annabrevet

SUJETS & CORRIGÉS

2020

Maths 3^{e}

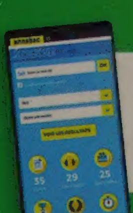
✓ 90 sujets dont **BREVET 2019**

✓ Des **corrigés** guidés

✓ Des **conseils** de méthode

✓ Des **fiches** mémo

+ Un planning de révisions



GRATUIT : des ressources interactives et des parcours de révision sur **annabac.com**

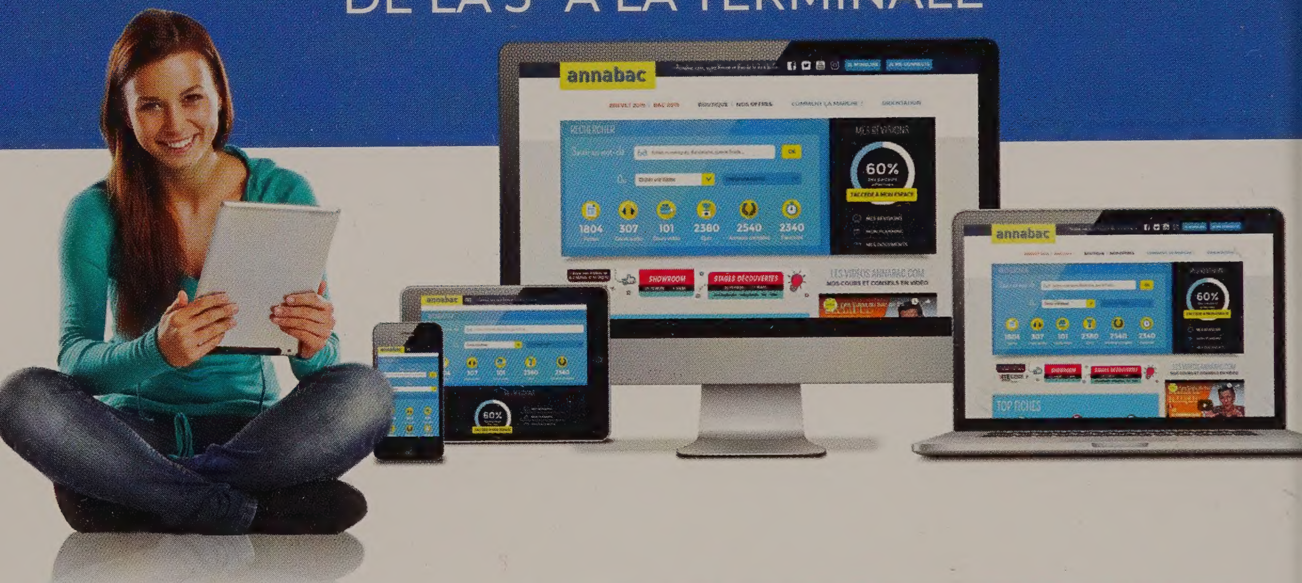
Hatier

annabac.com

2019-2020
BREVET & BAC

LE N°1 DES SITES D'ENTRAÎNEMENT ET DE RÉVISIONS

DE LA 3E À LA TERMINALE



AVEC CE LIVRE, ACCÈDE GRATUITEMENT AUX 9 000 RESSOURCES D'ANNABAC.COM

- **Fiches de cours**
- **Exercices corrigés**
- **Annales corrigées**
- **Quiz**
- **Cours audio**
- **Cours vidéo**
- **Parcours de révisions**
- **Plannings et tableaux de bord**

CONFORME AUX NOUVEAUX PROGRAMMES

Hatier

annabrevet

SUJETS et CORRIGÉS 2020

Mathématiques

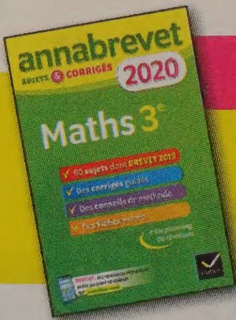
Emmanuelle Michaud
Professeur certifiée de mathématiques
au collège de Wassigny
Bernard Demeillers
Professeur de mathématiques

Achevé d'imprimer
Par Maury imprimeur à Malesherbes - France
Dépôt légal 05253-6/01 - Août 2019

Votre imprimeur agit pour l'environnement
IMPRIM'VERT

Hatier

ISSN 1168-3791
ISBN 978-2-401-05253-6



Maths

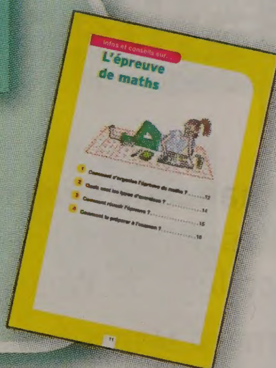
Comment utiliser ton Annabrevet 2020 ?

Cela dépend de ton objectif

1

Comprendre le déroulement de **l'épreuve**

- Infos → page 12 à 14
- Conseils → pages 15 et 16

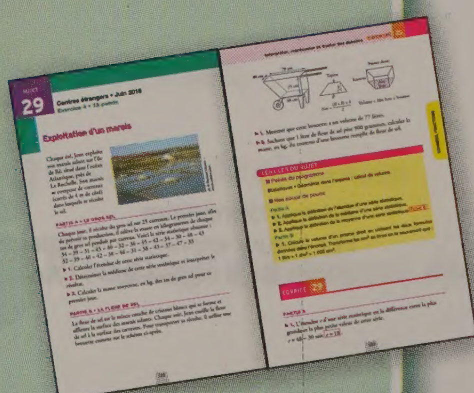


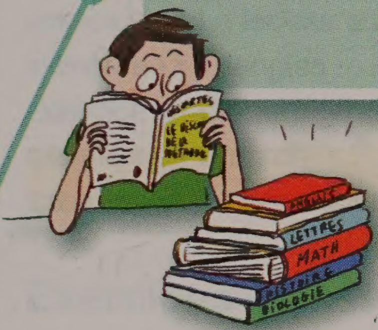
MON

2

M'entraîner sur un thème du **programme**

- **Nombres et calculs**
  → sujets 5 à 28
- **Organisation et gestion de données, fonctions**
  → sujets 29 à 53
- **Grandeurs et mesures**
  → sujets 54 à 62
- **Espace et géométrie**
  → sujets 63 à 78
- **Algorithmique et programmation**
  → sujets 79 à 88



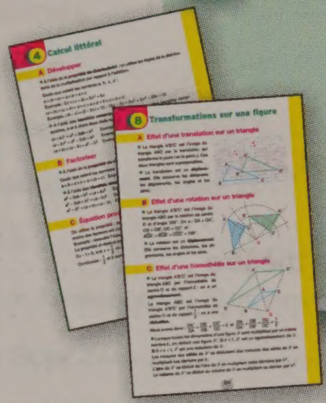


3 Maîtriser les **exercices types**

- QCM et vrai/faux → sujets **13**, **71**
- Exercices d'application → sujets **18**, **73**
- Résolutions de problème → sujets **53**, **74**

OBJECTIF

4 Consolider mes **connaissances**



- Nombres et calculs
  → fiches **1** à **4**
- Statistiques et pourcentages
  → fiches **5** et **6**
- Géométrie → fiches **7** à **11**
- Algorithmique → fiche **12**

5 Me mettre dans les **conditions de l'examen** et faire des sujets complets

→ sujets **1** à **4**

Connecte-toi sur www.annabac.com

Grâce à cet ouvrage, accède gratuitement à plein de ressources complémentaires – podcasts, quiz, vidéos, sujets corrigés –, dans toutes les matières.

Pour profiter de cette offre, rends-toi dans la rubrique « Vous avez acheté un ouvrage Hatier ? »

SOMMAIRE

Infos et conseils sur...

88 sujets expliqués et corrigés

Coche les sujets sur lesquels tu t'es entraîné.

Sujets complets

Exercices classés par thème

NOMBRES ET CALCULS

Utiliser les nombres pour comparer, calculer et résoudre des problèmes

Comprendre et utiliser les notions de divisibilité et de nombres premiers

Utiliser le calcul littéral

Comprendre et utiliser la notion de fonction

GRANDEURS ET MESURES

Calculer avec des grandeurs mesurables

Comprendre l'effet de quelques transformations sur des grandeurs géométriques

ESPACE ET GÉOMÉTRIE

Représenter l'espace

Utiliser les notions de géométrie plane pour démontrer

ALGORITHMIQUE ET PROGRAMMATION

Écrire, mettre au point et exécuter un programme simple

Le mémo du brevet

- Coordination éditoriale : Grégoire Thorel et Anaïs Goin, assistés de Luce Valli et de Cloé Bineau
- Édition : Jean-Marc Cheminée
- Graphisme : Tout pour plaire et Dany Mourain
- Maquette : Hatier et Nadine Aymard
- Illustration : Juliette Baily
- Mise en page : STDI

Planifie tes révisions

J -30 Révise des thèmes clés du programme

Nº	Thème
12	Utiliser les nombres pour calculer et résoudre des problèmes
31	Interpréter, représenter et traiter des données
36	Comprendre et utiliser des notions élémentaires de probabilités
44	Résoudre des problèmes de proportionnalité
70	Utiliser les notions de géométrie plane pour démontrer
75	Comprendre les transformations du plan

J -15 Travaille les méthodes

Nº	Point de méthode
30	Appliquer un pourcentage
29	Utiliser les statistiques
49	Faire une lecture graphique
10	Utiliser l'arithmétique
63	Évaluer des volumes
72	Démontrer avec la trigonométrie
84	Comprendre un algorithme informatique

J -7 Les révisions se terminent !

Entraîne-toi avec le sujet complet 1, dans le temps prévu pour l'examen.

Infos et conseils sur...

L'épreuve de maths

1 Comment s'organise l'épreuve de maths ?

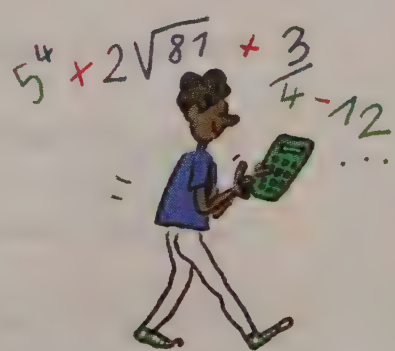
Le brevet comprend une épreuve écrite de mathématiques qui évalue les connaissances et compétences attendues en fin de cycle 4.

A La durée et le barème

- L'épreuve dure **2 heures**.
- L'ensemble de l'épreuve est noté sur **100 points**. Les points attribués à chaque exercice sont indiqués dans le sujet.

> **RAPPEL** **Le brevet est noté sur un total de 800 points :**
> **– 400 pour le contrôle continu ;**
> **– 400 pour les épreuves finales.**
> **Pour l'obtenir, il te suffit d'avoir 400 points, mais tu peux évidemment viser plus pour obtenir une mention.**

B La composition de l'épreuve



- Le sujet est constitué de **six à huit exercices**. Ils peuvent être traités indépendamment les uns des autres et dans l'ordre qui te convient. Au moins l'un des exercices porte sur l'algorithmique ou la programmation.
- Les exercices peuvent se présenter sous **diverses formes** :

– questions ouvertes ;
– questionnaires à choix multiples (QCM) ;
– questions de type vrai/faux.

Certains exercices ou certaines questions exigent de ta part une **prise d'initiative** et sollicitent principalement ta capacité de raisonnement.

> **INFO** **Le jour de l'épreuve, tu es autorisé à utiliser ta calculatrice mais attention, cela ne te dispense pas de connaître par cœur les formules au programme.**

- Note également que la série d'exercices comprend souvent un **problème** prenant appui sur des situations issues de la vie courante ou sur d'autres disciplines.

C Les critères d'évaluation

- Les correcteurs évaluent la clarté et la **précision des raisonnements** – et, par conséquent, la qualité de la rédaction mathématique.
- Si tu ne termines pas un exercice, les démarches engagées, même non abouties, sont prises en compte dans la notation.

> CONSEIL **Prends soin de bien noter, au brouillon, les étapes de ta recherche et de recopier les éléments permettant de la valoriser.**

D En résumé

Épreuve de MATHS

DESCRIPTIF

- 2 heures
- 100 points
- 6 à 8 exercices

MÉTHODE

1. Survolez l'intégralité du sujet.
2. Commencez par les exercices qui vous semblent les plus faciles.
3. Justifiez et rédigez toutes vos réponses (sauf pour les QCM).

CONSEILS

- Quand vous développez un calcul, passez à la ligne pour chaque étape et encadrez le résultat.
- Vos figures doivent être précises, soignées et bien codées.

2 Quels sont les types d'exercices ?

Un sujet de brevet est composé d'exercices de mathématiques de natures variées. Les exercices fondamentaux font surtout appel à tes connaissances. La plupart des exercices sollicitent ta capacité à résoudre des problèmes.

A Les exercices fondamentaux

- Dans ce type d'exercice, il s'agit d'appliquer une leçon. Tu dois montrer que tu as compris les **notions fondamentales** du programme de maths du collège.
- Si l'exercice prend la forme d'un **QCM** (questionnaire à choix multiple), tu dois choisir parmi plusieurs réponses la seule qui est correcte. Tu n'as pas à justifier ta réponse. Sur ta feuille, indique le numéro de la question et recopie la bonne réponse. Les mauvaises réponses n'ôtent pas de points.

B Les exercices contextualisés

- Les exercices contextualisés s'appuient sur des **situations** issues de la vie courante ou faisant référence à d'autres disciplines, et qui sont modélisées sous une forme mathématique.
- Leur énoncé peut comprendre un schéma explicatif, une formule, etc.

C Les exercices de type « tâche complexe »

- Pour certains exercices de type « tâche complexe », une série de **données** et/ou de documents sont fournis. Une seule question t'est posée.
- Tu dois mobiliser tes connaissances sur **plusieurs leçons** et **trouver toi-même les étapes** à suivre pour résoudre le problème. Ta réponse devra faire apparaître clairement ton raisonnement.

> CONSEIL **Même si ta démarche n'aboutit pas, n'hésite pas à écrire toutes tes pistes de recherche. Elles comptent dans ta note.**

D L'exercice d'algorithmique

- L'exercice d'algorithmique fait référence au logiciel de programmation Scratch.
- Tu dois montrer que tu as **compris un programme** déjà écrit et que tu sais éventuellement le **modifier**.

3 Comment réussir l'épreuve ?

Pour chaque exercice, tu dois comprendre le problème posé, utiliser les données fournies, mobiliser tes connaissances et expliquer clairement ton raisonnement.

A Bien gérer son temps

- Commence par **survoler l'intégralité** du sujet. Les exercices sont indépendants : tu peux les traiter dans l'ordre que tu veux.
- Tu disposes de 2 heures pour faire 6 à 8 exercices : tu dois donc accorder environ **15 minutes** à chacun. Veille néanmoins à garder **10 minutes** à la fin de l'épreuve pour te relire.
- Si tu peines sur une question ou sur un exercice, ne t'y attarde pas trop : passe au suivant, et tu y reviendras ensuite.

B Bien analyser chaque exercice

- Lis une fois chaque énoncé ; puis relis en soulignant les **données clés**.
- En géométrie, si l'énoncé ne fournit pas de figure, **trace rapidement celle-ci au brouillon** : tu visualiseras mieux le problème et feras apparaître des configurations connues.

C Bien rédiger et bien présenter sa copie

1. La présentation de la copie

- Travaille d'abord au brouillon, afin d'éviter les ratures.
- Sur ta copie, indique bien le numéro de chacun des exercices. Quand tu développes un **calcul**, passe à la ligne pour chaque étape et souligne le résultat. Tes **figures** doivent être précises, soignées et bien codées.

2. La qualité de la rédaction

Tu dois **justifier et rédiger** toutes tes réponses, sauf dans les QCM.

- Dans une démonstration, explicite les hypothèses te permettant de faire appel à une propriété, écris la formule employée.
- Quand tu donnes une réponse chiffrée, fais attention à la précision demandée, n'oublie pas l'unité.
- De façon générale, exprime-toi dans un français correct et efforce-toi d'employer avec justesse le vocabulaire mathématique.

4 Comment te préparer à l'examen ?

Les épreuves finales du brevet constituent ton premier examen. Cela peut générer du stress. Mais, si tu es en bonne forme et que tu as travaillé régulièrement tout au long de l'année, tu n'as aucune raison de t'inquiéter.

A De manière générale

1. La préparation physique

- Il est recommandé de **dormir correctement** dans les deux derniers mois avant l'examen. Le manque de sommeil risque en effet de réduire tes performances intellectuelles.
- Pour mieux gérer ton stress, continue de **faire du sport**, sans excès, dans les jours qui précèdent l'examen.

2. La préparation intellectuelle

Cette préparation-là s'effectue tout au long de l'année.

- En premier lieu, sois **attentif en cours**.
- **Apprends tes leçons** au fur et à mesure ; n'attends pas le contrôle. Donne du sens à ce que tu apprends : n'hésite pas à expliquer, à l'oral ou à l'écrit, le contenu de ta leçon à un proche ou à un camarade de classe.
- Lors de la préparation d'un contrôle, entraîne-toi à **extraire de ta mémoire** ce que tu y as mis. Révise pour de vrai !

> ATTENTION ! **Réviser n'est pas seulement relire. Il faut reformuler mentalement ce que tu lis et, si possible, par écrit, devant une feuille blanche.**

B Dans chaque discipline

- En **mathématiques et en sciences**, fais une fiche de révision par chapitre : note les définitions et les propriétés à connaître, illustrées par des exemples rédigés.
- En **français**, prends le temps nécessaire pour lire attentivement les textes qu'on te donne à lire à la maison (sous forme d'extraits ou d'œuvres complètes).
- En **histoire, géographie et EMC**, pour chaque chapitre, note les points principaux en t'appuyant sur ton cours ou ton manuel.

88 sujets expliqués

... et corrigés

SUJET 1

France métropolitaine • Juillet 2019

Sujet complet • 100 points

Sujet du brevet de France métropolitaine 2019

EXERCICE 1 • LE TRÉSOR — 10 POINTS

Le capitaine d'un navire possède un trésor constitué de 69 diamants, 1 150 perles et 4 140 pièces d'or.

▶ **1.** Décomposer 69 ; 1 150 et 4 140 en produits de facteurs premiers.

▶ **2.** Le capitaine partage équitablement le trésor entre les marins. Combien y a-t-il de marins sachant que toutes les pièces, perles et diamants ont été distribués ?

EXERCICE 2 • LE DÉCOR DE LA PIÈCE DE THÉÂTRE — 19 POINTS

Dans cet exercice, on donnera, si nécessaire, une valeur approchée des résultats au centième près.

Pour construire le décor d'une pièce de théâtre (figure 1), Joanna dispose d'une plaque rectangulaire ABCD de 4 m sur 2 m dans laquelle elle doit découper les trois triangles du décor avant de les superposer. Elle propose un découpage de la plaque (figure 2).

Figure 1

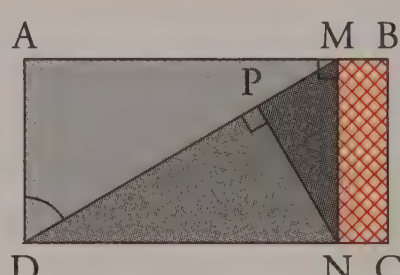


Figure 2

Le triangle ADM respecte les conditions suivantes :

- Le triangle ADM est rectangle en A.
- AD = 2 m.
- $\widehat{ADM} = 60°$.

▶ **1.** Montrer que [AM] mesure environ 3,46 m.

▶ **2.** La partie de la plaque non utilisée est représentée en quadrillé sur la figure 2. Calculer une valeur approchée au centième de la proportion de la plaque qui n'est pas utilisée.

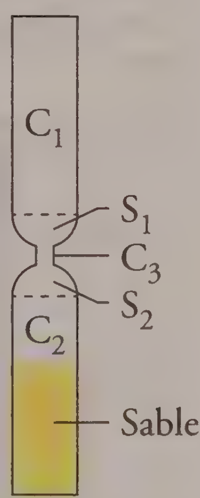
▶ **3.** Pour que la superposition des triangles soit harmonieuse, Joanna veut que les trois triangles AMD, PNM et PDN soient semblables. Démontrer que c'est bien le cas.

▶ **4.** Joanna aimerait que le coefficient d'agrandissement pour passer du triangle PDN au triangle AMD soit plus petit que 1,5. Est-ce le cas ? Justifier.

EXERCICE 3 • GESTION DE DONNÉES 17 POINTS

Les questions 1 et 2 sont indépendantes.

Un sablier est composé de :
– deux cylindres C_1 et C_2 de hauteur 4,2 cm et de diamètre 1,5 cm ;
– un cylindre C_3 ;
– deux demi-sphères S_1 et S_2 de diamètre 1,5 cm.
On rappelle le volume $\mathcal{V}$ d'un cylindre d'aire de base $\mathcal{B}$ et de hauteur h :
$\mathcal{V} = \mathcal{B} \times h$.



▶ **1. a)** Au départ, le sable remplit le cylindre C_2 aux deux tiers. Montrer que le volume du sable est environ 4,95 cm³.
b) On retourne le sablier. En supposant que le débit d'écoulement du sable est constant et égal à 1,98 cm³/min, calculer le temps en minutes et secondes que va mettre le sable à s'écouler dans le cylindre inférieur.

▶ **2.** En réalité, le débit d'écoulement d'un même sablier n'est pas constant.
Dans une usine où on fabrique des sabliers comme celui-ci, on prend un sablier au hasard et on teste plusieurs fois le temps d'écoulement dans ce sablier.
Voici les différents temps récapitulés dans le tableau suivant :

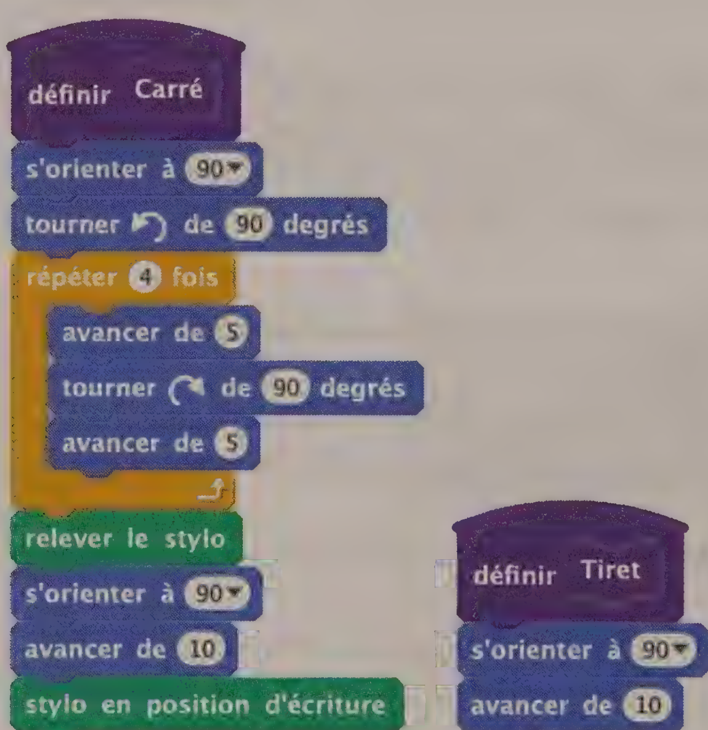
Temps mesuré	2 min 22 s	2 min 24 s	2 min 26 s	2 min 27 s	2 min 28 s	2 min 29 s	2 min 30 s
Nombre de tests	1	1	2	6	3	7	6

Temps mesuré	2 min 31 s	2 min 32 s	2 min 33 s	2 min 34 s	2 min 35 s	2 min 38 s
Nombre de tests	3	1	2	3	2	3

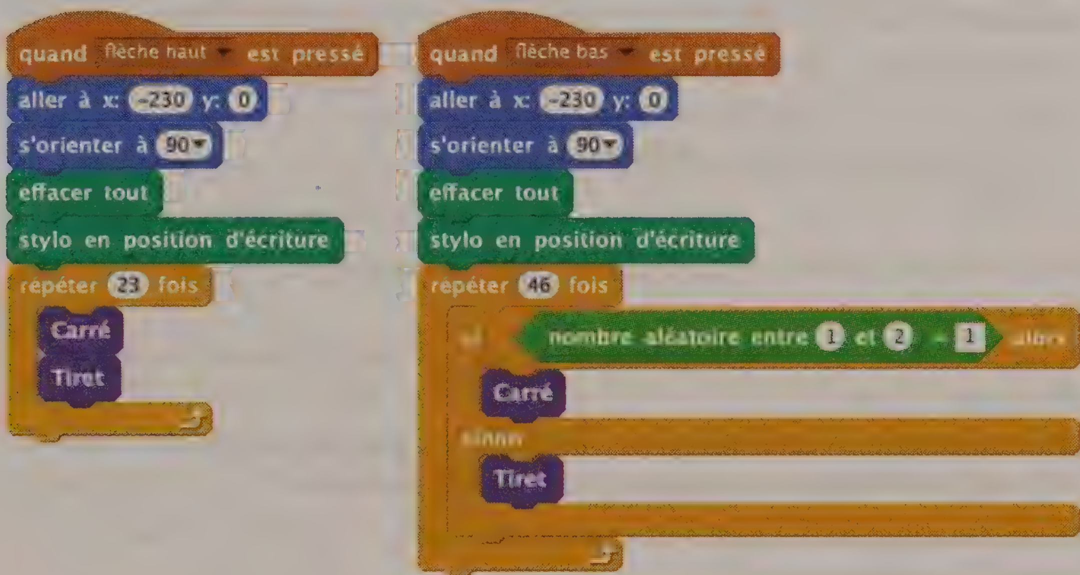
a) Combien de tests ont été réalisés au total ?
b) Un sablier est mis en vente s'il vérifie les trois conditions ci-dessous, sinon il est éliminé.
- L'étendue des temps est inférieure à 20 s.
- La médiane des temps est comprise entre 2 min 29 s et 2 min 31 s.
- La moyenne des temps est comprise entre 2 min 28 s et 2 min 32 s.

EXERCICE 4 • DESSIN SOUS SCRATCH 19 POINTS

On veut réaliser un dessin constitué de deux types d'éléments (tirets et carrés) mis bout à bout.
Chaque script ci-dessous trace un élément, et déplace le stylo.
On rappelle que « s'orienter à 90 » signifie qu'on oriente le stylo vers la droite.



▶ **1.** En prenant 1 cm pour 2 pixels, représenter la figure obtenue si on exécute le script Carré.
Préciser les positions de départ et d'arrivée du stylo sur votre figure.
Pour tracer le dessin complet, on a réalisé 2 scripts qui se servent des blocs « Carré » et « Tiret » ci-dessus :



On exécute les deux scripts et on obtient les deux dessins ci-dessous.

Dessin A

Dessin B

▶ **2.** Attribuer à chaque script la figure dessinée. Justifier votre choix.

▶ **3.** On exécute le script 2.
a) Quelle est la probabilité que le premier élément tracé soit un carré ?
b) Quelle est la probabilité que les deux premiers éléments soient des carrés ?

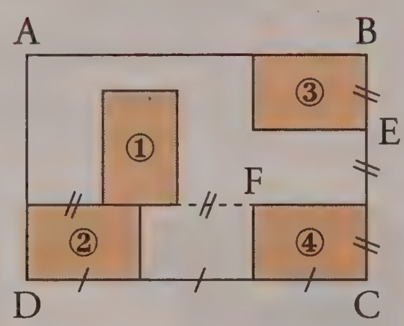
▶ **4.** Dans le script 2, on aimerait que la couleur des différents éléments, tirets ou carrés, soit aléatoire, avec à chaque fois 50 % de chance d'avoir un élément noir et 50 % de chance d'avoir un élément rouge.
Écrire la suite d'instructions qu'il faut alors créer et préciser où l'insérer dans le script 2.
Indication : on pourra utiliser les instructions 

et 

pour choisir la couleur du stylo.

EXERCICE 5 • LES TRANSFORMATIONS DU PLAN 18 POINTS

Olivia s'est acheté un tableau pour décorer le mur de son salon.
Ce tableau, représenté ci-contre, est constitué de quatre rectangles identiques nommés ①, ②, ③ et ④ dessinés à l'intérieur d'un grand rectangle ABCD d'aire égale à 1,215 m^2. Le ratio longueur : largeur est égal à 3 : 2 pour chacun des cinq rectangles.



▶ **1.** Recopier, en les complétant, les phrases suivantes. Aucune justification n'est demandée.

a) Le rectangle … est l'image du rectangle … par la translation qui transforme C en E.

b) Le rectangle ③ est l'image du rectangle … par la rotation de centre F et d'angle 90° dans le sens des aiguilles d'une montre.

c) Le rectangle ABCD est l'image du rectangle … par l'homothétie de centre … et de rapport 3.
(Il y a plusieurs réponses possibles, une seule est demandée.)

▶ **2.** Quelle est l'aire d'un petit rectangle ?

▶ **3.** Quelles sont la longueur et la largeur du rectangle ABCD ?

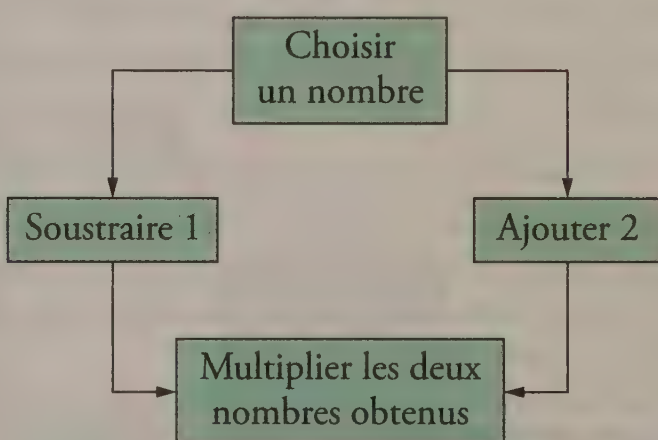
EXERCICE 6 • PROGRAMME DE CALCUL 12 POINTS

Voici deux programmes de calcul.

Programme 1

Choisir un nombre
Le multiplier par 3
Ajouter 1

Programme 2



▶ **1.** Vérifier que si on choisit 5 comme nombre de départ,
• Le résultat du programme 1 vaut 16.
• Le résultat du programme 2 vaut 28
On appelle $A(x)$ le résultat du programme 1 en fonction du nombre x choisi au départ.
La fonction $B : x \mapsto (x - 1)(x + 2)$ donne le résultat du programme 2 en fonction du nombre x choisi au départ.

▶ **2. a)** Exprimer $A(x)$ en fonction de x.
b) Déterminer le nombre que l'on doit choisir au départ pour obtenir 0 comme résultat du programme 1.

▶ **3.** Développer et réduire l'expression :
$B(x) = (x - 1)(x + 2)$.

▶ **4. a)** Montrer que $B(x) - A(x) = (x + 1)(x - 3)$.
b) Quels nombres doit-on choisir au départ pour que le programme 1 et le programme 2 donnent le même résultat ? Expliquer la démarche.

LES CLÉS DU SUJET

Exercice 1

Points du programme

PGCD de trois entiers naturels • Décomposition en produit de facteurs premiers

Nos coups de pouce

▶ **2.** Pense au PGCD.

Exercice 2

Points du programme

Trigonométrie • Triangles semblables • Angles • Proportion

Nos coups de pouce

▶ **3.** Des triangles sont semblables s'ils ont 2 angles égaux.

Exercice 3

Points du programme

Statistiques • Volumes usuels • Proportionnalité

Nos coups de pouce

▶ **3.** Vérifie si chacun des critères est valide pour le sablier testé.

■ Exercice 4

Points du programme

Algorithmique

Nos coups de pouce

▶ **1.** Lis chaque étape et trace la figure au fur et à mesure.

■ Exercice 5

Points du programme

Transformations du plan • Aire d'un rectangle • Ratio

Nos coups de pouce

▶ **2.** Dans un agrandissement de coefficient k, les aires sont multipliées par k^2.

■ Exercice 6

Points du programme

Calcul littéral • Équations

Nos coups de pouce

▶ **4.** Développe chaque partie et vérifie qu'elles sont égales.

CORRIGÉ 1

EXERCICE 1

▶ **1.** $69 = 3 \times 23$

$1\ 150 = 2 \times 575 = 2 \times 5 \times 115 = 2 \times 5^2 \times 23$

$4\ 140 = 2 \times 2\ 070 = 2^2 \times 1\ 035 = 2^2 \times 3 \times 345 = 2^2 \times 3^2 \times 115$

$= 2^2 \times 3^2 \times 5 \times 23$

▶ **2.** Le facteur commun aux trois nombres est 23.

Donc PGCD(69 ; 1 150 ; 4 140) = 23.

Il y a donc 23 marins.

EXERCICE 2

▶ **1.** ADM est rectangle en A.

$$\tan(\widehat{D}) = \frac{\text{côté opposé à l'angle } \widehat{D}}{\text{côté adjacent à l'angle } \widehat{D}} = \frac{AM}{AD}$$

Donc $\tan(60°) = \dfrac{AM}{2}$

et $AM = 2 \times \tan(60°) \approx \boxed{3{,}46 \text{ m}}$.

> **ATTENTION !**
> Pour additionner deux fractions, il faut les mettre au même dénominateur.

▶ **2.** $\text{Aire}(BMNC) = BM \times BC = (4 - 3{,}46) \times 2 = 1{,}08 \text{ m}^2$

$\text{Aire}(ABCD) = AB \times BC = 4 \times 2 = 8 \text{ m}^2$

Donc la proportion de plaque non utilisée est : $\dfrac{1{,}08}{8} \approx \boxed{0{,}14}$.

▶ **3.** • Dans les triangles ADM et MPN :

$\widehat{DAM} = \widehat{MPN}$ car ce sont des angles droits ;

$\widehat{ADM} = \widehat{PMN}$ car les deux angles sont alternes-internes.

Les triangles ADM et MPN ont deux angles égaux, ils sont donc semblables.

• Dans les triangles ADM et PDN :

$\widehat{DAM} = \widehat{NPD}$ car ce sont des angles droits ;

$\widehat{PDN} = 90° - 60° = 30°$ et par la somme des mesures des angles d'un triangle, $\widehat{AMD} = 30°$.

Donc les deux angles $\widehat{PDN}$ et $\widehat{AMD}$ sont égaux.

Les triangles ADM et PND ont deux angles égaux, ils sont donc semblables.

▶ **4.** ADM est rectangle en A.

$$\cos(\widehat{D}) = \frac{\text{côté adjacent à l'angle } \widehat{D}}{\text{hypoténuse}} = \frac{AD}{DM}$$

donc $\cos(60°) = \dfrac{2}{DM}$

donc $DM = \dfrac{2}{\cos(60°)} = \boxed{4 \text{ m}}$.

Or $DN = 3{,}46$ m

donc $\dfrac{DM}{DN} = \dfrac{4}{3{,}46} \approx 1{,}15 < 1{,}5$.

Le coefficient d'agrandissement convient.

> **À NOTER**
> Une proportion est la division de deux mêmes grandeurs.

EXERCICE 3

▶ **1. a)** $\mathcal{V}_{\text{sable}} = \dfrac{2}{3} \times \mathcal{V}_{C_2} = \dfrac{2}{3} \times \text{aire(base)} \times \text{hauteur}$

$$= \frac{2}{3} \times \pi \times \left(\frac{1,5}{2}\right)^2 \times 4,2 \approx \boxed{4,95 \text{ cm}^3}$$

> ATTENTION !
> rayon = $\dfrac{\text{diamètre}}{2}$.

b) Il y a proportionnalité entre le volume de sable écoulé et le temps :

Volume (cm^3)	Temps (s)
1,98	60
4,95	x

Par le produit en croix, on a :

$$x = \frac{4,95 \times 60}{1,98} = 150 \text{ s} = \boxed{2 \text{ min } 30 \text{ s}}$$

▶ **2. a)** Le nombre total de tests faits est :

$1 + 1 + 2 + 6 + 3 + 7 + 6 + 3 + 1 + 2 + 3 + 2 + 3 = \boxed{40}$.

b) Calcul de l'étendue : 2 min 38 s – 2 min 22 s = 16 s.

16 s < 20 s donc le premier critère est vérifié.

Détermination de la médiane : on cherche la moyenne entre la 20^e^ et la 21^e^ valeur.

1^re^ méthode : on liste, dans l'ordre croissant, les 40 valeurs.

2^e^ méthode : on fait un calcul d'effectifs cumulés croissants :

> RAPPEL
> La médiane d'une série statistique est la valeur qui partage l'effectif en deux sous-effectifs égaux.

Temps	≤ 2'22	≤ 2'24	≤ 2'26	≤ 2'27	≤ 2'28	≤ 2'29	≤ 2'30	≤ 2'31	≤ 2'32	≤ 2'33	≤ 2'34	≤ 2'35	≤ 2'38
Effectifs cumulés croissants	1	2	4	10	13	20	26	29	30	32	35	37	40

Donc la médiane est entre 2 min 29 s et 2 min 30 s et le second critère est vérifié.

Calcul de la moyenne (le calcul est plus simple si toutes les unités de temps sont en secondes) :

$$\text{Moyenne} = \frac{\begin{array}{c}142\times1+144\times1+146\times2+147\times6+148\times3\\+149\times7+150\times6+151\times3+152\times1\\+153\times2+154\times3+155\times2+158\times3\end{array}}{40}$$

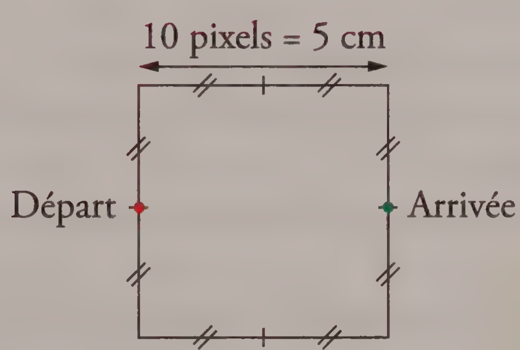
$$\approx 150 \text{ s soit } 2 \text{ min } 30 \text{ s.}$$

Donc ce dernier critère est vérifié.

Conclusion : ce sablier ne sera pas éliminé.

EXERCICE 4

▶ 1.



▶ 2. Le script 1 correspond au dessin B car il crée 23 fois le même motif carré-tiret. Le script 2 correspond au dessin A car il crée 46 tracés aléatoires de carrés et de tirets.

▶ 3. a) Si le nombre aléatoire est 1, c'est un carré qui est tracé.

Or la probabilité que le 1 sorte est de $\frac{1}{2}$.

Donc la probabilité que le premier tracé soit un carré est de $\boxed{\frac{1}{2}}$.

b) Pour obtenir la probabilité que les deux premiers tracés soient des carrés, on peut :

– soit faire un arbre des possibles et compter le nombre de branches qui mènent à carré-carré ;

– soit se rendre compte que le tracé du premier carré n'influence pas le tracé du second ; ces deux événements sont donc indépendants.

Donc : $p(\text{carré-carré}) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \boxed{\frac{1}{4}}$.

▶ **4.** Juste après le bloc « répéter 46 fois », il faut glisser les blocs suivants :

EXERCICE 5

▶ **1. a)** Le rectangle ③ est l'image du rectangle ④ par la translation qui transforme C en E.

b) Le rectangle ③ est l'image du rectangle ① par la rotation de centre F d'angle 90° dans le sens des aiguilles d'une montre.

c) Le rectangle ABCD est l'image du rectangle ② par l'homothétie de centre D de rapport 3.

Le rectangle ABCD est l'image du rectangle ③ par l'homothétie de centre B de rapport 3.

Le rectangle ABCD est l'image du rectangle ④ par l'homothétie de centre C de rapport 3.

▶ **2.** $\mathscr{A}_{\text{ABCD}} = 3^2 \times \mathscr{A}_{\text{petit rectangle}}$

$1{,}215 = 9 \times \mathscr{A}_{\text{petit rectangle}}$

Donc $\mathscr{A}_{\text{petit rectangle}} = \dfrac{1{,}215}{9} = \boxed{0{,}135 \text{ m}^2}$.

▶ **3.** Calculons la longueur et la largeur du grand rectangle :

On a $L = 1{,}5 \times l$.

Or $\mathscr{A}_{\text{ABCD}} = L \times l$.

Donc $1{,}5 \times l^2 = 1{,}215$

$$\boxed{l = \sqrt{\frac{1{,}215}{1{,}5}} = 0{,}9 \text{ m}}$$

De plus : $\boxed{L = 1{,}5 \times 0{,}9 = 1{,}35 \text{ m}}$

À NOTER
$L : l = 3 : 2$ signifie que la longueur est 1,5 fois plus grande que la largeur.

EXERCICE 6

▶ **1.**

Programme 1 :

5

$5 \times 3 = 15$

$15 + 1 = \boxed{16}$

Programme 2 :

5

$5 - 1 = 4$; $5 + 2 = 7$

$4 \times 7 = \boxed{28}$

▶ **2. a)** $\boxed{A(x) = 3x + 1}$

b) On résout l'équation $3x + 1 = 0$.

$3x = -1$

$\boxed{x = -\frac{1}{3}}$

▶ **3.** $B(x) = (x - 1)(x + 2) = x^2 + 2x - x - 2 = \boxed{x^2 + x - 2}$

▶ **4. a)** D'une part : $B(x) - A(x) = x^2 + x - 2 - 3x - 1 = x^2 - 2x - 3$.
D'autre part : $(x + 1)(x - 3) = x^2 - 3x + x - 3 = x^2 - 2x - 3$.

Donc les deux expressions sont bien égales.

> ATTENTION !
> $B(x) = A(x)$ signifie que $B(x) - A(x) = 0$.

b) On cherche x tel que $B(x) = A(x)$ donc
$B(x) - A(x) = 0$, soit $(x + 1)(x - 3) = 0$.

C'est une équation produit, or, si un produit de facteurs est nul alors l'un au moins des facteurs est nul.

Donc $x + 1 = 0$ ou $x - 3 = 0$, soit :

$x = -1$ ou $x = 3$.

Conclusion : les deux valeurs pour lesquelles ces deux programmes sont égaux sont -1 et 3.

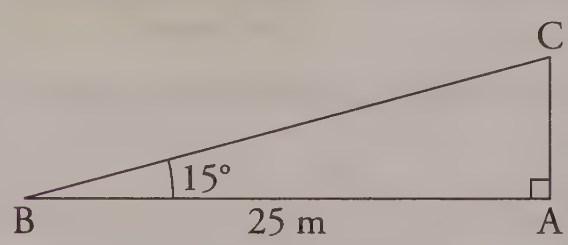
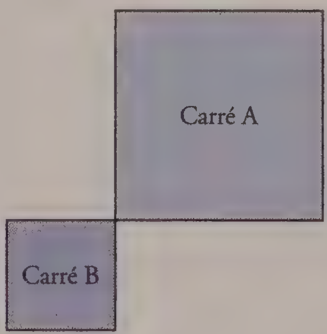
SUJET 2

Centres étrangers • Juin 2019
Sujet complet • 100 points

Sujet du brevet des Centres étrangers 2019

EXERCICE 1 • QCM TRÈS VARIÉ — 15 POINTS

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM). Pour chaque question, une seule des trois réponses proposées est exacte. Une bonne réponse rapporte 3 points ; aucun point ne sera enlevé en cas de mauvaise réponse.

Questions	Réponse A	Réponse B	Réponse C
▶ **1.** Quelle est la décomposition en produit de facteurs premiers de 28 ?	4×7	2×14	$2^2 \times 7$
▶ **2.** Un pantalon coûte 58 €. Quel est son prix en € après une réduction de 20 % ?	38	46,40	57,80
▶ **3.** Quelle est la longueur en m du côté [AC], arrondie au dixième près ? 	6,5	6,7	24,1
▶ **4.** Quelle est la médiane de la série statistique suivante ? 2 ; 5 ; 3 ; 12 ; 8 ; 6.	5,5	6	10
▶ **5.** Quel est le rapport de l'homothétie qui transforme le carré A en carré B ? 	–0,5	0,5	2

EXERCICE 2 • PROGRAMME DE CALCUL ET TABLEUR 14 POINTS

On considère le programme de calcul :

- Choisir un nombre.
- Prendre le carré de ce nombre.
- Ajouter le triple du nombre de départ.
- Ajouter 2.

▶ **1.** Montrer que si on choisit 1 comme nombre de départ, le programme donne 6 comme résultat.

▶ **2.** Quel résultat obtient-on si on choisit -5 comme nombre de départ ?

▶ **3.** On appelle x le nombre de départ, exprimer le résultat du programme en fonction de x.

▶ **4.** Montrer que ce résultat peut aussi s'écrire sous la forme $(x+2)(x+1)$ pour toutes les valeurs de x.

▶ **5.** La feuille du tableur suivante regroupe des résultats du programme de calcul précédent.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
2	$(x+2)(x+1)$	6	2	0	0	2	6	12	20	30

a) Quelle formule a été écrite dans la cellule B2 avant de l'étendre jusqu'à la cellule J2 ?

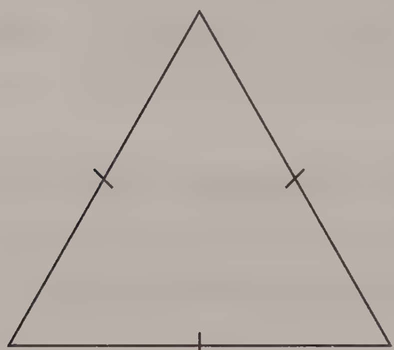
b) Trouver les valeurs de x pour lesquelles le programme donne 0 comme résultat.

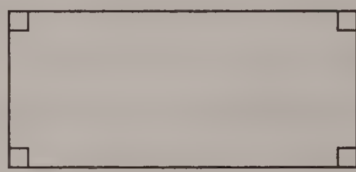
EXERCICE 3 • SCRATCH ET GÉOMÉTRIE — 16 POINTS

Partie A

Dans cette partie, toutes les longueurs sont exprimées en centimètres.

On considère les deux figures ci-dessous, un triangle équilatéral et un rectangle, où x représente un nombre positif quelconque.





▶ **1.** Construire le triangle équilatéral pour $x = 2$.

▶ **2. a)** Démontrer que le périmètre du rectangle en fonction de x peut s'écrire $12x + 3$.

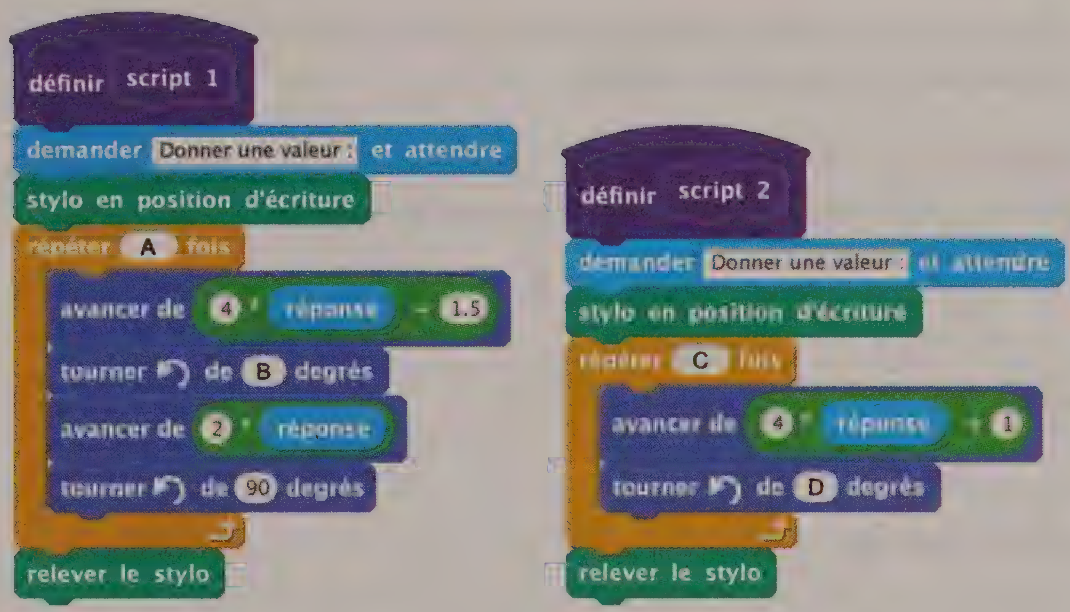
b) Pour quelle valeur de x le périmètre du rectangle est-il égal à 18 cm ?

▶ **3.** Est-il vrai que les deux figures ont le même périmètre pour toutes les valeurs de x ?

Justifier.

Partie B

On a créé les scripts (ci-après) sur Scratch qui, après avoir demandé la valeur de x à l'utilisateur, construisent les deux figures de la partie **A**.



Dans ces deux scripts, les lettres A, B, C et D remplacent des nombres. Donner des valeurs à A, B, C et D pour que ces deux scripts permettent de construire les figures de la partie **A** et préciser alors la figure associée à chacun des scripts.

EXERCICE 4 • DES CHAUSSURES EN VITRINE — 13 POINTS

Dans la vitrine d'un magasin A sont présentés au total 45 modèles de chaussures. Certaines sont conçues pour la ville, d'autres pour le sport et sont de trois couleurs différentes : noire, blanche ou marron.

▶ **1.** Compléter le tableau suivant.

Modèle	Pour la ville	Pour le sport	Total
Noir		5	20
Blanc	7		
Marron		3	
Total	27		45

▶ **2.** On choisit un modèle de chaussures au hasard dans cette vitrine.
a) Quelle est la probabilité de choisir un modèle de couleur noire ?
b) Quelle est la probabilité de choisir un modèle pour le sport ?
c) Quelle est la probabilité de choisir un modèle pour la ville de couleur marron ?

▶ **3.** Dans la vitrine d'un magasin B, on trouve 54 modèles de chaussures dont 30 de couleur noire. On choisit au hasard un modèle de chaussures dans la vitrine du magasin A puis dans celle du magasin B.

Dans laquelle des deux vitrines a-t-on le plus de chance d'obtenir un modèle de couleur noire ? Justifier.

EXERCICE 5 • LES ÉTAGÈRES 14 POINTS

Dans l'exercice suivant, les figures ne sont pas à l'échelle.

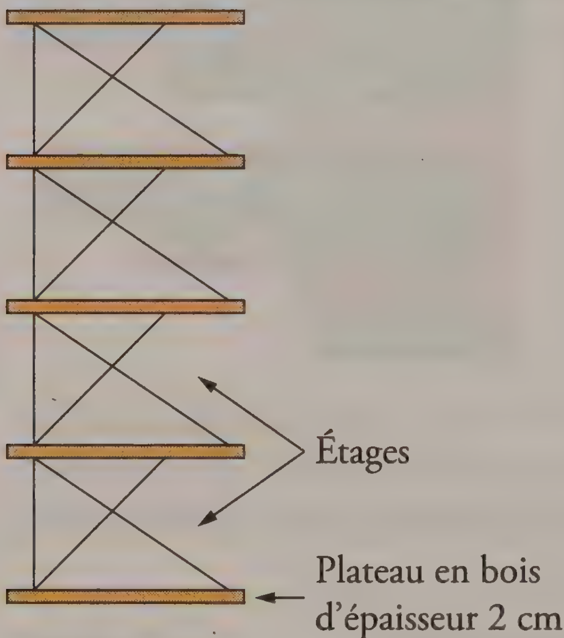


Figure 1

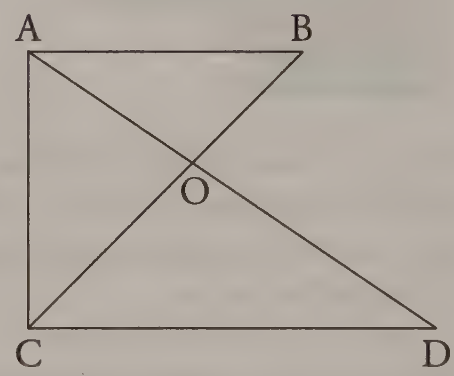


Figure 2

Un décorateur a dessiné une vue de côté d'un meuble de rangement composé d'une structure métallique et de plateaux en bois d'épaisseur 2 cm, illustré par la figure 1.

Les étages de la structure métallique de ce meuble de rangement sont tous identiques et la figure 2 représente l'un d'entre eux.

On donne :

- OC = 48 cm ; OD = 64 cm ; OB = 27 cm ; OA = 36 cm et CD = 80 cm ;
- les droites (AC) et (CD) sont perpendiculaires.

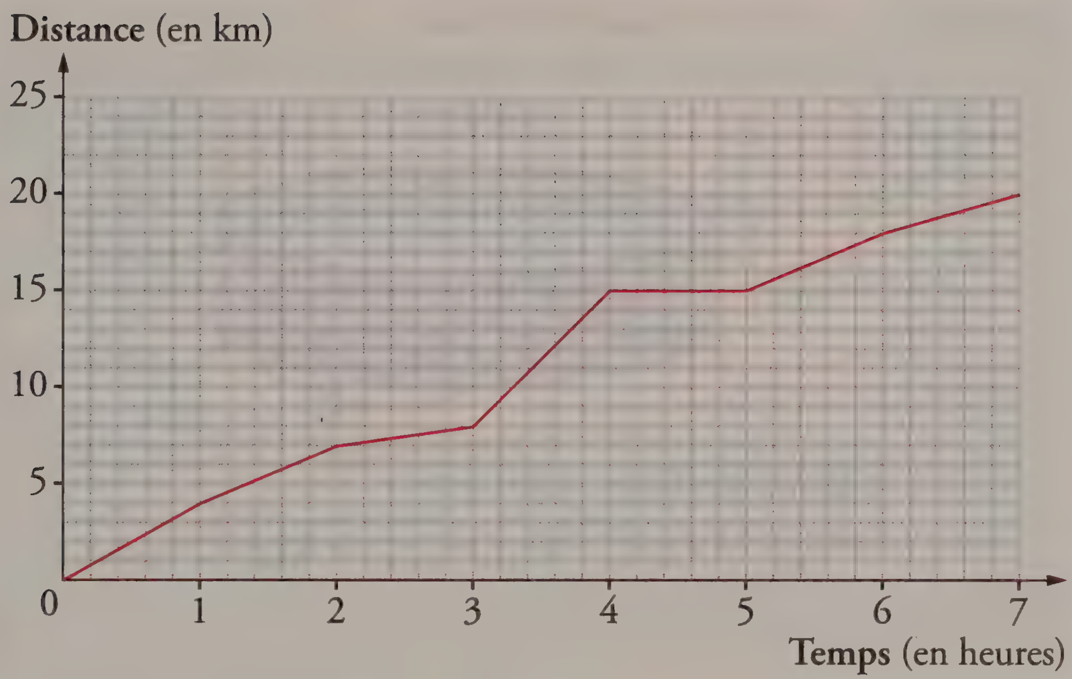
▶ **1.** Démontrer que les droites (AB) et (CD) sont parallèles.

▶ **2.** Montrer par le calcul que AB = 45 cm.

▶ **3.** Calculer la hauteur totale du meuble de rangement.

EXERCICE 6 • LA RANDONNÉE 14 POINTS

Une famille a effectué une randonnée en montagne. Le graphique ci-après donne la distance parcourue en km en fonction du temps en heures.



▶ **1.** Ce graphique traduit-il une situation de proportionnalité ? Justifier la réponse.

▶ **2.** On utilisera le graphique pour répondre aux questions suivantes. Aucune justification n'est demandée.

a) Quelle est la durée totale de cette randonnée ?

b) Quelle distance cette famille a-t-elle parcourue au total ?

c) Quelle est la distance parcourue au bout de 6 h de marche ?

d) Au bout de combien de temps ont-ils parcouru les 8 premiers km ?

e) Que s'est-il passé entre la 4^{e} et la 5^{e} heure de randonnée ?

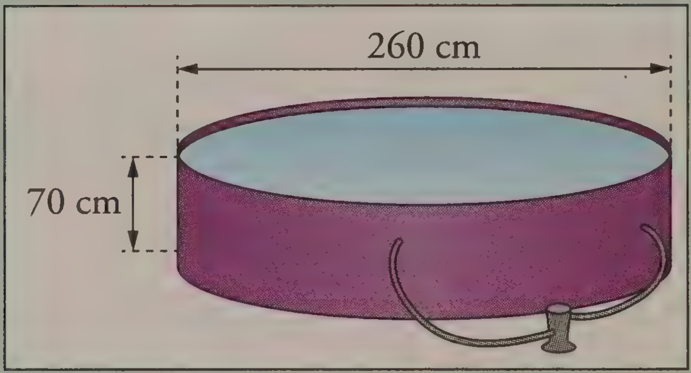
▶ **3.** Un randonneur expérimenté marche à une vitesse moyenne de 4 km/h sur toute la randonnée.
Cette famille est-elle expérimentée ? Justifier la réponse.

EXERCICE 7 • UNE PISCINE CYLINDRIQUE 14 POINTS

Une famille désire acheter, pour les enfants, une piscine cylindrique hors-sol équipée d'une pompe électrique. Elle compte l'utiliser cet été du mois de juin au mois de septembre inclus. Elle dispose d'un budget de 200 €. À l'aide des documents suivants, dire si le budget de cette famille est suffisant pour l'achat de cette piscine et les frais de fonctionnement.

Laisser toute trace de recherche, même si elle n'est pas aboutie.

DOCUMENT 1 **Caractéristiques techniques**



- Hauteur de l'eau : 65 cm.
- Consommation électrique moyenne de la pompe : 3,42 kWh par jour.
- Prix (piscine + pompe) : 80 €.

DOCUMENT 2 **Prix du kWh**

- Prix d'un kWh : 0,15 €.
- Le kWh (kilowattheure) est l'unité de mesure de l'énergie électrique.

DOCUMENT 3 **Prix du m^3 d'eau**

Prix d'un m^3 d'eau : 2,03 €.

DOCUMENT 4 **Volume d'un cylindre**

Le volume d'un cylindre est donné par la formule suivante :

$$\mathcal{V} = \pi \times r^2 \times h$$

où r est le rayon du cylindre et h sa hauteur.

LES CLÉS DU SUJET

Exercice 1

Points du programme

Décomposition d'un nombre en un produit de facteurs premiers • Pourcentage • Trigonométrie • Médiane (statistiques) • Homothétie

Nos coups de pouce

▶ **1.** Recherche les plus petits nombres premiers diviseurs de 28.

▶ **2.** Calcule le montant de la réduction.

▶ **3.** Calcule $\tan \widehat{ABC}$.

▶ **4.** Applique la définition de la médiane d'une série statistique (voir le « Mémo du brevet »).

▶ **5.** Revois la définition et les propriétés de l'homothétie.

Exercice 2

Points du programme

Calculs numériques • Développements • Tableur • Résolution d'une équation produit

Nos coups de pouce

▶ **1., 2.** et **3.** Effectue les différents calculs en respectant bien l'ordre dans lequel ils sont demandés.

▶ **4.** Développe l'expression $(x + 2)(x + 1)$.

▶ **5. b)** Résous l'équation $(x + 2)(x + 1) = 0$.

Exercice 3

Les points du programme

• Périmètres de figures usuelles • Calcul littéral et équations • Algorithmique

Nos coups de pouce

▶ **2. a)** Pense à résoudre une équation.

Exercice 4

Points du programme

Probabilités

Nos coups de pouce

Si E est un événement et si les résultats d'une expérience ont tous la même probabilité, alors :

$$p(\text{E}) = \frac{\text{nombre de résultats favorables}}{\text{nombre de résultats possibles}}.$$

Exercice 5

Points du programme

Théorème de Thalès et sa réciproque • Théorème de Pythagore

Nos coups de pouce

▶ **1.** Compare, par exemple, $\frac{OA}{OD}$ et $\frac{OB}{OC}$. Conclus.

▶ **2.** Applique le théorème de Thalès.

▶ **3.** Utilise le théorème de Pythagore.

Exercice 6

Points du programme

Situation de proportionnalité • Lectures graphiques • Vitesse moyenne

Nos coups de pouce

▶ **1.** Une situation de proportionnalité est graphiquement représentée par une droite passant par l'origine du repère.

▶ **2.** Sur le graphique :

a) Lis l'abscisse du point A.

b) Lis l'ordonnée du point A.

c) Lis l'ordonnée du point B d'abscisse 6.

d) Lis l'abscisse du point C d'ordonnée 8.

e) Quelle distance a été parcourue entre la 4ᵉ et la 5ᵉ heure ?

▶ **3.** Utilise la relation $v = \frac{d}{t}$ où d désigne la distance parcourue, t le temps mis pour la parcourir et v la vitesse moyenne réalisée.

Exercice 7

Points du programme

Calculs sur des grandeurs mesurables

Nos coups de pouce

Pour pouvoir effectuer l'achat de la piscine, il faut tenir compte de 3 dépenses :

– le prix de la piscine et de la pompe ;

– le prix de l'électricité ;

– le prix de l'eau.

Calcule ces 3 prix puis le coût total. Compare ce coût au budget. Conclus.

CORRIGÉ 2

EXERCICE 1

▶ **1.** La bonne réponse est la réponse C.

En effet, nous avons $28 = 2 \times 2 \times 7$ ou encore $28 = 2^2 \times 7$.

▶ **2.** La bonne réponse est la réponse B.

En effet le montant de la réduction est $\frac{20}{100} \times 58$ soit 11,6 euros.

Après réduction le pantalon coûte donc (58 – 11,6) soit 46,4 euros.

▶ **3.** La bonne réponse est la réponse B.

Dans le triangle ABC rectangle en A, nous avons $\tan\widehat{ABC} = \dfrac{AC}{AB}$ ou encore $AC = AB\tan\widehat{ABC}$.

> RAPPEL
> $\tan\widehat{ABC} = \dfrac{\text{côté opposé}}{\text{côté adjacent}}$.

Alors $AC = 25\tan(15°)$ soit $AC = 6{,}7$ m valeur arrondie au dixième près.

▶ **4.** La bonne réponse est la réponse A.

La médiane M d'une série statistique est la valeur qui partage la série statistique rangée par ordre croissant (ou décroissant) en deux parties de même effectif.

Série statistique rangée en ordre croissant : 2 – 3 – 5 – 6 – 8 – 12.

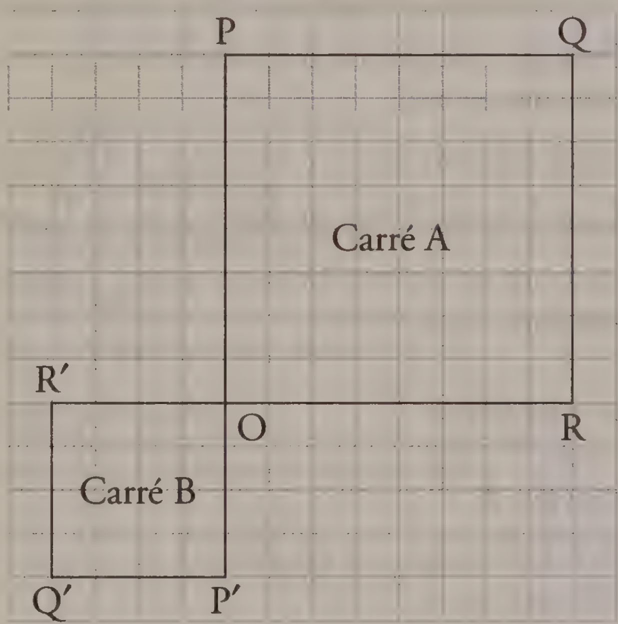
Avant et après 5,5 il existe 3 termes. Donc $M = 5{,}5$.

▶ **5.** La bonne réponse est la réponse A.

En effet :

- les points P, O et P′ sont alignés ;
- $OP' = 0{,}5 \times OP$;
- le point O est situé sur le segment [PP′].

Le carré A est transformé en le carré B par une homothétie de rapport $-0{,}5$.



EXERCICE 2

▶ **1.** On choisit 1 comme nombre de départ.

On élève au carré. On obtient 1.

On ajoute le triple du nombre de départ, c'est-à-dire 3, et on obtient 4.

On ajoute 2 et on obtient $\boxed{6}$.

▶ **2.** On choisit -5 comme nombre de départ.

On élève au carré. On obtient 25.

On ajoute le triple du nombre de départ, c'est-à-dire -15, et on obtient 10.

On ajoute 2 et on obtient $\boxed{12}$.

▶ **3.** On choisit x comme nombre de départ.
On élève au carré. On obtient x^2.

On ajoute le triple du nombre de départ, c'est-à-dire $3x$, et on obtient $x^2 + 3x$.

On ajoute 2 et on obtient $\boxed{x^2+3x+2}$.

▶ **4.** Posons $E = (x+2)(x+1)$.
Alors $E = x^2+2x+x+2$ soit $E = x^2+3x+2$.
Donc le résultat de la question **3.** peut encore s'écrire $(x+2)(x+1)$.

▶ **5. a)** La formule écrite dans B2 est $\boxed{=(\text{B}1+2)*(\text{B}1+1)}$.

b) Résolvons l'équation $E = 0$ c'est-à-dire $(x+2)(x+1)=0$.
Puisque nous avons un produit de facteurs nul, alors l'un au moins des facteurs est nul.

$x+2=0$ soit $x=-2$ ou $x+1=0$ soit $x=-1$.

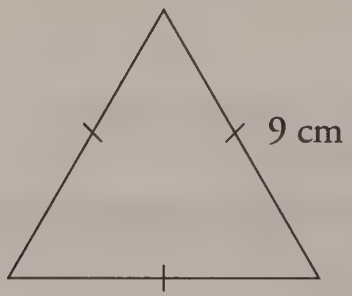
Conclusion : si on choisit $\boxed{-2 \text{ ou } -1}$ comme nombre de départ, alors on trouve 0 comme résultat.

RAPPEL
On peut vérifier les résultats obtenus aux deux premières questions en remplaçant x par 1 puis par -5 dans l'expression $(x+2)(x+1)$.

EXERCICE 3

Partie A

▶ **1.** Le triangle est équilatéral. Si x vaut 2 alors le côté mesure : $4 \times 2 + 1 = 9$ cm.



▶ **2. a)** On a :

$$\begin{aligned} P_{\text{rectangle}} &= 2L + 2l \\ &= 2(4x+1{,}5) + 2 \times 2x \\ &= 8x + 3 + 4x \qquad \text{(distributivité simple)} \\ &= \boxed{12x+3} \end{aligned}$$

b) On résout l'équation :

$12x + 3 = 18$

$12x = 18 - 3$

$12x = 15$

$$\boxed{x = \frac{15}{12} = \frac{5}{4} = 1{,}25 \text{ cm}}$$

▶ **3.** $P_{\text{triangle}} = 3(4x + 1) = 12x + 3$

$P_{\text{rectangle}} = 12x + 3$

Les deux formules sont identiques donc l'égalité des périmètres est vraie pour toute valeur de x.

À NOTER
Pour prouver une égalité entre deux expressions littérales, prendre des valeurs particulières ne suffit pas !

Partie B

Le script 1 permet de tracer le rectangle.

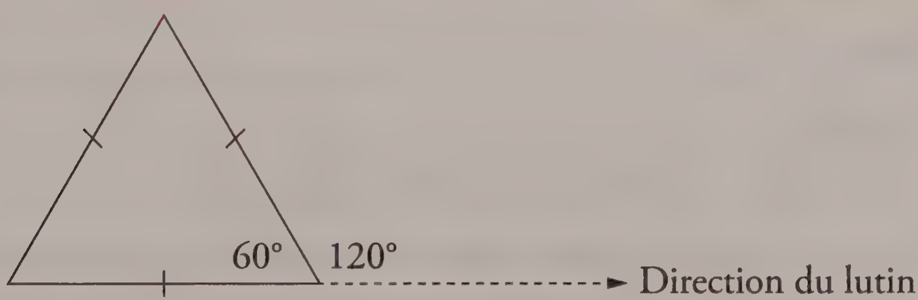
Le script 2 permet de tracer le triangle équilatéral.

A doit valoir $\boxed{2}$ puisque le tracé d'une longueur et d'une largeur doit être fait 2 fois pour obtenir un rectangle.

B doit valoir $\boxed{90}$ car un rectangle a quatre angles droits.

C doit valoir $\boxed{3}$ puisqu'un triangle a 3 côtés.

D doit valoir $\boxed{120°}$ car un triangle équilatéral a ses angles égaux à 60°.



EXERCICE 4

▶ **1.** Tableau complété.

Modèle	Pour la ville	Pour le sport	Total
Noir	15	5	20
Blanc	7	10	17
Marron	5	3	8
Total	27	18	45

▶ **2. a)** Soit E_1 l'événement « choisir un modèle de couleur noire ».
Parmi les 45 modèles, il en existe 20 de couleur noire.

$p(E_1) = \frac{20}{45}$ ou encore $\boxed{p(E_1) = \frac{4}{9}}$.

b) Soit E_2 l'événement « choisir un modèle pour le sport ».
Parmi les 45 modèles, il en existe 18 pour le sport.

$p(E_2) = \frac{18}{45}$ ou encore $\boxed{p(E_2) = \frac{2}{5}}$.

c) Soit E_3 l'événement « choisir un modèle pour la ville de couleur marron ».
Parmi les 45 modèles, il en existe 5 pour la ville de couleur marron.

$p(E_3) = \frac{5}{45}$ ou encore $\boxed{p(E_3) = \frac{1}{9}}$.

▶ **3.** Soit A l'événement « le modèle choisi dans la vitrine A est noir ».
D'après la question **2. a)**, $p(A) = \frac{4}{9}$.

Soit B l'événement « le modèle choisi dans la vitrine B est noir ».

$p(B) = \frac{30}{54} = \frac{5}{9}$. On a $p(B) > p(A)$.

Conclusion : on a plus de chance d'obtenir un modèle de couleur noire dans la vitrine B.

EXERCICE 5

▶ **1.** Calculons :
$\frac{OA}{OD} = \frac{36}{64} = \frac{9}{16}$ et $\frac{OB}{OC} = \frac{27}{48} = \frac{9}{16}$. Donc $\frac{OA}{OD} = \frac{OB}{OC}$.
Les points O, A, D sont alignés dans le même ordre que les points O, B, C. De plus $\frac{OA}{OD} = \frac{OB}{OC}$. D'après la réciproque du théorème de Thalès les droites (AB) et (CD) sont parallèles.

▶ **2.** Les points O, A, D sont alignés dans le même ordre que les points O, B, C et les droites (AB) et (CD) sont parallèles. Nous pouvons appliquer le théorème de Thalès et écrire
$\frac{OA}{OD} = \frac{OB}{OC} = \frac{AB}{CD}$ soit $\frac{36}{64} = \frac{27}{48} = \frac{AB}{80}$.

Un produit en croix permet d'écrire $AB = \frac{27 \times 80}{48} = 45$.

$\boxed{AB = 45 \text{ cm}}$.

▶ **3.** Calculons AC.
Les droites (AC) et (CD) sont perpendiculaires, donc le triangle ACD est rectangle en C. Appliquons le théorème de Pythagore : $AC^2 + DC^2 = AD^2$ ou encore $AC^2 = AD^2 - DC^2$.

Mais $AD = OA + OD = 36 + 64$ donc $AD = 100$ cm.

Alors $AC^2 = 100^2 - 80^2 = 3\,600$ et $AC = \sqrt{3\,600} = 60$ cm.

Notons H la hauteur totale du meuble de rangement.

Cette étagère possède 5 plateaux en bois de 2 cm d'épaisseur et 4 éléments d'armature tels que [AC].

Nous avons $H = 4 \times 60 + 5 \times 2 = 250$ cm soit $\boxed{H = 2{,}5\text{ m}}$.

ATTENTION !
Ne pas oublier de tenir compte de l'épaisseur des 5 étagères.

EXERCICE 6

▶ **1.** Le graphique ne traduit pas une situation de proportionnalité.
En effet ce n'est pas une droite passant par l'origine du repère.

▶ **2. a)** Le point A situé sur le graphique a pour abscisse 7.
La durée totale de la randonnée est de 7 heures.

b) Le point A situé sur le graphique a pour ordonnée 20.

La famille a parcouru 20 km.

ATTENTION !
Le point A situé sur le graphique représente l'arrivée de la randonnée.

c) Le point B situé sur le graphique et d'abscisse 6 a pour ordonnée 18.

La distance parcourue au bout de 6 h de marche est de 18 km.

d) Le point C situé sur le graphique et d'ordonnée 8 a pour abscisse 3.

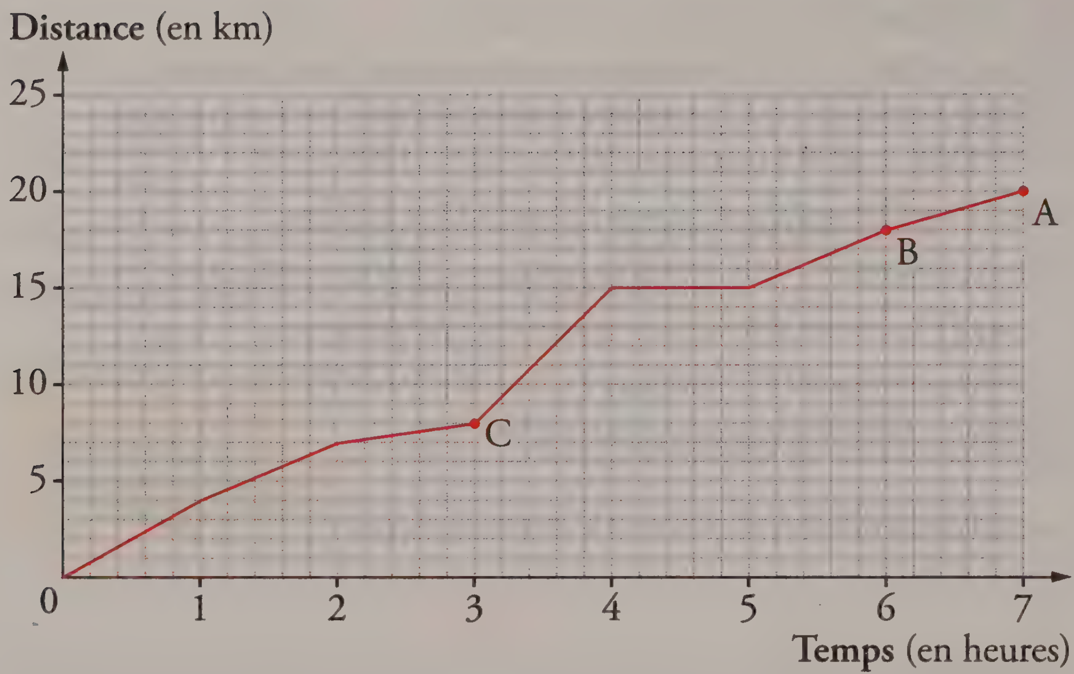
Les 8 premiers kilomètres ont été parcourus en 3 heures.

e) Aucune distance n'a été parcourue entre la 4^e et la 5^e heure.

Cela peut correspondre à une pause.

▶ **3.** Calculons la vitesse moyenne v de la famille au cours de la randonnée.
Cette famille a parcouru 20 km en 7 h.

Donc $v = \dfrac{d}{t} = \dfrac{20}{7}$ km/h. Nous remarquons que $\dfrac{20}{7} < 4$.
Conclusion : la famille n'est pas expérimentée.



EXERCICE 7

Pour effectuer l'achat de la piscine, il faut tenir compte de 3 dépenses.

• Le prix p_1 de la piscine et de la pompe est $p_1 = 80$ euros.

• Calculons le prix p_2 de l'électricité. La piscine sera utilisée durant 4 mois (juin, juillet, août et septembre) soit 122 jours.

La consommation électrique moyenne sera de $3{,}42 \times 122$ kWh.

Alors $p_2 = 3{,}42 \times 122 \times 0{,}15$ soit $p_2 = 62{,}59$ euros.

• Calculons le prix p_3 de l'eau.

Le volume d'eau $\mathcal{V}$ contenu dans la piscine cylindrique est donné par la formule :

$\mathcal{V} = \pi \times r^2 \times h$ où r représente le rayon du cylindre et h la hauteur d'eau.

Nous avons $r = \dfrac{260}{2} = 130 \text{ cm} = 1{,}3 \text{ m}$ et $h = 65 \text{ cm} = 0{,}65 \text{ m}$.

> **ATTENTION !**
> Il faut prendre la hauteur d'eau dans la piscine et non la hauteur de la piscine.

$$\mathcal{V} = \pi \times 1{,}3^2 \times 0{,}65 \text{ m}^2$$

Alors $p_3 = (\pi \times 1{,}3^2 \times 0{,}65) \times 2{,}03$ soit $p_3 = 7{,}01$ euros.

Le coût de la piscine pour la saison est

$p = p_1 + p_2 + p_3 = 80 + 62{,}59 + 7{,}01 = 149{,}60$ €.

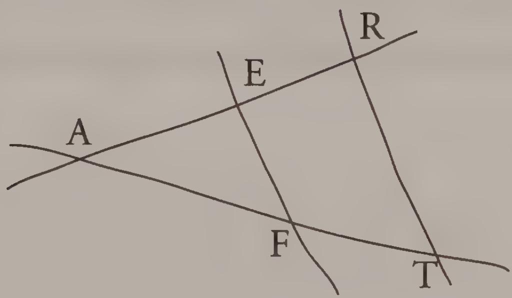
Conclusion : Un budget de 200 euros est suffisant pour l'achat de cette piscine ainsi que les frais de fonctionnement.

Amérique du Nord • Juin 2019
Sujet complet • 100 points

Sujet du brevet d'Amérique du Nord 2019

EXERCICE 1 • FIGURE GÉOMÉTRIQUE — 14 POINTS

On considère la figure ci-dessous, réalisée à main levée et qui n'est pas à l'échelle.



On donne les informations suivantes :
- les droites (ER) et (FT) sont sécantes en A ;
- AE = 8 cm, AF = 10 cm, EF = 6 cm ;
- AR = 12 cm, AT = 14 cm.

▶ **1.** Démontrer que le triangle AEF est rectangle en E.

▶ **2.** En déduire une mesure de l'angle $\widehat{EAF}$ au degré près.

▶ **3.** Les droites (EF) et (RT) sont-elles parallèles ?

EXERCICE 2 • LES AFFIRMATIONS — 17 POINTS

Voici quatre affirmations. Pour chacune d'entre elles, dire si elle est vraie ou fausse. On rappelle que la réponse doit être justifiée.

▶ **1. Affirmation 1** : $\dfrac{3}{5}+\dfrac{1}{2}=\dfrac{3+1}{5+2}$.

▶ **2.** On considère la fonction $f : x \mapsto 5-3x$.
Affirmation 2 : l'image de -1 par f est -2.

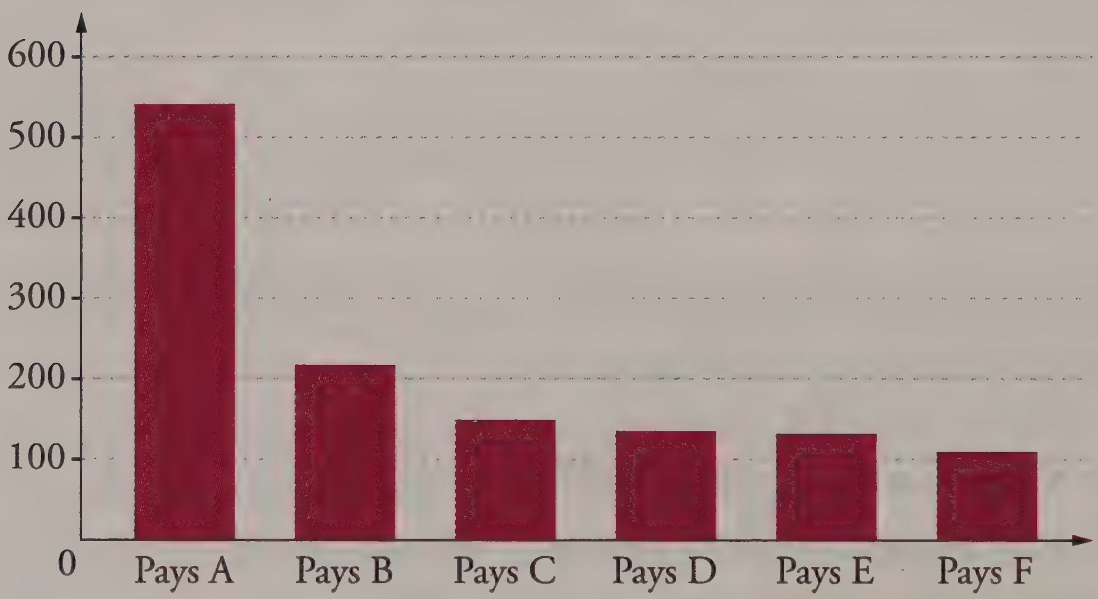
▶ **3.** On considère deux expériences aléatoires :
• expérience n° 1 : choisir au hasard un nombre entier compris entre 1 et 11 (1 et 11 inclus) ;
• expérience n° 2 : lancer un dé équilibré à six faces numérotées de 1 à 6 et annoncer le nombre qui apparaît sur la face du dessus.
Affirmation 3 : il est plus probable de choisir un nombre premier dans l'expérience n° 1 que d'obtenir un nombre pair dans l'expérience n° 2.

▶ **4. Affirmation 4** : pour tout nombre x :
$(2x + 1)^2 - 4 = (2x + 3)(2x - 1)$.

EXERCICE 3 • LE GASPILLAGE ALIMENTAIRE 12 POINTS

Le diagramme ci-dessous représente, pour six pays, la quantité de nourriture gaspillée (en kg) par habitant en 2010.

Quantité de nourriture gaspillée en kg par habitant en 2010



▶ **1.** Donner approximativement la quantité de nourriture gaspillée par un habitant du pays D en 2010.

▶ **2.** Peut-on affirmer que le gaspillage de nourriture d'un habitant du pays F représente environ un cinquième du gaspillage de nourriture d'un habitant du pays A ?

▶ **3.** On veut rendre compte de la quantité de nourriture gaspillée pour d'autres pays. On réalise alors le tableau ci-dessous à l'aide d'un tableur.
Rappel : 1 tonne = 1 000 kg.

	A	B	C	D
1		Quantité de nourriture gaspillée par habitant en 2010 (en kg)	Nombre d'habitants en 2010 (en millions)	Quantité totale de nourriture gaspillée (en tonnes)
2	Pays X	345	10,9	3 760 500
3	Pays Y	212	9,4	
4	Pays Z	135	46,6	

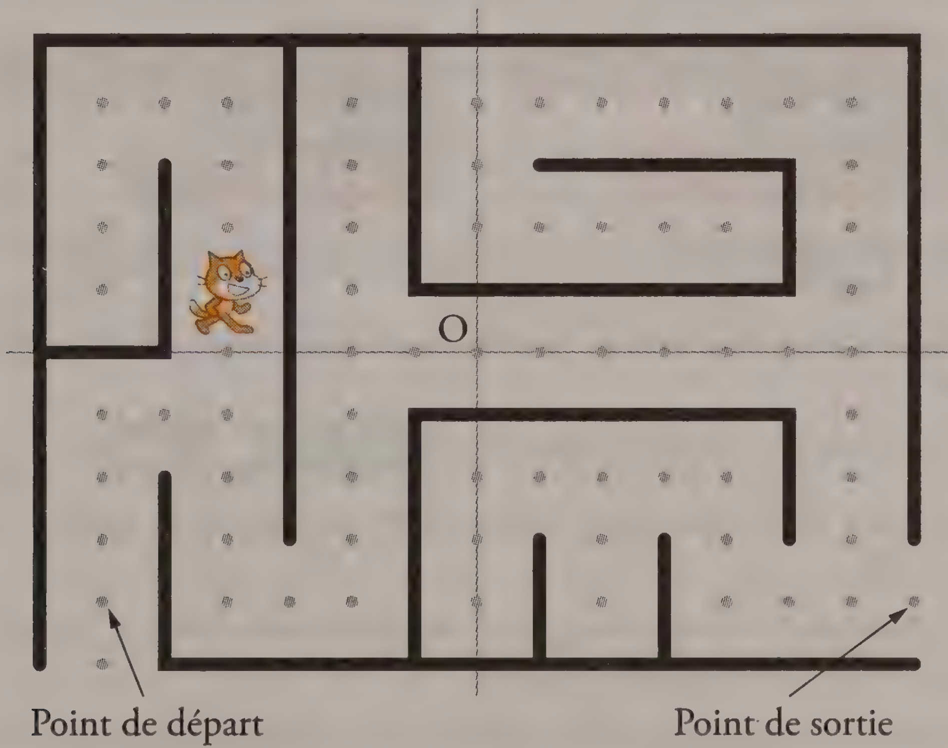
a) Quelle est la quantité totale de nourriture gaspillée par les habitants du pays X en 2010 ?

b) Voici trois propositions de formule, recopier sur votre copie celle qu'on a saisie dans la cellule D2 avant de l'étirer jusqu'en D4.

Proposition 1	Proposition 2	Proposition 3
=B2*C2*1000000	=B2*C2	=B2*C2*1000

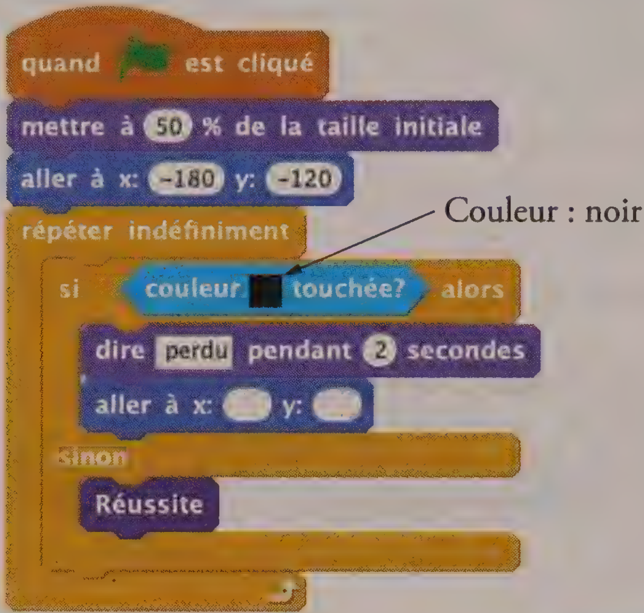
EXERCICE 4 • SCRATCH — 10 POINTS

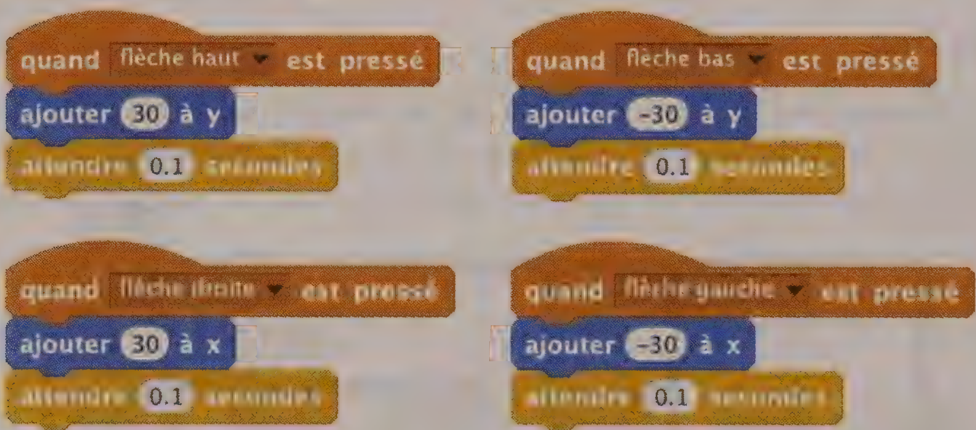
On a programmé un jeu. Le but du jeu est de sortir du labyrinthe. Au début du jeu, le lutin se place au point de départ. Lorsque le lutin touche un mur, représenté par un trait noir épais, il revient au point de départ.



L'arrière-plan est constitué d'un repère d'origine O avec des points espacés de 30 unités verticalement et horizontalement.

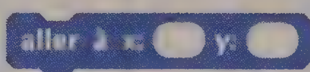
Dans cet exercice, on considérera que seuls les murs du labyrinthe sont noirs. Voici le programme :





Le bloc  correspond à un sous-programme qui fait dire

« Gagné ! » au lutin lorsqu'il est situé au point de sortie ; le jeu s'arrête alors.

▶ **1.** Recopier et compléter l'instruction  du programme pour ramener le lutin au point de départ si la couleur noire est touchée.

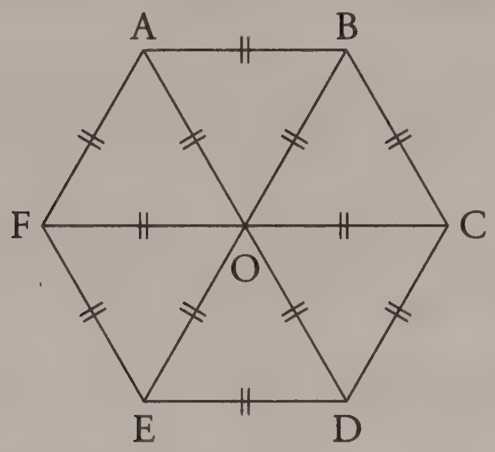
▶ **2.** Quelle est la distance minimale parcourue par le lutin entre le point de départ et le point de sortie ?

▶ **3.** On lance le programme en cliquant sur le drapeau. Le lutin est au point de départ. On appuie brièvement sur la touche ↑ (« flèche haut ») puis sur la touche → (« flèche droite »). Quelles sont toutes les actions effectuées par le lutin ?

EXERCICE 5 • LES TRANSFORMATIONS DU PLAN — 10 POINTS

Dans cet exercice, aucune justification n'est attendue.

On considère l'hexagone ABCDEF de centre O représenté ci-dessous.

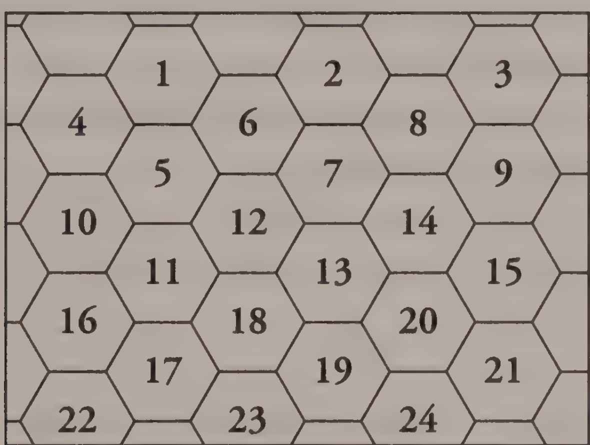


▶ **1.** Parmi les propositions suivantes, recopier celle qui correspond à l'image du quadrilatère CDEO par la symétrie de centre O.

Proposition 1	Proposition 2	Proposition 3
FABO	ABCO	FODE

▶ **2.** Quelle est l'image du segment [AO] par la symétrie d'axe (CF) ?

▶ **3.** On considère la rotation de centre O qui transforme le triangle OAB en le triangle OCD.
Quelle est l'image du triangle BOC par cette rotation ?
La figure ci-dessous représente un pavage dont le motif de base a la même forme que l'hexagone ci-dessus. On a numéroté certains de ces hexagones.



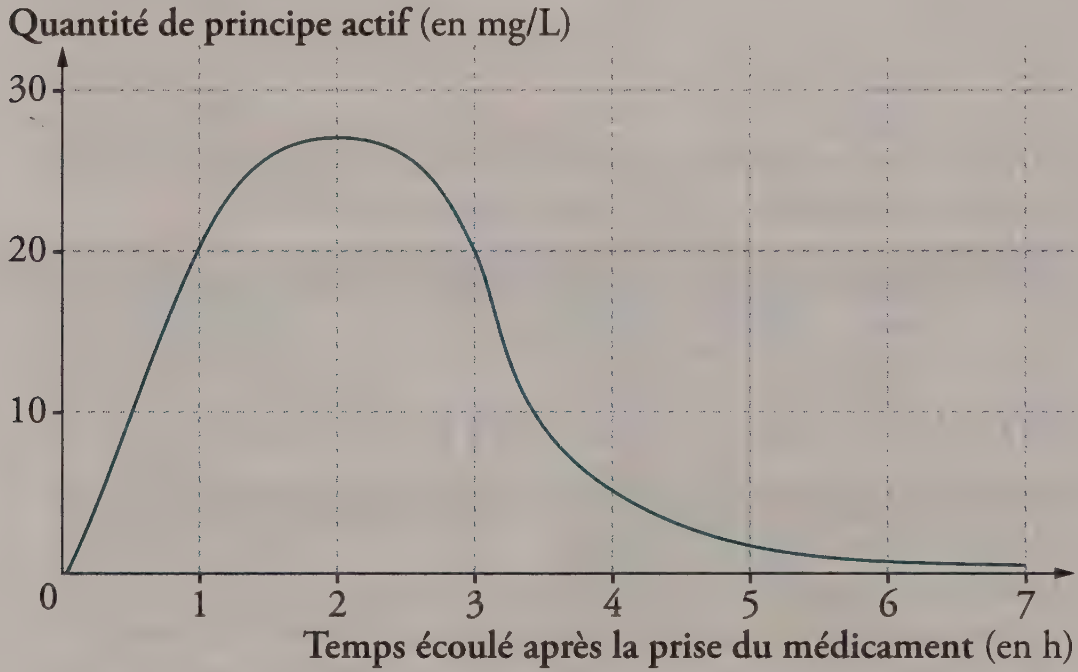
▶ **4.** Quelle est l'image de l'hexagone 14 par la translation qui transforme l'hexagone 2 en l'hexagone 12 ?

EXERCICE 6 • LE MÉDICAMENT — 12 POINTS

Les deux parties A et B sont indépendantes.

Partie A : absorption du principe actif d'un médicament

Lorsqu'on absorbe un médicament, que ce soit par voie orale ou non, la quantité de principe actif de ce médicament dans le sang évolue en fonction du temps. Cette quantité se mesure en milligrammes par litre de sang.
Le graphique ci-dessous représente la quantité de principe actif d'un médicament dans le sang, en fonction du temps écoulé, depuis la prise de ce médicament.



▶ **1.** Quelle est la quantité de principe actif dans le sang, trente minutes après la prise de ce médicament ?

▶ **2.** Combien de temps après la prise de ce médicament, la quantité de principe actif est-elle la plus élevée ?

Partie B : comparaison de masses d'alcool dans deux boissons

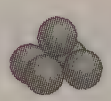
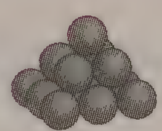
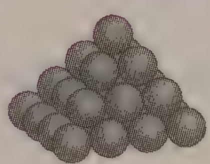
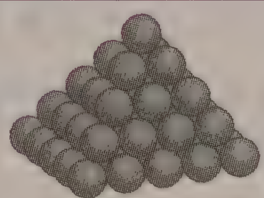
On fournit les données ci-dessous :

Formule permettant de calculer la masse d'alcool en g dans une boisson alcoolisée : $m = V \times d \times 7{,}9$ V : volume de la boisson alcoolisée en cL d : degré d'alcool de la boisson (exemple, un degré d'alcool de 2 % signifie que d est égal à 0,02)	**Deux exemples de boissons alcoolisées :** **Boisson ①** Degré d'alcool : 5 % Contenance : 33 cL **Boisson ②** Degré d'alcool : 12 % Contenance : 125 mL

▶ Question : la boisson ① contient-elle une masse d'alcool supérieure à celle de la boisson ② ?

EXERCICE 7 • LES BOULETS 15 POINTS

Pour ranger les boulets de canon, les soldats du XVI^e siècle utilisaient souvent un type d'empilement pyramidal à base carrée, comme le montrent les dessins suivants :

 Empilement à 2 niveaux	 Empilement à 3 niveaux	 Empilement à 4 niveaux	 Empilement à 5 niveaux

▶ **1.** Combien de boulets contient l'empilement à 2 niveaux ?

▶ **2.** Expliquer pourquoi l'empilement à 3 niveaux contient 14 boulets.

▶ **3.** On range 55 boulets de canon selon cette méthode. Combien de niveaux comporte alors l'empilement obtenu ?

▶ **4.** Ces boulets sont en fonte ; la masse volumique de cette fonte est de 7 300 kg/m^3. On modélise un boulet de canon par une boule de rayon 6 cm. Montrer que l'empilement à 3 niveaux de ces boulets pèse 92 kg, au kg près.

Rappels :

• volume d'une boule $= \dfrac{4}{3} \times \pi \times$ rayon $\times$ rayon $\times$ rayon ;

• une masse volumique de 7 300 kg/m^3 signifie que 1 m^3 pèse 7 300 kg.

EXERCICE 8 • LES NOTES — 10 POINTS

Dans une classe de Terminale, huit élèves passent un concours d'entrée dans une école d'enseignement supérieur.
Pour être admis, il faut obtenir une note supérieure ou égale à 10.
Une note est attribuée avec une précision d'un demi-point (par exemple : 10 ; 10,5 ; 11 ; ...). On dispose des informations suivantes :

Information 1

Notes attribuées aux 8 élèves de la classe qui ont passé le concours :
10 ; 13 ; 15 ; 14,5 ; 6 ; 7,5 ; ♦ ; ●

Information 2	
La série constituée des huit notes : – a pour étendue 9 ; – a pour moyenne 11,5 ; – a pour médiane 12.	75 % des élèves de la classe qui ont passé le concours ont été reçus.

▶ **1.** Expliquer pourquoi il est impossible que l'une des deux notes désignées par ♦ ou ● soit 16.

▶ **2.** Est-il possible que les deux notes désignées par ♦ et ● soient 12,5 et 13,5 ?

LES CLÉS DU SUJET

Exercice 1

Points du programme

Réciproque du théorème de Pythagore • Théorème de Thalès • Trigonométrie.

Nos coups de pouce

▶ **2.** Utilise une formule de trigonométrie adaptée.

Exercice 2

Points du programme

Fractions • Fonctions • Probabilités • Calcul littéral.

Nos coups de pouce

▶ **4.** Pour démontrer une égalité, il faut la vérifier quel que soit le nombre de départ choisi, donc avec x.

Exercice 3

Points du programme

Lecture de diagrammes • Tableur • Fraction d'une quantité.

Nos coups de pouce

▶ **3.** Pour passer des tonnes en kilogrammes, il faut multiplier par 1 000.

Exercice 4

Points du programme

Algorithmique.

Nos coups de pouce

▶ **2.** Calcule le nombre d'espaces à parcourir du départ à l'arrivée.

Exercice 5

Points du programme

Transformations géométriques.

Nos coups de pouce

▶ **1.** Une symétrie centrale est un demi-tour.

Exercice 6

Points du programme

Calcul littéral • Lecture de courbe.

Nos coups de pouce

Partie B

Pense à prendre l'écriture décimale des pourcentages et à convertir les mL en cL.

Exercice 7

Points du programme

Calcul de carrés de nombres • Masse volumique • Volume d'une boule et conversions de volumes • Proportionnalité.

Nos coups de pouce

▶ **4.** Calcule le volume des 14 boulets puis, par proportionnalité, leur masse.

Exercice 8

Points du programme

Calculs et bonne compréhension d'indicateurs statistiques.

Nos coups de pouce

▶ **2.** Vérifie si les indicateurs sont bons avec les valeurs choisies.

CORRIGÉ 3

EXERCICE 1

▶ **1.** [AF] est le plus grand côté du triangle AEF.

D'une part : $AF^2 = 10^2 = 100$.

D'autre part : $AE^2 + FE^2 = 8^2 + 6^2 = 64 + 36 = 100$.

Donc : $AF^2 = AE^2 + FE^2$.

Donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore, on a AEF rectangle en E.

▶ **2.** AEF est rectangle en E.

$$\text{Cos}(\widehat{A}) = \frac{\text{côté adjacent à } \widehat{A}}{\text{hypoténuse}} = \frac{AE}{AF} = \frac{8}{10}$$

Donc $\widehat{A} = \arccos\left(\frac{8}{10}\right) \approx 37°$.

RAPPEL
Moyen mnémotechnique : SOHCAHTOA.

▶ **3.** Les droites (ER) et (FT) sont sécantes en A.

D'une part : $\frac{AE}{AR} = \frac{8}{12}$; d'autre part : $\frac{AF}{AT} = \frac{10}{14}$.

On a $8 \times 14 \neq 12 \times 10$

Donc d'après le produit en croix on a $\frac{AE}{AR} \neq \frac{AF}{AT}$.

Donc les droites (EF) et (RT) ne sont pas parallèles.

EXERCICE 2

▶ **1.** $\frac{3}{5} + \frac{1}{2} = \frac{6}{10} + \frac{5}{10} = \frac{11}{10} = \frac{77}{70}$

Cependant : $\frac{3+1}{5+2} = \frac{4}{7} = \frac{40}{70}$.

Donc l'affirmation est fausse.

ATTENTION !
Pour additionner deux fractions, il faut les mettre au même dénominateur.

▶ **2.** $f(-1) = 5 - 3 \times (-1) = 5 + 3 = 8 \neq -2$

Donc l'affirmation est fausse.

▶ **3.** • Les nombres premiers compris entre 1 et 11 sont : 2 ; 3 ; 5 ; 7 et 11.
Donc la probabilité de tirer un nombre premier avec l'expérience n° 1 est de $\frac{5}{11}$.

> RAPPEL
> Un nombre premier est un nombre qui n'est divisible que par 1 et lui-même.

• Les nombres pairs compris entre 1 et 6 sont : 2 ; 4 et 6.
Donc la probabilité de tirer un nombre pair avec l'expérience n° 2 est de $\frac{3}{6}$.

Or $\frac{5}{11} = \frac{30}{66}$ et $\frac{3}{6} = \frac{33}{66}$.
Donc l'affirmation est fausse.

▶ **4.** On développe chaque membre de l'expression :
$(2x+1)^2 - 4 = 4x^2 + 4x + 1 - 4 = 4x^2 + 4x - 3$
$(2x+3)(2x-1) = 4x^2 - 2x + 6x - 3 = 4x^2 + 4x - 3$
Les deux expressions sont égales donc l'affirmation est vraie.

EXERCICE 3

▶ **1.** Par lecture, on voit que la quantité de nourriture gaspillée par un habitant du pays D est d'environ $\boxed{140 \text{ kg}}$.

▶ **2.** La quantité de nourriture gaspillée par un habitant du pays F est d'environ 110 kg.
La quantité de nourriture gaspillée par un habitant du pays A est d'environ 545 kg.
$545 : 110 \approx 5$
Donc on peut affirmer que le gaspillage de nourriture d'un habitant du pays F représente environ un cinquième du gaspillage de nourriture d'un habitant du pays A.

▶ **3. a)** La quantité totale de nourriture gaspillée par les habitants du pays X en 2010 est de $\boxed{3\,760\,500 \text{ tonnes}}$.

b) La formule à saisir est : $\boxed{\text{= B2*C2*1000}}$

EXERCICE 4

▶ **1.** Le lutin revient au point de départ :

aller à x: -180 y: -120

▶ **2.** La distance minimale parcourue par le lutin entre le point de départ et le point de sortie est de $27 \times 30 = \boxed{810 \text{ unités}}$.
En effet, il y a 27 espaces de 30 unités chacun à parcourir pour aller du départ à l'arrivée.

▶ **3.** Le lutin monte d'un cran puis se décale vers la droite d'une unité. Il touche alors le mur et revient au point de départ.

EXERCICE 5

▶ **1.** C'est FABO qui correspond à l'image du quadrilatère CDEO par la symétrie de centre O.
On choisit donc la proposition 1.

▶ **2.** L'image du segment [AO] par la symétrie d'axe (CF) est le segment [OE].

▶ **3.** L'image du triangle BOC par cette rotation est le triangle ODE.

▶ **4.** L'image de l'hexagone 14 par la translation qui transforme l'hexagone 2 en l'hexagone 12 est l'hexagone 19.

RAPPEL
Une translation est un « glissement » de figure.

EXERCICE 6

Partie A

▶ **1.** La quantité de principe actif dans le sang, trente minutes après la prise de ce médicament, est de $\boxed{10 \text{ mg/L}}$.

RAPPEL
30 minutes correspondent à ½ h.

▶ **2.** La quantité de principe actif est la plus élevée au bout de $\boxed{2 \text{ h}}$.

Partie B

• La masse d'alcool présente dans la boisson alcoolisée ① est de :

$m_1 = V_1 \times d_1 \times 7{,}9 = 33 \times 0{,}05 \times 7{,}9 = \boxed{13{,}035 \text{ g}}$

• La masse d'alcool présente dans la boisson alcoolisée ② est de :

$m_2 = V_2 \times d_2 \times 7{,}9 = 12{,}5 \times 0{,}12 \times 7{,}9 = \boxed{11{,}85 \text{ g}}$

Donc la boisson ① contient une masse d'alcool supérieure à celle de la boisson ②.

EXERCICE 7

▶ **1.** L'empilement à 2 niveaux contient $\boxed{5 \text{ boulets}}$.

▶ **2.** L'empilement à 3 niveaux contient 14 boulets car on rajoute aux boulets de l'empilement à 2 niveaux une base de $3 \times 3 = 9$ boulets.

▶ **3.** Si l'on range 55 boulets de canon selon cette méthode, l'empilement obtenu contiendra $\boxed{5 \text{ niveaux}}$.

En effet, on aura empilé $5 + 3^2 + 4^2 + 5^2 = 55$ boulets.

▶ **4.** Dans l'empilement à 3 niveaux, il y a 14 boulets.

Le volume d'un seul boulet est :

$$V_{\text{boulet}} = \frac{4}{3} \times \pi \times r^3 = \frac{4}{3} \times \pi \times 6^3 \approx 904{,}8 \text{ cm}^3.$$

Le volume des 14 boulets est donc d'environ :

$14 \times 904{,}8 \approx 12\ 667 \text{ cm}^3$ soit $0{,}012667 \text{ m}^3$.

La masse volumique de la fonte indique que 1 m^3 pèse 7 300 kg.

Par proportionnalité les boulets pèsent donc : $0{,}012667 \times 7\ 300 \approx \boxed{92 \text{ kg}}$

EXERCICE 8

▶ **1.** Il est impossible que cette valeur soit 16 car alors l'étendue de la série serait au moins de $16 - 6 = 10$.

▶ **2.** Si les deux notes sont 12,5 et 13,5, on a alors :

Médiane : $\underbrace{6 ; 7{,}5 ; 10 ; 12{,}5}_{\text{4 valeurs}} ; \underbrace{13 ; 13{,}5 ; 14{,}5 ; 15}_{\text{4 valeurs}}$

La médiane serait alors de $\dfrac{12{,}5+13}{2} = 12{,}75$ ce qui n'est pas possible.

Donc ce choix des deux notes est impossible.

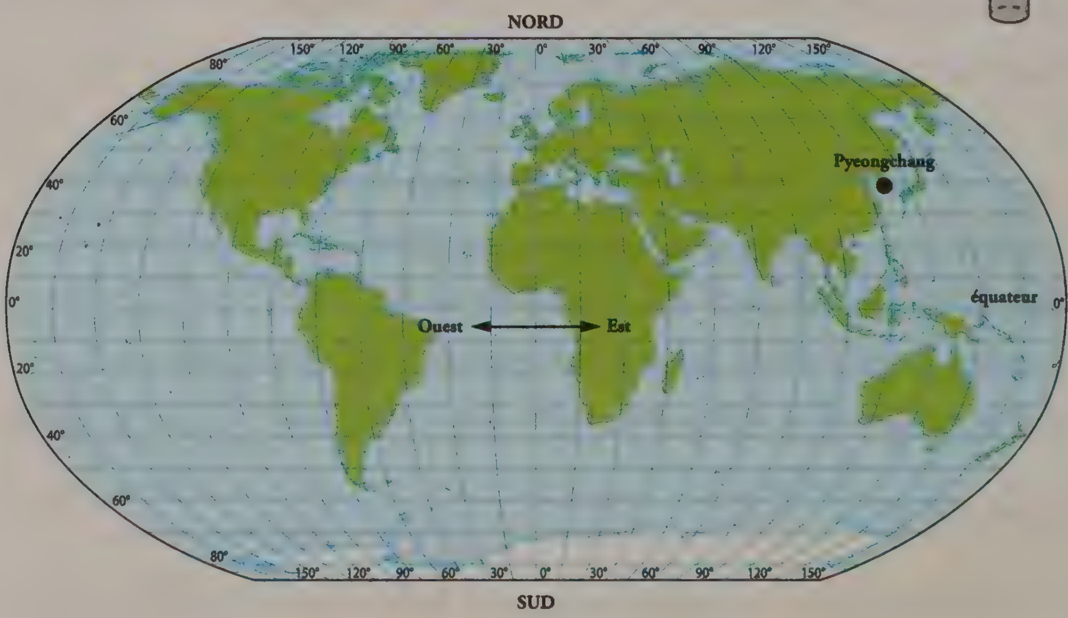
France métropolitaine • Juin 2018
Sujet complet • 100 points

Sujet du brevet de France métropolitaine 2018

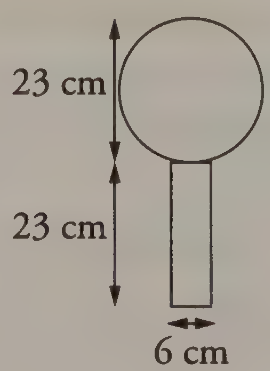
EXERCICE 1 • LE GLOBE DE CRISTAL — 11 POINTS

Le gros globe de cristal est un trophée attribué au vainqueur de la coupe du monde de ski. Ce trophée pèse 9 kg et mesure 46 cm de hauteur.

▶ **1.** Le biathlète français Martin Fourcade a remporté le sixième gros globe de cristal de sa carrière en 2017 à Pyeongchang en Corée du Sud. Donner approximativement la latitude et la longitude de ce lieu repéré sur la carte ci-dessous.



▶ **2.** On considère que ce globe est composé d'un cylindre en cristal de diamètre 6 cm, surmonté d'une boule de cristal. Voir schéma ci-contre. Montrer qu'une valeur approchée du volume de la boule de ce trophée est de 6 371 cm^3.



▶ **3.** Marie affirme que le volume de la boule de cristal représente environ 90 % du volume total du trophée. A-t-elle raison ?

Rappels :

– volume d'une boule de rayon R : $\mathcal{V} = \frac{4}{3}\pi R^3$;

– volume d'un cylindre de rayon r et de hauteur h : $\mathcal{V} = \pi r^2 h$.

EXERCICE 2 • LES PARTICULES FINES — 14 POINTS

Parmi les nombreux polluants de l'air, les particules fines sont régulièrement surveillées. Les PM10 sont des particules fines dont le diamètre est inférieur à 0,01 mm. En janvier 2017, les villes de Lyon et Grenoble ont connu un épisode de pollution aux particules fines.
Voici des données concernant la période du 16 au 25 janvier 2017 :

DOCUMENT 1 **Données statistiques sur les concentrations journalières en PM10 du 16 au 25 janvier 2017 à Lyon**

- Moyenne : 72,5 µg/m^3.
- Médiane : 83,5 µg/m^3.
- Concentration minimale : 22 µg/m^3.
- Concentration maximale : 107 µg/m^3.

Source : www.air-rhonealpes.fr

DOCUMENT 2 **Relevés des concentrations journalières en PM10 du 16 au 25 janvier 2017 à Grenoble**

Date	Concentration PM10 en µg/m^3
16 janvier	32
17 janvier	39
18 janvier	52
19 janvier	57
20 janvier	78
21 janvier	63
22 janvier	60
23 janvier	82
24 janvier	82
25 janvier	89

▶ **1.** Laquelle de ces deux villes a eu la plus forte concentration moyenne en PM10 entre le 16 et le 25 janvier ?

▶ **2.** Calculer l'étendue des séries des relevés en PM10 à Lyon et à Grenoble. Laquelle de ces deux villes a eu l'étendue la plus importante ? Interpréter ce dernier résultat.

▶ **3.** L'affirmation suivante est-elle exacte ? Justifier votre réponse.
« Du 16 au 25 janvier, le seuil d'alerte de 80 $\mu g/m^3$ par jour a été dépassé au moins 5 fois à Lyon. »

EXERCICE 3 • LE LECTEUR AUDIO — 12 POINTS

Dans son lecteur audio, Théo a téléchargé 375 morceaux de musique. Parmi eux, il y a 125 morceaux de rap. Il appuie sur la touche « lecture aléatoire » qui lui permet d'écouter un morceau choisi au hasard parmi tous les morceaux disponibles.

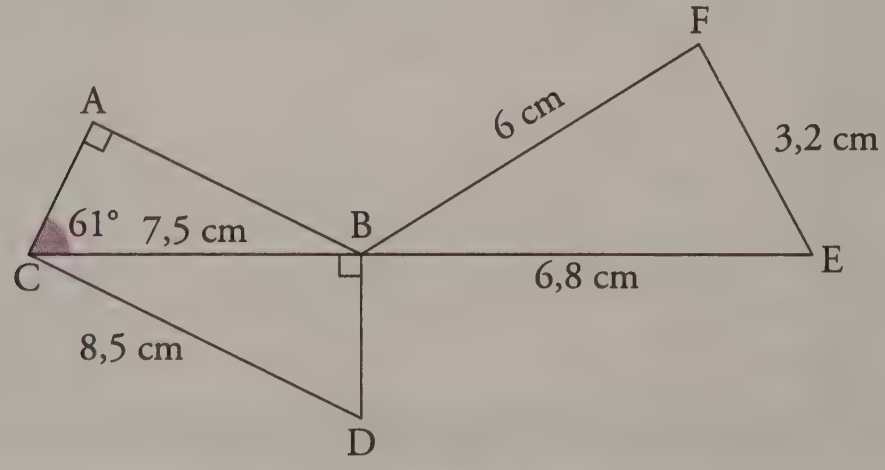
▶ **1.** Quelle est la probabilité qu'il écoute du rap ?

▶ **2.** La probabilité qu'il écoute du rock est égale à $\frac{7}{15}$. Combien Théo a-t-il de morceaux de rock dans son lecteur audio ?

▶ **3.** Alice possède 40 % de morceaux de rock dans son lecteur audio. Si Théo et Alice appuient tous les deux sur la touche « lecture aléatoire » de leur lecteur audio, lequel a le plus de chances d'écouter un morceau de rock ?

EXERCICE 4 • TRIANGLES — 14 POINTS

La figure ci-dessous n'est pas représentée en vraie grandeur.
Les points C, B et E sont alignés.
Le triangle ABC est rectangle en A.
Le triangle BDC est rectangle en B.



▶ **1.** Montrer que la longueur BD est égale à 4 cm.

▶ **2.** Montrer que les triangles CBD et BFE sont semblables.

▶ **3.** Sophie affirme que l'angle $\widehat{BFE}$ est un angle droit. A-t-elle raison ?

▶ **4.** Max affirme que l'angle $\widehat{ACD}$ est un angle droit. A-t-il raison ?

EXERCICE 5 • CALCUL LITTÉRAL 16 POINTS

Voici un programme de calcul :
- Choisir un nombre
- Multiplier ce nombre par 4
- Ajouter 8
- Multiplier le résultat par 2

▶ **1.** Vérifier que si on choisit le nombre -1, ce programme donne 8 comme résultat final.

▶ **2.** Le programme donne 30 comme résultat final, quel est le nombre choisi au départ ?

Dans la suite de l'exercice, on nomme x le nombre choisi au départ.

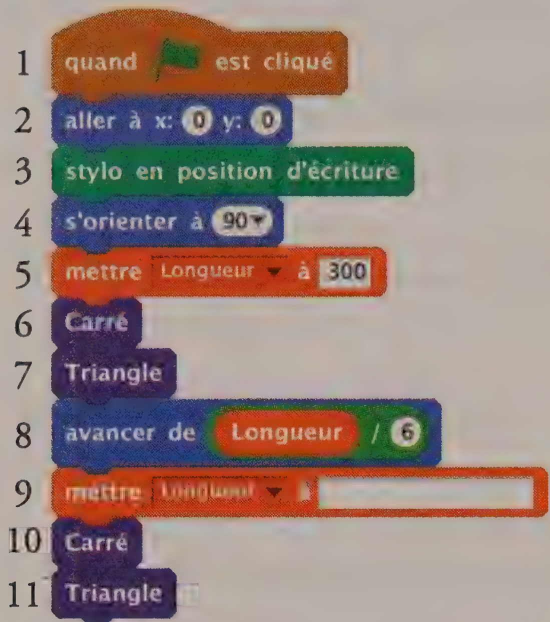
▶ **3.** L'expression $A = 2(4x + 8)$ donne le résultat du programme de calcul précédent pour un nombre x donné.
On pose $B = (4 + x)^2 - x^2$.
Prouver que les expressions A et B sont égales pour toutes les valeurs de x.

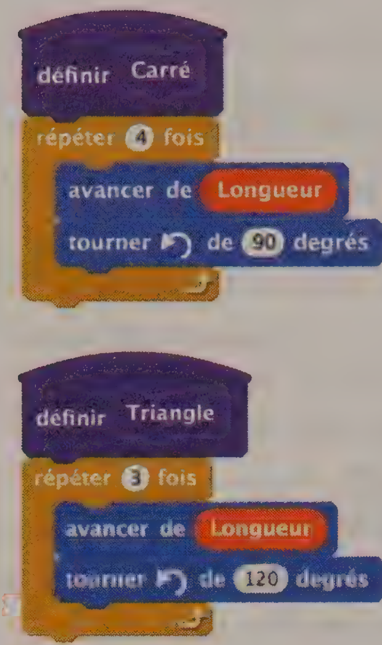
▶ **4.** Pour chacune des affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse. On rappelle que les réponses doivent être justifiées.
- **Affirmation 1** : Ce programme donne un résultat positif pour les valeurs de x.
- **Affirmation 2** : Si le nombre x choisi est un nombre entier, le résultat obtenu est un multiple de 8.

EXERCICE 6 • SCRATCH 16 POINTS

Les longueurs sont en pixels.
L'expression « s'orienter à 90 » signifie que l'on s'oriente vers la droite.

On donne le programme suivant :

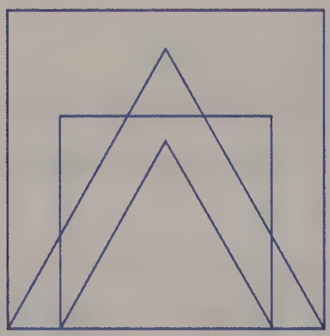




▶ **1.** On prend comme échelle 1 cm pour 50 pixels.

a) Représenter sur votre copie la figure obtenue si le programme est exécuté jusqu'à la ligne 7 comprise.

b) Quelles sont les coordonnées du stylo après l'exécution de la ligne 8 ?

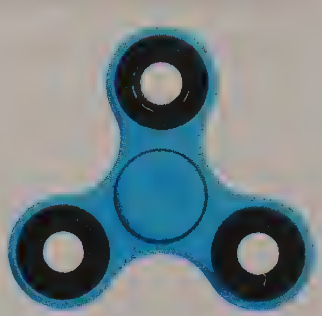


▶ **2.** On exécute le programme complet et on obtient la figure ci-contre qui possède un axe de symétrie vertical.
Recopier et compléter la ligne 9 du programme pour obtenir cette figure (ici à l'échelle 1/2).

▶ **3. a)** Parmi les transformations suivantes, translation, homothétie, rotation, symétrie axiale, quelle est la transformation géométrique qui permet d'obtenir le petit carré à partir du grand carré ? Préciser le rapport de réduction.

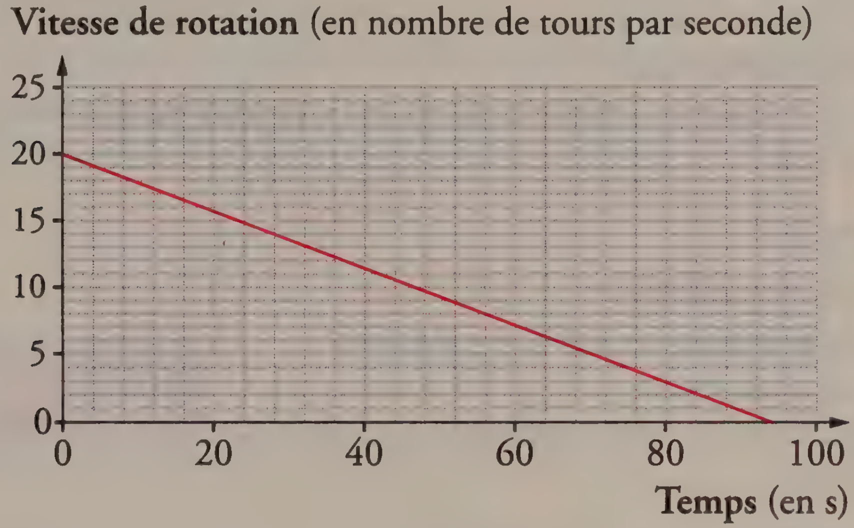
b) Quel est le rapport des aires entre les deux carrés dessinés ?

EXERCICE 7 • LE HAND SPINNER 17 POINTS



Le *hand spinner* est une sorte de toupie plate qui tourne sur elle-même.
On donne au *hand spinner* une vitesse de rotation initiale au temps $t = 0$, puis, au cours du temps, sa vitesse de rotation diminue jusqu'à l'arrêt complet du *hand spinner*. Sa vitesse de

rotation est alors égale à 0. Grâce à un appareil de mesure, on a relevé la vitesse de rotation exprimée en nombre de tours par seconde.
Sur le graphique ci-dessous, on a représenté cette vitesse en fonction du temps exprimé en secondes :



D'après www.sciencesetavenir.fr

▶ **1.** Le temps et la vitesse de rotation du *hand spinner* sont-ils proportionnels ? Justifier.

▶ **2.** Par lecture graphique, répondre aux questions suivantes :
a) Quelle est la vitesse de rotation initiale du *hand spinner* (en nombre de tours par seconde) ?
b) Quelle est la vitesse de rotation du *hand spinner* (en nombre de tours par seconde) au bout de 1 minute et 20 secondes ?
c) Au bout de combien de temps le *hand spinner* va-t-il s'arrêter ?

▶ **3.** Pour calculer la vitesse de rotation du *hand spinner* en fonction du temps t, notée $V(t)$, on utilise la fonction suivante :

$$V(t) = -0{,}214 \times t + V_{\text{initiale}}.$$

• t est le temps (exprimé en s) qui s'est écoulé depuis le début de rotation du *hand spinner*.
• V_{initiale} est la vitesse de rotation à laquelle on a lancé le *hand spinner* au départ.
a) On lance le *hand spinner* à une vitesse initiale de 20 tours par seconde. Sa vitesse de rotation est donc donnée par la formule :
$V(t) = -0{,}214 \times t + 20$. Calculer sa vitesse de rotation au bout de 30 s.
b) Au bout de combien de temps le *hand spinner* va-t-il s'arrêter ? Justifier par un calcul.
c) Est-il vrai que, d'une manière générale, si l'on fait tourner le *hand spinner* deux fois plus vite au départ, il tournera deux fois plus longtemps ? Justifier.

LES CLÉS DU SUJET

Exercice 1

Points du programme

Volumes usuels • Repérage sur la sphère terrestre • Pourcentage.

Nos coups de pouce

▶ **3.** Pour calculer un pourcentage, on divise l'effectif de la catégorie par l'effectif total.

Exercice 2

Points du programme

Moyenne arithmétique • Étendue • Médiane.

Nos coups de pouce

▶ **2.** L'étendue est la différence entre la valeur la plus grande et la valeur la plus petite.

Exercice 3

Points du programme

Probabilités • Fractions.

Nos coups de pouce

▶ **3.** Un pourcentage est une fraction de dénominateur 100.

Exercice 4

Points du programme

Théorème direct et réciproque de Pythagore • Triangles semblables • Trigonométrie.

Nos coups de pouce

▶ **4.** Utilise une formule adéquate de trigonométrie pour calculer l'angle.

Exercice 5

Points du programme

Développements • Calculs numériques.

Nos coups de pouce

▶ **4. a)** Il suffit de trouver un contre-exemple pour prouver qu'un résultat est faux.

Exercice 6

Points du programme

Algorithmique • Transformations usuelles du plan.

Nos coups de pouce

▶ **3. a)** Quelle transformation réduit ou agrandit une figure ?

Exercice 7

Points du programme

Lecture de courbe • Équation du premier degré à une inconnue.

Nos coups de pouce

▶ **3. b)** Pense à résoudre une équation bien choisie.

CORRIGÉ 4

EXERCICE 1

▶ **1.** Les coordonnées de Pyeongchang sont 127° est (longitude) et 35° nord (latitude).

▶ **2.** $\mathcal{V}_{\text{boule}} = \frac{4}{3} \times \pi \times R^3 = \frac{4}{3} \times \pi \times 11{,}5^3 \approx \boxed{6\ 371\ \text{cm}^3}$.

▶ **3.** $\mathcal{V}_{\text{cylindre}} = \pi \times r^2 \times h = \pi \times 3^2 \times 23 \approx 650\ \text{cm}^3$

$\mathcal{V}_{\text{total}} = 6\ 371 + 650 = \boxed{7\ 021\ \text{cm}^3}$.

Le rapport des volumes est : $\frac{6\ 371}{7\ 021} \approx 90{,}7\ \%$.

Donc le volume de la boule représente environ 90 % du volume total, Marie a raison.

EXERCICE 2

▶ **1.** À Lyon, la moyenne des concentrations est de 72,5 µg/m^3.

À Grenoble :

$$\frac{32+39+52+57+78+63+60+82+82+89}{10} = 63{,}4\ \mu\text{g/m}^3.$$

C'est Lyon qui a la plus forte concentration moyenne en PM10 entre le 16 et le 25 janvier.

▶ **2.** Étendue des concentrations à Lyon : $107 - 22 = 85$.

Étendue des concentrations à Grenoble : $89 - 32 = 57$.

C'est à Lyon que l'étendue des concentrations est la plus grande.
L'amplitude des concentrations est la plus élevée à Lyon.

▶ **3.** À Lyon, la médiane des concentrations sur les 10 jours est de 83,5 µg/m^3.
Cela signifie que la concentration a été supérieure ou égale à 83,5 µg/m^3 au moins 5 jours sur les dix jours mesurés.
Donc le seuil d'alerte de 80 µg/m^3 a été dépassé au moins 5 jours à Lyon.

REMARQUE
Pense à la définition d'une médiane.

EXERCICE 3

▶ **1.** p (« Théo écoute du rap ») $= \dfrac{125}{375} = \boxed{\dfrac{1}{3}}$.

▶ **2.** Si x est le nombre de morceaux de rock sur le lecteur de Théo, alors x vérifie : $\dfrac{7}{15} = \dfrac{x}{375}$.
Avec un produit en croix, on trouve : $\boxed{x = 175}$.

▶ **3.** p (« Théo écoute du rock ») $= \dfrac{7}{15} = \dfrac{70}{150}$.
p(« Alice écoute du rock ») $= \dfrac{40}{100} = \dfrac{60}{150}$.
Donc c'est Théo qui a le plus de chance d'écouter un morceau de rock.

RAPPEL
Pour comparer deux fractions, il suffit de les mettre au même dénominateur.

EXERCICE 4

▶ **1.** Le triangle BCD est rectangle en B donc d'après le théorème de Pythagore, on a :
$BC^2 + BD^2 = CD^2$
$7,5^2 + BD^2 = 8,5^2$
$56,25 + BD^2 = 72,25$
$BD^2 = 72,25 - 56,25 = 16$
$BD = \sqrt{16} = \boxed{4 \text{ cm}}$.

RAPPEL
Le triangle BCD est rectangle en B, utilise le théorème de Pythagore.

▶ **2.** Calculons les rapports de longueurs dans les deux triangles :
$\dfrac{BC}{BF} = \dfrac{7,5}{6} = 1,25$; $\dfrac{BD}{FE} = \dfrac{4}{3,2} = 1,25$; $\dfrac{CD}{BE} = \dfrac{8,5}{6,8} = 1,25$.

Les quotients sont égaux donc les triangles BCF et BFE sont semblables.

▶ **3.** [BE] est le plus grand côté.
D'une part : $BE^2 = 6{,}8^2 = 46{,}24$.
D'autre part : $BF^2 + FE^2 = 6^2 + 3{,}2^2 = 46{,}24$.
Donc : $BE^2 = BF^2 + FE^2$.
Donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle BFE est rectangle en F.

> **REMARQUE**
> Les triangles BCF et BFE sont semblables, leurs angles sont donc égaux deux à deux, en particulier $\widehat{BFE} = \widehat{CBD} = 90°$.

▶ **4.** Le triangle BCD est rectangle en B, on a donc :
$$\cos(\widehat{BCD}) = \frac{\text{côté adjacent}}{\text{hypoténuse}} = \frac{BC}{BD} = \frac{7{,}5}{8{,}5}.$$
Et $\widehat{BCD} = \arccos\left(\dfrac{7{,}5}{8{,}5}\right) \approx 28°$.

Or $\widehat{ACD} = \widehat{ACB} + \widehat{BCD} \approx 61° + 28° \approx 89°$, donc l'angle $\widehat{ACD}$ n'est pas droit.

EXERCICE 5

▶ **1.** $((-1) \times 4 + 8) \times 2 = 4 \times 2 = 8$.
On obtient bien 8 en prenant comme nombre de départ -1.

▶ **2.** On « remonte » le programme :
$(30 \div 2 - 8) \div 4 = (15 - 8) \div 4 = 7 \div 4 = 1{,}75$.
Il faut prendre 1,75 comme nombre de départ pour obtenir 30.

▶ **3.** Développons chaque expression :
$$A = 2(4x+8) = 8x+16$$
$$B = (4+x)^2 - x^2 = 16 + 8x + x^2 - x^2 = 8x + 16$$
Donc A et B sont égaux.

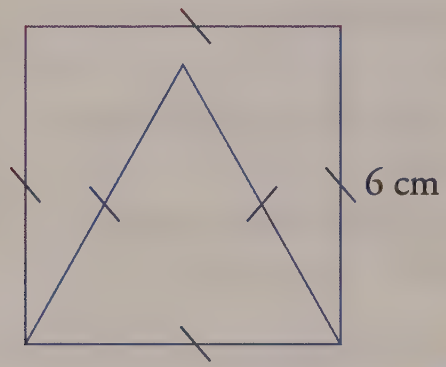
> **RAPPEL**
> $(4+x)^2 = (4+x)(4+x)$.

▶ **4. a)** L'affirmation 1 est fausse.
Il suffit de prendre le nombre -3, on a :
$((-3) \times 4 + 8) \times 2 = (-12 + 8) \times 2 = -4 \times 2 = -8$.
Le résultat obtenu est négatif.

b) L'affirmation 2 est vraie.
Le programme s'écrit $8x + 16$ ce qui se factorise en $8(x+2)$.
Donc les résultats obtenus sont tous multiples de 8.

EXERCICE 6

▶ **1. a)**



b) Les coordonnées du stylo sont $(x = 50 ; y = 0)$.

▶ **2.** À la ligne 9, il faut écrire : « mettre longueur à 200 ».

REMARQUE
Seule l'abscisse du chat est modifiée.

▶ **3. a)** C'est une homothétie qui permet de passer du premier carré au second carré.

Le rapport de l'homothétie vaut $\dfrac{300-50-50}{300} = \dfrac{200}{300} = \boxed{\dfrac{2}{3}}$.

b) Le rapport des deux aires est égal au carré du coefficient de réduction, c'est-à-dire $\boxed{\left(\dfrac{2}{3}\right)^2 = \dfrac{4}{9}}$.

EXERCICE 7

▶ **1.** Le temps et la vitesse de rotation ne sont pas proportionnels car la droite ne passe pas par l'origine.

▶ **2. a)** La vitesse initiale de rotation du *hand spinner* est de $\boxed{\text{20 tours par seconde}}$.

b) 1 min 20 s = 80 s.

La vitesse de rotation du *hand spinner* est de $\boxed{\text{3 tours par seconde}}$.

c) Le *hand spinner* s'arrête au bout de $\boxed{\text{94 s}}$.

ATTENTION !
Sur l'axe des abscisses, 1 carreau correspond à 4 s.

▶ **3. a)** $V(30) = -0,214 \times 30 + 20 = 13,58$ tours par seconde.
La vitesse de rotation du *hand spinner*, au bout de 30 s, est de $\boxed{\text{13,58 tours par seconde}}$.

b) Il s'agit de résoudre l'équation :

$$-0{,}214x + 20 = 0$$
$$-0{,}214x = -20$$
$$x = \frac{-20}{-0{,}214} \approx 93{,}5$$

Le *hand spinner* s'arrête au bout d'environ $\boxed{93{,}5 \text{ s}}$.

c) Si la vitesse au départ est V_{initiale}, d'après la question précédente, le *hand spinner* s'arrête au bout de x secondes avec :

$-0{,}214x + V_{\text{initiale}} = 0$.

Soit $x = \dfrac{V_{\text{initiale}}}{0{,}214}$.

Si on double la vitesse au départ, elle vaut $2 \times V_{\text{initiale}}$, et le *hand spinner* s'arrête au bout de : $x_{\text{double}} = \dfrac{2 \times V_{\text{initiale}}}{0{,}214} = 2 \times x$.

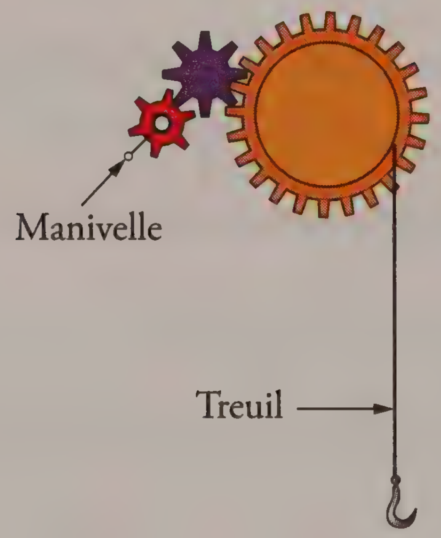
Le *hand spinner* mettra bien 2 fois plus de temps pour s'arrêter.

SUJET 5

Sujet inédit • Nombres et calculs
Exercice • 4 points

Engrenages et fractions

Un train d'engrenages est une suite de roues dentées dont l'une est motrice et entraîne toutes les autres.
Voici un train d'engrenages actionné par une manivelle et relié à un treuil.



▶ **1.** Compter, pour chacune des roues dentées, le nombre de dents qu'elle possède.

▶ **2.** Louis tourne la manivelle. Le rapport de transmission entre une roue motrice (roue que l'on actionne) et une roue qu'elle fait tourner se calcule ainsi :

$$\text{rapport de transmission} = \frac{\text{nombre de dents de la roue motrice}}{\text{nombre de dents de la roue qu'elle fait tourner}}.$$

a) Quel est le rapport de transmission entre la roue rouge et la roue violette qu'elle fait tourner ? Exprimer le résultat sous forme d'une fraction irréductible.
b) Quel est le rapport de transmission entre la roue violette et la roue orange qu'elle fait tourner ? Exprimer le résultat sous forme d'une fraction irréductible.
c) Des deux rapports de transmission calculés au **2. a)** et **2. b)**, quel est celui qui est le plus grand ? Justifier.

▶ **3.** Quel est le type de mouvement des roues ?

▶ **4.** Quel est le type de mouvement du treuil ?

LES CLÉS DU SUJET

Points du programme

Comparaison de fractions • Fraction irréductible • Transformations du plan.

Nos coups de pouce

▶ **2. c)** Pour comparer deux fractions, pense à les mettre au même dénominateur.

CORRIGÉ 5

▶ **1.** La roue rouge a 6 dents ; la roue violette a 8 dents ; la roue orange a 24 dents.

▶ **2. a)** Le rapport de transmission est $\frac{6}{8}$ c'est-à-dire $\boxed{\frac{3}{4}}$.

b) Le rapport de transmission est $\frac{8}{24}$ c'est-à-dire $\boxed{\frac{1}{3}}$.

c) Mettons les fractions au même dénominateur :

$\frac{1}{3} = \frac{1 \times 4}{3 \times 4} = \frac{4}{12}$ et $\frac{3}{4} = \frac{3 \times 3}{4 \times 3} = \frac{9}{12}$.

Donc $\frac{1}{3} < \frac{3}{4}$.

Donc $\frac{3}{4}$ est le plus grand rapport de transmission.

▶ **3.** Le mouvement de la manivelle est un mouvement de rotation.

▶ **4.** Le mouvement du treuil est un mouvement de translation.

SUJET 6

Polynésie française • Septembre 2018
Exercice 1 • 12 points

Affirmations

Indiquer si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses.
Justifier vos réponses.

1. Affirmation 1
On lance un dé équilibré à six faces numérotées de 1 à 6. Un élève affirme qu'il a deux chances sur trois d'obtenir un diviseur de 6.
A-t-il raison ?

2. Affirmation 2
On considère le nombre $a = 3^4 \times 7$.
Un élève affirme que le nombre $b = 2 \times 3^5 \times 7^2$ est un multiple du nombre a.
A-t-il raison ?

3. Affirmation 3
En 2016, le football féminin comptait en France 98 800 licenciées alors qu'il y en avait 76 000 en 2014.
Un journaliste affirme que le nombre de licenciées a augmenté de 30 % de 2014 à 2016.
A-t-il raison ?

4. Affirmation 4
Une personne A a acheté un pull et un pantalon de jogging dans un magasin. Le pantalon de jogging coûtait 54 €. Dans ce magasin, une personne B a acheté le même pull en trois exemplaires ; elle a dépensé plus d'argent que la personne A.
La personne B affirme qu'un pull coûte 25 €.
A-t-elle raison ?

LES CLÉS DU SUJET

Points du programme

Pourcentages • Probabilités et fractions irréductibles • Calculs numériques de base • Puissances et multiples.

Nos coups de pouce

▶ **2.** Essaie de faire apparaître les facteurs de A dans l'expression de B.

▶ **3.** Pense à calculer la hausse du nombre de licenciées.

▶ **4.** Teste si, avec le prix proposé, la personne B dépense plus que la personne A.

CORRIGÉ 6

▶ **1.** Affirmation vraie.

Les diviseurs de 6, compris entre 1 et 6 sont : 1 ; 2 ; 3 ; 6.

On a donc 4 chances sur 6 d'obtenir un diviseur de 6.

Or : $\dfrac{4}{6} = \dfrac{2}{3}$.

> ATTENTION !
> Une fraction doit toujours être présentée sous forme irréductible.

▶ **2.** Affirmation vraie.

On a : $b = 2 \times 3^5 \times 7^2 = 2 \times 3 \times 7 \times (3^4 \times 7) = 42 \times a$.

Donc b est un multiple de a.

▶ **3.** Affirmation vraie.

Il s'agit de déterminer x dans le tableau de proportionnalité suivant :

Hausse entre 2014 et 2016 du nombre de licenciées	98 800 – 76 000 = 22 800	x
Nombre de licenciées en 2014	76 000	100

Par le produit en croix, on a : $x = \dfrac{22\,800 \times 100}{76\,000} = 30$.

Donc le pourcentage d'augmentation du nombre de licenciées entre 2014 et 2016 est 30.

▶ **4.** Affirmation fausse.

Supposons que le pull coûte bien 25 €.

La personne A aurait dépensé : 25 + 54 = 79 €.

La personne B aurait dépensé : 25 × 3 = 75 €.

Donc la personne B aurait dépensé moins que la personne A, ce qui est contraire aux données de l'énoncé.

Donc le pull ne peut pas coûter 25 €.

Nouvelle-Calédonie • Décembre 2017

Exercice 1 • 4 points

QCM

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM). Pour chaque question, une seule des quatre réponses proposées est exacte. Indiquer la bonne réponse parmi celles qui sont proposées.

On ne demande pas de justifier.

Aucun point ne sera enlevé en cas de mauvaise réponse.

		A	B	C	D
1	Dans un club sportif, $\frac{1}{8}$ des adhérents ont plus de 42 ans et $\frac{1}{4}$ ont moins de 25 ans. La proportion d'adhérents ayant un âge de 25 à 42 ans est…	$\frac{1}{6}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{5}{8}$	$\frac{1}{8}$
2	Une télé coûte 46 000 F. Son prix est augmenté de 20 %. Je paierai donc…	36 800 F	55 200 F	46 020 F	48 000 F
3	On triple la longueur de l'arête d'un cube. Son volume est…	inchangé	multiplié par 3	multiplié par 9	multiplié par 27
4	Les nombres 23 et 37…	sont premiers	sont divisibles par 3	n'ont aucun diviseur commun	sont pairs
5	L'image de 3 par la fonction f définie par $f(x) = x^2 - 2x + 7$ est…	10	4	22	-8

LES CLÉS DU SUJET

Points du programme

Fraction • Pourcentages • Arithmétique • Agrandissement • Fonctions.

Nos coups de pouce

▶ **2.** Lorsqu'un nombre n est augmenté de x %, sa nouvelle valeur est $n \times (1 + \frac{x}{100})$.

▶ **5.** Pense à remplacer x par 3 dans l'expression de la fonction et calcule.

CORRIGÉ 7

▶ **1.** Réponse C.

$$1 - \left(\frac{1}{8} + \frac{1}{4}\right) = 1 - \frac{3}{8} = \frac{8}{8} - \frac{3}{8} = \frac{5}{8}.$$

▶ **2.** Réponse B.

$$46\,000 \times (1 + \frac{20}{100}) = 46\,000 \times 1{,}20 = 55\,200 \text{ F}.$$

▶ **3.** Réponse D.

Le volume est multiplié par $3^3 = 27$.

▶ **4.** Réponse A.

Les nombres 23 et 37 n'ont comme seuls diviseurs que 1 et eux-mêmes, donc ce sont des nombres premiers.

▶ **5.** Réponse A.

$f(3) = 3^2 - 2 \times 3 + 7 = 9 - 6 + 7 = 10.$

SUJET

8

Asie • Juin 2018

Exercice 3 • 12 points

QCM

Cet exercice est un QCM (questionnaire à choix multiples).

Dans chaque cas, une seule réponse est correcte.

Pour chacune des questions, écrire sur la copie le numéro de la question et la lettre de la bonne réponse. Aucune justification n'est attendue.

	Questions	Réponse A	Réponse B	Réponse C
1	L'écriture décimale du nombre $5{,}3 \times 10^5$ est :	530 000	5,300 000	5 300 000
2	Un dé équilibré a six faces numérotées de 1 à 6. On souhaite le lancer une fois. La probabilité d'obtenir un diviseur de 20 est :	$\frac{2}{3}$	$\frac{4}{20}$	$\frac{1}{2}$
3	L'égalité $(x+5)^2 = x^2 + 25$:	n'est vraie pour aucune valeur de x	est vraie pour une valeur de x	est vraie pour toute valeur de x
4	On veut remplir des bouteilles contenant chacune $\frac{3}{4}$ L. Avec 12 L, on peut remplir :	9 bouteilles	12 bouteilles	16 bouteilles

LES CLÉS DU SUJET

Points du programme

Puissances • Probabilités • Équation et identité remarquable • Proportionnalité.

Nos coups de pouce

▶ **1.** L'exposant donne le nombre de crans de décalage de la virgule vers la droite.

▶ **3.** Pense à développer l'identité remarquable.

▶ **4.** Aide-toi d'un tableau de proportionnalité.

CORRIGÉ 8

▶ **1.** La bonne réponse est la réponse A.
L'écriture décimale de $5{,}3 \times 10^5$ est 530 000.

▶ **2.** La bonne réponse est la réponse A.
Les diviseurs de 20 sont 1 ; 2 ; 4 et 5. La probabilité d'obtenir un diviseur de 20 est donc $\frac{4}{6}$ soit $\frac{2}{3}$.

▶ **3.** La bonne réponse est la réponse B.
L'équation, une fois l'identité remarquable développée, est :

$$x^2 + 10x + 25 = x^2 + 25$$
$$10x = 0$$
$$x = 0$$

RAPPEL
$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$.

▶ **4.** La bonne réponse est la réponse C.
On peut s'aider d'un tableau de proportionnalité :

Nombre de litres	Nombres de bouteilles remplies
$\frac{3}{4}$	1
12	x

$x = (12 \times 1) : \frac{3}{4} = 16$ bouteilles.

SUJET 9

Amérique du Sud • Novembre 2018
Exercice 2 • 12 points

La collection de BD

Avant son déménagement, Hugo décide de se séparer de sa collection de 300 BD (bandes dessinées).
15 % de ces BD sont trop abîmées pour être vendues. Il les dépose à la déchèterie.
À la braderie du village, il vend ensuite trois cinquièmes de ce qu'il lui reste.
Combien rapporte-t-il de BD chez lui à la fin de la braderie ?

LES CLÉS DU SUJET

Points du programme

Pourcentages • Fractions de grandeurs.

Nos coups de pouce

Calcule le nombre de BD dont Hugo se sépare à chaque étape.

CORRIGÉ 9

• Calculons le nombre de BD abîmées laissées à la déchèterie :

$300 \times \frac{15}{100} = 45.$

RAPPEL
Prendre une fraction d'une quantité, c'est multiplier la quantité par la fraction.

• Calculons le nombre de BD restantes :

$300 - 45 = 255.$

• Calculons le nombre de BD vendues lors de la braderie :

$255 \times \frac{3}{5} = 153.$

• Calculons le nombre de BD qu'il va rapporter chez lui :

$255 - 153 = 102.$

Donc Hugo va rapporter 102 BD chez lui.

Sujet zéro
Exercice 2 • 4 points

Hauteur de la mer

Le *marnage* désigne la différence de hauteur entre la basse mer et la pleine mer qui suit.
On considère qu'à partir du moment où la mer est basse, celle-ci monte de 1/12 du marnage pendant la première heure, de 2/12 pendant la deuxième heure, de 3/12 pendant la troisième heure, de 3/12 pendant la quatrième heure, de 2/12 pendant la cinquième heure et de 1/12 pendant la sixième heure. Au cours de chacune de ces heures, la montée de la mer est supposée régulière.

▶ **1.** À quel moment la montée de la mer atteint-elle le quart du marnage ?

▶ **2.** À quel moment la montée de la mer atteint-elle le tiers du marnage ?

LES CLÉS DU SUJET

Points du programme

Fractions.

Nos coups de pouce

▶ **2.** Après la deuxième heure, si $\frac{2}{12}$ correspond à 1 heure alors $\frac{1}{12}$ correspond à $\frac{1}{2}$ heure.

CORRIGÉ 10

▶ **1.** $\frac{1}{4} = \frac{3}{12}$ or $\frac{1}{12} + \frac{2}{12} = \frac{3}{12}$.

L'eau atteint donc le quart du marnage au bout de 2 heures.

▶ **2.** $\frac{1}{3} = \frac{4}{12}$ or $\frac{1}{12} + \frac{2}{12} + \frac{1}{12} = \frac{4}{12}$.

Au bout de 2 heures, l'eau atteint $\frac{3}{12}$ du marnage. Pendant la 3ᵉ heure, l'eau monte de $\frac{3}{12}$. Comme on suppose que la montée des eaux est régulière sur cette 3ᵉ heure, en 20 minutes elle monte de $\frac{1}{12}$. Donc l'eau atteint le tiers du marnage au bout de 2 heures 20.

France métropolitaine • Septembre 2017
Exercice 7 • 7 points

Les légionelles

Les légionelles sont des bactéries présentes dans l'eau potable. Lorsque la température de l'eau est comprise entre 30 °C et 45 °C, ces bactéries prolifèrent et peuvent atteindre, en deux ou trois jours, des concentrations dangereuses pour l'homme.
On rappelle que « µm » est l'abréviation de micromètre.
Un micromètre est égal à un millionième de mètre.

▶ **1.** La taille d'une bactérie légionelle est 0,8 µm.
Exprimer cette taille en mètres (m) et donner le résultat sous la forme d'une écriture scientifique.

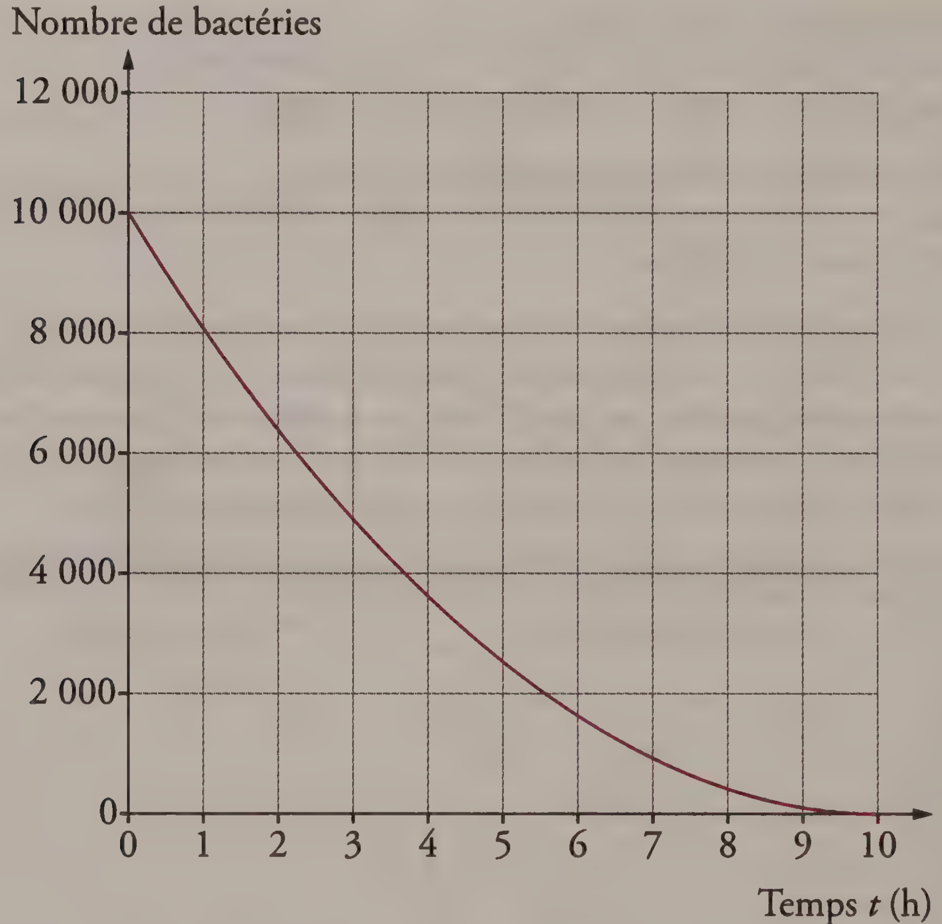
▶ **2.** Lorsque la température de l'eau est 37 °C, cette population de bactéries légionelles double tous les quarts d'heure. Une population de 100 bactéries légionelles est placée dans ces conditions. On a créé la feuille de calcul suivante qui permet de donner le nombre de bactéries légionelles en fonction du nombre de quarts d'heure écoulés :

	A	B
1	Nombre de quarts d'heure	Nombre de bactéries
2	0	100
3	1	
4	2	
5	3	
6	4	
7	5	
8	6	
9	7	
10	8	

a) Dans la cellule B3, on veut saisir une formule que l'on pourra étirer vers le bas dans la colonne B pour calculer le nombre de bactéries légionelles correspondant au nombre de quarts d'heure écoulés. Quelle est cette formule ?

b) Quel est le nombre de bactéries légionelles au bout d'une heure ?
c) Le nombre de bactéries légionelles est-il proportionnel au temps écoulé ?
d) Après combien de quarts d'heure cette population dépasse-t-elle 10 000 bactéries légionelles ?

▶ **3.** On souhaite tester l'efficacité d'un antibiotique pour lutter contre la bactérie légionelle. On introduit l'antibiotique dans un récipient qui contient 10^4 bactéries légionelles au temps $t = 0$. La représentation graphique ci-dessous donne le nombre de bactéries dans le récipient en fonction du temps.



a) Au bout de trois heures, combien reste-t-il environ de bactéries légionelles dans le récipient ?
b) Au bout de combien de temps environ reste-t-il 6 000 bactéries légionelles dans le récipient ?
c) On estime qu'un antibiotique sera efficace sur l'être humain s'il parvient à réduire de 80 % le nombre initial de bactéries dans le récipient en moins de cinq heures.
En s'aidant du graphique, étudier l'efficacité de l'antibiotique testé sur l'être humain.

LES CLÉS DU SUJET

Points du programme

Puissances • Tableur • Proportionnalité • Fonctions et lecture graphique.

Nos coups de pouce

▶ **2. c)** Pour savoir si un tableau représente une situation de proportionnalité, calcule les quotients et regarde s'ils sont tous égaux.

▶ **3. a)** Prendre un pourcentage d'une quantité, c'est multiplier la quantité par le pourcentage.

CORRIGÉ 11

▶ **1.** $0{,}8\ \mu\text{m} = 0{,}8 \times 10^{-6}\ \text{m} = \boxed{8 \times 10^{-7}\,\text{m}}$.

▶ **2. a)** La formule est $\boxed{\text{=B2*2}}$.

b) Dans une heure, il y a quatre quarts d'heure.

Donc, au bout d'une heure, il y aura :

$100 \times 2^4 = \boxed{1\ 600 \text{ bactéries}}$.

c) $200 \div 1 = 200$

$400 \div 2 = 200$

$800 \div 3 \neq 200$

Les quotients ne sont pas tous égaux, donc ce n'est pas une situation de proportionnalité.

d) Au bout de $\boxed{7 \text{ quarts d'heure}}$ il y aura :

$100 \times 2^7 = 12\ 800$ bactéries.

▶ **3. a)** Au bout de 3 heures, il reste environ $\boxed{5\ 000 \text{ bactéries}}$.

b) Au bout de $\boxed{2 \text{ h } 15 \text{ min}}$, il reste environ 6 000 bactéries.

c) L'antibiotique, pour être efficace, doit éliminer 80 % des 10 000 bactéries, soit 8 000 bactéries en moins de 5 heures.

Or, au bout de 5 heures, il reste 2 500 bactéries environ. Cela signifie que 7 500 ont été éliminées.

Puisque $7\ 500 < 8\ 000$, l'antibiotique n'est pas complètement efficace.

ATTENTION
N'oublie pas de soustraire le nombre que tu as lu à 10 000 pour trouver le nombre de bactéries éliminées.

SUJET 12

France métropolitaine • Juin 2018

Exercice 3 • Série professionnelle • 21 points

Vrai ou faux avec justifications

Cet exercice contient 3 situations indépendantes accompagnées d'une affirmation.
Pour chacune des affirmations, dire si elle est vraie ou fausse (on pensera à justifier).

▶ **1.** Dans un bocal, il y a 15 bonbons bleus et 10 qui sont rouges. On prend un bonbon au hasard dans ce bocal
Affirmation : Il y a 60 % de chances que le bonbon soit bleu.

▶ **2.** Pendant la période des soldes, un vêtement est vendu 56,00 €. Le taux de remise correspond à 30 % du prix initial.
Affirmation : Ce vêtement avant les soldes était vendu 72,80 €.

▶ **3.** Un jardin de 50 m^2 est aménagé selon les proportions suivantes : $\frac{1}{2}$ est consacré à la culture des légumes, $\frac{1}{10}$ à celle des plantes aromatiques, $\frac{1}{4}$ est occupé par une serre servant aux semis, le reste est occupé par des fraisiers.
Affirmation : Les fraisiers occupent $\frac{3}{20}$ du jardin.

LES CLÉS DU SUJET

Points du programme

Nombres et calculs • Probabilité • Pourcentage • Proportionnalité.

Nos coups de pouce

▶ **1.** Utilise la formule $p = \frac{\text{nombre de résultats favorables}}{\text{nombre de résultats possibles}}$.

▶ **2.** Appelle x le prix du vêtement avant les soldes. Puis exprime le montant, en fonction de x, de la remise effectuée pendant les soldes, puis du prix pendant les soldes. Résouds une équation et conclus.

▶ **3.** Exprime d'abord la fraction de jardin occupée par autre chose que les fraisiers.

CORRIGÉ 12

▶ **1.** Il y a 25 bonbons dans le bocal : 15 bleus et 10 rouges.
La probabilité p de tirer un bonbon bleu est $p = \frac{15}{25} = \frac{60}{100}$.
Conclusion : il y a 60 % de chances que le bonbon soit bleu.
L'affirmation est vraie.

▶ **2.** Soit x le prix du vêtement avant les soldes. Une remise de 30 % sur ce prix correspond à $\frac{30}{100}x$ soit $0{,}3x$. On en déduit que pendant les soldes ce vêtement était vendu $(x - 0{,}3x)$ c'est-à-dire $0{,}7x$.
Alors $0{,}7x = 56$ et $x = \frac{56}{0{,}7} = 80$.
Conclusion : le vêtement était vendu 80 euros avant les soldes.
L'affirmation est fausse.

▶ **3.** La fraction de jardin occupée par autre chose que des fraisiers est égale à $\frac{1}{2} + \frac{1}{10} + \frac{1}{4}$, c'est-à-dire $\frac{10}{20} + \frac{2}{20} + \frac{5}{20}$ ou encore $\frac{17}{20}$.
Conclusion : la fraction de jardin occupée par des fraisiers est donc : $1 - \frac{17}{20}$ soit $\frac{3}{20}$.
L'affirmation est vraie.

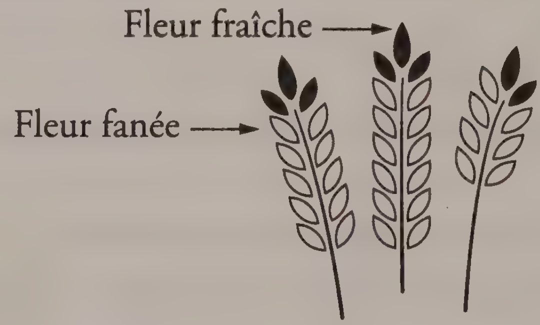
RAPPEL
Pour additionner des fractions, on les réduit au même dénominateur. Puis on additionne les numérateurs entre eux et on conserve le dénominateur commun.

Centres étrangers • Juin 2018
Exercice 1 • 14 points

Vrai ou faux ?

Pour chacune des affirmations suivantes, dire si elle est vraie ou fausse en justifiant soigneusement la réponse.

▶ **1.** La récolte de la lavande débute lorsque les trois quarts des fleurs au moins sont fanées. Le producteur a cueilli un échantillon de lavande représenté par le dessin suivant :



Affirmation 1 : la récolte peut commencer.

▶ **2.** En informatique, on utilise comme unités de mesure les multiples de l'octet :
1 ko = 10^3 octets, 1 Mo = 10^6 octets, 1 Go = 10^9 octets.
Contenu du disque dur externe :
– 1 000 photos de 900 ko chacune ;
– 65 vidéos de 700 Mo chacune.
Affirmation 2 : le transfert de la totalité du contenu du disque dur externe vers l'ordinateur n'est pas possible.

Capacité de l'ordinateur : 250 Go

▶ **3.** On considère le programme de calcul ci-dessous :
• Choisir un nombre.
• Ajouter 5.
• Multiplier le résultat obtenu par 2.
• Soustraire 9.
Affirmation 3 : ce programme donne pour résultat la somme de 1 et du double du nombre choisi.

LES CLÉS DU SUJET

Points du programme

Pourcentages • Puissances.

Nos coups de pouce

▶ **1.** Calcule le pourcentage de fleurs fanées et compare-le à 75 %.

▶ **2.** Calcule l'espace utilisé sur le disque dur externe. Calcule la taille de l'espace libre sur l'ordinateur. Conclus.

▶ **3.** Effectue successivement et dans l'ordre indiqué les différents calculs du programme.

CORRIGÉ 13

▶ **1.** La récolte de lavande peut commencer lorsque les trois quarts des fleurs au moins, c'est-à-dire au moins 75 %, sont fanées.

Sur le dessin nous pouvons compter 37 fleurs dont 29 sont fanées.

Notons p le pourcentage de fleurs fanées.

Alors $p = \dfrac{29}{37} \times 100$ soit environ 78,4 %. Ce pourcentage est supérieur à 75 %. La récolte peut donc commencer.

Conclusion : l'affirmation 1 est vraie.

▶ **2.** Utilisons l'octet comme unité de mesure.

Calculons en octets l'espace utilisé sur le disque dur externe.

$$C = 1\,000 \times 900 \times 10^3 + 65 \times 700 \times 10^6$$
$$= 0{,}9 \times 10^9 + 45{,}5 \times 10^9$$
$$= 46{,}4 \times 10^9 \text{ octets,}$$

soit $C = 46{,}4$ Go puisque 1 Go $= 10^9$ octets.

> **ATTENTION !**
> Il faut choisir une unité commune pour tous les calculs : l'octet, par exemple.

Calculons la taille de l'espace libre C' sur l'ordinateur.

$C' = 250 - 200$ soit $C' = 50$ Go. Nous remarquons que $C' > C$.

Conclusion : l'affirmation 2 est fausse.

▶ **3.** Choisissons le nombre x.
- On lui ajoute 5 : on obtient $x + 5$.
- On multiplie le résultat par 2 : on trouve $2(x + 5)$, soit $2x + 10$.
- On soustrait 9 : on obtient $2x + 1$.

Le résultat final est bien égal à la somme de 1 et du double du nombre choisi.

Conclusion : l'affirmation 3 est vraie.

Pondichéry • Mai 2018
Exercice 3 • 9 points

QCM à 3 questions

Cet exercice est un QCM (questionnaire à choix multiples). Pour chaque question, une seule des quatre réponses proposées est exacte. Indiquer la bonne réponse parmi celles qui sont proposées.

On ne demande pas de justifier. Aucun point ne sera enlevé en cas de mauvaise réponse.

Pour chacune des trois questions, écrire sur votre copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la bonne réponse.

		Réponse a	Réponse b	Réponse c	Réponse d
1	$2{,}53 \times 10^{15} =$	2,530 000 000 000 000 00	2 530 000 000 000 000	253 000 000 000 000 000	37,95
2	La latitude de l'équateur est :	0°	90° est	90° nord	90° sud
3	$\dfrac{\dfrac{2}{3}+\dfrac{5}{6}}{7} =$	$\dfrac{3}{14}$	$\dfrac{1}{9}$	0,214 285 714	0,111 111 111

LES CLÉS DU SUJET

Points du programme

Puissances • Fractions • Repérage sur une sphère.

Nos coups de pouce

▶ **1.** Tu sais que $2{,}53 \times 10^{15} = 253 \times 10^{13}$. Alors $2{,}53 \times 10^{15}$ s'écrit 253 suivi de 13 zéros.

▶ **2.** L'équateur est un grand cercle de la sphère perpendiculaire à l'axe de rotation de celle-ci.

▶ **3.** Applique les règles de calcul sur les fractions.

CORRIGÉ 14

▶ **1.** Notons $A = 2{,}53 \times 10^{15}$. Nous avons :
$A = 253 \times 10^{13}$ soit
$A = 2\ 530\ 000\ 000\ 000\ 000$.
La bonne réponse est la réponse b.

> RAPPEL
> Si n est un entier strictement positif, 10^n s'écrit 1 suivi de n zéros.

▶ **2.** La latitude de l'équateur est 0°.
La bonne réponse est la réponse a.

▶ **3.** Notons $B = \frac{2}{3} + \frac{5}{6}$ et $C = \dfrac{\frac{2}{3} + \frac{5}{6}}{7}$. Réduisons B au même dénominateur.

$B = \frac{2}{3} + \frac{5}{6} = \frac{2 \times 2}{3 \times 2} + \frac{5}{6} = \frac{9}{6} = \frac{3}{2}$.

Pour diviser une fraction par un nombre, on multiplie le dénominateur de la fraction par ce nombre :

$C = \dfrac{\frac{3}{2}}{7} = \frac{3}{2 \times 7} = \frac{3}{14}$.

La bonne réponse est la réponse a.

France métropolitaine • Septembre 2018
Exercice 2 • 11 points

Les diviseurs premiers

▶ **1.** Le nombre 588 peut se décomposer sous la forme $588 = 2^2 \times 3 \times 7^2$. Quels sont ses diviseurs premiers, c'est-à-dire les nombres qui sont à la fois des nombres premiers et des diviseurs, de 588 ?

▶ **2. a)** Déterminer la décomposition en facteurs premiers de 27 000 000.
b) Quels sont ses diviseurs premiers ?

▶ **3.** Déterminer le plus petit nombre entier positif impair qui admet trois diviseurs premiers différents. Expliquer votre raisonnement.

LES CLÉS DU SUJET

Points du programme

Diviseurs • Nombres premiers • Décomposition en produit de facteurs premiers.

Nos coups de pouce

▶ **2.** Décompose 27 000 000 en produit de facteurs premiers.

CORRIGÉ 15

▶ **1.** Les diviseurs premiers de 588 sont : $\boxed{2 ; 3 \text{ et } 7}$

▶ **2. a)**

$$
\begin{aligned}
27\ 000\ 000 &= 2^6 \times 421\ 875 \\
&= 2^6 \times 3^3 \times 15\ 625 \\
&= \boxed{2^6 \times 3^3 \times 5^6}
\end{aligned}
$$

b) Ses diviseurs premiers sont donc : $\boxed{2 ; 3 ; 5}$

▶ **3.** Si l'on choisit 2 comme facteur premier alors, quels que soient les deux autres facteurs premiers choisis, le produit de ces trois nombres sera pair.

Or le nombre cherché est impair. Donc il faut choisir les trois plus petits nombres premiers non pairs, c'est-à-dire : 3 ; 5 et 7.

> RAPPEL
> Le produit de deux nombres impairs est impair ; le produit d'un nombre pair par un nombre impair reste pair.

Donc le plus petit nombre impair obtenu comme produit de trois nombres premiers est : $3 \times 5 \times 7 = 105$.

Amérique du Sud • Novembre 2017
Exercice 4 • 7,5 points

Affirmations

Indiquer, en justifiant, si chacune des affirmations suivantes est vraie ou fausse.

▶ **1. Affirmation 1** : « Les nombres 11 et 13 n'ont aucun multiple commun. »

▶ **2. Affirmation 2** : « Le nombre 231 est un nombre premier. »

▶ **3. Affirmation 3** : « $\frac{2}{15}$ est le tiers de $\frac{6}{15}$. »

▶ **4. Affirmation 4** : « $15 - 5 \times 7 + 3 = 73$. »

▶ **5. Affirmation 5** : « Le triangle ABC avec AB = 4,5 cm, BC = 6 cm et AC = 7,5 cm est rectangle en B. »

LES CLÉS DU SUJET

Points du programme

Arithmétique • Fractions • Nombres relatifs • Réciproque du théorème de Pythagore.

Nos coups de pouce

▶ **2.** Un nombre est premier s'il n'admet comme diviseurs que 1 et lui-même.

▶ **4.** Attention aux signes et priorités opératoires !

▶ **5.** Pense à la réciproque du théorème de Pythagore.

CORRIGÉ 16

▶ **1.** Affirmation fausse.

$11 \times 13 = 143$ est un nombre à la fois dans la table des 11 et dans la table des 13.

143 est donc un multiple commun à 11 et 13.

▶ **2.** Affirmation fausse.

La somme des chiffres de 231 donne : $2 + 3 + 1 = 6$.

Puisque 6 est un multiple de 3, les critères de divisibilité permettent de dire que 231 l'est aussi. Donc 231 a un diviseur autre que 1 et lui-même et il n'est pas premier.

RAPPEL
Pense aux critères de divisibilité.

▶ **3.** Affirmation vraie.

$\frac{6}{15} \times \frac{1}{3} = \frac{2}{15}$.

▶ **4.** Affirmation fausse.

$15 - 5 \times 7 + 3 = 15 - 35 + 3 = -20 + 3 = -17$.

▶ **5.** Affirmation vraie.

[AC] est le plus grand côté.

$AC^2 = 7{,}5^2 = 56{,}25$

$AB^2 + BC^2 = 4{,}5^2 + 6^2 = 20{,}25 + 36 = 56{,}25$

Donc : $AB^2 + BC^2 = AC^2$.

Ainsi d'après la réciproque du théorème de Pythagore, ABC est rectangle en B.

ATTENTION
N'oublie pas de séparer les calculs dans la rédaction de la réciproque du théorème de Pythagore.

Nouvelle-Calédonie • Décembre 2017
Exercice 5 • 4 points

Coquillages et poissons

Dans cet exercice, toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.

– AUREL : Belle pêche ! Combien de poissons et de coquillages vas-tu pouvoir vendre au marché ?
– ANTOINE : En tout, je vais pouvoir vendre au marché 30 poissons et 500 coquillages.

Antoine est un pêcheur professionnel.
Il veut vendre des paniers contenant des coquillages et des poissons.
Il souhaite concevoir le plus grand nombre possible de paniers identiques.
Enfin, il voudrait qu'il ne lui reste aucun coquillage et aucun poisson dans son congélateur.

▶ **1.** Combien de paniers au maximum Antoine pourra-t-il concevoir ? Justifier.

▶ **2.** Quelle sera la composition de chaque panier ? Justifier.

LES CLÉS DU SUJET

Point du programme

PGCD.

Nos coups de pouce

▶ **1.** Calcule PGCD (30 ; 500).

CORRIGÉ 17

▶ **1.** Antoine veut vendre des paniers en utilisant tous les coquillages et tous les poissons.

On cherche donc un diviseur commun à 30 et 500.

Antoine veut aussi vendre un maximum de paniers identiques.

On cherche donc le plus grand diviseur commun à 30 et 500.

Décomposons 30 et 500 en produits de facteurs premiers :

$30 = 2 \times 15$ $= 2 \times 3 \times 5$	$500 = 2 \times 250$ $= 2 \times 2 \times 125$ $= 2 \times 2 \times 5 \times 25$ $= 2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 5$ $= 2^2 \times 5^3$

REMARQUE
Tu aurais aussi pu utiliser l'algorithme d'Euclide pour calculer PGCD(30 ; 500).

Donc : PGCD(30 ; 500) $= 2 \times 5 = 10$.

Finalement, Antoine fera au maximum 10 paniers.

▶ **2.** $30 \div 10 = 3$

$500 \div 10 = 50$

Chaque panier sera donc composé de 3 poissons et 50 coquillages.

Sujet zéro
Exercice 6 • 6 points

Taille de carreaux muraux

Un panneau mural a pour dimensions 240 cm et 360 cm. On souhaite le recouvrir avec des carreaux de forme carrée, tous de même taille, posés bord à bord sans jointure.

▶ **1.** Peut-on utiliser des carreaux de : 10 cm de côté ? 14 cm de côté ? 18 cm de côté ?

▶ **2.** Quelles sont toutes les tailles possibles de carreaux comprises entre 10 et 20 cm ?

▶ **3.** On choisit des carreaux de 15 cm de côté. On pose une rangée de carreaux bleus sur le pourtour et des carreaux blancs ailleurs. Combien de carreaux bleus va-t-on utiliser ?

LES CLÉS DU SUJET

Points du programme

Divisibilité.

Nos coups de pouce

▶ **2.** Fais un tableau permettant de tester quelles valeurs entre 10 et 20 sont des diviseurs de 360 et 240.

▶ **3.** Pense à faire un schéma à main levée.

CORRIGÉ 18

▶ **1.** 240 et 360 sont divisibles par 10 donc on peut prendre des carreaux de 10 cm de côté.

240 et 360 ne sont pas divisibles par 14 donc on ne peut pas prendre des carreaux de 14 cm de côté.

240 n'est pas divisible par 18 donc on ne peut pas prendre des carreaux de 18 cm de côté.

▶ **2.** Il s'agit de trouver les diviseurs communs à 360 et 240 compris entre 10 et 20.

Il ne reste qu'à tester les valeurs 11, 12, 13, 15, 16, 17, 19 et 20 puisque 10, 14 et 18 ont été traités à la question **1.**

	360 est divisible par…	**240 est divisible par…**
11	non	non
12	oui	oui
13	non	non
15	oui	oui
16	non	oui
17	non	non
19	non	non
20	oui	oui

Il y a donc 4 tailles possibles : 10 cm, 12 cm, 15 cm et 20 cm.

▶ **3.** $360 \div 15 = 24$ carreaux et $240 \div 15 = 16$ carreaux.

Pour faire le tour avec des carreaux bleus, il faudra en tout :

$24 \times 2 + 2 \times (16 - 2) = \boxed{76 \text{ carreaux bleus}}$.

Nouvelle-Caldéonie • Décembre 2018
Exercice 3 • 18 points

Les barquettes de nems et samossas


ph© Amarita/Getty Images/iStockphoto


ph© Viennetta/Getty Images/iStockphoto

▶ **1.** Décomposer les nombres 162 et 108 en produits de facteurs premiers.

▶ **2.** Déterminer deux diviseurs communs aux nombres 162 et 108 plus grands que 10.

▶ **3.** Un snack vend des barquettes composées de nems et de samossas.
Le cuisinier a préparé 162 nems et 108 samossas.
Dans chaque barquette :
– le nombre de nems doit être le même ;
– le nombre de samossas doit être le même.
Tous les nems et tous les samossas doivent être utilisés.
a) Le cuisinier peut-il réaliser 36 barquettes ?
b) Quel nombre maximal de barquettes pourra-t-il réaliser ?
c) Dans ce cas, combien y aura-t-il de nems et de samossas dans chaque barquette ?

LES CLÉS DU SUJET

■ Points du programme

Diviseurs • PGCD de deux entiers • Décomposition en produit de facteurs premiers.

■ Nos coups de pouce

▶ **2.** Regarde quels sont les facteurs premiers communs à 162 et 108.

CORRIGÉ 19

▶ **1.** $162 = 2 \times 81 = \boxed{2 \times 3^4}$

$108 = \boxed{2^2 \times 3^3}$

▶ **2.** Les diviseurs communs à 162 et 108 supérieurs à 10 sont :
$2 \times 3^2 = \boxed{18}$; $3^3 = \boxed{27}$ et $2 \times 3^3 = \boxed{54}$

a) 36 n'est pas un diviseur de 162 donc le cuisinier ne peut pas réaliser 36 barquettes.

b) Tous les nems et samossas doivent être utilisés donc on cherche un diviseur commun à 162 et 108.

Mais le cuisinier veut un nombre maximal de barquettes donc on cherche le plus grand diviseur commun à 162 et 108.

D'après la question **2.**, ce plus grand diviseur est 54.

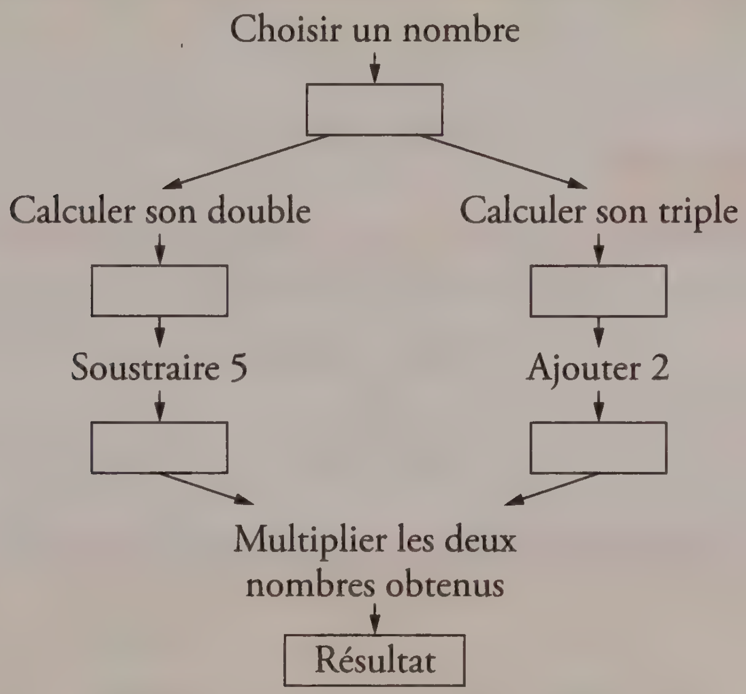
Donc le cuisinier pourra réaliser 54 barquettes.

c) Dans chaque barquette, il y aura $\frac{162}{54} = 3$ nems et $\frac{108}{54} = 2$ samossas.

France métropolitaine • Septembre 2018
Exercice 6 • 12 points

Schémas de calcul

La figure ci-dessous donne un schéma d'un programme de calcul.



▶ **1.** Si le nombre de départ est 1, montrer que le résultat obtenu est –15.

▶ **2.** Si on choisit un nombre quelconque x comme nombre de départ, parmi les expressions suivantes, quelle est celle qui donne le résultat obtenu par le programme de calcul ? Justifier.

$A=(x^2-5)\times(3x+2)$

$B=(2x-5)\times(3x+2)$

$C=2x-5\times 3x+2$

▶ **3.** Lily prétend que l'expression $D=(3x+2)^2-(x+7)(3x+2)$ donne les mêmes résultats que l'expression B pour toutes les valeurs de x.

L'affirmation de Lily est-elle vraie ? Justifier.

LES CLÉS DU SUJET

Points du programme

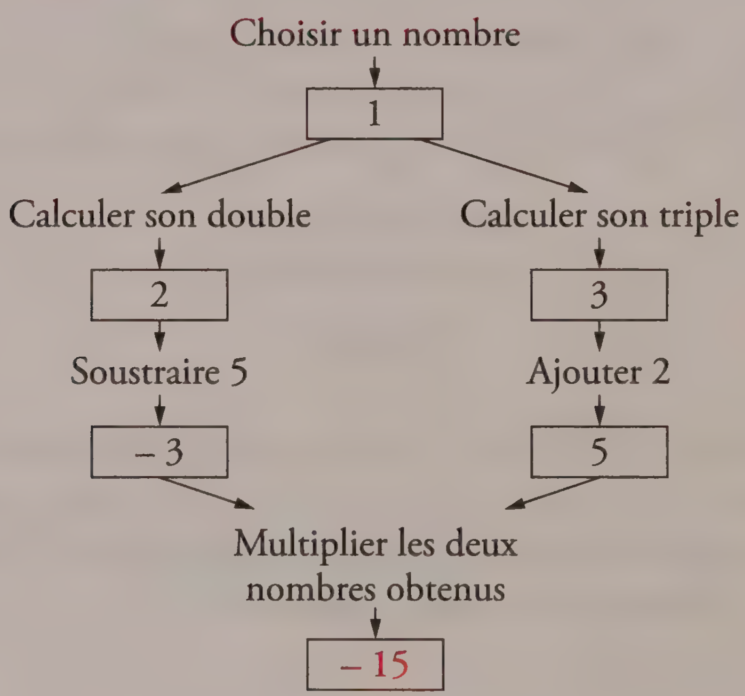
Programmes de calculs • Distributivité double et réduction • Identité remarquable.

Nos coups de pouce

▶ **1.** Applique chaque étape du programme puis multiplie les deux résultats obtenus.

CORRIGÉ 20

▶ **1.**



▶ **2.** Le résultat que l'on obtient est : $B = (2x - 5)(3x + 2)$.

▶ **3.** $D = (3x + 2)^2 - (x + 7)(3x + 2)$

$= 9x^2 + 12x + 4 - (3x^2 + 2x + 21x + 14)$

$= 9x^2 + 12x + 4 - 3x^2 - 23x - 14$

$= 6x^2 - 11x - 10$

$B = (2x - 5)(3x + 2) = 6x^2 + 4x - 15x - 10$

$= 6x^2 - 11x - 10$

Donc l'affirmation de Lily est vraie.

> **RAPPEL**
> Lorsqu'il y a un signe « – » devant une parenthèse, on change les signes des termes dans la parenthèse.

Amérique du Sud • Novembre 2017
Exercice 3 • 6 points

Programmes de calcul

• Léo choisit un nombre, le multiplie par 6, puis ajoute 5.
• Julie choisit le même nombre, lui ajoute 8, multiplie le résultat par le nombre de départ, puis soustrait le carré du nombre de départ.

▶ **1.** Léo et Julie choisissent au départ le nombre -3.
a) Quel résultat obtient Léo ?
b) Quel résultat obtient Julie ?

▶ **2.** Quel nombre positif doivent-ils choisir au départ pour obtenir le même résultat ?

LES CLÉS DU SUJET

Points du programme

Équation du 1er degré à une inconnue • Calcul littéral.

Nos coups de pouce

▶ **1.** Applique chaque étape des programmes en prenant -3 comme nombre de départ.
▶ **2.** Cherche l'écriture générale de chaque programme puis résous une équation.

CORRIGÉ 21

▶ **1. a)** $-3 \times 6 + 5 = -18 + 5 = \boxed{-13}$.

Léo obtient – 13.

b) $(-3 + 8) \times (-3) - (-3)^2 = 5 \times (-3) - 9 = -15 - 9 = \boxed{-24}$.

Julie obtient – 24.

▶ **2.** Soit x le nombre positif de départ.

On doit résoudre cette équation :

$6x + 5 = x(x + 8) - x^2$

$6x + 5 = x^2 + 8x - x^2$

$6x + 5 = 8x$

$5 = 8x - 6x$

$5 = 2x$

$\boxed{x = 5 \div 2 = 2{,}5}$

Il faut choisir 2,5 comme nombre de départ pour obtenir le même résultat avec les deux programmes.

France métropolitaine • Juin 2018

Exercice 1 • Série professionnelle • 20 points

Les fréquences cardiaques : calculs et lectures

Une fréquence cardiaque trop élevée oblige le cœur à effectuer un travail trop important. Aline et Sarah souhaitent connaître leur fréquence cardiaque maximale en nombre de battements par minute.

▶ **1.** Aline a 55 ans. Son médecin lui a donné une méthode pour calculer cette fréquence :

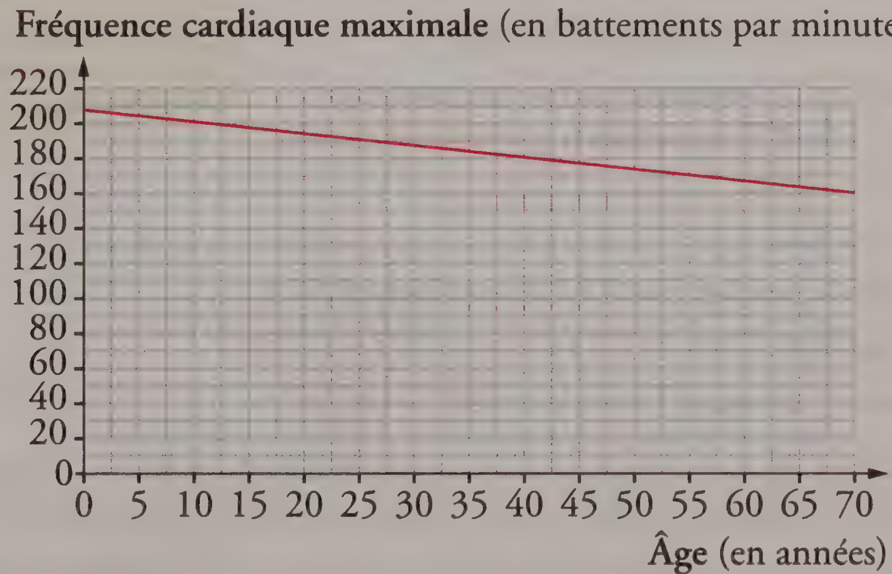
- Multiplier l'âge par 0,67.
- Retrancher à 207 le nombre obtenu.

a) En utilisant cette méthode, calculer la fréquence cardiaque maximale d'Aline. Arrondir à l'unité.

b) L'âge est noté x. Choisir et recopier la formule qui traduit la méthode utilisée par Aline pour son calcul.

$207 - 0{,}67x$ $\qquad$ $0{,}67x \times 207$ $\qquad$ $0{,}67x + 207$

▶ **2.** Sarah a trouvé dans un magazine le graphique ci-dessous.



a) Elle place, sur la portion de droite représentée sur le graphique, le point dont l'abscisse correspond à l'âge d'Aline.

La lecture graphique confirme-t-elle la valeur de la fréquence cardiaque calculée par Aline ? Laisser apparents les traits utiles à la lecture graphique.

b) Sarah lit sur le graphique que sa fréquence cardiaque maximale est égale à 180 battements par minute.
En déduire graphiquement l'âge de Sarah. Laisser apparents les traits utiles à la lecture.

LES CLÉS DU SUJET

Points du programme

Nombres et calculs • Lectures graphiques.

Nos coups de pouce

▶ **1. a)** et **b)** Applique **dans l'ordre**, les deux consignes données à Aline.
▶ **2. a)** Lis l'ordonnée du point A du graphique d'abscisse 55.
b) Lis l'abscisse du point B du graphique d'ordonnée 180.

CORRIGÉ 22

▶ **1. a)** Aline a 55 ans.

On multiplie son âge par 0,67. On obtient $55 \times 0{,}67$ soit 36,85.

On retranche 36,85 à 207.

On trouve $207 - 36{,}85$ soit 170,15.

Conclusion : la fréquence cardiaque maximale d'Aline est de 170 battements par minute, valeur arrondie à l'unité.

> ATTENTION !
> Lis bien l'énoncé.
> Il faut retrancher à 207 le nombre obtenu.

b) Aline a x ans.

On multiplie son âge par 0,67. On obtient $0{,}67x$.

On retranche $0{,}67x$ à 207. On trouve $207 - 0{,}67x$.

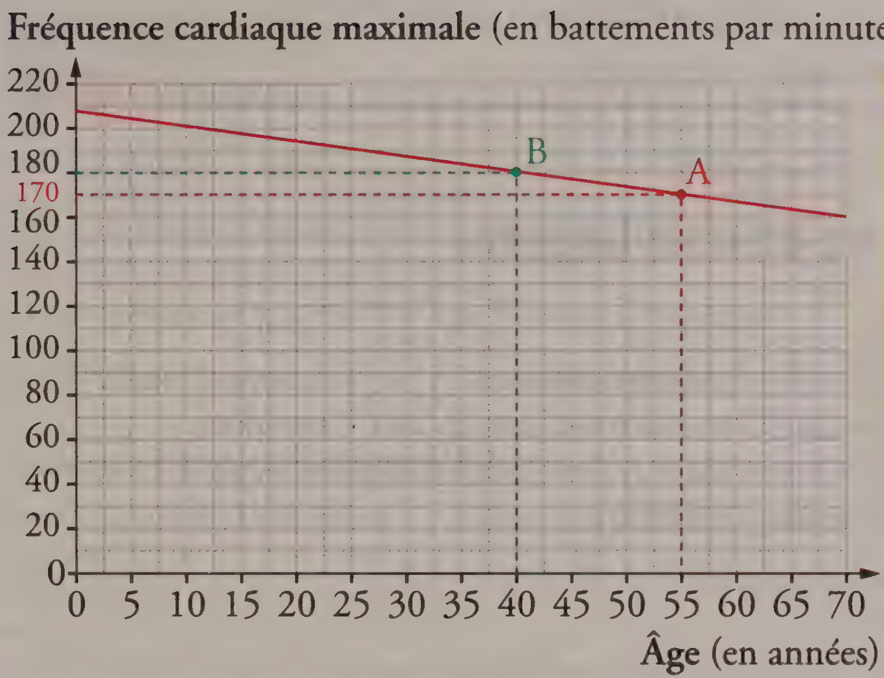
Conclusion : la bonne formule est $207 - 0{,}67x$.

▶ **2. a)** Sarah place, sur la portion de droite représentée sur le graphique, le point A d'abscisse 55. Elle lit que l'ordonnée de ce point A est 170.

Conclusion : la lecture graphique confirme la valeur de la fréquence cardiaque calculée par Aline.

b) Sarah place, sur la portion de droite représentée sur le graphique, le point B d'ordonnée 180. Elle lit que l'abscisse de ce point B est 40.

Conclusion : Sarah a 40 ans.



REMARQUE
La lecture de l'ordonnée de A et celle de l'abscisse de B donnent des valeurs approchées.

SUJET 23

France métropolitaine • Juin 2017
Exercice 5 • 8 points

Vitesse et calcul littéral

▶ **1.** Lors des Jeux Olympiques de Rio en 2016, la danoise Pernille Blume a remporté le 50 m à la nage libre en 24,07 secondes.
A-t-elle nagé plus rapidement qu'une personne qui se déplace en marchant vite, c'est-à-dire à 6 km/h ?

▶ **2.** On donne l'expression $E = (3x + 8)^2 - 64$.
a) Développer E.
b) Montrer que E peut s'écrire sous forme factorisée : $3x(3x + 16)$.
c) Résoudre l'équation $(3x + 8)^2 - 64 = 0$.

▶ **3.** La distance d de freinage d'un véhicule dépend de sa vitesse et de l'état de la route.
On peut la calculer à l'aide de la formule suivante : $d = k \times V^2$
avec :
- d : distance de freinage en m ;
- V : vitesse du véhicule en m/s ;
- k : coefficient dépendant de l'état de la route

$$\begin{cases} k = 0{,}14 \text{ sur route mouillée} \\ k = 0{,}08 \text{ sur route sèche} \end{cases}$$

Quelle est la vitesse d'un véhicule dont la distance de freinage sur route mouillée est égale à 15 m ?

LES CLÉS DU SUJET

Points du programme

Conversions de vitesses • Calcul littéral • Équation produit.

Nos coups de pouce

▶ **1.** Pour calculer une vitesse, divise la distance parcourue par le temps mis pour parcourir cette distance.
▶ **3. c)** Pense à utiliser l'expression de E trouvée au **3. b)**. pour résoudre l'équation.

CORRIGÉ 23

▶ **1.** La nageuse danoise a parcouru 50 m en 24,07 s.

Donc sa vitesse était de : $v = \frac{d}{t} = \frac{50}{24{,}07} \approx \boxed{2{,}08 \text{ m/s}}$

Si une personne marche à 6 km/h alors elle parcourt 6 000 m par heure, soit $\frac{6\,000}{3\,600}$ m par seconde.

Donc sa vitesse est d'environ $\boxed{1{,}7 \text{ m/s}}$.

En conclusion, la nageuse s'est déplacée plus rapidement que le marcheur.

> RAPPEL
> • 1 h = 3 600 s ;
> • 1 km = 1 000 m.

▶ **2. a)** $E = (3x + 8)(3x + 8) - 64$

$E = 9x^2 + 24x + 24x + 64 - 64$

$\boxed{E = 9x^2 + 48x}$

b) On observe, dans l'expression développée de E, que 3 et x sont des facteurs communs aux deux termes. Donc $\boxed{E = 3x(3x+16)}$

c) Résoudre $(3x + 8)^2 - 64 = 0$ revient à résoudre : $3x(3x + 16) = 0$.

C'est une équation produit.

> REMARQUE
> On pourrait aussi développer l'expression $3x(3x + 16)$ et montrer qu'elle est égale à l'expression développée au **2. a)**.

Or, si un produit de facteurs est nul alors l'un au moins de ses facteurs est nul. Donc $3x = 0$ ou $3x + 16 = 0$, soit $x = 0$ ou $3x = -16$, c'est-à-dire $x = -\frac{16}{3}$.

L'ensemble des solutions de l'équation est donc $\boxed{S = \left\{0 ; -\frac{16}{3}\right\}}$

▶ **3.** D'après la formule fournie, on a : $V^2 = \frac{d}{k} = \frac{15}{0{,}14}$.

Donc $V = \sqrt{\frac{15}{0{,}14}} \approx \boxed{10{,}4 \text{ m/s}}$

Amérique du Sud • Novembre 2018
Exercice 3 • 17 points

Tableur et programme de calcul

Voici deux programmes de calcul :
Programme de calcul ①
- Soustraire 5
- Multiplier par 4

Programme de calcul ②
- Multiplier par 6
- Soustraire 20
- Soustraire le double du nombre de départ

▶ **1. a)** Quel résultat obtient-on quand on applique le programme de calcul ① au nombre 3 ?
b) Quel résultat obtient-on quand on applique le programme de calcul ② au nombre 3 ?

▶ **2.** Démontrer qu'en choisissant le nombre –2, les deux programmes donnent le même résultat.

▶ **3.** On décide de réaliser davantage d'essais. Pour cela, on utilise un tableur et on obtient la copie d'écran suivante :

	A	B	C
1	Nombre choisi	Résultat avec le programme①	Résultat avec le programme②
2	0	– 20	– 20
3	1	– 16	– 16
4	2	– 12	– 12
5	3	– 8	– 8
6	4		
7	5		
8	6		

Quelle formule a-t-on pu saisir dans la cellule B2 avant de la recopier vers le bas, jusqu'à la cellule B5 ?

▶ **4.** Les résultats affichés dans les colonnes B et C sont égaux. Lucie pense alors que, pour n'importe quel nombre choisi au départ, les deux programmes donnent toujours le même résultat.
Démontrer que Lucie a raison.

LES CLÉS DU SUJET

Points du programme

Programmes de calcul • Distributivité simple et réduction.

Nos coups de pouce

▶ **1.** Calcule chaque programme en prenant comme nombre de départ 3.

CORRIGÉ 24

▶ **1. a)** $(3-5)\times 4 = -2\times 4 = -8$

Avec le programme ①, avec 3 on trouve –8.

b) $3\times 6 - 20 - 2\times 3 = 18 - 20 - 6 = -8$

Avec le programme ②, avec 3 on trouve –8.

▶ **2.** Programme ① : $(-2-5)\times 4 = -7\times 4 = -28$

Programme ② : $(-2)\times 6 - 20 - 2\times(-2) = -12 - 20 + 4 = -28$

Donc avec les deux programmes, pour $x = -2$ on trouve le même résultat.

▶ **3.** On a saisi la formule $\boxed{=(A2-5)*4}$.

▶ **4.** Programme ① : $(x-5)\times 4 = 4x - 20$

Programme ② : $x\times 6 - 20 - 2x = 4x - 20$

Donc les deux programmes donnent, avec le même nombre pris au départ, le même résultat.

SUJET 25

France métropolitaine • Septembre 2017

Exercice 5 • 5 points

Affirmations

Pour chaque affirmation, dire, en justifiant, si elle est vraie ou fausse.

▶ **1. Affirmation 1**

Programme de calcul A • Choisir un nombre. • Ajouter 3. • Multiplier le résultat par 2. • Soustraire le double du nombre de départ.

Le résultat du programme de calcul A est toujours égal à 6.

▶ **2. Affirmation 2**

Le résultat du calcul $\frac{7}{5} - \frac{4}{5} \times \frac{1}{3}$ est égal à $\frac{1}{5}$.

▶ **3. Affirmation 3**

La solution de l'équation $4x - 5 = x + 1$ est une solution de l'équation $x^2 - 2x = 0$.

▶ **4. Affirmation 4**

Pour tous les nombres entiers n compris entre 2 et 9, $2^n - 1$ est un nombre premier.

LES CLÉS DU SUJET

■ Points du programme

Programme de calculs • Fractions • Équations du 1er degré à une inconnue • Arithmétique.

■ Nos coups de pouce

▶ **3.** Résous la première équation et remplace x par la valeur trouvée dans la seconde équation.

▶ **4.** Pour montrer qu'une affirmation est fausse, un contre-exemple suffit.

CORRIGÉ 25

▶ **1.** Affirmation vraie.

Soit x un nombre. Le programme calcule : $2(x+3)-2x$.

Or $2(x+3)-2x = 2x+6-2x = 6$.

▶ **2.** Affirmation fausse.

$$\frac{7}{5}-\frac{4}{5}\times\frac{1}{3}=\frac{7}{5}-\frac{4}{15}=\frac{21}{15}-\frac{4}{15}=\frac{17}{15}\neq\frac{1}{5}.$$

▶ **3.** Affirmation vraie.

On résout la première équation :

$4x-5=x+1$

$4x-x=1+5$

$3x=6$

$x=6\div 3=2$.

Donc la solution de la première équation est 2.

Or : $2^2-2\times 2=4-4=0$.

Donc 2 est aussi solution de l'équation $x^2-2x=0$.

▶ **4.** Affirmation fausse.

Prenons $n=4$, alors $2^n-1=2^4-1=16-1=15$.

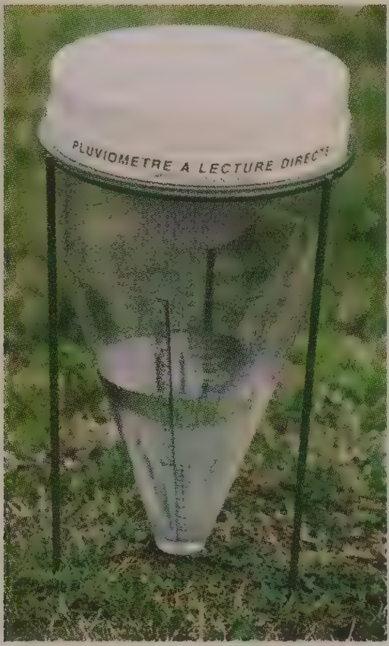
Or 15 est divisible par 3 et 5.

Donc 15 n'est pas un nombre premier.

Asie • Juin 2017

Exercice 5 • 8 points

Pluviomètre



© Benoit Plastique/DR

© Précis Mécanique/DR

Pour mesurer les précipitations, Météo France utilise deux sortes de pluviomètres :

– des pluviomètres à lecture directe ;

– des pluviomètres électroniques.

La mesure des précipitations s'exprime en millimètres.

On donne ainsi la hauteur d'eau H qui est tombée en utilisant la formule :

$H = \frac{V}{S}$, où V est le volume d'eau tombée sur une surface S.

Pour H exprimée en mm, V est exprimée en mm^3 et S en mm^2.

PARTIE 1 • PLUVIOMÈTRES À LECTURE DIRECTE

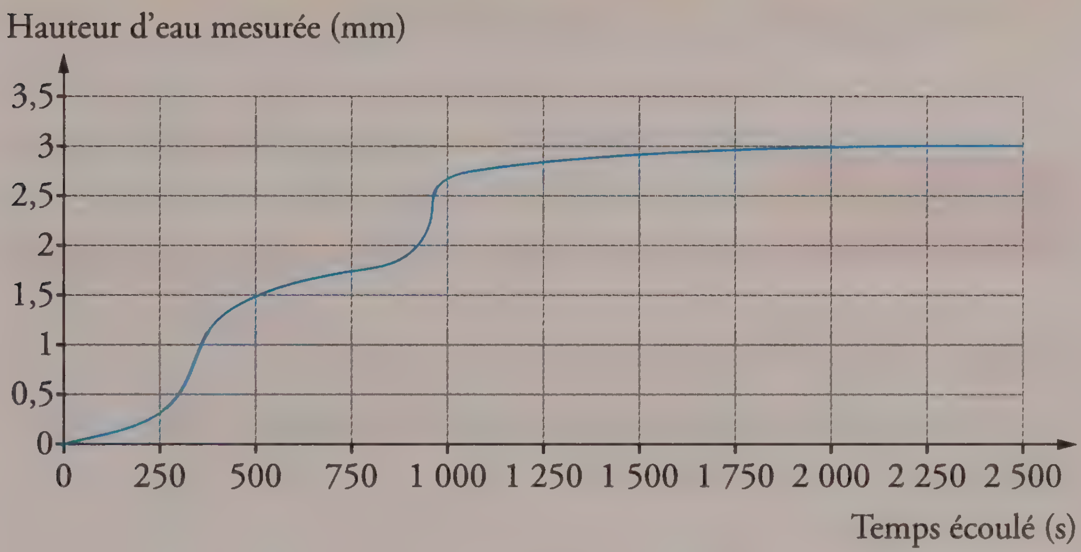
Ces pluviomètres sont composés d'un cylindre de réception et d'un réservoir conique gradué.

▶ **1.** Vérifier à l'aide de la formule que lorsqu'il est tombé 1 mm de pluie, cela correspond à 1 L d'eau tombée sur une surface de 1 m^2.

▶ **2.** Un pluviomètre indique 10 mm de pluie. La surface qui reçoit la pluie est de 0,001 m^2.
Quel est le volume d'eau dans ce pluviomètre ?

PARTIE 2 • PLUVIOMÈTRES ÉLECTRONIQUES

Durant un épisode pluvieux, on a obtenu le graphique suivant grâce à un pluviomètre électronique :



Hauteur d'eau mesurée en fonction du temps écoulé

▶ **1.** L'épisode pluvieux a commencé à 17 h 15.
Vers quelle heure la pluie s'est-elle arrêtée ?

▶ **2.** On qualifie les différents épisodes pluvieux de la façon suivante :

Types de pluie	Vitesse d'accumulation
Pluie faible	Jusqu'à 2,5 mm/h
Pluie modérée	Entre 2,6 et 7,5 mm/h
Pluie forte	Supérieure à 7,5 mm/h

À l'aide des informations données par le graphique et le tableau ci-dessus, cette pluie serait-elle qualifiée de faible, modérée ou forte ?

LES CLÉS DU SUJET

Points du programme

Conversion d'aires et de volumes • Vitesse • Conversion de durées.

Nos coups de pouce

Partie 1

▶ **1.** Pour passer d'une unité à sa précédente, dans le cas d'un volume, (par exemple des mm^3 au cm^3) on divise par 1 000.

Partie 2

▶ **1.** Regarde le moment où la courbe se stabilise.

CORRIGÉ 26

PARTIE 1 • PLUVIOMÈTRES À LECTURE DIRECTE

▶ **1.** Pour utiliser la formule, on doit d'abord convertir la surface S de 1 m^2 en mm^2 : $S = 1\ 000\ 000\ mm^2$.

On obtient alors :

$V = H \times S = 1 \times 1\ 000\ 000 = 1\ 000\ 000\ mm^3 = 1\ dm^3 = 1$ L.

Donc, lorsqu'il tombe 1 mm d'eau, cela correspond à 1 L d'eau tombée sur une surface de 1 m^2.

▶ **2.** Dans cette question, $S = 0{,}01\ m^2 = 10\ 000\ mm^2$.

On a alors : $V = H \times S = 10 \times 10\ 000 = 100\ 000\ mm^3 = \boxed{0{,}1\ L}$.

PARTIE 2 • PLUVIOMÈTRES ÉLECTRONIQUES

▶ **1.** D'après le graphique, l'épisode pluvieux s'est arrêté au bout de 1 900 s, et $1\ 900 = 31 \times 60 + 40$, donc 1 900 s = 31 min 40 s.

Donc la pluie s'est arrêtée vers 17 h 46 min 40 s.

▶ **2.** La vitesse d'accumulation de la pluie se calcule avec la formule :

$v_{acc.} = \dfrac{H}{t}$.

On a : $H = 3$ mm et $t = 1\ 900\ s \approx 0{,}5$ h. Donc : $v_{acc.} = \dfrac{3}{0{,}5} = \boxed{6\ mm/h}$.

Puisque $2{,}5 < 6 < 7{,}5$, la pluie peut être considérée comme modérée.

Amérique du Nord • Juin 2018
Exercice 7 • 15 points

Questions indépendantes

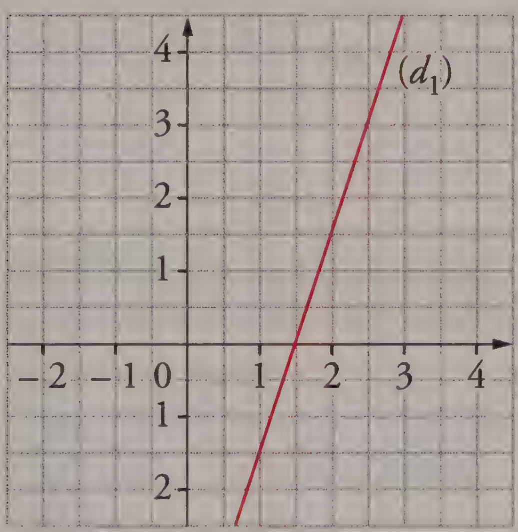
Les trois questions suivantes sont indépendantes.

▶ **1.** $A = 2x(x-1) - 4(x-1)$.
Développer et réduire l'expression A.

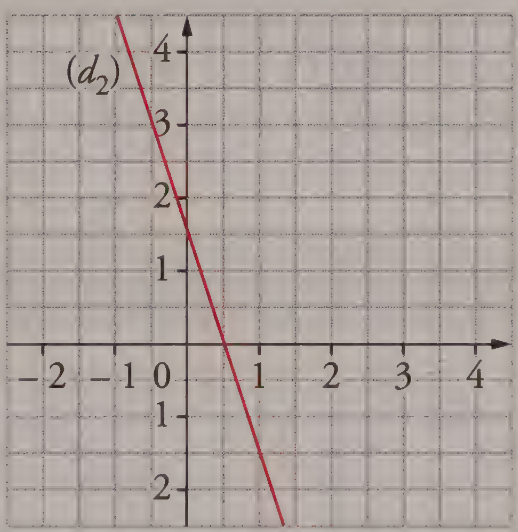
▶ **2.** Montrer que le nombre -5 est une solution de l'équation $(2x+1) \times (x-2) = 63$.

▶ **3.** On considère la fonction f définie par $f(x) = -3x + 1{,}5$.
a) Parmi les deux graphiques ci-dessous, quel est celui qui représente la fonction f ?
b) Justifiez votre choix.

Graphique A



Graphique B



LES CLÉS DU SUJET

Points du programme

Distributivité simple • Substitution • Représentation graphique de fonctions affines.

Nos coups de pouce

▶ **3.** Comment retrouve-t-on graphiquement le coefficient directeur et l'ordonnée à l'origine d'une fonction affine ?

CORRIGÉ 27

▶ **1.** $A = 2x(x-1) - 4(x-1)$

$A = 2x^2 - 2x - 4x + 4$

$A = \boxed{2x^2 - 6x + 4}$

▶ **2.** Remplaçons x par -5 dans le membre de gauche et montrons que l'on obtient 63 :

$$\begin{aligned}(2 \times (-5) + 1) \times (-5 - 2) &= (-10 + 1) \times (-7)\\ &= -9 \times (-7)\\ &= 63.\end{aligned}$$

Donc -5 est une solution de l'équation proposée.

> ATTENTION !
> Le produit de deux nombres relatifs de même signe est positif !

▶ **3. a)** Le graphique B représente la fonction f.

b) On peut justifier la réponse par l'une des propriétés suivantes.

• Le coefficient directeur de la droite représentant la fonction affine f est négatif donc la droite est décroissante.

• La fonction f a pour ordonnée à l'origine $+ 1{,}5$.

• L'image de 2 par f est $-4{,}5$ et non $1{,}5$.

Pondichéry • Mai 2018
Exercice 4 • 18 points

Comparaison de deux programmes

Programme A	Programme B
• Choisir un nombre • Soustraire 3 • Calculer le carré du résultat obtenu	• Choisir un nombre • Calculer le carré de ce nombre • Ajouter le triple du nombre de départ • Ajouter 7

▶ **1.** Corinne choisit le nombre 1 et applique le programme A. Expliquer, en détaillant, les calculs que le résultat du programme de calcul est 4.

▶ **2.** Tidjane choisit le nombre –5 et applique le programme B. Quel résultat obtient-il ?

▶ **3.** Lina souhaite regrouper le résultat de chaque programme à l'aide d'un tableur. Elle crée la feuille de calcul ci-dessous. Quelle formule, copiée ensuite à droite dans les cellules C3 à H3, a-t-elle saisie dans la cellule B3 ?

B2 ▾ | × ✓ *f*x | =(B1–3)^2

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Nombre de départ	– 3	– 2	–1	0	1	2	3
2	Résultat du programme A	36	25	16	9	4	1	0
3	Résultat du programme B	7	5	5	7	11	17	25

▶ **4.** Zoé cherche à trouver un nombre de départ pour lequel les deux programmes de calcul donnent le même résultat. Pour cela, elle appelle x le nombre choisi au départ et exprime le résultat de chaque programme de calcul en fonction de x.

a) Montrer que le résultat du programme A en fonction de x peut s'écrire sous forme développée et réduite : $x^2 - 6x + 9$.

b) Écrire le résultat du programme B en fonction de x.

c) Existe-t-il un nombre de départ pour lequel les deux programmes donnent le même résultat ? Si oui, lequel ?

LES CLÉS DU SUJET

Points du programme

Calcul littéral • Tableur • Équation.

Nos coups de pouce

▶ **1.** et **2.** Effectue successivement et dans l'ordre indiqué les différentes étapes des programmes de calcul en partant du nombre choisi.

▶ **4. a)** et **b)** Choisis un nombre quelconque x et applique les deux programmes de calcul.

c) Résous une équation.

CORRIGÉ 28

▶ **1.** Application du programme A par Corinne.

• Corinne choisit le nombre 1.

• Elle soustrait 3 à ce nombre et obtient -2.

• Puis elle calcule le carré du résultat obtenu. Elle obtient $(-2)^2$, c'est-à-dire 4.

Conclusion : Corinne obtient bien 4.

▶ **2.** Application du programme B par Tidjane.

• Tidjane choisit le nombre -5.

• Il calcule le carré de ce nombre. Il obtient $(-5)^2$, c'est-à-dire 25.

• Puis il ajoute le triple du nombre de départ, c'est-à-dire qu'il ajoute -15. Il obtient donc 10.

• Enfin il ajoute 7 et trouve 17.

Conclusion : Tidjane obtient 17.

▶ **3.** En B3 il faut saisir la formule $\boxed{= B1*B1+3*B1+7}$.

▶ **4. a)** Zoé choisit un nombre x et applique le programme A.

Elle soustrait 3 à ce nombre et trouve $(x-3)$.

Elle calcule le carré du résultat obtenu et obtient $(x-3)^2$.

En appliquant l'identité remarquable $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$, on peut affirmer que le résultat du programme est $\boxed{x^2 - 6x + 9}$.

b) Zoé choisit un nombre x et applique le programme B.

Elle élève au carré ce nombre et trouve x^2.

Elle ajoute le triple du nombre de départ, c'est-à-dire qu'elle ajoute $3x$. Elle obtient $x^2 + 3x$.

Enfin elle ajoute 7 et trouve $\boxed{x^2 + 3x + 7}$.

c) Pour répondre à la question, résolvons l'équation : $x^2 - 6x + 9 = x^2 + 3x + 7$.

Nous avons : $x^2 - 6x - x^2 - 3x = 7 - 9$, soit $-9x = -2$ ou encore $x = \dfrac{2}{9}$.

Conclusion : si on choisit $\dfrac{2}{9}$ pour nombre de départ, les deux programmes donnent le même résultat.

Pour obtenir ce résultat, remplaçons x par $\dfrac{2}{9}$ dans $x^2 + 3x + 7$ par exemple.

On trouve $\left(\dfrac{2}{9}\right)^2 + 3 \times \dfrac{2}{9} + 7$, soit $\boxed{\dfrac{625}{81}}$.

REMARQUE

On peut vérifier que l'on trouve également $\dfrac{625}{81}$ si on remplace x par $\dfrac{2}{9}$ dans $x^2 - 6x + 9$.

Centres étrangers • Juin 2018
Exercice 4 • 18 points

Exploitation d'un marais

Chaque été, Jean exploite son marais salant sur l'île de Ré, situé dans l'océan Atlantique, près de La Rochelle. Son marais se compose de carreaux (carrés de 4 m de côté) dans lesquels se récolte le sel.

PARTIE A • LE GROS SEL

Chaque jour, il récolte du gros sel sur 25 carreaux. Le premier jour, afin de prévoir sa production, il relève la masse en kilogrammes de chaque tas de gros sel produit par carreau. Voici la série statistique obtenue :
34 – 39 – 31 – 45 – 40 – 32 – 36 – 45 – 42 – 34 – 30 – 48 – 43
32 – 39 – 40 – 42 – 38 – 46 – 31 – 38 – 43 – 37 – 47 – 33

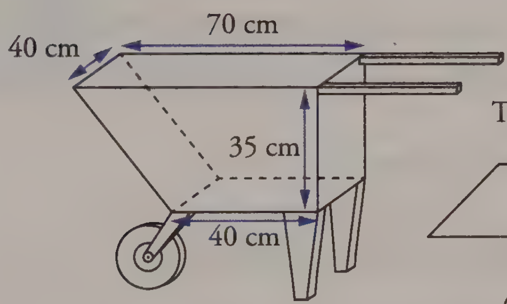
▶ **1.** Calculer l'étendue de cette série statistique.

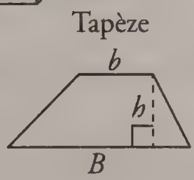
▶ **2.** Déterminer la médiane de cette série statistique et interpréter le résultat.

▶ **3.** Calculer la masse moyenne, en kg, des tas de gros sel pour ce premier jour.

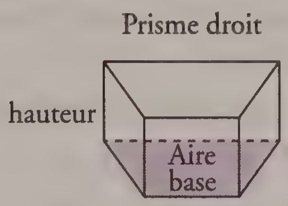
PARTIE B • LA FLEUR DE SEL

La fleur de sel est la mince couche de cristaux blancs qui se forme et affleure la surface des marais salants. Chaque soir, Jean cueille la fleur de sel à la surface des carreaux. Pour transporter sa récolte, il utilise une brouette comme sur le schéma ci-après.





$$\text{Aire} = \frac{(B+b)\times h}{2}$$



Volume = Aire base × hauteur

▶ **1.** Montrer que cette brouette a un volume de 77 litres.

▶ **2.** Sachant que 1 litre de fleur de sel pèse 900 grammes, calculer la masse, en kg, du contenu d'une brouette remplie de fleur de sel.

DONNÉES, FONCTIONS

LES CLÉS DU SUJET

Points du programme

Statistiques • Géométrie dans l'espace : calcul de volume.

Nos coups de pouce

Partie A

▶ **1.** Applique la définition de l'étendue d'une série statistique.

▶ **2.** Applique la définition de la médiane d'une série statistique.

▶ **3.** Applique la définition de la moyenne d'une série statistique FICHE 6.

Partie B

▶ **1.** Calcule le volume d'un prisme droit en utilisant les deux formules données dans l'énoncé. Transforme les cm^3 en litres en te souvenant que : 1 litre = 1 dm^3 = 1 000 cm^3.

CORRIGÉ 29

PARTIE A

▶ **1.** L'étendue e d'une série statistique est la différence entre la plus grande et la plus petite valeur de cette série.

$e = 48 - 30$ soit $\boxed{e = 18}$.

▶ **2.** La médiane M d'une série statistique est la valeur qui partage cette série, rangée par ordre croissant (ou décroissant), en deux parties de même effectif.

Rangeons la série statistique en ordre croissant :

30 – 31 – 31 – 32 – 32 – 33 – 34 – 34 – 36 – 37 – 38 – 38 – $\boxed{39}$ – 39 – 40 – 40 – 42 – 42 – 43 – 43 – 45 – 45 – 46 – 47 – 48.

Nous avons $\boxed{M = 39}$. En effet avant 39, il existe 12 termes, et après 39, il existe 12 termes aussi.

Interprétation : 50 % des valeurs de la série sont inférieures à 39 et 50 % des valeurs de la série sont supérieures à 39.

▶ **3.** La moyenne m d'une série statistique est égale au quotient de la somme de toutes les valeurs de la série par l'effectif total.

$$m = \frac{34 + 39 + 31 + 45 + 40 + \ldots + 43 + 37 + 47 + 33 + 25}{25}$$

$$m = \frac{965}{25} \text{ soit } \boxed{m = 38{,}6 \text{ kg}}.$$

PARTIE B

▶ **1.** Calculons l'aire $\mathcal{A}$ de la base. Celle-ci est un trapèze.

$$\mathcal{A} = \frac{(\text{grande base} + \text{petite base}) \times \text{hauteur}}{2}$$

$$= \frac{(70 + 40) \times 35}{2}$$

soit $\mathcal{A} = 1\ 925 \text{ cm}^2$

> **CONSEIL**
> Visualise bien la brouette afin d'identifier la grande base, la petite base, la hauteur du trapèze ainsi que la hauteur du prisme droit.

Calculons le volume $\mathcal{V}$ de la brouette.

$$\mathcal{V} = \text{aire de la base} \times \text{hauteur}$$
$$= 1\ 925 \times 40$$

soit $\mathcal{V} = 77\ 000 \text{ cm}^3$.

Mais un litre équivaut à 1 000 cm^3, donc $\boxed{\mathcal{V} = 77 \text{ litres}}$.

▶ **2.** Notons P la masse du contenu de la brouette.

$P = 77 \times 900 = 69\ 300$ g

ou encore $\boxed{P = 69{,}3 \text{ kg}}$ car 1 kg = 1 000 g.

Asie • Juin 2018
Exercice 1 • 10 points

Commandes en retard

Une entreprise a enregistré, pour chaque mois de l'année 2016, le pourcentage de commandes livrées en retard. Le diagramme suivant présente ces données.

DOCUMENT **Diagramme représentant le pourcentage de commandes livrées en retard sur l'année 2016**

▶ **1.** Quel est le mois de l'année où le pourcentage de commandes livrées en retard a été le plus important ?
Aucune justification n'est attendue.

▶ **2.** Pour quels mois de l'année ce pourcentage a-t-il été inférieur ou égal à 18 % ?
Aucune justification n'est attendue.

▶ **3.** Quelle est l'étendue de cette série de données ?

LES CLÉS DU SUJET

Points du programme

Statistiques : histogramme • Étendue d'une série statistique.

Nos coups de pouce

▶ **1.** Recherche la barre de plus grande hauteur.
▶ **2.** Recherche les barres dont les hauteurs correspondent à des valeurs inférieures ou égales à 18 %.
▶ **3.** Applique la définition de l'étendue d'une série statistique.
(Voir mémo en fin d'ouvrage.)

CORRIGÉ 30

▶ **1.** La barre la plus haute possède une hauteur de 26 %. Elle correspond au mois de septembre.
Conclusion : c'est pendant le mois de septembre que le pourcentage de commandes livrées en retard a été le plus grand.

▶ **2.** Les barres dont les hauteurs sont inférieures ou égales à 18 % correspondent aux mois de mai, juin, juillet et août.
Conclusion : c'est pendant les mois de mai, juin, juillet et août que ce pourcentage a été inférieur ou égal à 18 %.

ATTENTION !
À la question 2, bien lire le texte : « inférieur ou égal ».

▶ **3.** L'étendue e d'une série statistique est la différence entre la plus grande et la plus petite valeur de cette série de données.
$e = 26\ \% - 12\ \%$ soit $\boxed{e = 14\ \%}$.

Polynésie française • Juin 2018
Exercice 4 • 18 points

Club omnisport

PARTIE 1

Le responsable du plus grand club omnisport de la région a constaté qu'entre le 1er janvier 2010 et le 31 décembre 2012 le nombre total de ses adhérents a augmenté de 10 % puis celui-ci a de nouveau augmenté de 5 % entre le 1er janvier 2013 et le 31 décembre 2015. Le nombre total d'adhérents en 2010 était de 1 000.

▶ **1.** Calculer, en justifiant, le nombre total d'adhérents au 31 décembre 2012.

▶ **2.** Calculer, en justifiant, le nombre total d'adhérents au 31 décembre 2015.

▶ **3.** Martine pense qu'au 31 décembre 2015, il devrait y avoir 1 150 adhérents car elle affirme : « une augmentation de 10 % puis une autre de 5 %, cela fait une augmentation de 15 % ». Qu'en pensez-vous ? Expliquez votre réponse.

PARTIE 2

Au 1er janvier 2017, les effectifs étaient de 1 260 adhérents.
Voici le tableau de répartition des adhérents en 2017 en fonction de leur sport de prédilection.

	Effectif en 2017	**Angle en degrés correspondant (pour construire le diagramme circulaire)**	**Fréquence en %**
Planche à voile	392		
Beach volley	224		
Surf	644		
Total	1 260	360°	100 %

▶ **1.** Compléter la colonne intitulée « Angle en degrés correspondant ».
(Pour expliquer votre démarche, vous ferez figurer sur votre copie les calculs correspondants.)

▶ **2.** Pour représenter la situation, construire un diagramme circulaire de rayon 4 cm.

▶ **3.** Compléter la colonne « Fréquence en % ».

(Pour expliquer votre démarche, vous ferez figurer sur votre copie les calculs correspondants. Vous donnerez le résultat arrondi au centième près.)

LES CLÉS DU SUJET

Points du programme

Statistiques • Pourcentages • Diagramme circulaire.

Nos coups de pouce

Partie 1

Une augmentation de n % d'une quantité Q correspond à une augmentation de $\frac{n}{100} \times Q$. La quantité augmentée vaut alors $Q' = Q + \frac{n}{100} \times Q$.

Partie 2

▶ **1.** Cherche le coefficient de proportionnalité.

▶ **2.** Utilise un rapporteur.

▶ **3.** Cherche à nouveau le coefficient de proportionnalité.

CORRIGÉ 31

PARTIE 1

▶ **1.** Il y avait 1 000 adhérents en 2010. Entre le 1er janvier 2010 et le 31 décembre 2012, le nombre d'adhérents a augmenté de 10 %, c'est-à-dire de $1\,000 \times \frac{10}{100}$ soit 100. Il y avait donc 1 100 adhérents au 31 décembre 2012.

▶ **2.** Puis le nombre d'adhérents a augmenté de 5 % entre le 1er janvier 2013 et le 31 décembre 2015. Il a donc augmenté durant cette période de $1\,100 \times \frac{5}{100}$ soit 55 adhérents.

Il y avait donc 1 155 adhérents au 31 décembre 2015.

▶ **3.** Une augmentation de 15 % du nombre d'adhérents entre le 1er janvier 2010 et le 31 décembre 2015 aurait provoqué une augmentation de $1\,000 \times \frac{15}{100}$ soit 150 adhérents. Dans cette hypothèse le club omnisport aurait compté 1 150 adhérents au 31 décembre 2015 ce qui est différent des 1 155 adhérents trouvés en **1.**.

Conclusion : Martine a tort.

PARTIE 2

▶ **1.**

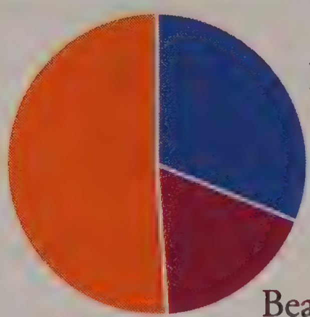
	Effectif en 2017	Angle en degrés correspondant (pour construire le diagramme circulaire)	Fréquence en %
Planche à voile	392	112°	31,11
Beach volley	224	64°	17,78
Surf	644	184°	51,11
Total	1 260	360°	100 %

Un angle de 360° correspond à un effectif de 1 260.

Pour la correspondance « Angles – Effectifs », le coefficient de proportionnalité est $\frac{360}{1\,260}$ soit $\frac{180 \times 2}{180 \times 7}$ ou encore $\frac{2}{7}$.

Pour compléter la colonne « Angles en degrés », il suffit de multiplier chaque terme de la colonne effectif par $\frac{2}{7}$ (voir tableau ci-dessus).

▶ **2.** Construisons un diagramme circulaire (dimensions réduites) :



REMARQUE
Il est possible de construire un diagramme circulaire en utilisant un tableur. C'est ultra rapide et très bien fait !

▶ **3.** Une fréquence de 100 % correspond à un effectif de 1 260.

Pour la correspondance « Fréquences – Effectifs en % », le coefficient de proportionnalité est $\frac{100}{1260}$ soit $\frac{20 \times 5}{20 \times 63}$ ou encore $\frac{5}{63}$.

Pour compléter la colonne « Fréquences en % », il suffit de multiplier chaque terme de la colonne effectif par $\frac{5}{63}$ (voir tableau ci-dessus).

Les fréquences en % sont arrondies au centième.

SUJET

32

France métropolitaine • Septembre 2018

Exercice 1 • 20 points

Course réalisée en 2018

PARTIE 1

On s'intéresse à une course réalisée au début de l'année 2018. Il y a 80 participants, dont 32 femmes et 48 hommes.
Les femmes portent des dossards rouges numérotés de 1 à 32. Les hommes portent des dossards verts numérotés de 1 à 48.
Il existe donc un dossard n° 1 rouge pour une femme, et un dossard n° 1 vert pour un homme, et ainsi de suite…

▶ **1.** Quel est le pourcentage de femmes participant à la course ?

▶ **2.** Un animateur tire au hasard le dossard d'un participant pour remettre un prix de consolation.
a) Soit l'événement V : « Le dossard est vert ». Quelle est la probabilité de l'événement V ?
b) Soit l'événement M : « Le numéro du dossard est un multiple de 10 ». Quelle est la probabilité de l'événement M ?
c) L'animateur annonce que le numéro du dossard est un multiple de 10. Quelle est alors la probabilité qu'il appartienne à une femme ?

PARTIE 2

À l'issue de la course, le classement est affiché ci-dessous.
On s'intéresse aux années de naissance des 20 premiers coureurs.

	A	B
1	Classement	Année de naissance
2	1	1983
3	2	1972
4	3	1966
5	4	2003
6	5	1986
7	6	1972
8	7	1979
9	8	1997
10	9	1959
11	10	1981
12	11	1970
13	12	1989
14	13	1988
15	14	1959
16	15	1993
17	16	1974
18	17	1960
19	18	1998
20	19	1969
21	20	2002
22		
23	Moyenne	1980

▶ **1.** On a rangé les années de naissance des coureurs dans l'ordre croissant :

1959	1959	1960	1966	1969
1970	1972	1972	1974	1979
1981	1983	1986	1988	1989
1993	1997	1998	2002	2003

Donner la médiane de la série.

▶ **2.** La moyenne de la série a été calculée dans la cellule B23.
Quelle formule a été saisie dans la cellule B23 ?

▶ **3.** Astrid remarque que la moyenne et la médiane de cette série sont égales. Est-ce le cas pour n'importe quelle autre série statistique ? Expliquer votre réponse.

LES CLÉS DU SUJET

■ Points du programme

Pourcentage • Probabilités • Statistiques : médiane et moyenne • Tableur.

■ Nos coups de pouce

Partie 1

▶ **1.** Soient n et N les nombres respectifs de femmes et de participants à la course. Le pourcentage t de femmes est donné par la relation $t = \frac{n}{N} \times 100$.

▶ **2.** Applique la formule $p(\mathrm{E}) = \frac{\text{nombre de résultats favorables}}{\text{nombre de résultats possibles}}$ où E désigne un événement.

Partie 2

▶ **1.** Applique la définition de la médiane d'une série statistique. (Voir mémo en fin d'ouvrage.)

▶ **3.** Utilise un contre-exemple.

CORRIGÉ 32

PARTIE 1

▶ **1.** Nous savons qu'il y a 32 femmes parmi les 80 participants à la course. Le pourcentage t de femmes est donné par la relation :

$$t = \frac{32}{80} \times 100 = 40.$$

Conclusion : $t = 40\ \%$.

▶ **2.** Appliquons la définition suivante : si E est un événement et si les résultats d'une expérience ont tous la même probabilité, alors :

$$p(\mathrm{E}) = \frac{\text{nombre de résultats favorables}}{\text{nombre de résultats possibles}}.$$

a) Il y a 48 dossards verts parmi les 80 dossards, donc $p(\mathrm{V})=\frac{48}{80}$, soit $\boxed{p(\mathrm{V})=0{,}6}$.

b) Il y a 4 multiples de 10 entre 1 et 48. Ce sont les nombres 10 ; 20 ; 30 et 40.

Il y a 3 multiples de 10 entre 1 et 32. Ce sont les nombres 10 ; 20 et 30.

Il y a donc en tout 7 dossards portant un nombre multiple de 10.

Donc $\boxed{p(\mathrm{M})=\frac{7}{80}}$.

c) Notons E l'événement « le numéro du dossard est celui d'une femme ».

Parmi les 7 dossards portant un numéro multiple de 10, il en existe 3 qui sont portés par une femme (ce sont les dossards : 10 rouge ; 20 rouge et 30 rouge).

Alors $\boxed{p(\mathrm{E})=\frac{3}{7}}$.

PARTIE 2

▶ **1.** Notons M la médiane de la série statistique. Nous avons $M=1980$. En effet avant 1980 il existe 10 années de naissance et après 1980 il existe aussi 10 années de naissance.

▶ **2.** En B23, il a été saisi la formule :
$\boxed{\text{=MOYENNE(B2:B21)}}$

REMARQUE
On peut saisir aussi la formule : =(SOMME(B2:B21)/20)

▶ **3.** La réponse à la question posée est non.
En effet, prenons par exemple la série statistique de 3 termes :

1993 – 1997 – 1998.

La moyenne est égale à 1996 et la médiane vaut 1997. Dans ce cas la moyenne et la médiane ne sont pas égales. (Nous venons d'utiliser un contre-exemple.)

SUJET 33

Polynésie française • Septembre 2017
Exercice 1 • 9 points

Médailles aux Jeux olympiques de Rio

Sur une feuille de calcul, on a reporté le classement des dix premiers pays, par le nombre de médailles, aux Jeux olympiques de Rio en 2016.

	A	B	C	D	E	F
1	**Rang**	**Pays**	**Or**	**Argent**	**Bronze**	**Total**
2	1	États-Unis	46	37	38	**121**
3	2	Grande-Bretagne	27	23	17	**67**
4	3	Chine	26	18	26	**70**
5	4	Russie	19	18	19	**56**
6	5	Allemagne	17	10	15	**42**
7	6	Japon	12	8	21	**41**
8	7	France	10	18	14	**42**
9	8	Corée du Sud	9	3	9	**21**
10	9	Italie	8	12	8	**28**
11	10	Australie	8	11	10	**29**

▶ **1.** Quelle formule, parmi les trois proposées, a été saisie dans la cellule F2 de cette feuille de calcul, avant qu'elle soit étirée vers le bas ?

Formule A	Formule B	Formule C
=46+37+38	=SOMME(C2:E2)	C2+D2+E2

▶ **2.** On observe la série des nombres de médailles d'or de ces dix pays.

a) Quelle est l'étendue de cette série ?

b) Quelle est la moyenne de cette série ?

▶ **3.** Quel est le pourcentage de médailles d'or remportées par la France par rapport à son nombre total de médailles ? Arrondir le résultat au dixième de %.

▶ **4.** Le classement aux Jeux olympiques s'établit selon le nombre de médailles d'or obtenues et non selon le nombre total de médailles. Pour cette raison, la France avec 42 médailles se retrouve derrière le Japon qui n'en a que 41. En observant l'Italie et l'Australie, établir la règle de classement en cas d'égalité sur le nombre de médailles d'or.

▶ **5.** Un journaliste sportif propose une nouvelle procédure pour classer les pays : chaque médaille d'or rapporte 3 points, chaque médaille d'argent rapporte 2 points et chaque médaille de bronze rapporte 1 point. Dans ces conditions, la France dépasserait-elle le Japon ?

LES CLÉS DU SUJET

Points du programme

Statistiques • Pourcentage.

Nos coups de pouce

▶ **2. a)** Applique la définition de l'étendue d'une série statistique (voir le « **Mémo du brevet** »).
b) Applique la définition de la moyenne d'une série statistique (voir le « **Mémo du brevet** »).
▶ **3.** Tu peux faire, par exemple, un tableau de proportionnalité.
▶ **4.** Compare le nombre de médailles d'argent obtenues par chacun des pays.
▶ **5.** Calcule les nombres de points qu'obtiendraient la France et le Japon. Compare ensuite les résultats obtenus.

CORRIGÉ 33

▶ **1.** La formule saisie dans la cellule F2 est $\boxed{\text{=SOMME(C2:E2)}}$, c'est-à-dire la formule B.

▶ **2. a)** On appelle étendue *e* d'une série statistique la différence entre la plus grande et la plus petite valeur de cette série statistique.

$e = 46 - 8 = 38$

L'étendue est $\boxed{e = 38}$.

b) On appelle moyenne *m* d'une série statistique le quotient de la somme des valeurs de la série statistique par l'effectif total.

$m = \dfrac{46+27+26+19+17+12+10+9+8+8}{10} = \dfrac{182}{10}$. Soit $\boxed{m = 18{,}2}$.

▶ **3.**

Nombre de médailles d'or obtenues par la France	10	p
Nombre total de médailles obtenues par la France	42	100

On trouve $p = \dfrac{10 \times 100}{42}$ soit $\boxed{p = 23{,}8\ \%}$ valeur arrondie au dixième de %.

ATTENTION
Il s'agit du nombre de médailles d'or obtenues par la France et du nombre total de médailles obtenues par la France également.

▶ **4.** L'Italie et l'Australie ont obtenu chacun 8 médailles d'or. Mais l'Italie a obtenu 12 médailles d'argent tandis que l'Australie n'en a obtenu que 11. Cela explique que l'Italie soit classée avant l'Australie.

La règle de classement en cas d'égalité sur le nombre de médailles d'or peut s'énoncer ainsi :

Si deux pays ont obtenu le même nombre de médailles d'or, le pays qui a obtenu plus de médailles d'argent que l'autre pays est classé avant ce dernier.

▶ **5.** Notons n_1 le nombre de points qu'obtiendrait la France.

Alors $n_1 = 10 \times 3 + 18 \times 2 + 14 \times 1 = 80$.

Notons n_2 le nombre de points qu'obtiendrait le Japon.

Alors $n_2 = 12 \times 3 + 8 \times 2 + 21 \times 1 = 73$.

Puisque 80 est supérieur à 73, la France dépasserait le Japon.

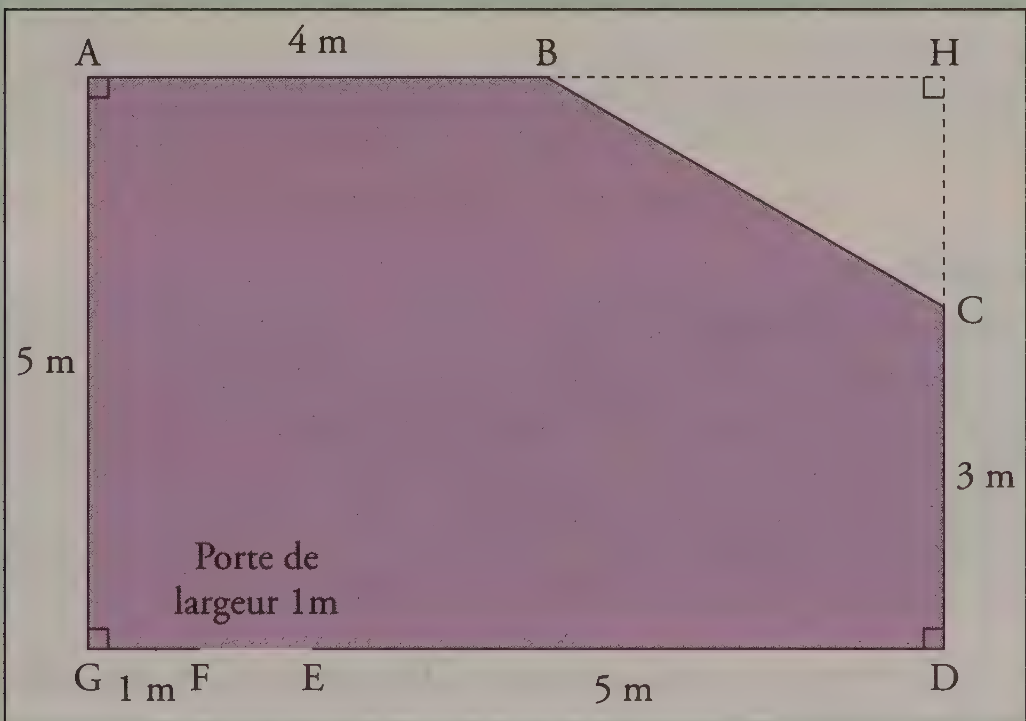
France métropolitaine • Septembre 2017
Exercice 4 • 9 points

Carrelage d'un salon

Monsieur Chapuis souhaite changer le carrelage et les plinthes[1] dans le salon de son appartement. Pour cela il doit acheter des carreaux, de la colle et des plinthes en bois qui seront clouées. Il dispose des documents suivants :

DOCUMENT 1 **Plan**

La pièce correspond à la partie colorée.

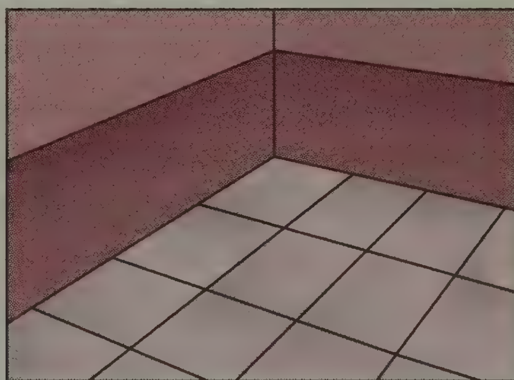


Le schéma ci-dessus n'est pas réalisé à l'échelle.

1. Une plinthe est un élément décoratif de faible hauteur fixé au bas des murs le long du sol.

DOCUMENT 2

Carrelage
Taille d'un carreau : 50 cm × 50 cm
Épaisseur d'un carreau : 0,9 cm
Conditionnement : 1,25 m^2 par boîte
Prix : 19,95 € par boîte



Plinthe*
Forme : rectangulaire de longueur 1 m
Vendue à l'unité
Prix : 2,95 € la plinthe en bois

DOCUMENT 3

Colle pour le carrelage
Conditionnement : sac de 25 kg
Rendement (aire que l'on peut coller) : 4 m^2 par sac
Prix : 22 € le sac
Paquet de clous pour les plinthes
Prix : 5,50 € le paquet

▶ **1. a)** En remarquant que la longueur GD est égale à 7 m, déterminer l'aire du triangle BCH.
b) Montrer que l'aire de la pièce est 32 m^2.

▶ **2.** Pour ne pas manquer de carrelage ni de colle, le vendeur conseille à monsieur Chapuis de prévoir une aire supérieure de 10 % à l'aire calculée à la question **1.**
Monsieur Chapuis doit acheter des boîtes entières et des sacs entiers. Déterminer le nombre de boîtes de carrelage et le nombre de sacs de colle à acheter.

▶ **3.** Le vendeur recommande aussi de prendre une marge de 10 % sur la longueur des plinthes. Déterminer le nombre total de plinthes que monsieur Chapuis doit acheter pour faire le tour de la pièce. On précise qu'il n'y a pas de plinthe sur la porte.

▶ **4.** Quel est le montant de la dépense de monsieur Chapuis, sachant qu'il peut se contenter d'un paquet de clous ? Arrondir la réponse à l'euro près.

LES CLÉS DU SUJET

Points du programme

Calcul d'aires • Pourcentage.

Nos coups de pouce

▶ **1. a)** En utilisant le document 1, calcule les mesures des longueurs des segments [HB] et [HC], puis applique la formule donnant l'aire d'un triangle rectangle.
b) Soustrais deux aires judicieusement choisies.
▶ **2.** Utilise la partie relative au carrelage du document 2 et le document 3 pour la colle.
▶ **3.** Sers-toi de la partie relative aux plinthes du document 2.

CORRIGÉ 34

▶ **1. a)** Nous avons HB = AH – AB.

Mais AH = GD = 7 m, donc HB = 7 – 4 = 3 m.

De plus HC = HD – CD = 5 – 3 = 2 m.

Notons $\mathcal{A}_1$ l'aire du triangle BCH rectangle en H.

L'aire d'un triangle rectangle est égale à la moitié du produit des deux côtés de l'angle droit.

Donc $\mathcal{A}_1 = \dfrac{\text{HB} \times \text{HC}}{2}$ soit $\mathcal{A}_1 = \dfrac{3 \times 2}{2}$ ou encore $\boxed{\mathcal{A}_1 = 3 \text{ m}^2}$.

b) Notons $\mathcal{A}$ l'aire de la pièce. Elle est égale à la différence entre l'aire du rectangle AHDG et celle du triangle BCH.

$\mathcal{A} = \text{GD} \times \text{AG} - \mathcal{A}_1$, soit $\mathcal{A} = 7 \times 5 - 3$ ou encore $\boxed{\mathcal{A} = 32 \text{ m}^2}$.

DONNÉES, FONCTIONS

▶ **2.** Notons $\mathscr{A}'$ l'aire qu'il convient de prévoir sur les conseils du vendeur.

$\mathscr{A}' = \mathscr{A} + \frac{10}{100} \times \mathscr{A}$ soit $\mathscr{A}' = 32 + \frac{10}{100} \times 32$ ou encore $\mathscr{A}' = 35{,}2\ \text{m}^2$.

ATTENTION
Ne pas oublier la marge de 10 %.

Soit n_1 le nombre de boîtes de carrelage nécessaires.

Alors $n_1 = \frac{35{,}2}{1{,}25} = 28{,}16$. Mais n_1 doit être un nombre entier, donc Monsieur Chapuis doit acheter 29 boîtes de carrelage.

Soit n_2 le nombre de sacs de colle nécessaires.

Alors $n_2 = \frac{35{,}2}{4} = 8{,}8$. Mais n_2 doit être un nombre entier, donc Monsieur Chapuis doit acheter 9 sacs de colle.

▶ **3.** Calculons la longueur L_1 de plinthes nécessaire.

$L_1 = \text{AB} + \text{BC} + \text{CD} + \text{DE} + \text{FG} + \text{GA}$.

Calculons BC. Pour ce faire, appliquons le théorème de Pythagore au triangle BCH rectangle en H.

$\text{BC}^2 = \text{BH}^2 + \text{HC}^2 = 3^2 + 2^2 = 13$ soit $\text{BC} = \sqrt{13}$.

Alors $L_1 = 4 + \sqrt{13} + 3 + 5 + 1 + 5 = 18 + \sqrt{13}$ et $L_1 = 21{,}61$ m, valeur approchée au centième.

Soit L la longueur des plinthes à acheter en tenant compte d'une marge de 10 %. $L = L_1 + \frac{10}{100} \times L_1 = 1{,}1 \times L_1$ soit $L = 1{,}1 \times 21{,}61$ m ou encore $L = 23{,}77$ m, valeur approchée au centième.

Le nombre de plinthes à acheter est un nombre entier : il faut donc acheter 24 plinthes.

▶ **4.** Il faut additionner le coût du carrelage, le coût de la colle, le coût des plinthes et le coût du paquet de clous.

ATTENTION
Ne pas oublier le paquet de clous.

Notons D le montant de la dépense.

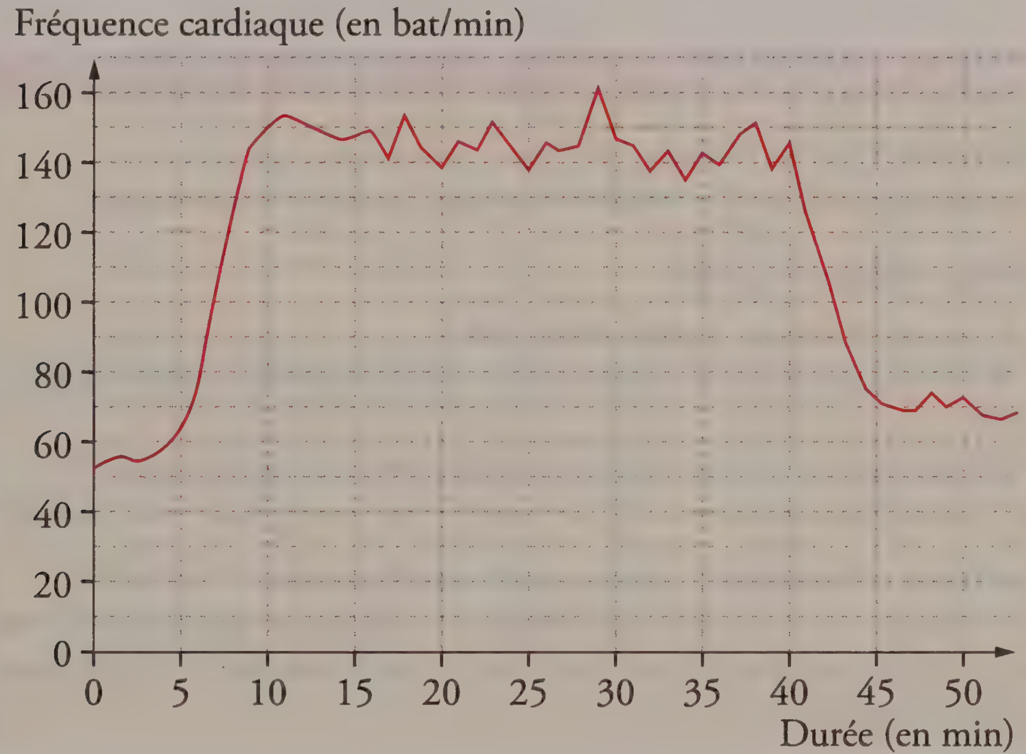
$D = 29 \times 19{,}95 + 9 \times 22 + 24 \times 2{,}95 + 5{,}5 = 852{,}85$

$\boxed{D = 853\ €}$, valeur arrondie à l'euro près.

Pondichéry • Mai 2018
Exercice 6 • 15 points

Fréquence cardiaque

Chris fait une course à vélo tout terrain (VTT). Le graphique ci-dessous représente sa fréquence cardiaque (en battements par minute) en fonction du temps lors de la course.



▶ **1.** Quelle est la fréquence cardiaque de Chris au départ de sa course ?

▶ **2.** Quel est le maximum de la fréquence cardiaque atteinte par Chris au cours de sa course ?

▶ **3.** Chris est parti à 9 h 33 de chez lui et termine sa course à 10 h 26. Quelle a été la durée, en minutes, de sa course ?

▶ **4.** Chris a parcouru 11 km lors de cette course. Montrer que sa vitesse moyenne est d'environ 12,5 km/h.

▶ **5.** On appelle FCM (fréquence cardiaque maximale) la fréquence maximale que peut supporter l'organisme. Celle de Chris est FCM = 190 battements par minute. En effectuant des recherches sur des sites internet spécialisés, il a trouvé le tableau suivant.

Effort	léger	soutenu	tempo	seuil anaérobie
Fréquence cardiaque mesurée	Inférieur à 70 % de la FCM	70 à 85 % de la FCM	85 à 92 % de la FCM	92 à 97 % de la FCM

Estimer la durée de la période pendant laquelle Chris a fourni un effort soutenu au cours de sa course.

LES CLÉS DU SUJET

Points du programme

Lectures graphiques • Grandeur composée quotient • Pourcentages.

Nos coups de pouce

▶ **1.** Lis l'ordonnée du point A d'abscisse 0.

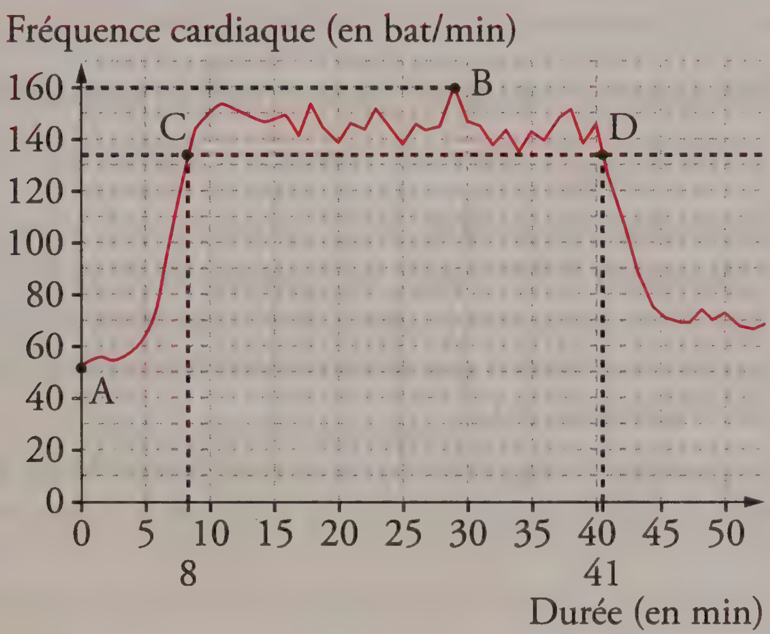
▶ **2.** On appelle B le point dont l'ordonnée est maximum. Lis l'ordonnée de B.

▶ **3.** Calcule la différence entre l'heure d'arrivée et celle de départ.

▶ **4.** Applique la relation $v = \frac{d}{t}$ où v est la vitesse moyenne, d la distance parcourue et t le temps mis pour la parcourir. Conclus.

▶ **5.** Calcule 70 % et 85 % de la fréquence cardiaque maximale. Puis lis les abscisses des points C et D dont les ordonnées sont les deux nombres précédemment calculés. Conclus.

CORRIGÉ 35



▶ **1.** Nous lisons sur le graphique que le point A d'abscisse 0 et situé sur la courbe a une ordonnée égale à environ 53.

Conclusion : la fréquence cardiaque de Chris au départ de sa course est d'environ 53 battements par minute.

▶ **2.** On appelle B le point du graphique dont l'ordonnée est maximum. Nous lisons que l'ordonnée de B est environ 160.

Conclusion : le maximum de la fréquence cardiaque atteinte par Chris au cours de la course est d'environ 160 battements par minute.

▶ **3.** Notons t la durée de la course.

$t = 10$ h 26 min – 9 h 33 min ou encore $t = 9$ h 86 min – 9 h 33 min soit $\boxed{t = 53 \text{ min}}$.

▶ **4.** Appliquons la relation $v = \dfrac{d}{t}$ où v est la vitesse moyenne, d la distance parcourue et t le temps mis pour la parcourir.

Nous savons que $d = 11$ km et $t = 53$ min $= \dfrac{53}{60}$ h.

> ATTENTION !
> Ici, il est judicieux de prendre la distance en kilomètres et le temps en heures pour obtenir la vitesse en km/h.

DONNÉES, FONCTIONS

Donc $v = \dfrac{11}{\dfrac{53}{60}} = 11 \times \dfrac{60}{53} = \dfrac{660}{53} = 12{,}452\ldots$

Conclusion : la vitesse moyenne de Chris est d'environ 12,5 km/h.

▶ **5.** Un effort soutenu correspond à une fréquence cardiaque comprise entre $\dfrac{70}{100} \times 190$ et $\dfrac{85}{100} \times 190$, c'est-à-dire entre 133 et 161 (valeur arrondie) battements par minute.

La droite d'équation $y = 133$ coupe le graphique en C et D. On lit sur ce dernier que les abscisses des points C et D sont respectivement 8 et 41 (environ). De plus on sait que le nombre de battements maximum est 160, donc inférieur à 161.

Conclusion : la durée de la période pendant laquelle Chris a fourni un effort soutenu durant la course est de (41 – 8) soit 33 minutes.

Centres étrangers • Juin 2018
Exercice 3 • 16 points

Montres

Thomas possède une montre qu'il compose en assemblant des cadrans et des bracelets de plusieurs couleurs. Pour cela, il dispose de :
– deux cadrans : un rouge et un jaune ;
– quatre bracelets : un rouge, un jaune, un vert et un noir.

▶ **1.** Combien y a-t-il d'assemblages possibles ?
Il choisit au hasard un cadran et un bracelet pour composer sa montre.

▶ **2.** Déterminer la probabilité d'obtenir une montre toute rouge.

▶ **3.** Déterminer la probabilité d'obtenir une montre d'une seule couleur.

▶ **4.** Déterminer la probabilité d'avoir une montre de deux couleurs.

LES CLÉS DU SUJET

Points du programme

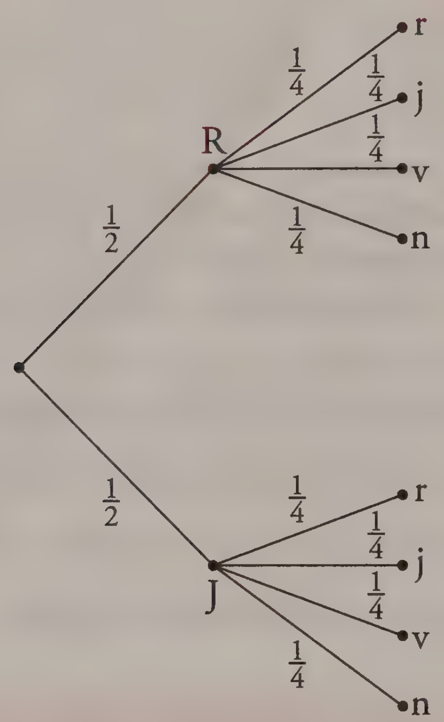
Probabilités.

Nos coups de pouce

Construis un arbre pondéré.
Applique la définition suivante : si E est un événement et si les résultats d'une expérience ont tous la même probabilité, alors :
$p(\text{E}) = \dfrac{\text{nombre de résultats favorables}}{\text{nombre de résultats possibles}}$.

CORRIGÉ 36

Arbre pondéré



Légende
R : cadran rouge J : cadran jaune
r : bracelet rouge j : bracelet jaune
v : bracelet vert n : bracelet noir.

▶ **1.** Il existe 8 assemblages possibles. Ils sont donnés par l'arbre ci-dessus.
(R, r), (R, j), (R, v), (R, n), (J, r), (J, j), (J, v) et (J, n).

▶ **2.** Soit E_1 l'événement « la montre est toute rouge ».
Il existe un seul résultat favorable, (R, r), et 8 résultats possibles.

$$\boxed{p(E_1) = \frac{1}{8}}.$$

▶ **3.** Soit E_2 l'événement « la montre est d'une seule couleur ».
Il existe deux résultats favorables, (R, r) et (J, j), et 8 résultats possibles.

$p(E_2) = \frac{2}{8}$ soit $\boxed{p(E_2) = \frac{1}{4}}$.

▶ **4.** Soit E_3 l'événement « la montre est de 2 couleurs ».
Il existe 6 résultats favorables, (R, j), (R, v), (R, n), (J, r), (J, v) et (J, n), et 8 résultats possibles.

$p(E_3) = \frac{6}{8}$ soit $\boxed{p(E_3) = \frac{3}{4}}$.

Autre méthode

On obtient nécessairement une montre d'une seule couleur ou de deux couleurs. Donc

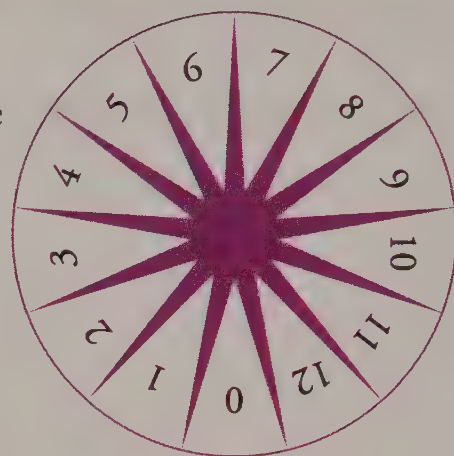
$p(E_2) + p(E_3) = 1$ soit $p(E_3) = 1 - p(E_2) = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$.

SUJET 37

Pondichéry • Mai 2018
Exercice 1 • 13 points

Jeu de hasard

On considère un jeu composé d'un plateau tournant et d'une boule. Représenté ci-contre, ce plateau comporte 13 cases numérotées de 0 à 12. On lance la boule sur le plateau. La boule finit par s'arrêter au hasard sur une case numérotée. La boule a la même probabilité de s'arrêter sur chaque case.



▶ **1.** Quelle est la probabilité que la boule s'arrête sur la case numérotée 8 ?

▶ **2.** Quelle est la probabilité que le numéro de la case sur lequel la boule s'arrête soit un nombre impair ?

▶ **3.** Quelle est la probabilité que le numéro de la case sur lequel la boule s'arrête soit un nombre premier ?

▶ **4.** Lors des deux derniers lancers, la boule s'est arrêtée à chaque fois sur la case numérotée 9. A-t-on maintenant plus de chances que la boule s'arrête sur la case numérotée 9 plutôt que sur la case numérotée 7 ? Argumenter à l'aide d'un calcul de probabilités.

LES CLÉS DU SUJET

Points du programme

Probabilités.

Nos coups de pouce

Dans tout cet exercice, applique la définition : si E est un événement et si les résultats d'une expérience ont tous la même probabilité, alors :
$$p(\text{E}) = \frac{\text{nombre de résultats favorables}}{\text{nombre de résultats possibles}}.$$

CORRIGÉ 37

▶ **1.** Notons E_1 l'événement : « la boule s'arrête sur la case numérotée 8 ». Chaque case a la même probabilité de recevoir la boule, alors :

$$p(E_1) = \frac{\text{nombre de résultats favorables}}{\text{nombre de résultats possibles}}.$$

Il existe une seule case numérotée 8 et 13 cases possibles.

$$\boxed{p(E_1) = \frac{1}{13}}$$

▶ **2.** Notons E_2 l'événement : « la boule s'arrête sur une case désignée par un numéro impair ».
Il existe 6 cases désignées par un numéro impair (1 ; 3 ; 5 ; 7 ; 9 ; 11) et 13 cases possibles.

$$\boxed{p(E_2) = \frac{6}{13}}$$

▶ **3.** Notons E_3 l'événement : « la boule s'arrête sur une case désignée par un nombre premier ».
Il existe 5 cases désignées par un nombre premier (2 ; 3 ; 5 ; 7 ; 11) et 13 cases possibles.

$$\boxed{p(E_3) = \frac{5}{13}}$$

> RAPPEL
> 2 admet exactement deux diviseurs distincts (1 et lui-même). 2 est donc bien un nombre premier.

▶ **4.** Notons E_4 et E_5 les événements respectifs : « la boule s'arrête sur la case numérotée 9 » et « la boule s'arrête sur la case numérotée 7 ».
Il existe une seule case numérotée 9 et une seule case numérotée 7.
Alors :

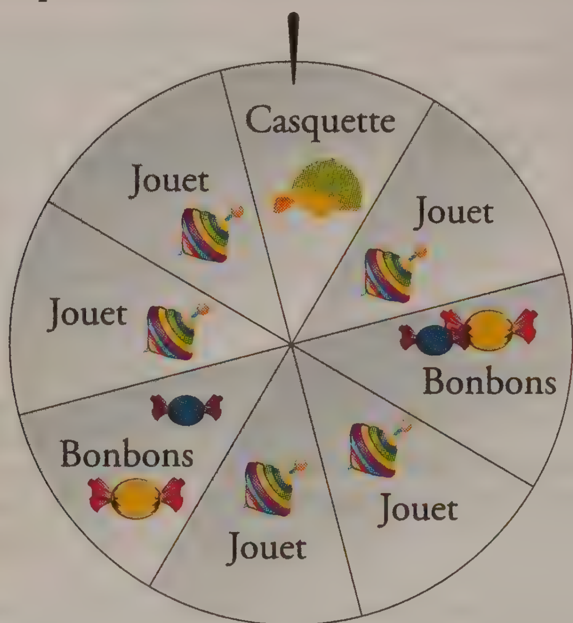
$$\boxed{p(E_4) = p(E_5) = \frac{1}{13}}$$

Conclusion : il n'y a donc pas plus de chance que la boule s'arrête sur la case numérotée 9 plutôt que sur la case numérotée 7.

Nouvelle-Calédonie • Décembre 2018
Exercice 2 • 12 points

La roue

À un stand d'une kermesse, on fait tourner une roue pour gagner un lot (un jouet, une casquette ou des bonbons). Une flèche permet de désigner le secteur gagnant sur la roue.
On admet que chaque secteur a autant de chance d'être désigné.



▶ **1. a)** Quelle est la probabilité de l'événement « on gagne des bonbons » ?
b) Définir par une phrase l'événement contraire de l'événement « on gagne des bonbons ».
c) Quelle est la probabilité de l'événement défini au **1. b)** ?

▶ **2.** Soit l'événement « on gagne une casquette ou des bonbons ». Quelle est la probabilité de cet événement ?

LES CLÉS DU SUJET

Points du programme

Probabilités.

Nos coups de pouce

▶ **1. a)** Tous les secteurs ont la même probabilité d'être sélectionné, alors utilise la formule : $p(\text{E}) = \dfrac{\text{nombre de résultats favorables}}{\text{nombre de résultats possibles}}$.

b) Écris la phrase donnée à la forme négative.

c) Utilise la formule $p(\text{E}) + p(\overline{\text{E}}) = 1$.

▶ **2.** Additionne le nombre de secteurs désignant une casquette ou des bonbons.

CORRIGÉ 38

▶ **1. a)** Notons E l'événement « on gagne des bonbons ».

$$p(\text{E}) = \frac{\text{nombre de résultats favorables}}{\text{nombre de résultats possibles}} = \frac{2}{8}$$

Conclusion : $\boxed{p(\text{E}) = \frac{1}{4}}$

b) L'événement contraire de l'événement E « on gagne des bonbons » est l'événement « on ne gagne pas de bonbons ». Il est noté $\overline{\text{E}}$.

c) On sait que $p(\text{E}) + p(\overline{\text{E}}) = 1$.

Donc $p(\overline{\text{E}}) = 1 - p(\text{E}) = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$.

Conclusion : $\boxed{p(\overline{\text{E}}) = \frac{3}{4}}$.

> AUTRE MÉTHODE
> On peut aussi faire le calcul directement.
> $p(\overline{\text{E}}) = \frac{1+5}{8} = \frac{3}{4}$.
> En effet pour que $\overline{\text{E}}$ se réalise, il faut gagner une casquette ou un jouet.

▶ **2.** Notons F l'événement « on gagne une casquette ou des bonbons ».

$$p(\text{F}) = \frac{1+2}{8} = \frac{3}{8}$$

Conclusion : $\boxed{p(\text{F}) = \frac{3}{8}}$.

Nouvelle-Calédonie • Décembre 2017
Exercice 7 • 5 points

Jeux entre amis

Aurel, Alexandra, Nathalie et Eli sont des fans de jeux de société.
Ils possèdent 60 jeux différents.
Un après-midi, ils décident de jouer à un de leurs jeux.
N'arrivant pas à se mettre d'accord, ils le choisissent au hasard parmi l'ensemble de leurs jeux.
Dans ce tableau sont présentés les jeux préférés de chacun d'eux :

Aurel	Alexandra	Nathalie	Eli
Kemet	Epix	Fourberies	Hyperborea
Pitch car	Colt express	Happy pigs	Cyclades
Miniville	Happy pigs		Happy pigs
King of Tokyo			
Bruxelle			

Les joueurs tirent un jeu au hasard parmi les 60 jeux qu'ils possèdent.

▶ **1.** Quelle est la probabilité que le jeu tiré soit un des jeux préférés d'Aurel ?

▶ **2.** Quelle est la probabilité que le jeu tiré soit un des jeux préférés d'Alexandra ou Nathalie ?

▶ **3.** Ces quatre amis ont noté la durée, en minutes, de chaque partie jouée ce mois-ci :

72 ; 35 ; 48 ; 52 ; 26 ; 55 ; 43 ; 105.

a) Calculer la durée moyenne d'une partie.
b) Calculer la médiane de la série ci-dessus.
c) Interpréter le résultat obtenu à la question **b)**.

LES CLÉS DU SUJET

Points du programme

Probabilités • Statistiques.

Nos coups de pouce

▶ **1.** et ▶ **2.** Tous les résultats de l'expérience ont la même probabilité, alors on peut utiliser la formule $p(\text{E}) = \dfrac{\text{nombre de résultats favorables}}{\text{nombre de résultats possibles}}$.

▶ **3.** Applique les définitions de la moyenne et de la médiane d'une série statistique.

CORRIGÉ 39

▶ **1.** Notons E_1 l'événement « le jeu tiré est l'un des jeux préférés d'Aurel ». Aurel a cinq jeux préférés parmi les 60 jeux.

$p(\text{E}_1) = \dfrac{5}{60}$ ou encore $\boxed{p(\text{E}_1) = \dfrac{1}{12}}$.

▶ **2.** Notons E_2 l'événement « le jeu tiré est l'un des jeux préférés d'Alexandra ou de Nathalie ».

Alexandra a 3 jeux préférés : Epix, Colt express et Happy pigs, tandis que Nathalie en a 2 : Fourberies et Happy pigs.

Les jeux préférés d'Alexandra ou de Nathalie sont au nombre de 4 : Epix, Colt express, Happy pigs et fourberies.

> ATTENTION
> Ne compte pas deux fois le même jeu (ici, Happy pigs).

Donc $p(\text{E}_2) = \dfrac{4}{60}$ ou encore $\boxed{p(\text{E}_2) = \dfrac{1}{15}}$.

▶ **3. a)** Nous savons que la moyenne m d'une série statistique est le quotient de la somme de toutes les valeurs de la série par l'effectif total.

$m = \dfrac{72+35+48+52+26+55+43+105}{8} = \dfrac{436}{8}$ soit $m = 54{,}5$ min

ou $\boxed{m = 54 \text{ min } 30 \text{ s}}$.

b) Nous savons que la médiane M d'une série statistique est la valeur qui partage la série statistique rangée par ordre croissant (ou décroissant) en deux parties de même effectif.

Rangeons, par exemple, la série en ordre croissant. Nous avons :

$$26 ; 35 ; 43 ; 48 ; 52 ; 55 ; 72 ; 105.$$

Tout nombre compris entre 48 et 52 est une médiane. En effet Il existe 4 nombres avant et 4 nombres après. On prend souvent pour médiane la moyenne arithmétique de ces deux nombres, c'est-à-dire 50. Donc $M = 50$.

c) Nous pouvons affirmer que la moitié des parties a duré moins de 50 minutes et l'autre moitié plus de 50 minutes.

Polynésie française • Juin 2017
Exercice 4 • 6 points

Baklava et probabilités

Le *baklava* est une pâtisserie traditionnelle dans plusieurs pays comme la Bulgarie ou le Maroc. Il s'agit d'un dessert long à préparer, à base de pâte feuilletée, de miel, de noix ou de pistaches ou de noisettes, selon les régions.
Dans un sachet non transparent, on a sept baklavas indiscernables au toucher portant les lettres du mot BAKLAVA.

B A K L A V A

On tire au hasard un gâteau dans ce sachet et on regarde la lettre inscrite sur le gâteau.

▶ **1.** Quelles sont les issues de cette expérience ?

▶ **2.** Déterminer les probabilités suivantes :
a) La lettre tirée est un L.
b) La lettre tirée n'est pas un A.

▶ **3.** Enzo achète un sachet contenant 10 baklavas tous indiscernables au toucher.
Ce sachet contient 2 baklavas à base de pistaches, 4 baklavas à base de noisettes et les autres baklavas sont à base de noix. Enzo pioche au hasard un gâteau et le mange ; c'est un gâteau à base de noix. Il souhaite en manger un autre.
Son amie Laura affirme que, s'il veut maintenant prendre un nouveau gâteau, il aura plus de chances de piocher un gâteau à base de noix. A-t-elle raison ? Justifier la réponse.

LES CLÉS DU SUJET

Point du programme

Probabilités.

Nos coups de pouce

▶ **1.** Une issue désigne tout résultat obtenu par une expérience aléatoire.
▶ **2.** Utilise la formule permettant de calculer la probabilité d'un événement en fonction du nombre d'issues qui le réalisent.
▶ **3.** Compare les probabilités de piocher un gâteau à base de noisettes, un gâteau à base de pistaches et un gâteau à base de noix.

CORRIGÉ 40

▶ **1.** Il existe 7 issues possibles : B, A, K, L, A, V, A.

▶ **2. a)** Notons E l'événement : « Tirer un L ».
Il existe 1 issue favorable (L) et 7 issues possibles.

Donc $p(\mathrm{E}) = \boxed{\dfrac{1}{7}}$.

b) Notons F l'événement : « La lettre tirée n'est pas un A ».
Il existe 4 issues favorables (B, K, L, V) et 7 issues possibles.

Donc $p(\mathrm{F}) = \boxed{\dfrac{4}{7}}$.

▶ **3.** Puisqu'Enzo a tiré et mangé un gâteau à base de noix, il reste dans le sachet : 2 baklavas à base de pistaches, 4 baklavas à base de noisettes et 3 baklavas à base de noix.
Notons p_1, p_2 et p_3 les probabilités respectives de tirer un gâteau à base de pistaches, un gâteau à base de noisettes et un gâteau à base de noix.

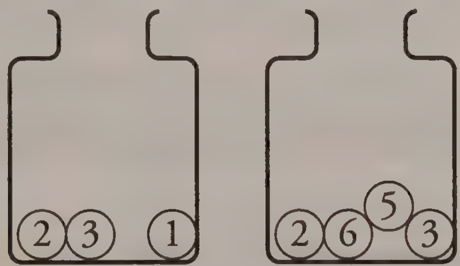
> **Remarque**
> Attention, il ne reste plus que 9 gâteaux !

Nous avons $p_1 = \dfrac{2}{9}$, $p_2 = \dfrac{4}{9}$ et $p_3 = \dfrac{3}{9}$. Comparons ces trois probabilités. Nous remarquons que $p_2 > p_3 > p_1$.
Conclusion : Enzo a plus de chance de piocher un gâteau à base de noisettes qu'un gâteau à base de noix. Donc Laura a tort.

Amérique du Nord • Juin 2018
Exercice 3 • 15 points

Les nombres

Deux urnes contiennent des boules numérotées indiscernables au toucher. Le schéma ci-dessous représente le contenu de chacune des urnes. On forme un nombre entier à deux chiffres en tirant au hasard une boule dans chaque urne :
– le chiffre des dizaines est le numéro de la boule issue de l'urne D ;
– le chiffre des unités est le numéro de la boule issue de l'urne U.



Urne D Urne U

Exemple : en tirant la boule 1 de l'urne D et ensuite la boule 5 de l'urne U, on forme le nombre 15.

▶ **1.** A-t-on plus de chance de former un nombre pair que de former un nombre impair ?

▶ **2. a)** Sans justifier, indiquer les nombres premiers qu'on peut former lors de cette expérience.
b) Montrer que la probabilité de former un nombre premier est égale à $\frac{1}{6}$.

▶ **3.** Définir un événement dont la probabilité de réalisation est égale à $\frac{1}{3}$.

LES CLÉS DU SUJET

Points du programme

Probabilités • Notion de nombre premier.

Nos coups de pouce

▶ **1.** Réalise un arbre pour modéliser la situation.

CORRIGÉ 41

▶ **1.** Obtenir un nombre pair ou impair ne dépend que du chiffre des unités.

Dans l'urne U, il y a 2 chiffres pairs et 2 chiffres impairs.

Donc il y a autant de chance de former un nombre pair qu'un nombre impair.

▶ **2. a)** Les nombres premiers que l'on peut former sont : $\boxed{13 \text{ et } 23}$.

b) Après avoir construit un arbre de probabilités, on constate que cette expérience possède 12 issues.

> RAPPEL
> Un nombre premier n'est divisible que par 1 et par lui-même.

Seules les issues « 13 » et « 23 » permettent d'obtenir un nombre premier.

Donc : p(« obtenir un nombre premier ») = $\boxed{\frac{2}{12} = \frac{1}{6}}$.

▶ **3.** L'événement « obtenir un nombre dont le chiffre des dizaines est 1 » a une probabilité de $\frac{1}{3}$ d'apparaître.

Polynésie française • Septembre 2018
Exercice 2 • 14 points

France - Portugal

Un amateur de football, après l'Euro 2016, décide de s'intéresser à l'historique des treize dernières rencontres entre la France et le Portugal, regroupées dans le tableau ci-dessous.
On rappelle la signification des résultats ci-dessous en commentant deux exemples :
• la rencontre du 3 mars 1973, qui s'est déroulée en France, a vu la victoire du Portugal par 2 buts à 1 ;
• la rencontre du 8 mars 1978, qui s'est déroulée en France, a vu la victoire de la France par 2 buts à 0.

Rencontres de football opposant la France et le Portugal depuis 1973		
3 mars 1973	France – Portugal	1 – 2
26 avril 1975	France – Portugal	0 – 2
8 mars 1978	France – Portugal	2 – 0
16 février 1983	Portugal – France	0 – 3
23 juin 1984	France – Portugal	3 – 2
24 janvier 1996	France – Portugal	3 – 2
22 janvier 1997	Portugal – France	0 – 2
28 juin 2000	Portugal – France	1 – 2
25 avril 2001	France – Portugal	4 – 0
5 juillet 2006	Portugal – France	0 – 1
11 octobre 2014	France – Portugal	2 – 1
4 septembre 2015	Portugal – France	0 – 1
10 juillet 2016	France – Portugal	0 – 1

▶ **1.** Depuis 1973, combien de fois la France a-t-elle gagné contre le Portugal ?

▶ **2.** Calculer le pourcentage du nombre de victoires de la France contre le Portugal depuis 1973. Arrondir le résultat à l'unité de %.

▶ **3.** Le 3 mars 1973, 3 buts ont été marqués au cours du match. Calculer le nombre moyen de buts par match sur l'ensemble des rencontres. Arrondir le résultat au dixième.

LES CLÉS DU SUJET

Points du programme

Pourcentage • Moyenne.

Nos coups de pouce

▶ **1.** La réponse à la question posée se déduit tout simplement du tableau.

▶ **2.** Sur le tableau, lis le nombre n de victoires de la France et le nombre total N de rencontres disputées par la France et le Portugal.
Le pourcentage p recherché est donné par la relation $p = \frac{n}{N} \times 100$.

▶ **3.** Il s'agit de calculer la moyenne de buts marqués pendant les 13 matchs. Voir la définition de la moyenne d'une série statistique.

CORRIGÉ 42

▶ **1.** La lecture du tableau permet d'affirmer que la France a gagné 10 des 13 matchs livrés contre le Portugal.

▶ **2.** Le pourcentage p de victoires de la France est $p = \frac{10}{13} \times 100 = 77\ \%$ valeur arrondie à l'unité.

▶ **3.** La moyenne m d'une série statistique est égale au quotient de la somme de toutes les valeurs de la série par l'effectif total.

$$m = \frac{3+2+2+3+5+5+2+3+4+1+3+1+1}{13}$$

soit $m = \frac{35}{13}$.

$\boxed{m = 2{,}7}$ est une valeur arrondie au dixième.

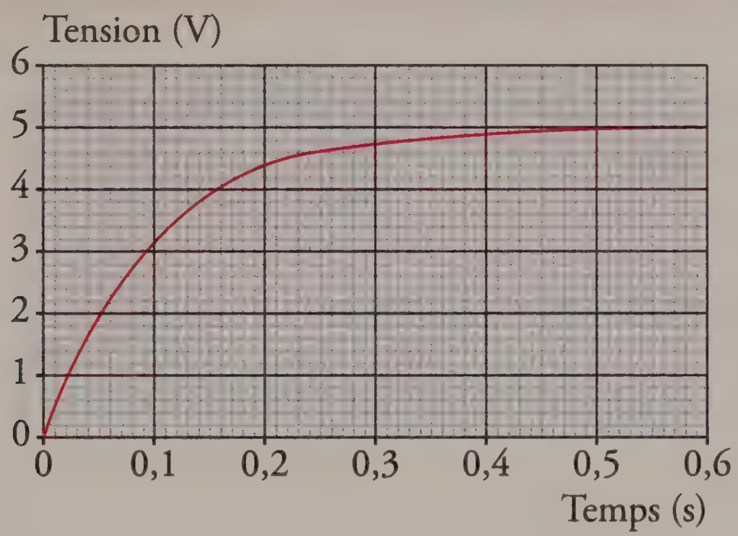
> **ATTENTION !**
> Bien lire le texte ! Il s'agit de comptabiliser les buts marqués par les deux équipes sur l'ensemble des matchs disputés.

SUJET 43

France métropolitaine • Juin 2017
Exercice 3 • 4 points

Le condensateur

Un condensateur est un composant électronique qui permet de stocker de l'énergie électrique pour la restituer plus tard.
Le graphique suivant montre l'évolution de la tension mesurée aux bornes d'un condensateur en fonction du temps lorsqu'il est en charge.



▶ **1.** S'agit-il d'une situation de proportionnalité ? Justifier.

▶ **2.** Quelle est la tension mesurée au bout de 0,2 s ?

▶ **3.** Au bout de combien de temps la tension aux bornes du condensateur aura-t-elle atteint 60 % de la tension maximale qui est estimée à 5 V ?

LES CLÉS DU SUJET

Points du programme

Lecture de courbe • Pourcentages.

Nos coups de pouce

▶ **3.** Pour appliquer un pourcentage à une quantité, multiplie le pourcentage par la quantité.

DONNÉES, FONCTIONS

CORRIGÉ 43

▶ **1.** Il ne s'agit pas d'une situation de proportionnalité, car les points de la courbe ne sont pas alignés.

▶ **2.** Chaque petite subdivision de l'axe des ordonnées correspond à 0,2 V. Au bout de 0,2 s, la tension mesurée est de 4,4 V.

▶ **3.** 60 % de la tension maximale correspond à : $\frac{60}{100} \times 5 = 3$ V.

Chaque subdivision de l'axe des abscisses correspond à 0,01 s. Sur le graphique, la tension de 3 V s'obtient pour un temps de 0,09 s.

France métropolitaine • Juin 2017
Exercice 7 • 7 points

Les pots de confiture

Léo a ramassé des fraises pour faire de la confiture.

▶ **1.** Il utilise les proportions de sa grand-mère : 700 g de sucre pour 1 kg de fraises.
Il a ramassé 1,8 kg de fraises. De quelle quantité de sucre a-t-il besoin ?

▶ **2.** Après cuisson, Léo a obtenu 2,7 litres de confiture.
Il verse la confiture dans des pots cylindriques de 6 cm de diamètre et de 12 cm de haut, qu'il remplit jusqu'à 1 cm du bord supérieur.
Combien de pots pourra-t-il remplir ?
Rappels : 1 litre = 1 000 cm^3 ; volume d'un cylindre = $\pi \times R^2 \times h$.

▶ **3.** Il colle ensuite sur ses pots une étiquette rectangulaire de fond blanc qui recouvre toute la surface latérale du pot.
a) Montrer que la longueur de l'étiquette est d'environ 18,8 cm.
b) Dessiner l'étiquette à l'échelle $\frac{1}{3}$.

LES CLÉS DU SUJET

Points du programme

Proportionnalité • Volume d'un cylindre • Conversions de volumes • Semi-patron d'un cylindre.

Nos coups de pouce

▶ **1.** Utilise la proportionnalité entre les quantités de sucre et de fraises.
▶ **3.** Le patron d'un cylindre est, entre autres, constitué d'un rectangle dont la largeur correspond à la hauteur du cylindre et la longueur, au périmètre du cercle de base.

CORRIGÉ 44

▶ **1.** Il y a proportionnalité entre les quantités de sucre et de fraises :

Quantité de fraises (en kg)	1	1,8
Quantité de sucre (en g)	700	x

On trouve : $x = 700 \times 1{,}8 = \boxed{1\ 260}$

Donc il faudra 1 260 g de sucre.

▶ **2.** Les pots sont cylindriques avec pour rayon de base 3 cm et hauteur de remplissage 11 cm.

Le volume d'un pot est donc égal à :

$\pi \times r^2 \times h = \pi \times 3^2 \times 11 = 99\,\pi \approx 311$ cm^3.

ATTENTION
Il faut diviser le diamètre par 2 pour obtenir le rayon.

Par conversion, on a : 311 cm^3 = 0,311 L.

Comme $\dfrac{2{,}7}{0{,}311} \approx 8{,}7$, il pourra donc remplir entièrement 8 pots.

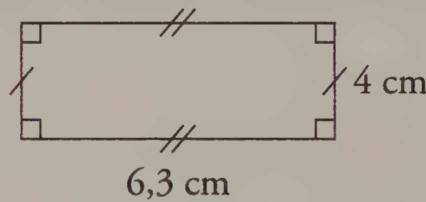
▶ **3. a)** La longueur L de l'étiquette correspond au périmètre du disque de base du pot.

Donc : $L = \pi \times D = \pi \times 6 \approx \boxed{18{,}8 \text{ cm}}$.

b) L'échelle de représentation est $\dfrac{1}{3}$.

Cela signifie que toutes les dimensions réelles sont divisées par 3.

Le rectangle tracé aura donc pour longueur $18{,}8 \div 3 \approx 6{,}3$ cm et pour largeur $12 \div 3 = 4$ cm.



Amérique du Nord • Juin 2018
Exercice 1 • 14 points

Abonnements Internet

Le tableau ci-dessous a été réalisé à l'aide d'un tableur.
Il indique le nombre d'abonnements Internet à haut débit et à très haut débit entre 2014 et 2016, sur réseau fixe, en France.

	A	B	C	D
1		2014	2015	2016
2	Nombre d'abonnements Internet à haut débit (en millions)	22,855	22,63	22,238
3	Nombre d'abonnements Internet à très haut débit (en millions)	3,113	4,237	5,446
4	Total (en millions)	25,968	26,867	27,684

Sources : Arcep et Statistica.

▶ **1.** Combien d'abonnements Internet à très haut débit, en millions, ont été comptabilisés pour l'année 2016 ?

▶ **2.** Vérifier qu'en 2016, il y avait 817 000 abonnements Internet à haut débit et à très haut débit de plus qu'en 2015.

▶ **3.** Quelle formule a-t-on pu saisir dans la cellule B4 avant de la recopier vers la droite, jusqu'à la cellule D4 ?

▶ **4.** En 2015, seulement 5,6 % des abonnements Internet à très haut débit utilisaient la fibre optique. Quel nombre d'abonnements Internet à très haut débit cela représentait-il ?

LES CLÉS DU SUJET

Points du programme

Lecture de tableau • Tableur • Pourcentage • Connaissance des grands nombres.

Nos coups de pouce

▶ **4.** Prendre un pourcentage d'une quantité, c'est multiplier ce pourcentage par la quantité.

CORRIGÉ 45

EXERCICE 1

▶ **1.** Il y a eu $\boxed{5\ 446\ 000}$ abonnements Internet très haut débit en 2016.

▶ **2.** En 2016, il y a eu 27 684 000 – 26 867 000 = $\boxed{817\ 000}$ abonnements haut et très haut débit de plus qu'en 2015.

▶ **3.** On a tapé la formule : $\boxed{= B2 + B3}$.

> ATTENTION !
> Une formule de tableur commence par un « = ».

▶ **4.** Il y a eu $\frac{5{,}6}{100} \times 4\ 237\ 000 = \boxed{237\ 272}$ abonnements très haut débit qui utilisaient la fibre optique en 2015.

SUJET

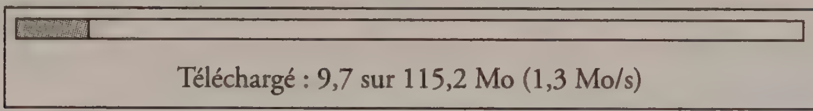
46

Amérique du Nord • Juin 2018

Exercice 8 • 6 points

Le téléchargement

On considère la fenêtre de téléchargement ci-dessous.



Si la vitesse de téléchargement reste constante, faudra-t-il plus d'une minute et vingt-cinq secondes pour que le téléchargement se termine ?

LES CLÉS DU SUJET

Points du programme

Grandeurs composées • Proportionnalité • Conversions de durées.

Nos coups de pouce

Calcule d'abord le nombre de Mo restant à télécharger.

CORRIGÉ 46

Il reste $115{,}2 - 9{,}7 = 105{,}5$ Mo à télécharger.

À la vitesse de 1,3 Mo/s, il faudra : $\dfrac{105{,}5}{1{,}3} \approx 81$ s pour que le téléchargement se termine.

Or : 81 s = 1 min 21 s.

Donc il faudra moins de 1 min 25 s pour que le téléchargement se termine.

Centres étrangers • Juin 2018
Exercice 5 • 18 points

Facture de gaz

Sur une facture de gaz, le montant à payer tient compte de l'abonnement annuel et du prix correspondant au nombre de kilowattheures (kWh) consommés.
Deux fournisseurs de gaz proposent les tarifs suivants :

	Prix du kWh	Abonnement annuel
Tarif A (en €)	0,0609	202,43
Tarif B (en €)	0,0574	258,39

En 2016, la famille de Romane a consommé 17 500 kWh. Le montant annuel de la facture de gaz correspondant était de 1 268,18 €.

▶ **1.** Quel est le tarif souscrit par cette famille ?
Depuis 2017, cette famille diminue sa consommation de gaz par des gestes simples (baisser le chauffage de quelques degrés, mettre un couvercle sur la casserole d'eau pour la porter à ébullition, réduire le temps sous l'eau dans la douche, etc.).

▶ **2.** En 2017, cette famille a gardé le même fournisseur de gaz, mais sa consommation en kWh a diminué de 20 % par rapport à celle de 2016.
a) Déterminer le nombre de kWh consommés en 2017.
b) Quel est le montant des économies réalisées par la famille de Romane entre 2016 et 2017 ?

▶ **3.** On souhaite déterminer la consommation maximale assurant que le tarif A est le plus avantageux. Pour cela :
• On note x le nombre de kWh consommés sur l'année.
• On modélise les tarifs A et B respectivement par les fonctions f et g :
$f(x) = 0{,}0609x + 202{,}43$ et $g(x) = 0{,}0574x + 258{,}39$.
a) Quelles sont la nature et la représentation graphique de ces fonctions ?
b) Résoudre l'inéquation : $f(x) < g(x)$.
c) En déduire une valeur approchée au kWh près de la consommation maximale pour laquelle le tarif A est le plus avantageux.

LES CLÉS DU SUJET

Points du programme

Fonctions affines • Pourcentages • Résolution d'inéquation.

Nos coups de pouce

▶ **1.** Calcule les montants annuels de la facture avec le tarif A puis avec le tarif B. Conclus.

▶ **2.** Une diminution de n % d'une quantité Q correspond à une diminution de $\frac{n}{100} \times Q$. Calcule la diminution de la consommation en 2017.

▶ **3.** Résous l'inéquation $0{,}0609x + 202{,}43 < 0{,}0574x + 258{,}39$. Conclus.

CORRIGÉ 47

▶ **1.** Notons P_A le montant de la facture avec le tarif A.

$P_A = 17\,500 \times 0{,}0609 + 202{,}43$ soit $P_A = 1\,268{,}18$ euros.

Notons P_B le montant de la facture avec le tarif B.

$P_B = 17\,500 \times 0{,}0574 + 258{,}39$ soit $P_B = 1\,262{,}89$ euros.

La famille a souscrit le tarif A.

▶ **2. a)** La consommation de gaz a diminué de 20 % en 2017.

Cela correspond à $\frac{20}{100} \times 17\,500$ soit 3 500 kWh en moins.

La famille a donc consommé 17 500 – 3 500 kWh soit $\boxed{14\,000 \text{ kWh}}$.

b) Le montant des économies réalisées est $3\,500 \times 0{,}0609$ soit $\boxed{213{,}15 \text{ euros}}$.

> ATTENTION !
> Les économies réalisées se font sur la consommation de gaz et non sur l'abonnement annuel dont le prix est invariant !

▶ **3. a)** f et g sont deux fonctions affines. Chacune d'elle admet pour représentation graphique une droite ne passant pas par l'origine du repère.

b) Résolvons l'inéquation $f(x) < g(x)$.

Nous avons $0{,}0609x + 202{,}43 < 0{,}0574x + 258{,}39$.

$0{,}0609x - 0{,}0574x < 258{,}39 - 202{,}43$

$0{,}0035x < 55{,}96$

$\boxed{x < \dfrac{55{,}96}{0{,}0035}}$

c) Une valeur approchée à l'unité de $\dfrac{55{,}96}{0{,}0035}$ est 15 988.

Conclusion : 15 988 est une valeur approchée au kWh près de la consommation maximale pour laquelle le tarif A est le plus avantageux.

ATTENTION !
Pour obtenir le résultat final, on divise chaque membre de l'inéquation par un nombre positif. On ne change donc pas le sens de l'inégalité !

Asie • Juin 2018
Exercice 8 • 10 points

Volume de glace

Lorsqu'on fait geler de l'eau, le volume de glace obtenu est proportionnel au volume d'eau utilisé.
En faisant geler 1,5 L d'eau on obtient 1,62 L de glace.

▶ **1.** Montrer qu'en faisant geler 1 L d'eau, on obtient 1,08 L de glace.

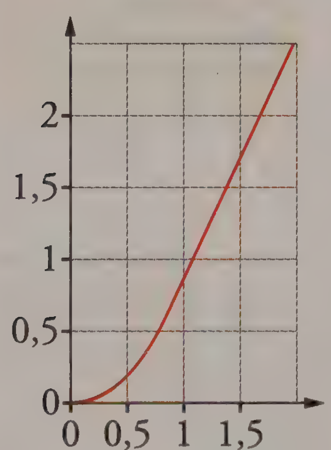
▶ **2.** On souhaite compléter le tableau ci-dessous à l'aide d'un tableur. Quelle formule peut-on saisir dans la cellule B2 avant de la recopier vers la droite jusqu'à la cellule G2 ?

B2 ▼ f_x

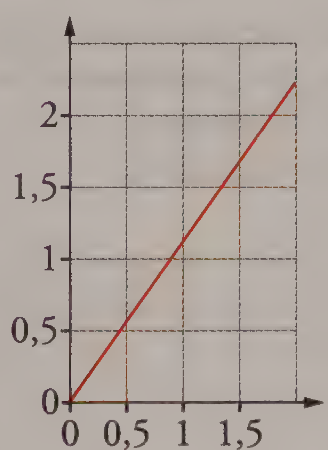
	A	B	C	D	E	F	G
1	Volume d'eau initial (en L)	0,5	1	1,5	2	2,5	3
2	Volume de glace obtenu (en L)						

▶ **3.** Quel graphique représente le volume de glace obtenu (en L) en fonction du volume d'eau contenu dans la bouteille au départ (en L) ?

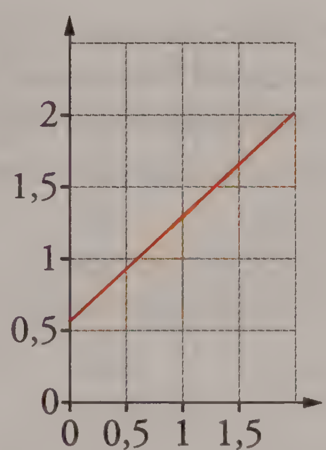
On rappelle que toute réponse doit être justifiée.



Graphique n° 1



Graphique n° 2



Graphique n° 3

LES CLÉS DU SUJET

Points du programme

Proportionnalité • Tableur • Interprétation graphique.

Nos coups de pouce

▶ **1.** Utilise un tableau de proportionnalité.

▶ **3.** Dans une situation de proportionnalité, la représentation graphique est une droite passant par l'origine de repère.

CORRIGÉ 48

▶ **1.** Utilisons un tableau de proportionnalité.

Nombre de litres d'eau	1,5	1
Nombre de litres de glace	1,62	N

En utilisant le « produit en croix » on trouve $N = \dfrac{1 \times 1{,}62}{1{,}5} = 1{,}08$.

Conclusion : avec 1 L d'eau, on obtient 1,08 L de glace.

▶ **2.** La formule à saisir en B2 est : $\boxed{= 1{,}08 * \text{B1}}$.

ATTENTION !
Ne pas oublier de mettre le signe « = » au début de la formule.

▶ **3.** Nous savons que dans une situation de proportionnalité la représentation graphique est une droite passant par l'origine du repère.
La bonne réponse est le graphique n° 2.

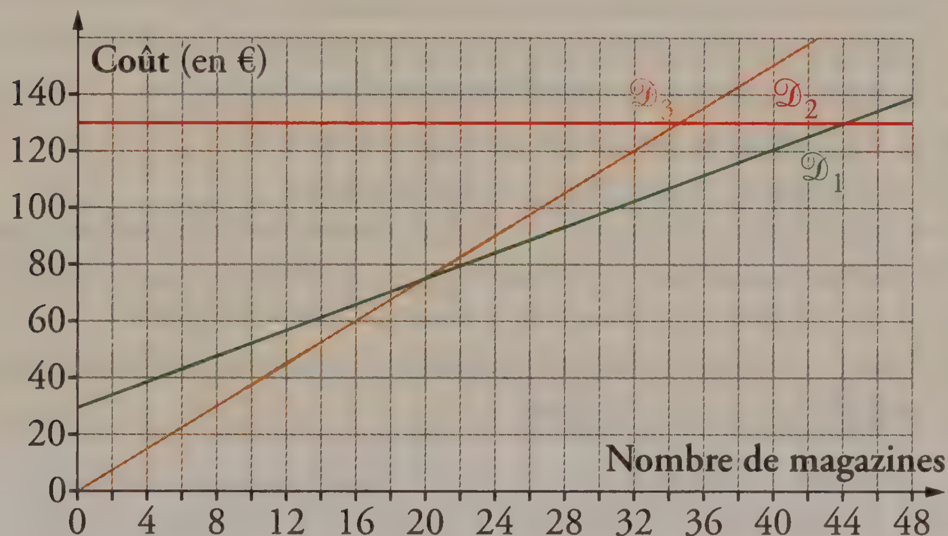
Polynésie française • Septembre 2018
Exercice 3 • 16 points

Magazine sportif

Une personne s'intéresse à un magazine sportif qui paraît une fois par semaine. Elle étudie plusieurs formules d'achat de ces magazines qui sont détaillées ci-après.

- Formule A – Prix du magazine à l'unité : 3,75 €.
- Formule B – Abonnement pour l'année : 130 €.
- Formule C – Forfait de 30 € pour l'année et 2,25 € par magazine.

On donne ci-dessous les représentations graphiques qui correspondent à ces trois formules.



▶ **1.** Sur votre copie, recopier le contenu du cadre ci-dessous et relier par un trait chaque formule d'achat avec sa représentation graphique.

Formule A •	• $\mathscr{D}_1$
Formule B •	• $\mathscr{D}_2$
Formule C •	• $\mathscr{D}_3$

▶ **2.** En utilisant le graphique, répondre aux questions suivantes.

Les traits de construction devront apparaître sur le graphique.

a) En choisissant la formule A, quelle somme dépense-t-on pour acheter 16 magazines dans l'année ?

b) Avec 120 €, combien peut-on acheter de magazines au maximum dans une année avec la formule C ?
c) Si on décide de ne pas dépasser un budget de 100 € pour l'année, quelle est alors la formule qui permet d'acheter le plus grand nombre de magazines ?

▶ **3.** Indiquer la formule la plus avantageuse selon le nombre de magazines achetés dans l'année.

LES CLÉS DU SUJET

Points du programme

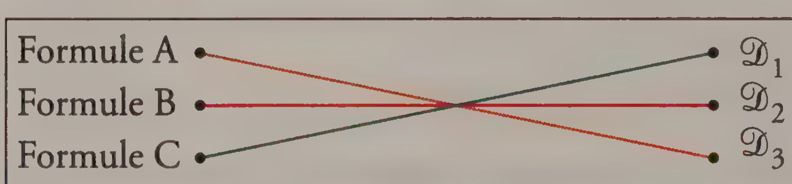
Fonctions constantes, linéaires et affines • Lectures graphiques.

Nos coups de pouce

▶ **1.** Remarque que :
– la droite $\mathcal{D}_1$ est la représentation d'une fonction affine ;
– la droite $\mathcal{D}_2$ est la représentation d'une fonction constante ;
– la droite $\mathcal{D}_3$ est la représentation d'une fonction linéaire.
▶ **2. a)** Lis l'ordonnée du point P de $\mathcal{D}_3$ d'abscisse 16.
b) Lis l'abscisse du point Q de $\mathcal{D}_1$ d'ordonnée 120.
c) Trace la droite $\mathcal{D}_4$ d'équation $y = 100$. Compare les abscisses des points d'intersection respectifs des droites $\mathcal{D}_1$ et $\mathcal{D}_4$ d'une part et $\mathcal{D}_3$ et $\mathcal{D}_4$ d'autre part.
▶ **3.** À partir des représentations graphiques, décris les positions relatives des droites $\mathcal{D}_1$, $\mathcal{D}_2$ et $\mathcal{D}_3$. Conclus.

CORRIGÉ 49

▶ **1.**



$\mathcal{D}_3$ est la représentation graphique de la formule A. En effet la droite passe par l'origine du repère ce qui implique que le coût est nul si l'on n'achète aucun magazine.

$\mathcal{D}_2$ est la représentation graphique de la formule B. En effet le coût est constant et de 130 euros quel que soit le nombre de magazines achetés pendant l'année.

$\mathcal{D}_1$ est la représentation graphique de la formule C. En effet si l'on n'achète aucun magazine, le coût de la formule C est de 30 euros.

▶ **2. a)** Le point P de $\mathcal{D}_3$, correspondant à la formule A, d'abscisse 16 a pour ordonnée 60.

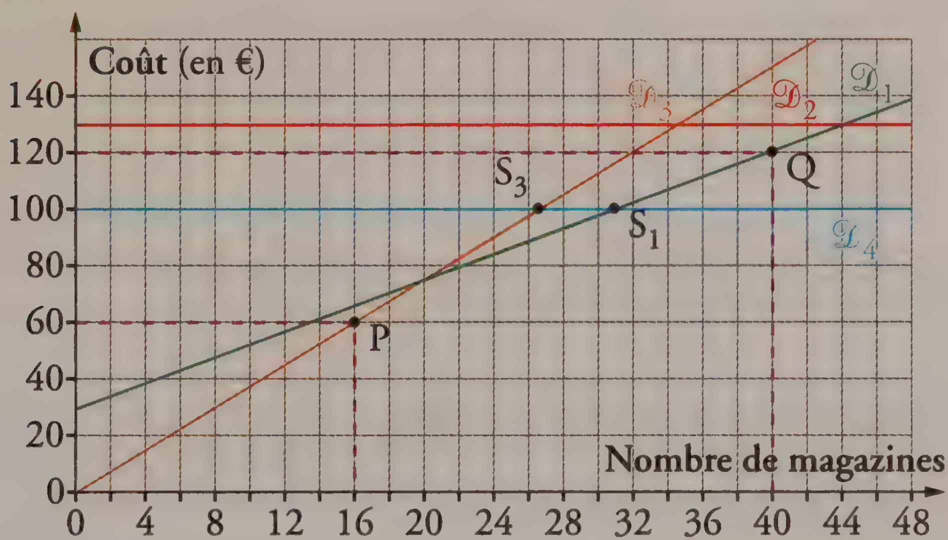
Conclusion : on dépense 60 euros pour acheter 16 magazines pendant l'année avec la formule A.

b) Le point Q de $\mathcal{D}_1$, correspondant à la formule C, d'ordonnée 120 a pour abscisse 40.

Conclusion : on achète au maximum 40 magazines pendant l'année avec une somme de 120 euros en utilisant la formule C.

c) La droite $\mathcal{D}_4$ d'équation $y = 100$ coupe respectivement les droites $\mathcal{D}_1$ et $\mathcal{D}_3$ en S_1 et S_3. Nous lisons sur le graphique que l'abscisse de S_1 est plus grande que celle de S_3.

Conclusion : on achète plus de magazines en une année avec la formule C.



▶ **3.** Nous lisons sur le graphique :

• Si $x < 20$, $\mathcal{D}_3$ est en dessous de $\mathcal{D}_1$ et de $\mathcal{D}_2$. La formule A est alors la plus avantageuse.

• Si $x = 20$, les formules A et C sont les plus avantageuses et reviennent au même prix.

RAPPEL
Une formule A est plus avantageuse qu'une formule B pour le consommateur si son coût est moins élevé donc si la représentation graphique de la formule A est en-dessous de celle de la formule B.

DONNÉES, FONCTIONS

• Si $20 < x < 44$, $\mathcal{D}_1$ est en dessous de $\mathcal{D}_3$ et de $\mathcal{D}_2$. La formule C est alors la plus avantageuse.

• Si $x = 44$, les formules A et B sont les plus avantageuses et reviennent au même prix.

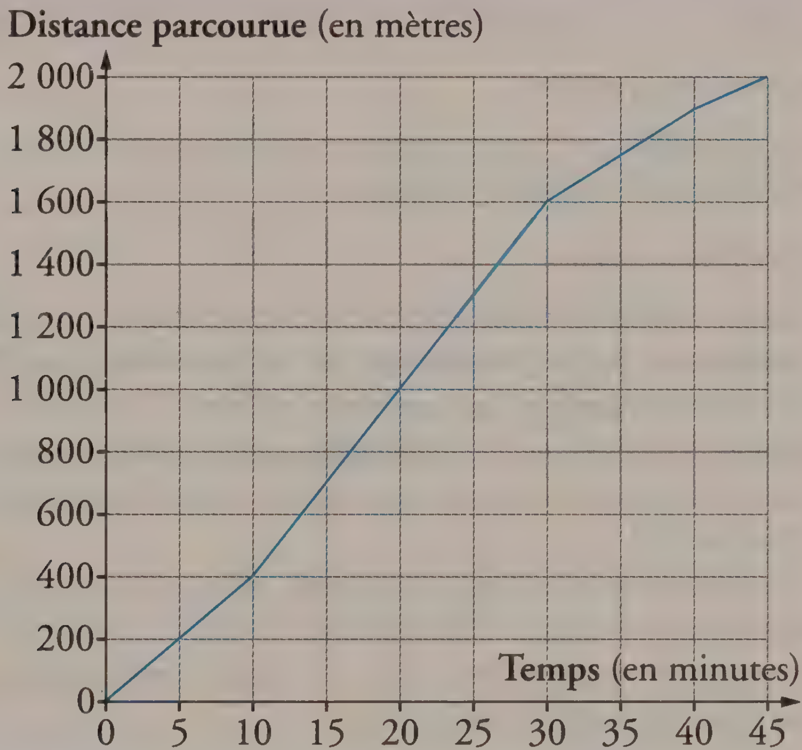
• Si $x > 44$, $\mathcal{D}_2$ est en dessous de $\mathcal{D}_3$ et de $\mathcal{D}_1$. La formule B est alors la plus avantageuse.

REMARQUE
Les valeurs de 20 et 44 sont les approximations des abscisses des points d'intersection des courbes $\mathcal{D}_1$ et $\mathcal{D}_3$, et $\mathcal{D}_1$ et $\mathcal{D}_2$ lues sur le graphique.

Nouvelle-Calédonie • Décembre 2018
Exercice 4 • 16 points

Performance de deux nageurs

On étudie les performances de deux nageurs (nageur 1 et nageur 2).
La distance parcourue par le nageur 1 en fonction du temps est donnée par le graphique ci-dessous.



▶ **1.** Répondre aux questions suivantes par lecture graphique. Aucune justification n'est demandée.

a) Quelle est la distance totale parcourue lors de cette course par le nageur 1 ?

b) En combien de temps le nageur 1 a-t-il parcouru les 200 premiers mètres ?

▶ **2.** Y a-t-il proportionnalité entre la distance parcourue et le temps sur l'ensemble de la course ? Justifier.

▶ **3.** Montrer que la vitesse moyenne du nageur 1 sur l'ensemble de la course est d'environ 44 m/min.

▶ **4.** On suppose maintenant que le nageur 2 progresse à vitesse constante. La fonction f définie par $f(x) = 50x$ représente la distance qu'il parcourt en fonction du temps x.
a) Calculer l'image de 10 par f.
b) Calculer $f(30)$.

▶ **5.** Les nageurs 1 et 2 sont partis en même temps.
a) Lequel est en tête au bout de 10 min ? Justifier.
b) Lequel est en tête au bout de 30 min ? Justifier.

LES CLÉS DU SUJET

Points du programme

Lectures graphiques • Proportionnalité • Calcul de la vitesse moyenne • Image d'un nombre par une fonction.

Nos coups de pouce

▶ **1. a)** Lis l'ordonnée du point A d'abscisse 45 et situé sur le graphique.
b) Lis l'abscisse du point B d'ordonnée 200 et situé sur le graphique.
▶ **2.** Observe si le graphique est une droite ou non.
▶ **3.** Applique la relation $d = v \times t$ où d désigne la distance parcourue, t le temps mis pour parcourir cette distance et v la vitesse moyenne réalisée.
▶ **4. a)** Calcule $f(10)$.
▶ **5. a)** Lis l'ordonnée du point C d'abscisse 10 et situé sur le graphique. Utilise le résultat trouvé pour $f(10)$. Conclus.
b) Lis l'ordonnée du point D d'abscisse 30 et situé sur le graphique. Utilise le résultat trouvé pour $f(30)$. Conclus.

CORRIGÉ 50

▶ **1. a)** Le point A d'abscisse 45 et situé sur le graphique a pour ordonnée 2 000.

Conclusion : la distance parcourue par le nageur 1 est égale à 2 000 m.

b) Le point B d'ordonnée 200 et situé sur le graphique a pour abscisse 5.

Conclusion : le nageur 1 a parcouru les 200 premiers mètres en 5 minutes.

▶ **2.** Le graphique n'est pas une droite. Donc pour le nageur 1, il n'y a pas proportionnalité entre la distance parcourue et le temps.

RAPPEL
Une situation de proportionnalité est représentée par une droite passant par l'origine du repère.

▶ **3.** Nous avons la relation $d = v \times t$ où d désigne la distance parcourue, t le temps mis pour parcourir cette distance et v la vitesse moyenne réalisée. Cette relation s'écrit encore $v = \frac{d}{t}$.

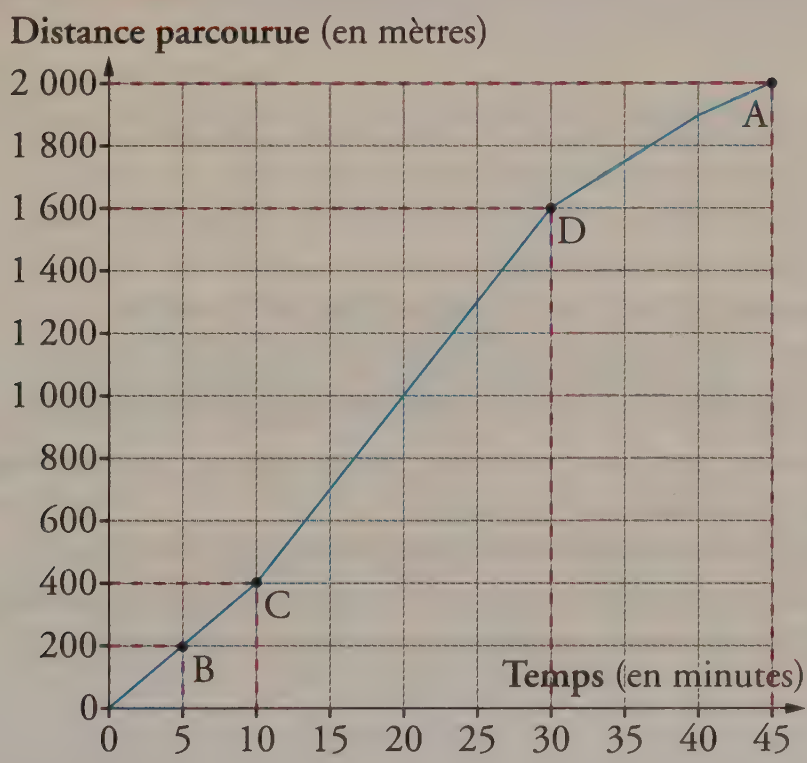
Nous avons $v = \frac{2\,000}{45} \doteq 44{,}444\ldots$ soit environ 44 m/min.

▶ **4. a)** Nous avons $f(10) = 50 \times 10 = 500$.

b) Nous avons $f(30) = 50 \times 30 = 1\,500$.

▶ **5. a)** Le point C d'abscisse 10 et situé sur le graphique a pour ordonnée 400. Donc au bout de 10 min le nageur 1 a parcouru 400 m.
Puisque $f(10) = 500$ au bout de 10 min le nageur 2 a parcouru 500 m.
Conclusion : le nageur 2 est en tête au bout de 10 min.

b) Le point D d'abscisse 30 et situé sur le graphique a pour ordonnée 1 600. Donc au bout de 30 min le nageur 1 a parcouru 1 600 m.
Puisque $f(30) = 1\,500$ au bout de 30 min le nageur 2 a parcouru 1 500 m.
Conclusion : le nageur 1 est donc en tête au bout de 30 min.



DONNÉES, FONCTIONS

SUJET

51

France métropolitaine • Septembre 2018

Exercice 3 • 13 points

Récapitulatif d'une course à pied

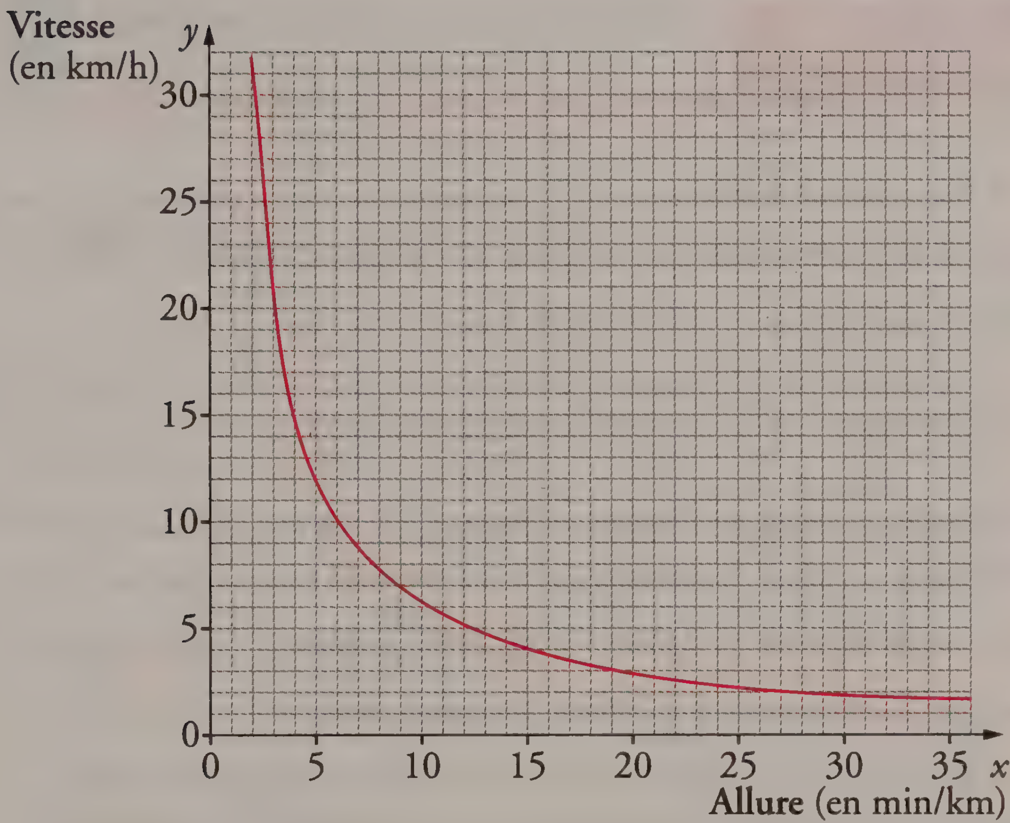
Entraînement course à pied		
10,5 km Distance	1 h 03 min Durée	6 min/km Allure moyenne
851 Calories	35 m Gain d'altitude	

Après un de ses entraînements de course à pied, Bob reçoit de la part de son entraîneur le récapitulatif de sa course, reproduit ci-dessus.
L'allure moyenne du coureur est le quotient de la durée de la course par la distance parcourue et s'exprime en min/km.
Exemple : si Bob met 18 min pour parcourir 3 km, son allure est de 6 min/km.

▶ **1.** Bob s'étonne de ne pas voir apparaître sa vitesse moyenne. Calculer cette vitesse moyenne en km/h.

▶ **2.** Soit f la fonction définie pour tout $x > 0$ par $f(x) = \frac{60}{x}$, où x est l'allure en min/km et $f(x)$ est la vitesse en km/h.
Cette fonction permet donc de connaître la vitesse (en km/h) en fonction de l'allure (en min/km).
a) La fonction f est-elle une fonction linéaire ? Justifier.
b) Lors de sa dernière course, l'allure moyenne de Bob était de 5 min/km. Calculer l'image de 5 par f. Que représente le résultat obtenu ?

▶ **3.** Répondre aux questions suivantes en utilisant la représentation graphique de la fonction f ci-après :
a) Donner un antécédent de 10 par la fonction f.
b) Un piéton se déplace à environ 14 min/km. Donner une valeur approchée de sa vitesse en km/h.



LES CLÉS DU SUJET

Points du programme

Calcul avec des grandeurs mesurables • Fonction : antécédents, images • Lectures graphiques.

Nos coups de pouce

▶ **1.** Utilise la relation $v = \frac{d}{t}$, où d représente la distance parcourue, t le temps mis pour la parcourir et v la vitesse moyenne réalisée.

▶ **2. a)** Revois la caractéristique essentielle de la représentation graphique d'une fonction linéaire.

b) Calcule $f(5)$.

▶ **3. a)** Lis l'abscisse d'un point P situé sur la représentation graphique et d'ordonnée 6.

b) Résous graphiquement l'équation $f(x) = 14$.

CORRIGÉ 51

▶ **1.** Nous avons la relation $v = \dfrac{d}{t}$, où d représente la distance parcourue, t le temps mis pour la parcourir et v la vitesse moyenne réalisée.
Or $d = 10{,}5$ km et $t = 1$ h 03 min, soit $t = 1 + \dfrac{3}{60} = \dfrac{63}{60} = \dfrac{21}{20}$ h.

Alors $v = \dfrac{10{,}5}{\dfrac{21}{20}} = 10{,}5 \times \dfrac{20}{21}$ soit $\boxed{v = 10 \text{ km/h}}$.

▶ **2. a)** Le graphe de la fonction f n'est pas une droite passant par l'origine du repère. En conséquence la fonction f n'est pas linéaire.

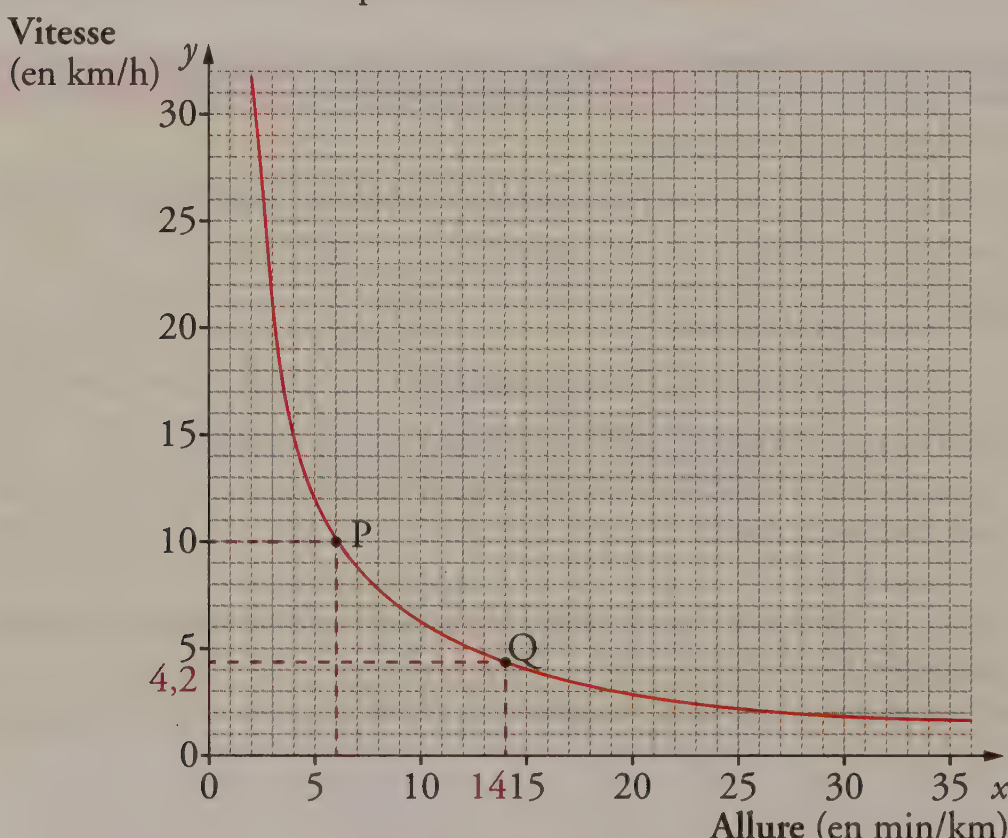
b) L'image de 5 par f est $f(5)$. Or $f(5) = \dfrac{60}{5}$ donc $\boxed{f(5) = 12}$.

Lorsque l'allure est de 5 min/km, la vitesse est égale à 12 km/h.

▶ **3. a)** Le point P situé sur la représentation graphique et d'ordonnée 10 a pour abscisse 6. Conclusion : un antécédent de 10 par f est 6.

b) Il faut lire graphiquement $f(14)$. L'ordonnée du point Q situé sur la représentation graphique et d'abscisse 14 est environ 4,2.

Conclusion : la vitesse du piéton est environ 4,2 km/h.



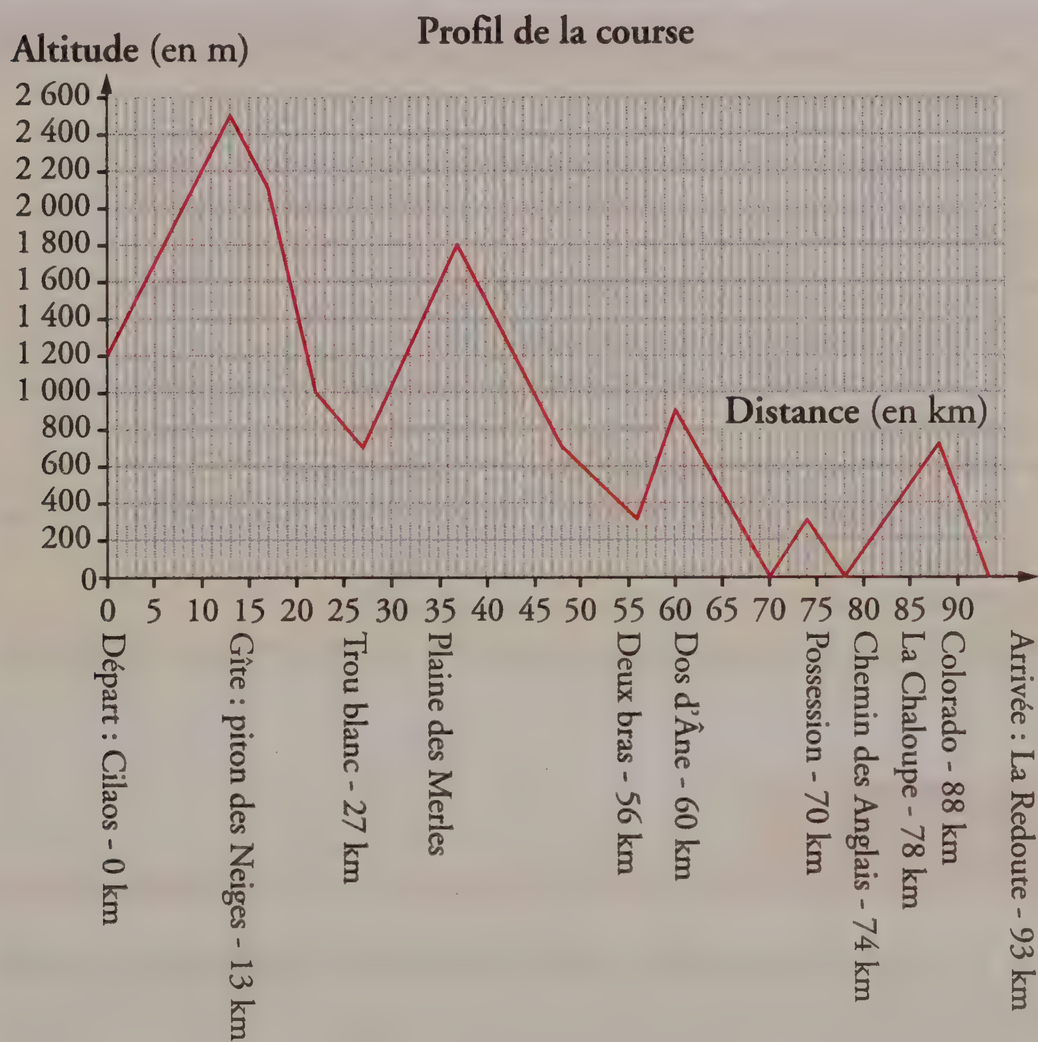
Centres étrangers • Juin 2018
Exercice 2 • 16 points

Course à pied

Le graphique suivant représente le profil d'une course à pied qui se déroule sur l'île de La Réunion (il exprime l'altitude en fonction de la distance parcourue par les coureurs).

Les réponses aux questions de cet exercice seront lues sur ce graphique.

Aucune justification n'est attendue pour les questions 1 à 4.



▶ **1.** Quelle est la distance parcourue par un coureur, en kilomètres, lorsqu'il arrive au sommet de la plaine des Merles ?

▶ **2.** Quelle est l'altitude atteinte, en mètres, au gîte du piton des Neiges ?

▶ **3.** Quel est le nom du sommet situé à 900 mètres d'altitude ?

▶ **4.** À quelle(s) distance(s) du départ un coureur atteindra-t-il 1 900 m d'altitude ?

▶ **5.** Le dénivelé positif se calcule uniquement dans les montées ; pour chaque montée, il est égal à la différence entre l'altitude la plus haute et l'altitude la plus basse.
a) Calculer le dénivelé positif entre Cilaos et le gîte du piton des Neiges.
b) Montrer que le dénivelé positif total de cette course est 4 000 m.

▶ **6.** Maëlle a effectué sa course à une vitesse moyenne de 7 km/h et Line a mis 13 h 20 min pour passer la ligne d'arrivée. Laquelle de ces deux sportives est arrivée en premier ?

LES CLÉS DU SUJET

Points du programme

Lecture graphique • Calcul sur des grandeurs mesurables.

Nos coups de pouce

▶ **1.** Lis l'abscisse du point A du graphique.
▶ **2.** Lis l'ordonnée du point B du graphique.
▶ **3.** Lis le nom du sommet correspondant au point C du graphique d'ordonnée 900.
▶ **4.** Lis les abscisses des points D et E du graphique.
▶ **5. a)** Calcule la différence entre les ordonnées des points B et F du graphique.
b) Réitère le calcul effectué à la question **5. a)**.
▶ **6.** Compare les temps mis par Maëlle et Line pour effectuer leur course.

CORRIGÉ 52

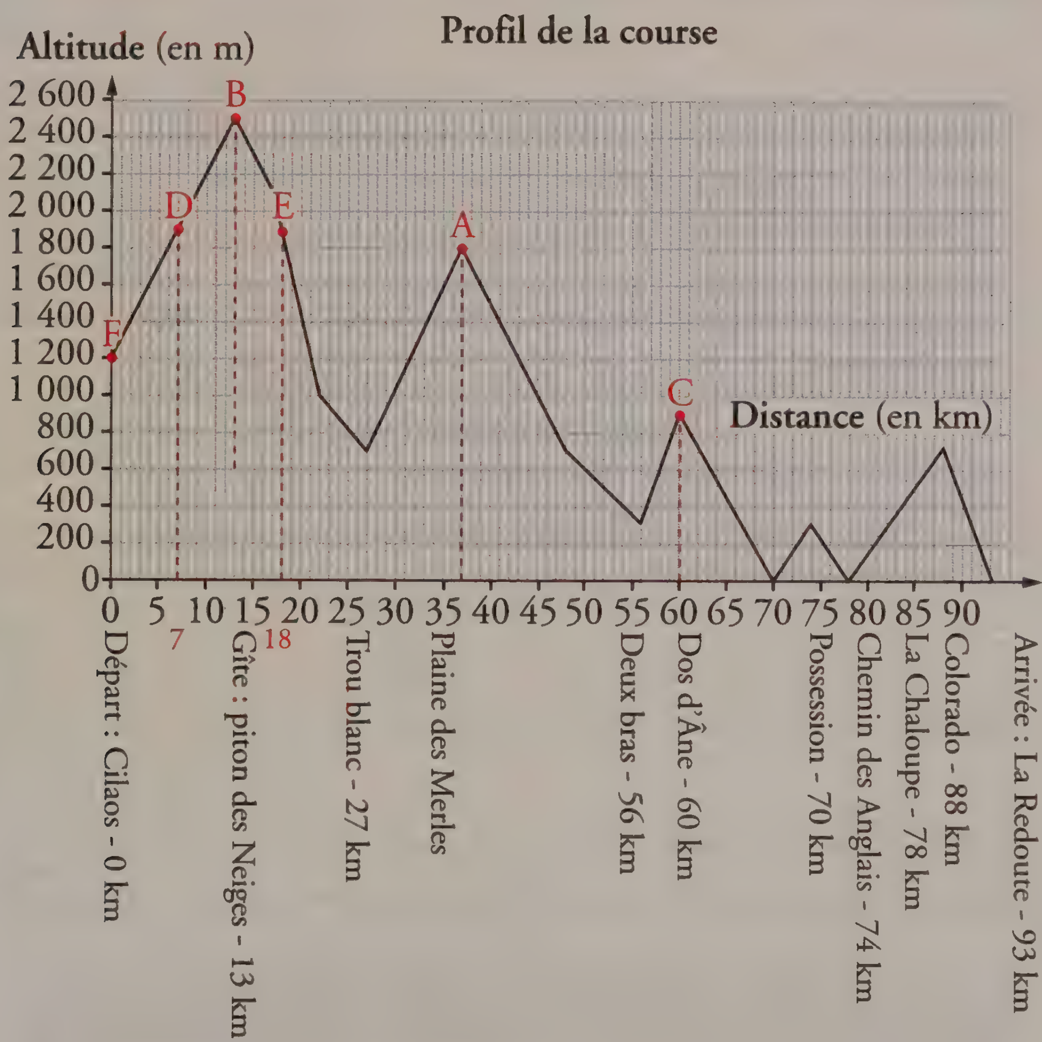
▶ **1.** Le point A du graphique situé au sommet de la plaine des Merles a pour abscisse 37.
La distance parcourue par le coureur est de 37 km.

▶ **2.** Le point B du graphique représentant le piton des Neiges a pour ordonnée 2 500.
L'altitude atteinte par le coureur est de 2 500 m.

▶ **3.** Le sommet dont l'altitude est de 900 m est représenté par le point C du graphique. Il correspond au « Dos d'Âne ».

▶ **4.** Il existe deux points D et E situés à 1 900 m d'altitude. Ils ont pour abscisses 7 et 18.
Le coureur atteindra 1 900 m d'altitude après 7 km de course ainsi qu'après 18 km de course.

▶ **5. a)** Le dénivelé positif entre Cilaos et le gîte du piton des Neiges est 2 500 – 1 200 soit 1 300 m.
b) Le dénivelé positif total de cette course est de :
(2 500 – 1 200) + (1 800 – 700) + (900 – 300) + (300 – 0) + (700 – 0) soit 4 000 m.



DONNÉES, FONCTIONS

▶ **6.** Calculons le temps T mis par Maëlle pour effectuer sa course. Nous avons $T = \frac{d}{v}$ où d représente la distance parcourue et v la vitesse moyenne. Donc $T = \frac{93}{7}$ h ou encore $T = \frac{93}{7} \times 60 = 798$ min (valeur arrondie à la minute par excès).

ATTENTION ! Il faut choisir une unité commune : ici la minute.

Notons T' le temps mis par Line pour effectuer sa course.

$T' = 13 \times 60 + 20 = 800$ min.

Maëlle a mis 798 minutes et Line 800 min. Maëlle a donc mis moins de temps que Line.

Conclusion : Maëlle est arrivée en premier.

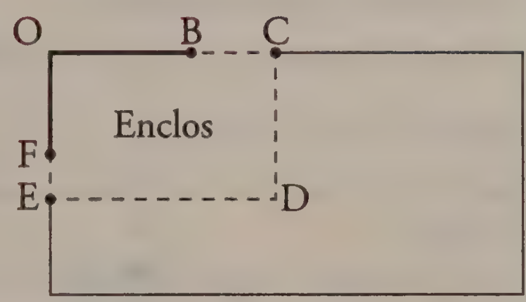
SUJET

53

Amérique du Nord • Juin 2017
Exercice 6 • 10 points

Installation d'un grillage pour délimiter un enclos

Le schéma ci-contre représente le jardin de Leïla. Il n'est pas à l'échelle.
[OB] et [OF] sont des murs, OB = 6 m et OF = 4 m.
La ligne pointillée BCDEF représente le grillage que Leïla veut installer pour délimiter un enclos rectangulaire OCDE.



Elle dispose d'un rouleau de 50 m de grillage qu'elle veut utiliser entièrement.
Leïla envisage plusieurs possibilités pour placer le point C.

▶ **1.** En plaçant C pour que BC = 5 m, elle obtient que FE = 15 m.
a) Vérifier qu'elle utilise les 50 m de grillage.
b) Justifier que l'aire $\mathscr{A}$ de l'enclos OCDE est 209 m^2.

▶ **2.** Pour avoir une aire maximale, Leïla fait appel à sa voisine professeure de mathématiques qui, un peu pressée, lui écrit sur un bout de papier :
« En notant BC = x, on a $\mathscr{A}(x) = -x^2 + 18x + 144$. »
Vérifier que la formule de la voisine est bien cohérente avec le résultat de la question **1**.

Dans cette partie, les questions a) et b) ne nécessitent pas de justification.

▶ **3. a)** Leïla a saisi une formule en B2 puis l'a étirée jusqu'à la cellule I2.

B2 f_x =–B1*B1+18*B1+144

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	x	5	6	7	8	9	10	11	12	
2	$A(x) = -x^2+18x+144$	209	216	221	224	225	224	221	216	
3										

Quelle formule est alors inscrite dans la cellule F2 ?

b) Parmi les valeurs figurant dans le tableau, quelle est celle que Leïla va choisir pour BC afin d'obtenir un enclos d'aire maximale ?
c) Donner les dimensions de l'enclos ainsi obtenu.

LES CLÉS DU SUJET

Points du programme

Aire d'un rectangle • Tableur • Fonction.

Nos coups de pouce

▶ **1. b)** L'aire d'un rectangle est égale au produit de sa longueur par sa largeur.
▶ **2.** Remplace *x* par 5 dans la formule donnée par la professeure.
▶ **3.** Lis la mesure de l'aire maximale sur la feuille de calcul du tableur puis conclus.

CORRIGÉ 53

▶ **1. a)** Dans cette question, toutes les longueurs sont exprimées en mètres.

Notons L la longueur du grillage nécessaire à la réalisation de l'enclos. Nous avons :
$L = \mathrm{BC} + \mathrm{CD} + \mathrm{DE} + \mathrm{EF}$. Mais :

> **Attention**
> On ne pose pas de grillage sur les murs.

$\mathrm{BC} = 5$ et $\mathrm{EF} = 15$,

$\mathrm{CD} = \mathrm{OE} = \mathrm{OF} + \mathrm{FE}$ donc $\mathrm{CD} = 4 + 15 = 19$,

$\mathrm{DE} = \mathrm{OC} = \mathrm{OB} + \mathrm{BC}$ donc $\mathrm{DE} = 6 + 5 = 11$.

Alors $L = 5 + 19 + 11 + 15 = 50$.

Conclusion : Leïla a bien utilisé les 50 m de grillage.

b) Notons $\mathcal{A}$ l'aire de l'enclos OCDE. Nous avons $\mathcal{A} = \mathrm{OC} \times \mathrm{OE}$.

Mais nous avons vu à la question précédente que $\mathrm{OC} = 11$ et $\mathrm{OE} = 19$.

Alors $\mathcal{A} = 11 \times 19 = 209$, soit $\mathcal{A} = 209\ \mathrm{m}^2$.

▶ **2.** Nous avons $\mathscr{A}(x) = -x^2 + 18x + 144$ avec $BC = x$. Calculons $\mathscr{A}(5)$.
$\mathscr{A}(5) = -5^2 + 18 \times 5 + 144$ soit $\mathscr{A}(5) = -25 + 90 + 144$ ou encore $\mathscr{A}(5) = 209$.

Conclusion : la formule donnée est bien cohérente avec le résultat de la question **1**.

▶ **3. a)** La formule inscrite dans la cellule F2 de la feuille de calcul est : « =–F1*F1+18*F1+144 ».

b) Leïla va choisir pour BC la valeur 9. En effet, dans ce cas, l'aire de l'enclos mesure 225 m^2 et est maximale.

c) Nous savons maintenant que $BC = 9$.

Alors $OC = OB + BC = 6 + 9 = 15$.

Nous avons $\mathscr{A} = OC \times OE$.

Donc $225 = 15 \times OE$, c'est-à-dire $OE = \dfrac{225}{15} = 15$.

Conclusion : la longueur et la largeur de l'enclos rectangulaire mesurent toutes deux 15 m.

L'enclos OCDE est un carré de 15 m de côté.

SUJET 54

Sujet zéro • Série professionnelle
Exercice 3 • 7 points

Le récupérateur d'eau

Un récupérateur d'eau de pluie, de forme cylindrique, a une hauteur de 80 cm et un diamètre de 60 cm.

Ph © Denis Bringard/Biosphoto

L'eau qu'il contient est utilisée pour arroser un jardin.
Combien d'arrosoirs d'une contenance de 10 litres peut-on remplir si le récupérateur est rempli aux trois quarts ?
Le volume $\mathcal{V}$ d'un cylindre de diamètre D et de hauteur h est donné par la formule :

$$\mathcal{V} = \pi \frac{D^2}{4} h.$$

LES CLÉS DU SUJET

Points du programme

Calculs et conversions de volumes • Divisions.

Nos coups de pouce

Calcule le volume du récupérateur d'eau puis la quantité d'eau qu'il contient.

CORRIGÉ 54

On commence par calculer le volume du récupérateur d'eau en utilisant les données concernant sa hauteur et son diamètre :

$$\mathcal{V}_{\text{total}} = \pi \times \frac{D^2}{4} \times h = \pi \times \frac{60^2}{4} \times 80 = \boxed{72\,000\pi \text{ cm}^3}.$$

Ensuite, on calcule le volume d'eau contenue par le récupérateur, en sachant qu'il est rempli aux trois quarts :

$$\mathcal{V}_{\text{eau}} = \frac{3}{4} \times 72\,000\pi = \boxed{54\,000\pi \text{ cm}^3}.$$

Pour répondre à la question, on doit convertir ce volume d'eau en litres.

Rappel
1 L = 1 dm^3 = 1 000 cm^3.

On sait que 1 L = 1 dm^3 = 1 000 cm^3

Donc le volume d'eau en litres est de 54π, soit environ $\boxed{170 \text{ L}}$.

Enfin, sachant qu'un arrosoir peut contenir 10 L d'eau, on calcule le nombre d'arrosoirs que l'on peut remplir avec 170 L d'eau :

$$\frac{170}{10} = \boxed{17 \text{ arrosoirs}}.$$

GRANDEURS, MESURES

SUJET

55

Polynésie française • Septembre 2018
Exercice 5 • 17 points

Le ballon de basket

ph© MicroStockHub/Getty Images/iStockphoto

Un collégien français et son correspondant anglais ont de nombreux centres d'intérêt communs comme le basket qu'ils pratiquent tous les deux. Le tableau ci-dessous donne quelques informations sur leurs ballons.

Ballon du collégien français	Ballon du correspondant anglais
$A \approx 1\,950$ cm^2	$D \approx 9{,}5$ inch
A désigne l'aire de la surface du ballon et r son rayon. On a $A = 4 \times \pi \times r^2$.	D désigne le diamètre du ballon. L'« inch » est une unité de longueur anglo-saxonne. On a 1 inch = 2,54 cm.

Pour qu'un ballon soit utilisé dans un match officiel, son diamètre doit être compris entre 23,8 cm et 24,8 cm.

▶ **1.** Le ballon du collégien français respecte-t-il cette norme ?

▶ **2.** Le ballon du collégien anglais respecte-t-il cette norme ?

LES CLÉS DU SUJET

■ **Points du programme**

Aire d'une boule • Relation diamètre/rayon • Conversions de longueurs.

■ **Nos coups de pouce**

▶ **1.** Résous une équation carrée.

CORRIGÉ 55

▶ **1.** $\text{Aire}_{\text{ballon français}} = 4 \times \pi \times r^2 = 1\,950$

Donc $r^2 = \dfrac{1\,950}{4\pi}$.

Donc $r = \sqrt{\dfrac{1\,950}{4\pi}} \approx 12{,}5$ cm.

Le diamètre du ballon français est 25 cm, il n'est pas compris entre 23,8 cm et 24,8 cm.

Le ballon français n'est pas conforme.

RAPPEL
N'oublie pas que le diamètre d'un disque est le double du rayon.

▶ **2.** $\text{Diamètre}_{\text{ballon anglais}} = 9{,}5 \times 2{,}54 = 24{,}13$ cm.

Le diamètre du ballon anglais est compris entre 23,8 cm et 24,8 cm.

Donc le ballon anglais est conforme.

SUJET

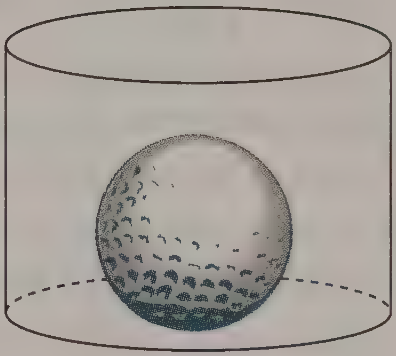
56

Sujet inédit • Grandeurs et mesures

Exercice • 4 points

Les balles de golf

Pour être aux normes, une balle de golf doit peser 46 g et avoir un diamètre de 43 mm.



▶ **1.** Un trou de golf est assimilé à un cylindre de diamètre 108 mm et de profondeur 11 cm.
Lorsqu'une balle est placée dans le trou, calculer le volume inoccupé, arrondir à l'unité.

▶ **2.** Calculer la masse volumique d'une balle de golf. On rappelle la formule suivante :

$$\text{Masse volumique (en g/cm}^3\text{)} = \frac{\text{masse (en g)}}{\text{volume (en cm}^3\text{)}}.$$

▶ **3.** Sachant que la masse volumique de l'eau est 1 g/cm^3, une balle de golf flotterait-elle ? Justifier.

LES CLÉS DU SUJET

Points du programme

Volume d'une sphère • Application d'une formule • Comparaison de nombres.

Nos coups de pouce

▶ **1.** Le volume d'un cylindre est $\mathcal{V}_{\text{cylindre}}$ = aire de la base × hauteur.

Le volume d'une sphère de rayon r est $\mathcal{V}_{\text{sphère}} = \frac{4}{3} \times \pi \times r^3$.

CORRIGÉ 56

▶ **1.** Le volume libre est la différence entre le volume du trou et de la balle de golf.

Le trou est un cylindre de rayon $r_{\text{cylindre}} = \dfrac{108}{2} = 54 \text{ mm} = 5{,}4 \text{ cm}$

et de hauteur $h = 11$ cm.

$$\begin{aligned}
\mathcal{V}_{\text{cylindre}} &= \text{aire de la base} \times \text{hauteur} \\
&= \pi \times r_{\text{cylindre}}^2 \times h \\
&= \pi \times 5{,}4^2 \times 11 \\
&= 320{,}76\,\pi \\
&\approx 1\,008 \text{ cm}^3.
\end{aligned}$$

La balle de golf est une sphère de rayon $r = \dfrac{43}{2} = 21{,}5 \text{ mm} = 2{,}15 \text{ cm}$.

$$\begin{aligned}
\mathcal{V}_{\text{balle de golf}} &= \frac{4}{3} \times \pi \times r^3 \\
&= \frac{4}{3} \times \pi \times 2{,}15^3 \\
&\approx 42 \text{ cm}^3.
\end{aligned}$$

Donc $\mathcal{V}_{\text{inoccupé}} = 1\,008 - 42 \approx \boxed{966 \text{ cm}^3}$.

▶ **2.**

$$\text{Masse volumique de la balle de golf} = \frac{\text{masse de la balle de golf (en g)}}{\text{volume de la balle de golf (en cm}^3\text{)}}$$

$$= \frac{46}{42} \approx \boxed{1{,}1 \text{ g/cm}^3}.$$

▶ **3.** La masse volumique de la balle de golf étant supérieure à celle de l'eau, la balle coulerait.

> **Attention !**
> Souviens-toi qu'un rayon vaut la moitié d'un diamètre !
> N'oublie pas de convertir toutes les mesures en cm.

GRANDEURS, MESURES

SUJET 57

Polynésie française • Septembre 2017
Exercice 5 • 7 points

Le marathon

L'épreuve du marathon consiste à parcourir le plus rapidement possible la distance de 42,195 km en course à pied. Cette distance se réfère historiquement à l'exploit effectué par le Grec Philipidès, en 490 av. J.-C., pour annoncer la victoire des Grecs contre les Perses. Il s'agit de la distance entre Marathon et Athènes.

▶ **1.** En 2014, le Kényan Dennis Kimetto a battu l'ancien record du monde en parcourant cette distance en 2 h 2 min 57 s. Quel est alors l'ordre de grandeur de sa vitesse moyenne :
5 km/h, 10 km/h ou 20 km/h ?

▶ **2.** Lors de cette même course, le Britannique Scott Overall a mis 2 h 15 min pour réaliser son marathon. Calculer sa vitesse moyenne en km/h. Arrondir la valeur obtenue au centième de km/h.

▶ **3.** Dans cette question, on considérera que Scott Overall court à une vitesse constante. Au moment où Dennis Kimetto franchit la ligne d'arrivée, déterminer :
a) le temps qu'il reste à courir à Scott Overall ;
b) la distance qu'il lui reste à parcourir. Arrondir le résultat au mètre près.

LES CLÉS DU SUJET

Points du programme

Calculs de vitesses • Conversions de durées • Différence de durées.

Nos coups de pouce

▶ **1.** Un ordre de grandeur consiste à prendre des nombres proches de ceux de l'énoncé mais plus simples à utiliser.
▶ **3.** Soustrais les deux temps de course.

CORRIGÉ 57

> **RAPPEL**
> $V = \frac{d}{t}$.

▶ **1.** Le Kenyan a parcouru les 42 km en environ 2 h.

Sa vitesse est donc d'environ

$V = \frac{d}{t} = \frac{42}{2} = \boxed{21\text{ km/h}}$.

L'ordre de grandeur de sa vitesse est 20 km/h.

▶ **2.** On a $d = 42{,}195$ km et $t = 2$ h 15 min $= 2{,}25$ h.

Donc : $V = \frac{d}{t} = \frac{42{,}195}{2{,}25} \approx \boxed{18{,}75\text{ km/h}}$.

▶ **3. a)** La différence de temps de course entre les deux coureurs est de :

2 h 15 min – 2 h 2 min 57 s = 2 h 14 min 60 s – 2 h 2 min 57 s
= 12 min 3 s.

Il restera à Scott Overall 12 min 3 s de course.

b) On a $t = 12$ min 3 s $= 12{,}05$ min.

> **RAPPEL**
> Il y a 60 minutes dans 1 heure.

Puisque Scott Overall court à une vitesse de 18,75 km/h, on a :

$V = 18{,}75 \div 60 = 0{,}3125$ km/min.

$d = V \times t = 0{,}3125 \times 12{,}05 \approx \boxed{3{,}766\text{ km}}$.

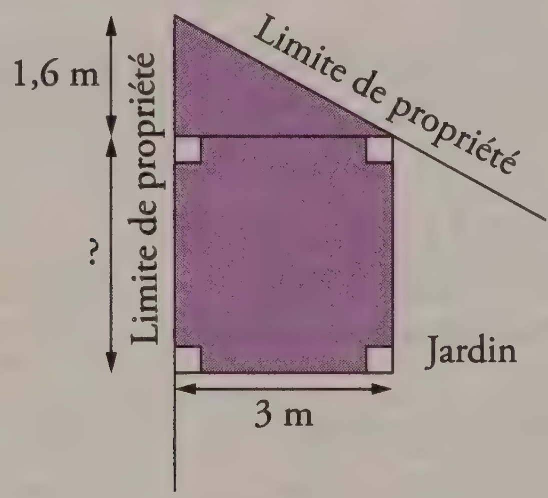
Il restera à Scott Overall 3,766 km à parcourir, au mètre près.

SUJET 58

Asie • Juin 2018
Exercice 5 • 12 points

Le garage

Paul veut construire un garage dans le fond de son jardin.
Sur le schéma ci-dessous, la partie colorée représente le garage positionné en limite de propriété.
Les longueurs indiquées (1,6 m et 3 m) sont imposées ; la longueur marquée par un point d'interrogation est variable.



Toute trace de recherche, même incomplète, pourra être prise en compte dans la notation.

Sachant que la surface du garage ne doit pas dépasser 20 m^2, quelle valeur maximale peut-il choisir pour cette longueur variable ?

LES CLÉS DU SUJET

Points du programme

Aires de figures usuelles • Mise en inéquation et résolution.

Nos coups de pouce

Note x la longueur manquante et résous une inéquation.

CORRIGÉ 58

Le garage est composé d'un triangle rectangle et d'un rectangle.

$\mathscr{A}_{\text{triangle rectangle}} = \dfrac{L \times l}{2} = \dfrac{1{,}6 \times 3}{2} = 2{,}4 \text{ m}^2$

$\mathscr{A}_{\text{rectangle}} = L \times l = 3x$

Donc $\mathscr{A}_{\text{garage}} = 3x + 2{,}4$.

On cherche donc à résoudre l'inéquation : $3x + 2{,}4 < 20$.

$3x < 20 - 2{,}4$

$3x < 17{,}6$

$x < \dfrac{17{,}6}{3} \approx 5{,}9$ m.

Conclusion : la longueur doit être inférieure à 5,9 m.

SUJET 59

Polynésie française • Septembre 2017
Exercice 3 • 6 points

L'arrosage automatique

Le jardinier d'un club de football décide de semer à nouveau du gazon sur l'aire de jeu. Pour que celui-ci pousse correctement, il installe un système d'arrosage automatique qui se déclenche le matin et le soir, à chaque fois, pendant 15 minutes.

• Le système d'arrosage est constitué de 12 circuits indépendants.
• Chaque circuit est composé de 4 arroseurs.
• Chaque arroseur a un débit de 0,4 m^3 d'eau par heure.

Combien de litres d'eau auront été consommés si on arrose le gazon pendant tout le mois de juillet ?

On rappelle que 1 m^3 = 1 000 litres et que le mois de juillet compte 31 jours.

LES CLÉS DU SUJET

Points du programme

Conversions de durées et de volumes • Proportionnalité.

Nos coups de pouce

Calcule la durée totale d'arrosage puis le nombre de m^3 débités par l'ensemble des arroseurs.

CORRIGÉ 59

• Le mois de juillet compte 31 jours donc l'arrosage se fera 62 fois dans le mois.

Chaque arrosage dure 15 minutes donc l'arrosage total durera :

$62 \times 15 = 930$ minutes $= \boxed{15{,}5 \text{ h}}$.

• Le circuit d'arrosage est composé de $12 \times 4 = 48$ arroseurs.

Chaque arroseur débitant 0,4 m^3 d'eau par heure, l'ensemble des arroseurs débitera :

$48 \times 0{,}4 = \boxed{19{,}2 \text{ m}^3 \text{ par heure}}$.

• Finalement, l'ensemble des arroseurs débitera

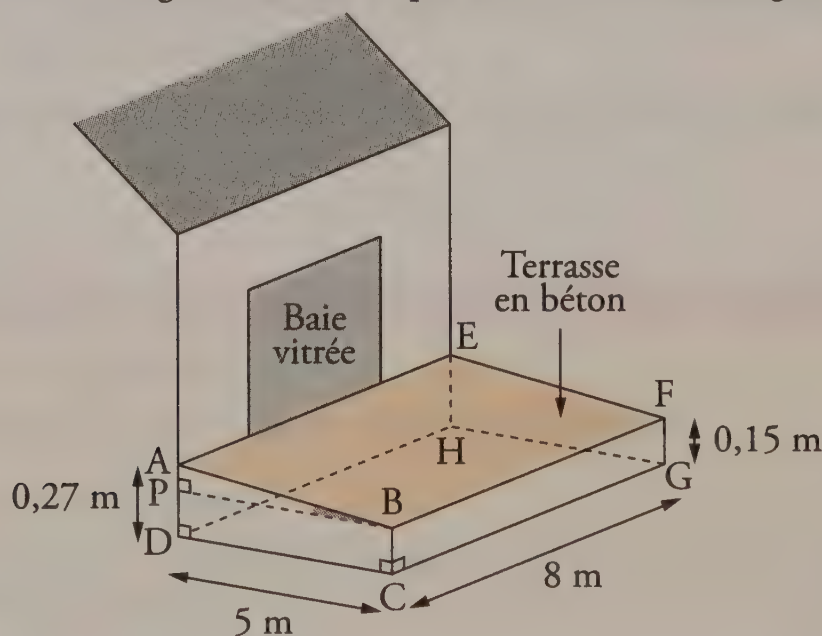
$19{,}2 \times 15{,}5 = 297{,}6$ m^3 = 297 600 L sur le mois de juillet.

SUJET 60

Amérique du Nord • Juin 2018
Exercice 6 • 16 points

La terrasse en béton

Madame Martin souhaite réaliser une terrasse en béton en face de sa baie vitrée. Elle réalise le dessin ci-dessous.
Pour faciliter l'écoulement des eaux de pluie, le sol de la terrasse doit être incliné.
La terrasse a la forme d'un prisme droit dont la base est le quadrilatère ABCD et la hauteur est le segment [CG].
P est le point du segment [AD] tel que BCDP est un rectangle.



▶ **1.** L'angle $\widehat{ABC}$ doit mesurer entre 1° et 1,5°.
Le projet de madame Martin vérifie-t-il cette condition ?

▶ **2.** Madame Martin souhaite se faire livrer le béton nécessaire à la réalisation de sa terrasse.
Elle fait appel à une entreprise spécialisée.
À l'aide des informations contenues dans le tableau ci-après, déterminer le montant de la facture établie par l'entreprise.

On rappelle que toute trace de recherche, même incomplète, pourra être prise en compte dans l'évaluation.

Information 1 Distance entre l'entreprise et la maison de madame Martin : 23 km.
Information 2 **Formule du volume d'un prisme droit** Volume d'un prisme droit = aire de la base du prisme × hauteur du prisme.
Information 3 **Conditions tarifaires de l'entreprise spécialisée** • Prix du m^3 de béton : 95 €. • Capacité maximale du camion-toupie : 6 m^3. • Frais de livraison : 5 € par km parcouru par le camion-toupie. • L'entreprise facture les distances aller et retour (entreprise-lieu de livraison) parcourues par le camion-toupie.

LES CLÉS DU SUJET

Points du programme

Aires et volumes usuels • Trigonométrie • Proportionnalité.

Nos coups de pouce

▶ **1.** Détermine d'abord AP par soustraction de longueurs.

▶ **2.** La base de la terrasse est le quadrilatère ABCD.

GRANDEURS, MESURES

CORRIGÉ 60

EXERCICE 6

▶ **1.** Les points A, P et D sont alignés donc :

AP = AD – DP = 0,27 – 0,15 = 0,12 m.

Dans le triangle APB rectangle en P, on a :

$$\tan(\widehat{B}) = \frac{\text{côté opposé à l'angle } \widehat{B}}{\text{côté adjacent à l'angle } \widehat{B}} = \frac{AP}{PB} = \frac{0{,}12}{5}.$$

$$\text{Donc } \widehat{B} = \tan^{-1}\left(\frac{0{,}12}{5}\right) \approx 1{,}4°.$$

Le projet de Mme Martin vérifie bien la condition angulaire demandée.

▶ **2.** Cherchons l'aire de la base ABCD :

Aire (ABCD) = aire (PDCB) + aire (APB)

$$= 5 \times 0{,}15 + \frac{5 \times 0{,}12}{2}$$

$$= 1{,}05\ \text{m}^2.$$

Cherchons le volume de la terrasse :

Volume(terrasse) = aire (ABCD) × hauteur

$$= 1{,}05 \times 8$$

$$= 8{,}4\ \text{m}^3.$$

Le prix payé pour le béton est : $95 \times 8{,}4 = 798$ €.

Cherchons le prix payé pour les déplacements du camion-toupie :

Il va falloir 2 déplacements donc 2 allers-retours.

Puisqu'un aller-retour correspond à 46 km, il sera facturé $5 \times 46 \times 2 = 460$ €.

> ATTENTION !
> N'oublie pas de compter des allers-retours !

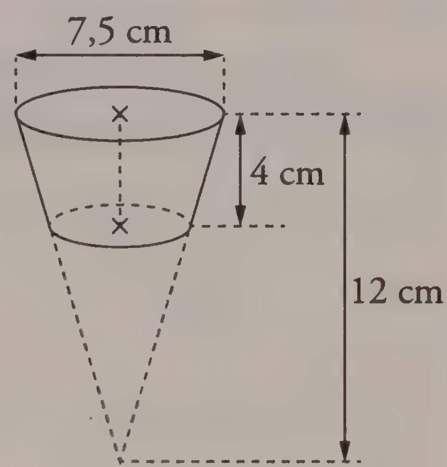
Conclusion : Mme Martin paiera $798 + 460 = 1\ 258$ €.

D'après Asie • Juin 2013
Exercice 7 • 4 points

Moule à muffin

Dans cet exercice, si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche. Elle sera prise en compte dans l'évaluation.

Un moule à muffin (un muffin est une pâtisserie) est constitué de 9 cavités. Toutes les cavités sont identiques. Chaque cavité a la forme d'un tronc de cône (cône coupé par un plan parallèle à sa base) représenté ci-contre. Les dimensions sont indiquées sur la figure.



Rappels :
- Le volume d'un cône de rayon de base r et de hauteur h est $\frac{1}{3}\pi r^2 h$.
- $1\text{ L} = 1\text{ dm}^3$.

▶ **1.** Montrer que le volume d'une cavité est d'environ 125 cm^3.

▶ **2.** Léa a préparé 1 litre de pâte. Elle veut remplir chaque cavité du moule au $\frac{3}{4}$ de son volume.

A-t-elle suffisamment de pâte pour les 9 cavités du moule ? Justifier la réponse.

LES CLÉS DU SUJET

Points du programme

Volume d'un cône • Coefficient d'agrandissement/réduction • Fraction d'une quantité • Conversions.

Nos coups de pouce

▶ **1.** Calculer les volumes des deux cônes en appliquant la formule rappelée dans l'énoncé. En déduire le volume d'une cavité.

CORRIGÉ 61

▶ **1.** Notons $\mathcal{V}$ le volume d'une cavité, c'est-à-dire le volume d'un tronc de cône.

Notons $\mathcal{V}_1$ et $\mathcal{V}_2$ les volumes respectifs du grand et du petit cône et utilisons la formule rappelée dans l'énoncé.

Le grand cône a pour hauteur 12 cm et le rayon de sa base mesure $\frac{7{,}5}{2}$ soit 3,75 cm.

$\mathcal{V}_1 = \frac{1}{3} \times \pi \times 3{,}75^2 \times 12$ soit $\mathcal{V}_1 = 56{,}25\pi \text{ cm}^3$.

Le petit cône a pour hauteur 8 cm. C'est une réduction du grand cône dans le rapport $\frac{8}{12}$ ou encore $\frac{2}{3}$.

Alors $\mathcal{V}_2 = \left(\frac{2}{3}\right)^3 \times \mathcal{V}_1$ soit $\mathcal{V}_2 = \frac{8}{27} \times 56{,}25\pi$ ou encore

$\mathcal{V}_2 = \frac{50}{3} \times \pi \text{ cm}^3$.

Nous avons $\mathcal{V} = \mathcal{V}_1 - \mathcal{V}_2$

$\mathcal{V} = 56{,}25\pi - \frac{50}{3} \times \pi$

$\mathcal{V} = 124{,}35 \text{ cm}^3$ valeur arrondie au centième.

Conclusion : le volume d'une cavité est bien égal à environ 125 cm^3.

▶ **2.** Notons $\mathcal{V}'$ le volume de pâte nécessaire pour remplir chacun des 9 moules au $\frac{3}{4}$ de son volume.

$\mathcal{V}' = 9 \times \frac{3}{4} \times 125$ soit environ 844 cm^3 c'est-à-dire 0,844 litre.

Conclusion : Léa a préparé suffisamment de pâte.

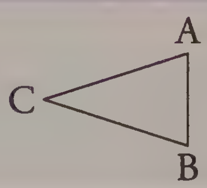
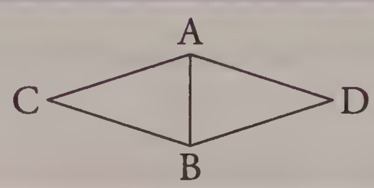
SUJET 62

Amérique du Nord • Juin 2018

Exercice 5 • 6 points

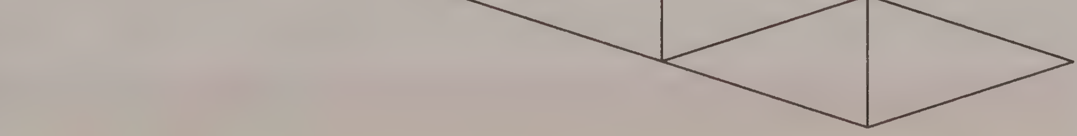
La frise

Gaspard travaille avec un logiciel de géométrie dynamique pour construire une frise.
Il a construit un triangle ABC isocèle en C (motif 1) puis il a obtenu le losange ACBD (motif 2). Voici les captures d'écran de son travail.

Motif 1	Motif 2
	

▶ **1.** Préciser une transformation permettant de compléter le motif 1 pour obtenir le motif 2.

▶ **2.** Une fois le motif 2 construit, Gaspard a appliqué à plusieurs reprises une translation.
Il obtient ainsi la frise ci-dessous.
Préciser de quelle translation il s'agit.



LES CLÉS DU SUJET

Points du programme

Transformations géométriques.

Nos coups de pouce

▶ **1.** Une symétrie axiale donne un effet « miroir ».

▶ **2.** Une translation donne un effet « glissement ».

CORRIGÉ 62

▶ **1.** Pour obtenir le motif 2, on trace le symétrique du motif 1 par rapport à l'axe (AB).

▶ **2.** Il a appliqué la translation qui amène C sur B.

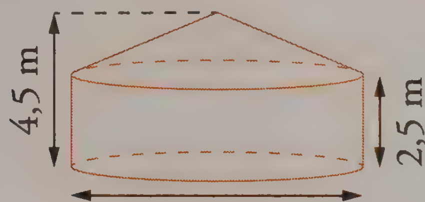
Asie • Juin 2018
Exercice 2 • 17 points

La yourte

Samia vit dans un appartement dont la surface au sol est de 35 m^2.
Elle le compare avec une yourte, l'habitat traditionnel mongol.

ph© Kazakh yurt/Getty Images/iStockphoto

On modélise cette yourte par un cylindre et un cône.



On rappelle les formules suivantes :
Aire du disque = $\pi \times \text{rayon}^2$
Volume du cylindre = $\pi \times \text{rayon}^2 \times \text{hauteur}$
Volume du cône = $\frac{1}{3} \times \pi \times \text{rayon}^2 \times \text{hauteur}$

▶ **1.** Montrer que l'appartement de Samia offre une plus petite surface au sol que celle de la yourte.

▶ **2.** Calculer le volume de la yourte en m^3.

▶ **3.** Samia réalise une maquette de cette yourte à l'échelle $\frac{1}{25}$.
Quelle est la hauteur de la maquette ?

LES CLÉS DU SUJET

■ **Points du programme**

Calculs d'aire et de volume • Réduction.

GÉOMÉTRIE

Nos coups de pouce

▶ **1.** Calcule l'aire du disque représentant la surface au sol.

▶ **2.** Calcule le volume de la partie cylindrique puis celle de la partie conique. Déduis-en le volume de la yourte.

▶ **3.** Applique le coefficient de réduction, c'est-à-dire $\frac{1}{25}$, à la hauteur de la yourte.

CORRIGÉ 63

> **RAPPEL**
> Si on note D le diamètre d'un disque de rayon R, alors $R = \frac{D}{2}$ et l'aire du disque mesure $\frac{\pi \times D^2}{4}$.

▶ **1.** L'aire $\mathcal{A}$ d'un disque de rayon R est donnée par la formule $\mathcal{A} = \pi \times R^2$.
Le disque a pour diamètre 7 m. Son rayon mesure donc 3,5 m. Alors $\mathcal{A} = \pi \times 3{,}5^2$ soit $\boxed{\mathcal{A} = 12{,}25\pi \text{ m}^2}$.
$\mathcal{A} = 38{,}48 \text{ m}^2$ est une valeur approchée au centième.

Mais $35 < 38{,}48$ donc l'appartement de Samia offre une plus petite surface au sol que celle de la yourte.

▶ **2.** Notons $\mathcal{V}_1$ le volume du cylindre dont la base mesure 3,5 m de rayon et la hauteur 2,5 m. D'après les rappels donnés dans l'énoncé :
$\mathcal{V}_1 = \pi \times 3{,}5^2 \times 2{,}5$ soit $\mathcal{V}_1 = 30{,}625 \times \pi \text{ m}^3$.
$\mathcal{V}_1 = 96{,}21 \text{ m}^3$ est une valeur approchée au centième.
Notons $\mathcal{V}_2$ le volume du cône dont la base mesure 3,5 m de rayon et la hauteur (4,5 – 2,5) c'est-à-dire 2 m. D'après les rappels donnés dans l'énoncé : $\mathcal{V}_2 = \frac{1}{3} \times \pi \times 3{,}5^2 \times 2 \text{ m}^3$.
$\mathcal{V}_2 = 25{,}65 \text{ m}^3$ est une valeur approchée au centième.
Notons $\mathcal{V}$ le volume de la yourte.
$\mathcal{V} = \mathcal{V}_1 + \mathcal{V}_2$ soit $\mathcal{V} = 96{,}21 + 25{,}65$ c'est-à-dire $\boxed{\mathcal{V} = 121{,}86 \text{ m}^3}$, valeur approchée au centième.

▶ **3.** Notons h la hauteur de la maquette et H celle de la yourte. Alors $h = \frac{1}{25} \times H$ soit $h = \frac{1}{25} \times 4{,}5 = 0{,}18$.
Conclusion : la hauteur de la maquette est de 0,18 m ou encore 18 cm.

SUJET 64

France métropolitaine • Septembre 2018
Exercice 4 • 17 points

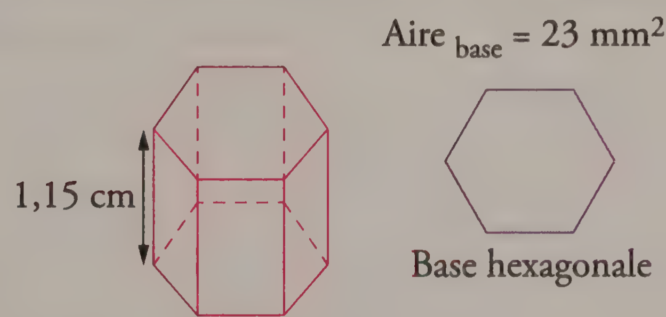
Les abeilles ouvrières

ph© Natali-His/Getty Images/iStockphoto

Les abeilles ouvrières font des allers-retours entre les fleurs et la ruche pour transporter le nectar et le pollen des fleurs qu'elles stockent dans la ruche.

▶ **1.** Une abeille a une masse moyenne de 100 mg et rapporte en moyenne 80 mg de charge (nectar, pollen) à chaque voyage.
Un homme a une masse de 75 kg. S'il se chargeait proportionnellement à sa masse, comme une abeille, quelle masse cet homme transporterait-il ?

▶ **2.** Quand elles rentrent à la ruche, les abeilles déposent le nectar récolté dans des alvéoles.
On considère que ces alvéoles ont la forme d'un prisme de 1,15 cm de hauteur et dont la base est un hexagone d'aire 23 mm^2 environ, voir la figure ci-dessous.
a) Vérifier que le volume d'une alvéole de ruche est égal à 264,5 mm^3.



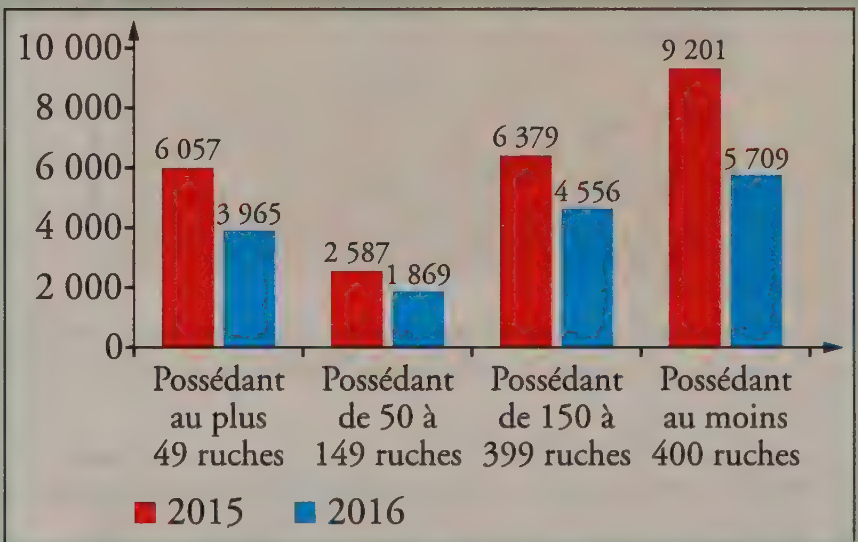
Le volume d'un prisme est donné par la formule : $\mathcal{V}_{prisme} = aire_{base} \times hauteur$.

GÉOMÉTRIE

b) L'abeille stocke le nectar dans son jabot. Le jabot est une petite poche sous l'abdomen d'un volume de 6×10^{-5} litre. Combien de sorties au minimum l'abeille doit-elle faire pour remplir une alvéole ?
(Rappel : 1 dm^3 = 1 litre.)

▶ **3.** Le graphique ci-dessous présente la production française de miel en 2015 et 2016.

DOCUMENT **Production française de miel en 2015 et 2016 (en tonnes)**



Source : Observatoire de la production de miel et gelée royale FranceAgriMer 2017.

a) Calculer la quantité totale de miel (en tonnes) récoltée en 2016.
b) Sachant que la quantité totale de miel récoltée en 2015 est de 24 224 tonnes, calculer le pourcentage de baisse de la récolte de miel entre 2015 et 2016.

LES CLÉS DU SUJET

Points du programme

Proportionnalité • Calculs de volume • Pourcentage.

Nos coups de pouce

▶ **1.** Construis un tableau de proportionnalité.

▶ **2. a)** Applique la formule du volume d'un prisme donnée dans le texte.
b) Convertis, par exemple, les litres en mm^3.

▶ **3. b)** Soit *Q* une quantité. Après une diminution, cette quantité devient égale à Q_1. Le pourcentage *n* de cette diminution est tel que $n = \frac{Q - Q_1}{Q} \times 100$.

CORRIGÉ 64

▶ **1.** Construisons un tableau de proportionnalité.

	Masse du « transporteur » en mg	Masse transportée en mg
Homme	75×10^6	x
Abeille	100	80

$75\text{ kg} = 75\,000\text{ g} = 75\,000\,000\text{ mg} = 75 \times 10^6\text{ mg}$.

Nous avons alors $x = \dfrac{(75 \times 10^6) \times 80}{100} = 60 \times 10^6$.

Alors $x = 60 \times 10^6\text{ mg} = 60\text{ kg}$.

Conclusion : l'homme transporterait 60 kg.

> ATTENTION
> Veille à exprimer les différentes masses avec la même unité (ici en mg).

▶ **2. a)** Calculons le volume $\mathcal{V}$ d'une alvéole en utilisant la formule donnée dans l'énoncé : $\mathcal{V} = \text{aire}_{\text{base}} \times \text{hauteur}$.
Nous savons que l'aire de la base est égale à 23 mm^2 et que la hauteur mesure 1,15 cm soit 11,5 mm.

$\mathcal{V} = 23 \times 11{,}5$ et alors $\boxed{\mathcal{V} = 264{,}5\,\text{mm}^3}$.

GÉOMÉTRIE

b) Soit N le nombre de sorties que l'abeille doit effectuer.

La poche possède un volume de 6×10^{-5} litres. Exprimons ce volume en mm^3.

$1 \text{ L} = 1 \text{ dm}^3 = 1\,000 \text{ cm}^3 = 1\,000\,000 \text{ mm}^3 = 10^6 \text{ mm}^3$.

Alors $6 \times 10^{-5} \text{ L} = 6 \times 10^{-5} \times 10^6 \text{ mm}^3 = 60 \text{ mm}^3$.

Donc $N = \dfrac{264{,}5}{60} \approx 4{,}4$.

Conclusion : l'abeille doit effectuer au moins 5 sorties.

REMARQUE
Le nombre de sorties est un nombre entier. De plus il convient d'arrondir le nombre de sorties trouvé par excès. Lors de la cinquième sortie, l'abeille ne ramènera pas une poche pleine.

▶ **3. a)** Notons Q la quantité totale de miel récoltée en 2016.

$Q = 3\,965 + 1\,869 + 4\,556 + 5\,709 = 16\,099$

$\boxed{Q = 16\,099 \text{ tonnes}}$

b) Notons n le pourcentage de baisse recherché.

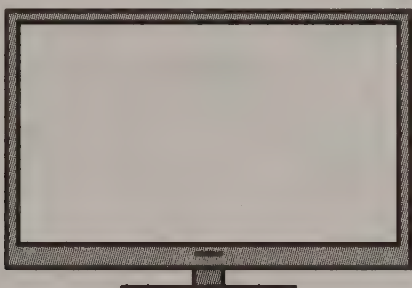
Alors $n = \dfrac{24\,224 - 16\,099}{24\,224} \times 100$.

$\boxed{n = 33{,}54\ \%}$

Amérique du Sud • Novembre 2018
Exercice 4 • 18 points

Écran de télévision

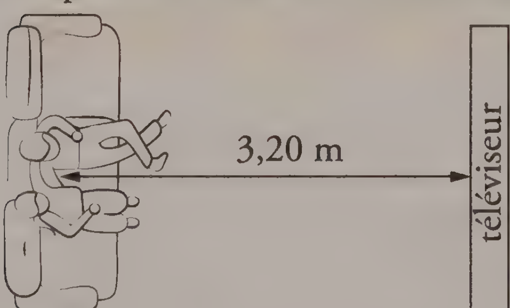
Valentin souhaite acheter un écran de télévision ultra HD (haute définition).
Pour un confort optimal, la taille de l'écran doit être adaptée aux dimensions de son salon.
Voici les caractéristiques du téléviseur que Valentin pense acheter :



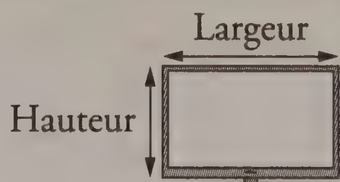
Hauteur de l'écran	60 cm
Format de l'écran	16/9
Ultra HD	Oui

Valentin a-t-il fait un choix adapté ?
Utiliser les informations ci-dessous et les caractéristiques du téléviseur pour répondre.
Toute trace de recherche, même incomplète, pourra être prise en compte dans la notation.

Information 1. Distance écran-téléspectateur du salon de Valentin :

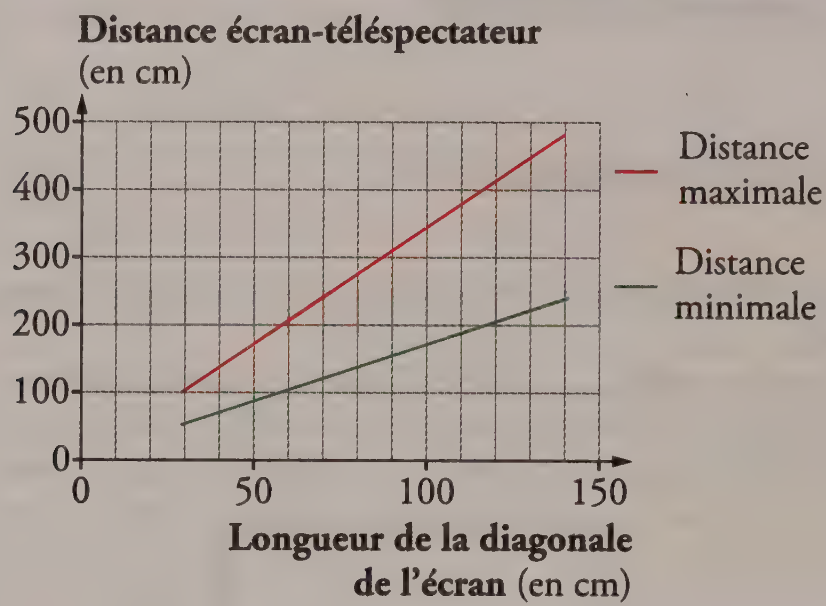


Information 2. Pour un écran au format 16/9, on a :



$$\text{Largeur} = \frac{16}{9} \times \text{Hauteur}$$

Information 3. Graphique pour aider au choix de la taille de l'écran :



LES CLÉS DU SUJET

Points du programme

Lectures graphiques • Théorème de Pythagore.

Nos coups de pouce

Stratégie possible :

• Calcule la largeur de l'écran avec l'information 2.

• Calcule la mesure de la diagonale de l'écran en appliquant le théorème de Pythagore.

• Lis les deux distances, minimale et maximale, écran-téléspectateur correspondant à cette diagonale en utilisant l'information 3.

• En utilisant l'information 1, conclus.

CORRIGÉ 65

D'après le choix de Valentin, on peut dire que la largeur L de l'écran est telle que :

$$L = \frac{16}{9} \times 60 \approx 107 \text{ cm.}$$

Calculons la mesure D de la diagonale de l'écran.

Appliquons le théorème de Pythagore. Nous avons $D^2 = L^2 + H^2$ où H est la mesure de la hauteur de l'écran.

Alors $D^2 = 107^2 + 60^2 = 15\,049$ et $D = \sqrt{15\,049}$.

La calculatrice indique $D \approx 123$ cm, valeur arrondie à l'unité.

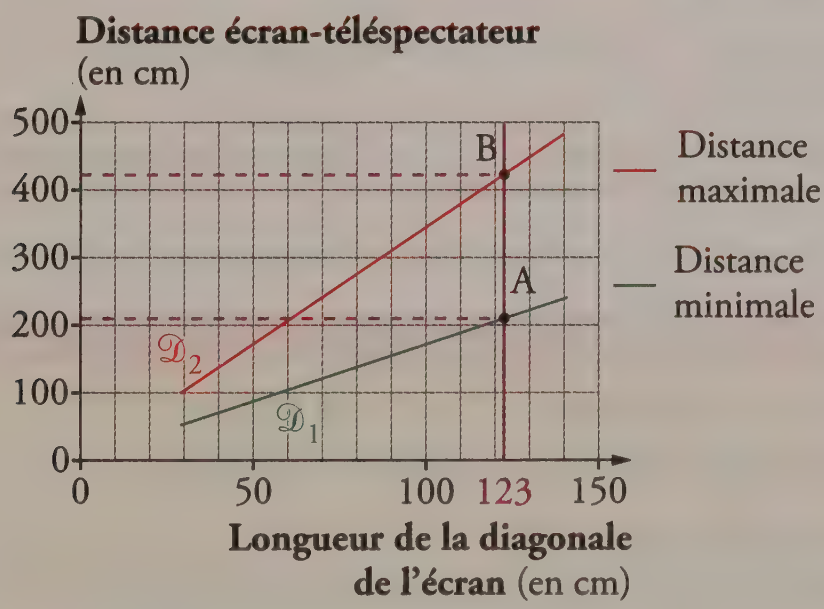
Nous lisons sur le graphique que la droite d'équation $x = 123$ coupe la droite $\mathscr{D}_1$ au point A d'ordonnée 210 et coupe la droite $\mathscr{D}_2$ au point B d'ordonnée 420.

Nous savons que la distance écran-téléspectateur dans le salon de Valentin mesure 3,20 m soit 320 cm.

Il est évident que 210 cm < 320 cm < 420 cm.

Conclusion : Valentin a fait un choix adapté !

> **REMARQUE**
> La plupart des résultats trouvés sont des valeurs approchées. Donc il est inutile de donner des résultats en centimètres comportant des décimales.

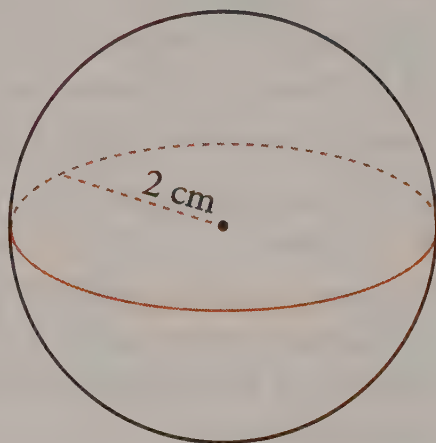


SUJET 66

Centres étrangers • Juin 2017
Exercice 3 • 6 points

Comparaison des volumes de quatre solides

Voici les dimensions de quatre solides :
- Une pyramide de 6 cm de hauteur dont la base est un rectangle de 6 cm de longueur et de 3 cm de largeur.
- Un cylindre de 2 cm de rayon et de 3 cm de hauteur.
- Un cône de 3 cm de rayon et de 3 cm de hauteur.
- Une boule de 2 cm de rayon.



▶ **1. a)** Représenter approximativement les trois premiers solides comme l'exemple ci-dessus.
b) Placer les dimensions données sur les représentations.

▶ **2.** Classer ces quatre solides dans l'ordre croissant de leurs volumes.

Quelques formules :

- $\frac{4}{3} \times \pi \times \text{rayon}^3$
- $\pi \times \text{rayon}^2 \times \text{hauteur}$
- $\frac{1}{3} \times \pi \times \text{rayon}^2 \times \text{hauteur}$
- $\frac{1}{3} \times \text{aire de la base} \times \text{hauteur}$

LES CLÉS DU SUJET

Points du programme

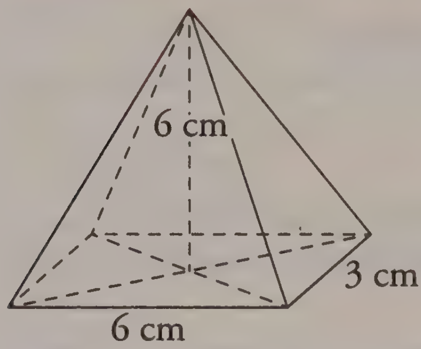
Tracer des figures dans l'espace • Calculs de volumes.

Nos coups de pouce

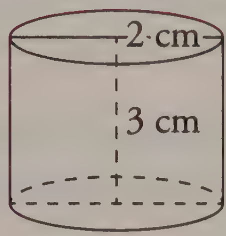
▶ **1.** Utilise une règle graduée, une équerre et un compas.
▶ **2.** Pour calculer les quatre volumes, applique les formules données.

CORRIGÉ 66

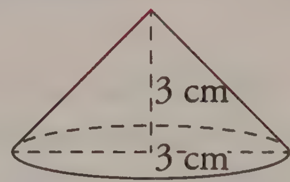
▶ **1. a)** et **b)**



Pyramide



Cylindre



Cône

▶ **2.** Notons $\mathcal{V}_1$, $\mathcal{V}_2$, $\mathcal{V}_3$ et $\mathcal{V}_4$ les volumes respectifs de la pyramide, du cylindre, du cône et de la boule.

Nous avons $\mathcal{V}_1 = \frac{1}{3} \times$ aire de la base $\times$ hauteur

soit $\mathcal{V}_1 = \frac{1}{3} \times (3 \times 6) \times 6$

Donc $\mathcal{V}_1 = 36 \text{ cm}^3$.

Nous avons $\mathcal{V}_2 = \pi \times \text{rayon}^2 \times \text{hauteur}$ soit $\mathcal{V}_2 = \pi \times 2^2 \times 3$ ou encore $\mathcal{V}_2 = 12\pi$.

Donc $\mathcal{V}_2 = 37{,}7 \text{ cm}^3$ (valeur arrondie au dixième).

Nous avons $\mathcal{V}_3 = \frac{1}{3} \times \pi \times \text{rayon}^2 \times \text{hauteur}$, soit $\mathcal{V}_3 = \frac{1}{3} \times \pi \times 3^2 \times 3$, soit $\mathcal{V}_3 = 9\pi$. Donc $\mathcal{V}_3 = 28{,}3 \text{ cm}^3$ (valeur arrondie au dixième).

Nous avons $\mathcal{V}_4 = \frac{4}{3} \times \pi \times \text{rayon}^3$, soit $\mathcal{V}_4 = \frac{4}{3} \times \pi \times 2^3$ ou encore $\mathcal{V}_4 = \frac{32\pi}{3}$.

Donc $\mathcal{V}_4 = 33{,}5 \text{ cm}^3$ (valeur arrondie au dixième).

Conclusion : par ordre croissant des volumes, nous avons :

volume du cône – volume de la boule – volume de la pyramide – volume du cylindre, car $\mathcal{V}_3 < \mathcal{V}_4 < \mathcal{V}_1 < \mathcal{V}_2$.

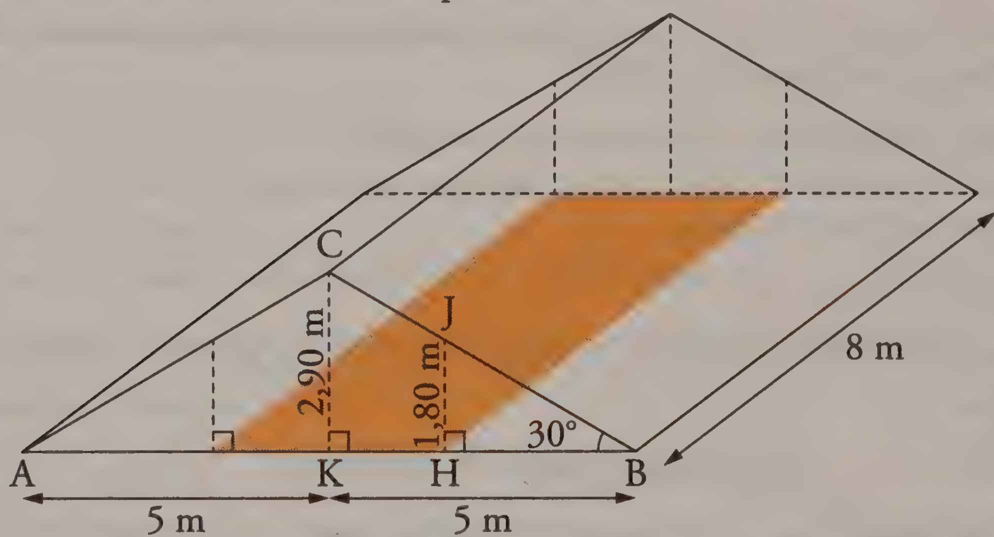
GÉOMÉTRIE

SUJET 67

Amérique du Sud • Novembre 2017
Exercice 2 • 7 points

Aménagement des combles d'une maison

Madame Duchemin a aménagé un studio dans les combles de sa maison, ces combles ayant la forme d'un prisme droit avec comme base le triangle ABC isocèle en C.
Elle a pris quelques mesures, au cm près pour les longueurs et au degré près pour les angles. Elle les a reportées sur le dessin ci-dessous représentant les combles, ce dessin n'est pas à l'échelle.



Madame Duchemin souhaite louer son studio.
Les prix de loyer autorisés dans son quartier sont au maximum de 20 € par m^2 de surface habitable.
Une surface est dite habitable si la hauteur sous plafond est de plus de 1,80 m (*article R111-2 du Code de construction*) : cela correspond à la partie beige sur la figure.
Madame Duchemin souhaite fixer le prix du loyer à 700 €.
Peut-elle louer son studio à ce prix ?

LES CLÉS DU SUJET

Points du programme

Théorème de Thalès • Calcul d'aire.

Nos coups de pouce

Marche à suivre possible pour répondre à la question posée :
- Calculer HB en appliquant le théorème de Thalès.
- En déduire KH.
- Calculer l'aire de la partie rectangulaire beige.
- Calculer le montant maximum du loyer.
- Conclure.

CORRIGÉ 67

• Les points B, H, K sont alignés dans le même ordre que les points B, J, C.

De plus les droites (KC) et (HJ) sont parallèles puisqu'elles sont toutes les deux perpendiculaires à la droite (AB).

> **REMARQUE**
> Pour calculer BH, on peut aussi calculer $\tan\widehat{HBJ}$ dans le triangle HBJ rectangle en H.

Nous pouvons appliquer le théorème de Thalès et écrire :

$\frac{BH}{BK} = \frac{HJ}{KC}$ ou encore $\frac{BH}{5} = \frac{1,8}{2,9}$.

Nous en déduisons $BH = \frac{5 \times 1,8}{2,9}$ soit BH = 3,10 m, valeur arrondie au cm près.

• Nous avons KH = KB – BH = 5 – 3,10, soit KH = 1,90 m, valeur arrondie au cm près.

• La partie beige rectangulaire a pour longueur 8 m et pour largeur 2 × 1,90 m, soit 3,80 m. L'aire de la partie beige est $\mathscr{A} = 8 \times 3,80\ \text{m}^2$, soit 30,4 m^2.

• Le loyer maximum est égal à 30,4 × 20, soit 608 euros.

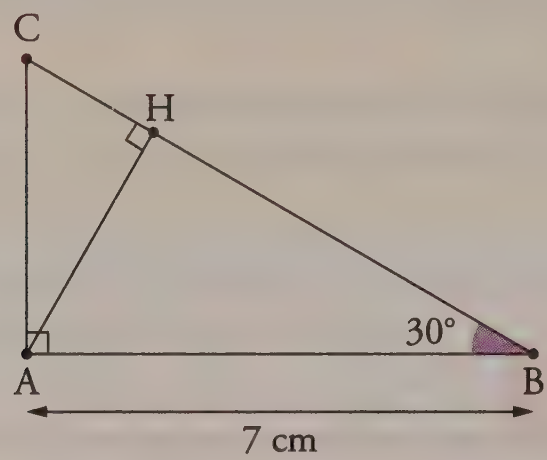
• Puisque madame Duchemin souhaite louer son studio pour 700 euros et que le montant maximum autorisé est de 608 euros, celle-ci ne pourra pas louer au prix souhaité.

GÉOMÉTRIE

SUJET 68

Pondichéry • Mai 2018
Exercice 7 • 16 points

Triangles semblables



On considère ci-dessus un triangle ABC rectangle en A tel que $\widehat{ABC} = 30°$ et $AB = 7$ cm. H est le pied de la hauteur issue de A.

▶ **1.** Tracer la figure en vraie grandeur sur la copie. Laisser les traits de construction apparents sur la copie.

▶ **2.** Démontrer que $AH = 3{,}5$ cm.

▶ **3.** Démontrer que les triangles ABC et HAC sont semblables.

▶ **4.** Déterminer le coefficient de réduction permettant de passer du triangle ABC au triangle HAC.

LES CLÉS DU SUJET

Points du programme

Construction géométrique • Triangles semblables • Réduction.

Nos coups de pouce

▶ **1.** Utilise une règle graduée, un compas et un rapporteur.
▶ **2.** Utilise la trigonométrie dans le triangle BAH rectangle en H.
▶ **3.** Applique, par exemple, la définition : « Deux triangles qui ont leurs angles deux à deux de même mesure sont semblables. »
▶ **4.** Écris les côtés proportionnels.

CORRIGÉ 68

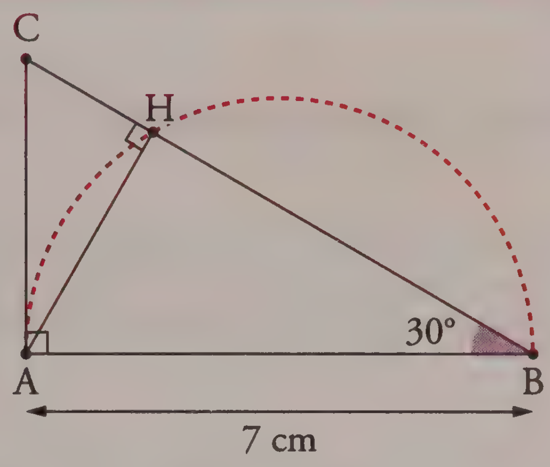
▶ **1.** Construction de la figure en vraie grandeur.

On trace un segment [AB] de longueur 7 cm.

On trace un demi-cercle de diamètre [AB].

On trace la demi-droite d'origine B faisant un angle de 30° avec la demi-droite [BA). Cette demi-droite coupe le demi-cercle en H.

Enfin la demi-droite [BH) coupe la perpendiculaire en A à (AB) en C.



Échelle : $\frac{7}{10}$

▶ **2.** Dans le triangle ABH rectangle en H, nous avons $\sin \widehat{ABH} = \dfrac{AH}{AB}$ soit $AH = AB \sin \widehat{ABH}$ ou encore $AH = 7 \times \sin 30°$ c'est-à-dire :

$\boxed{AH = 3{,}5 \text{ cm}}$.

> RAPPEL
> Dans un triangle ABH rectangle en H, $\sin \widehat{ABH} = \dfrac{\text{côté opposé}}{\text{hypoténuse}}$.

▶ **3.** Les triangles ABC, HAC et AHB sont rectangles. Dans un triangle rectangle, la somme des mesures des deux angles aigus vaut 90°. Alors :

$\widehat{BAH} = 90° - 30° = 60°$; $\widehat{HAC} = 90° - 60° = 30°$;

$\widehat{ACH} = 90° - 30° = 60°$

Donc : $\widehat{BAC} = \widehat{AHC} = 90°$; $\widehat{ACB} = \widehat{ACH} = 60°$;

$\widehat{ABC} = \widehat{HAC} = 30°$.

Les triangles ABC et HAC ont leurs angles deux à deux de même mesure. Ils sont donc semblables.

▶ **4.** Puisque ces deux triangles sont semblables, alors les longueurs des côtés opposés aux angles de même mesure sont proportionnelles et

$\dfrac{HA}{AB} = \dfrac{HC}{AC} = \dfrac{AC}{BC} = k$ qui est le rapport de la similitude.

Mais $\dfrac{HA}{AB} = \dfrac{3{,}5}{7} = 0{,}5$, donc le triangle HAC est une réduction du triangle ABC dans le rapport 0,5.

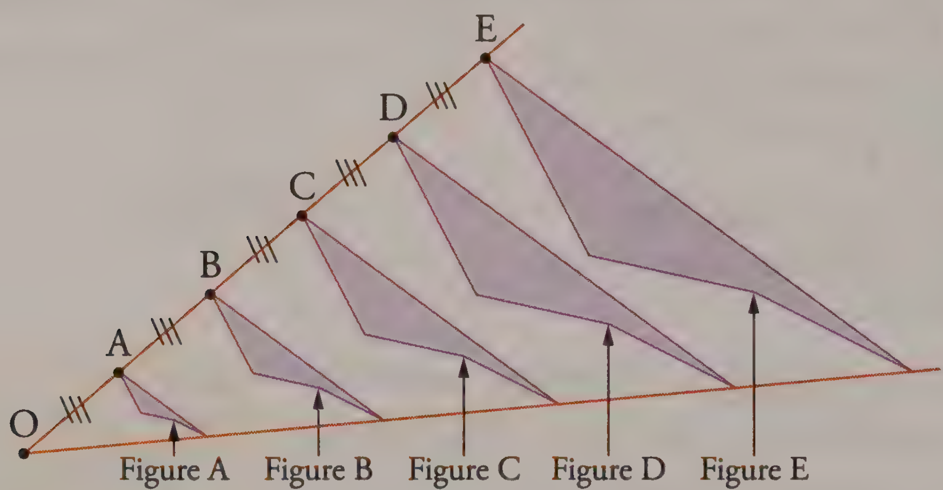
GÉOMÉTRIE

SUJET 69

Asie • Juin 2018
Exercice 6 • 13 points

Les homothéties

Avec un logiciel de géométrie dynamique, on a construit la figure A. En appliquant à la figure A des homothéties de centre O et de rapports différents, on a ensuite obtenu les autres figures.



▶ **1.** Quel est le rapport de l'homothétie de centre O qui permet d'obtenir la figure C à partir de la figure A ?
Aucune justification n'est attendue.

▶ **2.** On applique l'homothétie de centre O et de rapport $\frac{3}{5}$ à la figure E. Quelle figure obtient-on ?
Aucune justification n'est attendue.

▶ **3.** Quelle figure a une aire quatre fois plus grande que celle de la figure A ?

LES CLÉS DU SUJET

Points du programme

Homothéties.

Nos coups de pouce

Revoir la définition et les propriétés d'une homothétie.

CORRIGÉ 69

REMARQUE
« Homothétie » est un mot d'origine grecque et qui signifie « position semblable ».

▶ **1.** La figure C est l'image de la figure A par l'homothétie de centre O et de rapport 3. En effet $\frac{OC}{OA} = 3$.

▶ **2.** Lorsqu'on applique à la figure E l'homothétie de centre O et de rapport $\frac{3}{5}$, on obtient la figure C. En effet $\frac{OC}{OE} = \frac{3}{5}$.

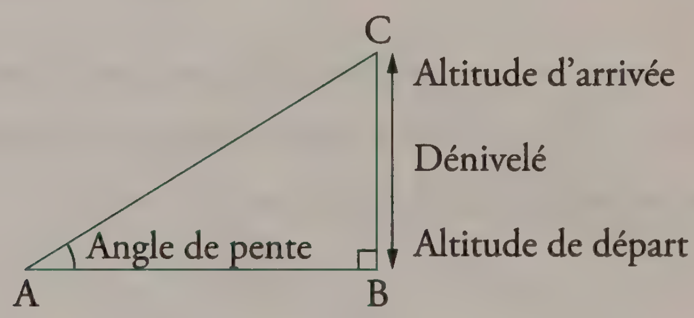
▶ **3.** La figure B possède une aire quatre fois plus grande que celle de la figure A. En effet $\frac{OB}{OA} = \frac{2}{1} = 2$ et lorsqu'on multiplie les longueurs par deux, l'aire est multipliée par 2^2 c'est-à-dire 4.

GÉOMÉTRIE

France métropolitaine • Septembre 2018
Exercice 7 • 12 points

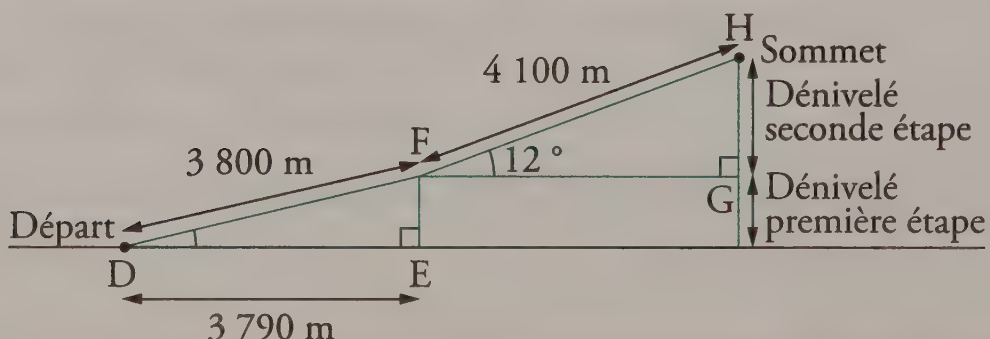
Vitesse ascensionnelle

Pour la course à pied en montagne, certains sportifs mesurent leur performance par la **vitesse ascensionnelle**, notée V_a.
V_a est le quotient du dénivelé de la course, exprimé en mètres, par la durée, exprimée en heures.



Par exemple : pour un dénivelé de 4 500 m et une durée de parcours de 3 h : $V_a = 1\,500$ m/h.
Rappel : le dénivelé de la course est la différence entre l'altitude à l'arrivée et l'altitude au départ.
Un coureur de haut niveau souhaite atteindre une vitesse ascensionnelle d'au moins 1 400 m/h lors de sa prochaine course.

La figure ci-dessous n'est pas représentée en vraie grandeur.



Le parcours se décompose en deux étapes (voir figure ci-dessus) :
- Première étape de 3 800 m pour un déplacement horizontal de 3 790 m.
- Seconde étape de 4,1 km avec un angle de pente d'environ 12°.

▶ **1.** Vérifier que le dénivelé de la première étape est environ 275,5 m.

▶ **2.** Quel est le dénivelé de la seconde étape ?

▶ **3.** Depuis le départ, le coureur met 48 minutes pour arriver au sommet. Le coureur atteint-il son objectif ?

LES CLÉS DU SUJET

Points du programme

Théorème de Pythagore • Trigonométrie.

Nos coups de pouce

▶ **1.** Applique le théorème de Pythagore au triangle DEF rectangle en E.
▶ **2.** Calcule $\sin\widehat{GFH}$ dans le triangle FGH rectangle en G.
▶ **3.** Utilise la relation donnant la vitesse ascensionnelle $V_a = \frac{d}{t}$, où d représente le dénivelé total parcouru, t le temps mis pour le parcourir.

CORRIGÉ 70

▶ **1.** Appliquons le théorème de Pythagore dans le triangle DEF rectangle en E.
$EF^2 + ED^2 = DF^2$ ou encore $EF^2 = DF^2 - ED^2$.
Alors $EF^2 = 3\,800^2 - 3\,790^2 = 75\,900$.
$EF = \sqrt{75\,900}$ soit $\boxed{EF = 275{,}5 \text{ m}}$

▶ **2.** Le dénivelé de la deuxième étape est la distance GH. Dans le triangle GFH rectangle en G, nous avons $\sin\widehat{GFH} = \frac{\text{côté opposé}}{\text{hypothénuse}} = \frac{GH}{FH}$.
Alors $GH = FH \times \sin\widehat{GFH}$ et $GH = 4\,100 \times \sin 12°$.
$\boxed{GH = 852{,}5 \text{ m}}$ valeur arrondie au dixième de mètre.

▶ **3.** Le temps mis par le coureur pour arriver au sommet est de 48 minutes soit $\frac{48}{60}$ h ou encore 0,8 h.

Par définition $V_a = \frac{275{,}5 + 852{,}5}{0{,}8} = 1\,410$ m/h

L'objectif était d'atteindre une vitesse ascensionnelle d'au moins 1 400 m/h. Cet objectif est donc réalisé.

GÉOMÉTRIE

SUJET 71

Amérique du Sud • Novembre 2018

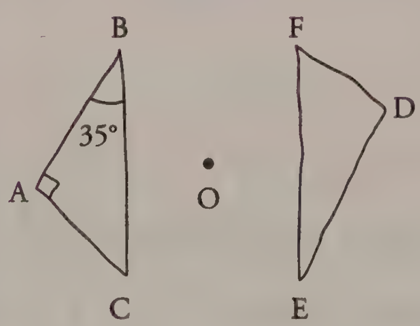
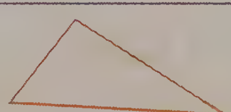
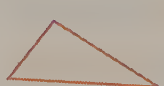
Exercice 1 • 12 points

QCM géométrie

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chaque question, une seule réponse est correcte.

Pour chacune des questions, écrire sur la copie, le numéro de la question et la lettre de la bonne réponse.

Aucune justification n'est attendue.

		Réponse A	**Réponse B**	**Réponse C**
1	ABC est un triangle rectangle en A. AC = 3,5 cm et BC = 7 cm. La mesure de l'angle $\widehat{ABC}$ est :	30°	45°	60°
2	 Le triangle DEF est le symétrique du triangle ABC par rapport au point O. La mesure de l'angle $\widehat{DEF}$ est :	35°	55°	65°
3	 Figure 2  Figure 1 La transformation utilisée pour obtenir la figure 2 à partir de la figure 1 est une :	translation	homothétie	rotation

LES CLÉS DU SUJET

Points du programme

Trigonométrie • Transformations.

Nos coups de pouce

▶ **1.** Calcule $\sin \widehat{ABC}$.

▶ **2.** Utilise la propriété suivante : la symétrie centrale conserve les angles.

▶ **3.** Élimine deux des trois transformations suggérées. Conclus.

CORRIGÉ 71

▶ **1.** Dans le triangle ABC rectangle en A, nous avons $\sin \widehat{ABC} = \dfrac{AC}{BC}$ soit $\sin \widehat{ABC} = \dfrac{3{,}5}{7} = 0{,}5$.

La calculatrice indique $\widehat{ABC} = 30°$.

La bonne réponse est la réponse A.

> **REMARQUE**
> Dans le triangle ABC rectangle en A, nous connaissons la mesure du côté opposé à l'angle $\widehat{ABC}$ et celle de l'hypoténuse. D'où l'idée de calculer $\sin \widehat{ABC}$.

▶ **2.** Le triangle DEF est le symétrique du triangle ABC par rapport au point O. Nous savons que la symétrie centrale conserve les angles.

Donc $\widehat{DEF} = \widehat{ABC} = 35°$.

La bonne réponse est la réponse A.

▶ **3.** La figure donnée permet d'affirmer que la transformation utilisée ne conserve pas les longueurs. Il ne peut donc pas s'agir d'une translation ni d'une rotation. Nous avons affaire à une homothétie.

La bonne réponse est la réponse B.

SUJET
72

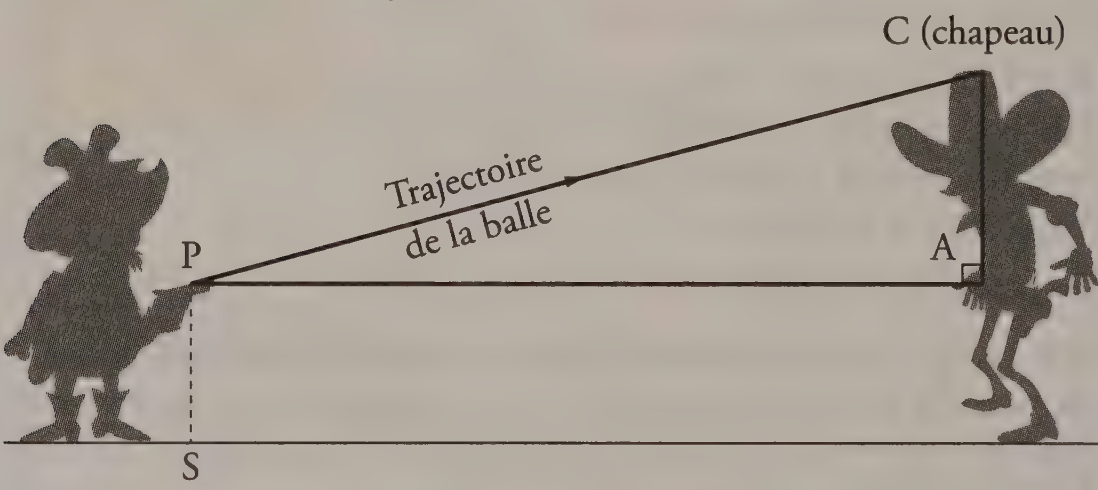
Nouvelle-Calédonie • Décembre 2017
Exercice 6 • 3 points

Lucky Luke et Averell

Pour toucher le chapeau d'Averell, Lucky Luke va devoir incliner son pistolet avec précision.
On suppose que les deux cow-boys se tiennent perpendiculairement au sol.

• Taille d'Averell : 7 pieds soit 2,13 m.
• Distance du sol au pistolet : PS = 1 m.
• Distance du pistolet à Averell : PA = 6 m.
• Le triangle PAC est rectangle en A.

Calculer l'angle d'inclinaison $\widehat{APC}$ formé par la trajectoire de la balle et l'horizontale.
Arrondir le résultat au degré près.



LES CLÉS DU SUJET

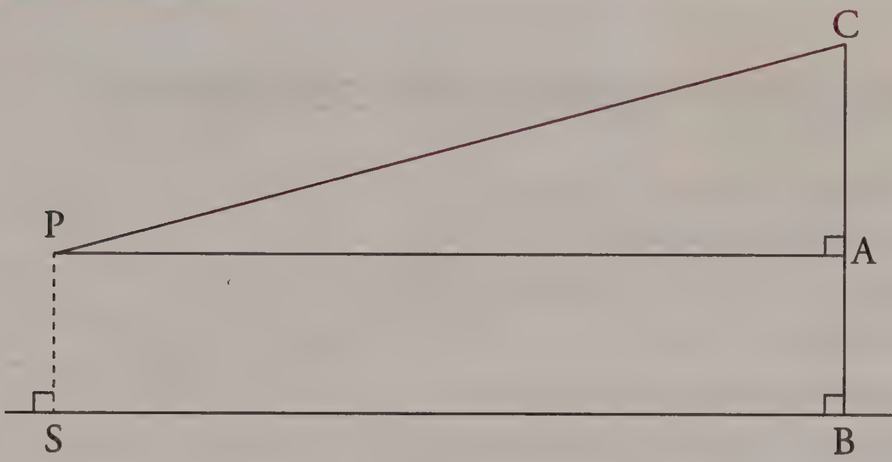
Point du programme

Trigonométrie.

Nos coups de pouce

Utilise un des trois rapports trigonométriques judicieusement choisi.

CORRIGÉ 72



Dans le triangle CAP rectangle en A, on cherche la mesure de l'angle $\widehat{APC}$ connaissant les mesures du côté opposé et du côté adjacent.

Calculons donc $\tan \widehat{APC} = \dfrac{AC}{AP}$.

Le quadrilatère PABS a trois angles droits, c'est donc un rectangle. En particulier, SP = BA, et donc :

$AC = BC - BA = BC - SP = 2{,}13 - 1$, soit $AC = 1{,}13$ m.

Nous avons alors $\tan \widehat{APC} = \dfrac{1{,}13}{6}$.

> RAPPEL
> Les trois rapports trigonométriques :
> $\sin \widehat{APC} = \dfrac{AC}{PC} = \dfrac{\text{côté opposé}}{\text{hypoténuse}}$
> $\cos \widehat{APC} = \dfrac{AP}{PC} = \dfrac{\text{côté adjacent}}{\text{hypoténuse}}$
> $\tan \widehat{APC} = \dfrac{AC}{AP} = \dfrac{\text{côté opposé}}{\text{côté adjacent}}$

La calculatrice donne $\widehat{APC} = 10{,}665...$ soit $\boxed{\widehat{APC} = 11°}$ valeur arrondie au degré près.

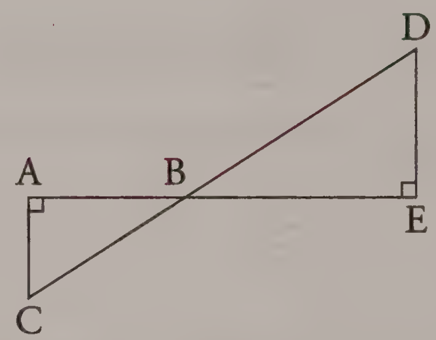
GÉOMÉTRIE

SUJET 73

Asie • Juin 2017
Exercice 3 • 6 points

Calcul de longueurs de segments

On considère la figure ci-dessous qui n'est pas représentée en vraie grandeur. Les points A, B et E sont alignés ainsi que les points C, B et D.



▶ **1.** Dans chacun des cas suivants, indiquer sur la copie la réponse qui correspond à la longueur du segment [AB] parmi les réponses proposées. Aucune justification n'est attendue.

	Données	Réponse A	Réponse B	Réponse C
Cas 1	AC = 51 cm CB = 85 cm DE = 64 cm	68 cm	99,1 cm	67,7 cm
Cas 2	$\widehat{ACB} = 62°$ CB = 9 cm BE = 5 cm	Environ 10,2 cm	Environ 4,2 cm	Environ 7,9 cm
Cas 3	AC = 8 cm BE = 7 cm DE = 5 cm	11,2 cm	10,6 cm	4,3 cm

▶ **2.** Pour l'un des trois cas uniquement, au choix, justifier la réponse en rédigeant.

LES CLÉS DU SUJET

Points du programme

Théorème de Pythagore • Trigonométrie • Théorème de Thalès.

Nos coups de pouce

▶ **1. Cas 1 :** applique le théorème de Pythagore au triangle ABC rectangle en A.

Cas 2 : dans le triangle ABC rectangle en A, calcule $\sin \widehat{ACB}$.

Cas 3 : démontre que les droites (AC) et (DE) sont parallèles et applique ensuite le théorème de Thalès.

CORRIGÉ 73

▶ **1.** et **2.**

MÉTHODE
Pour une meilleure préparation au brevet, les réponses aux trois cas ont été justifiées.

• **Cas 1** : la bonne réponse est la réponse A.

En effet, le triangle ABC est rectangle en A.
Appliquons le théorème de Pythagore :
$BC^2 = AB^2 + AC^2$.

Nous avons $AB^2 = BC^2 - AC^2 = 85^2 - 51^2$.

Alors $AB^2 = 4\,624$ et $AB = \sqrt{4\,624} = 68$.

Conclusion : AB = 68 cm.

• **Cas 2** : la bonne réponse est la réponse C.

En effet, dans le triangle ABC rectangle en A,
nous avons $\sin \widehat{ACB} = \dfrac{AB}{BC}$,
soit $AB = BC \times \sin \widehat{ACB}$ ou encore
$AB = 9 \times \sin 62°$.

RAPPEL
La mesure de l'angle $\widehat{ACB}$ est de 62 degrés.
Ne pas oublier de choisir le « mode degré » pour la calculatrice.

La calculatrice donne AB = 7,946... cm.

La bonne réponse est donc : $\boxed{\text{environ 7,9 cm}}$.

• **Cas 3** : la bonne réponse est la réponse A.

Les droites (AC) et (DE) sont perpendiculaires à la droite (AE). Elles sont donc parallèles entre elles.

Les points A, B, E sont alignés dans le même ordre que les points C, B, D et de plus les droites (AC) et (DE) sont parallèles. Nous pouvons appliquer le théorème de Thalès et écrire : $\dfrac{AB}{EB} = \dfrac{AC}{DE}$.

Alors $\dfrac{AB}{7} = \dfrac{8}{5}$ et $AB = \dfrac{8 \times 7}{5} = 11{,}2$.

Conclusion : AB = 11,2 cm.

GÉOMÉTRIE

SUJET 74

France métropolitaine • Juin 2017

Exercice 4 • 8 points

Les panneaux photovoltaïques

Les panneaux photovoltaïques permettent de produire de l'électricité à partir du rayonnement solaire.
Une unité courante pour mesurer l'énergie électrique est le kilowatt-heure, abrégé en kWh.

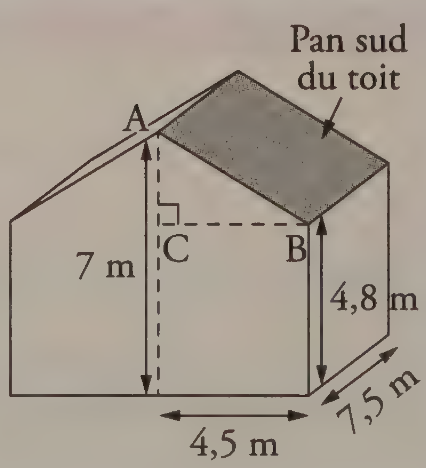
▶ **1.** Le plus souvent, l'électricité produite n'est pas utilisée directement, mais vendue pour être distribuée dans le réseau électrique collectif.
Le prix d'achat du kWh, donné **en centimes d'euro**, dépend du type d'installation et de sa puissance totale, ainsi que de la date d'installation des panneaux photovoltaïques. Ce prix d'achat du kWh est donné dans le tableau ci-dessous.

		Date d'installation			
Type d'installation	**Puissance totale**	**Du 01/01/15 au 31/03/15**	**Du 01/04/15 au 30/06/15**	**Du 01/07/15 au 30/09/15**	**Du 01/10/15 au 31/12/15**
Type A	0 à 9 kW	26,57	26,17	25,78	25,39
Type B	0 à 36 kW	13,46	13,95	14,7	14,4
	36 à 100 kW	12,79	13,25	13,96	13,68

Source : http//www.developpement-durable.gouv.fr

En mai 2015, on installe une centrale solaire du type B, d'une puissance de 28 kW.
Vérifier que le prix d'achat de 31 420 kWh est d'environ 4 383 euros.

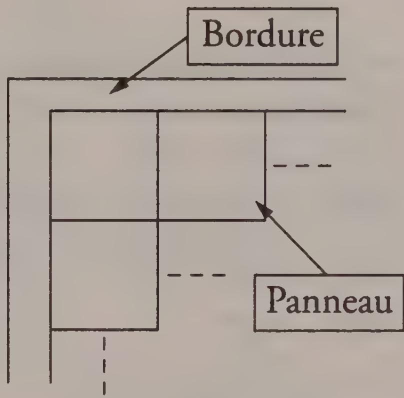
▶ **2.** Une personne souhaite installer des panneaux photovoltaïques sur la partie du toit de sa maison orientée au sud.
Cette partie est grisée sur la figure ci-contre. Elle est appelée pan sud du toit.
La production d'électricité des panneaux solaires dépend de l'inclinaison du toit.
Déterminer, au degré près, l'angle $\widehat{ABC}$ que forme ce pan sud du toit avec l'horizontale.



▶ **3. a)** Montrer que la longueur AB est environ égale à 5 m.

b) Les panneaux photovoltaïques ont la forme d'un carré de 1 m de côté.
Le propriétaire prévoit d'installer 20 panneaux.
Quel pourcentage de la surface totale du pan sud du toit sera alors couvert par les panneaux solaires ? On donnera une valeur approchée du résultat à 1 % près.

c) La notice d'installation indique que les panneaux doivent être accolés les uns aux autres et qu'une bordure d'au moins 30 cm de large doit être laissée libre pour le système de fixation tout autour de l'ensemble des panneaux.
Le propriétaire peut-il installer les 20 panneaux prévus ?



LES CLÉS DU SUJET

Points du programme

Lecture de tableaux • Opérations de base • Trigonométrie • Théorème de Pythagore • Pourcentages.

Nos coups de pouce

▶ **2.** Pour calculer un angle dans un triangle rectangle, utilise la trigonométrie.

▶ **3. a)** Pour calculer une longueur dans un triangle rectangle, utilise le théorème de Pythagore.

CORRIGÉ 74

▶ **1.** En lisant le tableau, on constate que pour une centrale solaire de type B, d'une puissance de 28 kW, en mai 2015, le prix d'achat du kWh est de 13,95 centimes d'euro.

> ATTENTION
> Les prix sont donnés en centimes d'euro.

Le prix d'achat de 31 420 kWh vaut donc : $0{,}139\,5 \times 31\,420 \approx \boxed{4\,383\text{ €}}$.

GÉOMÉTRIE

▶ **2.** Calculons d'abord AC : AC = 7 – 4,8 = 2,2 m.

Le triangle ABC est rectangle en C :

$$\tan\widehat{ABC} = \frac{\text{côté opposé à }\widehat{ABC}}{\text{côté adjacent à }\widehat{ABC}} = \frac{AC}{BC} = \frac{2,2}{4,5}$$

$$\text{Donc } \widehat{ABC} = \tan^{-1}\left(\frac{2,2}{4,5}\right) \approx \boxed{26°}$$

▶ **3. a)** Le triangle ABC est rectangle en C donc d'après le théorème de Pythagore, on a :

$AB^2 = AC^2 + BC^2$

$AB^2 = 2,2^2 + 4,5^2$

$AB^2 = 4,84 + 20,25$

$AB^2 = 25,09$

$AB = \sqrt{25,09} \approx \boxed{5\text{ m}}$

b) Aire du toit $= L \times l = 7,5 \times 5 = 37,5\text{ m}^2$.

Aire d'un panneau $= L \times l = 1 \times 1 = 1\text{ m}^2$.

Aire des 20 panneaux $= 20 \times 1 = 20\text{ m}^2$.

Donc le pourcentage de toit recouvert de panneaux est de :

$$\frac{20}{37,5} \times 100 \approx \boxed{53}$$

c) Une bordure de 30 cm doit être ôtée en longueur et en largeur.

La nouvelle longueur vaut donc :
$7,5 - 0,3 \times 2 = 6,9$ m.

La nouvelle largeur vaut donc :
$5 - 0,3 \times 2 = 4,4$ m.

Donc en longueur, on peut placer 6 panneaux et en largeur, 4 panneaux.

Donc on peut installer $6 \times 4 = 24$ panneaux.

Donc le propriétaire peut bien installer les 20 panneaux prévus.

ATTENTION
Il faut enlever 30 cm de bordure de chaque côté donc 60 cm en long et en large.

Pondichéry • Mai 2018
Exercice 2 • 9 points

Pavage

Le pavage représenté sur la figure 1 est réalisé à partir d'un motif appelé pied-de-coq qui est présent sur de nombreux tissus utilisés pour la fabrication de vêtements.
Le motif pied-de-coq est représenté par le polygone ci-dessous à droite (figure 2) qui peut être réalisé à l'aide d'un quadrillage régulier.

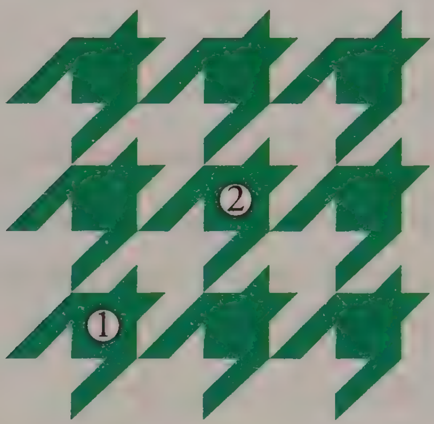


Figure 1

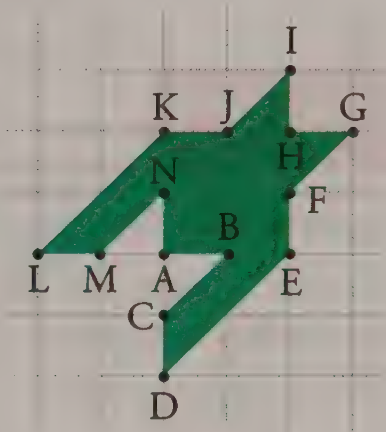


Figure 2

▶ **1.** Sur la figure 1, quel type de transformation géométrique permet d'obtenir le motif 2 à partir du motif 1 ?

▶ **2.** Dans cette question, on considère que AB = 1 cm (figure 2). Déterminer l'aire d'un motif pied-de-coq.

▶ **3.** Marie affirme : « Si je divise par 2 les longueurs d'un motif, son aire sera aussi divisée par 2. » A-t-elle raison ? Expliquer pourquoi.

LES CLÉS DU SUJET

Points du programme

Translation • Calcul d'aire • Réduction.

Nos coups de pouce

▶ **1.** Revois la définition de la translation.

▶ **2.** Compte sur la figure 2 le nombre de petits triangles isocèles et rectangles (tels que JHI) qui la composent. Calcule l'aire du triangle JHI. Conclus.

▶ **3.** Si les mesures des longueurs d'une figure sont divisées par k alors l'aire de cette figure est divisée par k^2.

CORRIGÉ 75

▶ **1.** Le motif 2 est l'image du motif 1 par une translation.

▶ **2.** L'aire d'un motif pied-de-coq est la somme des aires de nombreux triangles isocèles tels que JHI. L'aire du triangle JHI est donnée par $\dfrac{JH \times HI}{2}$ soit 0,5 cm^2. Or un motif pied-de-coq est composé de 16 petits triangles tels que JHI. L'aire $\mathscr{A}$ d'un motif pied-de-coq est égale à $16 \times 0{,}5$ soit 8 cm^2.
Nous avons $\mathscr{A} = 8$ cm^2.

▶ **3.** On sait que si les mesures des longueurs d'une figure sont divisées par k alors l'aire de cette figure est divisée par k^2. Donc si on divise les longueurs d'un motif par 2, l'aire sera divisée par 4.
Conclusion : Marie n'a pas raison.

SUJET 76

France métropolitaine • Juin 2018

Exercice 2 • Série professionnelle • 20 points

Courses à la voile

Les courses à la voile regroupent des bateaux de différentes catégories. L'une de ces catégories, pour les voiliers monocoques, est la CLASS 40.

▶ **1.** Les bateaux de la catégorie CLASS 40 ont une longueur égale à 40 pieds. Un pied est égal à 30,68 cm. Déterminer, en mètres, la longueur de ces bateaux. Arrondir au cm.

▶ **2.** L'une des voiles autorisées sur ces bateaux est le génois (voir le schéma ci-contre pour effectuer les calculs demandés).
Les points A, B, C et D sont alignés. Les points A, F et E sont alignés.
Le point F se situe au milieu du segment [AE].
AE = 12,836 m

CE = 5,900 m

AD = 13,609 m

a) Montrer que les droites (BF) et (CE) sont parallèles.
b) Calculer la longueur du segment [BF].
c) Calculer, au m^2 près, la surface de la voile.
Remarque : le schéma n'est pas à l'échelle.

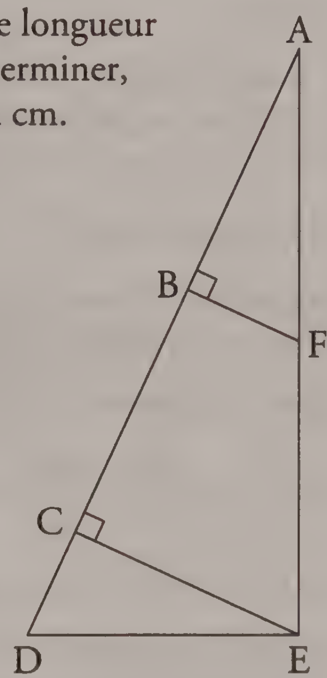


Schéma simplifié du génois

LES CLÉS DU SUJET

Points du programme

Calcul avec des grandeurs mesurables • Théorème de Thalès • Calcul d'aire.

Nos coups de pouce

▶ **2. a)** Utilise le théorème suivant : « Si deux droites sont perpendiculaires à une même troisième, alors elles sont parallèles entre elles ».
b) Applique le théorème de Thalès en justifiant son application.
c) Applique la formule donnant l'aire $\mathscr{A}$ d'un triangle : $\mathscr{A} = \frac{\text{base} \times \text{hauteur}}{2}$.

GÉOMÉTRIE

CORRIGÉ 76

▶ **1.** Un pied est égal à 30,68 cm. Donc 40 pieds correspondent à 30,68 × 40 soit 1 227,2 cm.

Nous savons que 100 cm = 1 m, donc 40 pieds correspondent à 12,272 m.

Conclusion : la longueur d'un bateau de le catégorie CLASS 40 est de 12,27 m, valeur arrondie au cm.

ATTENTION !
Nous savons que 100 cm = 1 m.
La longueur des bateaux doit être donnée en mètres.

▶ **2. a)** D'après le codage de la figure, nous savons que les droites (BF) et (CE) sont perpendiculaires à la droite (AD). Les droites (BF) et (CE) sont donc parallèles entre elles.

b) Puisque le point F est le milieu du segment [AE], alors $\frac{AF}{AE} = \frac{1}{2}$. Les points A, F, E sont alignés dans le même ordre que les points A, B et C. De plus les droites (BF) et (CE) sont parallèles. Nous pouvons appliquer le théorème de Thalès et écrire $\frac{AF}{AE} = \frac{AB}{AC} = \frac{BF}{CE}$.

Alors $\frac{1}{2} = \frac{AB}{AC} = \frac{BF}{5{,}9}$ et en particulier $\frac{BF}{5{,}9} = \frac{1}{2}$.

Le « produit en croix » donne $BF = \frac{5{,}9}{2}$ soit $\boxed{BF = 2{,}95 \text{ m}}$.

c) Dans le triangle AED, la droite (EC) est la hauteur issue de E car cette droite est perpendiculaire à la droite (AD).

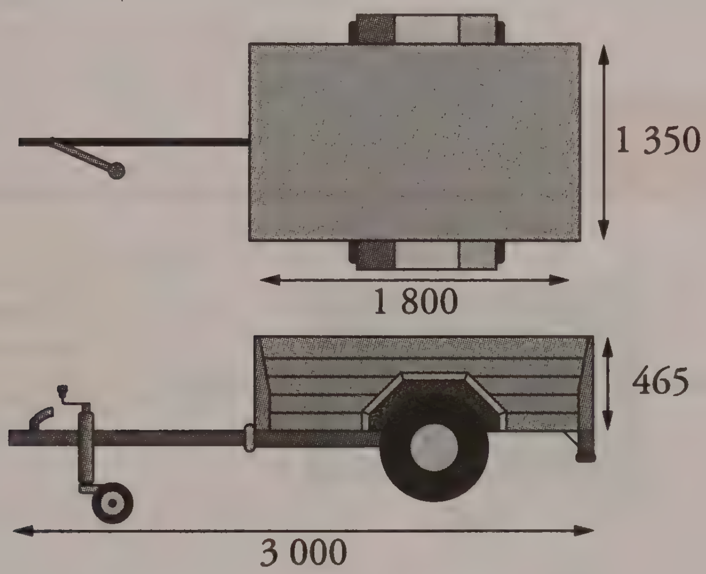
$$\mathscr{A} = \frac{\text{base} \times \text{hauteur}}{2} = \frac{AD \times CE}{2}$$
$$= \frac{13{,}609 \times 5{,}9}{2} = 40{,}14\ldots$$

$\boxed{\mathscr{A} = 40 \text{ m}^2}$ valeur arrondie au m^2.

Nouvelle-Calédonie • Décembre 2017
Exercice 8 • 4 points

Fusil sous-marin

On dispose des informations suivantes.
Toutes les valeurs présentes sur les schémas sont en millimètres.



Dimensions de la remorque

ph © Dmitry Vereshchagin/ stock.adobe.com

Longueur du fusil sous-marin : 2 100

On suppose que le fond de la remorque est un rectangle.
Le fusil sous-marin peut-il être placé « à plat » dans la remorque ?
Justifier la réponse.

Dans cet exercice, toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.

LES CLÉS DU SUJET

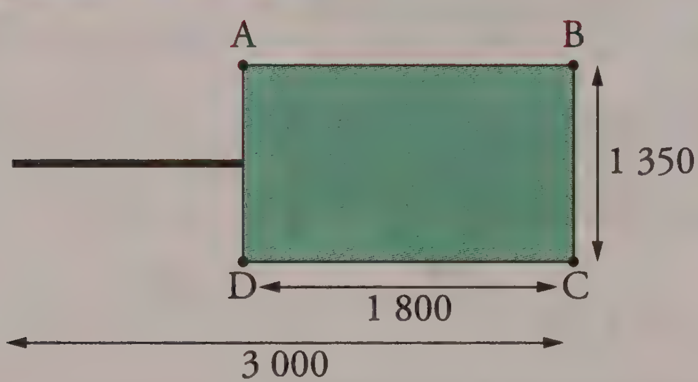
Point du programme

Théorème de Pythagore.

Nos coups de pouce

Calcule la mesure de la diagonale du fond de la remorque rectangulaire, puis compare-la à la longueur du fusil sous-marin.

CORRIGÉ 77



REMARQUE
Les différentes dimensions sont données en mm.

Puisque le fond de la remorque est le rectangle ABCD, alors le triangle ABC est rectangle en B. Nous pouvons lui appliquer le théorème de Pythagore : $AC^2 = AB^2 + BC^2$.

Nous savons que AB = 1 800 mm et BC = 1 350 mm.

Alors $AC^2 = 1\,800^2 + 1\,350^2 = 5\ 062\ 500$ et $AC = \sqrt{5\ 062\ 500}$, soit AC = 2 250 mm.

Le fusil sous-marin ayant une longueur de 2 100 mm, il pourra être placé à plat dans la remorque car 2 100 < 2 250.

ATTENTION
Pour répondre avec plus de certitude, il faudrait connaître la largeur du fusil !

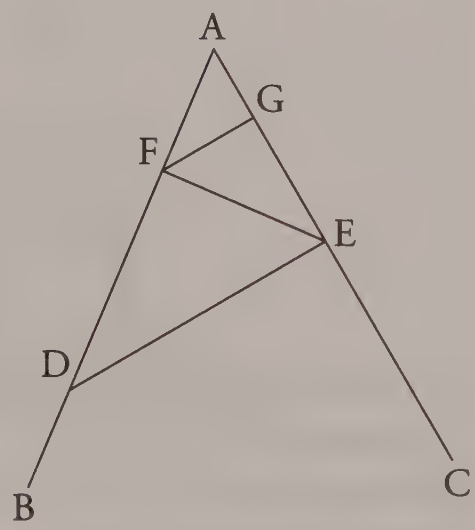
SUJET 78

Amérique du Nord • Juin 2018
Exercice 2 • 14 points

Les triangles

La figure ci-dessous n'est pas en vraie grandeur. On donne les informations suivantes :

– le triangle ADE a pour dimensions AD = 7 cm, AE = 4,2 cm et DE = 5,6 cm ;
– F est le point de [AD] tel que AF = 2,5 cm ;
– B est le point de [AD) et C est le point de [AE) tels que AB = AC = 9 cm ;
– la droite (FG) est parallèle à la droite (DE).



▶ **1.** Réaliser une figure en vraie grandeur.

▶ **2.** Prouver que ADE est un triangle rectangle en E.

▶ **3.** Calculer la longueur FG.

LES CLÉS DU SUJET

Points du programme

Réciproque du théorème de Pythagore • Théorème de Thalès • Constructions.

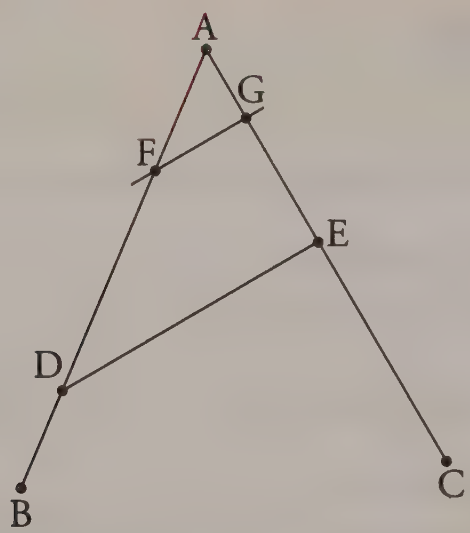
Nos coups de pouce

▶ **2.** Tu dois bien penser à séparer les calculs de carrés de longueurs dans la réciproque du théorème de Pythagore.

GÉOMÉTRIE

CORRIGÉ 78

▶ **1.**



▶ **2.** Dans le triangle ADE, [AD] est le plus grand côté.

D'une part : $AD^2 = 7^2 = 49$.

D'autre part : $AE^2 + ED^2 = 4{,}2^2 + 5{,}6^2 = 17{,}64 + 31{,}36 = 49$.

Donc : $AD^2 = AE^2 + ED^2$.

Donc, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, ADE est rectangle en E.

▶ **3.** Les droites (GE) et (FD) sont sécantes en A.

Les droites (FG) et (ED) sont parallèles.

Donc d'après le théorème de Thalès, on a :

$$\frac{AF}{AD} = \frac{AG}{AE} = \frac{FG}{DE}$$

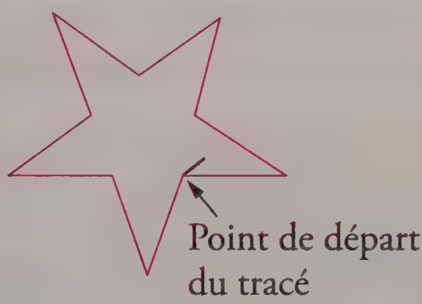
Donc : $\dfrac{2{,}5}{7} = \dfrac{AG}{4{,}2} = \dfrac{FG}{5{,}6}$.

Donc, avec le produit en croix, on a : $\boxed{FG = \dfrac{2{,}5 \times 5{,}6}{7} = 2 \text{ cm.}}$

Asie • Juin 2018
Exercice 4 • 12 points

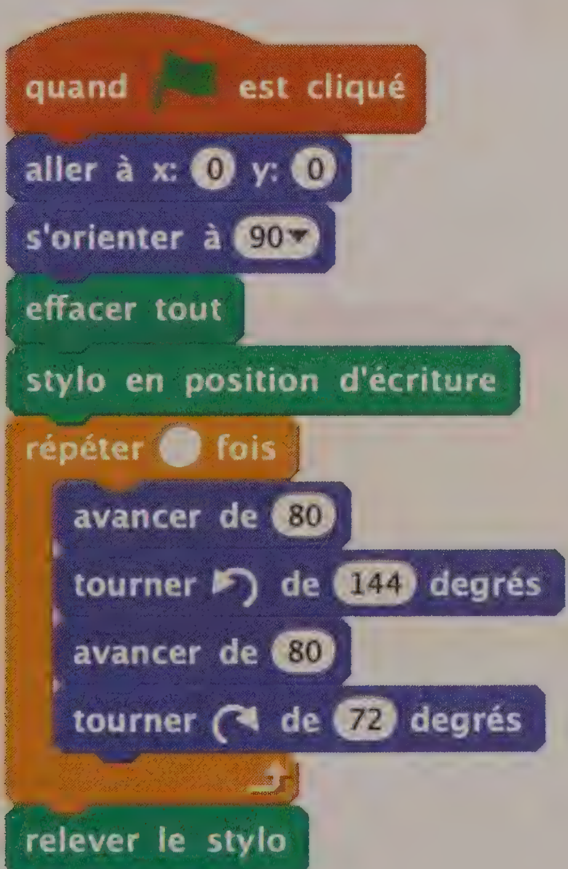
L'étoile

Arthur doit écrire un programme avec Scratch pour dessiner une étoile comme le dessin représenté ci-dessous.



Il manque dans son programme le nombre de répétitions.

Programme commencé par Arthur



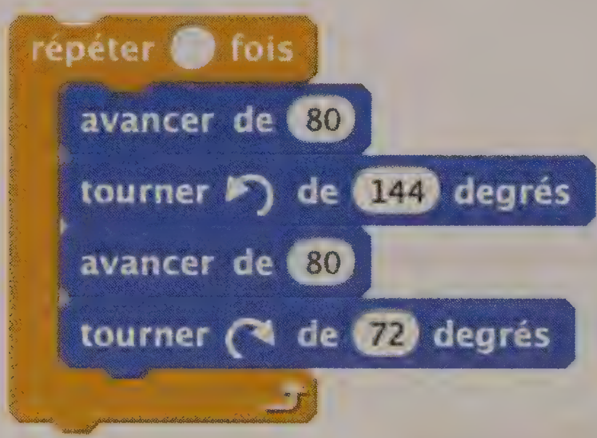
Information

L'instruction s'orienter à 90 signifie qu'on se dirige vers la droite.

▶ **1.** Quel nombre doit-il saisir dans la boucle « répéter » pour obtenir l'étoile ?

▶ **2.** Déterminer le périmètre de cette étoile.

▶ **3.** Arthur souhaite agrandir cette étoile pour obtenir une étoile dont le périmètre serait le double, en modifiant son programme.
Recopier la partie du programme ci-dessous sur la copie en modifiant les valeurs nécessaires pour obtenir cette nouvelle étoile.



LES CLÉS DU SUJET

Points du programme

Algorithmique • Périmètre de figure.

Nos coups de pouce

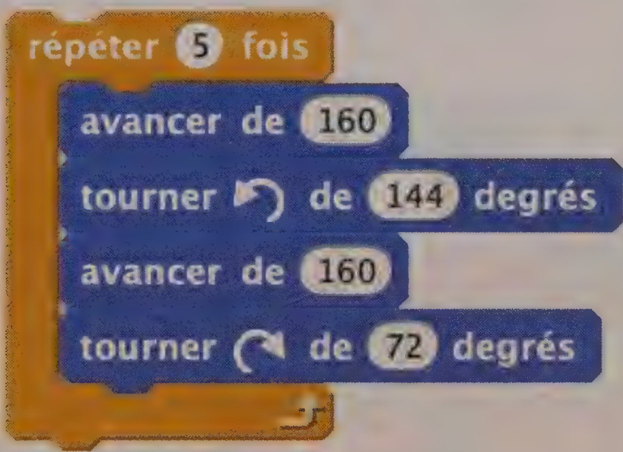
▶ **2.** La ligne 6 du programme indique que chaque segment de l'étoile mesure 80 pixels.

CORRIGÉ 79

▶ **1.** Le nombre qu'il faut écrire est $\boxed{5}$.

▶ **2.** L'étoile contient 10 segments et chaque segment de l'étoile mesure 80 pixels donc son périmètre mesure $80 \times 10 = \boxed{800 \text{ pixels}}$.

▶ **3.**



ATTENTION !
Doubler un périmètre double les longueurs mais pas les angles !

Polynésie française • Juin 2018
Exercice 6 • 14 points

Logiciel d'algorithmique

Voici un script saisi par Alice dans un logiciel d'algorithmique :

▶ **1.** Alice a choisi 3 comme nombre, calculer les valeurs de *Résultat 1* et de *Résultat 2*.

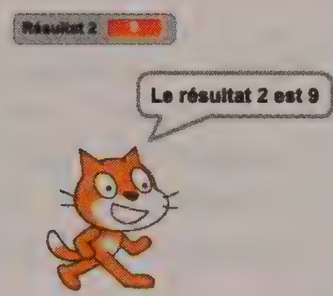
Justifier en faisant apparaître les calculs réalisés.

▶ **2. Généralisation**

a) En appelant x le nombre choisi dans l'algorithme, donner une expression littérale traduisant la première partie de l'algorithme correspondant à *Résultat 1*.

b) En appelant x le nombre choisi dans l'algorithme, donner une expression littérale traduisant la deuxième partie de l'algorithme correspondant à *Résultat 2*.

▶ **3.** Trouver le ou les nombres choisis par Alice qui correspondent au résultat affiché ci-contre.



LES CLÉS DU SUJET

Points du programme

Algorithmique • Identités remarquables • Réduction • Équation du 1er degré à une inconnue.

Nos coups de pouce

▶ **1.** Remplace le nombre choisi par 3 et calcule chaque étape du programme.

CORRIGÉ 80

▶ **1.** *Résultat 1* vaut : $(2\times3+3)^2 = \boxed{81}$

Résultat 2 vaut : $3\times3\times4+12\times3+9=\boxed{81}$

▶ **2. a)** *Résultat 1* vaut : $(2\times x+3)^2 = \boxed{4x^2+12x+9}$

b) *Résultat 2* vaut : $4x^2+12\times x+9=\boxed{4x^2+12x+9}$

▶ **3.** Il s'agit de résoudre l'équation : $(2x+3)^2=9$

$$2x+3=3 \text{ ou } 2x+3=-3$$
$$2x=0 \text{ ou } 2x=-6$$
$$x=0 \text{ ou } x=-3$$

Donc Alice a pris comme nombre de départ 0 ou –3.

SUJET

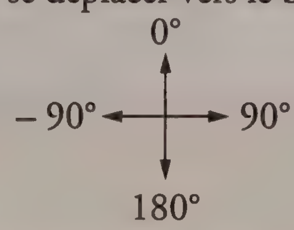
81

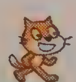
Nouvelle-Calédonie • Décembre 2018

Exercice 8 • 9 points

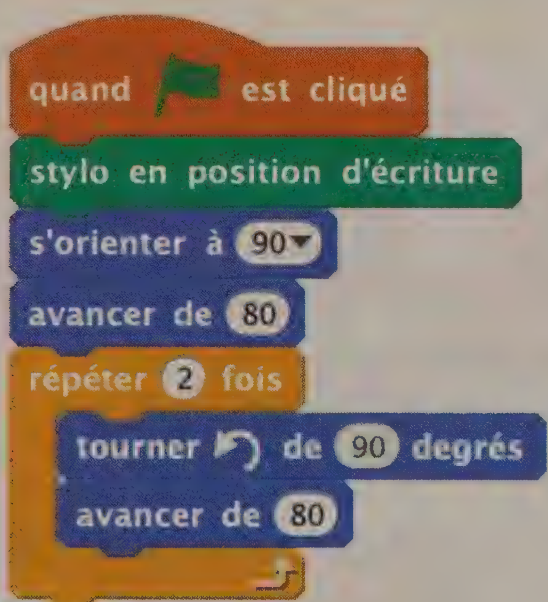
Scripts et déplacements

> **Rappel : orientation du lutin.**
> S'orienter à 90° : pour se déplacer vers la droite.
> S'orienter à 0° : pour se déplacer vers le haut.
> S'orienter à – 90° : pour se déplacer vers la gauche.
> S'orienter à 180° : pour se déplacer vers le bas.

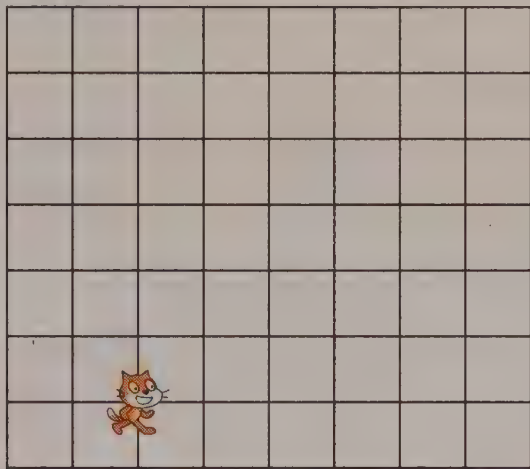


Le chat  indique la position de départ.

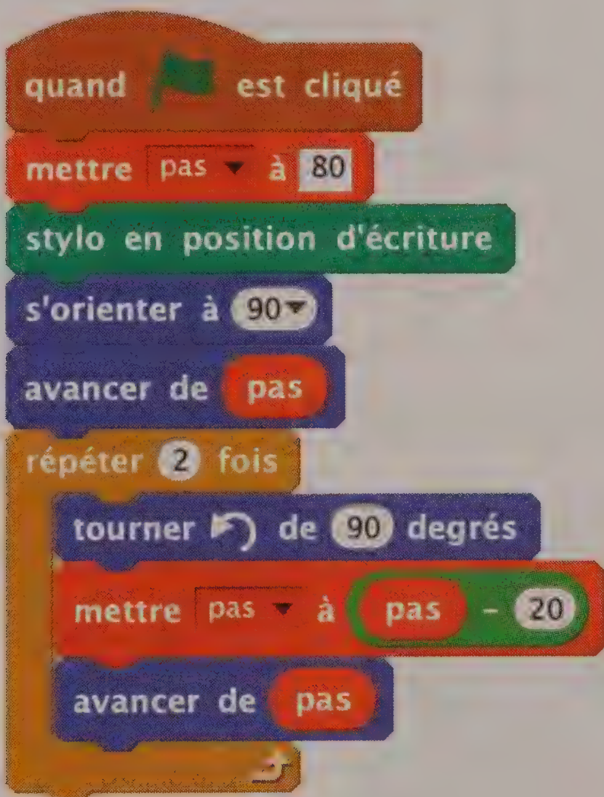
▶ **1.** On exécute le script 1 ci-dessous.



Représenter ci-dessous le chemin parcouru par le chat. Le côté d'un carreau mesure 20 unités.



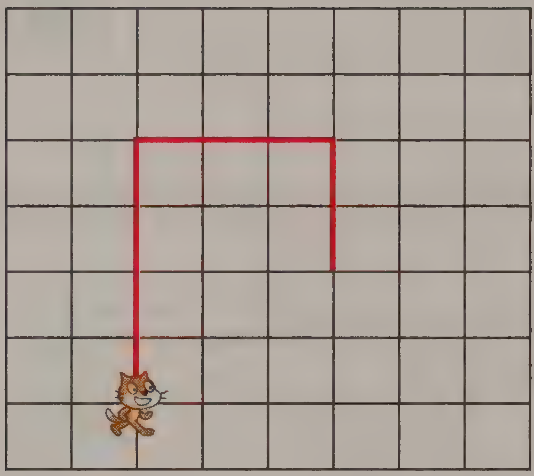
▶ **2. a)** Indiquer sur la copie le numéro du dessin correspondant au script 2 ci-dessous.



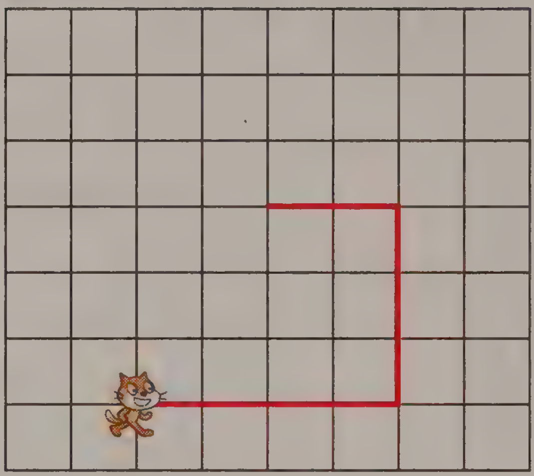
Le côté d'un carreau mesure 20 unités.

ALGORITHMIQUE

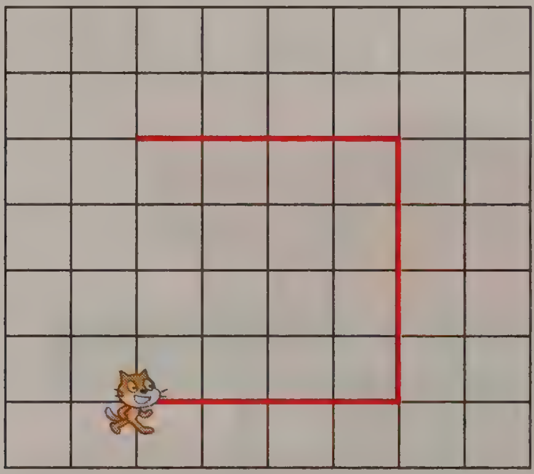
①



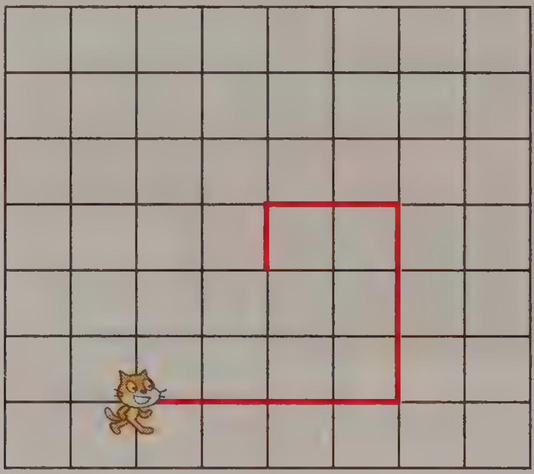
②



③



b) On souhaite modifier le script 2 pour parcourir le chemin suivant :



Quelle(s) modification(s) peut-on apporter au script 2 pour parcourir ce chemin ?

LES CLÉS DU SUJET

Points du programme

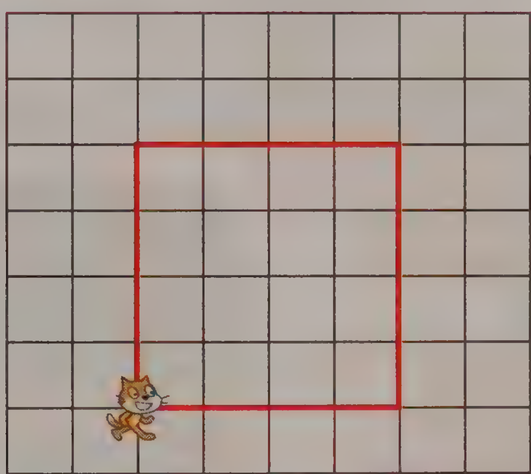
Algorithmique.

Nos coups de pouce

▶ **2. b)** Le dernier segment tracé mesure 20 pixels et est perpendiculaire au précédent.

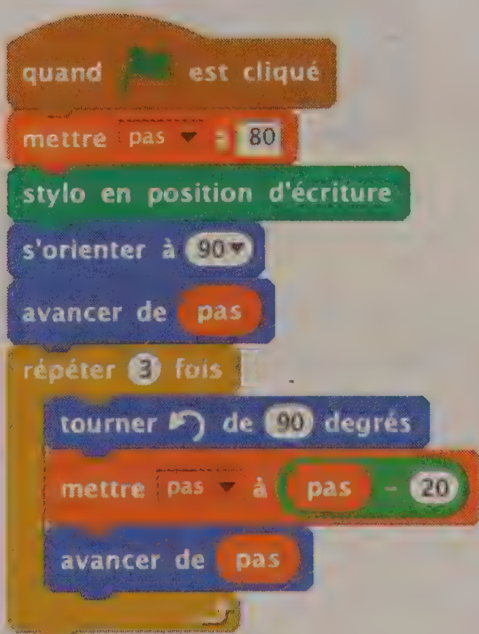
CORRIGÉ 81

▶ **1.**



▶ **2. a)** C'est le numéro 2 puisque d'un segment de 80 pixels on passe à un second de 60 pixels puis un dernier de 40 pixels.

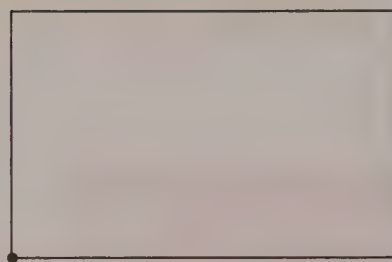
b) Dans la boucle « répéter », il faut remplacer 2 par 3.



ALGORITHMIQUE

Tracer un rectangle

Sam a écrit le programme ci-dessous qui permet de tracer un rectangle comme ci-contre.

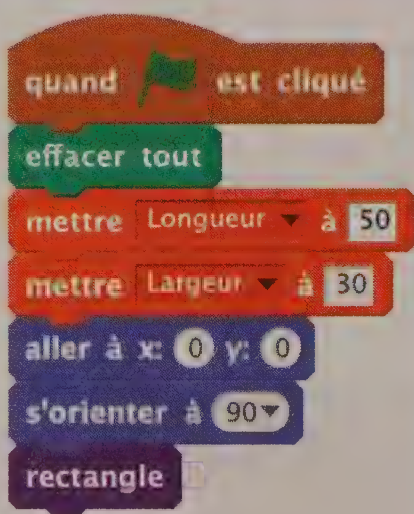


Départ

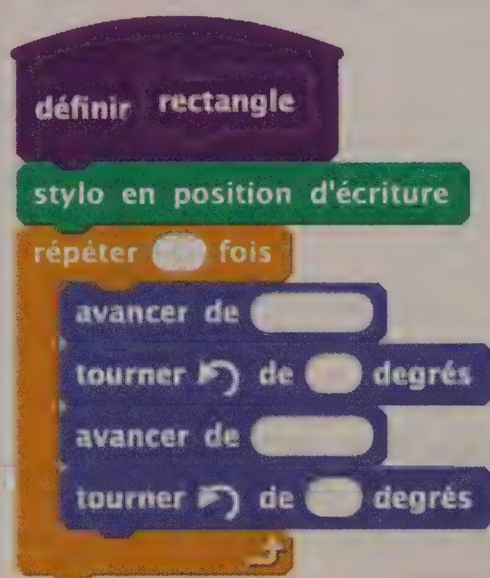
Ce programme comporte deux variables Longueur et Largeur qui représentent les dimensions du rectangle.

On rappelle que l'instruction s'orienter à 90 signifie que l'on s'oriente vers la droite.

Script



Bloc rectangle



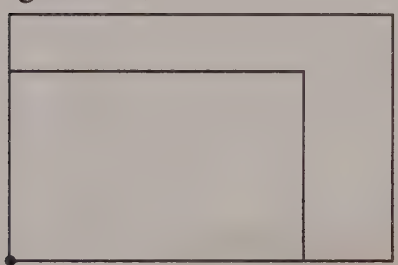
▶ **1.** Compléter le bloc « rectangle » ci-dessus avec des nombres et des variables pour que le script fonctionne.

On recopiera et on complétera uniquement la boucle « répéter » sur sa copie.

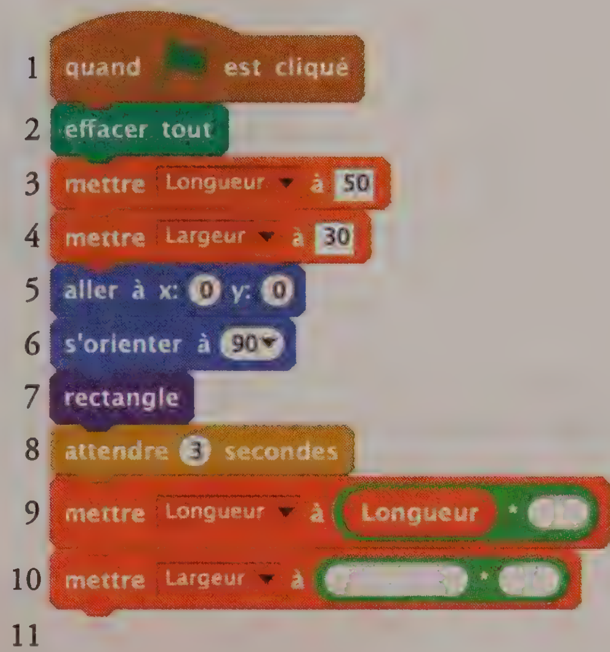
▶ **2.** Lorsque l'on exécute le programme, quelles sont les coordonnées du point d'arrivée et dans quelle direction est-on orienté ?

▶ **3.** Sam a modifié son script pour tracer également l'image du rectangle par l'homothétie de centre le point de coordonnées (0 ; 0) et de rapport 1,3.

a) Compléter le nouveau script de Sam donné ci-contre afin d'obtenir la figure ci-dessous. On recopiera et on complétera sur sa copie les lignes 9 et 10 ainsi que l'instruction manquante en ligne 11.



Départ



b) Sam exécute son script. Quelles sont les nouvelles valeurs des variables **Longueur** et **Largeur** à la fin de l'exécution du script ?

LES CLÉS DU SUJET

Points du programme

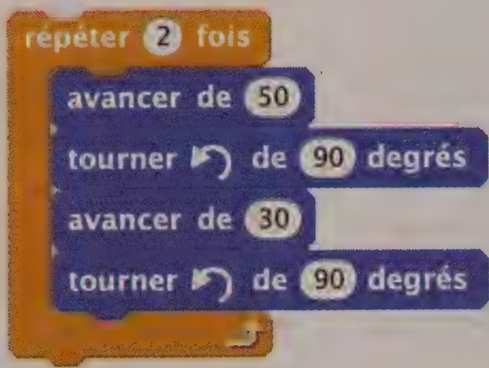
Algorithmique • Rectangles (propriétés de base) • Homothétie.

Nos coups de pouce

▶ **4.** Dans une homothétie de rapport *k*, les longueurs sont multipliées par *k*.

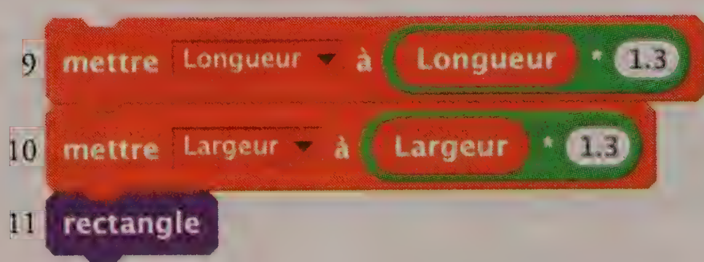
CORRIGÉ 82

▶ **1.**



▶ **2.** Les coordonnées du point d'arrivée sont (0 ; 0) avec une orientation vers la droite.

▶ **3.**



▶ **4.** La nouvelle longueur est $50 \times 1{,}3 = \boxed{65}$

La nouvelle largeur est $30 \times 1{,}3 = \boxed{39}$

SUJET

83

Polynésie française • Septembre 2018

Exercice 6 • 14 points

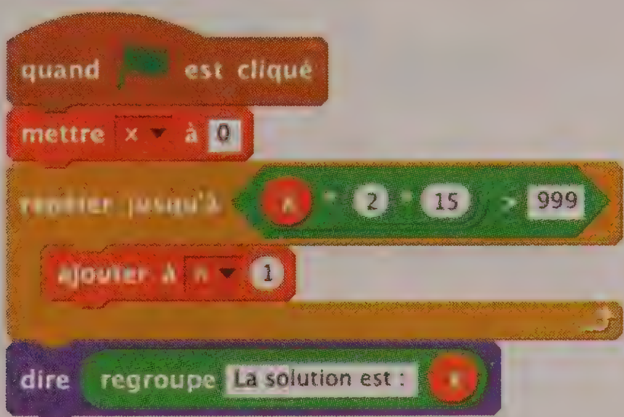
Le vélo de piscine

Une personne pratique le vélo de piscine depuis plusieurs années dans un centre aquatique à raison de deux séances par semaine. Possédant une piscine depuis peu, elle envisage d'acheter un vélo de piscine pour pouvoir l'utiliser exclusivement chez elle et ainsi ne plus se rendre au centre aquatique.

- Prix de la séance au centre aquatique : 15 €.
- Prix d'achat d'un vélo de piscine pour une pratique à la maison : 999 €.

▶ **1.** Montrer que 10 semaines de séances au centre aquatique lui coûtent 300 €.

▶ **2.** Que représente la solution affichée par le programme ci-après ?



▶ **3.** Combien de semaines faudrait-il pour que l'achat du vélo de piscine soit rentabilisé ?

LES CLÉS DU SUJET

Points du programme

Algorithmique • Inéquation.

Nos coups de pouce

▶ **3.** Arrondir la solution de l'inéquation à l'entier supérieur.

CORRIGÉ 83

▶ **1.** Le prix payé pour le centre aquatique est : $15 \times 2 \times 10 = \boxed{300\,€}$

▶ **2.** La solution affichée par ce programme est le nombre de séances au-delà duquel le prix payé au centre aquatique est supérieur au prix du vélo aquatique.

▶ **3.** On résout l'inéquation :

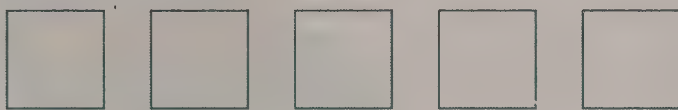
$$\begin{aligned} 2x \times 15 &> 999 \\ 30x &> 999 \\ x &> \frac{999}{30} \\ x &> 33{,}3 \end{aligned}$$

Donc à partir de 34 séances au centre aquatique le vélo de piscine est rentabilisé.

Amérique du Sud • Novembre 2018
Exercice 6 • 12 points

Suite de carrés

Léna et Youri travaillent sur un programme. Ils ont obtenu le dessin suivant :



Ils ont ensuite effacé une donnée par erreur dans le script principal. Voici les copies d'écran de leur travail :

Programme		Pour information
Script principal	**Bloc du motif**	L'instruction

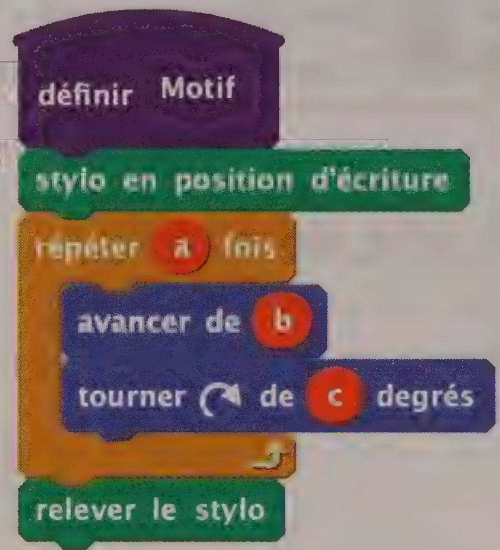
quand [drapeau] est cliqué
s'orienter à 90▾
aller à x: -200 y: 0
effacer tout
répéter 5 fois
  Motif
  avancer de ( )
	définir Motif
	stylo en position d'écriture
	répéter 4 fois
	  avancer de 40
	  tourner ↻ de 90 degrés
	relever le stylo
		s'orienter à 90▾
		signifie qu'on se dirige vers la droite.

Dans cet exercice, aucune justification n'est demandée.

▶ **1. a)** La valeur effacée dans le script principal était-elle 40 ou bien 60 ?
b) Dessiner sur la copie ce qu'on aurait obtenu avec l'autre valeur. On représentera l'instruction « avancer de 20 » par un segment de longueur 1 cm.

▶ **2.** Léna et Youri souhaitent maintenant obtenir un triangle équilatéral comme motif.

Afin d'obtenir un triangle équilatéral :
- par quelle valeur peut-on remplacer a ?
- par quelle valeur peut-on remplacer b ?
- par quelle valeur peut-on remplacer c ?



LES CLÉS DU SUJET

Points du programme

Algorithmique • Propriétés de base d'un carré et d'un triangle équilatéral.

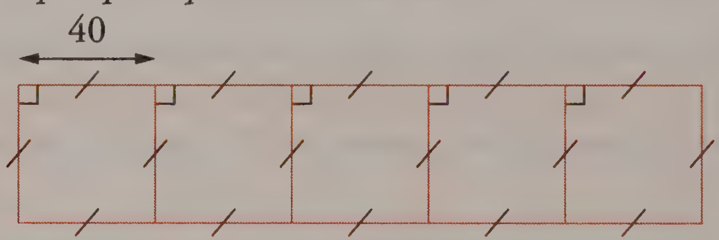
Nos coups de pouce

▶ **1.** Le point de départ du second carré est décalé de : « côté carré + 20 ».
▶ **2.** Attention à l'angle de rotation.

CORRIGÉ 84

▶ **1. a)** Le nombre manquant est $\boxed{60}$.

b) *Le dessin est plus petit que celui demandé.*



▶ **2.** On doit remplacer a par $\boxed{3}$ car un triangle équilatéral a 3 côtés égaux.

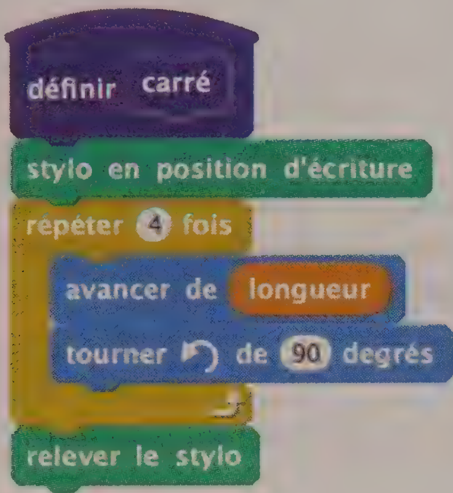
On doit remplacer b par $\boxed{40}$.

On doit remplacer c par $\boxed{120}$.

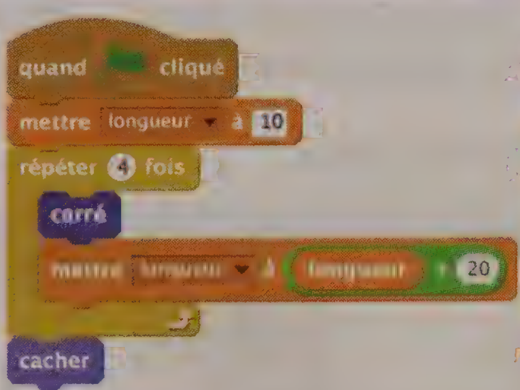
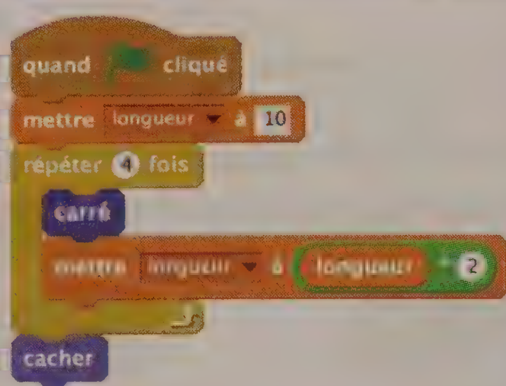
Amérique du Sud • Novembre 2017
Exercice 6 • 6,5 points

Carrés emboîtés sous Scratch

Le bloc d'instruction « carré » ci-dessous a été programmé puis utilisé dans les programmes 1 et 2.

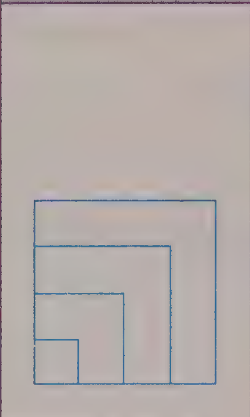
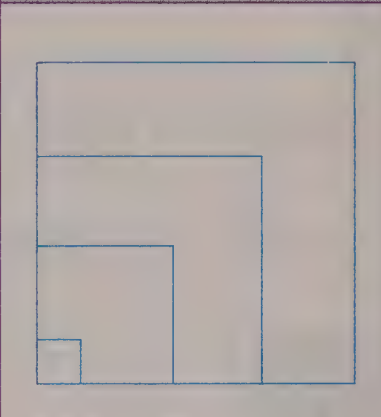


Rappel :
L'instruction « avancer de 10 » fait avancer le lutin de 10 pixels.

Programme n° 1	Programme n° 2
	

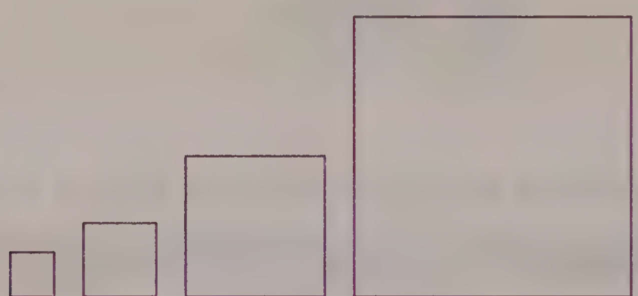
ALGORITHMIQUE

▶ **1.** Voici trois dessins :

Dessin n° 1	Dessin n° 2	Dessin n° 3
		

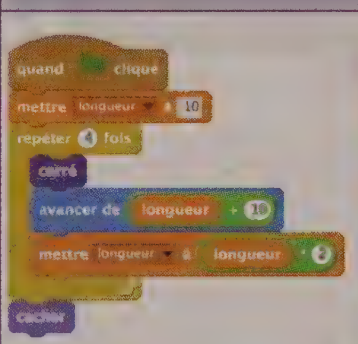
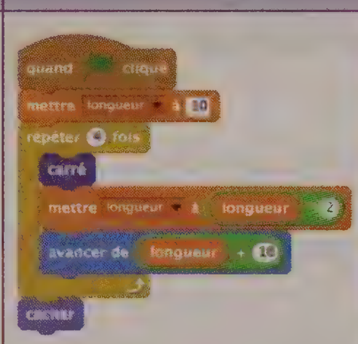
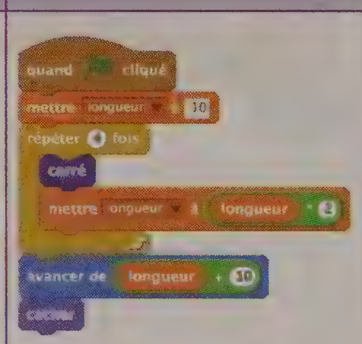
a) Lequel de ces trois dessins obtient-on avec le programme n° 1 ?
b) Lequel de ces trois dessins obtient-on avec le programme n° 2 ?
c) Pour chacun des deux programmes, déterminer la longueur, en pixels, du côté du plus grand carré dessiné.

▶ **2.** On souhaite modifier le programme n° 2 pour obtenir le dessin ci-dessous.



Parmi les trois modifications suivantes, laquelle permet d'obtenir le dessin souhaité.

Aucune justification n'est attendue pour cette question.

Modification 1	Modification 2	Modification 3
		

LES CLÉS DU SUJET

Point du programme

Programmation algorithmique.

Nos coups de pouce

▶ **1.** Observe bien comment varient les longueurs des carrés dans chaque dessin.

CORRIGÉ 85

▶ **1. a)** Avec le programme n° 1, on obtient le dessin n° 2. En effet, la longueur de chaque carré est augmentée de 20 pixels.

b) Avec le programme n° 2, on obtient le dessin n° 3. En effet, la longueur de chaque carré est doublée.

c) • Avec le programme n° 1, le plus grand carré a des côtés de longueur :

$10 + 20 + 20 + 20 = \boxed{70 \text{ pixels}}$.

• Avec le programme n° 2, le plus grand carré a des côtés de longueur :

$10 \times 2 \times 2 \times 2 = \boxed{80 \text{ pixels}}$.

▶ **2.** Pour obtenir le dessin voulu, il faut appliquer la modification 1.

REMARQUE
Le côté du premier carré mesure 10 pixels, puis la longueur du côté est doublée à chaque carré. Enfin, pour tracer le carré suivant, il faut avancer de la longueur du carré augmentée de 10.

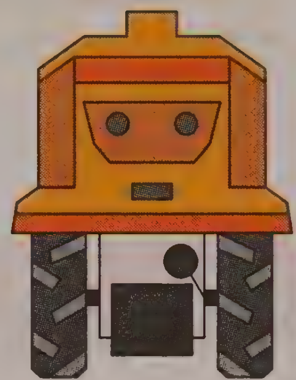
SUJET

86

Centres étrangers • Juin 2018

Exercice 6 • 18 points

Le robot jardinier



Le maraîchage est l'activité professionnelle qui consiste à cultiver les légumes, certains fruits, fleurs ou plantes aromatiques.
Afin de diminuer la pénibilité des travaux de maraîchage, un agriculteur a acquis un robot électrique pour effectuer le désherbage de ses cultures.

PARTIE A • PARCOURS DU ROBOT

Le robot doit parcourir 49 allées parallèles écartées de 1 m, représentées sur le schéma ci-après. Les 48 premières allées, situées dans une parcelle rectangulaire, mesurent 80 m de long :
– la 1re allée est [PQ] ;
– la 2^{e} allée est [RS] ;
– la 3^{e} allée est [TU] ;
– les allées 4 à 47 ne sont pas représentées ;
– la 48^{e} allée est [CB].
La 49^{e} et dernière allée, [DE], est située dans une parcelle triangulaire.
Montrer que la longueur de la dernière allée est DE = 64 m.

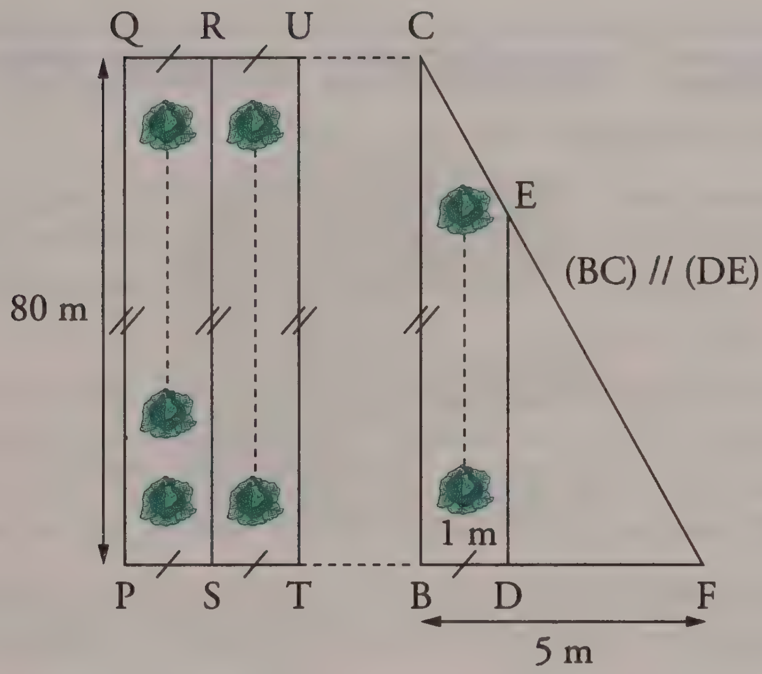
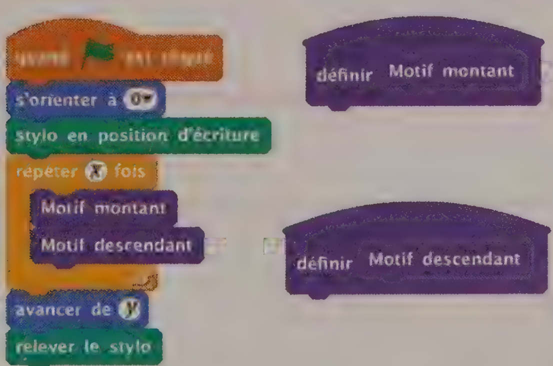


Schéma 1 du terrain non à l'échelle : vue du dessus

PARTIE B • PROGRAMME DE DÉPLACEMENT DU ROBOT

On souhaite programmer le déplacement du robot du point P au point E. Le script ci-dessous, réalisé sous Scratch, est incomplet. Toutes les allées sont parcourues une seule fois. L'image « Robot » correspond au résultat attendu lorsque le drapeau vert est cliqué.

On rappelle que l'instruction `s'orienter à 0` signifie que le robot se dirige vers le haut.



Script incomplet de déplacement du robot

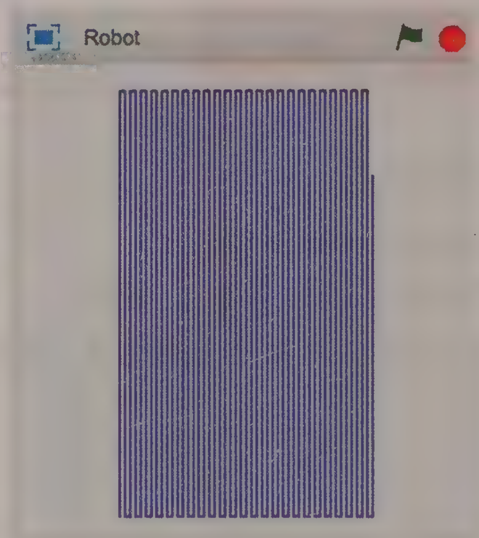


Image à obtenir avec le script complet

Pour répondre aux questions 1 et 2, utiliser autant que nécessaire les blocs : avancer de ○ tourner ↻ de ○ degrés tourner ↺ de ○ degrés

Les longueurs doivent être indiquées en mètres.

▶ **1.** Le nouveau bloc « Motif montant » doit reproduire un déplacement du type P-Q-R (voir schéma 1) et positionner le robot prêt à réaliser le motif suivant. Écrire une succession de 4 blocs permettant de définir : « Motif montant ».

▶ **2.** Le nouveau bloc « Motif descendant » doit reproduire un déplacement du type R-S-T (voir schéma 1) et positionner le robot prêt à réaliser le motif suivant. Quelle(s) modification(s) suffit-il d'apporter au bloc « Motif montant » pour obtenir le bloc « Motif descendant » ?

▶ **3.** Quelles valeurs faut-il donner à x et à y dans le script principal pour que le programme de déplacement du robot donne le résultat attendu ?

LES CLÉS DU SUJET

Points du programme

Écriture d'un programme sous Scratch • Théorème de Thalès.

Nos coups de pouce

Pour traiter la partie A, repère la configuration de Thalès dans le triangle CBF.

CORRIGÉ 86

PARTIE A

Dans le triangle CBF :

E ∈ [FC] ; D ∈ [FB] et (ED) // (CB).

Donc d'après le théorème de Thalès, on a :

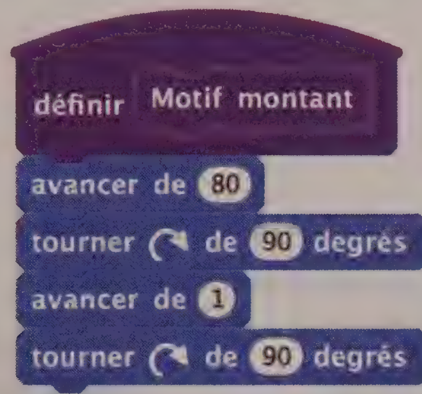
$$\frac{FE}{FC} = \frac{FD}{FB} = \frac{ED}{BC}$$

$$\frac{FE}{FC} = \frac{5-1}{5} = \frac{ED}{80}$$

Donc : $\boxed{ED = \dfrac{4 \times 80}{5} = 64 \text{ m}}$.

PARTIE B

▶ **1.** Le programme à écrire est :



▶ **2.** À la place des blocs « tourner à droite », on met les blocs « tourner à gauche ».

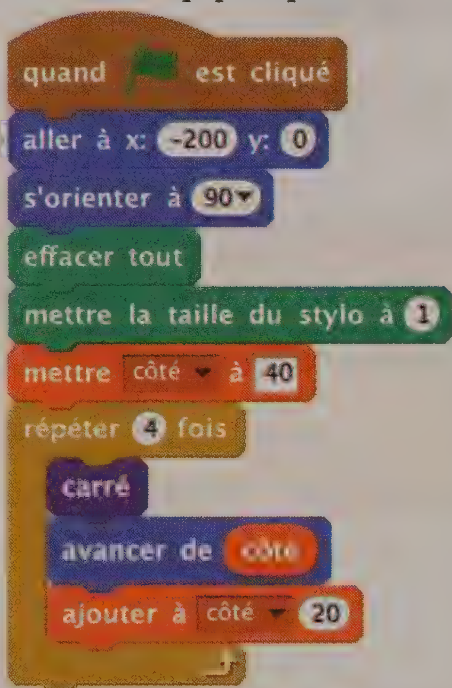
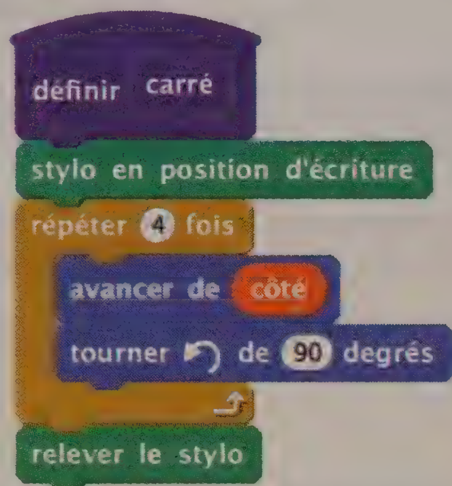
▶ **3.** Il faut donner la valeur $48 \div 2 = \boxed{24}$ à la variable *x* car il y a 24 allers-retours.
Il faut donner la valeur $\boxed{64}$ à *y* pour avancer de 64 m à la dernière rangée.

ATTENTION !
Il y a 48 rangées donc le robot n'effectue que 24 allers-retours.

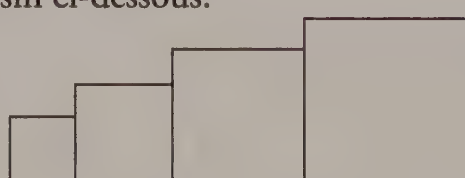
Amérique du Nord • Juin 2018
Exercice 4 • 14 points

Scratch

Dans cet exercice, aucune justification n'est attendue.
Simon travaille sur un programme. Voici des copies de son écran :

Script principal	Bloc carré
	
	Information L'instruction « s'orienter à 90 » signifie qu'on se dirige vers la droite.

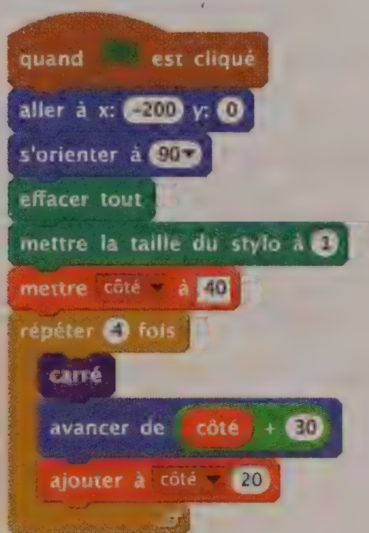
▶ **1.** Il obtient le dessin ci-dessous.



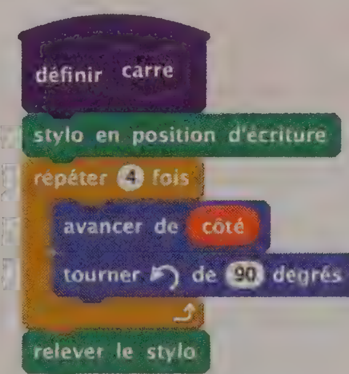
a) D'après le script principal, quelle est la longueur du côté du plus petit carré dessiné ?
b) D'après le script principal, quelle est la longueur du côté du plus grand carré dessiné ?

▶ **2.** Dans le script principal, où peut-on insérer l'instruction ajouter 2 à la taille du stylo de façon à obtenir le dessin ci-dessous ?

▶ **3.** On modifie maintenant le script principal pour obtenir celui qui est présenté ci-dessous :



Pour rappel : le bloc carré



Parmi les dessins ci-dessous, lequel obtient-on ?

Dessin 1

Dessin 2

Dessin 3

LES CLÉS DU SUJET

Points du programme

Algorithmique.

Nos coups de pouce

▶ **1.** Chaque nouveau carré a une longueur augmentée de 20 par rapport à son précédent.

CORRIGÉ 87

▶ **1. a)** Le côté du plus petit carré mesure $\boxed{\text{40 pixels}}$.

b) Le côté du plus grand carré mesure : $40 + 20 + 20 + 20 = \boxed{\text{100 pixels}}$.

▶ **2.** On peut mettre l'instruction juste après l'instruction « ajouter à côté 20 ».

▶ **3.** On obtient $\boxed{\text{le dessin 3}}$.

REMARQUE
On doit mettre l'instruction dans la boucle « répéter 4 fois », n'importe où après « carré ».

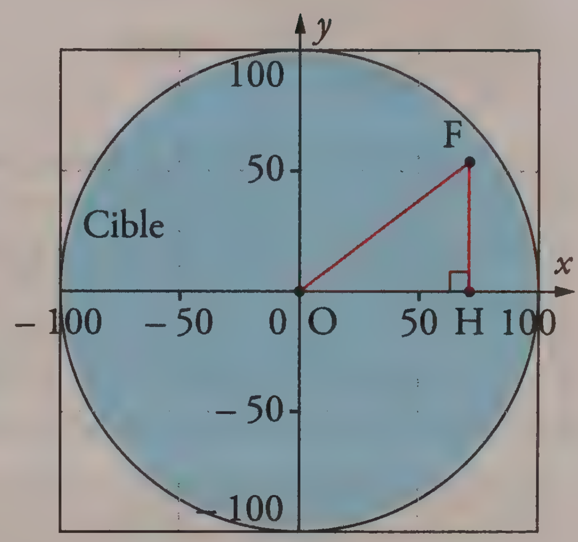
SUJET 88

Pondichéry • Mai 2018
Exercice 5 • 20 points

Jeu de fléchettes

Dans tout l'exercice, l'unité de longueur est le mm.

On lance une fléchette sur une plaque carrée sur laquelle figure une cible circulaire (en bleu sur la figure). Si la pointe de la fléchette est sur le bord de la cible, on considère que la cible n'est pas atteinte.
On considère que cette expérience est aléatoire et l'on s'intéresse à la probabilité que la fléchette atteigne la cible.



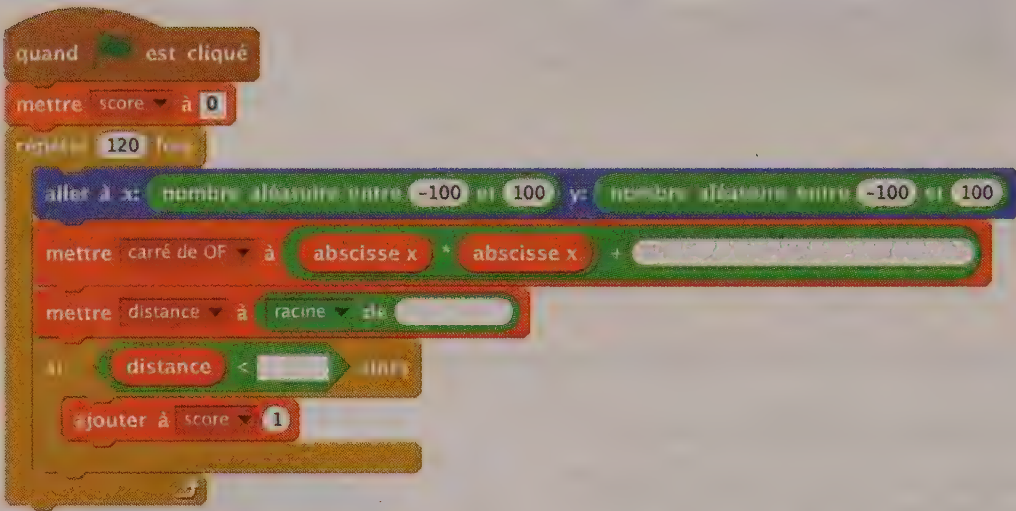
• La longueur du côté de la plaque carrée est 200.
• Le rayon de la cible est 100.
• La fléchette est représentée par le point F de coordonnées (x ; y) où x et y sont des nombres aléatoires compris entre – 100 et 100.

▶ **1.** Dans l'exemple ci-dessus, la fléchette F est située au point de coordonnées (72 ; 54).
Montrer que la distance OF, entre la fléchette et l'origine du repère, est 90.

▶ **2.** D'une façon générale, quel nombre ne doit pas dépasser la distance OF pour que la fléchette atteigne la cible ?

▶ **3.** On réalise un programme qui simule plusieurs fois le lancer de cette fléchette sur la plaque carrée et qui compte le nombre de lancers atteignant la cible. Le programmeur a créé trois variables nommées : **carré de OF, distance et score.**

ALGORITHMIQUE



a) Lorsqu'on exécute ce programme, combien de lancers sont simulés ?

b) Quel est le rôle de la variable **score** ?

c) Compléter et recopier sur la copie uniquement les lignes 5, 6 et 7 du programme afin qu'il fonctionne correctement.

d) Après une exécution du programme, la variable **score** est égale à 102. À quelle fréquence la cible a-t-elle été atteinte dans cette simulation ? Exprimer le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

▶ **4.** On admet que la probabilité d'atteindre la cible est égale au quotient : aire de la cible divisée par aire de la plaque carrée. Donner une valeur approchée de cette probabilité au centième près.

LES CLÉS DU SUJET

Points du programme

Théorème de Pythagore • Aires usuelles • Algorithmique.

Nos coups de pouce

▶ **3. c)** La deuxième coordonnée est l'ordonnée.

d) La fréquence d'une donnée correspond au quotient de l'effectif de cette donnée par l'effectif total.

CORRIGÉ 88

▶ **1.** Le triangle OHF est rectangle en H donc d'après le théorème de Pythagore on a :

$OF^2 = OH^2 + HF^2$

$OF^2 = 72^2 + 54^2$

$OF^2 = 8\,100$

$OF = \sqrt{8\,100} = 90$

La distance OF vaut 90.

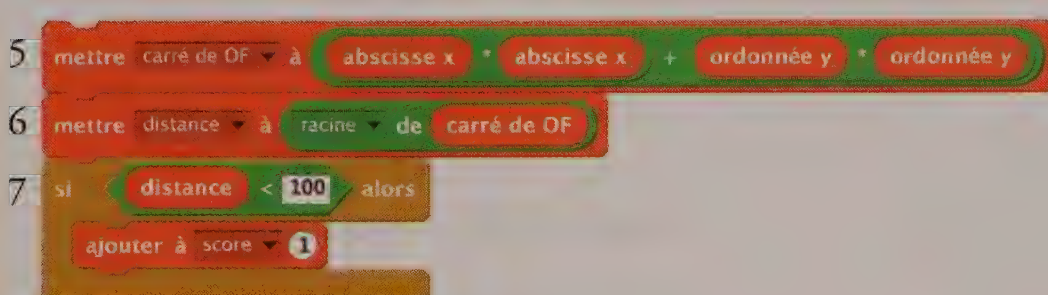
> **RAPPEL**
> Pour calculer une longueur dans un triangle rectangle, pense au théorème de Pythagore !

▶ **2.** La distance OF ne doit pas dépasser la valeur 100 puisque c'est le rayon maximal de la cible.

▶ **3. a)** La boucle « répéter » nous indique que 120 lancers ont été simulés.

b) La variable **score** compte le nombre de fois où la cible a été atteinte.

c)



d) La cible a été atteinte avec une fréquence de $\dfrac{102}{120} = \dfrac{17}{20}$.

▶ **4.** $\text{Aire}_{\text{cible}} = \pi \times r^2 = \pi \times 100^2 = 10\,000\pi$

$\text{Aire}_{\text{rectangle}} = c \times c = 200 \times 200 = 40\,000$

La probabilité d'atteindre la cible est de $\dfrac{10\,000\pi}{40\,000} \approx 0{,}79$.

Le mémo du brevet

L'essentiel du programme en fiches

1 Différents nombres et leurs représentations

Notion	Définition
Nombre entier naturel	Nombre entier (c'est-à-dire qui s'écrit sans chiffre après la virgule) positif ou nul.
Nombre entier relatif	Nombre entier positif, négatif ou nul.
Nombre décimal	Nombre qui s'écrit avec un nombre fini de chiffres après la virgule. *Exemple* : 0,64.
Nombre rationnel (ou fraction)	Nombre qui peut s'écrire sous la forme d'une fraction, c'est-à-dire sous la forme $\frac{a}{b}$, où a et b sont des nombres entiers relatifs et $b \neq 0$. *Exemple* : $\frac{16}{25}$.
Fraction décimale	Fraction dont le dénominateur est une puissance de 10. *Exemple* : $\frac{64}{10^2} = \frac{64}{100}$.
Notation scientifique d'un nombre	Notation de la forme $x = a \times 10^n$ où $1 \leqslant a < 10$ et n est un entier relatif. On peut utiliser cette notation pour tout nombre positif x. *Exemple* : $6{,}4 \times 10^{-1}$.
Nombre irrationnel	Nombre qui ne peut pas s'écrire sous la forme d'une fraction. *Exemples* : $\sqrt{2}, \pi$...

REMARQUES

1. Un même nombre peut s'écrire de différentes façons.
Ainsi 0,64, $\frac{16}{25}$, $\frac{64}{100}$ et $6{,}4 \times 10^{-1}$ représentent le même nombre.

2. Un nombre rationnel a une infinité d'écritures sous forme de fraction. Une **fraction irréductible** est une fraction qui ne peut pas être simplifiée.

3. Attention ! Ne pas confondre l'opposé et l'inverse d'un nombre.

- Deux nombres sont **opposés** si leur somme est nulle.

Exemples : -5 est l'opposé de 5, $-\frac{1}{3}$ est l'opposé de $\frac{1}{3}$.

- Deux nombres sont **inverses** si leur produit est 1.

Exemples : $\frac{1}{5}$ est l'inverse de 5, $-\frac{1}{3}$ est l'inverse de -3.

2 Puissance et racine carrée

A Définitions

Notion	Définition
Puissance d'un nombre	Produit de n facteurs égaux à a (a étant un nombre non nul et n un nombre entier naturel positif). On le note a^n : $a^n = \underbrace{a \times a \times ... \times a}_{n \text{ facteurs}}$. a^{-n} est l'inverse de a^n. Donc $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$. *Exemples* : $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$; $10^{-2} = \frac{1}{10^2} = \frac{1}{100} = 0{,}01$.
Racine carrée d'un nombre	Nombre positif dont le carré est égal à a (où a est un nombre positif donné). On le note $\sqrt{a}$. *Exemples* : $\sqrt{25} = 5$; $\sqrt{56{,}25} = 7{,}5$.

B Préfixes scientifiques

Préfixe	Symbole	Puissance de 10	Valeur	Exemples
giga	G	10^9	1 000 000 000	1 gigawatt = 1 000 000 000 watts
méga	M	10^6	1 000 000	1 mégahertz = 1 000 000 hertz
kilo	k	10^3	1 000	1 kilocalorie = 1 000 calories
hecto	h	10^2	100	1 hectopascal = 100 pascals
déca	da	10^1	10	1 décalitre = 10 litres
déci	d	10^{-1}	0,1	1 décimètre = 0,1 mètre
centi	c	10^{-2}	0,01	1 centigramme = 0,01 gramme
milli	m	10^{-3}	0,001	1 milliseconde = 0,001 seconde
micro	µ	10^{-6}	0,000 001	1 microampère = 0,000 001 ampère
nano	n	10^{-9}	0,000 000 001	1 nanomètre = 0,000 000 001 m

3 Calcul numérique

A Multiples, diviseurs – Nombres premiers

Notion	Définition
Multiple	On appelle multiple d'un entier naturel le produit de ce nombre entier naturel par un autre nombre entier naturel. *Exemples* : 45, 135 et 225 sont des multiples de 15, car $45 = 3 \times 15$ et $135 = 9 \times 15$ et $225 = 15 \times 15$.
Diviseur	Soient deux entiers naturels a et b. a est un diviseur de b lorsque la division de b par a se fait exactement, c'est-à-dire ne donne pas de reste. *Exemple* : 13 est un diviseur de 91 car $91 = 13 \times 7 + 0$.
Critères de divisibilité	Un nombre est divisible : • par 2 si son chiffre des unités est 0, 2, 4, 6 ou 8 ; • par 3 si la somme de ses chiffres est divisible par 3 ; • par 5 si son chiffre des unités est 0 ou 5 ; • par 9 si la somme de ses chiffres est divisible par 9 ; • par 10 si son chiffre des unités est 0.
Nombre premier	Nombre entier naturel divisible seulement par lui-même et par 1. *Exemple* : 17 est un nombre premier. 55 n'est pas un nombre premier car il est divisible par 5.
Décomposition d'un nombre entier en un produit de facteurs premiers	Opération qui consiste à transformer un nombre entier en un produit de nombres premiers. *Exemple* : $600 = 2^3 \times 3 \times 5^2$.

B Les fractions : comparer et calculer

Objectif	Règle
Comparer	Si deux fractions ont le même dénominateur, la fraction la plus grande est celle qui a le plus grand numérateur. Si deux fractions ont le même numérateur, la fraction la plus grande est celle qui a le plus petit dénominateur.
Additionner ou soustraire	Pour additionner (ou soustraire) deux fractions, on les réduit au même dénominateur puis on additionne (ou on soustrait) les numérateurs et on conserve le dénominateur commun.
Multiplier	Pour multiplier deux fractions, on multiplie les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux.
Diviser	Pour diviser deux fractions, on multiplie la fraction numérateur par l'inverse de la fraction dénominateur.

4 Calcul littéral

A Développer

● À l'aide de la **propriété de distributivité** : on utilise les règles de la distributivité de la multiplication par rapport à l'addition.

Quels que soient les nombres a, b, c, d :

$a \times (b + c) = a \times b + a \times c$

Exemple : $2x \times (x + 3) = 2x^2 + 6x$

$(a + b) \times (c + d) = a \times c + a \times d + b \times c + b \times d$

Exemple : $(6 - x) \times (2 - 3x) = 12 - 18x - 2x + 3x^2 = 3x^2 - 20x + 12$

● À l'aide des **identités remarquables** : on distingue trois identités remarquables, a et b étant deux réels quelconques :

$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ Exemple : $(2x + 5)^2 = 4x^2 + 20x + 25$

$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ Exemple : $(2x - 4)^2 = 4x^2 - 16x + 16$

$(a + b) \times (a - b) = a^2 - b^2$ Exemple : $(3x + 1) \times (3x - 1) = 9x^2 - 1$

B Factoriser

● À l'aide de la **propriété de distributivité**.

Quels que soient les nombres a, b, c, d :

$a \times b + a \times c = a \times (b + c)$ Exemple : $2x \times (3x + 1) + 2x \times (2x + 5) = 2x \times (5x + 6)$

● À l'aide des **identités remarquables** :

$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$ Exemple : $x^2 + 6x + 9 = (x + 3)^2 = (x + 3) \times (x + 3)$

$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$ Exemple : $x^2 - 4x + 4 = (x - 2)^2 = (x - 2) \times (x - 2)$

$a^2 - b^2 = (a + b) \times (a - b)$ Exemple : $x^2 - 4 = x^2 - 2^2 = (x + 2) \times (x - 2)$

C Équation produit

On utilise la propriété : lorsqu'un produit de facteurs est nul, alors l'un au moins des facteurs est nul.

Exemple : résoudre l'équation $(2x - 1) \times (-x + 3) = 0$.

La propriété ci-dessus permet d'affirmer que :

$2x - 1 = 0$, soit $x = \dfrac{1}{2}$ ou $-x + 3 = 0$, soit $x = 3$.

Conclusion : $\dfrac{1}{2}$ et 3 sont les solutions de l'équation.

5 Statistiques - Probabilités

A Statistiques

1. Caractéristiques de position

Notion	Définition
Fréquence d'une valeur	On appelle fréquence d'une valeur, le quotient de l'effectif de cette valeur par l'effectif total. On l'exprime souvent en pourcentage.
Moyenne d'une série statistique	C'est le nombre *m* réel égal au quotient de la somme de toutes les valeurs de la série statistique par l'effectif total.
Médiane d'une série statistique	C'est la valeur qui partage la série statistique, **rangée par ordre croissant** (ou décroissant), en deux parties de même effectif. Si l'effectif total de la série est un nombre impair, la médiane est une valeur de la série. Sinon, c'est un nombre compris entre deux valeurs de la série. On prend souvent pour médiane la moyenne de ces deux valeurs.

2. Caractéristiques de dispersion

Notion	Définition
Étendue d'une série statistique	C'est la différence entre la plus grande et la plus petite valeur de la série statistique.
Écart moyen d'une série statistique	C'est la moyenne de la série obtenue en prenant les valeurs positives des différences entre chaque valeur de la série statistique et la valeur moyenne de la série.

B Probabilités

Soit E un événement.

- La probabilité de réalisation de E est un nombre $p(\mathrm{E})$ compris entre 0 et 1.
- Si $p(\mathrm{E}) = 0$ alors l'événement E est impossible.
- Si $p(\mathrm{E}) = 1$ alors l'événement E est certain.
- Quand les résultats d'une expérience ont tous la même probabilité, alors

$$p(\mathrm{E}) = \frac{\text{nombre de résultats favorables}}{\text{nombre de résultats possibles}} = \frac{n}{N}.$$

- Notons $\bar{\mathrm{E}}$ l'événement contraire de E (c'est-à-dire l'événement « non E »), alors $p(\mathrm{E}) + p(\bar{\mathrm{E}}) = 1$.

6 Fonctions - Pourcentages

A La notion de fonction

- Une fonction est une « machine » qui permet d'associer à un nombre, appelé **antécédent**, un autre nombre unique appelé **image**.
- On note souvent f cette « machine », x l'antécédent et $f(x)$ l'image du nombre x par la fonction f. On écrit alors $f : x \mapsto f(x)$.

Exemple : Si l'on a $f : x \mapsto f(x) = 3x + 1$, alors f est la machine à multiplier par 3 puis à ajouter 1. Si on choisit le nombre -4, alors la fonction f lui associe le nombre -11 car $f(-4) = 3 \times (-4) + 1 = -11$. Le nombre -4 est l'antécédent de -11 et -11 est l'image du nombre -4 par la fonction f.

B Fonction linéaire, fonction affine

- La fonction f qui associe au nombre x le nombre ax, où a est un nombre réel donné, est appelée **fonction linéaire**. On a $f : x \mapsto ax$ ou encore $f(x) = ax$.
Sa représentation graphique est une droite passant par l'origine du repère.
Le nombre a est le **coefficient directeur** de cette droite.
- La fonction f qui associe au nombre x le nombre $ax + b$, où a et b sont des réels donnés, est appelée **fonction affine**. On a $f : x \mapsto ax + b$ ou encore $f(x) = ax + b$.
Sa représentation graphique est une droite. a est le coefficient directeur de la droite et b est l'**ordonnée à l'origine** de la droite.

C Proportionnalité

Soient quatre nombres non nuls a, b, c, d. Les nombres a et b sont respectivement proportionnels aux nombres c et d, si $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$.

D Pourcentages

- Appliquer une **augmentation** de n % à une quantité Q :
on obtient alors la quantité Q' telle que $Q' = Q\left(1 + \frac{n}{100}\right)$.
- Appliquer une **diminution** de n % à une quantité Q :
on obtient alors la quantité Q'' telle que $Q'' = Q\left(1 - \frac{n}{100}\right)$.
- Calculer le **pourcentage *n* d'augmentation** d'une quantité Q devenue Q_1 :
on a $n = \frac{Q_1 - Q}{Q} \times 100$.

7 Grandeurs et mesures

A Grandeurs composées

- Une **grandeur composée produit** est une grandeur obtenue en multipliant d'autres grandeurs. Voici quelques grandeurs composées produit :

Grandeur composée	Grandeurs simples	Formule	Unités
Aire $\mathcal{A}$ d'un rectangle	Longueur L, largeur ℓ	$\mathcal{A} = L \times \ell$	Si L et ℓ en m, alors $\mathcal{A}$ en m^2
Volume $\mathcal{V}$ d'un cube	Arête c	$\mathcal{V} = c \times c \times c$	Si c en cm, alors $\mathcal{V}$ en cm^3
Puissance électrique consommée P	Tension U, intensité du courant I	$P = U \times I$	Si U en volts (V) et I en ampères (A), alors P en watts (W)
Énergie électrique E	Puissance P, temps t	$E = P \times t$	Si P en watts (W) et t en h, alors E en wattheures (Wh)

- Une **grandeur composée quotient** est une grandeur obtenue en divisant deux autres grandeurs. Voici quelques grandeurs composées quotient :

Grandeur composée	Grandeurs simples	Formule	Unités
Vitesse moyenne v	Distance d, temps t	$v = \frac{d}{t}$	Si d en m et t en s, alors v en m/s ou $m \times s^{-1}$
Débit D	Volume $\mathcal{V}$, durée t	$D = \frac{\mathcal{V}}{t}$	Si $\mathcal{V}$ en m^3 et t en h, alors D en m^3/h ou $m^3 \times h^{-1}$
Masse volumique ρ	Masse M, volume $\mathcal{V}$	$\rho = \frac{M}{\mathcal{V}}$	Si M en kg et $\mathcal{V}$ en m^3, alors ρ en kg/m^3 ou $kg \times m^{-3}$
Consommation de carburant C	Volume de carburant consommé $\mathcal{V}$, distance parcourue d	$C = \frac{\mathcal{V}}{d}$	Si $\mathcal{V}$ en litres (L) et d en km, alors C en L/km ou $L \times km^{-1}$

B Formules donnant des volumes

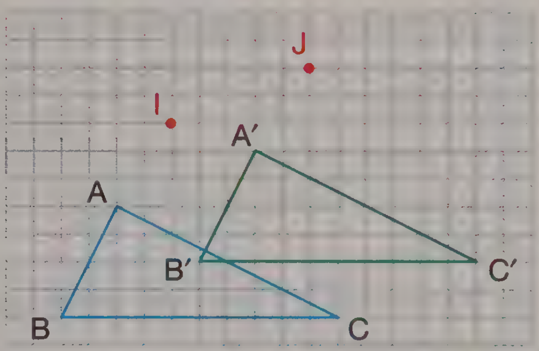
- Volume d'une pyramide ou d'un cône dont l'aire de la base est $\mathcal{B}$ et la hauteur h : $\mathcal{V} = \frac{1}{3} \times \mathcal{B} \times h$.
- Volume d'un cylindre dont le rayon de la base est r et la hauteur h : $\mathcal{V} = \pi \times r^2 \times h$.
- Volume d'une boule de rayon r : $\mathcal{V} = \frac{4}{3} \times \pi \times r^3$.

8 Transformations sur une figure

A Effet d'une translation sur un triangle

- Le triangle A′B′C′ est l'image du triangle ABC par la translation qui transforme le point I en le point J. Ces deux triangles sont superposables.

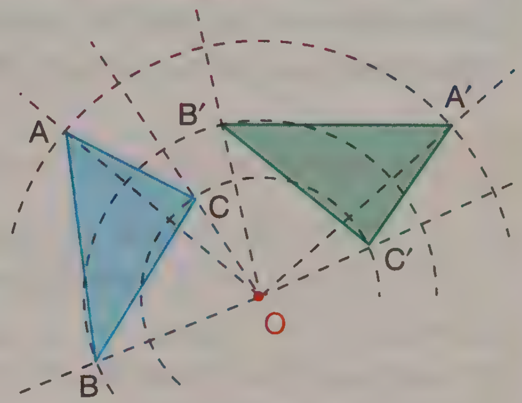
- La translation est un **déplacement**. Elle conserve les distances, les alignements, les angles et les aires.



B Effet d'une rotation sur un triangle

- Le triangle A′B′C′ est l'image du triangle ABC par la rotation de centre O et d'angle 100°. On a : $OA = OA'$, $OB = OB'$, $OC = OC'$ et $\widehat{AOA'} = \widehat{BOB'} = \widehat{COC'} = 100°$.

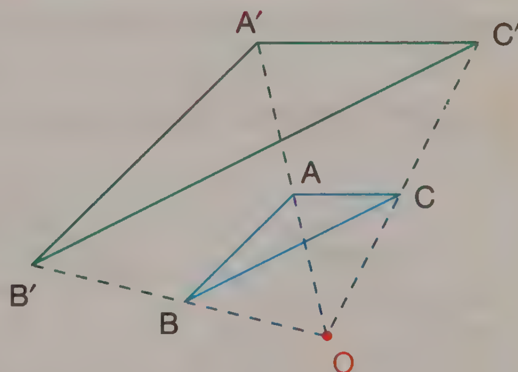
- La rotation est un **déplacement**. Elle conserve les distances, les alignements, les angles et les aires.



C Effet d'une homothétie sur un triangle

- Le triangle A′B′C′ est l'image du triangle ABC par l'homothétie de centre O et de rapport 2 : on a un **agrandissement**.

Le triangle ABC est l'image du triangle A′B′C′ par l'homothétie de centre O et de rapport $\frac{1}{2}$: on a une **réduction**.



Nous avons donc : $\frac{OA'}{OA} = \frac{OB'}{OB} = \frac{OC'}{OC} = 2$ et $\frac{OA}{OA'} = \frac{OB}{OB'} = \frac{OC}{OC'} = \frac{1}{2}$.

- Lorsque toutes les dimensions d'une figure $\mathscr{F}$ sont multipliées par un même nombre k, on obtient une figure $\mathscr{F}'$. Si $k > 1$, $\mathscr{F}'$ est un agrandissement de $\mathscr{F}$. Si $0 < k < 1$, $\mathscr{F}'$ est une réduction de $\mathscr{F}$.

Les mesures des **côtés** de $\mathscr{F}'$ se déduisent des mesures des côtés de $\mathscr{F}$ en multipliant ces derniers par k.

L'**aire** de $\mathscr{F}'$ se déduit de l'aire de $\mathscr{F}$ en multipliant cette dernière par k^2.

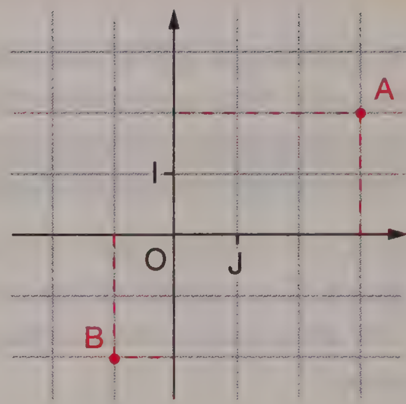
Le **volume** de $\mathscr{F}'$ se déduit du volume de $\mathscr{F}$ en multipliant ce dernier par k^3.

9 Repérage

A Se repérer dans un plan

● Un **repère orthogonal** est constitué de deux axes perpendiculaires, les unités étant différentes sur chacun des axes (OI ≠ OJ). Si les unités sont les mêmes sur chaque axe (OI = OJ = 1 unité), alors le repère est **orthonormal**.

● Un point A du plan est repéré par deux nombres relatifs x_A et y_A.



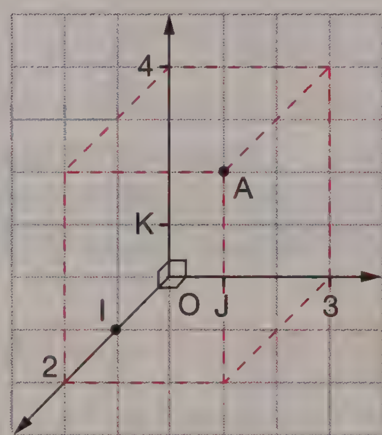
x_A est l'abscisse du point A. L'**abscisse** se lit sur l'axe horizontal.
y_A est l'ordonnée du point A. L'**ordonnée** se lit sur l'axe vertical.
Les **coordonnées** du point A s'écrivent A(x_A ; y_A).
Exemple sur le schéma ci-dessus : A(3 ; 2) et B (–1 ; –2).

B Se repérer dans l'espace

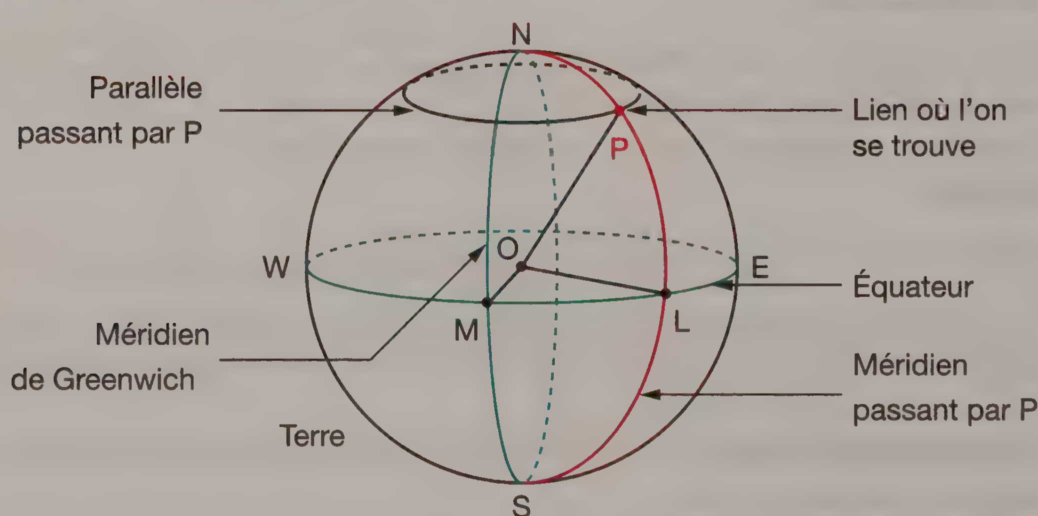
● Un repère orthonormal de l'espace est constitué de trois axes perpendiculaires 2 à 2.

● Un point A de l'espace est repéré par trois nombres relatifs : son **abscisse** x_A, son **ordonnée** y_A et son **altitude** z_A.

Les coordonnées de A s'écrivent A(x_A ; y_A ; z_A).
Exemple sur le schéma ci-contre : A(2 ; 3 ; 4).



C Se repérer sur une sphère

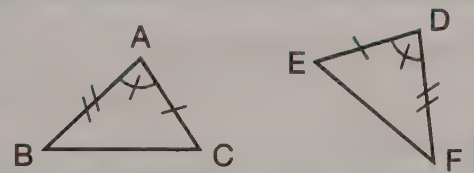
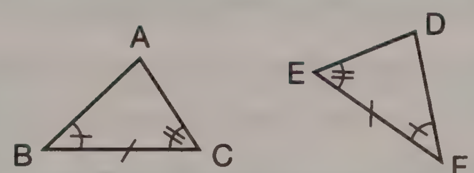
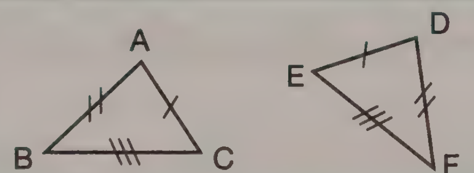


L'angle $\widehat{LOP}$ représente la latitude de P et $\widehat{MOL}$ représente la longitude de P.

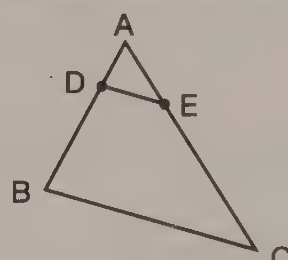
10 Triangle et parallélogramme

A Le triangle

- La somme des mesures des trois angles d'un triangle est égale à 180°.
- La mesure d'un côté d'un triangle est toujours inférieure ou égale à la somme des mesures des deux autres côtés.
- Cas d'égalité des triangles :

Si 2 triangles ont un angle égal compris entre deux côtés respectivement égaux, alors ils sont égaux.		$AB = DF$ $AC = DE$ $\widehat{BAC} = \widehat{EDF}$
Si 2 triangles ont un côté égal compris entre deux angles respectivement égaux, alors ils sont égaux.		$BC = EF$ $\widehat{ABC} = \widehat{DFE}$ $\widehat{ACB} = \widehat{DEF}$
Si 2 triangles ont leurs trois côtés respectivement égaux, alors ils sont égaux.		$AB = DF$ $AC = DE$ $BC = EF$

- Si deux triangles ont leurs trois angles respectivement égaux, alors ils sont **semblables**.



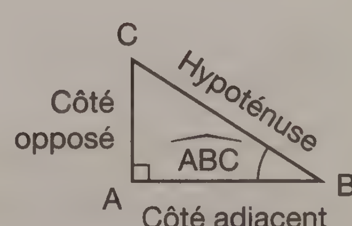
Le triangle ADE est une réduction du triangle ABC dans le rapport $\dfrac{AD}{AB}$.
Le triangle ABC est un agrandissement du triangle ADE dans le rapport $\dfrac{AB}{AD}$.

- Trigonométrie dans le triangle rectangle

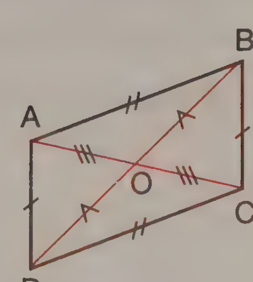
$$\sin \widehat{ABC} = \frac{AC}{BC} = \frac{\text{côté opposé}}{\text{hypoténuse}}$$

$$\cos \widehat{ABC} = \frac{AB}{BC} = \frac{\text{côté adjacent}}{\text{hypoténuse}}$$

$$\tan \widehat{ABC} = \frac{AC}{AB} = \frac{\text{côté opposé}}{\text{côté adjacent}}$$



B Le parallélogramme



Dans un parallélogramme :
- les côtés opposés sont parallèles deux à deux ;
- les côtés opposés sont égaux deux à deux ;
- les diagonales se coupent en leur milieu.

11 Pythagore et Thalès

A Théorème de Pythagore

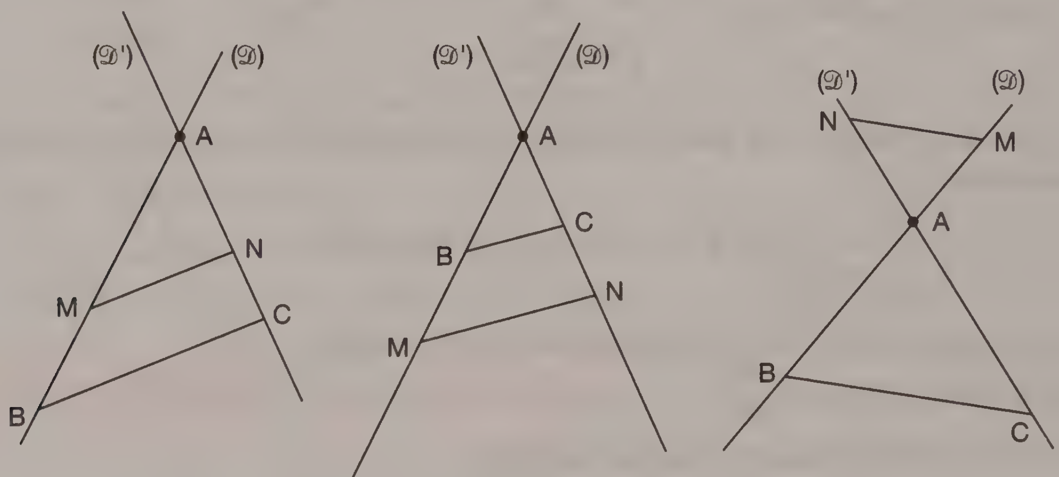
- Théorème direct : si un triangle ABC est rectangle en A, alors $BC^2 = AB^2 + AC^2$.
- Réciproque : si un triangle ABC est tel que $BC^2 = AB^2 + AC^2$, alors ce triangle est rectangle en A.

B Théorème de Thalès

Théorème direct

- Soient deux droites $(\mathscr{D})$ et $(\mathscr{D}')$ sécantes en A.
- Soient B et M deux points de $(\mathscr{D})$, distincts de A.
- Soient C et N deux points de $(\mathscr{D}')$ distincts de A.
- Les points A, B et M sont dans le même ordre que les points A, C et N.

Si les droites (BC) et (MN) sont parallèles, alors : $\dfrac{AM}{AB} = \dfrac{AN}{AC} = \dfrac{MN}{BC}$



Réciproque

- Soient deux droites $(\mathscr{D})$ et $(\mathscr{D}')$ sécantes en A.
- Soient B et M deux points de $(\mathscr{D})$, distincts de A.
- Soient C et N deux points de $(\mathscr{D}')$ distincts de A.

Si les points A, B, et M d'une part et les points A, C, et N d'autre part sont dans le même ordre et si $\dfrac{AM}{AB} = \dfrac{AN}{AC}$, alors les droites (BC) et (MN) sont parallèles.

12 Algorithmique et programmation

A Algorithme

- Le mot algorithme vient du nom du mathématicien Al-Khawarizmi (VIII^{e}-IX^{e} siècle après J.-C.).
- Un algorithme est une suite ordonnée d'instructions à exécuter pour résoudre un problème donné.

Exemples : appliquer une recette de cuisine ; suivre un itinéraire donné par un GPS ; construire une figure géométrique.

B Programme

- Un programme est une suite ordonnée d'instructions, un algorithme, qu'un ordinateur comprend et peut donc réaliser.
- Comme un algorithme, un programme peut être décomposé en trois parties : l'entrée des données, le traitement des données, la sortie des résultats.

Variables

- Les variables portent un nom et peuvent stocker des nombres, des mots, des phrases…
- La variable spéciale réponse contient ce qui est saisi par l'utilisateur.

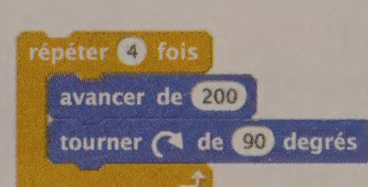
Tests

- Les tests permettent de n'effectuer une instruction – ou un groupe d'instructions – que si une condition est remplie.
- Les conditions sont par exemple des comparaisons de variables du type :

que l'on peut regrouper avec « et » et « ou ».

- On peut ajouter une instruction à effectuer si la condition n'est pas vérifiée.

Boucles



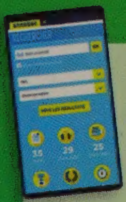
- Une boucle permet de faire répéter un groupe d'instructions. Il en existe plusieurs types :

– boucle avec compteur : pour *i* allant de 1 à *n* faire *instructions*.
– boucle « tant que » : tant que *condition* est vraie faire *instructions*.
– boucle « jusqu'à » : faire *instructions* jusqu'à ce que *condition* soit vraie.

annabrevet 2020

Maths 3e

- Les **sujets complets** de la session 2019
- Également de nombreux **exercices de brevet** classés par thème, pour couvrir tout le programme
- Tous les **corrigés détaillés**, avec des **conseils** de méthode
- En plus : un **mémo** avec les points clés



En plus avec ce livre, un accès GRATUIT* aux ressources d' annabac.com en 3e :
fiches, cours audio et vidéo, quiz, annales corrigées…

*selon conditions précisées sur le site www.annabac.com

Révisez votre brevet avec annabrevet 2020

P.V. France
6,20 €

73 4615 9
ISBN 978-2-401-05253-6