

Les petits devoirs

6^e

11-12 ANS

Problèmes

26 séances
de 20 minutes

- Tous les conseils de méthode pour bien raisonner
- Toutes les notions au programme
- Tous les corrigés

Tout simplement efficace !



la librairie
des écoles

LES PETITS DEVOIRS

Problèmes 6^e

William Deblock
Professeur certifié

Illustrations
Alice Gravier

Sommaire

1.	Méthodologie : résoudre un problème	4
2.	Méthodologie : travail sur la compréhension.....	6
3.	Méthodologie : travail sur la planification	8
4.	Méthodologie : travail sur le calcul et la vérification.....	10
5.	Addition et soustraction des nombres entiers et décimaux (1)	12
6.	Addition et soustraction des nombres entiers et décimaux (2)	14
7.	Multiplication et division des nombres entiers et décimaux.....	16
8.	Problèmes avec des priorités opératoires (1).....	20
9.	Problèmes avec des priorités opératoires (2).....	22
10.	Problèmes avec des priorités opératoires (3).....	24
11.	Les fractions (1).....	26
12.	Les fractions (2).....	28
13.	Additions et soustractions de fractions	30
14.	Problèmes de moyennes.....	32
15.	Problèmes simples de probabilités	34
16.	Problèmes de périmètres.....	36
17.	Problèmes d'aires (figures simples)	38
18.	Problèmes d'aires (figures complexes).....	40
19.	Proportionnalité (1)	42
20.	Proportionnalité (2)	44
21.	Proportionnalité (3)	46
22.	Gestion de données : lire et interpréter	48
23.	Gestion de données : gérer et construire des représentations	50
24.	Tâche complexe (1).....	52
25.	Tâche complexe (2).....	54
26.	Tâche complexe (3).....	56
27.	Corrigés	58
28.	Annexes	64

Maquette et mise en pages : STDI

Illustrations et couverture : Alice Gravier

Édition : Dorothee Rouffiac

Correction : Catherine Gau

Cartographie : Marie-Christine Liennard (coordination),
Valérie Goncalves (Réalisation)

© La Librairie des Écoles

7, place des Cinq Martyrs du Lycée Buffon, 75015 PARIS

ISBN : 978-2-36940-175-9

www.lalibrairiedesecoles.com

Introduction

Le but de ce petit cahier est de proposer aux élèves de sixième une série de problèmes à difficulté graduelle. Venant clôturer le cycle 3, la classe de sixième a principalement pour but de consolider les acquis des années antérieures et apprendre aux élèves l'autonomie nécessaire à la bonne poursuite de leur cursus.

L'autonomie, voilà le maître mot de cette classe de sixième et ce, dans toutes les matières, pas seulement en mathématiques. Bon nombre d'élèves ont encore le réflexe d'attendre l'aide sans chercher à comprendre par eux-mêmes de quoi il retourne et ce qui est demandé. Dans cette optique les problèmes proposés ici balayent tout le programme de sixième et cherchent à favoriser l'autonomie de l'élève devant faire face à la découverte d'un nouvel énoncé. Une place importante est donnée à la méthodologie et il est conseillé de prendre le temps de la lire sérieusement afin d'aborder sereinement la suite. La difficulté est réelle mais croissante afin de développer l'esprit de recherche et critique de l'élève. Nous partons du principe que le sens et l'utilisation des quatre opérations sont bien connus et nous commençons donc directement avec des problèmes demandant une réflexion et un travail de compréhension de ce qui est demandé. Encore une fois, nous ne faisons pas de la remédiation des lacunes, nous consolidons les acquis.

Profitons de cette introduction pour signaler que l'utilisation de la calculatrice est fortement déconseillée afin d'obliger l'élève à poser les calculs. Il est malheureusement très fréquent de voir des élèves de quatrième ou troisième, ne sachant plus poser une division ou effectuer une multiplication à cause de l'usage exclusif de la calculatrice. N'hésitez pas à refaire plusieurs fois certains exercices qui ont posé problème dans la compréhension ou la résolution, à plusieurs jours d'intervalle, afin d'asseoir les connaissances et l'autonomie de l'élève.

Bonne résolution de problèmes !

1 Méthodologie : résoudre un problème

Problème : Toute situation (réelle ou imaginaire) dans laquelle des questions sont posées et auxquelles on ne peut pas répondre de manière immédiate.

On distingue 4 étapes stratégiques qui fonctionnent toujours :

1. Comprendre ce que l'on cherche ;
2. Planifier les étapes et calculs nécessaires ;
3. Effectuer les calculs judicieux et correctement posés (en prenant le temps de formuler une phrase réponse pour chaque étape) ;
4. Vérifier la vraisemblance du résultat obtenu.

Exemple de problème résolu

Un magazine coûte à l'éditeur 2,25 € pour être imprimé et distribué. Il est vendu chez les marchands de journaux à 2,90 € et il est distribué à 250 000 exemplaires par jour. Quel est le gain quotidien de l'éditeur ?

1 Que vous est-il demandé ?

Le gain quotidien, c'est-à-dire l'argent gagné chaque jour, des ventes du magazine exprimé en euros.

2 Quelles seront les étapes nécessaires à planifier ?

Calculer le coût total des exemplaires fabriqués chaque jour, puis l'argent total récolté chaque jour pour la vente du magazine. La différence entre le coût total et le résultat des ventes donnera le gain quotidien.

3 Effectuons les calculs

$$250\,000 \times 2,25 = 562\,500$$

→ Chaque jour, l'édition et la distribution du magazine coûtent 562 500 €.

$$250\,000 \times 2,90 = 725\,000$$

→ Chaque jour, la vente du magazine rapporte 725 000 €.

$$725\,000 - 562\,500 = 162\,500$$

→ L'éditeur gagne donc 162 500 € par jour.

4 Ce résultat est-il vraisemblable ?

On sait que le magazine coûte à peu près 2 € à produire et qu'il est vendu environ 3 €, en effet :

La production du magazine coûte entre 500 000 et 625 000 €.

$$\begin{array}{l} 250\,000 \times 2 = 500\,000 \\ 250\,000 \times 2,5 = 625\,000 \end{array}$$

Chaque jour, la vente du magazine rapporte donc environ 750 000 €.

$$250\,000 \times 3 = 750\,000$$

L'éditeur gagne donc entre 125 000 € et 250 000 € par jour.

$$\begin{array}{l} 750\,000 - 500\,000 = 250\,000 \\ 750\,000 - 625\,000 = 125\,000 \end{array}$$

Puisqu'on a trouvé 162 500 €, le résultat est vraisemblable.

$$125\,000 < 162\,500 < 250\,000$$

On aurait pu aussi résoudre ce problème ainsi :

1 Que vous est-il demandé ?

Le gain quotidien, c'est-à-dire l'argent gagné chaque jour, des ventes du magazine exprimé en euros.

2 Quelles seront les étapes nécessaires à planifier ?

Calculer combien un magazine rapporte à l'éditeur en faisant la différence entre le prix de vente et le prix de revient (coût de production). Puis, multiplier ce résultat par le nombre d'exemplaires vendus.

3 Effectuons les calculs

$2,90 - 2,25 = 0,65$ → Chaque jour, un magazine rapporte 65 centimes à l'éditeur.

$250\,000 \times 0,65 = 162\,500$ → L'éditeur gagne donc entre 125 000 et 250 000 € par jour.

4 Ce résultat est-il vraisemblable ?

Puisqu'un magazine rapporte 0,65 €, il rapporte entre 0,5 € et 1 €.

$$250\,000 \times 0,5 = 125\,000$$

L'éditeur gagne donc entre 125 000 et 250 000 € par jour.

$$250\,000 \times 1 = 250\,000$$

Nous avons trouvé 162 500 €, ce résultat est donc vraisemblable.

$$125\,000 < 162\,500 < 250\,000$$

Avec ces deux exemples résolus de façons différentes, on voit que si le raisonnement diffère, les étapes restent inchangées.

Pour chacun des problèmes suivants, indiquez ce qui est recherché et l'unité du résultat.

Exemple : Un train part de Dunkerque à 13 h 56 et arrive à Paris au bout de 2 heures et 12 minutes. Un représentant, qui est dans ce train, doit être à sa réunion pour 17 h et il met 55 minutes pour aller de la gare à son travail. Pourra-t-il être à l'heure ?

Que vous est-il demandé ?

Je cherche à savoir si le représentant est en mesure d'être à l'heure à sa réunion, en fonction des horaires du train.
unité : l'heure en heures et en minutes.

- 1** Dans une usine de chocolats, on fabrique chaque année 3 700 tonnes de chocolats dont un quart est envoyé à l'étranger. Quelle quantité de chocolats est envoyée à l'étranger ?

unité :



Attention, l'énoncé n° 2 fait référence au problème 1, des informations nécessaires sont peut-être dedans.

- 2** Cette usine de chocolats compte 180 collaborateurs passionnés, qui travaillent cinq jours sur sept, quarante-deux semaines par an. En combien de jours l'entreprise peut-elle produire 1 350 tonnes de chocolats ?

unité :

- 3** Les statistiques affirment que 51 % des naissances donnent des filles. Dans la commune de Les Champs-Heureux, il y a eu 8 700 naissances l'année dernière. Statistiquement, combien y a-t-il eu de garçons cette année-là ?



unité :

- 4** Un agriculteur possède un champ rectangulaire de 278,6 mètres par 12,6 hectomètres. Il souhaite entourer ce champ avec une clôture électrique coûtant 36,80 € le mètre. Il reçoit une aide de l'Union européenne pour financer ce projet à hauteur de 67 %. Combien l'agriculteur devra-t-il payer de sa poche ?

unité :

- 5** Un jeune homme veut s'acheter une belle bibliothèque pouvant contenir 47 livres par étagère. Cette bibliothèque peut être montée avec 5, 6 ou 7 étagères. Il possède 297 livres.

Attention, ici, deux questions sont cachées.



- a.** Combien d'étagères faudra-t-il pour contenir tous les livres ?

unité :

- b.** Combien de livres y aura-t-il sur la dernière étagère ?

unité :

3 Méthodologie : travail sur la planification

Pour chacun des problèmes suivants, expliquez par des phrases les étapes que vous seriez amené à effectuer si vous deviez résoudre le problème entièrement.

Exemple : Un train part de Dunkerque à 13 h 56 et arrive à Paris au bout de 2 heures et 12 minutes. Un représentant, qui est dans ce train, doit être à sa réunion pour 17 h et il met 55 minutes pour aller de la gare à son travail. Pourra-t-il être à l'heure ?

1. Je calcule l'heure d'arrivée du train à Paris.
2. Je dois trouver l'heure à laquelle le représentant arrive à son travail. J'ajoute donc 55 minutes à l'heure d'arrivée du train.
3. Je compare ce résultat avec l'heure de la réunion.
4. Je conclus par : « Il pourra être à l'heure à sa réunion » ou « Il ne pourra pas être à l'heure à sa réunion » selon le résultat obtenu.



Je pense bien à utiliser une ligne par étape. Je me souviens que la phrase de conclusion est aussi une étape.

- 1** Afin de participer au carnaval de Venise, une dame a acheté 12 m de tissu vert à 15,90 € le mètre et 6 m de tissu bleu à 24,30 € le mètre. Elle a aussi acheté une boîte d'épingles à 5,90 €. Combien a-t-elle dépensé pour son costume ?

2 Le rez-de-chaussée d'une maison est composé d'un salon rectangulaire de 12,3 m sur 4,6 m, d'une cuisine carrée de 3 m de côté et de toilettes d'une surface de 2,6 m². Quelle est la surface totale du rez-de-chaussée ?

3 Une maman a décidé de faire une compote de pommes. Elle se rend au marché avec un billet de 20 € et achète 5 kg de pommes, à 2,34 € le kilo, et 200 g de sucre à 3 € le kilo. Lui reste-t-il assez d'argent pour acheter un châle qui lui fait envie à 7 € ?

Je prends bien le temps de faire un schéma de l'escalier car il y a des étapes cachées.



4 On veut repeindre le côté d'un escalier qui est composé de 17 marches. Chaque marche mesure 18 cm de haut et 22 cm de longueur. On considère qu'il n'y a pas de rebord sur les marches. Sachant qu'un pot de peinture permet de recouvrir 2,5 m², combien de pots faudra-t-il ?

Pour chacun des problèmes suivants, donnez une estimation et dites si le résultat proposé est plausible ou non, sans faire tous les calculs exacts.

Exemple : Un train part de Dunkerque à 13 h 56 et arrive à Paris au bout de 2 heures et 12 minutes. Un représentant, qui est dans ce train, doit être à sa réunion pour 17 h et il met 55 minutes pour aller de la gare à son travail. Pourra-t-il être à l'heure ?



Le représentant n'arrivera pas à l'heure à sa réunion, puisqu'il sera à son travail à 18 h 12.

13 h 56, c'est environ 14 h et le train met environ 2 heures, donc il arrive à environ 16 h à Paris. 55 minutes, c'est environ 1 h, donc ce représentant sera à la réunion aux alentours de 17 h. Les calculs de l'élève sont faux, 18 h 12 est trop éloigné de 17 h.

- 1** Afin de participer au carnaval de Venise, une dame a acheté 12 m de tissu vert à 15,90 € le mètre et 6 m de tissu bleu à 24,30 € le mètre. Elle a aussi acheté une boîte d'épingles à 5,90 €. Combien a-t-elle dépensé pour son costume ?



Cette dame a dépensé 313,7 € pour son costume.

- 2** Le rez-de-chaussée d'une maison est composé d'un salon rectangulaire de 12,3 m sur 4,6 m, d'une cuisine carrée de 3 m de côté et des toilettes d'une surface de 2,6 m². Quelle est la surface totale du rez-de-chaussée ?



La superficie totale du rez-de-chaussée est de 68,18 m².

Résolvez les problèmes suivants et dites si l'estimation de l'élève était juste.

- 3** Une maman a décidé de faire une compote de pommes. Elle se rend au marché avec un billet de 20 € et achète 5 kg de pommes, à 2,34 € le kilo, et 200 g de sucre à 3 € le kilo. Lui reste-t-il assez d'argent pour acheter un châte qui lui fait envie à 7 € ?



Il reste à la maman environ 4 €, elle ne devrait donc pas pouvoir acheter son châte.

- 4** Dans une usine de chocolats, on fabrique chaque année 3 700 tonnes de chocolats dont un quart est envoyé à l'étranger. Quelle quantité de chocolats est envoyée à l'étranger ?



3 700, c'est proche de 3 600, et 3 600 divisé par 4 donne 900. Cette entreprise doit envoyer à l'étranger environ 900 tonnes de chocolats.



L'**addition** est une opération qui a pour but de **réunir plusieurs nombres en un seul**. Le résultat de l'addition est la **somme**.

$$\begin{array}{ccc} \text{termes} & & \text{somme} \\ \swarrow & \searrow & \swarrow \\ 4 & + & 4 = 8 \end{array}$$

La **soustraction** est une opération qui a pour but de **retrancher un nombre d'un autre**. Le résultat de la soustraction est la **différence**.

$$\begin{array}{ccc} \text{termes} & & \text{différence} \\ \swarrow & \searrow & \swarrow \\ 4 & - & 3 = 1 \end{array}$$

On ne peut ajouter ou soustraire entre eux que des éléments de même unité.



- 1** Napoléon Bonaparte, né en 1769, est devenu empereur à l'âge de 35 ans à peine. En quelle année le sacre a-t-il eu lieu ?

$$1769 + 35 = 1804$$

→ Le sacre de Napoléon a eu lieu en 1804.

- 2** En 1492, Christophe Colomb, alors âgé de 41 ans, découvre les Amériques. En quelle année est-il né ?

- 3** Lors d'une course, un papillon a parcouru 31,4 cm, une coccinelle a parcouru 18 cm de moins et une libellule 11,72 cm de plus que la coccinelle. Quelle distance ont parcourue la coccinelle et la libellule ?

- 4** Une caravelle mesure 27,58 mètres de long. Elle est composée d'un pont principal de 21,84 mètres de long et d'un gaillard d'arrière (pont surélevé). Quelle est la longueur du gaillard d'arrière ?



- 5** La grande armée s'ébranla le 29 août 1805. Partant du camp de Boulogne, elle posa le siège à Ulm (à quelque 745 kilomètres de là) le 15 octobre de la même année. En combien de jours l'armée a-t-elle parcouru cette distance ?

Je réfléchis bien au nombre de jours que compte chaque mois.



- 6** Deux personnes font une randonnée en montagne. Lors de la première étape, elles montent de 555 m. Le lendemain, l'ascension continue encore de 1562 m. Lors de la troisième étape, elles effectuent une descente de 649 m et arrivent enfin à destination. Leur altitude de départ était de 1 327 m. À quelle altitude se trouve le village d'arrivée ?

6

Addition et soustraction des nombres entiers et décimaux (2)

- 1** Pour faire ses courses, Marie a pris un billet de 10 € et un billet de 5 €. Elle a acheté plusieurs choses pour un total de 11,75 €. À la caisse, elle voit un paquet de ses bonbons préférés qui coûte 3,20 €. Peut-elle acheter ce paquet de bonbons ?



- 2** Un caviste amateur souhaite distribuer à ses amis le fruit de ses vendanges. Il possède une jarre d'une contenance de 83 dl, une bouteille pouvant contenir 1,5 l et deux tonneaux pouvant contenir à eux deux 13,56 da. Sachant que ce caviste a produit 145 l de vins, pourra-t-il les distribuer à ses amis ?



Je pense à utiliser le tableau des conversions à la fin du cahier, p. 64.

- 3** Carl décide de s'acheter une voiture de course d'occasion à 11 890,90 €. Il demande un volant spécial et un aileron qui coûtent respectivement 1 236,50 € et 2 699,99 €. Après une négociation difficile, le concessionnaire propose de lui offrir le volant. Au total la voiture lui coûtera 18 432,54 €. À combien se montent les frais ?



4 Un porte-conteneurs transporte des conteneurs identiques et de même masse. À sa sortie du port, sa masse totale était de 87 690,6 t. Après avoir déchargé la moitié de sa marchandise, il ne pesait plus que 73 512,4 t. Quelle est la masse du porte-conteneurs à vide ?

5 Un réparateur de bateaux de pêche a dans ses ateliers quatre bateaux en cours de réparation. Le premier coûte 12 745,90 €, le deuxième 2 489 345,67 €, le troisième 16 453 793,12 €. En tout, les quatre bateaux coûtent 31 456 753 €. Quel est prix du quatrième bateau ?

6 Pour éviter de perdre du temps inutilement, un élève décide spontanément de ne passer que 90 minutes par jour devant les écrans (télé, ordinateur, téléphone...). Ce matin, il y était de 9 h 34 à 10 h 16 et cet après-midi de 14 h 20 à 14 h 56. Combien de temps pourra-t-il passer devant un écran ce soir ?

La multiplication

Elle sert à réunir des groupes égaux. Quand on multiplie des nombres, on obtient un **produit**.

$$\begin{array}{ccc}
 \text{multiplicande} & \text{multiplicateur} & \text{produit} \\
 \downarrow & \downarrow & \downarrow \\
 129 & \times 8 & = 1\ 032
 \end{array}$$

Dans les opérations avec des nombres décimaux, il faut faire attention à la virgule.

• **Multiplication d'un nombre décimal par un nombre entier :** le produit aura le même nombre de chiffres après la virgule que le nombre décimal multiplié.

• **Multiplication d'un nombre décimal par un autre nombre décimal :**

1. On effectue la multiplication comme s'il n'y avait pas de virgule ;
2. On place ensuite la virgule de façon à ce qu'il y ait autant de décimales au résultat qu'au total des chiffres après la virgule du multiplicateur et du multiplicande.

La division

Quand on divise des nombres, on obtient un **quotient**. Parfois, on obtient également un **reste**.

$$\begin{array}{ccc}
 \text{dividende} & \text{diviseur} & \text{quotient} \\
 \downarrow & \downarrow & \downarrow \\
 120 & \div 4 & = 30
 \end{array}$$

Division avec des nombres décimaux : il faut que le **diviseur soit entier**.

1. Je multiplie le diviseur par 10, 100, 1 000... pour le rendre entier ;
 2. Je multiplie le dividende par 10, 100, 1 000... en déplaçant la virgule d'un rang vers sa droite ;
 3. J'effectue la division ;
- Lorsque j'abaisse le 1^{er} chiffre décimal du dividende, je n'oublie pas de placer la virgule au quotient.

- On peut effectuer une **division** pour calculer combien il y a d'éléments dans chaque part quand on **partage ou distribue équitablement**.

Exemple : La maîtresse a 15 jetons. Elle les distribue à 3 élèves. Chaque élève a le même nombre de jetons. Combien de jetons a chaque élève ?

Nombre d'élèves	Nombre de jetons
1	?
3	15

$$15 \div 3 = 5$$

Chaque élève a 5 jetons.

- On peut effectuer une **division** pour calculer combien il y a de **groupes égaux** (contenant le même nombre d'éléments) dans une quantité donnée d'éléments.

Exemple : La maîtresse a 15 jetons. Elle les distribue à un groupe d'élèves. Chaque élève reçoit 3 jetons. Combien y a-t-il d'élèves ?

Nombre d'élèves	Nombre de jetons
1	3
?	15

$$15 \div 3 = 5$$

Il y a 5 élèves.

- 1** Une bibliothèque est composée de 6 étagères, contenant chacune 52 livres. Combien y a-t-il de livres en tout dans cette bibliothèque ?

- 2** Des amis partent faire une longue randonnée. Ils parcourent en moyenne 16 km par jour pendant 13 jours. Combien de kilomètres parcourent-ils en tout ?

- 3** L'Eurostar, qui relie la France et l'Angleterre via le tunnel sous la Manche, est composé de 16 wagons. Sachant que chaque wagon peut transporter 49 personnes et qu'il y a deux lignes en service (une dans chaque sens), combien de personnes peuvent traverser la Manche en même temps ?



- 4** Dans une chocolaterie, il reste un stock de 132 chocolats qui doivent être mangés rapidement. Le chocolatier décide de partager équitablement ces chocolats entre les 5 premiers clients du jour et de manger ce qui restera. Combien en mangera-t-il ?

- 5** Une cargaison, pesant au total 4 569,9 tonnes, est composée de cartons pesant 300 kg chacun. Cette cargaison est répartie dans des conteneurs pouvant chacun recevoir 150 cartons.

a. Combien y a-t-il de cartons en tout ?

b. Combien de conteneurs faut-il pour transporter ces cartons ?

Une tonne équivaut à 1 000 kg.
Il faut penser à tout mettre dans la même unité.



- 6** Une vache laitière peut produire jusqu'à 24 l de lait par jour. Sachant qu'un enfant a besoin de l'équivalent de deux verres de 25 cl par jour, combien d'enfants une vache peut-elle nourrir chaque jour ?

- 7** La grande armée s'ébranla le 29 août 1805. Partant du camp de Boulogne, elle posa le siège à Ulm (à quelque 745 kilomètres de là) le 15 octobre de la même année. Quelle distance moyenne ont-ils parcourue chaque jour ?

On s'arrêtera au centième.



- 8** Charlotte vient de fêter ses 12 ans. Son frère est 2,4 fois plus jeune qu'elle et sa sœur 1,75 fois plus vieille qu'elle. Quel âge ont le frère et la sœur de Charlotte ?

- 9** Une grue peut décharger 4,5 t de marchandises par passage. Combien lui faudra-t-il de passages pour décharger une cargaison de 71,8 t ?

Dans un calcul qui mélange les opérations, il faut respecter les **règles de priorité opératoire** qui précisent l'ordre dans lequel les calculs doivent être effectués.

Règles de priorité opératoire

1. Les calculs entre parenthèses ;
2. Les multiplications et les divisions ;
3. Les additions et soustractions.

Ainsi :

$$A = 5 \times (4 + 6) - 27 \div 3$$

$$A = 5 \times 10 - 27 \div 3$$

$$A = 50 - 27 \div 3$$

$$A = 50 - 9$$

$$A = 41$$

- 1** Un menuisier doit construire 17 tables de deux longueurs différentes : 8 tables de 11 m et le reste de 9 m. De quelle longueur disposerions-nous, si nous étions amenés à les aligner toutes ?

- 2** Un jeu de société est composé de billets factices. À chaque joueur sont distribués en début de partie : deux billets de 500 €, quatre billets de 100 €, un billet de 50 €, un billet de 20 €, un billet de 5 € et cinq pièces de 1 €. Combien chaque joueur a-t-il en début de partie ?



- 3** Pierre est en voyage en Angleterre. En regardant la météo, il est surpris de voir que les Anglais utilisent le degré Fahrenheit ($^{\circ}\text{F}$) pour les températures et non le degré Celsius ($^{\circ}\text{C}$) comme les Français. Pour passer des Celsius aux Fahrenheit, il faut multiplier la température par 1,8 et ajouter ensuite 32. À Paris, il était affiché 37°C et à Bordeaux 29°C .

a. Combien cela fait-il en degrés Fahrenheit ?

b. Combien font 59°F en degrés Celsius ?

Si on multiplie ou ajoute dans un sens, que fait-on dans l'autre sens ?



- 4** Dans un jeu vidéo, un joueur fait gagner à son équipe 54 points lorsqu'il élimine un joueur. Lorsqu'un joueur est éliminé, il fait perdre à son équipe 36 points. À la fin de la partie, les points sont répartis entre les 6 joueurs de l'équipe. Sachant qu'à la fin d'une partie, l'équipe a subi 47 pertes et a éliminé 43 adversaires, combien de points chaque joueur a-t-il gagnés ?



Il faut prendre le temps de lire attentivement l'énoncé et de faire un schéma pour mieux comprendre la situation.

9

Problèmes avec des priorités opératoires (2)

- 1** Un artisan emploie 4 apprentis. Ces apprentis gagnent 489 € par mois chacun. Chaque année, il faut payer leur équipement à 49,50 € chacun. Quelle somme devra dépenser l'artisan chaque année en tout pour ses 4 apprentis ?

- 2** Un train est composé de 8 wagons et d'une locomotive. Chaque wagon transporte 10 voitures. Une voiture pèse 1,2 t, un wagon pèse 14,9 t et la locomotive pèse 26,3 t à elle seule. Quelle est la masse totale du train ?

- 3** Au marché, une maman achète ce qui lui manque pour faire un bon gâteau d'anniversaire. Elle achète une boîte de 6 œufs à 3,20 €, 2 plaquettes de chocolat à 1,25 € chacune et 3 sachets de levure à 0,75 € chacun. Combien a-t-elle dépensé ?

4 Une baignoire pouvant contenir 58 litres d'eau se remplit à raison de 5,5 litres par minute. Au bout de 7 minutes, le robinet est arrêté. Quelle quantité d'eau manque-t-il encore dans la baignoire pour qu'elle soit pleine ?

5 Julien possède 247,80 €, qu'il a longuement économisés pour s'offrir la console de jeux de ses rêves. Cette console coûte 149,90 € avec une manette. Il veut aussi s'acheter une manette supplémentaire à 39,99 €. Les jeux sont vendus séparément à 19 € chacun. Avec l'argent qui lui reste, il souhaite s'acheter le plus de jeux possible. Combien de jeux pourra-t-il s'acheter ?

- 1** Dans un magasin de matériel électrique, une boîte de fusibles coûte 4,80 €. Le vendeur décide de faire un rabais de 10 centimes par fusible et la boîte ne coûte plus que 3,60 €. Combien y a-t-il de fusibles dans la boîte ?

- 2** Neuf amis sont au restaurant. Quatre d'entre eux décident de prendre un menu gastronomique à 32,60 € le menu. Deux autres décident de prendre à la carte un plat à 19,90 €, une boisson à 3,20 € et un dessert à 6,40 €. Les autres ne prennent qu'un plat à 24,70 €. Ensemble, ils ont bu deux bouteilles d'eau facturées à 2,89 € pièce. À la fin du repas, ils décident de partager l'addition à parts égales. Combien chacun paiera-t-il ?

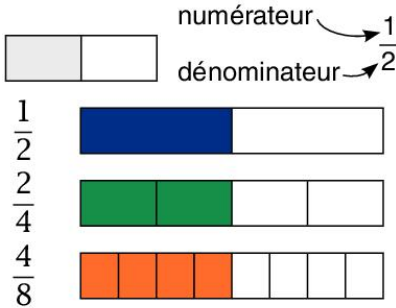
3 Balthazar (qui pèse 78 kg), Melchior (qui pèse 8 300 dag) et Gaspard (qui pèse 1 120 hg) sont en route et suivent l'étoile du berger. Ils ont tous trois de beaux présents à donner à un enfant qui vient de naître. Balthazar compte offrir 127,4 kg d'or à l'enfant. Melchior compte offrir 4,7 fois plus de myrrhe et Gaspard 2,8 fois moins d'encens. Ils sont montés, avec tous leurs présents sur un char pesant 268,9 kg. Le tout est tiré par 6 chevaux.

a. Quelle masse chaque cheval doit-il tirer ? (On arrondira au kilogramme.)

b. Chemin faisant, les trois hommes, décident finalement de tout partager en trois et d'offrir tous la même chose. Quelle quantité d'or, de myrrhe et d'encens offrira chacun ? (On arrondira au gramme.)

11 Les fractions (1)

Une fraction est ce que l'on obtient quand on **partage une quantité ou un tout** en un certain **nombre de parties égales**.



$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{4}{8}$. Ces fractions ont des **numérateurs et dénominateurs différents** mais elles ont la **même valeur**. Ce sont des **fractions équivalentes**.

Pour trouver une fraction équivalente, on multiplie ou on divise le numérateur et le dénominateur par un même nombre.

$$\frac{1}{2} \xrightarrow{\times 2} \frac{2}{4} \xrightarrow{\times 2} \frac{4}{8}$$

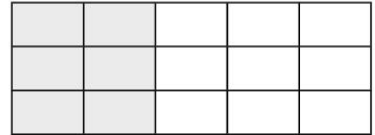
$$\frac{4}{8} \xrightarrow{\div 2} \frac{2}{4} \xrightarrow{\div 2} \frac{1}{2}$$

Les fractions d'un ensemble

Dans un bouquet de 15 fleurs, les deux cinquièmes des fleurs sont rouges. Combien y a-t-il de fleurs rouges ?

$$15 \times \frac{2}{5} = \frac{30}{5} = 6$$

Il y a 6 fleurs rouges dans le bouquet.



- 1** Sur un étal, il y a 80 légumes. Les trois huitièmes des légumes sont des carottes et le reste sont des poireaux. Combien y a-t-il de carottes et de poireaux ?

2 M^{me} André décide de surveiller son sommeil. Elle se rend compte qu'en 24 h, elle dort les trois huitièmes du temps et qu'elle travaille les douze trentièmes du temps restant.

a. Combien d'heures dort-elle par jour ?

b. Combien d'heures travaille-t-elle par jour ?

c. Quelle fraction de la journée lui reste-t-il pour ses loisirs ?

3 Sur un cours de 55 minutes, un élève passe un cinquième de son temps à réfléchir, deux cinquièmes à écrire et le reste à écouter.

a. Combien de temps passe-t-il à réfléchir ?

Je peux représenter les 55 minutes par 55 petits cubes.



b. Combien de minutes entières ce même élève passe-t-il à écrire ?

c. Enfin, quelle fraction de l'heure passe-t-il à écouter ?

12 Les fractions (2)

- 1** Dans une entreprise employant 221 salariés, $\frac{4}{13}$ des salariés sont des cadres supérieurs, $\frac{7}{17}$ sont des ouvriers manutentionnaires, $\frac{3}{13}$ sont des représentants et le reste sont des chauffeurs-livreurs. Quels sont les effectifs dans chaque poste ?

- 2** Sur le porte-avions Charles-de-Gaulle 700 personnes sont affectées au groupement aérien. Elles représentent $\frac{70}{191}$ du personnel. Quel est l'effectif total du personnel du porte-avions ?

- 3** Dans un tableau de 3,763 m², les $\frac{8}{12}$ représentent l'océan, $\frac{1}{6}$ un vaisseau de guerre et le reste le ciel. Quelle superficie représente chaque élément du tableau ? (Les résultats seront arrondis au millième.)

- 4** Un gigot mesure 20,74 cm de long. On estime qu'une tranche doit faire environ 1,2 cm pour satisfaire le mangeur. Après un premier repas, les $\frac{7}{11}$ du gigot ont été mangés. Combien de personnes étaient à table ? On considère que chacun n'a pris qu'une seule tranche. (Les calculs seront arrondis au dixième.)

- 5** Des jongleurs passent le tiers de leur spectacle à jongler avec des quilles enflammées. Cela dure 8 minutes et 23 secondes. Combien de temps dure le spectacle complet ?

- 6** Dans une boîte de bonbons de 1 250 g, les trois quarts des bonbons sont piquants, un septième sont croquants et le reste sont des réglisses. Quelle fraction de la boîte représentent les réglisses ? (Les calculs seront arrondis au dixième.)

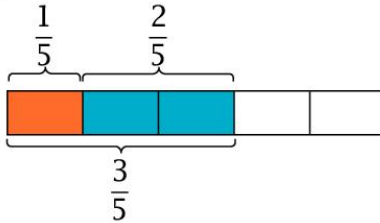
Je commence par calculer la masse de chaque élément puis je transforme ce que j'ai trouvé en fraction.



13 Additions et soustractions de fractions

Pour **additionner** et **soustraire** des **fractions** ayant le **même dénominateur**, il suffit d'**additionner** ou de **soustraire les numérateurs** et de conserver le dénominateur commun.

$$\frac{2}{5} + \frac{1}{5} = \frac{3}{5} \quad \frac{3}{5} - \frac{2}{5} = \frac{1}{5}$$

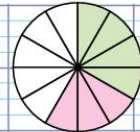


Les fractions d'un ensemble

Caroline a préparé un gâteau au chocolat qu'elle a découpé en 12 parts identiques. Son amie Charlotte a dévoré 4 parts du gâteau, Caroline s'est contentée de 3 parts. Quelle fraction du gâteau ont-elles mangée ?

$$\frac{4}{12} + \frac{3}{12} = \frac{7}{12}$$

Elles ont mangé les $\frac{7}{12}$ du gâteau.



Le dénominateur est le même.
Seul, le nombre de parts change.

- 1 Caroline a préparé un autre gâteau. Cette fois-ci, elle l'a découpé en 20 parts identiques. Elle est toujours avec son amie Charlotte. L'une a mangé 6 parts et l'autre 8 parts. Quelle fraction du gâteau ont-elles mangée ?

- 2** Sur un chantier, des ouvriers ont dû installer 489 poutres. Le premier jour, ils en ont installé 124, le deuxième jour 62 seulement, à cause du vent, et 116 le troisième jour.
- a.** Quelle fraction des poutres ont-ils donc installée à l'issue du troisième jour ?

b. Quelle fraction des poutres reste-t-il à installer aux ouvriers le quatrième jour ?

- 3** Dans un tiroir à chaussettes, il y a 46 paires de chaussettes de 3 couleurs différentes : 12 paires sont rouges, 7 sont vertes et les autres sont bleues. Quelle fraction les paires de chaussettes bleues représentent-elles ?

- 4** Lors d'une randonnée de 3 heures, les randonneurs ont effectué $\frac{2}{6}$ de la randonnée lors de la première heure et $\frac{3}{6}$ lors de la deuxième heure. Quelle fraction de la randonnée feront-ils lors de la troisième et dernière heure ?

14 Problèmes de moyennes

- La moyenne d'un ensemble de quantités différentes, c'est la valeur qu'aurait chacune de ces quantités si elles étaient toutes égales. On obtient la moyenne en faisant la somme des quantités, et en divisant cette somme par leur nombre.

Exemple : Charles a eu les notes suivantes en mathématiques : 11, 15, 7, 9, 13. Quelle est sa moyenne ?

$$M = \frac{(11 + 15 + 7 + 9 + 13)}{5} = 11 \quad \text{Sa moyenne est } \mathbf{11}.$$

- Lorsqu'on étudie une série de valeurs donnée avec les effectifs de ces valeurs, on doit alors calculer la **moyenne pondérée**.

Exemple : On a demandé à 25 élèves s'ils avaient chez eux 0, 1 ou 2 chambres d'amis.

valeurs	0	1	2	
effectifs	4	13	8	total : 25

Pour calculer la moyenne pondérée :

$$M = \frac{(4 \times 0 + 13 \times 1 + 8 \times 2)}{25} = 1,16$$

Les élèves ont en moyenne **1,16** chambre d'amis chez eux.

- 1** Julian a reçu son relevé de notes mais les moyennes ont disparu.

Matières	Moyenne de la classe	Moyenne de l'élève	Notes
français	12,5		14 - 11 - 13 - 4 - 12
mathématiques	14		12,5 - 16 - 19 - 15
anglais	14,6		08 - 11 - 10
SVT	12,56		7 - 9
sport	13,4		17 - 18

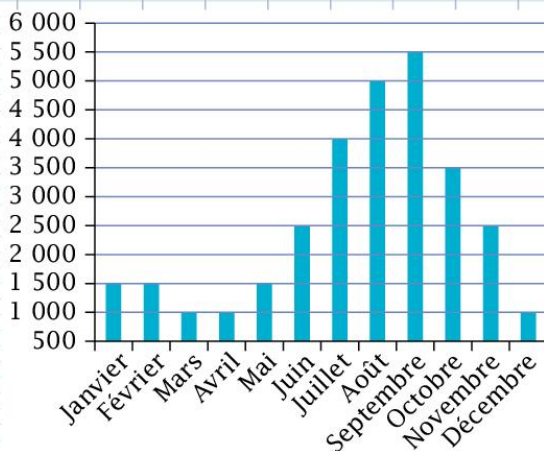
a. Dans quelles matières a-t-il une moyenne inférieure à celle de la classe ? (On arrondira les moyennes au centième.)

b. Et quelle est sa moyenne générale ?

2 On a demandé à 1 000 personnes combien de livres ils ont lus durant le mois précédant l'étude. Les réponses ont été répertoriées dans le tableau ci-dessous. Combien d'ouvrages ont été lus en moyenne lors du mois précédent ? (La moyenne sera arrondie au centième.)

livres lus	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
effectifs	154	178	359	168	89	31	12	6	0	2	1

3 Un fabricant de cahiers a répertorié, dans le tableau suivant, ses ventes mensuelles. Combien de cahiers vend-il en moyenne chaque mois ? (La moyenne sera arrondie au centième.)



15 Problèmes simples de probabilités

• Une **probabilité** est la mesure de la possibilité qu'un événement se produise.

Dans une **expérience aléatoire** où les **résultats** possibles sont **équiprobables**, c'est-à-dire qu'ils ont tous la même chance de réussite, on a :

$$P(\text{événement}) = \frac{(\text{résultats favorables})}{(\text{nombre de résultats possibles})}$$

Exemple : Lorsqu'on lance un dé à 6 faces (c'est l'expérience), quelle est la probabilité d'obtenir un nombre pair (c'est l'événement) ?

– Le nombre de résultats possibles est 6 (1, 2, 3, 4, 5 et 6) ;

– Le nombre de résultats favorables est 3 (2, 4 et 6).

$$P(\text{paire}) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

Il y a une chance sur deux d'obtenir un nombre pair.



• On peut **visualiser** tous les **résultats possibles** d'une expérience aléatoire à l'aide d'un arbre, appelé **arbre des possibles**.

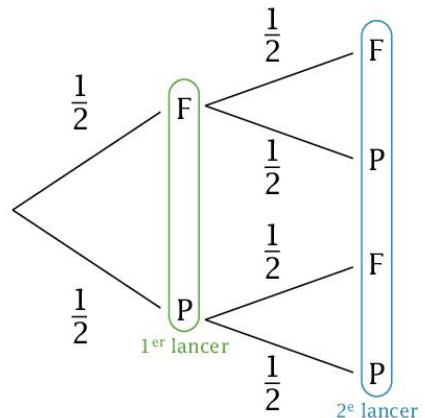
Exemple : On lance une pièce deux fois d'affilée (c'est l'expérience) et on s'intéresse à la probabilité d'obtenir deux faces d'affilée (c'est l'événement) et la probabilité d'obtenir pile et face (c'est un autre événement de la même expérience).

1. La probabilité d'obtenir deux faces d'affilée est :

$$P(\text{face, face}) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

2. La probabilité d'obtenir pile puis face est :

$$P(\text{pile, face}) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$



- 1** Deux amis jouent à lancer un dé à 6 faces. Le premier a obtenu 5. Quelle est la probabilité que le second fasse pareil ou mieux ?

- 2** Jean participe à un concours de lancer d'une pièce de monnaie. Pour gagner, il doit obtenir 3 faces avant son adversaire. Quelle est la probabilité qu'il gagne en seulement 3 lancers ?

Je peux dessiner un arbre des possibles pour mieux visualiser la situation.



- 3** Dans une fête foraine, on peut tirer des fléchettes sur une cible découpée en 12 zones identiques et numérotées de 1 à 12.
- a.** Quelle est la probabilité d'obtenir un multiple de 3 ?

b. Puis celle d'obtenir un nombre pair ?

c. Quelle est la probabilité d'obtenir 24 avec deux fléchettes d'affilée ?

16 Problèmes de périmètres

Le **périmètre** d'une figure est la **longueur de son contour**. Il se calcule en **additionnant les longueurs de chacun des côtés** de la figure.

Le périmètre du cercle est donné par la formule : $P = 2 \times \pi \times r$ (où π vaut environ 3,14 et r est le rayon du cercle).

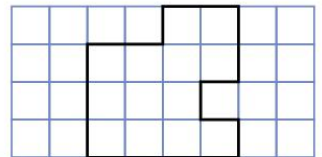
Attention à bien vérifier qu'on additionne des longueurs de même unité.



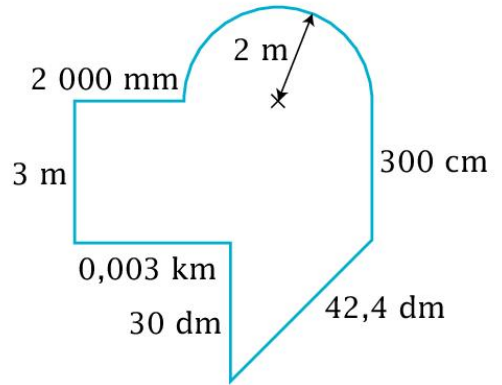
- 1** Le pont d'un bateau peut être assimilé à un rectangle de 4 hectomètres sur 20 décamètres. L'équipage veut organiser une course et parcourir 6 km. Combien de fois devront-ils faire le tour du pont pour arriver à cette distance ?

- 2** Le propriétaire d'un kiosque à journaux veut entourer son kiosque avec des Unes de journaux larges de 60 cm. Le kiosque est circulaire avec un rayon de 0,86 m. De combien de Unes de journaux aura-t-il besoin ? (Les calculs seront arrondis au dixième.)

- 3** On veut installer une frise sur tout le contour du salon ci-joint. Sachant qu'un carreau fait 0,67 m de côté, quelle longueur de frise faudra-t-il ?

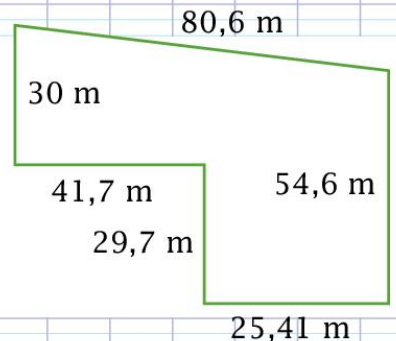


- 4 Voici le schéma, vu du dessus, d'une toute petite maison quelque peu biscornue. Quel est son périmètre ?





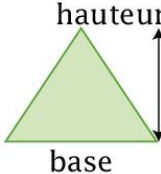
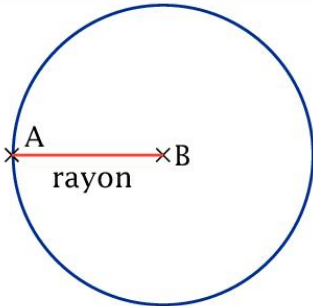
- 5 Un agriculteur veut clôturer son champ. Le champ de forme rectangulaire mesure 127,3 m sur 16,7 m. L'agriculteur veut mettre un piquet tous les 80 cm et veut du fil de fer barbelé pour faire 3 fois le tour. Les piquets sont vendus par lot de 6 et le fil de fer est vendu par rouleau de 25 m. Combien devra-t-il acheter de lots de piquets et de rouleaux de fil de fer ?

- 6 Ce même agriculteur veut effectuer exactement la même chose mais pour un autre champ dont la forme est reproduite ci-joint. Combien de lots de piquets et de rouleaux de fil de fer devra-t-il acheter pour ce champ ?



17 Problèmes d'aires (figures simples)

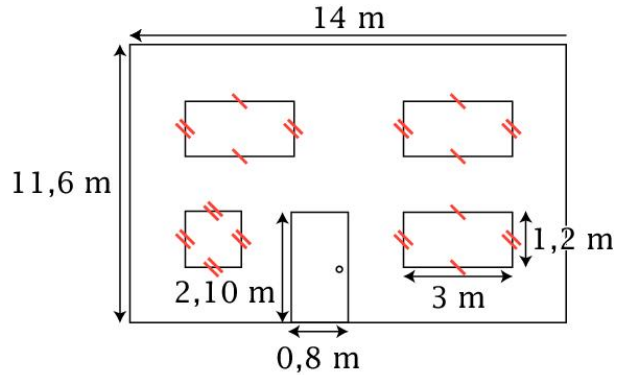
L'aire d'une figure est la surface qu'elle occupe, c'est-à-dire le nombre d'unités nécessaires pour la recouvrir complètement.

aire du carré	aire du rectangle	aire du triangle	aire du cercle
 <p>côté</p>	 <p>longueur</p> <p>largeur</p>	 <p>hauteur</p> <p>base</p>	 <p>rayon</p>
côté \times côté	longueur \times largeur	base $\times \frac{\text{hauteur}}{2}$	$\pi \times \text{rayon} \times \text{rayon}$

- 1** Pour le plus gros avion de ligne actuellement en service en France, il faut une piste d'atterrissage rectangulaire de 5 km de long sur 45 m de large. Quelle superficie de bitume faut-il pour faire cette piste ? (On donnera la réponse en m².)

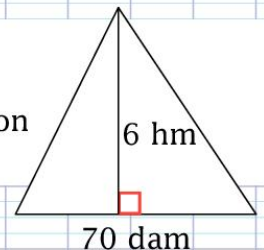
- 2** Une vache a besoin de 20 ares (1 are = 100 m²) d'herbe dans un pâturage. Combien de vaches pourra-t-on mettre dans un pâturage rectangulaire de 153,5 dam sur 12,8 hm ?

- 3** On cherche à repeindre la façade de la maison présentée ci-dessous, mais uniquement la maison sans les fenêtres ni la porte. Sachant qu'il faut un pot de 250 m^l de peinture pour recouvrir 2,5 m², quelle quantité de peinture faudra-t-il en tout ?



- 4** On cherche à recouvrir sans superposition un disque de rayon 3,25 m avec des feuilles à dessin rectangulaires de 21 cm sur 29,7 cm. Combien de feuilles faudra-t-il ? (On arrondira à la feuille entière près.)

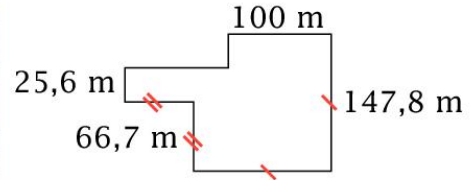
- 5** Il faut environ 0,09 m² pour faire pousser un pied de carottes. Combien de pieds de carottes pourra-t-on faire pousser sur le champ présenté ci-joint ?



18 Problèmes d'aires (figures complexes)

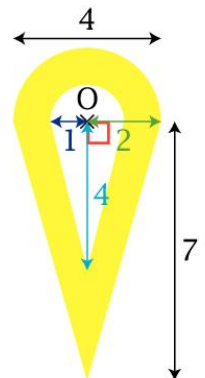
1 Un sac de graines de gazon de 1 kg coûte 10,95 € et permet de couvrir 30 m^2 .

a. Combien faudra-t-il de sacs pour recouvrir le champ ci-joint ?

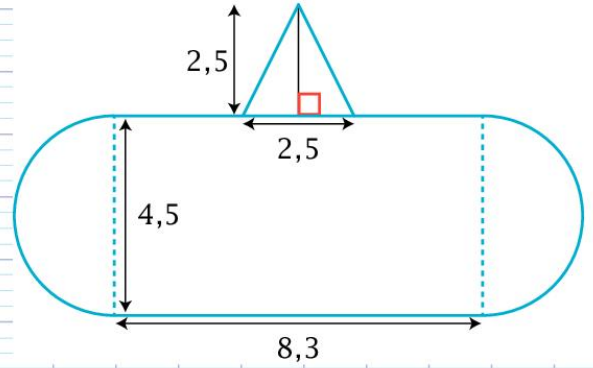


b. Et combien faudra-t-il payer pour recouvrir le champ ?

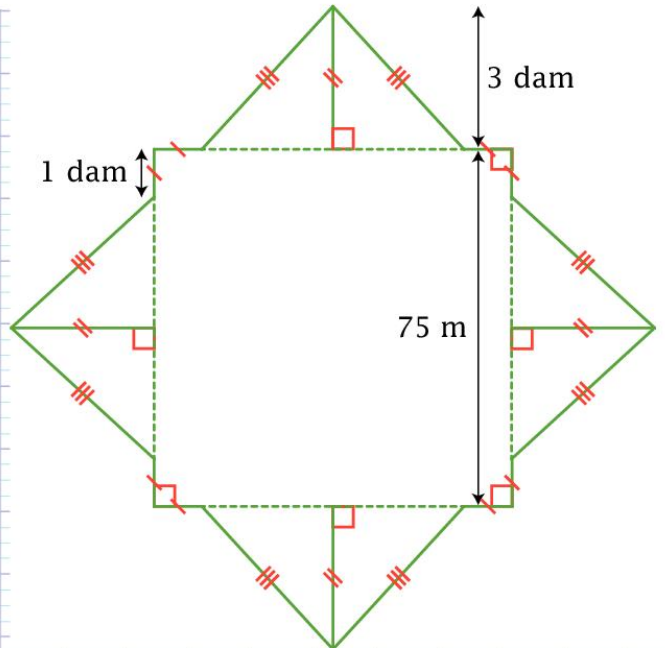
2 Quelle est l'aire de la forme coloriée en jaune proposée ci-dessous ? (On arrondira au centième et l'unité est le cm.)



- 3 Quelle est l'aire de la forme ci-dessous ? (On arrondira au centième et l'unité est le cm.)



- 4 Quelle est l'aire de la forme ci-dessous ? (On arrondira au centième et l'unité est le cm.)



19 Proportionnalité (1)

Deux quantités qui dépendent l'une de l'autre sont directement **proportionnelles** lorsque l'une devenant 2, 3, 4... fois plus grande, l'autre devient aussi 2, 3, 4... fois plus grande.

Ainsi par exemple, le prix d'un légume dépend du nombre de kilos que l'on achète : si le nombre de kilos devient 2 ou 3 fois plus grand, le prix à payer devient 2 ou 3 fois plus grand. Le nombre de kilos et le prix sont directement proportionnels.

Exemple : Sur un étal, il est noté que 1 kg de pommes coûte 2,30 €. Combien va-t-on payer pour 3 kg ?

$$3 \times 2,30 = 6,90 \text{ €}$$

Si je veux trouver le prix de plusieurs kg, je dois multiplier le prix pour 1 kg par la quantité souhaitée, on appelle ça « le passage à l'unité ». Le coefficient est donc 2,30.



- 1** Sur un étal, il est noté qu'une botte de poireaux coûte 1,15 €. Combien coûtent 6 bottes de poireaux ?

- 2** Une voiture roule continuellement à 130 km/h. Quelle distance aura-t-elle parcourue en 4 heures et 48 minutes ?

48 minutes, c'est $\frac{48}{60}$ d'une heure.



- 3** Une maquette de la tour Eiffel est à l'échelle $\frac{1}{1250}$, cela signifie que 1 cm sur la maquette correspond à 1 250 cm dans la réalité. Cette maquette mesure 25,92 cm de haut. Quelle est la hauteur de la tour Eiffel ?

- 4** La chaîne de l'ancre d'un bateau est composée de maillons identiques. Lorsqu'on descend 2 maillons, la chaîne descend de 65 cm. De quelle longueur descendra la chaîne si on la descend de 45 maillons ?

- 5** Le fond de la mer est à 182 m de profondeur et la chaîne doit descendre de 6 maillons avant que l'ancre ne touche l'eau. De combien de maillons devra-t-on descendre la chaîne pour que l'ancre touche le fond ?

- 6** Un avion de chasse Rafale est capable de voler à Mach 2 (soit 2 128 km/h). En combien de temps fera-t-il le trajet de Dunkerque à Marseille, à cette vitesse, soit une distance de 889,83 km à vol d'oiseau ? (On arrondira les calculs au millième.)



Il est peut-être judicieux de convertir l'heure en minutes.



20 Proportionnalité (2)

Un **pourcentage** est une autre **écriture d'une fraction sur 100**.

Exemple : Dans un stade de 100 places, 23 places sont réservées aux abonnés. 23 % de ces places sont réservées aux abonnés.

23 % est une autre écriture de $\frac{23}{100}$.

Appliquer un pourcentage p % à une quantité,

c'est multiplier cette quantité par $\frac{p}{100}$.

Exemple : Dans une vitrine contenant 1 200 bijoux, 47 % des pierres sont des rubis. Combien y a-t-il de rubis dans cette vitrine ?

$$1200 \times \frac{47}{100} = 564. \text{ Il y a 564 rubis dans cette vitrine.}$$

- 1** Dans une autre vitrine contenant 600 colliers de perles, 35 % sont composés de perles noires. Combien y a-t-il de colliers de perles noires dans cette vitrine ?

- 2** Sur 200 élèves d'un collège, 36 % déjeunent à la cantine et parmi ces élèves, 25 % sont pensionnaires.
a. Combien y a-t-il de pensionnaires ?

b. Quel pourcentage des élèves de ce collège représentent les pensionnaires ?

- 3** Un petit pain coûte 94 centimes d'euros. Un croissant coûte 92,5 % du prix d'un petit pain. Quel est le prix moyen d'un croissant ? (On arrondira le calcul au centime.)



- 4** Lors d'une randonnée, un groupe d'amis a parcouru 159 km en trois jours. Les premiers jours, ils ont parcouru 37,4 % du trajet, le deuxième jour 41,2 %. Avec seulement deux calculs, quelle distance ont-ils parcourue le troisième jour ? (On arrondira au km.)

La totalité du trajet représente 100 %.



- 5** En 11 688 jours de règne, le roi François 1^{er} (1494-1547) n'a passé que 0,61 % de ces jours au château de Chambord. Combien de jours y a-t-il passés ? (On arrondira le résultat au jour entier supérieur.)

21 Proportionnalité (3)

Pour compléter un tableau de proportionnalité, il existe plusieurs méthodes :

1. La linéarité

Linéarité additive :

On peut additionner deux colonnes pour en créer une troisième.

$$4 + 5 = 9$$

Cela fonctionne aussi avec la soustraction.

$$27 - 15 = 12$$

4	5	9	18	6
12	15	27	54	18

Diagramme illustrant la linéarité additive : une flèche au-dessus relie 4 et 5 à 9, et une flèche en dessous relie 15 et 12 à 27.

Linéarité multiplicative :

On peut multiplier une colonne par un nombre pour créer une nouvelle colonne.

$$9 \times 2 = 18$$

Cela fonctionne aussi avec la division.

$$54 \div 2 = 27$$

4	5	9	18	6
12	15	27	54	18

Diagramme illustrant la linéarité multiplicative : une flèche au-dessus relie 9 et 18 à 27, et une flèche en dessous relie 54 et 18 à 27.

2. Le coefficient de proportionnalité

On peut multiplier la ligne du bas par un nombre pour trouver la ligne du haut. Et inversement, diviser la ligne du bas par ce même nombre pour trouver la ligne du haut.

$$4 \times 3 = 12 \quad \times 3 \quad \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline 4 & 5 & 9 & 18 & 6 \\ \hline 12 & 15 & 27 & 54 & 18 \\ \hline \end{array} \div 3 \quad 18 \div 3 = 6$$

3. Le produit en croix

$$5 \times 12 \div 4 = 15$$

$$12 \times 5 = 15 \times 4$$

4	5
12	?

Diagramme illustrant le produit en croix : des flèches diagonales relient 4 à ? et 5 à 12.

Exemple : À l'aide du tableau de proportionnalité suivant, trouvons le prix à payer pour 7 kg de frites surgelées.

kg de frites	2,5	4,5	7
prix (€)	3,8	6,84	?

Puisque $2,5 + 4,5 = 7$, $3,8 + 6,84 = 10,64$.
Nous avons utilisé la linéarité additive.

1 Complétez le tableau suivant.

heures	3		18			1
km	35	70		280	1 680	

Diagram illustrating relationships between cells in the table above:

- Arrows labeled "x..." connect 3 to 18, 35 to 70, 70 to 280, 70 to 1680, 18 to 280, and 18 to 1680.
- Arrows labeled "=" connect 18 to 280 and 70 to 1680.
- Empty circles are placed above the 18 and 280 cells, and below the 70 and 1680 cells, with lines connecting them to the "x..." and "=" arrows.

2 Agathe a complété le tableau suivant. Elle pense qu'il s'agit d'un tableau de proportionnalité.

litre d'eau (l)	10	12	14
prix (€)	1,7	2,04	2,28

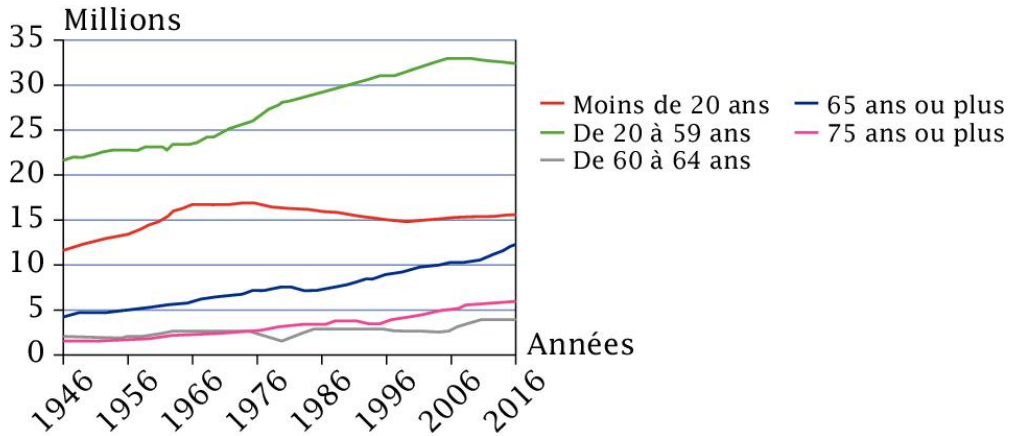
a. S'il s'agit d'un tableau de proportionnalité, quel est le coefficient ?

b. Agathe a-t-elle raison ?

Il suffit qu'une colonne soit fautive pour que tout le tableau ne soit pas de proportionnalité.



3 Utilisez le diagramme cartésien suivant pour répondre aux questions.



a. Combien y avait-il de personnes de moins de 20 ans en 1996 ?

b. En quelle année la population des 65 ans ou plus a-t-elle dépassé les 5 millions ?

c. Que représente la courbe verte ?

d. Quelle est l'augmentation du nombre de personnes de 20 à 59 ans entre 1946 et 2016 ?

- 1** Lors d'un examen de mathématiques, Pierre a eu la note 14, Jean a eu 18, Marie a eu 12 et Paul 8.

a. Placez les notes dans le tableau suivant en les classant dans l'ordre croissant.

élève				
note				

b. On sait que Julie a eu une note comprise entre celle de Marie et celle de Pierre. On sait aussi que le professeur ne met que des notes entières. Combien a eu Julie à cet examen ?

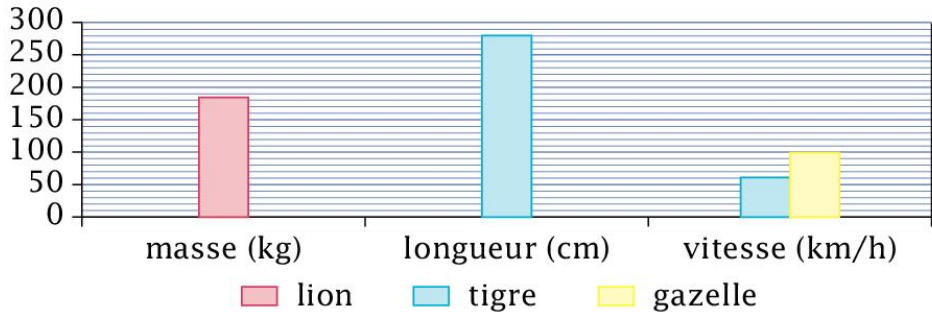
- 2** Dans la classe de Louise, il y a 28 élèves. Son amie Claire qui est dans la deuxième classe de 6^e de l'établissement, rentre manger chez elle le midi, comme 12 autres de ses camarades de classe (ils sont externes). L'école a un effectif total de 52 élèves. 31 d'entre eux mangent à la cantine chaque jour (ils sont demi-pensionnaires).

À l'aide des informations ci-dessus, complétez le tableau suivant.

	classe de Louise	classe de Claire	total
demi-pensionnaires			
externes			
total			

- 3 Complétez le diagramme et le tableau en vous aidant de l'un et de l'autre.

animaux	lion	tigre	gazelle
masse (kg)		180	35
longueur (cm)	210		110
vitesse (km/h)	80		



- 4 Lors du dernier trimestre, Ulysse a eu, dans l'ordre, les notes suivantes : 15, 14, 11, 8, 19, en français et 20, 17, 11, 13, 14, en mathématiques.

a. Rangez ces notes dans un tableau.

b. Quelle moyenne a-t-il eu dans ces deux matières ?

24 Tâche complexe (1)

Situation : Anne-Sophie veut préparer des crêpes pour ses amis. Ils seront 15 et elle veut que chacun puisse manger 3 crêpes. Elle possède 15 € et va faire ses courses. Quels ingrédients de la liste ci-dessous doit-elle acheter pour pouvoir faire le nombre de crêpes souhaité ?



Recette

Pour faire 15 crêpes, il faut :

- 300 g de farine
- 3 œufs entiers
- 3 cuillères à soupe de sucre
- 2 cuillères à soupe d'huile
- 50 g de beurre fondu
- 60 cl de lait

Ingrédients

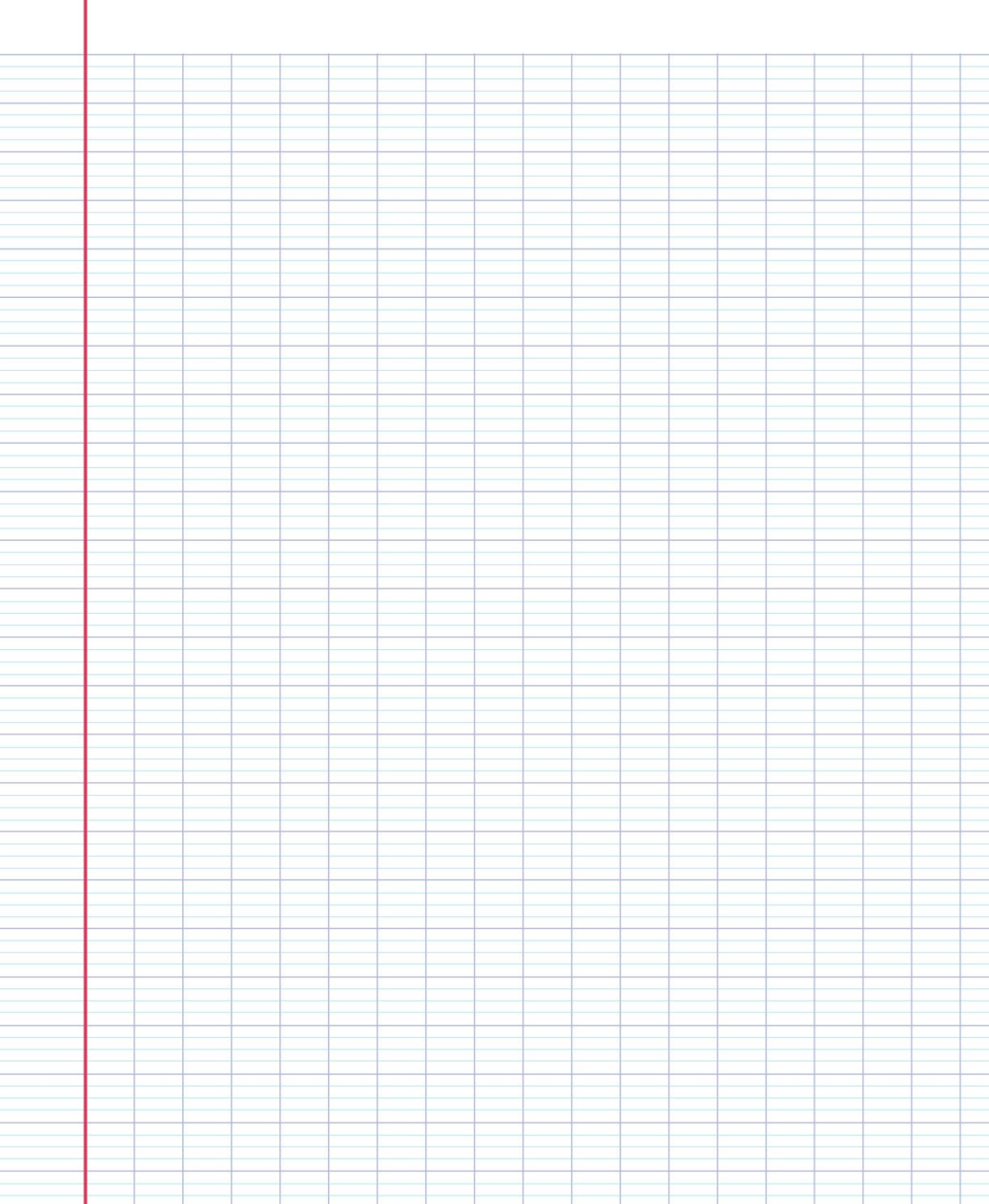
- 250 g de beurre traditionnel : 1,83 €
- 1 kg de beurre de Normandie : 3,50 €
- une boîte de 6 œufs : 2,10 €
- une boîte de 12 œufs : 2,65 €
- 1 kg de farine : 0,71 €
- 750 g de sucre : 1,18 €
- 1 kg de sucre : 1,39 €
- 1 l d'huile : 8,33 €
- 50 cl d'huile : 2,24 €
- 1 l de lait demi-écrémé : 0,95 €
- 50 cl de lait : 0,57 €



Une cuillère à soupe contient 5 ml.



Attention à la rédaction, chaque étape doit être clairement explicitée.



25 Tâche complexe (2)

Situation : La famille Pas-de-soucis souhaite partir faire du camping pour les vacances pendant 7 jours. Ils sont 4 : 2 adultes et 2 enfants, de 12 ans et 5 ans. Ils souhaitent emmener avec eux leur chien (catégorie III). Ils disposent d'une tente suffisamment grande pour toute la famille et estiment leur besoin en électricité à 6 Ampères. Ils ne souhaitent pas dépenser plus de 200 €, mais préféreraient partir en haute saison. Aidez-les à choisir leur période de vacances en fonction de leur budget.



Tous les tarifs sont journaliers.

Camping « El paraiso »		
Emplacement standard (6 pers. max. par emplacement)	du 14/04 au 07/07 du 28/08 au 17/09	du 08/07 au 27/08
Forfait 2 personnes : électricité 10 A (2 200 W prise européenne) + 1 véhicule + 1 tente ou 1 caravane ou 1 camping-car	18,50 €	26,40 €
avec électricité 16 A (3 500 W prise européenne)	19,50 €	27,40 €
Options	du 14/04 au 07/07 du 28/08 au 17/09	du 08/07 au 27/08
Personne supplémentaire (+ 7 ans)	4,70 €	5,90 €
Enfant de 0 à 6 ans	2 €	3,50 €
Tente supplémentaire	2,60 €	3 €
Véhicule supplémentaire (auto/moto)	2,60 €	3 €
Animal (chiens, catégories I et II interdits)	2 €	2,50 €
Visiteur	2,60 €	3 €
Forfait location réfrigérateur	32 €	32 €
Taxe de séjour adultes (+ 17 ans)	0,61 €	0,61 €
Enfant (0-17 ans)	gratuit	gratuit
Pas de frais de dossier		

Camping « El tranquilito »		
Tarif emplacement tourisme par nuitée	du 30/03 au 06/07 du 26/08 au 29/09	du 07/07 au 25/08
1 caravane 2 adultes + voiture + électricité 10 A	23,4 €	28,4 €
1 grande tente 2 adultes + voiture + électricité 10 A	23,4 €	28,4 €
1 camping-car 2 adultes + électricité 10 A	20,4 €	28,4 €
Supplément électricité (hors forfait)	3,5 €	4 €
1 adulte supplémentaire + 8 ans	5,6 €	6,5 €
1 enfant (- 8 ans)	4,1 €	4,5 €
Tente supplémentaire	7 €	7,5 €
Animal	2 €	3 €
Taxe de séjour : 0,55 € par nuitée par adulte (+ 18 ans)		
Frais de dossier : basse saison : 8 € / haute saison : 12 €		

26 Tâche complexe (3)

Situation : La famille Boudumonde est en voyage sur l'île de Futuna. Ils souhaitent louer une voiture et faire le tour complet de l'île. Ils ont déjà prévu leur itinéraire et veulent maintenant avoir une estimation de leur besoin en carburant (essence) et du temps nécessaire, sachant qu'ils souhaitent passer environ deux heures par étape.



La famille a loué une voiture à essence consommant 7,4 litres aux 100 km. Ils roulent à 40 km/h.

Itinéraire :

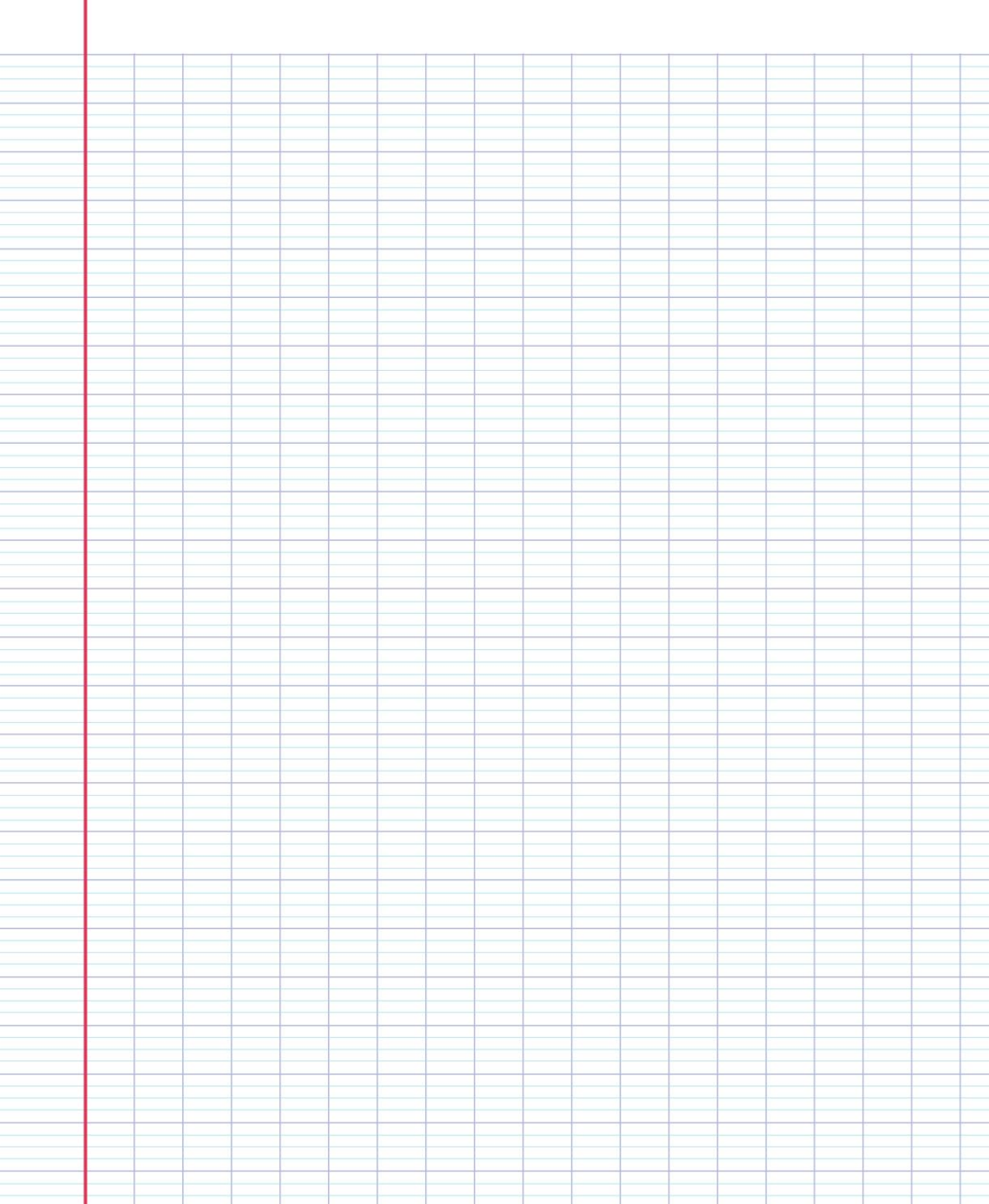
Taoa → Leava → Toloke → Tavai → Poi → Kolia → Ono → Taoa

Coût du carburant

- gazole : 1,38 €/l
- essence : 1,53 €/l

Toutes les distances seront mesurées à vol d'oiseau.





2 Méthodologie : travail sur la compréhension

1. Nous cherchons la quantité de chocolats envoyée à l'étranger en tonnes. **2.** Nous cherchons le nombre de jours nécessaires pour créer 1 350 tonnes de chocolats. **3.** Nous cherchons le nombre de garçons nés dans la commune cette année-là. **4.** Nous cherchons la somme en euros que devra payer l'agriculteur de sa poche. **5. a.** Nous cherchons le nombre d'étagères. **b.** Nous cherchons le nombre de livres sur la dernière étagère.

3 Méthodologie : travail sur la planification

1. Calculer le prix du tissu vert, calculer le prix le prix du tissu bleu, additionner les deux prix et ajouter le prix de la boîte d'épingles. Conclure. **2.** Calculer la superficie du salon, calculer la superficie de la cuisine, additionner les deux et ajouter la superficie des toilettes. Conclure. **3.** Calculer le prix des pommes, calculer le prix du sucre, additionner les deux prix et soustraire la somme obtenue aux 20 €. Comparer ce qu'il reste avec le prix du châle. Conclure. **4.** Calculer la longueur totale de l'escalier, calculer l'aire de chacun des rectangles, marche par marche, additionner toutes ces aires. Diviser ce résultat par 2,5. Conclure.

4 Méthodologie : travail sur le calcul et la vérification

1. Le tissu bleu coûte environ 192 €. Le tissu vert coûte 150 €. La dame a dépensé environ 342 €. L'élève est trop éloigné, il a sûrement faux. **2.** La superficie est un peu en dessous de 72 m², le résultat de l'élève est plausible. **3.** Il lui reste 7,70 €, donc elle peut acheter son châle. L'élève était loin du résultat. **4.** L'entreprise envoie 925 t de chocolats à l'étranger. L'élève était proche du résultat.

5 Addition et soustraction des nombres entiers et décimaux (1)

1. Exemple corrigé. **2.** Christophe Colomb est né en 1451. **3.** La coccinelle a parcouru 13,4 cm et la libellule a parcouru 25,12 cm. **4.** Le gaillard d'arrière mesure 5,74 m. **5.** L'armée a parcouru la distance en 48 jours. **6.** Le village est à 2 795 m d'altitude.

6 Addition et soustraction des nombres entiers et décimaux (2)

1. Après ces achats, il reste à Marie 3,25 €. Elle peut acheter des bonbons. **2.** $8,3 + 135,6 + 1,5 = 145,4$ l. Il pourra stocker son vin correctement. **3.** La voiture coûte 14 590,89 €. Les frais se montent à 3 841,65 €. **4.** Le porte-conteneurs pèse 59 334,2 t à vide. **5.** Le quatrième bateau coûte 12 500 868,31 €. **6.** Il pourra passer 12 min devant un écran le soir.

7 Multiplication et division des nombres entiers et décimaux

1. Il y a 312 ouvrages. **2.** Il a parcouru 208 km. **3.** 1 568 personnes peuvent traverser la Manche en même temps. **4.** Il mangera deux chocolats. **5. a.** Il faut 15 233 cartons. **b.** Il faudra 102 conteneurs. **6.** Une vache peut nourrir 48 enfants par jour. **7.** Ils ont parcouru en moyenne 15,52 km par jour. **8.** Son frère a 5 ans et sa sœur 21 ans. **9.** Il faudra 16 passages pour décharger cette cargaison.

8 Problèmes avec des priorités opératoires (1)

1. Nous disposerions de 169 m. **2.** Chaque joueur a 1 480 € en début de partie. **3. a.** À Paris, il fait 98,6 °F. À Bordeaux, il fait 84,2 °F. **b.** Cela fait 15 °C. **4.** L'équipe gagne 2 322 points, perd 1 692 points. Donc chaque membre de l'équipe gagne 105 points au final.

9 Problèmes avec des priorités opératoires (2)

1. Pour les 4 apprentis, l'artisan devra dépenser 23 670 € par an. **2.** La masse totale du train est de 241,5 t. **3.** La maman a dépensé 7,95 €. **4.** Il manque 19,5 l d'eau. **5.** Il reste à Julien 57,91 €. Il pourra donc en acheter trois.

10 Problèmes avec des priorités opératoires (3)

1. Il y a 12 fusibles dans la boîte. **2.** L'addition totale est de 269,28 €. Chaque ami paiera 29,92 €. **3. a.** Le char avec tout son chargement pèse 1 313,58 kg. Chaque cheval devra tirer 218,93 kg donc 219 kg environ. **b.** Ils offriront 42,467 kg d'or, 199,593 kg de myrrhe et 15,167 kg d'encens.

11 Les fractions (1)

1. Il y a 30 carottes et 50 poireaux. **2. a.** M^{me} André dort 9 h par jour. **b.** Elle est au travail 6 h par jour. **c.** Il lui reste les $\frac{3}{8}$ de son temps pour ses loisirs. **3. a.** L'élève passe 11 minutes à réfléchir. **b.** Il passe 22 minutes à écrire. **c.** Il passe les deux cinquièmes de l'heure à écouter.

12 Les fractions (2)

1. Il y a 68 cadres supérieurs, 91 ouvriers manutentionnaires, 51 représentants et 11 chauffeurs livreurs. **2.** Il y a 1 910 personnes à bord. **3.** L'océan représente 2,508 m², le vaisseau 0,627 m² et le ciel 0,627 m². **4.** Ils étaient 11 à table. **5.** Le spectacle complet dure 25 minutes et 9 secondes. **6.** Dans le paquet, il y a 937,5 g de piquants, 178,5 g de croquants et 134 g de réglisse. Cela correspond à 134 sur 1 250 du paquet.

13 Additions et soustractions de fractions

1. Elles ont mangé $\frac{14}{20}$ du gâteau. **2. a.** Ils en ont installé $\frac{302}{489}$. **b.** Il leur reste à installer $\frac{187}{489}$. **3.** Les paires de chaussettes bleues représentent $\frac{27}{46}$. **4.** Il leur restera un sixième du trajet lors de la troisième heure.

14 Problèmes de moyennes

1. a. Julian n'a pas eu la moyenne de classe en français (10,8), en anglais (9,67) et en S.V.T (8). **b.** Sa moyenne générale est de 12,319. **2.** En moyenne, ces personnes ont lu 2,053 ouvrages. **3.** Il vend 30 500 cahiers par an, soit 2 541,67 cahiers par mois en moyenne.

15 Problèmes simples de probabilités

1. Il y a 6 issues en tout et 2 sont favorables, donc le second a 2 chances sur 6 (ou 1 chance sur 3) de faire mieux que son adversaire. **2.** L'arbre de probabilité nous permet de calculer que Jean a 1 chance sur 8 de gagner en 3 lancers. **3. a.** Les multiples de 3 sont 3, 6, 9 et 12, cela donne une probabilité de $\frac{4}{12}$, soit $\frac{1}{3}$. **b.** Les nombres pairs sont 2, 4, 6, 8, 10 et 12, cela donne une probabilité de $\frac{6}{12}$, soit $\frac{1}{2}$. **c.** Enfin, on a $\frac{1}{12}$ d'obtenir un 12, puis de nouveau $\frac{1}{12}$ donc $\frac{1}{12} \times \frac{1}{12} = \frac{1}{144}$ de faire 24 en 2 lancers.

16 Problèmes de périmètres

1. L'équipage devra faire 5 tours. **2.** Le kiosque a un périmètre de 5,4 m environ. Il faudra donc 9 unes de journaux. **3.** Il faudra 12,06 m de frise pour faire le tour du salon. **4.** La maison a un périmètre de 24,52 m. **5.** Le périmètre du champ est de 288 m. Il faudra 360 piquets, donc il devra acheter 60 lots de piquets. Il devra acheter aussi 36 rouleaux de fil de fer barbelé. **6.** Le périmètre du champ est de 262,01 m. Il faudra 328 piquets soit 55 lots et 11 rouleaux de fil de fer barbelé.

17 Problèmes d'aires (figures simples)

1. Il faut 225 000 m² de bitume. **2.** Le champ fait 1 964 800 m². On pourra y mettre 982 vaches. **3.** La superficie de la façade est de 148,48 m². Il faudra 60 pots de peinture. **4.** L'aire du disque est d'environ 33,183 m². Il faudra 532 feuilles. **5.** Le champ a une aire de 420 000 m². On pourra faire pousser 4 666 666 pieds de carottes.

18 Problèmes d'aires (figures complexes)

1. Le champ a une superficie de 20 899,46 m². Il faudra 697 sacs de graines et il faudra payer 7 632,15 €. **2.** L'aire est de 14,71 cm². **3.** L'aire est de 104 m² environ. **4.** L'aire est de 89,25 dam².

19 Proportionnalité (1)

1. 6 bottes de poireaux coûteront 6,90 €. **2.** Elle aura parcouru 624 km. **3.** La tour Eiffel mesure 324 m de haut. **4.** La chaîne descendra de 14,625 m avec 45 maillons. **5.** On devra la descendre de 566 maillons pour qu'elle touche le fond. **6.** C'est une vitesse de 35,467 km/min, soit environ 25 minutes.

20 Proportionnalité (2)

1. Il y a 210 colliers de perles noires. **2. a.** Il y a 18 pensionnaires. **b.** Il y a $\frac{9}{100}$ de pensionnaires. **3.** Un croissant coûte 87 centimes. **4.** Ils ont parcouru 34 km le troisième jour. **5.** François I^{er} a passé 72 jours à Chambord.

21 Proportionnalité (3)

1.

heures	3	6	18	24	144	1
km	35	70	210	280	1 680	11,67

2. Le coefficient serait $\frac{1,7}{10} = 0,17$. Deux litres coûtent bien 2,04 € mais 14 litres ne devraient pas coûter 2,28 €. Ce n'est pas un tableau de proportionnalité. Agathe a tort.

22 Gestion de données : lire et interpréter

1. a. Il y a 21 élèves faisant du latin en 5^e C. **b.** Il y a 72 élèves au total. **c.** Au minimum, il y a 8 élèves et au maximum 16 élèves faisant du grec et du latin au collège. **2. a.** En 2005, on a produit 400 Twh. **b.** En 1995. **3. a.** Il y en avait 15 millions. **b.** En 1956. **c.** La courbe verte représente les personnes de 20 à 59 ans. **d.** Le nombre de personnes a augmenté de 11,5 millions.

23 Gestion de données : gérer et construire des représentations

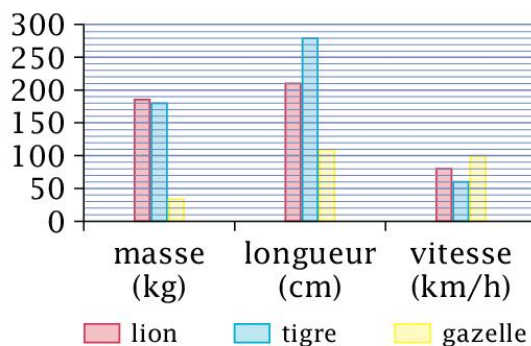
1. Julie a donc eu 13.

2.

	classe de Louise	classe de Claire	total
demi-pensionnaires	20	11	31
externes	8	13	21
total	28	24	52

3.

animaux	lion	tigre	gazelle
masse (kg)	185	180	35
longueur (cm)	210	280	110
vitesse (km/h)	80	60	100



4. a.

français	8	11	14	15	19
mathématiques	11	13	14	17	20

b. Il a eu 13,4 de moyenne en français et 15 en mathématiques.

24 Tâche complexe (1)

Elle devra faire 3 pâtes pour 45 crêpes, soit : 900 grammes de farine / 9 œufs / 9 cuillères à soupe de sucre / 6 cuillères à soupe d'huile / 150 grammes de beurre / 180 cl de lait (soit 1,8 l).

Pour le beurre, il vaut mieux prendre le beurre traditionnel à 1,83 € pour un kilogramme.

Pour les œufs, une barquette de 12 à 2,65 € suffira.

Pour l'huile, 50 cl suffiront soit une dépense de 2,24 €.

Pour la farine, 0,71 €.

Pour le lait, il vaut mieux prendre le demi-écrémé pour 1,90 €.

Au total, il faudra :

$$1,83 + 2,65 + 2,24 + 1,18 + 0,71 + 1,90 = 10,51 \text{ €}$$

Anne-Sophie aura suffisamment d'argent pour faire ses achats.

25 Tâche complexe (2)

Camping « El paraiso »

En basse saison : il leur faudra, chaque jour, un forfait deux personnes (18,50 €), une personne supplémentaire (4,70 €), un adulte (5,6 €), un enfant (2 €), un chien (2 €) et la taxe de séjour (2 fois 0,61 soit 1,22 €). Donc une dépense de 28,42 € par jour. Pour le séjour complet, cela revient à 198,94 €.

En haute saison : il leur faudra exactement la même chose, mais avec les tarifs différents cela donne 39,52 € par jour. Pour un total de 276,64 € pour le séjour complet.

Camping « El tranquilo ».

En basse saison : il leur faudra, chaque jour, un forfait deux tentes (23,4 €), un enfant (4,1 €), un adulte (56,5 €), un animal (2 €) et la taxe de séjour (2 fois 0,55 soit 1,1 €). Donc une dépense de 36,2 € par jour. Soit 253,4 € pour la semaine, somme à laquelle il faut ajouter les frais de dossier. Montant total : 261,4 €.

En haute saison : il leur faudra exactement la même chose, mais avec les tarifs différents, cela donne 43,5 € par jour. Pour un total de 304,5 €, le séjour plus les frais de dossier soit 316,5 €.

Ils choisiront donc le camping « El paraiso » en basse saison.

26 Tâche complexe (3)

- Taoa-Leava : 3,55 km soit 5 minutes et 19 secondes.
- Leava-Toloke : 5,68 km soit 8 minutes et 31 secondes.
- Toloke-Tavai : 1,6 km soit 2 minutes et 24 secondes.
- Tavai-Poi : 9,77 km soit 14 minutes et 39 secondes.
- Poi-Kolia : 1,51 km soit 2 minutes et 15 secondes.
- Kolia-Ono : 1,6 km soit 2 minutes et 24 secondes.
- Ono-Taóa : 1,77 km soit 2 minutes et 39 secondes.

Temps total : 14 heures sur les étapes et 38 minutes et 11 secondes de route environ.

Coût du trajet : $3,55 + 5,68 + 1,6 + 9,77 + 1,51 + 1,6 + 1,77 = 25,48$ €.

Leur trajet est long de 25,48 km.

$25,48 \div 1,53 = 16,65$ €. Donc le trajet leur coûtera 16,65 € d'essence environ et durera 14 h 39 minutes.

