure.
2. Que peut-on dire des plans (ABFE) et (ADHE) ? Calculez l'angle entre ces deux plans : $\widehat{DAB}$.
3. Calculez la longueur de [AB].

◆ **Solution :** page 127.

➤ Exercice 3



Les cotes sont en mm.

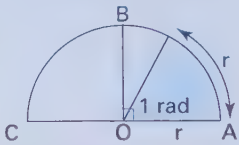
Calculez la diagonale A'C du parallélépipède rectangle représenté par la figure [utiliser la section plane (ACC'A')].

◆ **Solution :** page 127.

50 MESURER DES ANGLES ORIENTÉS. CERCLE TRIGONOMÉTRIQUE

Pour repérer des points sur le cercle.

1 Ce qu'il faut savoir



- Une nouvelle unité d'angle : le **radian** (rad).

– Un angle géométrique de 1 radian est un angle au centre qui intercepte un arc de cercle de longueur r sur un cercle de rayon r.

– L'angle plat $\widehat{AOC}$ a pour mesure 180°, sa mesure en radians est π.

- Si d est la mesure en degrés et α la mesure en radians d'un même angle.

180	π
d	α

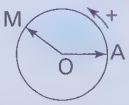
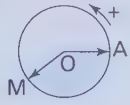
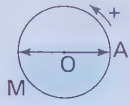
est un tableau de proportionnalité, d'où : $\dfrac{d}{180} = \dfrac{\alpha}{\pi}$.

2 Comment déterminer la mesure principale d'un angle droit ?

- **L'unité d'angle est le radian.**

- **Le cercle trigonométrique** est un cercle orienté de rayon 1.
Le sens positif est donné par la flèche.
A et M sont deux points du cercle.

- α **est la mesure principale** de l'angle orienté $(\overrightarrow{OA}\,;\,\overrightarrow{OM})$.

		
Le plus court trajet de A vers M s'effectue dans le sens positif.	Le plus court trajet de A vers M s'effectue dans le sens négatif.	A et M sont diamétralement opposés.
$\alpha = \widehat{AOM}$	$\alpha = -\widehat{AOM}$	$\alpha = \pi$



Remarque : si α est la mesure principale de $(\overrightarrow{OA}\,;\,\overrightarrow{OM})$, le trajet de longueur $\alpha + 2\pi$ conduit aussi du point A au point M, ainsi que : $\alpha + 4\pi$ (2 tours).

Les mesures de $(\overrightarrow{OA}\,;\,\overrightarrow{OM})$ sont les réels de forme $x = \alpha + k\,2\pi$ où k est un entier relatif quelconque.

Applications

➤ Exercice 1

1. Donnez en fonction de π la mesure des angles suivants :
$\alpha_1 = 30°$; $\alpha_2 = 45°$; $\alpha_3 = 60°$; $\alpha_4 = 135°$.
2. Calculez en degrés la mesure des angles suivants :
$d_1 = 1$ rad ; $d_2 = \frac{\pi}{5}$ rad ; $d_3 = \frac{\pi}{8}$ rad ; $d_4 = \frac{3\pi}{2}$ rad.

◆ Solution

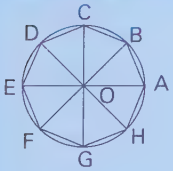
1. On a : $\frac{\alpha_1}{\pi} = \frac{30}{180}$ soit $\frac{\alpha_1}{\pi} = \frac{1}{6}$ donc : $\alpha_1 = \frac{\pi}{6}$

ainsi : $\alpha_2 = \frac{\pi}{4}$; $\alpha_3 = \frac{\pi}{3}$; $\alpha_4 = \frac{3\pi}{4}$

2. On a $\frac{d_1}{180} = \frac{1}{\pi}$ d'où : $d_1 = \frac{180}{\pi}$; $d_1 \approx 57{,}3°$

$d_2 = 72°$; $d_3 = 22{,}5°$; $d_4 = 270°$.

➤ Exercice 2

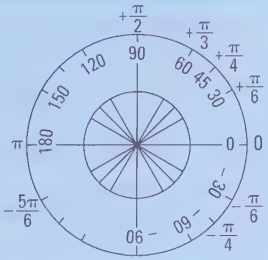


ABCDEFGH est un octogone régulier inscrit dans le cercle trigonométrique. Donnez la mesure principale des angles suivants : $(\overrightarrow{OA} ; \overrightarrow{OB})$; $(\overrightarrow{OA} ; \overrightarrow{OD})$; $(\overrightarrow{OA} ; \overrightarrow{OG})$; $(\overrightarrow{OA} ; \overrightarrow{OE})$; $(\overrightarrow{OA} ; \overrightarrow{OH})$; $(\overrightarrow{OA} ; \overrightarrow{OA})$; $(\overrightarrow{OA} ; \overrightarrow{OC})$.

◆ **Solution :** page 127.

➤ Exercice 3

Reproduisez et complétez la figure ci-contre en prenant 5 cm pour le rayon du cercle extérieur.
Elle vous sera utile pour vous repérer sur le cercle.



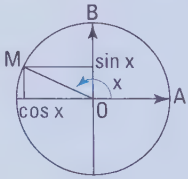
51 DÉTERMINER LE SINUS, LE COSINUS ET LA TANGENTE D'UN NOMBRE RÉEL

1 Ce qu'il faut savoir

A et B sont deux points du cercle trigonométrique de centre O tels que $(\overrightarrow{OA}\,;\overrightarrow{OB}) = \frac{\pi}{2}$; $(O\,;\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB})$ est un repère orthonormal.

À tout réel x correspond un point M et un seul du cercle trigonométrique, tel que : $(\overrightarrow{OA}\,;\overrightarrow{OM}) = x$.
Les mesures de $(\overrightarrow{OA}\,;\overrightarrow{OM})$ sont les réels $x + k\,2\pi$, k entier relatif.

Si $x = (\overrightarrow{OA}\,;\overrightarrow{OM})$ alors :
– l'abscisse de M est **le cosinus de x**
$x_M = \cos x$
– l'ordonnée de M est **le sinus de x**
$y_M = \sin x$



Si x est un réel tel que : $\cos x \neq 0$
le nombre $\frac{\sin x}{\cos x}$ est appelé **tangente de x**. On le note $\tan x$.

Propriétés : pour tout nombre x on a :

$-1 \leqslant \cos x \leqslant 1$; $-1 \leqslant \sin x \leqslant 1$
$\cos(x + k\,2\pi) = \cos x$; $\sin(x + k\,2\pi) = \sin x$
$\cos^2 x + \sin^2 x = 1$

2 Comment déterminer cos x, sin x, tan x à l'aide de la calculatrice ?

On utilise en mode radian les touches sin cos tan
Exemples : avec les modèles anciens

π : 5 = cos 0,809016994 $\qquad \cos\left(\frac{\pi}{5}\right) \approx 0{,}809$

2 +/– sin – 0,909297427 $\qquad \sin(-2) \approx -0{,}909$

avec les nouveaux modèles
cos (π : 5) 0,809016994
sin – 2 – 0,909297427

Applications

LES OUTILS POUR RÉUSSIR
p. 137, 139

➤ Exercice 1

On sait qu'un nombre α est tel que : $0 < \alpha < \pi$ et $\cos \alpha = -0{,}4$.

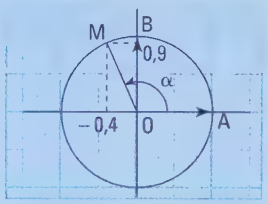
1. Placez sur le cercle trigonométrique le point M tel que : $(\overrightarrow{OA} ; \overrightarrow{OM}) = \alpha$.

2. Déterminez graphiquement une valeur approchée de $\sin \alpha$.

3. Calculez $\sin \alpha$.

◆ Solution

1.

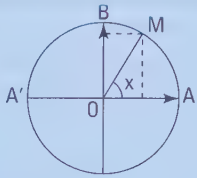


2. Sur le graphique on lit $\sin \alpha \approx 0{,}9$.

3. Pour tout x : $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$
donc : $\sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha$
soit : $\sin^2 \alpha = 1 - (-0{,}4)^2 = 0{,}84$
$\sin \alpha > 0$ donc : $\sin \alpha = \sqrt{0{,}84}$.
On a donc $\sin \alpha \approx 0{,}92$.

➤ Exercice 2

Sur le cercle trigonométrique, on note le point M tel que :
$(\overrightarrow{OA} ; \overrightarrow{OM}) = x$, avec $0 < x < \dfrac{\pi}{2}$.



1. Placez sur le cercle trigonométrique les points N, P, Q tels que :
$(\overrightarrow{OA} ; \overrightarrow{ON}) = -x$, $(\overrightarrow{OA} ; \overrightarrow{OP}) = x + \pi$; $(\overrightarrow{OA} ; \overrightarrow{OQ}) = \pi - x$.

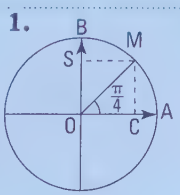
2. En utilisant les éléments de symétrie de la figure obtenue, exprimez en fonction de $\cos x$ et de $\sin x$, le cosinus et le sinus des nombres $-x$, $\pi - x$ et $x + \pi$.

◆ Solution : page 127.

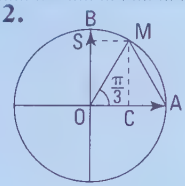
➤ Exercice 3

Dans les cas ci-contre, calculez la valeur exacte de OC et OS.
En déduire le sinus et le cosinus des nombres $\dfrac{\pi}{4}$ et $\dfrac{\pi}{3}$.

1.



2.



◆ Solution : page 127.

52 ÉTUDIER ET REPRÉSENTER GRAPHIQUEMENT LA FONCTION SINUS

Ce qu'il faut savoir

La fonction sinus associe à tout nombre réel x, le nombre **sin x**.
On la note : $x \mapsto$ **sin x**.

• Périodicité de la fonction sinus

Pour tout réel x : $\sin(x + 2\pi) = \sin x$.

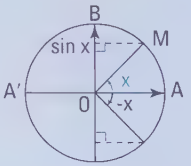
La fonction sinus est périodique de période 2π.

Sa représentation graphique dans un repère $(O ; \vec{i}, \vec{j})$ est invariante par les translations de vecteur $2\pi\vec{i}$ et $-2\pi\vec{i}$.

• Parité de la fonction sinus

Pour tout réel x : $\sin(-x) = -\sin x$.

La fonction sinus est impaire.



Sa représentation graphique admet **le point O,** l'origine du repère, comme **centre de symétrie.**

Tableau de variation

x	0		$\frac{\pi}{2}$		π
sin x	0	↗	1	↘	0

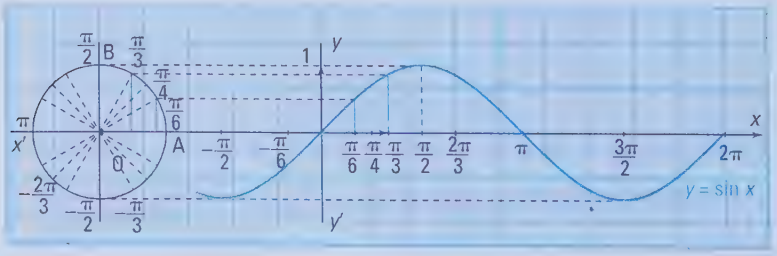
• Variations de la fonction sinus

Par observation d'un point M décrivant le quart de cercle $\overset{\frown}{AB}$, on voit que la fonction sinus est **croissante sur** $\left[0 ; \frac{\pi}{2}\right]$;

sur le quart de cercle $\overset{\frown}{BA'}$ on voit que la fonction sinus est **décroissante sur** $\left[\frac{\pi}{2} ; \pi\right]$.

• Représentation graphique de la fonction sinus

La courbe obtenue est **une sinusoïde.**



Applications

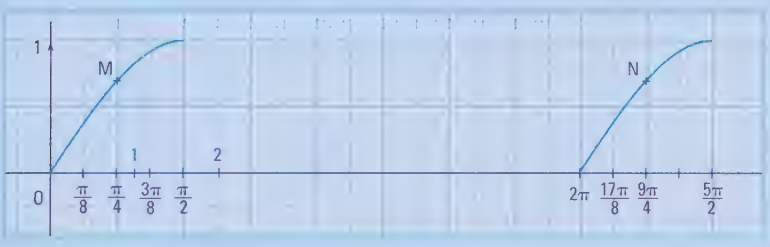
LES OUTILS POUR L'ESSENTIEL
p. 137

➤ Exercice 1

En utilisant la calculatrice en mode radian, complétez le tableau suivant. On donnera des valeurs arrondies au centième.

x	0	$\frac{\pi}{8}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{3\pi}{8}$	$\frac{\pi}{2}$	2π	$\frac{17\pi}{8}$	$\frac{9\pi}{4}$	$\frac{19\pi}{8}$	$\frac{5\pi}{2}$
$\sin x$	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...

1. Quelle propriété de la fonction sinus vérifie-t-on ?
2. Tracez dans le repère ci-dessous les deux arcs de courbes correspondants. Quelle translation transforme le point M en N ?



◆ Solution

1. On remarque que $\sin\left(\frac{17\pi}{8}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{8}\right)$; en effet $\frac{17\pi}{8} = \frac{\pi}{8} + 2\pi$, etc.

La fonction sinus est périodique de période 2π.

2. On détermine le vecteur $\overrightarrow{MN}$. On obtient $\overrightarrow{MN}\ (2\pi\ ;\ 0)$. La translation de vecteur $2\pi\vec{i}$ transforme l'arc contenant M en l'arc contenant N.

➤ Exercice 2

1. Tracez dans un repère orthonormal d'unité graphique 2 cm la courbe représentative C de la fonction sinus sur l'intervalle $[-\pi\ ;\ \pi]$.
2. Dans le même repère, tracez la droite D d'équation $y = 0{,}4$.
3. Déterminez graphiquement les abscisses des points d'intersection de D et de C ? Que représentent ces nombres pour l'équation : $\sin x = 0{,}4$?

◆ **Solution :** page 127.

53 ÉTUDIER ET REPRÉSENTER GRAPHIQUEMENT LA FONCTION COSINUS

Ce qu'il faut savoir

La fonction cosinus associe, à tout nombre réel x, le nombre **cos x**.
On la note : $x \mapsto$ **cos x**.

• Périodicité de la fonction cosinus

Pour tout réel x : $\cos(x + 2\pi) = \cos x$.

La fonction cosinus est périodique de période 2π.

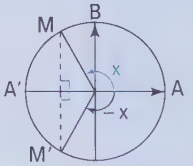
Sa représentation graphique dans un repère $(O ; \vec{i}, \vec{j})$ est invariante par les translations de vecteur $2\pi\vec{i}$ et $-2\pi\vec{i}$.

• Parité de la fonction cosinus

Pour tout réel x : $\cos(-x) = \cos x$.

La fonction cosinus est paire.

Sa représentation graphique dans un repère orthogonal admet **l'axe des ordonnées** comme **axe de symétrie**.



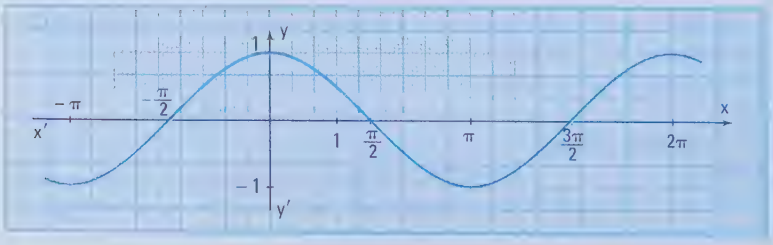
• Variations de la fonction cosinus

Par observation d'un point M décrivant le demi-cercle ABA' (figure ci-dessus), on voit que la fonction cosinus est **décroissante sur $[0 ; \pi]$**.

Tableau de variation

x	0		π
cos x	1	↘	–1

• Représentation graphique de la fonction cosinus

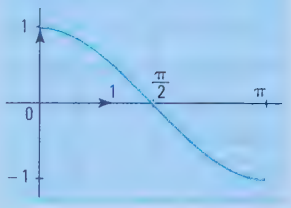


Applications

LES OUTILS POUR RÉUSSIR
p. 137

➤ Exercice 1

On considère la représentation graphique dans un repère orthonormal de la fonction cosinus sur l'intervalle $[0 ; \pi]$.



1. Déterminez graphiquement des valeurs approchées de $\cos \frac{2\pi}{5}$; $\cos 1$; $\cos 2{,}3$.

3. Contrôlez les résultats obtenus en utilisant la calculatrice.

◆ Solution

1. Sur le graphique, on se place au point d'abscisse $\frac{2\pi}{5}$, soit environ 1,25 et on lit l'ordonnée : $y \approx 0{,}3$; donc : $\cos\left(\frac{2\pi}{5}\right) \approx 0{,}3$ (attention à l'échelle).

De même, $\cos 1 \approx 0{,}55$; $\cos (2, 3) \approx 0{,}7$.

2. On obtient $\cos\left(\frac{2\pi}{5}\right) \approx 0{,}3090$. $\cos (1) \approx 0{,}5403$; $\cos (2, 3) \approx -0{,}6662$.

(N'oubliez pas ! Travaillez en mode radian).

➤ Exercice 2

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 3 \cos 2x$.

1. Exprimez $f(x + \pi)$ en fonction de $f(x)$. Que peut-on en déduire ?

2. Reproduisez et complétez le tableau suivant.

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	π
$2x$	0	...	...	...	...	...	...	...
$f(x)$	...	...	...	...	...	...	...	...

3. Donnez le tableau de variation de f sur $[0 ; \pi]$.

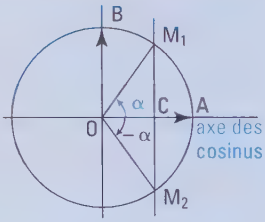
4. Construisez la courbe représentative de f sur $[0 ; \pi]$ dans un repère orthonormal d'unité graphique : 2 cm.

◆ **Solution :** page 127-128.

54 RÉSOUDRE L'ÉQUATION COS $x = a$ DANS L'INTERVALLE $]-\pi ; \pi]$

Comment résoudre l'équation cos $x = a$ dans $]-\pi ; \pi]$? ....

■ *Si $-1 < a < 1$*



- **On trace le cercle trigonométrique.**
- **On place sur l'axe des cosinus le point C d'abscisse *a*.**

La perpendiculaire en C à (OA) coupe le cercle en deux points M_1 et M_2.

Soit α la mesure principale de $(\overrightarrow{OA} ; \overrightarrow{OM_1})$; alors cos $\alpha = a$.

$-\alpha$ est la mesure principale de $(\overrightarrow{OA} ; \overrightarrow{OM_2})$ et cos $(-\alpha) = a$.

L'équation cos $x = a$ admet deux solutions dans $]-\pi ; \pi]$:

$x = \alpha$ (mesure principale de $(\overrightarrow{OA} ; \overrightarrow{OM_1})$)

$x = -\alpha$ (mesure principale de $(\overrightarrow{OA} ; \overrightarrow{OM_2})$)

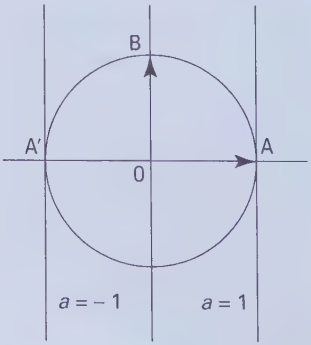
Avec la calculatrice, on obtient une valeur approchée de α en effectuant la séquence, en mode radian ; a [2nd] [cos] ou en affichant $\cos^{-1}(a)$ EXE.

■ *Cas particuliers*

Si $a = 1$, l'équation admet une seule solution sur $]-\pi ; \pi]$: $x = 0$.

Si $a = -1$, l'équation admet une seule solution sur $]-\pi ; \pi]$: $x = \pi$.

Si $a > 1$ ou $a < -1$, l'équation n'admet pas de solution.



Applications

LES OUTILS POUR RÉUSSIR
p. 137

➤ Exercice 1

Résolvez l'équation : $\cos x = -0{,}4$ dans l'intervalle $]-\pi\ ;\ \pi]$.

◆ Solution

$x_C = -0{,}4$.

Soit α la mesure principale de $(\overrightarrow{OA}\ ;\ \overrightarrow{OM_1})$.

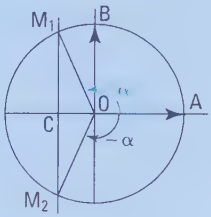
Les solutions de l'équation : $\cos x = -0{,}4$ dans l'intervalle $]-\pi\ ;\ \pi]$ sont α et $-\alpha$.

On obtient une valeur approchée des α avec une calculatrice en tapant

$-0{,}4$ 2nd cos ou $-0{,}4$ Shift cos.

Ou directement $\cos^{-1}(-0{,}4)$ ce qui donne $\alpha \approx 1{,}9823...$

Les solutions de l'équation $\cos x = -0{,}4$ dans l'intervalle $]-\pi\ ;\ \pi]$ ont pour valeurs approchées : 1,9823 et – 1,9823.



➤ Exercice 2

Parmi les réels suivants, indiquez lesquels sont solutions de l'équation : $\cos x = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$ dans l'intervalle $]-\pi\ ;\ \pi]$:

$\dfrac{\pi}{6}\ ;\ \dfrac{\pi}{4}\ ;\ \dfrac{2\pi}{3}\ ;\ \dfrac{3\pi}{4}\ ;\ \dfrac{7\pi}{4}\ ;\ -\dfrac{\pi}{4}$.

◆ **Solution :** page 128.

➤ Exercice 3

1. Tracez dans un repère orthonormal d'unité graphique 4 cm la courbe représentative de la fonction cosinus sur l'intervalle $[0\ ;\ 2\pi]$.

2. Résolvez graphiquement sur l'intervalle $[0\ ;\ 2\pi]$ l'équation : $\cos x = -0{,}75$.

3. Retrouvez les résultats précédents par le calcul.

4. À partir de l'observation du graphique, déterminez l'ensemble des nombres de l'intervalle $[0\ ;\ 2\pi]$ pour lesquels on a : $\cos x \leqslant -0{,}75$.

Conseil
✓ **Attention à l'échelle.**

◆ **Solution :** page 128.

55 RÉSOUDRE L'ÉQUATION SIN $x = b$ DANS L'INTERVALLE $]-\pi ; \pi]$

Comment résoudre l'équation sin $x = b$ dans $]-\pi ; \pi]$?

Si $-1 < b < 1$

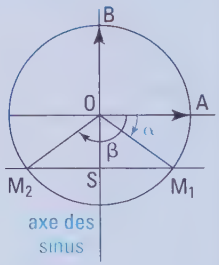
• On trace le cercle trigonométrique.

• On place sur l'axe des sinus le point S d'ordonnée *b*.

La perpendiculaire en S à (OB) coupe le cercle en deux points M_1 et M_2.

Soit α la mesure principale de $(\overrightarrow{OA} ; \overrightarrow{OM_1})$; alors : $\sin \alpha = b$.

Soit β la mesure principale de $(\overrightarrow{OA} ; \overrightarrow{OM_2})$; alors : $\sin \beta = b$.



L'équation sin $x = b$ admet deux solutions dans $]-\pi ; \pi]$:
$x = \alpha$ (mesure principale de $(\overrightarrow{OA} ; \overrightarrow{OM_1})$)
$x = \beta$ (mesure principale de $(\overrightarrow{OA} ; \overrightarrow{OM_2})$)

Avec la calculatrice, on obtient une valeur approchée de α en effectuant la séquence, en mode radian : b 2nd sin ou en affichant : $\sin^{-1}$ (b).

Remarque : si $\alpha > 0$ $\quad \beta = \pi - \alpha$.
si $\alpha < 0$ $\quad \beta = -\pi - \alpha$.

Cas particuliers

Si $b = 1$, l'équation sin $x = 1$ admet une seule solution dans l'intervalle $]-\pi ; \pi]$: $x = \frac{\pi}{2}$.

Si $b = -1$, l'équation sin $x = -1$ admet une seule solution dans l'intervalle $]-\pi ; \pi]$: $x = -\frac{\pi}{2}$.

Si $b > 1$ ou $b < -1$, l'équation sin $x = b$ n'admet pas de solution.

Applications

LES OUTILS POUR RÉUSSIR
p. 137

Exercice 1

Résolvez dans l'intervalle $]-\pi\ ;\ \pi]$ l'équation $\sin x = 0{,}6$.

Solution

$x_0 = 0{,}6$

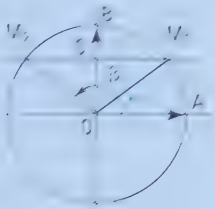
α est la mesure principale de $(\overrightarrow{OA}\ ;\ \overrightarrow{OM_0})$

et β la mesure principale de $(\overrightarrow{OA}\ ;\ \overrightarrow{OM_1})$.

Les solutions de l'équation : $\sin x = 0{,}6$ dans l'intervalle $]-\pi\ ;\ \pi]$ sont α et β.

Ici, on a : $\beta = \pi - \alpha$.

La calculatrice donne $\alpha \approx 0{,}643...$ et $\beta \approx 2{,}498...$



• Les solutions de l'équation $\sin x = 0{,}6$ dans l'intervalle $]-\pi\ ;\ \pi]$ ont pour valeurs approchées $0{,}643$ et $2{,}498$.

Exercice 2

Parmi les nombres suivants, indiquez lesquels sont solutions de l'équation : $\sin x = -\dfrac{3}{2}$ dans l'intervalle $]-\pi\ ;\ \pi]$:

$$\frac{\pi}{6}\ ;\ \frac{\pi}{3}\ ;\ \frac{7\pi}{3}\ ;\ \frac{5\pi}{6}\ ;\ \frac{2\pi}{3}\ ;\ -\frac{4\pi}{3}.$$

Solution : page 128

Exercice 3

1. Tracez dans un repère orthonormal d'unité graphique : 4 cm la courbe représentative de la fonction sinus sur l'intervalle $[0\ ;\ \pi]$.
2. Résolvez graphiquement l'équation $\sin x = 0{,}25$ sur l'intervalle $[0\ ;\ \pi]$.
3. Retrouvez les résultats précédents par le calcul.
4. En utilisant le graphique, déterminez l'ensemble des nombres de l'intervalle $[0\ ;\ \pi]$ pour lesquels on a : $\sin x < 0{,}25$.

Solution : page 128.

DES EXTRAITS D'EXAMEN... ... POUR S'ENTRAÎNER

1 La société Énergia vend du fioul à 3,80 F par litre, livré à domicile. Une autre société, Calora, vend la même quantité de combustible aux conditions suivantes : 3 F par litre plus un forfait fixe de 200 F pour frais de livraison.

1. a) Calculez le prix de 100 L, puis de 300 L de fioul achetés chez Énergia et chez Calora.

b) Quelle est la société la moins chère : pour l'achat de 100 L ? pour l'achat de 300 L ?

c) Le prix est-il proportionnel aux quantités livrées :

- chez Énergia ?
- chez Calora ?

2. Le prix payé y (en francs) en fonction du nombre x de litres achetés est donné par :

$y = 3{,}8\,x$ pour la société Énergia

$y = 3x + 200$ pour la société Calora.

On considère que x est un nombre compris entre 0 et 300.

Représentez graphiquement les deux fonctions définies précédemment dans un repère orthogonal.

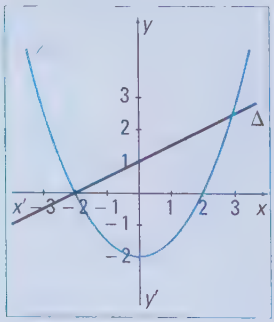
Échelle : en abscisses : 1 cm représente 20 litres.

en ordonnées : 1 cm représente 50 F.

3. a) Déterminez en utilisant le graphique, pour quelles quantités achetées la société Énergia est la moins chère ?

b) Retrouvez par le calcul les résultats de la question précédente.

2



Soit la fonction f telle que $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 2$.

La courbe $\mathscr{C}$ est la représentation graphique de la fonction f dans le repère donné.

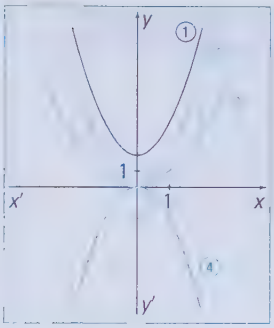
1. Dressez le tableau des variations de f sur l'intervalle $[-3\,;\,3]$.

2. Relevez les coordonnées du point le plus bas S de la courbe $\mathscr{C}$.

3. La fonction f est-elle paire ou impaire ?

4. Donnez l'équation de la droite Δ.

3



1. Associez à chaque équation le numéro de la courbe correspondante (de ① à ④).

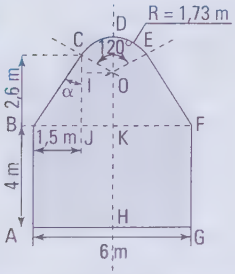
$y = \frac{x^2}{2}$ $\qquad$ $y = \frac{x^2}{5}$

$y = \frac{x^2}{2} + 2$ $\qquad$ $y = -\frac{x^2}{2}$

(Voir la fiche 24).

2. Résolvez graphiquement l'équation : $\frac{x^2}{2} = 5$

4



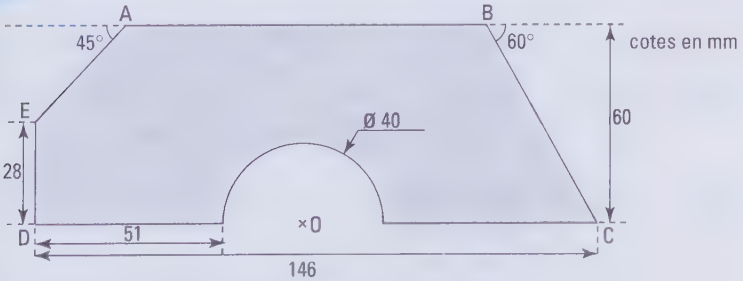
On réalise une chape en béton ayant les formes définies par le croquis ci-contre.

1. Calculez l'angle α à 10^{-1} degré près. Calculez les distances CI et OK à 10^{-1} m près.

2. Calculez l'aire des figures ABKH, BJC, COKJ et COD à 10^{-2} m^2 près. On prendra OK = 1,7 m. Déduire l'aire totale de la chape.

3. Calculez en mètres cubes, à 10^{-2} m^3 près, le volume de béton nécessaire, sachant que la chape a une épaisseur de 15 cm.

5 La pièce suivante est en acier et son épaisseur de 20 mm.



1. Calculez à 10^{-2} près les cotes EA ; BC ; AB.

2. Calculez l'aire de la pièce ABCDE.

3. Calculez le volume de la pièce.

4. Calculez sa masse en kilogramme et son poids sachant que la masse volumique de l'acier est de 7 800 kg · m^{-3}. (g = 10 N · kg^{-1}).

RÉPONSES AUX EXERCICES

Fiche 1 **Ex. 2 : 1.** juste **2.** $x = 0$ ($\cos 0 \times 5 = 0$)

3. $x = \dfrac{7}{4}$ **4.** Pas de solution.

Ex. 3 : 1. $1 - (2 + 3) - 4 = -8$

2. $(1 - 2) - (3 - 4) = 0$

3. $2 - (4 + 6 - 8) = 0$

Fiche 2 **Ex. 2 :** $A = \dfrac{7}{18}$ $B = \dfrac{1}{6}$ $C = \dfrac{5}{11}$

Ex. 3 : Temps de travail : 12 h 40 soit $\left(12 + \dfrac{2}{3}\right)$ h

Salaire horaire : 45 F.

Fiche 3 **Ex. 2 :** $3^{-7} \times 3^2 = 3^{-5}$; $2^5 \times 2^3 = 2^8$; $\dfrac{2^{-3}}{2^{-3}} = 2^0 = 1$; $\dfrac{5^1}{5^{-2}} = 5^3$;

$\dfrac{3^3}{3^7} = 3^{-4}$; $\dfrac{2^5 \times 2^2}{2^6} = 2$

Ex. 3 : $x = 3 \times 2^{-2} \times 5^2 = 18{,}75$; $y = 3 \times 2^6 = 192$

Ex. 4 : 1. $V = 3{,}14 \times 10^{-7}$ m^3 **2.** $m = 2{,}794 \times 10^{-3}$ kg.

Fiche 4 **Ex. 2 : 1.** $A = 45\,000$ $B = 6 \times 2^2 \times 10^{-1}$

2. $A = 45\,000$ $B = 2{,}4$

Ex. 3 : 1. $6{,}25 \times 10^{18}$ **2.** $9{,}6368 \times 10^4$ C.

Fiche 5 **Ex. 2 : 1.** 2,86 s (à 10^{-2} près) **2.** 24,73 s (à 10^{-2} près).

Ex. 3 : 1. $r = \sqrt{\dfrac{\mathcal{A}}{\pi}}$ **2.** 3,78 cm ; 23,6 cm.

Fiche 6 **Ex. 2 : 1.** 1,852 ; 1,8529 ; 1,853.

2. 1,8529 ; 1,853.

Ex. 3 : 3769,911 cm^3.

Fiche 7 **Ex. 2 : 1.** $A(x) = -x^2 + x - 4$ **2.** $B(x) = 9x^2 - 13x + 5$

3. $C(x) = 5x^2 + 22x - 18$

Ex. 3 : $A(x) = 6x(5x - 2)$ $B(x) = (5x - 4)^2$

$C(x) = (3x + 1)(4x - 1)$

Fiche 8 **Ex. 2 : 1.** $t = \dfrac{R_t - R_0}{0{,}01\ R_0}$ **2.** 80 °C **Ex. 3 :** $\cos \hat{A} = \dfrac{b^2 + c^2 - a^2}{2\ bc}$

et $\hat{A} \approx 130{,}54°$

Fiche 9 **Ex. 2 : 1.** $S_1 = 5\,600$ $S_2 = 6\,200$ $S_3 = 6\,800$

2. La suite est arithmétique.

3. $S_7 = 9\,200$; $S_n = 5\,600 + 600 \times (n - 1)$

4. $S_n \geqslant 9\,990$; $n \geqslant 9$ Antoine doit travailler 9 semaines.

Ex. 3 : 1. $u_{50} = u_1 + (50 - 1)\ r$

donc $u_{50} = 10 + 49 \times 4 = 206$

2. $S_{20} = 20 \left(\dfrac{u_1 + u_{20}}{2} \right)$ $u_{20} = u_1 + 19 \times 4 = 86$

$S_{20} = 10\ (10 + 86) = 960.$

Fiche 10 **Ex. 2 : 1.** 12 360 F ; 12 730,8 F **2.** 15 201,24 F.

Ex. 3 : $u_1 = 10$ $u_3 = 1\,440$

$u_3 = u_1 \times q^2$ d'où : $q^2 = 144$ donc $q = 12$ ou $q = -12$

$q = 12$: $u_2 = 10 \times 12 = 120.$ $u_4 = 1\,440 \times 12$

$u_4 = 17\,280$

$u_5 = 44 \times 12 = 207\,360.$

$q = -12$: $u_2 = -120$; $u_4 = -17\,280$

$u_5 = 207\,360.$

Fiche 11 **Ex. 2 : 1.** $x = 0$ **2.** $x = -\dfrac{1}{4}$ **3.** $x = -\dfrac{4}{5}$

Fiche 12 **Ex. 2 : 1.** $x - 6 < 0$ **2.** $3x < 18$ **3.** $-2x > -12$

Ex. 3 : $2 < x \leqslant 5$

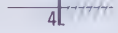


$]-2\ ;\ 0[$



$[3\ ;\ +\infty[$ $x \geqslant 3$

$]-\infty\ ;\ 4[$



Fiche 13 **Ex. 2: 1.** $S =]-\infty\ ;\ 2[$ **2.** $S = \left]-\infty\ ;\ \dfrac{13}{11}\right]$ **3.** $S =]0\ ;\ +\infty[$

Ex. 3 : 1. $S_1 =]-\infty\ ;\ 2[$ **2.** $S_2 = [-6\ ;\ +\infty[$

3. $S = S_1 \cap S_2$ $S = [-6\ ;\ 2[$

Fiche 14 **Ex. 2 : 1.** $7x + 22{,}5 > 3x + 37{,}5$ d'où : $x > \frac{15}{4}$

2. Non, car $2x > \frac{15}{2}$

Ex. 3 : $(x + 2)^2 = x^2 + 10^2$ on développe, d'où $x = 24$.

Fiche 15 **Ex. 2 : 1.** 2 000 g

2. 400 g.

Ex. 3 : 1. 6,78 F **2.** 3 %

Fiche 16 **Ex. 2 : 1.** $y = 30x \times 0{,}8$; $y = 24x$

2. Droite passant par O.

3. Environ 340 F

4. Environ 7,5 m^3.

Fiche 17 **Ex. 2 : 1.** La représentation graphique est une droite ne passant pas par 0.

2. f est une fonction affine.

3. $y = -0{,}4x + 49$.

Fiche 18 **Ex. 2 : 3.** $y = 0{,}5x + 2$

4. I $(-0{,}8 ; +1{,}6)$

5. D_1 et D_2 sont perpendiculaires. Car $aa' = -1$.

Fiche 19 **Ex. 2 : 1.** $x = -3$; $y = 5$

2. $x = 27$; $y = 7$

3. $x = 56$; $y = 84$.

Ex. 3 : On a $N_1D_1 = N_2D_2$; $D_1 = 120$ mm ; $D_2 = 200$ mm.

Fiche 20 **Ex. 2 :** I $(4 ; 1)$

Ex. 3 : 2. $y = 2x - 3$

4. I $(2 ; 1)$

5. $x = 2$, $y = 1$.

Fiche 21 **Ex. 2 : 1.** $f(-4) = 0$; $f(-2) = -3$; $f(0) = 1$; $f(1) = 4$; $f(4) = 1$

2. 1 admet 3 antécédents par f : -6 ; 0 ; 4.

Fiche 22 **Ex. 2 : 1.**

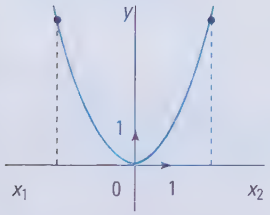
x	-4		3		5		7
$f(x)$	-3	↗	6	↘	2	↗	4

2. $f(0) \approx 4{,}2$

3. $y = 0{,}6x + 4{,}2$ donc : $f(0) = 4{,}2$.

Fiche 23 Ex. 2 :



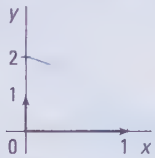


Ex. 3 : 1. $x^2 > 5^2$ ou $x^2 > 25$.
2. $x^2 > (-8)^2$ ou $x^2 > 64$.
3. $(-2)^2 < x^2 < (-3)^2$ ou $4 < x^2 < 9$.
4. $5^2 < x^2 < 10^2$ ou $25 < x^2 < 100$

Ex. 4 : 1. Sur la courbe C, il y a deux points d'ordonnée 5.
On lit $x_1 = -2{,}2$ et $x_2 = 2{,}2$.
2. Il faut résoudre l'équation $x^2 = 5$
d'où : $x = -\sqrt{5}$ ou $x = \sqrt{5}$.

Fiche 24 Ex. 2 : 1. $\mathcal{H} = -2x^2 + 2$

2.



Ex. 3 : 2. Un arc de parabole.
La forme algébrique : $P = aI^2$.
3. $P = 24{,}5\ I^2$.

Fiche 25 Ex. 2 : 1. 0 ; 0,52 ; 4,19 ; 14,14 ; 33,51.
2. R ≈ 1,7 centimètre.

Ex. 3 : 2. $d \approx 25$ mètres
$t \approx 7$ secondes

Fiche 26 Ex. 2 : 1. $L = \dfrac{A}{\ell}$ soit $L = \dfrac{1}{\ell}$

3. La longueur est environ : 1,3 mètre.

Ex. 3 : La courbe est un arc d'hyperbole.

Fiche 27 Ex. 2 : I ≈ 1,5 ampère.

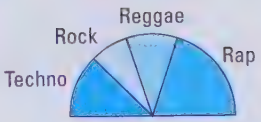
Ex. 3 : 2. $t \approx 1{,}5$ seconde.

Fiche 28 Ex. 2 : 1. Effectifs : $n_1 = 120 \times 0{,}40 = 48$
$n_2 = 120 \times 0{,}20 = 24$
$n_3 = 120 \times 0{,}15 = 18$
$n_4 = 120 \times 0{,}25 = 30$

2. Le caractère étudié (musique) est qualitatif.

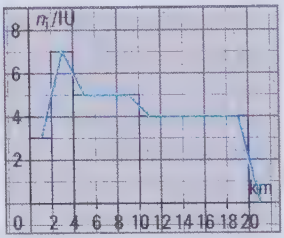
Fiche 29 Ex. 2 :

Musique	Fréquence en %	Mesure des angles
Rap	40	$180 \times 0{,}40 = 72°$
Reggae	20	$180 \times 0{,}20 = 36°$
Rock	15	$180 \times 0{,}15 = 27°$
Techno	25	45°
	100 %	100 %



Fiche 30 Ex. 2 :

Distance (km)	Effectif	I.U.	Eff./I.U.
[0 ; 2[	3	1	3
[2 ; 4[	7	1	7
[4 ; 10[	15	3	5
[10 ; 20[	20	5	4



Fiche 31 Ex. 2 : 1.

Dépenses (en €)	n_i	ECC	ECD
[10 ; 20[	50	50	310
[20 ; 30[	20	70	260
[30 ; 40[	80	150	240
[40 ; 50[	120	270	160
[50 ; 80[	40	310	40
	310		

2. a) 270 dépenses sont inférieures à 50 €.

b) 240 dépenses sont supérieures ou égales à 30 €.

Fiche 32 Ex. 2 :

Vitesse km/h	ECD	Effectif
[40 ; 45[	100	5
[45 ; 50[	95	10
[50 ; 55[	85	55
[55 ; 60[	30	30
		100

Fiche 33 Ex. 2 : En utilisant le graphique, on trouve qu'il y a 56 % qui ont obtenu au moins 10 soit $25 \times 0{,}56 = 14$ élèves.

Fiche 34 **Ex. 2 : 1.**

Nombre d'heures	n_i	x_i	$n_i \times x_i$
[100 ; 120[	3	110	330
[120 ; 140[	5	130	650
[140 ; 160[	12	150	1 800
[160 ; 200[	7	180	1 260
	27		4 040

2. Durée moyenne de fonctionnement des machines

$$\bar{x} = \frac{4\,040}{57} \approx 150 \text{ h}$$

Fiche 35 **Ex. 2 :**

Diamètre (mm)	n_i	x_i	$n_i x_i^2$
[8,00 ; 8,02[	4	8,01	256,6404
[8,02 ; 8,04[	17	8,03	1 096,1753
[8,04 ; 8,06[	40	8,05	2 592,1000
[8,06 ; 8,08[	33	8,07	2 149,1217
[8,08 ; 8,10[	6	8,09	392,6886
	100		6 486,726

On calcule ainsi :
$4 \times 8{,}01\ x^2 =$

Variance :

$$V = \frac{6\,486{,}726}{100} - 8{,}054^2$$

$$V = 0{,}000344$$

Écart type :

$$\sigma = \sqrt{0{,}000\,344} \approx 0{,}0185 \text{ mm}$$

Fiche 36 **Ex. 2 : 1.** $I_{00/98} = \dfrac{P_{2000}}{P_{1998}} \times 100 = \dfrac{6\,900}{10\,800} \times 100 \approx 63{,}89$

2. Donc il y a eu une baisse de 36,11 % car $100 - 63{,}86 = 36{,}11$

Ex. 3 : 1. $P_{2000} = \dfrac{P_{1990} \times I_{00/90}}{100} = \dfrac{4{,}69 \times 142{,}3}{100} \approx 6{,}67$ F

2. augmentation $= \dfrac{142{,}3 - 114{,}2}{114{,}2} = 0{,}246$ soit 24,6 %

3. $\text{Prix}_{1995} = \dfrac{6{,}67}{1{,}246} \approx 5{,}35$ F.

Fiche 37 **Ex. 2 :** Il faut que le triangle OAB soit rectangle en O c'est-à-dire : $AB^2 = OA^2 + OB^2 = 60^2 + 80^2 = 10\,000$.
La longueur AB = 100 centimètres.

Ex. 3 : Réciproque de la propriété de Pythagore.

$BC^2 = 49{,}7025$ } le triangle ABC
$AB^2 + AC^2 = 49{,}7597$ } n'est pas rectangle.

La pièce n'a pas d'angle droit.

Fiche 38 **Ex. 2 : 1.** Le périmètre $p = 4c$ et $\mathscr{A} = c^2$ ou $c = \sqrt{\mathscr{A}}$

$p = 4 \times \sqrt{\mathscr{A}} = 4 \times \sqrt{625} = 100$

Le périmètre est de 100 centimètres.

2. La diagonale $d = c\sqrt{2}$ soit $d = \sqrt{\mathscr{A}} \times \sqrt{2} = \sqrt{2\mathscr{A}}$

La diagonale $d \approx 35{,}36$ centimètres.

Ex. 3 : AH = HI = IA = IB = 4 m

AC = 5 m et BH = $4\sqrt{3}$ m.

Une longueur de charpente d'environ 31 m.

Il faut prévoir 62 injections.

Fiche 39 **Ex. 2 : 1.** BC = DC cos 15° ≈ 1,45 m FD = DE cos 20° ≈ 1,41 m

BD = DC sin 15° ≈ 0,39 m FE = DE sin 20° ≈ 0,51 m

2. AC ≈ 2,86 m et AE ≈ 0,9 m

3. EC ≈ 3 m et $\widehat{ACE} \approx 17{,}5°$

Fiche 40 **Ex. 2 :** ON = 80 – 40 = 40 mm et $\overset{\frown}{JM} \approx 143{,}54$ mm

ML = O'N ≈ 184,39 mm $\overset{\frown}{KL} \approx 53{,}90$ mm

La longueur de la courroie est de 764 mm au mm près.

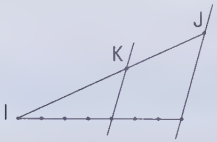
Ex. 3 : 1. $OI = \dfrac{15}{\sin 40°} \approx 23{,}34$ mm donc : IJ ≈ 38,34 millimètres

2. $KI = \dfrac{25}{\tan 40°} \approx 29{,}79$ millimètres

3. JK ≈ 8,55 mm soit : $x \approx 83{,}55$ millimètres

Fiche 41 **Ex. 2 : 1.** $\dfrac{AM}{AB} = \dfrac{AN}{AC} = \dfrac{3}{5}$ d'où : $AM = \dfrac{3}{5}\,AB$

2.



Ex. 3 : Triangles EAG et EDF : $\dfrac{AG}{DF} = \dfrac{EG}{EF}$

Triangles EHG et EKF : $\dfrac{EG}{EF} = \dfrac{EH}{EK}$

$= \dfrac{15+5}{5} = 4$

$\Big\}$ $\dfrac{AG}{DF} = 4$

La hauteur AG est de 6 mètres.

Fiche 42 **Ex. 2 :** $\frac{AE}{AF} = \frac{AB}{AC}$ et $\frac{AE}{AF} = \frac{AC}{AD}$ d'où $\frac{AB}{AC} = \frac{AC}{AD}$

La longueur AB est 12,25 centimètres.

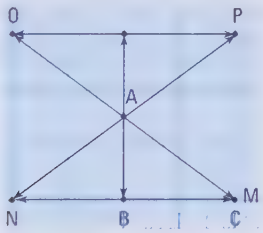
Ex. 3 : $\frac{BC}{EC} = \frac{AC}{DC}$ donne $BC \approx 77{,}4$ et $BC^2 \approx 5\,991$

$AB^2 + AC^2 = 6\,025$

ABC n'est pas un triangle rectangle.

Fiche 43 **Ex. 2 :**

1.



2. $\overrightarrow{ON} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AN} = 2\overrightarrow{AB}$

$\overrightarrow{PM} = \overrightarrow{PA} + \overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{AB}$

de même $\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{NM} = 2\overrightarrow{BC}$

MNOP est un parallélogramme

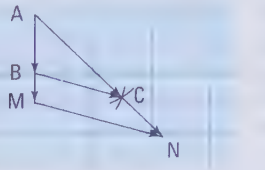
Comme (AB) ⊥ (BC) car ABC triangle « 3 ; 4 ; 5 » :

MNOP est un rectangle.

Ex. 3 : Le « triangle des forces » est un triangle « demi-équilatéral ».

$F_1 = 2\,F_2 = 100$ N et $F_3 = \sqrt{3}\,F_2 \approx 86{,}6$ N.

Fiche 44 **Ex. 2 : 1.**



2. $\overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CN} = 1{,}5\,\overrightarrow{AC}$

où : $\overrightarrow{NA} = 1{,}5\,\overrightarrow{CA}$

$\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NA} + \overrightarrow{AM} = \vec{0}$

$\overrightarrow{MN} + 1{,}5\,\overrightarrow{CA} + 1{,}5\,\overrightarrow{AB} = \vec{0}$

soit $\overrightarrow{MN} = -1{,}5\,(\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB}) = -1{,}5\,\overrightarrow{CB}$

on a : $\overrightarrow{MN} = 1{,}5\,\overrightarrow{BC}$

$\overrightarrow{MN}$ et $\overrightarrow{BC}$ sont colinéaires

Ex. 3 : $\vec{s}' = 2{,}5\,\vec{s}$.

Fiche 45 **Ex. 2 : 1.** D (2 ; – 3)

2. ABCD parallélogramme :

$\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$ $\begin{cases} \overrightarrow{AD}\,(3 ; -2) \\ \overrightarrow{BC}\,(x_C - 1 ; y_C - 2) \end{cases}$ ou $\begin{cases} x_C - 1 = 3 \\ y_C - 2 = -2 \end{cases}$

donc : C (4 ; 0)

Ex. 3 : 1. $\overrightarrow{AB}(4 ; 2)$ comme $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ soit : $\overrightarrow{AM}(2 ; 1)$

et $\overrightarrow{AM}(x_M - 1 ; y_M - 1)$

Les coordonnées de M sont (3 ; 2).

2. $\overrightarrow{BC}(-3 ; 2)$ et $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$ soit : $\overrightarrow{MN}(-1,5 ; 1)$

et $\overrightarrow{MN}(x_N - 3 ; y_N - 2)$

Les coordonnées de N (1,5 ; 3)

3. A (1 ; 1) ; C (2 ; 5) le milieu N' $\left(\frac{1+2}{2} ; \frac{1+5}{2}\right)$

soit N' (1,5 ; 3)

Donc N est confondu avec N' milieu de [AC].

Fiche 46 Ex. 2 : $I^2 = I_1^2 + I_2^2 - 2I_1I_2 \cos\beta$ donne $I \approx 7,65$ A

avec $\beta = 180° - 35°$

$\beta = 145°$

$\frac{I_2}{\sin\varphi} = \frac{I}{\sin\beta}$ donne $\varphi \approx 13°$

Fiche 47 Ex. 2 : 1. $\|\overrightarrow{AB}\| = \sqrt{(-4+3)^2 + (-2-2)^2} = \sqrt{17}$;

$\|\overrightarrow{BC}\| = \sqrt{65}$; $\|\overrightarrow{AC}\| = \sqrt{58}$.

2. $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB.AC \cos\widehat{CAB}$ donne $\widehat{CAB} \approx 80,8°$

Ex. 3 : 1. DE ≈ 63,2 mm et GF ≈ 42,2 mm

2. $\widehat{DEO} \approx 71,6°$ donne $\widehat{AFG} \approx 108,4°$ et AG ≈ 66,7 mm.

3. GH ≈ 40,1 mm donne l'aire du triangle AFG ≈ 802 mm^2

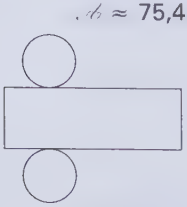
L'aire de la section est 4 516 millimètres carrés.

Ex. 4 : 1. U ≈ 83,4 V **2.** $\varphi \approx 24°$

Fiche 48 Ex. 2 : Aire

$\mathscr{A} = 2\pi R^2 + 2\pi Rh$

$\mathscr{A} \approx 75,4$ cm^2



Ex. 3 : Rectangle de $6\sqrt{2}$ cm × 6 cm ;

une section d'aire : 50,9 cm^2

Fiche 49 **Ex. 2 : 1.** (ABCD) // (EFGH) ; (ABCD) ⊥ (DCGH)

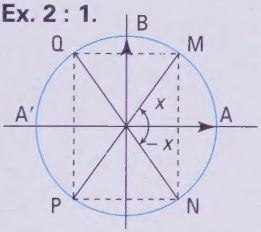
2. (ABFE) et (ADHE) sont sécants. $\widehat{DAB} = 45°$

3. $AB = 10\sqrt{2} \approx 14{,}1$ centimètres

Ex. 3 : AC = 50 mm et A'C ≈ 53,9 millimètres

Fiche 50 **Ex. 2 :** $\frac{\pi}{4}$; $\frac{3\pi}{4}$; $\frac{-\pi}{2}$; π ; $\frac{-\pi}{4}$; 0 ; $\frac{\pi}{2}$.

Fiche 51 **Ex. 2 : 1.**



2. $\cos(-x) = \cos x$;
$\sin(-x) = -\sin x$.
$\cos(\pi - x) = -\cos x$;
$\sin(\pi - x) = \sin x$.
$\cos(\pi + x) = -\cos x$;
$\sin(\pi + x) = -\sin x$.

Ex. 3 : On applique le théorème de Pythagore au triangle OMC.

1. $\cos\frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$; $\sin\frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

2. $\cos\frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}$; $\sin\frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

par symétrie on a aussi : $\cos\frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$; $\sin\frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$

Fiche 52 **Ex. 2 : 3.** Graphiquement, on obtient deux points d'intersection et $x_1 \approx 0{,}4$, $x_2 \approx 2{,}7$; ces nombres sont des valeurs approchées des solutions de l'équation : $\sin x = 0{,}4$

Fiche 53 **Ex. 2 : 1.** $f(x + \pi) = 3\cos(2x + 2\pi) = 3\cos 2x = f(x)$

La fonction f est périodique de période π.

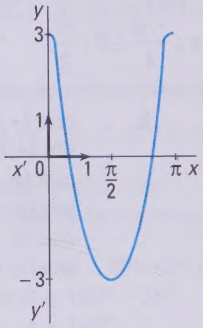
2.

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	π
$2x$	0	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	π	$\frac{4\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$f(x)$	3	0,5	0	– 0,5	– 3	– 0,5	0	3

3.

x	0	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{4}$	π
$f(x)$	3	↘	-3	↗	3

4.



Fiche 54 **Ex. 2 :** $\frac{\pi}{4}$ et $-\frac{\pi}{4}$ $\left(\cos\frac{7\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ mais $\frac{7\pi}{4} \notin]-\pi\,;\,\pi]\right)$

Ex. 3 : 2. Les points d'intersection de la courbe de la droite d'équation $y = -0{,}75$ ont pour abscisses $x_1 \approx 2{,}4$; $x_2 \approx 3{,}9$.

3. On utilise la touche $\cos^{-1}$ ou ACS de la calculatrice. $x_1 = 2{,}4189$; $x_2 = 3{,}8643$ (valeurs arrondies à 10^{-4} près).

4. S = $[x_1\,;\,x_2]$ soit S = [2,4189 ; 3,8643]

Fiche 55 **Ex. 2 :** $\frac{\pi}{3}$ et $\frac{2\pi}{3}$ $\left(\sin\left(-\frac{4\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ mais $-\frac{4\pi}{3} \notin]-\pi\,;\,\pi]\right)$.

Ex. 3 : 2. Les points d'intersection de la courbe et de la droite d'équation $y = 0{,}25$ ont pour abscisses $x_1 \approx 0{,}25$; $x_2 \approx 2{,}9$

3. On utilise la touche $\sin^{-1}$ ou Asn de la calculatrice. $x_1 = 0{,}2527$; $x_2 = 2{,}889$ (valeurs arrondies à 10^{-4} près).

4. S = $[x_1\,;\,x_2]$ soit S = [0,2527 ; 2,889].

Les outils pour réussir

Et, pour s'entraîner, les «Pochettes BEP»

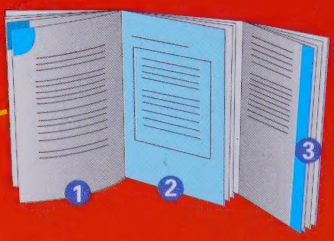


NATHAN
TECHNIQUE

Réflexe

Les mémos de la réussite

LE 3 EN 1



1 L'essentiel des compétences et des connaissances à retenir.

2 Des exercices résolus pour mettre en application les compétences et les connaissances acquises.

3 «Les outils pour réussir» :

- des conseils pour réussir l'épreuve et pour utiliser au mieux une calculatrice,
- des formulaires, des rappels pour vous aider à résoudre des situations,
- des exemples de calculs professionnels.

Et des pages réservées aux mises à jour, à des notes personnelles...

ET POUR S'ENTRAÎNER

2 pochettes d'applications professionnelles :

- Mathématiques - Industriel tome 1
- Mathématiques - Industriel tome 2

KI-349-411

9 782091 787794

NATHAN