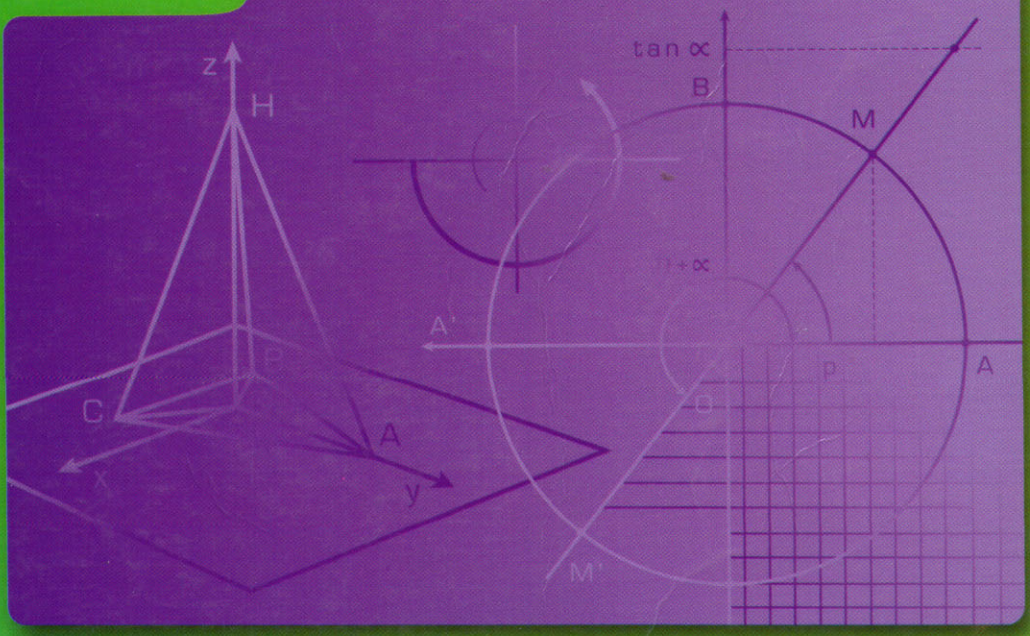
Exos & méthodes

Fichier de mathématiques

BEP *Industriel*



Jean-Luc Dianoux
Muriel Dorembus

Nathan TECHNIQUE

Exos & méthodes

Fichier de mathématiques

BEP *Industriel*

Jean-Luc Dianoux
Muriel Dorembus

NATHAN
TECHNIQUE

Édition : Clarisse Darras
Conception intérieure : Marc et Yvette
Couverture : Sarbacane
Coordination artistique : Évelyn Audureau
Composition et schémas : MCP
Fabrication : Pascal Mégret
© Nathan/VUEF 2003 - 9, rue Méchain - 75014 Paris - ISBN 978-02-09-179267-5



"Le photocopillage, c'est l'usage abusif et collectif de la photocopie sans autorisation des auteurs et des éditeurs.
Largement répandu dans les établissements d'enseignement, le photocopillage menace l'avenir du livre, car il met en danger son équilibre économique. Il prive les auteurs d'une juste rémunération.
En, dehors de l'usage privé du copiste, toute reproduction totale ou partielle de cet ouvrage est interdite".

Sommaire

	FICHE MÉTHODE	FICHE L'ESSENTIEL
Chapitre 1		
Proportionnalité - Pourcentage - Fonctions linéaires		
Exercices et Problèmes 7		
Fiches méthodes	135	
1. Comment effectuer un partage proportionnel ?		
2. Comment calculer un pourcentage ?		
3. Comment reconnaître une fonction linéaire ?		
4. Comment représenter graphiquement une fonction linéaire ?		
Fiche l'essentiel		159
Chapitre 2		
Fonctions affines		
Exercices et Problèmes 19		
Fiches méthodes	137	
5. Comment calculer des images et des antécédents ?		
6. Comment tracer la droite représentative d'une fonction affine ?		
7. Comment déterminer l'équation de la droite passant par deux points ?		
8. Comment montrer qu'une droite est parallèle ou perpendiculaire à une autre droite ?		
Fiche l'essentiel		160
Chapitre 3		
Calculs numériques et algébriques		
Exercices et Problèmes 31		
Fiches méthodes	139	
9. Comment transformer les écritures de nombres ?		
10. Comment déterminer une valeur approchée, un arrondi, une troncature d'un nombre réel ?		
11. Comment développer ou factoriser une expression algébrique ?		
12. Comment calculer avec des racines carrées ?		
Fiche l'essentiel		161
Chapitre 4		
Le triangle : Théorème de Pythagore - Théorème de Thalès - Relations trigonométriques		
Exercices et Problèmes 41		
Fiches méthodes	141	
13. Comment utiliser le théorème de Pythagore ?		
14. Comment utiliser les relations trigonométriques dans le triangle rectangle ?		
15. Comment utiliser le théorème de Thalès ?		
16. Comment utiliser les relations trigonométriques dans un triangle quelconque ?		
Fiche l'essentiel		162

© Nathan/VUEF. La photocopie non autorisée est un délit.

Chapitre 5
Équations - Inéquations - Systèmes

Exercices et Problèmes **53**
Fiches méthodes **143**
17. Comment résoudre une équation ?
18. Comment résoudre une inéquation ?
19. Comment résoudre un système d'équations ?
20. Comment résoudre graphiquement un système d'équations ?
Fiche l'essentiel **163**

Chapitre 6
Génération et description des fonctions

Exercices et Problèmes **61**
Fiches méthodes **145**
21. Comment calculer des images et des antécédents ?
22. Comment déterminer graphiquement des images et des antécédents ?
23. Comment dresser le tableau de variation d'une fonction à partir de sa représentation graphique ?
24. Comment résoudre graphiquement une équation ?
Fiche l'essentiel **164**

Chapitre 7
Fonctions usuelles

Exercices et Problèmes **71**
Fiches méthodes **147**
25. Comment étudier une fonction $x \mapsto ax^2 + b$, $a \neq 0$?
26. Comment étudier la fonction $x \mapsto \sqrt{x}$?
27. Comment étudier la fonction $x \mapsto \frac{1}{x}$?
28. Comment résoudre graphiquement une inéquation ?
Fiche l'essentiel **165**

Chapitre 8
Fonction cosinus - Fonction sinus - Trigonométrie

Exercices et Problèmes **81**
Fiches méthodes **149**
29. Comment mesurer des angles orientés ?
30. Comment déterminer le cosinus, le sinus et la tangente d'un nombre réel ?
Fiche l'essentiel **166**

Chapitre 9
Géométrie vectorielle plane

Exercices et Problèmes **89**
Fiches méthodes **150**
31. Comment construire la somme de deux vecteurs ?
32. Comment calculer des longueurs dans un repère orthonormal du plan ?
Fiche l'essentiel **167**

Chapitre 10
Géométrie dans l'espace

Exercices et Problèmes 97
Fiches méthodes 151
33. Comment calculer dans l'espace ?
34. Comment déterminer les positions relatives de droites et de plans ?
Fiche l'essentiel 168

Chapitre 11
Suites arithmétiques et géométriques

Exercices et Problèmes 105
Fiches méthodes 152
35. Comment calculer des termes d'une suite arithmétique ?
36. Comment reconnaître qu'une suite de nombres est arithmétique et calculer le terme de rang n ?
37. Comment calculer des termes d'une suite géométrique ?
38. Comment reconnaître qu'une suite de nombres est géométrique et calculer le terme de rang n ?
Fiche l'essentiel 169

Chapitre 12
Représentation de séries statistiques par un tableau ou un graphique - Indices simples

Exercices et Problèmes 115
Fiches méthodes 154
39. Comment construire un tableau statistique et calculer une fréquence ?
40. Comment calculer un indice simple ?
41. Comment construire un diagramme circulaire ?
42. Comment construire un histogramme lorsque les amplitudes des classes sont inégales ?
Fiche l'essentiel 170

Chapitre 13
Paramètres de position et de dispersion de séries statistiques

Exercices et Problèmes 125
Fiches méthodes 157
43. Comment construire les polygones des effectifs cumulés ?
44. Comment calculer la moyenne et l'écart-type d'une série statistique ?
Fiche l'essentiel 171

Réponses aux QCM 172
Formulaires officiels 175

© Nathan/VUEF. La photocopie non autorisée est un délit.

Proportionnalité - Pourcentage - Fonctions linéaires

1

VOUS ALLEZ APPRENDRE À :

- Utiliser les relations de proportionnalité.
- Calculer des pourcentages.
- Reconnaître une fonction linéaire.
- Représenter graphiquement une fonction linéaire.

POUR VOUS AIDER

FICHE MÉTHODE 1 p. 135
Comment effectuer un partage proportionnel ?

FICHE MÉTHODE 2 p. 135
Comment calculer un pourcentage ?

FICHE MÉTHODE 3 p. 136
Comment reconnaître une fonction linéaire ?

FICHE MÉTHODE 4 p. 136
Comment représenter graphiquement une fonction linéaire ?

FICHE L'ESSENTIEL p. 159

Exercices d'entraînement

Proportionnalité, échelle, partages proportionnels

FICHE MÉTHODE 1

1 Pour chacun des tableaux de proportionnalité suivants, calculer la quatrième proportionnelle.

1.

15	x
6	2,8

2.

x	9
17,8	8

3.

12	5
x	0,4

4.

0,8	16
10	x

2 Les tableaux suivants sont-ils des tableaux de proportionnalité ? Si oui, donner le coefficient de proportionnalité qui permet de passer de la 1re à la 2e ligne.

1.

Grandeur 1	12	7	5	20,8
Grandeur 2	38,4	22,4	16	66,56

2.

Grandeur 1	5	10,2	18	25
Grandeur 2	3	6,12	10,8	15

3.

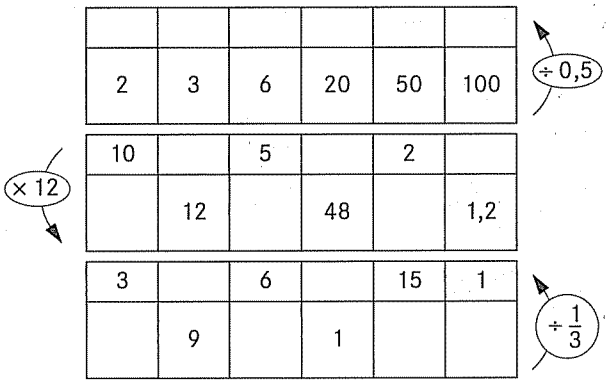
Grandeur 1	2	8	15	56
Grandeur 2	1,2	1,6	3	11,2

3 Compléter les tableaux de proportionnalité suivants :

	1	3	6				25
×4				4	8	18	÷4

	3	12	15	18	26	32	40
×0,8							

© Nathan/VUEF. La photocopie non autorisée est un délit.



LE SAVIEZ-VOUS ?

Dans un tableau de proportionnalité de la forme

a	b
c	x

où a, b et c sont des nombres donnés, le nombre cherché x s'appelle la quatrième proportionnelle :

$x = \dfrac{b \times c}{a}$.

4 Les suites de nombres suivantes sont-elles proportionnelles ? Si oui, donner le coefficient de proportionnalité qui permet de passer de la 1re suite à la 2e.

1. (1 ; 3 ; 5 ; 8) et (4,5 ; 13,5 ; 22,5 ; 36).

2. $\left(\frac{1}{2} ; \frac{1}{3} ; \frac{1}{4}\right)$ et (0,45 ; 0,3 ; 0,225).

5 Déterminer les nombres réels a et b pour que les suites de nombres suivantes soient proportionnelles.

1. (a ; 5,2 ; 8,7) et (13,5 ; b ; 26,1).

2. (5 ; a ; 10) et (b ; 4,8 ; 8).

6 On donne le prix à payer pour différents articles achetés dans un supermarché.
Déterminer, dans chaque cas, si le prix à payer (en euros) est proportionnel à la quantité achetée.

1.

Nombre d'œufs	1	6	12	24
Prix (en €)	0,38	1,96	3,54	7,08

2.

Plaque(s) de chocolat	1	3	4	5
Prix (en €)	1,50	4,50	6	7,50

3.

Masse de légumes (en kg)	0,500	4	12
Prix (en €)	1,83	14,64	43,92

7 **1.** Compléter le tableau suivant donnant l'aire correspondant au côté d'un carré.

Côté (en cm)	1	2	3	4
Aire (en cm²)				

2. S'agit-il d'un tableau de proportionnalité ? Justifier la réponse.

8 Dans une recette de cuisine, la quantité de pommes de terre entrant dans la composition d'un plat est proportionnelle au nombre de personnes partageant le repas.

Nombre de personnes	4
Masse de pommes de terre (en g)	160

1. Déterminer la masse de pommes de terre nécessaire pour un repas de 6 personnes.

2. Déterminer le nombre de personnes partageant le repas si le plat est composé de 120 g de pommes de terre.

9 On considère le tableau suivant :

	Masse de magret (en kg)	1	0,5	x	0,440
× k	Prix du magret (en €)	16	8	12,48	y

1. À l'aide de la 2e et de la 3e colonne, montrer que ce tableau est un tableau de proportionnalité.

2. Déterminer le coefficient de proportionnalité k. Que représente-t-il ?

3. Déterminer à l'aide du coefficient de proportionnalité la masse x, en kg, pour un magret coûtant 12,48 €.

4. Déterminer à l'aide du coefficient de proportionnalité le prix y à payer, en euros, pour 440 g de magret.

10 Une feuille de papier à dessin de longueur 65 cm pèse 240 g.
En supposant que la largeur reste la même, calculer :

a) la longueur, en cm, d'une feuille de papier dont la masse est de 144 g ;

b) la masse, en grammes, d'une feuille de papier mesurant 1,30 m de long.

11 Un pot de 0,75 litre de vitrificateur permet de couvrir 9 m² de parquet.

1. Quelle quantité de vitrificateur permet de couvrir une surface de 15 m² ?

2. Quelle surface peut-on recouvrir avec 3 litres de vitrificateur ?

12 Sur une photographie représentant un homme et son fils, l'homme mesure 12,74 cm et l'enfant 6,3 cm. Sachant que l'enfant mesure en réalité 90 cm, déterminer la taille réelle de son père.

13 Une moto de grosse cylindrée (900 cm³) consomme en moyenne 6,5 litres de sans plomb 95 pour un trajet de 130 km.

1. Déterminer la consommation de carburant pour un trajet de 600 km.

2. Déterminer le nombre de kilomètres parcourus si la consommation est de 18 litres.

3. Le motard paie à une station service 0,96 € le litre de carburant.
Combien dépensera-t-il pour un trajet de 850 km ?

© Nathan/VUEF. La photocopie non autorisée est un délit.

14 Une carte de géologie agrandit 150 fois la réalité. Quelle est l'échelle utilisée ?

LE SAVIEZ-VOUS ?

Si l'échelle d'un document est donnée par le rapport $\frac{\text{nombre entier}}{1}$, il s'agit d'une échelle d'agrandissement.

15 Un croquis réduit 50 000 fois la réalité. Quelle est l'échelle utilisée ?

16 Sur une carte à l'échelle $\frac{1}{200\,000}$, un tronçon de route mesure 15,9 cm. Calculer, en km, sa longueur réelle.

LE SAVIEZ-VOUS ?

Si l'échelle d'un document est donnée par le rapport $\frac{1}{\text{nombre entier}}$, il s'agit d'une échelle de réduction.

17 Un voyageur utilise une carte routière à l'échelle $\frac{1}{250\,000}$.

1. Déterminer la distance réelle, en km, séparant deux villes si la carte indique : 8 cm ; 18 cm ; 25 cm.

2. Déterminer la distance figurée sur la carte si la distance réelle entre deux villes est de 110 km.

18 Compléter le tableau suivant :

Distance réelle (en cm)	Échelle	Distance figurée (en cm)
110	$\frac{1}{2}$	
	$\frac{1}{25}$	1,96
12,5		0,125
	$\frac{4}{9}$	80
	3	81
4 000		0,02
750	$\frac{1}{250\,000}$	
9		6

19 Pour Noël, les grands-parents partagent une somme de 600 € proportionnellement à l'âge de leurs quatre petits enfants : 6 ans, 12 ans, 15 ans et 17 ans.

1. Compléter le tableau de proportionnalité :

					Total
Âge des enfants	6	12	15	17	
Somme reçue (en €)	x	y	z	t	

2. Déterminer le coefficient de proportionnalité qui permet de passer de la 1re à la 2e ligne du tableau.

3. En déduire la somme d'argent offerte à chacun des enfants.

20 Déterminer deux nombres x et y proportionnels à 3 et 12 dont la somme est égale à 75.

21 Déterminer trois nombres x, y et z proportionnels à 3, 7 et 15 et dont la somme est 40.

22 Partager une somme de 648 € en trois parts proportionnelles à 5, 11 et 20.

Et vous, savez-vous...

... effectuer un partage proportionnel ?

Trois amis achètent ensemble un billet de loterie. La 1re personne donne 5 €, la 2e 11 € et la 3e 20 €. Leur billet est gagnant et rapporte 648 €. On appelle x, y et z le gain potentiel de chaque personne et a, b et c leur mise respective.

1. Quelle est la valeur de $x+y+z$?

❑ 648 ❑ 36

2. Quelle est la valeur de $a+b+c$?

❑ 648 ❑ 36

3. Le gain étant partagé proportionnellement à la mise, quelle est la relation de proportionnalité qui s'applique ?

❑ $\frac{x}{5}=\frac{y}{11}=\frac{z}{20}=18$ ❑ $\frac{x}{5}=\frac{y}{11}=\frac{z}{20}=0{,}056$

4. Quel est, en euros, le montant du gain y ?

❑ 360 ❑ 90 ❑ 198

▶ POUR VOUS AIDER : 1 P. 135
▶ RÉPONSE 1 : P. 172

Pourcentage

FICHE MÉTHODE 2

23 Calculer :

a) 1,2 % de 130 € ;

b) 64 % de 1 500 m² ;

c) 25,6 % de 3 500 élèves ;

d) 14,7 % de 3 millions d'habitants ;

e) 404,5 % de 36 cm ;

f) 78 % de 25 litres ;

g) 3,9 % de 760 g.

© Nathan/VUEF. La photocopie non autorisée est un délit.

24 Compléter le tableau suivant :

	Part	
	en nombre	**en pourcentage**
58 cm	29 cm	
12 mois		75 %
225 €	90 €	
250 personnes		16 %
360 jours	3 mois	
420 m²		6,8 %

25 En 2003, un village comptait 3 200 habitants. En 2004, il a perdu 8 % de sa population.

1. Déterminer le nombre de villageois en moins en 2004.

2. En déduire la population villageoise en 2004.

26 Suite à un déménagement, le loyer d'une famille baisse de 18 %. Sachant que son loyer était de 580 € par mois, déterminer :

a) la diminution du montant du loyer ;

b) le prix actuel du loyer.

27 Un livre neuf vaut 60 € hors taxe. Le taux de TVA est de 19,6 %.

1. Déterminer le montant de la TVA.

2. En déduire le prix du livre taxe comprise.

28 Une personne reçoit d'un de ses amis un héritage de 6 000 €. L'État prélève 3 600 €.
Quel est le pourcentage des droits de succession ?

29 Sur des chaussures de sport dont le prix marqué est de 76 €, vous négociez une réduction de 8,50 €. Déterminer le pourcentage de la remise par rapport au prix initial.

Êtes-vous capable de... ?

... calculer un pourcentage ?

1. Quelle est la baisse en pourcentage d'une grandeur qui diminue de moitié ?

❑ 5 % ❑ 50 % ❑ 100 %

2. Quelle est la hausse en pourcentage d'une grandeur qui double ?

❑ 50 % ❑ 100 % ❑ 200 %

3. Quelle est la baisse maximale en pourcentage du prix d'un produit ?

❑ 500 % ❑ 99 % ❑ 100 % ❑ 101 %

▶ POUR VOUS AIDER : 2 P. 135
▶ RÉPONSE 2 : P. 172

30 Pendant la période des soldes, un vêtement valant 35 € baisse de 21 %.
Quel est le nouveau prix du vêtement ?

31 Un club sportif avait, en septembre dernier, 5 300 adhérents. Un an plus tard, on constate une diminution de la clientèle de 4 %.
Quel est le nombre actuel d'adhérents ?

32 Un article dont le montant affiché est de 75 € augmente de 13,4 %.
Quel est le nouveau prix de l'article ?

33 En juillet 2003, un camping accueillait 650 vacanciers. Le responsable assiste à une hausse de 7 % de sa clientèle depuis juillet 2002.
Quel était le nombre de campeurs en juillet 2002 ?

Fonctions linéaires

FICHES MÉTHODES 3 ET 4

34 Compléter le tableau suivant :

Fonction linéaire	Coefficient
$f(x) = x$	1
$f(x) = -x$	
$f(x) = 8x$	
$f(x) = -7x$	
$f(x) = -\frac{1}{2}x$	
$f(x) = \frac{4}{3}x$	
$f(x) = 0{,}2x$	

35 Soit f une fonction linéaire définie pour tout nombre réel x par $f(x) = ax$.
Déterminer, dans chaque cas, le coefficient a, puis l'expression de $f(x)$.

a) $f(1) = \frac{1}{2}$; **b)** $f(-3) = -1$;

c) $f\left(\frac{1}{2}\right) = 2$; **d)** $f\left(-\frac{1}{3}\right) = 3$;

e) $f(2) = 5$; **f)** $f(-1) = -3$;

g) $f(3) = -6$; **h)** $f(5) = 15$.

36 Soit f la fonction linéaire définie pour tout nombre réel x par $f(x) = 0{,}5x$.

1. Compléter le tableau de valeurs suivant :

x	-4	-2	1	4
$f(x)$				

2. Montrer que le tableau de valeurs de f est un tableau de proportionnalité de coefficient 0,5.

© Nathan/VUEF. La photocopie non autorisée est un délit.

37 **1.** Montrer que le tableau suivant est un tableau de proportionnalité et en donner le coefficient de proportionnalité.

x	-1	2	3	1
y	-2	4	6	2

2. Placer les points de coordonnées $(x\,;y)$ dans un repère du plan. Que constate-t-on ?

38 Soit f la fonction définie pour tout nombre réel x par $f(x)=3x$.

1. Calculer l'image par f de : 0, 1, 2 et -1.

2. Compléter le tableau de valeurs suivant :

x	-1	0	1	2
$f(x)$				

39 Soit f la fonction définie pour tout nombre réel x par $f(x)=-2x$.

1. Calculer l'image par f de : -3, -2, 1 et 4.

2. Compléter le tableau de valeurs suivant :

x	-3	-2	1	4
$f(x)$				

40 Soit f la fonction définie pour tout nombre réel x par $f(x)=\frac{1}{2}x$.

Calculer $f(0)$, $f(4)$ et $f(6)$, puis dresser un tableau de valeurs de f.

41 Soit f la fonction définie pour tout nombre réel x par $f(x)=4x$.

1. Calculer l'antécédent par f de : 0, 4, 2 et 12.

2. Compléter le tableau de valeurs suivant :

x				
$f(x)$	0	4	2	12

42 Soit f la fonction définie pour tout nombre réel x par $f(x)=-x$.

1. Calculer l'antécédent par f de : -3, -2, 1 et 4.

2. Compléter le tableau de valeurs suivant :

x				
$f(x)$	-3	-2	1	4

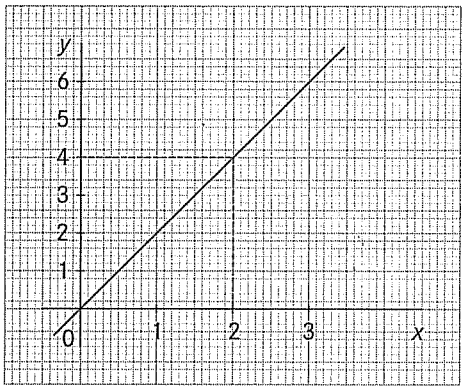
43 Soit f la fonction définie pour tout nombre réel x par $f(x)=5x$.
Résoudre les équations $f(x)=5$, $f(x)=0$ et $f(x)=2$, puis dresser un tableau de valeurs de f.

44 Soit f la fonction linéaire définie pour tout nombre réel x par $f(x)=0{,}5x$.
Calculer $f(2)$, puis représenter graphiquement f dans le plan muni d'un repère orthonormal d'unité graphique 1 cm.

45 Soit f la fonction linéaire définie pour tout nombre réel x par $f(x)=2x$.
Calculer $f(1)$, puis représenter graphiquement f dans le plan muni d'un repère orthonormal d'unité graphique 1 cm.

46 Soit f la fonction linéaire définie pour tout nombre réel x par $f(x)=-3x$.
Calculer $f(1)$, puis représenter graphiquement f dans le plan muni d'un repère orthonormal d'unité graphique 1 cm.

47 On donne la représentation graphique d'une fonction f.



1. Comment reconnaît-on qu'il s'agit d'une fonction linéaire ?

2. La droite représentée a-t-elle pour équation : $y=4x$; $y=2x$; $y=3x$?
Justifier la réponse.

... reconnaître une fonction linéaire ?

1. Soit les suites de nombres $(x_1\,;x_2\,;x_3\,;\ldots)$ et $(y_1\,;y_2\,;y_3\,;\ldots)$ dont le coefficient de proportionnalité qui permet de passer de la 1re à la 2e suite est 2.
Quelle est la fonction linéaire dont la droite représentative passe par les points de coordonnées $(x_1\,;y_1)$, $(x_2\,;y_2)$, $(x_3\,;y_3)$, ... ?

- ❑ $f(x)=\frac{1}{2}x$
- ❑ $f(x)=-\frac{1}{2}x$
- ❑ $f(x)=2x$
- ❑ $f(x)=-2x$

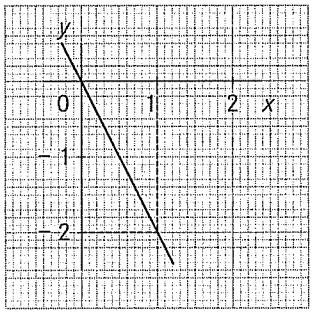
2. Quelle est la fonction linéaire qui permet de passer de la suite $(6\,;4\,;-2)$ à la suite proportionnelle $(3\,;2\,;-1)$?

- ❑ $f(x)=\frac{1}{2}x$
- ❑ $f(x)=-\frac{1}{2}x$
- ❑ $f(x)=2x$
- ❑ $f(x)=-2x$

▶ POUR VOUS AIDER : 3 ET 4 P. 136
▶ RÉPONSE 3 : P. 172

© Nathan/VUEF. La photocopie non autorisée est un délit.

48 On donne la représentation graphique d'une fonction f.



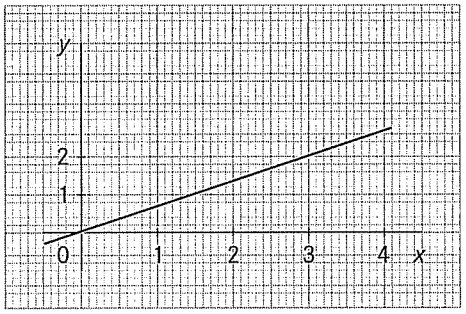
1. Comment reconnaît-on qu'il s'agit d'une fonction linéaire ?

2. La droite représentée a-t-elle pour équation :

$y=-x$; $y=-\frac{1}{2}x$; $y=-2x$?

Justifier la réponse.

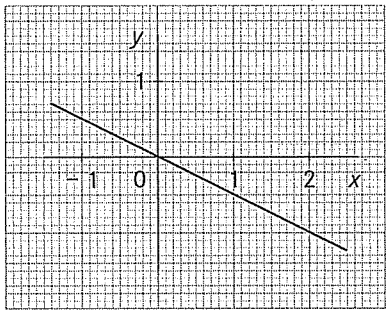
49 On donne la représentation graphique d'une fonction linéaire f.



1. Déterminer graphiquement $f(3)$.

2. En déduire l'équation de la droite représentative de la fonction f.

50 On donne la représentation graphique d'une fonction linéaire f.



1. Déterminer graphiquement $f(-1)$.

2. En déduire l'équation de la droite représentative de la fonction f.

51

1. Déterminer l'équation de la droite passant par l'origine du repère et le point de coordonnées $(1\ ;-4)$.

2. Tracer cette droite dans un repère du plan.

52 **1.** Déterminer l'équation de la droite passant par l'origine du repère et le point de coordonnées $(-2\ ;-1)$.

2. Tracer cette droite dans un repère du plan.

53 **1.** Déterminer l'équation de la droite passant par l'origine du repère et le point de coordonnées $(-1\ ;1)$.

2. Tracer cette droite dans un repère du plan.

54 **1.** Déterminer l'équation de la droite passant par l'origine du repère et le point de coordonnées $(2\ ;3)$.

2. Tracer cette droite dans un repère du plan.

Êtes-vous capable de...

... représenter graphiquement une fonction linéaire ?

1. Quelle est l'équation de la droite représentative d'une fonction linéaire qui passe par le point de coordonnées $(2\ ;6)$?

❑ $y=2x$ ❑ $y=3x$ ❑ $y=6x$

2. Quel point appartient à la droite représentative de la fonction $f(x)=6x$?

❑ $A(0\ ;1)$ ❑ $B(-1\ ;3)$ ❑ $C(-2\ ;-12)$

▶ POUR VOUS AIDER : 3 ET 4 P. 136
▶ RÉPONSE 4 : P. 172

55 Soit Δ la droite représentative d'une fonction linéaire f. Pour chaque cas :

a) représenter Δ dans un repère orthonormal du plan ;

b) tracer dans le même repère la droite Δ' ;

c) déterminer graphiquement les coordonnées des points d'intersection des droites Δ et Δ'.

1. $f(x)=4x$ et $\Delta' : y=2$.

2. $f(x)=-x$ et $\Delta' : y=-1$.

3. $f(x)=\frac{1}{2}x$ et $\Delta' : x=0$.

4. $f(x)=2x$ et $\Delta' : x=1$.

5. $f(x)=-2x$ et $\Delta' : y=2$.

6. $f(x)=x$ et $\Delta' : y=1$.

7. $f(x)=3x$ et $\Delta' : y=-2$.

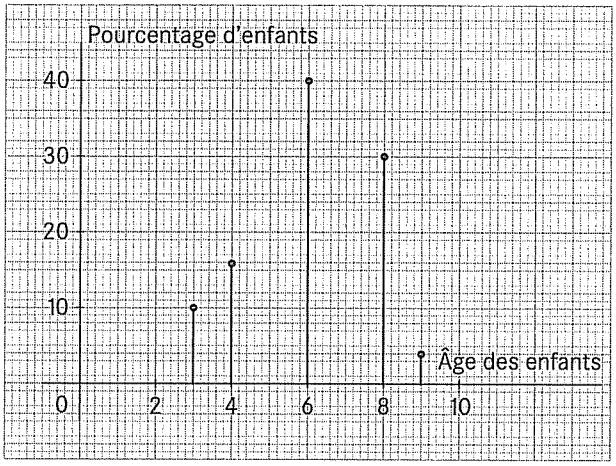
8. $f(x)=-\frac{1}{2}x$ et $\Delta' : x=3$.

© Nathan/VUEF. La photocopie non autorisée est un délit.

Problèmes

✿ = facile ✿✿ = ça se corse ✿✿✿ = difficile

56 ✿ Sur le diagramme en bâtons suivant est représenté le pourcentage d'enfants d'un centre aéré en fonction de leur âge.



1. La hauteur des bâtons étant proportionnelle au pourcentage, compléter le tableau suivant :

Âge des enfants	3	4			9	Total
Pourcentage d'enfants			40	30		

2. Sachant que le centre aéré accueille 250 enfants, compléter le tableau suivant :

Âge des enfants	3	4	6	8	9	Total
Nombre d'enfants						250

57 ✿ Trois barils de pétrole contiennent au total 477 litres.

1. Combien y a-t-il de litres dans 9 barils ?

2. À combien de barils correspondent 5 724 litres ?

58 ✿ À vitesse constante, un automobiliste parcourt sur route 80 km en 1 h 15.

1. Quelle distance parcourt-il en 3 h 45 ?

2. Combien de temps met-il pour parcourir 416 km ?

59 ✿✿ Le laiton est un alliage de cuivre et de zinc. Le cadre d'un miroir est composé de 160 g de cuivre pour une masse totale de laiton de 280 g.

1. Déterminer la masse de cuivre, puis de zinc contenue dans un échantillon de 350 g de laiton.

2. Déterminer la masse de zinc contenue dans un échantillon de 700 g de laiton.

60 ✿✿ Dans une usine de conserverie, les couvercles contenus dans un distributeur vibrant sont acheminés dans une rampe de stockage, puis marqués et éjectés pour conditionnement.

1. Le système automatisé produit 2 000 couvercles à l'heure. Calculer le temps t nécessaire, en secondes, pour marquer un couvercle.

2. La rampe de stockage a une longueur de 105 cm. La longueur d'un couvercle est de 35 mm. Les couvercles sont alignés bord à bord.
Combien de pièces la rampe peut-elle stocker ?
En fait, la rampe de stockage débite un couvercle toutes les 2 secondes. En combien de temps se vide-t-elle complètement si elle n'est plus alimentée ?

61 ✿✿✿ On admet que la distance parcourue par un randonneur est proportionnelle au temps. Un randonneur parcourt 50 mètres en 20 secondes.

1. Quelle distance, en km, parcourt-il en une demi-heure ? En déduire la distance parcourue en 1 h 00, puis en 1 h 30.

2. Combien de temps, en minutes, puis en heures, met-il pour parcourir 18 km ? En déduire le temps nécessaire pour parcourir 36 km, puis 54 km.

62 ✿ La maquette d'une maison de poupée est effectuée à l'échelle $\frac{1}{40}$.

1. Sur le plan, la mesure de la largeur de la salle de bain est de 3,75 cm.
Calculer sa mesure réelle en centimètres, puis en mètres.

2. La hauteur du plafond est de 3,20 m.
Calculer la mesure, en cm, figurée sur le plan.

63 ✿✿ Le plan d'un appartement est effectué à l'échelle $\frac{1}{25}$.

1. La largeur réelle du séjour est de 5 m.
Quelle est la largeur en cm sur le plan ?

2. La surface réelle de cette pièce rectangulaire est de 45 m^2.

a) Quelle est, en m, la longueur réelle de cette pièce ?

b) Quelle est, en cm, la longueur de cette pièce sur le plan ?

c) Quelle est, en cm^2, la surface du séjour sur le plan ?

© Nathan/VUEF. La photocopie non autorisée est un délit.

64 ✿ Trois motards se partagent la location mensuelle d'un parking à Paris d'un montant de 230 € proportionnellement au nombre de motos qu'ils possèdent. Les motards ont respectivement 1 ; 1 et 2 motos à garer.
Déterminer le prix payé mensuellement par chacun.

65 ✿ Les trois côtés d'un triangle sont proportionnels à 4 ; 6 et 10. Le périmètre du triangle est égal à 12 cm. Calculer chacun des côtés du triangle.

66 ✿ Trois étudiants se partagent le loyer d'un appartement proportionnellement à la surface de leur chambre : 12 m^2 ; 20 m^2 ; 32 m^2.
Calculer la part versée par chacun sachant que le montant du loyer s'élève à 760 € par mois.

67 ✿ La note d'un repas pris dans un restaurant est partagé par trois familles proportionnellement à leur nombre d'enfants : 1 ; 2 et 4. Sachant que la note s'élève à 252 €, déterminer la part payée par chacun.

68 ✿✿ Trois frères et sœurs se partagent le prix d'un cadeau proportionnellement à leur âge : 15 ; 18 et 24 ans. Sachant que le plus jeune a mis 10 €, calculer la part des deux autres et le prix total du cadeau.

69 ✿✿✿ Un commerçant partage entre ses employés une prime annuelle de 804 € proportionnellement à leur âge : 29 ; 32 et 45 ans et à leur ancienneté : 5 ; 8 et 3 ans.
1. Quelle est la part de chacun ?
2. Le salarié le plus âgé est-il le plus avantagé ?

70 ✿✿✿ Trois étudiants décident d'offrir un cadeau d'anniversaire de 62,40 € à leur ami commun proportionnellement à leur âge : 20 ; 22 et 23 ans et à leurs ressources mensuelles : 250 €, 300 € et 400 €.
Déterminer la quote part de chaque étudiant.

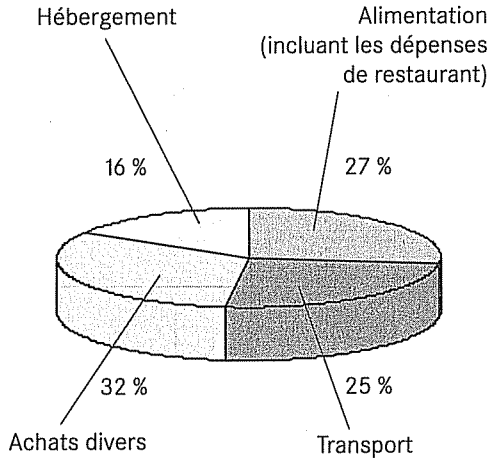
71 ✿✿✿ Trois familles ont acheté en commun et à part égale un terrain maraîcher à la périphérie de la ville.
Calculer le pourcentage, arrondi à 10^{-2}, de la récolte obtenue par chaque famille sachant qu'elle est proportionnelle à la part mise par chacune dans l'achat des graines et des plantes : 150 € ; 150 € et 200 €, et au nombre d'heures consacrées annuellement à la culture et à l'entretien du terrain : 350 ; 410 et 220 heures.

72 ✿ Sur un pot de 320 g de pesto, on lit :

basilic : 37,5 %
huile de tournesol : 26 %
huile d'olive : 9,5 %
fromages divers : 6 %
ingrédients divers : 21 %

1. Déterminer la masse de chacun des composants pour 100 g du produit.
2. Déterminer la masse de chacun des composants contenu dans le pot.

73 ✿ Répartition de la dépense moyenne des Français en 2000 par jour et par personne pendant leurs vacances.



Dépense moyenne d'un Français par jour : 39,64 €.
Calculer le montant en euros des dépenses quotidiennes selon chaque poste.

74 ✿ Un producteur de foie gras accorde en début d'année une réduction de 4 % sur toute commande d'un montant supérieur à 300 €.
1. Déterminer le montant de la réduction, puis le prix à verser si la commande s'élève à : 250 €, 380 €, 540 €.
2. Un client a obtenu 30,72 € de remise.
Quel était le montant de sa commande ?

75 ✿✿ Le nichrome est un alliage composé de 65 % de nickel, 12 % de chrome et de 23 % de fer.
1. Calculer la masse de nickel contenue dans un échantillon de 430 g de nichrome.
2. Calculer la masse d'un autre échantillon de nichrome contenant 805 g de fer.

76 ✿✿ Le chiffre d'affaires d'une entreprise pour l'année 1999 était de 480 000 €.
1. Au bilan 2003, le directeur se félicite d'avoir augmenté son chiffre d'affaires de 25 % par rapport à celui de 1999.
Quel est le chiffre d'affaires pour l'année 2003 ?
2. En 2003, le bénéfice de l'entreprise avant paiement de l'impôt est de 90 000 €. Le bénéfice de l'entreprise, impôt déduit, est de 60 000 €.
Calculer le montant de l'impôt en euros.
Déterminer le pourcentage d'imposition de la société (arrondir à 0,01).

© Nathan/VUEF. La photocopie non autorisée est un délit.

77 ✿✿ Le prix p_1 d'un article bénéficie d'une réduction de 20 %.
Soit p_2 le prix soldé.

1. Déterminer le coefficient multiplicateur associé à la réduction.

2. Exprimer p_2 en fonction de p_1.

3. Représenter graphiquement dans le plan muni d'un repère orthonormal d'unité graphique 1 cm pour 5 €, la fonction $f : p_1 \mapsto p_2$ pour $0 \leqslant p_1 \leqslant 60$.

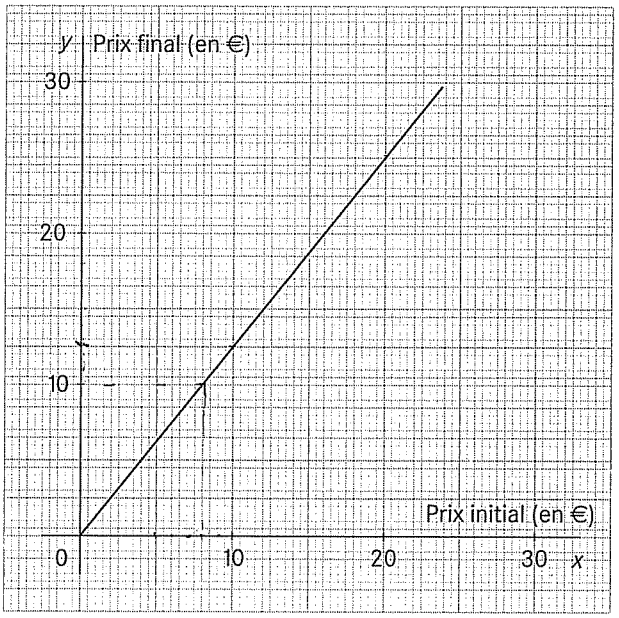
4. Déterminer graphiquement :

a) le prix de l'article soldé dont le montant initial était de 50 € ;

b) le prix initial de l'article dont le prix soldé est de 16 €.

5. Retrouver par le calcul les résultats de la question précédente.

78 ✿✿ On donne la représentation graphique d'une fonction linéaire où x représente le prix initial d'une marchandise et y son prix final.



1. Lire sur le graphique :

a) le prix final si la marchandise vaut au départ 20 € ;

b) le prix initial si le prix final de la marchandise est de 10 €.

2. Déterminer à l'aide de la question précédente la variation, en pourcentage, du prix de l'article.

3. Calculer le prix initial de la marchandise si la différence de prix est de 1,50 €.
En déduire son prix final.
Vérifier graphiquement ce résultat.

79 ✿✿✿ On peut ranger dans un meuble 56 CD ce qui représente 14 % du nombre total de CD que possède Elsa.

1. Calculer le nombre total de CD.

2. En déduire le nombre minimum de meubles dont il faut disposer pour ranger tous les CD.

3. Les meubles sont-ils tous pleins ?
Sinon, combien de places restent disponibles pour de nouveaux CD ?

80 ✿✿✿ Un client achète dans une quincaillerie 15 boîtes d'un produit d'entretien.
Une réduction de 1,8 % est accordée par lot de 6 boîtes.
Le prix des boîtes à l'unité s'élève à 4,37 €.

1. Calculer le prix d'achat de 6 boîtes hors remise.

2. Calculer le montant de la remise accordée pour l'achat d'un lot.
En déduire le prix payé pour l'achat d'un lot.

3. Déterminer la somme totale versée par le client pour l'achat des 15 boîtes.

81 ✿ Soit f la fonction définie pour tout nombre réel x par $f(x) = \frac{1}{2}x$.

1. Compléter le tableau suivant :

Point	Abscisse x	Ordonnée $y = f(x)$
A	0	
B		1
C	4	
D		3
E		$\frac{3}{2}$
F	-2	

2. À partir des résultats du tableau, placer les points de coordonnées $(x\,;y)$ dans le plan muni d'un repère orthonormal d'unité graphique 1 cm.

3. Tracer la droite Δ passant par les points A, B, C, D, E et F.

4. Déterminer graphiquement l'ordonnée du point M de cette droite qui a pour abscisse 10.

5. Déterminer graphiquement l'abscisse du point N de cette droite qui a pour ordonnée 4.

82 ✿ Soit f, g et h les fonctions définies respectivement pour tout nombre réel x par $f(x) = 0{,}8x$; $g(x) = 1{,}5x$ et $h(x) = -\frac{1}{2}x$.

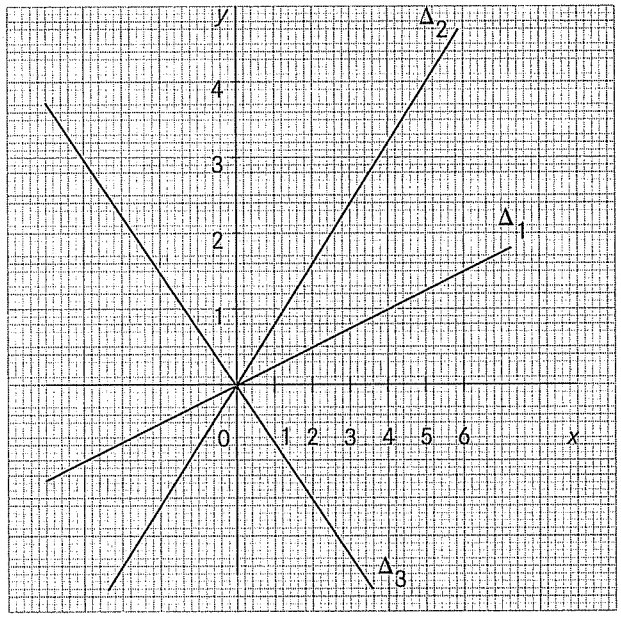
1. Calculer $f(5)$, $g(2)$ et $h(2)$.

2. Représenter graphiquement dans le plan muni d'un repère orthonormal d'unité graphique 1 cm les fonctions f, g et h.

© Nathan/VUEF. La photocopie non autorisée est un délit.

83 ✿✿

1. Déterminer l'expression algébrique des fonctions f, g et h dont les droites Δ_1, Δ_2 et Δ_3 sont les représentations graphiques respectives.



2. Déterminer graphiquement :

a) l'abscisse du point de Δ_1 d'ordonnée 0,5 ;

b) l'abscisse du point de Δ_2 d'ordonnée 2 ;

c) l'abscisse du point de Δ_3 d'ordonnée $-1,5$.

3. Déterminer graphiquement :

a) l'ordonnée du point de Δ_1 d'abscisse -4 ;

b) l'ordonnée du point de Δ_2 d'abscisse -5 ;

c) l'ordonnée du point de Δ_3 d'abscisse -2.

84 ✿ Le tableau suivant donne la masse de fer contenue dans un minerai particulier :

Masse de minerai (en g)	30	50	70	80
Masse de fer (en g)	15	25	35	40

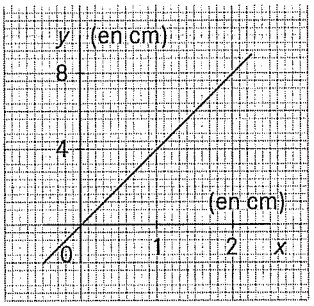
(×k)

1. Montrer que ce tableau est un tableau de proportionnalité.
En donner le coefficient de proportionnalité k.

2. On appelle x la masse de minerai et $f(x)$ la masse de fer.
Exprimer $f(x)$ en fonction de x.
Quelle est la nature de cette fonction ?

3. Représenter graphiquement cette fonction dans un repère orthonormal d'unité graphique 1 cm pour 10 g.

85 ✿✿ Le graphique ci-dessous représente le périmètre y correspondant à un carré de côté x.



1. Quelles sont les unités graphiques choisies ?

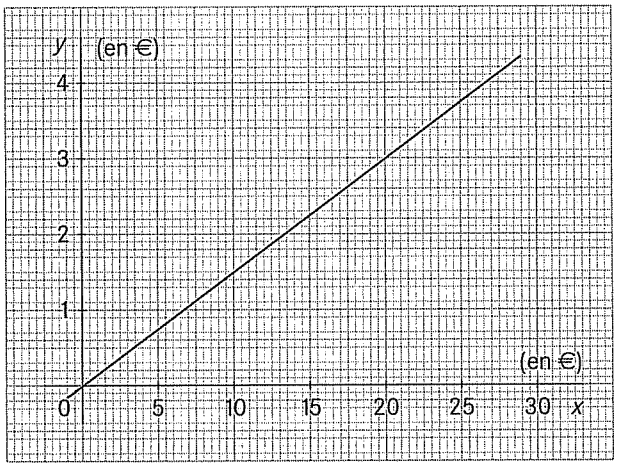
2. Déterminer graphiquement le côté d'un carré de périmètre 8 cm.

3. Déterminer graphiquement le périmètre d'un carré de côté 1 cm.

4. Déterminer le coefficient multiplicateur permettant de calculer le périmètre d'un carré en fonction de la mesure de son côté. En déduire l'expression de y en fonction de x.

5. Quelle est la fonction correspondant à la droite tracée sur le graphique ?

86 ✿ Le graphique ci-dessous donne le montant de la remise y accordée sur le prix x de certains articles par un commerçant.



1. Quelles sont les unités graphiques ?

2. À l'aide du graphique, compléter le tableau suivant :

Prix de l'article (en €)	5	10			28
Montant de la remise (en €)			2,25	3	

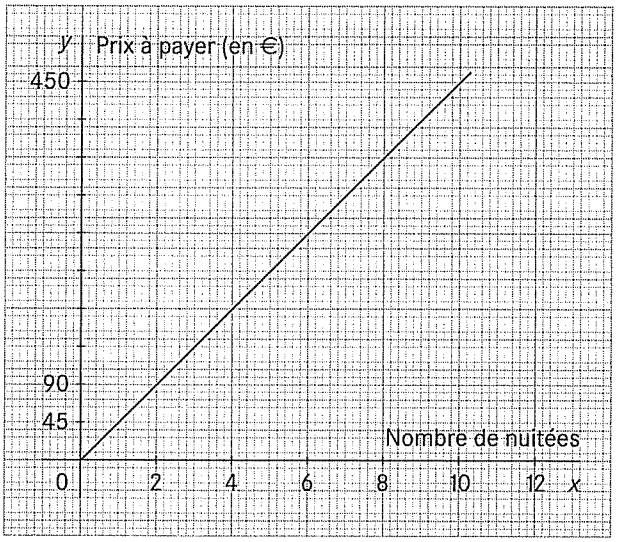
3. Déterminer le coefficient de proportionnalité qui permet de passer du prix de l'article au montant de la remise.

4. Déduire de la question précédente l'expression de y en fonction de x.

5. Quelle est la fonction correspondant à la droite tracée sur le graphique ?

© Nathan/VUEF. La photocopie non autorisée est un délit.

87 ✿ Le graphique suivant permet de déterminer le prix à payer pour une chambre de deux personnes dans un hôtel d'une ville française en fonction du nombre de nuitées.



1. À l'aide du graphique, compléter le tableau suivant :

Nombre de nuitées	1	2		6	
Prix à payer (en €)			135		450

2. Le prix à payer est-il proportionnel au nombre de nuits passées à l'hôtel ?

3. Déterminer la fonction qui, au nombre de nuitées, fait correspondre le prix à payer.

88 ✿✿ Le service d'abonnement à un quotidien propose les tarifs suivants :

Durée	Prix normal	Remise	Prix de l'abonnement (arrondi au centime)
3 mois	93,60 €	8 %	
6 mois	187,20 €	11 %	
12 mois	374,40 €	18 %	

1. Compléter le tableau ci-dessus.

2. Le prix de l'abonnement est-il proportionnel à la durée de l'abonnement ?
Justifier et commenter la réponse donnée.

3. **a)** Le prix normal est-il proportionnel à la durée de l'abonnement ? Justifier la réponse.

b) Exprimer le tarif normal y en fonction de la durée x.

c) Représenter graphiquement cette fonction dans un repère pour x compris entre 0 et 12 mois.

d) Quelle est la nature de la fonction correspondant à la droite tracée sur le graphique ?

89 ✿✿ Le tableau suivant représente le prix à payer en fonction des communications passées à partir d'un téléphone portable :

Durée des communications (en min)	10	25	60	240	480
Prix à payer (en €)	2	5	12	48	96

1. Le prix à payer est-il proportionnel à la durée des communications ? Si oui, en donner le coefficient de proportionnalité. Que signifie ce coefficient ?

2. Exprimer le prix à payer $f(x)$ en fonction de la durée des communications x.

3. Calculer pour une période donnée :

a) la durée des communications, en heures, si le prix à payer est de 72 € ;

b) le prix à payer si la durée des communications est de 4 h 30.

4. Représenter graphiquement cette fonction pour x appartenant à l'intervalle [0 ; 100] dans un repère orthogonal d'unités graphiques : en abscisse, 1 cm pour 10 min ; en ordonnée, 1 cm pour 2 €.

5. À l'aide du graphique, déterminer :

a) la durée des communications si le prix à payer est de 8 € ;

b) le prix à payer si la durée des communications est de 80 min.

90 ✿✿✿ DOCUMENT-ANNEXE P. 18

Un véhicule roule à la vitesse constante de 110 km/h sur une autoroute.

1. Compléter le tableau du document-annexe page 18.

Temps (en h)		1,25		2	2,5		3,5	4,75
Distance parcourue (en km)	55		165			550		

2. La distance parcourue est-elle proportionnelle au temps ?
Si oui, en donner le coefficient de proportionnalité.

3. On appelle f la distance parcourue au bout de x heures. Déterminer $f(x)$. De quel type de fonction s'agit-il ?

4. Représenter graphiquement f dans le repère du document-annexe pour x compris entre 0 et 5.
Unités graphiques : en abscisse, 1 cm pour 1 demi-heure ; en ordonnée, 1 cm pour 25 km.

5. Retrouver graphiquement les résultats du tableau.

91 ✿✿✿ Un commerçant vend des carreaux émaillés dont le prix est de 2 € le m^2. Il accorde une remise de 10 % à la caisse.

1. Exprimer le prix $f(x)$ à payer après la remise en fonction du nombre x de m^2 de carreaux achetés.

2. Calculer le prix payé par une personne qui achète 8 m^2, 12 m^2, 15 m^2 de carreaux.

3. Quelle est la nature de cette fonction ?

4. Représenter graphiquement f dans un repère orthogonal pour $0 \leqslant x \leqslant 20$. Unités graphiques : en abscisse, 1 cm pour 2 m^2 ; en ordonnée, 1 cm pour 2 €.

5. Déterminer graphiquement la surface correspondant à un prix de 18 €.

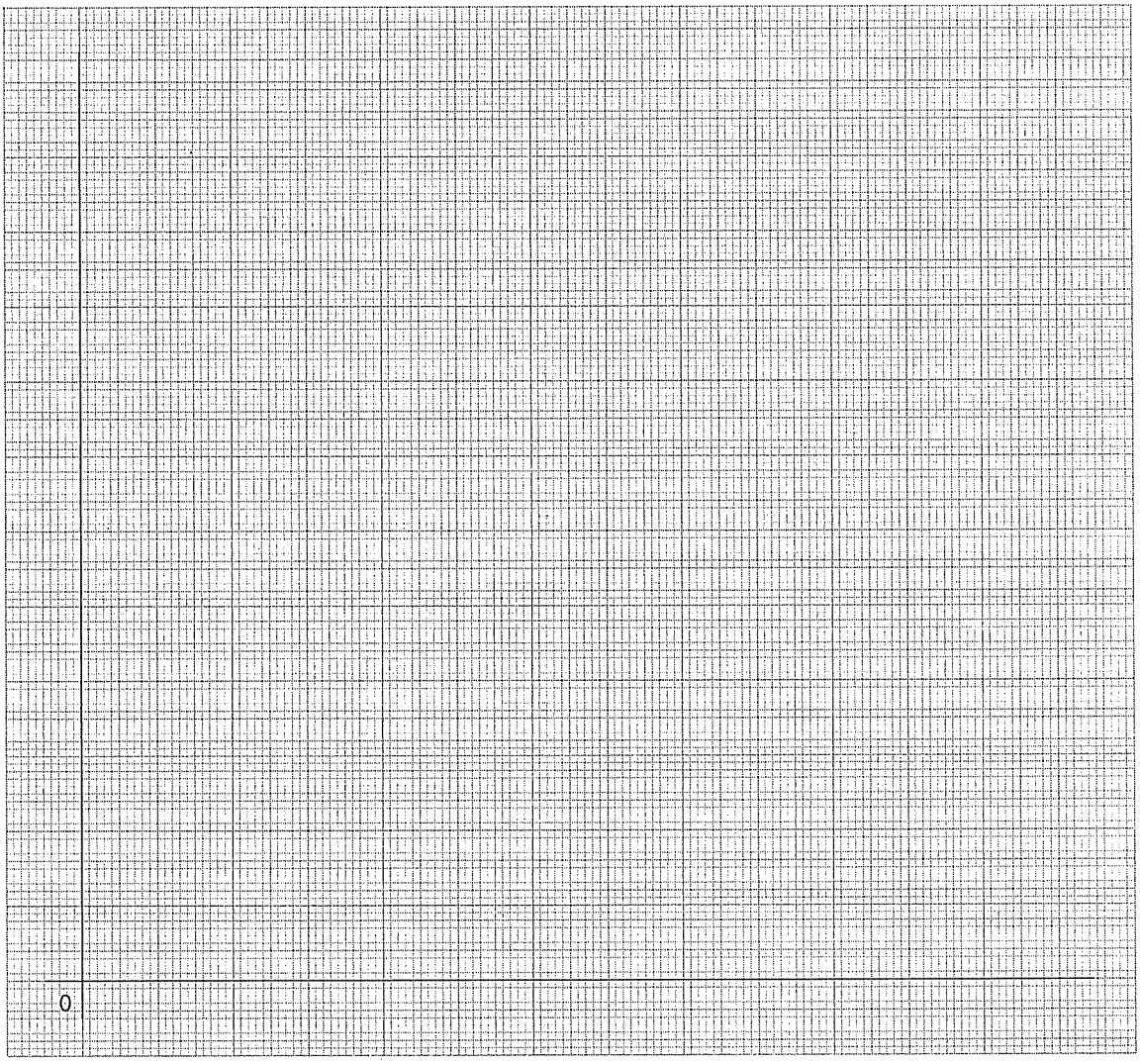
© Nathan/VUEF. La photocopie non autorisée est un délit.

Document-annexe du problème 90

Question 1

Temps (en h)	Distance parcourue (en km)
	55
1,25	
	165
2	
2,5	
	550
3,5	
4,75	

Question 4



© Nathan/VUEF. La photocopie non autorisée est un délit.

2 Fonctions affines

VOUS ALLEZ APPRENDRE À :

- Reconnaître une fonction affine.
- Représenter graphiquement une fonction affine.

POUR VOUS AIDER

FICHE MÉTHODE 5 p. 137
Comment calculer des images et des antécédents ?

FICHE MÉTHODE 6 p. 137
Comment tracer la droite représentative d'une fonction affine ?

FICHE MÉTHODE 7 p. 138
Comment déterminer l'équation de la droite passant par deux points ?

FICHE MÉTHODE 8 p. 138
Comment montrer qu'une droite est parallèle ou perpendiculaire à une autre droite ?

FICHE L'ESSENTIEL p. 160

Exercices d'entraînement

Reconnaissance d'une fonction affine Images et antécédents

FICHE MÉTHODE 5

1 Soit une fonction f définie pour tout nombre réel x. Cocher la case correspondant à la bonne réponse.

	f est une fonction :		
	linéaire	**constante**	**affine**
$f(x) = 3x$			
$f(x) = -1$			
$f(x) = x + 2$			
$f(x) = 4x - 1$			
$f(x) = x$			
$f(x) = 2$			
$f(x) = 5x + 5$			
$f(x) = -2x$			
$f(x) = -3x - 9$			

2 Soit la fonction f définie pour tout nombre réel x par $f(x) = ax + b$.
Compléter le tableau suivant en précisant la nature de la fonction f (linéaire, constante ou affine) :

	a =	b =	f est une fonction :
$f(x)$ =	2	-5	
$f(x)$ =	0	0	
$f(x)$ =	-1	0	
$f(x)$ =	0	3	
$f(x)$ =	4	5	
$f(x)$ =	1	-1	
$f(x)$ =	-2	2	
$f(x)$ =	3	-2	
$f(x)$ =	5	5	

© Nathan/VUEF. La photocopie non autorisée est un délit.

3 Soit la fonction f définie pour tout nombre réel x par $f(x) = ax + b$.
Compléter le tableau suivant en précisant la nature de la fonction f (linéaire, constante ou affine) :

	$a =$	$b =$	f est une fonction :
$f(x) = -2x$			
$f(x) = -x - 4$			
$f(x) = x + 1$			
$f(x) = -3x$			
$f(x) = 5x + 2$			
$f(x) = -3$			
$f(x) = -x - 1$			

4 Soit f une fonction affine définie pour tout nombre réel x.
Cocher la case correspondant à la bonne réponse.

f est définie par :	f est croissante	f est décroissante
$f(x) = 2x - 7$		
$f(x) = 3x + 1$		
$f(x) = x - 6$		
$f(x) = -2x + 4$		
$f(x) = -6x - 8$		

5 Soit la fonction f définie pour tout nombre réel x par $f(x) = 4x - 5$. Compléter le tableau suivant :

x	-2	-1	0	1	2	3
$4x$						
$f(x)$						

6 Soit f la fonction définie pour tout nombre réel x par $f(x) = -5x + 3$.

1. Calculer l'image par f de : -3 ; -1 ; 0 ; 4 et 8.

2. Compléter le tableau de valeurs suivant :

x	-3	-1	0	4	8
$f(x)$					

LE SAVIEZ-VOUS ?

Pour déterminer l'image par f du nombre réel a, on calcule $f(a)$.

7 Soit f la fonction définie pour tout nombre réel x par $f(x) = 2x - 6$.

1. Calculer l'image par f de : -5 ; -2 ; 0 ; 3 et 7.

2. Compléter le tableau de valeurs suivant :

x	-5	-2	0	3	7
$f(x)$					

8 Soit f la fonction définie pour tout nombre réel x par $f(x) = -x - 2$.

1. Calculer $f(-5)$; $f(-3)$; $f(0)$; $f(1)$ et $f(2)$.

2. À l'aide de la question précédente, dresser un tableau de valeurs de f.

LE SAVIEZ-VOUS ?

Le point de coordonnées $(a\ ;\ f(a))$ est un point de la droite représentative de f.

9 Soit f la fonction définie pour tout nombre réel x par $f(x) = 3x + 1$.

1. Déterminer l'antécédent par f de : -5 ; 0 ; 1 et 7.

2. Compléter le tableau de valeurs suivant :

x				
$f(x)$	-5	0	1	7

LE SAVIEZ-VOUS ?

Pour déterminer un antécédent par f du nombre réel a, on résout l'équation $f(x) = a$.

10 Soit f la fonction définie pour tout nombre réel x par $f(x) = -2x + 4$.

1. Calculer l'antécédent par f de : -2 ; -1 ; 2 et 10.

2. Compléter le tableau de valeurs suivant :

x				
$f(x)$	-2	-1	2	10

11 Soit f la fonction définie pour tout nombre réel x par $f(x) = 8x - 3$.

1. Résoudre les équations :
$f(x) = -3$; $f(x) = 1$ et $f(x) = 5$.

2. À l'aide de la question précédente, dresser un tableau de valeurs de f.

Etes-vous capable de...

...calculer des images et des antécédents ?

Soit f la fonction définie pour tout nombre réel x par $f(x) = 5x - 7$.

1. Quelle est l'image par f de 2 ?

❑ 3 ❑ -3 ❑ 2 ❑ -2

2. Quel est l'antécédent par f de 3 ?

❑ 3 ❑ -3 ❑ 2 ❑ -2

▶ POUR VOUS AIDER : 5 P. 137
▶ RÉPONSE 1 : P. 172

© Nathan/VUEF. La photocopie non autorisée est un délit.

12 Soit f la fonction définie pour tout nombre réel x par $f(x) = -2x + 6$.

1. Résoudre les équations :

$f(x) = -2$; $f(x) = 0$ et $f(x) = 4$.

2. À l'aide de la question précédente, dresser un tableau de valeurs de f.

13 Soit f la fonction définie sur $[0 ; 5]$ par $f(x) = 3x - 4$.

Calculer $f(0)$ et $f(5)$, puis déterminer les coordonnées des extrémités du segment de droite représentant f.

14 Soit f la fonction définie sur $[2 ; 10]$ par $f(x) = -4x + 3$.

Déterminer les coordonnées des extrémités du segment de droite représentant f.

15 Soit f la fonction définie sur $[-4 ; 3]$ par $f(x) = 5x + 1$.

Déterminer les coordonnées des extrémités du segment de droite représentant f.

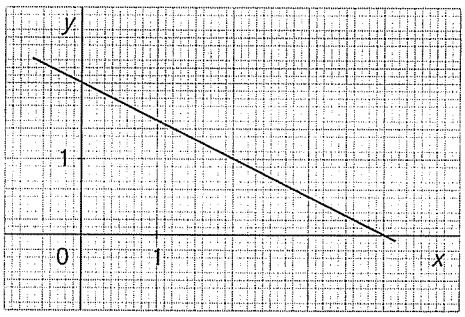
16 Soit f la fonction définie sur $[15 ; 100]$ par $f(x) = 0{,}2x + 100$.

Déterminer les coordonnées des extrémités du segment de droite représentant f.

Représentation graphique d'une fonction affine

FICHE MÉTHODE 6

17 On donne la représentation graphique d'une fonction f.



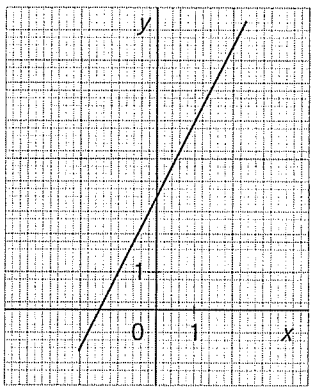
1. Comment reconnaît-on qu'il s'agit de la droite représentative d'une fonction affine ?

2. La droite tracée est-elle représentative de la fonction ayant pour expression algébrique : $f(x) = -0{,}5x - 2$; $f(x) = 0{,}5x + 2$; $f(x) = -0{,}5x + 2$; $f(x) = 0{,}5x - 2$?

LE SAVIEZ-VOUS ?

La représentation graphique d'une fonction affine est une droite qui ne passe pas par l'origine du repère.

18 On donne la représentation graphique d'une fonction f.



1. Comment reconnaît-on qu'il s'agit de la droite représentative d'une fonction affine ?

2. La droite tracée est-elle représentative de la fonction ayant pour expression algébrique : $f(x) = 2x + 3$; $f(x) = 2x - 3$; $f(x) = -2x + 3$; $f(x) = -2x - 3$?

19 Soit f la fonction définie sur $[0 ; 1]$ par : $f(x) = 4x - 3$.

1. Calculer $f(0)$ et $f(1)$.

2. Représenter graphiquement la fonction f dans le plan muni d'un repère orthonormal.

3. Quel est le nom de la représentation graphique de cette fonction ?

20 Soit f la fonction définie sur $[-1 ; 6]$ par : $f(x) = -x + 5$.

1. Calculer $f(0)$ et $f(2)$.

2. Représenter graphiquement la fonction f dans le plan muni d'un repère orthonormal.

Et vous, êtes-vous capable de...

...tracer la droite représentative d'une fonction affine ?

1. Quelle est la fonction f dont la droite représentative passe par le point de coordonnées $(-1 ; 3)$?

❑ $f(x) = 3x + 6$ ❑ $f(x) = 3x - 1$ ❑ $f(x) = -x + 3$

2. L'ordonnée à l'origine de la représentation graphique d'une fonction affine est $b = 2$.
Quelles sont les coordonnées d'un point de la droite ?

❑ $(2 ; 0)$ ❑ $(0 ; 0)$ ❑ $(2 ; 2)$ ❑ $(0 ; 2)$

3. Quel est le coefficient directeur de la droite d'équation $y = -5x + 1$?

❑ 5 ❑ -5 ❑ 1 ❑ -1

▶ POUR VOUS AIDER : 6 P. 137
▶ RÉPONSE 2 : P. 172

© Nathan/VUEF. La photocopie non autorisée est un délit.

21 Soit f la fonction définie sur $[-1\,;1]$ par : $f(x)=3x+1$.

1. Calculer $f(0)$ et $f\left(\frac{1}{3}\right)$.

2. Représenter graphiquement la fonction f dans le plan muni d'un repère orthonormal.

22 Soit f la fonction définie sur $[0\,;3]$ par : $f(x)=-2x-1$.

1. Calculer $f(0)$ et $f(3)$.

2. Représenter graphiquement la fonction f dans le plan muni d'un repère orthonormal.

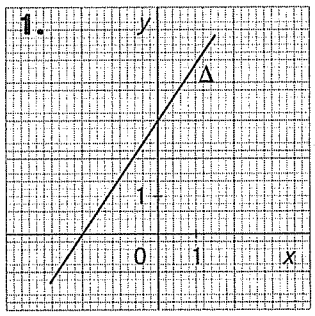
23 Soit f une fonction définie pour tout nombre réel x. Le plan est muni d'un repère.
Pour chaque cas, représenter graphiquement la fonction f en déterminant au préalable les coordonnées de deux points de la droite représentative de f.

1. $f(x)=3x-1$. **2.** $f(x)=-x+4$.

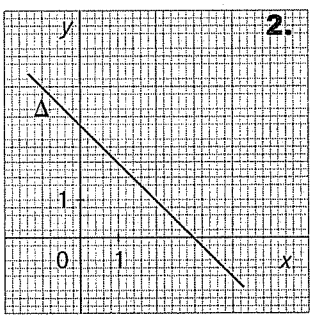
3. $f(x)=-2x-1$.

24 Soit Δ la droite représentative d'une fonction affine définie pour tout nombre réel x.
Pour chaque cas, déterminer les coordonnées d'un point de Δ et l'ordonnée à l'origine b.

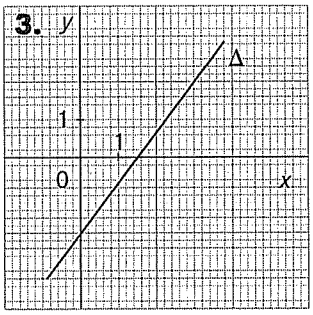
1.



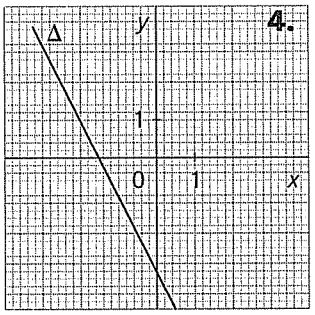
2.



3.



4.



LE SAVIEZ-VOUS ?

b est l'ordonnée à l'origine. Le point de coordonnées $(0\,;b)$ est un point de la droite.

25 On appelle Δ la droite représentative de la fonction f définie pour tout nombre réel x par : $f(x)=-4x+5$. A et B sont deux points de Δ.

1. Compléter le tableau suivant :

	A	B
Abscisse x	1	0
Ordonnée y	$f(1)=$	$f(0)=$

2. Représenter graphiquement f dans le plan muni d'un repère.

26 On appelle Δ la droite représentative de la fonction g définie pour tout nombre réel x par : $g(x)=-2x+3$. A et B sont deux points de Δ.

1. Compléter le tableau suivant :

	A	B
Abscisse x	1	$x=$
Ordonnée y	$g(1)=$	3

2. Représenter graphiquement f dans le plan muni d'un repère.

27 On appelle Δ la droite représentative de la fonction h définie pour tout nombre réel x par : $h(x)=-3x-1$. A et B sont deux points de Δ.

1. Compléter le tableau suivant :

	A	B
Abscisse x	-2	1
Ordonnée y		

2. Représenter graphiquement f dans le plan muni d'un repère.

28 On appelle Δ la droite représentative de la fonction i définie pour tout nombre réel x par : $i(x)=3x+1$. A et B sont deux points de Δ.

1. Compléter le tableau suivant :

	A	B
Abscisse x		
Ordonnée y	1	-2

2. Représenter graphiquement f dans le plan muni d'un repère.

Équation de droites

FICHE MÉTHODE 7

Le plan est muni d'un repère.

29 Pour chaque cas, déterminer le coefficient directeur de la droite Δ passant par les points A et B.

	Coordonnées du point A	Coordonnées du point B	Coefficient directeur de Δ
1.	(6 ; 2)	(5 ; 8)	
2.	(1 ; 3)	(4 ; 2)	
3.	(2 ; 5)	(3 ; 8)	
4.	(3 ; 7)	(1 ; 6)	
5.	(0 ; 1)	(2 ; 5)	
6.	(−1 ; 2)	(1 ; −3)	
7.	(−2 ; −1)	(−3 ; −6)	
8.	(−5 ; 2)	(3 ; −6)	
9.	(1 ; 4)	(−1 ; −2)	

© Nathan/VUEF. La photocopie non autorisée est un délit.

30 Pour chaque cas, déterminer l'équation de la droite de coefficient directeur a et dont l'ordonnée à l'origine est b.

1. $a=3$ et $b=-4$. **2.** $a=-1$ et $b=-1$.
3. $a=1$ et $b=1$. **4.** $a=6$ et $b=-9$.
5. $a=0$ et $b=2$. **6.** $a=-4$ et $b=0$.

31 Pour chaque cas, déterminer l'équation de la droite de coefficient directeur a et passant par le point A de coordonnées $(x\,;y)$.

1. $a=-2$ et $A(2\,;-2)$.
2. $a=3$ et $A(-1\,;-4)$.
3. $a=-1$ et $A(5\,;1)$.
4. $a=1$ et $A(2\,;-1)$.

32 Pour chaque cas, déterminer l'équation de la droite passant par les points A et B.

1. $A(1\,;2)$ et $B(0\,;-2)$.
2. $A(0\,;2)$ et $B(-1\,;1)$.
3. $A(1\,;2)$ et $B(2\,;7)$.
4. $A(1\,;-4)$ et $B(2\,;-3)$.
5. $A(1\,;-6)$ et $B(-2\,;-3)$.

Besoin d'aide pour...

...déterminer l'équation d'une droite ?

1. Quelle est l'équation de la droite de coefficient directeur 8 et dont l'ordonnée à l'origine est -9 ?

❑ $y=-9x+8$ ❑ $y=8x-9$ ❑ $y=-8x$

2. Quelle est l'équation de la droite de coefficient directeur 1 et passant par le point A de coordonnées $(2\,;-1)$?

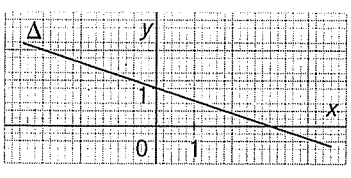
❑ $y=x+3$ ❑ $y=3x+1$ ❑ $y=x-3$

3. Quelle est l'équation de la droite passant par les points $A(1\,;-6)$ et $B(-2\,;-3)$?

❑ $y=x-5$ ❑ $y=-x-5$ ❑ $y=-5x-1$

▶ POUR VOUS AIDER : 7 P. 138
▶ RÉPONSE 3 : P. 172

33 Soit Δ la droite représentative d'une fonction affine f.



1. Déterminer graphiquement l'abscisse du point M de Δ d'ordonnée 2.

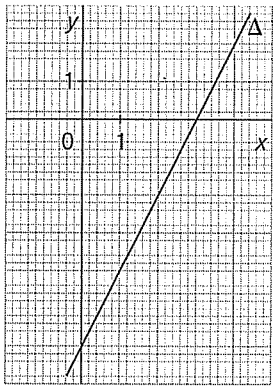
2. Déterminer graphiquement l'ordonnée du point N de Δ d'abscisse 3.

3. Calculer, à l'aide des points M et N, le coefficient directeur de Δ.

4. Déterminer graphiquement l'ordonnée à l'origine de Δ.

5. En déduire l'expression algébrique de $f(x)$.

34 Soit Δ la droite représentative d'une fonction affine f.



1. Déterminer graphiquement l'abscisse du point M de Δ d'ordonnée 2.

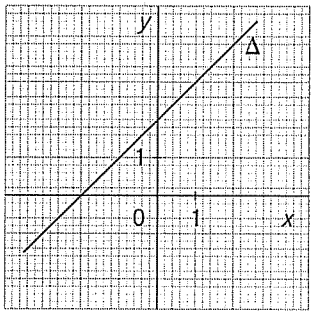
2. Déterminer graphiquement l'ordonnée du point N de Δ d'abscisse 3.

3. Calculer, à l'aide des points M et N, le coefficient directeur de Δ.

4. Déterminer graphiquement l'ordonnée à l'origine de Δ.

5. En déduire l'expression algébrique de $f(x)$.

35 Soit Δ la droite représentative d'une fonction affine f.



1. Déterminer graphiquement l'ordonnée du point N de Δ d'abscisse 0.

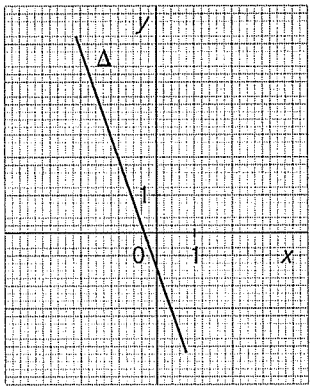
2. Déterminer graphiquement les coordonnées d'un autre point de Δ.

3. Calculer, à l'aide de ces deux points, le coefficient directeur de Δ.

4. En déduire l'expression algébrique de $f(x)$.

© Nathan/VUEF. La photocopie non autorisée est un délit.

36 Soit Δ la droite représentative d'une fonction affine *f*.



1. Déterminer graphiquement l'ordonnée du point *N* de Δ d'abscisse 0.

2. Déterminer graphiquement les coordonnées d'un autre point de Δ.

3. Calculer, à l'aide de ces deux points, le coefficient directeur de Δ.

4. En déduire l'expression algébrique de $f(x)$.

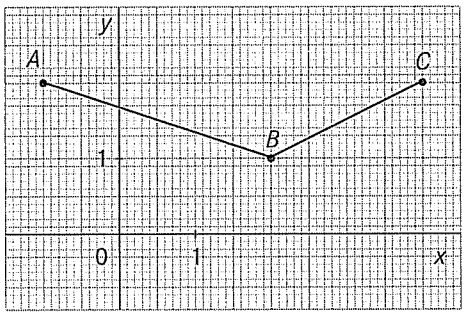
37 Pour chacun des graphiques, répondre aux questions suivantes.

a) Déterminer graphiquement les coordonnées des points *A*, *B* et *C*.

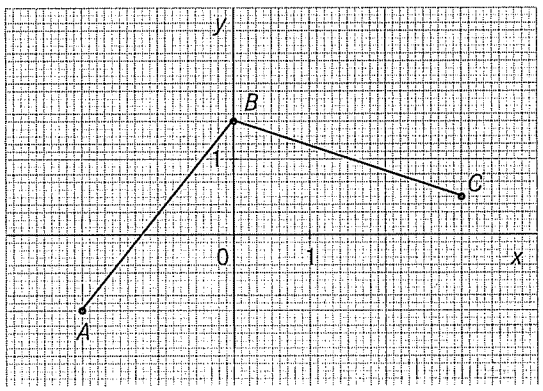
b) On appelle Δ la droite passant par les points *A* et *B*. Pour quelles valeurs de *x* la droite Δ est-elle représentée ?
Déterminer l'équation de Δ.

c) On appelle Δ′ la droite passant par les points *B* et *C*. Pour quelles valeurs de *x* la droite Δ′ est-elle représentée ?
Déterminer l'équation de Δ′.

1.



2.



Droites parallèles - Droites perpendiculaires

FICHE MÉTHODE 8

Le plan est muni d'un repère orthonormal.

38 Déterminer le coefficient directeur *a* de la droite Δ dans les conditions suivantes.

1.	$\Delta' : y = -x + 2$	Δ et Δ′ sont parallèles
2.	$\Delta' : y = 5x + 6$	Δ et Δ′ sont parallèles
3.	$\Delta' : y = -x + 2$	Δ et Δ′ sont perpendiculaires
4.	$\Delta' : y = 5x + 6$	Δ et Δ′ sont perpendiculaires

39 Soit les droites Δ et Δ′ d'équations respectives $y = -x + 6$ et $y = ax - 1$.

1. Déterminer la valeur de *a* pour que les droites Δ et Δ′ soient parallèles.

2. Déterminer la valeur de *a* pour que les droites Δ et Δ′ soient perpendiculaires.

Êtes-vous capable de...

...montrer qu'une droite est parallèle ou perpendiculaire à une autre droite ?

1. Quelle est l'équation de la droite parallèle à $y = x + 2$?

❑ $y = -x - 2$ ❑ $y = -x + 2$ ❑ $y = x$ ❑ $y = -x$

2. Quelle est l'équation de la droite perpendiculaire à $y = -2x + 1$?

❑ $y = 2x + 1$ ❑ $y = \frac{1}{2}x + 1$ ❑ $y = -\frac{1}{2}x + 1$

3. Quelles sont les positions des droites d'équations $y = \frac{1}{2}x + 6$ et $y = \frac{1}{2}x - 4$?

❑ parallèles ❑ perpendiculaires ❑ quelconques

4. Quelles sont les positions des droites d'équations $y = \frac{1}{3}x + 9$ et $y = -3x - 8$?

❑ parallèles ❑ perpendiculaires ❑ quelconques

▶ POUR VOUS AIDER : 8 P. 138
▶ RÉPONSE 4 : P. 172

40 **1.** Construire, dans un même repère, les droites représentatives des fonctions *f*, *g* et *h* définies pour tout nombre réel *x* par :

$f(x) = 2x + 1$, $g(x) = -\frac{1}{2}x + 3$ et $h(x) = 2x - 5$.

2. Comparer les représentations graphiques des fonctions *f* et *g*. Justifier la réponse donnée par un calcul.

3. Comparer les représentations graphiques des fonctions *f* et *h*. Justifier la réponse.

© Nathan/VUEF. La photocopie non autorisée est un délit.

Problèmes

✿ = facile ✿✿ = ça se corse ✿✿✿ = difficile

41 ✿ Parmi les fonctions suivantes, déterminer les fonctions affines, linéaires et constantes :

$f_1(x) = -4x - 1$; $f_2(x) = -\frac{x}{2} + 1$; $f_3(x) = -2x$;

$f_4(x) = 3x^2$; $f_5(x) = \frac{1}{2x} + 3$; $f_6(x) = \frac{1}{x}$;

$f_7(x) = x^2 - 6$; $f_8(x) = \frac{x}{5}$; $f_9(x) = -1$.

42 ✿ Cocher la case correspondant aux réponses justes.

	f est une fonction :				
	linéaire	affine	constante	croissante	décroissante
$f(x) = 2x - 3$					
$f(x) = 3 - 5x$					
$f(x) = 1 - x$					
$f(x) = x$					
$f(x) = 6$					
$f(x) = -8x + 9$					
$f(x) = 2 - 2x$					
$f(x) = -3x - 7$					
$f(x) = -1 + x$					
$f(x) = -8x$					
$f(x) = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$					
$f(x) = -\frac{1}{3} + \frac{1}{3}x$					

43 ✿ Dans le plan muni d'un repère orthonormal d'unité graphique 1 cm, construire :

a) la droite D_1 passant par les points de coordonnées $(1 ; 3)$ et $(-1 ; -2)$;

b) la droite D_2 parallèle à l'axe des abscisses et passant par le point d'ordonnée 3.

Déterminer sans calcul l'équation de D_2.

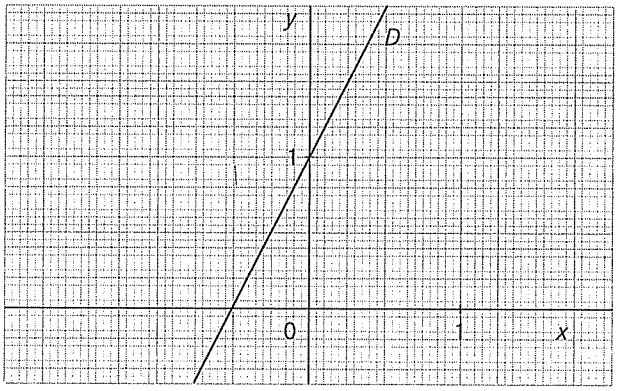
44 ✿ Dans le plan muni d'un repère orthonormal d'unité graphique 1 cm, construire :

a) la droite D_1 passant par les points de coordonnées $(0 ; 3)$ et $(2 ; 0)$;

b) la droite D_2 parallèle à l'axe des ordonnées et passant par le point d'abscisse 2.

Déterminer sans calcul l'équation de D_2.

45 ✿ Dans le plan muni d'un repère, on considère la droite D représentative de la fonction définie pour tout nombre réel x par $f(x) = 2x + 1$.

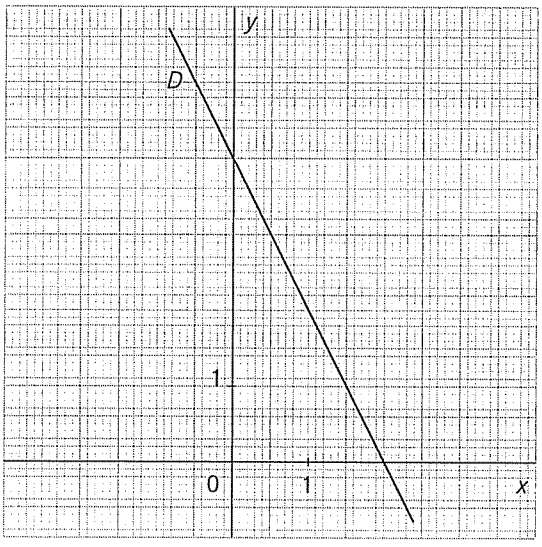


1. Déterminer graphiquement le point d'intersection de D avec l'axe des abscisses.

2. Déterminer graphiquement le point d'intersection de D avec l'axe des ordonnées.

3. Vérifier ces résultats par le calcul.

46 ✿ Dans le plan muni d'un repère, on considère la droite D représentative de la fonction définie pour tout nombre réel x par $f(x) = -2x + 4$.



1. Déterminer graphiquement le point d'intersection de D avec l'axe des abscisses.

2. Déterminer graphiquement le point d'intersection de D avec l'axe des ordonnées.

3. Vérifier ces résultats par le calcul.

© Nathan/VUEF. La photocopie non autorisée est un délit.

47 ✿ Dans le plan muni d'un repère, on considère la droite Δ représentative de la fonction définie pour tout nombre réel x par $f(x) = 4x - 5$.
Parmi les points suivants, quels sont ceux qui appartiennent à la droite Δ ?
$A(0 ; -5)$; $B(8 ; 3)$; $C(1 ; 1)$; $D(2 ; 3)$.

48 ✿ Dans le plan muni d'un repère, on considère la droite Δ représentative de la fonction définie pour tout nombre réel x par $f(x) = -3x + 7$.
Parmi les points suivants, quels sont ceux qui appartiennent à la droite Δ ?
$A(0 ; 7)$; $B(8 ; 31)$; $C(1 ; 4)$; $D(2 ; 0)$.

49 ✿ Dans le plan muni d'un repère, on considère la droite Δ représentative de la fonction définie pour tout nombre réel x par $f(x) = -2x - \frac{1}{2}$.
Parmi les points suivants, quels sont ceux qui appartiennent à la droite Δ ?
$A(0 ; -1)$; $B\left(\frac{1}{2} ; -2\right)$; $C\left(\frac{1}{2} ; -1\right)$; $D\left(-\frac{1}{2} ; \frac{1}{2}\right)$.

50 ✿ On considère la fonction définie pour tout nombre réel x par $f(x) = 3x + 2$.
Soit Δ sa représentation graphique dans le plan muni d'un repère.
1. Déterminer l'abscisse du point de Δ d'ordonnée -4.
2. Déterminer l'ordonnée du point de Δ d'abscisse 1.

51 ✿ On considère la fonction définie pour tout nombre réel x par $f(x) = \frac{1}{2}x + 2$.
Soit Δ sa représentation graphique dans le plan muni d'un repère.
1. Déterminer l'abscisse du point de Δ d'ordonnée 0.
2. Déterminer l'ordonnée du point de Δ d'abscisse 1.

52 ✿ On considère la fonction définie pour tout nombre réel x par $f(x) = -\frac{1}{3}x - \frac{1}{3}$.
Soit Δ sa représentation graphique dans le plan muni d'un repère.
1. Déterminer l'abscisse du point de Δ d'ordonnée -1.
2. Déterminer l'ordonnée du point de Δ d'abscisse -2.

53 ✿ On considère la fonction définie pour tout nombre réel x par $f(x) = x - 6$.
Soit Δ sa représentation graphique dans le plan muni d'un repère.
1. Déterminer l'abscisse du point de Δ d'ordonnée -5.
2. Déterminer l'ordonnée du point de Δ d'abscisse 4.

54 ✿
1. Placer les points $A(1 ; 1)$ et $B(2 ; 4)$ dans le plan muni d'un repère orthonormal.
2. Tracer la droite (AB).
3. Déterminer l'équation de la droite (AB).

55 ✿
1. Déterminer la fonction f telle que -1 a pour image 2 par f et 2 a pour image 6 par f.
2. Représenter graphiquement f dans le plan muni d'un repère orthonormal.

56 ✿✿
1. Compléter le tableau suivant :

x	0	1	2	4
$y = \frac{5}{2}x$				

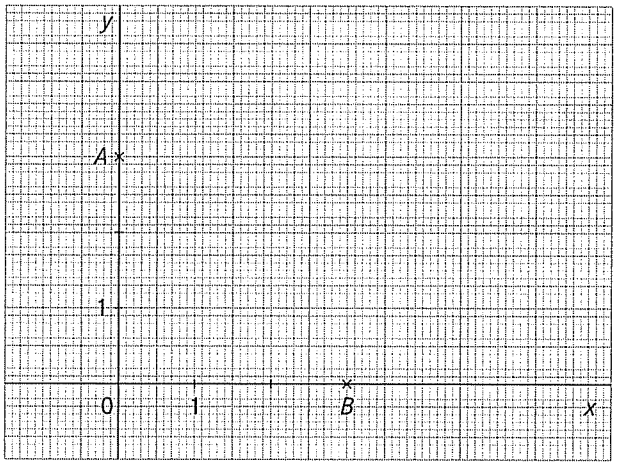
2. À partir des résultats du tableau, placer les points de coordonnées $(x ; y)$ dans le plan muni d'un repère, puis tracer la droite d'équation $y = \frac{5}{2}x$.
3. Cette situation est-elle de type linéaire ou affine ?
4. Tracer dans le même repère la droite d'équation $y = -\frac{1}{2}x + 6$.
5. Déterminer graphiquement les coordonnées du point d'intersection des deux droites.

57 ✿✿ On considère les fonctions :
$f : x \mapsto \frac{1}{2}x + 1$;
$g : x \mapsto 2x - 3$;
$h : x \mapsto -x$;
$i : x \mapsto 1$.
1. Déterminer la nature des fonctions f, g, h et i.
2. Déterminer le sens de variation des fonctions f, g, h et i. Justifier.
3. Représenter graphiquement les fonctions f, g, h et i dans un même repère orthonormal du plan d'unité graphique 1 cm.
4. Déterminer graphiquement les points d'intersection des droites représentatives des fonctions f et i, puis des fonctions g et h.

58 ✿✿ Soit la fonction f définie sur $[0 ; 6]$ par :
$f(x) = 2x$ si $0 \leqslant x \leqslant 1$
$f(x) = 2$ si $1 \leqslant x \leqslant 3$
$f(x) = x - 1$ si $3 \leqslant x \leqslant 6$.
Représenter graphiquement f dans un repère orthonormal du plan d'unité graphique 1 cm.

© Nathan/VUEF. La photocopie non autorisée est un délit.

59 ✿✿



1. On considère le plan rapporté au repère ci-dessus.

a) Placer dans ce repère le point M de coordonnées $(6 ; 3)$, puis tracer la droite (OM).

b) Cette droite peut-elle être la représentation graphique d'une fonction linéaire ? Justifier la réponse.

2. a) Déterminer graphiquement les coordonnées des points A et B.

b) La droite (AB) peut-elle être la représentation graphique d'une fonction linéaire f ? Justifier la réponse.

3. Parmi les expressions algébriques suivantes, une seule définit la fonction f :

$f(x) = 2x - 1$;

$f(x) = -2x$;

$f(x) = -x + 3$;

$f(x) = 3x + 2$.

Choisir l'expression qui définit la fonction f et justifier ce choix.

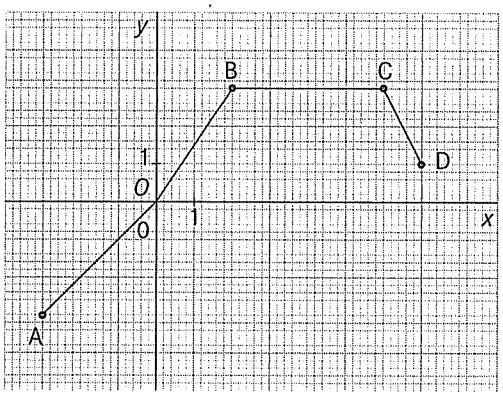
4. Déterminer graphiquement les coordonnées de I, point d'intersection des droites (OM) et (AB).

60 ✿✿✿ Soit les fonctions f, g et h définies respectivement sur $[0 ; 2]$, $[2 ; 3]$ et $[3 ; 8]$ par $f(x) = -x$, $g(x) = 7x - 16$ et $h(x) = 5$.

1. Déterminer le sens de variation des fonctions f, g et h. Justifier.

2. Représenter graphiquement les fonctions f, g et h dans un repère orthonormal du plan d'unité graphique 1 cm.

61 ✿✿✿ On donne la représentation graphique suivante :



1. Déterminer graphiquement les coordonnées des points A, B, C et D.

2. Sur quels intervalles sont définies les fonctions f, g, h et i dont les segments $[AO]$, $[OB]$, $[BC]$ et $[CD]$ sont les représentations graphiques respectives ?

3. Déterminer les expressions algébriques des fonctions f, g, h et i.

62 ✿ On considère un rectangle de largeur 10 cm et de longueur x.

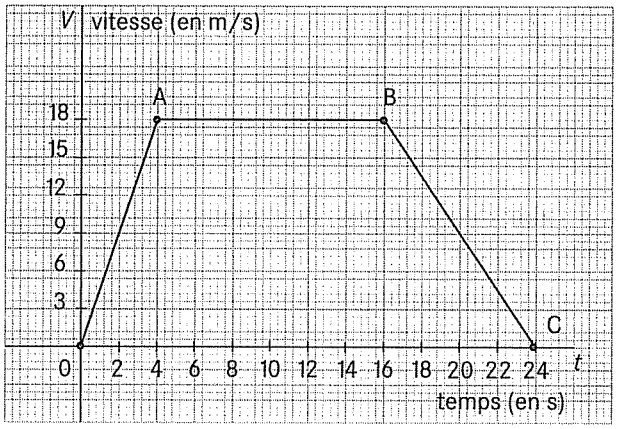
1. Exprimer le périmètre $p(x)$ du rectangle en fonction de x.

2. Calculer le périmètre du rectangle si sa longueur est égale à : 12 cm, 20 cm, puis 50 cm.

3. Représenter graphiquement la fonction p dans un repère orthogonal du plan lorsque x varie entre 10 et 50. Unités graphiques : en abscisse, 1 cm représente 5 cm ; en ordonnée, 1 cm représente 10 cm.

4. Déterminer graphiquement la longueur du rectangle si son périmètre est égal à 50 cm, puis à 110 cm.

63 ✿✿ Une rame de métro se déplace d'une station à l'autre d'un mouvement rectiligne.
La représentation graphique suivante représente la vitesse de cette rame en fonction du temps.

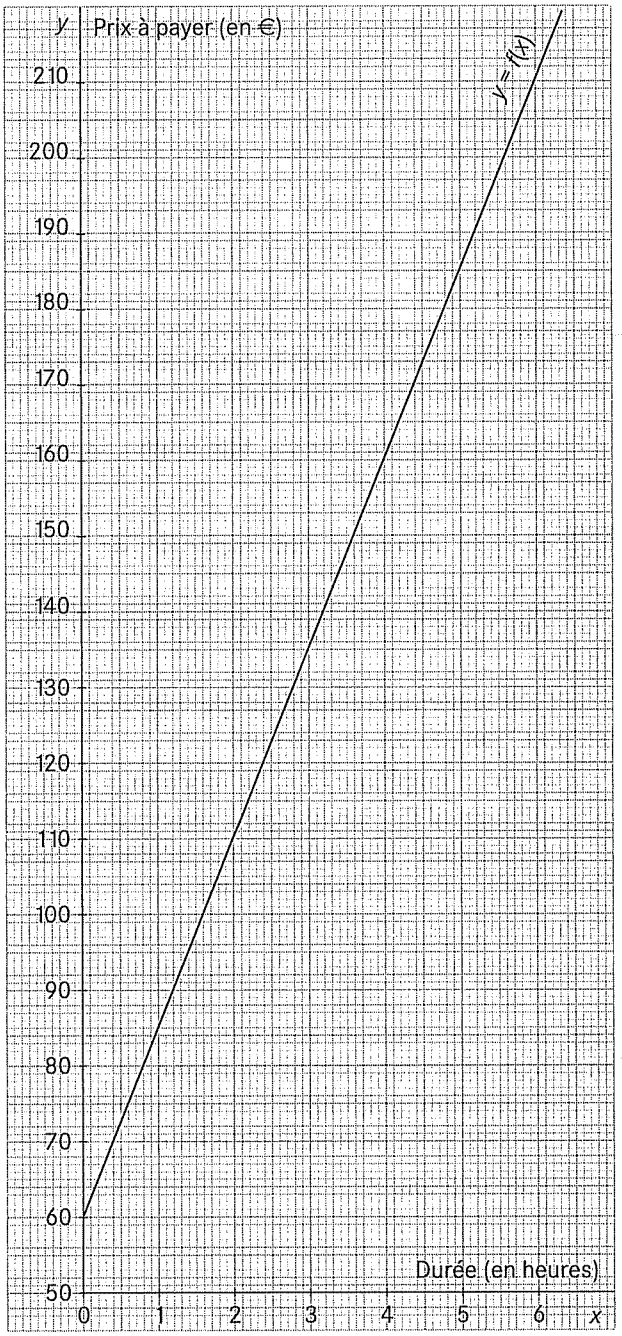


1. Citer, en justifiant la réponse, la partie de la courbe correspondant à la phase où la vitesse est :
– proportionnelle au temps ;
– décroissante en fonction du temps.

© Nathan/VUEF. La photocopie non autorisée est un délit.

2. Déterminer :
– les coordonnées des points A, B et C ;
– les équations des droites (OA) et (BC).

64 ✿✿ Un particulier fait appel à une entreprise de dépannage. Le graphique indique le prix à payer par le client en fonction de la durée de travail effectué.



1. À l'aide du graphique, déterminer les frais fixes de déplacement.

2. À partir du graphique, compléter le tableau :

x		4	6
$f(x)$	110		

3. Déterminer l'équation de la droite représentée. En déduire l'expression de $f(x)$ en fonction de x.

4. Calculer :

a) le prix à payer pour une intervention de 2 h 30 ;

b) la durée de l'intervention si le prix à payer est de 185 €.

Contrôler graphiquement ces résultats.

65 ✿✿ DOCUMENT-ANNEXE P. 30

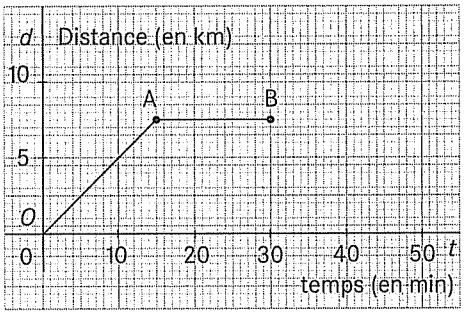
Une cuve vide est remplie en deux étapes successives. On désigne par x le temps de remplissage en heures et par y le volume versé dans la cuve en m^3. Les deux étapes sont définies par les relations suivantes :
1re étape : $y = 3{,}6x$;
2e étape : $y = 1{,}2x + 1{,}8$.

1. Tracer ces deux droites dans le repère du document-annexe page 30.

2. Déterminer graphiquement :
– la durée de la 1re étape ;
– la contenance totale de la cuve sachant qu'elle est remplie en 2 heures et 15 minutes.

66 ✿✿✿ DOCUMENT-ANNEXE P. 30

Le graphique suivant représente la distance parcourue par un conducteur de car en fonction du temps.



1. Calculer la vitesse, en km/h, du car sur les parties [OA], puis [AB] du trajet.
Déterminer les équations des droites (OA) et (AB).

2. À partir du point B, le conducteur roule à la vitesse constante de 90 km/h pendant 20 minutes. On note [BC] la partie du graphique correspondante.
Déterminer les coordonnées du point C et construire le segment [BC] sur le document-annexe page 30.
Déterminer l'équation de la droite (BC).

67 ✿✿✿ DOCUMENT-ANNEXE P. 30

Une personne compare dans deux magasins le prix au m^2 d'un papier peint fragile qu'elle désire acheter.
Magasin A : le prix du rouleau de papier peint est de 6 € le m^2 et les frais de pose de 35 €.
Magasin B : le prix du rouleau de papier peint est de 13 € le m^2 et la pose est gratuite.

1. Calculer, dans chaque cas, la dépense pour 3 m^2, puis 7 m^2 de papier peint achetés.

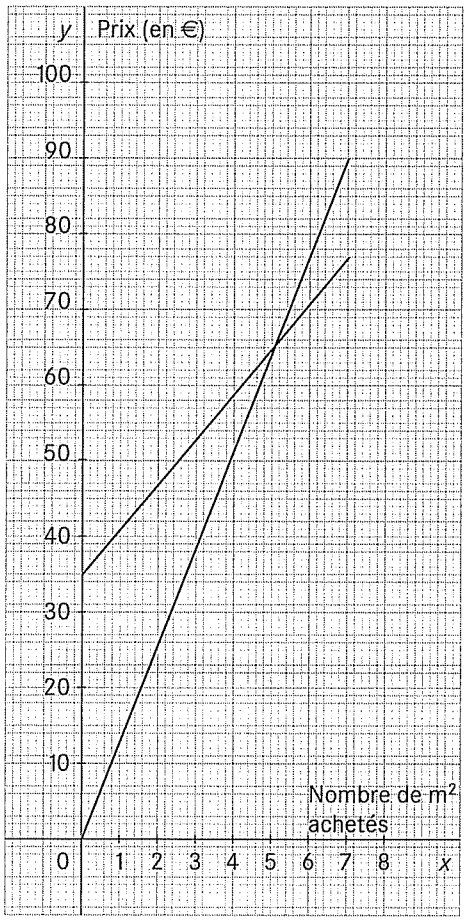
© Nathan/VUEF. La photocopie non autorisée est un délit.

2. Soit x le nombre de m^2 de papier peint acheté et y le coût d'achat en euros correspondant.
Parmi les équations suivantes, choisir celle qui s'applique au magasin A et celle qui s'applique au magasin B :

$y = 35x + 6$; $y = 6x + 35$; $y = 35x$; $y = 6x$;

$y = 13x + 35$; $y = 13x$; $y = 6x + 13$.

3. Les deux équations retenues correspondent aux deux fonctions représentées sur le graphique suivant pour x variant entre 0 et 7.



a) Écrire sur le document-annexe page 30 les équations des droites déterminées à la question précédente.

b) Déterminer graphiquement le nombre de m^2 pour lequel le coût d'achat sera identique dans les deux magasins.
Faire apparaître les traits de construction.

c) Si la personne n'a besoin que de 4 m^2 de papier peint, quel magasin va-t-elle choisir ?

68 ✿✿✿ Une entreprise de transport organise des excursions. Elle propose aux touristes deux sortes de tarifs.
Tarif A : 1,50 € par kilomètre parcouru.
Tarif B : un forfait de 40 € et 1 € par kilomètre parcouru.

1. Compléter le tableau suivant :

Nombre de km parcourus	20	60	100	200
Coût du transport (en €) avec le tarif A				
Coût du transport (en €) avec le tarif B				

2. Soit f et g les fonctions permettant de déterminer le coût respectif du voyage avec les tarifs A et B en fonction du nombre x de kilomètres parcourus.
Déterminer $f(x)$ et $g(x)$.
Les fonctions f et g sont-elles de type linéaire ou affine ? Justifier la réponse.

3. Représenter graphiquement dans le plan muni d'un repère orthonormal d'unité graphique 1 cm pour 40, les fonctions f et g pour x variant entre 0 et 200.

4. Déterminer graphiquement :

a) le nombre de kilomètres parcourus pour que le coût du transport soit le même quel que soit le tarif choisi ;

b) le tarif le plus avantageux si le nombre de kilomètres parcourus est supérieur à 80.

69 ✿✿✿ Le coût de revient d'une fabrication en série de deux objets précieux A et B se décompose en frais fixes et en frais variables.

	Frais fixes (en €)	Frais variables (en €) par objet
Objet A	700	2
Objet B	500	4

1. Déterminer les fonctions f et g permettant d'obtenir le prix de revient respectif des objets A et B en fonction du nombre x d'objets fabriqués.

2. Calculer $f(0)$ et $g(0)$.

3. Pour quelles valeurs de x a-t-on $f(x) = 820$ et $g(x) = 580$?
Interpréter ces résultats.

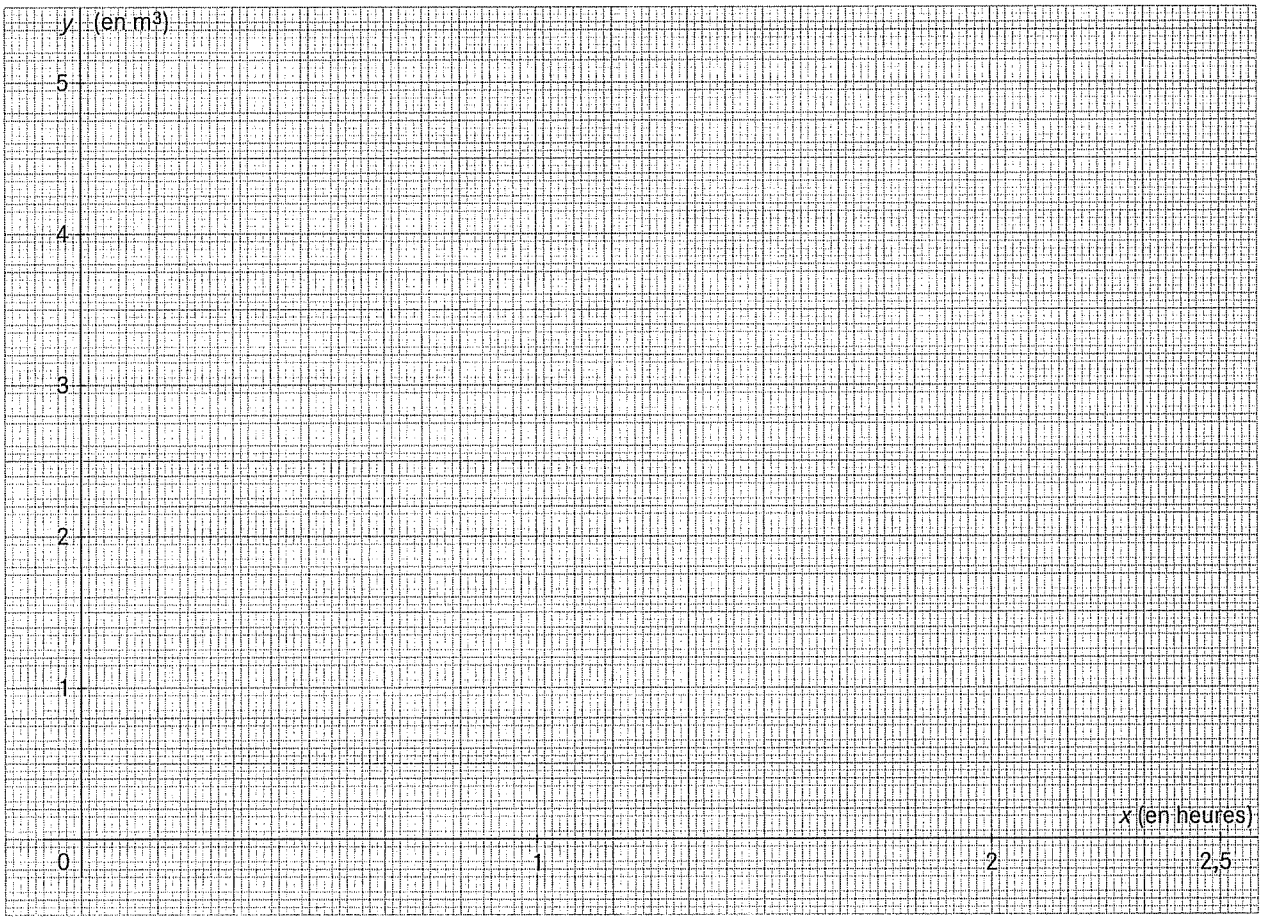
4. Représenter graphiquement dans le plan muni d'un repère orthogonal les fonctions f et g pour x variant entre 0 et 140.
Unités graphiques : en abscisse, 1 cm pour 10 objets ; en ordonnée, 1 cm pour 40 €.
Commencer la graduation sur l'axe des ordonnées à 460 €.

5. Déterminer graphiquement les coordonnées du point d'intersection des deux droites.
Interpréter ce résultat.

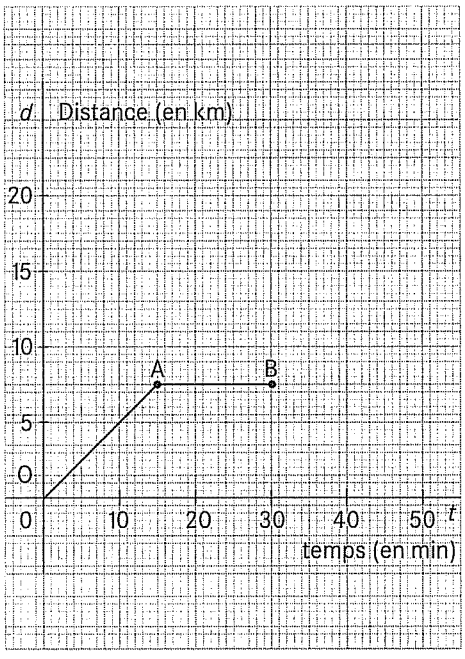
6. Déterminer graphiquement, selon les valeurs de x, l'objet dont le coût de revient est le moins élevé.

© Nathan/VUEF. La photocopie non autorisée est un délit.

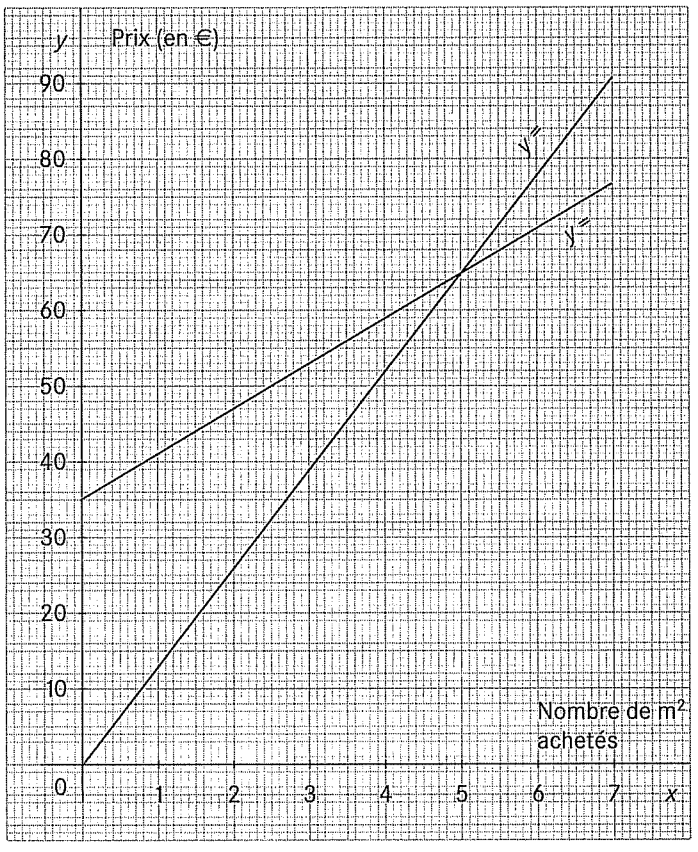
Document-annexe du problème 65



Document-annexe du problème 66



Document-annexe du problème 67



© Nathan/VUEF. La photocopie non autorisée est un délit.

Calculs numériques et algébriques

3

VOUS ALLEZ APPRENDRE À :

- Calculer dans $\mathbb{R}$.
- Écrire un nombre en utilisant la notation scientifique.
- Calculer avec des puissances.
- Calculer avec des racines carrées.
- Utiliser des inégalités.
- Déterminer une valeur approchée, un arrondi, une troncature.
- Utiliser des valeurs absolues.
- Factoriser – Développer.

POUR VOUS AIDER

FICHE MÉTHODE 9 p. 139
Comment transformer les écritures de nombres ?

FICHE MÉTHODE 10 p. 139
Comment déterminer une valeur approchée, un arrondi, une troncature d'un nombre réel ?

FICHE MÉTHODE 11 p. 140
Comment développer ou factoriser une expression algébrique ?

FICHE MÉTHODE 12 p. 140
Comment calculer avec des racines carrées ?

FICHE L'ESSENTIEL p. 161

Exercices d'entraînement

Règles de calculs

FICHE MÉTHODE 9

▼ *Pour les exercices 1 à 11, calculer A, B et C.*

1 $A = 2 - 3 \times 5$; $B = (2 - 3) \times 5$; $C = 2 - (3 \times 5)$.

2 $A = -5 \times (-3) + 2$; $B = -5 \times (-3 + 2)$; $C = [-5 \times (-3)] + 2$.

3 $A = 5 \times 4 - 3 \times 10$; $B = 2 \times (10 - 4 + 6 \times 3)$; $C = (-3) \times (-4) \times (-10)$.

4 $A = (-1) \times (-2) \times (-3)$; $B = -2 \times (-3) \times (-2) \times 2$; $C = (-3 + 4) \times (-2) + 1$.

5 $A = -3 \times 2 + 5 \times 4$; $B = 2 \times (-3) - 6 \times (-2)$; $C = (-5 + 2) \times (-4)$.

© Nathan/VUEF. La photocopie non autorisée est un délit.

6 $A = 100 : 2$; $B = -100 : 2$; $C = -100 : (-2)$.

7 $A = 3 \times 4 : 2$; $B = (3 \times 4) : 2$; $C = 3 \times (4 : 2)$.

8 $A = 10 : 0{,}5$; $B = 10 \times 0{,}5$; $C = 10 \times 2$.

9 $A = \dfrac{4+10}{2}$; $B = \dfrac{4}{2} + \dfrac{10}{2}$; $C = 4 + \dfrac{10}{2}$.

10 $A = (10 - 2 \times 3) : 2$; $B = [(10-2) \times 3] : 2$; $C = (10-2) \times (3 : 2)$.

11 $A = 2 \times (3 + 10) - 1$; $B = 2 \times 3 + 10 - 1$; $C = 2 \times 3 + (10 - 1)$.

▼ *Pour les exercices 12 à 18, calculer A, B, C et D et donner le résultat sous forme de fraction irréductible.*

12 $A = \dfrac{1}{3} + \dfrac{1}{4} - \dfrac{5}{2}$; $B = -\dfrac{2}{3} + 4 - \dfrac{1}{3}$;
$C = 1 - \dfrac{2}{5} + \dfrac{4}{3}$; $D = -\dfrac{5}{2} + 10$.

13 $A = \dfrac{2}{5} \times \dfrac{3}{4} \times \dfrac{10}{3}$; $B = 3 \times \dfrac{2}{5} \times \left(-\dfrac{3}{2}\right)$;
$C = 10 \times \dfrac{5}{2} \times \left(-\dfrac{4}{5}\right)$; $D = -5 \times \left(-\dfrac{2}{3}\right) \times \dfrac{1}{2}$.

14 $A = \dfrac{2}{3} \times \left(-\dfrac{1}{2} + 3\right)$; $B = 1 - \dfrac{2}{5} \times \dfrac{4}{3}$;
$C = -\dfrac{3}{2} + \left(2 + \dfrac{1}{3}\right)$; $D = \left(-\dfrac{3}{2} + 2\right) \times \dfrac{1}{3}$.

15 $A = \dfrac{2}{3} + 3 \times \dfrac{1}{2}$; $B = 1 - \dfrac{3}{2} \times 4$;
$C = -3 \times 1 - \dfrac{2}{3}$; $D = -3 \times \left(1 - \dfrac{2}{3}\right)$.

16 $A = \left(2 - \dfrac{2}{3} + \dfrac{1}{4}\right) \times \left(-\dfrac{1}{2}\right)$; $B = -1 + 2 \times \dfrac{3}{4}$;
$C = \left(\dfrac{2}{3} + \dfrac{1}{4}\right) \times \left(3 - \dfrac{1}{2}\right)$; $D = \dfrac{2}{3} + \dfrac{1}{4} \times 3 - \dfrac{1}{2}$.

17 $A = \dfrac{1 - \dfrac{2}{3}}{1 + \dfrac{2}{3}}$; $B = \dfrac{\dfrac{2}{3} + \dfrac{4}{5}}{2}$; $C = \dfrac{3}{5 - \dfrac{3}{4}}$.

18 $A = \dfrac{-\dfrac{2}{3} + \dfrac{5}{4}}{\dfrac{4}{3} - \dfrac{2}{5}}$; $B = \dfrac{-\dfrac{4}{5} - \dfrac{3}{10}}{-\dfrac{6}{5} - \dfrac{1}{3}}$; $C = \dfrac{-1}{\dfrac{1}{3} + \dfrac{5}{2}}$.

▼ *Pour les exercices 19 à 21, calculer A, B, C et D.*

19 $A = 10^2 \times 10^3$; $B = 10 \times 10^3 \times 10^5$;
$C = 10^3 \times 10 \times 0{,}1$; $D = 10^4 \times 2$.

20 $A = 10^{-2} \times 10^{-3}$; $B = 10^{-1} \times 10$;
$C = 10^4 \times 10^2 \times 10^{-3}$; $D = 10^{-1} \times 10 \times 10^3$.

21 $A = (10^{-2})^2$; $B = (10^2)^{-3}$;
$C = 10^{-1} \times (10^{-2})^2$; $D = (10^3)^{-1}$.

LE SAVIEZ-VOUS ?

La réponse 5E7 de la calculatrice signifie 50 000 000.

22 Écrire A, B, C et D sous forme décimale :
$A = 10^{-4} + 10^{-3}$; $B = 10 - 10^{-1}$;
$C = 10^{-1} + 10$; $D = 10^3 + 10^2$.

23 Compléter par un nombre entier relatif :
a) $10^{\cdots} \times 10^3 = 10^4$; **b)** $10^{-2} \times 10^{\cdots} = 0{,}1$;
c) $10^{-3} \times 10^{\cdots} = 10$; **d)** $10^{-2} \times 10^{\cdots} = 10^5$;
e) $\dfrac{10^{\cdots}}{10^{-2}} = 10^4$; **f)** $\dfrac{10^4}{10^{\cdots}} = 10^{-1}$.

24 Écrire les nombres suivants en utilisant la notation scientifique :
$A = 2\ 343\ 000$; $B = -243{,}543$; $C = 4\ 000\ 000$;
$D = -300$; $E = 0{,}000\ 3$; $F = -0{,}000\ 042$;
$G = 32{,}345$; $H = 234{,}302$.

25 Écrire les nombres suivants sous forme décimale :
$A = 10^{-5}$; $B = -10^{-1}$; $C = 25 \times 10^{-4}$;
$D = 124 \times 10^{-3}$; $E = -10^0$; $F = 10^{-1} \times 34$.

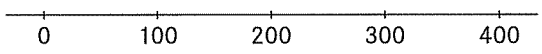
26 Comparer les nombres réels suivants :
$A = 3{,}5 \times 10^{-4}$; $B = 0{,}003\ 5$; $C = 35 \times 10^{-3}$.

27 Comparer les nombres réels suivants :
$A = 45 \times 10^4$; $B = 4{,}5 \times 10^6$; $C = 45\ 000$.

28 Calculer A, B, C et D.
$A = 10^{-3} + 42 \times 10^{-1}$; $B = 5{,}34 + 12 \times 10^{-2}$;
$C = 324 \times 10^{-2} + 0{,}03$; $D = 324{,}52 + 31 \times 10^2$.

29 Calculer A, B, C et D, puis écrire le résultat en utilisant la notation scientifique.
$A = 2{,}34 \times 5 \times 10^{-2}$; $B = 124 \times 2 \times 10^{-2}$;
$C = 120 \times 10^4$; $D = 1{,}23 \times 10 \times 5{,}2 \times 10^3$.

30 Sans utiliser de calculatrice, indiquer la place des nombres A, B, C et D sur la droite graduée suivante.



$A = 0{,}3 \times 10^3$; $B = 15\ 000 \times 10^{-2}$;
$C = 0{,}25 \times 10^3$; $D = 0{,}003\ 5 \times 10^5$.

© Nathan/VUEF. La photocopie non autorisée est un délit.

... transformer les écritures de nombres ?

1. Soit $A = (-3+2)\times(-51)+2\times3+(-2)\times(-4)$.
Quel est le signe de A ?

❑ Positif ❑ Négatif

2. Quel est l'opposé de -2 ?

❑ 0,5 ❑ 2 ❑ -2 ❑ $-\frac{1}{2}$

3. Quelle est l'écriture scientifique de $-343{,}6$?

❑ $-3{,}436\times10^{-1}$ ❑ $-3{,}436\times10^{-2}$
❑ $-3{,}436\times10^{2}$

▶ POUR VOUS AIDER : 9 P. 139
▶ RÉPONSE 1 : P. 172

Puissances - Racines carrées

FICHE MÉTHODE 12

31 Calculer les nombres suivants :
$A = 2^4$; $B = (-2)^4$; $C = 3^3$; $D = (-3)^3$.

32 Calculer les nombres suivants :
$A = (-1)^2$; $B = (-1)^3$; $C = (-1)^4$; $D = (-1)^5$;
$E = -1^2$; $F = -1^3$; $G = -1^4$; $H = -1^5$.

33 Calculer les nombres suivants :
$A = 3^3\times3^2$; $B = 3^5$; $C = (-2)^4$; $D = (-2)^2\times(-2)^2$;
$E = (-1)^2\times3^2$; $F = (-1\times3)^2$; $G = -1\times3^2$.

34 Calculer A, B, C et D.
$A = -2\times3^2\times(-2)^2\times(-2)^3$; $C = -2^2\times3^2$;
$B = -3\times(-3)^2\times(-1)^3$; $D = -(2\times3)^2$.

35 Calculer $A = [(-2)^3]^2$; $B = -2^6$; $C = (-2)^6$.

36 Calculer $A = (3^2)^2$; $B = [(-3)^2]^2$; $C = (-3)^4$.

37 Calculer $A = [(-1)^3]^2$; $B = -1^6$; $C = (-1)^6$.

38 Calculer :
$A = \left(\frac{1}{2}\right)^2$; $B = \left(\frac{2}{3}\right)^2$; $C = \left(-\frac{2}{3}\right)^2$; $D = \left(-\frac{2}{3}\right)^3$;
$E = -\left(\frac{2}{3}\right)^3$; $F = \frac{-2^3}{-3^3}$; $G = \left(\frac{-2}{-3}\right)^3$; $H = \frac{(-2)^3}{(-3)^3}$.

39 Calculer $A = \left(\frac{1}{5}\right)^2$; $B = \frac{1^2}{5^2}$; $C = \frac{1}{5^2}$; $D = \left(\frac{-1}{5}\right)^2$;
$E = -\left(\frac{1}{5}\right)^2$; $F = \frac{(-1)^2}{(-5)^2}$; $G = \frac{-1^2}{-5^2}$.

40 Calculer :
$A = 3^0\times3^2\times(-2)^2\times(-1)^3$; $B = (-7^2)^0$;
$C = [(-7)^2]^0$; $D = (1^0\times3^0)^2$; $E = -(3\times4)^0$.

41 Calculer la valeur exacte de : $A = 3^{-2}$; $B = 1^{-3}$;
$C = 2^{-3}$; $D = -1^{-2}$; $E = 2^{-5}$; $F = 3^{-1}$.

42 Calculer après avoir simplifié :
$A = 4^5\times4^{-3}$; $B = 2^5\times2^2\times2^{-3}$; $C = (2^3)^{-2}\times2^4$;
$D = -1\times2^2\times2^{-4}$; $E = (5\times3)^2$; $F = [2\times(-5)]^2$.

43 Calculer après avoir simplifié :
$A = \frac{2^3\times5^2\times7^2}{2\times5^{-2}\times7^3}$; $B = \frac{(-3)^2\times2\times5^{-2}}{2\times5^2}$;
$C = \frac{3^3\times2^2\times5^{-2}}{2^{-3}\times3^2\times5}$; $D = \frac{5^{-3}\times2^2}{5^{-2}\times2^2}$.

44 Calculer après avoir simplifié :
$A = \frac{2^0\times3^2\times2^3}{4^0\times4^3}$; $B = \frac{2^2\times3^3\times5}{2^{-3}\times3^3\times5^{-1}}$;
$C = \left(\frac{3^3\times7^2\times11^4}{3\times7^8\times11}\right)^0$; $D = \frac{-2\times3^2\times5^3}{2^{-1}\times(-3)\times5^2}$.

LE SAVIEZ-VOUS ?

Par convention, on a : $a^0 = 1$, pour tout $a \neq 0$.

45 Calculer $A = \sqrt{49}$; $B = \sqrt{100}$; $C = \sqrt{36}$;
$D = -\sqrt{121}$; $E = -\sqrt{9}\times\sqrt{16}$; $F = \sqrt{4\times81}$; $G = 3\sqrt{25}$.

46 Calculer $A = (\sqrt{5})^2$; $B = \sqrt{3^2}$; $C = -\sqrt{16}$;
$D = \sqrt{(-4)^2}$; $E = -\sqrt{4^2}$; $F = -(\sqrt{4^2})$; $G = (-\sqrt{4})^2$;
$H = -(\sqrt{4})^2$; $I = -3\sqrt{9}$.

47 Calculer $A = \sqrt{\frac{9}{4}}\times\frac{\sqrt{4}}{2}\times\left(-\frac{\sqrt{9}}{\sqrt{4}}\right)$;
$B = \sqrt{\frac{2}{5}}\times\frac{\sqrt{25}}{\sqrt{4}}\times2$; $C = \sqrt{\frac{18}{2}}\times\sqrt{\frac{162}{2}}$; $D = \sqrt{9}\times\sqrt{\frac{18}{2}}$;
$E = \frac{-2\sqrt{16}}{10} - \sqrt{\frac{200}{2}}$.

© Nathan/VUEF. La photocopie non autorisée est un délit.

48 Simplifier en écrivant les nombres sous la forme $a\sqrt{b}$ où a et b sont des nombres entiers (b étant le plus petit possible).

$A = \sqrt{8}$; $B = \sqrt{27}$; $C = \sqrt{12}$; $D = \sqrt{50}$; $E = \sqrt{75}$; $F = 2\sqrt{24}$; $G = 3\sqrt{80}$; $H = \sqrt{120}$.

49 Simplifier en écrivant les nombres sous la forme $a\sqrt{b}$ où a et b sont des nombres entiers (b étant le plus petit possible).

$A = 3\sqrt{2} - 2\sqrt{8} + \sqrt{32}$; $B = \sqrt{27} - \sqrt{12} + 2\sqrt{75}$;

$C = -4\sqrt{162} + \sqrt{50}$; $D = -3\sqrt{128} - 5\sqrt{32} + \sqrt{2}$.

50 Simplifier le nombre réel A en l'écrivant sous la forme $a\sqrt{b}$ où a et b sont des nombres entiers.

$A = -4\sqrt{162} + \sqrt{46+4} - \sqrt{20-2} + \sqrt{36} \times \sqrt{50} + \dfrac{\sqrt{40}}{\sqrt{5}}$.

51 Compléter les pointillés :

$\sqrt{169} = \ldots$; $\sqrt{\ldots} = 17$; $\sqrt{\ldots} = 1$; $\sqrt{\ldots} = 0$; $\sqrt{\ldots} = 0{,}1$;

$\sqrt{\ldots} = 0{,}2$; $\sqrt{\ldots} \times \sqrt{3} = \sqrt{6}$; $\dfrac{\sqrt{\ldots}}{2} = 2$; $\sqrt{\dfrac{\ldots}{\ldots}} = \dfrac{1}{3}$;

$\sqrt{\ldots}^2 = 12$; $\sqrt{(-\ldots)^2} = 5$; $3\sqrt{\ldots} = 30$.

52 Compléter le tableau (a est un nombre réel positif).

a	4	0,04			10	$\frac{1}{4}$		
a^2							1	
$\sqrt{a}$			10	10^{-4}				$\frac{1}{3}$

53 Pour chaque cas, déterminer x.

1. x est le carré de 5. **2.** x est la racine carrée de 49.

3. x est l'opposé de $-\sqrt{5}$. **4.** x est le cube de 3.

5. x est le carré de $\sqrt{10}$. **6.** x est le cube de $\sqrt{2}$.

7. L'opposé de x est -10. **8.** x est le cube de $-\sqrt{3}$.

9. La racine carrée de x est 11.

10. x est la racine carrée du carré de -5.

Êtes-vous capable de...

... calculer avec des racines carrées ?

1. Quel est le signe de -2^4 ?

❑ Positif ❑ Négatif

2. Quelle est la valeur exacte de -2^{-2} ?

❑ -4 ❑ 4 ❑ $\frac{1}{4}$ ❑ $-\frac{1}{4}$ ❑ $\frac{1}{2}$

3. Quelle est l'écriture simplifiée de $\sqrt{180}$?

❑ $5\sqrt{6}$ ❑ $36\sqrt{5}$ ❑ $5\sqrt{36}$ ❑ $6\sqrt{5}$

▶ POUR VOUS AIDER : 12 P. 140

▶ RÉPONSE 2 : P. 172

Approximation d'un nombre - Inégalités

FICHE MÉTHODE 10

54 Pour chaque cas, classer les nombres par ordre croissant.

1. 5,01 ; 5,001 ; 50,1 ; 5,10 ; $5{,}1 \times 10^{-1}$.

2. $\frac{4}{5}$; $\frac{5}{4}$; $\frac{3}{5}$; $\frac{5}{3}$; 1.

3. 0,1 ; 0,01 ; 10^{-3} ; 2×10^{-1} ; -10^{-1}.

4. $-0{,}1$; $-0{,}11$; $-0{,}01$; $-0{,}101$; -1.

5. -10^{-2} ; -10^{-1} ; $-0{,}001$; -2×10^{-1} ; 10^2.

55 Pour chaque cas, donner :

a) une valeur approchée de x à 10^{-2} près par excès ;

b) une valeur approchée de x à 10^{-2} près par défaut ;

c) une valeur arrondie de x au millième.

1. $x = \sqrt{2}$. **2.** $x = \sqrt{3}$. **3.** $x = \frac{2}{3}$.

4. $x = \frac{\sqrt{2}}{2}$. **5.** $x = \pi$. **6.** $x = \frac{31}{51}$.

56 Déterminer la valeur arrondie des nombres réels suivants au centième.

$A = \sqrt{10}$; $B = \sqrt{3{,}4}$; $C = -\sqrt{3}$; $D = \sqrt{3} \times \sqrt{2}$;

$E = 2\sqrt{2}$; $F = -\dfrac{\sqrt{3}}{2}$; $G = -\dfrac{\pi}{4}$.

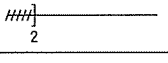
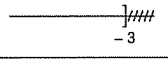
57 Compléter le tableau :

a	$\frac{1}{3}$	$2\sqrt{7}$	2π	$(2\sqrt{2})^3$	$4+\sqrt{3}$
troncature au dixième					
valeur approchée à 0,01 près par défaut					
valeur approchée à 0,01 près par excès					

58 Déterminer la valeur arrondie à l'unité, puis la troncature à l'unité des nombres réels suivants.

$A = \dfrac{11}{3}$; $B = 5\sqrt{2}$; $C = 3\sqrt{50}$; $D = \dfrac{21}{13}$; $E = -21{,}51$.

59 Compléter le tableau :

Intervalle	Inégalité	Représentation
$[3 ; 4]$		
$]-2 ; 1[$		
$]-5 ; 0]$		
$[2 ; +\infty[$		
	$x \leqslant 4$	
	$0 < x \leqslant 2$	
	$x > -2$	
		
		

© Nathan/VUEF. La photocopie non autorisée est un délit.

60 On donne $1{,}73 < \sqrt{3} < 1{,}74$.
Déterminer un encadrement des nombres suivants.

1. $2+\sqrt{3}$. **2.** $3\sqrt{3}$. **3.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$. **4.** $-\sqrt{3}$.

5. $-\sqrt{3}+2$. **6.** $3-\sqrt{3}$. **7.** $-\frac{\sqrt{3}}{2}$. **8.** $\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

61 Soit a et b deux nombres réels tels que :
$2{,}5 \leqslant a \leqslant 2{,}6$ et $1{,}5 \leqslant b \leqslant 1{,}6$.
Déterminer un encadrement de :
$a+b$; $a-b$; $a \times b$; $a+b-2$; $b-a$.

62 Soit a un nombre réel tel que $a \leqslant 3$.
Déterminer les intervalles auxquels appartiennent les nombres réels suivants.

1. $2a$. **2.** $a+5$. **3.** $-a$. **4.** $-3a$. **5.** $a-4$.

63 Calculer les nombres : $|3|$; $|-3{,}4|$; $|-10^{-3}|$; $|10^{-3}|$; $|0{,}1|$; $|5-4|$; $|4-5|$; $|-2+3-1|$.

64 Soit a et b deux nombres réels tels que $a=-5$ et $b=2$. Calculer : $|a|$; $|b|$; $|a+b|$; $|a-b|$; $|2a+b|$; $|a-b^2|$; $\left|\frac{a}{b}\right|$; $|-b|$; $|-ab|$.

65 Représenter, sur une droite graduée, l'ensemble des nombres réels x vérifiant :

a) $|x| \leqslant 2$; **b)** $|x-1| \leqslant 3$; **c)** $|x+2| < 2$.

66 Compléter le tableau :

Valeur absolue	Distance	Intervalle	Encadrement
$\lvert x-2\rvert < 1$			
	$d(x\,;-1) \leqslant 2$		
		$x \in [-4\,;0]$	
			$-4 < x < 4$
$\lvert x+1\rvert \leqslant 2$			
	$d(x\,;1) < 3$		
		$x \in]0\,;4[$	
			$0 \leqslant x \leqslant 10$

67 Déterminer, pour chaque cas, un encadrement de x.

1. $|x-5| \leqslant 2$.
2. $|x+3| < 1$.
3. $d(x\,;-3) < 1$.
4. $d(5\,;x) \leqslant 3$.
5. $x \in [-2\,;2]$.
6. $x \in]4\,;6[$.
7. 5,2 est une valeur approchée de x à 2×10^{-3} près.
8. $-4{,}51$ est une valeur approchée de x à 10^{-2} près.

... déterminer une valeur approchée, un arrondi, une troncature d'un nombre réel ?

1. Quelle est la valeur arrondie au centième de $\sqrt{10}$?
❑ 3,162 ❑ 3,163 ❑ 3,16 ❑ 3,17

2. On donne $|a-3| \leqslant 2$.
À quel intervalle appartient $2a$?
❑ [1 ; 5] ❑ [2 ; 10] ❑ [0 ; 3] ❑ [2 ; 3]

3. On pose $a = 2{,}363\,27$.
Quelle est la troncature de a au dixième ?
❑ $a=2$ ❑ $a=3$ ❑ $a=2{,}3$ ❑ $a=2{,}4$

▶ POUR VOUS AIDER : 10 P. 139
▶ RÉPONSE 3 : P. 172

Développement - Factorisation

FICHE MÉTHODE 11

68 Développer et réduire les expressions suivantes :
$A=3(2x+1)$; $B=5(-3x-2)$; $C=x(-x+1)$;
$D=-3(2-x)$; $E=x(-2x+3)$; $F=(x-1)\times 3$.

69 Développer, réduire et ordonner les expressions suivantes :
$A=-3x(x+4)$; $B=-x(1-3x)$; $C=4x(3x-1)$;
$D=(x+3)(x-1)$; $E=(-x+2)(3-2x)$;
$F=(2x+1)(x-4)$; $G=(4-3x)(-x-3)$.

70 Développer, réduire et ordonner les expressions suivantes :
$A=2x(x-2)-(x+3)$;
$B=2x+x(-x-2)$;
$C=x(1-2x)+x(2x+3)$;
$D=3(x-2)(x+1)-3x$.

71 Développer les expressions suivantes :
$A=(x+3)^2$; $B=(5x+2)^2$; $C=(1+x)^2$;
$D=(3x-1)^2$; $E=(1-4x)^2$; $F=\left(x-\frac{1}{2}\right)^2$.

72 Développer, réduire et ordonner les expressions suivantes :
$A=(x-1)(x+1)$; $B=(3x+1)(3x-1)$;
$C=(1-3x)(1+3x)$; $D=(3+x)(3-x)$;
$E=(-3+x)(-3-x)$; $F=(-5-2x)(-5+2x)$;
$G=(7+3x)(7-3x)$; $H=\left(\frac{1}{2}-x\right)\left(\frac{1}{2}+x\right)$.

© Nathan/VUEF. La photocopie non autorisée est un délit.

73 Développer, réduire et ordonner les expressions suivantes :

$A=(4-5x)^2$; $B=(3+x)(3-x)$; $C=(1-2x)^2$;

$D=(1-3x)(1+2x)$; $E=(4-5x)(4-5x)$;

$F=(1+x)(1+x)$; $G=4(x+3)^2$;

$H=-3(x-2)^2$; $I=-3(x-2)(x+2)$.

74 Développer, réduire et ordonner les expressions suivantes :

$A=(x+1)^2+2x(x-3)$; $B=(2x-1)^2+x(2x+3)$;

$C=(x+1)^2+(x-1)^2$; $D=(x+3)^2-3(x+1)^2$;

$E=x(x+2)-4(5x-1)^2$; $F=x^2+(3x+2)^2$.

75 Factoriser les expressions suivantes :

$A=3x^2+5x$; $B=3x^2+x$; $C=30x-30$;

$D=20+20x$; $E=8x+10x^2$; $F=x^2-x$.

76 Factoriser à l'aide d'une identité remarquable les expressions suivantes :

$A=x^2+2x+1$; $B=4x^2-4x+1$; $C=x^2-1$;

$D=25-x^2$; $E=x^2-4x+4$; $F=x^2+4x+4$;

$G=x^2-8x+16$; $H=4x^2-1$; $I=1-100x^2$;

$J=4x^2-9$; $K=16x^2-25$; $L=64-4x^2$.

77 Factoriser les expressions suivantes :

$A=(2x+1)^2-(x+2)(2x+1)$;

$B=(x-1)-4(x-1)^2$;

$C=(2-x)-5(2-x)x^2$;

$D=3(4x+1)^2+6(4x+1)(x-2)$;

$E=(x+2)+2(x+2)(x-3)$;

$F=(x+1)^2-(x-2)^2$;

$G=(x-3)^2-x^2$;

$H=3(x+5)-2(1-3x)(x+5)$.

78 On donne $A(x)=(x+1)^2-3(x+1)(x-5)$.

1. Développer, réduire et ordonner $A(x)$.

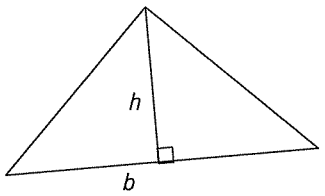
2. Factoriser $A(x)$.

3. Calculer $A(-1)$, $A(0)$ et $A(8)$.

79 Compléter le tableau :

Formule de base	Autres relations	
$P=2\pi R$	$R=$	
$\mathcal{A}=\pi R^2$ avec $R>0$	$R^2=$	$R=$
$d=v\times t$	$v=$	$t=$
$V=\frac{1}{3}\pi R^2 h$ avec $R>0$	$R^2=$ $R=$	$h=$
$I=C\times t\times\frac{n}{360}$	$C=$	$n=$
$U=RI$	$R=$	$I=$
$h^2=a^2+b^2$ $a>0$; $b>0$; $h>0$	$a^2=$ $a=$	$b^2=$ $b=$
$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ (a, b, c et d non nuls)	$a=$ $c=$	$b=$ $d=$
$C_n=C_0(1+t)^n$	$C_0=$	

80 On donne le triangle ci-dessous :



1. a) Déterminer l'aire $\mathcal{A}$ du triangle en fonction de b et de h.

b) Calculer $\mathcal{A}$ si $b=5$ cm et $h=4$ cm.

2. a) Exprimer b en fonction de $\mathcal{A}$ et de h.

b) Calculer b si $\mathcal{A}=27$ cm^2 et $h=6$ cm.

3. a) Exprimer h en fonction de $\mathcal{A}$ et de b.

b) Calculer h si $\mathcal{A}=35$ cm^2 et $b=7$ cm.

81 L'aire d'un trapèze est donnée par la formule :

$\mathcal{A}=\frac{(b+B)}{2}\times h$.

b est la mesure de la petite base, B celle de la grande base et h celle de la hauteur.

Compléter le tableau :

b (en cm)	3	6	2	
B (en cm)	5	10		20
h (en cm)	2		4	5
$\mathcal{A}$ (en cm²)		24	44	75

82 Le prix P_1 d'un article subit une augmentation de x %. On obtient alors un nouveau prix P_2.

On a : $P_2=P_1\left(1+\frac{x}{100}\right)$.

Compléter le tableau :

P_1 (en €)	50		200
x (en %)	12	15	
P_2 (en €)		172,5	260

© Nathan/VUEF. La photocopie non autorisée est un délit.

Problèmes

✿ = facile ✿✿ = ça se corse ✿✿✿ = difficile

83 ✿ Les notes sur 20 d'un contrôle de mathématiques de 30 élèves d'une classe de BEP ont fourni les résultats suivants :

$\frac{3}{10}$ des élèves de la classe ont eu une note inférieure à 5 ;

$\frac{1}{3}$ des élèves de la classe ont eu une note comprise entre 6 et 9 ;

$\frac{1}{5}$ des élèves de la classe ont eu une note comprise entre 11 et 14 ;

$\frac{1}{6}$ des élèves de la classe ont eu une note supérieure à 15.

1. Déterminer le nombre d'élèves de la classe ayant eu une note inférieure à 5.

2. Déterminer le nombre d'élèves de la classe ayant eu plus de la moyenne 10.

3. Déterminer le nombre d'élèves de la classe ayant eu une note inférieure ou égale à 14.

4. Quelle fraction du nombre total d'élèves représente le nombre d'élèves ayant eu au plus 9 ?

84 ✿ M. Dupont consacre $\frac{1}{3}$ de son salaire au remboursement d'un prêt immobilier et $\frac{1}{5}$ de son salaire au remboursement d'un prêt voiture. Il gagne 1 800 euros net chaque mois. Quelle somme lui reste-t-il après ces deux remboursements ?

85 ✿ M. et Mme Durand ne veulent pas dépenser plus des $\frac{2}{5}$ de leurs ressources totales mensuelles à l'achat d'un appartement. Ils gagnent respectivement 1 700 et 1 900 euros par mois.
Quelle somme maximale vont-ils consacrer à cet achat ?

86 ✿ Une somme de 1 200 euros est partagée entre 4 personnes.
La première reçoit $\frac{1}{5}$ de cette somme, la seconde $\frac{1}{4}$, la troisième $\frac{5}{12}$ et la quatrième le reste.
Déterminer la part de chacun.

87 ✿✿ L'année lumière est une unité de longueur équivalent à la distance parcourue en un an, dans le vide, par la lumière.
Exprimer cette distance en km sachant que la vitesse de la lumière est de 3×10^5 km/s.

88 ✿✿ Neptune se trouve à 4,5 milliards de kilomètres de la Terre.
Une sonde en orbite autour de Neptune envoie des signaux qui voyagent à la vitesse de la lumière (300 000 km/s).
Combien de temps mettent ces signaux pour parvenir sur la Terre ? (Résultat arrondi à l'heure.)

89 ✿ Les $\frac{3}{5}$ d'un capital valent 12 000 euros.
Calculer ce capital.

90 ✿✿ Hergé, créateur belge de bandes dessinées est né en 1907 et il est mort en 1983.

1. Déterminer sa durée de vie en années.

2. Déterminer sa durée de vie en jours.

3. Déterminer sa durée de vie en heures.

4. Déterminer sa durée de vie en secondes.
(Pour simplifier, on fera les calculs du 1er janvier au 31 décembre 1983.)

91 ✿✿

1. Quelle fraction d'une minute représente 20 s ?

2. La lumière du Soleil met 8 min 20 s pour arriver sur la Terre.
Quelle distance, en km, sépare la Terre du Soleil ?
Exprimer cette distance en mètres en utilisant la notation scientifique.
(Vitesse de la lumière : $1{,}8 \times 10^7$ km/min.)

92 ✿✿ On donne le rapport suivant :

$$\frac{\text{distance Soleil-Jupiter}}{\text{distance Soleil-Terre}} = \frac{778}{15}.$$

Calculer la distance Soleil-Jupiter sachant que la distance Soleil-Terre est égale à 15×10^7 km.

93 ✿✿ Combien faut-il de temps à un homme qui écrit 2 zéros à la seconde pour écrire tous les zéros de la forme « développée » du nombre :
$A = (10^3)^{50}$.

© Nathan/VUEF. La photocopie non autorisée est un délit.

94 ✿✿ Le « jeu » consiste à placer 1 centime d'euro sur la première case d'un jeu d'échec, puis le double sur la deuxième case soit 2 centimes d'euro, puis le double sur la troisième case soit 4 centimes d'euro et ainsi de suite jusqu'à la 64e case.
De quelle somme (en euros) dispose-t-on alors sur la 64e case ?

95 ✿✿ La distance parcourue, en chute libre, par un corps, en fonction du temps t, est donnée par la formule : $d = 4{,}9t^2$; d en mètres et t en secondes.

1. Combien de temps dure une chute de 100 m ?

2. Combien de temps dure une chute de 5 000 m ?

96 ✿ Déterminer le rayon d'un disque d'aire 78,5 cm^2 (prendre $\pi = 3{,}14$).

97 ✿✿ Un capital C_0 est placé à intérêts composés pendant 2 ans au taux annuel de 5 %. La valeur acquise C_2 au terme du placement est égale à 1 345,05 euros.
Calculer C_0 sachant que $C_2 = C_0(1 + t)^2$.

98 ✿ Le nombre d'or est égal à $a = \dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$.

1. Déterminer une valeur approchée de a à 10^{-3} près par défaut.

2. Déterminer une valeur approchée de a à 10^{-3} près par excès.

3. Déterminer une valeur arrondie de a au millième.

4. Déterminer la troncature de a au millième.

5. Montrer que $a^2 = a + 1$ et que $\dfrac{1}{a} = a - 1$.

99 ✿

1. Déterminer une valeur arrondie de π au millième.

2. Déterminer la troncature de π au centième, puis au millième.

3. Déterminer le périmètre d'un cercle de rayon 5 cm en utilisant la troncature de π au centième.

4. Déterminer le rayon d'un disque d'aire 706,725 cm^2 en utilisant la troncature de π au millième.

100 ✿✿ Le volume d'un cylindre droit est donné par la formule : $V = \pi R^2 h$; R est le rayon du disque de base et h est la hauteur.

1. Calculer le volume du cylindre avec $R = 5$ cm et $h = 6$ cm (prendre la valeur arrondie de π au dixième).

2. Calculer le rayon du cylindre de volume 1 125,3 cm^3 et de hauteur $h = 12$ cm (prendre la troncature de π au dixième).

3. Calculer la hauteur du cylindre de volume 2 260,8 cm^3 et de rayon 20 cm (prendre la valeur arrondie de π au centième).

101 ✿✿

À chaque rebond une balle lâchée d'une hauteur h_0 ne rebondit qu'au $\dfrac{2}{3}$ de la hauteur atteinte au rebond précédent.

1. Exprimer, en fonction de h_0, les hauteurs atteintes au deuxième rebond, troisième rebond, quatrième rebond et cinquième rebond.

2. On donne $h_0 = 15$ m. Déterminer les valeurs exactes, puis les valeurs arrondies au centimètre de chacun des rebonds déterminés à la question **1.**

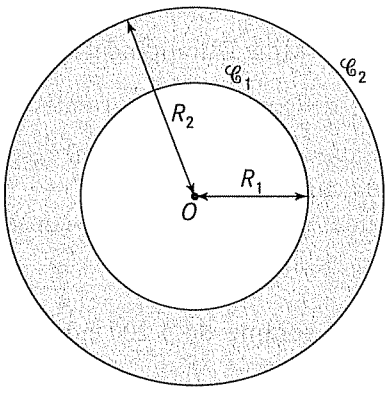
102 ✿ DOCUMENT-ANNEXE P. 40

1. Donner la valeur affichée par la calculatrice de $\sqrt{13}$.

2. Compléter le tableau suivant donnant les valeurs de $\sqrt{13}$:

Nombre de décimales	Troncature	Arrondi	Valeur approchée par défaut	Valeur approchée par excès
0				
1				
2				
3				
4				
5				
6				

103 ✿✿✿ Soit $\mathscr{C}_1$ et $\mathscr{C}_2$ deux disques de même centre O et de rayon respectif R_1 et R_2.



On prendra $\pi = 3{,}14$.

1. Exprimer en fonction de R_1, l'aire du disque $\mathscr{C}_1$.

2. Exprimer en fonction de R_2, l'aire du disque $\mathscr{C}_2$.

© Nathan/VUEF. La photocopie non autorisée est un délit.

3. En déduire l'aire S de l'anneau grisé en fonction de R_1 et de R_2.

4. Calculer S pour $R_1 = 5$ cm et $R_2 = 8$ cm.

5. Exprimer R_2 en fonction de R_1 et de S.

6. Calculer R_2 pour $R_1 = 2$ cm et $S = 301{,}44$ cm^2.

7. Exprimer R_1 en fonction de R_2 et de S.

8. Calculer R_1 pour $R_2 = 15$ cm et $S = 326{,}56$ cm^2.

9. Compléter le tableau ci-dessous.

R_1 (en cm)	15	$\sqrt{7}$	3	
R_2 (en cm)	20	$\sqrt{8}$		7
S (en cm^2)			423,9	141,3

104 ✿✿ Une entreprise fabrique un produit dont le coût de fabrication en milliers d'euros est donné par la relation : $C = \frac{1}{4}q^2 + 20$; $q \geqslant 0$.

1. Calculer le coût de fabrication pour $q = 30$.

2. Calculer le coût de fabrication pour $q = 50$.

3. Calculer q si $C = 326{,}25$ milliers d'euros.

4. Calculer q si $C = 670\ 250$ euros.

105 ✿✿ Résultats obtenus par 24 élèves d'une classe de BEP à un contrôle de mathématiques :
10 – 8 – 12 – 12 – 11 – 6 – 4 – 3 – 16 – 10 – 14 – 8 – 18 – 9 – 16 – 15 – 13 – 13 – 13 – 6 – 16 – 18 – 4 – 9

1. Calculer la moyenne m de cette série.

2. On note $|x_i - m|$ l'écart de chaque note à la moyenne. Déterminer les écarts de chacune des notes à la moyenne m.

3. Calculer l'écart moyen (c'est-à-dire la moyenne des écarts à la moyenne).

106 ✿✿ Pour la fabrication d'une pièce circulaire de diamètre théorique 10 cm, on fixe une tolérance de 5 mm.

1. Représenter cette situation, sur une droite graduée, en rayant les valeurs qui ne conviennent pas.

2. Soit D le diamètre d'une pièce choisie au hasard. Parmi les inégalités suivantes, laquelle traduit la contrainte imposée ?
$|D - 10| = 5$; $|D - 10| = 0{,}5$; $|D - 5| \leqslant 10$;
$|D - 10| \leqslant 0{,}5$; $|D - 10| \geqslant 0{,}5$; $|D - 10| \leqslant 5$;
$|D - 0{,}5| \leqslant 10$; $|D - 5| \geqslant 0{,}1$.

3. À quel intervalle doit appartenir D ?

107 ✿ Déterminer un encadrement du périmètre et de l'aire d'un rectangle sachant que :
$10 \leqslant \ell \leqslant 11$ et $20 \leqslant L \leqslant 21$.

108 ✿ On considère un carré de côté x (en cm). Compléter le tableau suivant :

Aire en cm^2	Troncature de x au dixième	Arrondi de x au centième	Encadrement de x d'amplitude 10^{-1}
5			
7			
10			
12			
20			

109 ✿✿ $A(x) = x(x+2) - 3x(x+3)$.

1. Développer, réduire et ordonner $A(x)$.

2. Factoriser $A(x)$.

3. Calculer $A(x)$ pour les valeurs suivantes de x (choisir la forme qui permet le calcul le plus simple) :
$x = 0$; $x = \frac{1}{2}$; $x = -1$; $x = \sqrt{2}$; $x = \sqrt{3}$ et $x = -\sqrt{5}$.

110 ✿✿ $B(x) = x^2 - 2x + 1 - 2x(x-1)$.

1. Développer, réduire et ordonner $B(x)$.

2. Factoriser $B(x)$.

3. Calculer $B(x)$ pour les valeurs suivantes de x (choisir la forme qui permet le calcul le plus simple) :
$x = 1$; $x = -1$; $x = 0$; $x = \sqrt{2}$ et $x = -\sqrt{3}$.

111 ✿✿ $C(x) = (1-x)(1+x) - \left(2x + \frac{1}{2}\right)(1-x)$.

1. Développer, réduire et ordonner $C(x)$.

2. Factoriser $C(x)$.

3. Calculer $C(x)$ pour les valeurs suivantes de x (choisir la forme qui permet le calcul le plus simple) :
$x = 1$; $x = \frac{1}{2}$; $x = \frac{3}{2}$ et $x = \sqrt{2}$.

112 ✿✿✿

1. Compléter le tableau :

Expression $A(x) =$	Factorisation de $A(x)$	Développement de $A(x)$
$(3x-1)^2 - 4x^2$		
$x(x-1) - 3x$		
$-3x(x+2) - x^2$		
$x(x-3) - x + 4$		
$x(x+1) + 3x + 4$		
$x^2 + 2x + 1 - 3x(x+1)$		

2. Pour chaque cas de la question **1.**, calculer :
$A(0)$; $A(-3)$; $A(1)$; $A(2)$; $A(-\sqrt{2})$; $A(\sqrt{2})$; $A\left(-\frac{1}{2}\right)$; $A\left(\frac{1}{3}\right)$; $A(1+\sqrt{2})$ et $A\left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)$.

© Nathan/VUEF. La photocopie non autorisée est un délit.

Document-annexe du problème 102

$\sqrt{13} =$

Nombre de décimales	Troncature	Arrondi	Valeur approchée par défaut	Valeur approchée par excès
0				
1				
2				
3				
4				
5				
6				

© Nathan/VUEF. La photocopie non autorisée est un délit.

LE TRIANGLE : Théorème de Pythagore. Théorème de Thalès. Relations trigonométriques

4

VOUS ALLEZ APPRENDRE À :

- Faire des calculs dans un triangle rectangle.
- Déterminer si un triangle est rectangle.
- Faire des calculs dans un triangle quelconque, en utilisant le théorème de Thalès et les relations trigonométriques du triangle.
- Déterminer si une droite sécante à deux côtés d'un triangle est parallèle au troisième côté.

POUR VOUS AIDER

FICHE MÉTHODE 13 p. 141
Comment utiliser le théorème de Pythagore ?

FICHE MÉTHODE 14 p. 141
Comment utiliser les relations trigonométriques dans le triangle rectangle ?

FICHE MÉTHODE 15 p. 142
Comment utiliser le théorème de Thalès ?

FICHE MÉTHODE 16 p. 142
Comment utiliser les relations trigonométriques dans un triangle quelconque ?

FICHE L'ESSENTIEL p. 162

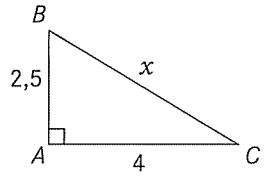
Exercices d'entraînement

Le théorème de Pythagore et sa réciproque

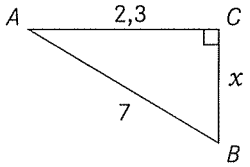
FICHE MÉTHODE 13

1 Pour chaque cas, calculer x (mesures en cm, résultats arrondis à 0,01).

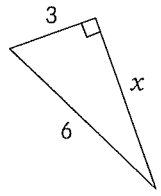
1.



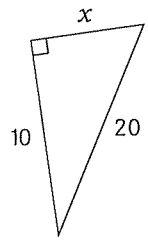
2.



3.



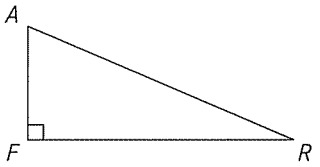
4.



2 ABC est un triangle rectangle en A tel que $AB = 12$ cm et $AC = 6$ cm.
Calculer BC (résultat arrondi à 0,01).

3 IJK est un triangle rectangle en I tel que $IJ = 24$ cm et $JK = 28$ cm.
Calculer IK (résultat arrondi à 0,01 cm).

4 AFR est un triangle rectangle dont l'hypoténuse mesure 20,3 cm.



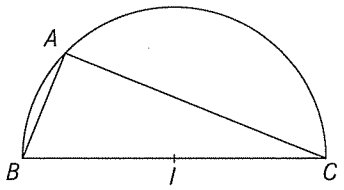
Calculer AF sachant que $FR = 10{,}5$ cm (donner une valeur approchée de AF à 10^{-3} près par excès).

© Nathan/VUEF. La photocopie non autorisée est un délit.

LE SAVIEZ-VOUS ?

Pythagore était un philosophe et mathématicien grec (570 av. JC - 480 av. JC).

5 On donne :
$IC = 4$ cm,
$AB = 3$ cm,
I milieu de $[BC]$.

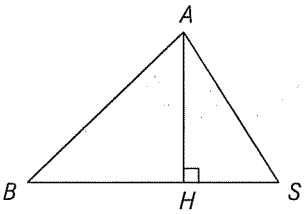


Calculer AC (résultat arrondi à 0,01).

6 ABJ est un triangle rectangle en J.
Compléter le tableau (résultats arrondis à 0,1).

	AB (en cm)	AJ (en cm)	BJ (en cm)	Aire (en cm²)
1.		6	5	
2.	10	3		
3.	22		9	
4.			4	6

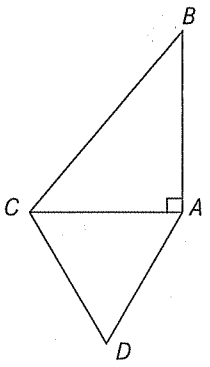
7 ABS est un triangle quelconque et H est le pied de la hauteur issue de A.
On donne :
$BH = 4$ cm,
$HS = 3$ cm,
$AH = 6$ cm.



Calculer AB et AS (résultats arrondis à 0,01).

8 ABC est un triangle rectangle en A et ACD est un triangle équilatéral de côté 6 cm.
On a : $AB = 2AC$.

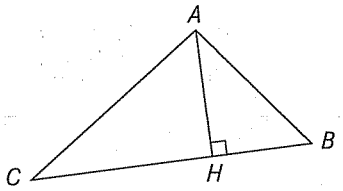
Calculer le périmètre du quadrilatère $ABCD$ (valeur approchée à 10^{-1} près par défaut).



9 Soit ABC un triangle tel que $AB = 4$ cm, $AC = 3$ cm et $BC = 5$ cm.
Le triangle ABC est-il rectangle ?

10 Soit ETV un triangle tel que $ET = 2{,}5$ cm, $EV = 5$ cm et $TV = 1{,}3$ cm.
Le triangle ETV est-il rectangle ?

11 On donne :
$BC = 5$ cm,
$BH = 1$ cm,
$AH = 2$ cm.



Le triangle ABC est-il rectangle ?

12 Déterminer, pour chaque cas, si le triangle ABC est rectangle.

1. $AB = 1{,}5$ cm ; $AC = 3{,}4$ cm ; $BC = 3{,}7$ cm.
2. $AB = 5$ cm ; $AC = 6$ cm ; $BC = 2\sqrt{3}$ cm.
3. $AB = 5$ cm ; $AC = 3$ cm ; $BC = 4$ cm.
4. $AB = 7{,}5$ cm ; $AC = 4{,}5$ cm ; $BC = 6$ cm.
5. $AB = 2{,}5$ cm ; $AC = 5{,}4$ cm ; $BC = 4{,}8$ cm.

Êtes-vous capable de...

...utiliser le théorème de Pythagore ?

1. ABC est un triangle rectangle en C tel que $AB = 8{,}5$ cm et $BC = 7$ cm.
a) Quelle est l'hypoténuse de ce triangle ?
❑ $[AB]$ ❑ $[AC]$ ❑ $[BC]$
b) Quelle est la longueur du côté $[AC]$ arrondie à 0,01 ?
❑ 23,25 cm ❑ 4,80 cm ❑ 11 cm ❑ 4,90 cm

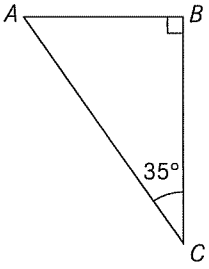
2. EFG est un triangle tel que :
$EF = 6{,}5$ cm, $EG = 10{,}6$ cm et $FG = 8{,}5$ cm.
Le triangle EFG est-il rectangle ?
❑ oui ❑ non

► POUR VOUS AIDER : 13 P. 141
► RÉPONSE 1 : P. 172

Relations trigonométriques dans le triangle rectangle

FICHE MÉTHODE 14

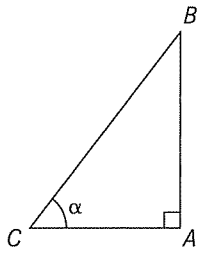
13 On donne : $AB = 15$ cm.



Calculer AC et BC (résultats arrondis à 0,01 cm).

© Nathan/VUEF. La photocopie non autorisée est un délit.

14 ABC est un triangle rectangle en A.
On donne : $BC = 10$ cm et $\alpha = 30°$.

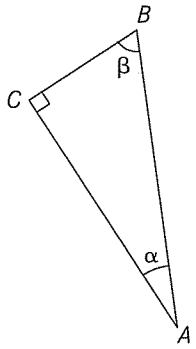


1. Calculer AB.

2. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{B}$.

15 ABC est un triangle rectangle en C tel que $AB = 20$ cm et $BC = 10$ cm.
Calculer les mesures des angles $\widehat{A}$ et $\widehat{B}$.

16 Pour chaque cas, calculer les angles et les côtés du triangle (résultats arrondis au centième).



1. $\alpha = 25°$; $BC = 12$ cm.

2. $\beta = 30°$; $AB = 35$ cm.

3. $\beta = 60°$; $AC = 20$ cm.

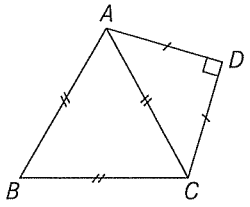
4. $\alpha = 42°$; $AB = 50$ cm.

5. $BC = 3$ cm ; $AC = 4$ cm.

6. $AB = 9$ cm ; $BC = 6$ cm.

7. $AB = 10$ cm ; $AC = 6$ cm.

17 On donne : $AD = 10$ cm.



1. Déterminer la mesure de l'angle $\widehat{DCA}$.

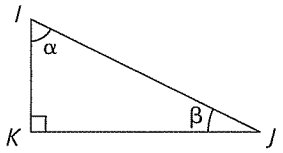
2. Calculer le périmètre du quadrilatère $ABCD$ (valeur exacte).

18 ABC est un triangle tel que $AB = 4$ cm, $BC = 3$ cm et $AC = 5$ cm.

1. Le triangle ABC est-il rectangle ?

2. En déduire les mesures des angles $\widehat{A}$, $\widehat{B}$ et $\widehat{C}$.

19 IJK est un triangle rectangle en K.



Compléter le tableau (résultats arrondis à 0,1).

IK (en cm)	IJ (en cm)	KJ (en cm)	α (en degrés)	β (en degrés)	Aire (en cm²)
20			28		
	50		72		
		16		30	
		30			375
	7,5	4,5			
	$4\sqrt{5}$	8			

20 ABC est un triangle rectangle en B tel que $\widehat{C} = 18°$ et $AB = 24$ cm.
Calculer l'aire du triangle (résultat arrondi à 0,1).

Êtes-vous capable de...

...utiliser les relations trigonométriques dans le triangle rectangle ?

ABC est un triangle rectangle en C.
On donne $\widehat{B} = 38°$ et $BC = 16$ cm.

1. Quelle est la nature du côté $[BC]$ relativement à l'angle $\widehat{B}$?

❑ hypoténuse ❑ côté adjacent ❑ côté opposé

2. Quelle relation permet de calculer AB ?

❑ $\cos \widehat{B} = \dfrac{BC}{AB}$ ❑ $\sin \widehat{B} = \dfrac{AC}{AB}$

❑ $AB^2 = AC^2 + BC^2$ ❑ $\tan \widehat{B} = \dfrac{AC}{BC}$

3. Quelle est la mesure, arrondie à 0,1, du côté $[AB]$?

❑ $AB = 12{,}6$ cm ❑ $AB = 9{,}9$ cm

❑ $AB = 20{,}3$ cm ❑ $AB = 12{,}5$ cm

▶ POUR VOUS AIDER : 14 P. 141
▶ RÉPONSE 2 : P. 172

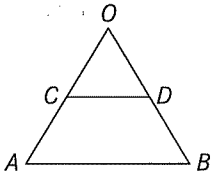
© Nathan/VUEF. La photocopie non autorisée est un délit.

Théorème de Thalès

FICHE MÉTHODE 15

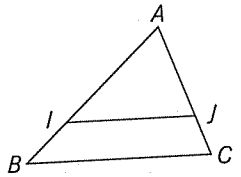
21 OAB est un triangle. C et D sont les points de $[OA]$ et $[OB]$ tels que :
$OC = 10$ cm, $AC = 6$ cm
et $CD = 4$ cm.
De plus, (CD) // (AB).

Calculer AB.



22 On donne : (IJ) // (BC).
$AI = 10$ cm,
$AJ = 6$ cm,
$IJ = 8$ cm,
$BC = 12$ cm.

Calculer BI et JC.

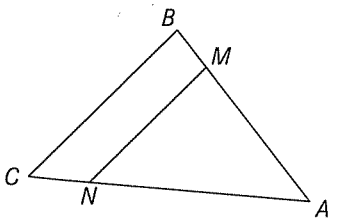


LE SAVIEZ-VOUS ?

Le théorème de Thalès s'applique dans un triangle quelconque ; il suffit seulement d'avoir une droite parallèle à un côté du triangle.

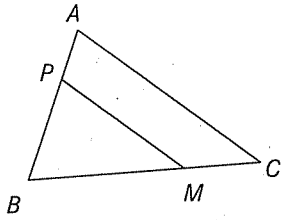
23 On donne :
(MN) // (BC)
$AB = 30$ cm,
$AN = 10$ cm,
$CN = 4$ cm.

Calculer BM (résultat arrondi au centième).



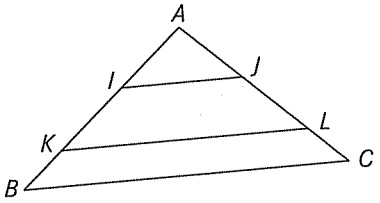
24 ABC est un triangle quelconque.
(PM) // (AC).
On donne :
$AP = 6$ cm,
$AB = 10$ cm,
$AC = 18$ cm.

Calculer PM.

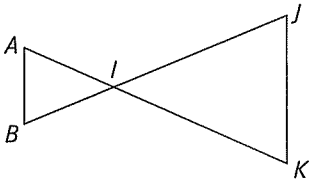


25 (IJ) // (KL) // (BC).
On donne :
$AI = 2$ cm,
$IK = 3$ cm,
$BK = 4$ cm,
$IJ = 6$ cm.

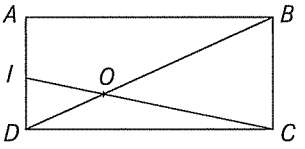
Calculer KL et BC.



26 (AB) // (JK)
On donne :
$AI = 3$ cm,
$AB = 2$ cm,
$JK = 5$ cm.
Calculer IK.

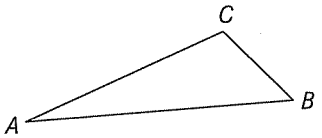


27 $ABCD$ est un rectangle tel que $BC = 10$ cm.



$[DB]$ est une diagonale du rectangle et O est le point de $[DB]$ tel que $OD = \frac{1}{3} DB$. Calculer ID.

28 Soit ABC un triangle tel que $AB = 20$ cm et $AC = 17$ cm.
Soit I le point de $[AB]$ tel que $AI = 12$ cm et J le point de $[AC]$ tel que $AJ = 10$ cm.



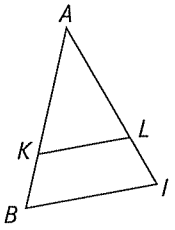
Les droites (IJ) et (BC) sont-elles parallèles ?

29 Pour chaque cas, déterminer si les droites (KL) et (BI) sont parallèles.

1. $AK = 2$ cm, $KB = 1$ cm,
$AL = 8$ cm et $LI = 4$ cm.

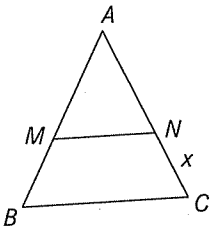
2. $AB = 10$ cm, $AI = 16$ cm,
$KB = 2$ cm et $LI = 3{,}2$ cm.

3. $AK = 30$ cm, $AL = 32$ cm,
$KB = 4$ cm et $LI = 6$ cm.



30 Déterminer x pour que les droites (MN) et (BC) soient parallèles.

On donne :
$AM = 10$ cm, $MB = 5$ cm,
$AN = 18$ cm et $NC = x$.

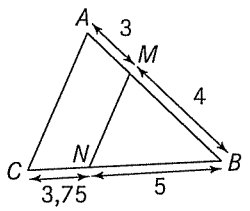


LE SAVIEZ-VOUS ?

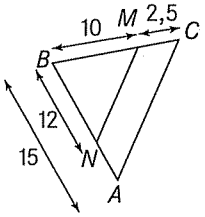
Thalès était un philosophe et mathématicien grec (625 av. JC - 547 av. JC).

31 Déterminer, pour chaque cas, si les droites (MN) et (AC) sont parallèles (mesures en cm).

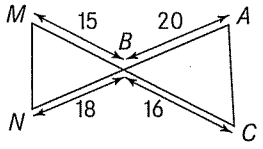
1.



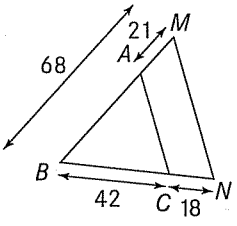
2.



3.

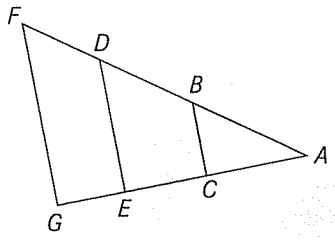


4.



© Nathan/VUEF. La photocopie non autorisée est un délit.

...utiliser le théorème de Thalès ?



(BC) // (FG)
$AB = 12$ cm
$AC = 16$ cm
$AF = 30$ cm
$AD = 18$ cm et
$AE = 24$ cm

1. Quelle égalité le théorème de Thalès permet-il d'écrire ?

❑ $\frac{AB}{BF} = \frac{AC}{AG}$ ❑ $\frac{AB}{AC} = \frac{BC}{FG}$

❑ $\frac{AB}{AF} = \frac{AC}{AG}$ ❑ $\frac{AC}{AG} = \frac{BC}{FG}$

2. Quelle est la mesure de $[AG]$?

❑ 22,5 cm ❑ 40 cm ❑ 6,4 cm

3. Les droites (DE) et (FG) sont-elles parallèles ?

❑ Oui ❑ Non

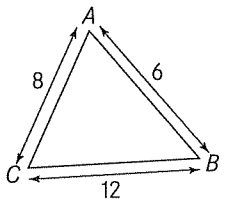
▶ POUR VOUS AIDER : 15 P. 142
▶ RÉPONSE 3 : P. 173

Relations trigonométriques dans un triangle quelconque

FICHE MÉTHODE 16

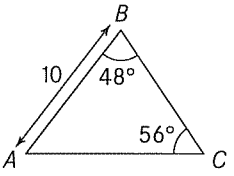
32 ABC est un triangle tel que $AB = 6$ cm, $AC = 8$ cm et $BC = 12$ cm.

Calculer les mesures des angles $\widehat{A}$, $\widehat{B}$ et $\widehat{C}$ (résultats arrondis à l'unité).



33 ABC est un triangle tel que $\widehat{B} = 48°$, $\widehat{C} = 56°$ et $AB = 10$ cm.

Calculer AC et BC (résultats arrondis à 0,01).

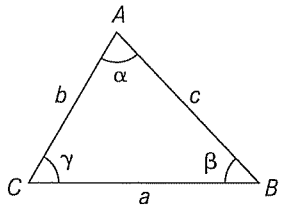


34 IJK est un triangle tel que $\widehat{I} = 50°$, $\widehat{K} = 64°$ et $IK = 22$ cm.
Calculer JK et IJ (résultats arrondis au dixième).

LE SAVIEZ-VOUS ?

Pour $\widehat{A} = 90°$ dans la formule $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \widehat{A}$, on retrouve le théorème de Pythagore.

▼ *Pour les exercices 35 à 40, on considère un triangle ABC.*
On pose $BC = a$, $AC = b$ et $AB = c$ et on désigne par α, β et γ les mesures respectives des angles $\widehat{BAC}$, $\widehat{ABC}$ et $\widehat{BCA}$.



35 Déterminer a, β et γ sachant que $b = 4$ cm, $c = 5$ cm et $\alpha = 30°$.
(Résultats arrondis à 0,01.)

36 Déterminer α, β et γ sachant que $a = 10$ cm, $b = 7$ cm et $c = 12$ cm.
(Résultats arrondis au dixième.)

37 Déterminer b et c sachant que $a = 6$ cm, $\beta = 45°$ et $\gamma = 60°$.
(Résultats arrondis au dixième.)

38 Déterminer a et b sachant que $c = 10$ cm, $\alpha = 50°$ et $\beta = 70°$.
(Résultats arrondis au dixième.)

39 Déterminer a sachant que $c = 15$ cm, $\alpha = 48°$ et $\gamma = 56°$.
(Résultats arrondis à 0,1.)

40 Déterminer α sachant que $a = 18$ cm, $b = 24$ cm et $\beta = 34°$.
(Résultats arrondis à 0,1.)

...utiliser les relations trigonométriques dans un triangle quelconque ?

ABC est un triangle tel que :
$\widehat{A} = 64°$, $\widehat{C} = 48°$ et $AB = 28$ cm.

1. Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{B}$?

❑ 180° ❑ 68° ❑ 112°

2. Quelle est la mesure, arrondie à 0,01, du côté $[BC]$?

❑ 33,86 cm ❑ 18,70 cm ❑ 23,15 cm

3. Quelle est la mesure, arrondie à 0,01, du côté $[AC]$?

❑ 34,93 cm ❑ 19,29 cm ❑ 22,44 cm.

▶ POUR VOUS AIDER : 16 P. 142
▶ RÉPONSE 4 : P. 173

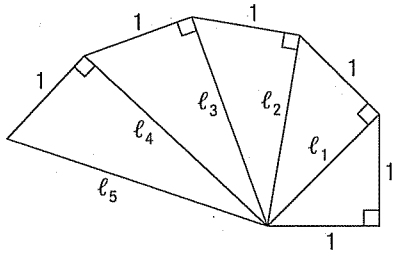
© Nathan/VUEF. La photocopie non autorisée est un délit.

Problèmes

✿ = facile ✿✿ = ça se corse ✿✿✿ = difficile

41 ✿✿ DOCUMENT-ANNEXE P. 51

1. Calculer les longueurs exactes ℓ_1, ℓ_2, ℓ_3, ℓ_4 et ℓ_5.



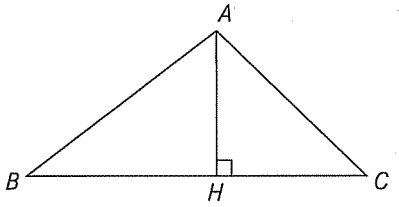
2. Construire un segment $[AB]$ de longueur $\sqrt{8}$ sur le document-annexe.

42 ✿ Calculer la longueur de la diagonale d'un carré de côté $a = 10$ cm.

43 ✿ Calculer la longueur de la hauteur d'un triangle équilatéral de côté $a = 8$ cm.

44 ✿ Soit ABC un triangle quelconque et H le pied de la hauteur issue de A.

On donne : $AB = 20$ cm, $BH = 6$ cm, $HC = 10$ cm.



Calculer AH et AC (résultats arrondis à 0,1).

45 ✿✿

1. On demande de réaliser la construction suivante :

a) tracer deux droites D_1 et D_2 perpendiculaires ; elles se coupent en A ;

b) placer sur D_1 le point B tel que $AB = 6$ cm et sur D_2 le point C tel que $AC = 8$ cm ;

c) tracer le segment $[BC]$, puis placer sur $[BC]$ le point O tel que $BO = 5$ cm ;

d) tracer le cercle $\mathscr{C}$ de centre O et de rayon 5 cm.

2. Quelle est la nature du triangle ABC ? Calculer BC.

3. Que représente $[BC]$ pour le cercle $\mathscr{C}$?

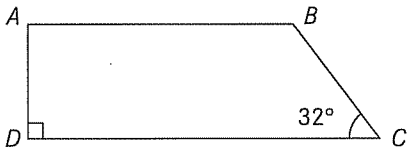
46 ✿✿ La pente d'une route est de 7 % si l'altitude augmente de 7 m pour une distance horizontale de 100 m.

1. Illustrer cette situation par un dessin.

2. Un cycliste parcourt une distance de 130 m sur une route dont la pente est de 7 %.
De combien de mètres s'est-il élevé (résultat arrondi à l'unité) ?

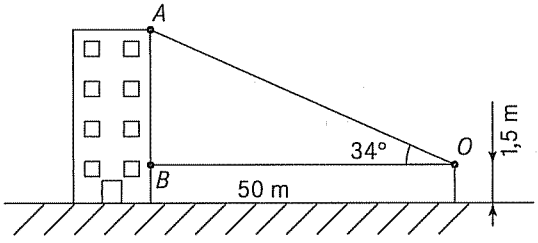
47 ✿ $ABCD$ est un trapèze rectangle.

On donne : $AB = 10$ cm et $CD = 14$ cm.



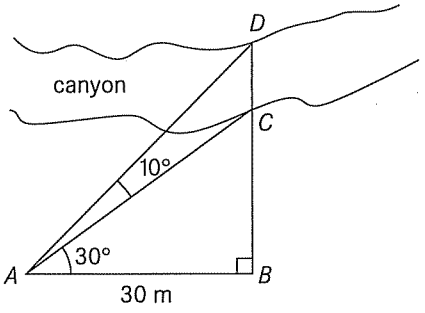
Calculer AD arrondie à 0,1.

48 ✿✿ À l'aide d'un théodolite placé à 50 m de la tour et à 1,5 m du sol, on obtient les données décrites ci-dessous.



Calculer la hauteur de la tour arrondie à 0,01.

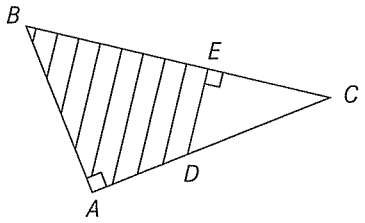
49 ✿✿



Calculer la largeur CD du canyon, résultat arrondi à 10^{-2}.

© Nathan/VUEF. La photocopie non autorisée est un délit.

50 ✿✿✿ ABC est un triangle rectangle tel que $AC = 10$ cm et $BC = 12$ cm.
D est le point de $[AC]$ tel que $AD = 4$ cm et E est le point de $[BC]$ tel que (DE) soit perpendiculaire à (BC).



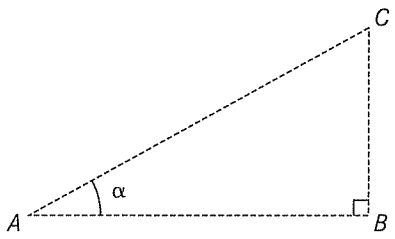
Calculer l'aire de la surface hachurée, arrondie à 0,01.

51 ✿ DOCUMENT-ANNEXE P. 51

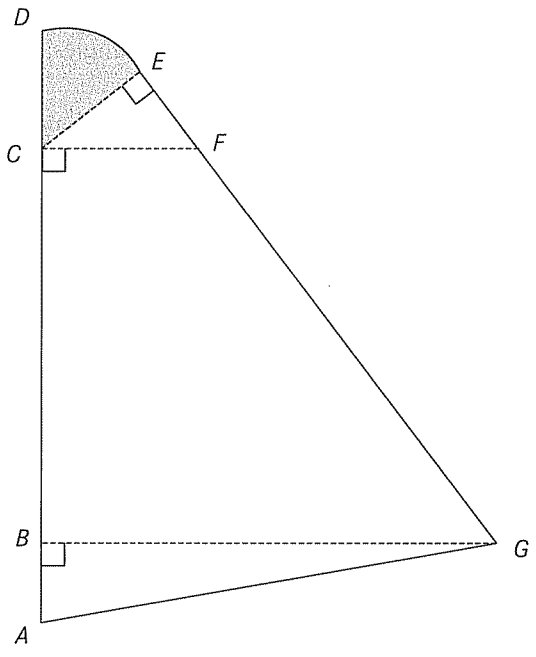
On donne $\tan 38° = 0{,}78$.

1. Exprimer page 51, ce nombre décimal sous la forme d'une fraction de dénominateur 10.

2. En dessinant sur la feuille page 51, le triangle rectangle ci-dessous de dimensions AB et BC bien choisies, construire un angle de 38°.



52 ✿✿✿ On réalise une voile de planche à voile représentée par la figure ci-dessous.
Les cotes sont données en mètres.
$AD = 4{,}45$; $AG = 2{,}5$; $CD = 0{,}9$; $AB = 0{,}43$ et $\widehat{DCE} = 60°$.



1. Calculer la cote BG et donner sa valeur arrondie à 0,01 m.

2. Calculer cos $\widehat{BAG}$, arrondi à 0,001.
En déduire les mesures des angles $\widehat{BAG}$ et $\widehat{BGA}$, arrondies au degré.

3. Soit le secteur circulaire DCE.
Calculer son aire, arrondie à 0,01 m^2.

4. Déterminer la mesure de l'angle $\widehat{ECF}$.

5. Calculer la cote EF, arrondie à 0,01 m.

6. En déduire l'aire du triangle ECF arrondie à 0,01 m^2.

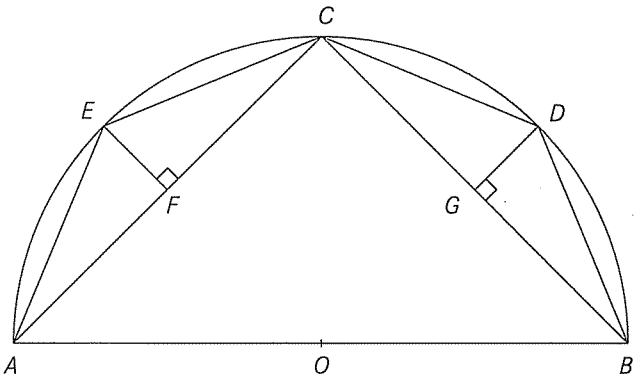
7. Quelle est la nature du quadrilatère $CFGB$?
Justifier la réponse.

8. Calculer la cote CB, arrondie à 0,01 m.

9. Calculer l'aire du triangle BAG arrondie à 0,01 m^2, puis l'aire du quadrilatère $CFGB$.

10. Déterminer l'aire totale de la voile.

53 ✿✿✿ Un échafaudage destiné à soutenir un arc en plein centre est constitué comme indiqué par le schéma ci-dessous.



On sait que :
C est le milieu du demi-cercle $\overset{\frown}{AB}$, de centre O ;
E est le milieu de l'arc $\overset{\frown}{AC}$;
D est le milieu de l'arc $\overset{\frown}{CB}$;
$AB = 4$ m .

1. Calculer AC.

2. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{AOE}$.

3. Calculer EF.

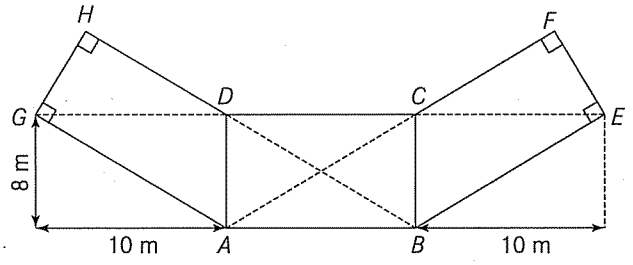
4. Calculer la longueur de l'arc $\overset{\frown}{AB}$.

5. Calculer l'aire du demi-disque de diamètre $[AB]$.

6. Calculer l'aire du triangle AEC.
(Arrondir les longueurs au centimètre, les angles au degré et les aires au centimètre carré.)

© Nathan/VUEF. La photocopie non autorisée est un délit.

54 ✿✿✿ Un bâtiment est composé de trois ailes. L'emprise au sol est constituée par :
un rectangle $ABCD$;
deux trapèzes rectangles identiques $ADHG$ et $BCFE$.
La figure ci-dessous représente l'emprise au sol du bâtiment.
A, C, F sont alignés ainsi que G, D, C et E.



On donne : $AB = 10$ m.

1. Calculer AC (résultat arrondi au dixième).

2. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{CAB}$ (résultat arrondi à 0,1).

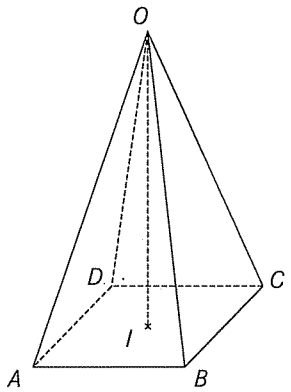
3. Expliquer pourquoi les angles $\widehat{CAB}$ et $\widehat{FCE}$ ont la même mesure.
Déterminer la mesure de l'angle $\widehat{FEC}$.

4. Calculer l'aire du rectangle $ABCD$.

5. Calculer l'aire, arrondie au m^2, du trapèze $BCFE$.

6. Calculer l'aire, arrondie au m^2, de l'emprise au sol du bâtiment.

55 ✿✿✿ On considère la pyramide régulière à base carrée ci-dessous telle que $OB = 14$ cm et $AB = 6$ cm.
Soit I le centre du carré $ABCD$.



1. Que peut-on dire de la droite (OI) par rapport au plan $(ABCD)$?
Que peut-on en conclure pour les droites (OI) et (IC) ?

2. Quelle est la nature du triangle OIC ?

3. Calculer IC arrondie à 0,1.

4. Calculer OI arrondie à 0,1.

56 ✿ DOCUMENT-ANNEXE P. 52

On considère un segment $[AB]$ de longueur inconnue.

1. Sur le segment du document-annexe page 52, suivre le programme de construction suivant :
a) tracer une demi-droite d'origine A (B n'appartenant pas à cette demi-droite et telle que l'angle formé par cette demi-droite et (AB) soit inférieur à 90°) ;
b) placer sur cette demi-droite trois points I, J et K dans cet ordre tel que : $AI = IJ = JK$;
c) tracer la droite (KB) ;
d) tracer les droites (d_1) et (d_2) parallèles à (KB) et passant respectivement par I et J ;
e) (d_1) et (d_2) coupent respectivement $[AB]$ en I' et J'.

2. Calculer $\frac{AI}{AJ}$, puis $\frac{AJ}{AK}$.

3. En déduire $\frac{AI'}{AJ'}$, puis $\frac{AJ'}{AB}$. Conclure.

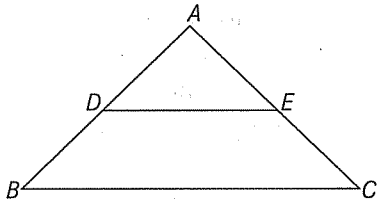
4. Soit le segment $[CD]$ ci-dessous.
Reproduire ce segment sur une feuille, puis en déterminer les $\frac{3}{5}$.



57 ✿✿

Partie A

La figure ci-dessous représente une partie de la toiture du pavillon d'une maison.
On donne :
$AB = 5{,}8$ m ; $AC = 5{,}8$ m ; $BC = 8{,}5$ m ;
$\widehat{BAC} = 92°$; (DE) // (BC).



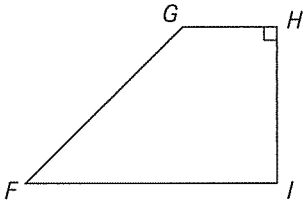
1. Préciser la nature du triangle ABC.

2. Calculer, en degrés, les mesures des angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{ACB}$.

3. Sachant que D est le milieu de $[AB]$, calculer DE.

Partie B

Une autre partie du toit a la forme d'un trapèze $FGHI$.
On donne :
$\widehat{GHI} = 90°$;
$FG = 5{,}3$ m ;
$GH = 2{,}5$ m ;
$HI = 4$ m ;
$FI = 6$ m.



1. Calculer GI arrondie à 0,1.

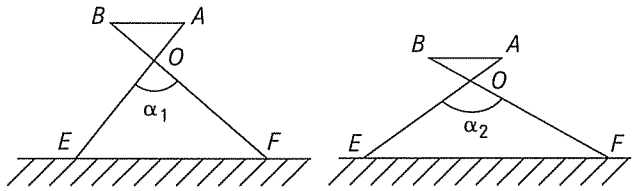
2. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{GIH}$, en degrés, arrondie à l'unité.

3. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{FGI}$, en degrés, arrondie à l'unité.

4. Calculer l'aire, en m^2, du trapèze $FGHI$.

© Nathan/VUEF. La photocopie non autorisée est un délit.

58 ✿ Une table à repasser est constituée d'une planche et de deux pieds $[AE]$ et $[BF]$ articulés en O :



position 1 position 2

On donne :

$OA = 40$ cm ; $OB = 37{,}5$ cm ;

$OE = 64$ cm ; $OF = 60$ cm.

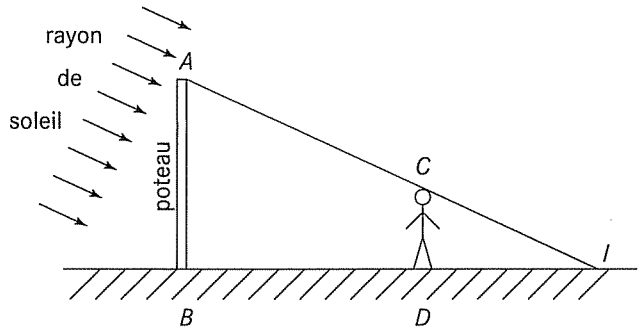
1. Calculer les rapports : $\frac{OA}{OE}$ et $\frac{OB}{OF}$.

2. Indiquer la position des droites (AB) et (EF) l'une par rapport à l'autre.

3. Expliquer pourquoi la planche reste parallèle au sol quand la mesure de l'angle α varie.

59 ✿ Construire un triangle ABC rectangle en A tel que $BC = 5$ cm et $AB = 4$ cm.
Soit I le milieu de $[AC]$.
Construire un agrandissement par 3 du triangle IBC.

60 ✿✿ On réalise l'expérience suivante :

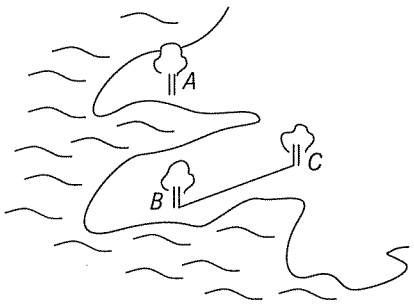


- Les rayons du soleil ont tous la même direction.
- L'homme se place verticalement à l'endroit limite où il est totalement à l'ombre.
- L'homme mesure 1,82 m.
- L'ombre du poteau au sol est $BI = 24{,}5$ m.
- On mesure $ID = 4{,}2$ m.

1. Schématiser l'expérience à l'aide d'une figure géométrique.

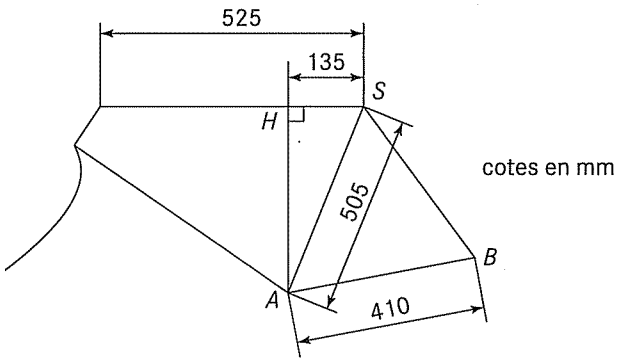
2. Déterminer la hauteur du poteau, arrondie à 0,1.

61 ✿ La distance entre deux arbres A et B n'est pas mesurable directement.
Afin de connaître la distance AB, on se sert d'un point fixe, l'arbre C, dont on peut mesurer la distance avec l'arbre B, puis on mesure les angles $\widehat{B}$ et $\widehat{C}$ du triangle ABC.



On donne : $BC = 120$ m, $\widehat{B} = 115°$ et $\widehat{C} = 36°$.
Calculer AB arrondie à 0,1 m.

62 ✿✿ Le schéma suivant représente le cadre d'un vélo de course.



cotes en mm

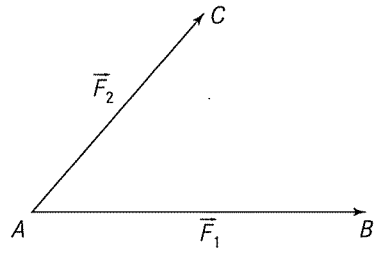
1. Calculer AH (arrondir au mm).

2. Calculer la mesure, arrondie à 0,1 degré, de l'angle $\widehat{HSA}$.

3. Dans le triangle quelconque ABS, calculer la longueur SB du hauban, arrondie au mm, si $\widehat{SAB} = 65°$.

63 ✿ DOCUMENT-ANNEXE P. 52

Soit les forces $\vec{F}_1$ et $\vec{F}_2$ telles que $F_1 = 240$ N, $F_2 = 180$ N et $\widehat{BAC} = 56°$.



1. Sur le document-annexe p. 52, construire la force $\vec{F}$ telle que $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$ (on posera $\vec{F} = \overrightarrow{AD}$).

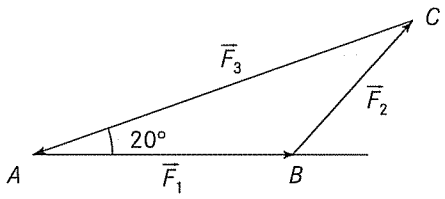
2. Déterminer la mesure de l'angle $\widehat{ACD}$.

3. Calculer l'intensité de la force $\vec{F}$.

4. Déterminer la mesure, en degrés, de l'angle $\widehat{CAD}$ arrondie au centième.

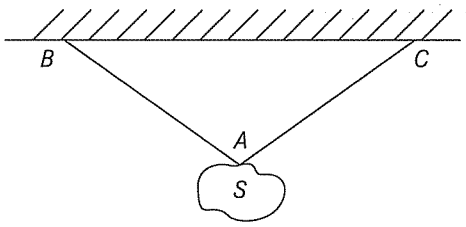
© Nathan/VUEF. La photocopie non autorisée est un délit.

64 ✿✿ On considère le dynamique des forces d'un solide en équilibre.



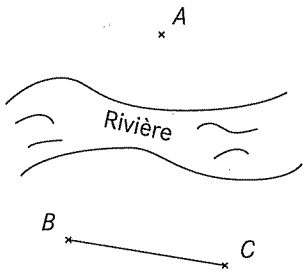
On donne : $F_1 = 70$ N et $F_2 = 26$ N.
Calculer F_3 arrondie à 0,1 N.

65 ✿✿ Un solide est suspendu par l'intermédiaire de deux câbles $[AB]$ et $[AC]$.



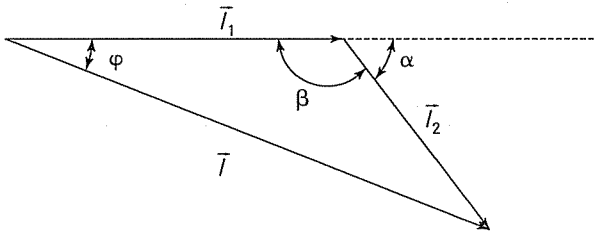
On donne :
$BC = 2{,}5$ m ; $AB = 1{,}5$ m ; $AC = 1{,}2$ m.
Calculer $\widehat{BAC}$, $\widehat{ACB}$ et $\widehat{ABC}$ en degrés (résultats arrondis au degré).

66 ✿✿ On veut mesurer la distance entre deux maisons A et B séparées par un rivière.
Pour cela, on effectue plusieurs relevés.
Les données sont les suivantes :
$BC = 26$ m ; $\widehat{ABC} = 48{,}4°$ et $\widehat{ACB} = 72{,}5°$.



Calculer la distance AB, arrondie à 0,1, séparant les deux maisons.

67 ✿ On donne le diagramme de Fresnel suivant :



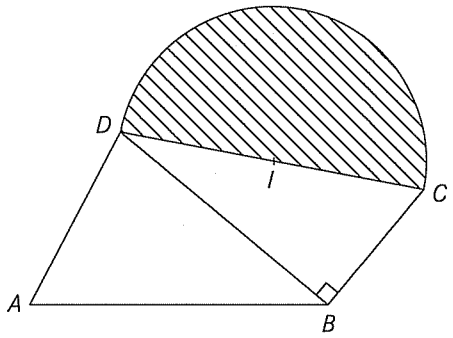
On donne :
$I_1 = 5$ A ; $I_2 = 2{,}8$ A ; $\alpha = 32°$.

1. Calculer β.

2. Calculer I à 0,01 près.

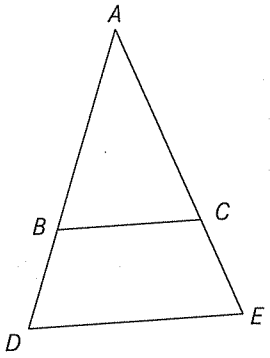
3. Calculer φ au degré près.

68 ✿✿ On considère la pièce métallique suivante :



On donne :
$\widehat{DAB} = 48°$, $AB = 12$ cm, $AD = 10$ cm et $BC = 8$ cm.
Calculer l'aire hachurée du demi-cercle de rayon IC, résultat arrondi à 0,01.

69 ✿✿✿



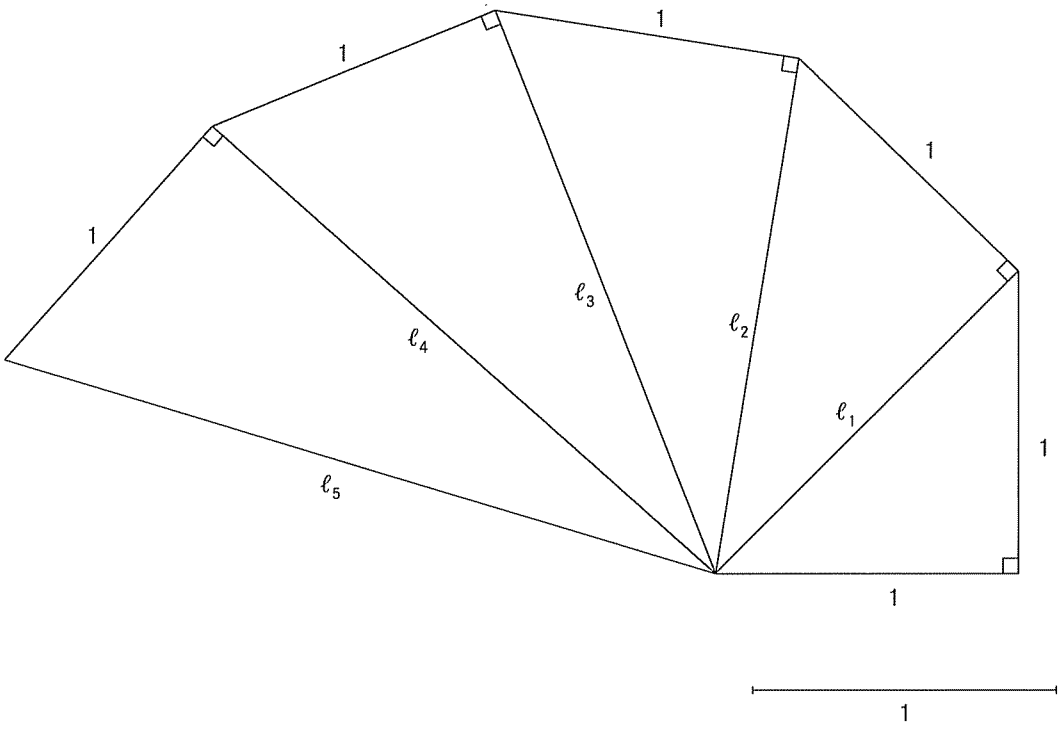
On donne : (BC) // (DE).
$AB = 10$ cm ; $AC = 8$ cm ; $BC = 5$ cm ; $BD = 4$ cm.

1. Calculer les mesures arrondies à 0,1 des angles $\widehat{ADE}$ et $\widehat{AED}$.

2. Calculer DE et CE (résulats arrondis au dixième).

© Nathan/VUEF. La photocopie non autorisée est un délit.

Document-annexe du problème 41



Document-annexe du problème 51

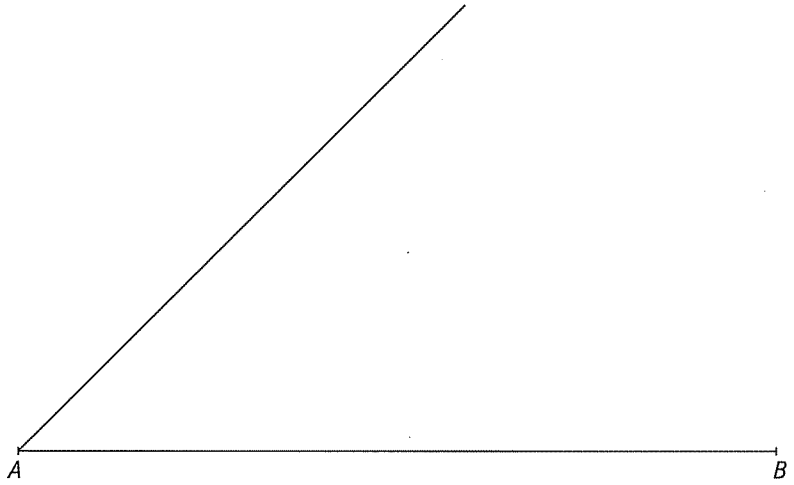
tan 38° = 0,78

tan 38° = $\frac{\text{.....}}{\text{.....}}$

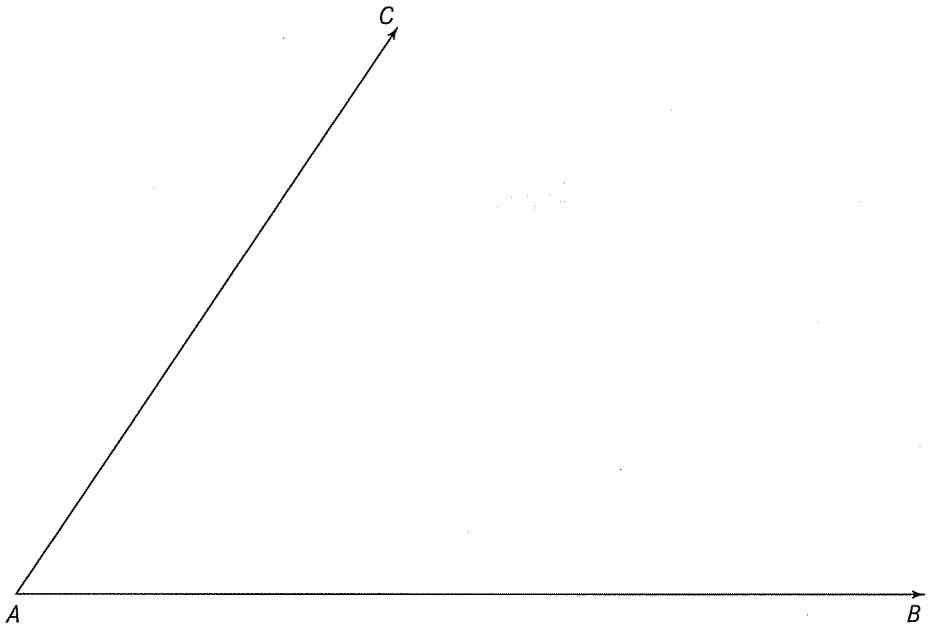


© Nathan/VUEF. La photocopie non autorisée est un délit.

Document-annexe du problème 56



Document-annexe du problème 63



© Nathan/VUEF. La photocopie non autorisée est un délit.

Équations - Inéquations - Systèmes

5

VOUS ALLEZ APPRENDRE À :

- Résoudre une équation du 1er degré.
- Résoudre une inéquation du 1er degré.
- Résoudre un système d'équations.
- Résoudre graphiquement un système d'équations.

POUR VOUS AIDER

FICHE MÉTHODE 17 p. 143
Comment résoudre une équation ?

FICHE MÉTHODE 18 p. 143
Comment résoudre une inéquation ?

FICHE MÉTHODE 19 p. 144
Comment résoudre un système d'équations ?

FICHE MÉTHODE 20 p. 144
Comment résoudre graphiquement un système d'équations ?

FICHE L'ESSENTIEL p. 163

Exercices d'entraînement

Équations

FICHE MÉTHODE 17

▼ *Pour les exercices 1 à 13, résoudre les équations proposées.*

1 a) $2x+4=0$; b) $3x-5=0$.

2 a) $\frac{5}{3}-6x=0$; b) $-4x+\frac{10}{3}=0$.

3 a) $-x+\frac{1}{2}=0$; b) $\frac{3}{2}x-\frac{1}{4}=0$.

4 a) $-\frac{2}{3}x+\frac{3}{2}=0$; b) $\frac{4}{3}x-\frac{5}{3}=0$.

5 a) $-2(x+1)+\frac{3}{4}=0$; b) $-(-2x+1)=4$.

6 a) $3(2x+1)-\frac{5}{2}x=2$; b) $3\left(2x+\frac{4}{3}\right)=-5x$.

7 $-2(-x+3)-4(x-5)=-2x+1$.

8 $3-2x-(1-4x)=-\frac{2}{3}(x-2)$.

9 $2(x-3)+4=\frac{1}{3}+2x$.

10 $-5x+3+2(x-1)=-3(x+1)+4$.

11 $\frac{1}{2}x+3\left(x-\frac{1}{3}\right)=0$.

LE SAVIEZ-VOUS ?

Résoudre une équation, c'est déterminer les nombres réels x qui vérifient l'égalité proposée.

12 $\frac{2x+1}{3}+\frac{x}{2}=\frac{2x-3}{2}$.

13 $\frac{-2x+3}{4}-\frac{x-5}{2}=\frac{-3x+2}{2}$.

© Nathan/VUEF. La photocopie non autorisée est un délit.

14 Compléter le tableau :

Équation	Solution
$-\frac{3}{2}x=\frac{5}{3}$	
$4x=0$	
$-10x=0$	
$-3x+2=4x+2$	
$-5x+3=x+2$	
$2(x-1)=2x$	
$-4(x-3)=-4x+12$	
$-\frac{3}{2}x=0$	

▼ *Pour les exercices 15 à 20, résoudre les équations.*

15 a) $x\left(\frac{3}{4}x+\frac{2}{5}\right)=0$; b) $(x-1)\left(x+\frac{3}{2}\right)=0$.

16 a) $(-2x+3)\left(\frac{5}{3}-4x\right)=0$;
b) $-2x(-x-3)=0$.

17 a) $\left(-5+\frac{2}{3}x\right)(-4x+1)=0$;
b) $(1-x)(-2-x)=0$.

18 a) $(1-2x)\times 4x=0$;
b) $x(x+10)(20-x)=0$.

19 a) $-10x(x-10)=0$;
b) $\left(\frac{1}{2}x-3\right)\left(-\frac{3}{2}+x\right)=0$.

20 a) $\frac{x}{2}\left(1-\frac{2}{3}x\right)=0$;
b) $\left(\frac{2}{3}x+\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{2}x-1\right)=0$.

Êtes-vous capable de...

... résoudre une équation ?

1. Quelle est la solution de l'équation $-3x=0$?

❑ $x=3$ ❑ $x=\frac{1}{3}$ ❑ $x=0$ ❑ $x=-\frac{1}{3}$ ❑ $x=-3$

2. Le nombre -9 est-il solution de l'équation $81-x^2=0$?

❑ oui ❑ non

3. Quelle est la solution de l'équation $\frac{2x-1}{5}=x$?

❑ $x=3$ ❑ $x=\frac{1}{3}$ ❑ $x=-\frac{1}{3}$ ❑ $x=0$ ❑ $x=-3$

▶ POUR VOUS AIDER : 17 P. 143
▶ RÉPONSE 1 : P. 173

▼ *Pour les exercices 21 à 27, factoriser, puis résoudre les équations.*

21 a) $x(x+2)-4x(3-x)=0$;
b) $3(1-x)-10(1-x)^2=0$.

22 a) $(4x-1)(x+2)-(x+2)(3-x)=0$;
b) $x(5-x)-(x+2)(5-x)=0$.

LE SAVIEZ-VOUS ?

Les identités remarquables permettent de factoriser certaines expressions.

23 a) $4x^2-4x+1=0$;
b) $16x^2-4=0$.

24 a) $x^2+8x+16=0$;
b) $100-9x^2=0$.

25 a) $x(x-3)-5x(x+2)=0$;
b) $100-20x+x^2=0$.

26 a) $9x^2+4-12x=0$;
b) $1-x^2=0$.

27 a) $(3-2x)(5-x)-2(5-x)^2=0$;
b) $10x(1+x)-(1+x)(1-x)=0$.

▼ *Pour les exercices 28 à 34, résoudre les équations proposées après avoir précisé les valeurs éventuelles pour lesquelles l'équation n'a pas de sens.*

28 a) $\frac{x-5}{x}=\frac{1}{2}$; b) $\frac{x+2}{3}=\frac{1-x}{4}$.

29 a) $\frac{1-2x}{x}=-\frac{2}{3}$; b) $\frac{4}{x-1}=\frac{-1}{x}$.

30 a) $\frac{5-2x}{1-x}=-4$; b) $\frac{x-10}{2}=x-4$.

31 a) $\frac{1-x}{5}=0$; b) $\frac{8x-4}{x-1}=0$.

32 a) $\frac{1}{x-1}=0$; b) $\frac{x}{1-x}=0$.

33 a) $\frac{x-8}{x}=-1$; b) $-\frac{x+1}{x}=2$.

34 a) $\frac{5-10x}{1-x}-4=0$; b) $\frac{x-1}{5}-2x=0$.

© Nathan/VUEF. La photocopie non autorisée est un délit.

Inéquations

FICHE MÉTHODE 18

▼ *Pour les exercices 35 à 50, résoudre les inéquations proposées.*

35 a) $2x > 3$; b) $5x < 2$.

36 a) $3x \leqslant -1$; b) $\frac{2}{3}x > -2$.

37 a) $\frac{3}{2}x < -\frac{1}{4}$; b) $\frac{4}{5}x \geqslant \frac{3}{2}$.

38 a) $\frac{3}{4}x - 2 \leqslant 1$; b) $\frac{3}{2}x + \frac{4}{5} > -1$.

39 a) $\frac{4}{3}x - \frac{1}{3} > \frac{1}{2}$; b) $2 + \frac{3}{5}x \leqslant \frac{1}{3}$.

40 a) $-2x > 4$; b) $-5x \leqslant -3$.

LE SAVIEZ-VOUS ?

Résoudre une inéquation, c'est déterminer les nombres réels x qui vérifient l'inégalité proposée.

41 a) $-x < \frac{5}{2}$; b) $-\frac{4}{3}x \geqslant -2$.

42 a) $-6x \geqslant -3$; b) $-\frac{1}{3}x < \frac{1}{2}$.

43 a) $-\frac{2}{3}x + 3 < 1$; b) $1 - 2x > \frac{1}{2}$.

44 a) $5 - \frac{2}{3}x \leqslant \frac{1}{2}$; b) $4 - 5x > -\frac{3}{4}$.

45 a) $-2x + 3 < \frac{1}{5}$; b) $-\frac{3}{2}x + \frac{2}{3} \geqslant \frac{1}{4}$.

46 $2(x+3) - 5\left(x + \frac{1}{2}\right) < x$.

47 $-3\left(x + \frac{4}{3}\right) - x \geqslant 2\left(x - \frac{1}{3}\right)$.

48 $-2\left(x + \frac{2}{3}\right) + \frac{1}{3}x < 0$.

49 a) $-(3 - 2x) \geqslant 0$; b) $2\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}x\right) \geqslant 0$.

50 a) $-2(2x+1) > 0$; b) $-\frac{3}{2} \times \left(1 - \frac{1}{2}x\right) \leqslant 0$.

51 Compléter le tableau :

Inéquation	Solution sous forme d'intervalle
$2x - 4 > 0$	
$\frac{1}{3}x - \frac{2}{3} \leqslant 0$	
$-\frac{3}{2}x - 2 > 0$	
$-\frac{1}{2}x + 4 \leqslant -2$	
$-5x > 0$	
$-x^2 - 1 > 0$	

52 **1.** Résoudre l'inéquation $\frac{2}{3}x - 5 < -3$.

2. Représenter l'ensemble des solutions sur une droite graduée.

53 **1.** Résoudre l'inéquation $-\frac{1}{2}x + \frac{1}{4} \geqslant x - \frac{1}{2}$.

2. Représenter l'ensemble des solutions sur une droite graduée.

54 Compléter le tableau :

Inéquation	Solution sous forme d'inégalité	Solution sous forme d'intervalle
$4x + \frac{1}{3} < 1 - x$		
$-x + \frac{1}{2} \geqslant -\frac{1}{3}x$		
$1 - 3x < \frac{1}{2}(x - 1)$		
$4x + 2 \leqslant \frac{1}{2} - x$		

55 Soit :
$A(x) = (2x-1)^2 - (3-x)(5x-1) - (3x-2)(3x+2)$.

1. Développer, réduire et ordonner $A(x)$.

2. Résoudre l'inéquation $A(x) \geqslant -10x - 7$.

56 Soit $B(x) = -5(x-4) + \frac{1}{2}x + 5 + x$.

Résoudre l'inéquation $B(x) < 0$.

Êtes-vous capable de...

... résoudre une inéquation ?

1. Quelles sont les solutions de l'inéquation $\frac{3}{2}x - 1 \geqslant 2$?

❑ $S =]-\infty ; 2[$ ❑ $S =]-\infty ; 2]$
❑ $S =]2 ; +\infty[$ ❑ $S = [2 ; +\infty[$

2. Quelles sont les solutions de l'inéquation $-5x + 3 < -5$?

❑ $S = \left]-\frac{8}{5} ; +\infty\right[$ ❑ $S = \left]-\infty ; -\frac{8}{5}\right[$
❑ $S = \left]\frac{8}{5} ; +\infty\right[$ ❑ $S = \left]-\infty ; \frac{8}{5}\right[$

3. Quelles sont les solutions de l'inéquation $-4x > 0$?

❑ $S =]-\infty ; 0[$ ❑ $S =]-\infty ; 0]$
❑ $S =]0 ; +\infty[$ ❑ $S = \varnothing$

▶ POUR VOUS AIDER : 18 P. 143
▶ RÉPONSE 2 : P. 173

© Nathan/VUEF. La photocopie non autorisée est un délit.

Systèmes d'équations

FICHES MÉTHODES 19 ET 20

▼ *Pour les exercices 57 à 65, résoudre les systèmes proposés.*

57 a) $\begin{cases} 2x-3y=11 \\ -x+y=-4 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x+2y=10 \\ -2x+y=0 \end{cases}$

Êtes-vous capable de...

... résoudre un système d'équations ?

1. Quel est le couple solution du système :

$\begin{cases} -2x+y=9 \\ x-2y=-9 \end{cases}$?

❑ (3 ; −3) ❑ (0 ; 1)

❑ (−3 ; 3) ❑ (1 ; 9)

2. Quelles sont les équations des droites d_1 et d_2 associées au système :

$\begin{cases} 2x-y=3 \\ -3x+2y=1 \end{cases}$?

❑ $d_1 : y=2x+3$ et $y=\frac{3}{2}x+\frac{1}{2}$

❑ $d_1 : y=2x+3$ et $y=-\frac{3}{2}x+\frac{1}{2}$

❑ $d_1 : y=2x-3$ et $y=\frac{3}{2}x-\frac{1}{2}$

❑ $d_1 : y=2x-3$ et $y=\frac{3}{2}x+\frac{1}{2}$

▸ POUR VOUS AIDER : 19 ET 20 P. 144

▸ RÉPONSE 3 : P. 173

58 a) $\begin{cases} x+y=-5 \\ 3x-y=-7 \end{cases}$ b) $\begin{cases} -2x+y=-1 \\ 4x+y=5 \end{cases}$

59 a) $\begin{cases} 5x+4y=-40 \\ 5x-3y=30 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 3x+y=\frac{3}{2} \\ -x+y=-\frac{1}{2} \end{cases}$

60 a) $\begin{cases} 2x+\frac{1}{2}y=-\frac{7}{2} \\ \frac{3}{4}x+y=-\frac{15}{4} \end{cases}$ b) $\begin{cases} x+y=\frac{5}{6} \\ x-y=-\frac{1}{6} \end{cases}$

61 a) $\begin{cases} x+y=10 \\ x+y=-4 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 3x+2y=4 \\ -x-\frac{2}{3}y=1 \end{cases}$

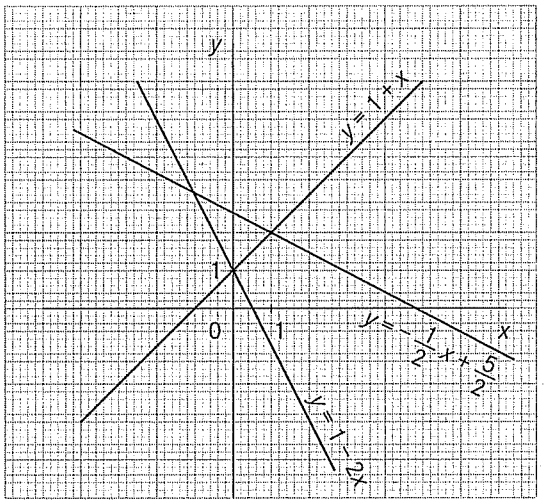
62 a) $\begin{cases} x+y=4 \\ -x-y=-4 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 2x-y=4 \\ -x+\frac{1}{2}y=2 \end{cases}$

63 a) $\begin{cases} -\frac{3}{4}x+\frac{1}{2}y=\frac{7}{4} \\ \frac{1}{3}x-\frac{1}{4}y=-\frac{19}{24} \end{cases}$ b) $\begin{cases} \frac{1}{2}x+y=0 \\ x-y=0 \end{cases}$

64 a) $\begin{cases} 2x+\frac{1}{2}y=1 \\ 4x+y=-1 \end{cases}$ b) $\begin{cases} \frac{1}{3}x-y=\frac{1}{2} \\ \frac{1}{4}x-y=\frac{1}{2} \end{cases}$

65 a) $\begin{cases} 4x-\frac{1}{2}y=1 \\ -8x+y=-2 \end{cases}$ b) $\begin{cases} \frac{x}{2}+\frac{y}{2}=\frac{1}{2} \\ \frac{x}{3}-\frac{y}{3}=\frac{1}{3} \end{cases}$

66 On donne les représentations graphiques des droites d'équations $y=1+x$, $y=-\frac{1}{2}x+\frac{5}{2}$ et $y=1-2x$.



Résoudre, à l'aide du graphique, les systèmes suivants :

a) $\begin{cases} -x+y=1 \\ \frac{1}{2}x+y=\frac{5}{2} \end{cases}$ b) $\begin{cases} -x+y=1 \\ 2x+y=1 \end{cases}$ c) $\begin{cases} \frac{1}{2}x+y=\frac{5}{2} \\ 2x+y=1 \end{cases}$

LE SAVIEZ-VOUS ?

Pour résoudre graphiquement un système, il faut déterminer les équations des droites associées à chaque équation du système.

67 Résoudre graphiquement les systèmes.

a) $\begin{cases} 2x+y=1 \\ x-2y=3 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 2x+y=-1 \\ 2x+\frac{1}{3}y=1 \end{cases}$

68 Résoudre graphiquement les systèmes.

a) $\begin{cases} 2x+y=4 \\ -x-\frac{1}{2}y=1 \end{cases}$ b) $\begin{cases} -x+3y=-7 \\ \frac{1}{2}x+\frac{1}{2}y=-\frac{1}{2} \end{cases}$

c) $\begin{cases} -3x+y=6 \\ x-\frac{1}{3}y=-2 \end{cases}$ d) $\begin{cases} 3x+y=-4 \\ -x+y=0 \end{cases}$

© Nathan/VUEF. La photocopie non autorisée est un délit.

Problèmes

✿ = facile ✿✿ = ça se corse ✿✿✿ = difficile

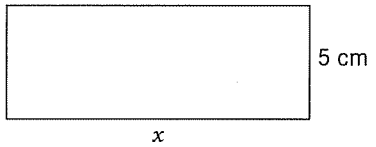
69 ✿ Trouver trois nombres entiers naturels consécutifs dont la somme est 363.

70 ✿ Trouver un nombre, qui multiplié par 3, augmente de 100.

71 ✿✿✿ On ajoute à un nombre non nul son inverse. Le résultat est 2.
Quel est ce nombre ?

72 ✿ La jauge de la voiture de M. Dupont indique que le réservoir est à moitié plein.
M. Dupont rajoute 15 litres d'essence, le réservoir est alors rempli au $\frac{3}{4}$ de son volume.
Déterminer la contenance du réservoir.

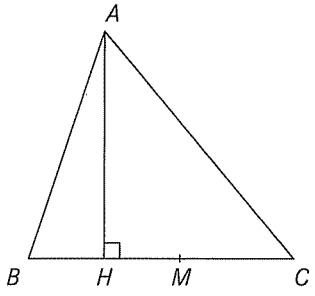
73 ✿ On considère le rectangle ci-dessous.



Déterminer la longueur x du rectangle sachant que son aire est égale à 42,5 cm^2.

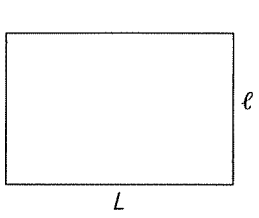
74 ✿ Un capital C_0 est placé au taux annuel de 8 % à intérêts composés.
Sachant que le capital acquis au bout de n années est donné par la formule $C_n = C_0 \times 1{,}08^n$, calculer C_0 si $C_5 = 1\,910{,}15$ € (résultat arrondi à l'unité).

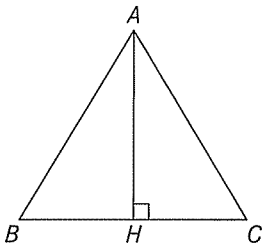
75 ✿✿✿
ABC est un triangle tel que $AH = 2$ cm et $BC = 15$ cm.
On pose $BM = x$.



Calculer x pour que l'aire du triangle ABM soit le double de celle du triangle AMC.

76 ✿✿✿





On donne $L = 10$ cm et $\ell = 7$ cm.
ABC est un triangle isocèle en A tel que $AH = 11{,}2$ cm.

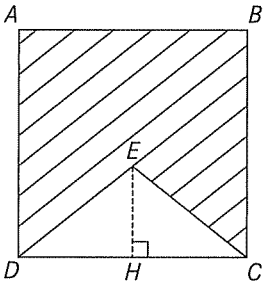
1. Calculer BC sachant que le triangle ABC et le rectangle ont la même aire.

2. Calculer AB (résultat arrondi à 10^{-2}).

77 ✿ Calculer le temps mis par un véhicule qui roule à la vitesse de 125 km/h pour parcourir une distance de 687,5 km.

78 ✿ Les rayons du Soleil mettent 8 min 20 s pour arriver jusqu'à nous.
Sachant que la vitesse de la lumière est de 300 000 km/s, calculer la distance Terre-Soleil.

79 ✿✿✿ $ABCD$ est un carré de côté x.
EDC est un triangle isocèle en E tel que $EH = 2$ cm.



1. Exprimer l'aire $\mathcal{A}_1$ du carré $ABCD$ en fonction de x.

2. Exprimer l'aire $\mathcal{A}_2$ du triangle EDC en fonction de x.

3. En déduire l'expression de l'aire $\mathcal{A}$ de la partie hachurée en fonction de x.

4. L'aire de la partie hachurée est égale à 2 cm^2.
Quelle équation obtient-on ?

5. Développer, réduire et ordonner $(x-2)(x+1)$.

6. En déduire les solutions de l'équation de la question 4.

7. En déduire la valeur de x pour laquelle l'aire $\mathcal{A}$ de la partie hachurée est de 2 cm^2.

© Nathan/VUEF. La photocopie non autorisée est un délit.

80 ✿✿ Quel même nombre faut-il ajouter au numérateur et au dénominateur de $\frac{4}{3}$ pour obtenir une fraction égale à $\frac{3}{4}$?

81 ✿ M. Dupont place, à intérêts simples, le tiers de ses économies au taux de 5 % et le reste au taux de 6 %.
Au bout d'un an, les intérêts sont de 153 euros.
Déterminer la somme placée.

82 ✿✿ Un père a 32 ans et son fils 4 ans.

1. Quel âge auront-ils dans 6 ans ?

2. Quel âge auront-ils dans x années $(x > 0)$?

3. Déterminer pendant combien d'années l'âge du père sera supérieur ou égal au triple de l'âge de son fils.

83 ✿ Le salaire mensuel fixe d'un vendeur est 1 400 euros. À ce salaire s'ajoute 1 % du montant des ventes qu'il a réalisées.
Quel doit être le montant mensuel des ventes pour que son salaire soit supérieur à 1 600 euros ?

84 ✿ Un loueur de DVD propose deux formules de location.
• Abonnement annuel de 30 €, et la location à 2 euros le DVD.
• Pas d'abonnement et la location à 4 euros le DVD.
Pour quels nombres de DVD loués la formule sans abonnement est-elle la plus avantageuse ?

85 ✿✿ Le réservoir de la voiture de Jean contient 52 L d'essence.
La consommation moyenne d'essence est annoncée à 8 L aux 100 km.
Soit x la distance parcourue, en km, par la voiture.

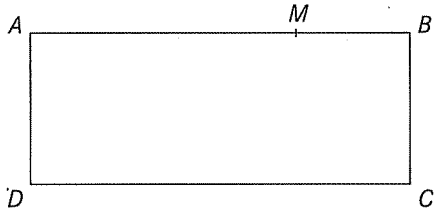
1. Exprimer, en fonction de x, le volume d'essence restant dans le réservoir.

2. Quelle est la distance maximale que Jean peut parcourir avec le plein d'essence ?

3. Quelle est la distance maximale que Jean peut parcourir avec le réservoir plein aux trois-quarts ?

86 ✿✿✿ Un père a 22 ans de plus que son fils.
Pendant combien d'années l'âge du père sera-t-il supérieur au double de l'âge de son fils ?

87 ✿✿✿ Un rectangle $ABCD$ est tel que $AB = 12$ cm et $BC = 4$ cm.
Soit M un point du côté $[AB]$.
On pose $AM = x$.



Comment placer M pour que l'aire du quadrilatère $AMCD$ soit inférieure au double de l'aire du triangle MBC ?

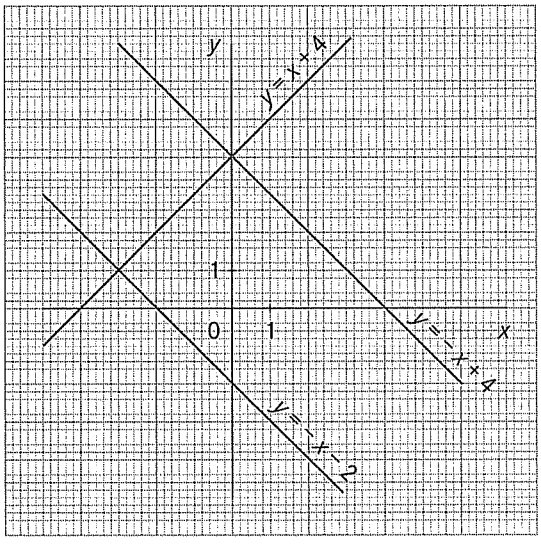
88 ✿ 25 bouteilles de vin coûtent 70,30 euros. Certaines de ces bouteilles coûtent 2,50 euros l'unité, les autres 3,80 euros l'unité.
Calculer le nombre de bouteilles de chaque sorte.

89 ✿✿ L'entrée d'un musée coûte 1,50 euros pour les moins de 18 ans et 2 euros pour les adultes. Au cours d'une journée, 110 personnes ont visité le musée et la recette est de 198 euros.
Quel est le pourcentage de moins de 18 ans parmi les visiteurs ?

90 ✿ Sophie fait la moyenne de ses notes de mathématiques et de français à l'examen et elle obtient 10,5 sur 20. Si elle avait eu le double en mathématiques et 1 point de plus en français, cette moyenne aurait été de 15 sur 20.
Déterminer ses notes de mathématiques et de français.

91 ✿ Un distributeur de boissons contient exactement 19 euros en pièces de 0,50 euro et de 0,20 euro.
Déterminer le nombre de pièces de chaque sorte sachant que le distributeur contient 62 pièces.

92 ✿ On donne les représentations graphiques des droites d'équations : $y = x + 4$, $y = -x + 4$ et $y = -x - 2$.



Résoudre à l'aide du graphique les systèmes suivants :

a) $\begin{cases} x + y = -2 \\ -x + y = 4 \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} x + y = 4 \\ x + y = -2 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x - y + 4 = 0 \\ -x - y + 4 = 0 \end{cases}$ **d)** $\begin{cases} x + y - 4 = 0 \\ x + y + 2 = 0 \end{cases}$

© Nathan/VUEF. La photocopie non autorisée est un délit.

93 ✿✿✿ DOCUMENT-ANNEXE P. 60

Un vidéo club propose à ses clients trois formules de location de cassettes.

• Formule n° 1 : abonnement annuel pour 60 €, location d'une cassette pour 1,50 €.

• Formule n° 2 : abonnement annuel pour 30 €, location d'une cassette pour 2 €.

• Formule n° 3 : pas d'abonnement, location d'une cassette pour 3 €.

Pour chaque cas, on désigne par x le nombre annuel de cassettes louées et par y l'argent dépensé pour la location de ces x cassettes.

1. Exprimer, pour chaque formule, y en fonction de x.

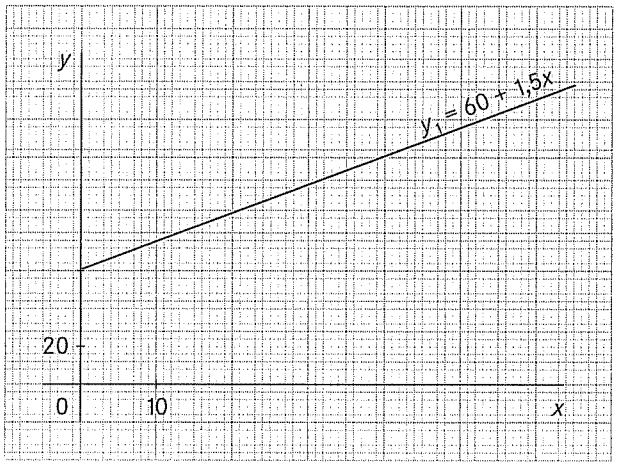
2. Déterminer l'argent dépensé par un client qui a choisi la formule n° 2 et qui a loué, en 1 an, 30 cassettes.

3. Déterminer le nombre de cassettes louées par un client qui a choisi la formule n° 1 et qui a dépensé, en 1 an, 87 €.

4. Pour combien de cassettes louées la formule n° 3 est-elle plus avantageuse que la formule n° 2 ?

5. Déterminer pour combien de cassettes louées les formules n° 1 et n° 2 sont identiques.

6. On donne ci-dessous la représentation graphique de la fonction f_1 associée à la formule n° 1.



Déterminer graphiquement sur le document-annexe le nombre de cassettes louées avec cette formule si l'argent dépensé est de 120 €.

7. Construire sur le graphique du document-annexe, les représentations graphiques des fonctions f_2 et f_3 associées aux formules n° 2 et n° 3.

Déterminer graphiquement, pour une année donnée, la formule la plus intéressante pour un client, en fonction du nombre de cassettes louées.

94 ✿✿✿ Ce jour, à la bourse, la valeur moyenne des actions a baissé de 8 % alors que l'or a gagné 3 %.

M. Nathan a, au cours de cette séance, investi 10 000 euros répartis entre les actions et l'or.

Dans cette opération, il a perdu 140 €.

Quelles sommes avait-il placé en actions et en or ?

95 ✿✿ Une entreprise de vente à domicile propose à ses vendeurs deux types de contrat.

• Contrat 1 : un fixe mensuel de 800 € et 5 euros par article vendu.

• Contrat 2 : un fixe mensuel de 650 € mensuel et 6 euros par article vendu.

Soit x le nombre d'articles vendus et y le salaire mensuel du vendeur.

1. Exprimer, pour chaque contrat, y en fonction de x.

2. Léa a choisi le contrat 2 et a gagné le mois dernier 1 394 €.

Combien a-t-elle vendu d'articles ?

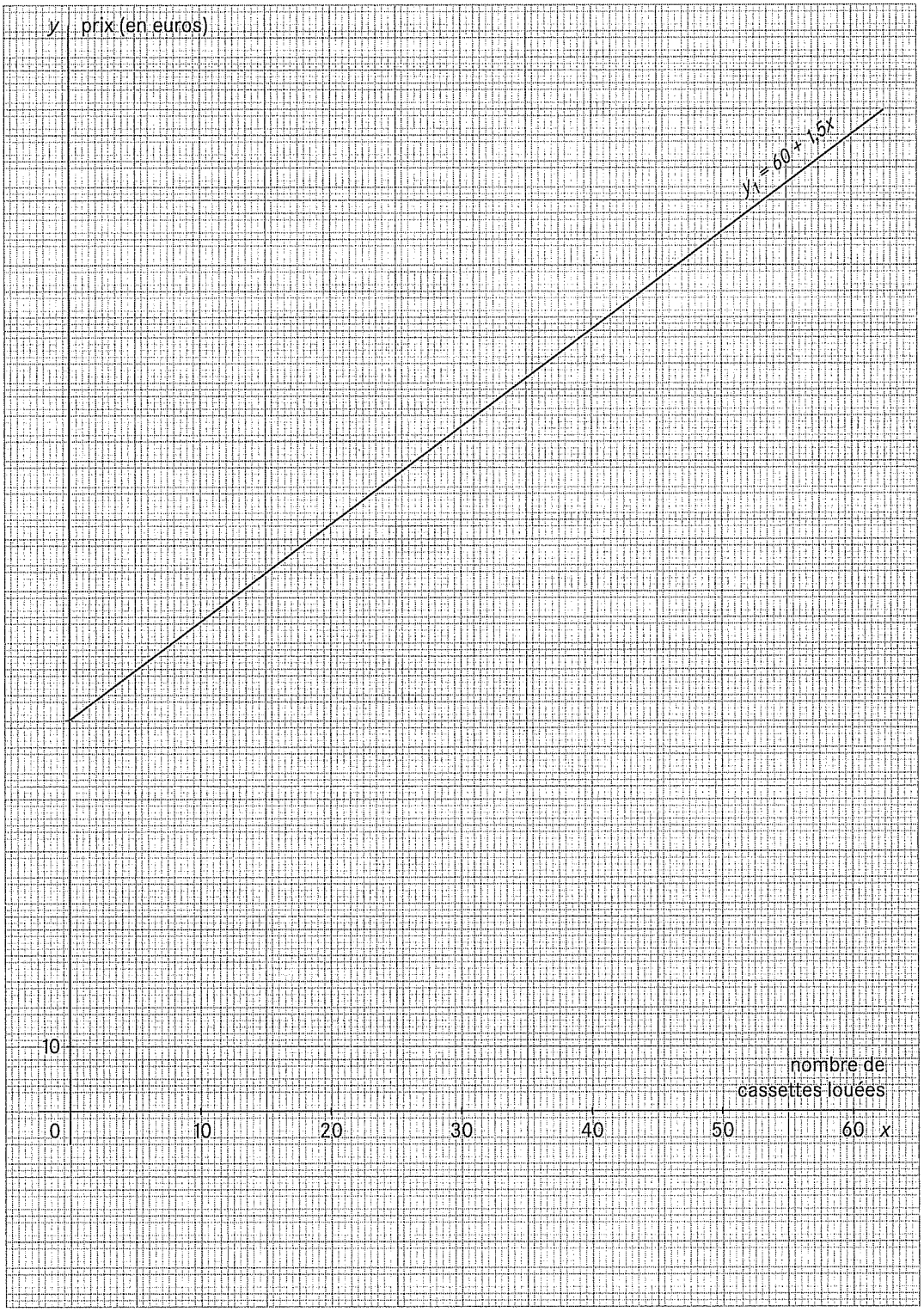
Combien aurait-elle gagné avec le contrat n° 1 ?

3. Déterminer le nombre d'articles qu'il faut vendre chaque mois pour que le contrat 2 devienne plus intéressant que le contrat 1.

4. Retrouver graphiquement les résultats des questions 2. et 3. (Prendre une feuille de format A4.)

© Nathan/VUEF. La photocopie non autorisée est un délit.

Document-annexe du problème 93



© Nathan/VUEF. La photocopie non autorisée est un délit.

Génération et description des fonctions

6

VOUS ALLEZ APPRENDRE À :

- Calculer des images et des antécédents d'une fonction.
- Lire les propriétés d'une fonction à partir de sa représentation graphique.
- Lire le tableau de variation d'une fonction.
- Résoudre graphiquement une équation de la forme $f(x) = \lambda$; $\lambda \in \mathbb{R}$.
- Décrire une situation à l'aide d'une fonction.

POUR VOUS AIDER

FICHE MÉTHODE 21 p. 145
Comment calculer des images et des antécédents ?

FICHE MÉTHODE 22 p. 145
Comment déterminer graphiquement des images et des antécédents ?

FICHE MÉTHODE 23 p. 146
Comment dresser le tableau de variation d'une fonction à partir de sa représentation graphique ?

FICHE MÉTHODE 24 p. 146
Comment résoudre graphiquement une équation ?

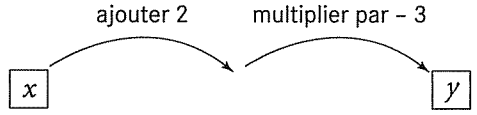
FICHE L'ESSENTIEL p. 164

Exercices d'entraînement

Notion de fonction

FICHE MÉTHODE 21

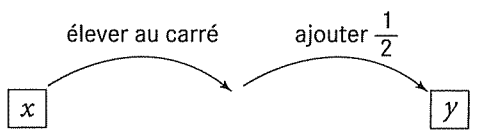
1 Un nombre réel x étant fixé, on lui applique la suite d'instructions suivante :



On obtient un nombre réel y.
Déterminer y pour les valeurs de x suivantes.

$x = 1$; $x = -3$; $x = 0$; $x = 5$; $x = \frac{1}{2}$; $x = -\frac{1}{3}$; $x = 100$.

2 Reprendre l'exercice 1 avec la suite d'instructions suivante :



Pour les exercices 3 à 11, déterminer l'expression algébrique d'une fonction f, de la variable réelle x, correspondant aux instructions données.

3 Multiplier x par -3, puis ajouter 5.

LE SAVIEZ-VOUS ?

Une fonction est une succession d'instructions mathématiques qui permettent à partir d'un nombre x d'obtenir un nombre $y = f(x)$.

4 Ajouter 2 à x, puis élever au carré.

5 Élever x au carré, puis ajouter 2.

6 Ajouter 10 à x, puis multiplier par -3.

7 Multiplier x par -4, puis ajouter 2 et élever le tout au cube.

8 Calculer l'inverse du carré de x.

© Nathan/VUEF. La photocopie non autorisée est un délit.

9 Calculer l'opposé du carré de x.

10 Diviser le cube de x par 4, puis retrancher 5.

11 Diviser x par 3, puis élever au cube.

▼ *Pour les exercices 12 à 17, déterminer une suite d'instructions explicitant la fonction f.*

12 $f : x \mapsto -5x + 20$.

13 $f : x \mapsto \dfrac{x^2}{2} + 4$.

14 $f : x \mapsto \dfrac{x^2 + 4}{2}$.

15 $f : x \mapsto \left(\dfrac{x+4}{2}\right)^2$.

16 $f : x \mapsto (-2x + 3)^3$.

17 $f : x \mapsto \dfrac{1}{x+1}$.

18 Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -2x^2 + 3$.
Calculer $f(1)$, $f(-3)$ et $f(0)$.

19 Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = -2x - 2$.
Calculer $g(-3)$, $g\left(-\dfrac{1}{2}\right)$ et $g(4)$.

20 Soit h la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x) = (2 + x) \times 3$.
Calculer $h(-10)$, $h(1)$ et $h(10)$.

21 Soit j la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $j(x) = x^3 - 2x + 3$.
Calculer $j(-1)$, $j(-2)$, $j(1)$ et $j(2)$.

22 Soit k la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $k(x) = -x^3 - x^2$.
Calculer $k(-2)$, $k(-1)$, $k(1)$ et $k(2)$.

23 Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -3 + 4x$.
1. Calculer les images par f des nombres réels suivants :
$x = -2$; $x = -1$; $x = 0$; $x = \dfrac{1}{2}$ et $x = \dfrac{2}{3}$.
2. Déterminer le (ou les) antécédent(s) de -2 par f.
3. Déterminer le (ou les) antécédent(s) de 2 par f.

24 Traduire les énoncés suivants en utilisant les symboles des fonctions.
1. L'image de -2 par f est 3.
2. -5 est l'image de 4 par g.
3. 3 est l'antécédent de -5 par h.
4. 0 a pour image -1 par f.
5. -4 a deux antécédents par h, -3 et 4.
6. Les antécédents de 5 par h sont 2 et -3.

25 Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -2x^2$.
1. Calculer les images de -1, 1 et 2 par f.
2. Calculer les antécédents de -8 par f.
3. Calculer les antécédents de 32 par f.

26 Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = x^2 - 2x + 3$.
1. Calculer les images de -3 et 2 par g.
2. Calculer les antécédents de 3 par g.

27 Soit h la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x) = x^2 - 4x$.
1. Calculer $h(0)$ et $h(-3)$.
2. Calculer les antécédents de -4 par h.

Etes-vous capable de...

...calculer des images et des antécédents ?

1. Que peut-on écrire si 10 est l'image de -3 par f ?
❑ $f(10) = -3$ ❑ $f(-3) = 10$ ❑ $f(x) = 10$

2. Quelle est l'image de -2 par la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -x^2$?
❑ 4 ❑ -4 ❑ -4 et 4.

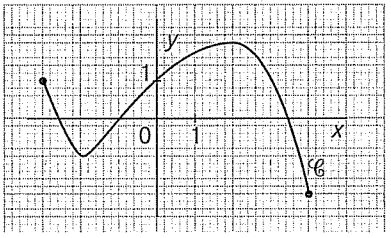
3. Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = -2x + 3$.
Quel est l'antécédent de 3 par g ?
❑ -3 ❑ 0 ❑ 3.

▶ POUR VOUS AIDER : 21 P. 145
▶ RÉPONSE 1 : P. 173

Représentation graphique d'une fonction

FICHES MÉTHODES 22 ET 24

28 On donne la représentation graphique $\mathscr{C}$ d'une fonction f définie sur $[-3 ; 4]$ dans le plan muni d'un repère.



1. Déterminer graphiquement $f(-3)$, $f(-1)$, $f(0)$, $f(2)$ et $f(4)$.
2. Déterminer l'ordonnée du point de $\mathscr{C}$ d'abscisse -2.

© Nathan/VUEF. La photocopie non autorisée est un délit.

29 Traduire les énoncés suivants en utilisant les symboles des fonctions.

1. La courbe représentative de f passe par le point $A(-3\,;\,2)$.

2. La courbe représentative de g coupe l'axe des ordonnées au point d'ordonnée -3.

3. L'ordonnée du point de la courbe représentative de f d'abscisse 4 est 2.

4. La courbe représentative de g coupe l'axe des abscisses en $x=-1$.

5. La courbe représentative de h coupe l'axe des abscisses aux points d'abscisses 0 et 3.

6. La courbe représentative de g est située au-dessus de l'axe des abscisses pour tout nombre réel $x>0$.

30 Soit f la fonction définie sur $[-3\,;\,2]$ par $f(x)=x^2-2$.

1. Compléter le tableau ci-dessous.

x	-3	$-2{,}5$	-2	$-1{,}5$	-1
$f(x)$					

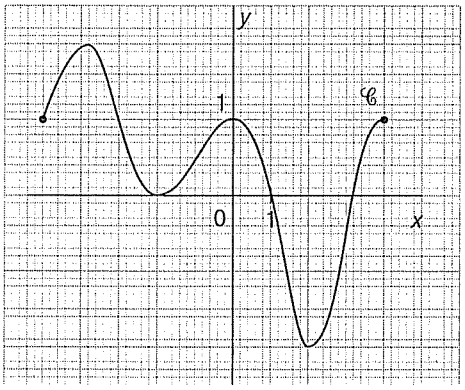
x	$-0{,}5$	0	0,5	1	1,5	2
$f(x)$						

2. Construire, point par point, la courbe représentative $\mathscr{C}$ de la fonction f dans le plan muni d'un repère orthonormal d'unité graphique 1 cm.

31 Soit g la fonction définie sur $[-1\,;\,5]$ par $g(x)=(x-2)^2$.
Construire, point par point, la courbe représentative de g dans le plan muni d'un repère orthogonal d'unités graphiques : 1 cm sur l'axe des abscisses ; 0,5 cm sur l'axe des ordonnées.

32 Soit h la fonction définie sur $[0\,;\,4]$ par $h(x)=\dfrac{1}{x+1}$.
Construire, point par point, la courbe représentative de h dans le plan muni d'un repère orthogonal d'unités graphiques : 1 cm en abscisse ; 4 cm en ordonnée.

33 On donne la représentation graphique $\mathscr{C}$ d'une fonction f définie sur $[-5\,;\,4]$ dans le plan muni d'un repère.



1. Déterminer les images par f des nombres réels -5, -2, 1 et 4.

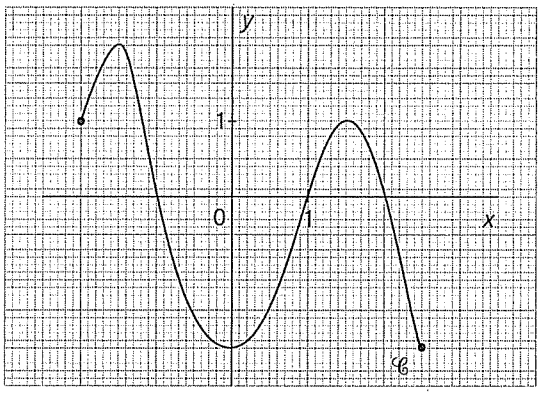
2. Déterminer, s'ils existent, les antécédents de 1 par f.

3. Déterminer, s'ils existent, les antécédents de $-2{,}5$ par f.

LE SAVIEZ-VOUS ?

Résoudre graphiquement une équation, c'est déterminer les solutions de l'équation à partir d'une courbe.

34 On donne la représentation graphique $\mathscr{C}$ d'une fonction f définie sur $\left[-2\,;\,\dfrac{5}{2}\right]$ dans le plan muni d'un repère.



1. Résoudre l'équation $f(x)=0$.

2. Résoudre l'équation $f(x)=2$.

3. Résoudre l'équation $f(x)=\dfrac{5}{2}$.

Et vous serez capable de...

... déterminer graphiquement des images et des antécédents ?

1. Le plan est muni d'un repère.
Le point $A(-2\,;\,2)$ appartient-il à la courbe représentative de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=x^2-2$?

❑ oui ❑ non

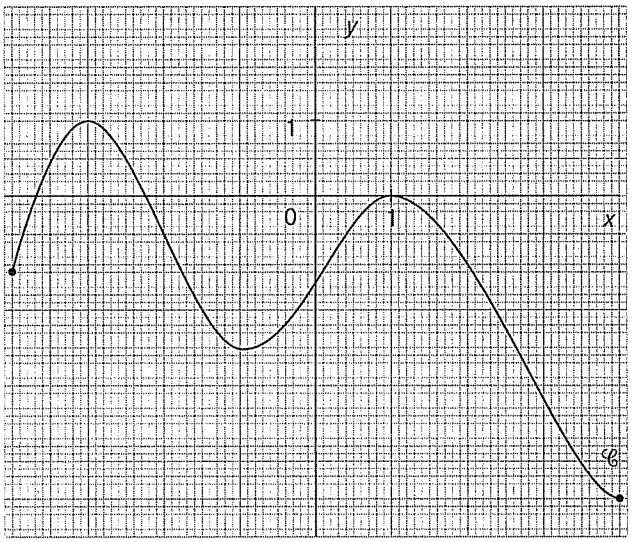
2. Le plan est muni d'un repère.
On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=-3x+2$ et on note $\mathscr{C}$ sa courbe représentative.
Quelle est l'ordonnée du point de $\mathscr{C}$ dont l'abscisse est -1 ?

❑ 5 ❑ 2 ❑ -1

▶ POUR VOUS AIDER : 22 P. 145
▶ RÉPONSE 2 : P. 173

© Nathan/VUEF. La photocopie non autorisée est un délit.

35 Soit $\mathscr{C}$ la représentation graphique d'une fonction f définie sur $[-4\,;\,4]$.



1. Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = 1$.

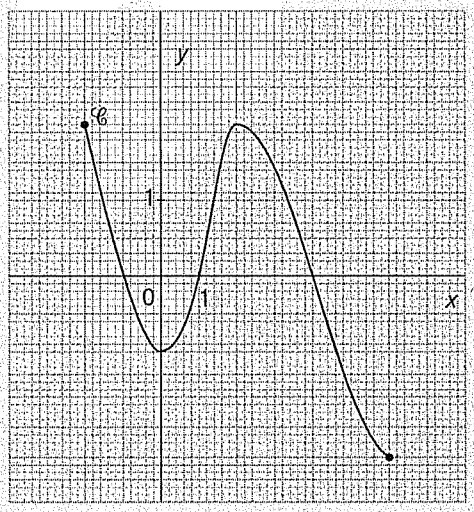
2. Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = -4$.

3. Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = 2$.

Êtes-vous capable de...

... résoudre graphiquement une équation ?

Dans le plan muni d'un repère, $\mathscr{C}$ est la courbe représentative d'une fonction f définie sur $[-2\,;\,6]$.



Quelles sont les solutions de l'équation $f(x) = 0$?

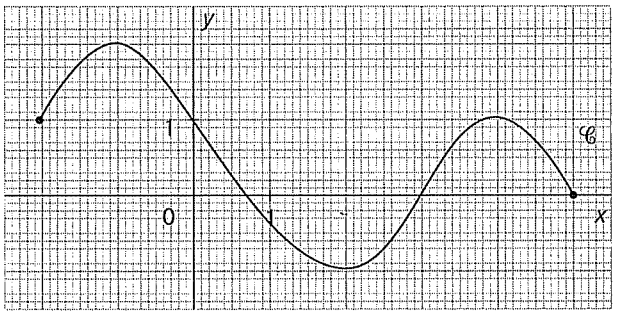
- ❑ $x = -1$ et $x = 1$
- ❑ $x = -1$
- ❑ $x = -1$, $x = 1$ et $x = 4$.

▶ POUR VOUS AIDER : 24 P. 146
▶ RÉPONSE 3 : P. 173

Sens de variation d'une fonction. Maximum-minimum. Parité. Périodicité

FICHE MÉTHODE 23

36 Dans le plan muni d'un repère, la courbe $\mathscr{C}$ représente une fonction f définie sur $[-2\,;\,5]$.



Dresser le tableau de variation de f.

37 Construire, dans un repère orthonormal du plan, une représentation graphique $\mathscr{C}_f$ correspondant au tableau de variation et au tableau de valeurs suivants :

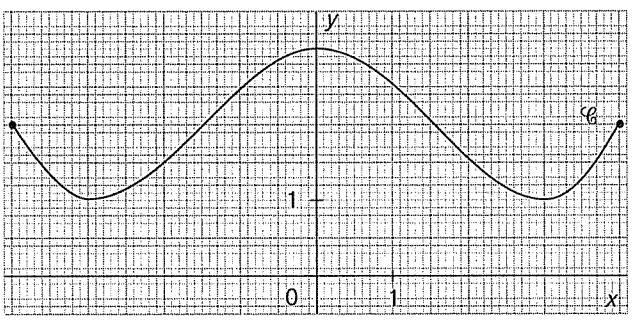
x	-1		1		3		5
$f(x)$	-3	↗	0	↘	-2	↗	1

x	0	2	4	4,75
$f(x)$	-1	$-1,2$	$-1,5$	0

38 Construire, dans un repère orthonormal du plan, une courbe représentative de la fonction f sachant que :

- f est définie sur $[-3\,;\,6]$;
- f est croissante sur les intervalles $[-3\,;\,0]$ et $[3\,;\,6]$;
- f est décroissante sur l'intervalle $[0\,;\,3]$;
- $f(-3) = 0$; $f(2) = 0$; $f(5) = 0$; $f(6) = 1$;
- le maximum de f est atteint en $x = 0$ et vaut 4 ;
- le minimum de f est atteint en $x = 3$ et vaut -3.

39 Dans le plan muni d'un repère, la courbe $\mathscr{C}$ est la représentation graphique d'une fonction f définie sur $[-4\,;\,4]$.



© Nathan/VUEF. La photocopie non autorisée est un délit.

1. f est-elle paire ? impaire ? périodique ? Justifier.

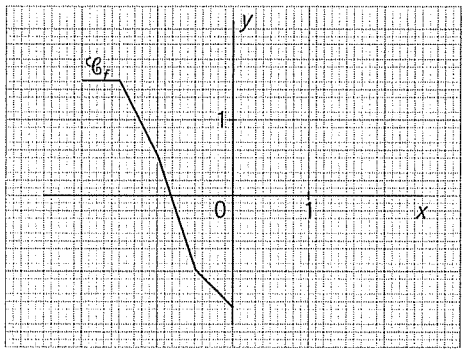
2. Dresser son tableau de variation.

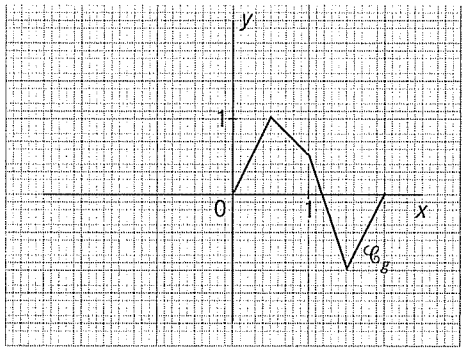
3. Déterminer le maximum et le minimum de f sur $[-4\,;\,4]$.

40 Soit f une fonction définie sur $[-5\,;\,5]$. Compléter le tableau de valeurs suivant sachant que f est impaire.

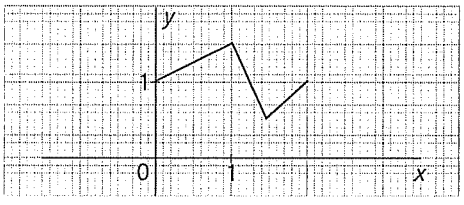
x	-5	-3	-2	2	3	5
$f(x)$	4			6	-5	

41 Soit f et g deux fonctions définies sur $[-2\,;\,2]$. Compléter leur représentation graphique sachant que f est paire et que g est impaire.





42 Dans le plan muni d'un repère, on donne la représentation graphique sur $[0\,;\,2]$ d'une fonction f définie sur $[-10\,;\,10]$.



Compléter le tableau de valeurs ci-dessous sachant que f est périodique de période $T = 2$.

x	-4	-3	-2	3	4	5
$f(x)$						

43 Les fonctions suivantes définies sur I sont-elles paires ? impaires ? ni l'une ni l'autre ?

1. $f(x) = -x^2$; $\mathrm{I} = \mathbb{R}$.

2. $f(x) = 2x^2 - 1$; $\mathrm{I} = \mathbb{R}$.

3. $f(x) = 3x^2$; $\mathrm{I} = [-5\,;\,5]$.

4. $f(x) = -\dfrac{2}{x}$; $\mathrm{I} =]-\infty\,;\,0[\cup]0\,;\,+\infty[$.

5. $f(x) = 10x^2$; $\mathrm{I} = [-5\,;\,4]$.

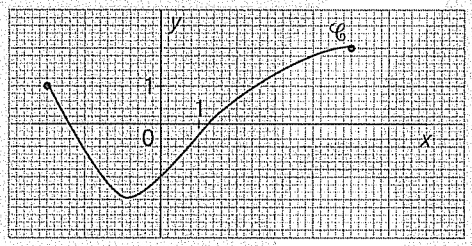
6. $f(x) = -3x^3 + x^2$; $\mathrm{I} = \mathbb{R}$.

7. $f(x) = x^3 + x^2 - x$; $\mathrm{I} = \mathbb{R}$.

Êtes-vous capable de...

... dresser le tableau de variation d'une fonction à partir de sa représentation graphique ?

Dans le plan muni d'un repère, $\mathscr{C}$ est la courbe représentative d'une fonction f.



Quel tableau de variation correspond à f ?

❑

x	$-1{,}5$	$-0{,}5$	$2{,}5$
$f(x)$	1	-2	2

❑

x	-3	0	5
$f(x)$	1	-2	2

❑

x	-3	-1	5
$f(x)$	1	-2	2

❑

x	-3	-1	5
$f(x)$	1	-1	2

▶ POUR VOUS AIDER : 23 P. 146

▶ RÉPONSE 4 : P. 173

© Nathan/VUEF. La photocopie non autorisée est un délit.

Problèmes

✿ = facile ✿✿ = ça se corse ✿✿✿ = difficile

44 ✿ La distance parcourue par un dragster sur une ligne droite est donnée, en fonction du temps, par la formule :
$d(t) = t^2 + 30t$; t en secondes, d en mètres.

1. Calculer la distance parcourue par le dragster aux instants :
$t = 1$, $t = 2$, $t = 3$, $t = 4$, $t = 5$ et $t = 10$.

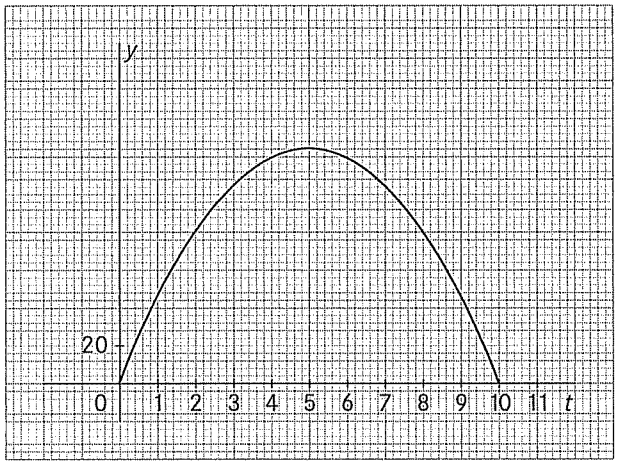
2. Représenter graphiquement, point par point, la fonction d sur l'intervalle $[0 ; 10]$ dans le plan muni d'un repère orthogonal d'unités graphiques : 1 cm en abscisse pour 1 s ; 1 cm en ordonnée pour 40 m.

3. La vitesse instantanée du dragster est donnée par la formule :
$v(t) = 2t + 30$; t en secondes, v en mètres par seconde.

a) Calculer la vitesse instantanée, en km/h, du dragster aux instants :
$t = 1$, $t = 2$, $t = 5$ et $t = 10$.

b) À quel instant t_0 sa vitesse instantanée est-elle de 158,4 km/h ?

45 ✿ À l'instant $t = 0$, on lance un projectile à partir du sol. La hauteur y (en mètres) à laquelle se situe le projectile en fonction du temps (en secondes) est donnée par la courbe ci-dessous.



1. Quelle est la hauteur atteinte par le projectile au bout de 2 s ?

2. Au bout de combien de temps le projectile retombe-t-il au sol ?

3. Entre quels instants la hauteur du projectile est-elle au moins égale à 80 m ?

46 ✿ Une étude montre que la distance de freinage, en mètres, d'une voiture de marque déterminée, en fonction de la vitesse, est donnée par la fonction
$d(v) = 0{,}006v^2$,
avec $0 \leqslant v \leqslant 200$, v en km/h.

1. Compléter le tableau ci-dessous :

v	$d(v)$
20	
40	
60	
80	
100	
140	
160	

2. Construire, à l'aide du tableau précédent, point par point, la courbe représentative de la fonction d dans le plan muni d'un repère orthogonal d'unités graphiques :
1 cm pour 20 km/h en abscisse ;
1 cm pour 20 mètres en ordonnée.

3. Déterminer graphiquement la vitesse à partir de laquelle la distance de freinage est supérieure à 60 m.

4. Vérifier numériquement ce résultat.

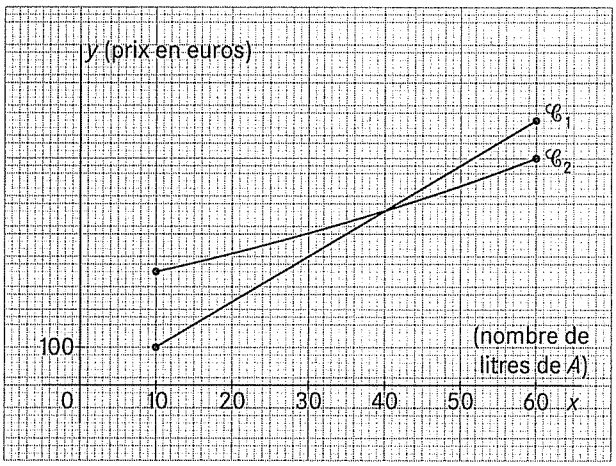
47 ✿✿ En chute libre, la distance parcourue par un corps en fonction du temps t est donnée par la formule :
$d(t) = 5t^2$;
t en secondes et d en mètres.
On lâche un objet d'une hauteur de 50 m.

1. Combien de temps met-il pour atteindre le sol ? (Arrondir à 0,1.)

2. Sa vitesse instantanée est donnée par la formule :
$v(t) = 10t$.
Calculer la vitesse instantanée de l'objet, en km/h, au moment de l'impact au sol.

© Nathan/VUEF. La photocopie non autorisée est un délit.

48 ✿ Un entrepreneur peut acheter x litres d'un produit A, $10 \leqslant x \leqslant 60$, chez un fournisseur situé à côté de son magasin ou dans une usine située à 200 km de son magasin.



Le prix, en euros, pour l'achat de ces x litres de produit A, est donné par les courbes $\mathscr{C}_1$ et $\mathscr{C}_2$ où $\mathscr{C}_1$ représente le prix de x litres de produit A chez le fournisseur et $\mathscr{C}_2$ celui de x litres de produit A à l'usine.

1. Déterminer le prix de 10 litres, puis de 60 litres de produit A chez le fournisseur et à l'usine.

2. Quelles sont les positions relatives des courbes $\mathscr{C}_1$ et $\mathscr{C}_2$?

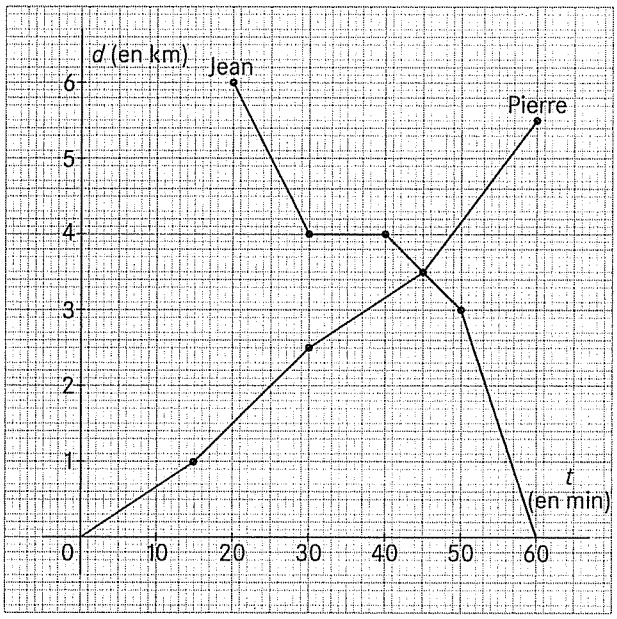
3. Quel est le choix le plus rentable pour l'entrepreneur dans les cas suivants :

a) il achète 30 litres de produit A ;

b) il achète 40 litres de produit A ;

c) il achète 55 litres de produit A.

49 ✿✿ Pierre part à 9 h à pied d'une ville V_1 pour se rendre dans une ville V_2.
Jean part à vélo de la ville V_2 pour se rendre à la ville V_1 en empruntant le même chemin.
Le graphe ci-dessous représente la distance en km qui sépare Pierre et Jean de la ville V_1.



1. Quelle distance sépare les villes V_1 et V_2 ?

2. À quelle heure Jean part-il de la ville V_2 ?

3. Quelle distance reste-t-il à parcourir à Pierre pour arriver à la ville V_2 quand Jean arrive à la ville V_1 ?

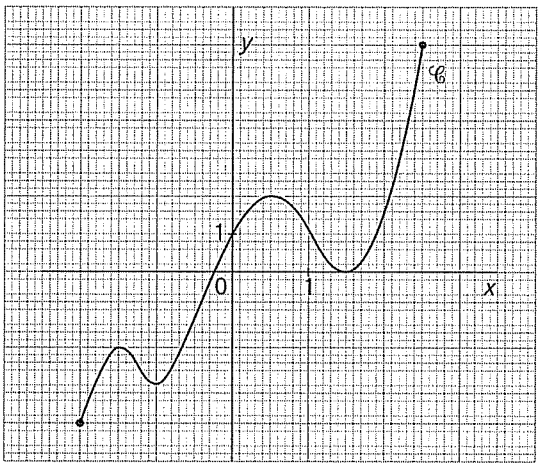
4. À quelle heure Jean arrive-t-il à la ville V_1 ?

5. À quelle heure Jean a-t-il fait une pause ? Combien de temps dure-t-elle ?

6. À quelle heure a lieu leur rencontre ?

7. À quelle distance de V_1 ou de V_2 cette rencontre a-t-elle lieu ?

50 ✿ On donne la représentation graphique $\mathscr{C}$ d'une fonction f dans le plan muni d'un repère orthogonal.



1. Sur quel intervalle f est-elle représentée ?

2. Dresser son tableau de variation.

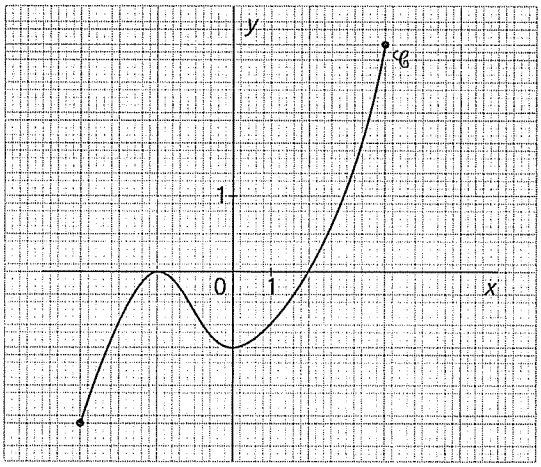
3. La fonction f admet-elle un maximum sur l'intervalle $\left[0\,;\,\frac{3}{2}\right]$? Si oui, déterminer ce maximum.

4. Déterminer l'ordonnée du point de $\mathscr{C}$ dont l'abscisse est 0.

5. Déterminer l'ordonnée du point de $\mathscr{C}$ dont l'abscisse est $\frac{3}{2}$.

51 ✿✿ DOCUMENT-ANNEXE P. 70

Dans le plan muni d'un repère, on donne la représentation graphique $\mathscr{C}$ d'une fonction f définie sur $[-4\,;\,4]$.



© Nathan/VUEF. La photocopie non autorisée est un délit.

1. Dresser le tableau de variation de f sur $[-4\,;\,4]$.

2. Résoudre graphiquement l'équation $f(x)=0$.

3. Tracer sur le document-annexe page 70 la droite d'équation $y=1$.

4. Déterminer les coordonnées du point d'intersection de $\mathscr{C}$ et de cette droite.

5. Déterminer les abscisses des points de $\mathscr{C}$ qui ont une ordonnée négative ou nulle.

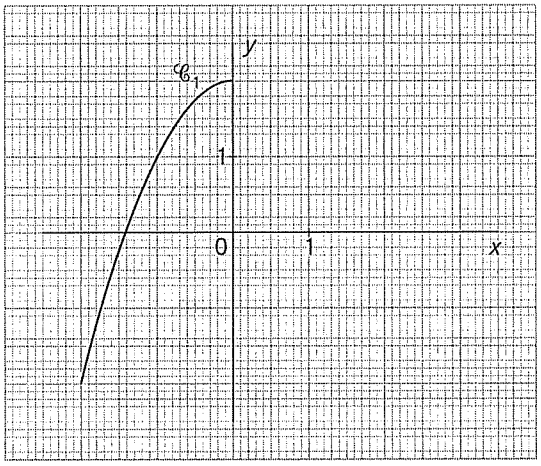
6. Déterminer l'ordonnée du point A de $\mathscr{C}$ dont l'abscisse est 3 ; placer ce point sur la figure.

7. Déterminer l'ordonnée du point B de $\mathscr{C}$ dont l'abscisse est -2 ; placer ce point sur la figure.

8. Déterminer l'équation de la droite (AB).

52 ✿✿ DOCUMENT-ANNEXE P. 70

Dans le plan muni d'un repère, la courbe $\mathscr{C}_1$ ci-dessous est la représentation graphique d'une fonction f définie sur $[-2\,;\,0]$.



1. Soit M le point de $\mathscr{C}_1$ d'abscisse -1 ; placer M sur la courbe du document-annexe page 70.

2. Soit $\mathscr{D}$ la droite passant par M et parallèle à l'axe des abscisses. Tracer $\mathscr{D}$ page 70, puis déterminer son équation.

3. Construire dans le repère précédent page 70 la courbe $\mathscr{C}_2$, symétrique de la courbe $\mathscr{C}_1$ par rapport à l'axe des ordonnées.

4. Soit $\mathscr{C}$ la parabole constituée par les courbes $\mathscr{C}_1$ et $\mathscr{C}_2$; $\mathscr{C}$ est la représentation graphique d'une fonction h définie sur $[-2\,;\,2]$.

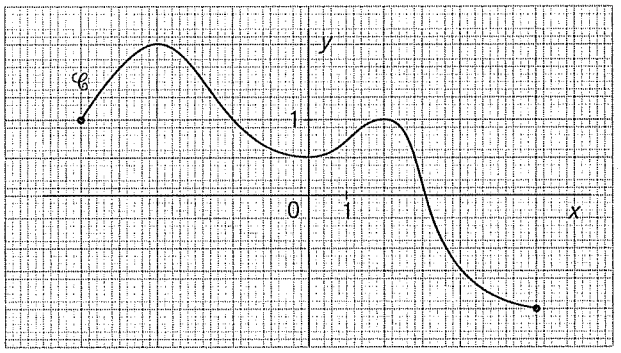
a) h est-elle paire ? impaire ? ni l'une ni l'autre ?

b) Parmi les équations de courbes proposées, déterminer l'équation de $\mathscr{C}$.

- $y=x^2+2$
- $y=-2x$
- $y=-x^2$
- $y=-x^2+2$
- $y=-x+2$
- $y=-x^2-2$.

53 ✿✿✿ DOCUMENT-ANNEXE P. 70

Dans le plan muni d'un repère, $\mathscr{C}$ est la courbe représentative d'une fonction f définie sur I.



1. Déterminer l'intervalle I.

2. Dresser le tableau de variation de f sur I.

3. Soit A le point de $\mathscr{C}$ d'abscisse 2 ; placer A sur le graphique page 70.

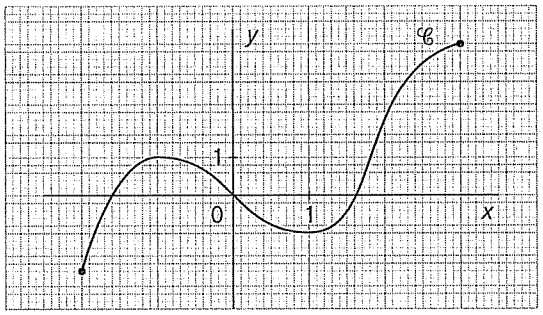
4. Soit B le point de $\mathscr{C}$ d'ordonnée 0,5 et d'abscisse inférieure à 2 ; placer B sur le graphique page 70.

5. Construire sur le graphique page 70 la droite $\mathscr{D}$ d'équation $y=-0{,}5x$.
Déterminer les coordonnées des points d'intersection de $\mathscr{C}$ et de $\mathscr{D}$.

6. Colorier, sur le graphique page 70, en rouge, les points de $\mathscr{C}$ d'abscisses inférieures ou égales à -1.

7. Colorier, sur le graphique page 70, en vert, les points de $\mathscr{C}$ d'ordonnées inférieures ou égales à -1.

54 ✿✿ Dans le plan muni d'un repère, la courbe ci-dessous est la représentation graphique d'une fonction f définie sur $[-2\,;\,3]$.



1. Le point $A(1\,;-0{,}5)$ appartient-il à $\mathscr{C}$?

2. Quelle est l'ordonnée du point de $\mathscr{C}$ d'abscisse -1 ?

3. Quelle est l'abscisse du point de $\mathscr{C}$ d'ordonnée 4 ?

4. Existe-t-il un point de $\mathscr{C}$ d'ordonnée égale à -2 ? Si oui, lequel ?

5. Existe-t-il un point de $\mathscr{C}$ d'ordonnée égale à 5 ? Si oui, lequel ?

6. Combien existe-t-il de points de $\mathscr{C}$ d'ordonnées égales à -1 ?

7. Combien existe-t-il de points de $\mathscr{C}$ d'ordonnées égales à $-\frac{1}{2}$?

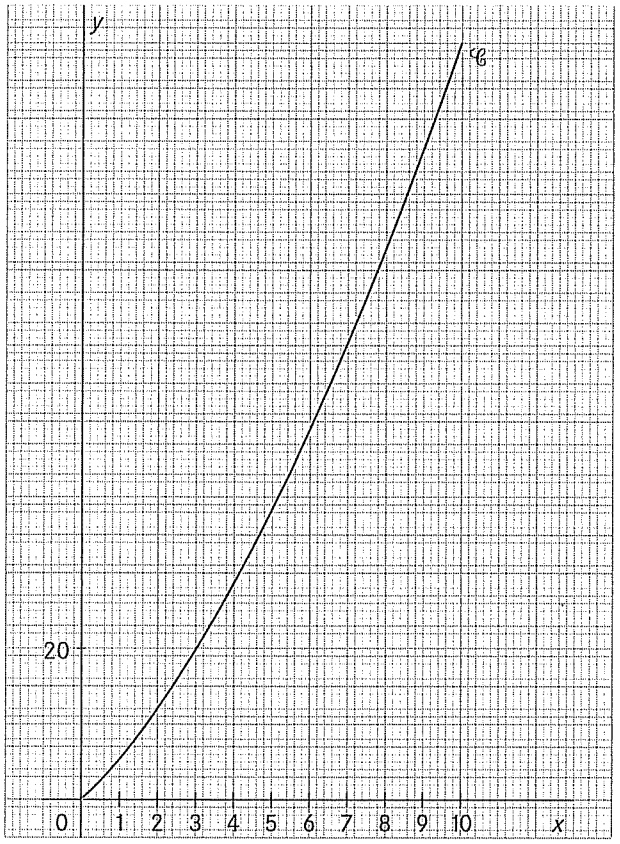
8. Le nombre 2 est-il solution de l'équation $f(x)=2$?

© Nathan/VUEF. La photocopie non autorisée est un délit.

9. Le nombre 0 est-il solution de l'équation $f(x) = 0$?

10. Déterminer le nombre de solutions de l'équation $f(x) = 0$.

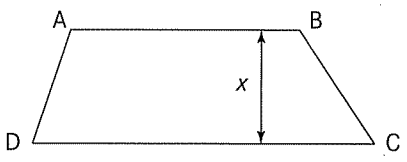
55 ✿✿✿ Dans le plan muni d'un repère, on donne ci-dessous la courbe $\mathscr{C}$ d'équation $y = \frac{1}{2}x^2 + 5x$ pour $0 \leqslant x \leqslant 10$.



1. Déterminer l'ordonnée du point de $\mathscr{C}$ d'abscisse 8.

2. Résoudre graphiquement l'équation $0{,}5x^2 + 5x = 12$.

3. On considère le trapèze $ABCD$:



$AB = x$ cm

$CD = 10$ cm

a) Déterminer l'aire $\mathscr{A}(x)$ du trapèze $ABCD$ en fonction de x.

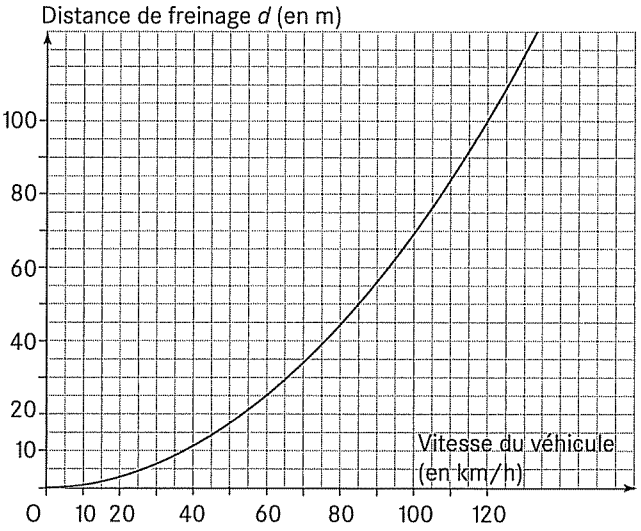
b) Calculer l'aire du trapèze si $x = 8$ cm.

c) Déterminer la valeur de x si l'aire du trapèze est égale à 12 cm^2.

d) À partir de quelle valeur de x, l'aire du trapèze est-elle supérieure à 48 cm^2 ?

56 ✿✿✿

Le graphique ci-après donne, dans les conditions normales (route sèche et pneumatiques en bon état), la distance de freinage d (en mètres) en fonction de la vitesse V du véhicule (en kilomètres/heure).



1. En utilisant le graphique et en laissant apparents les traits de construction nécessaires, déterminer la vitesse du véhicule s'il faut 80 m pour s'arrêter.

2. En utilisant le graphique et en laissant apparents les traits de construction nécessaires, déterminer la valeur de la distance de freinage lorsque le véhicule roule à la vitesse de 60 km/h.

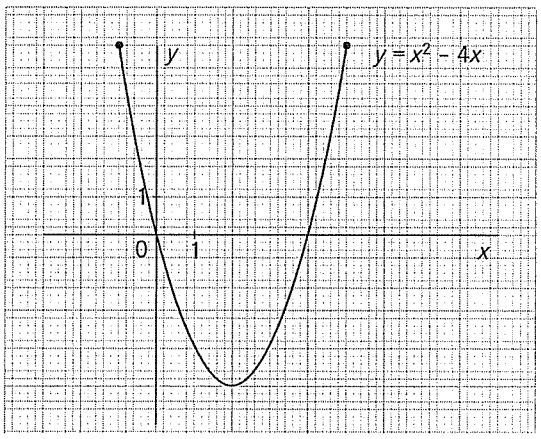
3. Déterminer à l'aide du graphique :

a) à partir de quelle vitesse la distance de freinage est-elle supérieure à 25 m ?

b) jusqu'à quelle vitesse la distance de freinage est-elle inférieure à 75 m ?

c) que devient la distance de freinage si le véhicule passe de la vitesse de 60 km/h à la vitesse de 120 km/h ?

57 ✿✿ Dans le plan muni d'un repère, on donne la représentation graphique de la fonction f définie sur $I = [-1 ; 5]$ par $f(x) = x^2 - 4x$.



1. Dresser le tableau de variation de f sur I.

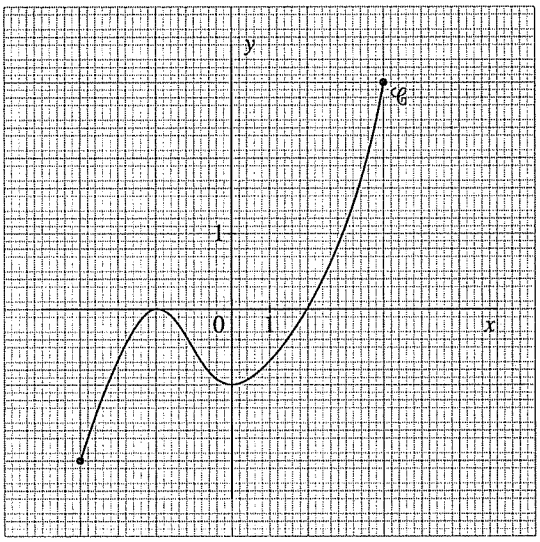
2. Déterminer le minimum de f sur I.

3. Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = 0$. Retrouver ce résultat par le calcul.

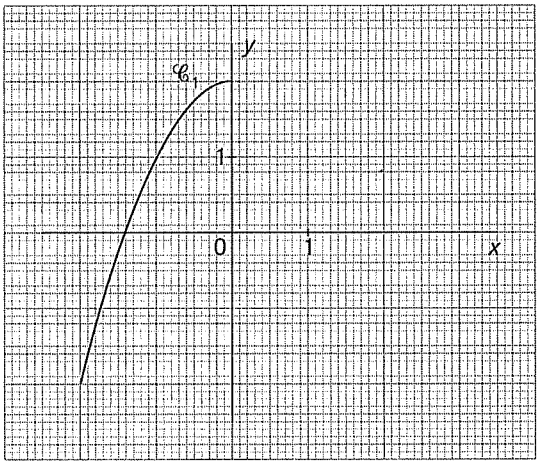
4. Résoudre l'équation $f(x) = -4$.

© Nathan/VUEF. La photocopie non autorisée est un délit.

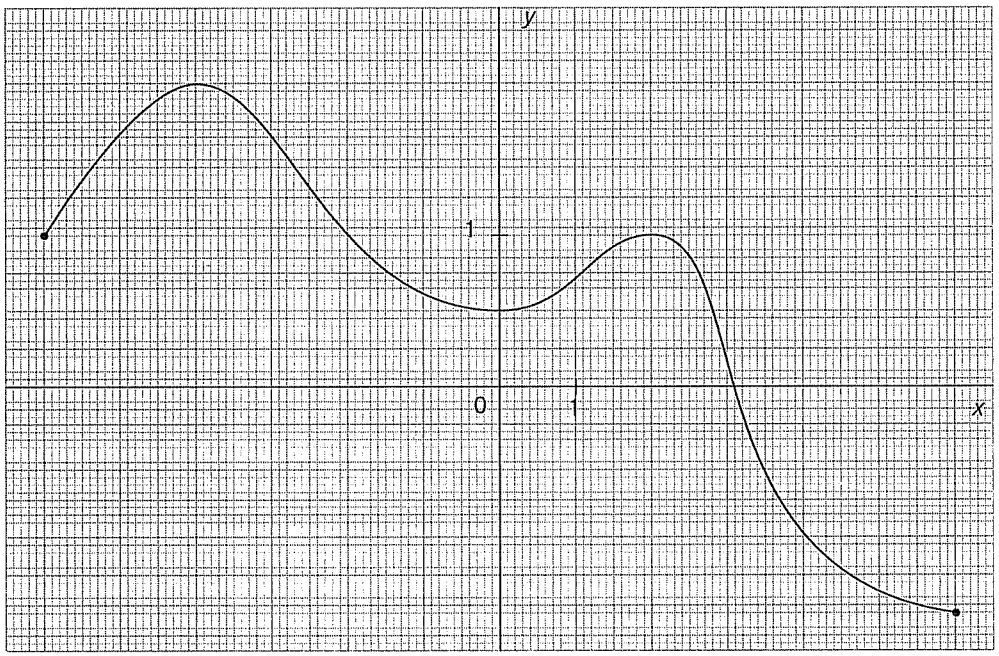
Document-annexe du problème 51



Document-annexe du problème 52



Document-annexe du problème 53



© Nathan/VUEF. La photocopie non autorisée est un délit.

7 Fonctions usuelles

VOUS ALLEZ APPRENDRE À :

- Étudier les fonctions usuelles.
- Construire leurs représentations graphiques.
- Utiliser les fonctions usuelles pour résoudre des problèmes.

POUR VOUS AIDER

FICHE MÉTHODE 25 p. 147
Comment étudier une fonction $x \mapsto ax^2 + b$; $a \neq 0$?

FICHE MÉTHODE 26 p. 147
Comment étudier la fonction $x \mapsto \sqrt{x}$?

FICHE MÉTHODE 27 p. 148
Comment étudier la fonction $x \mapsto \frac{1}{x}$?

FICHE MÉTHODE 28 p. 148
Comment résoudre graphiquement une inéquation ?

FICHE L'ESSENTIEL p. 165

Exercices d'entraînement

Fonctions : $x \mapsto x^2$; $x \mapsto ax^2$; $x \mapsto ax^2 + b$

FICHE MÉTHODE 25

1 Soit f, g et h les fonctions définies sur $\mathbb{R}$ par :
$f(x) = x^2$; $g(x) = 2x^2$ et $h(x) = 2x^2 + 1$.
Compléter le tableau suivant :

x	-4	-3	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{4}$	2	5
$f(x)$							
$g(x)$							
$h(x)$							

2 Soit f, g, h et i les fonctions définies sur $\mathbb{R}$ par :
$f(x) = 3x^2$; $g(x) = -3x^2$; $h(x) = -3x^2 + 1$
et $i(x) = -3x^2 - 1$.
Compléter le tableau suivant :

x	-3	$-\frac{1}{2}$	0	1	2	$\frac{5}{2}$
$f(x)$						
$g(x)$						
$h(x)$						
$i(x)$						

© Nathan/VUEF. La photocopie non autorisée est un délit.

▼ *Pour les exercices 3 à 8,*

1. *dresser le tableau de variation des fonctions f et g sur I ;*

2. *dresser un tableau de valeurs de f et de g ;*

3. *construire les courbes représentatives, $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$, des fonctions f et g dans le plan muni d'un repère orthogonal d'unités graphiques :*
1 cm en abscisse pour 1 unité ;
0,5 cm en ordonnée pour 1 unité.

3 $f(x)=x^2$; $g(x)=x^2+2$; $I=[-3\,;\,3]$.

4 $f(x)=x^2$; $g(x)=\frac{1}{2}x^2$; $I=[-4\,;\,4]$.

5 $f(x)=-x^2$; $g(x)=-x^2+2$; $I=[-3\,;\,3]$.

6 $f(x)=-x^2$; $g(x)=-2x^2$; $I=[-2\,;\,2]$.

7 $f(x)=2x^2$; $g(x)=2x^2-4$; $I=[-2\,;\,2]$.

8 $f(x)=\frac{1}{2}x^2$; $g(x)=\frac{1}{2}x^2-3$; $I=[-3\,;\,3]$.

9 Soit f la fonction définie sur $[0\,;\,6]$ par $f(x)=\frac{1}{4}x^2$.

1. Dresser le tableau de variation de f.

2. Dresser un tableau de valeurs de f.

3. Construire la courbe représentative $\mathscr{C}$ de la fonction f dans le plan muni d'un repère orthogonal d'unités graphiques :
2 cm en abscisse pour 1 unité et 1 cm en ordonnée pour 1 unité.

4. Résoudre graphiquement l'équation $f(x)=4$.
Retrouver ce résultat par le calcul.

10 Le plan est muni d'un repère.
Déterminer le nombre réel a pour que la parabole d'équation $y=ax^2$ passe par le point $I(3\,;-18)$.

11 Le plan est muni d'un repère.
Déterminer le nombre réel a pour que la parabole d'équation $y=ax^2$ passe par le point $J(3\,;3)$.

LE SAVIEZ-VOUS ?

Si une courbe passe par un point, alors les coordonnées de ce point vérifient l'équation de la courbe.

12 Le plan est muni d'un repère orthonormal d'unité graphique 1 cm.

1. Déterminer les nombres réels a et b pour que la parabole d'équation $y=ax^2+b$ passe par les points $A(0\,;3)$ et $B\left(1\,;\frac{5}{2}\right)$.

2. Construire cette parabole.

13 Le plan est muni d'un repère orthonormal d'unité graphique 1 cm.

1. Déterminer les nombres réels a et b pour que la parabole d'équation $y=ax^2+b$ passe par les points $A\left(-1\,;\frac{3}{2}\right)$ et $B\left(2\,;\frac{9}{2}\right)$.

2. Construire cette parabole.

14 Soit f et g les fonctions définies sur $\mathbb{R}$ par :

$f(x)=-\frac{1}{2}x^2$ et $g(x)=-3x^2+2$.

On note $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$, leurs représentations graphiques dans le plan muni d'un repère.
Pour chaque proposition, déterminer si elle est exacte ; dans le cas contraire, la corriger.

1. $\mathscr{C}_g$ est une parabole.

2. $\mathscr{C}_g$ passe par le point de coordonnées $(2\,;0)$.

3. L'image de 2 par f est -2.

4. La parabole $\mathscr{C}_f$ est tournée vers le bas.

5. Le minimum de g sur $\mathbb{R}$ est 2.

6. Le point de coordonnées $(0\,;2)$ est le sommet de $\mathscr{C}_g$.

7. f est paire.

8. g n'est pas paire.

9. $\mathscr{C}_f$ est symétrique par rapport à l'origine du repère.

10. f ne possède pas de minimum sur $\mathbb{R}$.

11. L'abscisse du sommet de $\mathscr{C}_g$ est 2.

12. L'équation $f(x)=-1$ possède deux solutions sur $\mathbb{R}$.

13. L'équation $g(x)=3$ possède deux solutions sur $\mathbb{R}$.

15 **1.** Construire la parabole $\mathscr{C}$ d'équation $y=\frac{1}{2}x^2$ dans le plan muni d'un repère orthonormal d'unité graphique 1 cm.

2. Résoudre graphiquement l'équation $\frac{1}{2}x^2=2$.

3. Résoudre graphiquement l'équation $\frac{1}{2}x^2=-1$.

4. Colorier, sur la parabole, les points de $\mathscr{C}$ d'ordonnées supérieures ou égales à 2.

16 **1.** Construire la parabole $\mathscr{C}$ d'équation $y=-x^2$ dans le plan muni d'un repère orthogonal d'unités graphiques : 1 cm pour 1 unité en abscisse et 0,5 cm pour 1 unité en ordonnée.

2. Déterminer l'ordonnée du point de $\mathscr{C}$ d'abscisse -2.

3. Déterminer α pour que le point de coordonnées $(\alpha\,;-4)$ appartienne à $\mathscr{C}$.

4. Colorier, sur la parabole, les points de $\mathscr{C}$ d'ordonnées inférieures ou égales à -4.

© Nathan/VUEF. La photocopie non autorisée est un délit.

17 **1.** Construire la parabole $\mathscr{C}$ d'équation $y = x^2 - 4$ dans le plan muni d'un repère orthogonal d'unités graphiques :
1 cm pour 1 unité en abscisse et 0,5 cm pour 1 unité en ordonnée.

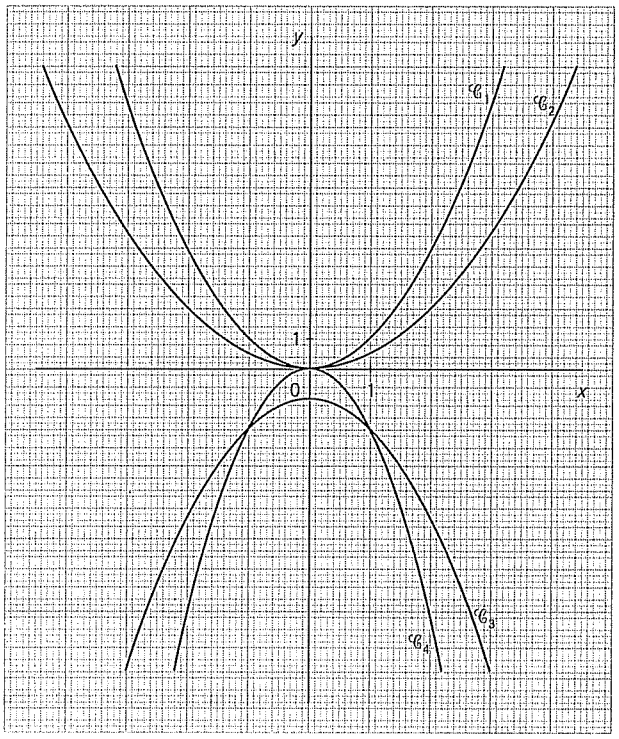
2. Résoudre graphiquement l'équation $x^2 - 4 = 0$.

3. Résoudre graphiquement l'équation $x^2 - 4 = 5$.

4. Colorier, sur la parabole, les points de $\mathscr{C}$ d'ordonnées supérieures ou égales à 0.

5. Retrouver, par le calcul, les résultats des questions 2 et 3.

18



1. Associer à chaque courbe son équation.

$y = 2x - 1$; $y = x^3$; $y = -2x^2$;
$y = -2x^2 - 1$; $y = x^2$; $y = 0{,}5x^2$;
$y = -2x^2 + 1$; $y = x^2 - 1$; $y = 2x^2$;
$y = -x^2$; $y = -x^2 - 1$.

2. Soit f_1, f_2, f_3 et f_4, les fonctions définies sur $\mathbb{R}$ dont $\mathscr{C}_1$, $\mathscr{C}_2$, $\mathscr{C}_3$ et $\mathscr{C}_4$ sont les représentations graphiques respectives.
Dresser les tableaux de variation des fonctions f_1, f_2, f_3 et f_4.

19 Soit f et g les fonctions définies sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2$ et $g(x) = -x^2 + 2$.

1. Dresser le tableau de variation des fonctions f et g.

2. Compléter les inégalités par l'un des symboles suivants : $\leqslant$, $<$, $>$ ou $\geqslant$.

a) Si $x > 2$ alors x^2 ..... 4.
b) Si $x \leqslant -2$ alors x^2 ..... 4.
c) Si $x \geqslant 1$ alors $-x^2 + 2$ ..... 1.
d) Si $x > 2$ alors $-x^2 + 2$ ..... -2.
e) Si $x \leqslant -1$ alors $-x^2 + 2$ ..... 1.

3. Compléter les inégalités suivantes.

a) Si $x \geqslant 3$ alors $x^2 \geqslant$ ..... .
b) Si $x > 0{,}5$ alors $x^2 >$ ..... .
c) Si $x < -1$ alors $x^2 >$ ..... .
d) Si $x \leqslant 0$ alors $x^2 \geqslant$ ..... .
e) Si $x > 1$ alors $-x^2 + 2 <$ ..... .
f) Si $x \geqslant 3$ alors $-x^2 + 2 \leqslant$ ..... .
g) Si $x < -3$ alors $-x^2 + 2 <$ ..... .

Êtes-vous capable de...

...étudier une fonction $x \mapsto ax^2 + b$ $(a \neq 0)$?

1. Comment choisir les nombres réels a et b pour que la parabole d'équation $y = ax^2 + b$ soit tournée vers le bas ?
- ❑ a quelconque, b négatif
- ❑ a et b strictement négatifs
- ❑ a strictement négatif, b quelconque
- ❑ a positif et b négatif

2. Comment choisir les nombres réels a et b pour que la parabole d'équation $y = ax^2 + b$ passe par l'origine du repère ?
- ❑ $a = 1$, b quelconque
- ❑ $a = 0$
- ❑ a quelconque, $b = 0$
- ❑ a positif, b négatif

3. Quel est le sommet S de la parabole d'équation $y = -x^2 + 2$?
- ❑ $S(2 ; 0)$ ❑ $S(-2 ; 0)$
- ❑ $S(0 ; 0)$ ❑ $S(0 ; 2)$

▶ POUR VOUS AIDER : 25 P. 147
▶ RÉPONSE 1 : P. 173

Fonctions $x \mapsto x^3$ et $x \mapsto \sqrt{x}$

FICHE MÉTHODE 26

20 Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = x^3$.

1. Dresser le tableau de variation de f.

2. Déterminer les images par f des nombres réels suivants :

-3 ; -2 ; $-\frac{3}{2}$; -1 ; $-\frac{1}{2}$; 0 ; $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{3}$; 1 ; 2 ; 5.

3. Quel est l'antécédent par f de 27 ?

© Nathan/VUEF. La photocopie non autorisée est un délit.

21 Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^3$.
On note $\mathscr{C}$ sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthogonal.

1. Compléter le tableau de valeurs suivant.
(Résultats arrondis à 0,1.)

x	-2	$-1,5$	-1	$-0,75$	$-0,5$	$-0,25$
$f(x)$						

x	0	0,25	0,5	0,75	1	1,5	2
$f(x)$							

2. Construire $\mathscr{C}$ sur $[-2\,;\,2]$ dans le repère d'unités graphiques :
2 cm pour 1 unité en abscisse et 1 cm pour 1 unité en ordonnée.

22 **1.** Dresser le tableau de variation de la fonction cube.

2. Compléter les inégalités par l'un des symboles suivants : $>$, $\geqslant$, $<$ ou $\leqslant$.

a) Si $x \geqslant 0,5$ alors x^3 ..... $0,125$.

b) Si $x > -1$ alors x^3 ..... -1.

c) Si $x \geqslant 0$ alors x^3 ..... 0.

d) Si $x \leqslant -3$ alors x^3 ..... -27.

e) Si $x < 0,5$ alors x^3 ..... $-0,125$.

3. Compléter les inégalités suivantes.

a) Si $x > 0,4$ alors $x^3 >$ ..... .

b) Si $x > 2$ alors $x^3 >$ ..... .

c) Si $x < -1$ alors $x^3 <$ ..... .

d) Si $x \leqslant -4$ alors $x^3 \leqslant$ ..... .

23 **1.** Construire la courbe $\mathscr{C}$ représentative de la fonction $x \mapsto x^3$ dans le plan muni d'un repère orthogonal.

2. Déterminer l'abscisse du point de la courbe d'ordonnée -8.

3. Déterminer l'ordonnée du point de la courbe d'abscisse -1.

4. Colorier, sur la courbe, les points d'abscisses comprises entre -1 et 2.

24 Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^3$.
On note $\mathscr{C}$ sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère.
Pour chaque proposition, déterminer si elle est exacte ; dans le cas contraire, la corriger.

1. f est paire.

2. $\mathscr{C}$ est symétrique par rapport à l'origine du repère.

3. $\mathscr{C}$ passe par le point $(-1\,;\,1)$.

4. f est strictement croissante sur $\mathbb{R}$.

5. Pour tout $x \geqslant 0$, $f(x) \geqslant 0$.

6. $f(-1) = 1$.

7. L'équation $f(x) = -3$ possède une unique solution sur $\mathbb{R}$.

8. L'antécédent de -1 par f est -1.

9. L'antécédent de -27 par f est 3.

10. L'image de -2 par f est -8.

11. 0 ne possède pas d'antécédent par f.

LE SAVIEZ-VOUS ?

La fonction cube croît très, très, très rapidement.
$4^3 = 64$; $5^3 = 125$; $6^3 = 216$.

25 Soit f la fonction définie sur $[0\,;+\infty[$ par $f(x) = \sqrt{x}$.

1. Dresser le tableau de variation de f.

2. Déterminer les images par f des nombres réels suivants :
0 ; 0,5 ; 1 ; 1,5 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 7 ; 8 ; 9 ; 10.
(Résultats arrondis à 0,1.)

3. Quel est l'antécédent par f de 16 ?

26 Soit f la fonction définie sur $[0\,;+\infty[$ par $f(x) = \sqrt{x}$.
On note $\mathscr{C}$ sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthogonal.

1. Compléter le tableau de valeurs suivant :

x	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	4
$f(x)$								

Arrondir les résultats à 0,1.

2. Construire $\mathscr{C}$ sur $[0\,;\,4]$ dans le repère d'unités graphiques :
2 cm en abscisse pour 1 unité et 4 cm en ordonnée pour 1 unité.

27 **1.** Dresser le tableau de variation de la fonction racine carrée.

2. Compléter les inégalités suivantes.

a) Si $x > 1$ alors $\sqrt{x} >$ ..... .

b) Si $x \geqslant 3$ alors $\sqrt{x} \geqslant$ ..... .

c) Si $x > 5$ alors $\sqrt{x} >$ ..... .

28 Soit x un nombre réel positif.
Compléter le tableau suivant :

x	9				1	
x^2			100	16		
$\sqrt{x}$		5				10

LE SAVIEZ-VOUS ?

La fonction $x \mapsto \sqrt{x}$ est la fonction réciproque de la fonction $x \mapsto x^2$ sur $[0\,;+\infty[$.
La racine carrée du nombre positif a est le nombre positif b tel que $b^2 = a$.
On a : $a = b^2$
$\sqrt{a} = b$.

© Nathan/VUEF. La photocopie non autorisée est un délit.

29 Soit f la fonction définie sur $[0 ; +\infty[$ par $f(x) = \sqrt{x}$.
On note $\mathscr{C}$ sa représentation graphique dans le plan muni d'un repère.

1. Déterminer l'ordonnée du point de $\mathscr{C}$ d'abscisse 4.

2. Déterminer l'ordonnée du point de $\mathscr{C}$ d'abscisse 0.

3. Déterminer l'abscisse du point de $\mathscr{C}$ d'ordonnée 1.

4. Déterminer l'abscisse du point de $\mathscr{C}$ d'ordonnée $\sqrt{7}$.

5. Déterminer l'abscisse du point de $\mathscr{C}$ d'ordonnée 7.

30 Le plan est muni d'un repère orthonormal d'unité graphique 1 cm.

1. Construire les représentations graphiques sur $[0 ; +\infty[$ des fonctions suivantes :
$f : x \mapsto x$; $g : x \mapsto x^2$; $h : x \mapsto \sqrt{x}$.

2. Quelle remarque peut-on faire ?

31 Soit f la fonction définie sur $[0 ; +\infty[$ par $f(x) = \sqrt{x}$.
On note $\mathscr{C}$ sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère.
Pour chaque proposition, déterminer si elle est exacte ; dans le cas contraire, la corriger.

1. f est paire.

2. f est strictement croissante sur $[0 ; +\infty[$.

3. f est positive.

4. L'équation $f(x) = -1$ ne possède pas de solution.

5. $x = 4$ est la solution de l'équation $f(x) = 2$.

6. $f(4) = 2$.

7. $\mathscr{C}$ passe par le point $(8 ; 2\sqrt{2})$.

8. L'antécédent de 10 par f est $\sqrt{10}$.

Fonction $x \mapsto \frac{1}{x}$

FICHES MÉTHODES 27 ET 28

32 Soit f la fonction définie sur $]-\infty ; 0[\cup]0 ; +\infty[$ par $f(x) = \frac{1}{x}$.

1. Dresser le tableau de variation de f.

2. Déterminer les images par f des nombres réels suivants :

$-4 ; -3 ; -2 ; -\frac{1}{3} ; -\frac{1}{2} ; \frac{1}{4} ; \frac{3}{4} ; 1 ; 2 ; \frac{5}{7} ; \frac{10}{3} ; 10.$

3. Déterminer l'antécédent par f de $-\frac{1}{2}$.

4. Déterminer l'antécédent par f de 3.

33 Soit f la fonction définie sur $]0 ; +\infty[$ par $f(x) = \frac{1}{x}$.
On note $\mathscr{C}$ sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormal d'unité graphique 2 cm.

1. Compléter le tableau de valeurs suivant :

x	0,25	0,5	1	2	3	4	5
$f(x)$							

Les résultats seront arrondis au centième.

2. Construire $\mathscr{C}$ sur $]0 ; 5]$.

Êtes-vous capable de...

...étudier la fonction $x \mapsto \sqrt{x}$?

Soit f la fonction définie sur $[0 ; +\infty[$ par $f(x) = \sqrt{x}$.
On note $\mathscr{C}$ sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère.

1. Que peut-on dire si le nombre réel $a > 0$ vérifie $f(a) = 3$?

❑ $\sqrt{3} = a$ ❑ $\sqrt{a} = 3$ ❑ $a^2 = 3$

2. Le point $A(3 ; 9)$ appartient-il à $\mathscr{C}$?

❑ oui ❑ non

3. Quelle doit être la valeur de α pour que le point $B(\alpha ; 4)$ appartienne à $\mathscr{C}$?

❑ $\alpha = 2$ ❑ $\alpha = 4$ ❑ $\alpha = 16$ ❑ $\alpha = 8$

▶ POUR VOUS AIDER : 26 P. 147
▶ RÉPONSE 2 : P. 173

Êtes-vous capable de...

...étudier la fonction $x \mapsto \frac{1}{x}$?

Soit f la fonction définie sur $]-\infty ; 0[\cup]0 ; +\infty[$ par $f(x) = \frac{1}{x}$. On note $\mathscr{C}$ sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère.

1. Pour quelles valeurs de x, f n'est-elle pas définie ?

❑ $x < 0$ ❑ $x = 0{,}000\,001$ ❑ $x = 0$ ❑ $x = -1$

2. Que signifie l'égalité $f(8) = 0{,}125$?

❑ l'opposé de 8 est 0,125
❑ l'inverse de 8 est 0,125
❑ la racine carrée de 8 est 0,125

3. Quelle doit être la valeur de α pour que le point $A(\alpha ; 5)$ appartienne à $\mathscr{C}$?

❑ $\alpha = -5$ ❑ $\alpha = -\frac{1}{5}$ ❑ $\alpha = 0{,}2$ ❑ $\alpha = -0{,}2$

▶ POUR VOUS AIDER : 27 P. 148
▶ RÉPONSE 3 : P. 173

© Nathan/VUEF. La photocopie non autorisée est un délit.

34 Soit g la fonction définie sur $]-\infty ; 0[$ par $g(x)=\frac{1}{x}$.
On note $\mathscr{C}$ sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormal d'unité graphique 2 cm.

1. Dresser un tableau de valeurs de g.

2. Construire g sur $[-5 ; 0[$.

LE SAVIEZ-VOUS ?

Diviser un nombre par 0,5 revient à multiplier ce nombre par 2.
$4 : 0{,}5 = 4 \times 2 = 8$.
De manière générale, diviser un nombre par $x \neq 0$ revient à multiplier ce nombre par l'inverse de x, soit par $\frac{1}{x}$.

35 Soit f la fonction définie sur $]-\infty ; 0[\cup]0 ; +\infty[$ par $f(x)=\frac{1}{x}$.

1. Dresser le tableau de variation de f.

2. On note $\mathscr{C}$ sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère.

a) Déterminer l'ordonnée du point de $\mathscr{C}$ d'abscisse 3.

b) Déterminer l'ordonnée du point de $\mathscr{C}$ d'abscisse $-\frac{1}{2}$.

c) Déterminer l'abscisse du point de $\mathscr{C}$ d'ordonnée 0,25.

d) Déterminer l'abscisse du point de $\mathscr{C}$ d'ordonnée -5.

36 Soit f la fonction définie sur $]-\infty ; 0[\cup]0 ; +\infty[$ par $f(x)=\frac{1}{x}$.
On note $\mathscr{C}$ sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère.
Pour chaque proposition, déterminer si elle est exacte, dans le cas contraire, la corriger.

1. f est paire.

2. $\mathscr{C}$ est symétrique par rapport à l'origine du repère.

3. $\mathscr{C}$ est une parabole.

4. $\mathscr{C}$ passe par le point $I(-1 ; -1)$.

5. f n'est pas définie en 0.

6. f est strictement décroissante sur $\mathbb{R}$.

7. L'équation $f(x)=0$ n'admet pas de solution.

8. L'antécédent de $-\frac{1}{3}$ par f est 3.

9. L'image par f de $-\frac{5}{4}$ est $-\frac{4}{5}$.

10. Si $x > 100$, alors $f(x) < 10^{-2}$.

37 Le plan est muni d'un repère orthonormal d'unité graphique 2 cm.

1. Construire l'hyperbole $\mathscr{C}$ d'équation $y=\frac{1}{x}$ sur $]0 ; +\infty[$.

2. Résoudre graphiquement l'équation $\frac{1}{x}=2$.

3. Colorier, sur $\mathscr{C}$, les points d'abscisses inférieures ou égales à $\frac{1}{2}$.

38 Le plan est muni d'un repère orthonormal d'unité graphique 2 cm.

1. Construire l'hyperbole $\mathscr{C}$ d'équation $y=\frac{1}{x}$ sur $]-\infty ; 0[$.

2. Colorier, sur $\mathscr{C}$, les points d'ordonnées inférieures ou égales à -2.

Êtes-vous capable de...

...résoudre graphiquement une inéquation ?

1. Quelle est l'affirmation exacte ?

❑ Les solutions de l'inéquation $\frac{1}{x}<2$ sont les ordonnées des points de la courbe d'équation $y=\frac{1}{x}$ situés au-dessous de la droite d'équation $y=2$.

❑ Les solutions de l'inéquation $\frac{1}{x}<2$ sont les points de la courbe d'équation $y=\frac{1}{x}$ situés au-dessous de la droite d'équation $y=2$.

❑ Les solutions de l'inéquation $\frac{1}{x}<2$ sont les abscisses des points de la courbe d'équation $y=\frac{1}{x}$ situés au-dessous de la droite d'équation $y=2$.

2. Quelle est l'affirmation exacte ?

❑ Les solutions de l'inéquation $3x^2-5>0$ sont les abscisses des points de la courbe d'équation $y=3x^2-5$ situés au-dessus de la droite d'équation $y=0$.

❑ Les solutions de l'inéquation $3x^2-5>0$ sont les abscisses des points de la courbe d'équation $y=3x^2-5$ situés au-dessous de la droite d'équation $y=0$.

❑ Les solutions de l'inéquation $3x^2-5>0$ sont les abscisses des points de la courbe d'équation $y=3x^2-5$ situés sur la droite d'équation $y=0$.

▸ POUR VOUS AIDER : 28 P. 148
▸ RÉPONSE 4 : P. 173

© Nathan/VUEF. La photocopie non autorisée est un délit.

Problèmes

✿ = facile ✿✿ = ça se corse ✿✿✿ = difficile

39 ✿ Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2$.
On note $\mathscr{C}$ sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthogonal.

1. Dresser le tableau de variation de f.

2. Construire $\mathscr{C}$.
Unités graphiques : 1 cm pour 1 unité en abscisse et 0,5 cm pour 1 unité en ordonnée.

3. Tracer, dans le même repère, la droite $\mathscr{D}$ d'équation $y = -3x - 2$.

4. Déterminer les coordonnées des points d'intersection de $\mathscr{C}$ et de $\mathscr{D}$.

5. En déduire les solutions de l'équation $x^2 + 3x + 2 = 0$.

40 ✿ Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \frac{1}{2}x^2$.
On note $\mathscr{C}$ sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormal d'unité graphique 1 cm.

1. Dresser le tableau de variation de f.

2. Construire $\mathscr{C}$.

3. Tracer, dans le même repère, la droite $\mathscr{D}$ d'équation $y = x + 4$.

4. Déterminer les coordonnées des points d'intersection de $\mathscr{C}$ et de $\mathscr{D}$.

5. En déduire les solutions de l'équation $\frac{1}{2}x^2 - x - 4 = 0$.

41 ✿ DOCUMENT-ANNEXE P. 80

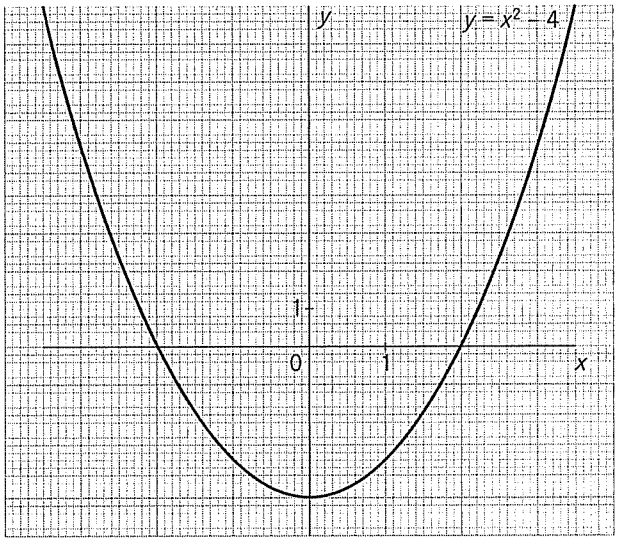
On donne ci-après la représentation graphique de la fonction $f : x \mapsto x^2 - 4$.

1. Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = 0$.

2. Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = 5$.

3. Construire, dans le repère du document-annexe page 80, la droite d'équation $y = -2x - 1$.

4. Montrer que l'équation $x^2 + 2x - 3 = 0$ est équivalente à $x^2 - 4 = -2x - 1$.
En déduire les solutions de l'équation $x^2 + 2x - 3 = 0$.



42 ✿✿ Le plan est muni d'un repère orthogonal d'unités graphiques : 1 cm en abscisse pour 1 unité et 0,5 cm en ordonnée pour 1 unité.

1. Construire, dans ce repère,
les paraboles d'équations $y = -x^2$ et $y = x^2 + 1$
et la droite d'équation $y = -2x - 3$.

2. Utiliser la question 1 pour résoudre les équations suivantes :

a) $x^2 + 1 = 0$; **b)** $-x^2 + 2x + 3 = 0$;

c) $-2x - 3 = 0$; **d)** $x^2 + 2x + 4 = 0$.

43 ✿✿ Résoudre graphiquement l'équation $2x^2 - x - 6 = 0$.

44 ✿✿ Résoudre graphiquement l'équation $-x^2 - x + 12 = 0$.

45 ✿✿✿

1. Résoudre graphiquement l'équation $x^2 = 11x - 28$.
(Il faut bien choisir les unités du repère.)

2. Soit $ABCD$, un rectangle dont le périmètre est égal à 22 cm.
On pose $AB = x$ et $BC = y$.

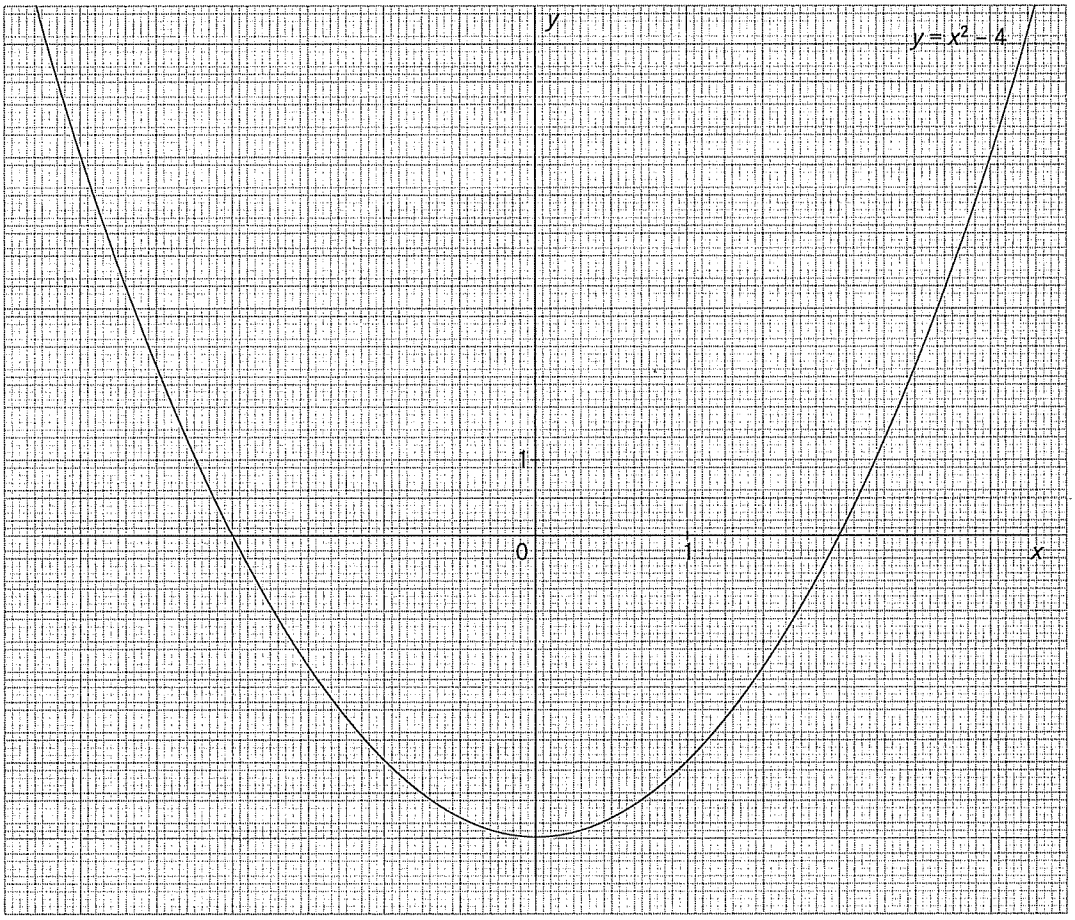
a) Exprimer y en fonction de x.

b) Exprimer, en fonction de x, l'aire $f(x)$ du rectangle.

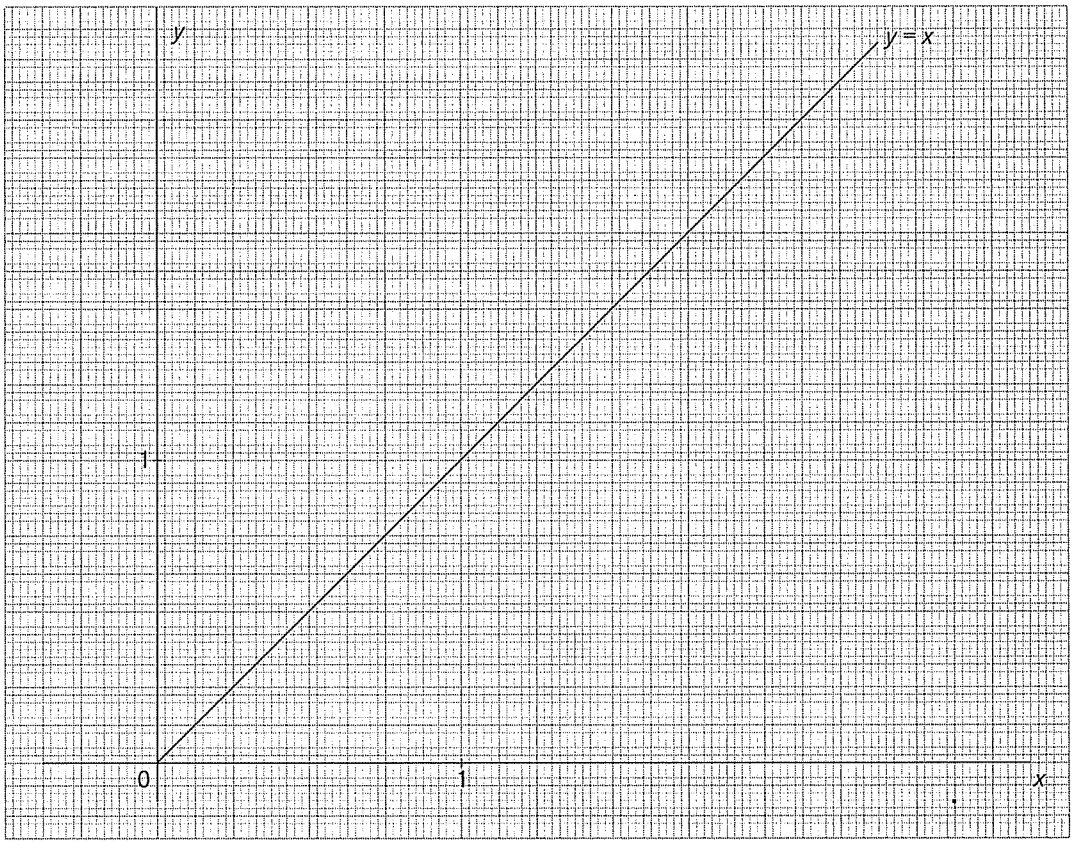
c) À l'aide de la question **1.**, déterminer les dimensions du rectangle $ABCD$ sachant que son aire est égale à 28 cm^2.

© Nathan/VUEF. La photocopie non autorisée est un délit.

Document-annexe du problème 41



Document-annexe du problème 50



© Nathan/VUEF. La photocopie non autorisée est un délit.

Fonction cosinus - Fonction sinus - Trigonométrie

8

VOUS ALLEZ APPRENDRE À :

- Repérer des points sur le cercle trigonométrique.
- Utiliser le radian comme unité d'angle.
- Mesurer des angles orientés.
- Déterminer le cosinus, le sinus et la tangente d'un nombre réel.
- Représenter graphiquement les fonctions cosinus et sinus.
- Résoudre sur $]-\pi\,;\,\pi]$, les équations $\cos x = a$ et $\sin x = b$.

POUR VOUS AIDER

FICHE MÉTHODE 29 p. 149
Comment mesurer des angles orientés ?

FICHE MÉTHODE 30 p. 149
Comment déterminer le cosinus, le sinus et la tangente d'un nombre réel ?

FICHE L'ESSENTIEL p. 166

Exercices d'entraînement

Angles orientés - Cercle trigonométrique

FICHE MÉTHODE 29

1 Déterminer, en fonction de π, la mesure en radians, des angles dont la mesure est donnée en degrés.

a) 15° ; **b)** 35° ; **c)** 90° ; **d)** 180° ; **e)** 2° ;
f) 135° ; **g)** 30° ; **h)** 150° ; **i)** 72° ; **j)** 179°.

2 Convertir, en degrés, les mesures des angles suivants :

a) $\frac{\pi}{6}$; **b)** $\frac{7\pi}{12}$; **c)** $\frac{11\pi}{5}$; **d)** $\frac{\pi}{2}$; **e)** $\frac{\pi}{12}$;
f) $\frac{3\pi}{8}$; **g)** $\frac{5\pi}{4}$; **h)** $\frac{3\pi}{2}$; **i)** π ; **j)** $\frac{11\pi}{12}$.

3 Convertir en radians (résultats arrondis au centième) :

a) 2° ; **b)** 18° ; **c)** 90° ; **d)** 15° ; **e)** 180° ;
f) 135° ; **g)** 100° ; **h)** 150° ; **i)** 143° ; **j)** 270°.

4 Convertir en degrés (résultats arrondis au centième) :

a) 1 rad ; **b)** 0,5 rad ; **c)** 3,5 rad ; **d)** 3,04 rad ;
e) 0,1 rad ; **f)** 1,5 rad ; **g)** 4,8 rad ; **h)** 2,83 rad ;
i) 1,03 rad ; **j)** 0,3 rad.

5 Compléter le tableau (résultats arrondis à 0,01).

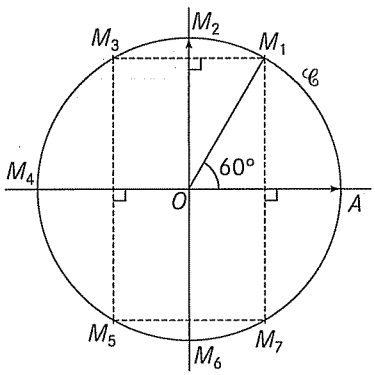
Mesures en degrés	19	320			10	
Mesures en radians			5,18	1,8		2

6 Une mesure d'un angle orienté est $\alpha = \frac{2\pi}{3}$.
Déterminer, parmi les mesures suivantes, d'autres mesures de cet angle.

a) $\frac{\pi}{3}$; **b)** $\frac{4\pi}{3}$; **c)** $-\frac{4\pi}{3}$; **d)** $\frac{8\pi}{3}$; **e)** $-\frac{\pi}{3}$;
f) $-\frac{8\pi}{3}$; **g)** $\frac{26\pi}{3}$; **h)** $\frac{25\pi}{3}$; **i)** $-\frac{64\pi}{3}$.

© Nathan/VUEF. La photocopie non autorisée est un délit.

7 On considère le cercle trigonométrique $\mathscr{C}$ suivant :



Déterminer la mesure principale, en radians, des angles orientés suivants :

a) $(\overrightarrow{OA}\,;\overrightarrow{OM_1})$; **b)** $(\overrightarrow{OA}\,;\overrightarrow{OM_2})$; **c)** $(\overrightarrow{OA}\,;\overrightarrow{OM_3})$; **d)** $(\overrightarrow{OA}\,;\overrightarrow{OM_4})$; **e)** $(\overrightarrow{OA}\,;\overrightarrow{OM_5})$; **f)** $(\overrightarrow{OA}\,;\overrightarrow{OM_6})$; **g)** $(\overrightarrow{OA}\,;\overrightarrow{OM_7})$.

Êtes-vous capable de... ?

... mesurer des angles orientés ?

1. Quelle est la mesure, en radians, de l'angle plat ?

❑ $\frac{\pi}{2}$ ❑ 2π ❑ π ❑ $\frac{\pi}{4}$ ❑ 180

2. Quelle est la mesure principale d'un angle orienté dont une mesure est $\frac{7\pi}{6}$?

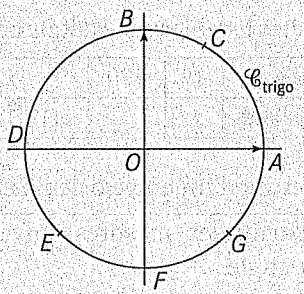
❑ $\frac{5\pi}{6}$ ❑ $\frac{\pi}{6}$ ❑ $-\frac{\pi}{6}$ ❑ $-\frac{5\pi}{6}$

3. Les mesures $\alpha_1 = -\frac{\pi}{6}$ et $\alpha_2 = \frac{11\pi}{12}$ sont-elles deux mesures d'un même angle orienté ?

❑ oui ❑ non

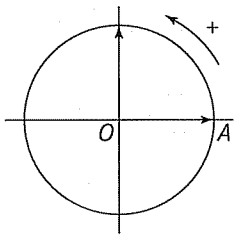
4. Quel est l'angle orienté dont une mesure est $-\frac{3\pi}{2}$?

❑ $(\overrightarrow{OA}\,;\overrightarrow{OC})$ ❑ $(\overrightarrow{OA}\,;\overrightarrow{OB})$
❑ $(\overrightarrow{OA}\,;\overrightarrow{OE})$ ❑ $(\overrightarrow{OA}\,;\overrightarrow{OD})$
❑ $(\overrightarrow{OA}\,;\overrightarrow{OF})$ ❑ $(\overrightarrow{OA}\,;\overrightarrow{OG})$



▶ POUR VOUS AIDER : 29 P. 149
▶ RÉPONSE 1 : P. 173

▼ *Pour les exercices 8 à 10, on considère le cercle trigonométrique ci-dessous.*



8 Placer les points M, N, P, Q, R et S tels que :

$(\overrightarrow{OA}\,;\overrightarrow{OM}) = \frac{\pi}{6}$; $(\overrightarrow{OA}\,;\overrightarrow{ON}) = -\frac{\pi}{2}$;

$(\overrightarrow{OA}\,;\overrightarrow{OP}) = -\pi$; $(\overrightarrow{OA}\,;\overrightarrow{OQ}) = \frac{7\pi}{6}$;

$(\overrightarrow{OA}\,;\overrightarrow{OR}) = -\frac{7\pi}{6}$; $(\overrightarrow{OA}\,;\overrightarrow{OS}) = 2\pi$.

9 Placer les points M, N, P, Q, R et S tels que :

$(\overrightarrow{OA}\,;\overrightarrow{OM}) = \pi$; $(\overrightarrow{OA}\,;\overrightarrow{ON}) = \frac{3\pi}{2}$;

$(\overrightarrow{OA}\,;\overrightarrow{OP}) = \frac{5\pi}{6}$; $(\overrightarrow{OA}\,;\overrightarrow{OQ}) = -\frac{5\pi}{6}$;

$(\overrightarrow{OA}\,;\overrightarrow{OR}) = \frac{4\pi}{3}$; $(\overrightarrow{OA}\,;\overrightarrow{OS}) = -\frac{2\pi}{3}$.

LE SAVIEZ-VOUS ?

Le cercle trigonométrique est un cercle orienté de rayon 1.
Le sens positif est le sens contraire des aiguilles d'une montre.

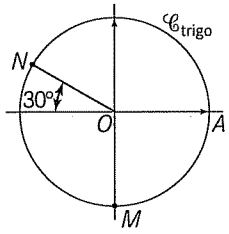
10 Placer les points M, N, P, Q, R et S tels que :

$(\overrightarrow{OA}\,;\overrightarrow{OM}) = -\frac{\pi}{4}$; $(\overrightarrow{OA}\,;\overrightarrow{ON}) = \frac{3\pi}{4}$;

$(\overrightarrow{OA}\,;\overrightarrow{OP}) = \frac{7\pi}{4}$; $(\overrightarrow{OA}\,;\overrightarrow{OQ}) = 5\pi$;

$(\overrightarrow{OA}\,;\overrightarrow{OR}) = -5\pi$; $(\overrightarrow{OA}\,;\overrightarrow{OS}) = -\frac{7\pi}{4}$.

11 Sur le cercle trigonométrique ci-dessous, on a placé les points M et N tels que $(\overrightarrow{OA}\,;\overrightarrow{OM}) = \alpha$ et $(\overrightarrow{OA}\,;\overrightarrow{ON}) = \beta$.



1. Déterminer les valeurs de α parmi les mesures suivantes :

a) $\frac{\pi}{2}$; **b)** $\frac{3\pi}{2}$; **c)** π ; **d)** $-\frac{\pi}{2}$; **e)** 2π ;
f) $\frac{7\pi}{2}$; **g)** $-\frac{7\pi}{2}$; **h)** $-\frac{5\pi}{2}$; **i)** $\frac{5\pi}{2}$.

© Nathan/VUEF. La photocopie non autorisée est un délit.

2. Déterminer les valeurs de β parmi les mesures suivantes :

a) $\frac{\pi}{6}$; b) $\frac{5\pi}{6}$; c) $-\frac{5\pi}{6}$; d) $-\frac{\pi}{6}$; e) $\frac{7\pi}{6}$;

f) $-\frac{7\pi}{6}$; g) $\frac{11\pi}{6}$; h) $-\frac{11\pi}{6}$; i) $\frac{17\pi}{6}$.

3. Déterminer la mesure principale des angles orientés $(\overrightarrow{OA}\,;\overrightarrow{OM})$ et $(\overrightarrow{OA}\,;\overrightarrow{ON})$.

12 Compléter le tableau ci-dessous :

Mesure de l'angle orienté	$\frac{5\pi}{4}$	$-\frac{3\pi}{2}$	$-\frac{5\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{3}$	$-\frac{7\pi}{3}$	$\frac{10\pi}{6}$	$\frac{25\pi}{6}$
Mesure principale							

LE SAVIEZ-VOUS ?

Un angle orienté possède une infinité de mesures. La mesure appartenant à l'intervalle $]-\pi\,;\pi]$ est appelée mesure principale.

Fonction cosinus - Fonction sinus

FICHE MÉTHODE 30

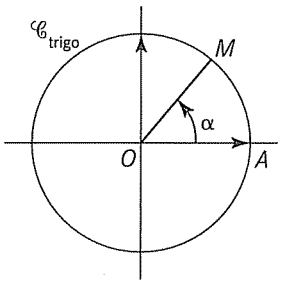
13 Compléter le tableau (résultats arrondis à 10^{-2}).

α	26°	14°	90°	$\frac{\pi}{10}$ rad	2,8 rad	132°	0 rad
cos α							
sin α							
tan α							

14 Déterminer les valeurs exactes de cos α, sin α et tan α pour les valeurs suivantes de α (si cela est possible).

$\alpha = 0$; $\alpha = \frac{\pi}{6}$; $\alpha = \frac{\pi}{4}$; $\alpha = \frac{\pi}{3}$; $\alpha = \frac{\pi}{2}$; $\alpha = \frac{2\pi}{3}$; $\alpha = \frac{3\pi}{4}$; $\alpha = \frac{5\pi}{6}$; $\alpha = \pi$.

15 On pose : $(\overrightarrow{OA}\,;\overrightarrow{OM}) = \alpha$.



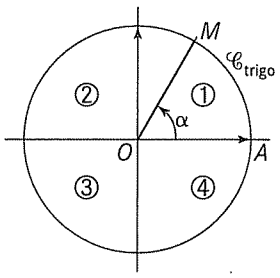
Compléter le tableau ci-dessous (on donnera les valeurs exactes).

α	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{-2\pi}{3}$	π	$-\frac{5\pi}{6}$	3π	$-\frac{\pi}{4}$	$-\frac{5\pi}{3}$	0	$\frac{5\pi}{6}$
cos α									
sin α									
tan α									

16 Compléter le tableau ci-dessous :

cos α	$\frac{\sqrt{3}}{2}$		$-\frac{1}{2}$		1	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$
sin α	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$		$-\frac{\sqrt{3}}{2}$		
tan α		1	$\sqrt{3}$	$-\sqrt{3}$	0	1

17 On pose : $(\overrightarrow{OA}\,;\overrightarrow{OM}) = \alpha$.



Déterminer le signe de cos α, sin α et tan α en complétant le tableau ci-dessous :

	α	cos α	sin α	tan α
①	$0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$			
②	$\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$			
③	$-\pi < \alpha < -\frac{\pi}{2}$			
④	$-\frac{\pi}{2} < \alpha < 0$			

18 On donne les valeurs exactes de $\cos\frac{\pi}{12}$ et $\sin\frac{\pi}{12}$:

$\cos\frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$; $\sin\frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$.

1. Vérifier ces affirmations à l'aide d'une calculatrice.

2. En déduire les valeurs exactes de :

$\cos\left(\frac{-\pi}{12}\right)$; $\sin\left(\frac{-\pi}{12}\right)$; $\cos\frac{11\pi}{12}$; $\sin\frac{11\pi}{12}$;

$\cos\frac{13\pi}{12}$; $\sin\frac{13\pi}{12}$; $\cos\frac{25\pi}{12}$ et $\sin\frac{25\pi}{12}$.

19 Soit f la fonction définie sur $[0\,;\pi]$ par : $f(x) = \cos x$.

On note $\mathscr{C}$ sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormal d'unité graphique 2,5 cm.

1. Dresser le tableau de variation de f.

2. Construire $\mathscr{C}$.

20 Soit g la fonction définie sur $[0\,;\pi]$ par : $g(x) = \sin x$.

On note $\mathscr{C}$ sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormal d'unité graphique 2,5 cm.

1. Dresser le tableau de variation de f.

2. Construire $\mathscr{C}$.

© Nathan/VUEF. La photocopie non autorisée est un délit.

LE SAVIEZ-VOUS ?

En munissant le plan d'un repère orthonormal d'unité graphique 2,5 cm, 0,5 cm sur l'axe des abscisses correspond à $\frac{\pi}{16}$.

21 Soit h la fonction définie sur $[-\pi ; \pi]$ par : $h(x) = \cos x$.
On note $\mathscr{C}$ sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormal d'unité graphique 2,5 cm.

1. Dresser le tableau de variation de h sur $[0 ; \pi]$.

2. En déduire les variations de h sur $[-\pi ; 0]$.

3. Construire $\mathscr{C}$.

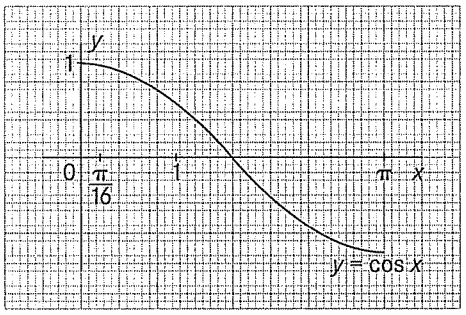
22 Soit j la fonction définie sur $[-\pi ; \pi]$ par : $j(x) = \sin x$.
On note $\mathscr{C}$ sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormal d'unité graphique 2,5 cm.

1. Dresser le tableau de variation de j sur $[0 ; \pi]$.

2. En déduire les variations de j sur $[-\pi ; 0]$.

3. Construire $\mathscr{C}$.

23 On donne la courbe représentative sur $[0 ; \pi]$ de la fonction cosinus.



1. Déterminer l'ordonnée du point de $\mathscr{C}$ d'abscisse $\frac{\pi}{8}$.

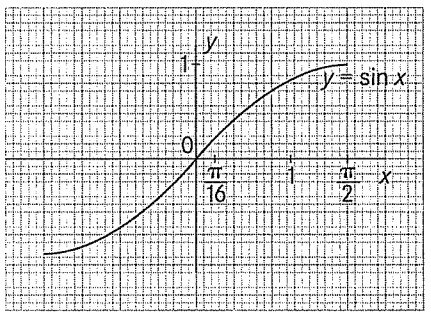
2. Déterminer l'ordonnée du point de $\mathscr{C}$ d'abscisse $\frac{3\pi}{4}$.

3. Déterminer l'abscisse du point de $\mathscr{C}$ d'ordonnée 0.

4. Déterminer l'abscisse du point de $\mathscr{C}$ d'ordonnée $-0,4$.

5. Vérifier ces résultats à l'aide d'une calculatrice.

24 On donne la courbe représentative sur $\left[-\frac{\pi}{2} ; \frac{\pi}{2}\right]$ de la fonction sinus.



1. Déterminer l'ordonnée du point de $\mathscr{C}$ d'abscisse $\frac{3\pi}{16}$.

2. Déterminer l'ordonnée du point de $\mathscr{C}$ d'abscisse $-\frac{\pi}{8}$.

3. Déterminer l'abscisse du point de $\mathscr{C}$ d'ordonnée -1.

4. Déterminer l'abscisse du point de $\mathscr{C}$ d'ordonnée $-0,2$.

5. Vérifier ces résultats à l'aide d'une calculatrice.

25 Résoudre $\cos x = 0,9$ dans $]-\pi ; \pi]$.

26 Résoudre $\cos x = -0,2$ dans $]-\pi ; \pi]$.

27 Résoudre $\cos x = -1$ dans $]-\pi ; \pi]$.

28 Résoudre $\cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ dans $]-\pi ; \pi]$.

29 Résoudre $\cos x = \frac{3}{2}$ dans $]-\pi ; \pi]$.

30 Résoudre $\sin x = 0,3$ dans $]-\pi ; \pi]$.

31 Résoudre $\sin x = -0,43$ dans $]-\pi ; \pi]$.

32 Résoudre $\sin x = \frac{5}{4}$ dans $]-\pi ; \pi]$.

33 Résoudre $\sin x = 0$ dans $]-\pi ; \pi]$.

34 Résoudre $\cos x = \frac{-\sqrt{3}}{2}$ dans $]-\pi ; \pi]$.

35 Résoudre $\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ dans $]-\pi ; \pi]$.

36 Résoudre $\cos x = \frac{-1}{2}$ dans $]-\pi ; \pi]$.

37 Résoudre $\sin x = -1$ dans $]-\pi ; \pi]$.

Êtes-vous capable de...

déterminer le cosinus, le sinus et la tangente d'un nombre réel ?

1. Quelle est la valeur de sin 4,3 rad arrondie au millième ?
❑ 0,916 ❑ −0,916 ❑ 0,075 ❑ 0,997

2. Pour quelle valeur de α, tan α n'existe-t-elle pas ?
❑ $\alpha = 0$ ❑ $\alpha = \frac{\pi}{2}$ ❑ $\alpha = 2\pi$ ❑ $\alpha = -\pi$

3. Quelles sont les solutions de l'équation $\sin x = -0,25$ sur $]-\pi ; \pi]$?
❑ $x = -0,253$ et $x = 3,394$
❑ $x = -0,253$ et $x = 0,253$
❑ $x = -0,253$ et $x = -2,889$
❑ $x = 1,318$ et $x = 1,823$

▶ POUR VOUS AIDER : 30 P. 149
▶ RÉPONSE 2 : P. 173

© Nathan/VUEF. La photocopie non autorisée est un délit.

Problèmes

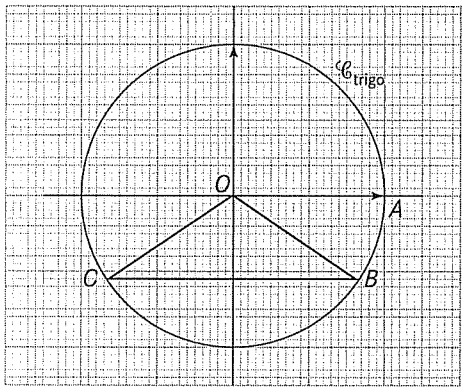
✿ = facile ✿✿ = ça se corse ✿✿✿ = difficile

38 ✿ DOCUMENT-ANNEXE P. 87

Compléter le cercle trigonométrique du document-annexe page 87 à l'aide du tableau ci-dessous :

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
cos x	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
sin x	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1

39 ✿✿ Soit le cercle trigonométrique ci-dessous :



On pose : $(\overrightarrow{OA}\,;\overrightarrow{OB}) = \alpha$ et $(\overrightarrow{OA}\,;\overrightarrow{OC}) = \beta$.

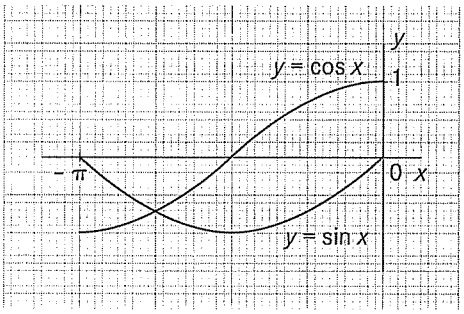
1. Lire graphiquement les valeurs de sin α et de sin β.

2. Lire graphiquement les valeurs de cos α et de cos β.

3. Montrer que α et β vérifient bien la formule : $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$ pour tout nombre réel x.

4. Déterminer tan α et tan β.

40 ✿✿✿ On donne les courbes représentatives des fonctions cosinus et sinus sur l'intervalle $[-\pi\,;0]$.



1. Déterminer cos α et cos β sachant que :

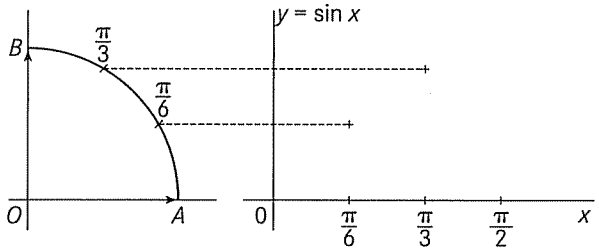
a) sin $\alpha = -0{,}55$ et cos $\alpha > 0$;

b) sin $\beta = -0{,}55$ et cos $\beta < 0$.

2. Déterminer tan α et tan β arrondis au centième.

3. Déterminer α et β arrondis au millième.

41 ✿✿ DOCUMENT-ANNEXE P. 88



Construire, point par point, sur le document-annexe page 88 en utilisant la méthode décrite ci-dessus, la courbe représentative de la fonction sinus sur l'intervalle $[-\pi\,;\pi]$.

42 ✿✿ Construire, dans un même repère orthogonal les courbes représentatives des fonctions :

$x \mapsto \cos x$ et $x \mapsto \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$.

43 ✿✿ Construire, dans un même repère orthogonal, les courbes représentatives des fonctions :

$x \mapsto \sin x$ et $x \mapsto \sin 2x$.

44 ✿✿✿ Construire, dans un même repère orthogonal, les courbes représentatives des fonctions :

$x \mapsto \cos x$; $x \mapsto \cos 2x$ et $x \mapsto \cos\left(2x + \frac{\pi}{2}\right)$.

45 ✿✿ Construire, dans un même repère orthogonal, les courbes représentatives des fonctions :

$x \mapsto \sin x$ et $x \mapsto -2\sin x$.

46 ✿✿✿ DOCUMENT-ANNEXE P. 88

1. Déterminer les variations de la fonction $x \mapsto \sin x$ sur $\left[-\frac{\pi}{2}\,;\frac{3\pi}{2}\right]$ (présenter les résultats dans un tableau de variation).

© Nathan/VUEF. La photocopie non autorisée est un délit.

2. On considère l'intensité sinusoïdale définie par : $i(t) = 3\sin\left(314t - \frac{\pi}{2}\right)$; t en s et i en A (on prendra $\pi = 3{,}14$).

a) Montrer que la fonction i est périodique de période $T = \frac{2\pi}{314}$, soit $T = 0{,}02$ s.

b) Compléter le tableau de valeurs et de variations de la fonction i du document-annexe page 88.

c) Construire la courbe représentative de i dans un repère orthogonal (voir document annexe) sur l'intervalle $[0 ; 0{,}04]$.

47 ✿✿ Déterminer les nombres réels α et β de l'intervalle $]-\pi ; \pi]$ vérifiant :

$$\begin{cases} \cos\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \sin\alpha = \frac{1}{2} \end{cases} \text{ et } \begin{cases} \cos\beta = -\frac{\sqrt{2}}{2} \\ \sin\beta = -\frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}.$$

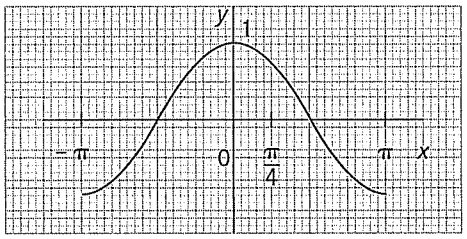
48 ✿✿ Déterminer les nombres réels α et β de l'intervalle $]-\pi ; \pi]$ vérifiant :

$$\begin{cases} \cos\alpha = -1 \\ \sin\alpha = 0 \end{cases} \text{ et } \begin{cases} \cos\beta = 0 \\ \sin\beta = 1 \end{cases}.$$

49 ✿✿

1. Résoudre sur l'intervalle $]-\pi ; \pi]$, l'équation $\cos x = 0{,}5$.

2. On donne, ci-dessous, la représentation graphique de la fonction $x \mapsto \cos x$ sur $[-\pi ; \pi]$.

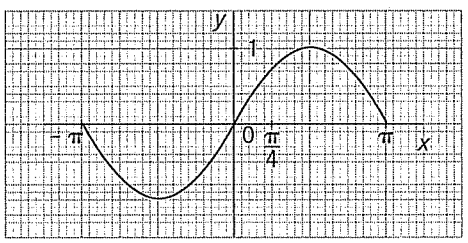


Retrouver, graphiquement, les résultats de la question **1.** en commentant le raisonnement.

50 ✿✿

1. Résoudre sur l'intervalle $]-\pi ; \pi]$, l'équation $\sin x = -0{,}2$.

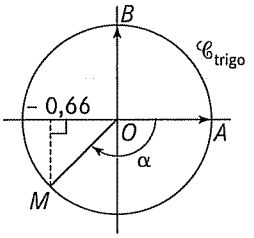
2. On donne, ci-dessous, la représentation graphique de la fonction $x \mapsto \sin x$ sur $[-\pi ; \pi]$.



Retrouver, graphiquement, les résultats de la question **1.** en commentant le raisonnement.

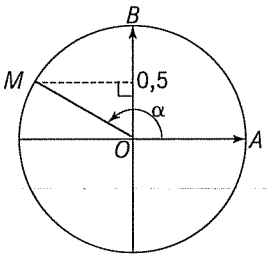
51 ✿✿ On considère la situation décrite ci-dessous sur le cercle trigonométrique où $\alpha = (\overrightarrow{OA} ; \overrightarrow{OM})$.

Déterminer α arrondi à 0,01 rad ($\alpha \in]-\pi ; \pi]$).



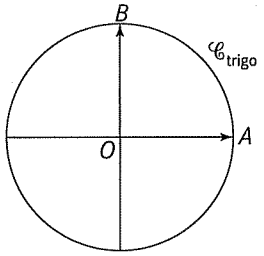
52 ✿✿ On considère la situation décrite ci-dessous sur le cercle trigonométrique où $\alpha = (\overrightarrow{OA} ; \overrightarrow{OM})$.

Déterminer $\cos\alpha$ (résultat arrondi à 0,01).



53 ✿✿

1. Placer sur le cercle trigonométrique le point M tel que : $(\overrightarrow{OA} ; \overrightarrow{OM}) = x$ et $\begin{cases} \cos x = 0{,}6 \\ \sin x = -0{,}8 \end{cases}$.



2. Montrer que la relation $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$ est bien vérifiée.

3. Déterminer la valeur arrondie de x à 0,01 rad.

54 ✿✿ Soit f la fonction définie sur $[-\pi ; \pi]$ par : $f(x) = 2\sin x$.

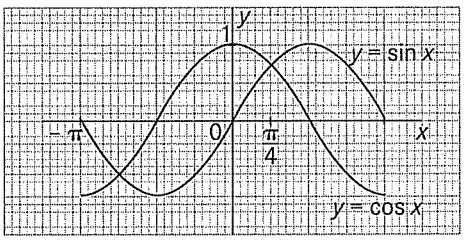
1. Dresser le tableau de variation de f.

2. Construire la courbe représentative de f dans le plan muni d'un repère orthogonal d'unités graphiques : 1 cm pour $\frac{\pi}{4}$ en abscisse ; 2 cm pour 1 unité en ordonnée.

3. Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = 1{,}5$.

4. Retrouver ces résultats par le calcul.

55 ✿✿✿ On donne les représentations graphiques sur $[-\pi ; \pi]$ des fonctions $x \mapsto \cos x$ et $x \mapsto \sin x$.

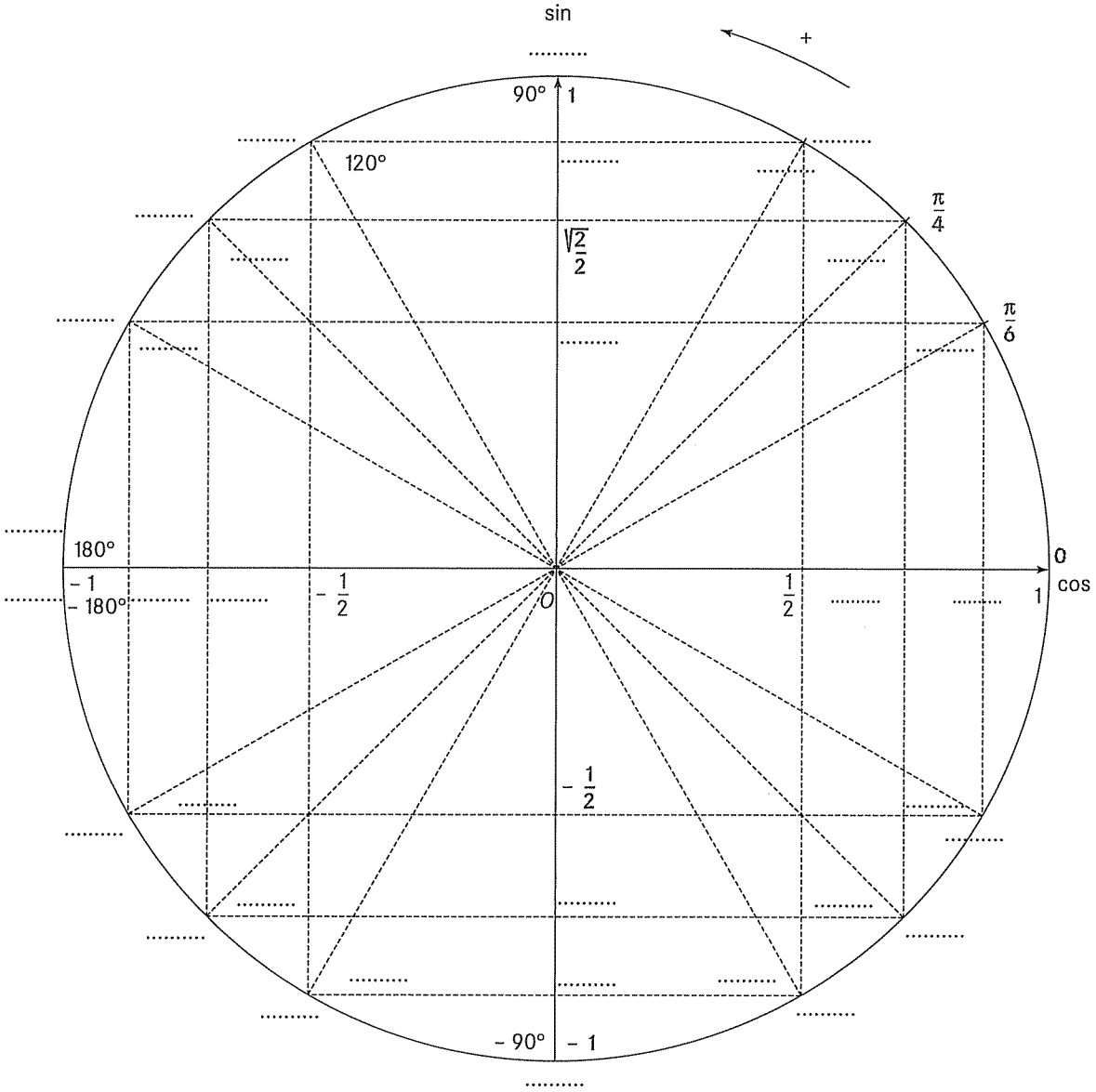


1. Résoudre graphiquement sur $[-\pi ; \pi]$ l'équation $\cos x = \sin x$.

2. Résoudre graphiquement sur $[-\pi ; \pi]$ l'inéquation $\cos x > \sin x$.

3. Résoudre graphiquement sur $[-\pi ; \pi]$ le système : $\begin{cases} \cos x < 0 \\ \sin x > 0 \end{cases}$.

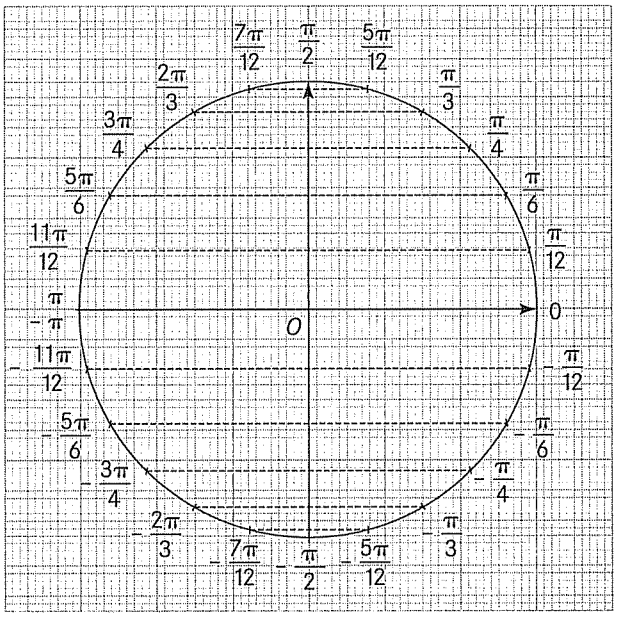
© Nathan/VUEF. La photocopie non autorisée est un délit.

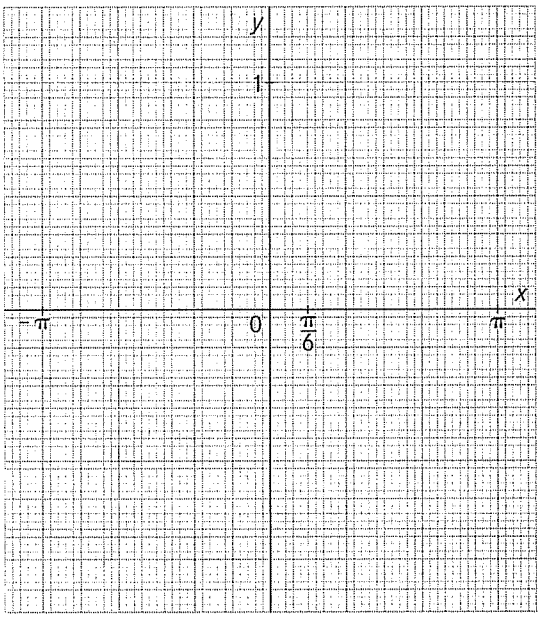


Cercle trigonométrique et valeurs remarquables des cosinus et des sinus.

© Nathan/VUEF. La photocopie non autorisée est un délit.

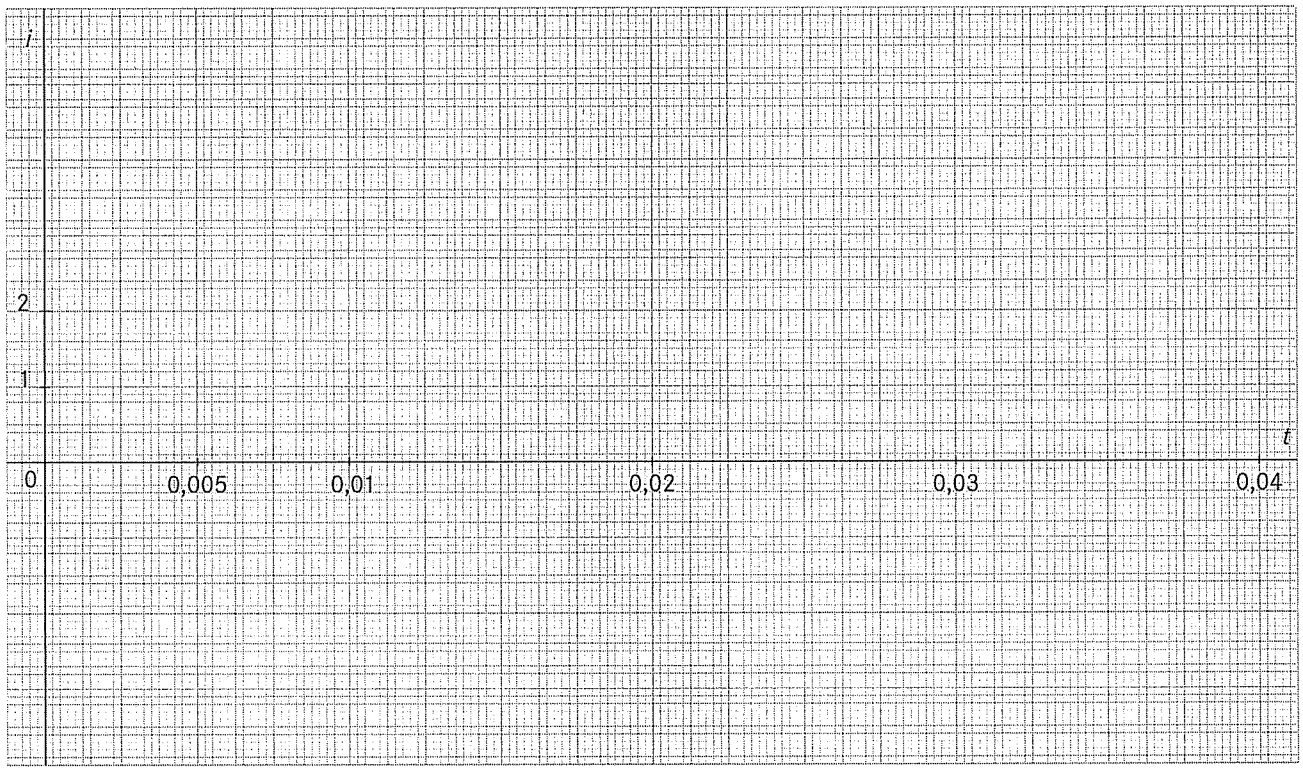
Document-annexe du problème 41





Document-annexe du problème 46

t	0	0,005	0,01	0,015	0,02
$314t-\frac{\pi}{2}$					
$\sin\left(314t-\frac{\pi}{2}\right)$					
$i(t)$					



© Nathan/VUEF. La photocopie non autorisée est un délit.

Géométrie vectorielle plane

9

VOUS ALLEZ APPRENDRE À :

- Construire des vecteurs.
- Additionner et soustraire des vecteurs.
- Utiliser les vecteurs en géométrie.
- Calculer les coordonnées d'un vecteur dans un repère du plan.
- Calculer des longueurs dans un repère orthonormal d'un plan.
- Utiliser les vecteurs en physique.

POUR VOUS AIDER

FICHE MÉTHODE 31 p. 150
Comment construire la somme de deux vecteurs ?

FICHE MÉTHODE 32 p. 150
Comment calculer des longueurs dans un repère orthonormal du plan ?

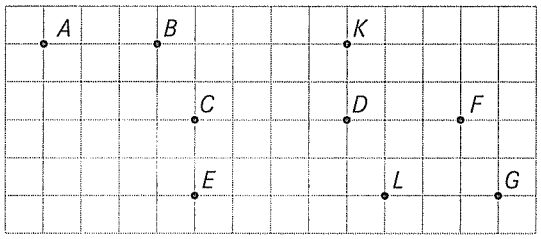
FICHE L'ESSENTIEL p. 167

Exercices d'entraînement

Vecteurs du plan

FICHE MÉTHODE 31

1 On considère les points du plan suivants :

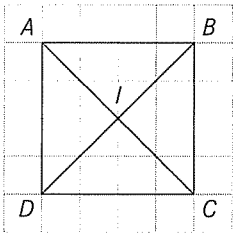


Compléter les égalités :

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{.F}$; $\overrightarrow{B.} = \overrightarrow{FG}$; $\overrightarrow{EC} = \overrightarrow{D.}$;

$\overrightarrow{GF} = -\overrightarrow{B.}$; $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{.G}$; $\overrightarrow{GL} = \overrightarrow{.D}$.

2 *ABCD* est un carré et *I* est le milieu de ses diagonales.



Compléter les égalités :

$\overrightarrow{AB} = \ldots$; $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{I.}$; $2\overrightarrow{AI} = \ldots$;

$\frac{1}{2}\overrightarrow{AC} = \ldots$; $\overrightarrow{BD} = -\ldots$; $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{A.}$;

$\overrightarrow{DC} = -\overrightarrow{C.}$; $2\overrightarrow{DI} = \ldots$; $-\overrightarrow{BD} = \ldots$.

3 Soit *A*, *B*, *C*, *D* et *E*, cinq points distincts. Placer sur le quadrillage les points *I*, *J*, *K*, *L* et *M* tels que :

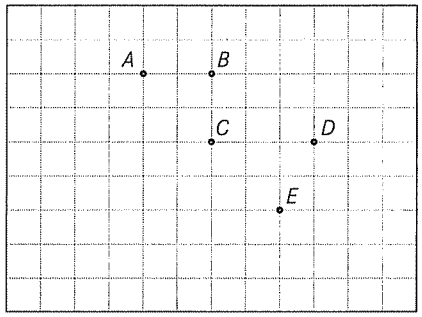
$\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{CD}$;

$\overrightarrow{CJ} = 2\overrightarrow{BC}$;

$\overrightarrow{EK} = -\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$;

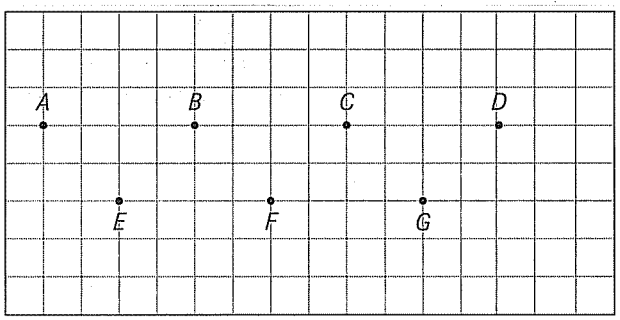
$\overrightarrow{DL} = -\overrightarrow{EC}$;

$\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{DE}$.

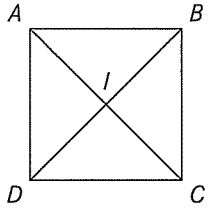


© Nathan/VUEF. La photocopie non autorisée est un délit.

4 Placer sur le quadrillage les points I, J, K, L, M et N tels que : $\overrightarrow{BI} = -\overrightarrow{CG}$; $\overrightarrow{GJ} = 2\overrightarrow{FC}$; $\overrightarrow{GK} = \overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{EL} = \overrightarrow{CG}$; $\overrightarrow{DM} = -\overrightarrow{FB}$; $\overrightarrow{FN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$.

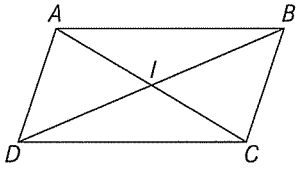


5 $ABCD$ est un carré et I est le milieu de ses diagonales.
Compléter les égalités.



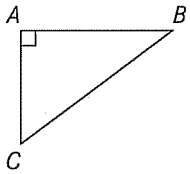
$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \ldots$; $\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{IC} = \ldots$;
$\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DI} = \ldots$; $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \ldots$;
$\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DC} = \ldots$; $\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{DI} = \ldots$;
$\overrightarrow{DI} + \overrightarrow{AI} = \ldots$; $2\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{DA} = \ldots$;
$\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IC} = \ldots$; $\overrightarrow{CI} + \overrightarrow{IA} = \ldots$; $\overrightarrow{BI} + \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{AD} = \ldots$.

6 $ABCD$ est un parallélogramme et I est le milieu de ses diagonales.
Compléter les égalités :



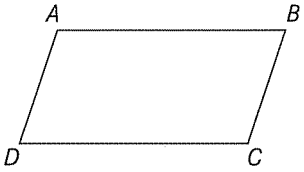
$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \ldots$;
$\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} = \ldots$;
$\overrightarrow{BI} + \overrightarrow{DI} = \ldots$;
$\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DI} = \ldots$; $-\overrightarrow{AD} + 2\overrightarrow{AI} = \ldots$; $\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DI} = \ldots$;
$\overrightarrow{IB} + \overrightarrow{AD} = \ldots$; $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \ldots$; $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC} = \ldots$.

7 ABC est un triangle rectangle en A.



1. Construire ce triangle avec $AB = 4$ cm et $AC = 3$ cm.
2. Construire les points D, E, F, G, H et I tels que :
$\overrightarrow{AD} = -\overrightarrow{AC}$; $\overrightarrow{DE} = \overrightarrow{BC}$;
$\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$; $\overrightarrow{BG} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{AF} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{FH}$;
$\overrightarrow{FI} + \overrightarrow{BA} = \vec{0}$.

8 $ABCD$ est un parallélogramme.



Compléter :
$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \ldots$;
$\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = .\overrightarrow{B}$.

LE SAVIEZ-VOUS ?

Si $\overrightarrow{AB} = \vec{0}$, alors $A = B$.

9 Soit A, B, C et D quatre points du plan tels que $\overrightarrow{DA} = \overrightarrow{CB}$.
Que peut-on en conclure ?

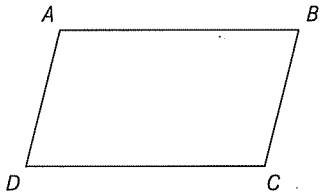
10 Soit A, B et C trois points quelconques du plan.
Construire le point D tel que $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.
Que peut-on en conclure ?

11 Soit A, B, C et D quatre points quelconques du plan. Écrire les sommes suivantes sous la forme d'un seul vecteur.

1. $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{BD}$; **2.** $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AB}$;
3. $\overrightarrow{BD} - \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB}$; **4.** $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DC}$.

12 Soit A, B et C trois points non alignés du plan.
1. Construire le point D tel que $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD}$.
2. Construire le point E tel que $\overrightarrow{CE} + \overrightarrow{CA} = \vec{0}$.
3. En déduire la nature du quadrilatère $CEDB$.

13 $ABCD$ est un parallélogramme.
Déterminer les vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$ tels que :

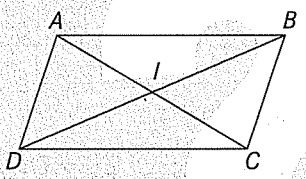


$\vec{u} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DA}$;
$\vec{v} = \overrightarrow{BA} - \overrightarrow{BC}$;
$\vec{w} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}$.

Êtes-vous capable de...

...construire la somme de deux vecteurs ?

$ABCD$ est un parallélogramme de centre I.



1. À quel vecteur est égal le vecteur $\vec{u} = \overrightarrow{AI} + \overrightarrow{CI}$?
❑ $\vec{u} = \vec{0}$ ❑ $\vec{u} = \overrightarrow{AC}$ ❑ $\vec{u} = \overrightarrow{CA}$ ❑ $\vec{u} = 2\overrightarrow{AI}$

2. À quel vecteur est égal le vecteur $\vec{v} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$?
❑ $\vec{v} = \overrightarrow{CA}$ ❑ $\vec{v} = \overrightarrow{AC}$ ❑ $\vec{v} = 2\overrightarrow{AD}$ ❑ $\vec{v} = \overrightarrow{AI}$

3. À quel vecteur est égal le vecteur $\vec{w} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DA}$?
❑ $\vec{w} = \overrightarrow{AB}$ ❑ $\vec{w} = \overrightarrow{AD}$ ❑ $\vec{w} = \overrightarrow{CD}$ ❑ $\vec{w} = \overrightarrow{BD}$

▶ POUR VOUS AIDER : 31 P. 150
▶ RÉPONSE 1 : P. 174

© Nathan/VUEF. La photocopie non autorisée est un délit.

Coordonnées des vecteurs

FICHE MÉTHODE 32

14 Le plan est muni d'un repère orthonormal $(O ; \vec{i}, \vec{j})$.
On donne :
$A(1 ; -3)$, $B(2 ; 4)$ et $C(-2 ; -1)$.

1. Calculer les coordonnées de $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{BC}$.

2. Calculer les coordonnées du milieu des segments $[AB]$, $[AC]$ et $[BC]$.

15 Le plan est muni d'un repère orthonormal $(O ; \vec{i}, \vec{j})$.
On donne :
$A(-1 ; 0)$, $B(2 ; -3)$, $C(0 ; 1)$ et $D(2 ; 3)$.

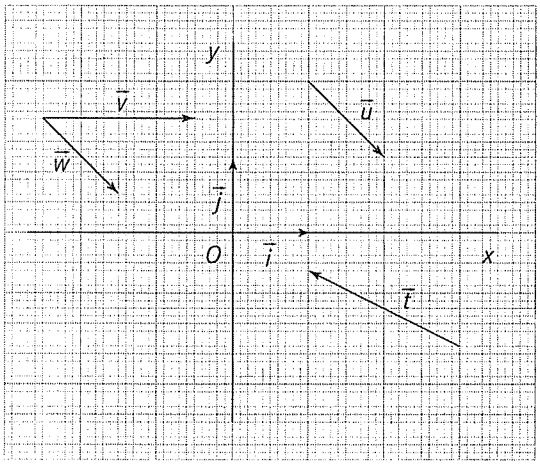
1. Calculer les coordonnées de $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AD}$.

2. Calculer les coordonnées de $\vec{u} = -2\overrightarrow{AB}$.

3. Calculer les coordonnées de $\vec{v} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.

4. Calculer les coordonnées de $\vec{w} = -2\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB}$.

16 Le plan est muni d'un repère orthonormal $(O ; \vec{i}, \vec{j})$.



1. Déterminer les coordonnées de $\vec{u}$, $\vec{v}$, $\vec{w}$ et $\vec{t}$.

2. Déterminer les coordonnées de $\vec{u} + \vec{v}$, $\vec{u} - \vec{v}$, $\vec{v} + \vec{w}$ et $\vec{u} + \vec{w} - 2\vec{v}$.

17 Le plan est muni d'un repère orthonormal $(O ; \vec{i}, \vec{j})$.
On donne :
$A(2 ; -1)$, $B(1 ; 1)$, $C(-2 ; 3)$ et $M(x ; y)$.
Déterminer les coordonnées du point M défini par $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC}$.

18 Le plan est muni d'un repère orthonormal $(O ; \vec{i}, \vec{j})$.
On donne :
$A(3 ; -1)$ et $B(4 ; 5)$.

1. Déterminer les coordonnées du point C tel que $\overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AB}$.

2. Que peut-on dire des points A, B et C ?

19 Le plan est muni d'un repère orthonormal $(O ; \vec{i}, \vec{j})$.
On donne :
$A(-1 ; 3)$, $B(2 ; 2)$ et $C(1 ; -2)$.
Déterminer les coordonnées du point D tel que $ABCD$ soit un parallélogramme.

20 Le plan est muni d'un repère orthonormal $(O ; \vec{i}, \vec{j})$.
On donne :
$A(-1 ; -2)$, $B(0 ; -3)$ et $C(-1 ; 0)$.

1. Déterminer les coordonnées de $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{BC}$.

2. Calculer $\|\overrightarrow{AB}\|$, $\|\overrightarrow{AC}\|$ et $\|\overrightarrow{BC}\|$.

21 Le plan est muni d'un repère orthonormal $(O ; \vec{i}, \vec{j})$.
On donne :
$A(2 ; -1)$, $B(4 ; 2)$ et $C(1 ; -2)$.
Calculer AB, AC et BC.

22 On donne les vecteurs $\vec{u}(1 ; -2)$, $\vec{v}(2 ; -3)$ et $\vec{w}(2 ; 2)$.
Calculer les coordonnées des vecteurs :

a) $\vec{u} + \vec{v}$;

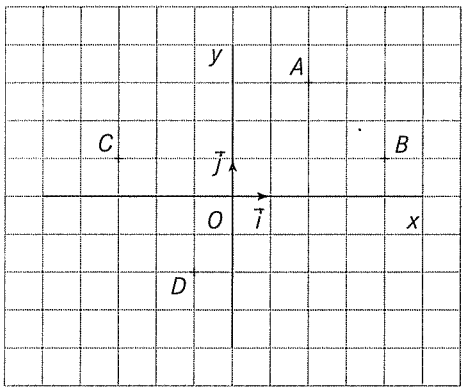
b) $\vec{u} - \vec{v}$;

c) $2\vec{u} + 3\vec{v} - \vec{w}$.

LE SAVIEZ-VOUS ?

Pour appliquer la formule $\|\overrightarrow{AB}\| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$, il est nécessaire que le repère soit ORTHONORMAL.

23 Le plan est muni d'un repère orthonormal.



1. Calculer les coordonnées de $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{DB}$ et $\overrightarrow{CD}$.

2. Calculer AC, DB et CD.

LE SAVIEZ-VOUS ?

Un repère est orthonormal lorsque les vecteurs $\vec{i}$ et $\vec{j}$ sont orthogonaux et que $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 1$.

© Nathan/VUEF. La photocopie non autorisée est un délit.

24 Le plan est muni d'un repère orthonormal $(O ; \vec{i}, \vec{j})$.
On donne : $A(-5 ; 2)$, $B(-1 ; -1)$ et $C(2 ; 3)$.

1. Calculer les coordonnées de $\overrightarrow{AB}$ et de $\overrightarrow{AC}$.

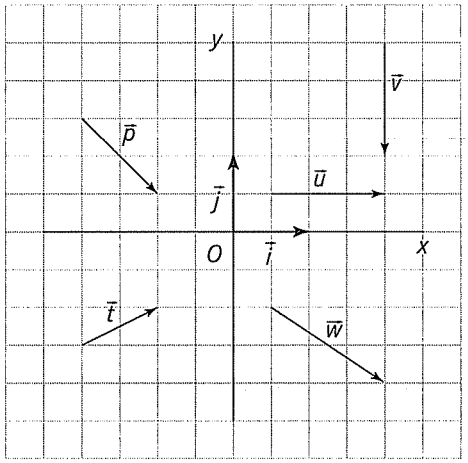
2. Calculer $\|\overrightarrow{AB}\| + \|\overrightarrow{AC}\|$, résultat arrondi à 0,1.

3. Calculer les coordonnées de $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.

4. Calculer $\|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}\|$, résultat arrondi à 0,1.

5. Conclure.

25 Le plan est muni d'un repère orthonormal $(O ; \vec{i}, \vec{j})$.



1. Calculer les coordonnées de $\vec{u}$, $\vec{v}$, $\vec{w}$, $\vec{t}$ et $\vec{p}$.

2. Calculer $\|\vec{u}\|$, $\|\vec{v}\|$, $\|\vec{w}\|$, $\|\vec{t}\|$ et $\|\vec{p}\|$.

3. Calculer les coordonnées de $\vec{u} + \vec{v}$, puis $\|\vec{u} + \vec{v}\|$.

4. Calculer les coordonnées de $\vec{u} + \vec{w}$, puis $\|\vec{u} + \vec{w}\|$.

5. Calculer les coordonnées de $\vec{p} + \vec{t}$, puis $\|\vec{p} + \vec{t}\|$.

26 Le plan est muni d'un repère orthonormal $(O ; \vec{i}, \vec{j})$.
On donne : $A(-1 ; -3)$, $B(-4 ; 3)$ et $C(5 ; 0)$.

1. Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{BC}$.

2. Calculer AB, AC et BC.

3. Le triangle ABC est-il rectangle ? Justifier.

27 Le plan est muni d'un repère orthonormal $(O ; \vec{i}, \vec{j})$.
On donne : $A(-3 ; 0)$ et $B(3 ; \alpha)$.
Déterminer la valeur de α pour que $AB = 10$.

28 Le plan est muni d'un repère orthonormal $(O ; \vec{i}, \vec{j})$.
On donne : $A(1 ; -3)$ et $\vec{u}(1 ; 2)$.
Déterminer les coordonnées du point $M(x ; y)$ tel que $\overrightarrow{AM} = \vec{u}$.

...calculer en utilisant les coordonnées de vecteurs ?

Le plan est muni d'un repère orthonormal.
On donne : $A(2 ; -1)$, $B(0 ; -2)$ et $C(1 ; 3)$.

1. Quelles sont les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AC}$?

❑ $\overrightarrow{AC}(3 ; 2)$ ❑ $\overrightarrow{AC}(-1 ; 2)$
❑ $\overrightarrow{AC}(-1 ; 4)$ ❑ $\overrightarrow{AC}(1 ; 3)$

2. Quelle est la norme du vecteur $\overrightarrow{AC}$?

❑ $\|\overrightarrow{AC}\| = 17$ ❑ $\|\overrightarrow{AC}\| = 5$
❑ $\|\overrightarrow{AC}\| = \sqrt{17}$ ❑ $\|\overrightarrow{AC}\| = \sqrt{5}$

3. Quelles sont les coordonnées du vecteur $\vec{u} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$?

❑ $\vec{u}(3 ; -3)$ ❑ $\vec{u}(-3 ; 3)$
❑ $\vec{u}(1 ; -5)$ ❑ $\vec{u}(-1 ; 5)$

▶ POUR VOUS AIDER : 32 P. 150
▶ RÉPONSE 2 : P. 174

29 Le plan est muni d'un repère orthonormal $(O ; \vec{i}, \vec{j})$.
On donne : $A(2 ; -2)$.
Déterminer les coordonnées du point $M(x ; y)$ tel que $\overrightarrow{AM} = \vec{i} + \vec{j}$.

30 Le plan est muni d'un repère orthonormal $(O ; \vec{i}, \vec{j})$.
On donne : $A(3 ; -1)$ et $B(4 ; 2)$.

1. Déterminer les coordonnées du point M tel que $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \vec{0}$.

2. Que représente le point M pour le segment $[AB]$?

31 Le plan est muni d'un repère orthonormal $(O ; \vec{i}, \vec{j})$.
On donne : $A(0 ; -3)$, $B(2 ; 5)$ et $C(-3 ; 4)$.

1. Déterminer les coordonnées du point G tel que $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$.

2. Que représente le point G pour le triangle ABC ?

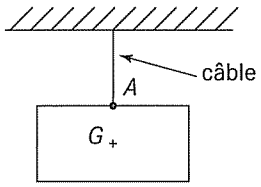
32 Le plan est muni d'un repère orthonormal $(O ; \vec{i}, \vec{j})$.
On donne : $A(2 ; -1)$, $B(0 ; 2)$ et $C(1 ; -1)$.
Le triangle ABC est-il isocèle ? Justifier.

© Nathan/VUEF. La photocopie non autorisée est un délit.

Problèmes

✿ = facile ✿✿ = ça se corse ✿✿✿ = difficile

33 ✿ Une caisse est suspendue au point A par un câble ; son centre de gravité est G.



La caisse en équilibre est soumise à deux forces : son poids $\vec{P}$ et la tension $\vec{T}$ du câble qu'on considère appliquée au point A. La masse de la caisse est de 700 kg.

1. Calculer la valeur du poids de cette caisse (on prendra $g = 10$ N/kg).

2. Compléter le tableau des caractéristiques des forces.

Force	Point d'application	Droite d'action	Sens	Intensité
$\vec{P}$				
$\vec{T}$				

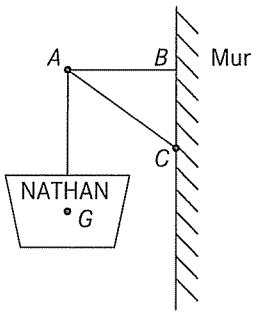
3. Tracer, sur la figure, le vecteur $\vec{P}$ représentant le poids de la caisse et le vecteur $\vec{T}$ représentant la tension du câble (prendre pour échelle 1 cm pour 2 000 N).

34 ✿✿ DOCUMENT-ANNEXE P. 95

On considère le système constitué par une enseigne et sa suspension. L'ensemble est en équilibre. La masse de la suspension est négligeable devant la masse de l'enseigne. La masse de l'enseigne est de 20 kg et le système est soumis à trois actions.

1. Calculer le poids du système (prendre $g = 10$ N/kg).

2. Tracer sur le document-annexe le dynamique des forces agissant sur le système (prendre 1 cm pour 25 N) et compléter le tableau ci-après.



On donne : $F = 350$ N.

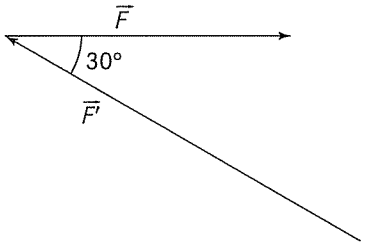
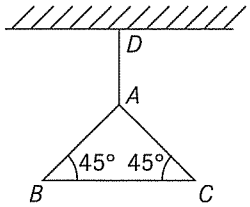


Tableau des caractéristiques des actions agissant sur le système :

Action	Force	Point d'application	Direction	Sens	Intensité
Terre/système	$\vec{P}$				
Mur/AB	$\vec{F}$				350 N
Mur/AC	$\vec{F'}$				

35 ✿✿✿ DOCUMENT-ANNEXE P. 95

Pour le séchage de pièces, on les place sur une tige représentée par $[BC]$ suspendue par des fils représentés par $[AB]$, $[AC]$ et $[AD]$.
La masse de l'ensemble (tige+pièces) est $m = 3{,}68$ kg.
La masse des fils est négligeable.



1. Calculer le poids arrondi à l'unité de l'ensemble (tige + pièces) ; on prendra $g = 9{,}8$ N/kg.

2. La tige est soumise à l'action de trois forces :

- $\vec{P}$: le poids de l'ensemble (tige + pièces) ;
- $\vec{F}_1$: action en B du fil $[AB]$;
- $\vec{F}_2$: action en C du fil $[AC]$.

L'ensemble est en équilibre.
Compléter le dynamique des forces en représentant $\vec{F}_1$ et $\vec{F}_2$ (prendre 1 cm pour 5 N) sur le document-annexe.

3. En utilisant le tracé réalisé, indiquer l'intensité des forces $\vec{F}_1$ et $\vec{F}_2$.

36 ✿✿ DOCUMENT-ANNEXE P. 96

Le plan est rapporté à un repère orthonormal $(O ; \vec{i}, \vec{j})$.
À l'aide du document-annexe :

1. Déterminer les coordonnées des points A, B, C et D.

2. Déterminer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$.

3. Construire le vecteur $\vec{u}$, d'origine C, tel que $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$.

4. Déterminer les coordonnées du vecteur $\vec{v} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}$.

5. Construire le vecteur $\vec{w}$ d'origine O tel que $\vec{w} = \vec{v}$.

© Nathan/VUEF. La photocopie non autorisée est un délit.

6. Calculer AB.

7. Déterminer l'équation de la droite (AB).

8. Construire le vecteur $\vec{t}$ d'origine A tel que $\vec{t} = -\vec{w}$.

37 ✿✿ DOCUMENT-ANNEXE P. 96

Le plan est rapporté à un repère orthonormal $(O\,;\vec{i},\vec{j})$. À l'aide du document-annexe :

1. Déterminer les coordonnées des points A, B et C.

2. Déterminer les coordonnées du point M tel que $\overrightarrow{CM} = -2\overrightarrow{AB}$. Placer M sur la figure.

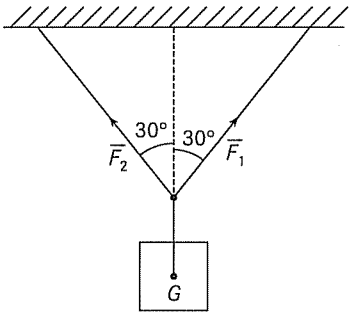
3. Construire le vecteur $\overrightarrow{CM}$.

4. Que peut-on dire des droites (CM) et (AB) ?

5. Déterminer les équations des droites (CM) et (AB).

6. Retrouver le résultat de la question **4.**

38 ✿✿✿ Une charge de 50 kg est suspendue par deux cordes, comme l'indique le schéma ci-dessous. Le solide, soumis à trois forces $\vec{P}$, $\vec{F}_1$ et $\vec{F}_2$ non parallèles, est en équilibre si les trois forces sont coplanaires, concourantes et si leur somme vectorielle est nulle.



1. Déterminer graphiquement, sur papier millimétré, à l'aide du dynamique des forces, la valeur des forces $\vec{F}_1$ et $\vec{F}_2$ (prendre pour échelle 1 cm pour 50 N et $g = 10$ N/kg).

2. Retrouver ce résultat par le calcul.

39 ✿✿ Le plan est muni d'un repère orthonormal $(O\,;\vec{i},\vec{j})$.
On donne : $A(-1\,;2)$ et $\vec{u}(1\,;-2)$.

1. Construire le vecteur $\vec{v}$ d'origine A tel que $\vec{v} = \vec{u}$.

2. Déterminer les coordonnées du point B tel que $\overrightarrow{AB} = \vec{v}$.

3. Déterminer l'équation de la droite (AB).

40 ✿✿ Le plan est muni d'un repère orthonormal $(O\,;\vec{i},\vec{j})$.
On donne : $\vec{u}(-2\,;3)$, $\vec{v}(3\,;1)$ et $\vec{w}(\alpha\,;\beta)$.

1. Déterminer α et β tels que $\vec{u} + \vec{v} + \vec{w} = \vec{0}$.

2. Illustrer graphiquement cette situation.

41 ✿✿ Dans le plan muni d'un repère orthonormal $(O\,;\vec{i},\vec{j})$, on considère les points $A(1\,;1)$, $B(-2\,;-1)$ et $C(3\,;-2)$.

1. Placer les points A, B et C sur une figure.

2. Montrer que le triangle ABC est isocèle rectangle.

42 ✿✿✿ Soit les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ tels que $AB = 6$ cm, $AC = 4$ cm et $\widehat{BAC} = 56°$.

1. Faire un dessin.

2. Construire le vecteur $\overrightarrow{AD}$ tel que $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.

3. Déterminer la mesure en degrés de l'angle $\widehat{ACD}$.

4. Calculer AD arrondie à 0,1.

5. Déterminer la mesure en degrés de l'angle $\widehat{CAD}$.

43 ✿✿✿ Le plan est muni d'un repère orthonormal $(O\,;\vec{i},\vec{j})$ d'unité graphique 1 cm.

1. Placer les points $A(2\,;2)$, $B(7\,;3)$, $C(8\,;8)$ et $D(3\,;7)$.

2. Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DC}$. En déduire la nature du quadrilatère $ABCD$.

3. Calculer AD et AB.
En déduire la nature du quadrilatère $ABCD$.

4. Déterminer les coordonnées du centre I du quadrilatère $ABCD$.

5. Construire les points E et F tels que $\overrightarrow{CE} = 2\overrightarrow{CD}$ et $\overrightarrow{IE} + \overrightarrow{IF} = \vec{0}$.

6. Calculer les coordonnées des points E et F.

7. Déterminer la nature du quadrilatère $AFCE$.

44 ✿✿ On considère un triangle ABC isocèle en A.

1. Construire les points M, N et P tels que :

$\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AC} + 2\overrightarrow{BC}$ (1)

$\overrightarrow{BN} = \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AB}$ (2)

$\overrightarrow{AP} = 3\overrightarrow{BC}$ (3)

2. À partir de l'égalité (2), montrer que l'on a : $\overrightarrow{AN} = \overrightarrow{BC}$.
En déduire la nature du quadrilatère $ABCN$.

3. À partir de l'égalité (3), montrer que l'on a : $\overrightarrow{NP} = \overrightarrow{CM}$.
Déterminer la nature du quadrilatère $CMPN$.

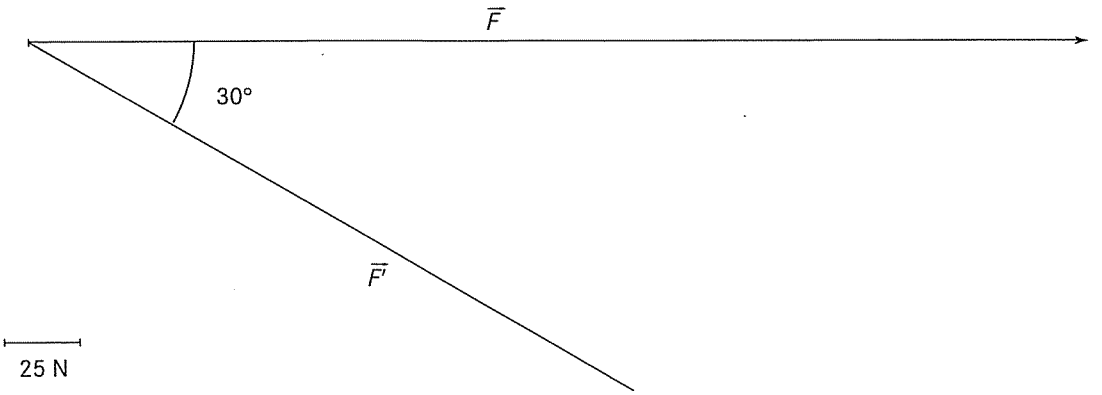
45 ✿✿ Le plan est muni d'un repère orthonormal $(O\,;\vec{i},\vec{j})$ d'unité graphique 1 cm.
On donne : $A(1\,;3)$, $B(2\,;2)$, $C(3\,;-4)$.

1. Déterminer les coordonnées du point D pour que le quadrilatère $ACBD$ soit un parallélogramme.

2. Calculer le périmètre du parallélogramme $ACBD$ arrondi à 0,1.

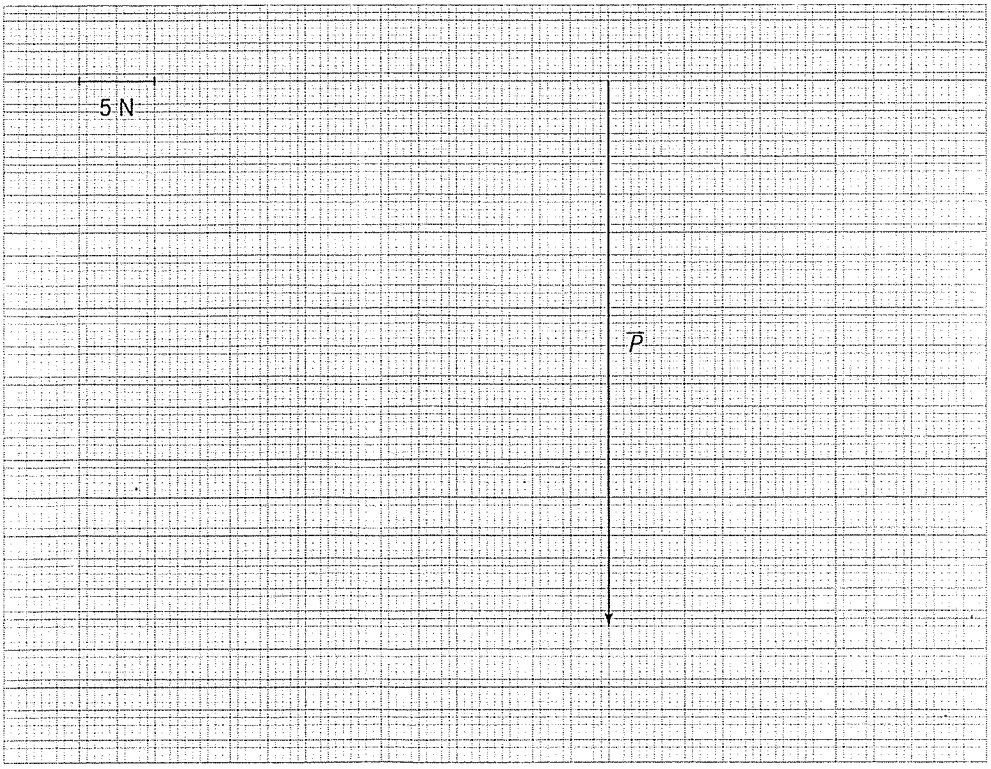
© Nathan/VUEF. La photocopie non autorisée est un délit.

Document-annexe du problème 34



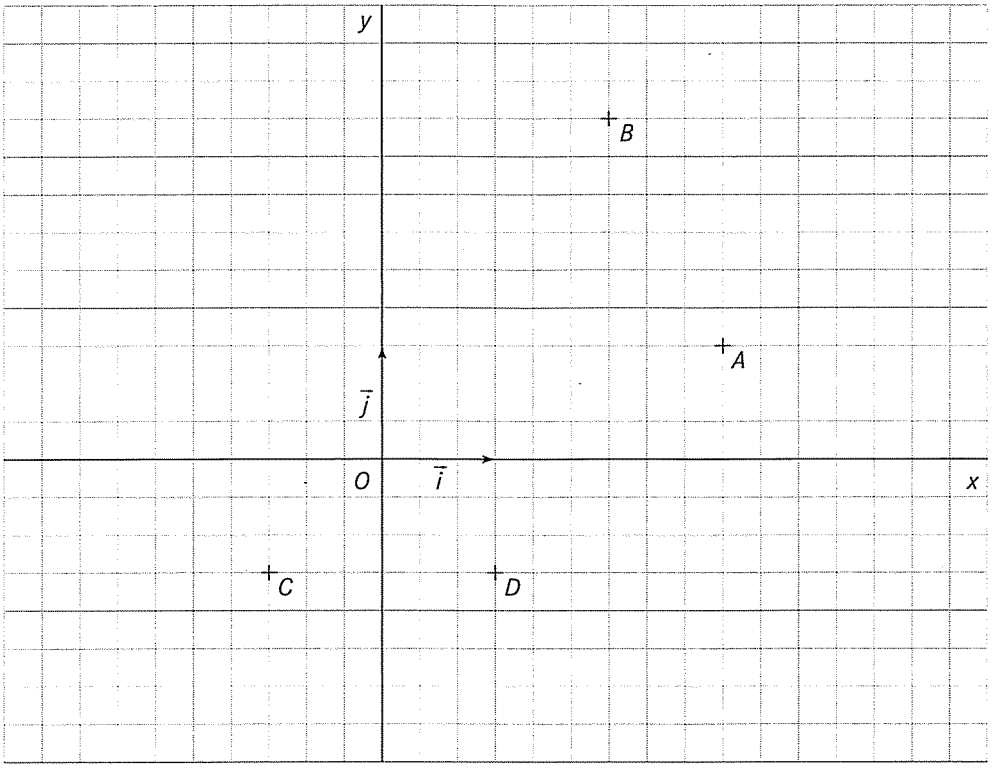
Action	Force	Point d'application	Direction	Sens	Intensité
Terre/système	$\vec{P}$				
Mur/*AB*	$\vec{F}$				350 N
Mur/*AC*	$\vec{F'}$				

Document-annexe du problème 35

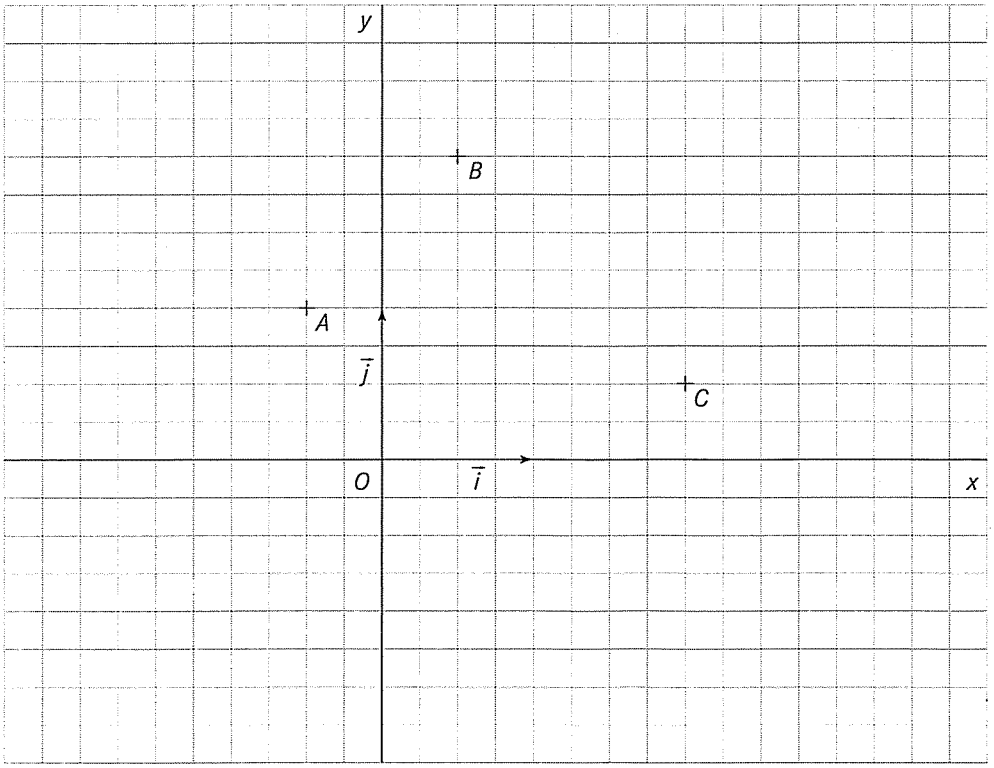


© Nathan/VUEF. La photocopie non autorisée est un délit.

Document-annexe du problème 36



Document-annexe du problème 37



© Nathan/VUEF. La photocopie non autorisée est un délit.

Géométrie dans l'espace

10

VOUS ALLEZ APPRENDRE À :

- Voir dans l'espace.
- Dessiner dans l'espace.
- Calculer dans l'espace.
- Déterminer les positions relatives de droites et de plans de l'espace.
- Décrire des solides usuels à l'aide de projections orthogonales, de sections planes et de développements.

POUR VOUS AIDER

FICHE MÉTHODE 33 p. 151
Comment calculer dans l'espace ?

FICHE MÉTHODE 34 p. 151
Comment déterminer les positions relatives de droites et de plans ?

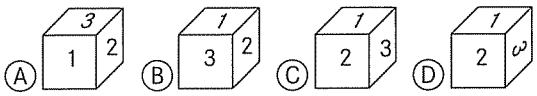
FICHE L'ESSENTIEL p. 168

Exercices d'entraînement

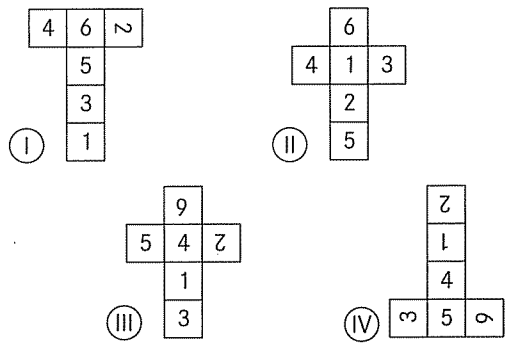
Voir, dessiner et calculer dans l'espace

FICHE MÉTHODE 33

1 On donne les vues en perspective cavalière de 4 cubes.



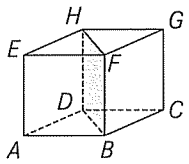
On donne les patrons de ces cubes. Associer à chaque cube son patron.



2 *ABCDEFGH* est un cube d'arête 5 cm.

1. Quelle est la nature du quadrilatère *BDHF* ?

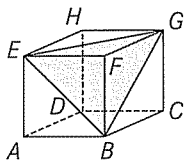
2. Déterminer ses dimensions.



3 *ABCDEFGH* est un cube d'arête 6 cm.

1. Quelle est la nature du triangle *EGB* ?

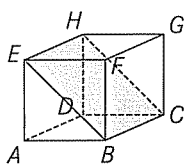
2. Déterminer ses dimensions.



4 *ABCDEFGH* est un cube d'arête 10 cm.

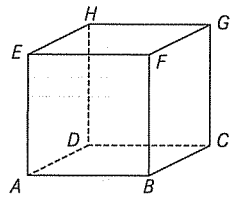
1. Quelle est la nature du quadrilatère *EBCH* ?

2. Calculer son aire.



© Nathan/VUEF. La photocopie non autorisée est un délit.

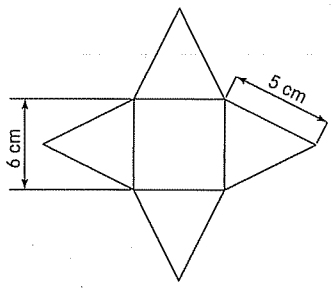
5 *ABCDEFGH* est un cube d'arête 10 cm.



1. Calculer la longueur *HB*.

2. Calculer l'aire du quadrilatère *HFBD*.

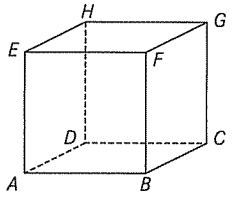
6 Le dessin ci-dessous représente le développement d'une pyramide régulière à base carrée.



1. Dessiner la pyramide en perspective cavalière.

2. Calculer le volume de la pyramide (résultat arrondi à 0,1).

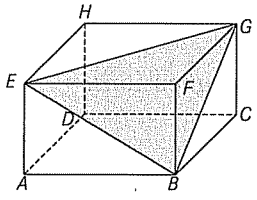
7 *ABCDEFGH* est un cube d'arête 12 cm.



1. Quelle est la nature du triangle *ACG* ?

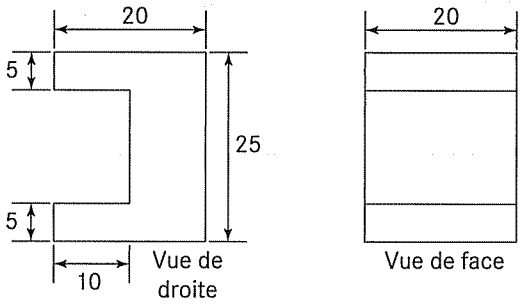
2. Calculer l'aire du triangle *ACG*.

8 *ABCDEFGH* est un parallélépipède rectangle tel que $AB = BC = 10$ cm et $AE = 6$ cm.



Calculer le périmètre du triangle *GBE* arrondi à 0,1.

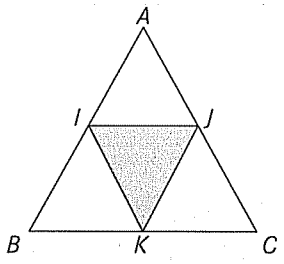
9 On donne, ci-après, la vue de droite et la vue de face d'une pièce en bois (cotes en mm).



1. Dessiner cet objet en perspective cavalière.

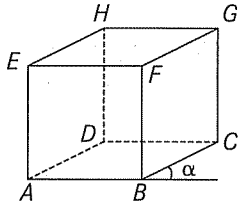
2. Calculer le volume de l'objet en cm^3.

10 On donne ci-dessous le développement d'un tétraèdre de base (*IJK*).



$BC = 10$ cm.
ABC est un triangle équilatéral.
I, *J* et *K* sont les milieux des côtés du triangle *ABC*.
Calculer l'aire de la base du tétraèdre (résultat arrondi à 0,01).

11 On considère un cube *ABCDEFGH* d'arête 5 cm.



1. Dessiner ce cube en vraie grandeur, en prenant comme angle de fuite $\alpha = 30°$ et comme coefficient de réduction 0,5 (c'est-à-dire $\frac{BC}{AB} = 0{,}5$).

2. Placer sur cette perspective cavalière le point *I* de [*AB*] tel que $AI = 2$ cm.

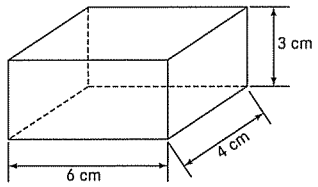
3. Soit le point *J* du segment [*AD*] tel que (*IJ*) // (*DB*). Dessiner le triangle *AIJ* en vraie grandeur.

LE SAVIEZ-VOUS ?

Les parallèles fuyantes ne sont pas représentées en vraie grandeur, on leur applique un coefficient de réduction.

© Nathan/VUEF. La photocopie non autorisée est un délit.

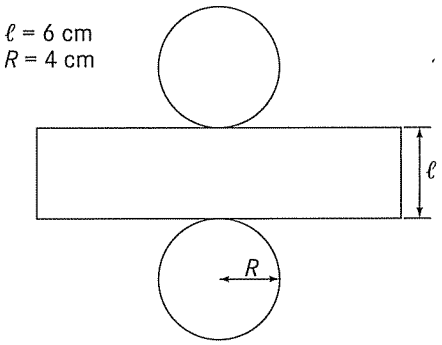
12



1. Dessiner le développement de ce parallélépipède rectangle en vraie grandeur.

2. Calculer son volume.

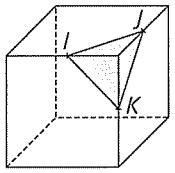
13 On donne le développement d'un cylindre.



Calculer, arrondi à l'unité, le volume de ce cylindre.

14 On considère le cube ci-après où I, J et K sont les milieux des arêtes.

On enlève à ce cube le tétraèdre grisé.



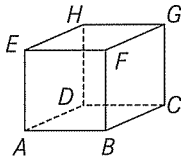
Dessiner le développement du cube tronqué.

Droites et plans de l'espace

FICHE MÉTHODE 34

15 $ABCDEFGH$ est un cube.

Répondre aux questions suivantes en justifiant la réponse.



1. Les droites (HG) et (AB) sont-elles parallèles ?

2. Les droites (HD) et (FB) sont-elles parallèles ?

3. Les droites (EF) et (CG) sont-elles parallèles ?

4. Les droites (AB) et (CG) sont-elles orthogonales ?

5. Les droites (EG) et (DB) sont-elles orthogonales ?

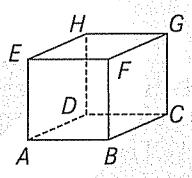
6. Les droites (FC) et (ED) sont-elles orthogonales ?

7. Les droites (DB) et (BF) sont-elles orthogonales ?

Et vous serez capable de...

...calculer dans l'espace ?

$ABCDEFGH$ est un cube d'arête 6 cm.



1. Quelle est la nature du triangle HFG ?

- ❑ triangle équilatéral
- ❑ triangle rectangle non isocèle
- ❑ triangle isocèle non rectangle
- ❑ triangle rectangle et isocèle

2. Quelle est la nature du quadrilatère $EGCA$?

- ❑ parallélogramme
- ❑ carré
- ❑ rectangle
- ❑ trapèze

3. Quelle est la mesure du segment $[HF]$?

- ❑ $HF = 6$ cm
- ❑ $HF = 12$ cm
- ❑ $HF = 6\sqrt{2}$ cm
- ❑ $HF = 2\sqrt{6}$ cm

4. Quelle est l'aire $\mathcal{A}$ du quadrilatère $EGCA$?

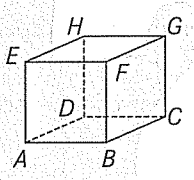
- ❑ $\mathcal{A} = 36$ cm^2
- ❑ $\mathcal{A} = 36\sqrt{2}$ cm^2
- ❑ $\mathcal{A} = 6\sqrt{2}$ cm^2
- ❑ $\mathcal{A} = 72$ cm^2

▶ POUR VOUS AIDER : 33 P. 151
▶ RÉPONSE 1 : P. 174

Et vous serez capable de...

...déterminer les positions relatives de droites et de plans ?

On considère le cube $ABCDEFGH$.



1. Les droites (EF) et (GC) sont-elles sécantes ?

- ❑ oui
- ❑ non

2. Les droites (AD) et (FG) sont-elles parallèles ?

- ❑ oui
- ❑ non

3. Les droites (EH) et (GC) sont-elles parallèles ?

- ❑ oui
- ❑ non

4. La droite (AE) est-elle perpendiculaire au plan (HFG) ?

- ❑ oui
- ❑ non

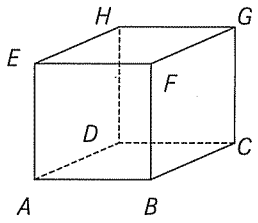
5. Les plans (AEH) et (HCG) sont-ils parallèles ?

- ❑ oui
- ❑ non

▶ POUR VOUS AIDER : 34 P. 151
▶ RÉPONSE 2 : P. 174

© Nathan/VUEF. La photocopie non autorisée est un délit.

16 *ABCDEFGH* est un cube.



Répondre aux questions suivantes en justifiant la réponse.

1. La droite (AE) est-elle parallèle au plan (DHC) ?

2. La droite (AB) est-elle parallèle au plan (CBF) ?

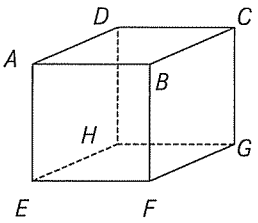
3. La droite (DB) est-elle parallèle au plan (EFG) ?

4. La droite (DF) est-elle parallèle au plan (HDC) ?

5. La droite (HF) est-elle parallèle au plan (DAB) ?

6. La droite (HG) est-elle parallèle au plan (DBA) ?

17 *ABCDEFGH* est un cube.



Répondre aux questions suivantes en justifiant les réponses.

1. La droite (AB) est-elle perpendiculaire au plan (BCG) ?

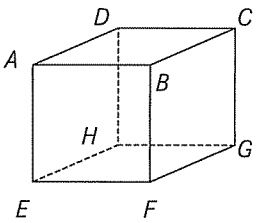
2. La droite (FG) est-elle perpendiculaire au plan (DHG) ?

3. La droite (DE) est-elle perpendiculaire au plan (EFG) ?

4. La droite (HF) est-elle perpendiculaire au plan (AHD) ?

5. La droite (DH) est-elle perpendiculaire au plan (ABC) ?

18 *ABCDEFGH* est un cube.



Répondre aux questions suivantes en justifiant les réponses.

1. Les plans (ABF) et (CHG) sont-ils parallèles ?

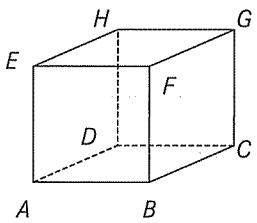
2. Les plans (ABE) et (AHD) sont-ils parallèles ?

3. Les plans (EFH) et (AEH) sont-ils parallèles ?

4. Les plans (AEC) et (BFG) sont-ils parallèles ?

5. Les plans (ABC) et (HEF) sont-ils parallèles ?

19 *ABCDEFGH* est un cube.



Répondre aux questions suivantes en justifiant les réponses.

1. Déterminer la droite d'intersection des plans (AEH) et (HBF).

2. Déterminer la nature du triangle CED.

3. Les droites (DF) et (EG) sont-elles orthogonales ?

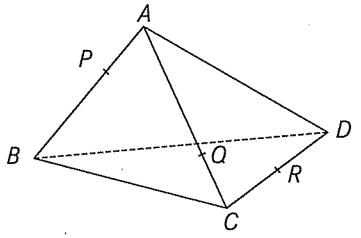
4. Les droites (DF) et (BG) sont-elles orthogonales ?

5. Les droites (BD) et (EG) sont-elles orthogonales ?

LE SAVIEZ-VOUS ?

On utilise l'adjectif perpendiculaire quand les droites sont orthogonales et sécantes, donc coplanaires. Par exemple : dans le cube de l'exercice 17, (AE) et (AB) sont perpendiculaires, (AB) et (GC) sont orthogonales.

20 On considère le tétraèdre $ABCD$.
P, Q et R sont trois points appartenant respectivement aux arêtes $[AB]$, $[AC]$ et $[CD]$ tels que (PQ) et (BC) ne soient pas parallèles.



1. Reproduire la figure.

2. Montrer que les droites (PQ) et (BC) sont sécantes en un point M.

Placer M sur la figure.

3. Déterminer l'intersection des plans (PQR) et (BCD).

4. Placer le point J, intersection des droites (MR) et (BD).

5. Déterminer l'intersection des plans (PQR) et (ABD).

6. Colorier l'intersection du tétraèdre avec le plan (PQR).

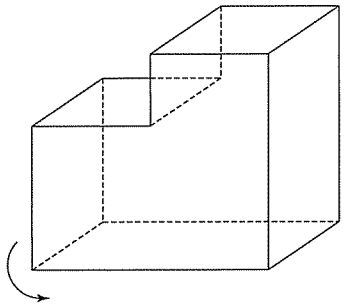
© Nathan/VUEF. La photocopie non autorisée est un délit.

Problèmes

✿ = facile ✿✿ = ça se corse ✿✿✿ = difficile

21 ✿ DOCUMENT-ANNEXE P. 103

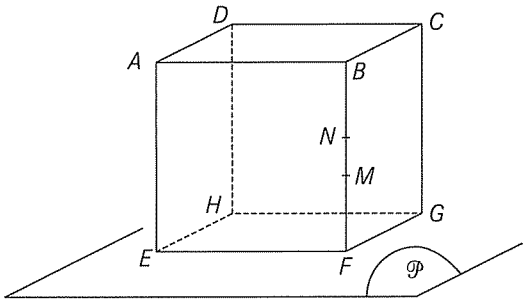
Un cube tronqué est dessiné en perspective cavalière.



Ce cube est tourné d'un quart de tour vers la droite. Dessiner, dans cette nouvelle position sur le document-annexe, le cube en perspective cavalière.

22 ✿ DOCUMENT-ANNEXE P. 103

Le cube ci-dessous est posé sur un plan $\mathcal{P}$.



Soit M et N deux points de $[BF]$.

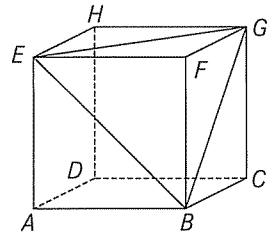
1. Les droites (CM) et (GF) sont-elles sécantes ?

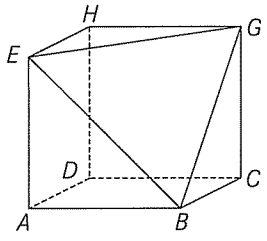
2. Construire sur le document-annexe, le point d'intersection I des droites (CM) et (GF).

3. Que représente I par rapport au plan $\mathcal{P}$?

4. Déterminer le point où la droite (AN) perce le plan $\mathcal{P}$.

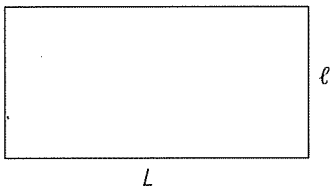
23 ✿✿ $ABCDEFGH$ est un cube d'arête 4 cm.



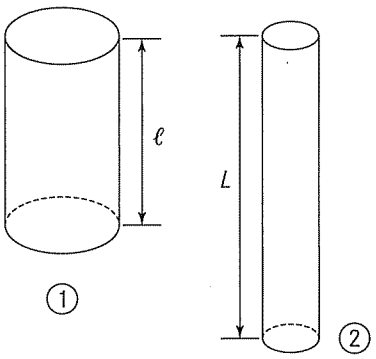


Calculer le volume V (en cm^3) du solide $ABCDEGH$ obtenu en enlevant au cube le tétraèdre $BEFG$.

24 ✿✿✿ Une entreprise fabrique des cylindres à partir de feuilles d'aluminium rectangulaires de dimensions $L = 2{,}2$ m et $\ell = 1{,}5$ m.



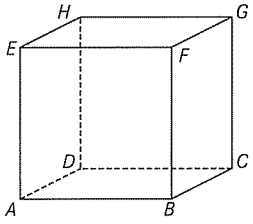
Suivant la commande, on peut obtenir deux cylindres différents.



Comparer les volumes des cylindres ① et ② (prendre $\pi = 3{,}14$ et arrondir les résultats au dm^3).

25 ✿✿ DOCUMENT-ANNEXE P. 104

$ABCDEFGH$ est un cube d'arête 6 cm.



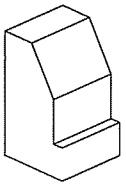
1. Déterminer la section du cube avec le plan (EHC).

2. Cette section met en évidence deux solides. Dessiner en perspective cavalière sur le document-annexe, le solide contenant le point D.

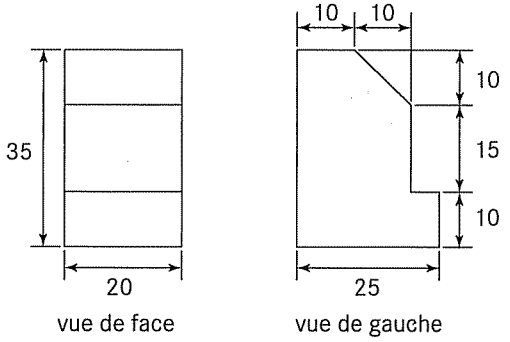
3. Calculer l'aire de la section plane définie à la question **1.** puis le volume du solide déterminé à la question **2.**

© Nathan/VUEF. La photocopie non autorisée est un délit.

26 ✿✿ On considère la pièce ci-dessous usinée par une machine.

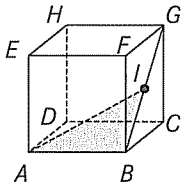


On donne la vue de face et la vue de gauche de cette pièce (les cotes sont en mm) :



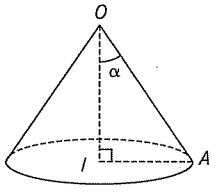
Calculer son volume en cm^3.

27 ✿✿ DOCUMENT-ANNEXE P. 104



On considère le cube, figure p. 104, dessiné en vraie grandeur.
À l'aide d'un compas et sans utiliser les graduations de la règle, dessiner en vraie grandeur, le triangle ABI où I est le milieu de $[BG]$.

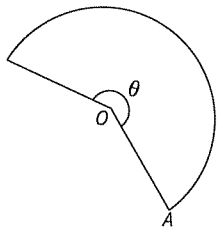
28 ✿✿✿ On considère le cône ci-dessous.
On donne :
$OI = 4$ cm et $IA = 3$ cm.



1. Calculer OA.

2. En déduire la mesure, en degrés, de l'angle α, arrondie à 0,1.

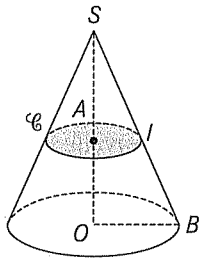
3. La figure ci-dessous représente le développement de la surface latérale du cône.



a) Calculer θ, sachant que $\theta = 360 \times \sin \alpha$ (θ et α sont en degrés).

b) En déduire l'aire de cette surface latérale (prendre $\pi = 3{,}14$).

29 ✿✿✿ On considère le cône dessiné en perspective cavalière.
Soit S son sommet, B un point de la base du cône appartenant au bord du cône et O le centre de la base.



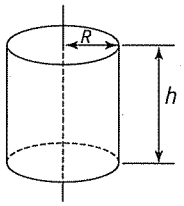
On donne $OB = 2$ cm et $SO = 4$ cm.
Soit A un point du segment $[SO]$ tel que $SA = 2{,}5$ cm.
On a représenté sur la perspective cavalière le cercle $\mathscr{C}$ de centre A, section du cône par le plan horizontal passant par A.
Soit I le point de $[SB]$ tel que AI soit le rayon de ce cercle.

1. Représenter la section du cône par le plan vertical contenant les points S, O et B.

2. Calculer AI.

3. Calculer l'aire du cercle $\mathscr{C}$ (prendre $\pi = 3{,}14$).

30 ✿✿ On considère le cylindre ci-dessous tel que $R = 10$ cm et $h = 20$ cm (on prendra $\pi = 3{,}14$).



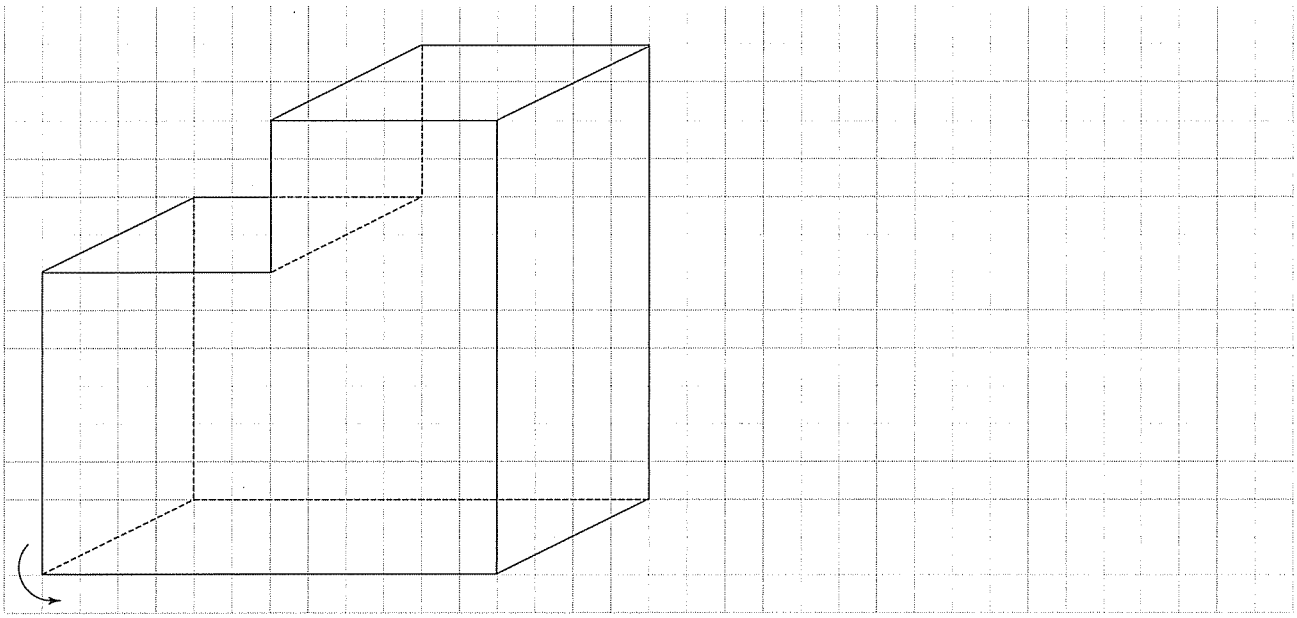
1. Calculer le volume du cylindre.

2. Dessiner le développement de la surface latérale du cylindre à l'échelle $\frac{1}{4}$.

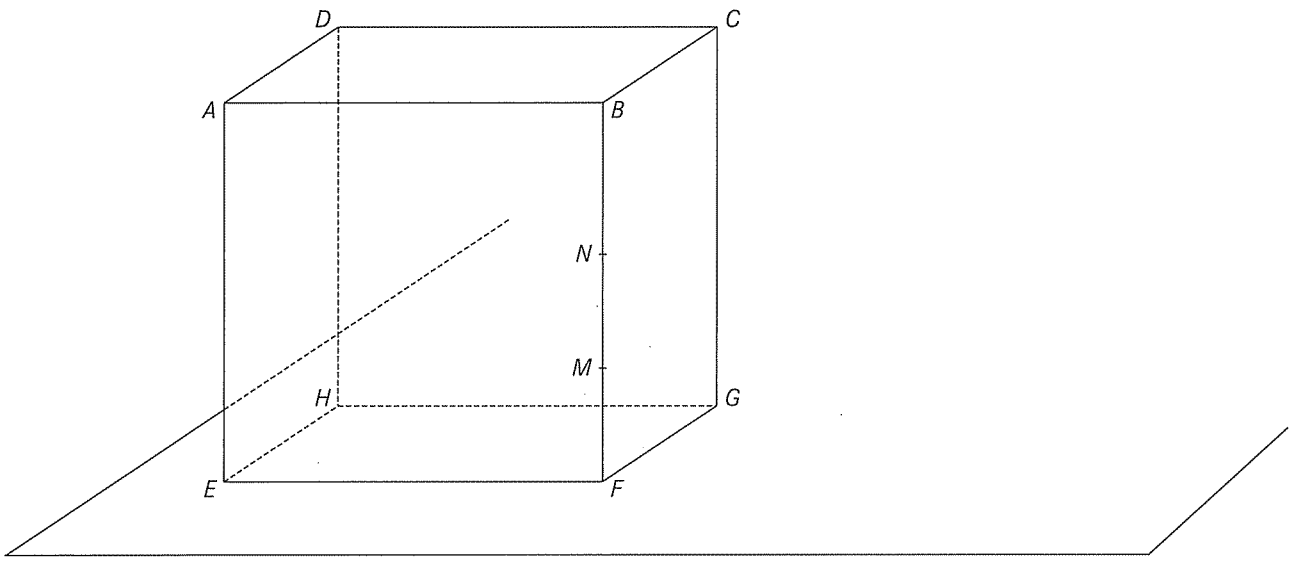
3. Calculer l'aire de ce développement.

© Nathan/VUEF. La photocopie non autorisée est un délit.

Document-annexe du problème 21

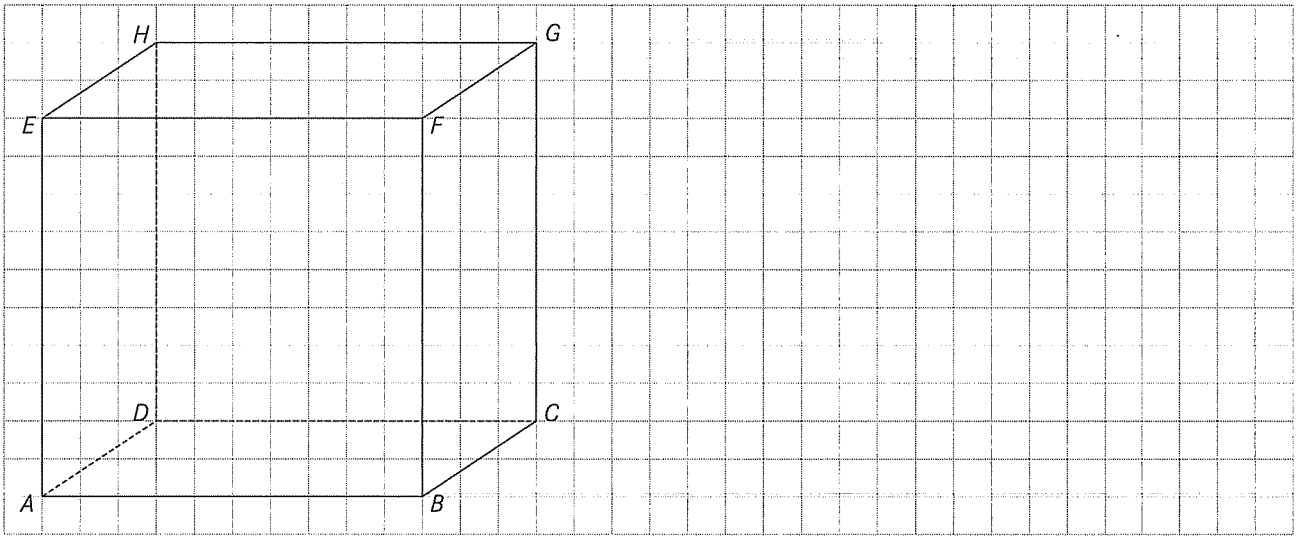


Document-annexe du problème 22

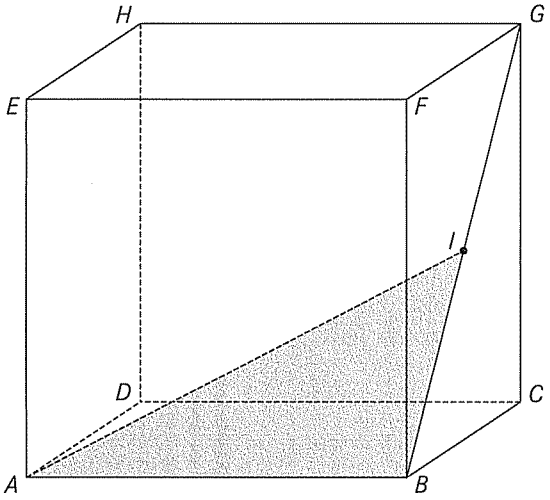


© Nathan/VUEF. La photocopie non autorisée est un délit.

Document-annexe du problème 25



Document-annexe du problème 27



© Nathan/VUEF. La photocopie non autorisée est un délit.

Suites arithmétiques et géométriques

11

VOUS ALLEZ APPRENDRE À :

- Reconnaître une suite arithmétique ou géométrique.
- Calculer le terme de rang n d'une suite arithmétique ou géométrique.

POUR VOUS AIDER

FICHE MÉTHODE 35 p. 152
Comment calculer des termes d'une suite arithmétique ?

FICHE MÉTHODE 36 p. 152
Comment reconnaître qu'une suite de nombres est arithmétique et calculer le terme de rang n ?

FICHE MÉTHODE 37 p. 153
Comment calculer des termes d'une suite géométrique ?

FICHE MÉTHODE 38 p. 153
Comment reconnaître qu'une suite de nombres est géométrique et calculer le terme de rang n ?

FICHE L'ESSENTIEL p. 169

Exercices d'entraînement

Termes et raison d'une suite arithmétique

FICHE MÉTHODE 35

1 Calculer :

a) les 4 premiers termes de la suite arithmétique (U_n) de 1er terme $u_1 = 1$ et de raison 2 ;

b) les 5 premiers termes de la suite arithmétique (U_n) de 1er terme $u_1 = 3$ et de raison $\frac{1}{2}$;

c) les 4 premiers termes de la suite arithmétique (U_n) de 1er terme $u_1 = -3$ et de raison 3 ;

d) les 4 premiers termes de la suite arithmétique (U_n) de 1er terme $u_1 = -\frac{1}{2}$ et de raison 1 ;

e) les 4 premiers termes de la suite arithmétique (U_n) de 1er terme $u_1 = -5$ et de raison -2 ;

f) les 6 premiers termes de la suite arithmétique (U_n) de 1er terme $u_1 = 0$ et de raison -4 .

© Nathan/VUEF. La photocopie non autorisée est un délit.

LE SAVIEZ-VOUS ?

On utilise la formule $u_{n+1} = u_n + r$ pour calculer les termes consécutifs d'une suite arithmétique.

2 Calculer le 3e terme de la suite arithmétique (U_n) de 1er terme $u_1 = 4$ et de raison -6.

3 Calculer le 4e terme de la suite arithmétique (U_n) de 1er terme $u_1 = -2$ et de raison -2.

4 On considère la suite arithmétique (U_n) de 12e terme $u_{12} = 3$ et de raison 1.
En utilisant la formule $u_{n+1} - u_n = r$, calculer u_{11}.

5 On considère la suite arithmétique (U_n) de 25e terme $u_{25} = 42$ et de raison -5. Calculer u_{26}.

6 On considère la suite arithmétique (U_n) de 60e terme $u_{60} = 16$ et de raison $-\frac{1}{2}$. Calculer u_{61}.

7 On considère la suite arithmétique (U_n) de 42e terme $u_{42} = 68$ et de raison 2. Calculer u_{41}.

8 On considère la suite arithmétique (U_n) de 1er terme u_1 et de raison r. Calculer r si :

a) $u_1 = -10$ et $u_2 = -1$; **b)** $u_1 = 5$ et $u_2 = 3$;

c) $u_2 = 8$ et $u_3 = 7$; **d)** $u_3 = 5$ et $u_4 = -6$.

9 On considère la suite arithmétique (U_n) de 1er terme $u_1 = 5$ et de raison $r = 4$. Calculer :

a) u_{28} ; **b)** u_{45}.

10 On considère la suite arithmétique (U_n) de 1er terme $u_1 = -3$ et de raison $r = -5$. Calculer :

a) u_{34} ; **b)** u_{67}.

Et si vous vous entraîniez à...

...calculer des termes d'une suite arithmétique ?

Soit la suite arithmétique (U_n) de 1er terme $u_1 = -2$ et de raison -6.

1. Quel est le 3e terme de la suite ?

❑ -2 ❑ -8 ❑ -14

2. Quel est le 20e terme de la suite ?

❑ -110 ❑ -116 ❑ -122

▶ POUR VOUS AIDER : 35 P. 152
▶ RÉPONSE 1 : P. 174

11 On considère la suite arithmétique (U_n) de 1er terme $u_1 = \frac{1}{2}$ et de raison $r = -1$. Calculer :

a) u_8 ; **b)** u_{17}.

12 On considère la suite arithmétique (U_n) de 1er terme u_1 et de raison r. Calculer u_1 si :

a) $u_{12} = 6$ et $r = 3$; **b)** $u_{27} = 48$ et $r = -2$;

c) $u_{39} = -12$ et $r = \frac{1}{2}$; **d)** $u_{58} = -60$ et $r = -\frac{1}{3}$.

13 On considère la suite arithmétique (U_n) de 1er terme u_1 et de raison r. Calculer, pour chaque cas, r :

a) $u_1 = 3$ et $u_{20} = 79$; **b)** $u_1 = -1$ et $u_{11} = 4$;

c) $u_1 = \frac{1}{3}$ et $u_{20} = -6$; **d)** $u_1 = -2$ et $u_{39} = -192$.

Suite arithmétique et terme de rang n

FICHE MÉTHODE 36

14 Soit $(U_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ une suite arithmétique.

a) Calculer, pour chaque cas, u_1, u_2, u_3 et u_4.

b) Déterminer la raison de la suite.

1. $u_n = n - 1$. **2.** $u_n = 2n + 3$.

3. $u_n = -n - 5$. **4.** $u_n = \frac{1}{3}n + 2$.

15 Les suites de nombres suivantes forment-elles une suite arithmétique ?
Si oui, donner le 1er terme et la raison.

1. 1 ; 5 ; 9 ; 13 ; 17. **2.** 1 ; -1 ; -3 ; -5 ; -7.

3. -10 ; -7 ; -4 ; -1 ; 2. **4.** 1 ; 2 ; 4 ; 8 ; 16 ; 32.

5. 12 ; 6 ; 3 ; 1. **6.** 15 ; 10 ; 5 ; 0.

LE SAVIEZ-VOUS ?

Pour montrer que (U_n) est une suite arithmétique de raison r, on utilise la formule $u_{n+1} - u_n = r$.

16 On donne trois termes consécutifs d'une suite arithmétique. Pour chaque cas :

a) déterminer le nombre x, puis la raison de la suite ;

b) en déduire le terme précédent et le terme suivant.

1. -2 ; x ; 12. **2.** x ; 0 ; 3. **3.** $\frac{1}{2}$; 1 ; x.

17 On considère la suite arithmétique (U_n) de 1er terme $u_1 = 2$ et de raison 3.

1. Exprimer u_n en fonction de n. Calculer u_{10}.

2. Le nombre 26 est-il un terme de cette suite ?
Si oui, quel est son rang ?

© Nathan/VUEF. La photocopie non autorisée est un délit.

18 On considère la suite arithmétique (U_n) de 1er terme $u_1 = -1$ et de raison -2.

1. Exprimer u_n en fonction de n. Calculer u_{27}.

2. Le nombre 3 est-il un terme de cette suite ? Si oui, quel est son rang ?

19 On considère la suite arithmétique (U_n) de 1er terme $u_1 = -3$ et de raison 5.

1. Exprimer u_n en fonction de n. Calculer u_5.

2. Le nombre 30 est-il un terme de cette suite ? Si oui, quel est son rang ?

20 On considère la suite arithmétique (U_n) de raison -3 et telle que $u_{10} = 2$.

1. Exprimer u_{10} en fonction de u_1. En déduire u_1.

2. Exprimer u_n en fonction de n. Calculer u_{24}.

21 On considère la suite arithmétique (U_n) de raison -4 et telle que $u_{25} = -30$.

1. Exprimer u_{25} en fonction de u_1. En déduire u_1.

2. Exprimer u_n en fonction de n. Calculer u_{46}.

...reconnaître qu'une suite de nombres est arithmétique et calculer le terme de rang *n* ?

1. Les nombres 3 ; 5 ; 7 ; 9 ; 10 sont-ils les termes consécutifs d'une suite arithmétique ?

❑ oui ❑ non

2. Les nombres – 6 ; 1 ; 8 ; 15 sont-ils les termes consécutifs d'une suite arithmétique ?

❑ oui ❑ non

3. Soit (U_n) la suite arithmétique de 1er terme $u_1 = 12$ et de raison 2.

a) Quelle est l'expression de u_n en fonction de n ?

❑ $u_n = 2n + 10$ ❑ $u_n = 2n + 12$ ❑ $u_n = n + 10$

b) Quel est le 50e terme de la suite ?

❑ 60 ❑ 110 ❑ 112

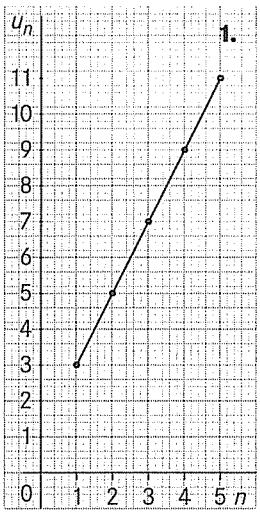
▶ POUR VOUS AIDER : 36 P. 152
▶ RÉPONSE 2 : P. 174

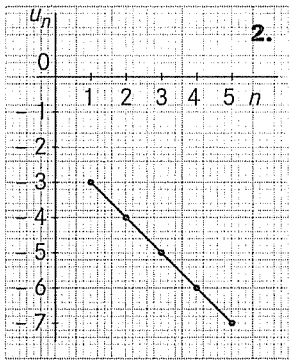
22 On donne les représentations graphiques des termes de suites numériques.
Pour chaque cas :

a) à l'aide du graphique, compléter le tableau :

n	1	2	3	4	5
u_n	$u_1 =$	$u_2 =$	$u_3 =$	$u_4 =$	$u_5 =$

b) montrer que u_1, u_2, u_3, u_4 et u_5 forment une suite arithmétique. En donner le 1er terme et la raison.





Termes et raison d'une suite géométrique

FICHE MÉTHODE 37

23 Calculer :

a) les 4 premiers termes de la suite géométrique (U_n) de 1er terme $u_1 = 1$ et de raison 3 ;

b) les 5 premiers termes de la suite géométrique (U_n) de 1er terme $u_1 = 2$ et de raison $\frac{1}{3}$;

c) les 3 premiers termes de la suite géométrique (U_n) de 1er terme $u_1 = -4$ et de raison 2 ;

d) les 4 premiers termes de la suite géométrique (U_n) de 1er terme $u_1 = -\frac{1}{3}$ et de raison 3.

LE SAVIEZ-VOUS ?

On utilise la formule $u_{n+1} = q \times u_n$ pour calculer les termes consécutifs d'une suite géométrique.

24 Calculer le 3e terme de la suite géométrique (U_n) de 1er terme $u_1 = 5$ et de raison 2.

25 On considère la suite géométrique (U_n) de 40e terme $u_{40} = 12$ et de raison 3. Calculer u_{41}.

26 On considère la suite géométrique (U_n) de 35e terme $u_{35} = -8$ et de raison 2. Calculer u_{36}.

© Nathan/VUEF. La photocopie non autorisée est un délit.

27 On considère la suite géométrique (U_n) de 1er terme u_1 et de raison q. Calculer q si :

a) $u_1 = -2$ et $u_2 = -4$; **b)** $u_1 = 6$ et $u_2 = 12$;

c) $u_2 = 2$ et $u_3 = -1$; **d)** $u_3 = -1$ et $u_4 = 3$.

28 On considère la suite géométrique (U_n) de 1er terme $u_1 = 3$ et de raison $q = 2$. Calculer :

a) u_4 ; **b)** u_6 ; **c)** u_8.

29 On considère la suite géométrique (U_n) de 1er terme u_1 et de raison q. Calculer, pour chaque cas, q :

a) $u_1 = -2$ et $u_3 = -\frac{2}{9}$; **b)** $u_1 = 8$ et $u_4 = 1$.

Pour vous préparer à...

...calculer des termes d'une suite géométrique ?

Soit la suite géométrique (U_n) de 1er terme $u_1 = \frac{1}{2}$ et de raison 2.

1. Quel est le 3e terme de la suite ?

❑ 1 ❑ 2 ❑ 4 ❑ 8

2. Quel est le 12e terme de la suite ?

❑ 512 ❑ 1 024 ❑ 2 048

▶ POUR VOUS AIDER : 37 P. 153
▶ RÉPONSE 3 : P. 174

Suite géométrique et terme de rang n

FICHE MÉTHODE 38

30 Soit $(U_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ une suite géométrique.

a) Calculer pour chaque cas u_1, u_2, u_3 et u_4.

b) Déterminer la raison de la suite.

1. $u_n = 3^n$. **2.** $u_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n$.

3. $u_n = -3 \times \left(\frac{1}{3}\right)^n$. **4.** $u_n = -2^n$.

LE SAVIEZ-VOUS ?

Pour montrer que (U_n) est une suite géométrique de raison q, on utilise la formule $\frac{u_{n+1}}{u_n} = q$.

31 Les suites de nombres suivantes forment-elles une suite géométrique ?
Si oui, en donner le 1er terme et la raison.

1. 1 ; 2 ; 4 ; 16 ; 32 ; 64. **2.** −5 ; 5 ; −5 ; 5.

3. $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{4}$; $\frac{1}{8}$; $\frac{1}{12}$. **4.** $\frac{1}{3}$; 1 ; 3 ; 9 ; 27.

5. 12 ; 6 ; 3 ; 1.

32 On donne trois termes consécutifs d'une suite géométrique. Pour chaque cas :

a) déterminer le nombre x, puis la raison de la suite ;

b) en déduire le terme précédent et le terme suivant.

1. 3 ; x ; 3. **2.** x ; −8 ; −16. **3.** 1 ; −2 ; x.

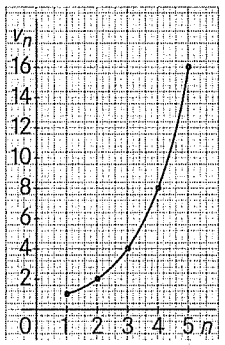
33 On donne les représentations graphiques des termes de suites numériques. Pour chaque cas :

a) à l'aide du graphique, compléter le tableau :

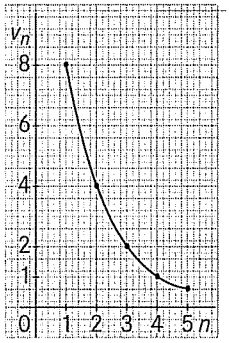
n	1	2	3	4	5
v_n	$v_1 =$	$v_2 =$	$v_3 =$	$v_4 =$	$v_5 =$

b) montrer que v_1, v_2, v_3, v_4 et v_5 forment une suite géométrique. En donner le 1er terme et la raison.

1.



2.



34 Déterminer le terme général de la suite géométrique (V_n) dont on donne le 1er terme et la raison.

1. $v_1 = -7$ et $q = 2$. **2.** $v_1 = -3$ et $q = 3$.

3. $v_1 = 1$ et $q = \frac{1}{2}$. **4.** $v_1 = -\frac{1}{3}$ et $q = 3$.

Prêt à vous évaluer ?

...reconnaître qu'une suite de nombres est géométrique et calculer le terme de rang n ?

1. Quelle est la raison de la suite géométrique 3 ; $\frac{3}{2}$; $\frac{3}{4}$; $\frac{3}{8}$?

❑ 3 ❑ $\frac{3}{2}$ ❑ $\frac{1}{2}$ ❑ 2

2. a) Les nombres −16 ; −8 ; −4 ; −2 ; −1 sont-ils les termes consécutifs d'une suite géométrique ?

❑ oui ❑ non

b) Si oui, quelle est la raison de cette suite ?

❑ 2 ❑ 1 ❑ $\frac{1}{2}$ ❑ $-\frac{1}{2}$

3. Soit (U_n) la suite géométrique de 1er terme $u_1 = -2$ et de raison 3.

a) Quelle est l'expression de u_n en fonction de n ?

❑ $u_n = -2 \times 3^{n-1}$ ❑ $u_n = -2 \times 3^n$ ❑ $u_n = -2 \times 3^{n+1}$

b) Quel est le 9e terme de la suite ?

❑ −39 366 ❑ −13 122 ❑ −4 374

▶ POUR VOUS AIDER : 38 P. 153
▶ RÉPONSE 4 : P. 174

© Nathan/VUEF. La photocopie non autorisée est un délit.

Problèmes

✿ = facile ✿✿ = ça se corse ✿✿✿ = difficile

35 ✿

1. Calculer le 4e terme de la suite arithmétique de 1er terme 30 et de raison 6.

2. Calculer le 4e terme de la suite géométrique de 1er terme 30 et de raison 6.

36 ✿ Pour chacune des suites arithmétiques suivantes, calculer :

a) le 28e terme si le 1er terme est 3 et la raison -5 ;

b) le 12e terme si le 1er terme est -8 et la raison -7 ;

c) le 40e terme si le 1er terme est -100 et la raison 15 ;

d) le 62e terme si le 1er terme est 62 et la raison -12 ;

e) le 36e terme si le 1er terme est -280 et la raison 36.

37 ✿ Calculer la raison de chacune des suites arithmétiques suivantes sachant que :

a) le 3e terme est 0 et le 4e terme est -5 ;

b) le 6e terme est 8 et le 7e terme est 4 ;

c) le 10e terme est -7 et le 11e terme est 2 ;

d) le 25e terme est -3 et le 26e terme est 9 ;

e) le 33e terme est -2 et le 34e terme est -5.

38 ✿ Pour chacune des suites arithmétiques suivantes, calculer le rang du nombre :

a) -26, si le 1er terme est 3 et la raison -1 ;

b) 31, si le 1er terme est -2 et la raison 3 ;

c) -15, si le 1er terme est -6 et la raison -3 ;

d) 73, si le 1er terme est -12 et la raison 5.

39 ✿ Le 1er terme d'une suite arithmétique de sept termes est 4 et sa raison -5.

1. Calculer les termes de la suite, puis la somme de tous les termes en complétant le tableau suivant :

Rang du terme	1	2	3	4	5	6	7	
u_n	u_1	u_2	u_3	u_4	u_5	u_6	u_7	Total
Calcul des termes								

2. Retrouver le résultat précédent en appliquant la formule $S = \dfrac{n(u_1 + u_n)}{2}$ au rang $n = 7$.

40 ✿ **1.** Soit (U_n) la suite arithmétique de 1er terme -10 et de raison 4. Déterminer u_8.

2. À l'aide de la formule $S = \dfrac{n(u_1 + u_n)}{2}$, calculer la somme des 8 premiers termes de la suite.

41 ✿ **1.** Soit (U_n) la suite arithmétique de 1er terme 4 et de raison -3. Déterminer u_{19}.

2. À l'aide de la formule $S = \dfrac{n(u_1 + u_n)}{2}$, calculer la somme des 19 premiers termes de la suite.

42 ✿ **1.** Soit (U_n) la suite arithmétique de 1er terme -1 et de raison 2. Déterminer u_{15}.

2. À l'aide de la formule $S = \dfrac{n(u_1 + u_n)}{2}$, calculer la somme des 15 premiers termes de la suite.

43 ✿ **1.** Soit (U_n) la suite arithmétique telle que $u_1 = 3$ et $u_{10} = 21$. Déterminer sa raison.

2. À l'aide de la formule $S = \dfrac{n(u_1 + u_n)}{2}$, calculer la somme des 10 premiers termes de la suite.

44 ✿✿ À l'aide de la formule $S = \dfrac{n(u_1 + u_n)}{2}$, calculer :

a) la somme des 100 premiers nombres pairs ;

b) la somme des 50 premiers nombres impairs ;

c) la somme des 300 premiers nombres entiers naturels.

45 ✿ Une personne prête de l'argent à son cousin. Elle ne prend pas d'intérêt, mais propose cinq remboursements formant une suite arithmétique de raison 700 €. Le 1er remboursement est de 500 €.

1. Déterminer le montant des 4 autres remboursements.

2. En déduire le montant de la somme prêtée.

46 ✿ Soit la suite (U_n) définie pour tout nombre entier naturel n non nul par $u_n = 3n - 7$.

1. Calculer u_1, puis exprimer u_{n+1} en fonction de n.

2. Calculer $u_{n+1} - u_n$. En déduire la nature de la suite (U_n). En donner le 1er terme et la raison.

© Nathan/VUEF. La photocopie non autorisée est un délit.

47 ✿✿ Une entreprise artisanale fabriquant des outils de précision désire se développer.
Sa production initiale est de 3 000 outils la 1re année.
Elle espère une progression de 100 outils par an.
On désigne par u_1 la production initiale de la 1re année, u_2 la production de la 2e année, ..., u_n la production de la $n^{\text{ième}}$ année.

1. Déterminer la production u_1, u_2, u_3 et u_4 de l'entreprise les quatre premières années.

2. Déterminer la nature de la suite dont u_1, u_2, u_3 et u_4 sont les quatre premiers termes.
En donner le 1er terme et la raison.

3. Calculer la production de l'entreprise la 12e, puis la 18e année.

4. Déterminer au bout de combien d'années la production de l'entreprise sera de 3 800 outils.

5. Déterminer au bout de combien d'années la production de l'entreprise sera supérieure ou égale à 4 500 outils.

48 ✿✿ La 1re année, les ventes de logiciels d'une société sont de 100 000 unités. Ses ventes baissent régulièrement de 6 000 unités par an.
On appelle u_1 les ventes de logiciels de la 1re année, u_2 les ventes de logiciels de la 2e année, ..., u_n les ventes de logiciels de la $n^{\text{ième}}$ année.

1. On pose $u_1 = 100\ 000$.
Calculer u_2, u_3, u_4, u_5 et u_6.

2. Déterminer le nombre total de logiciels vendus au cours des six premières années.

3. Déterminer la nature de la suite formée par ces six nombres. En donner le 1er terme et la raison.

4. Calculer les quantités vendues la 17e année si la tendance se poursuit.

5. Déterminer au bout de combien d'années la production de l'entreprise ne sera plus que de 22 000 unités.

6. Déterminer au bout de combien d'années l'entreprise ne vendra théoriquement plus de logiciels si la tendance se poursuit.

49 ✿✿ Une société rembourse un emprunt sur 7 ans. Les mensualités de remboursement forment une suite arithmétique de 1er terme 250 € et de raison 15 €.

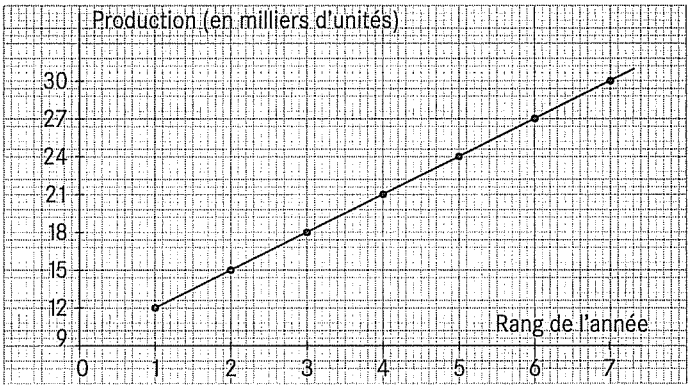
1. Déterminer le nombre de mensualités à payer.

2. On appelle u_1 le montant de la 1re mensualité, u_2 le montant de la 2e mensualité, ..., u_n le montant de la $n^{\text{ième}}$ mensualité.
Exprimer u_n en fonction de n.

3. Calculer le montant de la 20e, de la 45e, puis de la dernière mensualité.

4. En utilisant la formule $S = \dfrac{n(u_1 + u_n)}{2}$, déterminer le montant total remboursé.

50 ✿✿ On donne la représentation graphique de la production d'une entreprise au cours du temps.



On désigne par u_n la production de l'année n.

1. À l'aide du graphique, compléter le tableau :

Année	1	2	3	4
Production (en milliers d'unités) u_n	$u_1 =$			

2. Calculer $u_2 - u_1$, $u_3 - u_2$, $u_4 - u_3$. En déduire la nature de la suite (U_n).
Préciser son 1er terme et sa raison.

3. Écrire u_n en fonction de son 1er terme et de sa raison, puis montrer que : $u_n = 3\ 000n + 9\ 000$ $(n \in \mathbb{N}^*)$.
En déduire l'équation de la droite représentée.

4. Déterminer graphiquement, puis par le calcul, la production de la 7e année.

51 ✿✿✿ Pour acheter un accordéon d'étude dont le prix est de 760 €, un étudiant ne dispose que de 500 €. Il ne peut économiser que 30 € par mois.
On appelle s_1, la somme obtenue au bout d'un mois, s_2 la somme obtenue au bout de 2 mois, ..., s_n la somme obtenue au bout de n mois d'économie.

1. Calculer la somme obtenue au bout d'un mois, deux mois et trois mois d'économie.

2. Montrer que s_1, s_2 et s_3 sont les termes consécutifs d'une suite dont on précisera la nature. En donner la raison.

3. Exprimer s_n en fonction de n, puis déterminer le nombre de mois d'économie nécessaire pour obtenir une somme suffisante.

4. Six mois plus tard, le magasin propose l'accordéon convoité à un prix réduit de 20 %.
Déterminer le prix de l'accordéon, puis la somme dont dispose l'étudiant à ce moment là. Conclure.

52 ✿✿✿ Une entreprise fabrique des articles dont la production hebdomadaire constitue une suite arithmétique. On désigne par p_1 la production de la 1re semaine, p_2 la production de la 2e semaine, ..., p_n la production de la $n^{\text{ième}}$ semaine.
La 1re semaine, la production p_1 est de 4 332 articles et la 3e semaine, la production p_3 est de 5 000 articles.

© Nathan/VUEF. La photocopie non autorisée est un délit.

1. Déterminer la raison de la suite.

2. Exprimer p_n en fonction de n. Calculer p_8.

3. La somme de n semaines de production étant $S = \dfrac{n(u_1 + u_n)}{2}$,
calculer la production totale des deux premiers mois (on comptera 4 semaines par mois).

4. Déterminer le nombre de semaines minimal nécessaire pour que la production dépasse le triple de la production de la 1re semaine.

53 ✿✿✿ Un étudiant emprunte à sa famille 1 350 €. Il convient de rembourser cette somme en 6 versements trimestriels formant une suite arithmétique de raison 50 €.
Déterminer le montant des six versements.

54 ✿ Pour chacune des suites géométriques suivantes, calculer :

a) le 5e terme si le 1er terme est 3 et la raison 2 ;

b) le 8e terme si le 1er terme est 256 et la raison $\frac{1}{2}$;

c) le 6e terme si le 1er terme est $-\frac{1}{9}$ et la raison 3 ;

d) le 7e terme si le 1er terme est -32 et la raison $\frac{1}{2}$.

55 ✿ Calculer la raison de chacune des suites géométriques suivantes sachant que :

a) le 3e terme est 4 et le 4e terme est 2 ;

b) le 8e terme est $\frac{1}{2}$ et le 9e terme est $\frac{1}{3}$;

c) le 15e terme est -10 et le 16e terme est -30.

56 ✿ Pour chacune des suites géométriques suivantes, calculer le rang du nombre :

a) $\frac{1}{3}$, si le premier terme est 27 et la raison $\frac{1}{3}$;

b) 243, si le premier terme est 1 et la raison 3 ;

c) $-131\ 072$, si le premier terme est -2 et la raison 4 ;

d) 24, si le premier terme est 3 et la raison 2.

57 ✿ Le premier terme de la suite géométrique (U_n) de cinq termes est 3 et la raison 2.

1. Calculer les termes de la suite, puis la somme de tous les termes en complétant le tableau suivant :

Rang du terme	1	2	3	4	5	
u_n	u_1	u_2	u_3	u_4	u_5	Total
Calcul des termes						

2. Retrouver le résultat précédent en appliquant la formule $S = u_1 \times \dfrac{1 - q^n}{1 - q}$ au rang $n = 5$.

58 ✿ À l'aide de la formule $S = u_1 \times \dfrac{1 - q^n}{1 - q}$, calculer :

a) la somme des 9 premiers termes de la suite géométrique (U_n) de 1er terme 3 et de raison 2 ;

b) la somme des 5 premiers termes de la suite géométrique (U_n) de 1er terme -4 et de raison 3.

59 ✿✿✿ **1.** Montrer que la suite dont les cinq premiers termes sont 2 ; 1 ; $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{4}$; $\frac{1}{8}$ est géométrique.

2. Déterminer sa raison.

3. À l'aide de la formule $S = u_1 \times \dfrac{1 - q^n}{1 - q}$, montrer que la somme des 12 premiers termes est $S = 4 - \dfrac{1}{2^{10}}$.

60 ✿ Pour rembourser une dette en cinq versements, une personne effectue à la fin de chaque année des versements formant une suite géométrique de raison 1,2. Le premier remboursement est de 300 €.

1. Déterminer le montant des 4 autres remboursements.

2. En déduire le montant de la dette.

61 ✿✿ Un produit haut de gamme vaut 200 € au 1er janvier de cette année. Son prix augmente chaque année de 3 %.
On désigne par p_1 le prix de l'article au début de l'année, p_2 le prix de l'article au début de la 2e année, ..., p_n le prix de l'article au début de la $n^{\text{ième}}$ année.

1. Déterminer les prix p_1, p_2 et p_3 au début des trois premières années.

2. Déterminer la nature de la suite formée par les termes p_1, p_2 et p_3, puis exprimer p_n en fonction de n.

3. Calculer le prix de l'article au début de la 7e, puis de la 11e année (arrondir au centime).

62 ✿✿ DOCUMENT-ANNEXE P. 114

Un pépiniériste importe du Japon des plans de conifères. Lorsqu'il les reçoit, ces plants mesurent 10 cm, puis en pépinière, leur taille augmente de 25 % par an.

1. Calculer la taille, en cm, d'un conifère au bout de 1 an, 2 ans et 3 ans.

2. On désigne par t_1 la taille, en cm, d'un conifère au bout de 1 an passé en pépinière, t_2 la taille, en cm, d'un conifère au bout de 2 ans passés en pépinière, ..., t_n la taille, en cm, d'un conifère au bout de n années passées en pépinière.

a) Montrer que t_1, t_2, ..., t_n forment une suite géométrique et en déduire que $t_n = 12{,}5 \times 1{,}25^{n-1}$.

© Nathan/VUEF. La photocopie non autorisée est un délit.

b) Calculer la taille, en cm, d'un conifère après 5 années passées en pépinière.

3. On estime que, pour pouvoir être mis sur le marché, un conifère doit mesurer au moins un mètre.
Compléter le tableau du document-annexe page 114.
Déduire du tableau le nombre d'années minimal que doit passer le conifère du Japon en pépinière avant de pouvoir être vendu.

63 ✿✿ Une dette de 2 240 € est réglée par quatre versements mensuels formant une suite géométrique de raison 3.
Déterminer le montant des quatre versements.

64 ✿✿ Une voiture est achetée 9 000 € au début de l'année. Elle perd chaque année 25 % de sa valeur.
On appelle v_1 la valeur de la voiture au cours de la 1re année d'utilisation, v_2 la valeur de la voiture au cours de la 2e année d'utilisation, ..., v_n la valeur de la voiture au cours de la $n^{\text{ième}}$ année d'utilisation.
On pose $v_1 = 9\,000$.

1. Calculer v_2, v_3 et v_4 (arrondir à 0,01).

2. Déterminer la nature de la suite formée par les nombres v_1, v_2, v_3 et v_4, puis exprimer v_n en fonction de n.

3. Calculer la valeur de la voiture au cours de la 7e, puis de la 9e année d'utilisation (arrondir au centime).

65 ✿✿ DOCUMENT-ANNEXE P. 114

Un lycée professionnel est construit dans une agglomération. À la 1re rentrée scolaire, le nombre d'élèves inscrits s'élève à 2 000. À la rentrée suivante, il est de 2 100.

1. Montrer que le pourcentage d'augmentation du nombre d'élèves entre l'année 1 et l'année 2 est de 5 %.

2. On suppose que ce pourcentage d'augmentation reste constant.
On note u_1 le nombre d'élèves inscrits à la 1re rentrée scolaire, u_2 le nombre d'élèves inscrits à la 2e rentrée scolaire, ..., u_n le nombre d'élèves inscrits à la $n^{\text{ième}}$ rentrée scolaire.
Calculer u_3, u_4 et u_5.

3. Déterminer la nature de la suite formée par u_1, u_2, u_3, u_4 et u_5. En donner la raison.

4. Exprimer u_n en fonction de n.

5. Compléter le tableau du document-annexe page 114.

6. Déduire de la question précédente à partir de quelle rentrée scolaire le nombre d'élèves aura doublé si la tendance se poursuit.

66 ✿✿ Une plaque d'isolation phonique absorbe 20 % de l'intensité du son qui lui parvient. Une source sonore émet un son d'intensité 100 décibels. On appelle u_1 l'intensité du son mesurée après la traversée d'une plaque d'isolation phonique, u_2 l'intensité du son mesurée après la traversée de 2 plaques d'isolation phonique, ..., u_n l'intensité du son mesurée après la traversée n plaques d'isolation phonique.

1. Calculer u_1, u_2 et u_3.

2. Déterminer la relation existant entre u_{n+1} et u_n. En déduire la nature de la suite (U_n). En donner la raison.

3. Exprimer u_n en fonction de n.

4. Calculer l'intensité du son après la traversée de 10 plaques d'isolation phonique.

67 ✿✿ Une balle est lancée d'une hauteur de 9 mètres. À chaque rebond, elle atteint le tiers de sa hauteur précédente.
On note h_1 la hauteur de la balle après le 1er rebond, h_2 la hauteur de la balle après le 2e rebond, ..., h_n la hauteur de la balle après le $n^{\text{ième}}$ rebond.

1. Calculer h_1, h_2 et h_3.

2. Déterminer la nature de la suite formée par les nombres h_1, h_2, et h_3. En donner le 1er terme et la raison.

3. Exprimer h_n en fonction de n.

4. Calculer la hauteur, en cm, atteinte par la balle après le 7e rebond.

68 ✿✿ Le gérant d'une boutique de jouets pour enfants place sur un compte épargne 4 000 euros à intérêts composées au taux annuel de 3,75 % (la capitalisation des intérêts est annuelle).
On appelle c_1, la valeur acquise par le capital après 1 année de placement, c_2 la valeur acquise par le capital après 2 années de placement, ..., c_n la valeur acquise par le capital après n années de placement.

1. Calculer c_1, c_2, c_3, c_4 et c_5 (arrondir à 0,01).

2. Déterminer la nature de la suite formée par les nombres c_1, c_2, c_3, c_4 et c_5. Préciser la raison de cette suite.

3. Exprimer c_n en fonction de n, puis calculer c_8. Arrondir à l'euro le plus proche.

4. Le gérant décide de faire don des intérêts accumulés pendant ces 8 années à une association d'aide à l'enfance maltraitée.
Calculer la somme, en euros, ainsi offerte par le gérant. (Les intérêts accumulés pendant ces 8 années de placement sont égaux à la différence entre le capital acquis au bout de 8 ans et le capital initial placé.)

69 ✿✿ DOCUMENT-ANNEXE P. 114

La raréfaction d'une matière première oblige une entreprise à envisager d'en diminuer sa consommation de 6 % par an. Avant les restrictions, la consommation s'élevait à 5 000 kg par an. On appelle c_1, la consommation au bout d'une année de restriction, c_2 la consommation au bout de 2 années de restriction, ..., c_n la consommation au bout de n années de restriction.

© Nathan/VUEF. La photocopie non autorisée est un délit.

1. Calculer c_1, c_2 et c_3.

2. Exprimer c_{n+1} en fonction de c_n. En déduire la nature de la suite c_1, c_2, ..., c_n. Préciser son 1er terme et sa raison.

3. Exprimer en fonction de n, la consommation au bout de n années.

4. Compléter le tableau du document-annexe p. 114.

5. À l'aide du tableau, déterminer au bout de combien d'années la consommation sera pour la première fois inférieure à 2 000 kg.

70 ✿✿ Une pièce métallique a pour épaisseur 2 cm. Un marteau pilon frappe toutes les 3 secondes cette pièce métallique. À chaque coup, l'épaisseur du métal diminue de 1 %. On note u_1 l'épaisseur de la pièce, en cm, après un coup, u_2 l'épaisseur de la pièce, en cm, après 2 coups, ..., u_n l'épaisseur de la pièce, en cm, après n coups.

1. Calculer u_1, u_2 et u_3.

2. Établir une relation entre u_{n+1} et u_n. En déduire la nature de la suite (U_n). Préciser la raison de cette suite.

3. Montrer que $u_n = 1{,}98 \times 0{,}99^{n-1}$.

4. Déterminer l'épaisseur de la pièce après 20 coups.

5. Déterminer le nombre de coups de marteau pilon appliqué sur la pièce en 4 minutes (on convertira d'abord les minutes en secondes).

6. Déduire de la question précédente l'épaisseur de la pièce au bout de 4 minutes.

7. On considère que la pièce est terminée lorsque son épaisseur n'excède pas 8 millimètres.

a) Calculer l'épaisseur de la pièce après 89, 90, 91 et 92 coups (arrondir à 10^{-3}).

b) En déduire le nombre minimal de coups nécessaires pour terminer la pièce.

c) Quelle est la durée minimale nécessaire pour terminer une pièce ? On donnera la réponse en secondes, puis en minutes-secondes.

71 ✿✿  DOCUMENT-ANNEXE P. 114

Une personne loue à partir du 1er janvier et pour une durée de 10 ans un studio qui lui coûte 2 500 € par an. Il lui est proposé deux formules de contrat.
Contrat 1 : le locataire accepte une augmentation annuelle de 4 % du loyer de l'année précédente.
Contrat 2 : le locataire accepte une augmentation annuelle de 110 € tous les ans.

1. Compléter le tableau du document-annexe page 114 et déterminer le type de contrat le plus avantageux pour le locataire selon les années.

2. *Étude du contrat 1 :* on note u_1 le montant du loyer mensuel la 1re année : $u_1 = 2\,500$. On note u_2 le montant du loyer mensuel la 2e année, ..., u_n le montant du loyer mensuel la $n^{\text{ième}}$ année.
La suite de nombres u_1, u_2, ..., u_n est-elle arithmétique ou géométrique ? Donner la raison de cette suite.

3. *Étude du contrat 2 :* on note v_1 le montant du loyer mensuel la 1re année : $v_1 = 2\,500$. On note v_2 le montant du loyer mensuel la 2e année, ..., v_n le montant du loyer mensuel la $n^{\text{ième}}$ année.
La suite de nombres v_1, v_2, ..., v_n est-elle arithmétique ou géométrique ? Donner la raison de cette suite.

4. À l'aide du tableau, calculer la somme totale versée par le locataire à l'issue des 10 années pour chaque type de contrat.
Quel est le contrat le plus avantageux pour le locataire ?

72 ✿✿  DOCUMENT-ANNEXE P. 114

Un ouvrier du bâtiment est embauché avec un salaire mensuel brut de 1 300 €.

1. Sachant que les charges sociales représentent 22 % de son salaire brut, calculer son salaire net.

2. Le patron lui propose deux types de contrat.
Premier contrat : une augmentation de 33 € tous les ans de son salaire brut.
Second contrat : une augmentation de 2,5 % par an du salaire brut de l'année précédente.
Compléter le tableau du document-annexe et en déduire le contrat le plus avantageux pour l'ouvrier à partir de la 4e année.

	Salaire brut (arrondi au centime) avec le :	
Année	contrat 1 (en €)	contrat 2 (en €)
1		
2		
3		
4		
5		

3. *Étude du contrat 1*
On note u_1 le salaire brut de la 1re année, u_2 le salaire brut de la 2e année, ..., u_n le salaire brut de la $n^{\text{ième}}$ année.

a) Calculer u_1, u_2, u_3, u_4 et u_5.

b) La suite de nombres u_1, u_2, u_3, u_4 et u_5 est-elle arithmétique ou géométrique ? Donner la raison de cette suite.

c) Exprimer u_n en fonction de n. Vérifier que u_5 correspond bien au salaire brut calculé à la question 2.

4. *Étude du contrat 2*
On note v_1 le salaire brut de la 1re année, v_2 le salaire brut de la 2e année, ..., v_n le salaire brut de la $n^{\text{ième}}$ année.

a) La suite de nombres v_1, v_2, v_3, v_4 et v_5 est-elle arithmétique ou géométrique ? Donner la raison de cette suite.

b) Exprimer v_n en fonction de n. Vérifier que v_4 correspond bien au salaire brut calculé à la question 2.

5. L'employé choisit le second contrat.
Calculer le salaire brut qu'il percevra au bout de 10 ans s'il reste dans la même entreprise et si son contrat est maintenu.

© Nathan/VUEF. La photocopie non autorisée est un délit.

Document-annexe du problème 62

Question 3

Nombre d'années passées en pépinière	9	10	11	12	13
Terme de la suite	t_9	t_{10}	t_{11}	t_{12}	t_{13}
Taille des conifères (en cm)					

Document-annexe du problème 65

Question 5

$n^{\text{ième}}$ rentrée scolaire	Nombre d'élèves inscrits (arrondi au nombre entier)
$n = 5$	$u_5 = 2\,431$
$n = 14$	
$n = 15$	
$n = 16$	

Document-annexe du problème 69

Question 4

	$n = 13$	$n = 14$	$n = 15$
Consommation au bout de n années	$c_{13} =$		

Document-annexe du problème 71

Question 1

	Montant du loyer (arrondi au centime d'euro) avec le :	
	Contrat 1	Contrat 2
1	2 500	2 500
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		

Document-annexe du problème 72

Question 2

	Salaire brut (arrondi au centime) avec le :	
	Contrat 1	Contrat 2
1	1 300	1 300
2		
3		
4		
5		

© Nathan/VUEF. La photocopie non autorisée est un délit.

Représentation de séries statistiques par un tableau ou un graphique - Indices simples

12

VOUS ALLEZ APPRENDRE À :

- Utiliser le vocabulaire statistique.
- Organiser des séries statistiques sous forme de tableaux et calculer des fréquences.
- Représenter graphiquement une série statistique.
- Calculer un indice simple.

POUR VOUS AIDER

FICHE MÉTHODE 39 p. 154
Comment construire un tableau statistique et calculer une fréquence ?

FICHE MÉTHODE 40 p. 154
Comment calculer un indice simple ?

FICHE MÉTHODE 41 p. 155
Comment construire un diagramme circulaire ?

FICHE MÉTHODE 42 p. 156
Comment construire un histogramme lorsque les amplitudes des classes sont inégales ?

FICHE L'ESSENTIEL p. 170

Exercices d'entraînement

Vocabulaire statistique - Tableaux

FICHE MÉTHODE 39

1 Les notes de mathématiques de 20 élèves sont les suivantes :

06 – 10 – 18 – 08 – 14 – 12 – 10 – 06 – 15 – 13 – 10 – 08 – 09 – 12 – 15 – 06 – 14 – 14 – 12 – 18.

1. Déterminer la population observée, le caractère étudié et la nature de ce caractère.

2. Citer les différentes valeurs prises par le caractère et les écrire dans l'ordre croissant.

3. Compléter le tableau :

Note sur 20 : x_i	Nombre d'élèves : n_i
$x_1 =$	$n_1 =$
$x_2 =$	$n_2 =$
$x_3 =$	$n_3 =$
$x_4 =$	$n_4 =$
$x_5 =$	$n_5 =$
$x_6 =$	$n_6 =$
$x_7 =$	$n_7 =$
$x_8 =$	$n_8 =$
$x_9 =$	$n_9 =$
	Effectif total : $N =$

© Nathan/VUEF. La photocopie non autorisée est un délit.

LE SAVIEZ-VOUS ?

Déterminer la nature du caractère étudié, c'est préciser si le caractère est qualitatif, quantitatif discret ou quantitatif continu.

2 On recense dans un immeuble les différents logements occupés par les locataires.
On obtient les résultats suivants : 5 chambres de bonne, 4 studios, 6 deux pièces, 4 trois pièces et 1 quatre pièces.

1. Déterminer la population observée, le caractère étudié et la nature de ce caractère.

2. Quelles sont les modalités du caractère ?

3. Compléter le tableau :

Type de logement	Nombre de locataires : n_i
	$n_1 =$
	$n_2 =$
	$n_3 =$
	$n_4 =$
	$n_5 =$
	Effectif total : $N =$

4. Combien de familles vivent dans un logement de plus de deux pièces ?

...construire un tableau statistique et calculer une fréquence ?

1. On étudie le salaire, en euros, des techniciens d'une entreprise. Quelle est la population observée ?

- ❑ Les techniciens de l'entreprise
- ❑ Le nombre de salariés de l'entreprise
- ❑ Les salaires des techniciens de l'entreprise

2. On étudie les mesures, en cm, d'un lot de 50 pièces fabriquées par une machine.
Quel est le caractère étudié ?

- ❑ Le lot de pièces fabriquées
- ❑ Le nombre de pièces du lot fabriquées
- ❑ Les mesures, en cm, du lot de pièces fabriquées

3. On étudie la catégorie socio-professionnelle des familles d'un lotissement.
Quelle est la nature du caractère étudié ?

- ❑ qualitatif
- ❑ quantitatif discret
- ❑ quantitatif continu

▶ POUR VOUS AIDER : 39 P. 154
▶ RÉPONSE 1 : P. 174

3 L'âge des 30 participants à une compétition sportive est le suivant : 10 – 11 – 12 – 36 – 14 – 15 – 16 – 17 – 18 – 25 – 26 – 10 – 30 – 32 – 15 – 16 – 17 – 18 – 10 – 31 – 15 – 26 – 15 – 17 – 18 – 10 – 11 – 14 – 22 – 21.

1. Déterminer la population et le caractère étudié.

2. Compléter le tableau suivant en regroupant les données en classes d'amplitude 3 :

Âge des participants	Nombre de participants : n_i
[10 ; [	$n_1 =$
[; [	$n_2 =$
[; [	$n_3 =$
[; [	$n_4 =$
[; [	$n_5 =$
[; [	$n_6 =$
[; [	$n_7 =$
[; [	$n_8 =$
[; [	$n_9 =$
	Effectif total : $N =$

3. Combien de participants ont entre 16 et 19 ans ; 10 et 16 ans ; 31 ans et plus ?

4 Compléter les tableaux suivants :

1.

Valeur x_i	Effectif n_i	Fréquence f_i	Pourcentage f_i %
1	20		
2	50		
3	30		
4	100		
	$N =$		

2.

Classe	Effectif n_i	Fréquence f_i	Pourcentage f_i %
[0 ; 2[	1		
[2 ; 6[	15		
[6 ; 12[	45		
[12 ; 30[	16		
[30 ; 60[	3		
	$N =$		

3.

Classe	Effectif n_i	Fréquence f_i (arrondie à 0,001)	Amplitude A_i
[0 ; 50[	8		
[50 ; 60[	26		
[60 ; 100[	30		
[100 ; 110[	28		
[110 ; 200[	10		
	$N =$		

LE SAVIEZ-VOUS ?

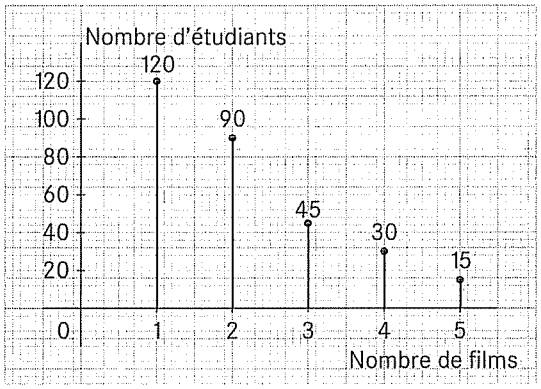
L'amplitude de la classe $[a ; b[$ *est* $b - a$.

© Nathan/VUEF. La photocopie non autorisée est un délit.

Construction de tableaux statistiques à partir de graphiques

FICHES MÉTHODES 41 ET 42

5 Une enquête est réalisée auprès de 300 étudiants sur le nombre de films vus en salles de cinéma dans une année. Les résultats sont représentés par le diagramme en bâtons suivant :

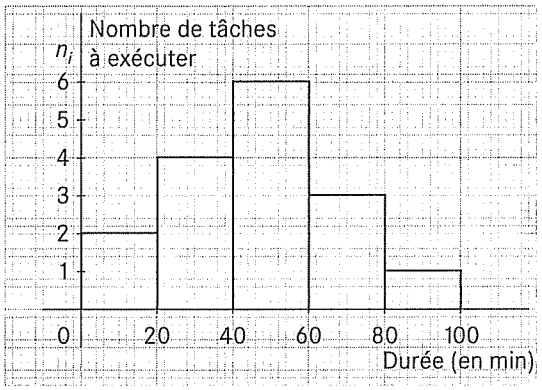


1. Quelle est la nature de ce caractère ?

2. À l'aide du graphique, compléter le tableau suivant :

... x_i						
... n_i						$N =$
Fréquence f_i						
Pourcentage f_i %						

6 La fabrication d'un produit nécessite l'exécution de différentes tâches dont la répartition en fonction de la durée (en minutes) est représentée par l'histogramme suivant :

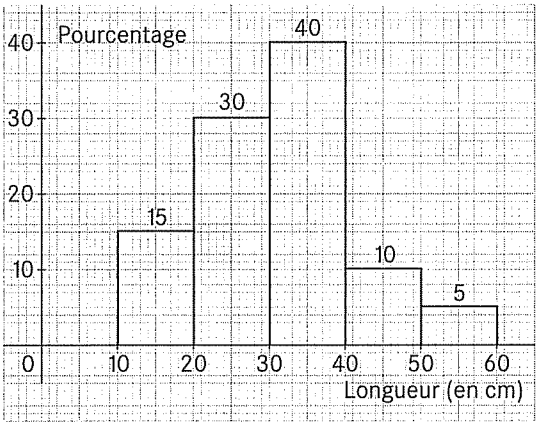


1. Quelle est la nature de ce caractère ?

2. À l'aide du graphique, compléter le tableau suivant :

...						
... n_i						$N =$
Fréquence f_i						
Pourcentage f_i %						

7 On relève la longueur, en cm, de pièces métalliques sur une chaîne de production. Les résultats sont représentés par l'histogramme ci-après.

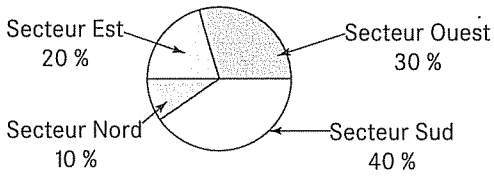


1. Quelle est la nature de ce caractère ?

2. À l'aide du graphique, compléter le tableau suivant :

...						
... n_i						$N = 160$
Fréquence f_i						

8 Le diagramme circulaire suivant indique le pourcentage des ventes d'une entreprise selon les secteurs prospectés.



1. Quel est le caractère étudié ? Quelle est sa nature ? Citer ses modalités.

2. À l'aide du graphique :

- compléter les colonnes 1 et 3 du tableau ;
- sachant que la mesure de l'angle au centre est proportionnelle au pourcentage, compléter la colonne 4 du tableau ;
- sachant que les ventes de l'année représentent 180 000 €, calculer les ventes de l'entreprise dans chacun des secteurs en complétant la colonne 2 du tableau.

Colonnes			
1	**2**	**3**	**4**
Secteurs	n_i	**Pourcentage** f_i %	**Mesure de l'angle au centre (en degrés)** α_i
	$N =$		360

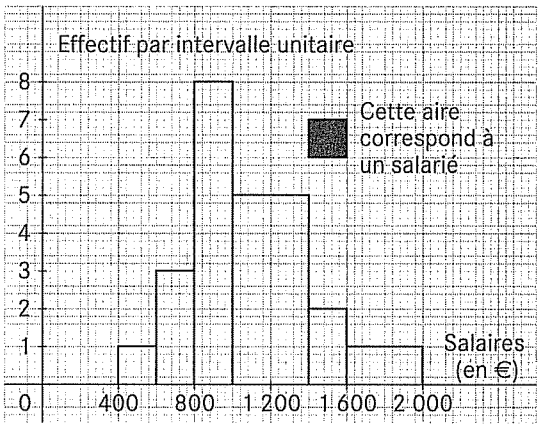
LE SAVIEZ-VOUS ?

Pour calculer l'effectif n_i de la population à partir des pourcentages f_i %, on transforme la formule

$$f_i\,\% = 100 \times \frac{n_i}{N}, \text{ soit } n_i = f_{i\,\%} \times \frac{N}{100}.$$

© Nathan/VUEF. La photocopie non autorisée est un délit.

9 L'histogramme suivant indique les salaires des employés d'une entreprise de prêt-à-porter.



1. Quelle est la nature de ce caractère ?

2. À l'aide du graphique, compléter le tableau suivant en prenant comme intervalle unitaire l'intervalle d'amplitude 200 €.

Classes							
A_i *							
n_i							$N=$
Nombre d'IU**							
Effectif par IU**							

* A_i : amplitude des classes ; **IU : intervalle unitaire.

3. Combien y a-t-il d'employés dont le salaire est compris entre 800 et 1 400 € ?

Construction de graphiques

FICHES MÉTHODES 41 ET 42

10 Le tableau statistique ci-dessous correspond au nombre d'activités sportives différentes pratiquées durant l'année scolaire par des lycéens.

Nombres d'activités x_i	1	2	3	4	5	
Nombre de lycéens n_i	80	120	40	60	20	

1. Déterminer la population, le caractère étudié et la nature de ce caractère.

2. Représenter graphiquement la série statistique des effectifs par un diagramme en bâtons.

11 Le tableau statistique ci-dessous indique le prix d'une marque de pantalons dans différents points de vente.

Prix (en €) x_i	20	30	35	40	45	
Nombre de magasins n_i	1	7	11	8	4	

1. Déterminer la population, le caractère étudié et la nature de ce caractère.

2. Représenter graphiquement la série statistique des effectifs par un diagramme en bâtons.

12 Le tableau statistique ci-dessous indique la durée d'écoute quotidienne de la radio.

Durée (en min)	[0 ; 30[	[30 ; 60[
Nombre des personnes n_i	64	100

Durée (en min)	[60 ; 90[	[90 ; 120[	
Nombre des personnes n_i	164	86	

1. Déterminer la population, le caractère étudié et la nature de ce caractère.

2. Représenter graphiquement la série statistique des effectifs par un histogramme.

13 Le tableau statistique ci-dessous indique le prix d'un classeur dans différents magasins.

Prix (en €)	[0 ; 2[	[2 ; 4[	[4 ; 6[	[6 ; 8[	[8 ; 10[	
Effectif n_i	10	30	50	40	20	

1. Déterminer la population, le caractère étudié et la nature de ce caractère.

2. Représenter graphiquement la série statistique des effectifs par un histogramme, puis par un diagramme circulaire.

14 Le tableau statistique ci-dessous indique le type de restauration rapide préféré de lycéens.

Type de restauration	**Pourcentage f_i %**	**Mesure de l'angle au centre (en degrés) α_i**
Fast food	10	
Pizzeria	50	
Sandwicherie	25	
Cafétéria	15	

1. Compléter le tableau précédent.

2. Représenter graphiquement la série statistique par un diagramme semi-circulaire.

15 Le tableau statistique ci-dessous indique les activités principales pendant l'été d'un groupe de vacanciers.

Activité	**Effectif n_i**	**Pourcentage f_i % arrondi à l'unité**	**Mesure de l'angle au centre α_i (en degrés)**
Randonnée	25		
Sports nautiques	60		
Visites de sites	45		
Autres activités	50		
	$N=$		

1. Compléter le tableau précédent.

2. Représenter graphiquement cette série statistique par un diagramme circulaire.

© Nathan/VUEF. La photocopie non autorisée est un délit.

...construire un diagramme circulaire ou un histogramme ?

1. Quelle est la représentation graphique d'un caractère quantitatif discret ?

- ❑ un diagramme en bâtons
- ❑ un histogramme
- ❑ un diagramme circulaire

2. Quelle est la représentation graphique d'un caractère qualitatif ?

- ❑ un diagramme en bâtons
- ❑ un histogramme
- ❑ un diagramme circulaire

▶ POUR VOUS AIDER : 41 ET 42 PP. 155 ET 156
▶ RÉPONSE 2 : P. 174

Indices simples

FICHE MÉTHODE 40

16 En 1999, un réfrigérateur valait 250 €.
Son prix en 2003 est de 275 €.

1. Déterminer l'indice du prix du réfrigérateur en 2003 en prenant pour base 100 l'année 1999.

2. En déduire la variation, en pourcentage, du prix du réfrigérateur entre 1999 et 2003.

17 Un sac vaut 23 € en septembre 2004. Il coûtait 24,60 € en septembre 2003.

1. Déterminer l'indice du prix du sac en septembre 2004 en prenant pour base 100 septembre 2003 (arrondir à 0,1).

2. En déduire la variation, en pourcentage, du prix du sac entre septembre 2003 et septembre 2004.

18 En 2000, une perceuse valait 65,38 €. En 2003, elle coûte 69,04 €.

1. Calculer l'indice du prix de la perceuse en 2003 en prenant pour base 100 l'année 2000 (arrondir à 0,1).

2. En 2002, l'indice du prix de la perceuse était $I_{2002/2000} = 103{,}8$.
Déterminer le prix de la perceuse en 2002.

19 Une entreprise commercialise quatre sortes de fours à micro-ondes, notés *A*, *B*, *C* et *D*.
Les quantités vendues par jour sont les suivantes :

	A	*B*	*C*	*D*
Quantités vendues en 2002 (par jour)	12	50	23	100
Quantités vendues en 2003 (par jour)	15	40	25	130

1. Calculer l'indice des quantités vendues en 2003, base 100 en 2002 pour chaque sorte de four (arrondir au nombre entier le plus proche).

2. En déduire l'évolution des quantités vendues pour chaque sorte de four entre 2002 et 2003.

20 On donne les chiffres d'affaires trimestriels d'une entreprise :

	Année 2002			
Trimestre	1	2	3	4
CA* (en €)	8 400	19 800	12 000	19 800

	Année 2003			
Trimestre	1	2	3	4
CA* (en €)	9 100	21 400	13 000	21 450

*CA = Chiffre d'affaires

1. Représenter graphiquement la série chronologique des chiffres d'affaires trimestriels de l'entreprise.

2. Calculer les différents indices trimestriels en prenant comme année de référence le 1er trimestre 2002 (arrondir à 0,1).

3. Calculer les différents indices trimestriels en prenant comme année de référence le 1er trimestre 2003 (arrondir à 0,1).

...calculer un indice simple ?

1. Le prix d'un produit passe de 8 € en 2003 à 9,12 € en 2004.

a) Quel est l'indice du prix du produit en 2004, base 100 en 2003 ?

❑ 112 ❑ 114 ❑ 87,72

b) Quelle est la variation, en pourcentage, du prix du produit entre 2003 et 2004 ?

❑ – 12 % ❑ + 14 %
❑ + 12 % ❑ + 87,72 %

2. Les quantités mensuelles vendues d'une marchandise passent de 8 400 en 2003 à 7 392 en 2004.

a) Quel est l'indice des quantités mensuelles vendues en 2004, base 100 en 2003 ?

❑ 88 ❑ 113,64 ❑ 112

b) Quelle est la variation, en pourcentage, des quantités mensuelles vendues entre 2003 et 2004 ?

❑ – 12 % ❑ + 12 %
❑ + 88 % ❑ – 88 %

▶ POUR VOUS AIDER : 40 P. 154
▶ RÉPONSE 3 : P. 174

© Nathan/VUEF. La photocopie non autorisée est un délit.

Problèmes

✿ = facile ✿✿ = ça se corse ✿✿✿ = difficile

21 ✿ Un sondage réalisé auprès de 120 personnes à la sortie d'une salle de spectacle a donné les résultats suivants :

Appréciation	Nombre de personnes n_i	Pourcentage f_i % arrondi à 0,1	Mesure de l'angle au centre (en degrés) α_i
Excellent	25		
Bon	60		
Divertissant	12		
Ennuyeux	8		
Mauvais	15		
	$N=$		

1. Déterminer la population, le caractère étudié et la nature de ce caractère.

2. Compléter le tableau statistique précédent.

3. Déterminer le nombre, puis le pourcentage de personnes ayant trouvé le spectacle ennuyeux ou mauvais.

4. Représenter graphiquement la série statistique par un diagramme circulaire de rayon 4 cm.

22 ✿ Un sondage réalisé auprès de 25 familles porte sur le nombre de téléphones portables qu'elles possèdent. Les résultats obtenus sont les suivants :

Nombre de portables x_i	0	1	2	3	4	5	Total
Nombre de familles n_i	1	3	5	10	4	2	$N=$

1. Déterminer la population, le caractère étudié et la nature de ce caractère.

2. Combien de familles ont plus de 3 portables ?

3. Calculer les fréquences de chaque valeur du caractère, puis construire le diagramme en bâtons des fréquences.

23 ✿ Les usages domestiques de l'eau en France en 2002 : répartition, en euros, de la facturation moyenne annuelle.

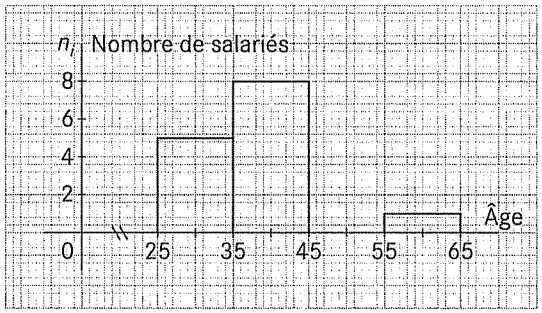
Bains et douches : 123,85 €.
Vaisselle et linge : 69,87 €.
Usages sanitaires (WC, etc.) : 63,52 €.
Cuisson et nourriture : 19,06 €.
Eau de boisson : 3,18 €.
Autres (dont arrosage, lavage voiture, etc.) : 38,12 €.

1. Calculer le pourcentage des dépenses consacrées aux différents postes.

2. Représenter cette série statistique par un diagramme circulaire.

24 ✿ L'âge des salariés d'une entreprise est représenté par le tableau et l'histogramme suivants :

Classe	Effectif n_i
[25 ; 35[	
[35 ; 45[	
[45 ; 55[	4
[55 ; 65[	
	$N=18$



1. Déterminer la population, le caractère étudié et la nature de ce caractère.

2. Compléter le tableau et l'histogramme.

25 ✿ Les données suivantes indiquent les emplois créés en France en 2001 selon l'origine des investisseurs :
États-Unis : 7 959 ; Allemagne : 3 867 ; Belgique : 1 718 ; Royaume-Uni : 2 158 ; Suisse : 1 692 ; Japon : 1 508.

1. Déterminer la population, le caractère étudié et la nature de ce caractère.
Combien d'emplois ont été créés en France en 2001 grâce aux investisseurs étrangers ?

2. Présenter ces résultats dans un tableau dans lequel figureront : les modalités du caractère, l'effectif, la fréquence (en %) arrondie à 0,1 et la mesure des angles au centre (en degrés).

3. Représenter graphiquement la série statistique par un diagramme circulaire.

4. Quel est le pays qui a le plus investi ? le moins investi ?

© Nathan/VUEF. La photocopie non autorisée est un délit.

26 ✿ Les données suivantes indiquent les 4 catégories de pesticides utilisés en agriculture :
fongicides : 41 % ;
herbicides : 38 % ;
divers : 13 % ;
insecticides : 8 %.

1. Déterminer la population, le caractère étudié et la nature de ce caractère.

2. Présenter ces résultats dans un tableau dans lequel figureront :
les modalités du caractère, la fréquence (en %) et la mesure des angles au centre (en degrés).

3. Construire un diagramme circulaire représentant cette série statistique.

4. Déterminer le pesticide le plus utilisé.

27 ✿ On relève dans une région de France le prix mensuel de location, en euros et au m^2, de 50 studios.

Tranche de prix (en €)	Nombre de studios n_i
[10 ; 12[	4
[12 ; 14[	18
[14 ; 16[	26
[16 ; 18[	2
	$N =$

1. Déterminer la population, le caractère étudié et la nature de ce caractère.

2. Construire l'histogramme des effectifs.

3. Quel est le pourcentage de studios dont le prix au m^2 se situe entre 14 et 16 € ?

28 ✿✿ Un contrôle de vitesse effectué sur une autoroute a donné les résultats suivants :

Vitesse (en km/h)	Effectif n_i	Pourcentage f_i % (arrondi à 0,01)
[40 ; 70[	5	
[70 ; 100[	20	
[100 ; 130[	110	
[130 ; 160[	10	
	$N =$	

1. Déterminer la population, le caractère étudié et la nature de ce caractère.

2. Compléter le tableau statistique précédent.

3. Déterminer le nombre, puis le pourcentage de voitures contrôlées roulant entre 100 et 130 km/h.

4. Calculer le nombre, puis le pourcentage de voitures contrôlées roulant à moins de 100 km/h.

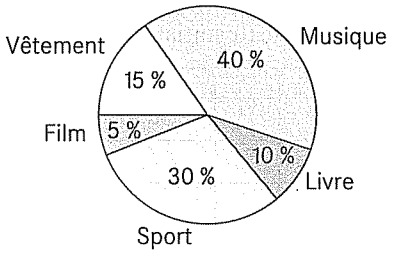
5. La vitesse étant limitée à 130 km/h sur autoroute, calculer le nombre, puis le pourcentage de voitures contrôlées respectant le code de la route.
En déduire le nombre, puis le pourcentage de voitures contrôlées en infraction.

6. Est-il possible que 6 voitures roulent à 40 km/h ? Justifier la réponse.

7. Est-il possible que 12 voitures roulent à 70 km/h ? Justifier la réponse.

8. Représenter graphiquement cette série statistique par un histogramme (échelle : 1 cm pour 20 km/h et 1 cm pour 10 véhicules), puis par un diagramme circulaire de rayon 4 cm.

29 ✿✿ Mathieu dispose sur l'année de 1 000 €. Ses dépenses se répartissent principalement en cinq rubriques : film, vêtement, musique, livre et sport.
La répartition de ses dépenses, en pourcentage, est donnée par le diagramme circulaire suivant :



1. Calculer les dépenses consacrées à chaque rubrique par Mathieu.

2. Pour acheter davantage de CD, sans augmenter son budget annuel, Mathieu décide d'arrêter le sport.

a) Déterminer son nouveau budget musique.

b) Représenter par un diagramme semi-circulaire la nouvelle répartition des dépenses.

30 ✿✿ Le tableau suivant donne la taille, en cm, de 500 élèves d'un établissement scolaire.

Taille (en cm)	Nombre d'élèves n_i	Fréquence f_i	Pourcentage f_i %
[100 ; 120[	9		
[120 ; 140[		0,072	
[140 ; 160[			23,6
[160 ; 180[			
[180 ; 200[	49		
	$N =$		

1. Déterminer la population, le caractère étudié et la nature de ce caractère.

2. Compléter le tableau statistique précédent.

3. Déterminer, à l'aide du tableau, le nombre, puis le pourcentage d'élèves mesurant :

a) moins de 1,40 m ;

b) au moins 1,80 m ;

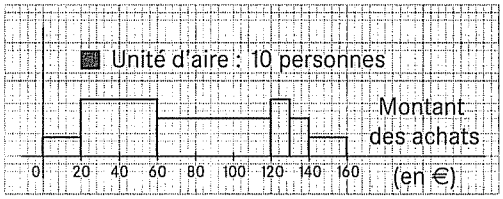
c) entre 120 et 180 cm.

4. Représenter graphiquement la série statistique des effectifs par un histogramme.

5. Déterminer à l'aide du graphique la taille des élèves la plus fréquente.

© Nathan/VUEF. La photocopie non autorisée est un délit.

31 ✿✿ On interroge 330 personnes à la sortie d'un hypermarché sur le montant de leurs achats (en euros). Les résultats sont représentés sur la figure suivante :



1. Déterminer la population, le caractère étudié et la nature de ce caractère.

2. Quelle est l'amplitude de l'intervalle unitaire choisi ?

3. Compléter le tableau statistique suivant :

Montant des achats (en €)	A_i*	n_i	Nombre d'IU**	Effectif par IU**
[0 ; 20[				

*A_i : amplitude des classes ; **IU : intervalle unitaire

32 ✿✿ DOCUMENT-ANNEXE P. 124

Une entreprise fabrique et vend des pièces détachées. Le relevé des dimensions, en cm, d'une série de 200 pièces a donné les résultats suivants :

Dimension (en cm)	A_i*	n_i	Nombre d'IU**	Effectif par IU**
[0,24 ; 0,26[		30		
[0,26 ; 0,28[		60		
[0,28 ; 0,32[		68		
[0,32 ; 0,34[		30		
[0,34 ; 0,35[	0,01	12	1	$\frac{12}{1} = 12$

*A_i : amplitude des classes ; **IU : intervalle unitaire

1. Déterminer la population, le caractère étudié et la nature de ce caractère page 124.

2. Compléter le tableau statistique page 124.

3. Représenter graphiquement la série statistique des effectifs par un histogramme, sur le document-annexe page 124.

33 ✿✿✿ Une étude portant sur la masse (en g) d'un lot de 202 vis a donné les résultats ci-après.

Masse (en g)	A_i*	n_i	Nombre d'IU**	Effectif par IU**
[4 ; 4,2[		30		
[4,2 ; 4,4[		60		
[4,4 ; 4,8[		66		
[4,8 ; 5,2[		26		
[5,2 ; 5,8[		12		
[5,8 ; 6[		8		

*A_i : amplitude des classes ; **IU : intervalle unitaire

1. Déterminer la population, le caractère étudié et la nature de ce caractère.

2. Compléter le tableau statistique précédent en prenant comme intervalle unitaire un intervalle d'amplitude 0,2 g.

3. Représenter graphiquement la série statistique des effectifs par un histogramme.

34 ✿ Les quantités vendues d'une marchandise ont augmenté de 3 % entre 2001 et 2003.
En déduire l'indice simple des quantités vendues en 2003, base 100 en 2001.

35 ✿ Dans un magasin, le prix d'un tournevis électrique est de 36 € en 2002 et de 37,98 € en 2003.

1. Calculer l'indice du prix du tournevis en 2003, base 100 en 2002.

2. En déduire la variation, en pourcentage, du prix du tournevis entre 2002 et 2003.

36 ✿ Les dépenses moyennes mensuelles d'un commercial en 2002 sont les suivantes :

	Dépenses en euros en 2002
Nuits d'hôtels	228
Restaurants	340
Frais de transport	610

1. Le commercial a calculé qu'entre 2002 et 2003 ses dépenses moyennes mensuelles en hôtels ont diminué de 15 %, ses frais de restaurant sont restés stables et ses frais de transport ont augmenté de 8 %.
Calculer les dépenses moyennes mensuelles du commercial en 2003.

2. Déterminer, sans calcul, l'indice des dépenses moyennes mensuelles du commercial en 2003, base 100 en 2002 pour chaque catégorie de dépense.

37 ✿ Les indices INSEE des prix à la consommation en août 2001 et 2002, base 100 en 1998 sont les suivants :

Mois	Août 2001	Août 2002
Indice	103,9	105,7

© Nathan/VUEF. La photocopie non autorisée est un délit.

1. Calculer l'indice des prix en août 2002, base 100 en août 2001 (arrondir à 0,1).
En déduire la variation, en pourcentage, de l'indice INSEE des prix entre août 2001 et août 2002.

2. Un lecteur DVD vaut 180 € en août 2002.
Quel était son prix en août 2001 ?

3. Une paire de chaussures de sport coûtait 29,51 € en août 2001. Quel est son prix en août 2002 ?

38 ✿ Le coût d'achat d'un article était de : 15 € en 1994 ; 16 € en 1995 ; 17 € en 1996 ; 19 € en 1997 ; 18 € en 1998 ; 20 € en 1999 ; 19 € en 2000 ; 23 € en 2001; 24 € en 2002 ; 26 € en 2003.

1. En prenant l'année 1994 comme année de référence, calculer l'indice du coût d'achat de cet article entre 1995 et 2003 (arrondir à 0,1).

2. Représenter graphiquement l'évolution dans le temps de cet indice.

39 ✿

1. Compléter le tableau donnant l'évolution du prix d'un produit au cours du temps :

Année	1984	1988	1992	1996	2000	2004
Prix (en €)	122	125	132,5		135	
Indice des prix, base 100 en 1988		100		106,2		112

2. Représenter graphiquement la série chronologique associée au prix du produit.

40 ✿✿ DOCUMENT-ANNEXE P. 124

Les quantités annuelles vendues d'une eau de toilette de marque renommée dans une parfumerie sont les suivantes :

Année	2000	2001	2002	2003	2004
Quantités annuelles vendues (en milliers de flacons)	50	55	64	70	86

À l'aide du document-annexe :

a) calculer l'indice simple des quantités annuelles vendues en 2001, 2002, 2003 et 2004 en prenant l'année 2000 comme année de référence ;

b) calculer l'indice simple des quantités annuelles vendues en 2000, 2002, 2003 et 2004 en prenant l'année 2001 comme année de référence (arrondir à 0,1) ;

c) calculer l'indice simple des quantités annuelles vendues en prenant l'année précédente comme année de référence (arrondir à 0,1).

41 ✿✿ L'évolution du prix d'une calculatrice scientifique de marque déterminée, base 100 en 1995, est donnée par le tableau ci-après.

Année	1995	2000	2003
Indice	100	113,5	
Prix (en €)	91,47		85,07

1. Compléter le tableau précédent.

2. Déterminer la variation, en pourcentage, du prix de la calculatrice entre :

a) 1995 et 2000 ; **b)** 2000 et 2003 ; **c)** 1995 et 2003.

42 ✿✿ Un immeuble a été acheté le 1er juin 2000 pour 240 000 €. L'indice national du bâtiment BT0 1 était en juin 2000 de 579,1.

1. Calculer le prix de vente de l'immeuble en juin 2002 sachant que l'indice national du bâtiment s'élève à 612,6 (arrondir à l'euro le plus proche).

2. Calculer l'indice national du bâtiment en juin 2001 si l'immeuble est revendu à cette époque 247 045 € (arrondir à 0,1).

43 ✿✿ Les indices des chiffres d'affaires annuels d'une entreprise sont les suivants :

Année	Indice du chiffre d'affaires, base 100 en 2002
2003	220
2004	305

Le chiffre d'affaires annuel de l'entreprise en 2004 est de 28 000 €.

1. Calculer le chiffre d'affaires de l'entreprise en 2003 (arrondir à l'euro le plus proche).

2. Calculer le chiffre d'affaires de l'entreprise en 2002 (arrondir à l'euro le plus proche).

3. Déterminer la variation, en pourcentage, du chiffre d'affaires de l'entreprise entre :

a) 2002 et 2003 ; **b)** 2002 et 2004 ; **c)** 2003 et 2004.

44 ✿✿✿ Compléter le tableau suivant donnant les prix de différents produits de consommation courante.

Prix en 2002 (en €)	Prix en 2003 (en €)	Indice des prix en 2003, base100 en 2002	Variation (en %) du prix du produit entre 2002 et 2003
280		100	
112			– 18
19			+ 50
28		60	
37			+ 125
	40		– 62
	125	112	
	10	15	
	66	200	
	14	98	
5			+ 220

© Nathan/VUEF. La photocopie non autorisée est un délit.

Document-annexe du problème 32

1. La population est : .....

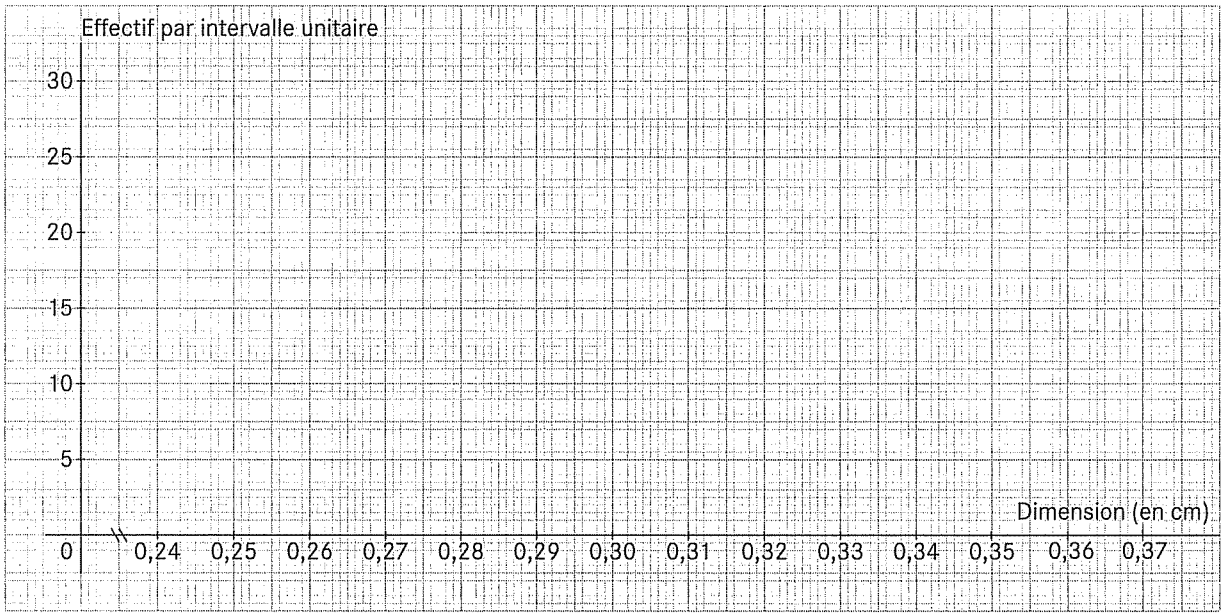
Le caractère étudié est : .....

La nature du caractère est : .....

2. Tableau statistique :

Dimension (en cm)	Amplitude A_i	Effectif n_i	Nombre d'intervalles unitaires	Effectif par intervalle unitaire
[0,24 ; 0,26[		30		
[0,26 ; 0,28[		60		
[0,28 ; 0,32[		68		
[0,32 ; 0,34[		30		
[0,34 ; 0,35[	0,35 – 0,34 = 0,01	12	1	$\frac{12}{1} = 12$

3. Histogramme :



Document-annexe du problème 40

Année	2000	2001	2002	2003	2004
Quantités annuelles vendues (en milliers de flacons)	50	55	64	70	86
Indice des quantités, base 100 en 2000					
Indice des quantités, base 100 en 2001					
Indice des quantités, base 100 l'année précédente					

© Nathan/VUEF. La photocopie non autorisée est un délit.

13 Paramètres de position et de dispersion de séries statistiques

VOUS ALLEZ APPRENDRE À :

- Calculer les effectifs et les fréquences cumulés d'une série statistique.
- Construire les polygones des effectifs cumulés d'une série statistique.
- Calculer la moyenne et l'écart-type d'une série statistique.

POUR VOUS AIDER

FICHE MÉTHODE 43 p. 157
Comment construire les polygones des effectifs cumulés ?

FICHE MÉTHODE 44 p. 158
Comment calculer la moyenne et l'écart-type d'une série statistique ?

FICHE L'ESSENTIEL p. 171

Exercices d'entraînement

Constructions de tableaux et de polygones des effectifs cumulés

FICHE MÉTHODE 43

1 Un élève de BEP a obtenu les notes de mathématiques suivantes au cours de l'année :
15 – 10 – 08 – 09 – 10 – 12 – 15.

1. Compléter le tableau :

Notes sur 20 x_i	Nombre de notes n_i	n_i ↗	n_i ↘
	$N =$		

n_i ↗ : effectif cumulé croissant ;

n_i ↘ : effectif cumulé décroissant.

2. Traduire par une phrase les cases grisées du tableau.

2 On recense les salariés d'une entreprise en fonction de leur ancienneté.
Compléter le tableau :

Ancienneté (en années) x_i	Nombre de salariés n_i	f_i %	f_i % ↗	f_i % ↘
1	8			
2	12			
3	15			
4	10			
5	5			
	$N =$			

f_i % : pourcentage ; f_i % ↗ : pourcentage cumulé croissant ;

f_i % ↘ : pourcentage cumulé décroissant.

© Nathan/VUEF. La photocopie non autorisée est un délit.

3 On range un lot de pièces détachées en fonction de leur diamètre :

Diamètre (en mm)	Nombre de pièces n_i
[10 ; 15[	10
[15 ; 20[	30
[20 ; 25[	38
[25 ; 40[	22
[40 ; 60[	10
	$N =$

Compléter le tableau en y faisant figurer :
- les fréquences (arrondies à 0,01) ;
- les effectifs cumulés croissants ;
- les effectifs cumulés décroissants ;
- les fréquences cumulées croissantes ;
- les fréquences cumulées décroissantes.

4 La prime annuelle de 30 employés d'une entreprise se répartie de la façon suivante :

Prime (en €)	Nombre d'employés n_i
[0 ; 60[	10
[60 ; 100[	2
[100 ; 200[	9
[200 ; 300[	4
[300 ; 500[	5
	$N =$

Compléter le tableau en y faisant figurer :
- les fréquences (en %) arrondies à l'unité ;
- les effectifs cumulés croissants ;
- les effectifs cumulés décroissants ;
- les fréquences (en %) cumulées croissantes ;
- les fréquences (en %) cumulées décroissantes.

5 L'âge des spectateurs assistant à un match de football est donné par le tableau suivant :

Âge	Nombre de spectateurs n_i	$n_i \nearrow$	$n_i \searrow$
[5 ; 15[			75
[15 ; 20[			70
[20 ; 30[			60
[30 ; 40[			20
[40 ; 60[			5
[60 ; 80[			1
	$N =$		

$n_i \nearrow$: effectif cumulé croissant ; $n_i \searrow$: effectif cumulé décroissant.

Compléter le tableau précédent.

6 Le nombre d'enfants de 50 familles d'un lotissement est donné par le tableau suivant :

Nombre d'enfants	Nombre de famille n_i	$n_i \nearrow$	$n_i \searrow$
0		4	
1		15	
2		22	
3		36	
4		44	
5			
	$N =$		

$n_i \nearrow$: effectif cumulé croissant ; $n_i \searrow$: effectif cumulé décroissant.

Compléter le tableau précédent.

7 La grille des salaires nets mensuels des employés d'une PME est la suivante :

Salaires (en €)	Nombre d'employés n_i	$n_i \nearrow$	$n_i \searrow$
[500 ; 1 500[	1		
[1 500 ; 2 000[	1		
[2 000 ; 2 500[	4		
[2 500 ; 3 000[	4		
[3 000 ; 3 500[	2		
	$N =$		

$n_i \nearrow$: effectif cumulé croissant ; $n_i \searrow$: effectif cumulé décroissant.

1. Compléter le tableau précédent.

2. Indiquer les coordonnées des points à joindre pour tracer le polygone des effectifs cumulés croissants :

Points du polygone des effectifs cumulés croissants :						
abscisse	500					
ordonnée	0					

3. Indiquer les coordonnées des points à joindre pour tracer le polygone des effectifs cumulés décroissants :

Points du polygone des effectifs cumulés décroissants :						
abscisse						3 500
ordonnée						0

4. Construire, dans un même repère, les polygones des effectifs cumulés croissants et décroissants. Échelle : en abscisse, 1 cm pour 500 € ; en ordonnée, 1 cm pour un employé.

© Nathan/VUEF. La photocopie non autorisée est un délit.

8 Les ventes enregistrées de fournitures scolaires dans une grande surface sont les suivantes :

Prix (en €)	Nombre d'articles vendus n_i	f_i %	f_i % ↗	f_i % ↘
[0 ; 1[	300			
[1 ; 2[	270			
[2 ; 4[	150			
[4 ; 6[	180			
[6 ; 7[	540			
[7 ; 8[	60			
	N =			

f_i % : pourcentage ; f_i % ↗ : pourcentage cumulé croissant ; f_i % ↘ : pourcentage cumulé décroissant.

1. Compléter le tableau précédent.

2. Indiquer les coordonnées des points à joindre pour tracer le polygone des pourcentages cumulés croissants :

Points du polygone des pourcentages cumulés croissants :							
abscisse	0						
ordonnée	0						

3. Indiquer les coordonnées des points à joindre pour tracer le polygone des pourcentages cumulés décroissants :

Points du polygone des pourcentages cumulés décroissants :							
abscisse							8
ordonnée							0

4. Construire, dans un même repère, les polygones des pourcentages cumulés croissants et décroissants. Échelle : en abscisse, 1 cm pour 1 € ; en ordonnée, 1 cm pour 10 %.

9 Le temps d'écoute quotidien de la télévision de 30 lycéens est le suivant :

Temps d'écoute (en min)	Nombre de lycéens n_i	n_i ↗
[0 ; 30[	2	
[30 ; 60[		10
[60 ; 100[		20
[100 ; 120[		25
[120 ; 180[		
	N =	

n_i ↗ : effectif cumulé croissant.

1. Compléter le tableau précédent.

2. Construire le polygone des effectifs cumulés croissants. Échelle : en abscisse, 1 cm pour 10 min ; en ordonnée, 1 cm pour 2 lycéens.

10 La distance entre l'école et le domicile de 100 élèves de BEP est donnée par le tableau ci-après.

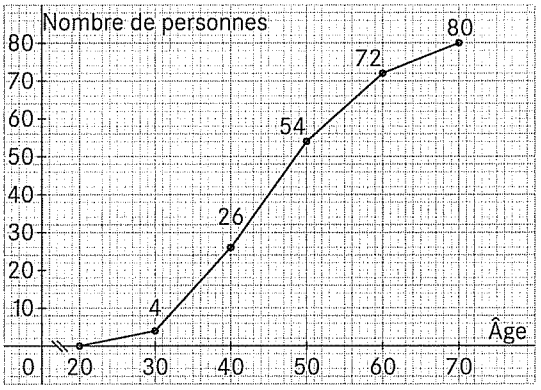
1. Compléter le tableau.

2. Construire le polygone des effectifs cumulés décroissants. Échelle : en abscisse, 1 cm pour 2 km ; en ordonnée, 1 cm pour 10 élèves.

Distance (en km)	Nombre d'élèves n_i	n_i ↘
[0 ; 1[		100
[1 ; 2[		85
[2 ; 3[		56
[3 ; 4[		44
[4 ; 6[		28
[6 ; 8[		18
[8 ; 10[		10
[10 ; 20[		2

n_i ↘ : effectif cumulé décroissant.

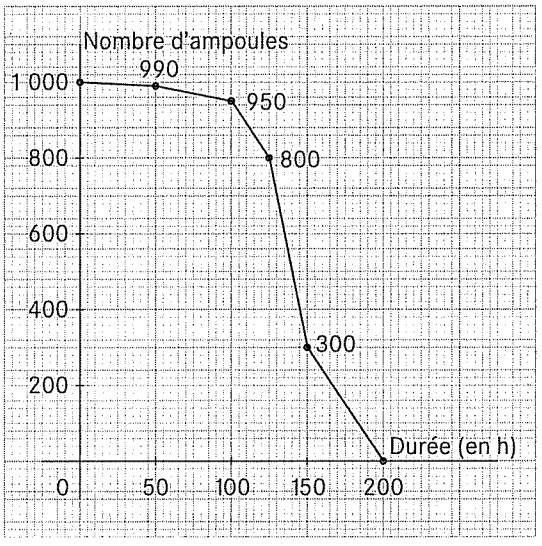
11 Le polygone des effectifs cumulés croissants tracé ci-dessous représente l'âge d'un groupe de personnes appartenant à un club de randonnée.



À l'aide du graphique, déterminer l'effectif total de la population, puis compléter le tableau suivant :

Classes d'âge						
n_i						N =
n_i ↗						

12 Le polygone des effectifs cumulés décroissants tracé ci-dessous représente la durée de vie d'un lot d'ampoules électriques.



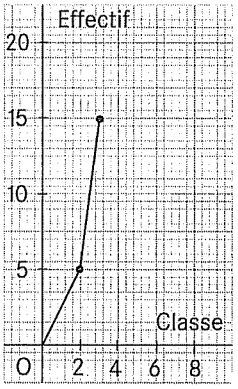
© Nathan/VUEF. La photocopie non autorisée est un délit.

À l'aide du graphique, compléter le tableau suivant :

Durée de vie (en heures)						
n_i						$N =$
$n_i \searrow$						

13 On donne le tableau et le polygone des effectifs cumulés croissants suivants :

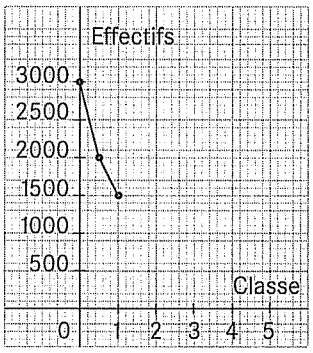
Classes	Effectif n_i	$n_i \nearrow$
[... ; ...[		
[... ; ...[		
[3 ; 6[	4	
[6 ; 8[		
	$N = 20$	



Compléter le tableau et le graphique.

14 On donne le tableau et le polygone des effectifs cumulés décroissants suivants :

Classes	Effectif n_i	$n_i \searrow$
[... ; ...[	1 000	
[... ; ...[		
[1 ; 2[		
[2 ; 2,5[		1 000
[2,5 ; 5[		500
	$N =$	



Compléter le tableau et le graphique.

... construire les polygones des effectifs cumulés ?

1. On veut représenter le polygone des effectifs cumulés croissants d'une série statistique.
Quelles sont les abscisses des points de ce polygone ?

- ❑ Les bornes de gauche des classes
- ❑ Les bornes de droite des classes
- ❑ Les effectifs cumulés croissants

2. On veut représenter le polygone des effectifs cumulés décroissants d'une série statistique.
Quelles sont les abscisses des points de ce polygone ?

- ❑ Les bornes de gauche des classes
- ❑ Les bornes de droite des classes
- ❑ Les effectifs cumulés décroissants

▶ POUR VOUS AIDER : 43 P. 157
▶ RÉPONSE 1 : P. 174

Moyenne - Écart-type

FICHE MÉTHODE 44

15 Une enquête relative au lancement d'un nouveau produit a donné les résultats suivants :

Nombre de litres consommés dans le mois x_i	Nombre de clients n_i	Produit $x_i \times n_i$
0	12	
1	25	
2	32	
3	20	
4	11	
	$N =$	

1. Compléter le tableau précédent.
2. Calculer la moyenne de cette série statistique.

16 Une enquête relative au prix d'un stylo plume dans différents points de vente a donné les résultats suivants :

Prix (en €)	Nombre de magasins n_i	Centre des classes x_i	Produit $x_i \times n_i$
[2 ; 4[	2		
[4 ; 8[	12		
[8 ; 16[	6		
	$N =$		

1. Compléter le tableau précédent.
2. Calculer la moyenne de cette série statistique. Interpréter le résultat trouvé.

17 Une enquête relative au poids de 150 enfants d'une crèche a donné les résultats suivants :

Poids (en kg)	Nombre d'enfants n_i	Centre des classes x_i	Produit $x_i \times n_i$
[0 ; 3[	30		
[3 ; 4[	27		
[4 ; 5[	15		
[5 ; 7[	18		
[7 ; 9[	54		
[9 ; 12[	6		
	$N =$		

1. Compléter le tableau précédent.
2. Calculer la moyenne de cette série statistique. Interpréter par une phrase le résultat trouvé.

18 On recense, sur une journée, le nombre d'enfants de la clientèle d'une grande surface. Les résultats sont donnés dans le tableau ci-après.
1. Compléter la colonne ① du tableau.
En déduire la moyenne de cette série statistique.
Interpréter par une phrase le résultat trouvé.
2. Compléter les colonnes ② et ③ du tableau.
En déduire l'écart-type de cette série statistique.
Interpréter par une phrase le résultat trouvé.

© Nathan/VUEF. La photocopie non autorisée est un délit.

		Colonnes		
		①	②	③
x_i	n_i	Produit $x_i \times n_i$	$x_i - \overline{x}$	$n_i \times (x_i - \overline{x})^2$
0	5			
1	50			
2	95			
3	40			
4	10			
	$N =$			

x_i : nombre d'enfants ; n_i : nombre de clients

19 Les résultats d'un sondage portant sur le nombre de téléviseurs de 60 familles a donné les résultats suivants :

		Colonnes		
		①	②	③
Nombre de téléviseurs x_i	Nombre de familles n_i	Produit $x_i \times n_i$	$x_i - \overline{x}$	$n_i \times (x_i - \overline{x})^2$
0	1			
1	16			
2	29			
3	10			
4	4			
	$N =$			

1. Compléter la colonne ① du tableau.
En déduire la valeur de la moyenne de cette série statistique. Interpréter par une phrase le résultat trouvé.

2. Compléter les colonnes ② et ③ du tableau.
En déduire la valeur de l'écart-type de cette série statistique. Interpréter par une phrase le résultat trouvé.

20 L'âge des pères de 30 élèves de BEP est le suivant :

		Colonnes			
		①	②	③	④
Âge	n_i	x_i	Produit $x_i \times n_i$	$x_i - \overline{x}$	$n_i \times (x_i - \overline{x})^2$
[25 ; 35[	1				
[35 ; 40[	7				
[40 ; 45[	12				
[45 ; 50[	8				
[50 ; 60[	2				

n_i : nombre d'élèves ; x_i : centre des classes

1. Compléter les colonnes ① et ② du tableau précédent.
En déduire la moyenne de cette série statistique (arrondir à l'unité). Interpréter par une phrase le résultat trouvé.

2. Compléter les colonnes ③ et ④ du tableau précédent.
En déduire l'écart-type de cette série statistique.

Êtes-vous capable de...

... calculer la moyenne d'une série statistique ?

1. Un lycéen a obtenu en français les notes suivantes : 07 - 15 - 08 - 06 - 12. Quelle est sa moyenne ?

❑ 10/20 ❑ 09,5/20 ❑ 09,6/20

2. On donne le tableau statistique suivant :

x_i	1	2	3	4
n_i	0	5	5	2

Quelle est la moyenne statistique ?

❑ $\overline{x} = 8{,}25$ ❑ $\overline{x} = 2{,}75$ ❑ $\overline{x} = 3{,}3$

▶ POUR VOUS AIDER : 44 P. 158
▶ RÉPONSE 2 : P. 174

© Nathan/VUEF. La photocopie non autorisée est un délit.

Problèmes

✿ = facile ✿✿ = ça se corse ✿✿✿ = difficile

21 ✿ Un élève a composé deux devoirs d'anglais auxquels il a eu 12/20 et 06/20.

1. Calculer la moyenne de ces deux notes.

2. Il veut obtenir une moyenne de 11/20 en anglais. Quelle note doit-il obtenir à son 3e devoir ?

3. Il obtient 14/20 à son 3e devoir et le professeur annonce que cette note sera affectée du coefficient 2. Quelle est alors la moyenne de l'élève ?

22 ✿ **1.** Le tableau suivant donne les notes obtenues par Kévin à son BEP.

Épreuves	Coefficient	Note
Domaine professionnel :		
EP1 : Travaux professionnels de magasinage et de commercialisation des produits	5	9
EP2 : Travaux professionnels d'analyse de travail et technologie	5	12
EP3 : Épreuve juridique et économique	2	13
Domaines généraux :		
EG1 : Expression française	3	11
EG2 : Mathématiques	2	8
EG3 : Langue vivante étrangère	1	13
EG4 : Histoire-Géographie	1	9
EG5 : Éducation physique et sportive	1	18

Calculer la moyenne obtenue par Kévin en tenant compte des différents coefficients.

2. Voici les moyennes obtenues par tous les élèves de la classe de Kévin à leur BEP :
14 ; 12 ; 13 ; 06 ; 05 ; 12 ; 07 ; 10 ; 08 ; 06 ; 07 ; 10 ; 09 ; 13 ; 06 ; 14 ; 08 ; 11 ; 07 ; 09 ; 14 ; 11 ; 10 ; 11 ; 12.
La moyenne de Kévin est-elle inférieure ou supérieure à la moyenne de la classe ?
Justifier la réponse.

23 ✿✿ Le responsable d'un restaurant recense chaque jour le montant des repas de ses clients.

1. Compléter le tableau statistique ci-après.

2. À l'aide du tableau, calculer le prix moyen d'un repas.

3. Construire l'histogramme des effectifs. Préciser l'échelle représentant l'aire correspondant à 10 clients.

Montant du repas (en €)	Centre des classes x_i	Nombre de clients n_i	Pourcentage f_i %	Produit $x_i \times n_i$
[10 ; 20[		66		
[20 ; 30[			40	
[30 ; 40[				1 680
[40 ; 50[				
[50 ; 60[				330
		240		6 480

24 ✿✿

On relève la taille de 500 élèves d'un lycée.

1. Compléter le tableau statistique :

Taille (en cm)	Nombre d'élèves n_i	Pourcentage f_i %	$n_i \nearrow$	$n_i \searrow$	α_i (arrondi au degré)
[145 ; 155[	40			(2)	
[155 ; 165[			196		
[165 ; 175[	168				
[175 ; 185[		25,6			
[185 ; 195[			(1)		

α_i : mesure de l'angle au centre

2. À l'aide du tableau, calculer le nombre, puis le pourcentage d'élèves mesurant :

a) moins de 165 cm ;

b) au moins 155 cm.

3. Interpréter par une phrase les cases grisées du tableau.

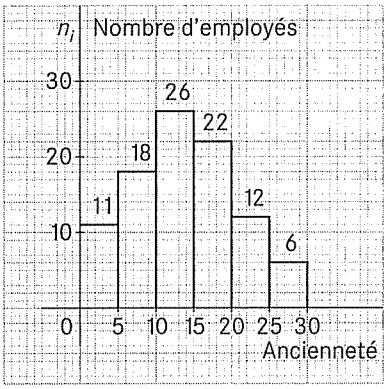
4. Quelle est la taille dominante des élèves ?

5. Représenter cette série par un diagramme circulaire de rayon 4 cm.

6. Construire sur le même graphique les polygones des effectifs cumulés croissants et décroissants.
Échelle :
en abscisse, 1 cm pour 5 cm (commencer la graduation à 145) ; en ordonnée, 1 cm pour 50 élèves.

© Nathan/VUEF. La photocopie non autorisée est un délit.

25 ✿✿ Le graphique suivant donne les résultats d'une enquête effectuée dans une entreprise concernant l'ancienneté des employés.



1. Quel est le nom de cette représentation graphique ?

2. Déterminer la population, le caractère étudié et la nature de ce caractère.

3. À l'aide du graphique, construire un tableau de la forme :

Ancienneté (en années)	x_i	n_i	f_i %	f_i % ↗	f_i % ↘	Produit $x_i \times n_i$

n_i : nombre de salariés ; x_i : centre des classes

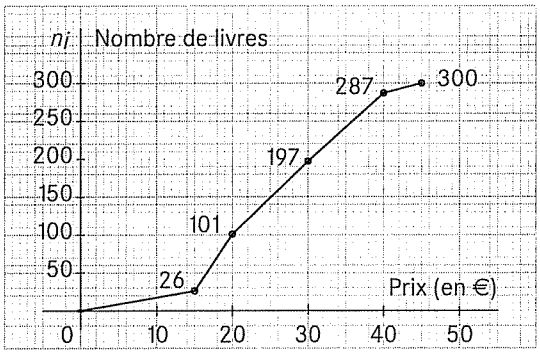
4. Déterminer, à l'aide du tableau, le pourcentage de salariés ayant :
au moins 10 ans d'ancienneté ;
moins de 20 ans d'ancienneté.

5. Calculer l'ancienneté moyenne des salariés (arrondir à 10^{-2}).

6. Calculer l'écart-type.

7. Construire le polygone des pourcentages cumulés décroissants. Échelle : en abscisse, 1 cm pour 5 euros ; en ordonnée, 1 cm pour 10 employés.

26 ✿✿ Le documentaliste d'un lycée a acheté 300 livres. Le classement de ces livres selon leur prix a donné le polygone des effectifs cumulés croissants suivant :



1. Déterminer la population, le caractère étudié et la nature de ce caractère.

2. À l'aide du polygone des effectifs cumulés croissants, compléter le tableau ci-après.

Classe	x_i	n_i	n_i ↗	f_i %	Produit $x_i \times n_i$	α_i

x_i : centre des classes ; α_i : mesure de l'angle au centre (en degrés) ; n_i ↗ : effectif cumulé croissant

3. Déterminer, à l'aide du tableau, le nombre de livres dont le prix est inférieur à 30 euros.

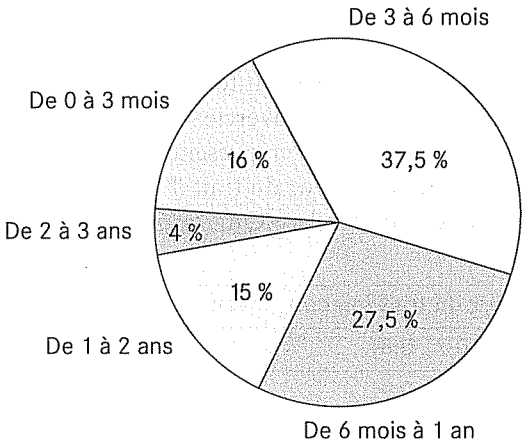
4. Calculer, à l'aide du tableau, le prix moyen d'un livre (arrondir au centime).

5. Calculer l'écart-type.

6. Représenter graphiquement cette série statistique par un diagramme circulaire de rayon 4 cm.

27 ✿✿ DOCUMENT-ANNEXE P. 134

Pour illustrer la durée de chômage de 800 personnes, on a réalisé le diagramme circulaire suivant :



1. Déterminer la population, le caractère étudié et la nature de ce caractère.

2. Construire page 134, le tableau statistique permettant de présenter les données de la représentation graphique.

3. Déterminer le nombre de personnes pour lesquelles la durée de chômage est inférieure à 6 mois, puis le pourcentage de personnes dont la durée de chômage est au moins de 3 mois.

4. Construire l'histogramme des effectifs sur le document-annexe page 134.

5. Construire les polygones des effectifs cumulés croissants et décroissants sur le document-annexe page 134.

6. Construire le tableau statistique permettant de calculer la moyenne et l'écart-type.
Effectuer ces calculs.

© Nathan/VUEF. La photocopie non autorisée est un délit.

28 ✿✿ L'entreprise Palacio créée il y a 5 ans comptait 15 employés. Elle en compte aujourd'hui 60 % de plus.

1. Quel est le nombre actuel d'employés ?

2. Les ventes de l'entreprise sont classées selon leur montant. Compléter le tableau :

Montant des ventes (en €)	Nombre de ventes n_i	f_i	$f_i \nearrow$	$f_i \searrow$	Mesure de l'angle au centre (en degrés) α_i
[0 ; 1 000[		0,05			
[1 000 ; 2 000[					
[2 000 ; 3 000[		0,43			
[3 000 ; 4 000[	1 020				
[4 000 ; 5 000[	900				
	6 000				180

3. Déterminer le pourcentage de ventes dont le montant est supérieur à 2 000 €, puis vérifier que 85 % des ventes sont d'un montant inférieur à 4 000 €.

4. Représenter cette série par un diagramme semi-circulaire de rayon 5 cm et par un histogramme.

5. Établir un tableau permettant de calculer le montant moyen des ventes et l'écart-type. Calculer ces deux paramètres.

29 ✿✿ Un système automatisé permet de réaliser le marquage d'un couvercle. On prélève un échantillon de 100 couvercles représentatifs de la production. On relève la largeur du trait d'impression, en cm, sur chaque couvercle. On obtient les résultats suivants :

Largeur du trait (en cm)	Nombre de couvercles n_i
[0,7 ; 0,8[	4
[0,8 ; 0,9[	21
[0,9 ; 1[	30
[1 ; 1,1[	30
[1,1 ; 1,2[	10
[1,2 ; 1,3[	5

1. Calculer la moyenne $\bar{x}$ et l'écart-type σ (arrondir les résultats au centième par excès).
Faire apparaître les calculs intermédiaires ou la séquence calculatrice.

2. L'intervalle de tolérance de fabrication des pièces est [0,8 ; 1,2[.

a) Combien y-a-t-il de pièces en dehors de cette tolérance ?

b) Calculer, en pourcentage de l'ensemble, le nombre de pièces situées dans la limite de tolérance.

30 ✿✿ Une entreprise fabrique des tuyaux en béton armé de diamètre intérieur théorique 250 mm. Pour un contrôle de fabrication, on a prélevé au hasard un échantillon de 30 tuyaux.
Les mesures des diamètres intérieurs des tuyaux sont les suivants :
252 ; 249 ; 248 ; 251 ; 250 ; 249 ; 252 ;
245 ; 251 ; 247 ; 250 ; 247 ; 248 ; 248 ;
249 ; 250 ; 251 ; 250 ; 251 ; 247 ; 251 ;
248 ; 251 ; 252 ; 248 ; 252 ; 253 ; 252 ;
253 ; 246.

1. Déterminer le diamètre intérieur moyen des tuyaux $\bar{x}$, puis l'écart-type σ.
En déduire $\bar{x} - \sigma$ et $\bar{x} + \sigma$.

2. Déterminer le nombre de tuyaux dont le diamètre intérieur appartient à l'intervalle $[\bar{x} - \sigma ; \bar{x} + \sigma]$.
Exprimer le résultat en pourcentage par rapport à l'ensemble des pièces de l'échantillon.

31 ✿✿ Pour vérifier le réglage d'une machine, un technicien relève le diamètre extérieur d'une pièce après passage dans une chaîne. Les résultats sont consignés dans le tableau suivant :

Diamètre (en mm)	Nombre de pièces n_i	Pourcentage f_i %	Centre des classes x_i	Produit $x_i \times n_i$
[31,7 ; 31,8[	2			
[31,8 ; 31,9[	8			
[31,9 ; 32[	26			
[32 ; 32,1[	30			
[32,1 ; 32,2[	10			
[32,2 ; 32,3[	4			

1. Compléter le tableau précédent.

2. Quel est, en pourcentage de l'échantillon, le nombre de pièces dont le diamètre est compris entre 31,8 et 32,2 mm ?

3. Calculer la moyenne $\bar{x}$ des pièces (arrondir au mm).

4. La machine est convenablement réglée si :
• Le diamètre moyen des pièces est compris entre 30 et 31 mm ;
• 90 % au moins des pièces ont un diamètre compris entre 31,8 et 32,2 mm.
Un réglage est-il nécessaire ?
Justifier.

32 ✿✿ Une machine produit des pièces usinées. On prélève un échantillon de 120 pièces et on mesure leur rayon. Les résultats obtenus sont les suivants :

Rayon (en cm)	Nombre de pièces n_i	Pourcentage f_i % (arrondi à l'unité)	$n_i \nearrow$	$n_i \searrow$
3,16	2			
3,17	10			
3,18	30			
3,19	50			
3,20	22			
3,21	6			

1. Compléter le tableau précédent.

2. Construire le diagramme en bâtons des pourcentages.

© Nathan/VUEF. La photocopie non autorisée est un délit.

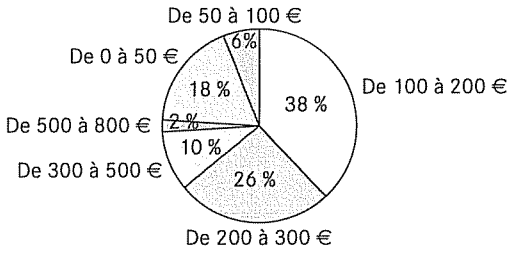
3. Compléter le tableau suivant :

x_i	n_i	$x_i \times n_i$	$x_i - \overline{x}$	$n_i \times (x_i - \overline{x})^2$
3,16	2			
3,17	10			
3,18	30			
3,19	50			
3,20	22			
3,21	6			

À l'aide du tableau, calculer la moyenne $\overline{x}$ et l'écart-type σ arrondis au mm, puis $\overline{x} - \sigma$ et $\overline{x} + \sigma$.

4. On rejette les pièces dont le rayon se situe en dehors de l'intervalle $[\overline{x} - \sigma ; \overline{x} + \sigma]$.
Déterminer le nombre, puis le pourcentage de pièces rejetées dans le lot considéré.

33 ✿✿✿ Un magasin de prêt-à-porter organise des soldes privées destinées aux 800 clients les plus fidèles. Avant l'envoi des cartons d'invitation, on étudie la répartition des clients selon le montant annuel de leurs achats.



1. Quel est le nom de cette représentation graphique ?

2. Construire deux tableaux de la forme :

Dépense annuelle (en €)	Pourcentage de clients f_i %	f_i % ↗	f_i % ↘

Dépense annuelle (en €)	Nombre de clients n_i	Centre des classes x_i	Produit $x_i \times n_i$	$x_i - \overline{x}$	$n_i \times (x_i - \overline{x})^2$

3. Déterminer à l'aide du premier tableau le nombre, puis le pourcentage de clients dépensant : moins de 200 €, entre 50 et 300 €, plus de 300 €.

4. Calculer à l'aide du second tableau, la moyenne et l'écart-type.

5. Construire sur le même graphique les polygones des pourcentages cumulés croissants et décroissants.
Échelle : en abscisse, 1 cm pour 100 € ; en ordonnée, 1 cm pour 10 %.

34 ✿✿✿ **Partie 1**

Le gérant d'une pizzeria relève, pour un de ses livreurs, la distance parcourue pour chaque livraison au cours d'une journée. Il a noté les distances suivantes (en km) : 0,3 – 0,8 – 1 – 3,1 – 1 – 1 – 1,5 – 1,9 – 2 – 2 – 2 – 2,5 – 2,6 – 1,9 – 2,7 – 2,6 – 2,5 – 3 – 2,3 – 3,5 – 3,8 – 3,5 – 4 – 4,5 – 4,8 – 2,9.

1. Compléter le tableau suivant :

	n_i	n_i ↗	n_i ↘
[0 ; 1[			
[1 ; 2[			
[2 ; 3[			
[3 ; 4[			
[4 ; 5[			
	$N =$		

2. Construire, sur le même graphique, les polygones des effectifs cumulés croissants et décroissants.
Échelle : en abscisse, 1 cm pour 0,5 km ;
en ordonnée, 1 cm pour 2 livraisons.

3. Compléter le tableau suivant :

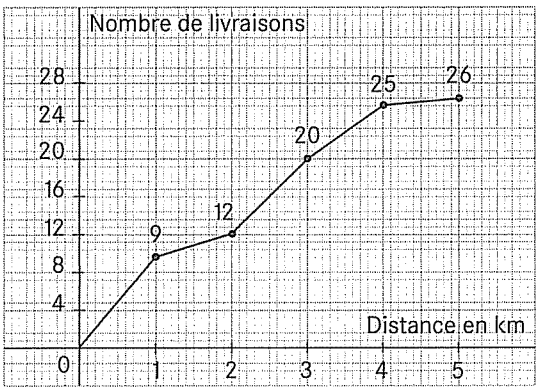
x_i *	n_i	Produit $x_i \times n_i$	$x_i - \overline{x}$	$n_i \times (x_i - \overline{x})^2$

* Centre des classes : x_i

Calculer à l'aide du tableau la distance moyenne parcourue par le livreur, puis l'écart-type de la série statistique (arrondir à 0,1).

Partie 2

Pour un autre livreur, l'observation de la distance parcourue a permis d'obtenir le polygone des effectifs cumulés croissants suivant :



1. Compléter le tableau statistique suivant à l'aide du graphique, puis calculer la distance moyenne, arrondie à 0,1 parcourue par le livreur :

Distance (en km)	[0 ; 1[	[1 ; 2[	[2 ; 3[	[3 ; 4[	[4 ; 5[
Nombre de livraisons n_i					
n_i ↗					
n_i ↘					
Centre des classes x_i					
Produit $x_i \times n_i$					

À l'aide du tableau, calculer la distance moyenne, arrondie à 0,1 parcourue par le livreur.

2. Construire l'histogramme des effectifs.
Échelle : en abscisse, 1 cm pour 0,5 km ;
en ordonnée, 1 cm pour une livraison.

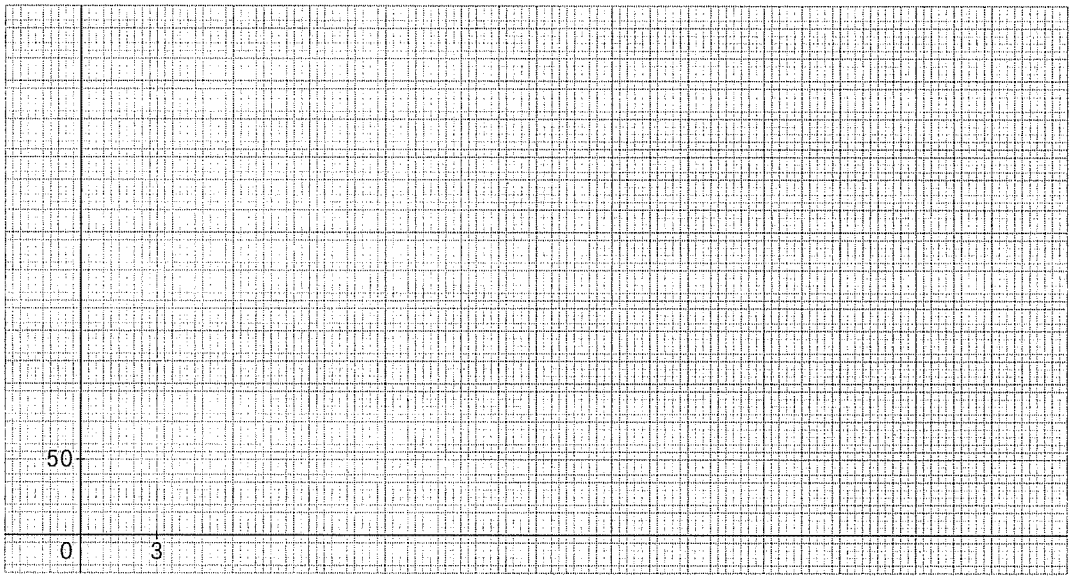
© Nathan/VUEF. La photocopie non autorisée est un délit.

Document-annexe du problème 27

2. Tableau statistique :

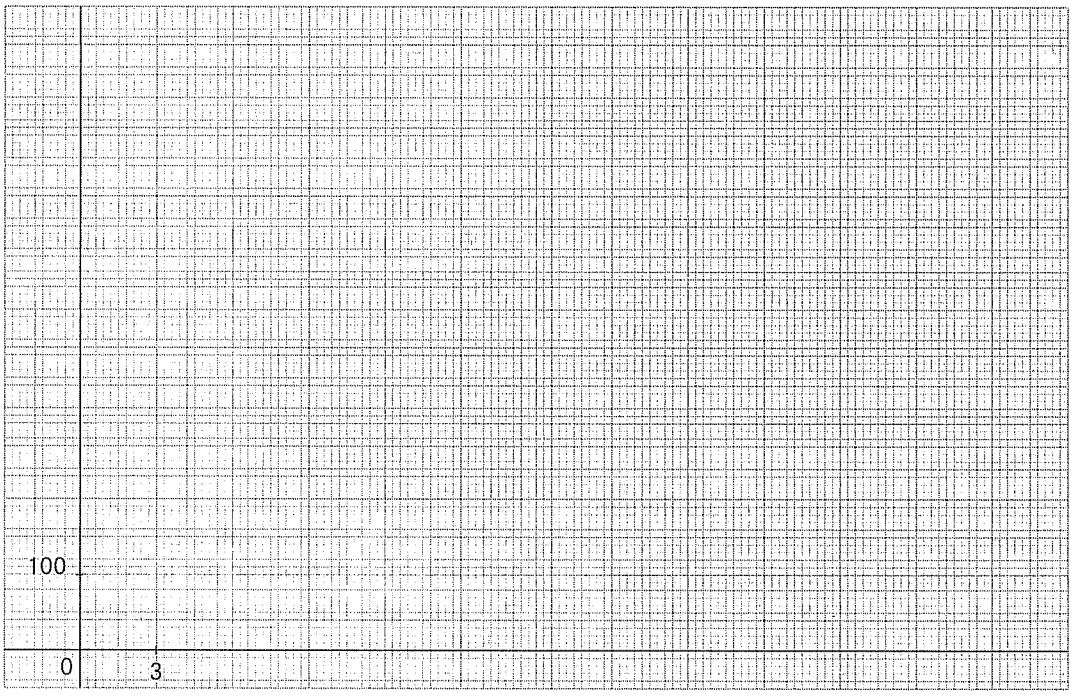
Durée du chômage (en mois)	f_i %	Nombre de chômeurs n_i

4. Histogramme des effectifs :



5. Polygones des effectifs cumulés croissants et décroissants :

Durée du chômage (en mois)					
n_i ↗					
n_i ↘					



© Nathan/VUEF. La photocopie non autorisée est un délit.

Comment effectuer un partage proportionnel ?

On cherche une suite de nombres $(x\ ;\ y\ ;\ z)$ proportionnelle à la suite de nombres donnée $(a\ ;\ b\ ;\ c)$ connaissant la somme $x+y+z$.

1. Les suites $(x\ ;\ y\ ;\ z)$ et $(a\ ;\ b\ ;\ c)$ étant proportionnelles, on a la relation :

$\frac{x}{a}=\frac{y}{b}=\frac{z}{c}=\frac{x+y+z}{a+b+c}$ **où** $k=\frac{x+y+z}{a+b+c}$ **est le coefficient de proportionnalité.**

2. On en déduit les nombres x ; y et z cherchés : $x=a\times k$; $y=b\times k$ et $z=c\times k$ et on conclut.

Exemple :

La location d'un gîte est de 180 € la semaine. Cette somme est partagée entre trois couples d'amis proportionnellement à leur nombre d'enfants : 1 ; 3 et 5. ***Calculer la somme versée par chaque famille.***

1. *On appelle x, y et z les sommes versées par chaque famille et on pose $a=1$; $b=3$ et $c=5$ leur nombre respectif d'enfants. On sait que $x+y+z=180$.*

Les sommes versées étant proportionnelles au nombre d'enfants, les suites $(x\ ;\ y\ ;\ z)$ et $(1\ ;\ 3\ ;\ 5)$ sont proportionnelles et on applique la relation : $\frac{x}{1}=\frac{y}{3}=\frac{z}{5}=\frac{180}{1+3+5}$ soit $x=\frac{y}{3}=\frac{z}{5}=\frac{180}{9}$; $x=\frac{y}{3}=\frac{z}{5}=20$.

2. *On en déduit les nombres x, y et z cherchés : $x=20$,*

$$\frac{y}{3}=20 \text{ soit } y=3\times 20 \text{ et } y=60,$$

$$\frac{z}{5}=20 \text{ soit } z=5\times 20 \text{ et } z=100.$$

La famille ayant un enfant verse 20 €, la famille de trois enfants verse 60 € et la famille de cinq enfants verse 100 €.

Comment calculer un pourcentage ?

1. Pour calculer une augmentation de p % :

• on détermine le montant de l'augmentation de la grandeur initiale :

$$\frac{p}{100}\times \text{grandeur initiale ;}$$

• on établit la relation existant entre la grandeur initiale donnée, le pourcentage et la grandeur finale cherchée :

$$\text{grandeur finale} = \text{grandeur initiale} + \frac{p}{100}\times \text{grandeur initiale}.$$

2. Pour calculer une diminution de p % :

• on détermine le montant de la diminution de la grandeur initiale :

$$\frac{p}{100}\times \text{grandeur initiale ;}$$

• on établit la relation existant entre la grandeur initiale donnée, le pourcentage et la grandeur finale cherchée :

$$\text{grandeur finale} = \text{grandeur initiale} - \frac{p}{100}\times \text{grandeur initiale}.$$

Exemple :

Le prix d'achat d'un article A est de 45 € et celui d'un article B de 60 €.

Calculer leurs nouveaux prix sachant que l'article A augmente de 12 % et que l'article B diminue de 7 %.

1. *Le prix de l'article A augmente de 5,40 €, car : $45\times\frac{12}{100}=45\times 0{,}12=5{,}4$.*

Le prix de l'article A après augmentation s'élève à 50,40 €, car : $45+5{,}4=50{,}4$.

2. *Le prix de l'article B diminue de 4,20 €, car : $60\times\frac{7}{100}=60\times 0{,}07=4{,}2$.*

Le prix de l'article B après diminution s'élève à 55,80 €, car : $60-4{,}2=55{,}8$.

Fiche Méthode 3

Comment reconnaître une fonction linéaire ?

1. **On montre que les suites de nombres $(x_1 ; x_2 ; x_3 ; \ldots ; x_n)$ et $(y_1 ; y_2 ; y_3 ; \ldots ; y_n)$ sont proportionnelles, c'est-à-dire : $\frac{y_1}{x_1}=\frac{y_2}{x_2}=\frac{y_3}{x_3}=\ldots=\frac{y_n}{x_n}=a$ où a est le coefficient de proportionnalité.**
2. **La fonction qui traduit cette proportionnalité est la fonction linéaire f telle que $f(x)=ax$.**

Exemple :
On considère les suites de nombres (2 ; 3 ; 7) et (1,6 ; 2,4 ; 5,6).
Montrer que la suite de nombres (1,6 ; 2,4 ; 5,6) est proportionnelle à la suite de nombres (2 ; 3 ; 7), puis déterminer la fonction linéaire qui traduit cette proportionnalité.

1. *Les suites de nombres (2 ; 3 ; 7) et (1,6 ; 2,4 ; 5,6) sont proportionnelles, car : $\frac{1,6}{2}=\frac{2,4}{3}=\frac{5,6}{7}=0,8$.*

2. *La fonction qui traduit cette proportionnalité est la fonction linéaire f telle que $f(x)=0,8x$.*

Fiche Méthode 4

Comment représenter graphiquement une fonction linéaire ?

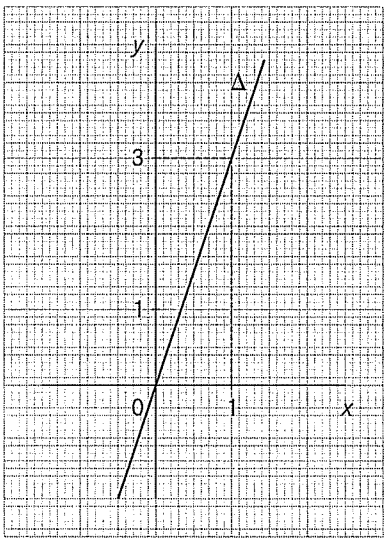
1. **On sait que la représentation graphique d'une fonction linéaire est une droite qui passe par l'origine du repère.**
2. **On détermine les coordonnées d'un autre point de la droite.**
3. **On place cet autre point dans un repère du plan et on trace la droite passant par l'origine du repère et cet autre point.**

Exemple :
Soit f la fonction linéaire définie pour tout nombre réel x par $f(x)=3x$.
Tracer la droite Δ représentative de la fonction f dans le plan muni d'un repère orthonormal d'unité graphique 1 cm.

1. *f est une fonction linéaire. Sa représentation graphique passe par l'origine du repère.*

2. *De plus, pour $x=1$, $f(1)=3\times 1$; $f(1)=3$.*
La droite Δ passe par le point de coordonnées (1 ; 3).

3. *Représentation graphique :*
La droite Δ passe par les points de coordonnées (0 ; 0) et (1 ; 3).



Fiche Méthode 5

Comment calculer des images et des antécédents ?

Soit f une fonction définie pour tout nombre réel x.

1. Pour calculer l'image par f d'un nombre réel a, on calcule $f(a)$.

2. Pour calculer un antécédent par f d'un nombre réel b, on résout l'équation $f(x) = b$.

Exemples :

Soit f la fonction définie pour tout nombre réel x par $f(x) = -3x + 5$.

Calculer l'image par f de 1 et l'antécédent par f de -4.

1. *On calcule* $f(1)$: $f(1) = -3 \times 1 + 5$; $f(1) = -3 + 5$; $f(1) = 2$.

L'image de 1 par f est 2.

2. *On résout l'équation* $f(x) = -4$.

Cette équation est successivement équivalente à :

$-3x + 5 = -4$; $-3x = -5 - 4$; $-3x = -9$; $x = \dfrac{-9}{-3}$; $x = 3$.

L'antécédent de -4 *par f est 3.*

Fiche Méthode 6

Comment tracer la droite représentative d'une fonction affine ?

1. On détermine les coordonnées de deux points de la droite.

2. On place les deux points dans un repère du plan.

3. On trace la droite passant par ces deux points.

Exemple :

Soit f la fonction définie pour tout nombre réel x par $f(x) = 2x - 1$.

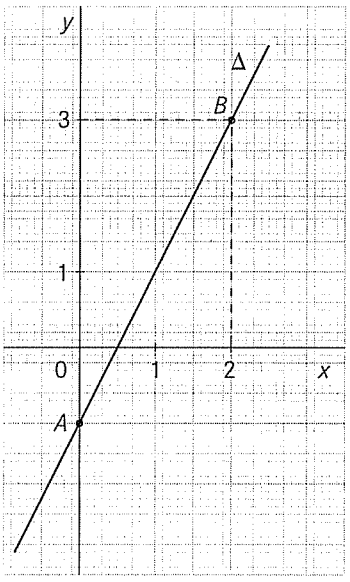
Tracer la droite Δ représentative de f dans le plan muni d'un repère orthonormal d'unité graphique 1 cm.

1. *f est une fonction affine.*

Pour $x = 0$, $f(0) = 2 \times 0 - 1$; $f(0) = -1$. *Pour* $x = 2$, $f(2) = 2 \times 2 - 1$; $f(2) = 3$.

2. *La droite Δ passe par les points A et B de coordonnées respectives* $(0 ; -1)$ *et* $(2 ; 3)$.

3. *Représentation graphique :*



Fiche Méthode 7

Comment déterminer l'équation de la droite passant par deux points ?

Dans le plan muni d'un repère, on connaît deux points A et B de coordonnées respectives $(x_A\ ;\ y_A)$ et $(x_B\ ;\ y_B)$.

Pour déterminer l'équation de la droite passant par les points A et B :

1. **on calcule le coefficient directeur a de la droite à l'aide de la formule : $a = \dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$;**
2. **on détermine l'ordonnée à l'origine b de la droite en résolvant l'équation $y_A = a \times x_A + b$ ou $y_B = a \times x_B + b$;**
3. **on conclut.**

Exemple :
Déterminer l'équation de la droite passant par les points $A(1\ ;\ 2)$ et $B(3\ ;\ -4)$.

1. *Les points A et B ont pour coordonnées respectives $(1\ ;\ 2)$ et $(3\ ;\ -4)$.*

Le coefficient directeur a de la droite d'équation $y = ax + b$ est : $a = \dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$;

soit $a = \dfrac{-4-2}{3-1}$; $a = \dfrac{-6}{2}$; $a = -3$.

2. *L'ordonnée à l'origine b est obtenue en résolvant l'équation : $y_A = a \times x_A + b$.*

Soit : $2 = -3 \times 1 + b$; $2 = -3 + b$; $2 + 3 = b$; $b = 5$.

3. *La droite passant par les points $A(1\ ;\ 2)$ et $B(3\ ;\ -4)$ a pour équation : $y = -3x + 5$.*

Fiche Méthode 8

Comment montrer qu'une droite est parallèle ou perpendiculaire à une autre droite ?

Dans le plan muni d'un repère orthonormal, soit deux droites $\Delta : y = ax + b$ et $\Delta' : y = a'x + b'$.

1. **Pour montrer que Δ et Δ' sont parallèles, on montre que leurs coefficients directeurs sont égaux, soit $a = a'$.**
2. **Pour montrer que Δ et Δ' sont perpendiculaires, on montre que le produit de leurs coefficients directeurs est égal à -1, soit $a \times a' = -1$.**

Exemple :
Soit les droites Δ, Δ_1 et Δ_2 d'équations respectives $y = -2x + 4$, $y = ax - 2$ et $y = bx + 1$.
Déterminer la valeur de a pour que les droites Δ et Δ_1 soient parallèles, puis la valeur de b pour que les droites Δ et Δ_2 soient perpendiculaires.

1. *Si Δ et Δ_1 sont parallèles, alors $a = -2$.*

2. *Si Δ et Δ_2 sont perpendiculaires, alors $-2 \times b = -1$ équivalent à $b = \dfrac{-1}{-2}$, soit $b = \dfrac{1}{2}$.*

Fiche Méthode 9

Comment transformer les écritures des nombres ?

Pour écrire un nombre en utilisant la notation scientifique :

1. **on utilise les propriétés de puissances de 10 :**
   $10^1 = 10$; $10^2 = 100$; $10^3 = 1\,000$; ...
   $10^{-1} = 0{,}1$; $10^{-2} = 0{,}01$; $10^{-3} = 0{,}001$; ...
2. **on écrit ce nombre sous la forme $a \times 10^p$ où p est un nombre entier et a est un nombre décimal tel que $1 \leqslant a < 10$.**

Exemples :
Écrire les nombres suivants en utilisant la notation scientifique :
$A = 0{,}000\,05$ et $B = 2\,085{,}5$.

1. *$0{,}000\,05 = 5 \times 0{,}000\,01$ donc $0{,}000\,05 = 5 \times 10^{-5}$.*
$2\,085{,}5 = 2{,}085\,5 \times 1\,000$ donc $2\,085{,}5 = 2{,}085\,5 \times 10^3$.

2. *L'écriture scientifique de A est : $A = 5 \times 10^{-5}$*
L'écriture scientifique de B est : $B = 2{,}085\,5 \times 10^3$.

Fiche Méthode 10

Comment déterminer une valeur approchée, un arrondi, une troncature d'un nombre réel ?

On donne la valeur affichée par la calculatrice.

1. **On détermine le nombre de décimales demandées.**
2. **On applique les différentes règles de cours relatives à la valeur approchée, à l'arrondi et à la troncature.**

Exemple :

$\sqrt{23} = 4{,}795\,831\,523$.

• La valeur décimale approchée par défaut de $\sqrt{23}$ à 10^{-3} près est : 4,795.
La valeur décimale approchée par excès de $\sqrt{23}$ à 10^{-3} près est : 4,796.
La valeur arrondie de $\sqrt{23}$ à 10^{-3} est : 4,796.
La troncature de $\sqrt{23}$ à trois décimales est : 4,795.

• La valeur décimale approchée par défaut de $\sqrt{23}$ à 10^{-5} près est : 4,795 83.
La valeur décimale approchée par excès de $\sqrt{23}$ à 10^{-5} près est : 4,795 84.
La valeur arrondie de $\sqrt{23}$ à 10^{-5} est : 4,795 83.
La troncature de $\sqrt{23}$ à cinq décimales est : 4,795 83.

Fiche Méthode 11

Comment développer ou factoriser une expression algébrique ?

1. Pour développer une expression :
• on applique les schémas usuels :

$a(b+c) = ab + ac$; $(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$;

• on ordonne dans le sens décroissant des puissances.

2. Pour factoriser une expression :
• on cherche un facteur commun, on le met « devant », puis on factorise en simplifiant les éléments restants : $ab + ac = a(b+c)$;
• on peut aussi chercher s'il y a une égalité remarquable.

Exemples :

1. Développer $A(x) = -5x(x-3)$ **et** $C(x) = (2x-1)^2$.

2. Factoriser $B(x) = (x+3)^2 - (x+3)(x-2)$ **et** $D(x) = 16 - x^2$.

1. *Le développement de* $A(x)$ *est :* $A(x) = -5x \times x - 5x \times (-3)$
$A(x) = -5x^2 + 15x$.
On développe $C(x)$ *à l'aide de l'identité remarquable* $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$.
Ainsi : $C(x) = (2x)^2 - 2 \times 2x \times 1 + 1^2$
$C(x) = 4x^2 - 4x + 1$.

2. *La factorisation de* $B(x)$ *est :* $B(x) = (x+3)[(x+3) - (x-2)]$
$B(x) = (x+3)(x+3-x+2)$
$B(x) = (x+3) \times 5$; $B(x) = 5(x+3)$.
On factorise $D(x)$ *à l'aide de l'identité remarquable* $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$.
Ainsi : $D(x) = 4^2 - x^2$; $D(x) = (4-x)(4+x)$.

Fiche Méthode 12

Comment calculer avec des racines carrées ?

Pour simplifier l'écriture de $\sqrt{A}$:

1. on décompose A en faisant apparaître des carrés parfaits ;

2. on applique les formules $\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$ et $\sqrt{a^2} = a$ où a et b sont des nombres positifs ;

3. on simplifie.

Exemple :

Simplifier $\sqrt{252}$.

1. $252 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 7$ *soit* $252 = 2^2 \times 3^2 \times 7$.

2. *Ainsi :* $\sqrt{252} = \sqrt{2^2 \times 3^2 \times 7}$;
$\sqrt{252} = \sqrt{2^2} \times \sqrt{3^2} \times \sqrt{7}$.

3. *Soit* $\sqrt{252} = 2 \times 3 \times \sqrt{7}$;
$\sqrt{252} = 6\sqrt{7}$.

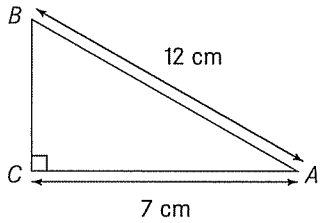
Fiche Méthode 13

Comment utiliser le théorème de Pythagore ?

On donne un triangle rectangle.

1. **On identifie l'hypoténuse du triangle rectangle.**
2. **On écrit le théorème de Pythagore relatif à ce triangle.**
3. **On calcule le côté demandé.**

Exemple :
ABC est un triangle rectangle en C tel que : AB = 12 cm et AC = 7 cm.
Calculer BC.



1. *L'hypoténuse est [AB].*
L'hypoténuse est le côté opposé à l'angle droit ; c'est aussi le côté le plus grand.

2. *D'après le théorème de Pythagore on a :*
$AB^2 = BC^2 + AC^2$, *soit* $BC^2 = AB^2 - AC^2$.

3. *Donc :* $BC^2 = 12^2 - 7^2$; $BC^2 = 144 - 49$; $BC^2 = 95$.

$BC = \sqrt{95}$.

BC = 9,75 cm arrondi à 0,01.

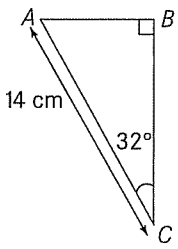
Fiche Méthode 14

Comment utiliser les relations trigonométriques dans le triangle rectangle ?

On donne un triangle rectangle.

1. **On identifie l'hypoténuse du triangle rectangle.**
2. **À partir d'un des deux angles autre que l'angle droit, on détermine son côté adjacent et son côté opposé.**
3. **On choisit alors la formule que l'on va utiliser et on effectue les calculs.**

Exemple :
ABC est un triangle rectangle en B tel que : AC = 14 cm et $\widehat{C} = 32°$.
Calculer AB.



1. *L'hypoténuse du triangle ABC rectangle en B est [AC].*

2. *On connaît la longueur de l'hypoténuse et on cherche la longueur du côté [AB], côté opposé à l'angle* $\widehat{C}$.

3. *On choisit donc la formule :*

$\sin \widehat{C} = \dfrac{AB}{AC}$ *soit* $AB = AC \times \sin \widehat{C}$.

Ainsi $AB = 14 \times \sin 32°$.

AB = 7,42 cm arrondi à 0,01.

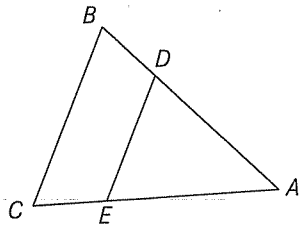
Fiche Méthode 15

Comment utiliser le théorème de Thalès ?

On donne un triangle.

1. On identifie les droites parallèles dans le triangle.
2. On écrit le théorème de Thalès relatif à ce triangle.
3. On calcule le côté demandé.

Exemple :
On donne : $AD = 6$ cm, $AB = 8$ cm et $BC = 10$ cm.
Calculer DE.



1. *Dans le triangle ABC, les droites (DE) et (BC) sont parallèles.*

2. *D'après le théorème de Thalès, on a :*

$\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}$. soit $\frac{AD}{AB} = \frac{DE}{BC}$.

3. *Ainsi* $AD \times BC = AB \times DE$.

$DE = \frac{AD \times BC}{AB}$.

$DE = \frac{6 \times 10}{8}$; $DE = 7{,}5$ cm.

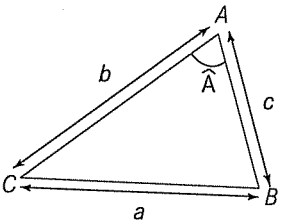
Fiche Méthode 16

Comment utiliser les relations trigonométriques dans un triangle quelconque ?

On donne un triangle quelconque.

1. On identifie la nature de l'élément que l'on doit calculer.
2. On choisit la formule.
3. On effectue les calculs.

Exemple :
ABC est un triangle tel que : $AB = 6{,}2$ cm, $AC = 3$ cm et $\widehat{A} = 26°$.
Calculer BC.



1. *On cherche la longueur du troisième côté du triangle quelconque ABC.*

2. *On donne : $c = 6{,}2$ cm et $b = 3$ cm.*

On utilise la formule : $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \widehat{A}$.

3. *Soit $a^2 = 3^2 + 6{,}2^2 - 2 \times 3 \times 6{,}2 \times \cos 26°$.*

$a^2 = 14$; $a = \sqrt{14}$; $a = 3{,}74$ arrondi à 0,01.

On a donc $BC = 3{,}74$ cm.

Fiche Méthode 17

Comment résoudre une équation ?

Il faut se ramener à une équation de la forme $ax = b$.
• On développe et on réduit chaque membre, puis on regroupe tous les « x » dans le même membre.
• Si l'équation est de la forme $A \times B = 0$, on applique la règle du produit de facteur nul.
• Si l'équation est de la forme $\frac{A}{B} = 0$, on résout l'équation $A = 0$.
• Si l'équation est de la forme $\frac{A}{B} = \frac{C}{D}$, on transforme l'équation sous la forme $A \times D = B \times C$.

Exemples :
Résoudre les équations suivantes :
a) $-3(x+2)+3 = 2(2x-3) - x$;
b) $(-3x+1)(x+2) = 0$.

a) *L'équation est successivement équivalente à :*

$-3x - 6 + 3 = 4x - 6 - x$; $-3x - 3 = 3x - 6$; $-3x - 3x = -6 + 3$; $-6x = -3$; $x = \frac{-3}{-6}$; $x = \frac{1}{2}$.

$S = \left\{\frac{1}{2}\right\}$.

b) *L'équation* $(-3x+1)(x+2) = 0$ *est équivalente à* $-3x + 1 = 0$ *ou* $x + 2 = 0$.

Soit $-3x = -1$; $x = \frac{-1}{-3}$; $x = \frac{1}{3}$ *ou* $x = -2$.

$S = \left\{-2 ; \frac{1}{3}\right\}$.

Fiche Méthode 18

Comment résoudre une inéquation ?

On transforme l'inéquation en appliquant les propriétés suivantes :
• L'inégalité ne change pas de sens, si on ajoute ou si on soustrait un même nombre aux deux membres de l'inégalité.
• L'inégalité ne change pas de sens, si on multiplie ou si on divise les deux membres de l'inégalité par un même nombre strictement positif.
• L'inégalité change de sens, si on multiplie ou si on divise les deux membres de l'inégalité par un même nombre strictement négatif.

Exemples :
Résoudre les inéquations suivantes :
a) $3x + 3 < x + 1$;
b) $-5x + 2 \geqslant x$.

a) *L'inéquation est successivement équivalente à :* $3x - x < 1 - 3$; $2x < -2$; $x < \frac{-2}{2}$; $x < -1$.
$S =]-\infty ; -1[$.

b) *L'inéquation est successivement équivalente à :* $-5x - x \geqslant -2$; $-6x \geqslant -2$; $x \leqslant \frac{-2}{-6}$; $x \leqslant \frac{1}{3}$.

$S = \left]-\infty ; \frac{1}{3}\right]$.

Fiche Méthode 23

Comment dresser le tableau de variation d'une fonction à partir de sa représentation graphique ?

On donne la représentation graphique $\mathscr{C}$ d'une fonction f définie sur I.

Pour déterminer son tableau de variation :

1. **on cherche les intervalles sur lesquels $\mathscr{C}$ monte ou $\mathscr{C}$ descend ;**
2. **on dresse le tableau de variation de f en notant les valeurs de x où f change de sens de variation.**

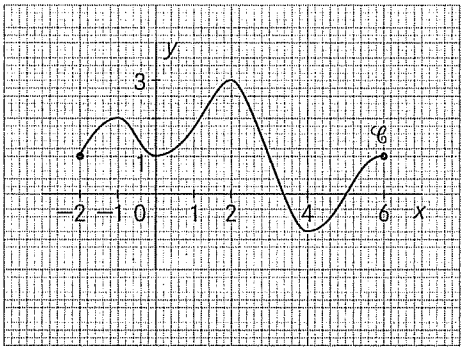
Exemple :

f est définie sur $[-2 ; 6]$.

1. *$\mathscr{C}$ monte sur les intervalles $[-2 ; -1]$, $[0 ; 2]$ et $[4 ; 6]$.*
$\mathscr{C}$ descend sur les intervalles $[-1 ; 0]$ et $[2 ; 4]$.

2. *f est croissante sur les intervalles $[-2 ; -1]$, $[0 ; 2]$ et $[4 ; 6]$;*
f est décroissante sur les intervalles $[-1 ; 0]$ et $[2 ; 4]$.

x	-2		-1		0		2		4		6
$f(x)$	1	↗	2	↘	1	↗	3	↘	-1	↗	1



Fiche Méthode 24

Comment résoudre graphiquement une équation ?

On donne la représentation graphique $\mathscr{C}$ d'une fonction f définie sur I.

Pour résoudre l'équation $f(x) = \lambda$:

1. **on trace la droite d'équation $y = \lambda$;**
2. **on cherche les points d'intersection de $\mathscr{C}$ avec la droite ;**
3. **les solutions de l'équation sont les abscisses des points d'intersection trouvés ;**
4. **on conclut.**

Exemple :

$\mathscr{C}$ est la courbe représentative d'une fonction f définie sur $[-3 ; 6]$.

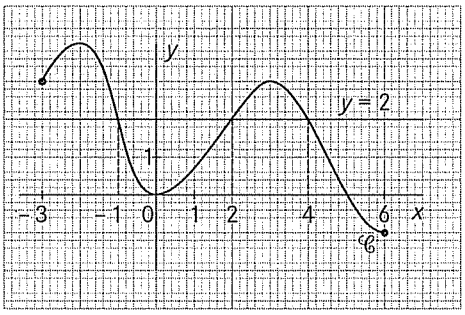
Résoudre l'équation $f(x) = 2$.

1. *On trace la droite d'équation $y = 2$.*

2. *$\mathscr{C}$ coupe la droite en trois points.*

3. *Les solutions de l'équation sont les abscisses de ces points d'intersection.*
On lit $x = -1$, $x = 2$ et $x = 4$.

4. *$S = \{-1 ; 2 ; 4\}$.*



© NATHAN – VUE DE LA FRANCE POUR L'EUROPE ET LE MONDE

Comment étudier une fonction $x \mapsto ax^2 + b$; $(a \neq 0)$?

La fiche L'essentiel p. 165 fournit les réponses aux différentes questions.
- **Si $a > 0$, alors la parabole est tournée vers le haut, si $a < 0$, alors la parabole est tournée vers le bas.**
- **Si $b = 0$, alors la parabole passe par l'origine du repère.**
- **Le sommet S de la parabole a pour coordonnées $(0 ; b)$.**

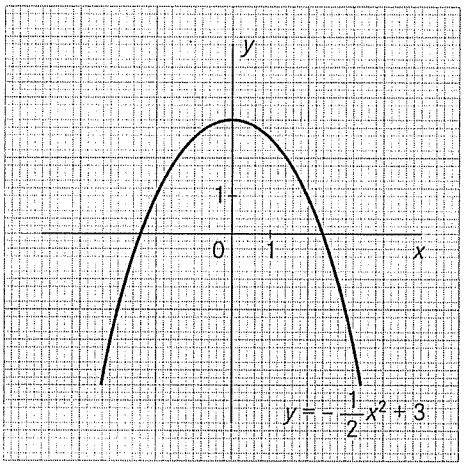
Exemples :

Soit la parabole d'équation $y = -\frac{1}{2}x^2 + 3$.

Cette parabole est tournée vers le bas, car $a < 0$.

Elle ne passe pas par l'origine du repère, car $b \neq 0$.

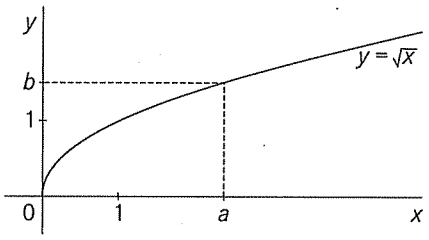
Les coordonnées de son sommet S sont $(0 ; 3)$.



Comment étudier la fonction $x \mapsto \sqrt{x}$?

Soit f la fonction $x \mapsto \sqrt{x}$ définie sur $[0 ; +\infty[$ et $\mathscr{C}$ sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère.
Il faut être capable d'interpréter la fonction racine carrée et sa courbe $\mathscr{C}$.

- **f est définie sur $[0 ; +\infty[$, car seuls les nombres positifs possèdent une racine carrée.**
- **b est l'image de a par f, donc :**
  $\sqrt{a} = b$ ou encore $a^2 = b$.
- **Le point $A(a ; b)$ appartient à $\mathscr{C}$ équivaut à :**
  $\sqrt{a} = b$ ou encore $a^2 = b$.



Exemple :

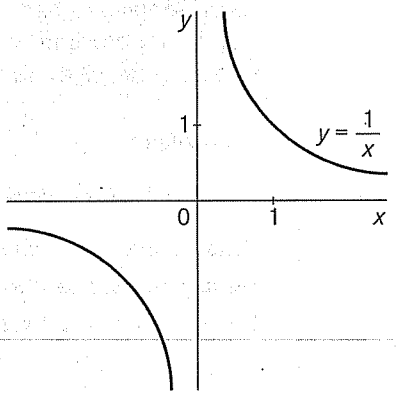
- *Le point de coordonnées* $(9 ; 3)$ *appartient à* $\mathscr{C}$, *car* $\sqrt{9} = 3$ *ou encore* $3^2 = 9$.
- $f(3) = \sqrt{3}$; $\sqrt{3}$ *est l'image de 3 par f, car* $(\sqrt{3})^2 = 3$.

Fiche Méthode 27

Comment étudier la fonction $x \mapsto \frac{1}{x}$?

La fiche L'essentiel p. 165 fournit les réponses aux différentes questions.

- **La fonction est impaire.**
- **Sa courbe est symétrique par rapport à l'origine du repère.**
- **La fonction n'est pas définie en 0, sa courbe ne coupe pas l'axe des ordonnées.**
- **Quand x tend vers $-\infty$ ou $+\infty$, $\frac{1}{x}$ tend vers 0.**



Exemple :
Résoudre graphiquement l'équation $\frac{1}{x} = 0$.

La courbe représentative de la fonction $x \mapsto \frac{1}{x}$ ne coupe pas l'axe des abscisses, l'équation $\frac{1}{x} = 0$ n'a donc pas de solution.

Fiche Méthode 28

Comment résoudre graphiquement une inéquation ?

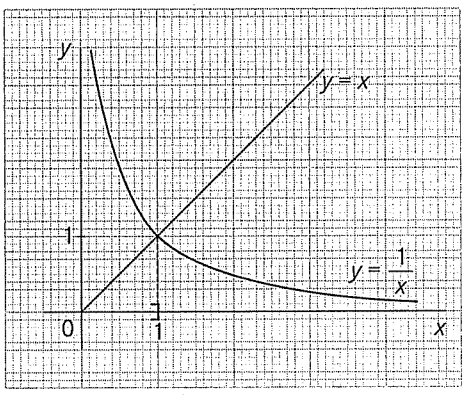
Pour résoudre graphiquement une inéquation, on étudie la position des courbes associées aux fonctions considérées.
Soit $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$, les courbes associées aux fonctions f et g dans le plan muni d'un repère.

- **Si $\mathscr{C}_f$ est située au-dessus de $\mathscr{C}_g$ sur $[a\ ;\ b]$, alors $f(x) > g(x)$ sur $[a\ ;\ b]$.**
- **Si $\mathscr{C}_f$ est située au-dessous de $\mathscr{C}_g$ sur $[a\ ;\ b]$, alors $f(x) < g(x)$ sur $[a\ ;\ b]$.**
- **Si $\mathscr{C}_f$ coupe $\mathscr{C}_g$ en un point d'abscisse α, alors $f(\alpha) = g(\alpha)$.**

Exemple :

Résoudre sur $]0\ ;\ +\infty[$, l'inéquation $\frac{1}{x} < x$ à l'aide du graphique.

On cherche les abscisses des points où l'hyperbole d'équation $y = \frac{1}{x}$ est située ***au-dessous*** *de la droite d'équation $y = x$: soit $x \in\ ]1\ ;\ +\infty[$, donc $S =]1\ ;\ +\infty[$.*

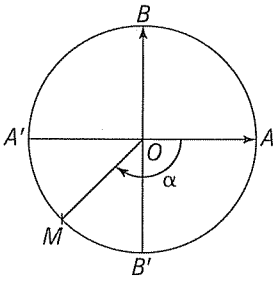


Fiche Méthode 29

Comment mesurer des angles orientés ?

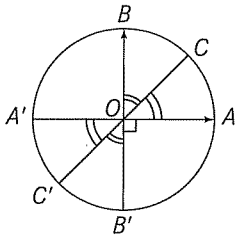
Pour déterminer la mesure principale α de l'angle orienté $(\overrightarrow{OA} ; \overrightarrow{OM})$:

1. **on détermine la mesure de l'angle géométrique $\widehat{AOM}$;**
2. **• si M appartient au demi-cercle ABA', alors $\alpha = \widehat{AOM}$;**
   • si M appartient au demi-cercle $AB'A'$ (sauf A'), alors $\alpha = -\widehat{AOM}$.



Les autres mesures de l'angle orienté $(\overrightarrow{OA} ; \overrightarrow{OM})$ sont : $x = \alpha + 2k\pi$; k est un nombre entier relatif.

Exemples :



$(\overrightarrow{OA} ; \overrightarrow{OB}) = \frac{\pi}{2}$; $(\overrightarrow{OA} ; \overrightarrow{OB'}) = \frac{-\pi}{2}$;

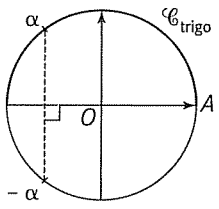
$(\overrightarrow{OA} ; \overrightarrow{OA'}) = \pi$; $(\overrightarrow{OA} ; \overrightarrow{OC}) = \frac{\pi}{4}$;

$(\overrightarrow{OA} ; \overrightarrow{OC'}) = \frac{-3\pi}{4}$.

Fiche Méthode 30

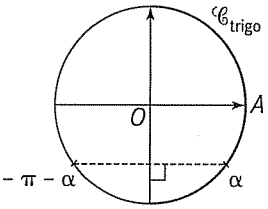
Comment déterminer le cosinus, le sinus et la tangente d'un nombre réel ?

Pour déterminer x connaissant cos x ou sin x (sur l'intervalle $]-\pi ; \pi]$) avec la calculatrice :



La touche $\boxed{\cos^{-1}}$ donne la valeur α de x appartenant à $[0 ; \pi]$.

L'autre valeur est $x = -\alpha$.



La touche $\boxed{\sin^{-1}}$ donne la valeur α de x appartenant à $\left[-\frac{\pi}{2} ; \frac{\pi}{2}\right]$.

L'autre valeur est $x = \pi - \alpha$ si $\alpha > 0$ ou $x = -\pi - \alpha$ si $\alpha < 0$.

***Exemples :** Résoudre sur $]-\pi ; \pi]$ les équations : 1.* **cos** *$x = 0,15$; 2.* **sin** *$x = 0,82$.*

***1.** La calculatrice donne : $\alpha = 1,42$ rad arrondi à 0,01.*
Les solutions de l'équation cos $x = 0,15$ sur $]-\pi ; \pi]$ sont : $x = 1,42$ et $x = -1,42$.

***2.** La calculatrice donne : $\alpha = 0,96$ rad arrondi à 0,01 ; l'autre solution est $\pi - 0,96$, soit 2,18 rad.*
Les solutions de l'équation sin $x = 0,82$ sur $]-\pi ; \pi]$ sont : $x = 0,96$ et $x = 2,18$.

Fiche Méthode 31

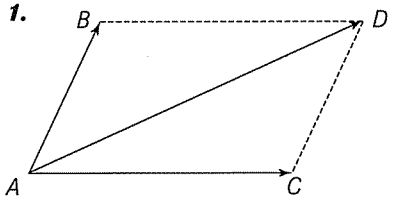
Comment construire la somme de deux vecteurs ?

On donne deux vecteurs que l'on veut additionner.

1. **S'ils ont la même origine, on applique la règle du parallélogramme : $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AD}$ tel que *ABDC* soit un parallélogramme.**
2. **Si l'extrémité de l'un est égale à l'origine de l'autre, on applique la relation de Chasles : $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}$.**
3. **Si les deux vecteurs sont quelconques, on cherche un troisième vecteur égal à l'un des deux autres et on applique une des deux règles précédentes.**

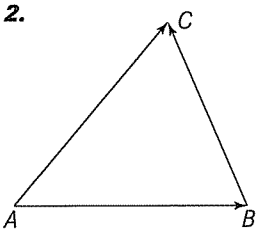
Exemples :

1.



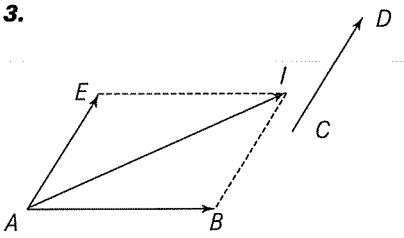
$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AD}$ et ABDC est un parallélogramme.

2.



$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}$.

3.



$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AE}$ avec $\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{CD}$ donc $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{AI}$.

Fiche Méthode 32

Comment calculer des longueurs dans un repère orthonormal du plan ?

On donne les coordonnées de deux points $A(x_A\,;\,y_A)$ et $B(x_B\,;\,y_B)$ dans le plan muni d'un repère orthonormal et on cherche la distance *AB*.

1. **On détermine les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$ avec la formule $\overrightarrow{AB}(x_B-x_A\,;\,y_B-y_A)$.**
2. **On calcule $AB=\|\overrightarrow{AB}\|$ avec la formule $\|\overrightarrow{AB}\|=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2}$.**

Exemple :

Dans le plan muni d'un repère orthonormal, on donne : $A(1\,;\,1)$, $B(-2\,;-1)$ et $C(3\,;-2)$.
Montrer que le triangle ABC est un triangle isocèle rectangle.

1. *$\overrightarrow{AB}(-2-1\,;-1-1)$ soit $\overrightarrow{AB}(-3\,;-2)$;*

$\overrightarrow{AC}(3-1\,;-2-1)$ soit $\overrightarrow{AC}(2\,;-3)$; $\overrightarrow{BC}(3-(-2)\,;-2-(-1))$ soit $\overrightarrow{BC}(5\,;-1)$.

2. *$AB=\sqrt{(-3)^2+(-2)^2}$; $AB=\sqrt{13}$.*

$AC=\sqrt{2^2+(-3)^2}$; $AC=\sqrt{13}$ et $BC=\sqrt{5^2+(-1)^2}$; $BC=\sqrt{26}$.

On a : $AB=AC$, donc le triangle ABC est isocèle en A.

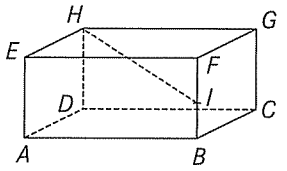
De plus, $AB^2+AC^2=13+13=26$ et $BC^2=26$ soit $AB^2+AC^2=BC^2$, donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en A.
Ainsi, le triangle ABC est bien un triangle isocèle rectangle en A.

Fiche Méthode 33

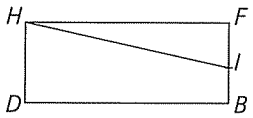
Comment calculer dans l'espace ?

• Tous les théorèmes de géométrie plane sont applicables à chaque plan de l'espace.
• Pour faire des calculs de longueurs et d'angles, on se place dans un plan bien choisi, puis on applique les théorèmes classiques (théorème de Pythagore, théorème de Thalès, relations trigonométriques).

Exemple :
ABCDEFGH est un parallélépipède rectangle tel que AB = 20 cm, AE = 12 cm et BC = 15 cm.
I est un point de [FB] tel que FI = 10 cm.
Calculer HI.



• On considère le rectangle HFBD :



[HF] // [DB] et HF = DB ; [HD] // [FB] et HD = FB.

• On applique le théorème de Pythagore dans le triangle HFI, rectangle en F.
$HF^2 + FI^2 = HI^2$.

Or, dans le triangle HFE rectangle en E, on a : $HF^2 = EH^2 + EF^2$,
donc $HF^2 = 15^2 + 20^2$, *car EH = BC et EF = AB.*
Ainsi : $HF^2 = 625$; $HF = 25$ *cm.*
Ainsi $HI^2 = 25^2 + 10^2$; $HI^2 = 725$; $HI = 5\sqrt{29}$; $HI = 26{,}9$ *cm arrondi à 0,1.*

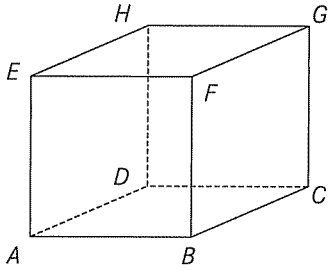
Fiche Méthode 34

Comment déterminer les positions relatives de droites et de plans ?

• Pour raisonner dans l'espace, il faut essayer de développer sa vision de l'espace et surtout appliquer les « règles » vues en cours.
• Il existe un certain nombre de pièges.
Par exemple : deux droites non sécantes de l'espace ne sont pas nécessairement parallèles.

Exemple :
ABCDEFGH est un cube.

• Les droites (HC) et (EB) sont parallèles.
• Les droites (EF) et (GC) ne sont pas parallèles (elles ne sont pas coplanaires).
• La droite (EG) est parallèle au plan (ABC).
• Les droites (EA) et (BC) sont orthogonales.
• Les droites (EG) et (DB) sont orthogonales.



Fiche Méthode 35

Comment calculer des termes d'une suite arithmétique ?

On donne la suite (U_n) définie par son premier terme u_1 et sa raison r.

1. **Pour calculer les nombres u_2, u_3, u_4, ..., on ajoute successivement au terme précédent la raison r en appliquant la formule $u_{n+1} = u_n + r$.**
2. **Pour calculer un terme quelconque de la suite (U_n), on applique la formule $u_n = u_1 + (n-1)r$.**

Exemple :

On considère la suite arithmétique (U_n) de 1er terme -2 et de raison 5.

Déterminer les quatre premiers termes, puis le 50e terme de la suite.

1. *Les quatre premiers termes de la suite sont u_1, u_2, u_3 et u_4.*

$u_1 = -2$.

$u_2 = u_1 + 5$ soit $u_2 = -2 + 5$; $u_2 = 3$.

$u_3 = u_2 + 5$ soit $u_3 = 3 + 5$; $u_3 = 8$.

$u_4 = u_3 + 5$ soit $u_4 = 8 + 5$; $u_4 = 13$.

2. *Le 50e terme de la suite est u_{50}.*

On remplace n par 50 dans la formule $u_n = u_1 + (n-1)r$: $u_{50} = u_1 + (50-1)r$.

De plus, $u_1 = -2$ et $r = 5$, donc $u_{50} = -2 + 49 \times 5$; $u_{50} = -2 + 245$ soit $u_{50} = 243$.

Fiche Méthode 36

Comment reconnaître qu'une suite de nombres est arithmétique et calculer le terme de rang *n* ?

On donne la suite de nombres u_1, u_2, u_3, u_4, ...

1. **Pour reconnaître qu'une suite de nombres est arithmétique :**
   - **on calcule les différences entre deux termes consécutifs $u_2 - u_1$, $u_3 - u_2$, $u_4 - u_3$, ... ;**
   - **si $u_2 - u_1 = u_3 - u_2 = u_4 - u_3 = ... = r$, alors la suite u_1, u_2, u_3, u_4, ... est une suite arithmétique de 1er terme u_1 et de raison r.**
2. **Pour calculer le terme de rang n :**
   - **à l'aide de la formule $u_n = u_1 + (n-1)r$, on exprime u_n en fonction de n ;**
   - **on calcule le terme de rang n cherché.**

Exemple :

Montrer que la suite (U_n) dont les quatre premiers termes sont $u_1 = -1$, $u_2 = 5$, $u_3 = 11$, $u_4 = 17$ est arithmétique. Exprimer u_n en fonction de n, puis calculer le 29e terme de la suite.

1. *$u_2 - u_1 = 5 + 1$; $u_3 - u_2 = 11 - 5$; $u_4 - u_3 = 17 - 11$. Ainsi $u_2 - u_1 = u_3 - u_2 = u_4 - u_3 = 6$.*

Les nombres -1, 5, 11 et 17 sont les 4 premiers termes de la suite arithmétique de 1er terme -1 et de raison 6.

2. *On utilise la formule $u_n = u_1 + (n-1)r$, avec $u_1 = -1$ et $r = 6$.*

Soit $u_n = -1 + (n-1) \times 6$; $u_n = -1 + 6n - 6$; $u_n = -7 + 6n$.

Pour $n = 29$, alors $u_{29} = -7 + 6 \times 29$; $u_{29} = -7 + 174$; $u_{29} = 167$. Le 29e terme de la suite est 167.

Comment calculer des termes d'une suite géométrique ?

On donne la suite (U_n) définie par son premier terme u_1 et sa raison q.

1. **Pour calculer les nombres u_2, u_3, u_4, ..., on multiplie successivement le terme précédent par la raison q en appliquant la formule $u_{n+1} = q \times u_n$.**
2. **Pour calculer un terme quelconque de la suite (U_n), on applique la formule $u_n = u_1 \times q^{n-1}$.**

Exemple :
On considère la suite géométrique (U_n) de 1er terme -4 et de raison 2.
Déterminer les quatre premiers termes, puis le 18e terme de la suite.

1. *Les quatre premiers termes de la suite sont u_1, u_2, u_3 et u_4.*

$u_1 = -4$.

$u_2 = u_1 \times 2$ soit $u_2 = -4 \times 2$; $u_2 = -8$.

$u_3 = u_2 \times 2$ soit $u_3 = -8 \times 2$; $u_3 = -16$.

$u_4 = u_3 \times 2$ soit $u_4 = -16 \times 2$; $u_4 = -32$.

2. *Le 18e terme de la suite est u_{18}.*

On remplace n par 18 dans la formule $u_n = u_1 \times q^{n-1}$: $u_{18} = u_1 \times q^{18-1}$.

De plus, $u_1 = -4$ et $q = 2$, donc $u_{18} = -4 \times 2^{17}$ soit $u_{18} = -524\,288$.

Comment reconnaître qu'une suite de nombres est géométrique et calculer le terme de rang n ?

On donne la suite de nombres u_1, u_2, u_3, u_4, ...

1. **Pour reconnaître qu'une suite de nombres est géométrique :**
   - **on calcule les quotients : $\frac{u_2}{u_1}$, $\frac{u_3}{u_2}$, $\frac{u_4}{u_3}$, ... ;**
   - **si $\frac{u_2}{u_1} = \frac{u_3}{u_2} = \frac{u_4}{u_3} = ... = q$, alors la suite u_1, u_2, u_3, u_4, ... est une suite géométrique de 1er terme u_1 et de raison q.**
2. **Pour calculer le terme de rang n :**
   - **à l'aide de la formule $u_n = u_1 \times q^{n-1}$, on exprime u_n en fonction de n ;**
   - **on calcule le terme de rang n cherché.**

Exemple :
Montrer que la suite (U_n) dont les quatre premiers termes sont $u_1 = -2$, $u_2 = -6$, $u_3 = -18$, $u_4 = -54$ est géométrique. Exprimer u_n en fonction de n, puis calculer le 6e terme de la suite.

1. $\frac{u_2}{u_1} = \frac{-6}{-2}$; $\frac{u_3}{u_2} = \frac{-18}{-6}$; $\frac{u_4}{u_3} = \frac{-54}{-18}$. *Ainsi* $\frac{u_2}{u_1} = \frac{u_3}{u_2} = \frac{u_4}{u_3} = 3$.

Les nombres -2, -6, -18, -54 sont les 4 premiers termes de la suite géométrique de 1er terme -2 et de raison 3.

2. *On utilise la formule $u_n = u_1 \times q^{n-1}$, avec $u_1 = -2$ et $q = 3$. Soit $u_n = -2 \times 3^{n-1}$.*

Pour $n = 6$, alors $u_6 = -2 \times 3^{6-1}$; $u_6 = -2 \times 3^5$; $u_6 = -486$. Le 6e terme de la suite est -486.

Fiche Méthode 39

Comment construire un tableau statistique et calculer une fréquence ?

On connaît les données résultant d'une enquête.

1. Pour construire un tableau statistique :
• on identifie la population observée, le caractère étudié et la nature de ce caractère ;
• on fait figurer dans la 1re ligne ou colonne du tableau, le caractère étudié suivi de ses différentes valeurs, classes ou modalités ;
• on fait figurer dans la 2e ligne ou colonne du tableau, l'effectif n_i de chaque valeur, classe ou modalité du caractère étudié.

2. Pour calculer les fréquences :
• on ajoute une ligne ou colonne supplémentaire au tableau notée f_i ;
• on complète la ligne ou colonne du tableau à l'aide de la formule $f_i = \frac{n_i}{N}$.

Exemple : *Parmi les touristes présents lors d'une excursion, on recense : 12 Américains, 80 Français, 30 Espagnols, 25 Japonais et 53 personnes d'autres nationalités.*
Regrouper ces résultats dans un tableau et déterminer la série statistique des fréquences.
La population observée est le groupe de touristes présents lors d'une excursion. Le caractère étudié est la nationalité des touristes. Il s'agit d'un caractère qualitatif. Tableau statistique :

Nationalité des touristes	***Américain***	***Français***	***Espagnol***	***Japonais***	***Autres nationalités***	
Nombre de touristes : n_i	*12*	*80*	*30*	*25*	*53*	*Effectif total : $N = 200$*
Fréquence : $f_i = \frac{n_i}{N}$	$\frac{12}{200} = 0{,}06$	$\frac{80}{200} = 0{,}4$	$\frac{30}{200} = 0{,}15$	$\frac{25}{200} = 0{,}125$	$\frac{53}{200} = 0{,}265$	*1*

Fiche Méthode 40

Comment calculer un indice simple ?

1. On calcule l'indice simple d'une grandeur G à l'époque 1, base 100 à l'époque 0 en appliquant la formule : $I_{1/0} = 100 \times \frac{G_1}{G_0}$.

2. On interprète le résultat trouvé :
• si $I_{1/0} > 100$, cela signifie que la grandeur a augmenté de $(I_{1/0} - 100)$ % entre les périodes 0 et 1 ;
• si $I_{1/0} < 100$, cela signifie que la grandeur a diminué de $(100 - I_{1/0})$ % entre les périodes 0 et 1.

Exemple : *Le prix d'un article est de 21 € en janvier 2003 et de 21,50 € en décembre 2003.*
Calculer l'indice du prix de l'article en décembre 2003, base 100 en janvier 2003 (arrondir à 0,01). En déduire la variation, en pourcentage, du prix de l'article entre janvier et décembre 2003.

1. *L'indice simple des prix en décembre 2003, base 100 en janvier 2003 :*

$I_{\text{déc. 2003/janv. 2003}} = 100 \times \frac{\text{Prix en décembre 2003}}{\text{Prix en janvier 2003}}$ soit $I_{\text{déc. 2003/janv. 2003}} = 100 \times \frac{21{,}5}{21}$;

$I_{\text{déc. 2003/janv. 2003}} = 102{,}38$ arrondi à 0,01.

2. *Comme l'indice est supérieur à 100 et que $102{,}38 - 100 = 2{,}38$, cela signifie que le prix de l'article a augmenté de 2,38 % entre janvier et décembre 2003.*

Comment construire un diagramme circulaire ?

1. On calcule la fréquence en pourcentage de chaque modalité du caractère.

2. On calcule les mesures α_1, α_2, α_3, ..., de l'angle au centre, proportionnellement aux fréquences f_1, f_2, f_3, ..., en pourcentage des modalités du caractère.

Sachant qu'un cercle de 360° correspond à un pourcentage de 100 %, on a la relation de proportionnalité : $\alpha_i = f_i\,\% \times \frac{360}{100}$ soit $\alpha_i = f_i\,\% \times 3{,}6$.

3. À l'aide d'un rapporteur, on construit le diagramme circulaire.

Exemple :

Le tableau statistique suivant indique la couleur des yeux de 10 élèves de BEP.

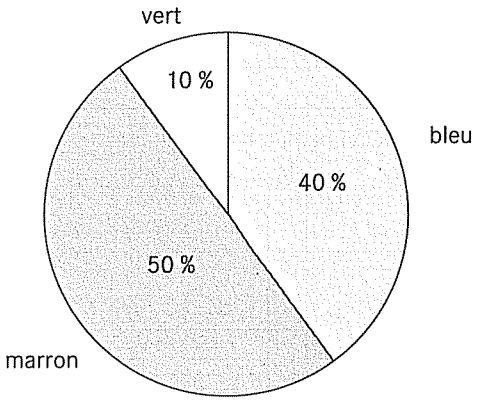
Couleur des yeux	*bleu*	*marron*	*vert*
Nombre d'élèves	*4*	*5*	*1*

Représenter graphiquement cette série statistique par un diagramme circulaire.

1. *et* ***2.*** *On complète le tableau statistique en calculant les pourcentages et les angles au centre des différentes couleurs des yeux :*

Couleur des yeux	***Nombre d'élèves*** n_i	***Fréquence (en %)*** $f_i\,\% = 100 \times \frac{n_i}{N}$	***Angle au centre (en degrés)*** $\alpha_i = f_i\,\% \times 3{,}6$
Bleu	*4*	$100 \times \frac{4}{10} = 40$	$40 \times 3{,}6 = 144$
Marron	*5*	$100 \times \frac{5}{10} = 50$	$50 \times 3{,}6 = 180$
Vert	*1*	$100 \times \frac{1}{10} = 10$	$10 \times 3{,}6 = 36$
	$N = 4 + 5 + 1 = 10$	*100*	*360*

3. *Diagramme circulaire :*



Fiche Méthode 42

Comment construire un histogramme lorsque les amplitudes des classes sont inégales ?

1. **On calcule les amplitudes de chaque classe.**
Pour une classe $[a\ ;\ b[$, l'amplitude est $b - a$.
2. **On choisit comme intervalle unitaire celui de la plus petite classe.**
3. **On détermine le nombre d'intervalles unitaires contenu dans chaque classe.**
4. **On calcule la hauteur de chaque rectangle en divisant l'effectif (ou la fréquence) de chaque classe par le nombre d'intervalles unitaires qu'elle comprend.**
5. **On trace l'histogramme en prenant pour abscisses les valeurs des classes et pour ordonnées les hauteurs des rectangles.**

Exemple :
Le tableau statistique suivant indique l'âge des habitants d'un village.

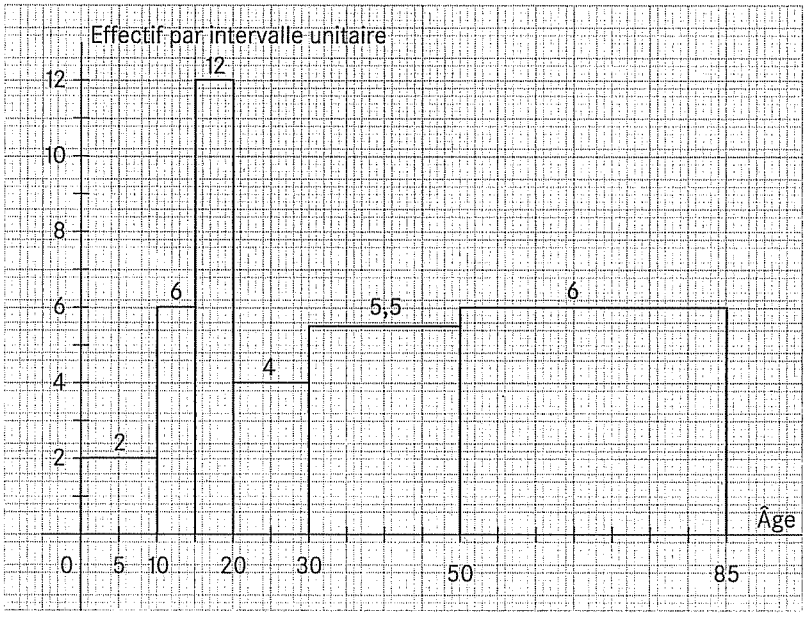
Âge des habitants	$[0\ ;\ 10[$	$[10\ ;\ 15[$	$[15\ ;\ 20[$	$[20\ ;\ 30[$	$[30\ ;\ 50[$	$[50\ ;\ 85[$
Nombre d'habitants	4	6	12	8	22	42

Représenter graphiquement cette série statistique par un histogramme.

On complète le tableau statistique en choisissant comme intervalle unitaire celui dont l'amplitude est la plus petite (soit une amplitude de 5).

Classe d'âge	*Nombre d'habitants* n_i	*Amplitude des classes*	*Nombre d'intervalles unitaires*	*Hauteur du rectangle*
$[0\ ;\ 10[$	4	$10 - 0 = 10$	2	$\frac{4}{2} = 2$
$[10\ ;\ 15[$	6	$15 - 10 = 5$	1	6
$[15\ ;\ 20[$	12	$20 - 15 = 5$	1	12
$[20\ ;\ 30[$	8	$30 - 20 = 10$	2	$\frac{8}{2} = 4$
$[30\ ;\ 50[$	22	$50 - 30 = 20$	4	$\frac{22}{4} = 5{,}5$
$[50\ ;\ 85[$	42	$85 - 50 = 35$	7	$\frac{42}{7} = 6$

Histogramme :



Comment construire les polygones des effectifs cumulés ?

1. Pour construire le polygone des effectifs cumulés croissants :

- **on calcule les effectifs cumulés croissants, notés $n_i \nearrow$, dans le tableau statistique ;**
- **on détermine les coordonnées des points du polygone des effectifs cumulés croissants qui ont pour abscisses les bornes de droite des classes et pour ordonnées les effectifs cumulés croissants :**

$[a\ ;\ b[\qquad n_i \qquad n_i \nearrow$

- **on place ces points dans un repère du plan et on les joint à la règle ;**
- **le premier point du polygone des effectifs cumulés croissants a pour abscisse la borne de gauche de la première classe et pour ordonnée 0.**

2. Pour construire le polygone des effectifs cumulés décroissants, on effectue le même raisonnement.

$[a\ ;\ b[\qquad n_i \qquad n_i \searrow$

Le dernier point du polygone des effectifs cumulés décroissants a pour abscisse la borne de droite de la dernière classe et pour ordonnée 0.

Exemple :

Construire les polygones des effectifs cumulés croissants et décroissants de la série statistique indiquant le poids, en kg, de 70 élèves de BEP.

Tableau statistique :

Poids (en kg)	*[40 ; 60[*	*[60 ; 70[*	*[70 ; 80[*	*[80 ; 100[*	
Nombre d'élèves n_i	*20*	*25*	*15*	*10*	*N = 70*
$n_i \nearrow$	*20*	*45*	*60*	*70*	
$n_i \searrow$	*70*	*50*	*25*	*10*	

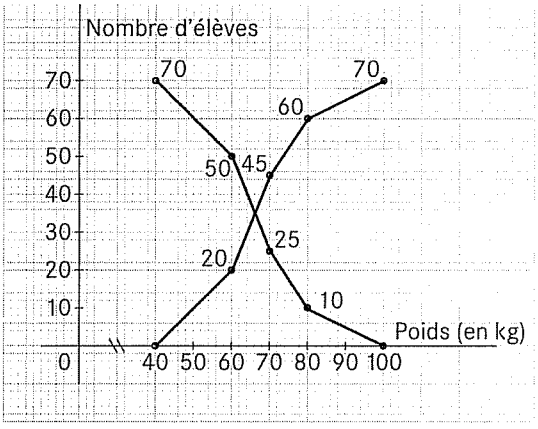
1.

Points du polygone des effectifs cumulés croissants :	
abscisse	*ordonnée*
40	*0*
60	*20*
70	*45*
80	*60*
100	*70*

2.

Points du polygone des effectifs cumulés décroissants :	
abscisse	*ordonnée*
40	*70*
60	*50*
70	*25*
80	*10*
100	*0*

Représentation graphique :



Fiche Méthode 44

Comment calculer la moyenne et l'écart-type d'une série statistique ?

On dresse un tableau statistique de la forme :

x_i	n_i	$x_i \times n_i$	$x_i - \overline{x}$	$n_i \times (x_i - \overline{x})^2$
. . .	. . .	. . .	. . .	. . .
Totaux	N	$x_1 \times n_1 + x_2 \times n_2 + \ldots$	-	$n_1 \times (x_1 - \overline{x})^2 + n_2 \times (x_2 - \overline{x})^2 + \ldots$

1. Pour calculer la moyenne $\overline{x}$:

on utilise la formule $\overline{x} = \dfrac{x_1 \times n_1 + x_2 \times n_2 + \ldots}{N}$, puis on interprète par une phrase le résultat trouvé.

2. Pour calculer l'écart-type σ :

- **on calcule le nombre $\dfrac{n_1 \times (x_1 - \overline{x})^2 + n_2 \times (x_2 - \overline{x})^2 + \ldots}{N}$;**
- **on calcule la racine carrée de ce nombre, puis on interprète par une phrase le résultat trouvé.**

Exemple :

Le tableau statistique suivant indique l'âge de 10 salariés d'une entreprise.

Calculer la moyenne et l'écart-type de cette série statistique.

Âge	*[25 ; 35[*	*[35 ; 45[*	*[45 ; 55[*	*[55 ; 65[*
Nombre d'employés n_i	*1*	*4*	*3*	*2*

Tableau statistique :

	Âge	*[25 ; 35[*	*[35 ; 45[*	*[45 ; 55[*	*[55 ; 65[*	
❶	*Centre des classes x_i*	$\dfrac{25+35}{2} = 30$	$\dfrac{35+45}{2} = 40$	$\dfrac{45+55}{2} = 50$	$\dfrac{55+65}{2} = 60$	
❷	*Nombre d'employés n_i*	*1*	*4*	*3*	*2*	*N = 10*
❸	*Produit $x_i \times n_i$*	$30 \times 1 = 30$	$40 \times 4 = 160$	$50 \times 3 = 150$	$60 \times 2 = 120$	*460*
❹	$x_i - \overline{x}$	$30 - 46 = -16$	$40 - 46 = -6$	$50 - 46 = 4$	$60 - 46 = 14$	
❺	$n_i \times (x_i - \overline{x})^2$	$1 \times (-16)^2 = 256$	$4 \times (-6)^2 = 144$	$3 \times 4^2 = 48$	$2 \times 14^2 = 392$	*840*

1. *On complète les lignes ❶ et ❸ du tableau statistique.*

$\overline{x} = \dfrac{x_1 \times n_1 + x_2 \times n_2 + \ldots}{N}$ *soit* $\overline{x} = \dfrac{460}{10}$, *soit* $\overline{x} = 46$.

L'âge moyen des employés est de 46 ans.

2. *On complète les lignes ❹ et ❺ du tableau statistique.*

$\dfrac{n_1 \times (x_1 - \overline{x})^2 + n_2 \times (x_2 - \overline{x})^2 + \ldots}{N} = \dfrac{840}{10} = 84$ *et* $\sqrt{84} \approx 9{,}17$.

L'écart-type des âges est d'environ 9 ans.

Fiche l'essentiel

Chapitre I : Proportionnalité - Pourcentage - Fonctions linéaires

1 Proportionnalité

1. Suites proportionnelles

Deux suites de nombres $(x_1 ; x_2 ; x_3 ; \ldots ; x_n)$ et $(y_1 ; y_2 ; y_3 ; \ldots ; y_n)$ sont proportionnelles si : $\frac{y_1}{x_1}=\frac{y_2}{x_2}=\frac{y_3}{x_3}=\ldots=\frac{y_n}{x_n}=a$ où a est un nombre réel appelé coefficient de proportionnalité.

2. Suite de rapports égaux

Soit la suite de nombres $(y_1 ; y_2 ; y_3 ; \ldots ; y_n)$ proportionnelle à la suite de nombres $(x_1 ; x_2 ; x_3 ; \ldots ; x_n)$.

L'égalité des rapports exprimant cette proportionnalité s'écrit :
$\frac{y_1}{x_1}=\frac{y_2}{x_2}=\frac{y_3}{x_3}=\ldots=\frac{y_n}{x_n}=\frac{y_1+y_2+y_3+\ldots+y_n}{x_1+x_2+x_3+\ldots+x_n}$.

2 Pourcentage d'une grandeur

1. Définitions

- Une grandeur peut être un prix, une quantité, une mesure, etc.
- Pour calculer un pourcentage, on l'écrit sous forme décimale. Par exemple : $65\ \% = \frac{65}{100} = 0{,}65$.

2. Calculs

- **Pour calculer p % d'une grandeur, on la multiplie par $\frac{p}{100}$; $\frac{p}{100}$ s'appelle le coefficient multiplicateur.**
- **Pour calculer le pourcentage p d'une grandeur A par rapport à une grandeur B, on utilise la relation : $p = 100 \times \frac{A}{B}$.**

- Si une grandeur A augmente de p %, sa valeur finale B est égale à : $B=\left(1+\frac{p}{100}\right)\times A$.
- Si une grandeur A diminue de p %, sa valeur finale B est égale à : $B=\left(1-\frac{p}{100}\right)\times A$.

3 Fonctions linéaires

1. Définition

Une fonction linéaire est une fonction qui associe à tout nombre réel x le nombre réel ax. On la note $f(x)=ax$ ou $f : x \mapsto ax$.

2. Représentation graphique

- La représentation graphique d'une fonction linéaire est une droite d'équation $y=ax$ passant par l'origine du repère ; a est le coefficient directeur de la droite.
- Si le point de coordonnées $(x_1 ; y_1)$ appartient à la droite, alors : $a=\frac{y_1}{x_1}$.

4 Droites parallèles aux axes

1. Toute droite **parallèle à l'axe des abscisses** a pour équation $y=b$ où b est un nombre réel.

2. Toute droite **parallèle à l'axe des ordonnées** a pour équation $x=c$ où c est un nombre réel.

Fiche l'essentiel

1 Fonction affine

1. Définition et notation

- **Une fonction affine est une fonction qui associe, à tout nombre réel x, le nombre réel $ax+b$.**
- **On la note $f(x)=ax+b$ ou $f : x \mapsto ax+b$.**

- **Si $a=0$, alors $f(x)=b$ et f est une fonction constante.**
- **Si $b=0$, alors $f(x)=ax$ et f est une fonction linéaire.**

2. Sens de variation

- Si $a>0$, alors f est **croissante** sur $\mathbb{R}$.
- Si $a<0$, alors f est **décroissante** sur $\mathbb{R}$.

3. Représentation graphique

- **La représentation graphique d'une fonction affine est une droite d'équation $y=ax+b$.**
a est le coefficient directeur de la droite.
b est l'ordonnée à l'origine.
- **Si les points de coordonnées $(x_1 ; y_1)$ et $(x_2 ; y_2)$ appartiennent à la droite, alors $a=\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$.**

2 Droites parallèles – Droites perpendiculaires

1. Droites parallèles

Dans le plan muni d'un repère, on considère deux droites $\Delta : y=ax+b$ et $\Delta' : y=a'x+b'$.

- **Si les droites Δ et Δ' sont parallèles, alors $a=a'$.**
- **Si $a=a'$, alors les droites Δ et Δ' sont parallèles.**

2. Droites perpendiculaires

Dans le plan muni d'un repère orthonormal, on considère deux droites
$\Delta : y=ax+b$ et $\Delta' : y=a'x+b'$.

- **Si les droites Δ et Δ' sont perpendiculaires, alors $a \times a' = -1$.**
- **Si $a \times a' = -1$, alors les droites Δ et Δ' sont perpendiculaires.**

Fiche l'essentiel

Chapitre 3 : Calculs numériques et algébriques

1 Écriture d'un nombre réel en notation scientifique

La notation scientifique d'un nombre réel est de la forme $a \times 10^p$ où p est un nombre entier relatif et a un nombre décimal tel que $1 \leqslant a < 10$.

2 Valeur approchée d'un nombre réel

La valeur approchée à 10^p près ($p \in \mathbb{N}$) d'un nombre réel x est une approximation de x ayant p décimales.

3 Égalité de deux quotients

Si $b \neq 0$ et $d \neq 0$, alors l'égalité $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ est équivalente à $ad = bc$.

4 Puissance d'un nombre réel

Soit a un nombre réel et n un nombre entier tel que $n \geqslant 1$.

$a^n = \underbrace{a \times a \times a \times \ldots \times a}_{n \text{ facteurs}}$; si $a \neq 0$, alors $a^0 = 1$ et $\frac{1}{a^n} = a^{-n}$.

5 Racine carrée

Soit a et b deux nombres réels positifs.
La racine carrée de a est le nombre b tel que $b^2 = a$.
On note $b = \sqrt{a}$.

Propriétés : $(\sqrt{a})^2 = a$; $\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$; $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ **pour** $b \neq 0$.

6 Valeur absolue et distance

Soit x et y deux nombres réels.
$|x| = x$ **si** $x > 0$;
$|x| = -x$ **si** $x < 0$.
$|x - y| = \mathrm{d}(x ; y)$ **(distance entre x et y).**

7 Développement – Factorisation

$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$;
$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$;
$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$.

développement ↷
$a(b + c) = ab + ac$.
↶ factorisation

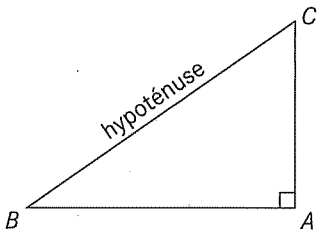
Fiche l'essentiel

Chapitre 4 : Le triangle : Théorème de Pythagore. Théorème de Thalès. Relations trigonométriques

1 Théorème de Pythagore et sa réciproque

- Théorème :

Soit *ABC* un triangle rectangle en *A*.
On a : $BC^2 = AB^2 + AC^2$.



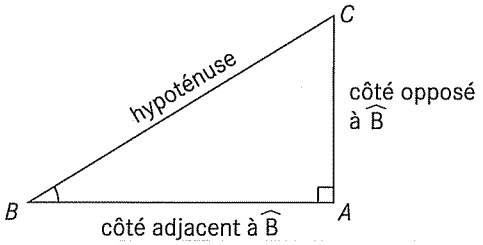
- Réciproque :

Si *ABC* est un triangle tel que $BC^2 = AB^2 + AC^2$,
alors le triangle *ABC* est rectangle en *A*.

2 Relations trigonométriques dans le triangle rectangle

Soit *ABC* un triangle rectangle en *A*.
On a :

$$\cos \widehat{B} = \frac{AB}{BC} \text{ ; } \sin \widehat{B} = \frac{AC}{BC} \text{ ; } \tan \widehat{B} = \frac{AC}{AB}.$$



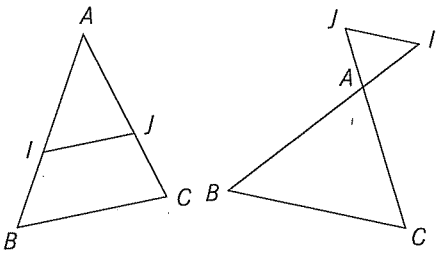
3 Théorème de Thalès et sa réciproque

- Théorème :

Si les droites (IJ) et (BC) sont parallèles,
alors $\frac{AI}{AB} = \frac{AJ}{AC} = \frac{IJ}{BC}$.

- Réciproque :

Si $\frac{AI}{AB} = \frac{AJ}{AC}$,
alors les droites (IJ) et (BC) sont parallèles.



4 Relations trigonométriques dans un triangle quelconque

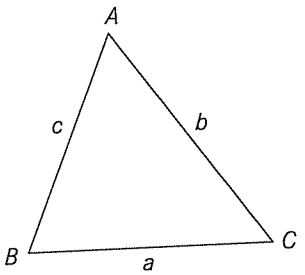
Soit *ABC* un triangle.
On note : $a = BC$, $b = AC$ et $c = AB$.
On a :

$$\frac{a}{\sin \widehat{A}} = \frac{b}{\sin \widehat{B}} = \frac{c}{\sin \widehat{C}}.$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \widehat{A}$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos \widehat{B}$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \widehat{C}.$$



Hachette Livre – La Fiche l'essentiel – Toute reproduction interdite

Fiche l'essentiel

Chapitre 5 : Équations - Inéquations - Systèmes

1 Équations

- **L'équation $ax = b$ où $a \neq 0$ possède une unique solution $x = \frac{b}{a}$.**
- **L'équation $0x = b$ où $b \neq 0$ ne possède pas de solution.**
- **L'équation $0x = 0$ possède une infinité de solutions ; tous les nombres réels sont solutions de l'équation.**

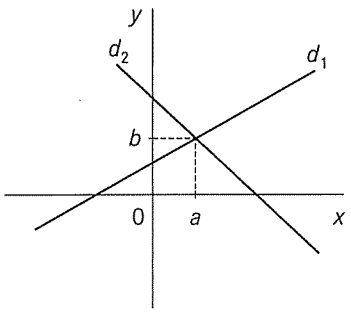
- $A \times B = 0$ équivaut à $A = 0$ **ou** $B = 0$.
- $\frac{A}{B} = 0$ équivaut à $A = 0$ **et** $B \neq 0$.
- $\frac{A}{B} = \frac{C}{D}$ où $B \neq 0$ et $D \neq 0$ équivaut à $A \times D = B \times C$.

2 Inéquations

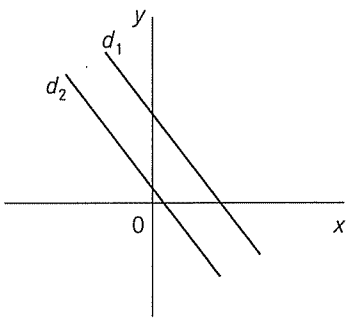
- **L'inéquation $ax \leqslant b$ où $a > 0$ équivaut à $x \leqslant \frac{b}{a}$.**
- **L'inéquation $ax \geqslant b$ où $a > 0$ équivaut à $x \geqslant \frac{b}{a}$.**
- **L'inéquation $ax \leqslant b$ où $a < 0$ équivaut à $x \geqslant \frac{b}{a}$.**
- **L'inéquation $ax \geqslant b$ où $a < 0$ équivaut à $x \leqslant \frac{b}{a}$.**

3 Systèmes d'équations

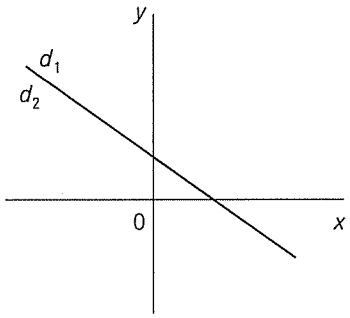
- Pour résoudre un système **par substitution**, on exprime une inconnue en fonction de l'autre avec l'une des deux équations, puis, on reporte cette expression dans l'autre équation.
On résout alors cette équation, puis on calcule la deuxième inconnue.
- Pour résoudre **graphiquement** un système, on trace les droites d_1 et d_2 associées à chaque équation du système.



d_1 et d_2 sont sécantes.
Le couple $(a ; b)$ est l'unique solution du système.



d_1 et d_2 sont parallèles.
Le système n'a pas de solution.



d_1 et d_2 sont confondues.
Le système admet une infinité de couples solutions dont les coordonnées vérifient l'équation des droites.

© NATHAN / VUIBERT – LA PHOTOCOPIE NON AUTORISÉE EST UN DÉLIT

Fiche l'essentiel

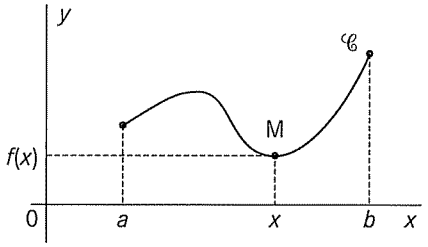
Chapitre 6 : Génération et description des fonctions

1 Notion de fonction

Une fonction *f* définie sur un intervalle I est un « dispositif mathématique » qui à chaque valeur *x* de I associe un unique nombre réel noté $f(x)$.
$f(x)$ est appelé image de *x* par *f* ; *x* est appelé antécédent de $f(x)$ par *f*.

2 Représentation graphique

Soit *f* une fonction définie sur I.
La courbe représentative de *f* est l'ensemble des points $M(x\,;\,y)$ tels que : $x \in I$ et $y = f(x)$.

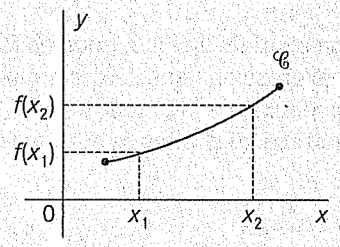


I = [*a* ; *b*]

3 Sens de variation d'une fonction

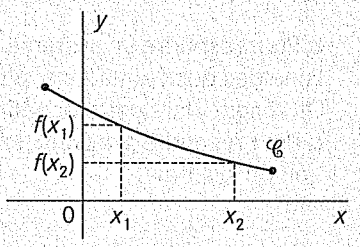
Soit *f* une fonction définie sur un intervalle I et $\mathscr{C}$ sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère.

***f* est croissante sur I lorsque pour tous nombres réels x_1 et x_2 de I tels que $x_1 \leqslant x_2$, on a : $f(x_1) \leqslant f(x_2)$.**



$\mathscr{C}$ monte

***f* est décroissante sur I lorsque pour tous nombres réels x_1 et x_2 de I tels que $x_1 \leqslant x_2$, on a : $f(x_1) \geqslant f(x_2)$.**



$\mathscr{C}$ descend

4 Fonction paire - Fonction impaire

● Une fonction *f* définie sur $\mathbb{R}$ ou sur un intervalle centré en 0 (de la forme $[-a\,;\,a]$) est paire, si pour tout *x*, $f(-x) = f(x)$.
La courbe représentative de la fonction est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées.
● Une fonction *f* définie sur $\mathbb{R}$ ou sur un intervalle centré en 0 (de la forme $[-a\,;\,a]$) est impaire, si pour tout *x*, $f(-x) = -f(x)$.
La courbe représentative de *f* est symétrique par rapport à l'origine du repère.

© Nathan / VUEF – La photocopie non autorisée est un délit.

Fiche l'essentiel

Chapitre 7 : Fonctions usuelles

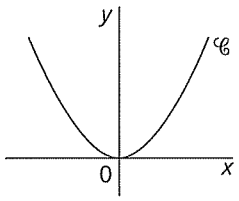
1 Fonction $x \mapsto ax^2$

La fonction $f : x \mapsto ax^2$ $(a \neq 0)$ est définie sur $\mathbb{R}$. f est paire : sa courbe représentative $\mathscr{C}$ est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées.

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f(x)$	↘		0	↗	

$a > 0$

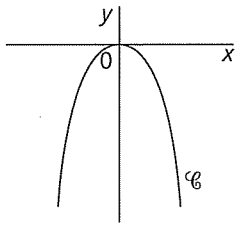
La parabole $\mathscr{C}$ est tournée vers le haut.



x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f(x)$	↗		0	↘	

$a < 0$

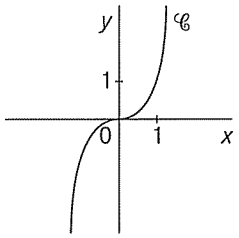
La parabole $\mathscr{C}$ est tournée vers le bas.



2 Fonction $x \mapsto x^3$

La fonction $f : x \mapsto x^3$ est définie sur $\mathbb{R}$. f est impaire.

x	$-\infty$		$+\infty$
$f(x)$	↗		

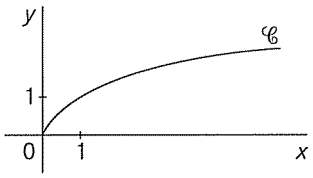


La courbe $\mathscr{C}$ représentative de f est symétrique par rapport à l'origine du repère.

3 Fonction $x \mapsto \sqrt{x}$

La fonction $f : x \mapsto \sqrt{x}$ est définie sur $[0 ; +\infty[$.

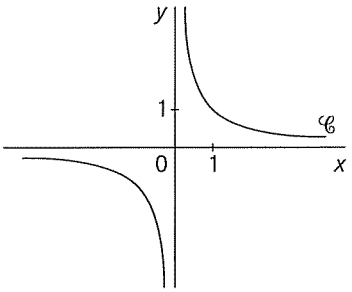
x	0		$+\infty$
$f(x)$	0	↗	



4 Fonction $x \mapsto \dfrac{1}{x}$

La fonction $f : x \mapsto \dfrac{1}{x}$ est définie sur $]-\infty ; 0[\cup]0 ; +\infty[$. f est impaire.

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f(x)$	↘		‖	↘	



$\mathscr{C}$ est une hyperbole. $\mathscr{C}$ est symétrique par rapport à l'origine du repère.

Fiche l'essentiel

Chapitre 8 : Fonction cosinus - Fonction sinus - Trigonométrie

1 Le radian – Angles orientés

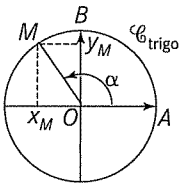
L'angle plat a pour mesure 180° ; sa mesure en radians est π.

180	π
d	α

on a : $\frac{d}{180} = \frac{\alpha}{\pi}$ (d mesure en degrés et α mesure en radians).

Si α est une mesure d'un angle orienté $(\overrightarrow{OA} ; \overrightarrow{OM})$, les autres mesures sont : $\alpha + 2k\pi$ où k est un nombre entier relatif.
La mesure principale de cet angle est la mesure qui appartient à l'intervalle $]-\pi ; \pi]$.

2 Cosinus, sinus et tangente d'un nombre réel



$(O ; \overrightarrow{OA} ; \overrightarrow{OB})$ est un repère orthonormal ; $\alpha = (\overrightarrow{OA} ; \overrightarrow{OM})$.

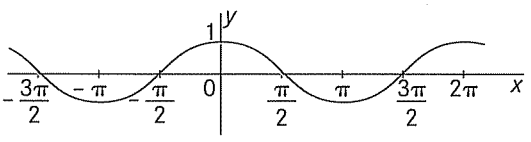
$\cos \alpha = x_M$; $\sin \alpha = y_M$; $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$ où $\cos \alpha \neq 0$.

Propriétés : $-1 \leqslant \cos \alpha \leqslant 1$; $-1 \leqslant \sin \alpha \leqslant 1$; $\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1$.

3 Fonction cosinus – Fonction sinus

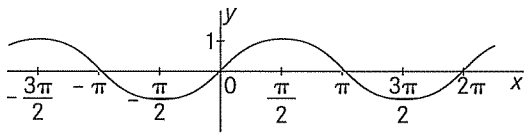
● La fonction cosinus est paire, périodique de période 2π.

x	0		π
cos x	1	↘	-1



● La fonction sinus est impaire, périodique de période 2π.

x	0		$\frac{\pi}{2}$		π
sin x	0	↗	1	↘	0



4 Résolution des équations $\cos x = a$ et $\sin x = b$ sur $]-\pi ; \pi]$

1. Équation $\cos x = a$

● Si $a > 1$ ou $a < -1$, l'équation n'a pas de solution.
● Si $-1 \leqslant a \leqslant 1$, l'équation possède deux solutions α et $-\alpha$;
α s'obtient avec la calculatrice ou à l'aide des valeurs remarquables du cosinus.

2. Équation $\sin x = b$

● Si $b > 1$ ou $b < -1$, l'équation n'a pas de solution.
● Si $-1 \leqslant b \leqslant 1$, l'équation possède deux solutions α et β telles que $\beta = \pi - \alpha$ si $\alpha > 0$ et $\beta = -\pi - \alpha$ si $\alpha < 0$; α s'obtient avec la calculatrice où à l'aide des valeurs remarquables du sinus.

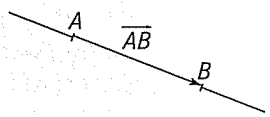
© Nathan – Toute reproduction interdite – Loi du 11 mars 1957

Fiche l'essentiel

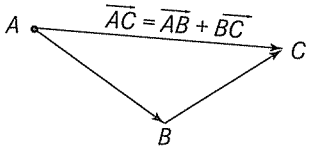
1 Définition d'un vecteur

Soit A et B deux points du plan.
À ces deux points, on peut associer le vecteur $\overrightarrow{AB}$ caractérisé par une direction, un sens et une longueur.

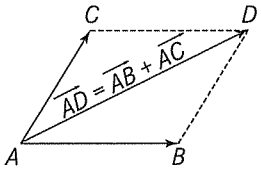
- **La direction de $\overrightarrow{AB}$ est celle de la droite (AB).**
- **Le sens de $\overrightarrow{AB}$ est de A vers B.**
- **La longueur de $\overrightarrow{AB}$ est la distance AB.**



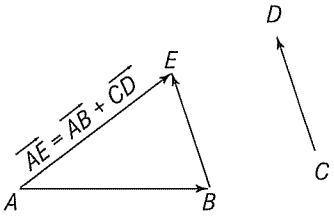
2 Opérations sur les vecteurs



Relation de Chasles



Règle du parallélogramme (*ACDB* est un parallélogramme)



Égalité avec un autre vecteur :
$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BE}$
(où $\overrightarrow{BE} = \overrightarrow{CD}$)

3 Coordonnées d'un vecteur

Le plan est muni d'un repère orthonormal $(O\,;\vec{i},\vec{j})$.

1. On donne les points $A(x_A\,;y_A)$ et $B(x_B\,;y_B)$.

- $\overrightarrow{AB}(x_B - x_A\,;y_B - y_A)$.
- **I milieu de $[AB]$:** $I\left(\dfrac{x_A + x_B}{2}\,;\dfrac{y_A + y_B}{2}\right)$.
- $AB = \|\overrightarrow{AB}\| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$.

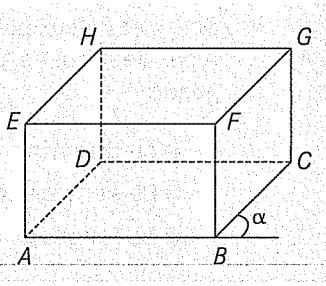
2. On donne les vecteurs $\vec{u}(x\,;y)$ et $\vec{v}(x'\,;y')$.

- **$\vec{u} + \vec{v}$ a pour coordonnées $(x + x'\,;y + y')$.**
- **$k\vec{u}$ $(k \in \mathbb{R})$ a pour coordonnées $(kx\,;ky)$.**
- **Si $\vec{u} = \vec{v}$, alors $x = x'$ et $y = y'$.**

Fiche l'essentiel

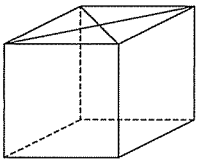
1 La perspective cavalière

Dans la représentation en perspective cavalière :
- **les droites parallèles sont représentées par des droites parallèles ;**
- **les rapports de longueurs des segments à supports parallèles sont conservés ;**
- **dans le plan frontal, les distances et les angles sont conservés ;**
- **α est appelé angle de fuite.**

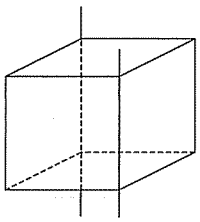


2 Positions relatives de deux droites

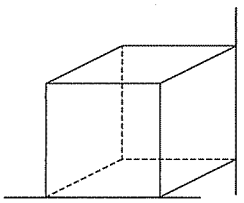
Si deux droites sont contenues dans un même plan, alors elles sont coplanaires. Dans ce cas, elles sont soit sécantes, soit parallèles.



● Elles sont coplanaires et sécantes.

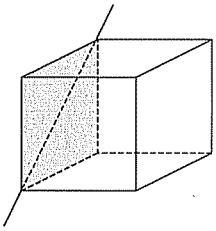


● Elles sont coplanaires et parallèles.

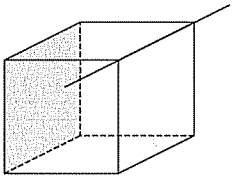


● Elles ne sont pas coplanaires ; il n'existe aucun plan les contenant.

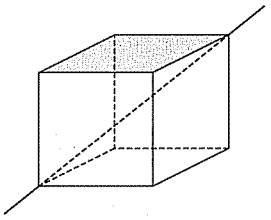
3 Positions relatives d'une droite et d'un plan



● La droite est incluse dans le plan.

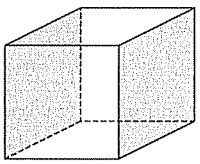


● La droite et le plan n'ont aucun point commun.



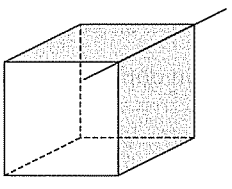
● La droite et le plan ont un seul point commun.

4 Positions relatives de deux plans



● Les deux plans n'ont aucun point commun.

● Les deux plans sont confondus.



● Les deux plans sont sécants ; leur intersection est une droite.

© Nathan/VUEF. La photocopie non autorisée est un délit.

Fiche l'essentiel

Chapitre II : Suites arithmétiques et géométriques

1 Suite arithmétique

1. Définition

Une suite arithmétique (U_n) est une suite dans laquelle chaque terme, sauf le premier, est obtenu en ajoutant le même nombre réel r au terme précédent.

$u_{n+1} = u_n + r$ pour tout nombre entier naturel n non nul.

2. Terme de rang n

Pour tout nombre entier naturel n non nul, le terme de rang n est : $u_n = u_1 + (n-1)r$.

2 Suite géométrique

1. Définition

Une suite géométrique (U_n) est une suite dans laquelle chaque terme, sauf le premier, est obtenu en multipliant le terme précédent par un même nombre réel q strictement positif.

$u_{n+1} = q \times u_n$ pour tout nombre entier naturel n non nul.

2. Terme de rang n

Pour tout nombre entier naturel n non nul, le terme de rang n est : $u_n = u_1 \times q^{n-1}$.

© Nathan / VUEF. La photocopie non autorisée est un délit.

Fiche l'essentiel

Chapitre 12 : Représentation de séries statistiques par un tableau ou un graphique - Indices simples

1 Vocabulaire

Une série statistique est caractérisée par une population déterminée et un caractère précis.

- **La population est l'ensemble des individus faisant l'objet d'une étude statistique.**
- **Le caractère est commun à l'ensemble des individus de la population.**

Un caractère est *qualitatif* s'il ne se traduit pas par un nombre ; il est *quantitatif* sinon.
Un caractère quantitatif est *discret* s'il ne prend que des valeurs isolées ou *continu* s'il peut prendre n'importe quelle valeur d'un intervalle.

2 Tableaux statistiques

1. Caractère qualitatif

Caractère (modalités)	Effectif de la population n_i
...	n_1
...	n_2
...	...
	Effectif total : N

2. Caractère quantitatif discret

Caractère x_i (valeurs)	Effectif de la population n_i
x_1	n_1
x_2	n_2
...	...
	Effectif total : N

3. Caractère quantitatif continu

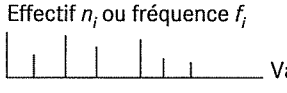
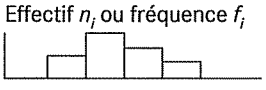
Caractère (classes)	Effectif de la population n_i
[... ; ...[	n_1
[... ; ...[	n_2
...	...
	Effectif total : N

3 Fréquence et pourcentage

La fréquence du caractère, notée f_i, est le rapport : $f_i = \frac{n_i}{N}$.

Le pourcentage du caractère, noté f_i %, est $100 \times f_i$ soit $f_i\,\% = 100 \times \frac{n_i}{N}$.

4 Représentations graphiques

Caractère étudié	Qualitatif ou quantitatif continu	Quantitatif discret	Quantitatif continu
Graphique à construire	Diagramme circulaire	Diagramme en bâtons	Histogramme
Forme du graphique			

5 Indice simple

L'indice d'une grandeur G_1 à la date 1 par rapport à une grandeur G_0 à la date 0 est le nombre réel : $I_{1/0} = 100 \times \frac{G_1}{G_0}$.

© Nathan. Toute reproduction non autorisée est un délit.

Fiche l'essentiel

Chapitre 13. Paramètres de position et de dispersion de séries statistiques

1 Tracé des polygones des effectifs (ou des fréquences) cumulé(e)s d'un caractère quantitatif continu

1. Polygone des effectifs (ou des fréquences) cumulé(e)s croissant(e)s

Il est obtenu en joignant les points ayant pour abscisses les bornes de droite des classes et pour ordonnées les effectifs (ou fréquences) cumulé(e)s croissant(e)s.

2. Polygone des effectifs (ou des fréquences) cumulé(e)s décroissant(e)s

Il est obtenu en joignant les points ayant pour abscisses les bornes de gauche des classes et pour ordonnées les effectifs (ou fréquences) cumulé(e)s décroissant(e)s.

2 Paramètre de position : la moyenne

La moyenne, notée $\bar{x}$, est $\bar{x} = \dfrac{x_1 \times n_1 + x_2 \times n_2 + \ldots}{N}$

où x_1, x_2, ... représentent les valeurs de la variable si le caractère est quantitatif discret et le centre des classes si le caractère est quantitatif continu.

Rappel : Pour une classe $[a\ ;\ b[$, le centre est $\dfrac{a+b}{2}$.

3 Paramètre de dispersion : l'écart-type

1. Calcul de L'écart-type σ

L'écart-type, noté σ, est $\sigma = \sqrt{\dfrac{n_1 \times (x_1 - \bar{x})^2 + n_2 \times (x_2 - \bar{x})^2 + \ldots}{N}}$

où x_1, x_2, ... représentent les valeurs de la variable si le caractère est quantitatif discret et le centre des classes si le caractère est quantitatif continu.

2. Interprétation de l'écart-type

Il mesure la dispersion de la série statistique autour de la moyenne.

Plus l'écart-type est grand, plus les valeurs de la variable sont dispersées autour de la moyenne ; plus l'écart-type est petit, plus les valeurs de la variable sont groupées autour de la moyenne.

© Nathan – Toute reproduction interdite

Réponses aux QCM : « Êtes-vous capable de... »

Chapitre 1.

Page 9

1. $x+y+z=648$.
2. $a+b+c=36$, car $a+b+c=5+11+20$.
3. $\frac{x}{5}=\frac{y}{11}=\frac{z}{20}=18$, car $\frac{x}{5}=\frac{y}{11}=\frac{z}{20}=\frac{648}{5+11+20}$.
4. 198 €, car $x=5\times 18$, soit $x=90$; $y=11\times 18$, soit $y=198$ et $z=20\times 18$, soit $z=360$.

Page 10

1. 50 %. 2. 100 %. 3. 100 %.

Page 11

1. $f(x)=2x$, car si les suites de nombres $(x_1\,;x_2\,;x_3\,;\ldots)$ et $(y_1\,;y_2\,;y_3\,;\ldots)$ sont proportionnelles et que le coefficient de proportionnalité est 2, alors $\frac{f(x)}{x}=2$, soit $f(x)=2x$.
2. $f(x)=\frac{1}{2}x$, car si la suite $(3\,;2\,;-1)$ est proportionnelle à la suite $(6\,;4\,;-2)$, alors $\frac{3}{6}=\frac{2}{4}=\frac{-1}{-2}=\frac{1}{2}$.

Page 12

1. $y=3x$, car son coefficient directeur est $a=\frac{6}{2}$, soit $a=3$.
2. $C(-2\,;-12)$, car $f(-2)=6\times(-2)$; $f(-2)=-12$.

Chapitre 2.

Page 20

1. L'image de 2 par f est 3, car $f(2)=5\times 2-7$; $f(2)=10-7$; $f(2)=3$.
2. L'antécédent de 3 par f est 2, car l'équation $f(x)=3$ est successivement équivalente à :

   $5x-7=3$; $5x=7+3$; $5x=10$; $x=\frac{10}{5}$; $x=2$.

Page 21

1. $f(x)=3x+6$, car $f(-1)=3\times(-1)+6$; $f(-1)=3$.
2. $(0\,;2)$.
3. -5.

Page 23

1. $y=8x-9$, car le coefficient directeur est $a=8$ et l'ordonnée à l'origine $b=-9$.
2. $y=x-3$, car $a=1$, donc $y=x+b$.

   De plus : $y_A=a\times x_A+b$, soit : $-1=2\times 1+b$; $b=-3$.
3. $y=-x-5$, car le coefficient directeur est : $a=\frac{-3+6}{-2-1}$; $a=-1$.

   De plus : $y_A=a\times x_A+b$, soit : $-6=-1\times 1+b$; $b=-5$.

Page 24

1. L'équation de la droite parallèle à la droite d'équation $y=x+2$ est $y=x$, car elles ont le même coefficient directeur.
2. L'équation de la droite perpendiculaire à la droite d'équation $y=-2x+1$ est $y=\frac{1}{2}x+1$, car le produit de leurs coefficients directeurs est égal à -1 : $-2\times\frac{1}{2}=-1$.
3. Parallèles, car elles ont le même coefficient directeur.
4. Perpendiculaires, car le produit de leurs coefficients directeurs est égal à -1 : $-\frac{1}{3}\times(-3)=-1$.

Chapitre 3.

Page 33

1. $A=-1\times(-51)+6+8$; $A=51+6+8$, donc A est positif.
2. L'opposé de -2 est 2.
3. $-3{,}436\times 10^2$, car $-343{,}6=-3{,}436\times 100$.

Page 34

1. $-2^4<0$, car $-2^4=-(2^4)$ c'est-à-dire l'opposé de 2^4.
2. $-2^{-2}=-\frac{1}{2^2}$, soit $-2^{-2}=-\frac{1}{4}$.
3. $\sqrt{180}=\sqrt{2^2\times 3^2\times 5}$; $\sqrt{180}=\sqrt{2^2}\times\sqrt{3^2}\times\sqrt{5}$, donc $\sqrt{180}=2\times 3\sqrt{5}=6\sqrt{5}$.

Page 35

1. $\sqrt{10}=3{,}16$ arrondie au centième.
2. $|a-3|\leqslant 2$ signifie que $d(a\,;3)\leqslant 2$, soit $1\leqslant a\leqslant 5$, donc $2\leqslant 2a\leqslant 10$, soit $a\in[2\,;10]$.
3. La troncature de a au dixième est $a=2{,}3$.

Chapitre 4.

Page 42

1. a) L'hypoténuse est $[AB]$, car c'est le côté opposé à l'angle droit.
   b) D'après le théorème de Pythagore : $AB^2=BC^2+AC^2$, donc : $AC^2=AB^2-BC^2$; $AC^2=23{,}25$; $AC=\sqrt{23{,}25}$; $AC=4{,}8$ cm arrondi à 0,1.
2. $EG^2=112{,}36$; $EF^2+FG^2=114{,}5$.

   $EG^2\neq EF^2+FG^2$, donc le triangle EFG n'est pas un triangle rectangle.

Page 43

1. $[BC]$ est le côté adjacent à l'angle $\widehat{B}$.
2. On connaît le côté adjacent BC. On cherche la longueur de l'hypoténuse AB. On utilise la formule :

   $\cos\widehat{B}=\frac{\text{côté adjacent}}{\text{hypoténuse}}$, soit $\cos\widehat{B}=\frac{BC}{AB}$.
3. $\cos\widehat{B}=\frac{BC}{AB}$, donc $AB=\frac{BC}{\cos\widehat{C}}$; $AB=\frac{16}{\cos 38°}$;

   $AB=20{,}3$ cm arrondi à 0,1.

© Nathan/VUEF. La photocopie non autorisée est un délit.

Page 45 (à gauche)

1. $\frac{AB}{AF}=\frac{AC}{AG}$.

2. $AB\times AG=AF\times AC$, donc $AG=\frac{AF\times AC}{AB}$; $AG=40$ cm.

3. $\frac{AD}{AF}=\frac{18}{30}=0{,}6$; $\frac{AE}{AG}=\frac{24}{40}=0{,}6$. Donc (DE) // (FG).

Page 45 (à droite)

1. $\widehat{B}=180°-(64°+48°)$; $\widehat{B}=68°$.

2. $\frac{BC}{\sin 64°}=\frac{28}{\sin 48°}$; $BC=\frac{28\sin 64°}{\sin 48°}$;
$BC=33{,}86$ cm arrondi à 0,01.

3. $\frac{28}{\sin 48°}=\frac{AC}{\sin 68°}$; $AC=\frac{28\sin 68°}{\sin 48°}$;
$AC=34{,}93$ cm arrondi à 0,01.

Chapitre 5.

Page 54

1. $-3x=0$ est équivalent à $x=\frac{0}{-3}$, soit $x=0$.

2. Oui, car $81-(-9)^2=81-81=0$.

3. L'équation $\frac{2x-1}{5}=x$ est équivalente à $2x-1=5x$;
$2x-5x=1$; $-3x=1$; $x=\frac{1}{-3}$; $x=-\frac{1}{3}$.

Page 55

1. $\frac{3}{2}x-1\geqslant 2$ est équivalent à $\frac{3}{2}x\geqslant 3$; $x\geqslant 3\times\frac{2}{3}$; $x\geqslant 2$ donc
$S=[2\,;+\infty[$.

2. $-5x+3<-5$ est équivalent à : $-5x<-8$; $x>\frac{-8}{-5}$;
$x>\frac{8}{5}$ donc $S=\left]\frac{8}{5}\,;+\infty\right[$.

3. $-4x>0$ est équivalent à $x<\frac{0}{-4}$, $x<0$.
Donc $S=]-\infty\,;0[$.

Page 56

1. Le système est équivalent successivement à :

$\begin{cases}y=9+2x\\x-2(9+2x)=-9\end{cases}$; $\begin{cases}y=9+2x\\x-18-4x=-9\end{cases}$;

$\begin{cases}y=9+2x\\-3x=9\end{cases}$; $\begin{cases}y=9+2x\\x=-3\end{cases}$;

$\begin{cases}y=9-6\\x=-3\end{cases}$; $\begin{cases}x=-3\\y=3\end{cases}$; $S=\{(-3\,;3)\}$.

2. Le système est équivalent à :

$\begin{cases}y=2x-3\\2y=1+3x\end{cases}$; $\begin{cases}y=2x-3\\y=\frac{3}{2}x+\frac{1}{2}\end{cases}$

donc : $d_1: y=2x-3$ et $d_2: y=\frac{3}{2}x+\frac{1}{2}$.

Chapitre 6.

Page 62

1. $f(-3)=10$.
2. $f(-2)=-(-2)^2$ soit $f(-2)=-4$.
3. $-2x+3=3$; $-2x=0$; $x=0$.
L'antécédent de 3 par g est 0.

Page 63

1. Oui, car $f(-2)=(-2)^2-2$; $f(-2)=4-2$; $f(-2)=2$.
2. $f(-1)=-3(-1)+2$; $f(-1)=3+2$; $f(-1)=5$.

Page 64

$x=-1$, $x=1$ et $x=4$.

Page 65

x	-3	-1	5
$f(x)$	1 ↘	-2	↗ 2

Chapitre 7.

Page 73

1. a strictement négatif, b quelconque.
2. a quelconque, $b=0$.
3. $S(0\,;2)$.

Page 75 (à gauche)

1. $f(a)=3$ signifie que $\sqrt{a}=3$.
2. Le point $A(3\,;9)$ n'appartient pas à $\mathscr{C}$, mais le point de coordonnées $(9\,;3)$ appartient à $\mathscr{C}$.
3. Pour que $B(\alpha\,;4)$ appartienne à $\mathscr{C}$, il faut que : $\alpha=16$, car $\sqrt{16}=4$.

Page 75 (à droite)

1. f n'est pas définie pour $x=0$.
2. $f(8)=0{,}125$ signifie que l'inverse de 8 est 0,125.
3. $A(\alpha\,;5)$ appartient à $\mathscr{C}$, si $\alpha=0{,}2$, car $\frac{1}{0{,}2}=5$.

Page 76

1. Les solutions de l'inéquation $\frac{1}{x}<2$ sont les abscisses des points de la courbe d'équation $y=\frac{1}{x}$ situés au-dessous de la droite d'équation $y=2$.
2. Les solutions de l'inéquation $3x^2-5>0$ sont les abscisses des points de la courbe d'équation $y=3x^2-5$ situés au-dessus de la droite d'équation $y=0$.

Chapitre 8.

Page 82

1. π. 2. $-\frac{5\pi}{6}$. 3. Non. 4. $(\overrightarrow{OA}\,;\overrightarrow{OB})$.

Page 84

1. $-0{,}916$. 2. $\frac{\pi}{2}$. 3. $x=-0{,}253$ et $x=-2{,}889$.

© Nathan/VUEF. La photocopie non autorisée est un délit.

Chapitre 9.

Page 90

1. $\vec{u} = \vec{0}$, car $\overrightarrow{CI} = -\overrightarrow{AI}$.
2. $\vec{v} = \overrightarrow{AC}$, car $ABCD$ est un parallélogramme.
3. $\vec{w} = \overrightarrow{AB}$, car $\vec{w} = \overrightarrow{DC}$ (relation de Chasles) et $\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AB}$.

Page 92

1. $\overrightarrow{AC}\,(x_C - x_A\,;\, y_C - y_A)$; $\overrightarrow{AC}\,(1-2\,;\,3-(-1))$; $\overrightarrow{AC}\,(-1\,;\,4)$.
2. $AC = \sqrt{(-1)^2 + 4^2}$; $AC = \sqrt{17}$.
3. $\overrightarrow{AB}\,(0-2\,;\,-2-(-1))$; $\overrightarrow{AB}\,(-2\,;\,-1)$,
   donc $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}\,(-2+(-1)\,;\,-1+4)$, soit $\vec{u}\,(-3\,;\,3)$.

Chapitre 10.

Page 99 (à gauche)

1. Le triangle HFG est un triangle rectangle et isocèle en G tel que $HG = GF$.
2. $EGCA$ est un rectangle, car $(EA) \,//\, (GC)$ avec $EA = GC$ et (EA) perpendiculaire à (EG).
3. $HF = 6\sqrt{2}$ cm, car en appliquant le théorème de Pythagore dans le triangle HGF rectangle en G, on a :
   $HF^2 = HG^2 + GF^2$ soit $HF^2 = 6^2 + 6^2$;
   $HF^2 = 72$; $HF = 6\sqrt{2}$ cm.
4. $\mathcal{A} = EA \times EG$; $\mathcal{A} = 6 \times 6\sqrt{2}$, car $EG = HF$; $\mathcal{A} = 36\sqrt{2}$ cm^2.

Page 99 (à droite)

1. Non, car elles ne sont pas coplanaires.
2. Oui, elles sont coplanaires et parallèles.
3. Non, car elles ne sont pas coplanaires.
4. La droite (AE) est perpendiculaire aux droites (EF) et (EH) sécantes en E. Elle est donc perpendiculaire à deux droites sécantes du plan (HFG), donc perpendiculaire à ce plan.
5. Non, ils sont perpendiculaires.

Chapitre 11.

Page 106

1. -14, car $u_1 = -2$;
   $u_2 = -2 - 6$, soit $u_2 = -8$;
   $u_3 = -8 - 6$, soit $u_3 = -14$.
2. -116, car $u_{20} = u_1 + (20-1)r$,
   soit $u_{20} = -2 + 19 \times (-6)$; $u_{20} = -116$.

Page 107

1. Non, car $5 - 3 = 7 - 5 = 9 - 7 \neq 10 - 9$.
2. Oui, car $1 + 6 = 8 - 1 = 15 - 8 = 7$.
3. a) $u_n = 2n + 10$, car $u_n = u_1 + (n-1)r$,
   soit $u_n = 12 + (n-1) \times 2$; soit $u_n = 12 + 2n - 2$;
   $u_n = 2n + 10$.
   b) 110, car $u_{50} = 2 \times 50 + 10$, soit $u_{50} = 110$.

Page 108 (à gauche)

1. 2, car $u_1 = \frac{1}{2}$; $u_2 = \frac{1}{2} \times 2$, soit $u_2 = 1$; $u_3 = 1 \times 2$, soit $u_3 = 2$.
2. 1 024, car $u_{12} = u_1 \times q^{12-1}$, soit $u_{12} = \frac{1}{2} \times 2^{11}$; $u_{12} = 1\,024$.

Page 108 (à droite)

1. $\frac{1}{2}$, car $\frac{\frac{3}{2}}{3} = \frac{\frac{3}{4}}{\frac{3}{2}} = \frac{\frac{3}{8}}{\frac{3}{4}} = \frac{1}{2}$.
2. a) Oui, car $\frac{-8}{-16} = \frac{-4}{-8} = \frac{-2}{-4} = \frac{-1}{-2}$.
   b) $\frac{1}{2}$, car $\frac{-8}{-16} = \frac{-4}{-8} = \frac{-2}{-4} = \frac{-1}{-2} = \frac{1}{2}$.
3. a) $u_n = -2 \times 3^{n-1}$.
   b) $-13\,122$, car $u_9 = -2 \times 3^{9-1}$,
   soit $u_9 = -2 \times 3^8$; $u_9 = -13\,122$.

Chapitre 12.

Page 116

1. Les techniciens de l'entreprise.
2. La mesure, en cm, des pièces fabriquées.
3. Qualitatif.

Page 119 (à gauche)

1. a) 114, car $I_{04/03} = 100 \times \frac{9,12}{8}$, soit $I_{04/03} = 114$.
   b) + 14 %, car $114 - 100 = 14$.
2. a) 88, car $I_{04/003} = 100 \times \frac{7\,392}{8\,400}$, soit $I_{04/03} = 88$.
   b) − 12 %, car $88 - 100 = -12$.

Chapitre 13.

Page 128

1. Les bornes de droite des classes.
2. Les bornes de gauche des classes.

Page 129

1. Sa moyenne est 9,6/20,
   car $\frac{7 + 15 + 8 + 6 + 12}{5} = 9,6$.
2. La moyenne est 2,75,
   car $\frac{1 \times 0 + 2 \times 5 + 3 \times 5 + 4 \times 2}{0 + 5 + 5 + 2} = \frac{33}{12} = 2,75$.

© Nathan/VUEF. La photocopie non autorisée est un délit.

Formulaire BEP, secteur industriel

(Note de service du 9 février 1994)

Identités remarquables

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$;

$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$;

$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$.

Puissances d'un nombre

$(ab)^m = a^m b^m$; $a^{m+n} = a^m a^n$; $(a^m)^n = a^{mn}$.

Racines carrées

$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$; $\sqrt{\dfrac{a}{b}} = \dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$.

Suites arithmétiques

Terme de rang 1 : u_1 ; raison r.

Terme de rang n :

$u_n = u_{n-1} + r$;

$u_n = u_1 + (n-1)r$.

Suites géométriques

Terme de rang 1 : u_1 ; raison q.

Terme de rang n :

$u_n = u_{n-1} \times q$;

$u_n = u_1 \times q^{n-1}$.

Statistiques

Moyenne $\bar{x}$:

$$\bar{x} = \frac{n_1 x_1 + n_2 x_2 + \ldots + n_p x_p}{N}.$$

Écart-type σ :

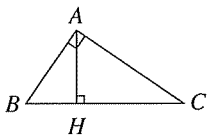
$$\sigma^2 = \frac{n_1(x_1 - \bar{x})^2 + n_2(x_2 - \bar{x})^2 + \ldots + n_p(x_p - \bar{x})^2}{N}$$

$$\sigma^2 = \frac{n_1 x_1^2 + n_2 x_2^2 + \ldots + n_p x_p^2}{N} - \bar{x}_2.$$

Relations métriques dans le triangle rectangle

$AB^2 + AC^2 = BC^2$.

$AH \cdot BC = AB \cdot AC$.



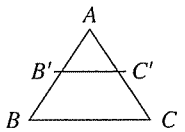
$\sin \widehat{B} = \dfrac{AC}{BC}$; $\cos \widehat{B} = \dfrac{AB}{BC}$; $\tan \widehat{B} = \dfrac{AC}{AB}$.

Énoncé de Thalès

(relatif au triangle)

Si $(BC) // (B'C')$,

alors $\dfrac{AB}{AB'} = \dfrac{AC}{AC'}$.



Aires dans le plan

Triangle : $\dfrac{1}{2} Bh$.

Parallélogramme : Bh.

Trapèze : $\dfrac{1}{2}(B+b)h$.

Disque : πR^2.

Secteur circulaire d'angle α en degré : $\dfrac{\alpha}{360} \pi R^2$.

Aires et volumes dans l'espace

Cylindre de révolution ou **Prisme droit**
d'aire de base B et de hauteur h :
Volume : Bh.

Sphère de rayon R :
Aire : $4\pi R^2$.
Volume : $\dfrac{4}{3} \pi R^3$.

Cône de révolution ou **Pyramide**
d'aire de base B et de hauteur h :
Volume : $\dfrac{1}{3} Bh$.

Position relative de deux droites

Les droites d'équations
$y = ax + b$ et $y = a'x + b'$
sont :
– *parallèles* si, et seulement si, $a = a'$
– *orthogonales* si, et seulement si, $aa' = -1$.

Calcul vectoriel dans le plan

$\vec{v}\begin{vmatrix} x \\ y \end{vmatrix}$; $\vec{v'}\begin{vmatrix} x' \\ y' \end{vmatrix}$; $\vec{v} + \vec{v'}\begin{vmatrix} x+x' \\ y+y' \end{vmatrix}$; $\lambda\vec{v}\begin{vmatrix} \lambda x \\ \lambda y \end{vmatrix}$

$\|\vec{v}\| = \sqrt{x^2 + y^2}$.

Trigonométrie

$\cos^2 x + \sin^2 x = 1$;

$\tan x = \dfrac{\sin x}{\cos x}$.

Résolution dans le triangle

$\dfrac{a}{\sin \widehat{A}} = \dfrac{b}{\sin \widehat{B}} = \dfrac{c}{\sin \widehat{C}} = 2R$;

R : rayon du cercle circonscrit.

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \widehat{A}$.

© Nathan/VUEF. La photocopie non autorisée est un délit.

Formulaire BEP, sanitaire et social

(Note de service du 9 février 1994)

Identités remarquables

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$;
$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$;
$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$.

Puissances d'un nombre

$(ab)^m = a^m b^m$; $a^{m+n} = a^m a^n$; $(a^m)^n = a^{mn}$.

Racines carrées

$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$; $\sqrt{\dfrac{a}{b}} = \dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$.

Suites arithmétiques

Terme de rang 1 : u_1 ; raison r.
Terme de rang n :
$u_n = u_{n-1} + r$;
$u_n = u_1 + (n-1)r$.

Suites géométriques

Terme de rang 1 : u_1 ; raison q.
Terme de rang n :
$u_n = u_{n-1} \times q$;
$u_n = u_1 \times q^{n-1}$.

Statistiques

Moyenne $\bar{x}$:

$$\bar{x} = \frac{n_1 x_1 + n_2 x_2 + \ldots + n_p x_p}{N}.$$

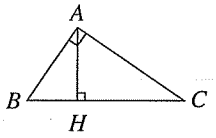
Écart-type σ :

$$\sigma^2 = \frac{n_1(x_1 - \bar{x})^2 + n_2(x_2 - \bar{x})^2 + \ldots + n_p(x_p - \bar{x})^2}{N}$$

$$\sigma^2 = \frac{n_1 x_1^2 + n_2 x_2^2 + \ldots + n_p x_p^2}{N} - \bar{x}^2.$$

Relations métriques dans le triangle rectangle

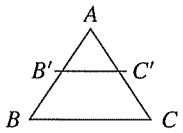
$AB^2 + AC^2 = BC^2$.
$AH \cdot BC = AB \cdot AC$.



$\sin \widehat{B} = \dfrac{AC}{BC}$; $\cos \widehat{B} = \dfrac{AB}{BC}$; $\tan \widehat{B} = \dfrac{AC}{AB}$.

Énoncé de Thalès

(relatif au triangle)
Si $(BC) \,//\, (B'C')$,
alors $\dfrac{AB}{AB'} = \dfrac{AC}{AC'}$.



Position relative de deux droites

Les droites d'équations
$y = ax + b$ et $y = a'x + b'$
sont :
– *parallèles* si, et seulement si, $a = a'$
– *orthogonales* si, et seulement si, $aa' = -1$.

Calcul vectoriel dans le plan

$\vec{v}\begin{vmatrix} x \\ y \end{vmatrix}$; $\vec{v'}\begin{vmatrix} x' \\ y' \end{vmatrix}$; $\vec{v} + \vec{v'}\begin{vmatrix} x+x' \\ y+y' \end{vmatrix}$; $\lambda\vec{v}\begin{vmatrix} \lambda x \\ \lambda y \end{vmatrix}$

$\|\vec{v}\| = \sqrt{x^2 + y^2}$.

Calcul d'intérêts

C : capital ; t : taux périodique ; n : nombre de périodes ; A : valeur acquise après n périodes.

Intérêts simples :

$I = Ctn$.

$A = C + I$.

Intérêts composés :

$A = C(1+t)^n$.

N° d'éditeur : 10140278 - MCP - Dépôt légal : Juin 2007
Achevé d'imprimer en France sur les presses de JOUVE. Paris - N° 421992K

© Nathan/VUEF. La photocopie non autorisée est un délit.

Exos & méthodes

Fichier de mathématiques

BEP *Industriel*

Réflexe BEP

Les mémos de la réussite

Tout pour comprendre, réviser et réussir vos examens



Et également, les *Réflexe* BAC PRO et MICRO

Nathan TECHNIQUE

ISBN 978-2-09-179267-5



DANGER
LE PHOTOCOPILLAGE TUE LE LIVRE

Nathan TECHNIQUE